改进的 Tour-Map 借力飞行图形设计方法

李小玉 郑建华 吴 霞

(中国科学院国家空间科学中心, 北京 100190)

摘 要: 针对借力飞行轨道初始设计阶段的任务需求,提出一种改进的 Tour-Map 借力飞行图形设计方法,用于分析借力效果,确定借力方案和设计参数初值. 在圆锥曲线拼接假设基础上,建立了借力飞行超越速度矢量和借力天体位置、速度的几何模型,推导了借力后日心轨道要素的解析表达式,并将分析结果绘制成经纬度坐标的 Tour-Map 轨道要素等高线图,图中综合了借力飞行后大量可行的日心转移轨道信息,为分析借力飞行的作用提供了形象的参考. 将其应用在木星借力太阳高纬度探测轨道设计中,证明了方法的有效性和实用性.

关 键 词: 星际探测; 轨道设计; 图形化方法

中图分类号: V 41

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)11-1532-05

Improved Tour-Map graphical method for gravity-assist

Li Xiaoyu Zheng Jianhua Wu Xia

(Laboratory of Space Information and Simulation, National Space Sciences Center, Beijing 100190, China)

Abstract: The analysis of gravity-assist effects is of great importance on the design stage to specify both the swingby sequence and the initial parameters. An improved Tour-Map graphical method for this purpose was introduced, which permits a quick identification of key parameters in ballistic gravity-assist. By the patched conic assumption, the graphical method was developed according to the geometric relationship of excess velocity and the position and velocity of the gravity-assist planet, followed by analytical developments of key heliocentric orbit elements after swingby, such as period, inclination and eccentricity. Then the complicated requirements of gravity-assist was described as contours on two dimensional Tour-Map conveniently. A design example of high-inclination solar orbit with Jupiter assist was included to illustrate the usage.

Key words: interplanetary fight; trajectories; graphic methods

借力飞行巧妙利用了太阳系内行星的引力甩摆作用,不仅节省了燃料消耗,而且可以顺访借力行星增加科学目标. 到目前为止,借力飞行已经成功地应用于旅行者 1、2 号、先驱者 10、11 号、伽利略、尤利西斯(Ulysses)、卡西尼(Cassini)等深空探测任务中,显示了巨大的工程应用价值.

借力飞行轨道设计优化一般分为两个阶段进行. 第 1 阶段是借力方案的初步规划阶段. 通常基于圆锥曲线拼接假设,选择燃料消耗或飞行时间作为优化性能指标,发射时间、借力时间和到达时间以及飞越高度等作为优化参数,利用不需要初值猜测的智能全局优化算法[1-4]或者分层搜索算法[5]得到全局最优解. 第 2 阶段是问题的优化和详细设计阶段. 将轨道初步方案在真实星历动力学模型下积分并利用 B 平面打靶法等梯度方法进行修正、细化方案参数. 其中初步规划阶段直接决定了设计结果,目前主要依赖于能量等高线图[6]、P-Rp 图[7]等图形化方法进行分析.

能量等高线图(Pork-chop 图)用于确定发射窗口范围. 通过求解 Lambert 问题,将指定发射、到达时间段直接转移轨道所需要的逃逸能量 C3(或逃逸速度)绘制成等高线. P-Rp 图由

收稿日期: 2011-06-03; **网络出版时间**: 2012-11-26 11:39

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20121126.1139.017.html

作者简介: 李小玉(1984-),女,甘肃兰州人,博士生,lixiaoyu@nssc.ac.cn.

N. Strange 提出,用于确定借力序列. 图中基于 Tisserand 原理,将不同超越速度 $\boldsymbol{v}_\infty$ 对应的日心轨道周期和近心点半径联系起来. 参考文献[8]将此方法应用于 Europa 探测任务中木星月亮借力飞行轨道设计中. 此外,他提出了 Tour-Map 图[9]共振借力飞行图形化设计方法,将该方法应用于 Cassini 延寿任务的共振借力轨道设计[10]. 但是文中没有分析 $\boldsymbol{v}_\infty^-$、$\boldsymbol{v}_\infty^+$ 的转角及其在 Tour-Map 图中表示方法,且公式推导复杂、参数耦合性强,给使用带来了不便.

本文对 Tour-Map 法进行了补充和改进. 为便于分析借力前后的速度矢量关系,引入了超越速度俯仰角 α 和方位角 β,推导了探测器日心轨道周期 T_{sc}、偏心率 e_{sc}、倾角 i_{sc} 与 $\boldsymbol{v}_\infty^+$ 的函数关系,绘制在 $\boldsymbol{v}_\infty$ 空间球上,并展开成平面图. 最后利用改进的 Tour-Map 图形设计方法分析了太阳高纬度探测轨道的发射窗口,得到了目标轨道.

1　速度矢量关系

采用零影响球-圆锥曲线拼接模型,即借力瞬时完成,探测器的日心位置不变,速度改变. 借力效果与借力行星的引力常数、飞越时刻以及探测器的超越速度、飞越高度等有关. 探测器日心速度 $\boldsymbol{v}_{sc}$、超越速度 $\boldsymbol{v}_\infty$ 和借力天体速度 $\boldsymbol{v}_{ga}$ 矢量关系如图 1 所示.

图 1 中,$\boldsymbol{v}_\infty$ 和 $\boldsymbol{v}_{ga}$ 的夹角 α 为超越速度俯仰角,$\alpha\in[0,\pi]$. 若 $\boldsymbol{v}_{ga}>-\boldsymbol{v}_\infty\cos\alpha$,借力后探测器轨道为顺行轨道,否则为逆行轨道. 由 $\boldsymbol{v}_\infty$,$\boldsymbol{v}_{ga}$ 和 $\boldsymbol{v}_{sc}$ 构成速度三角形平面,该平面和行星轨道面的夹角 β 为超越速度方位角,$\beta\in[-\pi,\pi]$.

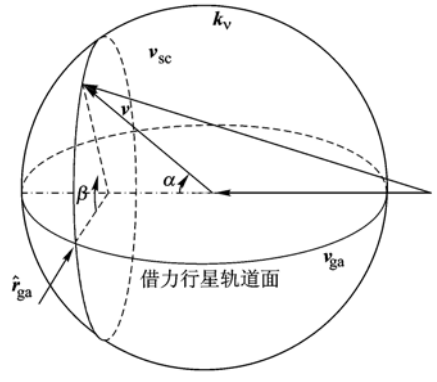

图 1　借力速度矢量关系

借力过程中,探测器相对借力行星的运动轨迹为双曲线,进入和离开超越速度 $\boldsymbol{v}_\infty^-$,$\boldsymbol{v}_\infty^+$ 的转角:

$$\delta=2\sin^{-1}[1/(1+v_\infty^2(R_{ga}+h)/\mu_{ga})] \quad (1)$$

式中,R_{ga} 为借力天体半径;h 为飞越高度;μ_{ga} 为借力天体引力常数. h 等于飞越安全高度时,δ 最大. $\boldsymbol{v}_\infty^+$ 的矢量末端在 $\boldsymbol{v}_\infty^-$ 垂直的平面上划出半径为 $\boldsymbol{v}_\infty\cos\delta$ 的圆,见图 2.

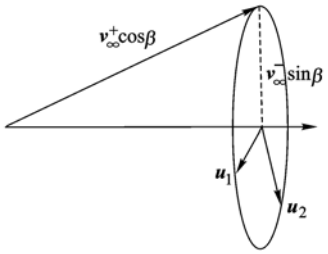

图 2　超越速度在空间的转角

$$\boldsymbol{v}_\infty^+=\boldsymbol{v}_\infty^-\cos\delta+\boldsymbol{v}_\infty^-\sin\delta[\cos\theta\boldsymbol{u}_1+\sin\theta\boldsymbol{u}_2] \quad (2)$$

$\boldsymbol{u}_1$,$\boldsymbol{u}_2$ 为该平面上相互垂直的单位矢量,取 $\boldsymbol{u}_1=\boldsymbol{k}_u$,$\boldsymbol{u}_2=\hat{\boldsymbol{v}}_\infty\times\boldsymbol{u}_1$,$\theta$ 为待定参量.

2　基本坐标系

在速度矢量关系的基础上,下面定义 4 个在推导中需要用到的坐标系. 首先,在行星轨道平面上定义坐标系 S_v,原点位于行星质心.

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{i}_v&=\boldsymbol{j}_v\times\boldsymbol{k}_v\\ \boldsymbol{j}_v&=\hat{\boldsymbol{v}}_{ga}\\ \boldsymbol{k}_v&=\hat{\boldsymbol{r}}_{ga}\times\hat{\boldsymbol{v}}_{ga}/\cos\gamma_{ga}\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

速度三角形平面上坐标系 S_u,S_u 由 S_v 坐标系绕 $\boldsymbol{j}_v$ 旋转 β 角得到.

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{i}_u&=\boldsymbol{j}_u\times\boldsymbol{k}_u\\ \boldsymbol{j}_u&=\hat{\boldsymbol{v}}_{ga}\\ \boldsymbol{k}_u&=\hat{\boldsymbol{v}}_{ga}\times\hat{\boldsymbol{v}}_\infty/\sin\alpha\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

定义行星轨道面上坐标系 S_p,显然 S_p 由 S_v 坐标系绕 $\boldsymbol{k}_v$ 旋转 γ_{ga} 角得到.

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{i}_p&=\hat{\boldsymbol{r}}_{ga}\\ \boldsymbol{j}_p&=\boldsymbol{k}_p\times\boldsymbol{i}_p\\ \boldsymbol{k}_p&=\hat{\boldsymbol{r}}_{ga}\times\hat{\boldsymbol{v}}_{ga}/\cos\gamma_{ga}\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

定义探测器日心轨道面坐标系 S_q,S_q 由 S_p 绕 $\boldsymbol{i}_p$ 旋转 $\boldsymbol{i}_{sc}$ 角得到.

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{i}_q&=\hat{\boldsymbol{r}}_{ga}\\ \boldsymbol{j}_q&=\boldsymbol{k}_q\times\boldsymbol{i}_q\\ \boldsymbol{k}_p&=\hat{\boldsymbol{r}}_{ga}\times\hat{\boldsymbol{v}}_{sc}/\cos\gamma_{sc}\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

式(3)~式(6)中,$\hat{\boldsymbol{r}}_{ga}$,$\hat{\boldsymbol{v}}_{ga}$,$\hat{\boldsymbol{v}}_{sc}$ 分别为 $\boldsymbol{r}_{ga}$,$\boldsymbol{v}_{ga}$ 和 $\boldsymbol{v}_{sc}$ 的方向单位矢量.

3　日心轨道要素

3.1　轨道周期(半长轴)

探测器日心速度

$$v_{sc}^2 = v_\infty^2 + v_{ga}^2 + 2v_\infty v_{ga}\cos\alpha \tag{7}$$

根据轨道的活力积分,轨道半长轴为

$$a_{sc} = \frac{r_{ga}}{2 - (v_\infty^2 + v_{ga}^2 + 2v_\infty v_{ga}\cos\alpha)/v_c^2} \tag{8}$$

轨道周期

$$T_{sc} = T_c\left[2 - (v_\infty^2 + v_{ga}^2 + 2v_\infty v_{ga}\cos\alpha)/v_c^2\right]^{-\frac{3}{2}} \tag{9}$$

式中,$v_c^2 = \dfrac{\mu}{r_{ga}}$;$T_c = 2\pi\sqrt{\dfrac{r_{ga}^3}{\mu}}$. 借力后探测器轨道半长轴 a_{sc}、周期 T_{sc} 与超越速度大小 v_∞、飞越时间、超越速度俯仰角 α 等因素有关,其中超越速度俯仰角 α 和 a_{sc},T_{sc} 成反比.

3.2 轨道倾角

由 S_u,S_v 和 S_p 的坐标转换关系,得到 $\boldsymbol{v}_\infty$ 在 S_p 坐标系下的投影分量为

$$\boldsymbol{v}_\infty = \boldsymbol{v}_\infty\begin{bmatrix}\sin\alpha\cos\beta\cos\gamma_{ga} + \cos\alpha\sin\gamma_{ga}\\ \cos\alpha\cos\gamma_{ga} - \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma_{ga}\\ -v_\infty\sin\alpha\sin\beta\end{bmatrix} \tag{10}$$

超越速度还可以通过矢量关系得到

$$\boldsymbol{v}_\infty = \boldsymbol{v}_{sc} - \boldsymbol{v}_{ga} = \begin{bmatrix}v_{sc}\sin\gamma_{sc} - v_{ga}\sin\gamma_{ga}\\ v_{sc}\cos\gamma_{sc}\cos i_{sc} - v_{ga}\cos\gamma_{ga}\\ v_{sc}\cos\gamma_{sc}\sin i_{sc}\end{bmatrix} \tag{11}$$

比较式(10)、式(11),得到

$$v_{sc}\sin\gamma_{sc} - v_{ga}\sin\gamma_{ga} = v_\infty\left[\cos\alpha\sin\gamma_{ga} + \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma_{ga}\right] \tag{12}$$

$$v_{sc}\cos\gamma_{sc}\cos i_{sc} - v_{ga}\cos\gamma_{ga} = v_\infty\left[\cos\alpha\cos\gamma_{ga} - \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma_{ga}\right] \tag{13}$$

$$v_{sc}\cos\gamma_{sc}\sin i_{sc} = -v_\infty\sin\alpha\sin\beta \tag{14}$$

根据式(13)可以得到轨道倾角 i_{sc} 的表达式:

$$\sin i_{sc} = \frac{-v_\infty\sin\alpha\sin\beta}{v_{sc}\cos\gamma_{sc}} \tag{15}$$

由式(13)得到 $\cos\gamma_{sc}$,并代入式(15)后整理得到 i_{sc} 与 α,β 的解析表达式:

$$\tan i_{sc} = \frac{-v_\infty\sin\alpha\sin\beta}{v_{ga}\cos\gamma_{ga} + v_\infty(\cos\alpha\cos\gamma_{ga} - \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma_{ga})} \tag{16}$$

由式(16)可知,当 $\beta = \pm 90^\circ$ 时探测器倾角 i_{sc} 的取值范围是

$$|\tan i_{sc}| \leqslant \frac{v_\infty\sin\alpha}{v_{ga}\cos\gamma_{ga} + v_\infty\cos\alpha\cos\gamma_{ga}} \tag{17}$$

若 $\alpha = \cos^{-1}(-v_{ga}/v_\infty)$,探测器轨道倾角将达到 90°. 如果 $v_\infty\sin\alpha \leqslant v_{ga}$,借力前后探测器的轨道倾角几乎不变. $\gamma_{ga} = 0$ 时,式(16)化简为

$$\tan i_{sc} = -\frac{v_\infty\sin\alpha\sin\beta}{v_{ga} + v_\infty\cos\alpha} \tag{18}$$

3.3 轨道偏心率

探测器日心转移轨道的角动量矢量:

$$\boldsymbol{h}_{sc} = \boldsymbol{r}_{ga}\times\boldsymbol{v}_{sc} = \boldsymbol{r}_{ga}v_{sc}\cos\gamma_{sc}\hat{\boldsymbol{k}}_s \tag{19}$$

$$h_{sc} = \sqrt{\mu a_{sc}(1 - e_{sc}^2)} \tag{20}$$

结合活力积分得到偏心率:

$$e_{sc} = \sqrt{1 - \frac{r_{ga}}{a_{sc}}\left(2 - \frac{r_{ga}}{a_{sc}}\right)\cos^2\gamma_{sc}} \tag{21}$$

由式(14)得到 $\cos\gamma_{sc}$,代入式(20)后得到探测器日心轨道偏心率 e_{sc} 为

$$e_{sc} = \sqrt{1 - \frac{r_{ga}}{a_{sc}}\left(2 - \frac{r_{ga}}{a_{sc}}\right)\frac{v_\infty^2\sin^2\alpha\sin^2\beta}{v_{sc}^2\sin^2 i_{sc}}} \tag{22}$$

当日心轨道倾角 i_{sc} 为 0 时,用式(22)求解日心轨道偏心率 e_{sc} 发生奇异. 若 i_{sc} 不为 0,此时 e_{sc} 与 $\sin^2\beta$ 成反比.

4 Tour-Map 图

当 α,β 变化时,$\hat{\boldsymbol{v}}_\infty$ 末端的轨迹在空间单位球面上. 根据式(8)、式(9)、式(16)、式(22)可得日心轨道半长轴、周期、倾角和偏心率等轨道要素对应的 $\hat{\boldsymbol{v}}_\infty$. 相同轨道要素对应的 $\hat{\boldsymbol{v}}_\infty$ 轨迹在球面上形成一条闭合曲线,同一轨道要素的不同取值在球面上形成一系列曲线,如图 3.

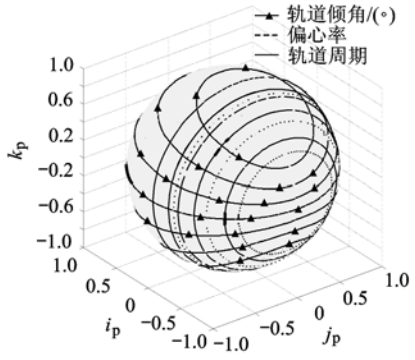

图 3 $\boldsymbol{v}_\infty$ 空间球示意图

将 $\boldsymbol{v}_\infty$ 空间球在 S_p 坐标系下展开成平面图,即 Tour-Map 图. 经度为 λ,纬度为 φ,$\hat{\boldsymbol{v}}_\infty$ 在 S_p 坐标系下的投影分量为

$$\hat{\boldsymbol{v}}_\infty = \begin{bmatrix}-\cos\varphi\cos\lambda & -\cos\varphi\sin\lambda & \sin\varphi\end{bmatrix}^T \tag{23}$$

对比式(8)可以得到经纬度坐标 λ,φ 与 $\cos\alpha$,$\sin\alpha\cos\beta$,$\sin\alpha\sin\beta$ 的关系,进而也就可以得到轨道周期 T_{sc}、轨道倾角 i_{sc} 和偏心率 e_{sc} 的解析表达式.

探测器进入超越速度 $\boldsymbol{v}_\infty^-$,根据式(2)可得 $\boldsymbol{v}_\infty^+$,那么超越速度转角 $\delta=\cos^{-1}(\hat{\boldsymbol{v}}_\infty^- \cdot \hat{\boldsymbol{v}}_\infty^+)$.

5　太阳高纬度探测轨道设计

太阳高纬度探测对研究太阳风、灾害性空间天气预报具有重要的科学与应用价值. 瞄准 2023 年前后的太阳活动高峰时期探测太阳两极地区,考虑到地球木星会合周期等因素后,将发射窗口选在 2020 年上半年. 目标轨道远日点半径 4.9 ~ 5.4AU;近日点半径 0.7 ~ 1AU;轨道倾角大于 70°;轨道周期为 5 ~ 6 a.

绘制 2020 年上半年地球-木星转移的逃逸速度、捕获速度等高线图,如图 4. 图中横坐标起点为 2020-01-01,纵坐标起点为 2021-01-01. 图中标示两个方案,一个是最省能量方案,一个是最终选定的方案,下面将对这两个方案进行分析. 具体参数见表 1.

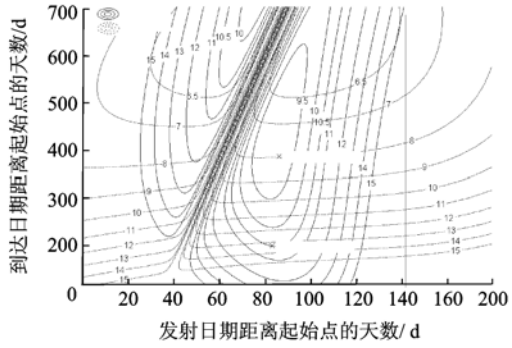

图 4　地球-木星转移逃逸捕获速度等高线图

表 1　太阳高纬度探测器发射窗口

主要参数	方案 1	方案 2
发射时间/UTGC	2020-03-27	2020-03-24
逃逸速度 v_∞/(km·s^{-1})	9.18	10.43
飞行时间/d	668	482
木星借力时间/UTGC	2022-01-24	2021-07-19
超越速度 v_∞/(km·s^{-1})	7.96	13.31
俯仰角 α/(°)	138.92	116.49
方位角 β/(°)	175.52	178.64

图 4 中,发射时间在 2020 年 2 月至 4 月所需要的发射能量较小,相应借力时间约在 2021 年 5 月至 2022 年 6 月. 精确搜索得到发射能量最小的窗口为 2021 年 3 月 27 日,飞行时间为 668 d,即方案 1. 绘制木星借力飞行时的 Tour-Map 图,如图 5 所示,考察借力后能否实现预定的高纬度日心轨道.

图 5 中,相同线型对应同一轨道要素. 图 5 左边椭圆部分是 $\boldsymbol{v}_\infty$ 的不可达区域,对应借力的超越速度最大转角约束. 若木星借力的飞越安全高度为 500 km,超越速度最大转角约为 150°,此时 $\boldsymbol{v}_\infty$ 不可达区域很小. 图中轨道倾角最大为 30°左右,显然不能满足设计要求. 将发射窗口调整至 2020-03-24,对应飞行时间为 482 d,即方案 2(主要参数见表 1).

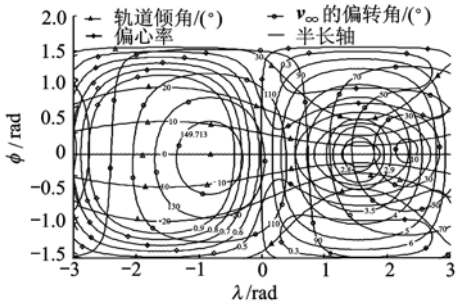

图 5　方案 1 的 Tour-Map 图

方案 2 的飞行时间小于方案 1,地球出发时逃逸速度为 10.43 km/s,大于方案 1 的 9.18 km/s;木星借力时超越速度为 13.31 km/s,超越速度最大转角 130°. 绘制 Tour-Map 图,如图 6 所示.

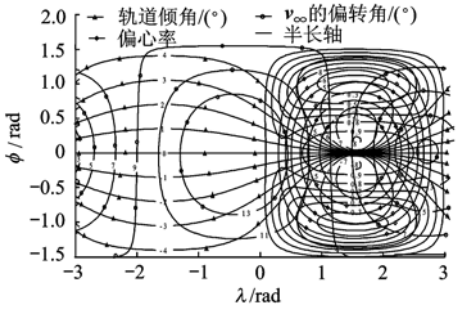

图 6　方案 2 的 Tour-Map 图

从图 6 中可以看出,方案 2 的日心轨道倾角最大可达到 80°附近,满足任务要求. 选择轨道半长轴约为 3AU,偏心率约为 0.8. 经过优化,最终得到轨道设计方案主要参数见表 2.

表 2　太阳高纬度探测轨道

轨道段	主要参数	设计结果
木星借力段	离开俯仰角 α/(°)	154.54
	离开方位角 β/(°)	90.76
	超越速度转角 δ/(°)	63.44
	木星飞越高度/km	484 700
探测轨道段	轨道半长轴/AU	2.78
	轨道偏心率	0.82
	轨道倾角/(°)	73.45

根据文中分析可知,α 的大小与借力后轨道半长轴和周期直接相关,而轨道倾角和偏心率是 α,β 两者的函数. 两个方案中,超越速度俯仰角 α 相差 22.4°,方位角 β 相差仅为 2°左右. 这两个方位角决定了借力后倾角的具体取值,从而验证了文献[11]的结论. 除此之外,超越速度大小对借

力后轨道倾角的取值范围有非常重要的作用. 两个方案中,超越速度相差 5.35 km/s,可达的最大轨道倾角从 30°到 80°左右. 如果将方案 2 的超越速度减小到 7.95 km/s,其他条件不变,绘制 Tour-Map 图进行分析,得到轨道倾角最大为 30°左右. 同理,方案 1 的超越速度增大到 13.31 km/s,得到轨道倾角最大为 60°左右.

Tour-Map 图中的不可达域在一定程度上也约束了借力后可以实现的日心轨道. 影响不可达域大小的因素主要是借力天体的引力常数,对于木星这样引力常数较大的行星,引力甩摆作用较大,不可达区域相对较小. 其次,超越速度大小也在一定程度上影响了不可达区域的大小,而超越速度方向则影响了不可达区域的位置.

6 结 论

深空探测借力飞行轨道设计是一个多变量多约束的非线性问题,借力方案的选择和设计初值的好坏直接决定了设计结果的优劣. 改进的 Tour-Map 图法,将双曲线超越速度方位与借力后可行的日心轨道参数形象化联系起来,并展示了借力后探测器日心轨道参数与超越速度转角关系,为初始阶段轨道设计提供了简便易行的分析方法. 该方法特别适用于分析目标轨道为日心轨道的单次借力以及同一天体多次共振借力飞行. 对于非共振借力,即便是同一个借力行星,每次借力飞行都需要绘制对应的 Tour-Map 图. 为了避免大量绘图,在多天体借力飞行任务规划时还需要对模型进一步的简化,例如假设所有借力天体都在同一轨道面上做匀速圆周运动.

参考文献 (References)

[1] Vasile M, Minisci E, Locatelli M. On testing global optimization algorithms for space trajectory design [R]. AIAA2008-6277, 2008

[2] Vasile M, Pascale P De. Preliminary design of multiple gravity-assist trajectories[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(4):794-805

[3] Addis B , Cassioli A, Locatelli M, et al. A global optimization method for the design of space trajectories[J]. Computational Optimization and Applications, 2011, 48(3):635-652

[4] Zhu K J, Li J F , Baoyin H X. Multi-swingby optimization of mission to Saturn using global optimization algorithms[J]. Acta Mechanica Sinica, 2009, 25(6):839-845

[5] Izzo D, Becerra V M, Myattet D R, et al. Search space pruning and global optimisation of multiple gravity assist spacecraft trajectories[J]. Journal of Global Optimization, 2007, 38(2):283-296

[6] 马文臻. 深空探测器的轨道设计与优化[D]. 北京:中国科学院研究生院, 2006
Ma Wenzhen. Trajectory design and optimization for deep space exploration probe[D]. Beijing: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2006(in Chinese)

[7] Strange N J, Sims J A. Methods for the design of V-infinity leveraging maneuvers[C]//Spencer D B. AAS, Astrodynamics 2001, Pts I-Iii. San Diego: Univelt Inc, 2001:1959-1976

[8] Kloster K W, Petropoulos A E, Longuski J M. Europa orbiter tour design with Io gravity assists[J]. Acta Astronautica, 2011, 68(7-8):931-946

[9] Strange N, Russell R, Buffington B. Mapping the v-infinity globe [C]//Proulx R J. AAS, Astrodynamics. 2007, 129 Pts I-Iii. San Diego: Univelt Inc, 2008:423-446

[10] Strange N, Spilker T L, Landau D F, et al. Mission design for the Titian Saturn system mission concept[C]//AV Rao. AAS, Astrodynamics 2009. San Dieg: Univelt Inc, 2008:919-934

[11] 马文臻, 郑建华, 高长生. 太阳高纬探测器的借力飞行轨道设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(8):917-921
Ma Wenzhen, Zheng Jianhua, Gao Changsheng. Trajectories to the far side of the sun via gravity assists [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(8):917-921(in Chinese)

(编 辑:张 嵘)