基于组合优化策略的月球软着陆最优轨道设计

曹 涛 董长虹

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 基于 Pontryagin 极大值原理,把求解月球软着陆燃料最优化问题归结为终端自由型两点边值问题. 采用粒子群算法和单纯形算法接力优化的组合优化策略,在初始猜测值的邻域内进行搜索,充分利用粒子群算法的全局搜索能力迅速缩小搜索范围,然后利用单纯形算法的局部搜索优势快速获得优化结果. 该优化策略最大的优势是使粒子群算法的全局搜索能力和单纯形算法的局部搜索能力同时得到最大化的发挥. 仿真证明该优化方法在考虑一些实际工程约束的情况下,能较快速而准确的获得月球软着陆优化轨迹,具有一定的优越性.

关 键 词: 间接法; 两点边值问题; 粒子群算法; 单纯形算法; 组合优化

中图分类号: V 412.4^{+}1

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)11-1537-05

Optimization of lunar soft landing trajectory based on combinational algorithm

Cao Tao Dong Changhong

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Based on the Pontryagin's maximal principle, the fuel optimal lunar soft landing problem can be simplified as a two point boundary value problem with variable final time. The initial adjoint variables were listed by searching the neighborhood of guessed adjoint variables with the employment of the combinational algorithm, which is combined with particle swarm optimization (PSO) for reducing the territory of searching region and simplex method (SM) for decreasing the time of obtaining suitable results. The most valuable advantage of the combinational algorithm is that both the globe searching and local searching are utilized at the same time. The simulation results show that the combinational algorithm used for designing the soft landing trajectory gives good performance on steady, efficiency and accuracy, even some practical constraints are under considered.

Key words: indirect method; two-point boundary value problem; particle swarm optimization; simplex method; combinational algorithm

近年来探月热潮再次兴起,各航天大国都提出了各自的探测计划和方案[1]. 我国的探月工程按"绕、落、回"三步走进行战略规划,目前已圆满完成了嫦娥一期绕月探测任务. 未来嫦娥二期工程将实施月面着陆任务,嫦娥三期工程进行月面无人取样返回任务. 无论是月面着陆还是取样返回,探测器都必须经历月球软着陆过程.

探测器的软着陆轨迹优化问题是一个终端时间自由的最优控制问题. 通常解决方案可分为直接法和间接法两种[2]. 直接法目前研究较多,间接法由于存在初值猜测的难题,研究相对较少,文献[3]在初值猜测技术的基础上, 利用迭代-共轭函数法打靶求解月球软着陆最优轨迹. 文献[4]则提出了使用线性摄动法在初值猜测的基础上进行软着陆轨迹优化. 但这两种方法都需要大量求解线性方程组,计算较为复杂. 近年来,遗传算法

收稿日期: 2011-06-09; **网络出版时间**: 2012-11-16 11:07

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20121116.1107.002.html

作者简介: 曹 涛(1986-),男,山东淄博人,硕士生, caotao@sa.buaa.edu.cn.

等智能优化算法因其强大的全局搜索能力而受到人们的重视. 而这些算法的改型,如模拟退火遗传算法,由于加强了局部搜索能力,在优化计算后期优势明显,得以大量应用. 但这种改进在加强算法局部搜索能力的同时会降低其全局搜索能力,易导致搜索陷入局部最优.

本文采用的间接法同样建立在初值猜测的基础之上,通过猜测有实际物理意义的控制变量初值来获得协态变量初值,然后将直接法常用的智能优化算法引入间接法中,在猜测获得的协态变量初值邻域内搜索协态变量的迭代真值,采用粒子群算法和单纯形算法接力优化的组合优化策略,充分利用粒子群算法的全局搜索能力迅速缩小搜索范围,然后利用单纯形算法的局部搜索优势快速获得优化结果. 以一种组合优化的策略使粒子群算法的全局搜索能力和单纯形算法的局部搜索能力得到最大化的发挥,减小陷入局部最优解可能性的同时加速优化的进程.

1 月球软着陆燃料最优问题

1.1 系统模型

月球软着陆任务一般从转移轨道的近月点开始,制动发动机启动,将探测器速度从接近2 000 m/s减小到0 m/s,动力下降结束于距月面两公里的高度,之后探测器根据自身敏感器信息进行姿态调整和位置调整,垂直降落至月球表面[5-6].

本文基于简化模型考虑,设定探测器制动始于100 km×15 km 转移轨道的近月点,止于月面. 从探测器制动到降落月面时间一般只要几百秒,时间较短,因而建模可以忽略月球自转、月球引力非球项等自然因素,但本文考虑发动机工作范围和燃料质量限制等工程因素. 最终该问题可以用二体模型很好的描述.

建立如图1 坐标系. 原点 O 位于月心,Oy 指向近月点的星下点,Ox 指向月球探测器运动方向. 极坐标 Or 极轴始于 Oy,正方向与探测器运动方向一致.

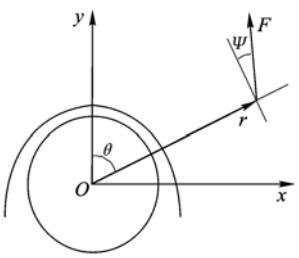


图1 月球软着陆坐标系

月球探测器质心运动方程:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{r}} &= \boldsymbol{v}\\ \dot{\boldsymbol{v}} &= \frac{\boldsymbol{F}}{m}\sin\Psi - \frac{\mu}{\boldsymbol{r}^2} + \boldsymbol{r}\boldsymbol{\omega}^2\\ \dot{\boldsymbol{\theta}} &= \boldsymbol{\omega}\\ \dot{\boldsymbol{\omega}} &= -\frac{\left(\frac{\boldsymbol{F}}{m}\right)\cos\Psi + 2\boldsymbol{v}\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{r}}\\ \dot{\boldsymbol{m}} &= -\frac{\boldsymbol{F}}{I_{\mathrm{sp}}}\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{v}$ 是探测器在月心矢径 $\boldsymbol{r}$ 方向上的速度;$\boldsymbol{\omega}$ 是探测器方位角 θ 的角速度;m 为探测器的质量;μ 为月球引力场数;$\boldsymbol{F}$ 是主发动机推力;I_{sp}为制动发动机比冲;Ψ 为推力方向角. 主发动机采用常推力控制,与探测器固连,通过姿态调整实现推力方向控制. 质心运动方程可以使用状态方程 $\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$的形式来表示,其中状态参数 $\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\theta,\boldsymbol{\omega},m]$,控制参数 $\boldsymbol{u}=[\boldsymbol{F},\Psi]$.

1.2 问题描述

软着陆轨道设计就是要寻找一种控制律 $\boldsymbol{u}$,来调整推力的大小和方向,使探测器安全着陆的同时使得燃料消耗最少. 定义如下性能泛函:

$$J = \int_0^t \dot{m}(t)\,\mathrm{d}t = -\left(m(t_0) - m(t_{\mathrm{f}})\right) \tag{2}$$

软着陆初始条件由霍曼转移轨道的近月点状态确定,终端条件为探测器安全降落月面,实现软着陆. 初始时刻定义为 $t_0=0$,终端时刻 $\boldsymbol{t}_{\mathrm{f}}$ 自由. 具体边界条件为

初始条件:

$$\boldsymbol{r}(t_0)=\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{v}(t_0)=\boldsymbol{v}_0,\theta(t_0)=\theta_0,\boldsymbol{\omega}(t_0)=\boldsymbol{\omega}_0,\ m(t_0)=m_0$$

终止条件:

$$\boldsymbol{r}(t_{\mathrm{f}})=\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}},\boldsymbol{v}(t_{\mathrm{f}})=\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}},\boldsymbol{\omega}(t_{\mathrm{f}})=\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{f}}$$

1.3 问题推导

Hamilton 函数为

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) - \frac{\boldsymbol{F}}{I_{\mathrm{sp}}} \tag{3}$$

其中,协态变量 $\boldsymbol{\lambda}=[\lambda_{\mathrm{r}},\lambda_v,\lambda_\theta,\lambda_\omega,\lambda_{\mathrm{m}}]^{\mathrm{T}}$.

协态方程为

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{x}} \tag{4}$$

横截条件:

$$\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{f}} = \frac{\partial \boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}})}{\partial \boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\rho}\left[\frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}})}{\partial \boldsymbol{x}}\right]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

其中,$\boldsymbol{\rho}$ 是拉格朗日乘子,$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}})=\boldsymbol{0}$.

经过代数变换得:

$$\boldsymbol{H} = \lambda_{\mathrm{r}}\boldsymbol{v} + \lambda_v\frac{\boldsymbol{F}}{m}\sin\Psi - \lambda_v\frac{\mu}{\boldsymbol{r}^2} + \lambda_v\boldsymbol{r}\boldsymbol{\omega}^2 +$$

$$\lambda_\theta \boldsymbol{\omega} - \lambda_\omega \frac{\boldsymbol{F}}{m\boldsymbol{r}}\cos\Psi - \lambda_\omega \frac{2\boldsymbol{v}\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{r}} - \lambda_m \frac{\boldsymbol{F}}{I_{\mathrm{sp}}} - \frac{\boldsymbol{F}}{I_{\mathrm{sp}}} \tag{6}$$

在控制输入达到最优 $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}^*(t)$, $t\in[t_0, t_{\mathrm{f}}]$时,Hamilton 函数 H 取得绝对极大值.

由 Pontryagin 极大值原理可得最优制导律:

$$\left.\begin{aligned}\Psi &= -\arctan\left(\frac{\lambda_v \boldsymbol{r}}{\lambda_\omega}\right)\\ \boldsymbol{F} &= \begin{cases}\boldsymbol{F}_{\max}, & L(t)>0\\ \boldsymbol{0}, & L(t)<0\\ \text{不定}, & L(t)=0\end{cases}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中

$$L(t)=\frac{\lambda_v \sin\Psi}{m} - \frac{\lambda_\omega \cos\Psi}{m\boldsymbol{r}} - \frac{\lambda_m}{I_{\mathrm{sp}}} - \frac{1}{I_{\mathrm{sp}}}$$

考虑制动发动机推力矢量的变化范围和变化速度的约束,可以得到如下最优制导律:

$$\left.\begin{aligned}\Psi &= \begin{cases}\Psi_i = \Psi_{i-1} + \Psi'\Delta t & \Psi_i \leqslant \Psi_{\max}\\ \Psi_{\max} & \Psi_i > \Psi_{\max}\end{cases}\\ \Psi' &= \begin{cases}[-\boldsymbol{r}\lambda_v\lambda_\theta + \boldsymbol{r}\lambda_r\lambda_\omega + \boldsymbol{v}\lambda_v\lambda_\omega - \\ \quad 2\boldsymbol{r}^2\lambda_v^2\boldsymbol{\omega} - 2\lambda_v^2\boldsymbol{\omega}]/[\boldsymbol{r}^2\lambda_v^2 + \lambda_\omega^2] & \Psi' \leqslant \Psi'_{\max}\\ \Psi'_{\max} & \Psi' > \Psi'_{\max}\end{cases}\\ \boldsymbol{F} &= \begin{cases}\boldsymbol{F}_{\max} & L(t)>0 \text{ 且 } m_0 - m < m_{\mathrm{Fuel}}\\ 0 & L(t)<0 \text{ 或 } m_0 - m > m_{\mathrm{Fuel}}\\ \text{不定} & L(t)=0 \text{ 或 } m_0 - m = m_{\mathrm{Fuel}}\end{cases}\\ L(t) &= \frac{\lambda_v \sin\Psi}{m} - \frac{\lambda_\omega \sin\Psi}{m\boldsymbol{r}} - \frac{\lambda_m}{I_{\mathrm{sp}}} - \frac{1}{I_{\mathrm{sp}}}\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

因此,在区间$[t_0, t_{\mathrm{f}}]$内若不存在 $L(t)=0$ 的子区间,则 $\boldsymbol{F}(t)$是开关函数. 制动发动机只存在两种工作状态,以最大推力工作和关机不工作. 代入最优制导律,利用边界条件,对状态方程和协态方程进行积分,即可得到最优着陆轨迹. 此时,原问题就变成了一个关于两点边值的问题.

2　组合优化策略

2.1　算法原理

在求解两点边值问题时,需要猜测协态变量的初值,而协态变量并没有实际的物理意义. 本文基于文献[7]给出的一种由初始时刻的控制变量来猜测获得协态变量初值. 然后在已获得的初值附近搜索,假设协态变量初值 $\boldsymbol{\lambda}_i=\boldsymbol{\lambda}_{i0}+\delta\boldsymbol{\lambda}_i$,其中 $\boldsymbol{\lambda}_{i0}$为协态变量猜测初值, $\delta\boldsymbol{\lambda}_i$ 为修正量. 这样就将最优控制问题转化为寻找最优参数 $\delta\boldsymbol{\lambda}_i$,使状态变量终值满足边界条件,同时使得性能函数值最小.

最优参数 $\delta\boldsymbol{\lambda}_i$ 的搜索过程由粒子群算法和单纯形算法完成,状态变量的终值约束通过罚因子体现到性能函数中,即

$$J = J_0 + \alpha_1 \mid \boldsymbol{r}(t_{\mathrm{f}}) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{f}} \mid + \alpha_2 \mid \boldsymbol{v}(t_{\mathrm{f}}) - \boldsymbol{v}_{\mathrm{f}} \mid + \alpha_3 \mid \boldsymbol{r}(t_{\mathrm{f}})\boldsymbol{\omega}(t_{\mathrm{f}}) - \boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{f}} \mid \tag{9}$$

其中,α_1,α_2,α_3 为罚因子,该性能函数即可作为优化算法的适应度函数.

2.2　算法实现

关于月球软着陆最优轨道设计的文献中,大多对遗传算法等全局优化算法进行改进,增强其局部搜索能力. 但全局搜索能力与局部搜索能力二者互为矛盾,此长彼消,所以,对全局算法的改进只能达到折衷的能力平衡. 本文采取的优化策略是使用全局优化方法和局部优化方法接力的组合优化策略. 优化流程如图 2 所示.

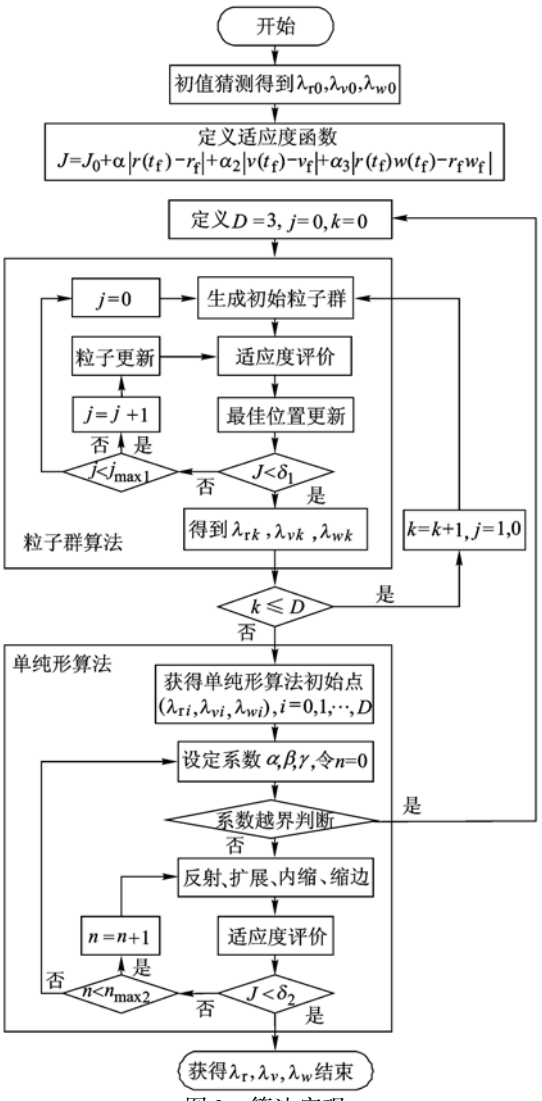


图 2　算法实现

首先为优化算法定义包含约束条件的适应度函数,即公式(9),利用初值猜测得到协态变量猜测值初始化优化变量,设置优化算法切换条件及

各优化算法初始参数.

然后,生成初始粒子群,设定较少的进化世代数,只利用粒子群算法的全局搜索能力,以较少的时间代价计算获得一组比较接近真实最优解的协态变量初值,重复该步骤直到获得所有 $n+1$ 组优化的协态变量. n 为优化变量的维数.

最终,将粒子群算法得到的 $n+1$ 组协态变量值作为单纯形算法的 $n+1$ 个初始边界点,由于该初始点已经是粒子群优化得到的次优结果,因而初始单纯形已经非常逼近或包含最优结果,局部最优解就是其全局最优解的可能性非常大,此时使用单纯形算法可以充分发挥其局部搜索能力,快速准确的获得结果.

如果获得的结果满足边界条件,则该结果就是最优结果,否则返回粒子群算法重新计算.

3 系统仿真

假设探测器动力下降始于转移轨道近月点,即月面 15 km 高度,终止于月面. 月球平均半径为 1 738 km. 月球引力常数 $\mu=4.9028\times10^{12}\ \mathrm{m^3/s^2}$. 主发动机采用常推力控制,推力 1 500 N,比冲300 s. 状态变量初值和终值分别为

初始条件:

$$\boldsymbol{r}_0 = 1\,753\,000\ \mathrm{m},\boldsymbol{v}_0 = 0\ \mathrm{m/s},\theta_0 = 0\ \mathrm{rad},$$

$$\boldsymbol{\omega}_0 = 9.653\,553\,676\times10^{-4}\ \mathrm{rad/s}$$

终止条件:

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{f} = 1\,738\,000\ \mathrm{m},\boldsymbol{v}_\mathrm{f} = 0\ \mathrm{m/s},\boldsymbol{\omega}_\mathrm{f} = 0\ \mathrm{rad/s}$$

3.1 仿真结果

由于终端时间自由,而打靶法需要对动力学模型进行前向积分,因此,必须对着陆时间进行估计. 本文采用文献[3]中根据将制动推力用于抵消水平速度的假设进行估算:

$$t_\mathrm{f} = t + \left[1 - \mathrm{e}^{\frac{v_\mathrm{h}(t_\mathrm{f})-v_\mathrm{h}(t)}{c}}\right]\frac{Cm(t)}{\boldsymbol{F}_{\max}} \qquad (10)$$

其中,$C=I_{\mathrm{sp}}\boldsymbol{g}_\mathrm{E}$;$\boldsymbol{g}_\mathrm{E}$ 为地球上的重力加速度.

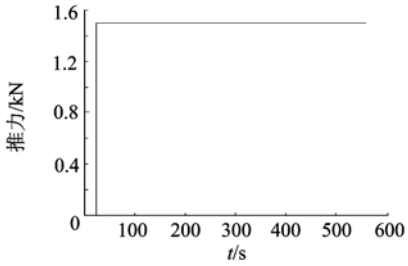
由横截条件及协态方程可知 $\lambda_\theta=0$,可取$\lambda_m=1\,000$. 通过初值猜测获得其余协态变量值和优化得到的迭代真值如表 1 所示,仿真得出的月球软着陆最优曲线如图 3 所示.

表 1 协态变量初值

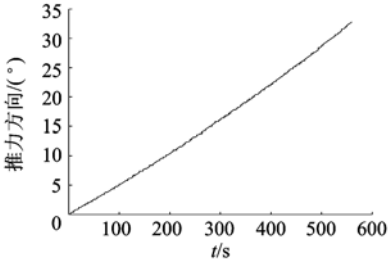
协态变量值	λ_r	λ_v	λ_ω
猜测值	−0.194 708	90.644 2	$-3.549\,62\times10^8$
迭代真值	−0.567 358	9.048 43	$-3.566\,05\times10^8$

3.2 结果分析

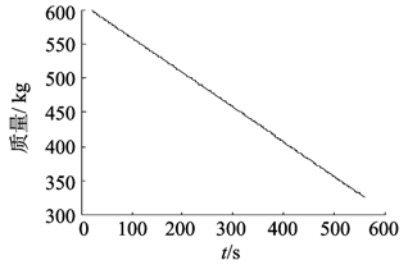
本文优化策略与其他算法的结果比较如表 2 所示.



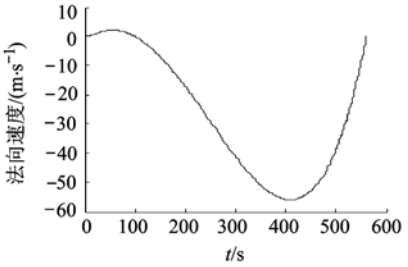
a 标称轨迹-推力



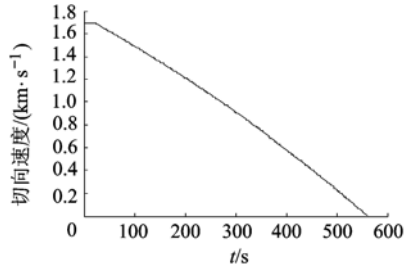
b 标称轨迹-推力方向



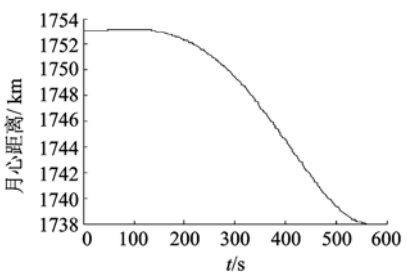
c 标称轨迹-质量



d 标称轨迹-法向速度



e 标称轨迹-切向速度



f 标称轨迹-月心距离

图 3 控制变量及状态变量变化曲线

表 2　各优化结果对比

算法	燃料消耗/kg	着陆径向速度/(m·s^{-1})	着陆切向速度/(m·s^{-1})	着陆月心距离/m	优化时间/s	迭代次数
组合优化	274.724	−0.045 108 6	0.400 251	1 738 000.319	969.271	243.3+1 000
粒子群算法	274.919	−0.291 745	1.031 93	1 738 000.528	1 934.156	1 000
单纯形算法(近)	275.230	0.384 233	−1.987 40	1 737 999.512	27.297	1 000
单纯形算法(远)	276.249	1.280 519	−3.942 247	1 738 131.004	56.828	2 000

从表 2 对比优化结果可以看出,组合优化、粒子群算法和单纯形算法(近)最终的优化结果都能满足终端约束,但粒子群算法由于后期局部搜索能力较差,造成算法迭代次数巨大,花费时间过长;而单纯形算法(近)要求初始位置非常接近真值,此时单纯形算法的局部搜索优势和速度优势得以体现,但过高的初值要求导致其应用局限很大,因为初值猜测技术难以提供如此接近的初值,一旦初值猜测偏差较大,单纯形算法将极易陷入局部最优解,无法满足终端边界条件,即出现单纯形算法(远)的情况.

本文使用的组合优化策略综合两者的优点,充分利用粒子群算法的全局搜索能力迅速缩小搜索范围,为单纯形算法提供非常接近真值的初始点,然后借助单纯形算法的局部快速搜索优势迅速获得迭代真值. 所需迭代次数少而精度高,对优化初始点敏感性较差,而适应度高. 从对比可以看出本文所使用的优化策略具有一定的优势.

4　结　论

本文在忽略月球自转等自然因素影响的基础上,考虑了制动发动机推力矢量变化范围、变化速度的约束和燃料质量限制等工程因素,建立探测器与月球的二体模型,应用 Pontryagin 极值原理设计月球软着陆燃料最优轨迹,把求解含有性能指标的泛函最优化问题归结为求解有限个变量的某个函数的极值问题. 然后基于初始时刻控制变量的值来猜测协态变量,最后使用组合优化策略在猜测值邻域内获得协态变量真值,仿真计算证明该优化方法在考虑一些实际工程约束的情况下,求解月球软着陆优化轨迹具有一定的优势.

参考文献 (References)

[1] Brady T, Paschall S, Crain T P. GN&C development for future lunar landing missions [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Toronto: AIAA, 2010

[2] Biegler L T. An overview of simultaneous strategies for dynamic optimization[J]. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 2007, 46(11): 1043−1053

[3] 王大轶,李铁寿,马兴瑞. 月球最优软着陆两点边值问题的数值解法[J]. 航天控制,2000,3:44−49
Wang Dayi, Li Tieshou, Ma Xingrui. Numerical solution of TPBVP in optimal lunar soft landing[J]. Aerospace Control, 2000, 3:44−49(in Chinese)

[4] 赵吉松,谷良贤,潘雷. 月球最优软着陆两点边值问题的数值解法[J]. 中国空间科学技术,2009,4:21−27
Zhao Jisong, Gu Liangxian, Pan Lei. Numerical solution of TPBVP for optimal lunar soft landing[J]. Chinese Space Science and Technology, 2009, 4:21−27(in Chinese)

[5] Sostaric R R. Powered descent trajectory guidance and some considerations for human lunar landing [C]//AAS 30th Annual AAS Guidance and Control Conference. Colorado: AAS, 2007

[6] Lee A Y. Fuel-efficient descent and landing guidance logic for a safe lunar touchdown [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Portland: AIAA, 2011

[7] Yan Hui, Wu Hongxin. Initial adjoint variable guess technique and its application in optimal orbital transfer [R]. AIAA-98-4551, 1998

(编　辑:张　嵘)