基于共振三波的大涡模拟壁面模型

张 楠 叶 建

(重庆电子工程职业学院 汽车工程系, 重庆 401331) (重庆大学 动力工程学院, 重庆 400030)

陆利蓬

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 大涡模拟的一个重要发展方向是处理工程流动问题,但高雷诺数下近壁湍流边界层对计算网格的过高要求成为制约其应用的主要瓶颈;要减少计算量,构建合理且能够正确反映近壁湍流动力学特性的壁面模型是一条有效途径. 在此背景下,构造了一种计算中便于实现的基于共振三波的壁面模型. 通过对充分发展槽道湍流算例的研究,完成了对该模型构造方法、方案的论证和验证计算. 结果表明使用壁面模型后,在减少计算量的同时,定性和定量的结果均较为合理,能够得到重要的瞬态特征结构和正确的一阶、二阶统计量,从而部分验证了该方法的有效性.

关 键 词: 湍流; 数值模拟; 壁面模型; 大涡模拟

中图分类号: O 357.5

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2012)12-1644-05

Wall model for large-eddy simulation based on resonant triad waves

Zhang Nan

(Department of Automotive Engineering, Chongqing College of Electronic Engineering, Chongqing 401331, China)

Ye Jian

(College of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Lu Lipeng

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Large-eddy simulations (LES) were developed to deal with engineering problems in recent decades. The cost of LES of wall-bounded flows depended strongly on the Reynolds number. Wall models to bypass the wall layer and contain adequate near-wall region kinetics were required to perform high-Reynolds-number LES at a reasonable cost. For this purpose, the wall model based on resonant triads was constructed, which was easier to perform in numerical simulations. The methodologies and key strategies of the model were described and the results of full-developed channel flows show that typical structures of the main flow are reasonable compared with well-resolved examples (without wall-models) and significant first- and second-order statistics are consistent well with well-resolved results.

Key words: turbulence; numerical simulation; wall model; large-eddy simulation

高雷诺数条件下,用大涡模拟(LES, Large-Eddy Simulation)方法处理近壁湍流边界层,对网格分辨率的苛刻要求严重限制了其在工程实际中的应用. 为减少计算量,对高雷诺数流动问题最有效的处理方法之一是只对边界层外区流动进行直接计算,而在内区则采用模型模拟. 目前传统的

收稿日期: 2011-09-18; **网络出版时间**: 2012-12-20 17:22

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20121220.1722.001.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50476004, 11072248)

作者简介: 张 楠(1981-),男,河北秦皇岛人,副教授,ZN_CmoCn@163.com.

LES 壁面模型存在精确度低、通用性差等问题,主要原因是壁面模型固然减少了近壁区的网格数和计算量,但也忽略了近壁区湍流丰富的大尺度运动结构,而这些结构对于构建精确壁面模型是非常重要的. 因此,发展壁面模型的一个重要方向是使其能够体现并载入近壁区的主要动力学性质,这对于 LES 的工程应用有着重要意义.

文献[1]提出可通过建立低维动力学系统来实现此目的;在研究由共振三波理论模型发展得到近壁区相干结构的基础上,张楠等提出通过近壁区相干结构引入更多物理机制、实现在 LES 中应用的新型壁面模型,该项工作取得了一定进展[2].

据此,从工程应用角度出发,本文进一步尝试直接基于共振三波构造壁面模型,并对此方法进行较为系统地研究,计算结果初步显示新壁面模型在 LES 计算中可以实现预期目的.

1　大涡模拟方法及算例简介

本文的大涡模拟计算基于文献[3]发展的 LES 程序,相关的更详细内容可参见文献[3],本文仅对基本的数值方法做必要介绍.

1.1　控制方程及亚格子模型

对可压缩的 N-S 方程组进行无量纲化,定义 Favre 滤波 $\tilde{\phi}=\overline{\rho\phi}/\bar{\rho}$,忽略某些小项,滤波后的 N-S 方程组可以写为

$$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j)=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{u}_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j)=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial\bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j}-\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\sigma}_{ij}-\tilde{\sigma}_{ij}) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{E})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{E})=-\frac{\partial\bar{q}_j}{\partial x_j}-\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{p}\tilde{u}_j)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\sigma}_{ij}\tilde{u}_i)-\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{E}-\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{E})-\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{q}_j-\tilde{q}_j)-\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{pu_j}-\bar{p}\tilde{u}_j)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\sigma_{ij}u_i}-\tilde{\sigma}_{ij}\tilde{u}_i) \tag{3}$$

封闭上述方程组须对亚格子应力和热通量项进行模化. 本文采用如下形式的动力涡粘模型:

$$\tau_{ij}-\frac{\delta_{ij}}{3}\tau_{kk}=-C2\bar{\rho}\Delta^2|\tilde{S}|\left(\tilde{S}_{ij}-\frac{\delta_{ij}}{3}\tilde{S}_{kk}\right)$$

$$\tau_{kk}=C_I2\bar{\rho}\Delta^2|\tilde{S}|^2$$

$$Q_j=\frac{\bar{\rho}v_T}{Pr_T}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j}=-C\frac{\Delta^2\bar{\rho}|\tilde{S}|}{Pr_T}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j}$$

各项的具体含义及系数参见文献[4].

1.2　数值格式

将封闭的大涡模拟控制方程组写成积分形式,用有限体积法离散. 对流项采用四阶偏斜对称型的中心格式[5],粘性项采用二阶中心格式,时间推进采用三阶三步的紧致 Runge-Kutta 方法[6]. 为了保证格式的稳定性,在方程中加入了文献[7]提出的矩阵人工耗散.

1.3　槽道湍流算例

本文算例均为槽道湍流. 原始槽道湍流既是程序的验证算例,其计算结果也作为后续壁面模型计算算例的比较对象和平均量的数据来源. 为便于描述,原始算例在本文称为 C0 算例,计算域大小为 $4\pi\times2\times4\pi/3$,3 个方向控制体数目为 64×64×64,计算雷诺数 $Re=3000$,马赫数为 0.5,计算的时间步长 $\Delta t=0.003$. 槽道的流向和展向为统计均匀方向,网格等间距分布,采用周期性边界条件;法向对近壁区域加密,采用等温无滑移边界条件. 计算域及网格如图 1 所示.

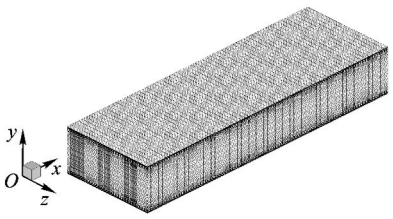


图 1　槽道计算域及计算网格

图 2 给出了流向平均速度剖面的计算结果,能够看到计算结果与经验公式和 KMM(Kim, Moin, Moser)数据库符合得很好[8]. 图 3 是无量纲化雷诺应力沿法向的分布. 和 KMM 数据库结果比较可以看出,在整体的发展趋势上十分相似. 有关槽道湍流的详细介绍可参见文献[3]. 槽道湍流 C0 的统计和瞬时计算结果验证了程序的可靠性.

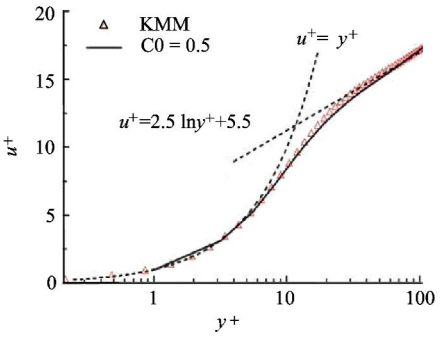


图 2　流向平均速度剖面对比

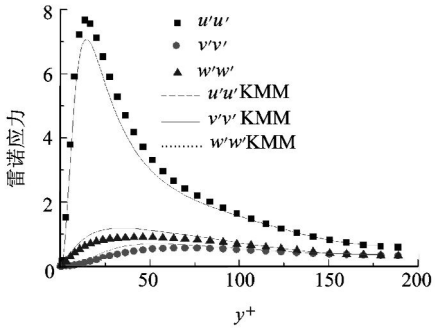


图 3 无量纲化雷诺应力分布

2 壁面模型的评价标准及构造方案

从理论研究的角度出发,针对典型算例验证壁面模型效果的方法是将使用壁面模型的 LES 计算结果同实验或数值模拟(resolved LES 或 DNS)的结果比较. 传统意义上,比较的对象便是这些模型所需反映的平均量信息,典型的平均量信息包括:槽道湍流计算中的流向速度一阶统计量[9-10];后台阶流动中的表面摩擦系数沿流向分布、典型结构信息如再附点位置等;机翼尾缘表面摩擦系数分布等.

对于主流区计算结果的验证,除了上述一阶统计信息外(如流向速度一阶统计量),由于主流区计算基于 LES,因而还需要更加关注与湍流信息有关的量,此时通常将主流区计算得到的典型结构的瞬态结果以及高阶统计结果如雷诺应力等作为主要的比较对象[11-13].

本文工作从理论研究的角度出发,将共振三波所包含的近壁区大尺度结构信息,采用脱离壁面边界条件(off-wall boundary conditions)的方法,构造壁面模型,提供给主流区计算. 该方法由斯坦福大学湍流研究中心(CTR,Center for Turbulence Research)的学者最早提出[1,14],目的是为了在单一网格计算下同时实现减少计算量和得到主流区大涡模拟准确计算结果. 在计算过程中,边界处所提供的不再是壁面边界条件,而是应该能反映当地流动性质的各种随时间推进不断演化的瞬时流动参数. 因而本文新型壁面模型与传统壁面模型的重要区别是关注壁面模型能否提供"适当"的扰动量信息,这是传统壁面模型基于"平均作用效果"所不能实现的. 本文计算结果比较的对象为已有的数值模拟结果,包括 resolved LES,DNS 或经典壁面率. 比较的内容首先是一阶统计信息,其次,更为重要的是比较二阶统计信息即雷诺应力项及主流区各类结构的瞬态结果,这些结果同扰动量直接相关,体现了新型壁面模型的意义.

3 基于共振三波壁面模型构造方法

3.1 共振三波的特征描述

本工作采用的共振三波形式如式(4)所示:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{RT}} = a_{\mathrm{M}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{M}}\exp[\mathrm{i}(\alpha_{\mathrm{M}}x + \beta_{\mathrm{M}}z - \omega_{\mathrm{M}}t + \theta_{\mathrm{M}})] + a_{\mathrm{R}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}\exp[\mathrm{i}(\alpha_{\mathrm{R}}x + \beta_{\mathrm{R}}z - \omega_{\mathrm{R}}t + \theta_{\mathrm{R}})] + a_{\mathrm{L}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{L}}\exp[\mathrm{i}(\alpha_{\mathrm{L}}x + \beta_{\mathrm{L}}z - \omega_{\mathrm{L}}t + \theta_{\mathrm{L}})] \quad (4)$$

式中,M,R,L 分别表示中、右、左 3 个波,三波应满足共振关系;a 为波的幅值. 具体参数如表 1 所示,初始幅值均取为 1.0,初始相位取为 0. 参数的选取参考了文献[15].

表 1 构造壁面模型所采用共振三波的各项参数

三波	a	α_{r}	β_{r}	ω
中间波	1.0	1.620	0.200	0.500
左波	1.0	0.820	1.932	0.255
右波	1.0	0.800	−1.732	0.245

壁面模型采用 Dirichlet 边界条件的形式,滑移速度由平均量和扰动量两部分组成,即

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{U} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{RT}} \quad (5)$$

其中,$\boldsymbol{u}=(u,v,w)^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{U}=(U,V,W)^{\mathrm{T}}$ 是平均速度,由 resolved LES 槽道计算结果 C0 提供;$\boldsymbol{u}_{\mathrm{RT}}$ 是扰动量,形式如式(4),由表 1 中参数确定,下标 RT 代表共振三波(Resonant Triads).

3.2 壁面模型的构造方法

本文对传统 off-wall boundary conditions 加以改进,提出了优化控制(optimal controlling)的方法. 程序中加载壁面模型的方法如下:从壁面到第 1 网格点之间取 3 层网格点,网格点的法向位置分别为 $y^+=2,12,35$. 确定这 3 个位置的方法是取能够包含更多近壁区结构信息的法向空间位置,同时也是运动状态最为活跃,最具代表性的位置. 这些都是在对共振三波和槽道湍流进行分析后得到的[16]. 这 3 层网格点不参与计算,实际的计算域仍是第 1 网格点及其以上的区域,这 3 层网格点实际上取代了原计算程序中虚网格[3]的作用,同时又包含了空间位置和几何结构信息,可参考图 4 加以理解.

结合此方法,进一步确定式(4)中 3 个波的幅值:由于共振三波特征值只能给出归一化的三波分布形状,其具体幅值必须给定. 上述选择的 3 个网格点分别位于 $y^+=2,12,35$,这 3 个位置处的雷诺应力值(如$\overline{u'u'}$)在 C0 中是已知的. 因此可以对共振三波的扰动量也做时空平均,求出其二阶统计量,使之与已知位置点的雷诺应力值相等,于是便能得到对应于 3 个幅值的方程组(6). 这样在程序中可以解出 3 个幅值.

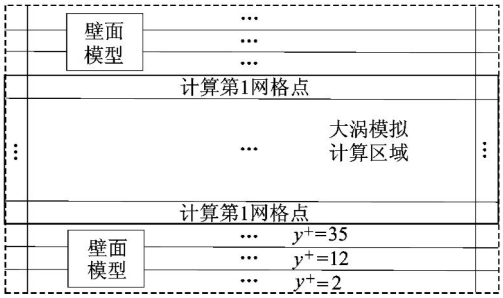


图 4　优化控制方法壁面模型示意图

$$\begin{bmatrix} \frac{u_{\mathrm{M}}^2(2)}{\omega_{\mathrm{M}}} & \frac{u_{\mathrm{L}}^2(2)}{\omega_{\mathrm{L}}} & \frac{u_{\mathrm{R}}^2(2)}{\omega_{\mathrm{R}}} \\ \frac{u_{\mathrm{M}}^2(12)}{\omega_{\mathrm{M}}} & \frac{u_{\mathrm{L}}^2(12)}{\omega_{\mathrm{L}}} & \frac{u_{\mathrm{R}}^2(12)}{\omega_{\mathrm{R}}} \\ \frac{u_{\mathrm{M}}^2(35)}{\omega_{\mathrm{M}}} & \frac{u_{\mathrm{L}}^2(35)}{\omega_{\mathrm{L}}} & \frac{u_{\mathrm{R}}^2(35)}{\omega_{\mathrm{R}}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{\mathrm{M}}^2 \\ a_{\mathrm{L}}^2 \\ a_{\mathrm{R}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\mathrm{rms}}^2(2) \\ u_{\mathrm{rms}}^2(12) \\ u_{\mathrm{rms}}^2(35) \end{bmatrix} \tag{6}$$

此方法是经过大量计算和研究比较最终得到的,更详尽的构造过程可参见文献[16].

使用壁面模型后控制体数目为 64×58×64,相较于 C0 算例计算量减少约 9.4%,壁面模型带来的好处似乎并不明显. 但注意到本文算例的雷诺数仅 3 000,与典型工程流动问题雷诺数存在很大差异,伴随雷诺数增高,以壁面粘性尺度定义的边界层对数区范围不断扩大,由于本文模型的边界位于对数区,将其向对数区外缘推进显然会节省更多网格点;另一方面,文献[17]的估计表明:雷诺数为 10^6 量级的湍流边界层,99% 的网格点都被用来分辨只占边界层厚度 10% 的内区. 由此可见,对于典型的高雷诺数流动问题,采用壁面模型后可预期的潜在收益将非常显著.

4　计算结果

计算结果显示流向速度一阶统计量与 resolved LES 算例 C0 基本一致(如图 5,图中 Cwoc 表示使用壁面模型、优化控制方法),这与文献[2]中基于相干结构的壁面模型也能获得这一结果的结论是一致的. 本文的重点是对瞬态结果和二阶统计量——雷诺应力计算结果与 C0 作进一步的比较分析.

图 6 是充分发展阶段某时刻不同法向位置处 x-z 截面上的流向速度分布,可以看到在 $y^+=46$ 处(法向第 2 计算网格点),有明显的慢速条纹间隔分布,随着法向位置的升高,慢速条纹逐渐成团状直至消失. 这与目前公认的结论是一致的. 特别是 $y^+=46$ 处出现的两条明显的慢速条纹,与一对发卡涡的涡腿十分一致,这说明基于共振三波的壁面模型所提供的流动参数很好地体现了壁面附近涡结构的作用. 本文意图通过新型壁面模型,提供以往基于平均作用效果的传统壁面模型所不能提供的扰动量信息给主流区计算,将近壁区的主要物理机制注入主流区,对其施加积极的影响,图 6的瞬态结果从一个角度反映了此目的在一定程度上得以实现.

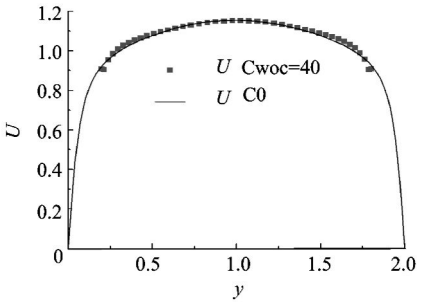
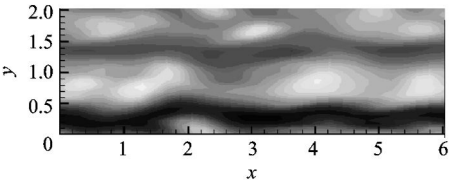
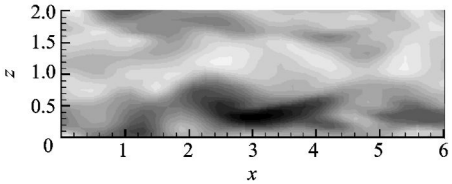


图 5　平均流向速度剖面



a　$y^+=46$



b　$y^+=115$

图 6　不同法向位置处流向速度分布

二阶统计量在以往采用 off-wall boundary conditions 的计算中,很少获得准确的结果[14-18]. 本文采用优化控制方法对其加以改进后,计算结果中$\overline{u'u'}$,$\overline{w'w'}$取得了和 C0 十分接近的结果,如图 7、图 8 所示. 这也体现了新型壁面模型向主流区引入了正确的扰动量信息.

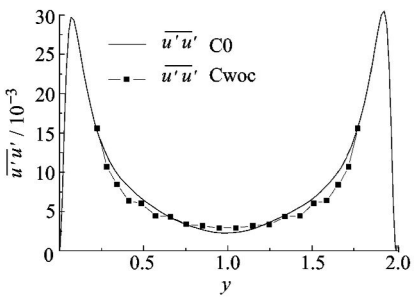


图 7　使用优化控制方法,$\overline{u'u'}$计算结果

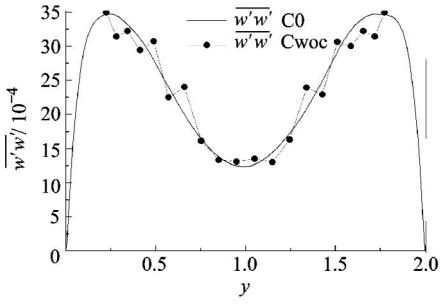


图8 使用优化控制方法,$\overline{w'w'}$计算结果

5 结 论

本文基于共振三波构造大涡模拟壁面模型,通过槽道湍流的验证计算并对计算结果进行瞬态结构与统计量分析,结果表明:共振三波本身形式简单,与目前其他构造壁面模型或函数的方法如混合多尺度网格、混合多方程(函数)方法等相比较[19-20],在计算中具有较好的可操作性,且不需要任何庞大的背景数据库. 计算结果显示,通过采用优化控制方法,共振三波所引入的扰动量各参数在物理性质与空间分布位置上与其所要代表的近壁区特征结构更为接近. 一阶、二阶统计量及瞬态结构均能取得合理的结果,说明此壁面模型一定程度上向主流区计算正确地反映了近壁区各类大尺度结构的作用和影响.

参考文献(References)

[1] Baggett J S. Some modeling requirements for wall models in large eddy simulation[EB/OL][2012-06-18]. http://www.stanford.edu/group/ctr

[2] 张楠,刘凯,陆利蓬,等. 基于相干结构的大涡模拟壁面模型[J]. 北京航空航天大学学报,2008,34(1):5-8
Zhang Nan, Liu Kai, Lu Lipeng, et al. Wall model in LES based on coherent structures [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(1): 5-8(in Chinese)

[3] 叶建. 非定常环境中叶片边界层时空演化机制的大涡模拟[D]. 北京:北京航空航天大学能源与动力工程学院,2008
Ye Jian. Large-eddy simulation of blade boundary layer spatio-temporal evolution under unsteady disturbances [D]. Beijing: School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008(in Chinese)

[4] Martín M P, Piomelli U, Candler G V. Subgrid-scale models for compressible large-eddy simulations[J]. Theoret Comput Fluid Dynamics, 2000(13): 361-376

[5] Ducros F, Laporte F, Soulã¨res T, et al. High-order fluxes for conservative Skew-Symmetric-like schemes in structured meshes: application to compressible flows [J]. Journal of Computational Physics, 2000, 161(1): 114-139

[6] Mary I, Sagaut P. Large eddy simulation of flow around an airfoil [R]. AIAA-2001-2001, 2001

[7] Swanson R E. On central-difference and upwind schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1992(101): 292-306

[8] Moser R D, Kim J, Mansour N N. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re = 590$ [J]. Physics of Fluids, 1999, 11(4): 943-945

[9] Cabot W. Large-eddy simulations with wall models[C]// Moin P. Annual Research Briefs. Stanford: Stanford Univ CA, 1995: 41-50

[10] Nikitin N V, Nicoud F, Wasistho B, et al. An approach to wall modeling in large-eddy simulations [J]. Physics of Fluids, 2000, 12(7): 1629-1632

[11] Baggett J S, Nicoud F, Mohammadi B, et al. Sub-optimal control based wall models for LES-including transpiration velocity [C]//Proc Summer Program. Stanford: Stanford Univ, CA, 2000: 331-342

[12] Nicoud F, Baggett J S, Moin P, et al. Large eddy simulation wall-modeling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation [J]. Physics of Fluids, 2001, 13(10): 2968-2984

[13] Kravchenko A G, Moin P, Moser R. Zonal embedded grids for numerical simulations of Wall-Bounded turbulent flows [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 127(2): 412-423

[14] Jiménez J, Vasco C. Approximate lateral boundary conditions for turbulent simulations[C]// Moin P, Reynolds W C. In Studying Turbulence Using Numerical Simulation VII. Stanford: Stanford Univ, CA, 1998: 399-412

[15] Zhou Heng, Lu Changgen, Luo Jisheng. Modeling of individual coherent structures in wall region of a turbulent boundary layer [J]. Science in China. Series a, Mathematics, Physics, Astronomy, 1999, 42(6): 627-635

[16] 张楠. 基于相干结构的大涡模拟壁面模型研究[D]. 北京:北京航空航天大学能源与动力工程学院,2009
Zhang Nan. Coherent structures based wall models for large-eddy simulation[D]. Beijing: School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009(in Chinese)

[17] Ugo P. Wall-layer models for large-eddy simulations[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2008, 44(6): 437-446

[18] Nicoud F, Winckelmans G, Carati D, et al. Boundary conditions for LES away from the wall[C]//Proc Summer Program. Stanford: Stanford Univ, CA, 1998: 413-422

[19] Gul G A, Suresh M. A new two-scale model for large eddy simulation of wall-bounded flows [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2010, 46(1): 28-45

[20] Duprat C, Balarac G, Métais O, et al. A wall-layer model for large-eddy simulations of turbulent flows[J]. Physics of Fluids, 2011, 23(1): 015101

(编 辑:张 嵘)