无人机全包线模糊 T-S 建模

刘 智 王 勇

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对无人机大包线一体化飞行控制要求,提出全包线模糊 T-S(Takagi-Sugeno)建模方法. 该方法根据非仿射系统的局部线性化原理,将模糊 T-S 建模转化为仅对模糊规则中隶属度函数的中心和宽度的优化过程,优化的代价函数为模糊 T-S 模型对无人机全包线稳定性和操纵性的逼近误差的加权值. 基于敏感度逐步扩展前件变量的模糊集以实现全局优化,确定模糊规则的数量和隶属度函数的初值. 采用对正则因子启发式调整的 Levenberg-Marquardt 算法进行快速的局部优化. 算例表明,建模算法收敛迅速,所建立的模糊 T-S 模型采用少量模糊规则实现了对无人机全包线稳定性和操纵性的高精度逼近,适用于无人机全包线一体化控制.

关 键 词: 局部线性化; 模糊 T-S 模型; 全飞行包线; Levenberg-Marquardt 算法

中图分类号: V 249

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2013)09-1181-06

Design of fuzzy T-S model of unmanned aerial vehicle in full envelope

Liu Zhi Wang Yong

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The method of constructing fuzzy T-S model in full envelope was designed for the integrated flight control of unmanned aerial vehicle (UAV) in entire envelope. Based on the local linearization of non-affine system, the design of fuzzy T-S model was transformed to the optimization of the centers and width of membership functions, with the weighted approximation errors of the stability and handing performances of UAV as cost function. The global optimization was conducted via extension of fuzzy sets of premise variables according to the sensitivity, providing the number of fuzzy rules and initial value of membership functions. Fast local optimization was performed employing Levenberg-Marquardt algorithm with the heuristic modification of regular factor. The example shows the algorithm converges rapidly, and that the fuzzy T-S model constructed realizes high-precision approximation of stability and handing performances of UAV in full envelope with less fuzzy rules, which is suitable for the integrated control of UAV in full envelope.

Key words: local linearization; fuzzy T-S model; full flight envelope; Levenberg-Marquardt algorithm

当今复杂的侦查和作战环境,要求无人机的飞行包线不断扩展. 而无人机的气动特性随马赫数、高度和迎角剧烈变化,给控制律设计带来极大挑战. 工程上根据马赫数和高度进行增益调参的方法设计繁琐且无法保证全包线的稳定性[1]. 许多学者基于线性变参数(LPV, Linear Parameter Varying)系统,设计保证全包线稳定的自增益调度控制器,但 LPV 模型依赖平衡点且控制器受到调度参数变化率的限制[2].

基于模糊 T-S(Takagi-Sugeno)模型的控制是采用隶属度函数将一系列局部线性模型平滑连接起来,根据平行分布式补偿原理将状态反馈控制、鲁棒控制、跟踪控制或自适应控制理论应用于非线性系统的控制技术[3],克服了 LPV 在建模与控

收稿日期: 2012-11-22; **网络出版时间**: 2013-01-23 09:48

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20130123.0948.005.html

作者简介: 刘 智(1986-),男,山东泰安人,博士生,liuzhi747@gmail.com.

制中的不足,适用于无人机全包线的高性能控制.

虽然模糊 T-S 模型能以任意精度逼近非线性系统整个工作空间的动态特性[4],但如何建立模糊规则数量少,逼近精度高的模糊 T-S 模型是模糊 T-S 系统设计的难点. 文献[5]中局部线性化模型依赖平衡点. 文献[6]的局部线性化方法限制为仿射系统,采用经验法设计隶属度函数,其模糊规则数量多且逼近精度差. 模糊 c-均值聚类法[7]与神经网络学习法[8]采用梯度下降算法或者最小二乘算法同步优化隶属度函数的参数和局部连接权值,由于调整参数过多导致学习缓慢,容易陷入局部最优,且依赖初始模糊规则数量和隶属度函数参数的初值.

针对模糊 T-S 建模存在的问题和无人机全包线一体化控制的要求,本文提出一种新的模糊 T-S 建模算法,能够采用少量模糊规则实现对无人机全包线动态特性的高精度逼近.

1 无人机的模糊 T-S 模型

大包线无人机非线性动力学方程可表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) + \boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$ 为无人机的状态矢量;$\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^m$ 为控制矢量;$\boldsymbol{G}(\cdot)$ 为动力学函数矢量;$\boldsymbol{F}(\cdot)$ 为稳定性动力学函数矢量;$\boldsymbol{T}(\cdot)$ 为操纵性动力学函数矢量. 由文献[4]可知,式(1)可由 N 条模糊规则所确定的模糊 T-S 模型进行逼近:

R_l:如果 z_1 是 F_1^l 且 z_2 是 F_2^l 且…且 z_K 是 F_K^l,则

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_l\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_l\boldsymbol{u} \tag{2}$$

其中,$\boldsymbol{z}=[z_1,z_2,\cdots,z_K]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^K$ 为前件矢量;F_k^l 为模糊集;$\boldsymbol{A}_l,\boldsymbol{B}_l$ 分别为第 l 条模糊规则的局部稳定矩阵和操纵矩阵,对应局部连接权值.

上述模糊 T-S 系统可以表示为 4 层动态模糊神经网络的形式:

第 1 层:隶属度函数层.

$f_k^l(z_k)$ 是第 l 条模糊规则中第 $k(k\leqslant K)$ 个前件变量 z_k 对模糊集 F_k^l 的隶属度函数:

$$f_k^l(z_k) = \exp\left[-\left(\frac{z_k-\bar{z}_k^l}{\sigma_k^l}\right)^2\right] \tag{3}$$

其中,$\bar{z}_k^l,\sigma_k^l$ 分别为高斯隶属度函数 $f_k^l(z_k)$ 的中心和宽度,且 $z_{k\min}\leqslant z_k\leqslant z_{k\max}$,$\Delta z_k = z_{k\max}-z_{k\min}$,$z_{k\max}$,$z_{k\min}$ 分别为 z_k 的最大值和最小值.

前件变量选自无人机的状变态量和控制变量 $\boldsymbol{z}=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,故 $K=m+n$. 前件变量隶属度函数的参数矢量 $\boldsymbol{v}=[\bar{\boldsymbol{z}}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 其中,隶属度函数的中心矢量 $\bar{\boldsymbol{z}}=[\bar{z}_1^1,\bar{z}_2^1,\cdots,\bar{z}_K^1,\bar{z}_1^2,\bar{z}_2^2,\cdots,,\bar{z}_K^2,\cdots,\bar{z}_1^N,\bar{z}_2^N,\cdots\bar{z}_K^N]^{\mathrm{T}}$;宽度矢量 $\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_1^1,\sigma_2^1,\cdots,\sigma_K^1,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\cdots,\sigma_K^2,\cdots,\sigma_1^N,\sigma_2^N,\cdots,\sigma_K^N]^{\mathrm{T}}$.

第 2 层:前件 T-范数算子层.

$$w_l(\boldsymbol{z}) = \prod_{k=1}^{K} f_k^l(z_k) \quad l=1,2,\cdots,N \tag{4}$$

第 3 层:归一化隶属度层.

$$\mu_l(\boldsymbol{z}) = \frac{w_l(\boldsymbol{z})}{\sum_{l=1}^{N} w_l(\boldsymbol{z})} \quad l=1,2,\cdots,N \tag{5}$$

第 4 层:加权逼近层.

$$\left.\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= \sum_{l=1}^{N}\mu_l(\boldsymbol{z})\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{x}\\ \tilde{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= \sum_{l=1}^{N}\mu_l(\boldsymbol{z})\boldsymbol{B}_l\boldsymbol{u}\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中,$\tilde{\boldsymbol{F}}(\cdot),\tilde{\boldsymbol{T}}(\cdot)$ 分别为模糊 T-S 模型对 $\boldsymbol{F}(\cdot),\boldsymbol{T}(\cdot)$ 的逼近. 为了简化符号,将 $\mu_l(\boldsymbol{z})$ 记为 μ_l.

上述动态模糊神经网络的形式如图 1 所示.

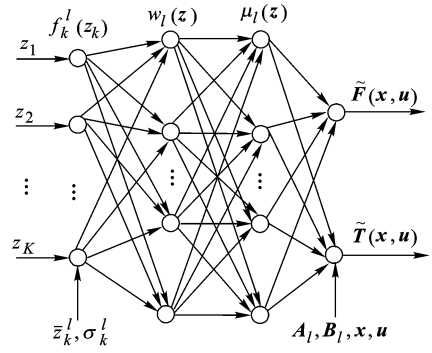

图 1 模糊 T-S 模型的动态模糊神经网络形式

2 局部线性化

本文在文献[6]的基础上推导无人机这类非仿射系统在任意工作点的局部线性化方法.

由前件变量选取可知,第 l 条模糊规则的工作点 $(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)$ 由隶属度函数的中心决定:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}_l &= [\bar{z}_1^l,\bar{z}_2^l,\cdots,\bar{z}_n^l]^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{u}_l &= [\bar{z}_{n+1}^l,\bar{z}_{n+2}^l,\cdots,\bar{z}_K^l]^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

对于极小的矢量 $\boldsymbol{\zeta}_1$ 与 $\boldsymbol{\zeta}_2$,在工作点 $(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)$ 邻域 $\boldsymbol{x}\in(\boldsymbol{x}_l-\boldsymbol{\zeta}_1,\boldsymbol{x}_l+\boldsymbol{\zeta}_1)$,$\boldsymbol{u}\in(\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{\zeta}_2,\boldsymbol{u}_l+\boldsymbol{\zeta}_2)$ 内,要求 $\boldsymbol{A}_l$ 与 $\boldsymbol{B}_l$ 反映 $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ 局部稳定性和操纵性:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l) &= \boldsymbol{A}_l\boldsymbol{x}_l + \boldsymbol{B}_l\boldsymbol{u}_l\\ \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= \boldsymbol{A}_l\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_l\boldsymbol{u}\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

将 $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ 在工作点 $(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)$ 附近泰勒展开:

$$\boldsymbol{A}_{li}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{li}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{A}_{li}\boldsymbol{x}_l + \boldsymbol{B}_{li}\boldsymbol{u}_l + \tilde{\boldsymbol{A}}_{li}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_l) + \tilde{\boldsymbol{B}}_{li}(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_l) \tag{9}$$

式中,$\tilde{\boldsymbol{A}}_l$,$\tilde{\boldsymbol{B}}_l$ 为工作点$(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)$的雅克比矩阵[9];下标 i 为函数矢量或矩阵的第 i 行. 式(9)等价为以下带约束的优化问题:

$$\left.\begin{aligned}&\min_{A_{li},B_{li}} J=\frac{1}{2}(\|\tilde{\boldsymbol{A}}_{li}-\boldsymbol{A}_{li}\|_2^2+\|\tilde{\boldsymbol{B}}_{li}-\boldsymbol{B}_{li}\|_2^2)\\&\text{s.t. }\boldsymbol{G}_i(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)=\boldsymbol{A}_{li}\boldsymbol{x}_l+\boldsymbol{B}_{li}\boldsymbol{u}_l\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

定义拉格朗日算子 λ_{li} 与拉格朗日方程 L 为

$$L=J+\lambda_{li}[\boldsymbol{G}_i(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)-\boldsymbol{A}_{li}\boldsymbol{x}_l-\boldsymbol{B}_{li}\boldsymbol{u}_l]\tag{11}$$

将 L 分别对 $\boldsymbol{A}_{li}$,$\boldsymbol{B}_{li}$ 求偏导数,得

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{A}_{li}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{li}+\lambda_{li}\boldsymbol{x}_l^T=\boldsymbol{0}\\&\boldsymbol{B}_{li}-\tilde{\boldsymbol{B}}_{li}+\lambda_{li}\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0}\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

根据式(12)计算 $\lambda_{li}(i=1,2,\cdots,n)$,从而构造拉格朗日矢量 $\boldsymbol{\Gamma}_l=[\lambda_{l1},\lambda_{l2},\cdots,\lambda_{ln}]^{\mathrm{T}}$:

$$\boldsymbol{\Gamma}_l=\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}_l\boldsymbol{x}_l+\tilde{\boldsymbol{B}}_l\boldsymbol{u}_l-\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)}{\boldsymbol{x}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_l+\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_l}\tag{13}$$

得到工作点$(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{u}_l)$的局部线性化矩阵:

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{A}_l=\tilde{\boldsymbol{A}}_l-\boldsymbol{\Gamma}_l\boldsymbol{x}_l^{\mathrm{T}}\\&\boldsymbol{B}_l=\tilde{\boldsymbol{B}}_l-\boldsymbol{\Gamma}_l\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

3　模糊 T-S 模型的参数优化

3.1　参数优化结构

由第 2 节中局部线性化方法可知,仅改变模糊规则中隶属度函数的中心和宽度就可以调整模糊神经网络的局部连接权值及其加权关系. 如图 2 所示,根据样本数据的代价函数,首先基于敏感度进行全局优化,确定模糊规则的数量和隶属度函数的初值,然后采用 Levenberg-Marquardt 算法对隶属度函数的中心和宽度进行局部优化,从而构造最优的模糊 T-S 模型.

参数优化的指标为模糊 T-S 模型对于非线性系统的稳定性和操纵性的逼近偏差最小,即代价函数为

$$E=\frac{1}{2M}\sum_{p=1}^{M}(\hat{\boldsymbol{F}}_p^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{x}}\hat{\boldsymbol{F}}_p+\hat{\boldsymbol{T}}_p^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}\hat{\boldsymbol{T}}_p)\tag{15}$$

式中,M 为样本总数;$\boldsymbol{W}_{\mathrm{x}}$,$\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}$ 为加权矩阵;$\hat{\boldsymbol{F}}_p$,$\hat{\boldsymbol{T}}_p$ 分别为稳定性和操纵性逼近偏差,满足:

$$\left.\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{F}}_p=\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{x}_p-\sum_{l=1}^{N}\mu_l\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{x}_p\\&\hat{\boldsymbol{T}}_p=\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{u}_p-\sum_{l=1}^{N}\mu_l\boldsymbol{B}_l\boldsymbol{u}_p\end{aligned}\right\}\tag{16}$$

且 $\boldsymbol{A}_p$,$\boldsymbol{B}_p$ 为样本工作点$(\boldsymbol{x}_p,\boldsymbol{u}_p)$对应的局部线性化矩阵.

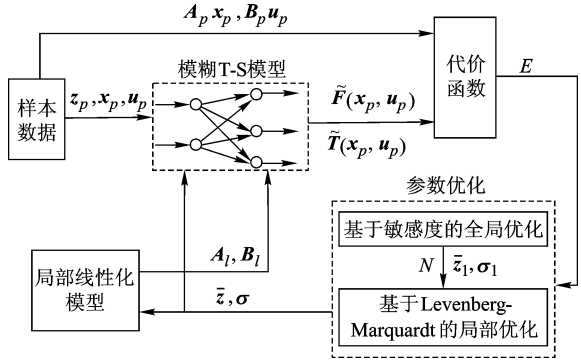

图 2　模糊 T-S 模型的参数优化结构

3.2　基于敏感度的全局优化

某前件变量的敏感度为:在其他不变情况下,对该前件变量增加模糊集所导致代价函数最明显减小的程度. 根据敏感度扩展前件变量的模糊集可以实现隶属度函数中心和宽度的全局优化.

分别对前件变量 $z_k(k=1,2,\cdots,K)$ 划分 q_k 个模糊集组成模糊集组合 $\boldsymbol{\Phi}_k=\{F_{k1},F_{k2},\cdots,F_{kq_k}\}$. 模糊集 $F_{ki}(i=1,2,\cdots,q_k)$ 的隶属度函数 $f_{ki}(z_k)$ 的中心为 $\bar{z}_{ki}$,宽度为 σ_{ki}. 则按照如下形式可以组建 $N=\prod_{k=1}^{K}q_k$ 条模糊规则组成的模糊 T-S 模型:

$R_{i_1i_2\cdots i_K}$:如果 z_1 是 F_{1i_1} 且 z_2 是 F_{2i_2} 且…且 z_K 是 F_{Ki_K},则

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}_{i_1i_2\cdots i_K}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_{i_1i_2\cdots i_K}\boldsymbol{u}\tag{17}$$

对应第 1 节中模糊 T-S 模型,则 $\bar{z}_k^{i_1i_2\cdots i_K}=\bar{z}_{ki_k}$,$\sigma_k^{i_1i_2\cdots i_K}=\sigma_{ki_k}$,且 $\boldsymbol{A}_{i_1i_2\cdots i_K}$,$\boldsymbol{B}_{i_1i_2\cdots i_K}$ 为局部线性化矩阵. 其中,$k=1,2,\cdots,K$,$i_1=1,2,\cdots,q_1$,$i_2=1,2,\cdots,q_2,\cdots$,$i_K=1,2,\cdots,q_K$. 根据式(15)计算代价函数 E.

在其余前件变量的模糊集不变的情况下,对前件变量 z_k 增加一个模糊集,根据隶属度函数的经验重新设计每个模糊集. 新模糊集的隶属度函数的中心 $\bar{z}_{ki}(i=1,2,\cdots,q_k+1)$ 是在基准值 $\bar{z}_{kbi}$ 的基础上叠加调整量 $\bar{z}_{kmj}$,即

$$\bar{z}_{ki}=\bar{z}_{kbi}+\bar{z}_{kmj}\quad j=1,2,3\tag{18}$$

式中,$\bar{z}_{kbi}=\bar{z}_{k\min}+(i-1)\hat{z}_k$,且 $\hat{z}_k=\Delta z_k/q_k$;$\bar{z}_{kmj}=p_j\hat{z}_k$,且 $p_j=0,\pm3/16$. 为了简化,(q_k+1) 个隶属度函数的宽度 $\sigma_{ki}(i=1,2,\cdots,q_k+1)$ 相等,在基准值 σ_{kb} 的基础上叠加调整量 σ_{kmf},即

$$\sigma_{ki}=\sigma_{kb}+\sigma_{kmf}\quad f=1,2,3\tag{19}$$

式中,$\sigma_{kb}=\hat{z}_k/4$;$\sigma_{kmf}=w_f\hat{z}_k$ 且 $w_f=-1/8,0,1/8$. 从而构造图 3 所示的新模糊集的隶属度函数.

上述组合可确定 $P=3\cdot3^{q_k+1}$ 种候选模糊集组合 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{kt}(t=1,2,\cdots,P)$,每种候选模糊集组合 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{kt}$

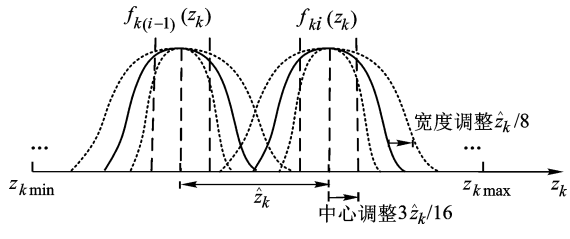

图 3 增加模糊集后 z_k 的隶属度函数

与其余前件变量的模糊集组合共同构造模糊 T-S 模型,计算代价函数 E_{kt}. 定义 z_k 的最优模糊集组合 $\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k$ 为最小代价函数 E_k 所对应的模糊集组合:

$$\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{kt}\mid_{E_{kt}=E_k} \tag{20}$$

且 $E_k=\min\limits_t E_{kt}$. 则前件变量 z_k 的敏感度为

$$S_k = \frac{E - E_k}{E} \tag{21}$$

基于敏感度的全局优化步骤如下:

1) 迭代次数 $s=1$,误差门限为 E_{L},敏感度门限为 S_{L}. 初始 $z_k(k=1,2,\cdots,K)$ 的模糊集组合 $\boldsymbol{\Phi}_k=\{F_{k1}\}$,且 $\bar{z}_{k1}=(z_{k\min}+z_{k\max})/2$,$\sigma_{k1}=3\Delta z_k/8$;

2) 构造模糊 T-S 模型,计算代价函数 E. 若 $E\geqslant E_{\mathrm{L}}$,则 $s=s+1$,转步骤 3). 否则,算法终止,$N=\prod\limits_{k=1}^{K} q_k$,$\bar{\boldsymbol{z}}_1=\bar{\boldsymbol{z}}$,$\boldsymbol{\sigma}_1=\boldsymbol{\sigma}$,$\boldsymbol{v}_1=[\bar{\boldsymbol{z}}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\sigma}_1^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;

3) 分别对 $z_k(k=1,2,\cdots,K)$ 增加一个模糊集,计算 z_k 的敏感度 S_k 和最优模糊集组合 $\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k$;

4) 判断是否对 $z_k(k=1,2,\cdots,K)$ 扩展最优模糊集组合 $\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k$,若 $S_k\geqslant S_{\mathrm{L}}$,则 $\boldsymbol{\Phi}_k=\bar{\boldsymbol{\Phi}}_k$,$q_k=q_k+1$. 转步骤 2).

3.3 基于 Levenberg-Marquardt 的局部优化

根据调整正则因子的 Levenberg-Marquardt 算法[9],得到对前件变量的隶属度函数参数矢量的更新规则为

$$\boldsymbol{v}_{q+1} = \boldsymbol{v}_q - (\boldsymbol{H}+\gamma\boldsymbol{Q})^{-1}\boldsymbol{g} \tag{22}$$

式中,$\boldsymbol{v}_q=[\bar{\boldsymbol{z}}_q^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\sigma}_q^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为第 q 次迭代中参数矢量 $\boldsymbol{v}$ 的值;γ 为正则因子,保证矩阵 $(\boldsymbol{H}+\gamma\boldsymbol{Q})$ 正定,$\boldsymbol{Q}$ 为加权矩阵;$\boldsymbol{g}$ 为代价函数对隶属度函数参数的偏导数,且

$$\boldsymbol{g} = \left(\frac{\partial E}{\partial \boldsymbol{v}}\right)^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

$\boldsymbol{H}$ 为赫森矩阵,包含了代价函数的二次偏导数信息,采用外积逼近的方法近似:

$$\boldsymbol{H} \approx \frac{1}{M}\sum_{p=1}^{M}\left[\left(\frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}_p}{\partial \boldsymbol{v}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{x}}\frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}_p}{\partial \boldsymbol{v}} + \left(\frac{\partial \hat{\boldsymbol{T}}_p}{\partial \boldsymbol{v}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}\frac{\partial \hat{\boldsymbol{T}}_p}{\partial \boldsymbol{v}}\right] \tag{24}$$

对于 $l=1,2,\cdots,N$,$k=1,2,\cdots,K$,根据复合求导规则,计算代价函数对隶属度函数的中心和宽度的偏导数:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial \bar{z}_k^l} &= \frac{1}{M}\sum_{p=1}^{M}\left[\left(\frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}_p}{\partial \bar{z}_k^l}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{x}}\hat{\boldsymbol{F}}_p + \left(\frac{\partial \hat{\boldsymbol{T}}_p}{\partial \bar{z}_k^l}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}\hat{\boldsymbol{T}}_p\right]\\ \frac{\partial E}{\partial \sigma_k^l} &= \frac{1}{M}\sum_{p=1}^{M}\left[\left(\frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}_p}{\partial \sigma_k^l}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{x}}\hat{\boldsymbol{F}}_p + \left(\frac{\partial \hat{\boldsymbol{T}}_p}{\partial \sigma_k^l}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}\hat{\boldsymbol{T}}_p\right]\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

式中,逼近偏差 $\hat{\boldsymbol{F}}_p$,$\hat{\boldsymbol{T}}_p$ 对隶属函数的中心和宽度的偏导数为

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}_p}{\partial \bar{z}_k^l} &= -\frac{\partial \mu_l}{\partial \bar{z}_k^l}\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{x}_p - \mu_l\frac{\partial \boldsymbol{A}_l}{\partial \bar{z}_k^l}\boldsymbol{x}_p\\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{T}}_p}{\partial \bar{z}_k^l} &= -\frac{\partial \mu_l}{\partial \bar{z}_k^l}\boldsymbol{B}_l\boldsymbol{u}_p - \mu_l\frac{\partial \boldsymbol{B}_l}{\partial \bar{z}_k^l}\boldsymbol{u}_p\\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}_p}{\partial \sigma_k^l} &= -\frac{\partial \mu_l}{\partial \sigma_k^l}\boldsymbol{A}_l\boldsymbol{x}_p\\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{T}}_p}{\partial \sigma_k^l} &= -\frac{\partial \mu_l}{\partial \sigma_k^l}\boldsymbol{B}_l\boldsymbol{u}_p\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

且归一化隶属度对隶属度函数的中心和宽度的偏导数为

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \mu_l}{\partial \bar{z}_k^l} &= \frac{\sum\limits_{l=1}^{N} w_l - w_l}{\left(\sum\limits_{l=1}^{N} w_l\right)^2}w_l\frac{2(z_k-\bar{z}_k^l)}{\sigma_k^{l\,2}}\\ \frac{\partial \mu_l}{\partial \sigma_k^l} &= \frac{\sum\limits_{l=1}^{N} w_l - w_l}{\left(\sum\limits_{l=1}^{N} w_l\right)^2}w_l\frac{2(z_k-\bar{z}_k^l)^2}{\sigma_k^{l\,3}}\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

局部线性矩阵对隶属度函数中心的偏导数为

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \boldsymbol{A}_l}{\partial \bar{z}_k^l} &= \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{A}}_l}{\partial \bar{z}_k^l} - \frac{\partial \boldsymbol{\Gamma}_l}{\partial \bar{z}_k^l}\boldsymbol{x}_l^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\Gamma}_l\frac{\partial \boldsymbol{x}_l^{\mathrm{T}}}{\partial \bar{z}_k^l}\\ \frac{\partial \boldsymbol{B}_l}{\partial \bar{z}_k^l} &= \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{B}}_l}{\partial \bar{z}_k^l} - \frac{\partial \boldsymbol{\Gamma}_l}{\partial \bar{z}_k^l}\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\Gamma}_l\frac{\partial \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{T}}}{\partial \bar{z}_k^l}\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

该算法在 γ 较大时近似为学习率为 $(\gamma\boldsymbol{Q})^{-1}$ 缓慢收敛的梯度下降法;当 γ 较小时近似为快速收敛的牛顿法. 由此,在迭代优化过程中对正则因子进行启发式调整:当代价函数减小时,以较小系数减小正则因子来加快学习;否则以较大系数增大正则因子,保证算法快速回到稳定收敛区. 基于 Levenberg-Marquardt 的局部优化步骤如下:

1) 迭代次数 $q=1$,调整次数 $j=0$,正则因子初值 γ_0. N 与 $\boldsymbol{v}_1$ 由全局优化算法确定. 设置误差门限 ε_{E},调整次数门限 $j_{\max}$,调整系数 $k_1>1$,$k_2>1$,且 $k_1>k_2$.

2)对 $\bar{z}_q$ 所对应的工作点进行局部线性化,根据 $\bar{z}_q$,$\boldsymbol{\sigma}_q$ 构造模糊 T-S 模型.

3)计算代价函数,记为 E_q. 若 $j>j_{\max}$ 且 $|E_q-E_{q-1}|<\varepsilon_E$,则算法终止;否则,转步骤 4).

4)若 $E_q\geqslant E_{q-1}$,则 $\gamma=k_1\gamma$,$j=j+1$;否则 $\gamma=\gamma/k_2$,$q=q+1$,$j=0$.

5)根据式(22)更新 $\bar{z}_q$,$\boldsymbol{\sigma}_q$,转步骤 2).

4　算　例

某大包线无人机纵向动力学方程的前件矢量 $z=[V_k,h,\alpha,\omega_z,\theta,V_y,\delta_p,\delta_z]^T$. 其中,$V_k$ 为空速,h 为高度,α 为迎角,ω_z 为俯仰角速率,θ 为俯仰角,V_y 为升降速度,δ_p 为油门开度,δ_z 为升降舵偏转角. 前件变量的变化范围为:$V_k\in(100\ \text{m/s},600\ \text{m/s})$,$h\in(0\ \text{km},12\ \text{km})$,$\alpha\in(-4°,20°)$,$\omega_z\in(-50(°)/\text{s},50(°)/\text{s})$,$\theta\in(-30°,30°)$,$\delta_p\in(40\%,100\%)$,$V_y\in(-20\ \text{m/s},20\ \text{m/s})$,$\delta_z\in(-20°,20°)$. 对 V_k 与 h 进行 8 等分,其余变量 6 等分并进行交叉组合,得到 $M=2\,985\,984$ 个样本,构造样本数据,按照第 3 节方法进行全局优化和局部优化.

4.1　全局优化

设置 $\boldsymbol{W}_x$ 与 $\boldsymbol{W}_u$ 为单位阵,$E_L=20$,$S_L=5\%$. 基于敏感度的全局优化经 3 次迭代后,代价函数由 1 461.2 快速减小到 18.27,表 1 所得到的前件变量的敏感度反映了高度、空速和迎角对无人机动态特性的显著影响,从而构造 96 条模糊规则.

表 1　前件变量的敏感度

前件变量	迭代次数		
	1	2	3
V_k	0.39	0.24	0.37
h	0.28	0.41	0.36
α	0.41	0.03	0.10
ω_z	0.00	0.00	0.01
θ	0.01	0.03	0.06
V_y	0.00	0.00	0.00
δ_p	0.01	0.00	0.01
δ_z	0.00	0.00	0.00

4.2　局部优化

采用神经网络学习法与本文局部优化方法进行对比. 神经网络学习法采用学习率为 $(\gamma\boldsymbol{Q})^{-1}$ 的梯度下降算法,同步优化隶属度函数的参数和局部连接权值. 对本文方法中 $k_1=5$,$k_2=1.1$. 图 4 和图 5 表明,在相同初始正则因子 $\gamma_0=150$ 下,神经网络学习法经 71 次迭代达到稳态值 8.14,而本文方法仅 42 次迭代达到稳态值 3.72. 而本文方法在 $\gamma_0=0.5$ 情况下在第 2 次、第 3 次迭代通过增大正则因子保证了代价函数迅速回到收敛区,在 20 次迭代后就达到稳态值. 可见,本文方法提高了收敛速度和逼近精度,通过减小 γ_0 能保证稳定的同时进一步提高收敛速度.

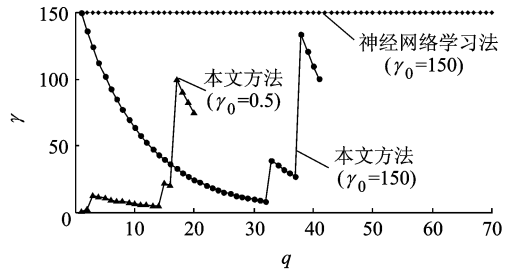

图 4　优化过程中正则因子对比

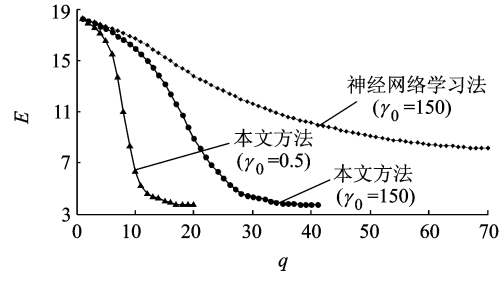

图 5　优化过程中代价函数对比

4.3　仿真验证

以非线性模型为基准,分别采用本文方法、神经网络学习法和经验法建立模糊 T-S 模型进行对比. 其中,经验法对 V_k,h,α 划分 4 个模糊集,其余变量划分 2 个模糊集,共建立 2 048 条模糊规则.

在初始状态($V_k=500\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,$h=10\ \text{km}$)下对升降舵和油门施加图 6 所示的阶跃输入,不同模型的状态响应如图 7 ~ 图 11 所示. 随着升降舵阶跃信号的施加,3 种方法所建立的模糊 T-S 模型的状态响应与非线性模型从初始值开始逐渐分离. 以图 7 所示的空速响应为例,神经网络学习法起初与经验法的响应相近,3 s 后油门阶跃的施加导致其对非线性模型的分离趋势明显慢于经验法,而本文方法的空速响应始终以最小的逼近偏差跟随非线性模型的变化,与非线性模型的分离趋势最为缓慢. 由图 8、图 10、图 11 可知,迎角、升降速度和高度响应具有以上相同的结论. 如图 9 的俯仰角响应所示,虽然经验法在仿真开始 3 s 后对非线性模型的逼近效果优于神经网络学习法,

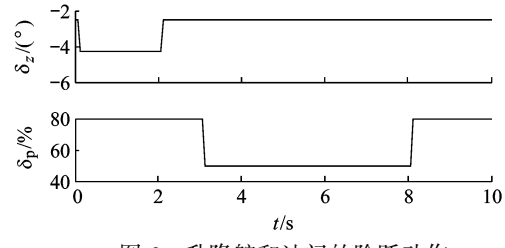

图 6　升降舵和油门的阶跃动作

但仍比本文方法的逼近精度差. 本文方法所建立的模糊 T-S 模型在 10 s 内所有状态对非线性模型的最大逼近偏差均小于状态变化量的 4%,仅采用 96 条模糊规则实现对非线性模型高精度逼近.

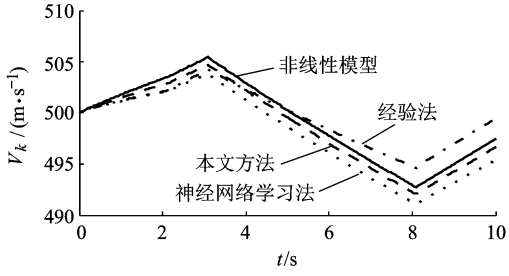

图 7 空速响应对比

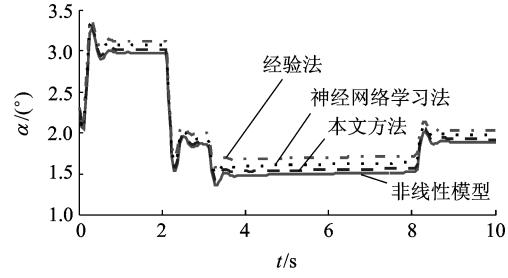

图 8 迎角响应对比

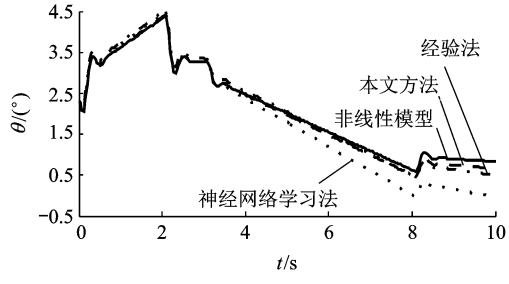

图 9 俯仰角响应对比

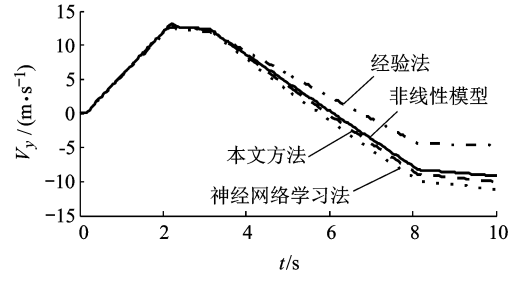

图 10 升降速度响应对比

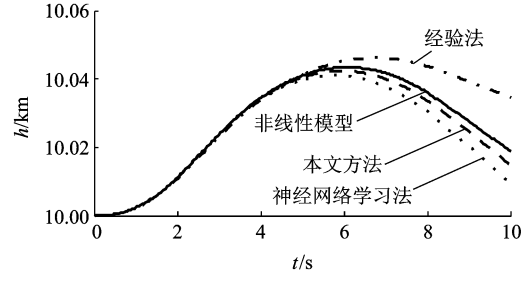

图 11 高度响应对比

5 结 论

本文提出了系统化构造无人机全包线模糊 T-S 模型的方法. 通过算例,可以得到如下结论:①非仿射系统局部线性化实现了局部工作点的稳定性和操纵性的分离. ②仅对模糊规则中隶属度函数的中心和宽度的优化,避免了对局部连接权值的复杂优化过程,提高了算法收敛速度和逼近精度. ③所构造的模糊 T-S 模型实现了少量模糊规则下对无人机稳定性和操纵性的高精度逼近,适用于基于模糊 T-S 模型的无人机的全包线一体化控制.

参考文献(References)

[1] Adams R J, Buffington J M, Banda S S. Gain scheduled linear PID autopilot for the AIAA controls design challenge aircraft [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head Island, South Carolina: AIAA, 1992: 1548-1558

[2] Marcos A, Bennani S. LPV modeling, analysis and design in space systems rationale objectives and limitations [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Chicago, Illinois: AIAA, 2009: 092407-1-23

[3] Feng Gang. A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2006, 14(5): 676-697

[4] Gao Qing, Zeng Xiaojun, Feng Gang, et al. T-S fuzzy model based approximation and controller design for general nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2012, 42(4): 1143-1154

[5] Butler E J, Wang O H, Burken J J. Takagi-Sugeno fuzzy model based flight control and failure stabilization [J]. Journal of Guidnace, Control, and Dynamics, 2011, 34(5): 1543-1555

[6] Hu X, Wu L, Hu C, et al. Fuzzy guaranteed cost tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(9): 1238-1249

[7] Li Chaoshun, Zhou Jianzhong, Xiang Xiuqiao, et al. T-S fuzzy model identification based on a novel fuzzy c-regression model clustering algorithm [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2009, 22(4/5): 646-653

[8] Wu Shiqian, Er Meng Joo. Dynamic fuzzy neural networks-a novel approach to function approximation [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2000, 30(2): 358-364

[9] Simon Haykin. Neural networks and learning machines [M]. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2009: 197-199

[10] 佟绍成,王涛,王艳平,等. 模糊控制系统的设计及稳定性分析[M]. 北京:科学出版社, 2004: 45-49
Tong Shaocheng, Wang Tao, Wang Yangping, et al. Design and stability analysis of fuzzy control system [M]. Beijing: Science Press, 2004: 45-49 (in Chinese)

[11] Tanaka K, Wang O H. Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach [M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 2001: 10-25

(编 辑:赵海容)