二维分形海面电磁后向散射系数的分析与计算

王春刚 冯文全 李春升

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

摘 要: 根据改进的二维分形海面模型推导了一种在不同极化方式下(HH 水平极化,VV 垂直极化)新的电磁后向散射系数计算方法,对多个海浪波长区域内所有分辨单元后向散射系数进行平均统计.在时域内研究了海水介电常数、电磁波入射角、入射频率以及风速风向对后向散射系数的影响,运用盒维数方法计算了该散射系数的分形维数.最后通过数值分析方法证明了该散射系数实部与虚部曲线是分形的,并且与二维分形海面的分形维数相等,从而表明该海面的雷达回波信号也具有分形特性,为运用分形理论研究海面微弱目标检测提供了一个重要方法.

关 键 词: 二维分形海面模型; 电磁后向散射系数; 分形维数; 盒维数估计; 极化

中图分类号: TN 957

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2013)09-1212-06

Analysis and computation on electromagnetic backscattering scattering coefficient of two-dimensional fractal sea surface

Wang Chungang Feng Wenquan Li Chunsheng

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Based on the existing two-dimensional fractal sea surface model, a novel electromagnetic backscattering coefficient model was derived in the HH and VV polarization mode, respectively. Average statistics of the backscatter coefficient from all resolution cells in some wavelength regions was computed and affect of seawater permittivity, electromagnetic waves incident angle, incident frequency, and wind speed and direction on the backscattering coefficient was analyzed in the time domain. The fractal dimension of the backscatter coefficient was estimated by box-counting. Numerical analysis method was adopted to demonstrate that the real and imaginary parts of the backscattering coefficient are fractal and their fractal dimensions are both equal to the fractal dimension of the backscattering coefficient or the two-dimensional fractal sea surface. Thus it indicates that the radar echo from the sea surface is also fractal, and provides an important method for the use of the fractal theory in sea weak target detection.

Key words: 2D improved fractal sea surface model; electromagnetic back scattering coefficient; fractal dimension; box-counting dimension estimation; polarization

海上微弱目标检测是一个富有挑战性的课题,随着目标背景环境越发复杂,目标回波信噪比(SNR,Signal to Noise Ratio)也越来越低(如 SNR< -10 dB),分形理论为海上微弱目标检测提供了新的思路,因此提出一种合理的分形海面及散射系数模型对于此类目标检测至关重要,该课题已成为众多学者研究的重点.

目前海面模型主要有分形模型和海谱模型.文献[1-2]提出了一维和二维分形海面模型,为后续分形海面电磁散射研究打下了基础,文献[3-4]推导了二维分形海面雷达散射截面功率谱密度模型以及分形布朗运动散射系数模型,文献

收稿日期: 2012-10-19; **网络出版时间**: 2013-05-08 17: 06

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20130508.1706.005.html

作者简介: 王春刚(1982-),男,吉林白城人,博士生,xppwcg2009@163.com.

[5]根据文献[1]二维分形海面模型提出了一种改进模型,研究了改进海面模型中的各个参量对风速风向的影响,文献[6]根据基尔霍夫近似提出二维分形海面的全极化双站雷达散射模型,研究了海面雷达后向散射截面(RCS, Radar Cross Section)与极化方式的关系,文献[7]研究了分形海面的线性与非线性电磁散射特性. 文献[8]研究了电磁波频率、海水温度及盐分对海水介电常数的影响,以上文章多是研究电磁后向散射截面的,也没有阐述散射系数是分形的,无法将分形理论应用到海面雷达回波信号探测当中.

本文依据现有二维分形海面模型,推导了一种在不同极化方式下新的电磁后向散射系数计算方法,运用数值分析方法证明了该散射系数实部与虚部曲线是分形的,拥有与二维分形海面相同的分形维数,从而表明该海面的雷达回波信号也具有分形特征,这为运用分形理论研究海面微弱目标检测提供了一个重要方法.

1　二维分形海面散射系数

1.1　二维分形海面模型

改进的多次海浪波长的二维海面模型为

$$f(x,y,t)=\sigma\eta\sum_{m=0}^{N_1-1}a^{-(d-\xi)m}\sin\left\{\frac{2\pi}{\boldsymbol{\Lambda}_m}[(x+\boldsymbol{V}_x t)\cos\beta_{1m}+(y+\boldsymbol{V}_y t)\sin\beta_{1m}]-\boldsymbol{\Omega}_m t+\alpha_{1m}\right\}+\sigma\eta\sum_{n=0}^{N_1-1}b^{(d-3)n}\sin\left\{\frac{2\pi}{\boldsymbol{\Lambda}_n}[(x+\boldsymbol{V}_x t)\cos\beta_{2n}+(y+\boldsymbol{V}_y t)\sin\beta_{2n}]-\boldsymbol{\Omega}_n t+\alpha_{2n}\right\}\tag{1}$$

其中,σ 为海面高度标准差;η 为归一化因子;d 为分形维数,$2<d<3$;a,b 分别为空间波数小于、大于基波的尺度因子,一般 $b>1$,$a=1/b$;$\boldsymbol{V}_x$,$\boldsymbol{V}_y$ 是雷达平台在 x 和 y 方向上的运动速度;β_{1m}和β_{2n}为波浪的运动方向角;$\boldsymbol{\Omega}_m$,$\boldsymbol{\Omega}_n$ 为第 m,n 谱分量角频率;$\boldsymbol{\Lambda}_m$,$\boldsymbol{\Lambda}_n$ 为海浪波长,$\boldsymbol{\Lambda}_m=\boldsymbol{\Lambda}_0/a^m$,$\boldsymbol{\Lambda}_n=\boldsymbol{\Lambda}_0/b^n$,波数 $\boldsymbol{K}_m=2\pi/\boldsymbol{\Lambda}_m=\boldsymbol{K}_0a^m$,$\boldsymbol{K}_n=2\pi/\boldsymbol{\Lambda}_n=\boldsymbol{K}_0b^n$,$\boldsymbol{\Lambda}_0$ 为海浪基波波长,$\boldsymbol{K}_0$ 为海浪基波波数;N_1 为谐波次数;α_{1m},α_{2n}为$[-\pi,\pi]$内随机相位;ξ 为正幂率因子;ζ 为修正因子,且有

$$\eta=\left\{\{2[1-a^{-2(d-\xi)}][1-b^{2(d-3)}]\}/\{[1-a^{-2(d-\xi)N_1}][1-b^{2(d-3)}]+[1-a^{-2(d-\xi)}][1-b^{2(d-3)N_1}]\}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$\sigma=0.0212\zeta U_{19.5}^2/4$,$K_0=0.877^2g/U_{19.5}^2$,当 $\xi=3.9$,$b=1.015$,$d=2.62$,$\zeta=1.65$,$N_1=400$ 时改进的二维分形海谱与全域 PM 谱有较好的吻合[5].

1.2　后向散射系数推导

假设一平面电磁波照射到由式(1)所模拟的分形海面上,见图 1,则定义散射场为[3-4]

$$E_{\mathrm{HV}}^s(r)=\pm\frac{\mathrm{j}k\exp(-\mathrm{j}kr)E_{\mathrm{HV}}}{4\pi r}\cdot F_{\mathrm{HV}}\iint_A\exp[-\mathrm{j}k\phi(x,y,t)]\mathrm{d}A\tag{2}$$

$$\phi(x,y,t)=x(\sin\theta_1-\sin\theta_2\cos\theta_3)+y(-\sin\theta_2\sin\theta_3)+f(x,y,t)(-(\cos\theta_1+\cos\theta_2))\tag{3}$$

"±"对应 HH 和 VV 极化方式,$A=XY$ 为分形海面被照射的面积;$k=2\pi/\lambda$,λ 为电磁波长;E_{HV}为入射场;F_{HV}与菲涅尔反射系数 R_{HV0}关系式[3]为

$$F_{\mathrm{HV}}=[(1\mp R_{\mathrm{HV0}})\cos\theta_2-(1\pm R_{\mathrm{HV0}})\cos\theta_1]\cos\theta_3\tag{4}$$

$$R_{\mathrm{HV0}}=\frac{\varepsilon_{\mathrm{HV}}\cos\theta-\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}}{\varepsilon_{\mathrm{HV}}\cos\theta+\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}}\tag{5}$$

$\varepsilon_{\mathrm{HV}}=\{\varepsilon_{\mathrm{ref}},\varepsilon\}$,$\varepsilon$ 为海水介电常数,$\varepsilon_{\mathrm{ref}}=1$,为参考介电常数,设 $E_{\mathrm{HV}}^{s0}(r)$为镜反射方向的反射场,当 $\theta_1=\theta_2$,$\theta_3=0$ 时,通过式(2)~式(5)求出:

$$E_{\mathrm{HV}}^{s0}(r)=\pm\frac{\mathrm{j}k\exp(-\mathrm{j}kr)XY}{2\pi r}\cos\theta_1E_{\mathrm{HV}}\tag{6}$$

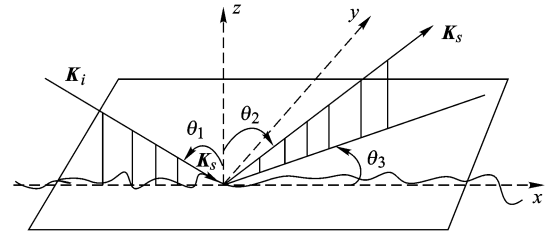


图 1　海面电磁散射几何示意图

由图 1 定义散射系数为

$$\gamma(t)=\frac{E_{\mathrm{HV}}^s(r)}{E_{\mathrm{HV}}^{s0}(r)}\cos\theta_1\tag{7}$$

将式(1)和式(3)代入式(2)经推导整理得出:N_2 个海浪波长区域内所有分辨单元电磁后向散射系数统计和 $\gamma_{N_2}(t)$为

$$\gamma_{N_2}(t)=\pm\frac{F_{\mathrm{HV}}}{2XY}\sum_{m_0=-\infty}^{+\infty}\sum_{p_0=-\infty}^{+\infty}\cdots\sum_{m_{N-1}=-\infty}^{+\infty}\sum_{p_{N-1}=-\infty}^{+\infty}\prod_{n=0}^{N_2-1}\{J_{m_n}[k(\cos\theta_1+\cos\theta_2)\sigma\eta a^{(d-\xi)n}]\}\cdot\{J_{h_n}[k(\cos\theta_1+\cos\theta_2)\sigma\eta b^{(d-3)n}]\}\cdot\exp\left\{\mathrm{j}\sum_{n=0}^{N_2-1}m_n\left\{\frac{2\pi}{\boldsymbol{\Lambda}_0}a^n[\boldsymbol{V}_x t\cos\beta_{1n}+\boldsymbol{V}_y t\sin\beta_{1n}]-\boldsymbol{\Omega}_{1n}t+\alpha_{1n}\right\}\right\}\cdot$$

$$\exp\left\{\mathrm{j}\sum_{n=0}^{N_2-1}p_n\left\{\frac{2\pi}{\boldsymbol{\Lambda}_0}b^n[\boldsymbol{V}_x t\cos\beta_{2n}+\boldsymbol{V}_y t\sin\beta_{2n}]-\boldsymbol{\Omega}_{2n}t+\alpha_{2n}\right\}\right\}\cdot$$

$$\mathrm{sinc}\left\{\left\{k(\sin\theta_2\sin\theta_3)+\sum_{n=0}^{N_2-1}[m_n a^n\sin\beta_{1n}+p_n b^n\sin\beta_{2n}]\right\}\frac{\pi Y}{\boldsymbol{\Lambda}_0}\right\}\cdot$$

$$\mathrm{sinc}\left\{\left\{k(\sin\theta_2\cos\theta_3-\sin\theta_1)+\sum_{n=0}^{N_2-1}[m_n a^n\cos\beta_{1n}+p_n b^n\cos\beta_{2n}]\right\}\frac{\pi X}{\boldsymbol{\Lambda}_0}\right\} \quad (8)$$

因此电磁后向散射系数统计均值 $\gamma(t)$ 为

$$\gamma(t)=\frac{1}{N_2}\gamma_{N_2} \quad (9)$$

1.3 海水介电常数处理

将海水的介电常数 ε 视为海水盐度、温度以及入射电磁波频率的函数,其表达式为[8]

$$\varepsilon=\varepsilon_\infty+\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_\infty}{1+(\mathrm{j}2\pi f_0\tau)^{1-\alpha_0}}-\mathrm{j}\frac{\delta}{2\pi f_0\varepsilon_0}$$

其中,f_0 为入射频率;$\varepsilon_\infty=4.9$ 为海水极限介电常数;ε_1 是静态介电常数;τ 是关联时间;$\alpha_0=0.02\pm0.007$;ε_0 为自由空间介电常数,其值为 8.854×10^{-12} F/m;δ 为海水盐的离子电导. 海水 ε_1 和 τ 与温度及含盐量的关系式为

$$\varepsilon_1(T,N)=\varepsilon_1(T,0)a(N) \quad (10)$$

$$\delta(T,N)=\delta(T,0)b(N,T) \quad (11)$$

其中,T 为海水温度;N 为当量浓度. 对 $0\leqslant T\leqslant30$℃且 $0\leqslant N\leqslant3$ 范围内得:

$$a(N)=1.0-0.2551N+5.151\times10^{-2}N^2-6.889\times10^{-3}N^3 \quad (12)$$

$$b(N,T)=0.1463\times10^{-2}NT+1.0-0.04896N-0.02967N^2+5.644\times10^{-3}N^3 \quad (13)$$

$$\varepsilon_1(T,0)=87.74-4.0008T+9.398\times10^{-4}T^2+1.41\times10^{-5}T^3 \quad (14)$$

$$\delta(T,0)=\frac{1}{2\pi}(1.1109\times10^{-10}-3.824\times10^{-12}T+6.938\times10^{-14}T^3-5.096\times10^{-16}T^3) \quad (15)$$

海水的含量 S 与当量浓度 N 的关系为

$$N=S(1.707\times10^{-2}+1.205\times10^{-5}S+4.058\times10^{-9}S^2) \quad (16)$$

海水的电导率为

$$\delta(T,S)=\delta(25,S)\exp(-\Delta\alpha_1),\Delta=25-T \quad (17)$$

$$\alpha_1=2.033\times10^{-2}+1.266\times10^{-4}\Delta+2.464\times10^{-6}\Delta^2-S(1.849\times10^{-5}-2.551\times10^{-7}\Delta+2.551\times10^{-8}\Delta^2) \quad (18)$$

在 $0\leqslant S\leqslant45‰$ 范围内,25℃海水的电导率为

$$\delta(25,S)=S(0.182521-1.46192\times10^{-3}S+2.09324\times10^{-5}S^2-1.28205\times10^{-7}S^3) \quad (19)$$

1.4 盒维数的定义和估计方法

设 F 是 R^n 上任意非空有界子集,$N_r(F)$ 表示直径最大为 r,可以覆盖 F 的集的最少个数,则 F 的盒维数定义为[9-10]

$$\dim(F)=\lim_{r\to0}\frac{\ln N_r(F)}{-\ln r} \quad (20)$$

具体的步骤如下:

1)求出信号长度和幅度范围,并进行归一化处理;

2)选取一组适当的盒子大小,选取时要参考信号长度和采样周期. 本文选取盒子的边长以 2 为底指数级递增,直到达到信号的最大长度;

3)在双对数坐标中画出 $\lg N_r(F)/-\lg\ln r$ 直线;

4)求出直线的斜率,该斜率为盒维数 D.

2 数值仿真分析

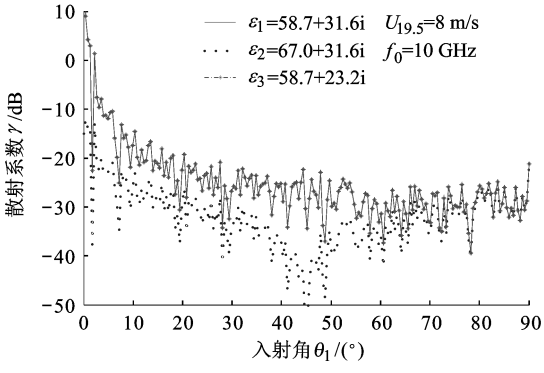
2.1 介电常数、电磁波入射角、入射频率以及风速风向对散射系数的影响

机载雷达后向散射即 $\theta_1=\theta_2$,$\theta_3=\pi$,雷达入射频率为 $f_0=10$ GHz,海面上方 19.5 m 处的风速为 8 m/s,取海水介电常数分别为 $\varepsilon_1=58.7+31.6\mathrm{i}$,$\varepsilon_2=67.0+31.6\mathrm{i}$,$\varepsilon_3=58.7+23.2\mathrm{i}$,重力常数 $g=9.8$,正幂率因子 $\xi=3.9$,$\zeta=1.65$,观察范围取 $X=Y=150$ m,采样 1 s,采样 150 点,分维数 $d=2.62$,尺度因子分别为 $a=0.985$,$b=1.015$,雷达相对海面速度为 540 m/s,波浪的运动方向角 $\beta_{1m}=\beta_{2n}=45°$,波浪谐波个数 $N=10$,于是得出海浪基波波数 $K_0=0.11$,10 次波长分别为

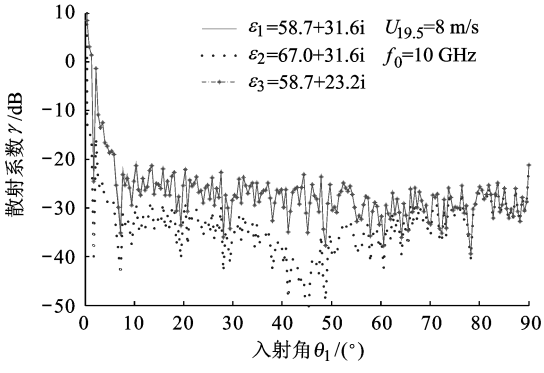
$$\boldsymbol{\Lambda}=[26.7\quad26.2\quad25.0\quad23.1\quad20.9\quad18.5\quad16.1\quad13.8\quad11.8\quad10.0\quad]$$

基波波长 $\Lambda_0=26.7$. 计算了不同介电常数随入射角变化对雷达后散射系数影响,仿真结果如图 2 所示. 从图 2a 和图 2b 中可以看出,随着入射角变化,海水不同介电常数对不同极化的后向散射系数作用不同. 在入射角高于 60°时,无论是 HH 或 VV 极化,海水介电常数的大小对海面电磁后向散射系数影响很小;在入射角低于 30°时,随着入射角增加,海面电磁后向散射系数呈减小趋势. 从图 2a 和图 2b 中还可以得出,海水介电常数的实

部和虚部对后向散射系数有着不同影响. 在介电常数仿真中,给出 3 个介电常数之间的实部和虚部相差同等(67.0-58.7=8.4,31.6-23.2=8.3,目的是比较实部和虚部分别对后向散射系数的影响). 在入射角高于 60°时,无论是 HH 或 VV 极化,在相同的风速和入射频率等环境下,介电常数的虚部对后向散射系数作用微乎其微,而它对介电常数的实部却非常敏感. 在介电常数的虚部相同情况下,随着入射角增加,实部大的后向散射系数反而小.



a　HH

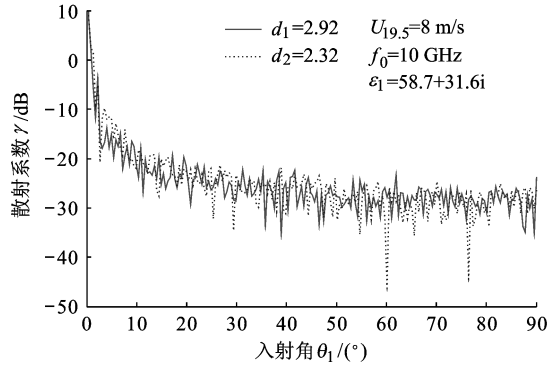


b　VV

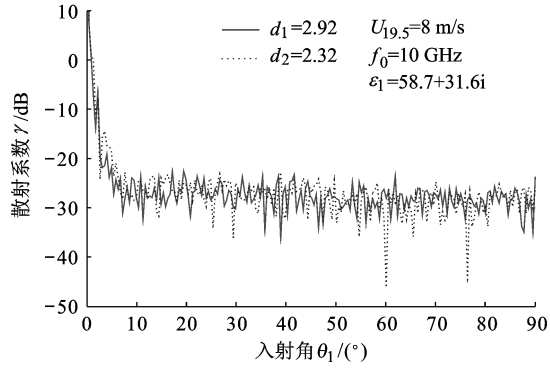
图 2　不同介电常数后向散射系数随入射角的变化

由于海水介电常数越大,后向散射系数反而小,这里取海水介电常数为 $\varepsilon=58.7+31.6\mathrm{i}$. 海面上方 19.5 m 处的风速为 8 m/s,入射频率 $f_0=10$ GHz,分形维数分别为 $d=2.92,2.32$,其它参数同上,仿真结果见图 3. 从图 3a 和图 3b 中看出,无论是 HH 极化或 VV 极化方式,不同的分形维数对散射系数影响很小,随着入射角增大,散射系数总体减小,但分形维数对散射系数作用交替变化,无一定规律遵循.

取海水介电常数 $\varepsilon=58.7+31.6\mathrm{i}$,$f_0=10$ GHz,海面上方 19.5 m 处的风速分别为 10 m/s,5 m/s,其它参数同上,仿真结果见图 4. 从图 4a 和图 4b 中看出,随着入射角的增加,散射系数总体呈下降趋势,VV 极化比 HH 极化方式下降快些. 当入射角大于 45°时,风速对后向散射系数几乎无影响. 入射角小于 10°时,可以看出风速小的海面散射系数大,这主要因为在大角度入射情况下,风速越小,海面相干散射分量占散射总量比例显著增加所致.

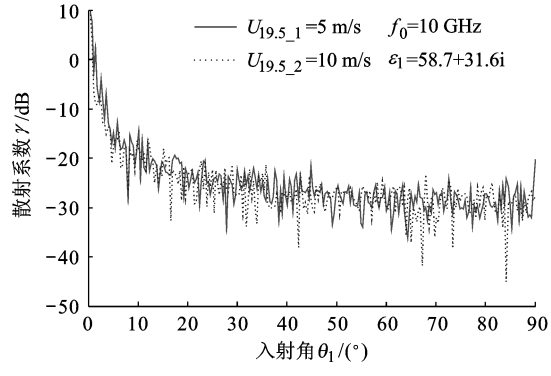


a　HH

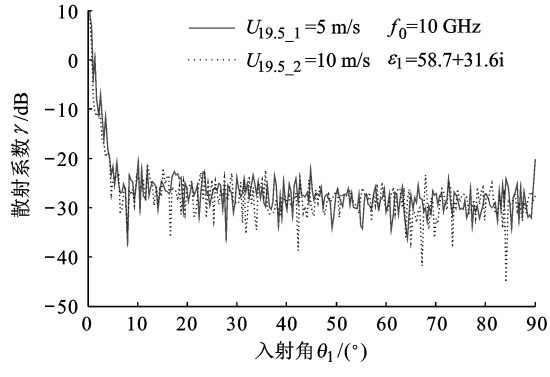


b　VV

图 3　不同分形维数下后向散射系数随入射角的变化



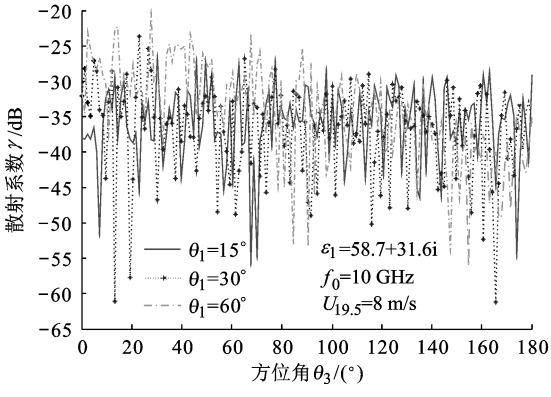
a　HH



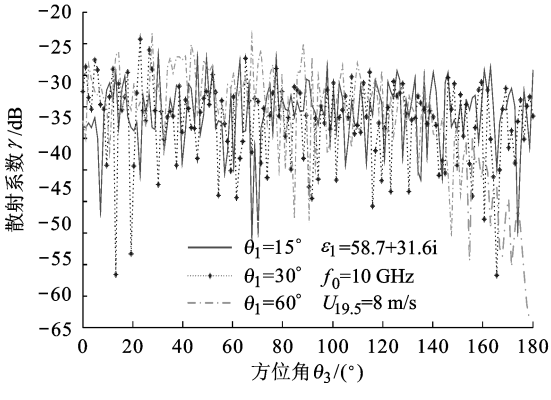
b　VV

图 4　不同风速下后向散射系数随入射角的变化

为简单起见,取 $\theta=0°$,$\bar{\beta}_0=0°$,当 $x-y$ 平面绕原点正向转动 θ_3 时,风向 $\phi=\theta_3$,取海水介电常数 $\varepsilon=58.7+31.6i$,海面上方 19.5 m 处风速为 8 m/s,入射频率 $f_0=10$ GHz,入射角分别为 15°,30°,60°,其它参数同上,仿真结果见图 5. 从图 5a 和图 5b 中看出,HH 极化比 VV 极化散射系数幅度大些. 在 HH 极化下,随着入射角增大,散射系数呈减小趋势. 入射角 $\theta_3=60°$ 对散射系数作用明显,散射系数随着风向增大而减小. 在 VV 极化下,在风向为 $\theta_3=0°$(顺风向)和 180°(逆风向)时,散射系数的幅值是相等的,且侧风向下的散射系数幅值要小于逆风和顺风向下散射强度系数的幅值,当风向角 $\theta_3=90°$ 时,散射系数幅值最大.



a HH

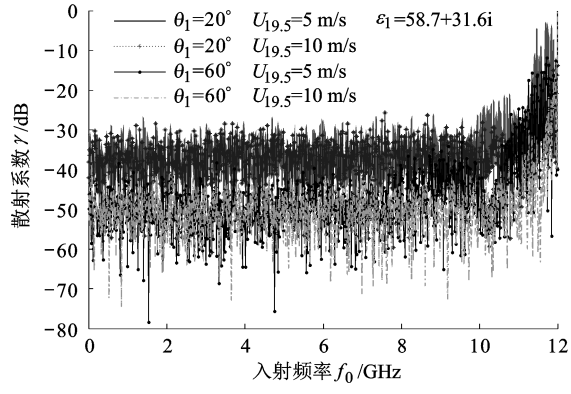


b VV

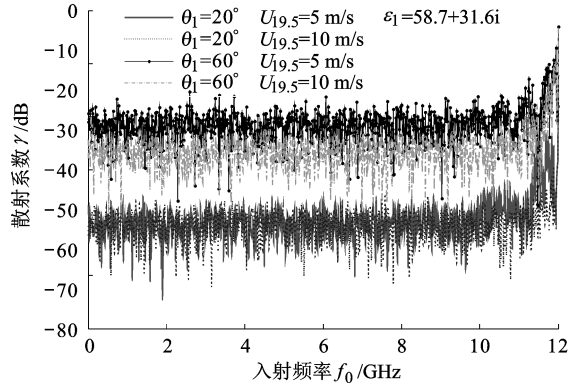
图 5 不同入射角下后向散射系数随风向的变化

取海水介电常数 $\varepsilon=58.7+31.6i$,海面上方 19.5 m 处的风速分别为 10 m/s,5 m/s,观察范围取 $X=Y=150$ m,采样 1 s,采样 1 000 点,分维数 $d=2.62$,尺度因子分别为 $a=0.985$,$b=1.015$,重力常数 $g=9.8$,正幂率因子 $\xi=3.9$,雷达相对海面速度为 540 m/s,入射角分别为波浪的运动方向角 $\beta_{1m}=\beta_{2n}=45°$,波浪谐波个数 $N=10$,仿真结果见图 6. 从图 6a 中可以看出,HH 极化方式下,在同为入射角 $\theta_1=20°$ 时,在入射频率大于 10 GHz 时,风速小的散射系数大,并随着入射频率增大而增大;在入射角 $\theta_1=60°$ 时,风速对散射系数的影响并不明显;在相同入射频率下,入射角为 20° 的散射系数要比入射角为 60° 时大近 10 dB.

在图 6b 中,VV 极化方式下,在同为入射角 $\theta_1=20°$ 时,风速对散射系数的影响不明显;在入射角 $\theta_1=60°$ 时,风速 $v=10$ m/s 比风速 $v=5$ m/s 对散射系数影响小近 15 dB,而在相同入射频率下,入射角为 60° 的散射系数要比入射角为 20° 时大近 40 dB,这与 HH 极化正相反.



a HH



b VV

图 6 不同风速下后向散射系数随入射频率的变化

2.2 电磁后向散射系数分形仿真

设 $\theta_1=\theta_2$,$\theta_3=\pi$,雷达入射频率为 $f_0=10$ GHz,取海水温度为 18,盐度为 45‰,海面上方 19.5 m 处的风速为 8 m/s,雷达照射海面入射角 $\theta_1=\theta_2=75°$,$\theta_3=\pi$,观察范围取 $X=Y=400$ m,采样 1 s,采样 400 点,$d=2.62$,尺度因子分别为 $a=0.985$,$b=1.015$,重力常数 $g=9.8$,正幂率因子 $\xi=3.9$,雷达相对海面速度为 540 m/s,波浪的运动方向角 $\beta_{1m}=\beta_{2n}=45°$,波浪谐波个数 $N=10$,散射系数以及实部与虚部各自的分形维数见表 1、表 2.

表 1 HH 水平极化方式散射系数分形维数

参数	$\gamma(t)$	$\gamma(t)$ 实部	$\gamma(t)$ 虚部	海面	最大相对误差/%
数值	2.5554	2.4932	2.5863	2.62	1.21

从表 1 看出,散射系数实部与虚部在不同极

化方式下平均误差小于 4%,这是对 WM 函数应用盒维数法进行分形维数估计的典型误差,该误差主要是由估计方法引起的,因此可以认为散射系数的分形维数与实部和虚部分形维数相等,值为 2.56,这证明了该散射系数实部与虚部曲线是分形的,其分形维数等于散射系数的分形维数,并且拥有与二维分形海面相同的分形维数(海面分形维数为 2.62). 因一个二维分形海面电磁后向散射系数能够表征该分形海面雷达回波信号,因此该海面回波信号也具有分形特性.

表 2　VV 垂直极化方式散射系数分形维数

参数	$\gamma(t)$	实部 $\gamma(t)$	虚部 $\gamma(t)$	海面	最大相对误差/%
数值	2.5554	2.5034	2.5922	2.62	1.50

3　结 束 语

目前国家海洋环境斗争愈发复杂,对海面舰船以及低空飞行导弹等海面微弱目标的探测与识别的相关研究十分迫切. 本文在更为符合实际散射现象的二维分形海面模型基础之上,推导了一种在不同极化方式下新的电磁后向散射系数计算方法,在时域内研究了海水介电常数、电磁波入射角、入射频率以及风速风向对海面散射系数的影响,运用数值分析方式计算了散射系数实部与虚部分形维数,得出散射系数分形维数与他自身的实部和虚部维数相等,从而证明了该散射系数实部与虚部曲线是分形的,因此该海面雷达接收信号也具有分形特征,这为运用分形理论研究海面微弱目标检测提供了一个重要方法.

参考文献(References)

[1] Berizzi F, Enzo D M. Scattering coefficient evaluation from a two-dimensional sea fractal surface [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2002, 50(4): 432-434

[2] Berizzi F, Enzo D M. Fractal analysis of the signal scattered from the sea surface [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1999, 47(2): 325-327

[3] Ruello G, Blanco Sanchez P, Iodice A, et al. Measurement of the electromagnetic field backscattered by a fractal surface for the verification of electromagnetic scattering models[J]. IEEE Trans on Geosciences and Remote Sensing, 2010, 48(4): 1777-1787

[4] Franceschetti G, Iodice A, Migliaccio M, et al. Scattering from natural rough surface modeled by fractional Brownian motion two-dimensional processes [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1999, 47(9): 1406-1407

[5] 王运华,郭立新,吴振森. 改进的二维分形模型在海面电磁散射中的应用[J]. 物理学报, 2006, 55(10): 5193-5195
Wang Yunhua, Guo Lixin, Wu Zhensen. The application of an improved 2D fractal model for electromagnetic scattering from the sea surface[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(10): 5193-5195 (in Chinese)

[6] 谢涛,何宜军,陈文俊. 二维分形海面雷达后向散射截面[J]. 电子学报, 2005, 33(3): 423-424
Xie Tao, He Yijun, Chen Wenjun. Back scattering RCS of two-dimensional sea fractal surface[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(3): 423-424 (in Chinese)

[7] 李晓飞,许小剑. 二维线性与非线性海面电磁散射特性比对研究[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(9): 1837-1838
Li Xiaofei, Xu Xiaojian. Comparative study of electromagnetic scattering from two-dimensional linear and nonlinear sea surfaces [J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(9): 1837-1838 (in Chinese)

[8] Ram Somaraju, Jochen Trump. Frequency, temperature and salinity variation of the permittivity of seawater [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2006, 54(11): 3441-3441

[9] Tzeng Yuchang, Fan Kaotai, Chen Kunshan. A parallel differential box-counting algorithm applied to hyperspectral image classification [J]. IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing Letters, 2012, 9(2): 272-276

[10] PourNejatian N M, Nayebi M M. Fractal based detection using blind box-counting method in high resolution radars[C]//Proc of the 7th European radar conference. Paris: IEEE Computer Society, 2010: 407-410

(编　辑:娄　嘉)