大型紧缩场边缘干涉误差检测及拼缝修正

周国锋 李晓星 栾京东 程德级

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

摘 要: 为了避免由单块反射面边缘误差导致拼缝产生物理干涉并引起反射面受力变形,保证大型紧缩场最终的型面精度及电气性能,针对典型的紧缩场反射面形式,在评价单块反射面边缘轮廓度的基础上,建立统一的正交距离回归模型,用于计算单块反射面的标称尺寸、干涉误差以及边缘的修正量,并对整体拼缝干涉高风险区进行预估及修正. 利用激光跟踪仪对某大型紧缩场单块反射面边缘进行了测量,应用上述方法分析并修正了干涉高风险区,保证该紧缩场的拼缝宽度满足(0.4 ±0.2)mm 的设计指标.

关 键 词: 大型紧缩场; 边缘轮廓度; 正交距离回归; 干涉误差; 拼缝修正

中图分类号: TB 92

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2014)02-0166-06

Edges interference errordetection and reflector gaps correction for large-scale compact range

Zhou Guofeng Li Xiaoxing Luan Jingdong Cheng Deji

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to avoid the physical interference and reflecting surface deformation caused by a single reflector edge error, and ensure the final surface accuracy and electrical performance of large-scale compact range, an unified orthogonal distance regression model taking account of the typical forms of compact range (CR) reflection surface was proposed based on the evaluation of single reflector panel edge profile tolerance. And this model was employed to calculate the panels' nominal size, interference error and edge correction. Meanwhile this model also could be used to predict and mend the overall gaps interference high risk area. The single reflector's edges of a large compact range were measured by a laser tracker. After analyzing and correcting the high interference risk areas through the above approach, the CR gaps satisfied the design index of (0.4 ±0.2) mm.

Key words: large-scale compact range; edge profile tolerance; orthogonal distance regression; interference error; gaps correction

紧缩场(CR, Compact Range)在近距离范围内将馈源发出的球面波转换为平面波,是隐身和反隐身研究、目标雷达散射截面测试、毫米波天线及系统性能测试等严格要求对平面波环境的各种测量的关键设备,正朝着大静区、高频率的方向发展[1]. 大型紧缩场一般都由多块反射面拼装而成[2],反射面之间形成拼缝,单块反射面的边缘直接影响到紧缩场的拼缝精度. 目前紧缩场反射面普遍采用"离散钉模、真空负压、蜂窝夹层"工艺原理[3]制造,在展开料计算、下料、定位、拼接、成形等[4-7]工艺过程中都有误差产生,其中大部分都累积到反射面边缘,使得边缘成为反射面误差最大的区域. 若由边缘误差导致拼缝过小,会影响反射面装配,同时由于热胀冷缩引起反射面之

收稿日期: 2013-04-16; **网络出版时间**: 2013-06-28 17:28

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20130628.1728.001.html

基金项目: 教育部基本科研重大项目类资助项目(30420120299)

作者简介: 周国锋(1982-),男,湖南浏阳人,博士后,zgf@buaa.edu.cn.

间产生应力导致反射面型面变形;若拼缝过大,将产生缝隙绕射影响电气性能[8-10]. 文献[11-12]通过设计软边、锯齿形边缘或采取薄膜覆盖等方法,来减少边缘缝隙绕射,这些方法增加了制造成本,不利于后期维护,而实际应用中并没有解决反射面边缘几何误差的问题.

本文针对典型的紧缩场边缘形式,在评价单块反射面边缘轮廓度的基础上,建立统一的正交距离回归模型,用于计算单块反射面的标称尺寸、干涉误差以及边缘的修正量,并对整体拼缝干涉高风险区进行预估及修正. 通过实际测量某大型紧缩场边缘,并对其拼缝干涉进行了预估及修正,验证了该方法的实用性.

1　反射面分割及边缘

大型紧缩场典型的反射面分割形式如图 1 所示,该图为某偏置旋转抛物面单反射面紧缩场在其口径面上的投影图,图中将 Y 方向定义为铅垂方向,Z 方向为垂直口径面方向,而 X 方向则由右手定则确定.

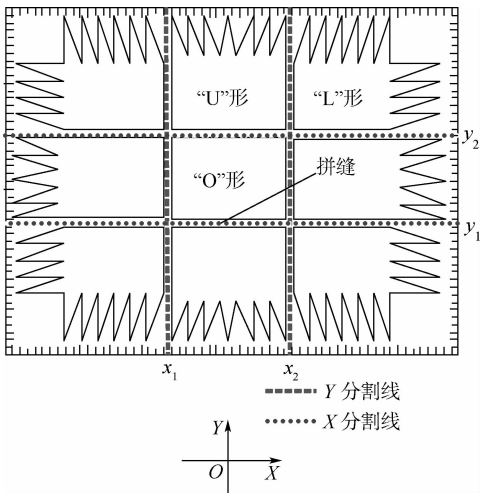


图 1　典型紧缩场反射面分割方式

典型的紧缩场反射面外部边缘设计成锯齿形[2-3]. 由于尺寸大,整体加工困难,采用"等 X 等 Y"的原则进行分块[3](即在同一 X 分割曲线上,所有反射面边缘的 X 的理论值相等,Y 方向相同),于是分割成不同形状的反射面. 如图 1 所示,中间实体反射面边缘由 4 条空间曲线组成,这类反射面的边缘定义为"O"形;而外部反射面缘由曲线和锯齿形边齿组成,根据形状分别定义为"U"形和"L"形. 值得注意的是,在本文中边缘的概念不包括锯齿形边齿. 从图 1 易见,反射面理论边缘在其口径面(平行于 XOY 面)的投影是相互平行或正交的.

传统的边缘误差的评价本质上是空间曲线轮廓度评价问题[13-15],基本原理是对曲线进行采样测量,通过空间变换将测量点转换到与理论边缘满足某种条件(比如距离最小二乘)下的最佳匹配位置,再将最佳匹配位置下测量点的峰峰值误差或标准差作为曲线轮廓度误差值指标.

2　统一正交模型

图 2 为某"O"形反射面边缘在口径面的投影图,边缘误差在 X 和 Y 方向的分量将影响反射面之间拼缝精度,故将边缘在 X 和 Y 方向偏离理论边缘的误差定义为边缘干涉误差,并规定干涉误差方向向外为正,向内为负. 将边缘干涉误差限制在外部和内部边缘误差允许带内,则能保证拼缝质量.

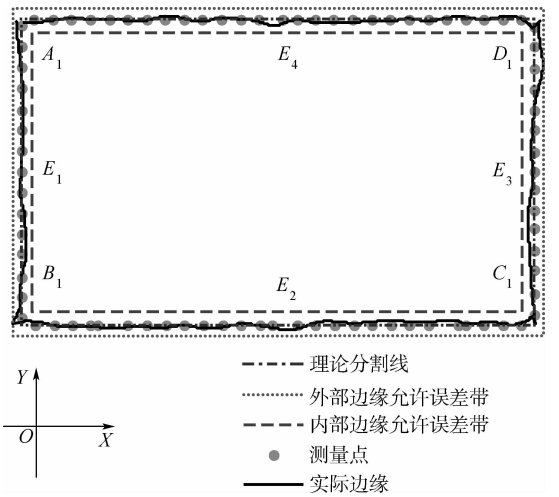


图 2　"O"形反射面边缘投影图

如图 2,该边缘在口径面的投影为矩形,若边缘理论分割曲线为 $\varphi(x,y)$,边缘离散测量点记为 $P'_i(x,y,z)$,其中 $i=1,2,\cdots,m$ 表示边缘测量点的个数. 本文采用文献[16]提出的 Nelder-Mead 单纯形法求取基于半光程差最小二乘条件最佳匹配下的空间变换参数 ζ^*,使得

$$\sum_{i=1}^{m}\left[f(P'_i,\zeta^*)-\varphi(x,y)\right]^2=\min \tag{1}$$

其中,$\zeta^*=(\alpha,\beta,\gamma,\Delta x,\Delta y,\Delta z)$ 为空间变换 6 参数;$\delta'_i=f(P'_i,\zeta)-\varphi(x,y)$ 为单点的半光程误差. 在此基础上,按照 ζ^* 转换得到各测量点的换装后坐标 $P_i(x,y,z)$ 后,分别取 4 条边缘上的测量点的 (x,y) 坐标,建立正交方程组(2):

$$\left.\begin{aligned}
E_1&:c_1+n_1x_{1j}+n_2y_{1j} \quad j=1,2,\cdots,p(I)\\
E_2&:c_2+n_2x_{2j}+n_1y_{2j} \quad j=1,2,\cdots,q(L)\\
E_3&:c_3+n_1x_{3j}+n_2y_{3j} \quad j=1,2,\cdots,r(U)\\
E_4&:c_4+n_2x_{4j}+n_1y_{4j} \quad j=1,2,\cdots,s(O)
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

其中向量(n_1,n_2)正交于该直线 E_1 和 E_3,平行于直线 E_2 和 E_4,且有 $n_1^2+n_2^2=1$,计算 $\varepsilon_{1j}=c_1+n_1x_{1j}+n_2y_{1j}$,则 ε_{1j}是点(x_{1j},y_{1j})到直线 E_1 的正交距离,同理可得其他点到相应边缘的正交距离统一记为 ε_i,联立所有方程得到如下带约束正交距离最小二乘关系式:

$$\left.\begin{aligned}&\|\boldsymbol{\varepsilon}_i\|=\sum_{i=1}^{m}\varepsilon_i^2=\min\\&\text{s.t.}\quad \boldsymbol{AX}=\boldsymbol{D}\\&\qquad n_1^2+n_2^2=1\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&x_{11}&y_{11}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\1&0&0&0&x_{1p}&y_{1p}\\0&1&0&0&y_{21}&-x_{21}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&1&0&0&y_{2q}&-x_{2q}\\0&0&1&0&x_{31}&y_{31}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&1&0&x_{3r}&y_{3r}\\0&0&0&1&y_{41}&-x_{41}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&0&1&y_{4s}&-x_{4s}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}=[c_1,c_2,c_3,c_4,n_1,n_2]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{D}=[\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_m]^{\mathrm{T}}$$

对 $\boldsymbol{A}$ 进行 QR 分解有 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{PR}$,可得

$$\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{AX}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{4\times4}&\boldsymbol{R}_{4\times2}\\\boldsymbol{0}_{2\times4}&\boldsymbol{R}_{2\times2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_{4\times1}\\\boldsymbol{N}_{2\times1}\end{bmatrix}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\tag{4}$$

其中

$$\boldsymbol{R}_{4\times4}=\begin{bmatrix}r_{11}&r_{12}&r_{13}&r_{14}\\0&r_{22}&r_{23}&r_{24}\\0&0&r_{33}&r_{34}\\0&0&0&r_{44}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}_{4\times2}=\begin{bmatrix}r_{15}&r_{16}\\r_{25}&r_{26}\\r_{35}&r_{36}\\r_{45}&r_{46}\end{bmatrix}\qquad\boldsymbol{R}_{2\times2}=\begin{bmatrix}r_{55}&r_{56}\\0&r_{66}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{N}_{2\times1}=[n_1\quad n_2]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{C}_{4\times1}=[c_1,c_2,c_3,c_4]^{\mathrm{T}}$$

因为式(4)只包含 2 个非线性约束未知量 $\boldsymbol{N}_{2\times1}$,上述问题简化为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{R}_{2\times2}\boldsymbol{N}_{2\times1}\approx[0\ 0]^{\mathrm{T}}\\&\|\boldsymbol{N}\|_2=1\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

对 $\boldsymbol{R}_{2\times2}$进行奇异值分解有 $\boldsymbol{R}_{2\times2}=\boldsymbol{U\Sigma V}^{\mathrm{T}}$,极小值是 $\boldsymbol{R}_{2\times2}$的最小奇异值 $\sigma_{\min}$,而 $\boldsymbol{N}_{2\times1}$是对应 $\sigma_{\min}$的奇异向量[17],进而可求:

$$\boldsymbol{C}_{4\times1}=-\boldsymbol{R}_{4\times4}^{-1}\boldsymbol{R}_{4\times2}\boldsymbol{N}_{2\times1}\tag{6}$$

至此,得到“O”型边缘的正交距离回归参数 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{orth}}=[c_1,c_2,c_3,c_4,n_1,n_2]^{\mathrm{T}}$,而“U”形和“L”形边缘是“O”型边缘的蜕化形式,用式(3)统一求解.

3 边缘干涉误差

3.1 名义尺寸

由于边缘误差的存在,反射面的实际边缘在口径面的投影并不是规则的矩形,将正交回归参数 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{orth}}$代入方程组(2)可以计算反射面的角点坐标 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{P}}$:

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{P}}=-\begin{bmatrix}n_1&-n_2\\n_2&n_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c_1&c_3&c_3&c_1\\c_4&c_2&c_4&c_2\end{bmatrix}\tag{7}$$

同时计算反射面 2 组互相平行边缘之间的距离:

$$\left.\begin{aligned}W'&=|c_1-c_3|/\sqrt{n_1^2+n_2^2}=|c_1-c_3|\\H'&=|c_2-c_4|/\sqrt{n_1^2+n_2^2}=|c_2-c_4|\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

将 W'和 H'定义为反射面的名义宽度和名义高度,$W'\times H'$定义为反射面名义尺寸,若反射面的设计尺寸为 $W\times H$,其中 W 为投影宽度,H 为投影高度,进而计算尺寸误差:

$$\left.\begin{aligned}\Delta W&=W'-W\\\Delta H&=H'-H\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

3.2 局部误差

为保证拼缝质量,对反射面的尺寸精度有严格要求,当 ΔW 和 ΔH 满足要求的情况下,还必须对各点处误差进行计算,保证边缘各点处均满足边缘精度的设计要求.

将边缘点代入式(3)即可求得各点的干涉误差 D,采用拉格朗日插值多项式计算边缘任意位置的局部误差为

$$E(x,y)=\begin{cases}\displaystyle\sum_{i=0}^{p+r}\prod_{k=0,k\neq i}^{p+r}\left(\frac{x-x_k}{x_i-x_k}\right)\varepsilon_i & x\in[a,b]\\\displaystyle\sum_{j=0}^{q+s}\prod_{l=0,l\neq j}^{q+s}\left(\frac{y-y_l}{y_j-x_l}\right)\varepsilon_j & y\in[c,d]\end{cases}\tag{10}$$

3.3 修正量

设 $\Delta\tilde{w}$,$\Delta\tilde{h}$ 为设计尺寸允许误差,若在 $x\in[a,b]$,$y\in[c,d]$的某些子区域 $\boldsymbol{\Phi}$:$\{[a_1,b_1]\cup\cdots\cup[a_m,b_m]\}\in[a,b]$ 或 $\boldsymbol{\Psi}$:$\{[c_1,d_1]\cup\cdots\cup$

$[c_n,d_n]\}\in[c,d]$ 上 $E(x,y)>\Delta\tilde{w}$ 或者 $\Delta H>\Delta\tilde{h}$,则表明该位置干涉正误差超出外部允许误差带,可能导致拼缝间的物理干涉,此时计算边缘修正量为

$$\Delta C(x,y)=E(x,y)+\tau\cdot\varphi(\Delta\tilde{w},\Delta\tilde{h}) \tag{11}$$

其中,$x\in\Phi$;$y\in\Psi$;φ 为修正项;τ 为修正因子,τ 的选择要考虑反射面的实际尺寸.

4　应用实例

某大型紧缩场反射面为绕 Z 轴旋转抛物面,理论焦距 $f=14\,400$ mm,设计静区 6 m×6 m,最高工作频率 75 GHz. 实体部分按照"等 X 等 Y"原则划分成 24 块矩形反射面及 56 块三角形边齿,反射面拼缝设计指标为 0.4 ± 0.2 mm. 为了保证紧缩场的拼装精度,采用 LeciaAT901-B 激光跟踪仪配合 1.5 英寸 RRR 反射球及 offset 为 6.0 mm 的基座,按照 80 mm 间距对各反射面边缘进行单点静态测量. 采用第 2 节所述方法将所有 24 块反射面边缘都转换到与理论边缘最佳匹配位置,并计算各反射面边缘干涉误差,最后建立整体拼缝物理干涉模型并可视化处理.

图 3 为该紧缩场整体拼缝虚拟拼装图. 为便于观察,图中的误差放大了 250 倍. 由图 3 可见干涉误差超差主要由干涉正误差造成,虚拟拼装后将干涉量大于 0.01 mm 的区域标记为反射面拼缝之间可能产生物理干涉的高风险区,在图中用椭圆框区域标记. 图 3 中干涉高风险区达到 17 处,其中有 11 处出现在反射面的角点位置,占到高风险区总数的 64.7%,其他 6 处出现在边缘中间部分,且误差相对值较小.

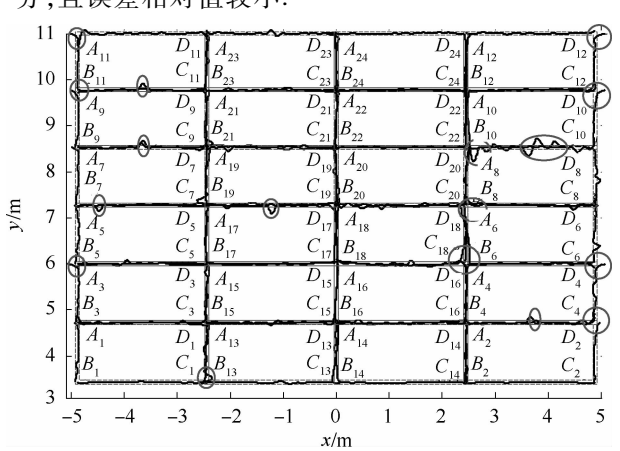


图 3　修正前整体拼缝误差分布图

为了避免干涉,保证拼缝精度,对各个高风险区进行干涉误差修正. 分析 C_1 与 B_{13} 之间的高风险区,可知该高风险区是由最左下角 1 号反射面的 C_1 附近边缘干涉正误差导致.

图 4 是 1 号反射面边缘修正前干涉误差分布图,此时反射面尺寸误差为 $\Delta W=0.204$ mm,$\Delta H=-0.123$ mm. 其中 C_1 处最大干涉误差为 0.431 mm,按照式(11)取修正因子 $\tau=0.381$ 计算边缘修正量并进行修边处理. 修正后重新测量.

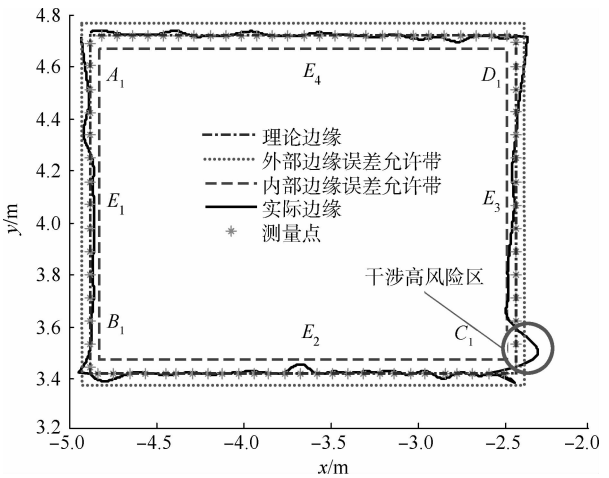


图 4　单块修正前拼缝误差分布图

图 5 为修正后 1 号反射面边缘干涉误差图,C_1 处高风险区消失,边缘最大误差为 0.164 mm,反射面尺寸误差为 $\Delta W=0.151$ mm,$\Delta H=-0.123$ mm,满足 ± 0.2 mm 指标. 表 1 为该反射面边缘在修正前后的正交模型参数表.

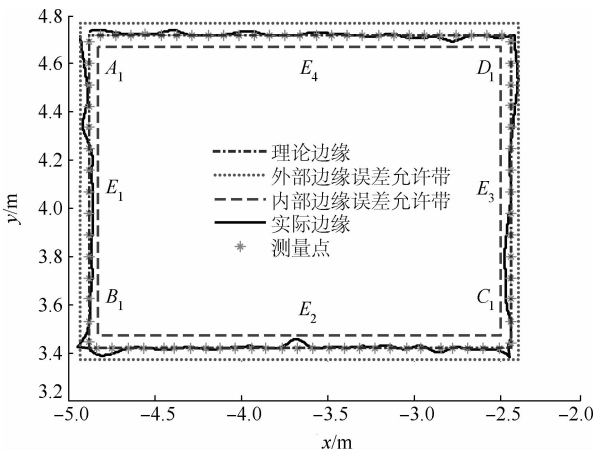


图 5　单块修正后拼缝误差分布图

表 1　修正前后边缘参数对比表

边缘参数	修正前	修正后
c_1/mm	−4 882.303	−4 882.291
c_2/mm	3 421.011	3 421.022
c_3/mm	−2 444.687	−2 444.622
c_4/mm	4 720.574	4 720.585
n_1	−0.999 999 998	−0.999 999 999
n_2	0.000 056 630	0.000 053 703

分别对图 3 中其他 16 处干涉高风险区进行修正,修正后的误差分布图如图 6 所示,图中拼缝

干涉高风险区域均被修复.

图 7 为装配完成后的现场照片. 该紧缩场的现场实际装配完成后,24 块反射面型面精度达到 47 μm,反射面拼缝宽度均匀,所有拼缝均满足设计指标(0.4 ±0.2) mm 的要求,验证了上述修正方法的可行性.

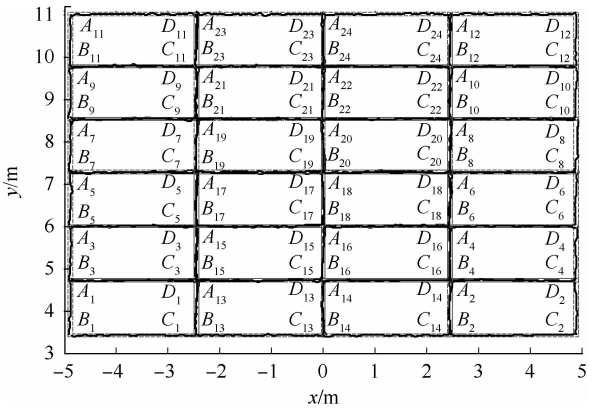


图 6 整体修正后拼缝误差分布图

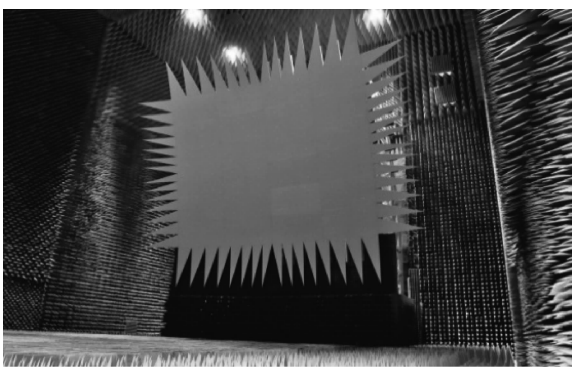


图 7 装配完成现场图

5 结 束 语

大型紧缩场通常由多块反射面拼接而成,反射面之间形成拼缝. 单块反射面边缘干涉误差直接影响拼缝质量. 为保证紧缩场拼缝质量,本文针对典型的紧缩场反射面分割形式,在评价边缘轮廓度的基础上提出了统一的边缘干涉误差的计算模型,并对紧缩场整体拼缝进行预估及修正,得到以下结论:

1) 基于正交距离的统一模型能普遍适用于典型的 3 种形式反射面的尺寸及边缘干涉误差的检测.

2) 反射面干涉正误差是超差的主要表现形式,而拼缝干涉高风险区主要分布在反射面边缘的角点处. 对某紧缩场边缘中采用 0.381 的修正因子较好地消除了拼缝干涉,保证拼缝宽度满足(0.4 ±0.2) mm 指标,验证了方法的实用性.

3) 本文主要针对引起拼缝干涉的边缘干涉正误差进行了分析和修正,对引起拼缝宽度过大的边缘干涉负误差的修复有待进一步研究和解决.

参考文献 (References)

[1] Jiang Chao, Li Dongsheng, Zhou Guofeng, et al. Precision forming technology and application for high-precision sandwich reflector panels[C]//Proceedings of 2011 International Conference on Electronic and Mechanical Engineering and Information Technology, EMEIT 2011. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2011, 3: 1164-1168

[2] 全绍辉,何国瑜,徐永斌,等. 一个高性能单反射面紧缩场[J]. 北京航空航天大学学报,2003,29(9):767 - 769
Quan Shaohui, He Guoyu, Xu Yongbin, et al. High performance single reflector compact range[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(9): 767 - 769 (in Chinese)

[3] 周贤宾,陈连峰,李东升. 反射器夹层面板精密成形原理[J]. 北京航空航天大学学报,2004,30(4):296 - 300
Zhou Xianbin, Chen Lianfeng, Li Dongsheng. Principle of precision forming for sandwich panel of large antenna reflector[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 30(4): 296 - 300 (in Chinese)

[4] 薛会民,李东升. 大曲率高精度反射器面板精密成形坯料展开技术[J]. 塑性工程学报,2009(4):12 - 16
Xue Huimin, Li Dongsheng. Research on surface flattening technology of the precision forming for large curvature reflector panel[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2009(4): 12 - 16 (in Chinese)

[5] 郝长岭,周贤宾,李志光,等. 紧缩场蜂窝夹层反射面板材料参数优化反求[J]. 复合材料学报,2008,25(3):190 - 196
Hao Changling, Zhou Xianbin, Li Zhiguang, et al. Material parameter identification of sandwich reflector panels of compact antenna test range by genetic algorithm-based inverse method[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(3): 190 - 196 (in Chinese)

[6] 江超,李东升,任士明,等. 基于缝隙特征的蜂窝夹层结构刚度损失评估及应用[J]. 复合材料学报,2012,29(4):186 - 190
Jiang Chao, Li Dongsheng, Ren Shiming, et al. Stiffness loss assessment and application based on fracture features of honeycomb sandwich structure[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2012, 29(4): 186 - 190 (in Chinese)

[7] 李东升,江超,周贤宾,等. 蜂窝夹层结构高精度面板拼接方法:中国,201110104775. X[P]. 2011-04-26
Li Dongsheng, Jiang Chao, Zhou Xianbin, et al. Asplicing method of high precision honeycomb sandwich structure reflector panel: China, 201110104775. X[P]. 2011-04-26 (in Chinese)

[8] Hüschelrath J. The electromagnetic problem of interpanel gaps in reflector antennas[J]. Acta Astronautica, 2005, 57(2-8): 356 - 371

[9] Shavit R, Smolski A P, Cook C J. The interpanel gap scattering effect in a compact range[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1991, 39(4): 480 - 484

[10] 葛俊祥,何国瑜,江贤柞. 大型双柱面紧缩场天线缝隙的近

场扰动[J]. 电子学报,1997,25(3):25 – 28
Ge Junxiang, He Guoyu, Jiang Xianzuo. The gaps scattering effect in a two-cylindrical compact antenna range[J]. Acta Electronica Sinica,1997,25(3):25 – 28(in Chinese)

[11] Kildal P S, Steen L, Napier P. Reduction of scattering from gaps between reflector antenna panels by using artificially soft edges [C]//IEEE Transactions on Antennas and Propagation. Piscataway, NJ: IEEE, 1991, 3: 1316 – 1319

[12] Padin S, Carlstrom J E, Chauvin E, et al. Panel gap cover for millimetre-wave antenna [J]. Electronics Letters, 2008, 44(16): 950 – 952

[13] 杨密,李平,卢春霞,等. 逐次逼近法评定自由曲线的轮廓度误差[J]. 西安工业大学学报,2006,26(1):33 – 35,40
Yang Mi, Li Ping, Lu Chunxia, et al. Anapproaching method to evaluate profile error of free curve[J]. Journal of Xi'an Technological University, 2006, 26(1): 33 – 35, 40(in Chinese)

[14] 侯宇,张竞,崔晨阳. 复杂线轮廓度误差评定方法[J]. 仪器仪表学报,2001,22(1):104 – 106
Hou Yu, Zhang Jing, Cui Chenyang. An evaluation method of complicated curve profile error[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2001, 22(1): 104 – 106(in Chinese)

[15] 刘文文,聂恒敬. 一种自适应的平面线轮廓度误差评定方法[J]. 计量学报,1999,20(1):27 – 31
Liu Wenwen, Nie Hengjing. An auto-spotting evaluation method of plane profile of any line[J]. Acta Metrologica Sinica, 1999, 20(1): 27 – 31(in Chinese)

[16] 周国锋,李晓星. 基于半光程差的天线反射面型面精度检测[J]. 北京航空航天大学学报,2011,37(6):723 – 727
Zhou Guofeng, Li Xiaoxing. Base on semi-optical path difference of antenna reflector surface accuracy detection[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(6): 723 – 727(in Chinese)

[17] Golub G H, Vanloan C R. Matrix computations[M]. 2nd ed. Baltimore: John Hopkins University Press, 1989: 239 – 241