高超声速飞行器异步切换的鲁棒 H_∞ 控制

吴振东 王 青 董朝阳

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191) (北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对高超声速飞行器子系统与控制器异步切换问题,提出了一种鲁棒 H_∞ 控制策略. 构造了依赖于控制器切换信号的 Lyapunov 函数,可以有效抵消由异步切换带来的控制器设计困难,结合平均驻留时间方法和 Lyapunov 函数方法,分析了系统的全局一致渐近稳定性和 H_∞ 性能指标,设计了异步切换的鲁棒 H_∞ 控制器. 仿真结果表明,该方法实现高超声速飞行器在异步切换过程中对指令的精确跟踪,控制量在异步切换时刻无跳跃现象,同时对扰动具有较强的抑制作用.

关 键 词: 飞行器控制; 异步切换; 鲁棒控制; 稳定性分析; 高超声速飞行器

中图分类号: TP 273

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2014)02-0177-06

Robust H_∞ control for hypersonic vehicles under asynchronous switching

Wu Zhendong Wang Qing

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Dong Chaoyang

(School of Aeronautical Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A new robust H_∞ control design method was presented for hypersonic vehicles under asynchronous switching between the controllers and subsystems. A Lyapunov function dependent on switching signal of controllers was constructed, which could effectively counteract the intractable problem of controller design under asynchronous switching. Moreover, employing the average dwell time technique and Lyapunov function method, the globally uniformly asymptotically stable with the H_∞ performance index was investigated, and the robust H_∞ controllers were designed. Simulation results show that the robust H_∞ control system of hypersonic vehicles provides satisfactory command tracking and avoids the state jumping under asynchronous switching with a high containment procedure for the turbulence.

Key words: flight control; asynchronous switching; robust control; stability analysis; hypersonic vehicle

由于高超声速飞行器的飞行包线跨度大,其气动力特性在飞行过程中改变显著,导致动力学特征和模型参数沿飞行轨迹变化非常快,工程上常采用增益调度方法设计此类系统的控制器[1],但该方法难以保证闭环控制系统的稳定性. 为了弥补上述方法的不足,学者将切换系统理论应用于高超声速飞行器的控制器设计中[2-6],取得了很好的设计效果,这些研究工作均是基于子系统与控制器同步切换. 考虑飞行器实际工作中,从辨识工作子系统到激活相应的子控制器需要一定的时间,即控制器切换时刻会滞后于子系统,极易导致高超声速飞行器控制系统切换过程的动态跟踪特性变差,甚至造成闭环系统的不稳定,因而有必要研究飞行器子系统与控制器的异步切换.

近年来对子系统与控制器异步切换研究取得了一些优秀的成果[7-10]. 文献[7]分析异步切换

收稿日期: 2013-04-16; **网络出版时间**: 2013-11-20 10:28

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20131120.1028.008.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273083,60974014)

作者简介: 吴振东(1987-),男,山西大同人,博士生,wuzhendongfly@163.com.

对状态和控制受限系统的影响;文献[8]针对切换信号的延迟,设计了异步切换控制器,并分析了闭环系统的稳定性. 以上文献均保证了异步切换系统的稳定性,且优化了控制器异步切换的过渡过程,但因采用驻留时间的方法,为子系统工作附加了时间约束,增加了设计的保守性. 针对此问题,文献[9-10]采用平均驻留时间方法,设计了离散和连续系统的异步切换控制器,但没有考虑不确定性,难以直接应用于具有不确定性的高超声速飞行器控制系统的分析与设计中.

本文为克服以上研究的局限,针对高超声速飞行器子系统与控制器异步切换,提出了一种鲁棒 H_∞ 控制策略. 构造了依赖于控制器切换信号的 Lyapunov 函数,有利于异步切换系统的控制器设计,同时也适用于异步切换导致的闭环子系统不稳定情况. 结合平均驻留时间和 Lyapunov 函数,设计了异步切换的鲁棒 H_∞ 控制器.

1 异步切换系统建模

以高超声速飞行器[11]的纵向飞行动态为例,不失一般性,仅考虑飞行器的纵向短周期运动,假定每一个工作点处的纵向短周期线性模型可以表征工作点附近的飞行动态,建立如下带有扰动的不确定线性切换系统:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \hat{\boldsymbol{A}}_{\sigma(t)}\boldsymbol{x}(t) + \hat{\boldsymbol{B}}_{\sigma(t)}\boldsymbol{u}(t) + \hat{\boldsymbol{E}}_{\sigma(t)}\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{z}(t) &= \hat{\boldsymbol{C}}_{\sigma(t)}\boldsymbol{x}(t) + \hat{\boldsymbol{D}}_{\sigma(t)}\boldsymbol{u}(t) + \hat{\boldsymbol{F}}_{\sigma(t)}\boldsymbol{w}(t)\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{x}(t) = [\alpha \quad q]^{\mathrm{T}}$ 为系统状态,α, q 分别为迎角和俯仰角速率;$\boldsymbol{u}(t) = [\xi_e \quad \eta]^{\mathrm{T}}$ 为控制输入,ξ_e 为升降舵偏转角,η 为节流阀调定指令;扰动输入变量 $\boldsymbol{w}(t) = [w \quad w_x]^{\mathrm{T}}$,$w$ 和 w_x 分别为垂向风速及其沿前向的梯度;$\boldsymbol{z}(t)$ 为被控输出;$\sigma(t):\mathbf{N}\to\boldsymbol{\Omega} = \{1,2,\cdots,k\}$ 为切换律,表征飞行器工作点随时间变化规律;$\hat{\boldsymbol{A}}_i, \hat{\boldsymbol{B}}_i, \hat{\boldsymbol{C}}_i, \hat{\boldsymbol{D}}_i, \hat{\boldsymbol{E}}_i, \hat{\boldsymbol{F}}_i (i \in \boldsymbol{\Omega})$ 分别为第 i 个工作点的不确定性系数矩阵,其描述如下:

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{A}}_i & \hat{\boldsymbol{B}}_i & \hat{\boldsymbol{E}}_i\\ \hat{\boldsymbol{C}}_i & \hat{\boldsymbol{D}}_i & \hat{\boldsymbol{F}}_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_i & \boldsymbol{B}_i & \boldsymbol{E}_i\\ \boldsymbol{C}_i & \boldsymbol{D}_i & \boldsymbol{F}_i\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{i1}\\ \boldsymbol{U}_{i2}\end{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_{i1} & \boldsymbol{V}_{i2} & \boldsymbol{V}_{i3}\end{bmatrix} \tag{2}$$

其中,$\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{B}_i, \boldsymbol{C}_i, \boldsymbol{D}_i, \boldsymbol{E}_i, \boldsymbol{F}_i$ 是标称系数矩阵;$\boldsymbol{U}_{i1}$,$\boldsymbol{U}_{i2}, \boldsymbol{V}_{i1}, \boldsymbol{V}_{i2}, \boldsymbol{V}_{i3}$ 是具有适当维数的实常数矩阵,由子系统系数矩阵的不确定项求解可得;$\boldsymbol{\Gamma}$ 是满足 $\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma} \leqslant \boldsymbol{I}$ 的未知参数矩阵.

飞行器控制系统设计任务是实现控制系统的稳定和对给定指令信号的跟踪控制,考虑飞行器实际工作中,从辨识工作子系统到激活相应的子控制器需要一定的时间 τ_i,如图 1 所示.

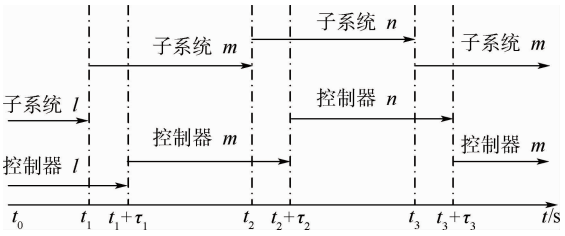


图 1 子系统与控制器异步切换示意图

设计如下形式的控制器:

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{K}_{\sigma'(t)}(t)\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{K}_{r\sigma'(t)}(t)\boldsymbol{r}(t) \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{K}_{\sigma'(t)}, \boldsymbol{K}_{r\sigma'(t)}(t)$ 分别为控制器中的反馈控制律和前馈控制律;$\boldsymbol{r}(t)$ 为给定的指令信号;$\sigma'(t)$ 为控制器的切换律.

假定控制器切换滞后时间 τ_i 均不大于常数 τ_d,则 $\sigma'(t)$ 可表示为

$$\sigma'(t) = \begin{cases} j = \sigma(t_{k-1}) & t \in [t_k, t_k + \tau_d)\\ i = \sigma(t_k) & t \in [t_k + \tau_d, t_{k+1})\end{cases} \tag{4}$$

2 控制器设计与分析

定义 1[4] 对于任意切换信号 $\sigma(t)$ 和任意时刻的 $t > t_0$,令 $N_{\sigma(t)}(t_0, t)$ 表示 $\sigma(t)$ 在时间间隔 (t_0, t) 的切换次数. 如果对于任意给定的 N_0,$\tau_a > 0$,使得 $N_{\sigma(t)}(t_0, t) \leqslant N_0 + (t - t_0)/\tau_a$ 成立,则称 τ_a 为平均驻留时间. 不失一般性,本文假设 $N_0 = 0$.

针对不确定线性切换系统(式(1)),设计控制器,并找到使得闭环切换系统全局一致渐近稳定且具有 H_∞ 性能上界的最小平均驻留时间.

定理 1 对于给定常数 $\alpha > 0, \beta < \alpha, \gamma > 0$,$\varepsilon_i > 0, \varepsilon_{ij} > 0$ 和 $\mu > 1$,若存在正定矩阵 $\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j$,适维矩阵 $\boldsymbol{W}_i, \boldsymbol{W}_j$,使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}_{11} & \boldsymbol{E}_i & \boldsymbol{\Xi}_{13} & \boldsymbol{U}_{i1} & \boldsymbol{\Xi}_{15}\\ \boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}} & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{V}_{i3}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{\Xi}_{13}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{U}_{i2} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{U}_{i1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{U}_{i2}^{\mathrm{T}} & -\varepsilon_{ij}^{-1}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{\Xi}_{15}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{V}_{i3} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I}\end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{11} & \boldsymbol{E}_i & \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{13} & \boldsymbol{U}_{i1} & \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{15}\\ \boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}} & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{V}_{i3}^{\mathrm{T}}\\ \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{13}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{U}_{i2} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{U}_{i1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{U}_{i2}^{\mathrm{T}} & -\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{15}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{V}_{i3} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & -\varepsilon_i\boldsymbol{I}\end{bmatrix} < 0 \tag{6}$$

$$\boldsymbol{X}_j < \mu \boldsymbol{X}_i \tag{7}$$

其中

$$\boldsymbol{\Xi}_{11} = \boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{W}_j + \boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{W}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} + \beta\boldsymbol{X}_i$$

$$\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{11} = \boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{W}_j + \boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{W}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} + \alpha\boldsymbol{X}_i$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{13} = \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{W}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}}$$

$$\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{13} = \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{15} = \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{V}_{i1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{W}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_{i2}^{\mathrm{T}}$$

$$\bar{\boldsymbol{\Xi}}_{15} = \boldsymbol{X}_i\boldsymbol{V}_{i1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_{i2}^{\mathrm{T}}$$

且切换律满足平均驻留时间 τ_{a} 约束:

$$\tau_{\mathrm{a}} > \tau_{\mathrm{a}}^{*} = \ln\frac{\mu}{\alpha} + \left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)\tau_{\mathrm{d}} \tag{8}$$

则控制器(3)中反馈控制器 $\boldsymbol{K}_{\sigma'(t)}(t)$ 选取如下参数:

$$\boldsymbol{K}_{\sigma'(t)} = \boldsymbol{W}_{\sigma'(t)}\boldsymbol{X}_{\sigma'(t)}^{-1} \tag{9}$$

可保证闭环切换系统全局一致渐近稳定,且具有 H_∞ 性能上界 $\gamma_{\mathrm{S}} = \gamma/\sqrt{1 - \tau_{\mathrm{a}}^{*}/\tau_{\mathrm{a}}}$,其中,$\gamma$ 满足 $\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{z}(t) \leqslant \gamma^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)$.

证明　构造准 Lyapunov 函数 $\boldsymbol{V}(x) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\sigma'(t)}\boldsymbol{x}$,当 $t \in [t_k, t_k + \tau_{\mathrm{d}})$ 时有

$$\dot{\boldsymbol{V}}_j(t) + \beta\boldsymbol{V}_j(t) + \boldsymbol{\phi}(t) = \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ij}\boldsymbol{\zeta} \tag{10}$$

其中　$\boldsymbol{\phi}(t) = \boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{z}(t) - \gamma^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)$

$$\boldsymbol{\zeta}(t) = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{P}_j^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{E}}_i + \hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{F}}_i \\ \hat{\boldsymbol{E}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j + \hat{\boldsymbol{F}}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij} & -\gamma^2\boldsymbol{I} + \hat{\boldsymbol{F}}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{F}}_i \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{11} = \hat{\boldsymbol{A}}_{cl,ij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j + \boldsymbol{P}_j^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{A}}_{cl,ij} + \beta\boldsymbol{P}_j + \hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij}$$

$$\hat{\boldsymbol{A}}_{cl,ij} = \hat{\boldsymbol{A}}_i + \hat{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{K}_j$$

$$\hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij} = \hat{\boldsymbol{C}}_i + \hat{\boldsymbol{D}}_i\boldsymbol{K}_j$$

若 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ij} < 0$,可得 $\dot{\boldsymbol{V}}_j(t) + \beta\boldsymbol{V}_j(t) + \boldsymbol{\phi}(t) < 0$,下面证明定理 1 中式(5)成立可得 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ij} < 0$ 成立.

由 Schur 补引理,$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ij} < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} - \hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij} & \boldsymbol{P}_j^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{E}}_i & \hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij}^{\mathrm{T}} \\ \hat{\boldsymbol{E}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \hat{\boldsymbol{F}}_i^{\mathrm{T}} \\ \hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij} & \hat{\boldsymbol{F}}_i & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

取 $\boldsymbol{X}_j = \boldsymbol{P}_j^{-1}$,采用矩阵 $\mathrm{diag}\{\boldsymbol{X}_j, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{I}\}$ 对式(11)左端矩阵进行合同变换,得

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_1 & \hat{\boldsymbol{E}}_i & \boldsymbol{X}_j\hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij}^{\mathrm{T}} \\ \hat{\boldsymbol{E}}_i^{\mathrm{T}} & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \hat{\boldsymbol{F}}_i^{\mathrm{T}} \\ \hat{\boldsymbol{C}}_{cl,ij}\boldsymbol{X}_j^{\mathrm{T}} & \hat{\boldsymbol{F}}_i & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{12}$$

其中　$\boldsymbol{\Psi}_1 = \boldsymbol{X}_j^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{A}}_{cl,ij}^{\mathrm{T}} + \hat{\boldsymbol{A}}_{cl,ij}\boldsymbol{X}_j + \beta\boldsymbol{X}_j$

经整理得

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{ij} = \boldsymbol{\Psi}_{ij} + \boldsymbol{M}_i\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{N}_i + \boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}} < 0 \tag{13}$$

其中

$$\boldsymbol{\Psi}_{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_2 & \boldsymbol{E}_i & \boldsymbol{X}_j\boldsymbol{C}_{cl,ij}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}} & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{C}_{cl,ij}\boldsymbol{X}_j^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{F}_i & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_2 = \boldsymbol{X}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{cl,ij}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_{cl,ij}\boldsymbol{X}_j + \beta\boldsymbol{X}_j$$

$$\boldsymbol{M}_i = [\boldsymbol{U}_{i1}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{U}_{i2}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{N}_i = [(\boldsymbol{V}_{i1} + \boldsymbol{V}_{i2}\boldsymbol{K}_i)\boldsymbol{X}_i \quad \boldsymbol{V}_{i3} \quad \boldsymbol{0}]$$

$$\boldsymbol{A}_{cl,ij} = \boldsymbol{A}_i + \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_j$$

$$\boldsymbol{C}_{cl,ij} = \boldsymbol{C}_i + \boldsymbol{D}_i\boldsymbol{K}_j$$

式(13)对所有 $\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma} \leqslant \boldsymbol{I}$ 成立,当且仅当存在 $\varepsilon_{ij} > 0$,使得如下不等式成立:

$$\boldsymbol{\Psi}_{ij} + \varepsilon_{ij}\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}} + \varepsilon_{ij}^{-1}\boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_i < 0 \tag{14}$$

由 Schur 补引理,式(14)等价于

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{ij} & \boldsymbol{M}_i & \boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}} & -\varepsilon_{ij}^{-1}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{N}_i & \boldsymbol{0} & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{15}$$

将 $\boldsymbol{\Psi}_{ij}, \boldsymbol{M}_i$ 和 $\boldsymbol{N}_i$ 代入式(15),并令 $\boldsymbol{W}_j = \boldsymbol{K}_j\boldsymbol{X}_j$,即得到式(5).

综上,当 $t \in [t_k, t_k + \tau_{\mathrm{d}})$ 时,可得

$$\dot{\boldsymbol{V}}_j(t) + \beta\boldsymbol{V}_j(t) + \boldsymbol{\phi}(t) < 0 \tag{16}$$

同理,当 $t \in [t_k + \tau_{\mathrm{d}}, t_{k+1})$ 时,由式(6)可得

$$\dot{\boldsymbol{V}}_i(t) + \alpha\boldsymbol{V}_i(t) + \boldsymbol{\phi}(t) < 0 \tag{17}$$

对式(7)应用 2 次 Schur 补引理,得

$$\boldsymbol{P}_i < \mu\boldsymbol{P}_j \tag{18}$$

由 $\boldsymbol{V}(x) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\sigma'(t)}\boldsymbol{x}$,可得

$$\boldsymbol{V}_i(x) < \mu\boldsymbol{V}_j(x) \tag{19}$$

下面基于式(16)~式(19),给出系统全局一致渐近稳定和 H_∞ 性能上界的证明.

1) 全局一致渐近稳定性分析.

令 $\boldsymbol{w}(t) \equiv 0$,由式(16)和式(17)有

$$\dot{\boldsymbol{V}}_i(x) < \begin{cases} -\beta\boldsymbol{V}_i(x) & t \in [t_k, t_k + \tau_{\mathrm{d}}) \\ -\alpha\boldsymbol{V}_i(x) & t \in [t_k + \tau_{\mathrm{d}}, t_{k+1}) \end{cases} \tag{20}$$

令 $\Gamma_{\mathrm{a}}(T_1, T_2)$ 表示 $[T_1, T_2)$ 内控制器处于异步状态的总时长,基于式(19)和式(20)进行如下推导,得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V}(t) &\leqslant \boldsymbol{V}(t_l + \tau_{\mathrm{d}})\exp[-\alpha(t - t_l - \tau_{\mathrm{d}}) + (\alpha - \beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(t_l + \tau_{\mathrm{d}}, t)] \leqslant \\ &\mu\boldsymbol{V}(t_{l-1} + \tau_{\mathrm{d}})\exp[-\alpha(t - t_{l-1} - \tau_{\mathrm{d}}) + (\alpha - \beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(t_{l-1} + \tau_{\mathrm{d}}, t)] \leqslant \cdots \leqslant \\ &\mu^{N_\sigma(0,t)}\boldsymbol{V}(0)\exp[-\alpha t + (\alpha - \beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(0, t)] \leqslant \boldsymbol{V}(0)\mathrm{e}^{-\bar{\alpha}t} \end{aligned} \tag{21}$$

其中 $\bar{\alpha} = \alpha - (\ln\mu + (\alpha - \beta)\tau_{\mathrm{d}})/\tau_{\mathrm{a}}$. 由平均驻留

时间条件式(8)知 $\bar{\alpha} > 0$,故异步切换系统全局一致渐近稳定.

2) H_∞ 性能分析.

基于式(16)、式(17)和式(19)可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}(t) \leqslant\ & \boldsymbol{V}(t_l+\tau_{\mathrm{d}})\exp[-\alpha(t-t_l-\tau_{\mathrm{d}})+\\ & (\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(t_l+\tau_{\mathrm{d}},t)]-\\ & \int_{t_l+\tau_{\mathrm{d}}}^{t}\exp[-\alpha(t-\tau)+(\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(\tau,t)]\cdot\\ & \boldsymbol{\phi}(\tau)\mathrm{d}\tau \leqslant \mu\boldsymbol{V}(t_l^-+\tau_{\mathrm{d}})\exp[-\alpha(t-\\ & t_l-\tau_{\mathrm{d}})+(\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(t_l+\tau_{\mathrm{d}},t)]-\\ & \int_{t_l+\tau_{\mathrm{d}}}^{t}\exp[-\alpha(t-\tau)+(\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(\tau,t)]\cdot\\ & \boldsymbol{\phi}(\tau)\mathrm{d}\tau \leqslant \cdots \leqslant \boldsymbol{V}(0)\exp[-\alpha t+\\ & (\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(0,t)]-\int_0^t\mu^{N_\sigma(\tau,t)}\exp[-\alpha(t-\\ & \tau)+(\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{a}}(\tau,t)]\boldsymbol{\phi}(\tau)\mathrm{d}\tau \end{aligned}\tag{22}$$

结合平均驻留时间条件式(8),在零初始条件下,式(22)可得

$$\begin{aligned}&\int_0^t\exp[-\alpha(t-\tau)]\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{z}(\tau)\mathrm{d}\tau \leqslant\\ &\int_0^t\exp[-\alpha(t-\tau)+(\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{S}}(\tau,t)+\\ &N_\sigma(\tau,t)\ln\mu]\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{z}(\tau)\mathrm{d}\tau \leqslant\\ &\gamma^2\int_0^t\exp[-\alpha(t-\tau)+(\alpha-\beta)\Gamma_{\mathrm{S}}(\tau,t)+\\ &N_\sigma(\tau,t)\ln\mu]\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{w}(\tau)\mathrm{d}\tau \leqslant\\ &\gamma^2\int_0^t\exp[-(1-\tau_{\mathrm{a}}^*/\tau_{\mathrm{a}})\alpha(t-\tau)]\cdot\\ &\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{w}(\tau)\mathrm{d}\tau \end{aligned}\tag{23}$$

对式(23)两端进行积分,得

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{z}(\tau)\mathrm{d}\tau < \frac{\gamma^2}{1-\dfrac{\tau_{\mathrm{a}}^*}{\tau_{\mathrm{a}}}}\cdot\\ &\int_0^\infty\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{w}(\tau)\mathrm{d}\tau \end{aligned}\tag{24}$$

即异步切换系统具有 H_∞ 性能上界 $\gamma_{\mathrm{S}} = \gamma/\sqrt{1-\tau_{\mathrm{a}}^*/\tau_{\mathrm{a}}}$. **证毕**

通过定理1可知,高超声速飞行器子系统与控制器异步切换的稳定性和 H_∞ 性能由式(5)~式(8)保证;从 $\boldsymbol{V}(x) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\sigma'(t)}\boldsymbol{x}$ 和式(20)可知,Lyapunov 函数依赖于控制器的切换信号,有利于异步切换系统的控制器设计,同时也适用于异步切换导致的闭环子系统不稳定情况($\beta<0$),放宽了激活子系统能量函数是单调递减的条件,降低设计的保守性.

在切换信号满足平均驻留时间约束的条件下,异步切换系统的 H_∞ 性能将会损失,损失系数是 $\sqrt{1-\tau_{\mathrm{a}}^*/\tau_{\mathrm{a}}}$,若在 $\tau_{\mathrm{a}} \gg \tau_{\mathrm{a}}^*$ 的条件下,因切换而导致的 H_∞ 性能损失可忽略不记,而当异步切换滞后时间 τ_{d} 越大,H_∞ 性能损失越大.

为了使系统的输出 $\boldsymbol{z}(t)$ 跟踪有界分段连续的参考指令信号 $\boldsymbol{r}(t)$,控制器(式(3))中前馈控制律 $\boldsymbol{K}_{r\sigma'(t)}$ 选取如下参数:

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{K}_{rl}(t) = \boldsymbol{U}_l(t) - \boldsymbol{K}_l(t)\boldsymbol{Z}_l(t)\\ &\begin{bmatrix}\boldsymbol{Z}_l(t)\\ \boldsymbol{U}_l(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_l(t) & \boldsymbol{B}_l(t)\\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\tag{25}$$

其中,$l\in\sigma'(t)$;$\boldsymbol{C}$ 为系统输出矩阵. 在系统镇定的情况下,按式(25)设计的前馈控制律 $\boldsymbol{K}_{r\sigma'(t)}$ 可以实现对给定指令信号 $\boldsymbol{r}(t)$ 的无差跟踪[12].

3 仿真验证

为验证本文方法的有效性,采用文献[11]的高超声速飞行器模型,选择不同区域的工作点进行切换系统分析,工作点的平衡状态见表1.

表1 高超声速飞行器工作点的平衡状态

工作点	马赫数	高度/km	迎角/(°)	俯仰舵偏角/(°)	油门开度
1	8	23	1.0074	5.0921	0.0161
2	9	29	2.2276	6.2694	0.2150
3	10	35	4.5984	8.9192	0.5040

不确定线性切换系统(式(1))中各标称系数矩阵如下:

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix}-0.1121 & 1\\ 4.4267 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix}-0.0505 & 1\\ 2.6020 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_3 = \begin{bmatrix}-0.0231 & 1\\ 1.6520 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix}-5.3698\times10^{-5} & -0.0181\\ 0.1854 & -2.4376\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix}-8.8512\times10^{-5} & -0.0081\\ 0.1074 & -1.2428\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_3 = \begin{bmatrix}-1.0521\times10^{-4} & -0.0036\\ 0.0655 & -0.6314\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_1 = \boldsymbol{C}_2 = \boldsymbol{C}_3 = \boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{D}_1 = \boldsymbol{D}_2 = \boldsymbol{D}_3 = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{0}$$

系统的不确定系数矩阵是由标称系数矩阵加上不确定矩阵,系统的不确定性主要考虑各气动导数,因此在各气动导数上分别加入 ±15% 偏差,获得系统不确定矩阵,按照式(2)进行分解获得 $\boldsymbol{U}_{i1}$,$\boldsymbol{V}_{i1}$,$\boldsymbol{V}_{i2}$,$\boldsymbol{U}_{i2} = \boldsymbol{V}_{i3} = \boldsymbol{0}$. 选取 $\alpha = 0.95$,$\beta = -0.5$,$\tau_{\mathrm{d}} = 1.5\,\mathrm{s}$,$\gamma = 32.6$,采用 Matlab 的 YALMIP 工具箱实现定理1,得到 μ 在 10^{-3} 误差精度下的极小值和平均

驻留时间上界为 $\mu = 1.532$ 和 $\tau_a^* = 2.7492$ s,解得切换系统反馈控制器 $\boldsymbol{K}_{\sigma'(t)}$ 如下:

$$\boldsymbol{K}_1 = \begin{bmatrix} 3.6286 & 0.1389 \\ 1.2475 & 2.5398 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_2 = \begin{bmatrix} 3.7448 & 0.1672 \\ 1.4139 & 2.7468 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_3 = \begin{bmatrix} 4.6381 & 0.3185 \\ 1.9634 & 3.2738 \end{bmatrix}$$

前馈控制律 $\boldsymbol{K}_{r\sigma'(t)}$ 依据式(25)进行计算. 考虑工作点变化轨迹 1—2—3,其马赫数和高度变化如图 2 所示,异步切换时序如图 3 所示. 易知飞行器的切换时序满足平均驻留时间 $\tau_a = 20$ s,H_∞ 性能上界为 $\gamma \sqrt{1 - \tau_a^*/\tau_a} = 35.102$.

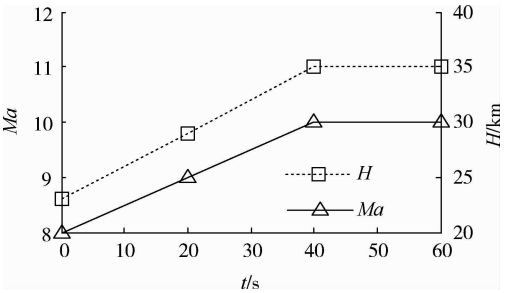


图 2　飞行轨迹的马赫数和高度变化曲线

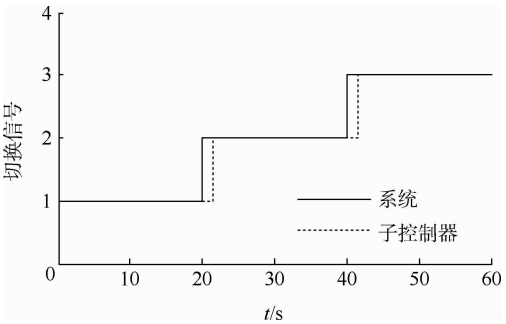


图 3　子系统与控制器异步切换信号曲线

考虑在无外部干扰的条件下,子系统与控制器异步切换的响应曲线如图 4 和图 5 所示. 仿真结果表明:飞行器对指令的跟踪时间短,跟踪精度高,具有良好的动态响应品质,俯仰角速率和舵偏角均处于安全工作范围内,与未考虑异步切换的控制方法相比,本文方法的控制量在异步切换时刻无跳跃现象.

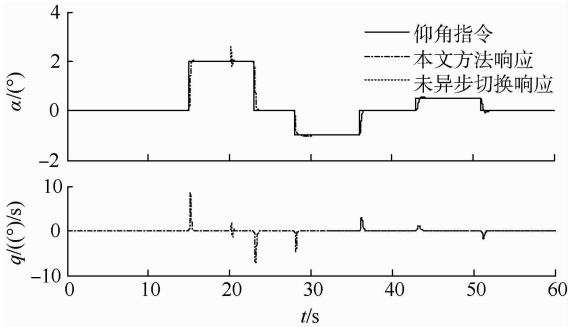


图 4　无扰条件下的系统状态随时间变化曲线

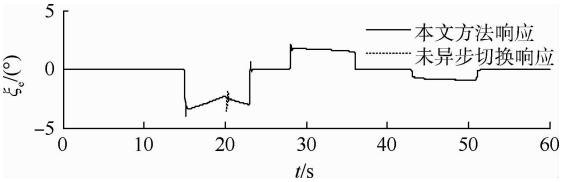


图 5　无扰条件下的舵偏角随时间变化曲线

为验证控制系统对扰动的抑制能力,在仿真模型中加入 Dryden 紊流干扰,子系统与控制器异步切换的响应曲线如图 6 和图 7 所示. 仿真结果表明:控制器具有良好的扰动抑制能力,俯仰角速率和舵偏角均处于安全工作范围内,控制量在异步切换时刻无跳跃现象.

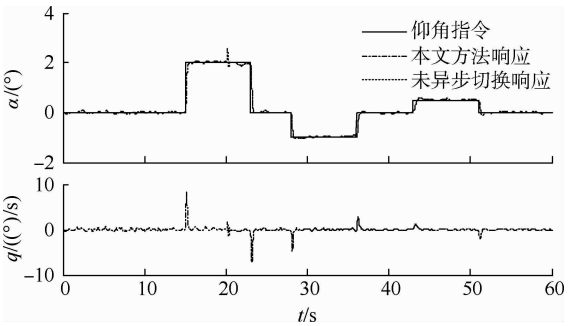


图 6　扰动条件下的系统状态随时间变化曲线

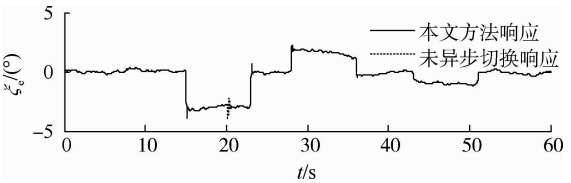


图 7　扰动条件下的舵偏角随时间变化曲线

4　结　论

本文针对高超声速飞行器子系统与控制器异步切换,提出了一种鲁棒 H_∞ 控制策略,构造了依赖于控制器切换信号的 Lyapunov 函数,有利于异步切换系统的控制器设计,同时也适用于异步切换导致的闭环子系统不稳定情况,放宽了激活子系统能量函数是单调递减的条件,降低设计的保守性,为高超声速飞行器子系统与控制器异步切换方法提供了一种解决思路. 仿真结果表明,异步切换鲁棒 H_∞ 控制系统体现出良好的动态响应品质,控制量在异步切换时刻无跳跃现象,舵偏角处于安全工作范围内;在模型中加入紊流干扰仿真,控制器体现出具有良好的扰动抑制能力.

参考文献 (References)

[1] Holland S D, Woods W C, Engelund W C. Hyper-X research vehicle experimental aerodynamics test program overview[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2001, 38(6): 828 – 835

[2] 谈树萍,李智斌. 高超声速飞行器自适应切换控制及稳定性

分析[J]. 空间控制技术与应用,2011,37(1):21-27
Tan Shuping, Li Zhibin. Switching control design for a hypersonic flight vehicle[J]. Aerospace Control and Application, 2011, 37(1):21-27(in Chinese)

[3] 宋磊,杨剑影,段志生. 多模型切换系统 H_∞ 鲁棒控制器的设计与应用[J]. 控制理论与应用,2010,27(11):1531-1536
Song Lei, Yang Jianying, Duan Zhisheng. Design and application of H_∞ robust controller for multi-model switching system[J]. Control Theory and Applications, 2010, 27(11):1531-1536(in Chinese)

[4] Hou Yanze, Wang Qing, Dong Chaoyang. Gain scheduled control: switched polytopic system approach[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2011, 34(2):623-628

[5] 张增辉,杨凌宇,张晶,等. 基于间隙度量的鲁棒 LPV 控制律设计[J]. 北京航空航天大学学报,2012,38(11):1430-1434
Zhang Zenghui, Yang Lingyu, Zhang Jing, et al. Robust LPV control design using the gap metic[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(11):1430-1434(in Chinese)

[6] Huang Yiqing, Sun Changyin, Qian Chengshan. Polytopic LPV modeling and gain-scheduled switching control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(1):118-127

[7] Mhaskar P, El-Farra N H, Christofides P D. Robust predictive control of switched systems: satisfying uncertain schedules subject to state and control constraints[J]. International Journal of Adaptive Control Signal Process, 2008, 22(2):161-179

[8] Xie D, Chen X. Observer-based switched control design for switched linear systems with time-delay in detection of switching signal[J]. IET Control Theory Applications, 2008, 2(5):437-445

[9] Zhang Lixian, Shi Peng. Stability l_2-gain and asynchronous control of discrete-time switched systems with average dwell time[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(9):2193-2200

[10] Zhang Lixian, Gao Huijun. Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time[J]. Automatica, 2010, 46(5):953-958

[11] Bolender M A, Doman D B. Nonlinear longitudinal dynamical model of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(2):374-387

[12] Tan Feng, Duan Guangren, Zhao Lijun. Robust controller design for autopilot of a BTT missile[J]. Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006:6358-6362