# 基于距离信息修正的自由段弹道预测法

刘永兰 贺正洪 李振兴 杨皓云

(空军工程大学 防空反导学院, 西安 710051)

**摘 要**: 雷达具有测距精度比测角精度高的特点,充分利用这种测量的不对称性,提出一种基于距离信息修正的自由段弹道预测法. 该方法是在雷达观测的弹道导弹自由段运动数据的基础上,采用滑动窗口中点平滑法处理观测数据,再次利用距离信息对轨道根数进行动态微分修正,提高观测数据的利用率和弹道预测的精度. 仿真试验表明,该方法明显优于基本椭圆弹道法,大大提高了弹道预测的精度.

**关 键 词**: 弹道预测; 自由段; 距离修正; 滑动窗口

**中图分类号**: TJ 761.3

**文献标识码**: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2014)02-0274-06

# Algorithm of trajectory prediction in free phase based on range adjusting

Liu Yonglan He Zhenghong Li Zhenxing Yang Haoyun

(School of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract**: Radar has the characteristic that range accuracy is higher than angle accuracy. With taking full use of the asymmetrical measurement, a method of trajectory prediction in free phase based on the range adjusting was put forward. On the basis of ballistic missile movement data in free phase measured by radar, the method dealed with the data with the sliding window midpoint smoothing means, reused the range information to dynamically differential correct the orbital elements, improving the utilization of measured data and the accuracy of trajectory prediction. Simulation results show that the method is evidently better than the basic elliptical trajectory, and greatly enhances the accuracy of trajectory prediction.

**Key words**: trajectory prediction; free phase; rang adjusting; sliding window

在弹道导弹自由段,火箭发动机已关机,导弹飞行在大气层外,飞行时间较长,约占其全部飞行时间的 80% ~90%,如在此阶段进行拦截,具有很大的优势[1-2],如:①作战时间充裕,空间广阔;②大气层外环境拦截,有利于拦截弹超高速飞行;③真空中不存在气动热和气动力光学效应,可使用高精度、高灵敏度传感器和探测距离远、精度高的红外导引头;④拦截对于环境破坏小. 这就要求在数据处理方面,能够利用实时信息,尽可能地提高弹道预测精度,以便更好地进行武器拦截打击.

目前大部分文献[3-15]是从改进弹道预测模型,或运用滤波算法来提高弹道预测的精度,极少有文献是从现有的实时测量数据入手. 在预警过程中,常用远程预警雷达观测弹道导弹处于自由段的运动. 雷达测量的优点之一是测距精度要比测角(方位角和仰角)精度高. 然而,在用雷达测量的距离、方位和仰角数据确定弹道导弹椭圆运动的轨道根数时,其精度主要受测角误差的影响,测距的高精度特性却显示不出来.

针对雷达测量存在的不对称性特点,本文提出运用测量的距离信息对轨道根数进行动态修正的方法. 即运用"滑动窗口中点平滑法"对雷达的

**收稿日期**: 2013-04-29; **网络出版时间**: 2013-09-29 15:48

**网络出版地址**: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20130929.1548.001.html

**基金项目**: 国家自然科学青年基金资助项目(61102109)

**作者简介**: 刘永兰(1988-),女,河南驻马店人,博士生,liuyonglancol.hi@163.com.

距离、方位和仰角的一段测量值(例如测量个数为 $\Delta n$ )进行处理,定出一组轨道根数,作为微分修正的初值,然后再用同一弧段的距离测量值,对初值作迭代微分修正. 经过几次迭代修正,将得出的轨道根数作为该段测量值的最终轨道根数,进行后续的弹道预测. 随着窗口每滑动一次,就相应地得到一组轨道根数,进行距离信息微分修正,就得到另一组最终的轨道根数,继续进行后面的弹道预测. 如此过程,循环往复,直到在满足武器作战反应时间的情况下,可用的雷达测量数据计算结束.

# 1　基于距离信息修正的滑动窗口处理原理

## 1.1　距离信息修正

弹道导弹自由段椭圆弹道运动的 6 个轨道根数:半长轴 $a$ 、偏心率 $e$ 、轨道倾角 $i_q$ 、升交点赤经 $\Omega$ 、近心点幅角 $\omega$ 、平近点角 $M$ 与雷达的测距数据 $r$ 存在非线性关系[16]:

$$r_i = r_i(a,e,i_q,\Omega,\omega,M) \tag{1}$$

式中 $r$ 的下标 $i = 1,2,\cdots,\Delta n$.

鉴于雷达测距精度较高,利用雷达的测距数据解上述非线性方程,可得到较高精度的轨道根数. 用微分修正的迭代方法对轨道根数逐次进行修正. 先将测量得到的 $r_i$ ( $i$ 为测量点数下标, $i = 1,2,\cdots,\Delta n$ )在轨道根数上线性展开,即

$$r_i = r_i\big|_0 + \frac{\partial r_i}{\partial a}\bigg|_0 \Delta a + \cdots + \frac{\partial r_i}{\partial M}\bigg|_0 \Delta M \tag{2}$$

式中

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial a} = (\cos E - e)\boldsymbol{P} + (1-e^2)^{1/2}\sin E\boldsymbol{Q} + \frac{\partial r}{\partial E}\frac{\partial E}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial n}\frac{\partial n}{\partial a}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial e} = \left(-a\sin E\frac{\partial E}{\partial e} - a\right)\boldsymbol{P} + \left(\frac{-2ae}{(1-e^2)^{1/2}} + a(1-e^2)^{1/2}\cos E\frac{\partial E}{\partial e}\right)\boldsymbol{Q}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \Omega} = \left[\frac{\partial X}{\partial \Omega}\quad\frac{\partial Y}{\partial \Omega}\quad\frac{\partial Z}{\partial \Omega}\right]^{\mathrm{T}} = [-Y\quad X\quad 0]^{\mathrm{T}}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial i_q} = \left[\frac{\partial X}{\partial i_q}\quad\frac{\partial Y}{\partial i_q}\quad\frac{\partial Z}{\partial i_q}\right]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} Z\sin\Omega \\ -Z\cos\Omega \\ -X\sin\Omega + Y\cos\Omega \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \omega} = \left[\frac{\partial X}{\partial \omega}\quad\frac{\partial Y}{\partial \omega}\quad\frac{\partial Z}{\partial \omega}\right]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -Z\cos\Omega\sin i_q - Y\cos i_q \\ -Z\cos\Omega\sin i_q - Y\cos i_q \\ Y\sin\Omega\sin i_q + X\cos\Omega\sin i_q \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial M} = \left(-a\sin E\frac{\partial E}{\partial M}\right)\boldsymbol{P} + \left(a(1-e^2)^{1/2}\cos E\frac{\partial E}{\partial M}\right)\boldsymbol{Q}$$

上述偏导数方程组中,未列出的偏导数计算公式可参见文献[17 - 19]. 在解上述方程组时,采用正交化方法进行计算,可得 6 个轨道根数的修正量 $\Delta a,\Delta e,\cdots,\Delta M_0$ ,用这些修正量对轨道根数进行修正,然后将测量的 $r$ 再在修正后的轨道根数上展开,重复上一过程,几次迭代后过程即可结束.

## 1.2　滑动窗口中点平滑法

雷达测量的数据不可避免会存在随机误差,因此,在使用测量数据的过程中,需要对雷达测量的方位、仰角和距离数据进行平滑滤波处理,通常采用最小二乘法估计,目标运动曲线用多项式拟合. 用最小二乘法进行估计时,对测量数据时间段中点的估计(中点平滑),其估计精度要高于端点的估计(滤波);另外,拟合目标运动曲线的多项式阶数,事先并未知道,从运算方便以及平滑测量随机误差的效果考虑,通常采用二阶多项式拟合的中点平滑方法. 并且,当测量弧段较短时,二阶多项式可以很好地拟合目标运动曲线;但是,为了较好地抑制测量的随机误差,需要多的测量点数,测量弧度相应变长,若仍用二阶多项式拟合平滑,则会带来大的拟合误差(截断误差). 采用“滑动窗口法”,可较好地解决这个矛盾.

### 1.2.1　中点平滑法

在介绍“滑动窗口法”之前,需要先介绍中点平滑的相关公式[20]. 在弹道导弹定轨的实际应用中,拟合多项式常取二阶,并假定测量点数 $\Delta n$ 为奇数,即 $\Delta n = 2l + 1$ ,设测量是等间隔进行,且间隔为 $h$. 假定这 $\Delta n$ 点的中点时刻为 0,即

$$t_i = [i - (l+1)]\cdot h \quad i = 1,2,\cdots,\Delta n \tag{3}$$

由二阶拟合方程: $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ ,并有 $\Delta n$ 次独立测量,将 $y(t_1)$ 用 $y_1$ 表示,测量误差为 $e_i, i = 1,2,\cdots,\Delta n$. 则测量方程为

$$\left.\begin{aligned} \tilde{y}_1 &= a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + e_1 \\ \tilde{y}_2 &= a_0 + a_1 t_2 + a_2 t_2^2 + e_2 \\ &\vdots \\ \tilde{y}_{\Delta n} &= a_0 + a_1 t_{\Delta n} + a_2 t_{\Delta n}^2 + e_{\Delta n} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

将 $t_i$ 的表达式(3)代入式(4),并用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_{l+1} \\ \vdots \\ \tilde{y}_{\Delta n-1} \\ \tilde{y}_{\Delta n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -lh & (-lh)^2 \\ 1 & -(l-1)h & (-(l-1)h)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (l-1)h & ((l-1)h)^2 \\ 1 & lh & (lh)^2 \end{bmatrix}\cdot

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_{l+1} \\ \vdots \\ e_{\Delta n-1} \\ e_{\Delta n} \end{bmatrix} \tag{5}$$

简记为

$$\tilde{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{T}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{a} + \boldsymbol{e} \tag{6}$$

运用最小二乘法,可得 $\boldsymbol{a}$ 的估计:

$$\hat{\boldsymbol{a}} = (\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{T}\tilde{\boldsymbol{Y}} \tag{7}$$

利用 $\boldsymbol{T}$ 的表达式和式(7),可估计出 $y(t)$ 的中点值 $\hat{y}(t_{l+1})$,即

$$\hat{y}_{l+1} = [1 \quad 0 \quad 0]\hat{\boldsymbol{a}} = [1 \quad 0 \quad 0](\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{T}\tilde{\boldsymbol{Y}} \tag{8}$$

将 $\boldsymbol{T}$ 的表达式代入式(8),则可得估值:

$$\hat{y}_{l+1} = \sum_{k=-l}^{l} \frac{(3l^2+3l-1)-5k^2}{(4l^2-1)\left(\frac{2}{3}l+1\right)} \tilde{y}_{l+1+k} \tag{9}$$

式(9)即为二阶多项式拟合中点平滑公式,其中,$\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \cdots, \tilde{y}_{2l+1}$ 为雷达对 $y(t)$ 的 $\Delta n$ 次测量值. 由于估计的是中点的位置量,因而称为中点位置平滑. 若用平滑方法去估计中点的速度 $\hat{\dot{y}}_{l+1}$,则称为中点速度平滑,有速度平滑公式:

$$\hat{\dot{y}}_{l+1} = [0 \quad 1 \quad 0]\hat{\boldsymbol{a}} = [0 \quad 1 \quad 0](\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{T}\tilde{\boldsymbol{Y}} = \sum_{k=-l}^{l} \frac{3k}{hl(l+1)(2l+1)} \tilde{y}_{l+1+k} \tag{10}$$

中点平滑误差公式的具体推导见文献[20],则二阶多项式逼近中点位置平滑的误差为

$$\sigma^2_{\hat{y}_{l+1}} = \frac{(3l^2+3l-1)}{(4l^2-1)\left(\frac{2}{3}l+1\right)}\sigma^2 \tag{11}$$

速度平滑的误差为

$$\sigma^2_{\hat{\dot{y}}_{l+1}} = \frac{3}{h^2 l(l+1)(2l+1)}\sigma^2 \tag{12}$$

利用式(9) ~ 式(12),即可对观测的数据进行中点平滑处理,由误差公式可以看出,随着测量数据的增多,位置误差和速度误差均在减小,可以较好地抑制测量的随机误差,但也应该适当选取测量数据的个数,避免引入拟合误差.

### 1.2.2 滑动窗口法

"滑动窗口法",即先用较短弧段(假设有 $\Delta n$ 个)的雷达测量数据进行中点平滑,求出弹道导弹的一组椭圆弹道根数,利用测得的距离信息进行微分修正,然后进行弹道预测;接着以同样长的测量弧段往后滑动一次,同样进行中点平滑,再求出一组椭圆弹道根数,再利用测得的距离信息进行微分修正,获取新的轨道根数,进行弹道预测. 这样的过程重复进行,一直持续到前 $n$ 个测量数据全部运用完.

整个过程是一个动态的过程,它并不局限于 $n$ 个测量数据全部获得,只要数据获得的组数为 $\Delta n$ 的整数倍,即可以进行中点平滑、轨道根数的距离微分修正和后续的弹道预测,及新一轮的窗口滑动过程.

## 2 基于距离信息修正的滑动窗口处理方法的流程图

基于距离信息修正的滑动窗口处理方法的流程图如图1所示,其中 $f$ 为极角,$E$ 为偏近地点角(可通过轨道根数之间的转换获得).

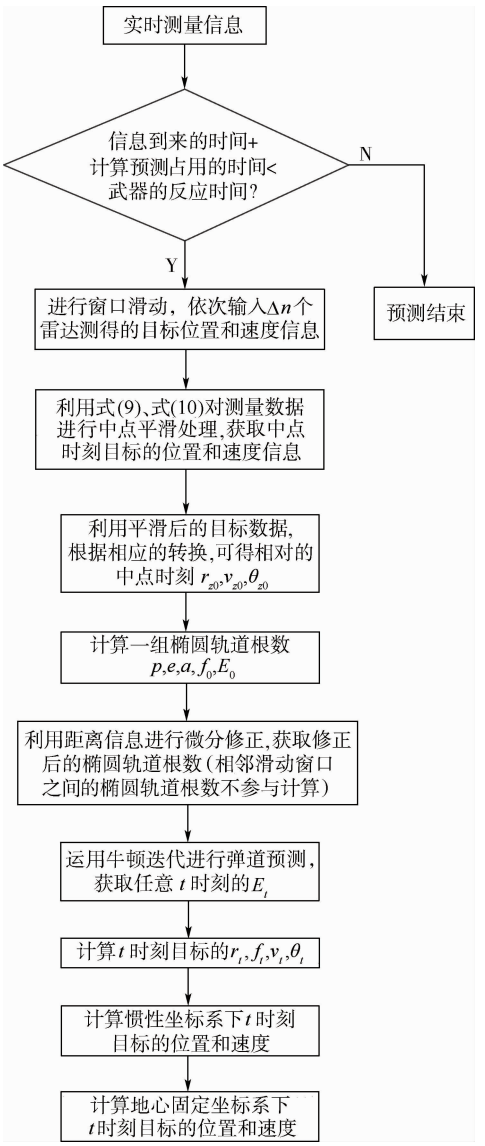



图1 基于距离信息修正的滑动窗口处理方法的流程图

该方法主要利用雷达测距精度高的特点,同

时结合“滑动窗口中点平滑”的动态处理数据的优点,实现对轨道根数进行动态修正,使精度得到动态地提高,以便更好地满足不同武器装备具有不同反应时间的特点.

相比于常用的基本椭圆弹道法,该方法的计算量明显增多,时长增加,而且随着窗口滑动数目的增多,计算机时长也在不断增加.但该方法建立在实时观测数据的基础上,是一个动态修正的过程,只要满足武器的作战反应时间,便可以动态地提高弹道预测的精度,不影响作战武器对其进行拦截打击,使实时数据的利用率达到最大.

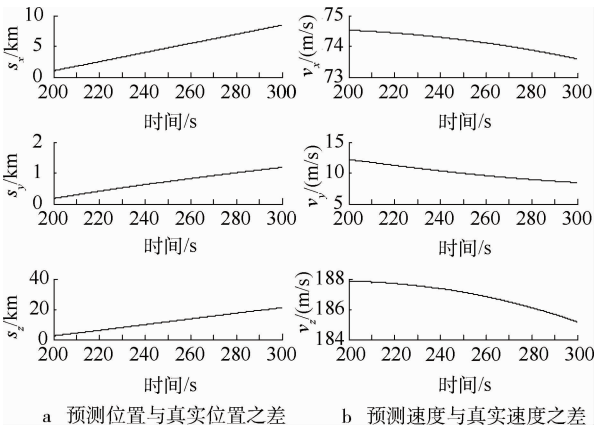
## 3　仿真试验

参考某型号射程为 3 500 km 的弹道导弹飞行数据,关机时间为 148 s,在 148 ~ 600 s 之间均处于自由飞行段.本文取其中的 110 s 时间段进行仿真,参考时刻 $t_0 = 190$ s,目标的位置为(2.945 36 × $10^5$,5.998 132 × $10^6$,2.967 413 × $10^6$) m,速度为(-2 659.2,1 729.3,3 260.4) m/s.获取一组理论轨道根数:$P = 1.690\,034 \times 10^6$ m,$a = 4.163\,897 \times 10^6$ m,$e = 0.770\,793$,$i_q = 0.744\,409\,9$ rad,$\Omega = 0.955\,576$ rad,$\omega = -0.216\,298$ rad,$f = 3.386\,998$ rad,$E_0 = 3.802\,044$ rad,$\tau = -1629.312$ s.雷达站的位置为($2.5 \times 10^6$,$5.6 \times 10^6$,$1.753 \times 10^6$) m,海拔高度大致为 200 m.

利用该组椭圆轨道根数和雷达站的位置进行弹道导弹自由飞行段仿真数据的产生和雷达观测数据的获取.仿真的时间段为 190 ~ 300 s.雷达的距离噪声值为 20 m,角度噪声值为 0.01°.假定方位角与俯仰角的观测噪声相同.为了便于对比,对目前弹道预测比较常用的基本椭圆弹道法和基于距离信息修正的滑动窗口方法进行仿真,具体的仿真环境设置如下.

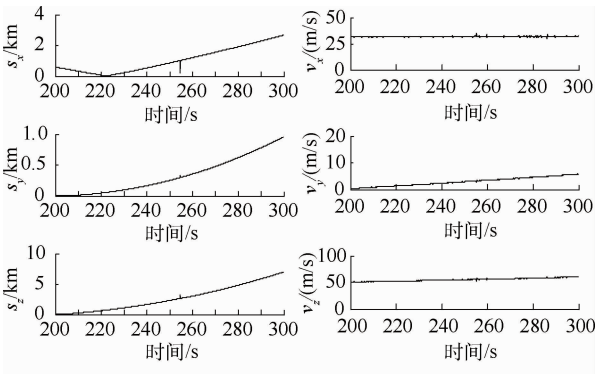
仿真环境 1:采用基本椭圆弹道法进行仿真,利用雷达探测获得的起始 2 个观测点的距离和角度信息,进行弹道预测,预测的时间段为 200 ~ 300 s.具体仿真结果如图 2 所示.

仿真环境 2:采用基于距离信息修正的滑动窗口法,滑动窗口的大小 $\Delta n = 9$.假设在满足武器反应时间的条件下,雷达测得的可用数据点的个数为 45 个,即窗口可以滑动 5 次.每一次均利用距离信息进行轨道根数修正,给出窗口滑动 3 次和 5 次的弹道预测效果,如图 3 和图 4 所示.



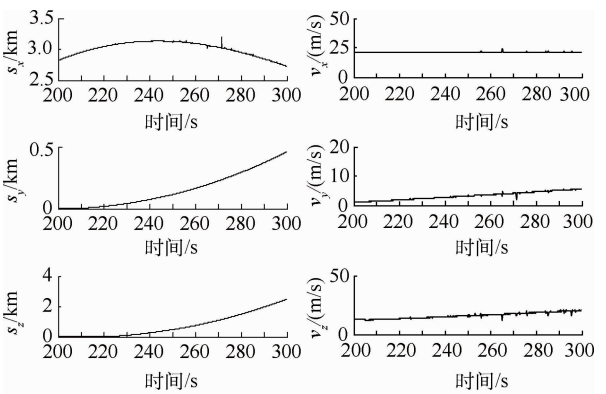

a　预测位置与真实位置之差　　b　预测速度与真实速度之差

图 2　基本椭圆弹道法的仿真结果




a　预测位置与真实位置之差　　b　预测速度与真实速度之差

图 3　窗口滑动 3 次距离修正法的仿真结果




a　预测位置与真实位置之差　　b 预测速度与真实速度之差

图 4　窗口滑动 5 次距离修正法的仿真结果

由图 2 可以看出,随着预测时间的增加,利用基本椭圆弹道法得到的预测位置与真实位置之差呈直线递增,在 300 s 时,$z$ 方向的位置误差最大达到 20 km,而预测速度与真实速度之差呈缓慢减小的趋势,$z$ 方向的速度误差最大达到 188 m/s,缓慢减小至 185 m/s 左右.

由图 3、图 4 和表 1 可以看出,随着窗口滑动次数的增加,距离修正法预测的位置误差以及速度误差均在逐渐减小.预测的位置误差在 $z$ 方向有明显改善,速度误差在 $x$ 方向和 $z$ 方向也均有明显改善,$y$ 方向的位置误差和速度误差改善程

度较小. 窗口滑动 3 次 $x$ 方向位置的均方根误差小于滑动 5 次的效果,是由于 $x$ 方向位置误差出现反向增长的缘故. 整体上,预测的误差范围也在逐渐缩小.

**表 1 不同的窗口滑动次数下位置和速度预测的均方根误差**

| 窗口滑动次数 | 位置误差/km | | | 速度误差/(m/s) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x$ | $y$ | $z$ | $x$ | $y$ | $z$ |
| 3 | 1.3258 | 0.4335 | 3.3758 | 31.6607 | 3.2956 | 55.1217 |
| 5 | 3.0095 | 0.2062 | 1.0521 | 20.2052 | 2.9286 | 15.2813 |

为了对比方便,将基本椭圆弹道法的预测结果与窗口滑动 3 次的距离修正方法的预测结果重新显示如图 5、图 6 所示.

由图 5 和图 6 可看出:窗口滑动 3 次的距离修正法在弹道导弹位置预测和速度预测方面均优于基本椭圆弹道法,大大提高了弹道预测的精度.

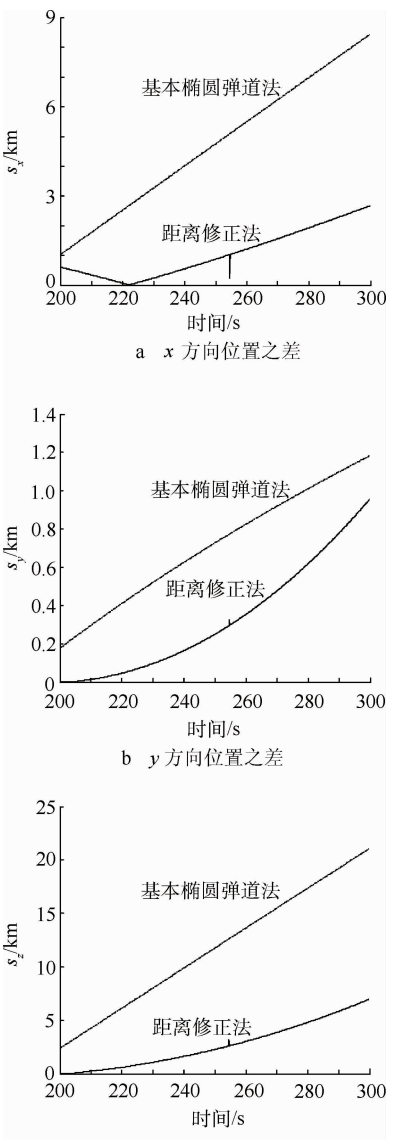



图 5 基本椭圆弹道法与窗口滑动 3 次距离修正法的位置之差对比图

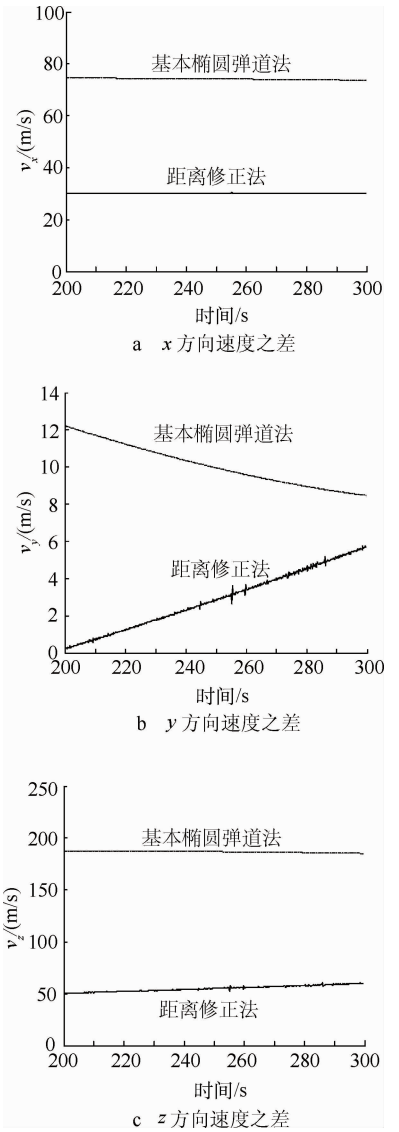



图 6 基本椭圆弹道法与窗口滑动 3 次距离修正法的速度之差对比图

## 4 结束语

针对雷达测距精度比测角精度高的特点,本文提出一种基于距离信息修正的自由段弹道预测法. 该方法主要利用雷达测得的距离信息对自由段椭圆弹道的轨道根数进行微分修正,随着测量数据的动态增加,计算窗口动态滑动,使轨道根数得到动态修正,提高观测数据的利用率. 通过仿真实验可知,该方法明显优于基本椭圆弹道法,大大提高了弹道预测的精度,为动态预测弹道导弹的运动轨迹提供了新的思路.

### 参考文献 (References)

[1] 韩钧,徐斌. 中段反 TBM 技术综述[J]. 地面防空武器,2009,40(3):13-21
Han Jun, Xu Bin. Summarization of antimissile technology in free phase[J]. Land-Based Air Defense Weapons, 2009, 40(3):

13 – 21(in Chinese)

[2] Li X R, Jilkov V P. A survey of maneuvering target tracking part II: ballistic target models[C]//Proceedings of SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets. Bellingham: SPIE, 2001, 4473: 559 – 581

[3] 张晶,狄邦达. 惯性弹体运动预测建模[J]. 火力与指挥控制,2010,35(1):160 – 163
Zhang Jing, Di Bangda. Predictive modeling of inetial projectile body movement[J]. Fire Control and Command Control, 2010, 35(1): 160 – 163(in Chinese)

[4] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. New approach for filtering nonlinear systems[C]//Proceedings of the American Control Conference. Oxford: [s. n.], 1995, 3: 1628 – 1632

[5] 赵锋,毕莉,肖顺平. 弹道导弹防御预警系统弹道预测误差分析[J]. 弹道学报,2008,20(4):49 – 52
Zhao Feng, Bi Li, Xiao Shunping. Analysis on trajectory prediction error of warning system in ballistic missile defense[J]. Journal of Ballistics, 2008, 20(4): 49 – 52(in Chinese)

[6] 慈颖. 高精度实时弹道预报方法研究[J]. 飞行器测控学报,2010,29(5):80 – 84
Ci Ying. Study on algorithm for high accuracy real-time trajectory prediction[J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2010, 29(5): 80 – 84((in Chinese)

[7] 张荣涛,薛金芳,徐振来. 一种提高导弹落点预报精度方法的研究[J]. 现代雷达,2008,30(8):37 – 39
Zhang Rongtao, Xue Jinfang, Xu Zhenlai. A study on improving missile impact position with orbit improving method [J]. Modern Radar, 2008, 30(8): 37 – 39(in Chinese)

[8] Gong C, McNally D. A methodology automated trajectory prediction analysis[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Providence, Rhode Isind: AIAA, 2004: 1 – 14

[9] Long Teng, Qiao Shaojie, Tang Changjie, et al. E3TP: a novel trajectory prediction algorithm in moving objects databases[J]. PAISI 2009, LNCS 5477, 2009: 76 – 88

[10] Zhao Nan, Huang Wenhao, Song Guojie, et al. Discrete trajectory prediction on mobile data[J]. APWeb 2011, LNCS 6612, 2011: 77 – 88

[11] Li Hongjun, Tang Changjie, Qiao Shaojie, et al. Hotspot district trajectory prediction[J]. WAIM 2010 Workshops, LNCS 6185, 2010: 74 – 84

[12] Liu Xiong, Karimi H A. Location awareness through trajectory prediction[J]. Computers, Environment and Urban Systems, 2006, 30: 741 – 756

[13] Leung K K S, Chung H S H. State trajectory prediction control for boost converters[C]//Proceedings of the 2004 International Symposium on Circuits and Systems. Vancouver, Canada: IEEE, 2004, 5: V-556 – V-559

[14] 赵瑞琪,刘付显,张搏. 基于改进灰色模型的 TBM 末段机动弹道预测分析[J]. 弹箭与制导学报,2011,31(3):186 – 191
Zhao Ruiqi, Liu Fuxian, Zhang Bo. Forecasting on the reentry maneuvering trajectory of tactical ballistic missile based on improved grey model[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2011, 31(3): 186 – 191(in Chinese)

[15] 齐德庆,李为民,王还乡,等. 基于改进 GM(1,1)模型的弹道导弹位置信息预测[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2012,13(1):37 – 41
Qi Deqing, Li Weimin, Wang Huanxiang, et al. Prediction of the ballistic missile position information based on improved GM(1, 1) model[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2012, 13(1): 37 – 41(in Chinese)

[16] 杨少春,吴林锋,王刚,等. 弹道导弹中段轨迹预测研究[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2012,13(4):31 – 35
Yang Shaochun, Wu Linfeng, Wang Gang, et al. The track forecasting of TBM in the middle course[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2012, 13(4): 31 – 35(in Chinese)

[17] 马殿荣. 最佳符合弹道系数的计算方法[J]. 兵工学报,1985(1):26 – 32
Ma Dianrong. A calculated method of the best accordant trajectory coefficient[J]. Journal of Ordnance, 1985(1): 26 – 32(in Chinese)

[18] 申镇. 单星预警弹道导弹参数估计方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2010
Shen Zhen. The single satellite early warning ballistic missile parameter estimation research[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010(in Chinese)

[19] 李文才. 一种弹道目标的轨迹预测方法[J]. 四川兵工学报,2012,33(3):26 – 29
Li Wencai. A method of ballistic trajectory prediction [J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2012, 33(3): 26 – 29(in Chinese)

[20] 徐振来. 相控阵雷达数据处理[M]. 北京:国防工业出版社,2009
Xu Zhenlai. Phased array radar data processing[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009(in Chinese)