



北航学报  
赠阅

ISSN 1001-5965  
CODEN BHHDE8

# 北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



**2014-11**

Vol.40 No.11

目 次

作业优化在航空产品成本控制中的应用 .....	周 宁 马 婧 罗继德 王灿明 (1481)
多元线性回归模型的增量算法 .....	王惠文 魏 嫻 黄乐乐 (1487)
非相似余度作动系统静态力均衡控制策略 .....	付永领 范殿梁 李祝锋 (1492)
硅通孔中电致应力的有限元分析 .....	苏 飞 卢子兴 刘 萍 王 渊 (1500)
非标准参数的 CCSDS Turbo 码译码器性能仿真 .....	赵 琦 杜玉娇 (1507)
基于驻留时间比的近地空间碎片环境建模 .....	申敬松 刘 也 胡松杰 韩 潮 (1512)
小样本理论在航空发动机研制费估算中的应用 .....	刘 芳 张海涛 (1518)
无槽圆筒型永磁直线作动器绕组分布特性实验 .....	黄旭珍 李立毅 (1526)
150 kV/30 kW 逆变式电子束焊接高压电源设计 .....	张 伟 杜慧聪 齐铂金 许海鹰 (1531)
整体壁板压弯成形等效计算模型 .....	李卫东 万 敏 (1537)
动量轮诊断测点配置与资源占用度成本评价 .....	刘 睿 周 军 李 鑫 刘莹莹 (1543)
波束跃度对星载 SAR 滑聚模式成像影响分析 .....	曾虹程 陈 杰 杨 威 张豪杰 (1549)
复合材料开孔层压板压缩长期强度预测 .....	康 军 关志东 黎增山 李 星 (1555)
舵叶固定式液压球形关节运动学及性能分析 .....	方守龙 王 亮 丁 帅 (1563)
基于 SMDO-TLC 的高超声速飞行器姿态控制 .....	邵星灵 王宏伦 (1568)
三阶中心无振荡格式性能分析 .....	李彦芬 阎 超 屈 峰 于 剑 (1576)
卫星姿态控制系统在轨实时健康评估 .....	宋 飞 秦世引 (1581)
飞机装配坐标系公共基准点粗差检测与修正方法 .....	陈 磊 黄 翔 赵乐乐 李浣杲 (1589)
基于不变流形的高超声速飞行器动态面控制 .....	后德龙 陈 彬 王 青 董朝阳 (1595)
Gaussian-Hermite 矩旋转不变矩的构建 .....	张朝鑫 席 平 胡毕富 (1602)
基于非圆信号的单次快拍二维 DOA 新算法 .....	李 磊 李国林 马云鹏 (1609)
动力翼伞纵向四自由度动力学仿真 .....	杨 华 宋 磊 王文剑 黄 俊 (1615)
基于危险要素的危险分析技术 .....	赵 远 焦 健 赵廷弟 (1623)
压电网络板的振动控制原理与控制效果 .....	易凯军 李 琳 (1629)
夹持边界条件下表面裂纹应力强度因子求解 .....	曹淑森 贺小帆 杨博霄 刘文珽 (1637)

CONTENTS

Activity optimization in aircraft manufacturing cost control  
..... Zhou Ning Ma Jing Luo Jide Wang Canming (1481)

Incremental algorithm of multiple linear regression model  
..... Wang Huiwen Wei Yuan Huang Lele (1487)

Static force equalization for dissimilar redundant actuator system  
..... Fu Yongling Fan Dianliang Li Zhufeng (1492)

Finite element analysis of electromigration induced stress in through-silicon-via  
..... Su Fei Lu Zixing Liu Ping Wang Yuan (1500)

Simulation of universal CCSDS Turbo-codes decoder of non-standard parameters  
..... Zhao Qi Du Yujiao (1507)

Space debris environment modeling in low earth orbit based on resident time ratio  
..... Shen Jingsong Liu Ye Hu Songjie Han Chao (1512)

Application of small sample theory in aero engine development costs estimation  
..... Liu Fang Zhang Haitao (1518)

Winding distribution characteristic of slot-less tubular permanent magnet linear actuator and its experiment  
..... Huang Xuzhen Li Liyi (1526)

150 kV/30 kW inverter for electron beam welding power supply design  
..... Zhang Wei Du Huicong Qi Bojin Xu Haiying (1531)

Press bending equivalent simulation model of integrally reinforced panel  
..... Li Weidong Wan Min (1537)

Sensor placement of flywheel under diagnostic criteria and cost estimation  
..... Liu Rui Zhou Jun Li Xin Liu Yingying (1543)

Impact of antenna beam granularity on sliding spotlight spaceborne SAR image quality  
..... Zeng Hongcheng Chen Jie Yang Wei Zhang Haojie (1549)

Long-term open-hole compression strength prediction of composite laminates  
..... Kang Jun Guan Zhidong Li Zengshan Li Xing (1555)

Kinematics and performance analysis of rudder blade fixed hydraulic spherical joint  
..... Fang Shoulong Wang Liang Ding Shuai (1563)

Attitude control for hypersonic vehicle based on SMDO-TLC  
..... Shao Xingling Wang Honglun (1568)

Analysis for centered nonoscillatory scheme of third order  
..... Li Yansu Yan Chao Qu Feng Yu Jian (1576)

On-orbit real-time health assessment of satellite attitude control system  
..... Song Fei Qin Shiyin (1581)

Gross error detection and correction method of public reference point in aircraft assembly coordinate system  
..... Chen Lei Huang Xiang Zhao Lele Li Shuanggao (1589)

Dynamic surface control for hypersonic vehicle based on invariant manifold  
..... Hou Delong Chen Bin Wang Qing Dong Chaoyang (1595)

Construction of invariants of Gaussian-Hermite moments  
..... Zhang Chaoxin Xi Ping Hu Bifu (1602)

New method for single-snapshot two-dimensional direction of arrival estimation based on noncircular signals  
..... Li Lei Li Guolin Ma Yunpeng (1609)

4-DOF longitudinal dynamic simulation of powered-parafoil  
..... Yang Hua Song Lei Wang Wenjian Huang Jun (1615)

Hazard analysis technique based on hazard factors  
..... Zhao Yuan Jiao Jian Zhao Tingdi (1623)

Vibration-controlling mechanism and controlling effectiveness of plate with piezoelectric network  
..... Yi Kaijun Li Lin (1629)

Solution of stress intensity factor of surface cracked geometry with clamped ends  
..... Cao Shusen He Xiaofan Yang Boxiao Liu Wenting (1637)

# 作业优化在航空产品成本控制中的应用

周 宁 马 婧

罗继德

(北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100191) (西安航空制动科技有限公司, 咸阳 713100)

王灿明

(中航飞机股份有限公司, 西安 710089)



**摘 要:** 针对航空制造企业成本核算和优化问题, 提出运用作业成本法代替传统成本核算方法进行产品成本核算, 进而通过作业分析, 运用作业管理进行产品成本控制和优化。而后以中国航空制造企业 XYZ 转包生产项目的 5 种产品为研究对象, 采用作业成本法进行产品的成本核算, 同时基于产品生产流程中的作业分析, 通过作业管理, 运用作业减少和消除、作业选择和共享等方法进行流程优化。结果表明, 作业成本法较传统成本核算方法更为准确, 作业管理可以为企业降低产品成本和进行成本控制提供有效的优化措施。

**关键词:** 航空制造; 成本核算; 成本控制; 作业成本法; 作业管理

**中图分类号:** V 262

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1481-06

## Activity optimization in aircraft manufacturing cost control

Zhou Ning Ma Jing

(School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Luo Jide

(Xi'an Aviation Brake Technology Co Ltd, Xianyang 713100, China)

Wang Canming

(AVIC Aircraft Co Ltd, Xi'an 710089, China)

**Abstract:** Activity-based cost (ABC) was used to replace conventional volume-based product-costing system in addressing cost calculation and optimization issues in the aircraft manufacturing industry. Activity-based management (ABM) was applied to further implement cost control and optimization based on the activity analysis results. Cost calculation based on ABC in five types of subcontract products from a China-based aviation manufacturing enterprise (XYZ) resulted in an optimized workflow. The optimization was realized via adopting measures including a reduced or eliminated activity, activity selection or sharing. Results show that ABC is more accurate than the conventional volume-based product-costing system, and ABM can be a more effective optimization tool for cost reduction and cost control.

**Key words:** aircraft manufacture; cost accounting; cost control; activity-based costing; activity-based management

传统成本核算和控制方法以所有产品同质性为前提, 在现代企业高度自动化和产品多样化的

背景下极易造成产品成本信息的扭曲和成本控制反馈机制的缺失<sup>[1-3]</sup>。现阶段我国航空制造企业

收稿日期: 2013-12-13; 网络出版时间: 2014-04-08 16:02; DOI: 10.13700/j. bh. 1001-5965. 2013. 0723

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/doi/10.13700/j. bh. 1001-5965. 2013. 0723. html

基金项目: 航天科技创新基金重点资助项目(casc201107); 北京市哲学社科规划重点资助项目(12JGA016); 航空科学基金重点资助项目(2012CG28004)

作者简介: 周 宁(1962-), 女, 重庆人, 教授, zning80@buaa.edu.cn.

的产品成本核算仍大多采用传统核算方法,而对于成本的优化,也仅限于从减少浪费的角度出发,很少涉及生产流程的优化.航空制造业是国家级战略性新兴产业,涵盖科研、工业、材料、电子等多方面,对其他相关高科技产业的发展和技术进步具有极大的促进作用,其发展会对国民经济建设、国防现代化建设、社会科技进步和综合国力增强产生巨大的推动作用<sup>[4-6]</sup>,因此,对其产品成本进行有效的控制和优化具有重要意义.同时,航空产品生产过程按架份管理、覆盖多部门及大量工装制造,周期长,设计更改频繁,质量要求高,与一般的机械产品生产过程相比具有其独特之处.显然,传统的成本核算和控制方法已经不能揭示航空产品成本的本质,给成本控制带来困难.20世纪80年代,作业成本法(ABC, Activity-Based Costing)由Kaplan提出<sup>[7]</sup>,该方法以多维度的成本驱动改进了现代企业采用传统成本核算方法导致的结果不准确问题<sup>[7-10]</sup>,于1988年在美国企业首次推行,目前已经应用于包括国防工业、服务业、制造业以及金融等领域的大多数西方企业,但在我国仍处

于理论阶段,企业实践应用较少.作业管理(ABM, Activity-Based Management)是作业成本法逻辑的发展<sup>[11]</sup>,它将重点放在每一作业的完成及其所耗费的资源上,以作业成本计算为中介,通过成本分解进行成本管理,同时配以产品设计、适时生产系统和全面质量管理等基本环节<sup>[12-17]</sup>.ABC和ABM将企业产品的成本深入到作业层次,进而通过对作业的分析实现作业优化.本文以中国特大型航空工业企业、大中型军民机的重要研制基地XYZ为例,采用实际成本数据将ABC和ABM运用到企业生产制造中,通过对航空产品进行作业优化提高成本控制的效果.

## 1 成本核算模型

### 1.1 转包项目生产流程

XYZ公司的转包项目生产分为洽谈、生产、质检、包装、运输、交货6个阶段;其中生产阶段又分为下达生产计划、零部件生产、总装配3个阶段,如图1所示.

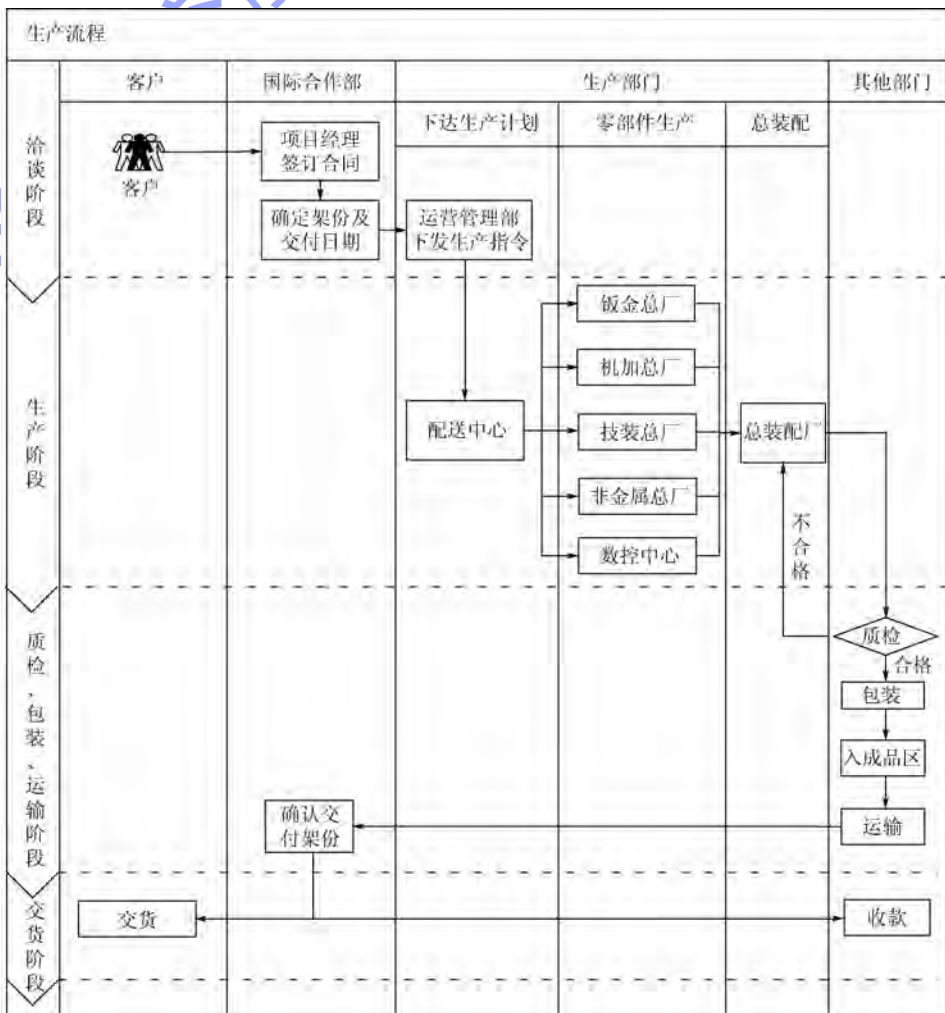


图1 XYZ转包项目生产流程图

Fig.1 Process of subcontract production at XYZ

### 1.2 传统成本法核算模型

传统成本法下产品成本等于产品的直接材料、直接人工和已分配的制造费用之和,如图 2 所示.

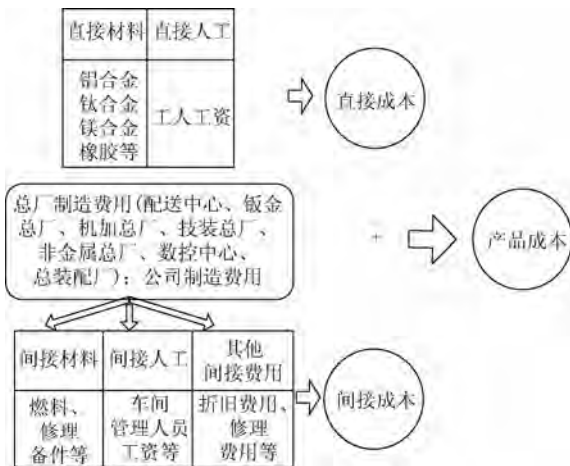


图 2 传统产品成本构成示意图

Fig.2 Illustration of cost composition under traditional volume-based product-costing system

在制造费用分配过程中,图 1 中各总厂制造费用根据其总工时分配;公司制造费用根据所有产品生产总工时确定费用分配率进行分配,即

$$C_i = (M_i + L_i + O_i) \div N_i \quad (1)$$

其中

$$M_i = \sum_{j=1}^n H_{ij} \quad (2)$$

$$L_i = \sum_{j=1}^n (T_{ij} \times W_j) \quad (3)$$

$$O_i = F_i + K_i = \sum_{j=1}^n \left( T_{ij} \times \frac{F_j}{T_j} \right) + \sum_{j=1}^n \left( T_{ij} \times \frac{K}{\sum_{j=1}^n T_j} \right) \quad (4)$$

其中,  $C_i$  表示  $i$  产品的单位成本;  $M_i$  表示  $i$  产品耗用的直接材料;  $L_i$  表示  $i$  产品耗用的直接人工;  $O_i$  表示  $i$  产品耗用的制造费用;  $N_i$  表示  $i$  产品的数量;  $n$  表示总厂的数量;  $H_{ij}$  表示  $i$  产品在  $j$  总厂耗用的直接材料;  $T_{ij}$  表示  $i$  产品在  $j$  总厂耗用的时间;  $W_j$  表示  $j$  总厂的工资率;  $F_i$  表示  $i$  产品在总厂消耗的制造费用;  $K_i$  表示  $i$  产品在公司整体层面消耗的制造费用;  $F_j$  表示  $j$  总厂耗用的制造费用总额;  $T_j$  表示  $j$  总厂人工工时总额;  $K$  表示公司制造费用总额.

### 1.3 作业成本法核算模型

根据“产品消耗作业、作业消耗资源”的指导思想,作业成本法下产品成本计算公式如下:

$$C_i = l_i + m_i + \sum_{j=1}^m x_{ji} \quad (5)$$

其中,  $l_i$  表示每单位  $i$  产品耗用的直接人工;  $m_i$  表示每单位  $i$  产品耗用的直接材料;  $x_{ji}$  表示每单位  $i$  产品耗用的  $j$  作业,其分配过程(即  $x_{ji}$  的计算)如图 3 所示.

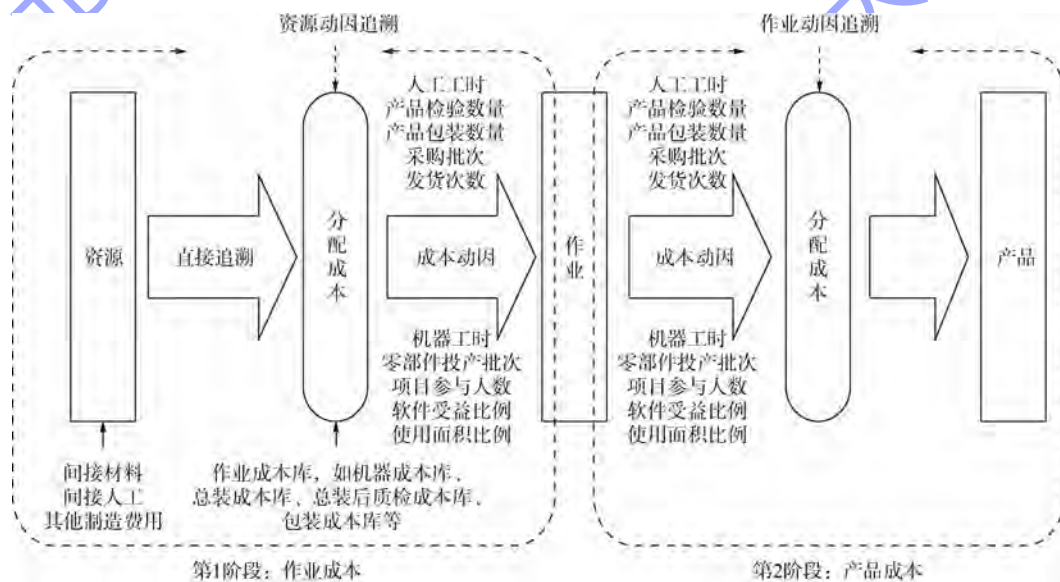


图 3 制造费用分配的两阶段计算法

Fig.3 Two-stage computation for manufacturing overhead allocation

## 2 结果比较与分析

### 2.1 XYZ 传统成本法下的计算结果

本文以 XYZ 公司 2011 年度成本数据为基础,

选取转包项目中交付数量多且金额占比大(合计占销售收入 97.63%)的产品为研究对象,即平尾、机身尾段、襟翼、导管、舱门. 根据传统成本核算模型, XYZ 公司 5 种转包产品的成本见表 1.

表1 传统成本法下产品成本表

Table 1 Product cost under traditional volume-based product-costing system

项目名称	材料成本/万元	人工成本/万元	制造费用/万元	总成本/万元	交付架份	平均成本/万元
平尾	11 439	6 241	11 216	28 896	264	109
机身尾段	605	233	378	1 216	12	101
襟翼	6 680	664	965	8 309	12	692
导管	146	21	61	228	96	2
舱门	156	72	162	390	96	4
合计	19 026	7 231	12 782	39 039		
比例/%	49	18	33	100		

## 2.2 XYZ 作业成本法下的计算结果

### 2.2.1 作业成本库与成本动因的选择

通过理论研究和实际调研,并结合作者在该企业多年成本管理工作经验,对公司生产制造流程所涉及的作业进行识别和分类,合并具有同质属性的作业,根据成本效益原则建立作业成本库;然后根据成本库中包含的各项作业的重要性和与资源耗用相关性等因素,确定成本动因.最终建立11个作业成本库,并按照作业成本法的核算方法将它们划分为4个层次,如表2所示.

表2 作业成本动因汇总表

Table 2 Summary of activity cost drivers

作业类别	作业成本库	作业动因
单件层次	总装成本库	人工工时
	总装后质检成本库	产品检验数量
	包装成本库	产品包装数量
批别层次	机器成本库	机器工时
	收货和检验成本库	采购批次
	发货成本库	发货次数
产品支持层次	零部件生产和质检成本库	零部件投产批次
	国际合作项目成本库	项目参与人数
整体运营层次	生产软件成本库	软件受益比例
	厂房成本库	使用面积比例
	公司运营成本库	人工工时

### 2.2.2 计算结果

根据所述作业成本法核算模型,将XYZ资源分配到作业成本库,并通过不同的作业动因分配到5种转包产品中,计算结果见表3.根据表3分配结果,计算每种产品的单位成本,见表4.

## 2.3 结果比较

通过以上计算可以发现,在作业成本法下,任何能够直接追溯到特定产品中去的成本,都被当成是该产品的直接成本,不能直接追溯的采用不同的成本动因计算并分摊相关成本库中的成本.但是,传统成本法只将直接材料和直接人工归属于产品成本,其他成本都被视为间接成本,仅运用单一的人工工时为成本动因来进行分配.对比在

传统成本法和作业成本法下核算的产品成本结果,可以发现两种计算方法所得每种产品成本均有差异,尤其导管的成本差异最为显著,见表5.

表3 作业成本库分配结果

Table 3 Activity cost pool allocation 万元

作业成本库	平尾	机身尾段	襟翼	导管	舱门	合计
总装成本库	1 142	58	153	5	18	1 376
总装后质检成本库	39	2	2	14	14	71
包装成本库	34	8	14	3	3	62
收货和检验成本库	101	8	8	4	4	125
发货成本库	212	19	19	6	6	262
机器成本库	2 790	151	166	53	59	3 219
零部件生产和质检成本库	966	74	74	37	37	1 188
国际合作项目成本库	230	12	31	2	4	279
生产软件成本库	345	20	24	4	6	399
厂房成本库	1 902	108	108	18	33	2 169
公司运营成本库	3 017	153	402	14	46	3 632
合计	10 778	613	1 001	160	230	12 782

表4 作业成本法下产品成本表

Table 4 Summary of product costs under ABC 万元

项目名称	直接材料	人工成本	制造费用	单位成本
平尾	11 439	6 241	10 778	108
机身尾段	605	233	613	121
襟翼	6 680	664	1 001	695
导管	146	21	160	3
舱门	156	72	230	5
合计	19 026	7 231	12 782	

表5 成本扭曲汇总表

Table 5 Summary of the cost distortion

项目名称	数量 (A)	传统成本法/万元 (B)	作业成本法/万元 (C)	差异/万元 (D = B - C)	差异率/% (D/C)	差异金额/万元 (E = A × D)
平尾	264	109	108	1	0.93	264
机身尾段	12	101	121	-20	-16.53	-240
襟翼	12	692	695	-3	-0.43	-36
导管	96	2	3	-1	-33.33	-96
舱门	96	4	5	-1	-20.00	-96

由表5可以看出,作业成本法通过建立多个同质性成本库,运用多层次的间接制造费用分配标准,能够更加适应产品多样化的市场需求,以及高度自动化和智能化的企业生产方式,更有利于企业根据其分解的成本信息进行成本管理,应在企业引入作业成本法进行产品成本核算以获取更加准确的成本信息.

## 3 基于作业优化的成本控制

作业成本法的推行为进一步的作业优化奠定了基础,即通过识别增值作业和非增值作业,减少

或消除不必要的非增值作业的成本,提高增值作业的效率,实现企业价值链上生产效率的提高和流程的优化。

一项作业同时符合以下 3 项标准,即为增值作业:①该作业能够带来加工对象状态的改变;②加工对象状态的改变,只能由该作业实现,而不能由价值链中的前一项作业实现;③该作业使价值链中的其他作业得以执行。

### 3.1 作业分析

1) 零部件生产和质检作业. XYZ 公司的零部件生产和质检作业流程如图 4 所示。

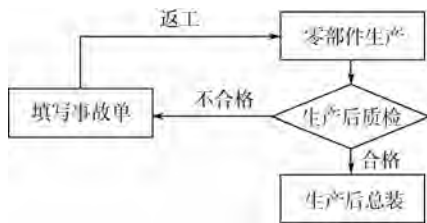


图 4 零部件生产和质检作业流程

Fig. 4 Parts production and quality inspection process

零部件生产是按照外方提供的图纸将原材料分批加工,这一环节改变了原材料的初始状态,且不能由其价值链中的前一项作业完成,同时也只有在这一作业顺利完成,才能实现转包产品的总装.由此可以判断,零部件生产环节为一项增值作业.为保证所生产的零部件符合图纸及合同要求,其生产完成后必须进行质量检验,由于该质检作业不能改变零部件的状态,因此质检作业属于非增值作业.同时,返工产品必须再次进行质量检验,同样,重检作业也属于非增值作业。

2) 包装和发货作业. XYZ 公司转包项目总装完成后,需要对产品采用不同包装箱进行逐件包装,如图 5 所示.与质检工作一样,由于该打包搬运作业并未改变产品状态,应非增值作业。

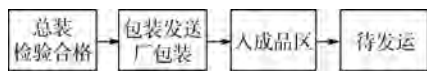


图 5 包装和发货作业流程

Fig. 5 Packaging and delivering process

3) 收货和检验作业. XYZ 存在大量的进口原材料采购,收货检验要求十分严格.虽然此项作业对企业具有重要的意义,但是,从增值作业的角度来说,该作业不能带来加工对象状态的改变,不符合增值作业的第 1 条准确,也是非增值作业。

### 3.2 XYZ 成本优化措施

从作业分析的结果可以看出,XYZ 的转包产品生产流程,除零部件生产作业外,其他均为非增值作业,结合 XYZ 转包产品生产流程,可以据此

提出相应的作业优化途径。

1) 作业减少和消除.对于 XYZ 公司而言,高技术、高精度的要求使得企业对产品的质量要求极高,任何误差都不允许存在.因此,在上述分析的各项非增值作业中,质检、包装、采购等所有作业均是产品质量的有力保障,即使是非增值作业也不能进行消除.但是,可以采取作业减少的方式进行成本优化.如收货和检验作业中,采购批次的增加会引起原材料收货和质量检验作业的总成本增加,减少采购批次,则会降低收货和检验作业的总成本.因此,在库房存储和资金允许的情况下,可适当增加每批材料的采购数量,减少采购批次,从而减少收货和检验作业总成本.此外,还可以由此获得在每批材料采购量上升的条件下向供应商要求材料采购单价的降低,进而降低总的采购成本.同时,检验作业是企业保证生产质量的前提条件,通过和重点供应商的进一步谈判,在供货合同中注明所购材料的质量责任,可最大程度地保证采购材料的质量,进而将收货和检验作业中的质量检查工作由每个批次必检改为以较小的比例抽检,可节省检验环节耗用的资源,降低该作业的相关成本.又如,质检作业属于一项非增值作业,如果质检产品不合格,要查找原因并同时要求返工,由此导致制造费用上升、成本增大,在此过程中还要耗费大量的运输成本.而 XYZ 质量检验不合格统计数据显示:导致零部件故障的原因主要有原材料问题、器材问题、设计问题等,其中,原材料问题占到质量问题的 60% 左右.针对此项问题,可通过加强供应商管理,提高采购原材料的合格率.此外,还可通过精益生产实现最佳作业标准,降低公司产品的不合格率,减少产品返工。

2) 作业选择和共享.当采用多种不同的作业都可以达到相同效果的情况下,应优先选择成本最低的作业,同时尽量实现作业共享,以降低作业成本.在这种策略之下,最有效的作业会从一系列作业中被选择出来.如 XYZ 企业在包装作业中,所需的大量包装箱均为企业自制,最多的转包项目产品装配一架份需要 4 个包装箱,所耗费资源量较大.通过对包装箱成本统计,XYZ 企业自制包装箱的成本最高每个为 20 000 元左右,最低每个也要 3 000 元左右,远远高于包装箱行业的平均成本,如果采用外包方式,可以有效降低人工成本及制造费用。

3) 柔性制造生产规划.目前,现代航空产品的零件越来越向尺寸大型化、型面复杂化、结构轻量化、材料多元化和制造精密化发展,而为了提高

零件的强度和可靠性,需要采用整体毛坯件和薄壁整体框架结构,由于越来越多地采用整体结构设计,使得需要切削加工的零件数量大幅增加,而且大部分零件在切削过程中材料去除量非常大,部分飞机结构件的材料去除率达90%以上<sup>[18]</sup>,造成了原材料极大的浪费.此外,以苏联模式为背景的设备加工布局使得在制品的运输较为频繁且运输距离较远.以XYZ打包搬运作业为例,包装发送厂与总装配厂距离较远,使得产品在总装结束后到包装过程运输时间较长,产生了大量的非增值作业.因此,企业应根据产品生产加工程序特点,对企业加工设备布局、各分厂、总厂之间的安排进行调整和优化,形成设备、加工、产品、零件流动、操作等多方面的柔性生产布局,即通过优化生产作业,达到成本有效控制.

## 4 结 论

针对航空产品小批量、多品种、成本核算与控制复杂等特点,本文通过上述解析,得到如下结果:①在复杂制造环境下,作业成本法能够提供更加准确的成本信息,比传统成本核算法具有明显的优越性;②基于作业成本法的核算结果,可有效识别非增值作业,并通过消除、减少、选择或共享相关作业的管理,达到优化产品成本的目的;③作业成本法和作业管理在电子信息、计算机、机械、材料等领域的大型先进制造企业中具有适用性和有效性.该研究结果丰富了我国制造企业在产品成本控制方面的应用实践,尤其可为航空制造企业实施作业优化和成本控制提供理论与实践指导.

## 参考文献 (References)

- [1] 魏法杰,张人千,王丹.现代飞机制造成本控制方法研究[J].航空学报,2000,21(1):38-42  
Wei Fajie, Zhang Renqian, Wang Dan. Study on cost control of modern airplane manufacturing[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2000, 21(1): 38-42 (in Chinese)
- [2] 余绪纆.在当代高科技蓬勃发展的新形势下会计取得的新进展[J].当代财经,1992(1):1-3  
Yu Xuying. New Progress accounting achieved in the new situation of contemporary high-tech booming [J]. Contemporary Finance and Economics, 1992(1): 1-3 (in Chinese)
- [3] 周宁,谢晓霞.项目成本管理[M].2版.北京:机械工业出版社,2011:113-116  
Zhou Ning, Xie Xiaoxia. Project cost management[M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2011: 113-116 (in Chinese)
- [4] 甘立伟,徐炳焯.将航空工业培育为我国国民经济新的增长点[J].航空科学技术,1998(5):3-6  
Gan Liwei, Xu Bingxuan. Aviation industry to be a new growing point for China national economy[J]. Aeronautical Science and Technology, 1998(5): 3-6 (in Chinese)
- [5] 欧阳三山,上官飞.试论航空工业产融结合发展模式[J].江西社会科学,2008(12):244-246  
Ouyang Sanshan, Shanguan Fei. Development model of the combination between industry and finance in aviation industry[J]. Jiangxi Social Sciences, 2008(12): 244-246 (in Chinese)
- [6] 牛鸿蕾,江可申.航空航天制造业的发展优势与状况——以江苏省为例[J].技术经济与管理研究,2012(2):111-115  
Niu Honglei, Jiang Keshen. The aerospace industry development advantage and condition: in Jiangsu province as an example[J]. Technoeconomics and Management Research, 2012(2): 111-115 (in Chinese)
- [7] Johnson H T, Kaplan R S. Relevance lost: the rise and fall of management accounting [M]. Boston: Harvard Business School Press, 1987: 6
- [8] Homburg C. A note on optimal cost driver selection in ABC[J]. Management Accounting Research, 2001(12): 197-205
- [9] Kiani R, Sangeladj M. An empirical study about the use of the ABC/ABM models by some of the fortune 500 largest industrial corporations in the USA [J]. Journal of American Academy of Business, 2003, 3(1/2): 174-182
- [10] Davila A, Wouters M. Designing cost-competitive technology products through cost management [J]. Accounting Horizons, 2004, 18(1): 13-26
- [11] 祝凤梧.西方作业成本理论评述[J].当代财经,2005(1):127-128  
Zhu Fengwu. Theoretical review of western activity-based costing [J]. Contemporary Finance and Economics, 2005(1): 127-128 (in Chinese)
- [12] 胡玉明.作业管理的基本特点及其在管理上的重大开拓性[J].当代财经,1994(8):56-60  
Hu Yuming. ABM's basic characteristic and its major pioneer in the management [J]. Contemporary Finance and Economics, 1994(8): 56-60 (in Chinese)
- [13] 陈义贤.作业成本管理的特点及其与传统成本管理方式的比较[J].江苏社会科学,1996(1):32-34  
Chen Yixian. ABM's features and its comparison to traditional cost management methods [J]. Jiangsu Social Sciences, 1996(1): 32-34 (in Chinese)
- [14] Cooper R, Kaplan R S, Maisel L S, et al. Implementing activity-based cost management: moving from analysis to action [M]. Michigan: Institute of Management Accountants, 1992: 37-42
- [15] Armstrong P. The costs of activity-based management [J]. Accounting, Organizations and Society, 2002, 27(1/2): 99-120
- [16] Wouters M, Anderson J C, Wynstra F. The adoption of total cost of ownership for sourcing decisions—a structural equations analysis [J]. Accounting, Organizations and Society, 2005, 30(2): 167-191
- [17] Cardinaels E, Roodhooft F, Warlop L. The value of activity-based costing in competitive pricing decisions [J]. Journal of Management Accounting Research, 2004, 16: 133-148
- [18] 孙兆刚.基于柔性理论的航空产品技术创新研究[J].航空科学技术,2012(6):61-64  
Sun Zhaogang. Research about aeronautical product technology innovation based on flexibility theory [J]. Aeronautical Science and Technology, 2012(6): 61-64 (in Chinese)

# 多元线性回归模型的增量算法



王惠文 魏 媛 黄乐乐\*

(北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100191)

**摘 要:** 伴随着各领域信息化的发展,数据多呈现出快速、连续流入的特点. 面向海量不断更新的数据集,在具有广泛使用价值的线性回归模型中,考虑引入增量算法. 通过基于叉积矩阵的增量计算公式,得到最小二乘估计模型的增量算法,并进一步扩展到其他的模型估计量和检验统计量中. 该增量算法运用了全部的数据信息,与使用全部数据建模具有完全相同的结果. 算法节约了数据读取时间,减小了数据存储传输的压力,从而提高了计算效率. 数据仿真实验验证了算法的有效性.

**关键词:** 线性回归模型; 增量算法; 叉积阵; 估计; 检验

**中图分类号:** O 212

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1487-05

## Incremental algorithm of multiple linear regression model

Wang Huiwen Wei Yuan Huang Lele\*

(School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** With the development of computer-related technology, people can continuously obtain data faster and faster. Facing with the massive and continuously updated data sets, incremental algorithm was introduced to the popular multiple linear regression analysis. The incremental algorithm of least squares estimation model was derived based on incremental expression of cross product matrix. And further this algorithm was extended to other estimation models and test statistics. The incremental algorithm uses the information of all dataset, which can get the same results with non-incremental methods. This algorithm can save the time in reading and writing data, release the impression on transportation, and thus speed up the computation. Simulation results show that, this algorithm can improve computational efficiency and is very useful in many conditions.

**Key words:** linear regression model; incremental algorithm; cross product matrix; estimation; test

回归分析是应用极其广泛的数据分析方法之一,经常用于预报、控制等问题. 值得注意的是,随着信息采集工具在各领域的充分使用,“数据爆炸”的趋势变得越来越明显. 在许多领域,数据的到达呈现出快速、连续的特点<sup>[1]</sup>,并且往往需要系统进行实时的反馈,如网站访问、网络安全信息监测<sup>[2]</sup>等. 在这种情况下,以往针对大数据的批量学习(batch learning),会耗费大量的时间与空间资源,而增量学习(incremental learning)<sup>[3]</sup>是在充分利用已有数据的基础上,对原有的知识模型

进行更新、修正与加强,将更适合海量数据下需要快速反映的情形. 对广泛使用的回归模型运用增量式计算有着重要的意义.

Syed等<sup>[4]</sup>1999提出了衡量增量算法的一个重要标准是能否正确处理概念漂移(concept drift)的问题. 有效的增量算法必须保证具有一定的稳健性、计算结果的改进性,以及可恢复性. Gaber等<sup>[5]</sup>将增量算法分为了基于数据的算法和基于任务的算法两种类型. 基于数据的算法主要是采用原数据的某个较优的子集,或者原数据的

收稿日期: 2013-11-26; 网络出版时间: 2014-04-14 13:17; DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2013.0680

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/doi/10.13700/j.bh.1001-5965.2013.0680.html

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71031001); 北京航空航天大学博士研究生创新基金资助项目(YWF-14-YJSY-027); 国家高技术研究发展计划资助(SS2014AA012303)

作者简介: 王惠文(1957-),女,辽宁大连人,教授, wanghw@vip.sina.com; \* 通讯作者: nanhuabiren@163.com.

某种汇总形式进行下一步的增量计算,主要包括样本抽样(sampling)<sup>[6]</sup>、流数据抽样(load shedding)<sup>[7]</sup>、草图抽样(sketching)<sup>[8-9]</sup>、概要数据结构(synopsis data structures)、聚合表示(aggregation)<sup>[10]</sup>等.这种方法必须对原数据集的结构进行检验,无法保证选取样本的均衡性.基于任务的算法主要包括近似算法(approximation algorithms)<sup>[11]</sup>、滑动窗口(sliding window)<sup>[8]</sup>、算法输出粒度(algorithm output granularity)<sup>[12]</sup>等,实现相对复杂.

现有的增量算法基本集中在机器学习或计算机领域<sup>[13]</sup>,并已经取得了丰硕的研究成果<sup>[14-15]</sup>,在实际中的应用也日益广泛<sup>[16]</sup>.而文献对于统计学领域方法的增量算法讨论较少.统计学中的大样本性质都是在样本容量趋于无穷情形下得到的,在目前的技术条件下搜集和存储数据使得样本容量可以无限大.在这种大数据背景下,对传统统计方法的增量运算进行探讨和研究,具有重要的实际应用价值.

本文提出了一种多元线性回归模型的增量算法,可以正确处理概念漂移的问题,并且与用全部数据计算相比,使用了相同量的信息,可以达到同等的精度.算法只需要存储原数据的叉积矩阵,对于变量维度不是很大的数据集,可以大大节省存储空间,缩短数据的载入和传输的时间,提高计算效率.文中给出了基于叉积矩阵的检验统计量的增量算法,最后通过仿真实验说明了多元线性回归的增量算法的有效性.

## 1 多元线性回归模型的增量算法

### 1.1 多元线性回归分析

在多元线性回归分析中,记因变量为 $Y$ ,自变量集合为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ ,样本容量为 $n$ ;记第 $i$ 个样本在第 $j$ 个变量的观测值为 $x_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p$ ).

根据自变量和因变量的样本数据,定义矩阵:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}_{n \times (p+1)}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}_{n \times 1}$$

进而定义增广矩阵:

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \ \mathbf{Y}]_{n \times (p+2)} \quad (1)$$

增广矩阵的叉积阵为

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T \mathbf{X} & \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T \mathbf{X} & \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

多元线性回归模型的最小二乘估计量可用叉积阵表示:

$$\hat{\mathbf{B}}_{LS} = (b_0, b_1, \dots, b_p)^T = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \mathbf{V}_{11}^{-1} \mathbf{V}_{12} \quad (3)$$

关于模型及估计质量的评价指标可表示为

$$\left. \begin{aligned} \text{SSE} &= V_{22} - \mathbf{V}_{21} \mathbf{V}_{11}^{-1} \mathbf{V}_{12} \\ \text{SST} &= V_{22} - [\mathbf{V}_{12}(1)]^2 / n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{V}_{12}(1)$ 为向量 $\mathbf{V}_{12}$ 的第1个元素.进而可以得到回归模型的测定系数 $R^2$ 和估计标准误差 $S_e$ 分别为

$$R^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}}$$

$$S_e = \sqrt{\frac{\text{SSE}}{n - p - 1}}$$

由此可见,多元线性回归分析的关键在于:利用样本数据计算增广矩阵及其叉积阵,利用叉积阵求出回归系数的估计值以及模型的评价指标.

### 1.2 最小二乘估计的增量算法

在高斯-马尔科夫定理的假设条件下,最小二乘估计是最佳线性无偏估计量.本节探讨最小二乘估计量的增量算法.

在回归分析中,根据已有样本可以得到系数向量的最小二乘估计 $\hat{\mathbf{B}}$ .实际数据处理中,经常会得到系数的估计后,又增加了新的样本,需要对 $\hat{\mathbf{B}}$ 进行更新.这时便需要引入增量算法.

记新增加的样本为

$$\mathbf{X}^* = \begin{pmatrix} 1 & x_{11}^* & \cdots & x_{1p}^* \\ 1 & x_{21}^* & \cdots & x_{2p}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{m1}^* & \cdots & x_{mp}^* \end{pmatrix}_{m \times (p+1)}$$

$$\mathbf{Y}^* = [y_1^*, y_2^*, \dots, y_m^*]^T$$

采用增广矩阵进行表示为

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{X}^* & \mathbf{Y}^* \end{bmatrix}$$

而又积矩阵则为

$$\tilde{\mathbf{V}} = \tilde{\mathbf{Z}}^T \tilde{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T \mathbf{X} + \mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^* & \mathbf{X}^T \mathbf{Y} + \mathbf{X}^{*T} \mathbf{Y}^* \\ \mathbf{Y}^T \mathbf{X} + \mathbf{Y}^{*T} \mathbf{X}^* & \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^{*T} \mathbf{Y}^* \end{bmatrix} =$$

$$\mathbf{V} + \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^* & \mathbf{X}^{*T} \mathbf{Y}^* \\ \mathbf{Y}^{*T} \mathbf{X}^* & \mathbf{Y}^{*T} \mathbf{Y}^* \end{bmatrix} =$$

$$V + \begin{bmatrix} V_{11}^* & V_{12}^* \\ V_{21}^* & V_{22}^* \end{bmatrix} = V + V^*$$

$$\hat{B}_{LS}^* = (V_{11} + V_{11}^*)^{-1} (V_{12} + V_{12}^*) \quad (5)$$

其中,在计算  $\hat{B}$  时已经得到  $V_{11}, V_{12}$ , 不需要重新进行计算,只需计算  $V_{11}^*, V_{12}^*$ . 由于利用增量算法,可以省去  $V_{11}, V_{12}$  的计算,这在已用样本容量  $n$  很大时,可以节约大量资源. 尤其是只有少量新增样本时,增量计算可以体现更大的优势.

事实上,在进行回归分析时,最小二乘估计是从增广矩阵的叉积阵出发进行模型的估计,并非完全从原始数据出发. 因此,采用增量算法时,完全可以对  $V_{11}, V_{12}$  进行存储;当有了新增样本时,直接对新增样本部分进行计算,然后再计算更新的回归系数向量  $\hat{B}$ . 如此处理,避免了对已有样本  $[X \ Y]$  的重复读取. 由于在海量样本情形下,  $V_{11}, V_{12}$  的大小要远远小于  $[X \ Y]$  的大小,从而可以大大节约读取数据的时间和占用的内存空间.

### 1.3 模型检验的增量算法

容易知道,线性模型的  $F$  检验和  $t$  检验的统计量分别可以表示为

$$F = \frac{(SST - SSE)/p}{SSE/(n - p - 1)}$$

$$t_j = \frac{b_j}{s_{b_j}} \quad j = 0, 1, \dots, p$$

其中,  $b_j$  是  $\hat{B}_{LS}$  的第  $j$  个元素;  $s_{b_j} = S_e c_{jj}$ ,  $c_{jj}$  是矩阵  $V_{11}^{-1}$  对角线上第  $j$  个元素.

在考虑有新增样本情形时,

$$S\tilde{S}E = [V_{22} + V_{22}^*] -$$

$$[V_{21} + V_{21}^*][V_{11} + V_{11}^*]^{-1}[V_{12} + V_{12}^*]$$

$$S\tilde{S}T = [V_{22} + V_{22}^*] - [V_{12}(1) + V_{12}^*(1)]^2 / (n + m)$$

其中  $V_{12}^*(1)$  是向量  $V_{12}^*$  的第 1 个元素.  $S\tilde{S}E, S\tilde{S}T$  均可以基于叉积阵  $\tilde{V}$  计算得到,无需对前  $n$  个样本重新进行计算;基于  $S\tilde{S}E, S\tilde{S}T$  容易构造  $\tilde{F}, \tilde{t}_j$  等统计量:

$$\tilde{F} = \frac{(S\tilde{S}T - S\tilde{S}E)/p}{S\tilde{S}E/(n + m - p - 1)}$$

$$\tilde{t}_j = \frac{\tilde{b}_j}{s_{\tilde{b}_j}} \quad j = 0, 1, \dots, p$$

其中,  $\tilde{b}_j$  是  $\hat{B}_{LS}^*$  的第  $j$  个元素;  $s_{\tilde{b}_j} = \tilde{S}_e \tilde{c}_{jj}$ ,  $\tilde{c}_{jj}$  是矩阵  $[V_{11} + V_{11}^*]^{-1}$  对角线上第  $j$  个元素.

如此,基于叉积阵本文得到了  $F$  检验和  $t$  检验的增量算法.

### 1.4 其他估计量的增量算法

在 1.2 节最小二乘估计的增量算法分析过程中,本文仅利用了叉积阵的相关信息. 由此可知,基于叉积阵的估计量都可以利用如此增量算法,如岭回归估计量和加权最小二乘等估计量也可以采用此增量算法.

$$\hat{B}_r^* = (X^T X + X^{*T} X^* + \lambda I)^{-1} (X^T Y + X^{*T} Y^*) \quad (6)$$

$$\hat{B}_w^* = (X^T W X + X^{*T} W^* X^*)^{-1} (X^T W Y + X^{*T} W^* Y^*) \quad (7)$$

其中  $W$  为权重矩阵.

## 2 仿真实验

下面进行仿真数据实验,通过数据模拟验证多元线性回归模型增量算法的有效性.

首先,生成 3 个相互独立且服从标准正态分布的自变量  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$ . 回归系数和常数项均采用  $(0, 2)$  上的均匀分布生成,得到

$$y = 1.44 + 0.49 \times \chi_1 + 0.26 \times \chi_2 + 1.6 \times \chi_3 + \varepsilon \quad (8)$$

其中随机扰动项  $\varepsilon$  服从标准正态分布.

为说明增量算法的适用情形,实验采用了不同的样本量和增量的组合,以比较不同组合下增量算法的效果. 在由上述方法生成的 5 000 000 样本中进行随机抽样,得到样本量分别为 (100, 1 000, 10 000, 100 000, 200 000, 500 000, 1 000 000) 的数据集,并分别随机抽取每一个数据集的 (1%, 5%, 10%, 15%, 20%) 作为增量,比较使用增量算法和不使用增量算法的时间变化.

实验计算机配置为 CPU: 3.20 GHz, Intel i5-3470 处理器,内存 3 556 MB, Windows XP 系统. 使用 Python 语言工具,对每种情况分别进行 50 次独立重复实验,每次独立重复实验的计时结果为连续进行 200 次计算的时间的加总. 表 1 为使用增量算法、重复计算 50 次回归模型系数所用时间的均值与方差.

图 1 中的 10 条曲线表示非增量方法与增量方法下,当样本的增量所占原样本比例分别为 (1%, 5%, 10%, 15%, 20%) 时,不同的样本量下计算回归模型系数所用时间的差异. 回归模型叉积矩阵的计算复杂度是随着样本量线性增加的,从图 1 中可以看出非增量算法的实验结果也反映了计算时间的线性增长趋势. 而采用增量算法,计算所用时间受样本量影响较小. 所以在样本量较大时,计算效率较非增量算法会有明显提高.

表1 增量方法计算回归模型系数所用时间的均值与方差

Table 1 Mean and variance of time for calculating the regression model coefficients with incremental method ms

样本量	增量									
	1%		5%		10%		15%		20%	
	均值	方差	均值	方差	均值	方差	均值	方差	均值	方差
100	10.5689	0.2400	10.6712	0.2387	10.7556	0.6979	10.7830	0.2922	10.8130	0.3926
1000	10.6429	0.3041	10.8981	0.2358	11.4771	1.0345	11.4772	0.3150	11.6938	0.2892
10000	11.2245	0.2838	13.1213	1.0152	15.1952	0.2273	17.9900	1.3266	23.5473	1.1195
100000	18.1167	4.9024	38.0308	2.2960	71.7763	4.9876	106.3882	3.1111	133.9118	1.9193
200000	25.2142	5.0259	74.6524	1.7095	134.7110	2.1853	194.7968	2.9821	257.5178	7.3324
500000	37.9281	3.4055	165.3791	3.4921	321.2905	5.2258	496.2326	9.9524	689.7545	12.3109
1000000	76.1539	2.1269	320.2433	5.3863	322.9930	12.7321	689.6639	14.8070	1137.9855	15.2970

类似地,图2和图3分别为回归模型F检验和t检验在两种算法下所用时间的对比图.从图中可以看出,在原样本数量大于10000时,增量的方法均开始体现出明显的优势.并且随着样本量的增加,增量方法的优势将进一步增大.

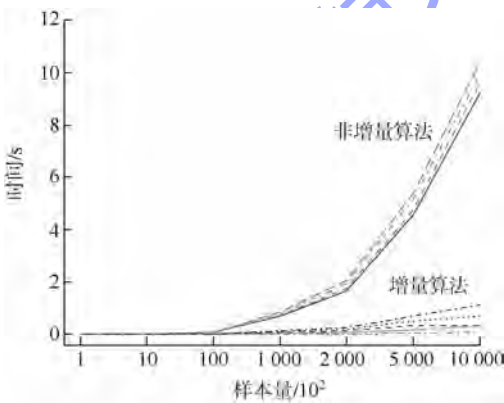


图1 回归系数的非增量算法与增量算法计算时间对比图

Fig.1 Comparison chart for the time in calculating coefficients between traditional method and incremental method

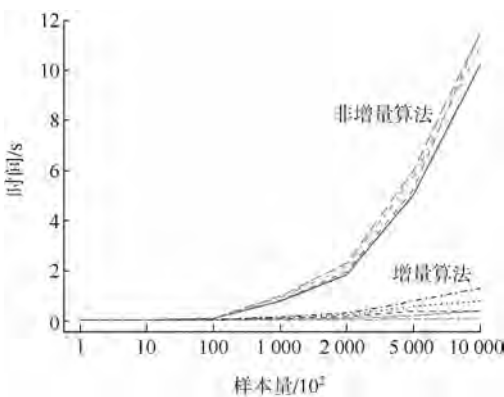


图2 F检验的非增量算法与增量算法计算时间对比图

Fig.2 Comparison chart for the time of F-test between traditional method and incremental method

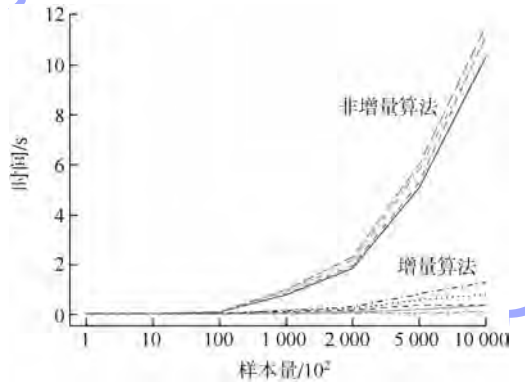


图3 t检验的非增量算法与增量算法计算时间对比图

Fig.3 Comparison chart for the time of t-test between traditional method and incremental method

### 3 结论

本文从统计的视角,提出了一种多元线性回归模型的增量算法,得到以下主要结论:

1) 该增量算法可以用在基于叉积阵求解的各种统计检验量的计算中,如最小二乘回归估计、t检验和F检验统计量、岭回归估计量和加权最小二乘估计等.

2) 该增量算法只需要存储原数据的叉积矩阵,可以节省大量的存储空间及数据载入时间,加快运算效率.

3) 在线性回归建模过程中,本文的增量方法运用了全部的数据信息,与使用全部数据建模具有完全相同的结果.最后,通过数据仿真实验,证明了算法的有效性.

### 参考文献 (References)

[1] Tomczak J M, Gonczarek A. Decision rules extraction from data stream in the presence of changing context for diabetes treatment [J]. Knowledge and Information Systems, 2013, 34 (3): 521 - 546

- [2] Yang L, Cao J N, Tang S J, et al. A framework for partitioning and execution of data stream applications in mobile cloud computing[C]//IEEE Fifth International Conference on Cloud Computing. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2012: 794 – 802
- [3] Coppock H W, Freund J E. All-or-none versus incremental learning of errorless shock escapes by the rat [J]. *Science*, 1962, 135(3500): 318 – 319
- [4] Syed N A, Liu H, Sung K K. Handling concept drifts in incremental learning with support vector machines[C]//Proceedings of the Fifth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. San Diego, CA: ACM, 1999: 371 – 321
- [5] Gaber M M, Zaslavsky A, Krishnaswamy S. Mining data streams: a review[J]. *ACM Sigmod Record*, 2005, 34(2): 18 – 26
- [6] Domingos P, Hulten G. A general method for scaling up machine learning algorithms and its application to clustering[C]//Proceedings of the Eighteenth International Conference on Machine Learning (ICML 2001). Williams College, Williamstown, MA: Morgan Kaufmann, 2001: 106 – 113
- [7] Babcock B, Datar M, Motwani R. Load shedding techniques for data stream systems[C]//The 2003 Workshop on Management and Processing of Data Streams. San Diego, CA: ACM, 2003
- [8] Papapetrou O, Garofalakis M, Deligiannakis A. Sketch-based querying of distributed sliding-window data streams[J]. *Proceedings of the VLDB Endowment*, 2012, 5(10): 992 – 1003
- [9] GAMA J. Data stream mining: the bounded rationality[J]. *Informatica*, 2013, 37(1): 21 – 25
- [10] Nath S, Venkatesan R. Publicly verifiable grouped aggregation queries on outsourced data streams[C]//Data Engineering (ICDE), 2013 IEEE 29th International Conference on. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2013: 517 – 528
- [11] Muthukrishnan S. Data streams: algorithms and applications [M]. Hanover, MA: Now Publishers Inc, 2005
- [12] Krishnaswamy S, Gama J, Gaber M M. Mobile data stream mining: from algorithms to applications[C]//Mobile Data Management (MDM), 2012 IEEE 13th International Conference on. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2012: 360 – 363
- [13] 肖智, 王明恺, 谢林林. 基于支持向量机的的大学生助学贷款个人信用评价[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 2006, 46(S1): 1120 – 1124
- Xiao Zhi, Wang Mingkai, Xie Linlin. Personal credit evaluation of college student loans with support vector machines[J]. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology*, 2006, 46(S1): 1120 – 1124 (in Chinese)
- [14] Babcock B, Babu S, Datar M, et al. Models and issues in data stream systems[C]//Proceedings of the Twenty-first ACM SIGMOD-SIGACT-SIGART Symposium on Principles of Database Systems. Madison, WI: Association for Computing Machinery, 2002: 1 – 16
- [15] Golab L, Ozsu M T. Data stream management [J]. *Synthesis Lectures on Data Management*, 2010, 2(1): 1 – 73
- [16] 姚远. 海量动态数据流分类方法研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2013
- Yao Yuan. The research on massive and dynamic data stream classification method[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2013 (in Chinese)

# 非相似余度作动系统静态力均衡控制策略

付永领

范殿梁\*

李祝锋

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 由功率电传作动器 EHA (Electro-Hydrostatic Actuator) 与 EMA (Electro-Mechanical Actuator) 构成的非相似余度作动系统取消了中央液压源和遍布机身的液压管路, 同时克服了共性故障, 是飞机多电化的发展趋势. 阐述了非相似余度作动系统的结构组成与工作原理, 考虑舵面空气负载和连接刚度, 建立了在主动/主动工作模式下闭环系统数学模型. 在此基础上, 论述了非相似余度作动系统静态力纷争的产生机理, 提出了采用调整电气参数偏差的方法补偿静态力纷争的思想, 基于上述原理提出了 3 种减小静态力纷争的力均衡控制策略, 并对其进行了理论和仿真分析. 最后, 对 3 种力均衡控制策略在静态力纷争消除性、隔离性等方面进行了综合对比分析. 分析结果对非相似余度作动系统的设计及力纷争的解决提供了理论依据.

**关键词:** 非相似余度作动系统; 功率电传作动器; 非相似余度; 静态力纷争; 力均衡控制策略

中图分类号: TH 137

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2014)11-1492-08

## Static force equalization for dissimilar redundant actuator system

Fu Yongling

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Fan Dianliang\* Li Zhufeng

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The dissimilar redundant actuator system (DRAS) which consists of power-by-wire actuators, EHA (electro-hydrostatic actuator) and EMA (electro-mechanical actuator), addresses the problem of the distribution of central hydraulic source and pipelines. It also resolves the common fault, which indicates the trend of more-electric-aircraft. To start with, the construction as well as the working principle of the DRAS was described. Considering the air load of control surface and connection stiffness, the closed-loop system model within active/active working mode was built up. Further, the mechanism of static force fighting was introduced. The idea which uses the method of adjusting the electrical parameters so as to compensate the static force fighting was proposed, and based on the above principle three kinds of static force equalization for eliminating static force fighting were put forward, and then theoretical and simulation analysis were discussed. Finally, a comprehensive comparative analysis on the elimination of static force fighting, isolation and other aspects was exhibited for the three control strategies. The results provide theoretical directions for DRAS design and static force fighting solutions.

**Key words:** dissimilar redundant actuator system; power-by-wire actuators; dissimilar redundant; static force fighting; static force equalization

现有的主要功率电传作动器 EHA (EHA, Electro-Hydrostatic Actuator) 和 EMA (EMA, Electro-Mechanical Actuator) 各有优缺点. EHA 摆脱了集中供油的方式,但仍采用液压传动的方式,而 EMA 拥有直接电力驱动的特点,是未来多电机的发展趋势,但是在现阶段由于卡死、散热等诸多原因导致单独使用 EMA 作动器控制舵面还需要一定的时间<sup>[1]</sup>. 功率电传混合作动系统则很好地解决了这个问题,将两种不同物理原理的作动器构成非相似冗余备份,采用这种非相似冗余度作动系统可以有效提高飞机的可维护性和可靠性,并且对于降低飞行成本和减轻系统重量也有很好的帮助,是未来“多电机”作动系统发展的新趋势<sup>[2]</sup>. 目前,这种非相似冗余度结构已经成功应用于实际,如空客 A380 上就采用了 14 个 EHA/EBHA,波音 B787 上采用了 4 个 EMA,当然这些功率电传作动器还只是作为备用系统<sup>[3]</sup>. 本文的研究对象就是由变转速定排量 EHA (EHA-VS, EHA-Variable motor Speed) 和直驱式 EMA 构成的非相似冗余度系统.

共同驱动舵面的各通道之间的差异会导致输出力的不同,各通道之间相互作用来寻求一个平衡的位置,这样就产生了力纷争现象,这将对舵面造成严重的影响. 力纷争在相似冗余度系统中就已经存在,对于本研究非相似冗余度的配置方式,各通道间的力纷争现象更加严重,而且从理论上无法消除,只能采取有效的方法对其加以限制. 静态力纷争是力纷争研究的基础,动态力纷争将在后续的工作中展开. Mare 等在 2001 年提出了一种基于压力反馈的多通道 SHA 解耦的力均衡控制方法<sup>[4]</sup>. Jacazio 等在 2008 年提出一种基于压差均衡控制方法来使双冗余度 SHA 的力纷争实现最小化<sup>[5]</sup>. 文献[4-7]对传统的冗余度飞控系统的力纷争提出了值得借鉴的解决方案,而文献[8]对 EMA 的力控制进行了深入研究. 以上所有这些方法都是仅适用于拥有相同技术的冗余度作动系统,然而随着混合作动技术的发展,Cochoy 等提出了两种通过引入位移、速度和力等差值反馈的控制策略<sup>[9-10]</sup>,有效地减小了力纷争,同时文献[11]提出的差值力补偿控制、交叉耦合控制和前置滤波器控制同样取得了良好的效果. 本文将针对非相似冗余度系统的特点,探讨几种力均衡控制策略对于静态力纷争的可行性和实现方法.

## 1 系统结构组成与工作原理

如图 1 所示,上半部分为 EHA,由伺服电机、

定量泵、对称液压缸和其他液压附件等组成,伺服电机的控制电压  $U_{EHA}$  和外负载力  $F_H$  是其输入信号,液压缸的位移  $X_H$  是其输出信号;下半部分为直驱式 EMA,滚珠丝杠将电机的旋转运动转化为直线运动,伺服电机的控制电压  $U_{EMA}$  和外负载力  $F_M$  是其输入信号,滚珠丝杠的位移  $X_M$  是其输出信号;左半部分是作动器与飞行器的连接结构,右半部分为飞行控制舵面, $X_H, X_M$  和空气动载荷  $F_L$  是其输入信号,舵面的位移  $X_R$  以及分别作用于 EHA 和 EMA 上的外负载力  $F_H$  和  $F_M$  是其输出信号. 通过对 EHA 和 EMA 在舵面处采用力综合的方式并进行独立控制,来共同驱动舵面负载.

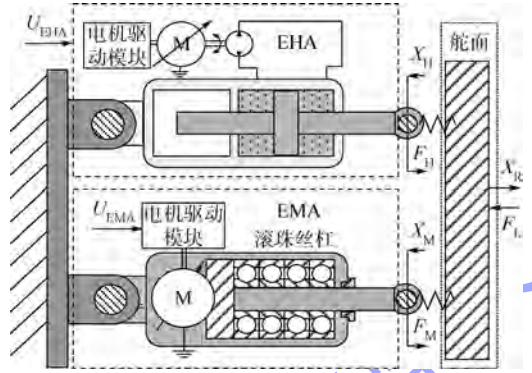


图 1 非相似冗余度作动系统原理图

Fig. 1 Schematic diagram of dissimilar redundant actuator system (DRAS)

## 2 非相似冗余度作动系统建模

### 2.1 EHA 建模

由于在正常工作条件下不起作用,在建模过程中没有考虑 EHA 中的旁通阀、安全阀等液压附件,同时单向阀和管道等的影响也忽略不计. 假设电机和泵刚性连接,根据伺服电机电势平衡方程及转矩平衡方程、定量泵流量及转矩方程、液压缸流量连续方程及力平衡方程,可以得到 EHA 系统模型基本方程<sup>[12]</sup>如下:

$$\left. \begin{aligned} U_{EHA} &= C_H \omega_H + R_{CH} i_H + L_{CH} \frac{di_H}{dt} \\ C_H \cdot i_H &= T_{MH} + J_{MH} \cdot \frac{d\omega_H}{dt} + B_{MH} \cdot \omega_H \\ Q_p &= q_p \cdot \omega_H / 2\pi \\ T_{MH} &= q_p \cdot P_L / 2\pi \\ Q_p &= A \frac{dX_H}{dt} + \frac{V}{2E_y} \frac{dP_L}{dt} + C_{st} P_L \\ AP_L &= m_H \frac{d^2 X_H}{dt^2} + B_t \frac{dX_H}{dt} + F_H \end{aligned} \right\} (1)$$

式中,  $U_{EHA}$  为伺服电机控制电压;  $C_H$  为伺服电机反电势系数和电磁转矩系数;  $\omega_H$  为电机转速;  $R_{CH}$  为绕组电阻;  $i_H$  为伺服电机绕组电流;  $L_{CH}$  为绕组电感;  $T_{MH}$  为电机输出转矩;  $B_{MH}$  和  $J_{MH}$  是伺服电机和定量泵的阻尼系数和转动惯量;  $Q_p$  为工作流量;  $q_p$  为泵理论排量;  $A$  为活塞面积;  $x_H$  为位移输出;  $V$  为容腔总体积;  $E_y$  为体积弹性模量;  $C_{st}$  为泄漏总系数;  $P_L$  为负载压力;  $m_H$  为活塞质量;  $B_l$  为液压缸黏滞阻尼系数;  $F_H$  为力矩输出。

同时考虑伺服电机环节中, 机械时间常数比电气时间常数大很多, 因此将电机和电机的控制方法等效为一个惯性环节. 设电机机械时间常数为  $T_{m1}$ , 则系统结构为  $C_H/T_{m1}s + 1$ .

### 2.2 EMA 建模

本文所研究的 EMA 为直驱式, 滚珠丝杠及螺母由伺服电机直接驱动, 并通过滚珠丝杠来直接传递位移, 忽略换相过程对伺服电机控制的影响, 根据伺服电机电势平衡方程及转矩平衡方程、定滚珠丝杠负载力及输出位移方程、滚珠丝杠力平衡方程<sup>[12-14]</sup>, 可以得到 EMA 系统模型基本方程:

$$\left. \begin{aligned} U_{EMA} &= C_M \omega_M + R_{CM} i_M + L_{CM} \frac{di_M}{dt} \\ C_M \cdot i_M &= T_{MM} + J_{MM} \cdot \frac{d\omega_M}{dt} + B_{MM} \cdot \omega_M \\ T_{MM} &= F_s \cdot P_{ho} / 2\pi \\ \frac{dX_M}{dt} &= P_{ho} \cdot \omega_M / 2\pi \\ F_{M1} &= m_M \frac{d^2 X_M}{dt^2} + F_M \end{aligned} \right\} (2)$$

式中,  $C_M$  为伺服电机反电势系数和电磁转矩系数;  $\omega_M$  为伺服电机转速;  $R_{CM}$  为电枢电阻;  $i_M$  为伺服电机电流;  $L_{CM}$  为绕组电感;  $T_{MM}$  为伺服电机转矩;  $B_{MM}$  和  $J_{MM}$  为阻尼系数和转动惯量;  $F_{M1}$  为滚珠丝杠传递力;  $P_{ho}$  为滚珠丝杠导程;  $x_M$  为位移输出;  $m_M$  为滚珠丝杠质量;  $F_M$  为力矩输出。

类似于 EHA 建模中的简化过程, 将 EMA 中伺服电机和电机的控制方法等效为一个惯性环节. 设电机机械时间常数为  $T_{m2}$ , 则系统结构为  $C_M/T_{m2}s + 1$ .

### 2.3 气动舵面建模

将气动舵面看作一个刚性体来建模, 其表示负载的惯量, 同时还要考虑作动器与气动舵面之间的连接刚度, 则气动舵面的基本方程为

$$\left. \begin{aligned} m_R \frac{d^2 X_R}{dt^2} &= F_H + F_M - F_L \\ F_H &= S_{ht} (X_H - X_R) \\ F_M &= S_{mt} (X_M - X_R) \end{aligned} \right\} (3)$$

式中,  $m_R$  为气动舵面的等效质量;  $S_{ht}$  为 EHA 与气动舵面之间的连接刚度;  $S_{mt}$  为 EMA 与气动舵面之间的连接刚度。

### 2.4 主动/主动工作模式下闭环系统数学模型

在本文的研究中, 组成非相似余度作动系统的各通道都进行主动的位置控制, EHA 采用单闭环的控制方式, 即位置环比例控制; EMA 采用双闭环控制方式, 位置环作为外环采用比例控制, 速度环作为内环采用比例控制。

由前面的分析可知, EHA 开环系统为三阶, 对其进行位置闭环控制. 设位置指令输入为  $X_r$ , 位置比例系数为  $K_p$ , 则可以得到 EHA 闭环系统输出传递函数:

$$X_H = \frac{X_r - G_2(s) F_H}{G_1(s)} \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{\pi V_l m_H}{2E_y A K_p C_H q_p} s^3 + \left( \frac{2\pi C_{st} m_H}{A K_p C_H q_p} + \frac{\pi B_l V_l}{2E_y A K_p C_H q_p} \right) s^2 + \left( \frac{2\pi A}{K_p C_H q_p} + \frac{2\pi B_l C_{st}}{A K_p C_H q_p} \right) s + 1 \\ G_2(s) &= \frac{\pi (T_{m1} s + 1) (V_l s + 4E_y C_{st})}{2E_y K_p C_H q_p} \end{aligned}$$

EMA 开环系统为二阶, 对其进行位置-速度闭环控制, 位置指令输入为  $X_r$ , 位置比例系数为  $K_{pp}$ , 速度比例系数为  $K_{sp}$ , 则可以得到 EMA 闭环系统输出传递函数:

$$X_M = \frac{X_r - H_2(s) F_M}{H_1(s)} \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \left( \frac{m_M P_{ho}}{2\pi K_{pp} K_{sp}} + \frac{2\pi J_{MM}}{P_{ho} K_{pp} K_{sp}} \right) s^2 + \left( \frac{2\pi B_{MM}}{P_{ho} K_{pp} K_{sp}} + \frac{1}{K_{pp}} \right) s + 1 \\ H_2(s) &= \frac{(T_{m2} s + 1) P_{ho}}{2\pi K_{pp} K_{sp} C_M} \end{aligned}$$

根据式(4)和式(5), 可以得出非相似余度作动系统方块图如图 2 所示。

基于以上分析可以得到非相似余度作动系统闭环系统负载位移方程如下:

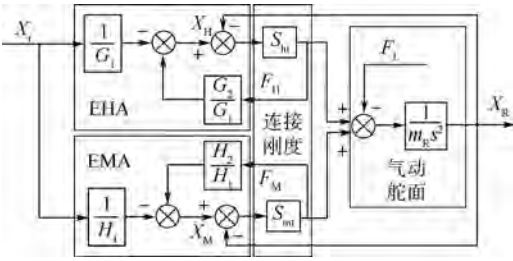


图 2 非相似余度作动系统开环系统方块图

Fig.2 Open-loop block diagram of DRAS

$$X_R = \{ [S_{ht}(H_1 + H_2S_{mt}) + S_{mt}(G_1 + G_2S_{ht})]X_r - (G_1 + G_2S_{ht})(H_1 + H_2S_{mt})F_L \} / [(G_1 + G_2S_{ht})(H_1 + H_2S_{mt})m_Rs^2 + G_1S_{ht}(H_1 + H_2S_{mt}) + H_1S_{mt}(G_1 + G_2S_{ht})] \quad (6)$$

同时,系统多余力的表达式也可以得到:

$$\begin{aligned} \gamma = F_H - F_M = & \{ [S_{ht}(H_1 + H_2S_{mt}) - S_{mt}(G_1 + G_2S_{ht})]m_Rs^2 + 2H_1S_{ht}S_{mt} - 2G_1S_{ht}S_{mt} \} / \\ & [(G_1 + G_2S_{ht})(H_1 + H_2S_{mt})m_Rs^2 + G_1S_{ht}(H_1 + H_2S_{mt}) + H_1S_{mt}(G_1 + G_2S_{ht})]X_r + \\ & [G_1S_{ht}(H_1 + H_2S_{mt}) - H_1S_{mt}(G_1 + G_2S_{ht})] / \\ & [(G_1 + G_2S_{ht})(H_1 + H_2S_{mt})m_Rs^2 + G_1S_{ht}(H_1 + H_2S_{mt}) + H_1S_{mt}(G_1 + G_2S_{ht})]F_L \quad (7) \end{aligned}$$

### 3 静态力纷争分析

由式(6)和式(7)可以看出,由位置指令 \$X\_r\$ 所引起的位置跟踪静态误差和静态力纷争一直为零,与连接刚度 \$S\_{ht}\$ 和 \$S\_{mt}\$ 的数值大小无关,但这只是一个理想的结果.静态力纷争主要由作动器静态位置误差和作动器与舵面的连接刚度决定,在不考虑设定值及制造误差的情况下,静态位置误差主要由作动系统闭环刚度所决定.在实际系统中,像设定值和制造误差这些不确定因素又是无法避免的,因此,为了提高力均衡策略的鲁棒性,这些不确定因素都有必要考虑进来,为此,两个通用的位置偏差 \$E\_H\$ 和 \$E\_M\$ 被引入到本文的研究中.假设机体和舵面是刚性体,得到无力均衡补偿非相似余度作动系统主动/主动位置控制的静态力纷争等式<sup>[15]</sup>为

$$\left. \begin{aligned} S_{hp}^{-1}F_H + S_{ht}^{-1}F_H + E_H = S_{mp}^{-1}F_M + S_{mt}^{-1}F_M + E_M \\ F_H + F_M = F_L \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, \$E\_H\$ 是由 EHA 通道的不确定性所造成的位置误差; \$E\_M\$ 是由 EMA 通道的不确定性所造成的位置误差.

式(8)的含义是在假设机体和舵面是刚性体的条件下, EHA 和 EMA 的静态输出力是由 3 个因素来决定的,它们分别是闭环系统刚度、连接刚度和位置偏差.为了使其静态输出力输出保持一致,只有通过调整以上 3 个目标之一才能使等式始终成立.

本文采用的解决方案将是采用调整电气参数偏差的方法来进行静态力纷争的研究,同时式(8)可以调整为

$$\left. \begin{aligned} S_{hp}^{-1}F_H + S_{ht}^{-1}F_H + E_H = S_{mp}^{-1}F_M + S_{mt}^{-1}F_M + E_{Co} \\ F_H + F_M = F_L \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 \$E\_{Co}\$ 是补偿的位置偏差量.

在分析力纷争控制策略之前,有必要对上述分析进行仿真分析.仿真参数如表 1 所示.

表 1 系统仿真参数

Table 1 System simulation parameters

模型	参数	数值
EHA	液压缸杆径/mm	50
	液压缸缸径/mm	90
	行程/mm	80
	活塞重量/kg	1.5
	泵排量/(mL·r)	4.09
	绕组电阻/Ω	1.5
	绕组电感/H	0.01
	反电势系数/(V·s/rad)	0.15
	滚珠丝杠导程/mm	0.5
	转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	0.01
EMA	行程/mm	85
	滚珠丝杠质量/kg	1.7
	阻尼系数/(N·m/(rad·s <sup>-1</sup> ))	0.01
	绕组电阻/Ω	1
	绕组电感/H	0.01
	反电势系数/(V·s/rad)	0.14

由力纷争 \$\gamma\$ 的表达式可以发现,当 \$\gamma = 0\$ 时,意味着不存在力纷争.接下来的仿真分析将帮助理解力纷争产生的原因.

在仿真 1 中, EHA 和 EMA 保持无位移输出,同时外部负载缓慢连续地从 -10 kN 变化到 10 kN,其静态负载力结果如图 3a 所示.

在仿真 2 中,保持外部负载为零,同时缓慢连续地从 -1 ~ 1 mm 变化位移测量误差,此误差被引入到 EHA 控制环中,结果如图 3b 所示.

从图 3 所示的静态力纷争结果可以看出,在不采取任何补偿措施的情况下,静态力纷争非常大,而且随着外部负载力及位置偏差的增大,静态力纷

争的大小也随之增大,由此也验证了前面分析的正确性,同时减小静态力纷争的力均衡策略也成为了非相似余度作动系统迫切需要解决的关键问题.

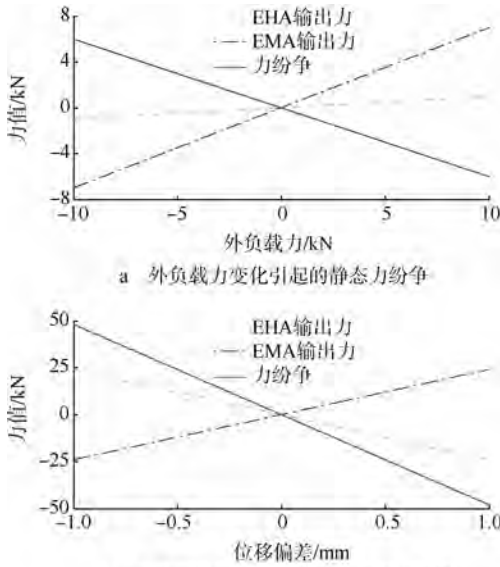


图3 静态力纷争  
Fig.3 Graphs of static force fighting

### 4 静态力纷争均衡控制策略

为了减小静态力纷争的大小,本文根据前面的分析提出3种力均衡控制策略<sup>[15]</sup>.

#### 4.1 EHA位置控制/EMA位置控制

在该力均衡控制策略下,EHA和EMA都进行位置控制,力纷争 $\gamma$ 的积分信号将在各通道位置环内产生一个位置偏差,积分增益为 $k_i$ ,选择积分控制是考虑了其长期及低频效果、静态增益大和 $-20\text{ dB/dec}$ 的衰减速率对动态性能的影响很小.只要 $F_H$ 和 $F_M$ 的值不同,积分作用就会一直调整位置偏差 $E_{CO}$ ,直到 $F_H$ 和 $F_M$ 的值相同为止,这些都是在低频范围内的静态力均衡策略,该控制策略如图4所示.

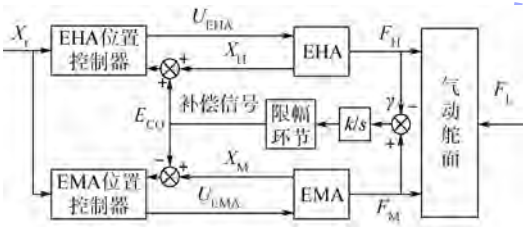


图4 静态力均衡控制策略 I

Fig.4 Static force equalization, strategy I

在这种力均衡控制策略下,EHA和EMA都进行位置控制,到达指定位置后各承担一半负载力,同时提出的静态力均衡策略不能改变系统的跟踪、抗扰动和稳定性能.设置指令为 $0.2\text{ s}$ 时

$1\text{ mm}$ 位置阶跃信号和 $1.5\text{ s}$ 时 $10\text{ kN}$ 的外负载力,得到了无力均衡控制策略补偿和有力均衡控制策略补偿下的仿真结果如图5所示.

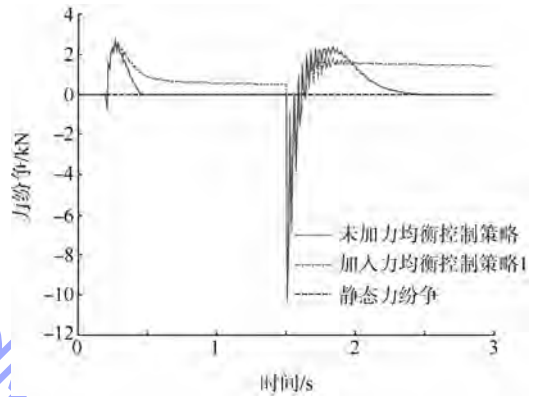


图5 有无力均衡控制策略 I 补偿下的仿真结果  
Fig.5 Simulation result with and without strategy I of static force equalization

由图5可以看出,当 $k_i=0$ 时,即无力纷争补偿时,系统抗扰动性能较差,存在较大的静态力纷争;当 $k_i=5 \times 10^{-8}$ 时,即加入力均衡控制策略 I 以后,动态力纷争有所减小,静态力纷争得到消除,但是系统存在小幅值的振荡,说明该力均衡策略抗扰动性能较差,动态力纷争依然较大,但基本可以满足系统的性能要求.引入力纷争的积分补偿以后,系统的跟踪性能和抗扰动性能都受到了影响,尤其是抗扰动性能刚度较差,这主要是由积分补偿通道造成的,与积分增益 $k_i$ 值的大小无关.抗扰动性能不佳的主要原因是两通道的连接刚度不同,一个可行的方法就是在两个通道分别引入不同的位置偏差 $E_{CO}$ ,这样就可以使系统性能得到提高.

#### 4.2 EHA位置控制/EMA力控制

在该控制策略中,EHA进行位置闭环控制,其控制结构与之前完全一致,只是简单的比例控制.同时,EMA的力控制器也同样为比例控制,比例增益的值为 $k_{fi}$ .该控制策略的控制思想是如果EMA的输出力能够很好地跟踪EHA的输出力,那么它们之间的力纷争将会大大减小,该控制策略如图6所示.

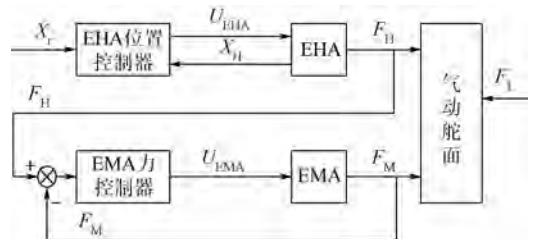


图6 静态力均衡控制策略 2

Fig.6 Static force equalization, strategy II

首先,根据罗斯稳定性判据得到满足系统稳定性的  $k_{ri}$  值范围,同时为了找到同时满足系统的稳定性、跟随性能和抗干扰性的  $k_{ri}$  值,同样在 AMESim 中进行了相同条件的仿真,仿真结果如图 7 所示.

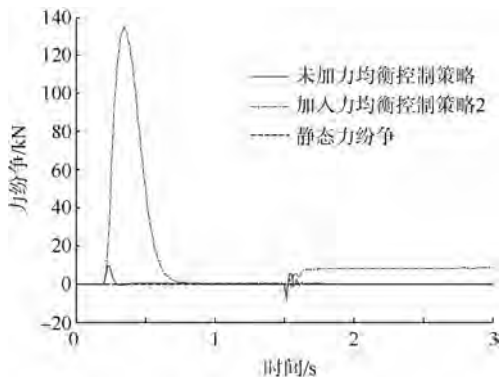


图 7 有无力均衡控制策略 2 补偿下的仿真结果

Fig.7 Simulation result with and without strategy II of static force equalization

如图 7 可以看出,当  $k_{ri} = 0$  时,即无力纷争补偿时,系统的抗扰动性能较差,虽然系统最终可以达到稳定,但系统存在明显的动态、静态力纷争,这将会对舵面产生恶劣的影响;当  $k_{ri} = 0.05$  时,即加入力均衡控制策略 2 以后,系统的稳定性、跟踪性能和抗扰动性能都得到较为明显的改善,动态力纷争明显减小,静态力纷争得到了彻底的消除,并且提高了系统的快速性.观察图 7 中的曲线可以发现,舵面的响应曲线总会出现一个较大的超调,结合系统位移传递函数分析得出,这主要是由于 EMA 经过传动比转换后的惯量非常大所造成的,用简单的力闭环比例控制器是很难将其解决的.

### 4.3 EHA 位置控制/EMA 零力控制

在该力均衡控制策略中,仍然需要对组成非相似余度的两个作动器同时进行控制,但此时只对其中一个通道进行位置控制,而对另一个通道则通过力控制使其只跟随舵面的运动,但是不承受任何外负载力.

该力均衡控制策略中,其控制思想是由 EHA 单独驱动舵面,EMA 则只跟随 EHA 运动同时保持输出力为零,此时整个系统相当于一个单独的 EHA 系统,系统的力纷争是不存在的.当然这只是一理想性的结论,在实际系统中力纷争还是存在的.

图 8 与图 6 之间唯一不同的就是 EMA 的输入力指令,在力均衡控制策略 2 中输入指令为 EHA 的输出力  $F_{H1}$ ,而此处的输入指令为零值力.

除了这些之外的其他部分几乎完全相同,所以系统的基本特性也应该类似.为 EMA 设计了力控制器,同样 EHA 的力控制器将采用简单的比例控制,比例增益的值为  $k_{B3}$ .同样在 AMESim 中进行了相同条件的仿真,仿真结果如图 9 所示.

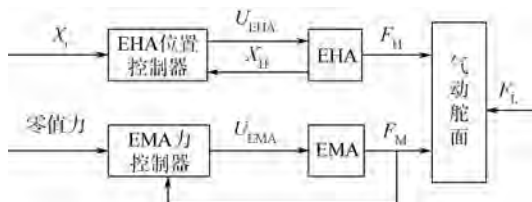


图 8 静态力均衡控制策略 3

Fig.8 Static force equalization, strategy III

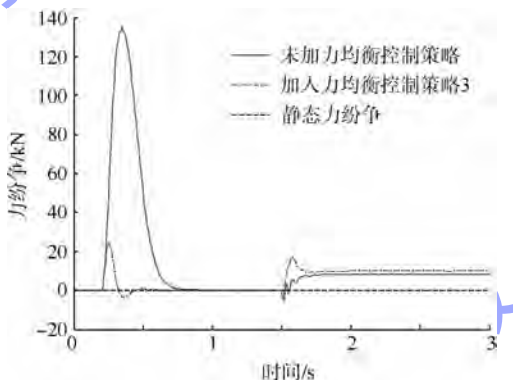


图 9 有无力均衡控制策略 3 补偿下的仿真结果

Fig.9 Simulation result with and without strategy III of static force equalization

当  $k_{B3} = 0$  时,即无力纷争补偿时,系统抗扰动性能较差,系统同样存在明显的静态误差和静态力纷争;当  $k_{B3} = 0.03$  时,即加入力均衡控制策略 3 以后,系统的稳定性、跟踪性能和抗扰动性能都得到了较好的改善,动态力纷争大大减小,此时 EHA 通道独自承担负载力,可以满足系统要求,静态力纷争基本消除,展现了较好的系统性能.当系统进入稳态以后,两个通道仍然存在力的差值,且此时的值正好为外负载力 10 kN,这说明最终系统由 EHA 独立来承担,此时这个力差值不能算作力纷争,因为此时系统输出的力差值是为了减小舵面的扭曲变形而产生的,其根本性质不属于静态力纷争.同时,由于在该控制策略下 EMA 系统没有输出力,这样就大大地减小了滚珠丝杠的磨损,伺服电机的稳态电流也相应减小,所以功率消耗减小.

### 4.4 静态力纷争仿真对比

为了对前面提出的力均衡控制策略进行验证,在 EHA 位置反馈通道设置仿真输入为缓慢变化的位移偏差,仿真时长为 40 s,输入信号为  $-1 \sim 1$  mm,各力均衡控制策略下的静态力纷争

如图 10 所示.

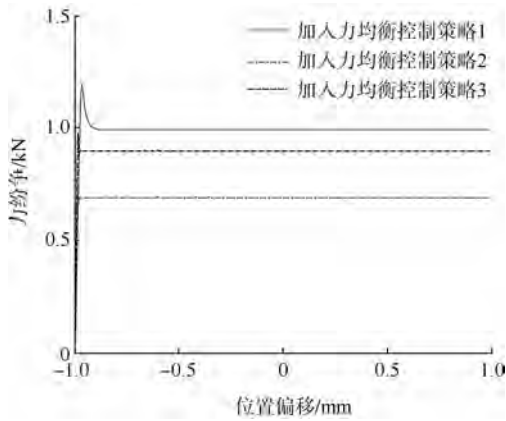


图 10 3 种力均衡控制策略下的静态力纷争对比  
Fig. 10 Comparison result of static force fighting with the three strategies of static force equalization

对比图 3 和图 10 可得,静态力纷争从无均衡控制策略的近 50 kN,全部减小到 1 kN 以内,这完全满足飞控作动系统对静态力纷争的要求.第 1 种力均衡控制策略快速性较差,其主要原因是将力纷争补偿加在了动态响应较差的位置闭环上,另外除了力纷争补偿信号,这两个通道之间是彼此分开的,所以该力均衡控制策略有较好的隔离性.而对于第 2 种力均衡控制策略,力纷争的补偿加在了 EMA 的力闭环里面,在 EMA 这样以伺服电机电流表征其输出力的系统里面,其动态响应较快,同时其静态力纷争也得到了最大程度地减小,只有不到 0.6 kN,但两通道的耦合较为严重.对于第 3 种力均衡控制策略,比第 2 种力均衡控制策略性能要差一些,这是由于其两通道之间几乎是相互独立的,没有将 EHA 通道的控制信息引入到对 EMA 的控制中,但对于静态力纷争也有较好的效果.

分析结果表明,本文提出的 3 种力均衡控制策略都可以较大程度地减小静态力纷争,并满足系统的性能要求.为了对非相似余度作动系统的设计提供有益的建议,本文将各力均衡控制策略在各种不同的系统要求下进行了综合的比较,结果如表 2 所示.

表 2 各力均衡控制策略综合比较

Table 2 Comparison for the strategies of static force equalization

性能指标	策略 1	策略 2	策略 3
快速性	√√	√√√√	√√√√
抗扰动性	√√	√√√√	√√√
隔离性	√√√	√	√√√√
静态力纷争	√√	√√√√	√√√

注:√√√√表示性能最好;√表示性能最差.

## 5 结 论

随着未来飞机技术向“多电化”甚至“全电化”的发展,由功率电传作动器 EHA 与 EMA 组成的非相似余度作动系统,彻底摆脱中央液压源限制,可实现随控布局,同时有助于降低飞行成本和减轻系统重量,必将成为未来主飞控作动系统的典型配置.为了减小系统静态力纷争,本文提出了 3 种力均衡控制策略,并对其进行了深入地研究,通过对各力均衡控制策略的建模和仿真分析,可以得出以下结论:

1) 3 种力均衡控制策略都可以实现减小静态力纷争的作用,同时控制器结构简单,为后面研究动态力纷争奠定了基础,同时也为更深入地研究和扩展提供了平台.

2) 对于力均衡控制策略 1,各通道都进行位置控制,由于其引入力纷争的积分补偿以后,跟踪性能和抗扰动性能都受到了影响,尤其是抗扰动性能刚度较差,这主要是由积分补偿通道造成的,与积分增益值的大小无关.可以通过在两个通道分别引入不同的位置偏差,使系统性能得到进一步提高.

3) 对于力均衡控制策略 2,系统的稳定性通常由位置控制通道的连接刚度和力控制通道的动态性能所决定,并且动态性能越好,力均衡效果和稳定性越好. EHA 通道位置控制,EMA 通道力控制,其舵面的响应曲线总会出现一个较大的超调,这主要是由于 EMA 经过传动比转换后的惯量非常大所造成的,用简单的力闭环比例控制器很难将其解决.

4) 对于力均衡控制策略 3,当系统进入稳态以后,两个通道仍然存在力的差值,此时这个力差值不能算作力纷争,因为此时系统输出的力差值是为了减小舵面的扭曲变形而产生的,其根本性质不属于静态力纷争.

## 参考文献 (References)

- [1] Botten S L, Whitley C R, King A D. Flight control actuation technology for next generation all-electric aircraft [J]. Technology Review Journal-Millennium Issue, 2000, Fall/Winter: 55-68
- [2] Bennett J W, Mecrow B C, Jack A G, et al. A prototype electrical actuator for aircraft flaps [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2010, 46(3): 915-921
- [3] More electric control surface actuation-A380 and beyond [J]. Aircraft Technology Engineering and Maintenance, 2004 (10/11): 28-33
- [4] Mare J C, Moulair P. The decoupling of position controlled elec-

- trohydraulic actuators mounted in tandem or in series [C]//Proceedings of the Seventh Scandinavian International Conference on Fluid Power. Linköping: Linköping Universitet Institute of Technology, 2001: 93 - 99
- [5] Jacazio G, Gastaldi L. Equalization techniques for dual redundant electro hydraulic servo actuators for flight control systems [C]//ASME Symposium on Fluid Power and Motion Control. Bath: American Society of Mechanical Engineers, 2008: 543 - 549
- [6] 王占林, 石立. 力均衡式余度电液伺服系统的优化设计 [J]. 航空学报, 1989, 10(8): 366 - 370
- Wang Zhanlin, Shi Li. The optimal design of multi passes electric hydraulic servo system with force balance type [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1989, 10(8): 366 - 370 (in Chinese)
- [7] 程涛, 王占林. 灵巧式舵机并行驱动的研究 [J]. 北京航空航天大学学报, 1996, 22(2): 167 - 170
- Cheng Tao, Wang Zhanlin. Study of the parallel actuation of smart actuators [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1996, 22(2): 167 - 170 (in Chinese)
- [8] Karam W, Mare J C. Force control of a roller-screw electro-mechanical actuator for dynamic loading of aerospace actuators [C]//ASME Symposium on Fluid Power and Motion Control, 2008: 515 - 528
- [9] Cochoy O, Carl U B, Thielecke F. Integration and control of electromechanical and electrohydraulic actuators in a hybrid primary flight control architecture [C]//International Conference on Recent Advances in Aerospace Actuation Systems and Components. Toulouse: INSA, 2007: 1 - 8
- [10] Cochoy O, Hanke S, Carl U B. Concepts for position and load control for hybrid actuation in primary flight controls [J]. Aerospace Science and Technology, 2007, 11(3): 194 - 201
- [11] Qi H T, Mare J C, Fu Y L. Force equalization in hybrid actuation systems [C]//Proceedings of the Seventh International Conference on Fluid Power Transmission and Control. Hangzhou: World Publishing Corporation, 2009: 342 - 348
- [12] 付永领, 庞尧, 刘和松, 等. 非相似余度作动系统设计及工作模式分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(4): 432 - 437
- Fu Yongling, Pang Yao, Liu Hesong, et al. Design and working mode analysis of dissimilar redundant actuator system [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(4): 432 - 437 (in Chinese)
- [13] 付永领, 齐海涛, 王利剑, 等. 混合作动系统的工作模式研究 [J]. 航空学报, 2010, 31(6): 1177 - 1184
- Fu Yongling, Qi Haitao, Wang Lijian, et al. Research on operating modes in hybrid actuation systems [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(6): 1177 - 1184 (in Chinese)
- [14] 王纪森, 李志勇, 彭博. 非相似余度作动系统建模研究 [J]. 机床与液压, 2008, 36(6): 79 - 83
- Wang Jisen, Li Zhiyong, Peng Bo. Modeling and analysis of the dissimilar redundant actuator system [J]. Machine Tool and Hydraulics, 2008, 36(6): 79 - 83 (in Chinese)
- [15] Wang L J, Mare J C, Fu Y L. Force equalization for redundant active/active position control system involving dissimilar technology actuators [C]//8th JFPS International Symposium on Fluid Power. Okinawa, Japan: [s. n.], 2011: 136 - 143

# 硅通孔中电致应力的有限元分析



苏 飞 卢子兴 刘 萍 王 渊

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 在三维电子封装中, 硅通孔(TSV, Through-Silicon-Via)是实现芯片垂直互连的关键环节, 其可靠性至关重要. 随着硅通孔中电流密度的增大, 电致应力对 TSV 可靠性的影响也越来越大. 基于该耦合方程和有限元的一般原理, 详细地推导了弹性材料属性下 TSV 内部的电致应力、应变的有限元分析模型; 利用 ABAQUS 中的用户自定义单元(user defining element)接口, 实现了该模型的有限元计算, 并利用解析解对该有限元模型的正确性进行了验证. 利用有限元模型对 TSV 中铜填充的电迁移问题进行了分析计算, 描述了铜填充在电迁移过程中电致应力、应变以及空位浓度的演化过程和分布规律, 为三维电子封装可靠性的全面评估提供了一定的依据.

**关 键 词:** 电迁移; 电致应力; 电致应变; 硅通孔; 有限元

**中图分类号:** TN 406; V 257

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1500-07

## Finite element analysis of electromigration induced stress in through-silicon-via

Su Fei Lu Zixing Liu Ping Wang Yuan

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Through-silicon-via (TSV) plays a key role in chip's vertical interconnection in 3D electronic package, so its reliability shows great importance. As the current density through TSV increasing, current induced stress has larger and larger influence on the TSV's reliability. The methodology for evaluation of electromigration induced stress in TSV was developed based on the coupling equation of stress-mass diffusion and the principle of finite element method (FEM), together with the user defined element on the platform of ABAQUS. The numerical simulation of this model was set and its accuracy was verified with analytical solution. The electromigration problem was simulated with a finite element model; The evolution and distribution of electromigration induced stress, strain and vacancy concentration in copper pour hatch were described. So the reliability of 3D electronic package could be assessed somehow.

**Key words:** electromigration; electromigration induced stress; electromigration induced strain; through-silicon-via (TSV); finite element

当前半导体市场上最先进的 32 nm 技术已经接近集成电路制造工艺的物理极限, 依靠工艺技术本身的提升来进一步提高电子器件集成度已经很难, 于是三维封装技术便应运而生. 三维封装技术的主流是芯片的堆叠, 各芯片间通过垂直互连

实现电通讯, 由此大大减少了芯片间引线的长度和电信号的延迟, 使得电子器件集成度提高的同时电性能也得以改进. 目前堆叠芯片之间的垂直互联主要是通过硅通孔(TSV, Through-Silicon-Vias)来实现的.

TSV 的直径通常为数微米到数十微米量级,内壁上沉积有数纳米厚的扩散阻挡层和  $1 \sim 2 \mu\text{m}$  的  $\text{SiO}_2$  绝缘层,并以电镀方式将孔用铜填充作为电信号通道。

由于 TSV 是三维电子封装的核心器件,准确掌握 TSV 的失效机制和影响因素,对于 TSV 的优化设计和提高整个三维封装的可靠性极为关键。最近两年,TSV 铜填充的电迁移及其引发的可靠性问题开始受到重视<sup>[1-2]</sup>。电迁移是指导金属材料在通以密度较高的电流时,金属原子沿着电子运动方向或者是空位沿着电子运动反方向进行迁移的质流扩散现象<sup>[3]</sup>。电迁移使得阴极和阳极处分别发生负的和正的体积应变,当变形受到约束时便会产生机械应力(即本文所述的电致应力),而且阳极的压应力和阴极的拉应力之间的应力梯度对原子迁移有抑制作用,这些均已得到了实验证实<sup>[4-8]</sup>。电迁移引发的 TSV 铜填充的变形被周围坚硬的材料束缚,必然产生电致应力<sup>[9]</sup>,而已有的关于 TSV 可靠性的研究中往往漏掉了这一项。按照目前通用的唯象学评价方法,电致应力项的遗漏有可能导致对 TSV 可靠性做出错误评价。

本文基于力-扩散耦合方程,详细地给出了弹性材料属性下电致应力、应变模型的有限元公式的推导过程,建立了弹性材料属性下电致应力、应变的有限元模型。此耦合模型准确地阐明了电迁移过程中扩散场和位移场的相互作用及其影响,并能计算电致应力场、应变场以及空位浓度场的演化过程。进一步,利用 ABAQUS 中的用户自定义单元(user defining element)接口,实现了有限元模型的计算,并对该有限元模型进行了验证性计算。最后,利用本文的电迁移有限元模型对 TSV 中铜填充的电致应力进行了数值仿真计算。

## 1 电致应力的有限元分析模型

### 1.1 基本方程

电迁移是质量运输的扩散过程,可采用以下空位运输方程来描述<sup>[10]</sup>:

$$\int_V \left( C_{v0} \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} - G \right) dV = 0 \quad (1)$$

其中,  $C_{v0}$  是无应力场下的平衡空位浓度;  $c$  是标准化空位浓度,  $c = C_v / C_{v0}$ , 而  $C_v$  是空位浓度;  $t$  是时间;  $\mathbf{q}$  是空位通量;  $G$  是空位产生率或者消失率。

式(1)将研究对象视为空位的封闭系统。忽略电流密度不均匀引起的温度梯度对质流的驱动,仅考虑浓度梯度、电迁移和应力梯度对空位通量的贡献(即驱动力),空位通量  $\mathbf{q}$  的表达式如下

所示<sup>[9]</sup>:

$$\mathbf{q} = -D_v C_{v0} \left[ \nabla c + \frac{Z^* e}{kT} (-\rho \mathbf{j}) c + \frac{cf\Omega}{kT} \nabla \sigma_s \right] \quad (2)$$

其中,  $D_v$  是空位扩散率;  $Z^*$  是空位有效电荷数;  $e$  是电子电荷;  $\rho$  是电阻率;  $\mathbf{j}$  是电流密度矢量;  $f$  是空位松弛率;  $\Omega$  是原子体积;  $k$  是 Boltzman 常数;  $T$  是绝对温度;  $\sigma_s = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$  是应力张量的球形部分。

空位的产生或者消失率代表着应力和空位的关系,表达式如下<sup>[10]</sup>:

$$G = -C_{v0} \frac{c - C_{ve}}{\tau_s} \quad (3)$$

其中,  $C_{ve} = e^{\frac{(1-f)\Omega\sigma_s}{kT}}$  是正则化的平衡空位浓度;  $\tau_s$  是空位产生或者消失的时间。

式(3)仅适用于空位浓度偏离平衡空位浓度较小时的情况。

无体力的应力平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (4)$$

考虑镀铜材料为线弹性情况,总应变包括了纯弹性应变分量  $\varepsilon_{ij}^e$  和电迁移引起的非弹性应变分量  $\varepsilon_{ij}^{el}$ , 即

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{el} \quad (5)$$

其中的非弹性应变满足如下求迹方程<sup>[10]</sup>:

$$\frac{\partial \varepsilon_{el}^t}{\partial t} = \Omega C_{v0} (f \nabla \cdot \mathbf{q} + f' G) \quad f' = 1 - f \quad (6)$$

结合式(1),方程(6)可变为

$$\frac{\partial \varepsilon_{el}^t}{\partial t} = \Omega C_{v0} \left( G - f \frac{\partial c}{\partial t} \right) = \Omega C_{v0} \left( \frac{e^{\frac{(1-f)\Omega\sigma_s}{kT}} - c}{\tau_s} - f \frac{\partial c}{\partial t} \right) \quad (7)$$

建立应力-应变本构模型如下:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{el}) \quad (8)$$

其中  $\mathbf{D}$  为弹性矩阵。偏量形式的本构方程为

$$\sigma_{ij} = 3\kappa(\varepsilon^t - \varepsilon_{el}^t) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^{dev} \quad (9)$$

其中,  $\kappa$  是体积模量;  $\mu$  是剪切模量。

几何方程,即总应变和位移的关系如下:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

### 1.2 方程的离散化处理

利用加权余量法,式(1)可写为

$$\int_V \delta c \left[ C_{v0} \left( \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} - G \right) \right] dV = 0 \quad (11)$$

利用分部积分和散度定理,式(11)的  $\nabla \cdot \mathbf{q}$

变为

$$\int_V \delta c \cdot \nabla \cdot \mathbf{q} dV = - \int_V \frac{\partial \delta c}{\partial t} \cdot \mathbf{q} dV + \int_S \delta c \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS \quad (12)$$

将式(12)代入式(11)中,均采用正则化变量,消去  $C_{v0}$  得到

$$\int_V \delta c \cdot \frac{\partial c}{\partial t} dV - \int_V \frac{\partial \delta c}{\partial x} \cdot \mathbf{q} dV = - \int_S \delta c \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS + \int_V \delta c G dV \quad (13)$$

利用空位通量的封闭边界条件,即  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 0$ , 同时将式(2)和式(3)代入上式可得

$$\int_V \delta c \cdot \frac{\partial c}{\partial t} dV + \int_V \frac{\partial \delta c}{\partial x} \cdot D_v \left[ \nabla + c \frac{Z^* e}{kT} (-\rho \mathbf{j}) c + \frac{cf\Omega}{kT} \nabla \sigma_s \right] dV - \int_V \delta c \frac{e^{\frac{(1-f)\Omega \sigma_s}{kT}} - c}{\tau_s} dV = 0 \quad (14)$$

用伽辽金法,变量场用权函数插值得到

$$\delta c = \delta \mathbf{c}^N \mathbf{N}^T \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{N}$  为形函数;  $\delta \mathbf{c}^N$  为节点上的浓度值,将式(15)代入式(14),可得

$$\delta \mathbf{c}^N \left\{ \int_V \mathbf{N}^T \frac{\partial c}{\partial t} dV + \int_V \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot D_v \left[ \nabla c + \frac{Z^* e}{kT} (-\rho \mathbf{j}) c + \frac{cf\Omega}{kT} \nabla \sigma_s \right] dV - \int_V \mathbf{N}^T \frac{e^{\frac{(1-f)\Omega \sigma_s}{kT}} - c}{\tau_s} dV \right\} = 0$$

由此得到了扩散方程的离散形式,由于  $\delta \mathbf{c}^N$  的任意性,上式大括号中的项为零,即此时扩散控制方程为

$$\mathbf{I}_c = \int_V \mathbf{N}^T \frac{\partial c}{\partial t} dV + \int_V \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot D_v \left[ \nabla c + \frac{Z^* e}{kT} (-\rho \mathbf{j}) c + \frac{cf\Omega}{kT} \nabla \sigma_s \right] dV - \int_V \mathbf{N}^T \frac{e^{\frac{(1-f)\Omega \sigma_s}{kT}} - c}{\tau_s} dV = 0 \quad (16)$$

利用虚功原理,可以得到平衡方程(忽略体力)的等效积分弱形式,其矩阵形式为<sup>[11]</sup>

$$\int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_{S_\sigma} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{T} dS = 0 \quad (17)$$

其中  $\mathbf{T}$  是作用在三维体边界上的面积力。

同样,变量场用权函数插值得到

$$\delta \mathbf{u} = \delta \mathbf{u}^M \mathbf{N}^T \quad (18)$$

其中  $\delta \mathbf{u}^M$  为节点上的位移,同时,给出几何方程如下:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{u}^M \quad (19)$$

其中  $\mathbf{B}$  为应变矩阵,将式(18)和式(19)代入式(17)可得

$$\delta \mathbf{u}^M \left[ \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_{S_\sigma} \mathbf{N}^T \mathbf{T} dS \right] = 0 \quad (20)$$

由于  $\delta \mathbf{u}^M$  的任意性,即此时平衡方程为

$$\mathbf{I}_p = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_{S_\sigma} \mathbf{N}^T \mathbf{T} dS = 0 \quad (21)$$

### 1.3 残差向量和 Jacobian 矩阵的定义

若给定的节点位移和空位浓度值是假设的,即它们不是精确解时,针对位移和空位浓度分别存在以下残差:

$$\mathbf{R}_u = \mathbf{F}_{\text{int}} - \mathbf{F}_{\text{ext}} = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_{S_\sigma} \mathbf{N}^T \mathbf{T} dS \Big|_{\mathbf{u}^M} \quad (22)$$

$$\mathbf{R}_c = \int_V \mathbf{N}^T \frac{\partial c}{\partial t} dV +$$

$$\int_V \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot D_v \left[ \nabla c + \frac{Z^* e}{kT} (-\rho \mathbf{j}) c + \frac{cf\Omega}{kT} \nabla \sigma_s \right] dV - \int_V \mathbf{N}^T \frac{e^{\frac{(1-f)\Omega \sigma_s}{kT}} - c}{\tau_s} dV \Big|_{\mathbf{c}^N} \quad (23)$$

最佳近似计算的依据是使残差最小.为此,首先由方程(23)对  $\mathbf{c}^N$  求导可得

$$\mathbf{k}_{cc}^{n+1} = \frac{\partial \mathbf{R}_c}{\partial \mathbf{c}^N} \quad (24)$$

分别记

$$\mathbf{k}_{cc}^1 = \int_V \mathbf{N}^T \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N} dV \quad (25)$$

$$\mathbf{k}_{cc}^2 = \int_V \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \cdot D \left[ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} + \frac{Z^* e}{kT} (-\rho \mathbf{j}) \mathbf{N} + \frac{f\Omega}{kT} \nabla \sigma_s \mathbf{N} + \frac{f\Omega c_{n+1}}{kT} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \sigma_{n+1}^s}{\partial c_{n+1}} \right) \mathbf{N} \right] dV \quad (26)$$

$$\mathbf{k}_{cc}^3 = \int_V - \mathbf{N}^T \frac{(1-f)\Omega e^{\frac{(1-f)\Omega \sigma_{n+1}^s}{kT}}}{kT} \frac{\partial \sigma_{n+1}^s}{\partial c_{n+1}} - 1}{\tau_s} \mathbf{N} dV \quad (27)$$

即有

$$\mathbf{k}_{cc}^{n+1} = \mathbf{k}_{cc}^1 + \mathbf{k}_{cc}^2 + \mathbf{k}_{cc}^3 \quad (28)$$

由方程(23)再对  $\mathbf{u}^M$  求导可得

$$\mathbf{k}_{cu}^{n+1} = \frac{\partial \mathbf{R}_c}{\partial \mathbf{u}^M} \quad (29)$$

分别记

$$\mathbf{k}_{cu}^1 = \int_V D \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \frac{f\Omega c_{n+1}}{kT} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \sigma_{n+1}^s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{ij}} \right) \mathbf{B} dV \quad (30)$$

其中  $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \mathbf{B} \mathbf{u}^M$ , 且

$$\mathbf{k}_{cu}^2 = \int_V - \mathbf{N}^T \frac{(1-f)\Omega e^{\frac{(1-f)\Omega \sigma_{n+1}^s}{kT}}}{kT} \frac{\partial \sigma_{n+1}^s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{ij}} \mathbf{B} dV \quad (31)$$

即有

$$k_{cu}^{n+1} = k_{cu}^1 + k_{cu}^2 \quad (32)$$

由方程(22)对  $u^M$  求导可得

$$k_{uu}^{n+1} = \frac{\partial R_u}{\partial u^M} = \int_V B^T k_{n+1} B dV \quad (33)$$

由方程(22)再对  $c^N$  求导可得

$$k_{uc}^{n+1} = \frac{\partial R_u}{\partial c^N} = \int_V B^T \frac{\partial \sigma_{n+1}^s}{\partial c_{n+1}} N dV \quad (34)$$

最后,得到的 Jacobian 矩阵为

$$K_{n+1} = \begin{bmatrix} k_{cc}^{n+1} & k_{cu}^{n+1} \\ k_{uc}^{n+1} & k_{uu}^{n+1} \end{bmatrix} \quad (35)$$

其中

$$\alpha = Z^* \epsilon \rho j_1 / \Omega$$

$$\mu = E/2(1 + \nu)$$

$$\beta = \frac{f' Z^* \epsilon \rho j_1}{kT}$$

$$c_s = \frac{c_0 \beta L}{1 - \exp(-\beta L)}$$

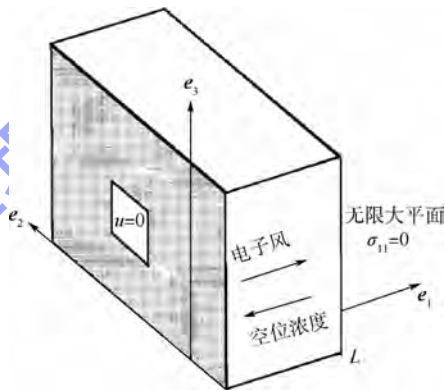


图 1 无限大有限厚平板<sup>[9]</sup>

Fig. 1 Plate with infinite-aspect and finite-thickness<sup>[9]</sup>

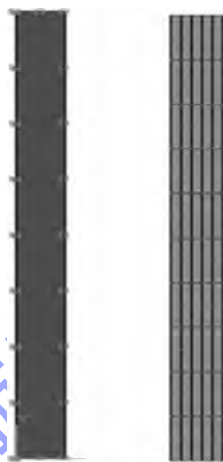


图 2 无限大有限厚板的有限元模型及网格(1/2 模型)

Fig. 2 Finite element model and mesh of the plate shown in fig. 1 (1/2 model)

表 1 材料属性参数<sup>[10]</sup>

Table 1 Material property parameter<sup>[10]</sup>

参数	数值
$T/K$	473
杨氏模量 $E/GPa$	72
泊松比 $\nu$	0.33
$k/(J/K)$	$1.38 \times 10^{-23}$
$D_v/(cm^2/s)$	$2.7 \times 10^{-16}$
$Z^*$	4.0
$C_{v0}/cm^{-3}$	$6.02 \times 10^{15}$
$\rho/(\Omega \cdot cm)$	$1.139 \times 10^{-8} \sim 2.07 \times 10^{-7}$
$\Omega/cm^3$	$1.66 \times 10^{-23}$
$\tau_s/s$	0.001 8

图 3 和图 4 分别给出了稳态时球应力和球应变沿厚度方向的分布情况,从图中可以看出,稳态

## 2 有限元分析模型的建立及验证

目前一般的商业有限元软件不能直接求解电迁移问题,必须进行二次开发.为了简化问题,这里只考虑电致应力、应变的平面问题,并忽略电迁移引发的材料非线性.运用大型商业软件 ABAQUS 的用户自定义单元子程序接口来实现电迁移模型的有限元计算.针对平面电致应力模型,选择 8 节点矩形单元,节点自由度除位移  $u$  和  $v$  之外,还增加了一个自由度-正则化的空位浓度  $c$ .基于 Fortran 语言,子程序中定义了残差向量, Jacobian 矩阵以及依赖于解的状态变量等,这些结果均已在 1.3 节中给出.

为了验证有限元计算模型的正确性和有效性,本文选择与 Sarychev 和 Zhinikov 的解析模型进行对比来验证有限元方法的正确性.计算的问题如图 1 所示,有一个无限大平板,厚度为  $L$ ,在  $x=0$  处的平面固定,另一边自由,两边均为封闭边界条件,即边界上无空位扩散,沿厚度方向的电流密度为  $j = -j_1 e_1$ ,其中  $j_1 > 0$ .对应此问题,建立的有限元模型及网格如图 2 所示,可将问题简化为平面应变问题,并设置宽度  $W$  远大于厚度  $L$ ,这里取  $W = 200 \mu m, L = 10 \mu m$ ,使得宽厚比为 20:1,左端固定,右端自由,四边为封闭边界条件.计算中以 Al 材料为例,在理论计算及有限元计算过程中采用相同参数,以便对两者的结果进行对比.采用的材料属性参数如表 1 所示,通过的电流密度值为  $j_1 = 1.0 MA/cm^2$ .

文献[10]中给出的稳态应力、应变以及浓度的解析解为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= -\alpha \left( x - \frac{L}{2} \right) \\ \varepsilon_s &= \frac{\alpha}{4\mu} \left( x - \frac{L}{2} \right) \\ c &= c_s \exp(-\beta x) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

时球应力和球应变沿厚度方向是呈线性规律变化的,有限元计算出的规律与理论解一致,且有限元计算和理论结果吻合较好.

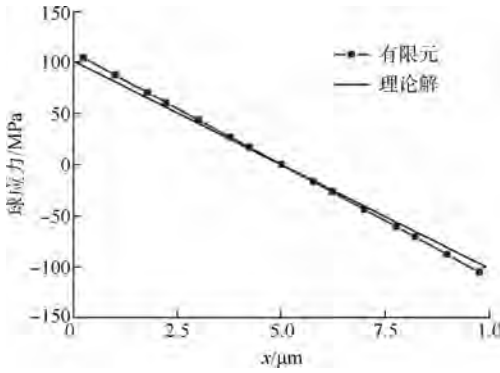


图3 球应力沿厚度方向的分布

Fig.3 Spheric stress distribution along the thickness direction

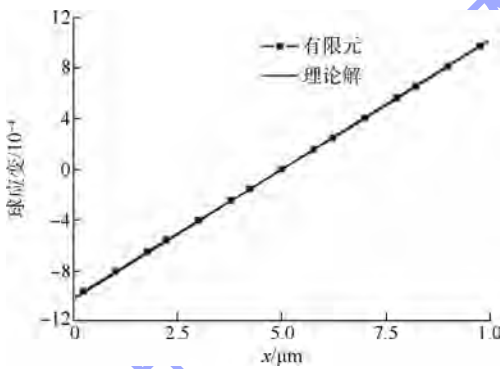


图4 体积应变沿厚度方向的分布

Fig.4 Volumetric strain distribution along the thickness direction

图5给出了稳态时正则化空位浓度沿厚度方向的分布情况,从理论解式中可以看出空位浓度沿  $x$  方向是呈指数规律分布的,有限元计算出的分布规律与理论解基本一致.可以看出,左端空位浓度高,为空位集中区域,而右端空位浓度低,即为原子堆积区域.上述对比结果表明,本文的有限元分析模型和方法是正确、可靠的.

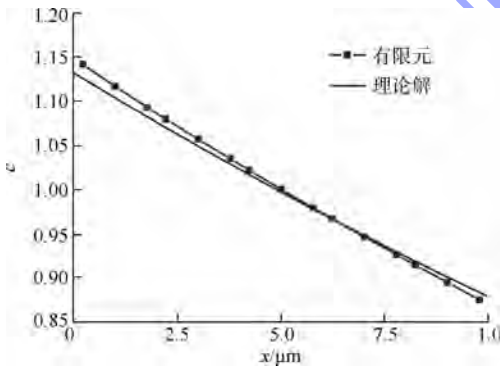


图5 空位浓度沿厚度方向的分布

Fig.5 Vacancy concentration distribution along the thickness direction

### 3 TSV结构的电迁移及电致应力研究

本节考虑 TSV 在通以较高电流密度时的电迁移及电致应力现象<sup>[11]</sup>.所建立的简化几何模型及其尺寸如图6所示,其中,  $d = 5 \mu\text{m}$ ,  $h = 30 \mu\text{m}$ ,  $w = 20 \mu\text{m}$ ,  $t = 2 \mu\text{m}$ ,  $s = 3 \mu\text{m}$ ,记电流流入拐点为 A 点,流出拐点为 B 点. Cu 连接四周为坚硬的 Si 及  $\text{SiO}_2$ ,故位移边界条件简化为四边完全约束, Cu 连接周围有 Cu 原子扩散阻挡层,故对 Cu 原子/空位而言应为封闭系统.电流方向如图6中所示,计算时取电流密度值为  $j = 1.0 \times 10^6 \text{ A/cm}^2$ ,总时间  $t = 2 \times 10^5 \text{ s}$ . Cu 的计算参数如表2所示<sup>[12]</sup>.该结构与芯片内的双嵌入式 Cu 内连接的结构类似,研究结果具有参考意义.

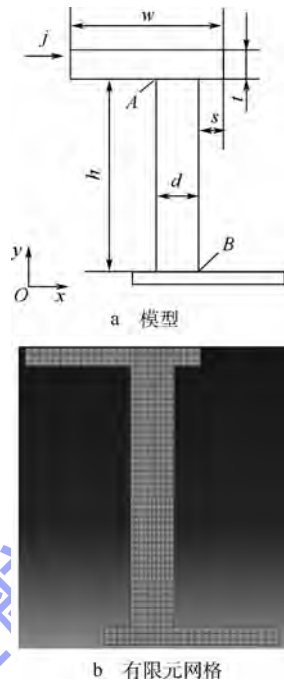


图6 TSV结构模型及有限元网格

Fig.6 Model of TSV structure and finite element mesh

表2 Cu的计算参数<sup>[12]</sup>

Table 2 Simulation parameter of Cu<sup>[12]</sup>

参数	数值
$T/\text{K}$	473
$E/\text{GPa}$	120
$\nu$	0.34
$k/(\text{J/K})$	$1.38 \times 10^{-23}$
$D_v/(\text{cm}^2/\text{s})$	$1.2 \times 10^{-5}$
$Z^*$	0.7
$C_{v0}/\text{cm}^{-3}$	$8.413 \times 10^{15}$
$\rho/(\Omega \cdot \text{cm})$	$1.673 \times 10^{-6}$
$\Omega/\text{cm}^3$	$1.18 \times 10^{-23}$
$\tau_s/\text{s}$	0.0018

首先,计算了 TSV 结构中的电流密度场,然后保持网格不变,将节点上的电流密度值应用于后续的电致应力的计算.图 7 和图 8 分别给出了  $2 \times 10^5$  s 后 TSV 球应力和球应变的分布云图.此时电迁移已达到稳态,从图中可以看出,上端引线主要受压,从上到下逐渐过渡到拉应力区,由于空位由上向下迁移,阴极端附近空位集中,为拉应力区,阳极端附近空位浓度低,为原子集中区域,为压应力区,两端的应力最大,最大应力值为 52.6 MPa.从图 8 还可以看到,球应变主要集中在拐角处,球应变的最大值为  $1.9 \times 10^{-5}$ .

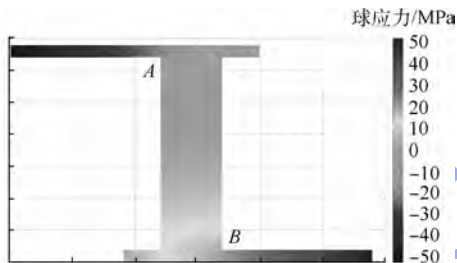


图 7 稳态时 TSV 结构球应力的分布云图

Fig. 7 Spheric stress distribution of TSV structure at steady state

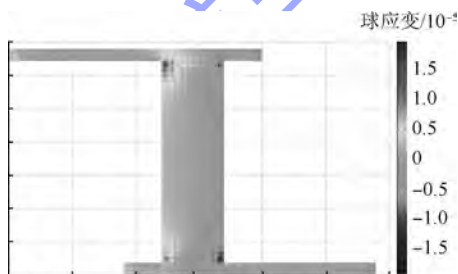


图 8 稳态时 TSV 结构球应变(无量纲)的分布云图

Fig. 8 Spheric strain distribution of TSV structure at steady state

图 9 给出的是稳态时正则化空位浓度的分布云图.可见,电迁移过程达到稳态时,整体空位浓度分布呈现明显的梯度分布形式(最高正则化空位浓度值为 1.014,最低值为 0.9863).阳极空位浓度低,原子浓度就高,容易形成凸丘;阴极空位浓度高,容易形成孔洞等缺陷,这与有关文献报道<sup>[13-15]</sup>中双嵌入式 Cu 内连接结构的电迁移失效模式相符合.

对 TSV 结构中电致应力随电流密度的变化也做了研究.图 9 和图 10 给出了电流密度分别为 1, 2, 3, 4, 5  $\text{MA}/\text{cm}^2$ , 并且迁移达到稳态的情况下,TSV 结构中最大球应力和 Mises 应力随电流密度的变化.最大球应力出现在结构的两端(即引线处),而最大 Mises 应力出现在结构拐点处(即图 7 中的 A 和 B 点).

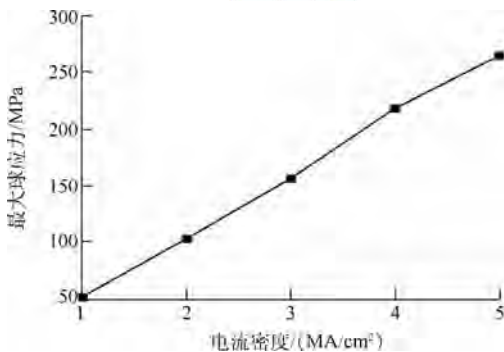


图 9 不同电流密度时 TSV 中的最大球应力

Fig. 9 Maximum spheric stress at different current densities in TSV

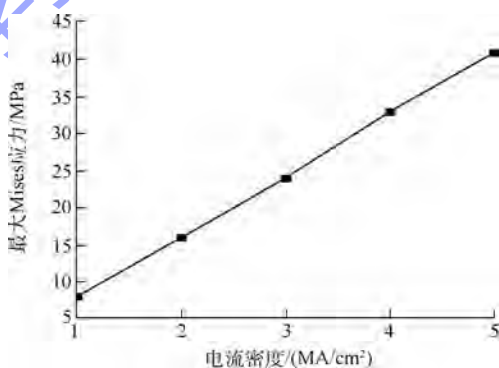


图 10 不同电流密度时 TSV 中的最大 Mises 应力

Fig. 10 Maximum Mises stress at different current densities in TSV

## 4 结 论

1) 本文给出了弹性材料属性下电致应力计算的有限元模型,此模型准确地阐明了电迁移过程中扩散场和位移场的相互作用及其影响,并能计算电致应力场、应变场以及空位浓度场的演化过程.

2) 利用 ABAQUS 中的用户自定义单元接口,实现了电致应力的有限元计算,并进行了验证性计算.

3) 针对 TSV 中铜填充的电迁移问题进行了计算,发现 TSV 结构中的电致球应力在电流密度为  $1 \sim 5 \text{ MA}/\text{cm}^2$  的情况下可达数十到数百兆帕,而 Mises 应力只有数十兆帕.阳极处过大的球应力可能是造成钝化层的破裂,而阴极处较大的球应力可能对界面的完整性造成不良影响.

上述计算结果为 TSV 可靠性的全面评估奠定了一定基础.文中忽略了铜材料本身的塑性以及电迁移引发的非线性问题,使得应力计算结果可能有所偏大,在后续的研究中会逐步解决.

致谢 在研究过程中同北京大学微电子所陈兢教授的研讨使作者受益匪浅,在此表示感谢!

## 参考文献 (References)

- [1] Tan Y C, Tan C M, Zhang X W, et al. Electromigration performance of through silicon via (TSV)-a modeling approach. [J]. *Microelectronics Reliability*, 2010, 50(9-11): 1336 - 1340
- [2] Pak J, Pathak M, Lim S K, et al. Modeling of electromigration in through-silicon-via based 3D IC [C]//Electronic Components and Technology Conference (ECTC). Piscataway, NJ: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2011: 1420 - 1427
- [3] 杨卫. 机电失效学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001  
Yang Wei. *Mechatronic reliability* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001 (in Chinese)
- [4] Blech I A. Electromigration in thin aluminum films on titanium nitride[J]. *Journal of Applied Physics*, 1976, 47(4): 1203 - 1208
- [5] Blech I A, Herring C. Stress generation by electromigration[J]. *Applied Physics Letters*, 1976, 29(3): 131 - 133
- [6] Wang P C, Cargill G S, Noyan I C, et al. Electromigration-induced stress in aluminum conductor lines measured by x-ray microdiffraction [J]. *Applied Physics Letters*, 1998, 72(11): 1296 - 1298
- [7] Basaran C, Lin M. Electromigration induced strain field simulations for nanoelectronics lead-free solder joints [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(14/15): 4909 - 4924
- [8] Xu L H, Pang J H L. In-situ electromigration study on Sn-Ag-Cu solder joint by digital image speckle analysis [J]. *Journal of Electronic Materials*, 2006, 35(11): 1993 - 1999
- [9] Ye H, Basaran C, Hopkins D C. Numerical simulation of stress evolution during electromigration in IC interconnect lines [J]. *IEEE Transactions on Component and Packaging Technologies*, 2003, 26(3): 673 - 681
- [10] Sarychev M E, Zhinikov Y V, Borucki L, et al. General model for mechanical stress evolution during electromigration [J]. *Journal of Applied Physics*, 1999, 86(6): 3068 - 3075
- [11] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003  
Wang Xucheng. *Finite element method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003 (in Chinese)
- [12] Basaran C, Lin M H, Li S D. Computational simulation of electromigration induced damage in copper interconnects [C]//Proceedings of the 2007 Summer Computer Simulation Conference. Vista, CA: the Society for Modeling and Simulation International, 2007: 261 - 268
- [13] Oates A S, Lin M H. Electromigration failure distributions of Cu/low- $k$  dual-damascene vias; impact of the critical current density and a new reliability extrapolation methodology [J]. *IEEE Trans Device Mater Reliab*, 2009, 9(2): 244 - 254
- [14] Roy A, Tan C M. Probing into the asymmetric nature of electromigration performance of submicron interconnect via structure [J]. *Thin Solid Films*, 2007, 515(7/8): 3867 - 3874
- [15] Chen Z H, Lv Z C, Wang X F, et al. Modeling of electromigration of the through silicon via interconnects [C]//11th International Conference on Electronic Packaging Technology & High Density Packaging. New York: Association for Computing Machinery, 2010: 1221 - 1225

# 非标准参数的 CCSDS Turbo 码译码器性能仿真



赵琦 杜玉娇

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 实现了一款具有通用性的 Turbo 码编译码器, 对 CCSDS (Consultative Committee for Space Data Systems) 规范中的信息数据帧长度进行扩展, 不仅支持原有的 5 种帧长, 而且能实现 16 384 bit 内 255 bit 的任意整数倍帧长的信息序列的编译码. 针对标准外的编码参数, 分别对不同译码算法 (MAP, SW-MAP, log-MAP 算法) 的译码性能进行了仿真, 并与标准参数的译码器进行比较. 将算法程序以 C++ 动态链接库的形式实现, 编写 Python 测试程序, 产生待仿真码长的随机信号, 编译码后计算误码率, 绘制出信噪比和误码率的关系曲线图. 通过相应的仿真发现, 所设计的编译码器具有所需的通用性; 同时对不同算法的性能进行了分析比较; 研究各项参数对于译码性能的影响, 包括信息序列长度、码率、迭代次数等.

**关键词:** Turbo 码; 译码算法; 误码率; 信噪比; Python

**中图分类号:** TN 911.22

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965 (2014) 11-1507-05

## Simulation of universal CCSDS Turbo-codes decoder of non-standard parameters

Zhao Qi Du Yujiao

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** A universal Turbo-codes decoder was designed, which not only covers the parameters suggested by consultative committee for space data systems (CCSDS), but also supports other frame length (an integral multiple of 255 bit) within 16 384 bit. Standard and non-standard frame lengths, as comparisons, were both simulated on three decoding algorithms, including MAP, SW-MAP and log-MAP. The algorithms were realized in the form of C++ dynamic link library. Python test program was written to generate random signal of needed length and call the DLL mentioned above for encoding and decoding. The graphs about the relation between signal noise ratio and bit error rate were drawn after data calculation. By simulation, the decoder designed was proved universal. In addition, performance of different algorithms were compared and analyzed. Simulations were done to study the relations between decoding performance and some key parameters, including frame length, bit rate, the number of iterations and so on.

**Key words:** Turbo-codes; decoding algorithms; bit error rate (BER); signal noise ratio (SNR); Python

Turbo 码由于其优越的性能, 已被空间数据系统咨询委员会 (CCSDS, Consultative Committee for Space Data System) 组织列为深空通信和卫星通信的标准之一, CCSDS 规范定义的 Turbo 码支持 5 种信息帧长度, 分别是 1 784, 3 568, 7 136, 8 920, 16 384 bit, 其中, 前 4 种均为 223 bit 的整倍

数, 主要用于和 CCSDS 所定义的 RS(255, 223) 编码保持格式上的统一, 最后一种长度 16 384 bit 用于支持高速的数据传输<sup>[1]</sup>.

对于规范所支持的 223 bit 整倍数的帧长, 已有现成的商用 IP Core 以及大量的研究成果<sup>[2]</sup>. 但是, 实际的应用环境对编码帧长需要有更灵活的

选择. 比较典型的取值是将信息数据帧的长度确定为 255 bit 的整数倍 (而不是 223), 这样, 比较容易获得一个完整数据帧长为 2 的  $N$  次方的长度 (例如: 4 倍 255 bit 再加 4 bit 同步字节即 1024 bit). 本文所要实现的 Turbo 码编译器, 根据特殊应用的要求, 对其支持的信息数据帧长度进行了扩展, 不但需要支持规范所确定的 4 种帧长, 同时包括 16384 bit 范围内的其他帧长.

# 1 Turbo 编码参数及译码算法

## 1.1 编码参数

CCSDS 规范中, 对遥测信道编码器中使用的 Turbo 码进行了定义. Turbo 码的一般参数如下<sup>[3]</sup>.

码型 (code type): Systematic Parallel concatenated turbo code;

分量编码器个数: 2 组;

分量编码: 递归卷积码;

分量编码状态: 16 个;

平均码率:  $r = 1/2, 1/3, 1/4,$  或  $1/6$  (可选);

信息帧长度:  $k = 1\ 784, 3\ 568, 7\ 136, 8\ 920,$  16384 bit.

另外, 交织器参数是 Turbo 码非常重要的一项参数, 为了达到兼容标准参数的目的, 本文基本参照 CCSDS 规范中的算法进行交织计算.

## 1.2 译码算法

MAP 方法是衡量接收序列中, 单个符号判决的最佳估计, 目的是使译码输出比特错误概率最

小<sup>[4]</sup>. MAP 译码算法的一个主要特点就是实现了迭代译码. 由于有外部信息的参与, 信噪比一定时, 误码率会随着译码迭代次数增加而减小. 循环次数达到一定数目时, 译码性能不再有特别明显的提高, 此时, 可以停止迭代计算, 整理输出译码结果<sup>[5-6]</sup>.

log-MAP 算法是 MAP 算法的对数化形式, 将 MAP 算法中的变量都转换为对数形式, 从而把乘法运算转换为加法运算<sup>[7]</sup>. 同时译码器的输入输出相应地修正为对数似然比形式, 再对算法进行必要的修改就得到了 log-MAP 算法.

SW-MAP 算法与 MAP 算法的主要区别是将数据帧分成多个数据块, 译码针对长度为  $D$  (小于数据帧长度) 的数据块进行, 在接收到  $D$  个信道符号后开始译码<sup>[8-9]</sup>.

# 2 软件设计与算法实现

## 2.1 算法实现框图

MAP 算法的实现具有一定的复杂性, 另外两种算法则是在其基础之上进行改进而来, MAP 算法基本框架图如图 1 所示.

## 2.2 算法实现

本文中 Turbo 码编译码算法 MAP, log-MAP 和 SW-MAP 算法均用 C++ 实现, 并且程序以动态链接库的形式存在, 然后编写 Python 测试程序, 改变相应的参数, 通过仿真测试各项译码性能. 仿真环境框图如图 2 所示.



图 1 算法实现框图

Fig. 1 Block diagram of algorithm

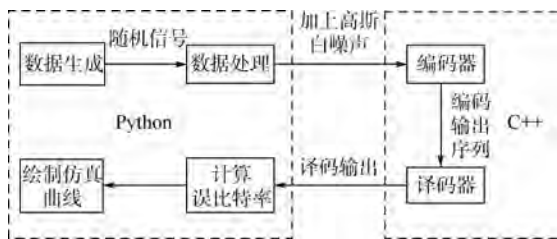


图 2 仿真环境框图

Fig. 2 Block diagram of simulation

测试过程中能改变的相关参数主要包括:码率、信息帧长度、信噪比、仿真起始点、仿真步长、最大半迭代次数、出错帧数、SW-MAP 算法中的窗格大小。

测试的最终结果是要绘制出特定参数和算法下的信噪比 (SNR, Signal Noise Ratio) 与误码率 (BER, Bit Error Rate) 的关系曲线图。

### 3 仿真结果分析

#### 3.1 通用性检测

本文所设计的编译码器主要特点之一就是具有通用性,除 CCSDS 标准参数外,还要覆盖非标准参数.就整个实现过程而言,编译码器的各项参数及性质都不存在明显的跳跃性和突变,因此仿真前可以根据实际情况和经验做出评估,对于码长相近的标准与非标准参数,此款编译码器所表现出来的译码性能应该非常接近。

采用 MAP 算法,对 1 784, 2 040, 8 920, 8 160 bit 的帧长进行编译码仿真,  $r = 1/2$ , 迭代次数为 20 次. 仿真结果如图 3 所示。

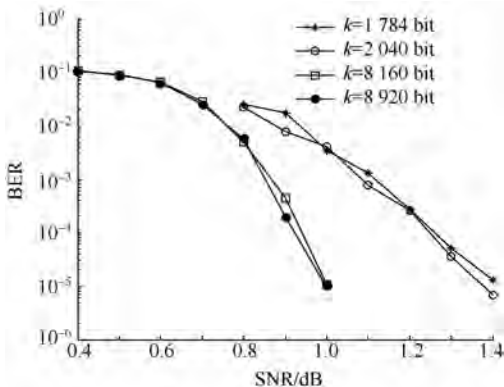


图 3 通用性检测 MAP 算法仿真图

Fig. 3 Commonality test result in MAP algorithm

仿真时,选取了两组长度相近的标准和非标准参数的信息序列,分别为 1 784 (223 × 8) bit 和 2 040 (255 × 8) bit, 8 920 (223 × 5 × 8) bit 和 8 160 (255 × 4 × 8) bit. 同时,保持其他各项参数如码率、迭代次数等一致。

以文献 [10 - 11] 中对标准参数进行的仿真结果作为参考,可以证实,上述仿真中符合 CCSDS 标准参数的序列长度 (即  $k = 1 784 \text{ bit}$  和  $k = 8 920 \text{ bit}$ ) 的译码结果是符合实际情况的,具有一定参考价值. 而从上述仿真数据可以看出,非标准参数的信息序列和与其长度相近的标准信息序列的译码性能非常接近. 由此可以从一定程度上说明,本文所设计的编译码器具有通用性,不仅能够覆盖标准参数,也能实现非标准参数的译码。

#### 3.2 不同算法的性能比较

本文选用 MAP, SW-MAP, log-MAP 算法对 4 080 bit 帧长进行仿真测试,  $r = 1/3$ , 迭代次数为 20 次. 仿真结果如图 4 所示。

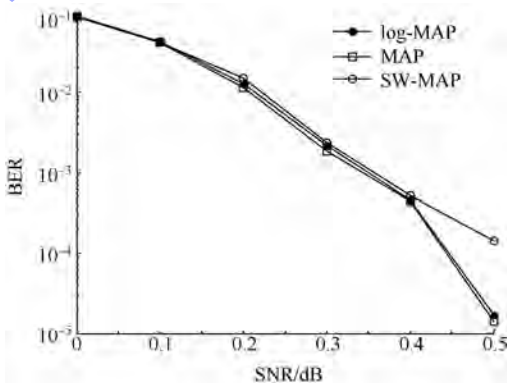


图 4 不同算法仿真比较图

Fig. 4 Comparison of different algorithms

可以明显看出,3 种算法中,MAP 算法的译码性能较好,log-MAP 算法与 MAP 算法的性能非常接近,而 SW-MAP 算法则略差. 尤其是当信噪比升高时,3 种算法的差异性表现得愈加明显. MAP 算法的复杂度最高,是最原始最准确的译码算法. 而 log-MAP 算法则是通过对数运算实现将乘法转换为加法,为硬件实现做准备,其软件仿真性能与 MAP 算法非常接近<sup>[12]</sup>. SW-MAP 算法特点在于以牺牲部分译码性能来换取减少延时<sup>[13]</sup>. 在一次迭代中,MAP 算法整体递归,对于其中两个重要的中间变量——前向递推联合条件概率  $\alpha$  和后向递推联合条件概率  $\beta$ , 只需设定一次初始值; 而 SW-MAP 算法分块递归,每个分块都无法再利用前一个块的结果,需重新设定初始值,因而形成累积误差,从而导致 SW-MAP 译码性能的降低。

在实际应用中,应根据需求选择合理的译码算法,既能保证译码性能达到相应标准,又要使得算法复杂性在能接受的范围之内。

#### 3.3 参数值对译码性能的影响

1) 不同信息序列长度对 Turbo 码译码性能的影响。

信息序列长度是影响 Turbo 码的误码率在  $10^{-6} \sim 10^{-2}$  之间性能的关键因素. 本文选用 MAP 算法, 对 2040, 4080, 6120, 8160 bit 的帧长进行仿真,  $r = 1/3$ , 迭代次数为 20 次. 仿真结果如图 5 所示.

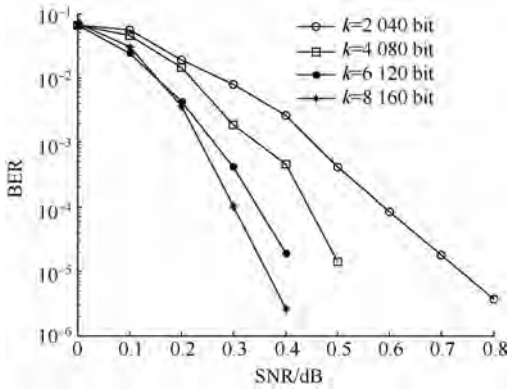


图 5 不同帧长比较图(MAP 算法)

Fig. 5 Comparison of different frame sizes in MAP algorithm

可以看出, 在一定范围内, 信息序列长度越长, 误码率越低. 并且, 当信噪比较低时, 信息序列长度对误码率影响不是很大, 但是当信噪比逐渐增大时, 增加信息序列长度就能很明显地提高译码性能.

在发送端, 其伪随机性是由交织器以及并行级联方式来实现的. 在接收端, 各译码器输出的外信息之所以能被互相利用进行多次迭代来增强纠错能力, 还得归功于交织和解交织器的置乱作用<sup>[14]</sup>. 在 CCSDS 参数中, 交织块的长度取决于信息序列长, 因此, 信息序列越长, 则交织的伪随机性越充分, 外信息的交换越能发挥作用, 从而提高译码性能.

## 2) 码率对 Turbo 码译码性能的影响.

选用不同的码率, 通常会对译码性能造成很大影响. 本文选用 MAP 算法, 对 2040 bit 帧长进行  $1/2, 1/3, 1/4, 1/6$  4 种码率的编译码仿真, 迭代次数为 20 次. 仿真结果如图 6 所示.

仿真过程中, 保证信息序列长度、算法、迭代次数等其他参数全部相同, 选用  $1/2, 1/3, 1/4, 1/6$  共 4 种码率. 从上述一组仿真结果可以得到结论: 在其他条件相同的情况下, 码率越小, 即编码长度越长, Turbo 码译码性能越好, 而且这种差异性表现得非常明显.

Shannon 编码定理指出: 如果采用足够长的随机编码, 就能逼近 Shannon 信道容量. 这个仿真结果正好是符合香农编码定理的, 当然编码长度的增加也会增大译码的复杂性, 因此也应当根据

实际情况, 合理地选择码率, 既保证译码性能, 又使得计算复杂度在可接受的范围内<sup>[15]</sup>.

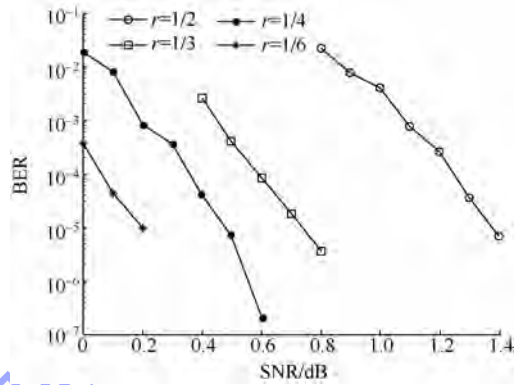


图 6 不同码率比较图(MAP 算法)

Fig. 6 Comparison of different bitrates in MAP algorithm

3) 不同迭代次数对 Turbo 码译码性能的影响.

Turbo 码通过迭代译码来提高译码性能, 因此译码次数是决定 Turbo 码译码性能的关键性因素之一. 通过仿真来考察迭代次数对 Turbo 码译码性能的影响.

本文选用 MAP 算法, 对 4080 bit 帧长进行仿真,  $r = 1/3$ , 迭代次数  $n$  分别设置为 5, 10, 15, 20 次. 仿真结果如图 7 所示.

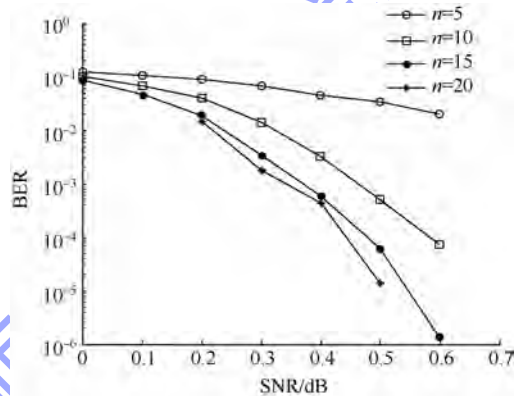


图 7 不同迭代次数仿真图

Fig. 7 Comparison of different iterations in MAP algorithm

从图 7 的仿真结果可以看出, 在一定范围内, 随着迭代次数的增加, Turbo 码误码率不断下降, 性能趋于更优; 并且, 信噪比越高, 这种影响越明显. 在  $BER \geq 10^{-2}$  时, 迭代次数对译码误码率影响比较小; 在  $10^{-6} \leq BER \leq 10^{-2}$  时, 迭代次数增加, 使得外信息多次交换, 得到充分利用, 从而显著改善译码性能. 但是, 当迭代次数增加到一定数目时, 对于译码性能的提高已经没有特别明显的促进作用了, 继续进行迭代所带来的增益是非常小的, 反而会增加译码计算复杂度<sup>[16]</sup>. 因此, 在译码时不能盲目地加大迭代次数, 而应该根据实际

需求选择合理的参数。

## 4 结 论

综上所述,可以得出如下结论:

1) 所实现的 Turbo 码译码器,具备通用性,对于 CCSDS 非标准参数也能实现正常编译码。

2) Turbo 码 3 种较为典型的译码算法中,log-MAP 算法仅仅只是对数据做了对数处理,因此译码特性与 MAP 算法相近,而 SW-MAP 算法由于涉及多处分段设定初始值,因而引起误差,译码特性略差。

3) 参数的设置对于译码性能有着重要的影响。在一定范围内,帧长越长,码率越低,迭代次数越高,则 Turbo 码译码性能越好。

有关 Turbo 码更多的性质和功用,还需进一步深入的探讨。

### 参考文献 (References)

- [1] Berrou C, Glavieux A. Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes [J]. *Communications, IEEE Transactions on*, 1996, 44(10): 1261 - 1271
- [2] Divsalar D, Pollara F. Turbo codes for deep-space communications [R]. TDA Progress Report 42-121, 1995, 42: 66 - 77
- [3] Studer C, Benkeser C, Belfanti S, et al. Design and implementation of a parallel turbo-decoder ASIC for 3GPP-LTE [J]. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2011, 46(1): 8 - 17
- [4] CCSDS 101.0-B-6 Telemetry channel coding [S]
- [5] Vucetic B, Yuan J. Turbo codes: principles and applications [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000: 12 - 14
- [6] Bahl L R, Cocke J, Jelinek F, et al. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1974, IT-20(2): 284 - 287
- [7] 刘东华, 梁光明. Turbo 码设计与应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2011: 24 - 27
- [8] Liu Donghua, Liang Guangming. Turbo design and application [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011: 24 - 27 (in Chinese)
- [9] 王新梅, 肖国镇. 纠错码——原理与方法 (修订版) [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002: 12 - 15
- [10] Wang Xinmei, Xiao Guozhen. Error correction code: principle and method (revised edition) [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2002: 12 - 15 (in Chinese)
- [11] Halunga S V, Vizireanu N, Fratu O. Imperfect cross-correlation and amplitude balance effects on conventional multiuser decoder with turbo encoding [J]. *Digital Signal Processing: A Review Journal*, 2010, 20(1): 191 - 200
- [12] Hanzo L L, Liew T H, Yeap B L, et al. Turbo coding, Turbo equalisation and space-time coding: EXIT-chart-aided near-capacity designs for wireless channels [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011: 11 - 12
- [13] 李涛涛, 李建东, 周旭. CCSDS 标准的 Turbo 译码器的硬件设计 [J]. *无线电工程*, 2006, 35(11): 59 - 61
- [14] Li Taohu, Li Jiandong, Zhou Xu. Implementation and simulation of CCSDS Turbo-codes decoder in hardware [J]. *Radio Engineering*, 2006, 35(11): 59 - 61 (in Chinese)
- [15] Douillard C, Jezequel M, Berrou C, et al. Iterative correction of intersymbol interference: Turbo-equalization [J]. *European Transactions on Telecommunications*, 1995, 6(5): 507 - 511
- [16] El Gamal H, Hammons A R Jr. Analyzing the turbo decoder using the Gaussian approximation [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(2): 671 - 686
- [17] Sun J, Takeshita O Y. Interleavers for turbo codes using permutation polynomials over integer rings [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(1): 101 - 119
- [18] Lottici V, Luise M. Embedding carrier phase recovery into iterative decoding of turbo-coded linear modulations [J]. *Communications, IEEE Transactions on*, 2004, 52(4): 661 - 669
- [19] Pyndiah R M. Near-optimum decoding of product codes: block turbo codes [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1998, 46(8): 1003 - 1010

# 基于驻留时间比的近地空间碎片环境建模

申敬松

刘也\*

胡松杰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

(北京航天飞行控制中心 航天飞行动力学技术重点实验室, 北京 100094)



韩潮

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

**摘 要:** 为分析近地空间碎片的分布规律, 提出了一种以碎片在空间网格内驻留时间为基础的碎片环境统计建模方法. 该方法利用多项式拟合和求根方法统计碎片在空间网格内的停留时间, 获取模型基础数据, 并据此采用多项式预测、插值和时间序列分析等技术, 综合分析空间碎片的分布与演化规律. 给出了一个基于双行根数 (TLE, Two Line Elements) 数据的建模实例, 该实例通过了ORDEM2000模型的对比验证, 并获得了一些更精细的近地空间碎片环境特征. 所得建模方法和分析结论可为长期运行的近地航天器轨道设计、碰撞风险评估及防护等提供技术支撑.

**关键词:** 空间碎片; 建模; 近地轨道; 网格; 多项式

**中图分类号:** V 520

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1512-06

## Space debris environment modeling in low earth orbit based on resident time ratio

Shen Jingsong

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Liu Ye\* Hu Songjie

(Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing Aerospace Control Centre, Beijing 100094, China)

Han Chao

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** For the distribution analysis of space debris in the low earth orbit, a new statistical modeling method for space debris was proposed based on the debris resident time in the space grid. Polynomial fitting and extraction techniques for debris resident time statistic were introduced to obtain the basic modeling datum. Then, the distribution and evolution regularity of debris in low earth orbit was studied by virtue of the polynomial prediction, polynomial interpretation, time serials analyses and so on according to the modeling datum storage. Finally, a modeling case utilizing the two line elements (TLEs) was given. The modeling results were validated by the ORDEM2000 model. Some subtle distribution regularities were deduced. The modeling method and analysis results are helpful for researches on orbit designing, collision risk evaluation and collision defense for spacecraft long-term flying in the low earth orbit.

**Key words:** space debris; modeling; low earth orbit; grid; polynomial

人类开发太空的脚步给空间带来了大量的碎片累积,这些碎片主要分布在近地轨道和同步轨道,具有高速运动和分布随机化的特征,给在轨正常运行的航天器,特别是长期运行的载人航天器带来了极大的安全隐患<sup>[1-2]</sup>.因此,对于需长期运行于低地轨道的载人航天器来说,为评估碎片碰撞带来的安全风险并采取有效的预防措施,需要有效描述碎片分布和演化规律的环境建模技术的支持<sup>[2-3]</sup>.

空间碎片环境建模的方法主要是利用已有观测数据,综合考虑航天器区域分布和碎片的尺寸、速度、碰撞角和来源等因素,并在一定简化假设下,借助数据拟合和概率统计等建立的<sup>[4]</sup>.已公开提供的模型按计算方式可以分为演化模式和工程模式,前者立足于采用分析手段刻画空间碎片分布的演化规律,但其建模精度依赖于碎片分布影响因素的有效认识,这在目前理论知识下还是很难实现的.工程模式则依据碎片测量数据建模,可以给出比较准确的碎片分布和碰撞风险情况,适合分析空间环境的综合影响,已广泛服务于航天器设计、操控和为碎片观测计划制定等工程任务<sup>[1,3]</sup>,如美国国家宇航局(NASA)、欧洲空间局(ESA)、俄罗斯国家宇航局(RASA)的 ORDEM, MASTER 和 SDPA 等系列模型<sup>[5-6]</sup>.其中 NASA 的 ORDEM 模型已更新至 ORDEM2010,并在官方网站公开提供了 ORDEM2000 的免费版本<sup>[7-8]</sup>.

国内方面,一些单位也开展了空间碎片工程模式的分析和建模工作<sup>[3-5,9-10]</sup>,但由于可用数据限制和研究起步较晚的缘故,许多科学研究和工程实践还依赖于国外公开的环境模型.为此,本文针对低轨载人航天器长期在轨运行需求,试图通过碎片轨道测量数据统计分析,建立一种实用性较强的低轨空间碎片环境建模方法,并通过建模实例进行碎片时空分布规律的分析,以期为航天器碰撞风险评估与防护设计等工作提供借鉴.

## 1 碎片环境建模流程

### 1.1 碎片初选

碎片环境模型是描述近地轨道空间碎片三维分布特性的,且需要考虑其随时间的变化情况.为便于统计分析,需要进行时空的离散化,并进行区域内碎片(也包含正常飞行目标)的遴选.

碎片的数量和分布是受航天发射、在轨解体与碰撞、大气阻力和人为缓解(如回收)等因素综

合影响的,其中航天发射和大气阻力等都是随季节变化的,因此,鉴于统计时间与模型粒度和准确性的关系,这里以季度为基本时间单元统计碎片分布状况.

空间的划分相对简单,对于近地空间可以按照距地面高度  $h$ 、纬度  $\phi$  和经度  $\lambda$  做出三维的网格划分.为了处理球壳两极附近的网格,引入最大纬度  $\phi_0$ ,将每个高度层内大于  $\phi_0$  的网格合并为同一网格.网格划分要兼顾计算量、存储量和精度等要素,也可以引入相邻高度层的网格比例,以调节不同高度层网格的大小.

碎片初选是为了剔除明显不会飞入所考察空域的碎片.对于高度区域  $[h_{\min}, h_{\max}]$ ,当碎片轨道近地点高度大于  $h_{\max}$  或远地点高度小于  $h_{\min}$ ,碎片才可能进入该高度层.例如 TLE (Two Line Elements) 编目数据可提供目标的偏心率  $e$  和角速度  $n$ ,记地球物理常数  $\mu$ ,平均半径  $r_0$ ,则可得穿越  $[h_{\min}, h_{\max}]$  的碎片需满足的角速度取值范围  $[n_{\min}, n_{\max}]$ :

$$\left. \begin{aligned} n_{\min} &= [\mu(1-e)/(h_{\max} + r_0)]^{3/2} - \Delta n \\ n_{\max} &= [\mu(1+e)/(h_{\min} + r_0)]^{3/2} + \Delta n \end{aligned} \right\} (1)$$

其中  $\Delta n$  是为了补偿球形地球和瞬时圆轨道假设的误差,保证初选碎片不出现漏警.

### 1.2 建模流程

在模型覆盖时空多维离散化的基础上,利用经过初选的编目碎片数据,设计了如图 1 所示的建模流程.基本过程分为 3 个步骤:

- 1) 根据数据更新频率和精度进行轨道预报,并计算与该段轨道交会的网格及交会起止时间;
- 2) 在基本时间单元内(季度),统计碎片在各网格内的驻留(飞行)时间和通量,获得工程模式所需的基础数据源;
- 3) 根据应用需求,内嵌一系列数据插值和时间序列分析等方法,输出应用模型所需的结果.

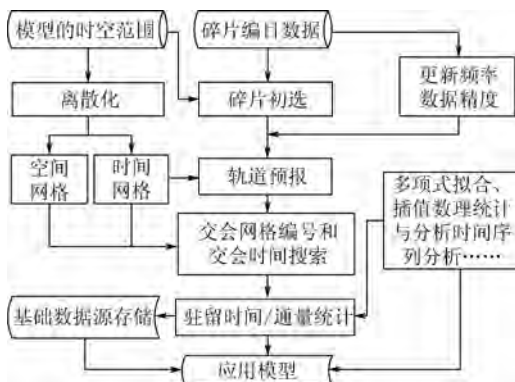


图 1 空间碎片环境建模流程

Fig. 1 Modeling diagram for space debris environment

## 2 碎片环境建模方法

### 2.1 碎片分布

下面采用搜索方式,依次在高度维、纬度维和经度维寻找与碎片交会的网格及起止时刻.

对碎片 $j$ 第 $s$ 段预报轨道,根据轨道时空连续性特点,可将其划分为若干拟合区间 $[t_{i,s}, t_{i+1,s}]$ .对第 $i$ 个区间的高度数据,记 $a_{i,s}h^3 + b_{i,s}h^2 + c_{i,s}h + d_{i,s} = 0$ 为其三次多项式拟合结果.为便于时间统计,需要将拟合区间划分为几个单调区间.导数方程求根得极值时刻 $t_{i1,s} = [-2b + (4b^2 - 12ac)^{1/2}]/6a$ 与 $t_{i2,s} = [-2b - (4b^2 - 12ac)^{1/2}]/6a$ .进而可分为如下4种情况:

1)  $t_{i1,s}$ 与 $t_{i2,s}$ 均在区间内,此时轨道按高度可划分单调区间 $[t_{i,s}, t_{i1,s}]$ ,  $[t_{i1,s}, t_{i2,s}]$ 与 $[t_{i2,s}, t_{i+1,s}]$ ;

2)  $t_{i1,s}$ 不在区间内,此时轨道按高度可划分单调区间 $[t_{i,s}, t_{i2,s}]$ 与 $[t_{i2,s}, t_{i+1,s}]$ ;

3)  $t_{i2,s}$ 不在区间内,此时轨道按高度可划分单调区间 $[t_{i,s}, t_{i1,s}]$ 与 $[t_{i1,s}, t_{i+1,s}]$ ;

4)  $t_{i1,s}$ 与 $t_{i2,s}$ 均不在区间内,此时轨道按高度为一个单调区间 $[t_{i,s}, t_{i+1,s}]$ .

对每个单调区间 $[t_b, t_e]$ 对应的 $[h_b, h_e]$ ,根据设定的高度划分 $\Delta h$ 来搜索与其交会的高度层.若高度层 $[h_m, h_m + \Delta h] \subset [h_b, h_e]$ ,则根据三次方程求根公式<sup>[11]</sup>和根的范围可计算交会时间 $[t_{h,m}, t_{h,m+1}]$ .同样的,对 $[t_{h,m}, t_{h,m+1}]$ 内的纬度数据采用类似的拟合、划分单调区间和求根步骤,可获得碎片交会的纬度维编号 $n$ 及起止时间 $[t_{\phi,n}, t_{\phi,n+1}]$ .进一步,同样可计算 $[t_{\phi,n}, t_{\phi,n+1}]$ 内碎片交会的经度维编号 $k$ 及起止时间 $[t_{\lambda,k}, t_{\lambda,k+1}]$ .

综上,就搜索到了与碎片交会的网格在高度、纬度与经度编号 $(m, n, k)$ ,可计算驻留时间为

$$\Delta t_{i,s,j}(m, n, k) = t_{\lambda,k+1} - t_{\lambda,k} \quad (2)$$

记该时间单元(季度)总时间 $T$ ,对 $s, j$ 和 $i$ 求和,可得碎片驻留时间比:

$$r(m, n, k) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{j,s,i} \Delta t_{i,s,j}(m, n, k) \quad (3)$$

航天器在空域中的碰撞风险分析常用到碎片通量的概念,它可以定义为该处碎片数量密度与速度的乘积<sup>[5]</sup>.通量方向由航天器和碎片相对速度方向决定,通常惯性空间一点的通量分为单方向通量和各方向全通量.当不考虑特定航天器时,可以采用全通量方式(即各方向通量之和)刻画碎片特征,此时若假设每个网格内碎片速度是常值,记网格体积为 $V(m, n, k)$ ,则可计算碎片的全

通量:

$$F(m, n, k) = \frac{\sum_{j,s,i} \Delta t_{i,s,j}(m, n, k) \cdot v_{i,s,j}(m, n, k)}{T \cdot V(m, n, k)} \quad (4)$$

式(4)若不考虑网格体积,则为网格内的碎片通量.当分析具体航天器的轨道时,在精度要求不高的情况下,在近地轨道区域可以认为单个位置的空间碎片通量全部集中在该位置的当地水平面内,如 ORDEM2000 工程模式<sup>[3]</sup>.

### 2.2 模型数据

模型的基础数据源就是统计的碎片驻留时间和通量,可以将每个时间单元的统计结果存储为一个基本文件.为了节省存储空间,文件内除包含必要的时空网格参数,只需按顺序存储量化后的各网格的驻留时间比和碎片通量.顺序存储的数据也便于开发辅助工具进行可视化等处理.

进一步,为适应精简模型的应用需求,在参数合理设定的基础上,对碎片驻留时间比和通量进行分段的三维多项式拟合,并仅存储多项式系数.这样就大大减少了模型的存储量和预处理时间,而应用时可利用这些参数快速恢复驻留时间比与通量等数据,或直接进行其他参数的计算.

### 2.3 模型分析

驻留时间比 $r(m, n, k)$ 刻画了网格 $(m, n, k)$ 出现碎片的概率,记网格体积为 $V(m, n, k)$ ,可得空间密度:

$$\rho(m, n, k) = \frac{r(m, n, k)}{V(m, n, k)} \quad (5)$$

多数的空间碎片处于无主动机动状态,长期的轨道进动会使碎片在经度上趋于均匀分布.此外,航天发射场的纬度分布导致了碎片轨道倾角的分布具有峰值特性,这会表现在碎片空域的纬度分布上<sup>[12]</sup>,故对于刻画长期演化规律,可计算高度-纬度带内的平均空间密度:

$$\rho(m, n) = \frac{\sum_k r(m, n, k)}{\sum_k V(m, n, k)} \quad (6)$$

低轨载人航天器通常飞行在高度相对固定的近圆轨道,空间碎片环境分析时也通常给出各个高度层内的碎片分布,如 ORDEM 模型<sup>[7-8]</sup>.记高度层 $[h_b, h_e]$ 的体积为 $V(b, e)$ ,可以统计该高度层内的平均空间密度:

$$\rho(b, e) = \frac{1}{V(b, e)} \sum_{m=b}^e \sum_n \sum_k r(m, n, k) \quad (7)$$

类似地,为航天器长期运行的碰撞风险综合评估提供参考,可以统计各个层次的碎片平均速度和通量等.特别地,给定航天器轨道  $o_L$  和周期  $T_L$  ( $L$  代表近地轨道卫星),航天器轨道周期内的平均碎片通量计算如下:

$$F_L = \frac{1}{T_L} \int_{o_L} F(m, n, k) \quad (8)$$

根据所存储的分季度网格数据,在空间上采用三次多项式插值,可以给出该季度模型覆盖空域内任意空间位置的碎片驻留时间,也就可以给出任意位置的碎片密度、平均速度和通量等.这与 ORDEM 模型的地基观测视角<sup>[7]</sup>类似,只是时空划分更加细致,但由于数据源限制,未给出分布与碎片尺寸的关系.

模型将碎片空间分布按季度存储为单独的文件,随着数据积累就形成了一个时间序列.因此,通过分析碎片历史数据的时间变化规律,可以分析碎片的时间演化特征.除阻力消减外,由于碎片发射频率、在轨分裂与碰撞、人工缓解等因素的精确建模都很困难且严重依赖于数据积累,因此这里不考虑碎片演化的物理因素,直接采用时间序列方法分析历史数据的变化规律,并据此进行碎片演化预报.以空间密度为例,若在无碎片骤变的平稳段落,采用 AR 模型拟合与预报,计算公式为

$$\rho_i = \varphi_1 \rho_{i-1} + \dots + \varphi_n \rho_{i-n} + \varepsilon_i \quad (9)$$

其中,  $\varepsilon$  是噪声序列;模型系数  $\varphi$  在拟合阶段通过 Yule-Walker 方程求解.若存在碎片解体等突发事件时,考虑非平稳的时间序列分析方法<sup>[13]</sup>.

目前主要给出两类预报结果:一是高度层内空间碎片的分布,二是航天器轨道内平均流量,它们均以季度为时间粒度.当然,根据研究需要,也可利用驻留时间比文件进行其他参数的统计、拟合和预报分析,这将在以后研究中予以补充.

### 3 基于 TLE 的建模实例

前述的统计建模过程需要输入碎片的轨道数据,并不严格限制数据来源,所用处理方法有一定通用性.本节进行模型实例化与分析,数据来源是北美防空司令部利用美国空间监视网发布的 TLE 数据库,这是目前可公开获得的最完整且更新性最好的空间碎片数据源<sup>[1,7]</sup>.对其他编目数据可类似处理.

目前,TLE 数据可提供 10 cm 以上和部分 1 cm 以上的空间碎片编目数据,基本保证 1 ~ 2 d 更新一次,且提供了比较精确的轨道预报模型<sup>[14-15]</sup>.为了节省计算时间,采用 120 s 的采样间隔,对每

个碎片根据其轨道高度情况分别用 SDP4 和 SGP4 模型<sup>[14]</sup>预报各编目数据更新周期(通常为 1 d)内的轨道,并转化为轨道高度、纬度和经度,进而采用前述的方法和流程进行碎片环境统计建模.以下简称获得的模型为驻留时间统计模型(RTS, Residential Time Statistical model).

ORDEM2000 模型可以按年度和尺度给出碎片的空间密度分布,其中大于 10 cm 的碎片与 TLE 有类似的测量数据来源,因此,将 RTS 与其进行对比验证.

图 2 给出了 2011 年和 2014 年碎片空间密度的计算结果,可见 ORDEM2000 与 RTS 的曲线变化趋势基本一致,即碎片空间密度均随高度降低而减小,这种现象的一个重要原因是低轨大气阻力加大导致碎片快速下降所致.RTS 曲线相对平滑,这是由于其采用三次多项式插值而 ORDEM2000 采用线性插值所致.此外,RTS 的密度幅度略高.这是因为此处的 ORDEM2000 仅统计了 10 cm 以上的碎片且数据时间较早,而 RTS 所用新的 TLE 数据包含了 10 cm 以下碎片.

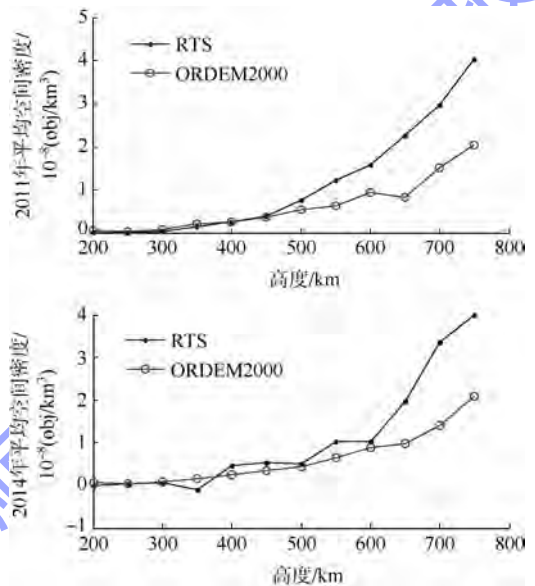


图 2 本文模型(RTS)与 ORDEM2000 模型的空间密度对比

Fig. 2 Space debris density according to RTS and ORDEM2000

图 3 是 2010 年第一季度 300 km 和 420 km 高度层的碎片驻留时间比(以 dB 形式给出以便于显示),图 4 则给出了它们在纬度带内的分布情况.可见纬度分布上存在分布峰值,且两极地区碎片密度较少;420 km 的碎片密度明显多于 300 km;300 km 的碎片分布在个别轨道上比较密集,而 420 km 的碎片在经度分布上则已比较均匀.进一

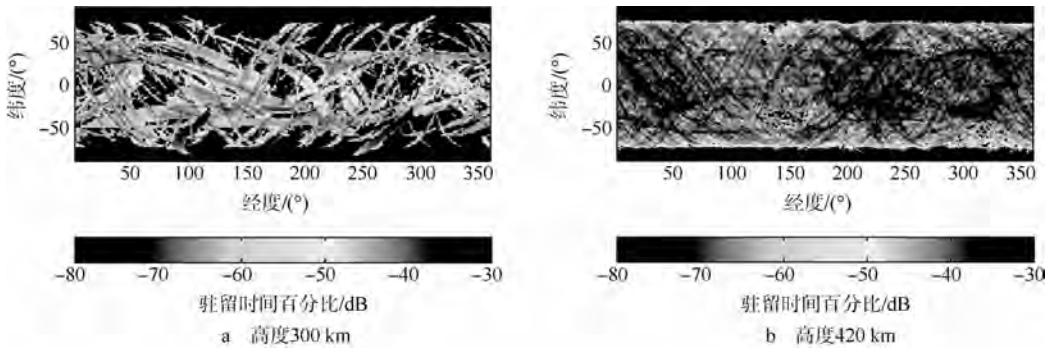


图3 驻留时间比的经纬度分布情况

Fig. 3 Geodetic distribution of the residual time ration

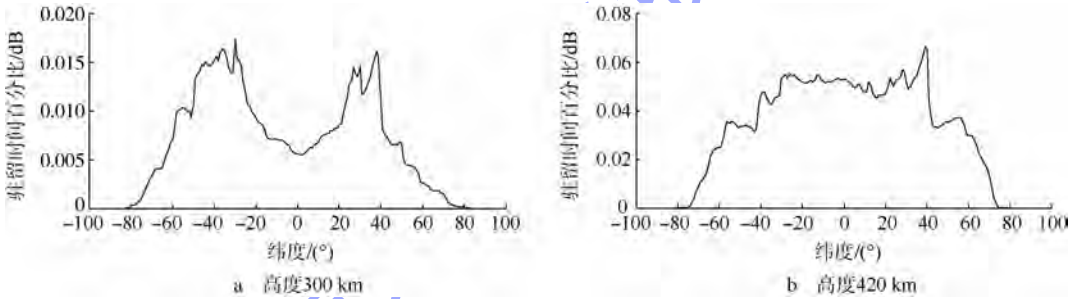


图4 驻留时间比的纬度分布情况

Fig. 4 Latitude distribution of the residual time ration

步,通过综合分析其他年度不同高度层碎片分布情况,表明:低轨碎片纬度分布主要集中在 $-60^{\circ} \sim 60^{\circ}$ 之间,基本上呈现南北对称特性,但有一定的分布差异,其中 $20^{\circ}$ , $40^{\circ}$ 和 $60^{\circ}$ 纬度带在一些高度层,特别是 $400 \sim 700$  km高度,出现了局部分布密度较大的带状峰值; $350$  km高度以下碎片的经度分布有一定的不均匀性,但随着高度增加碎片在经度上分布趋于均匀。

图5是碎片空间密度随时间的变化曲线,可见各高度层内的碎片空间密度相对比较稳定,这些结论与ORDEM和MASTER等一些公开模型的分析结果是基本一致的<sup>[4-7]</sup>。

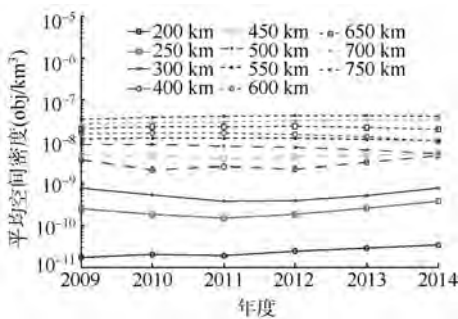


图5 碎片空间密度随时间的变化情况

Fig. 5 Space debris density changes with time

### 4 结论

低地轨道空间碎片的增多已经严重影响了航

天器的正常工作和安全飞行,因此,建立空间环境模型以评估航天器在轨运行的碰撞风险是十分必要和迫切的.本文借鉴国内外空间碎片环境工程模式的建模思想,综合利用轨道预报和多项式拟合及求根方法,进行了空间碎片分布统计,并在此基础上给出了基于多项式插值和时间序列分析的碎片环境模型描述方法,该建模方法可以适用于各种编目轨道数据.以TLE数据为例进行了模型验证和空间碎片分布规律的研究,获得了与ORDEM2000模型类似但尺度更加细致的计算结果.文中所述碎片环境建模方法和分析结论可为低轨道航天器,特别是近地载人航天器的碰撞风险评估和防护设计等工作提供参考.后续工作将集中于模型长时间预报性能的改进,以及模型在航天器轨道设计和碰撞规避能力设计等工作中的具体应用。

### 参考文献 (References)

[1] 王海福,冯顺山,刘有英.空间碎片导论[M].北京:科学出版社,2010  
Wang Haifu, Feng Shunshan, Liu Youying. Introduction of space debris[M]. Beijing: Science Press, 2010 (in Chinese)

[2] Johnson N L. History of on-orbit satellite fragmentations [R]. NASA/TM-2008-214779, 2008

[3] 彭科科.空间碎片环境探测数据处理方法及工程模型建模方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2010  
Peng Keke. Research on space debris environment exploration

- data processing measure and engineering modeling method [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010 (in Chinese)
- [4] 张平平. 近地轨道空间碎片轨道参数分布规律研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006  
Zhang Pingping. Research on space debris orbital parameter distribution uule in LEO [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2006 (in Chinese)
- [5] 唐頔, 庞宝君, 张伟. 空间碎片环境工程模式参数分析 [J]. 中国空间科学技术, 2004, 24 (5): 22 - 27  
Tang Qi, Pang Baojun, Zhang Wei. Analysis of the parameters in space debris environment engineering model [J]. Chinese Space Science and Technology, 2004, 24 (5): 22 - 27 (in Chinese)
- [6] Fukushige S, Akahoshi Y, Kitazawa Y. Comparison of debris environment models: ORDEM2000, MASTER2001 and MASTER2005 [J]. IHI Engineering Review, 2007, 40 (1): 31 - 41
- [7] Liou J C. The new NASA orbital debris engineering model [R]. ORDEM2000, NASA/TP-2002-210780, 2002
- [8] Liou J C. NASA's ORDEM2010 status [C] // 28th Inter-agency Debris Coordination Committee Meeting (IADC). Trivandrum, India: NASA, 2010: 1 - 20
- [9] 王海福, 余庆波, 刘有英. 空间碎片碰撞风险评估系统 [J]. 北京理工大学学报, 2008, 28 (12): 1039 - 1042  
Wang Haifu, Yu Qingbo, Liu Youying. Orbital debris risk assessment system [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2008, 28 (12): 1039 - 1042 (in Chinese)
- [10] Xu X L, Xiong Y Q. A research on the collision probability calculation of space debris for nonlinear relative motions [J]. Chinese Astronomy and Astrophysics, 2011 (35): 304 - 317
- [11] 《数学手册》编写组. 数学手册 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 87 - 89  
“Handbook of Mathematics” Writing Group. Handbook of mathematics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2010: 87 - 89 (in Chinese)
- [12] Klinkrad H. Space debris-models and risk analysis [M]. New York: Springer & Praxis, 2006
- [13] 王正明, 易东云. 测量数据建模与参数估计 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996  
Wang Zhengming, Yi Dongyun. Instrumental data modeling and parameter estimation [M]. Changsha: University of National Defense Technology Press, 1996 (in Chinese)
- [14] Felix R, Ronald L. Space track report No. 3: models for propagation of NORAD element sets [R]. Peterson: Aerospace Defense Command, United States Air Force, 1980
- [15] Levit C, Marshall W. Improved orbit predictions using two-line elements [J]. Advances in Space Research, 2011, 47 (7): 1107 - 1115

# 小样本理论在航空发动机研制费估算中的应用



刘芳 张海涛

(中国航空工业发展研究中心 财经研究部, 北京 100029)

**摘 要:** 研究了小样本理论中的偏最小二乘法在航空发动机研制费估算中的适用性,系统收集了国内 10 余种军用涡喷/涡扇发动机的技术性能和研制费数据,选取涡轮进口温度、军用耗油率、发动机军用推力、发动机加力推力、发动机推重比、发动机净重、总增压比、空气流量、翻修寿命、原型机数量、完成时间等技术参数,将小样本理论中的偏最小二乘法应用于军用航空发动机研制费估算模型的研究,形成了基于主要性能指标的军用航空发动机研制费参数估算模型,并建立了军用航空发动机研制继承系数的概念. 计算结果表明,该模型较国内其他已有模型的精度有所提高,达到了 10%,可以应用于我国航空发动机研制费的快速估算.

**关键词:** 航空发动机; 研制费; 估算; 模型; 小样本理论; 偏最小二乘法

**中图分类号:** V 2.9

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1518-08

## Application of small sample theory in aero engine development costs estimation

Liu Fang Zhang Haitao

(The Ministry of Finance and Economics Research, AVIC Development Research Center, Beijing 100029, China)

**Abstract:** The usability of the partial least squares method of small sample theory in military aero engine development costs estimating was discussed. The technical and development expense data of more than ten kinds of military turbojet and turbofan engine were collected. The technical parameters such as turbine inlet temperature, military fuel consumption rate, military thrust, afterburner thrust, thrust weight ratio, engine weight, total pressure ratio, air flow, overhaul life, number of prototypes and completion time were selected. The partial least squares method in military aero engine development costs estimating was used. The military aero engine development cost estimation model based on the major technical parameters was formed, and the development concept inheritance coefficient of military aero engine was established. The results show that the model's accuracy is improved compared with the other existing models, reaching 10%, and can be used to support for aero engine development cost estimation quickly.

**Key words:** aero engine; development cost; estimation; model; small sample theory; partial least squares method

20 世纪末以来,成本上涨、研制周期延长和价格上涨等一系列因素对世界航空发动机的前景产生了重要影响<sup>[1]</sup>. 航空发动机成本指标的提高具有指数性,同时,为建立超前的科技储备而进行的探索研究成本所占比重一代比一代大. 美国的制造业从第四代发动机向第五代过渡时,这一比重从 15% 提高到 60%,且所费时间延长近 1 倍.

而且工程设计的变化、估算时所用假设条件的变化、需求更改和包括机体制造成本、人工成本、材料成本以及物价浮动在内的经济因素的变化等原因,使得几乎所有型号的研制费都出现了大幅增长的情况<sup>[2]</sup>. 如 F135 发动机项目,其单台成本已经比最初基线增长了 30% 之多. 因此,在发动机立项论证或设计早期对研制经费需求进行快速和

准确的估算非常重要<sup>[3]</sup>.

在项目立项论证或设计阶段早期,美国的普遍做法是采用参数模型法对项目的经费需求进行估算,并回归建立了适用于涡喷/涡扇发动机研制费估算的参数模型<sup>[4]</sup>. 由于美国研制的航空发动机型号众多,数据积累和成本管理也较完善,具备普通线性回归的基础条件<sup>[5]</sup>. 而我国自行研制的军用涡喷/涡扇发动机较少,发动机样本明显不足,且由于多渠道管理的问题,对技术、经济数据的积累严重不足,无法利用简单的线性回归方法建立参数模型. 此外,国内已经建立的军用航空发动机研制费估算模型都是采用普通线性回归建立的,在研究方法和估算精度上都有一定的局限性<sup>[6]</sup>.

本文在国内外已有研究工作的基础上,考虑我国军用涡喷/涡扇发动机型号偏少且基础数据缺失比较严重的现实情况,系统收集了 32 种军用涡喷/涡扇发动机型号的技术性能和研制费数据,将小样本建模理论中的偏最小二乘(PLS, Partial Least Squares)回归方法应用于航空发动机研制费估算模型的研究,建立了新型的军用涡喷/涡扇发动机的参数估算模型. 计算结果表明,该模型较

国内其他已有模型的估算精度有所提高,能够满足我国军用发动机研制费估算的需求.

## 1 小样本理论的建模方法选择

虽然我国各类型航空发动机的型号较多,但自行研制的发动机较少. 另外,由于长期以来发动机行业的多渠道管理,设计与管理人員普遍对费用数据的关心不够,造成我国航空发动机型号的费用数据积累不完备. 因此在建立我国的航空发动机研制费估算模型时,要充分考虑到数据短缺这一实际情况,不能完全照搬国外模型所采用的传统回归方法,应采用适用于样本数量较少的回归分析方法,建立一种新型的、适用于我国型号实际情况的研制费估算模型.

小样本理论中应用比较多的方法主要有主成分回归、岭回归和偏最小二乘回归<sup>[7]</sup>. 本文以美国军用发动机从型号设计到型号合格试车的研制费用为例进行计算分析,对比主成分回归、岭回归和偏最小二乘回归的适用性. 由于数据保密的时效性,本文所引用的数据均来源于美国 20 世纪 70 年代的军用发动机技术数据,详见表 1. 变量之间的相关关系如表 2 所示.

表 1 美国军用发动机技术数据

Table 1 U. S. military aero engine technical data

机型	$Y/10^6$ 美元	$x_1/N$	$x_2$	$x_3/K$	$x_4/kg$	$x_5/(kg/m^2)$	$x_6/((kg/N)/h)$	$x_7/季度$	$x_8/(kg/s)$
TF30	554.742	82242	2.2	1350	1746	753871	0.03	92	109
TF33	133.670	75568	1	1145	1769	282518	0.02	71	208
TF34	282.035	41229	1	1478	644	242284	0.02	120	153
TF39	496.511	181369	1	1578	3311	286336	0.01	109	705
J52	291.923	37789	1.8	1145	930	188541	0.04	74	55
J57	199.897	44453	1.4	1145	1887	167396	0.04	41	73
J60	64.1915	13338	1	1145	209	152125	0.05	71	23
J65	124.927	32095	1.2	1128	1277	124813	0.04	46	53
J71	252.066	42542	1.5	1200	1855	161523	0.04	47	70
J75	416.861	104468	2	1145	2245	245574	0.04	59	114
J79	405.558	66679	2	1200	1463	265132	0.04	57	73
J85	330.418	17111	2	1167	259	152125	0.05	74	19

注:  $Y$ —从型号设计到型号合格试车的发动机研制费用;  $x_1$ —海平面静止状态最大额定推力;  $x_2$ —最大飞行  $Ma$  数(与声速有关的度量);  $x_3$ —最大涡轮进口温度;  $x_4$ —发动机净重;  $x_5$ —发动机压气机压比;  $x_6$ —海平面静止状态最大额定推力下的耗油率;  $x_7$ —研制开始到通过合格试车的时间;  $x_8$ —最大额定推力下的发动机空气流量.

表 2 变量之间相关系数矩阵

Table 2 Correlation matrix between variables

变量	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$x_1$	1.000							
$x_2$	-0.054	1.000						
$x_3$	0.627	-0.263	1.000					
$x_4$	0.888	-0.044	0.398	1.000				
$x_5$	0.381	0.409	0.398	0.276	1.000			
$x_6$	-0.691	0.399	-0.805	-0.532	-0.422	1.000		
$x_7$	0.389	-0.226	0.846	0.016	0.408	-0.749	1.000	
$x_8$	0.887	-0.400	0.765	0.732	0.166	-0.773	0.551	1.000
$Y$	0.648	0.605	0.565	0.491	0.662	-0.374	0.426	0.420

从表1可以看出,解释变量与因变量之间存在一定的线性关系,但是因变量之间也存在比较严重的多重共线性,比如  $x_1$  和  $x_4, x_8, x_6$  的相关系数就都达到 0.627 以上.

当向量个数大于其维数时,它一定是个线性相关组.故对于样本数少于自变量个数的情况,不用计算各变量之间的相关系数也可以肯定它们一定存在多重共线性<sup>[8]</sup>.即当样本个数少于自变量的个数时,自变量之间就存在完全的多重共线性.这时可以将与其他自变量相关关系较大的变量从估计方程中去掉,以此类推,直到将其他多余的变量全部去除,最后达到变量的个数最多等于或少于样本的个数,这样样本个数少于自变量个数的问题就得到了解决.这就是说,引进偏最小二乘法主要目的是为了处理比较严重的多重共线性问题<sup>[9]</sup>.

### 1) 岭回归计算.

岭回归分析是一种修正的最小二乘法估计法,当自变量系统中存在多重相关性时,它可以提供一个比最小二乘法更为稳定的估计结果,并且回归系数的标准差也比最小二乘法估计法小<sup>[10]</sup>.

根据高斯-马尔科夫定理,多重相关性并不影响最小二乘法估计量的无偏性和最小方差性.但是,虽然最小二乘法估计量在所有线性无偏估计量中是方差最小的,但是这个方差却不一定小.于是可以找一个有偏估计量,这个估计量虽然有微小的偏差,但它的精度却能大大高于无偏的估计量.

根据岭回归计算流程,对表1中的样本点进行研制费和技术指标的回归建模,可以得到具体岭回归方程为

$$Y = -745.138 + 0.0033x_1 + 228.304x_2 + 0.2268x_3 + 0.0106x_4 + 0.00063x_5 + 41.7255x_6 + 0.9070x_7 + 0.0197x_8$$

这时得到的岭回归方程中回归系数的膨胀因子均小于3,但是岭回归方程的均方根误差( $R_1 = 19.1742$ )偏大.

### 2) 主成分分析计算.

主成分分析是考察多个变量间相关性的一种多元统计方法,研究如何通过少数几个主成分来揭示多个变量间的内部结构,即从原始变量中导出少数几个主成分,使它们尽可能多地保留原始变量的信息,且彼此间互不相关.通常数学上的处理就是将原来  $P$  个指标作线性组合,作为新的综合指标<sup>[11]</sup>.

最经典的做法就是用  $F_1$  (选取的第1个线性组合,即第1个综合指标)的方差来表达,即

$\text{Var}(F_1)$  越大,表示  $F_1$  包含的信息越多.因此在所有的线性组合中选取的  $F_1$  应该是方差最大的,故称  $F_1$  为第1主成分.如果第1主成分不足以代表原来  $P$  个指标的信息,再考虑选取  $F_2$  即选第2个线性组合,为了有效地反映原来信息, $F_1$  已有的信息就不需要再出现在  $F_2$  中,用数学语言表达就是要求  $\text{Cov}(F_1, F_2) = 0$ ,则称  $F_2$  为第2主成分,依此类推可以构造出第3、第4、……,第  $P$  个主成分.

根据主成分回归计算流程,对表1中的样本点进行研制费和技术指标的建模回归,可以得到取两个主成分后的回归方程:

$$Y = -861.072 + 0.0026x_1 + 252.097x_2 + 0.26545x_3 + 0.01409x_4 - 0.00006x_5 + 42.5978x_6 + 0.96561x_7 + 0.0175x_8$$

这个主成分回归方程中回归系数的符号存在一定问题,且主成分回归的均方根误差( $R_2 = 6.19$ )也比偏最小二乘法的大许多.各个回归系数的方差膨胀因子均小于2.5955.

### 3) 偏最小二乘法的回归计算.

偏最小二乘法是一种数学优化方法,它通过最小化误差的平方和找到一组数据的最佳函数匹配.求得一些绝对不可知的真值,而令误差平方和最小.该方法常用于曲线拟合.很多其他的优化问题也可通过最小化能量或最大化熵用最小二乘形式表达<sup>[12]</sup>.

偏最小二乘回归  $\approx$  多元线性回归分析 + 典型相关分析 + 主成分分析

与传统多元线性回归模型相比,偏最小二乘回归的特点是:

- ① 能够在自变量存在严重多重相关性的条件下进行回归建模;
- ② 允许在样本点个数少于变量个数的条件下进行回归建模;
- ③ 偏最小二乘回归在最终模型中将包含原有的所有自变量;
- ④ 在偏最小二乘回归模型中,每一个自变量的回归系数将更容易解释.

在计算方差和协方差时,求和号前面的系数有两种取法:当样本点集合是随机抽取得到时,应该取  $1/(n-1)$ ;如果不是随机抽取的,这个系数可取  $1/n$ .

根据偏最小二乘法中的交叉有效性,回归过程提取两个成分,其预测误差平方和最小( $P = 0.0407$ ),均方根误差  $R_3 = 0.95$ .

回归方程的形式为

$$Y = -839.238 + 0.005x_1 + 250.424x_2 + 0.312x_3 - 0.0006x_4 + 0.00006x_5 - 2.624x_6 + 0.032x_7 + 0.0003x_8$$

从以上的计算实例可知,偏最小二乘回归的效果最好.因此本文选用小样本理论中的偏最小二乘回归方法用于建立我国航空发动机研制费估算模型.

## 2 研制费估算模型的建立与试算

### 2.1 建模所用的样本点

经过收集和整理,我国航空发动机技术经济数据库存入了 32 种发动机型号的数据,都是涡喷/涡扇发动机,主要是歼击机、强击机、轰炸机和教练机的动力装置.这些发动机研制的年代是从 20 世纪 50 年代到 20 世纪 90 年代,性能范围也比较宽,推重比从 3 ~ 8<sup>[13]</sup>.基本反映了我国航空发动机研制、生产的全貌,详见表 3.

表 3 国内航空发动机统计表

Table 3 Domestic aero engine statistics table

研制年代	型号
20 世纪 50 年代	HQ-2, PF-1, P-5, WP-5 甲, WP-6
20 世纪 60 年代	WP-6 甲, WP-6 乙, WP-7, WS-5 WP-7 甲 03, WP-6 甲 08, WP-7 甲, WP-7 甲 05, WP-7 乙, WP-7 乙 B, WP-7 乙 C, WP-7 乙 C03, WP-8, WS-6, WS-6 甲, WS-8, WS-9, 中推
20 世纪 70 年代	WP-13, WP-13AII, WP-13F, WP-13FI, WP13III, WP-7 乙 III
20 世纪 80 年代	WP-13B, FWP-14, FWS10
20 世纪 90 年代	

### 2.2 模型结构与自变量的选择

进行建模工作之前,比较重要的问题是模型结构的确定和自变量的选择.

参数方程的结构直接影响到预测模型的精度和预测未来发动机费用的准确性.国内外相关研究经验表明,航空发动机研制费估算模型的结构大多采用部分参数对数方程或全部参数对数方程<sup>[14]</sup>.考虑到我国发动机技术、经济数据的自然规律以及偏最小二乘回归的特点和原理,本文采用的参数方程为全部参数对数方程,即

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + \dots$$

除数据以外,影响估算模型精度的另一个关键是自变量的选择<sup>[15]</sup>.在参数方程中,费用为因变量,主要的发动机技术指标为自变量.影响发动机研制费的技术指标很多,但考虑模型的可用性和简便性,不可能将所有的技术指标都选作自变量,需要选取对费用影响最大的部分技术指标作为自变量.美国兰德公司的研究表明,发动机推

力、发动机重量、涡轮进口温度、原型机数量以及研制年代(或完成时间)等因素对发动机的研制费影响最大<sup>[16]</sup>.

通过对国内外相关研究成果的研究,发现以下发动机技术参数对发动机的研制费影响较大,分别是:最大设计马赫数  $Ma$  (无量纲),加力推力  $x_1$  (N),军用推力  $A$  (N),加力耗油率  $x_6$  ((kg/N)/h),军用耗油率  $B$  ((kg/N)/h),发动机推重比  $D$  (N/kg),设计空气流量  $x_8$  (kg/s),风扇压比  $E$  (无量纲),总增压比  $F$  (无量纲),涡轮进口温度  $x_3$  (K),最大直径  $G$  (mm),总长度  $H$  (mm),发动机净重  $x_4$  (kg),发动机翻修寿命  $I$  (h),原型机数量  $J$  (台),完成时间  $x_7$  (季度数),继承系数  $K$  (无量纲).其中,完成时间是一个日历型变量,不能直接对其进行数值计算.对于我国的实际情况,首先必须把日历变量转变成数值量,具体办法是将完成时间全部转换成距离 1952-01-01 的季度数.之所以把 1952-01-01 作为起始点,是因为考虑我国航空工业是从修理起步的,1951 年 12 月是我国自行修理的第一批涡喷发动机通过合格试车的时间<sup>[17]</sup>.研制继承系数是指所研制的发动机继承以前的发动机技术的比例(见表 4),它反映了新技术采用的多少,也能反映现有的结构工艺超前的储备量.

表 4 研制继承性系数表

Table 4 Development inheritance coefficient table

序号	研制发动机改进改型情况	继承性系数/%
1	在世界范围内没有相似型号的新发动机	15
2	在国内航空发动机中没有相似的新发动机	25
3	在本发动机设计局内没有相似的新发动机	35
4	在本发动机设计局内已有相似的新发动机	45
5	有工艺储备的燃气发生器主要部件有加大结构改变的发动机	55
6	已批生产发动机主要组件结构有显著更改的型号	65
7	批生产发动机主要组件结构有明显更改的型号	75
8	批生产发动机不明显的改进型号	85
9	批生产航空发动机用于其他飞行器	95

选择自变量的原则是:①在设计 and 研制初期易于确定的参数;②对研制费的影响较大;③自变量之间的相关关系较小;④在估算发动机研制费时,自变量必须是确定的数值<sup>[18]</sup>.

选择说明性变量时,主要依据统计回归中的自变量相关关系、自变量与因变量相关关系分析和偏最小二乘回归中的自变量投影重要性(VIP, Variable Importance for Projection)进行分析.其中,VIP 指标越高代表该变量对研制费的影响越大<sup>[19]</sup>.分析结果如图 1、表 5 所示.

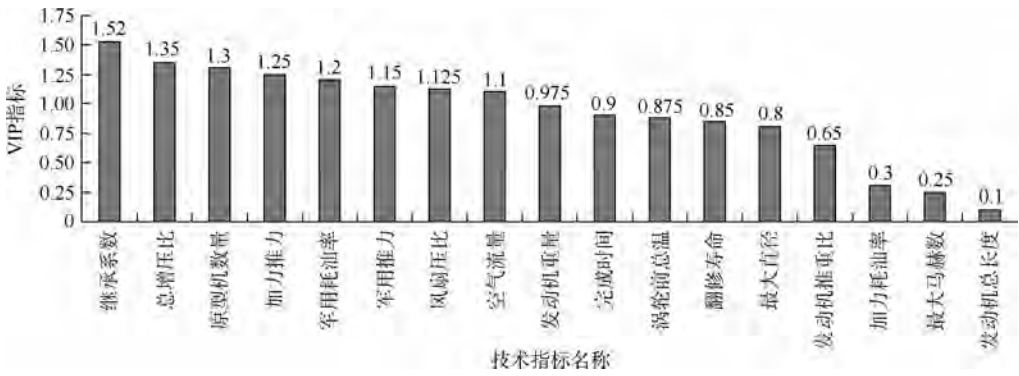


图1 变量投影重要性柱状图

Fig.1 Variable importance projection histogram

表5 自变量相关关系表

Table 5 Variables correlative table

变量	Y	Ma	x	A	x <sub>6</sub>	B	D	x <sub>8</sub>	E	F	x <sub>3</sub>	G	H	x <sub>4</sub>	I	J	x <sub>7</sub>	K
Y	1.00																	
Ma	0.17	1.00																
x <sub>1</sub>	0.67	0.32	1.00															
A	0.60	0.43	0.97	1.00														
x <sub>6</sub>	-0.23	0.72	-0.08	0.08	1.00													
B	-0.67	0.16	-0.70	-0.55	0.50	1.00												
D	0.36	0.89	0.43	0.48	0.51	-0.15	1.00											
x <sub>8</sub>	0.61	-0.19	0.84	0.72	-0.55	-0.85	-0.01	1.00										
E	0.56	0.12	0.74	0.68	-0.07	-0.85	0.38	0.65	1.00									
F	0.70	0.44	0.81	0.78	-0.01	-0.75	0.67	0.58	0.87	1.00								
x <sub>3</sub>	0.45	0.69	0.63	0.71	0.37	-0.32	0.79	0.20	0.64	0.85	1.00							
G	0.37	-0.33	0.66	0.57	-0.35	-0.64	-0.24	0.83	0.56	0.34	0.10	1.00						
H	-0.04	0.07	-0.08	0.07	0.34	0.23	-0.07	-0.20	-0.04	-0.14	0.02	-0.22	1.00					
x <sub>4</sub>	0.53	-0.18	0.84	0.77	-0.40	-0.68	-0.13	0.93	0.57	0.48	0.21	0.86	-0.04	1.00				
I	0.40	-0.14	0.71	0.63	-0.30	-0.60	0.01	0.78	0.48	0.41	0.23	0.76	-0.11	0.78	1.00			
J	0.56	0.40	0.32	0.34	0.06	-0.17	0.51	0.10	0.24	0.52	0.64	0.02	-0.18	0.04	0.11	1.00		
x <sub>7</sub>	0.52	0.66	0.70	0.70	0.10	-0.34	0.77	0.38	0.36	0.70	0.71	0.06	-0.17	0.31	0.43	0.58	1.00	
K	-0.69	0.20	-0.32	-0.26	0.25	0.57	0.02	-0.40	-0.53	-0.46	-0.25	-0.35	-0.16	-0.36	-0.30	-0.50	-0.03	1.00

按照偏最小二乘法中的VIP指标划分方法，VIP ≥ 1的自变量是首选的变量，VIP ≤ 0.5的变量是可以考虑剔除的自变量，而介于两者之间的自变量需要再结合自变量之间的相关关系进行筛选。

从图1、表5可以看到：17个自变量对研制费的解释能力分为3类，其中VIP ≤ 0.5的自变量有3个（加力耗油率x<sub>6</sub>、最大马赫数Ma、发动机总长度H），这3个自变量与研制费的相关系数也比较小，都在0.3以下，可以剔除；VIP ≥ 1的自变量有8个（继承系数K、总增压比F、原型机数量J、加力推力x<sub>1</sub>、军用耗油率B、军用推力A、风扇压比E、设计空气流量x<sub>8</sub>），这8个自变量中只有原型

机数量和风扇压比与研制费的相关系数在0.6以下，原型机数量与其他自变量的相关系数较小，都在0.6以下，可以保留；风扇压比与军用耗油率、总增压比这2个解释性比较强的变量相关关系较强，相关系数在0.8以上，可以剔除；0.5 < VIP < 1的自变量有6个（发动机净重x<sub>4</sub>、完成时间x<sub>7</sub>、涡轮前温度x<sub>3</sub>、翻修寿命I、最大直径G、发动机推重比D），这6个自变量中发动机推重比、完成时间、翻修寿命都对研制费有独立的解释能力，与其他自变量的相关关系都较弱，可以保留，最大直径与发动机净重之间存在较强的相关关系，而相对来说，发动机净重对研制费的解释能力更强，宜保留这一技术指标。

基于以上考虑,再结合上百次的试算,本文选取了发动机加力推力、发动机军用推力、发动机军用耗油率、发动机设计空气流量、发动机总增压比、涡轮进口温度、发动机净重、发动机翻修寿命、原型机数量、完成时间、研制继承系数、发动机推重比这 12 个变量作为自变量。

### 2.3 估算模型的建立

模型结构和自变量选取完毕后,需要对选取的样本点进行特异点筛选. 使用偏最小二乘法对样本进行筛选,发现不存在特异点. 因此,模型的拟合效果是理想的,不需要剔除样本. 按照偏最小二乘法计算要求,在对样本点进行拟合前,需要选取能够代表所有自变量的主成分,从 1 个主成分开始试算,直到主成分的累计解释能力能够达到 0.8 以上时为止. 根据交叉有效性指标,研究中选择到第 2 个偏最小二乘回归主成分时的解释能力达到 0.8 以上,可以满足建模的需要,在回归计算时选取两个主成分即可。

根据偏最小二乘方法的回归计算,利用这 12 个自变量建立的研制费估算模型如下:

$$\ln Y = a_0 + a_1 \times \ln x_1 + a_2 \times \ln A - a_3 \times \ln B + a_4 \times \ln x_8 + a_5 \times \ln F + a_6 \times \ln x_3 + a_7 \times \ln x_4 - a_8 \times \ln I + a_9 \times \ln J + a_{10} \times \ln x_7 - a_{11} \times \ln K + a_{12} \times \ln D$$

式中,  $a_n$  为常系数;其他变量含义同上文描述。

使用模型对建模时所用的样本点进行重新拟合计算,可得选取 1 个偏最小二乘回归主成分时的拟合精度为 73.83%, 选取 2 个偏最小二乘回归主成分时的拟合精度为 86.37%, 而选取 3 个偏最小二乘回归主成分时的拟合精度为 80.17%。因此,本文选取 2 个主成分是恰当的,达到了较高的精度。

得到模型后,对建模时所用的样本点的研制费进行估算,可以得到模型拟合的效果图(如图 2 所示)。从拟合曲线图来看,模型的拟合效果比较理想。

同时,可以得到样本的估算误差柱状图(如图 3 所示),从样本的估算误差来看,模型估算的整体误差在 10% 以内。

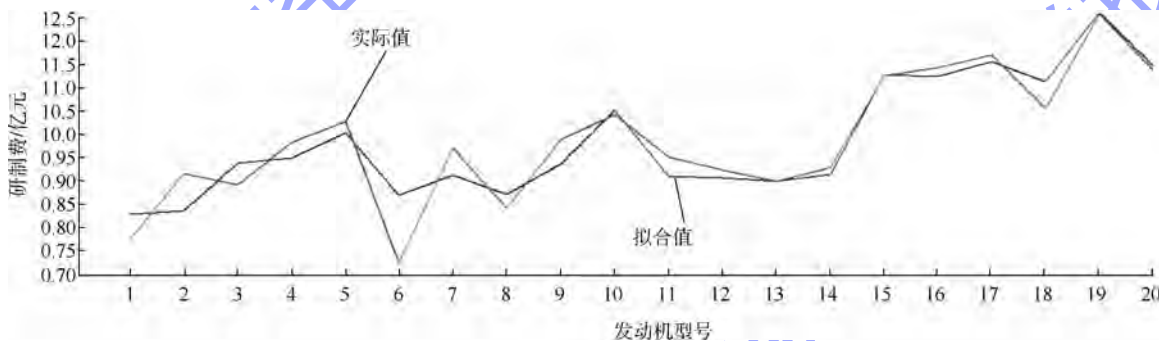


图 2 研制费实际值与拟合值的对比曲线图

Fig. 2 Development costs curves of the actual value and the fitted value

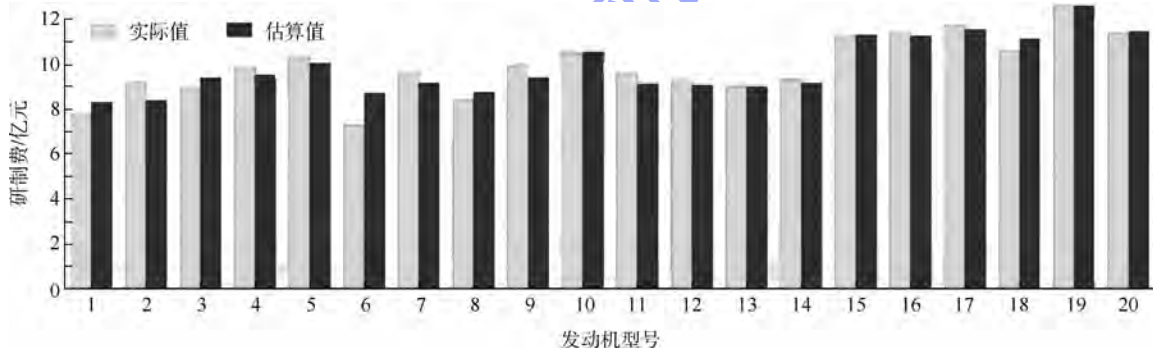


图 3 研制费实际值与估算值的对比柱状图

Fig. 3 Development costs histogram of the actual value and the estimated value

### 2.4 算例分析

国内相关研究机构、高校等单位在发动机研制费估算工作方面开展过大量的工作,形成了一

些模型. 其中研究较多的有原航空 620 所、空军工程大学与北京航空航天大学等. 但由于当时我国涡扇发动机型号较少,所形成的模型大多采用的

是涡喷发动机的样本. 随着我国涡扇发动机型号的不断增多, 而且未来我国型号发展的重点也是涡扇发动机<sup>[20]</sup>. 因此, 在建模过程中加入了新型涡扇发动机作为样本点, 所形成的模型才能更好地用于未来型号的研制费估算. 本文将研究所得的模型与其他发动机研制费估算方法进行了对比分析.

其中, 原航空 620 所在 1987 年收集了国内航空发动机技术经济数据, 选用 8 个涡轮喷气发动机样本, 选取加力推力和涡轮进口温度作为自变量, 采用线性回归的方法建立了涡轮喷气发动机研制费估算模型, 没有建立涡扇发动机的研制费估算模型.

空军工程大学在 1988 年选用 18 种涡喷、涡扇发动机型号的技术经济数据, 选取最大设计马赫数、加力推力、推重比、涡轮进口温度、翻修寿命、实际完成时间、原型机数量等 7 个技术参数作为自变量, 采用线性回归的方法建立了发动机研制费估算模型.

选取某新型涡扇发动机为研究对象, 分别采用本文方法、原航空 620 所方法和空军工程大学的方法对其研制费进行估算, 将该型号的加力推力、军用推力、军用耗油率、设计空气流量、总增压比、涡轮进口温度、净重、翻修寿命、原型机数量、完成时间、研制继承系数和推重比等参数代入本文构造的估算模型; 将该型号的加力推力和涡轮进口温度等参数代入原航空 620 所建立的模型中; 将最大设计马赫数、加力推力、推重比、涡轮进口温度、翻修寿命、实际完成时间、原型机数量等参数代入空军工程大学建立的模型中. 估算结果统一换算为 2013 年人民币币值, 如表 6 所示.

表 6 3 种方法估算精度对比

Table 6 Accuracy comparison of three estimating methods

方法	误差/%
本文方法	9.41
空军工程大学方法	-39.46
原航空 620 所方法	-49.99

计算结果表明, 用来估算某新型先进涡扇发动机的研制费, 原航空 620 所和空军工程大学的方法的误差均超出了参数法估算误差在  $\pm 30\%$  以内的要求, 而本文的方法误差在  $10\%$  以内, 可以满足型号研制初期费用估算的需求, 说明本文的方法精度较高、实用性强, 可应用于先进涡扇发动机的项目立项论证与方案设计等.

### 3 结 论

为了解决航空发动机项目立项和方案设计阶段研制费估算问题, 本文分析了小样本建模理论中的多种可用的建模方法, 从方法的成熟性和有效性角度考虑, 选择了偏最小二乘方法作为建模方法; 在进行基础数据处理、模型结构确定的基础上对多个变量进行了筛选, 分析了模型的适用性, 并确定了估算模型. 分析表明: 以选取的 12 个技术指标作为自变量所建立的发动机研制费估算模型平均误差在  $10\%$  以内, 并且对新型涡扇发动机的估算效果要优于 20 世纪 90 年的代表方法——原航空 620 所的方法和空军工程大学的方法, 可以满足工程使用的要求.

### 参考文献 (References)

- [1] 李屹晖. 军用航空发动机全寿命费用分析研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2000  
Li Yihui. Analysis and research on the life cycle cost of military aero engine [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000 (in Chinese)
- [2] Brikler J L. Development and production cost estimating relationships for aircraft turbine engines [R]. Rand N-1882-AF, 1982
- [3] 刘锦, 张海涛. 航空发动机研制费估算工作的现状与展望 [J]. 航空发动机, 2014, 40(1): 75-78  
Liu Jin, Zhang Haitao. Status and prospects of aeroengine development cost estimation [J]. Aeroengine, 2014, 40(1): 75-78
- [4] 张森, 陈永革. 基于参数法的 3 种研制费用估算模型 [J]. 四川兵工学报, 2010, 31(3): 53-56  
Zhang Sen, Chen Yongge. Three parametric model of development cost estimating [J]. Sichuan Ordnance Journal, 2010, 31(3): 53-56 (in Chinese)
- [5] Slinger W B. Engine life cycle cost [R]. AIAA 76-0754, 1976
- [6] 王如根, 曹平, 谭崇武, 等. 航空发动机全寿命费用预测模型研究 [J]. 空军工程学院学报, 1992, 12(3): 15-19  
Wang Rugen, Cao Ping, Tan Chongwu, et al. Research of life cycle cost estimating relationships of aircraft turbine engines [J]. Journal of the Air Force College of Engineering, 1992, 12(3): 15-19 (in Chinese)
- [7] 王如义. 多元线性回归中复共线问题及偏最小二乘回归分析 [D]. 成都: 西南交通大学, 2004  
Wang Ruyi. Multiple linear regression line in the complex of problems and partial least squares regression analysis [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2004 (in Chinese)
- [8] 纪秋颖, 林健. 高校生态位适宜度的数学模型及其应用 [J]. 辽宁工程技术大学学报, 2006, 25(S1): 260-262  
Ji Qiuying, Lin Jian. Niche fitness model of colleges and universities and its application [J]. Journal of Liaoning Technical University, 2006, 25(S1): 260-262 (in Chinese)
- [9] 张凤莲. 多元线性回归中多重共线性问题的解决办法探讨 [D]. 广州: 华南理工大学, 2010

- Zhang Fenglian. Multiple linear regression to explore multiple solutions to the problem of linear [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2010 (in Chinese)
- [10] 柯鹏, 杨春信, 杨雪松, 等. 重型货物空投系统过程仿真及特性分析[J]. 航空学报, 2006, 27(5): 856 - 860  
Ke Peng, Yang Chunxin, Yang Xuesong, et al. System simulation and analysis of heavy cargo airdrop system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica, 2006, 27(5): 856 - 860 (in Chinese)
- [11] 罗云宝, 侯志强, 崔坤林, 等. 基于 BP 神经网络的战斗机采购费用估算[J]. 海军航空工程学院学报, 2006, 21(4): 463 - 466  
Luo Yunbao, Hou Zhiqiang, Cui Kunlin, et al. Prediction for aircraft stock cost based on neural network[J]. Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute, 2006, 21(4): 463 - 466 (in Chinese)
- [12] 郭基联, 张恒喜, 刘晓东. 飞机机体研制费用的偏最小二乘回归分析[J]. 数量经济技术经济研究, 2001(4): 121 - 124  
Guo Jilian, Zhang Hengxi, Liu Xiaodong. Partial least squares regression analysis for airframe development cost[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2001(4): 121 - 124 (in Chinese)
- [13] 张恩和. 对我国军用航空发动机发展的思考[J]. 航空发动机, 2001, 27(3): 1 - 3  
Zhang Enhe. Reflections on China's military aero engine development[J]. Aeroengine, 2001, 27(3): 1 - 3 (in Chinese)
- [14] Curry C E. Engine life cycle cost modeling in the conceptual phase[R]. AIAA 75-1288, 1975
- [15] Nelson J R. Relating technology to acquisition costs: aircraft turbine engines[R]. R-1288-PR, 1974
- [16] 徐哲, 刘荣. 偏最小二乘回归法在研制费用估算中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2005, 35(3): 152 - 158  
Xu Zhe, Liu Rong. The application and research of PLS in estimating the cost of development in armament[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2005, 35(3): 152 - 158 (in Chinese)
- [17] 刘廷毅. 航空发动机研制全寿命管理研究及建议[J]. 航空发动机, 2012, 38(1): 1 - 6  
Liu Tingyi. Research and suggestion of lifecycle management for aeroengine development[J]. Aeroengine, 2012, 38(1): 1 - 6 (in Chinese)
- [18] 于芹章, 张福元, 艾克武, 等. 全寿命费用估算建模有关问题研究[J]. 装备指挥技术学院学报, 2003, 14(4): 18 - 21  
Yu Qinzhang, Zhang Fuyuan, Ai Kewu, et al. The related research on the problem of evaluation and model of weaponry life circle cost[J]. Journal of the Academy of Equipment Command & Technology, 2003, 14(4): 18 - 21 (in Chinese)
- [19] 李波, 许诚, 王君珺. 导弹武器系统采办费用估算有关问题分析[J]. 海军航空工程学院学报, 2006, 21(5): 585 - 588  
Li Bo, Xu Cheng, Wang Junjun. Analysis on estimates related problems in acquisition cost of missile weapon system[J]. Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute, 2006, 21(5): 585 - 588 (in Chinese)
- [20] 胡晓煜. 未来军用航空发动机展望[J]. 国际航空, 2005(5): 54 - 56  
Hu Xiaoyu. The future of military aero engine[J]. International Aviation, 2005(5): 54 - 56 (in Chinese)

# 无槽圆筒型永磁直线作动器绕组分布特性实验

黄旭珍

(南京航空航天大学 江苏省新能源发电与电能变换重点实验室, 南京 210016)



李立毅

(哈尔滨工业大学 电磁与电子技术研究所, 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 将无槽圆筒型永磁直线电机用作飞行器姿态控制直线作动器. 研究了圆环形无槽绕组分布系数, 建立了其轴向分布系数计算模型, 该模型考虑相间绝缘厚度的影响. 比较研究了单极性圆环形绕组和双极性圆环绕组的分布特性, 得到了相间绝缘厚度对这两种绕组结构绕组因数的影响规律. 研制了无槽圆筒型直线作动器样机, 测试和计算得到的空载反电势波形吻合, 验证了理论研究的有效性. 对作动器推力、动态等特性进行了测试论证, 结果表明, 该直线作动器具有电枢反应小、响应速度快等优点.

**关键词:** 永磁电机; 直线电机; 作动器; 无槽; 绕组因数

**中图分类号:** TM 359.4

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1526-05

## Winding distribution characteristic of slot-less tubular permanent magnet linear actuator and its experiment

Huang Xuzhen

(Jiangsu Key Laboratory of New Energy Generation and Power Conversion,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Li Liyi

(Institute of Electromagnetic and Electronic Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The slot-less tubular permanent magnet linear motor was selected as a linear actuator using for the attitude control of aircraft. The winding distribution factor of the annular slot-less winding was researched. The model of the winding factor distributing along the axis that considered the influence of the phase-to-phase insulation was established. The winding distribution characteristics of the single-polar and bipolar windings were compared. The influence of the phase-to-phase insulation on the winding distributions for these two windings was expounded. A slot-less tubular linear actuator prototype was manufactured. The tested and calculated no-load electromotive force (EMF) waves were consistent, which verified the validity of the theoretical study. And the thrust and dynamic response characteristics were tested. The results reflect that the linear actuator is with the advantages of small armature reaction and quick dynamic response speed.

**Key words:** permanent magnet motor; linear motor; actuator; slot-less; winding factor

目前, 中小功率的飞行器作动器, 普遍采用旋  
转电机加滚珠丝杠等中间转换机构的方案, 该方

案具有无油液泄漏、结构简单、功率密度高等优  
点<sup>[1-2]</sup>. 但是由于采用复杂中间传动机构存在传

动间隙、回程差等非线性因素,而且机械传统机构的响应时间远高于电器元件,使得系统的动态性能及控制精度的提高受到了一定的限制.而直线电机可以直接输出直线运动,是一种直接驱动系统,有利于实现高动态、高精度运动控制.

近年来,对直线电机的研究成为热点,直线电机在航空航天飞行器上的应用,受到越来越多的关注.多种采用直线电机的电力作动器概念被提出及研究,包括隔振系统、阀门控制、机翼控制、舵面控制等,简述如下:在飞机、航天器上的精密仪器,需要低振动低噪声的工作环境,因此振动隔离装置或系统就成为飞行器上的不可或缺的系统,这些隔振系统对作动器提出了体积小、质量轻、高加速度、快速响应等性能要求,在此类隔振系统中,多种直线电机被用作作动器.如意大利的 Del Vecchio 等人在天文望远镜的平台上采用了内嵌永磁体圆筒型同步直线电机作为作动器<sup>[3]</sup>;在多种隔振平台中采用高动态音圈直线电机作为作动器<sup>[4-7]</sup>;将双边平板型永磁同步电机作为发动机阀门控制的作动器<sup>[8]</sup>;具有三维磁路的多气隙永磁直线电机被提出并研究应用于飞机起落架的控制<sup>[9-10]</sup>.可见,在各种机电作动器中,直线电机的应用越来越多,各种新型直线电机拓扑结构受到广泛关注.

在各种直线电机结构和拓扑中,圆筒型永磁直线电机具有无横向铁心端部、绕组利用率高、推力密度大、无单边磁拉力等优点<sup>[11-12]</sup>.而采用无槽绕组结构,克服了齿槽力的影响,电枢反应小,使电机更容易实现高精度、高动态性能指标<sup>[13-14]</sup>.本文提出将无槽圆筒型永磁直线电机用于飞行器姿态控制作动器,分析研究无槽圆筒型永磁直线作动器绕组的分布特性,阐明相间绝缘厚度的影响,并比较不同绕组结构的作动器的绕组因数.研制无槽圆筒型永磁直线作动器样机,进行反电势、推力以及动态响应特性的实验研究,以论证此类作动器在性能上的优势及应用中的潜力.

## 1 无槽直线作动器的绕组特性

无槽圆筒型永磁直线作动器的结构如图 1 所示,其次级上环形永磁体和环形导磁铁心依次套装在非导磁轴上.初级上,绕制成圆环形的线饼按照一定的相序排列,并套装在初级铁心内筒.

### 1.1 相间绝缘的影响分析

图 2 所示的虚槽绕组结构中,每个圆环形绕组及其绝缘所在区域形成一个虚槽,绕组内圆为

强度较高的绝缘骨架材料,每两个圆环形线圈之间是相间绝缘,圆环形线圈与定子铁心之间是主绝缘.常规电机的槽内绝缘的厚度比较薄,但是对于无槽结构的电机省去了齿部,为增强绕组强度,不但需要在面向气隙的绕组内圆采用较厚的绝缘骨架,而且在虚槽之间的相绝缘也采用较厚且强度较好的绝缘材料,甚至在相间绝缘之间插入薄的非导磁的金属材料作为绕组骨架,以提高无槽绕组的强度.而这些虚槽之间的绝缘或金属材料,占据了一定的相角,会影响无槽绕组的分布特性.可见无槽圆筒型直线电机绕组轴向分布具有特殊性.

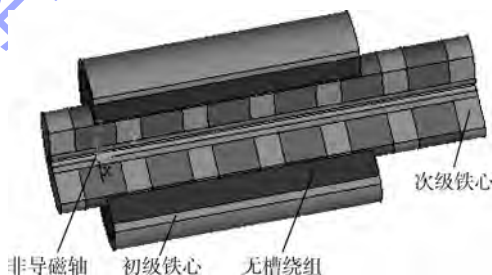


图 1 无槽圆筒型直线作动器的结构示意图

Fig. 1 Structure of slot-less tubular linear actuator

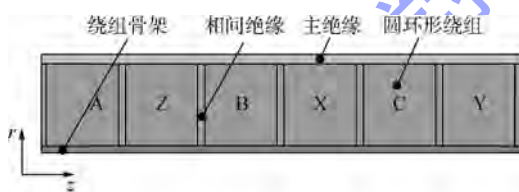


图 2 单元电机的无槽绕组截面图

Fig. 2 Section view of slot-less windings of unit motor

绕制的虚槽内圆环形绕组如图 3 所示,对于虚槽绕组,尽可能使绕组排列规整,不但利于减小绕组长度,降低电阻值,提高槽满率,而且由于绕组所在位置等效于有效气隙,因此减小绕组径向厚度,有利于减小主磁路的磁阻,从而提高磁负荷及电机的推力密度.



图 3 单个圆环形绕组

Fig. 3 Single annular winding

因此,如果单个虚槽对应的电角度为  $\alpha$ ,对于槽宽为  $b_s$ ,相间绝缘(或者骨架)宽  $b_i$  的虚槽绕组,虚槽内实际绕组所占的电角度为

$$\alpha' = \frac{b_s - b_i}{b_s} \cdot \alpha \quad (1)$$

### 1.2 虚槽绕组轴向分布因数计算

对于此类排列规整的无槽绕组,在对其分析计算时,可以合理地将单个虚槽内的绕组等分为  $n$  份,如图 4 所示。

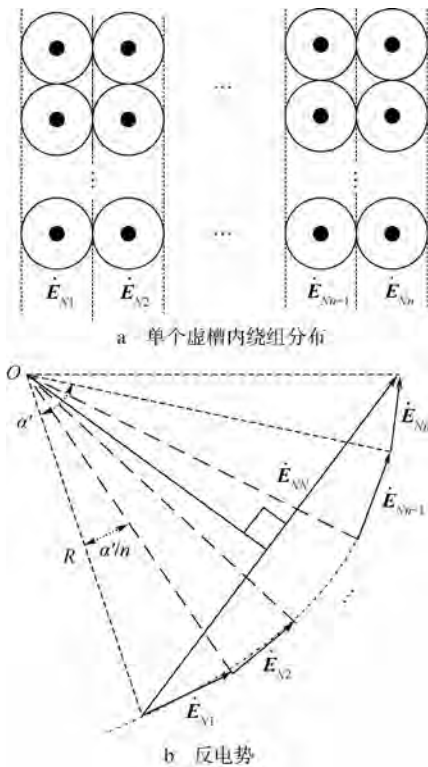


图 4 单个虚槽内绕组的反电势

Fig. 4 Back EMF of windings in single virtual slot

考虑到相间绝缘或非导磁这  $n$  份绕组产生的反电势可以分别表示为  $\dot{E}_{N1}, \dot{E}_{N2}, \dots, \dot{E}_{Nn-1}, \dot{E}_{Nn}$ , 它们的有效值相等,但是相位相差  $\alpha'/n$ ,即

$$\begin{aligned} \dot{E}_{N1} &= E_N \angle \theta \\ \dot{E}_{N2} &= E_N \angle (\theta + \alpha'/n) \\ &\vdots \\ \dot{E}_{Nn-1} &= E_N \angle (\theta + \alpha' - \alpha'/n) \\ \dot{E}_{Nn} &= E_N \angle (\theta + \alpha'). \end{aligned}$$

整个虚槽内绕组的反电势应该等于上述各相量之和  $\dot{E}_{NN}, \dot{E}_{NN}$  可表示如下:

$$\dot{E}_{NN} = \sum_{k=1}^n \dot{E}_{Nk} \quad (2)$$

当这  $n$  份绕组反电势的有效值相等时,上述无槽 TPMLM 基波的虚槽内轴向绕组分布因数  $K_{ds}$ ,可以表示为

$$K_{ds} = \frac{E_{NN}}{n E_{Nk}} = \frac{\sin \frac{\alpha'}{2}}{\sum_{k=1}^n \sin \frac{\alpha'}{2n}} \quad (3)$$

式中,  $E_{NN}$  和  $E_{Nk}$  分别为绕组反电势  $\dot{E}_{NN}$  和第  $k$  份绕组的反电势  $\dot{E}_{Nk}$  的有效值。

对式(3)有两种计算方法:

1) 如果虚槽内绕组排列整齐,轴向每层导体数可以确定,且为  $n = M$ ,则有

$$K_{ds} = \frac{E_{NN}}{ME_{Nk}} = \frac{\sin \frac{\alpha'}{2}}{M \cdot \sin \frac{\alpha'}{2M}} \quad (4)$$

2) 如果绕组散下线,可以取  $n \rightarrow \infty$ ,对式(3)取极限,有

$$K_{ds} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{\alpha'}{2}}{n \cdot \sin \frac{\alpha'}{2n}} = \frac{\sin \frac{\alpha'}{2}}{\frac{\alpha'}{2}} \quad (5)$$

此外,一个极下同相的无槽圆环形线圈在不同虚槽内也存在分布特性,该分布特性与旋转电机和平板型直线电机的相同,因此其虚槽内的绕组分布因数  $K_{d1}$  的计算方法也同于旋转电机和平板型直线电机。

### 1.3 单极性绕组和双极性绕组

由于圆筒型永磁直线电机位于一个虚槽内的单个圆环形绕组即构成一个有效绕组元件,因此还可以采用单极性绕组,如图 5 所示,与双极性绕组由 A-X, B-Y, 和 C-Z 组成不同,它只包含 A, B, C 绕组<sup>[15]</sup>。

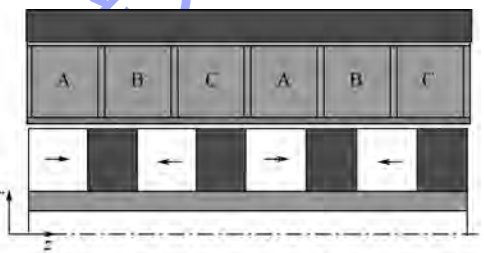


图 5 单极性绕组结构单元电机

Fig. 5 Unit motor with single-polar windings

对于圆筒型永磁直线电机,单极性绕组和双极性绕组的节距因数均为 1,但是由于虚槽内轴向绕组分布因数不同,电机的绕组因数不同,当电机的极距相等时,表 1 列出不同相间绝缘骨架厚度时的绕组因数。

所以,对于无槽圆筒型永磁直线电机,在不影响虚槽内绕组匝数的情况下,适当增加相间绝缘骨架的厚度,对绕组因数的影响并不大。而对于有槽圆筒型永磁直线电机,上述双极性绕组和单极性绕组的绕组因数相同。

表 1 不同相间绝缘骨架厚度时的绕组因数

Table 1 Winding factor of the motor with different phase insulation thickness

相间绝缘骨架厚度/mm	双极性绕组因数	单极性绕组因数
0.25	0.9577	0.8318
0.5	0.9601	0.8364
0.75	0.9624	0.8409
1	0.9627	0.8454
1	0.9627	0.8454

图 6 为两种绕组所对应的空载反电势曲线. 双极性绕组和单极性绕组的空载反电势基波幅值分别为 40.15 和 33.79 V, 计算结果与绕组系数计算结果相符, 这也验证了虚槽内轴向绕组分布因数的合理性.

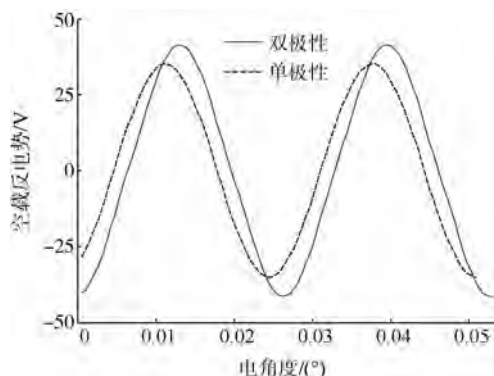


图 6 空载反电势波形  
Fig. 6 No-load back EMF wave

为提高电机的推力, 常选用绕组因数高的绕组方案. 但是当电机极距较小时, 单极性绕组的宽度是双极性绕组的两倍, 槽数减半, 绕组的绕制及接线工艺简化, 利于提高槽满率, 此时, 综合考虑绕组因数、绕组工艺、槽满率等, 单极性绕组也是一可行的绕组方案.

## 2 圆筒型直线作动器的实验研究

研制了无槽圆筒型直线作动器样机, 样机由初级组件、次级组件和支撑结构组成, 采用图 2 所示的绕组结构, 并将样机安装在模拟喷管装置上, 进行了论证实验, 如图 7 所示.

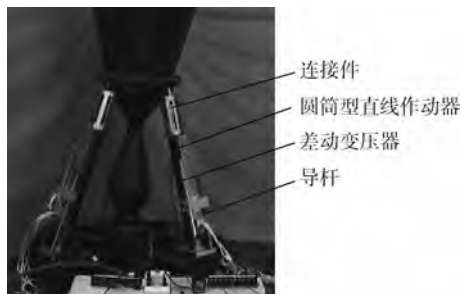
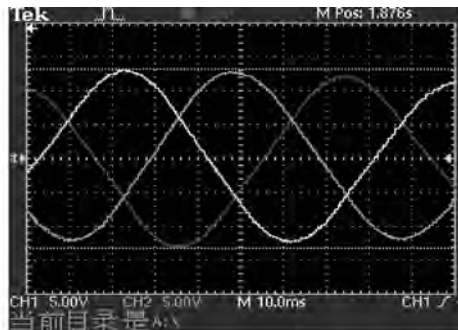


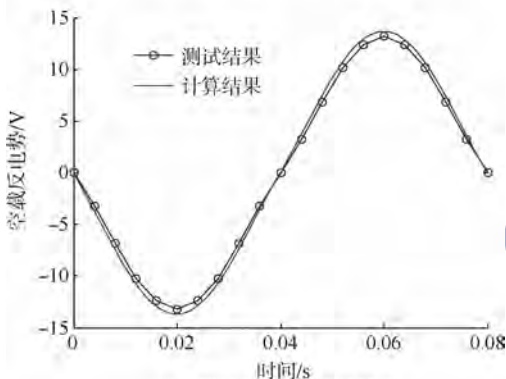
图 7 无槽圆筒型直线作动器样机

Fig. 7 Prototype of the slot-less tubular linear actuator

对样机进行了反电势、推力及动态性能测试. 测得的反电势波形如图 8 所示. 电机的反电势波形正弦性较好, 三相绕组对称, 与有限元仿真计算结果基本相符, 其峰值略低, 这与定子铁心开引线槽、加工装配误差等有关.



a 测试三相绕组的反电势波形



b 测试和计算反电势波形

图 8 测试空载反电势波形

Fig. 8 Tested no-load back EMF waves

采用压力传感器对电机进行静态推力测试. 在给定定子位置下, 通过驱动控制器控制给定绕组电流, 使三相绕组加载  $q$  轴电流, 图 9 为测得样机的推力-电流曲线. 从曲线中可见, 计算和测量电磁推力随电流基本相符, 都呈线性变化趋势. 可见当负载变化时, 作动器电枢反应较小, 该作动器在负载变化大的应用中具有明显的优势.

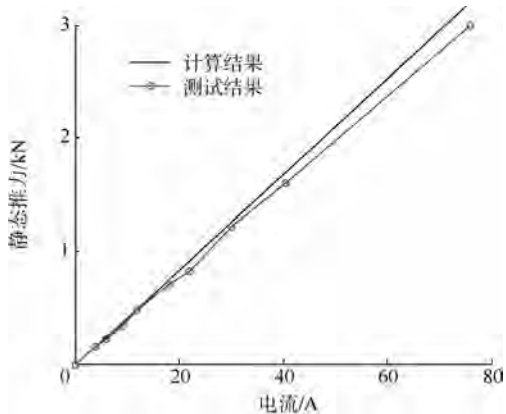


图 9 平均推力随相电流变化曲线

Fig. 9 Average thrust vs phase current

通过信号发生器给定正弦波位置信号,经直接驱动伺服控制,作动器的初级跟随给定信号做往复直线运动,从而驱动喷管摆动.图10为测得的单通道作动器系统位置动态响应曲线,此时作动器的动子位置围绕零初始位置变化,幅值为 $\pm 3\text{ mm}$ ,频率为 $32\text{ Hz}$ ,从图中可见跟踪信号和给定信号的相角差较小,小于 $35^\circ$ ,可见系统具有良好的动态响应跟踪性能.

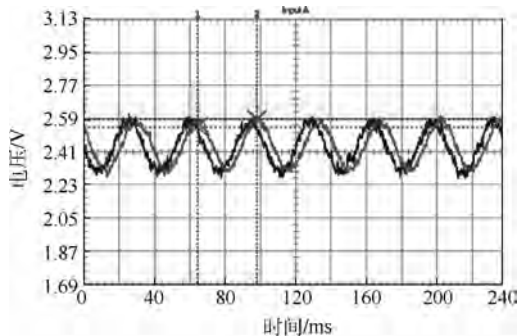


图10 单通道直线作动器的位置响应波形

Fig. 10 Positioning response wave of single channel linear actuator

### 3 结论

1) 本文研究了用于作动器的无槽圆筒型直线电机的绕组分布特性,给出了其轴向绕组分布因数的两种计算方法.

2) 比较得到了考虑相间绝缘的双极和单极绕组的绕组因数的规律,指出随着槽绝缘宽度增加,两种绕组的绕组因数均略有增大.

3) 研制了采用无槽圆筒型直线作动器样机,并进行了在模拟负载台上的论证,推力测试结果表明该作动器的推力随电流呈线性变化趋势,电枢反应小.动态响应测试的结果表明,该圆筒型直线作动器的动态响应速度快,且跟踪精度较高.

#### 参考文献 (References)

[1] 郝振洋,胡育文,黄文新. 电力作动器中永磁容错电机及其控制系统的发展[J]. 航空学报,2008,29(1):65-74  
Hao Zhenyang, Hu Yuwen, Huang Wenxin. Development of fault tolerant permanent magnet machine and its control system and its control system in electromechanical actuator[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(1): 65-74 (in Chinese)

[2] 郝振洋,胡育文,黄文新. 电力作动器中永磁容错电机的电感和谐波分析[J]. 航空学报,2009,30(6):1063-1069  
Hao Zhenyang, Hu Yuwen, Huang Wenxin. Analysis of inductance and harmonics of fault tolerant permanent magnet machine in EMA [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(6): 1063-1069 (in Chinese)

[3] Del Vecchio C, Riccardi A, Marignetti F. Linear motors for astronomical mirrors[C]//IEEE Industry Applications Society Annu-

al Meeting, 2008, IAS' 08. Piscataway, NJ: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2008: 1-8

[4] 崔龙, 黄海. 大行程 Hexapod 平台及其隔振实验[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(6): 671-675  
Cui Long, Huang Hai. Large-stroke Hexapod platform and its vibration isolation test [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(6): 671-675 (in Chinese)

[5] 崔龙, 黄海. 行程 Hexapod 隔振平台作动器研制与性能实验[J]. 机械科学与技术, 2009, 28(12): 1643-1647  
Cui Long, Huang Hai. Design and performance test of large-stroke vibration isolation for a Hexapod platform actuator [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2009, 28(12): 1643-1647 (in Chinese)

[6] 陈照波, 吕俊超, 焦映厚. 音圈电机驱动的双层主动隔振系统设计及仿真[J]. 噪声与振动控制, 2012(5): 26-30  
Chen Zhaobo, Lü Junchao, Jiao Yinghou. Design and simulation of double-stage active vibration isolation system based on voice coil motor [J]. Noise and Vibration Control, 2012(5): 26-30 (in Chinese)

[7] 贾鹏霄. 基于音圈电机的主动隔振系统研究[D]. 北京: 北京林业大学, 2010  
Jia Pengxiao. The study on active vibration isolation system based on voice coil motor [D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2010 (in Chinese)

[8] Seeffen B, Liu S, Paolo M. Design and control of an electromagnetic valve actuator [C]//Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2006: 1657-1662

[9] Enrici P, Dumas, Matt D. Impact of the assembly constraints on a multi-air gap linear motor [C]//2012 International Conference on Electrical Machines. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2012: 1322-1327

[10] Ziegler N, Matt D, Jae J. et al. High force linear actuator for an aeronautical application. association with a fault tolerant converter [C]//International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics and Electromotion ACEMP' 07 and Electromotion' 07 Joint Conference. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2007: 76-80

[11] Bianchi N, Bolognani S, Corti D, et al. Tubular linear permanent magnet motors: an overall comparison [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2003, 39(2): 466-475

[12] Urban C, Günther R, Nagel T, et al. Development of a bendable permanent-magnet tubular linear motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2012, 48(8): 2367-2373

[13] Bianchi N. Analytical field computation of a tubular permanent-magnet linear motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2000, 36(5): 3798-3801

[14] Liu X, Ye Y Y, Zheng Z, et al. A novel tubular permanent magnet linear synchronous motor used for elevator door [C]//Proceeding of International Conference on Electrical Machines and Systems. Piscataway, NJ: Inst of Elec and Elec Eng Computer Society, 2007: 801-804

[15] Wang J B, Wang W Y, Atallah K, et al. Design considerations for tubular flux-switching permanent magnet machines [C]//IEEE Transactions on Magnetics Piscataway, NJ: IEEE, 2008, 44(11): 4026-4032

# 150 kV/30 kW 逆变式电子束焊接高压电源设计

张 伟 杜慧聪 齐铂金\* 许海鹰

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191) (中国航空工业集团公司 北京航空制造工程研究所, 北京 100024)

**摘 要:** 针对 150 kV/30 kW 电子束焊接高压电源高电压、大功率输出的要求, 低压电路采用 IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) 逆变隔离直流电源与逆变全桥串联的主电路拓扑, 高压电路由 3 组升压变压器与 10 倍压整流电路的串联结构并联组成; 设计了高压采样电路、束流采样电路, 以及双闭环控制电路. 基于上述技术, 实现了 150 kV/30 kW 高电压大功率输出. 实验结果表明高压加速电源的输出线性度和束流输出线性度较好, 同时高压稳定性和束流稳定性均在 0.5% 左右, 能够满足电子束焊接的要求.

**关键词:** 电子束焊接; 高压电源; 逆变; 高频变压器; 倍压整流

**中图分类号:** TG 439.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2014)11-1531-06



## 150 kV/30 kW inverter for electron beam welding power supply design

Zhang Wei Du Huicong Qi Bojin\*

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Xu Haiying

(Beijing Aeronautical Manufacturing Technology Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Beijing 100024, China)

**Abstract:** With the consideration of characteristics of high voltage and high power output of 150 kV/30 kW power supply of electron beam welding (EBW), low-voltage circuit was designed to be composed of insulated gate bipolar transistor (IGBT) isolated DC power supply and full bridge inverter in series, and high-voltage circuit was paralleled by three groups of high-voltage transformer with 10 times voltage doubling rectifier circuit in series. At the same time, high voltage sampling circuit, electron beam current sampling circuit, and dual closed-loop control circuit were proposed. Based on the above technologies, the 150 kV/30 kW electron beam welding power supply was successfully developed. Experimental results show that the linearity of output voltage and output beam current of high-voltage accelerating power supply is excellent, the stability of output voltage and output beam current of high-voltage accelerating power supply is about 0.5%, which could satisfy the EBW requirements.

**Key words:** electron beam welding (EBW); high-voltage power supply; inverter; high frequency transformer; voltage doubling rectifier

真空电子束焊接技术具有能量密度高、焊缝深宽比大、热影响区小等优点, 在航空、航天、兵器 and 船舶等国防工业及民用工业领域得到了广泛的应用. 真空电子束焊接技术的关键在于如何获得稳定的电子束流输出, 除了电子枪结构、真空度的

影响外, 高压电源对束流的稳定性影响尤为显著. 针对三极电子枪配套的高压电源, 主要包括高压加速电源、灯丝加热电源和栅极偏压控制电源, 是电子束焊接的动力装置, 其技术水平的高低直接影响到电子束焊接设备的整体水平<sup>[1-2]</sup>.

电子束焊接高压电源技术自 20 世纪 50 年代以来,主要经历了 3 个发展阶段,即工频变压器、中频发电机组、高频开关式电源. 在每个发展阶段,设备性能都得到了很大提高,尤其是开关式高压电源,其高压调节范围更广、输出纹波更小、束流控制精度更高,设备体积更小.

德国 SST 公司生产的高压电子束焊接设备的高压电源输出最高工作电压可达 150 kV,最大束流 400 mA;国外其他电子束焊接设备生产厂家如德国 PTR、法国 TECHMETAR、英国 CVE、乌克兰 PATON 也均有成熟的 60 kV 和 150 kV 高压大功率逆变电源 ( $\geq 30$  kW).

目前,国内在电子束焊接方面技术最成熟的仍然是中频机组方式高压电源;在高频逆变电源方面,已经积极开展研究,并得到了一定范围的应用,北京航空制造工程研究所、桂林实创、北京中科等均有 60 kV 高压逆变电源,但功率均未超过 30 kW,而且在稳定性和可靠性方面与国外同类技术相比仍存在一定的差距,特别是对用于大厚度焊接结构的 150 kV 电子束焊接高压电源的研究报道就更少<sup>[1-4]</sup>.

本文采用绝缘栅双极晶体管 (IGBT, Insulated Gate Bipolar Transistor) 逆变技术,研制了一套先进的 150 kV/30 kW 逆变式电子束焊接高压电源. 详细地分析了电子束焊接高压电源的构成,重点讨论了逆变式高压电源的主电路拓扑,设计了高压变压器、倍压整流电路、高压采样电路、束流采样电路,以及内外环结合的负反馈控制电路,实现了稳定的高电压和束流输出.

### 1 高压电源的构成

所研制的 150 kV 电子束焊接系统的基本组成如图 1 所示<sup>[5-10]</sup>.

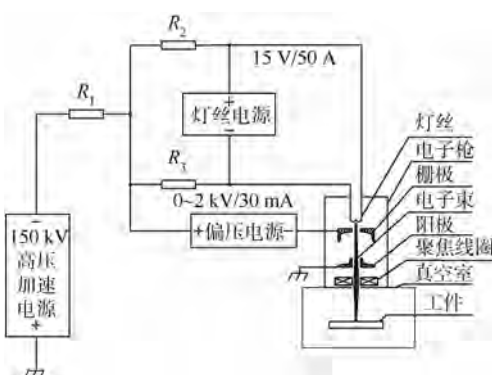


图 1 电子束焊接高压电源系统的组成  
Fig. 1 High voltage power supply system of electron beam welding

在图 1 中,三级真空电子枪安装在真空室上,待焊工件放在真空室内. 150 kV 高压加速电源的正极连接至电子枪的阳极,负极通过限流电阻  $R_1, R_2$  和  $R_3$  后,分别与灯丝加热电源的正极、负极相连接,然后再连接至阴极(灯丝),从而在电子枪阴极和阳极之间提供一个 150 kV 的电子加速电压;栅极偏压电源与高压电源串联后,其负极连接至电子枪的栅极.

灯丝加热电源主要作用是加热灯丝并使其发射电子,所发射的大量电子经过高压电场的加速,再经过电子枪的聚焦线圈聚焦后,去轰击工件,电子束大量的动能转化为热能,使工件轰击位置熔化,形成熔池,从而实现对工件的焊接. 栅极偏压电源的主要作用是在电子枪的阴极和栅极之间提供栅偏压,用来控制和调整电子束束流的大小,它的原理是在阴极和栅极之间加一个负偏压,通过调节负偏压的大小来调节电子束流的大小. 其中,加速电压调节范围:  $-90 \sim -150$  kV;栅极偏压电源输出电压范围  $-100 \sim -2\ 500$  V,最大电流 30 mA;灯丝电源用来加热灯丝产生电子,输出电流  $0 \sim 50$  A 可调,输出电压 12 V.

由于高压电源的加速电压高达  $-150$  kV,电子枪内的金属蒸汽、绝缘油中的杂质等都很容易引起高压放电. 高压放电不仅使得高压电源不稳定,而且高压放电产生的电压或电流尖峰对电网上的其他设备(如 PLC 系统、伺服控制系统等)造成很强的电磁干扰,甚至损坏这些设备. 因此,为了有效防止高压放电产生的电压和电流尖峰反馈至电网,高压加速电源、栅极偏压电源和灯丝加热电源都采用逆变直流电源(带隔离变压器)与 380 V 工频电网隔离,可有效减小对电网上其他设备的干扰,如图 2 所示.

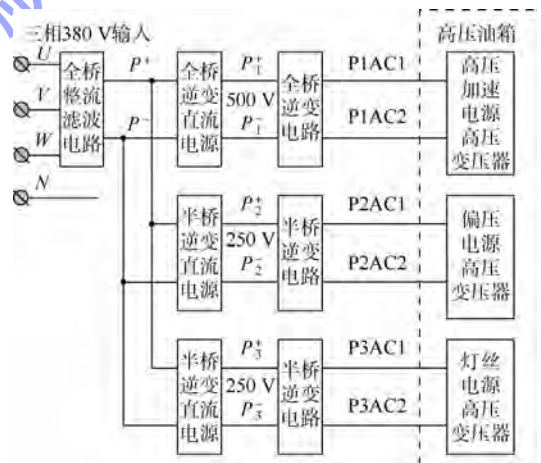


图 2 高压电源结构示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of high voltage power supply

在图 2 中,高压加速电源、栅极偏压电源和灯丝加热电源的低压部分都采用逆变直流电源和逆变电路串联的结构.考虑到高压加速电源的功率较大(30 kW),其直流电源和逆变电路均采用全桥逆变结构,而栅极偏压电源和灯丝加热电源的功率较小,其直流电源和逆变电路均采用半桥逆变结构.

## 2 高压加速电源主电路拓扑

高压加速电源由高压部分和低压部分组成,其中低压部分又包括全桥逆变直流电源和全桥逆变电路,高压部分主要由高压变压器和倍压整流电路组成.

### 2.1 全桥逆变直流电源

全桥逆变直流电源主电路拓扑如图 3 所示.

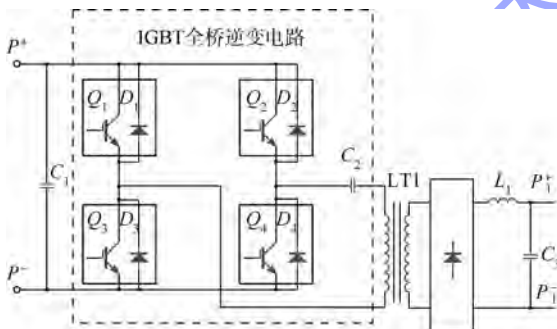


图 3 全桥逆变直流电源主电路拓扑

Fig. 3 Main circuit topology of full bridge inverter DC power supply

在图 3 中,三相 AC380 V 动力电源经全桥整流滤波电路后得到约 500 V 的直流电,再输入由 IGBT 开关管  $Q_1 \sim Q_4$  组成的全桥逆变电路变换成约 20 kHz 的交流方波,然后经隔离变压器 LT1 耦合至副边进行整流滤波,最后得到电压稳定可调的直流输出.其中,电容  $C_2$  为隔直电容,电感  $L_1$  和电容  $C_3$  为直流输出滤波电感和滤波电容,逆变直流电源输出电压为 0 ~ 500 V 连续可调.

### 2.2 全桥逆变电路

为了实现 150 kV 高压输出,全桥逆变直流电源输出的直流电压还必须再进行逆变,然后才能通过高压变压器进行升压.

图 2 中的全桥逆变电路就是将逆变直流电源输出的直流再次变换成 20 kHz 的交流方波,其输出连接至高压变压器的原边,这样在高压变压器的副边就可以得到幅值约为 18 kV 的交流方波信号.全桥逆变电路的主电路拓扑与全桥逆变直流电源中的 IGBT 全桥逆变电路完全一样,如图 3

所示.

### 2.3 高压变压器设计

考虑到高压变压器的原边输入交流方波的幅值最大为 500 V,要实现 150 kV 高压输出,如果仅采用变压器进行升压,则变压器的变比为 1:300,如此高的变比,以及 30 kW 的高功率输出使得变压器设计和制作非常困难.同时,150 kV 的高压也会使得后级整流滤波电路器件的耐压值选择非常困难,成本增加.因此,综合考虑变压器升压技术难度、器件成本及可靠性等因素,采用变压器升压与倍压整流电路相结合的高压升压方案.高压变压器的变比为 1:36,倍压整流电路为 10 倍压整流电路.

同时,考虑到高压加速电源的输出功率为 30 kW,输出功率较大,因此高压部分采用 3 组升压变压器与 10 倍压整流电路的串联结构进行并联输出,由 3 组高压变压器和倍压整流电路来共同输出 30 kW 功率,这样每一组的额定输出功率降到 10 kW,很好地解决高压绝缘、高压硅堆和电容的耐压及容量的问题.

### 2.4 Cockcroft-Walton 全波倍压整流电路

Cockcroft-Walton 10 倍压整流电路采用对称全波整流方式,与普通的倍压整流电路相比,对称全波整流电路,不仅可以减小滤波电容的容量,而且还可以降低输出高压的纹波电压.其中,一组 2 倍压整流电路的原理图如图 4 所示<sup>[11-13]</sup>.

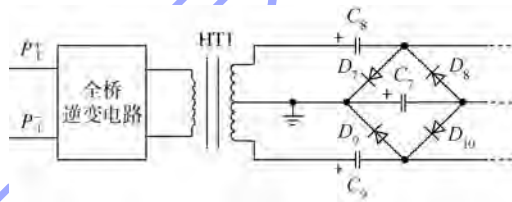


图 4 Cockcroft-Walton 2 倍压整流电路

Fig. 4 Cockcroft-Walton voltage doubling rectifier

由图 4 的倍压整流电路分析可以得知,电容  $C_8$  和  $C_9$  上的最高电压为变压器副边的峰值电压  $U$ ,电容  $C_7$  的最高电压为  $2U$ .当高压变压器原边输入电压为 500 V 时,其副边的峰值电压为 18 kV,则倍压整流电路中电容和二极管承受的最高电压为 36 kV.因此,在实际的倍压整流电路中,电容参数为 50 nF/40 kV,整流二极管参数为 6 A/40 kV.

## 3 偏压电源和灯丝电源主电路拓扑

如图 1 所示,偏压电源和灯丝电源都连接在 150 kV 高压加速电源的负极,对地电压绝对值在

150 kV 以上,因此为了防止高压放电,也分为高压部分和低压部分. 高压部分主要包括高压变压器和整流滤波电路,低压部分则由隔离直流电源与后级逆变电路串联而成. 考虑到偏压电源和灯丝电源的功率较小,直流电源和逆变电路均采用半桥逆变电路拓扑,其中 IGBT 半桥隔离直流电源的主电路拓扑及半桥逆变电路如图 5 所示.

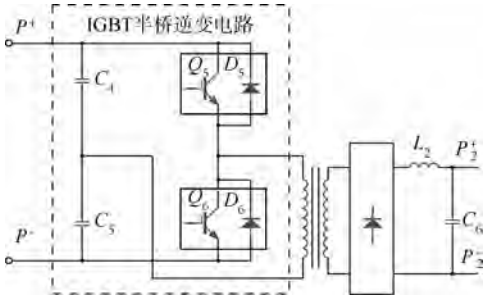


图 5 半桥隔离直流电源主电路拓扑

Fig. 5 Main circuit topology of half bridge inverter DC power supply

### 4 控制电路设计

控制电路主要包括高压采样电路、束流采样电路以及闭环负反馈控制电路等<sup>[14-16]</sup>.

#### 4.1 高压采样电路设计

高压加速电源输出电压高达 150 kV,采用电阻分压的方式采样,如图 6 所示.

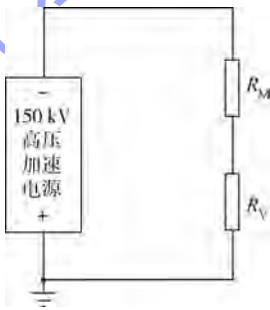


图 6 高压采样电路

Fig. 6 Voltage sample circuit of high voltage power supply

图 6 中,  $R_M$  为分压电阻(采用大功率高压电阻通过串并联方式获得),  $R_V$  为采样电阻,则高压反馈电压为

$$U_{Vf} = \frac{U_V \times R_V}{R_M + R_V} \quad (1)$$

式中,  $U_{Vf}$  为高压反馈电压;  $U_V$  为输出高压

当高压输出 150 kV 时,高压反馈电压为 9 V.

#### 4.2 束流采样电路设计

束流采样电路如图 7 所示.

在图 7 中,  $R_1$  为高压放电限流电阻,  $R_{LOAD}$  为束流等效负载,  $R_C$  为束流取样电阻,则束流  $I_C$  为

$$I_C = \frac{U_C}{R_C} \quad (2)$$

当焊接束流为 200 mA 时,电压  $U_C$  为 9 V.

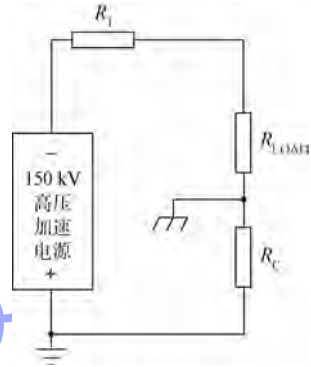


图 7 束流采样电路

Fig. 7 Current sample circuit of electron beam

#### 4.3 闭环控制电路设计

高压加速电源、栅极偏压电源和灯丝电源的低压部分的逆变直流电源和逆变电路分开进行控制,其中逆变电路均采用定频满脉宽的控制方式,高压电源的输出特性通过改变逆变直流电源的输出电压来调节. 这种控制方式有效地避免了单级逆变电源在小功率工作时,逆变电路的脉宽过窄导致倍压整流后高压输出脉动太大的问题. 同时,为了减小高压变压器和倍压整流电路内阻对输出高压的影响,提高电压闭环控制精度,逆变直流电源采用内、外环控制相结合的方式进行调节. 如图 8 所示为高压加速电源的电压闭环控制电路原理框图.

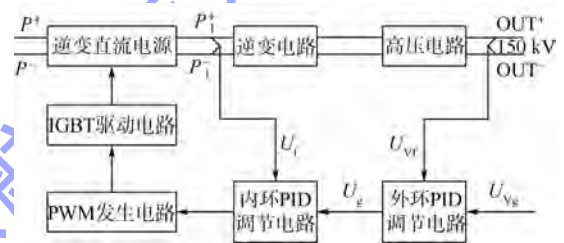


图 8 高压加速电源的电压闭环控制电路原理框图

Fig. 8 Schematic diagram of voltage closed loop control circuit in high voltage accelerating power supply

在图 8 中,高压加速电源输出电压的反馈电压信号  $U_{Vf}$  与上位机设定的高压给定值  $U_{Vg}$  作为外环 PID 调节电路的输入,其调节输出值  $U_g$  与逆变直流电源输出电压的反馈信号  $U_f$  作为内环 PID 调节电路的输入,内环 PID 调节电路的输出再调节逆变直流电源的 PWM 脉冲宽度,从而改变直流电源的输出电压. 因此,当闭环调节电路稳定时,高压加速电源的输出电压就与设定值相等,大大提高了加速电压的输出精度.

同理,采用束流反馈信号  $I_c$  闭环调节偏压电源的输出电压,从而实现稳定的束流控制。

## 5 实验结果

进行了高压加速电源空载电压测试实验,当高压升压变压器的原边输入 20 kHz、幅值 400 V 的交流方波时,高压加速电源的空载电压输出波形如图 9 所示。

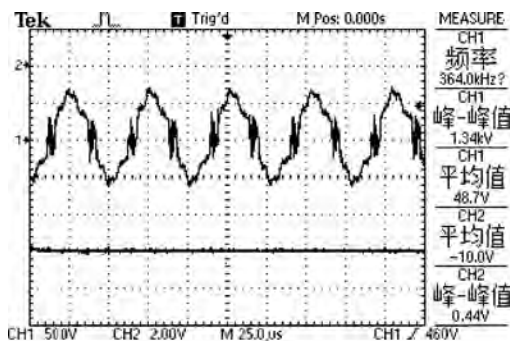
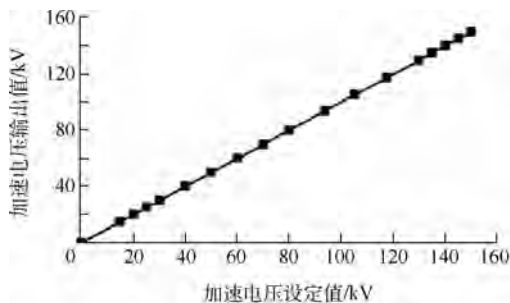


图 9 高压加速电源逆变电路输出波形

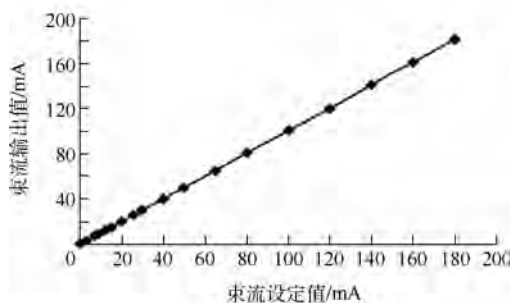
Fig. 9 Output waveform of high voltage accelerating power supply

在图 9 中,高压加速电源的输出电压反馈值为 10 V,根据式(1)可计算出输出电压约为 167 kV,完全可以达到 150 kV 输出高压的要求。

图 10 为高压电源的输出特性,其中图 10a 是电阻负载状态下测得的高压加速电源的输出特性;图 10b 是加速电压为 150 kV,灯丝电流为 40 A 时,调节束流时得到的束流输出特性。



a 高压加速电源的输出线性度



b 束流输出线性度

图 10 高压电源的输出特性

Fig. 10 Output characteristic of high voltage power supply

从图 10 可以看出,高压加速电源的输出线性度和束流输出线性度较好,同时高压稳定性和束流稳定性均在 0.5% 左右,能够满足电子束焊接的要求。

## 6 结论

1) 采用 IGBT 逆变技术,研制了一套先进的 150 kV 逆变式电子束焊接高压电源。

2) 采用 3 组升压变压器与 10 倍压整流电路的串联结构进行并联输出的主电路拓扑结构,实现了 150 kV/30 kW 高电压大功率输出。

3) 实验测试表明高压加速电源的输出线性度和束流输出线性度较好,同时高压稳定性和束流稳定性均在 0.5% 左右,能够满足电子束焊接的要求。

## 参考文献 (References)

- [1] 叶汉民. 电子束焊机用高压电源的应用及发展趋势[J]. 电源技术应用, 2001(10): 519-522  
Ye Hanmin. Application and developing trend of high voltage power supply for electronic beam welder[J]. Power Supply Technologies and Applications, 2001(10): 519-522 (in Chinese)
- [2] Malik P, Agrawal P. A neural networks based controller for electron beam welding power supply[C]//Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES) & 2010 Power India, Joint International Conference. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2010: 1-5
- [3] Li Z X, Wang Z T, Fan S W. Development of high frequency and high voltage source for electronic beam welder[J]. Journal of North China University of Technology, 2010, 22(3): 16-19
- [4] He S J, Mo J H, Wei S Q, et al. Design of a novel PWM boost type EBW stabilized high voltage source[C]//International Conference on Communications, Circuits and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2008: 1292-1296
- [5] 赵卫东, 王俊峰, 孙建坤. 电子束焊接用高压直流电源设计[J]. 安徽工业大学学报, 2010, 27(3): 295-298  
Zhao Weidong, Wang Junfeng, Sun Jiankun. Design of high-voltage power supply for electron beam welding[J]. Journal of Anhui University of Technology, 2010, 27(3): 295-298 (in Chinese)
- [6] 李正熙, 王泽庭, 樊生文. 高频高压电子束焊机电源的研制[J]. 北方工业大学学报, 2010, 22(3): 16-18  
Li Zhengxi, Wang Zeting, Fan Shengwen. Development of high frequency and high voltage source for electronic beam welder[J]. Journal North China University of Technology, 2010, 22(3): 16-18 (in Chinese)
- [7] 李亚江, 王娟, 刘鹏. 特种焊接技术及应用[M]. 北京: 化学工业出版社, 2003: 43-46  
Li Yajiang, Wang Juan, Liu Peng. Special welding technology and application[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2003: 43-46 (in Chinese)
- [8] 李爱文, 张成慧. 现代逆变技术及应用[M]. 北京: 科学出版

社,2000:162

Li Aiwen, Zhang Chenghui. Modern inverter technology and application [M]. Beijing: Science Press, 2000: 162 (in Chinese)

- [9] 徐国宁, 齐铂金, 刘方军, 等. 新型电子束焊机阴极加热电源自动调节系统 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(3): 380 - 383

Xu Guoning, Qi Bojin, Liu Fangjun, et al. New automatic regulation system of electron beam welder cathode heating source [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(3): 380 - 383 (in Chinese)

- [10] 齐铂金, 徐国宁, 刘方军, 等. 新型脉冲电子束焊接偏压电源设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(10): 1311 - 1316

Qi Bojin, Xu Guoning, Liu Fangjun, et al. Pulsed electron beam welding grid power supply design [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(10): 1311 - 1316 (in Chinese)

- [11] 林志琦, 郎永辉, 王岩, 等. 倍压整流电路电容参数的优化设计 [J]. 长春工业大学学报, 2009, 30(5): 551 - 555

Lin Zhiqi, Lang Yonghui, Wang Yan, et al. Optimized design of noltage doubling rectifiers [J]. Journal of Changchun University of Technology, 2009, 30(5): 551 - 555 (in Chinese)

- [12] 孙淑惠. 倍压整流电路原理仿真及应用 [J]. 机床电器, 2009(2): 8 - 10

Sun Shuhui. Simulation and application of principles in multiple voltages rectifying circuit [J]. Machine Tool Electric Appara-

tus, 2009(2): 8 - 10 (in Chinese)

- [13] 陈翔, 王丛岭, 杨平, 等. 倍压整流电路参数分析与设计 [J]. 科学技术与工程, 2012, 12(29): 7732 - 7735

Chen Xiang, Wang Congling, Yang Ping, et al. Parameter analysis and design of voltage doubling rectifier circuit [J]. Science Technology and Engineering, 2012, 12(29): 7732 - 7735 (in Chinese)

- [14] 何少佳, 李建玲, 莫金海, 等. 电子束焊机电源控制系统的设计与实现 [J]. 焊接学报, 2012, 33(1): 1 - 5

He Shaojia, Li Jianling, Mo Jinhai, et al. Design and implementation of a power control system for electron beam welder [J]. Transactions of the China Welding Institution, 2012, 33(1): 1 - 5 (in Chinese)

- [15] 许海鹰, 余伟, 左从进. 高压脉冲电子束焊的控制及其对焊缝形貌影响 [J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(8): 1044 - 1048

Xu Haiying, Yu Wei, Zuo Congjin. High voltage pulse electron beam control strategy and influence on weld bead shape [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(8): 1044 - 1048 (in Chinese)

- [16] 韦寿祺, 莫金海, 何少佳. 大功率电子束轰击炉电子枪电源控制策略 [J]. 真空科学与技术学报, 2007, 28(2): 151 - 152

Wei Shouqi, Mo Jinhai, He Shaojia. Modification of high power electron beam bombardment furnace [J]. Chinese Journal of Vacuum Science and Technology, 2007, 28(2): 151 - 152 (in Chinese)

# 整体壁板压弯成形等效计算模型



李卫东 万敏

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

**摘 要:** 分析了筋条内弯型整体壁板压弯成形过程中蒙皮和筋条的弹塑性变形分布, 鉴于内弯筋条发生塑性变形而蒙皮主要为弹性变形的特点, 提出了一种将蒙皮部分简化为虚拟材料筋条的几何等效方法. 推导了基于惯性矩的虚拟材料等效系数计算公式, 给出了复杂网格筋条壁板等效模型建立过程和虚拟材料系数计算方法. 进行了 I 型单筋条和网格筋条壁板的有限元分析和压弯实验, 对比分析了完整模型和等效模型的计算效率和精度, 并用实验数据进行了验证, 表明建立的压弯成形有限元等效模型精度可靠、效率数倍提高, 为大型整体壁板压弯成形分析和工艺参数优化提供了基础.

**关键词:** 整体壁板; 压弯成形; 等效模型; 虚拟材料; 有限元分析

**中图分类号:** V 262.3<sup>+2</sup>

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1537-06

## Press bending equivalent simulation model of integrally reinforced panel

Li Weidong Wan Min

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The elastic and plastic deformation distribution of skin and stiffener were analyzed during press bending for integrally reinforced panel with inside ribs. According to the characteristics of plastic deformation on inside stiffener and mainly elastic deformation on skin, a geometrical equivalent method was proposed which simplified the skin component to stiffener with virtual material properties. The calculative formula of equivalent coefficient was deduced based on inertia moment. For complicated integrally reinforced panel, the establishment process and calculative method of equivalent model were also introduced. The finite element analysis and experiment of I-style single stiffener and gridding stiffener panels were carried out. The comparisons on efficient and precision between detailed model and equivalent model were made and verified by experimental data. The equivalent model for press bending was proved to be reliable and highly efficient which can be used for simulation and parameter optimization of large complicated gridding integrally reinforced panel.

**Key words:** integrally reinforced panel; press bend forming; equivalent model; virtual material; finite element analysis

飞机整体壁板因具有减重效果明显、结构效率高、整体性好和构建协调性好等优点, 在航空航天飞行器上得到日益广泛的应用, 其成形技术一直是航空航天业的热点问题<sup>[1]</sup>. 压弯成形具有模具成本低、柔性程度高、生产周期短以及对外形曲率适应性强的特点, 是目前网格高筋整体壁板的

主要成形方法之一<sup>[2]</sup>. 我国整体壁板压弯成形主要依靠工人经验和技术水平, 使用“试错法”, “边压边量”、“局部校形”, 严重影响了生产质量和效率. 有限元数值模拟是压弯成形工艺分析的有效手段, 但因整体壁板结构和形状的复杂性, 且压弯成形为压弯和回弹相间的多工步成形, 这使得用

完整模型多次计算进行工艺优化的方法确定压弯路径几乎无法实现,迫切需要一种高效的等效模型以实现压弯成形数值模拟与工艺优化.

Huber<sup>[3]</sup>最早提出了用具有等效刚度特性的厚板代替带筋板来估计弯曲挠度和弯曲应力的“弹性等效方法”,Troistsky<sup>[4]</sup>对 Huber 理论进行了理论研究和试验验证. Bradley<sup>[5]</sup>提出用由完整模型的弯曲刚度和各向异性特性得到的厚度和弹性模量建立一种等效厚度模型来代替整体壁板. 复杂蜂窝结构的等效模型均在弹性加载和变形范围内<sup>[6-9]</sup>. 邢誉峰等人<sup>[10]</sup>针对蒙皮加筋圆柱壳结构提出了等效梁模型、壳-梁模型和变厚度模型. Yan 等人<sup>[11]</sup>提出了一种通过虚拟材料模型将整体壁板等效为塑性等厚板. 赖松柏等人<sup>[12]</sup>提出了一种将整体壁板简化为虚拟材料平板的弯曲等效模型. Avi 等人<sup>[13]</sup>使用三层壳单元结构建立船体结构等效模型,进行了三点压弯有限元分析对比验证. Neto 等人<sup>[14]</sup>提出了一种压缩受力下的加强筋壁板元模型 (metamodel),用于分析模态和屈曲.

### 1 压弯成形有限元模型

压弯成形是基于三点弯曲原理,在大型闸压床上由通用或专用压弯模,进行多部位多道次压弯的成形方法. 目前常用的方法是通过多次有限元分析来确定最优压弯路径和下压量,以求代替实际生产中耗时费资的“试错法”<sup>[15]</sup>. 试件所用材料为高强铝合金 7B04-T7451,其力学性能参数如表 1 所示.

表 1 铝合金 7B04-T7451 材料力学性能参数

Table 1 Material properties of aluminium alloy 7B04-T7451

参数	弹性模量/GPa	屈服强度/MPa	抗拉强度/MPa	延伸率/%	强度系数 K	硬化指数 n
数值	69.029	445.21	558.54	8.99	1220.21	0.86

建立壁板压弯成形分析模型如图 1 所示. 上下模的半径均为 35 mm,下模固定,位移驱动上模下压使毛料成形,上模向上返回计算回弹,使用静态隐式求解器分析压弯成形的准静态过程.

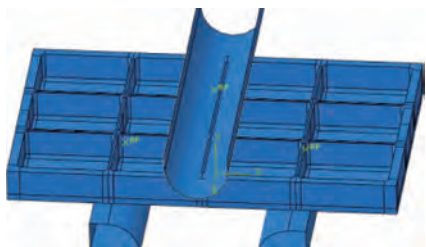


图 1 压弯成形分析模型  
Fig. 1 Press bend forming model

### 2 压弯成形等效计算模型

整体壁板零件蒙皮曲率半径一般较大. 不同于一般的纯弯曲变形,压弯成形的内弯筋条受模具作用,承担主要的塑性变形,离上模较远的蒙皮部分主要发生弹性变形. 除了筋条以外,蒙皮部分最复杂,不仅厚度小,还存在各种下陷、台阶、孔洞和小圆角等局部特征,这使得有限元模型非常复杂. 如果将蒙皮部分从几何上简化到相邻筋条处,并使用虚拟的材料模型等效其受力作用,整体壁板则可以等效为只有网格筋条的结构,可用于压弯路径优化和下压量的计算,还能预测筋条的变形和开裂等缺陷行为,使得实际整体壁板压弯成形有限元分析成为可能.

#### 2.1 计算模型等效原理

压弯成形时,试件在上模和下模形成的弯矩  $M_f$  作用下发生变形. 以典型的 I 型筋条为例,截面弯曲正应力分布如图 2 所示,筋条上部发生主要的塑性变形.

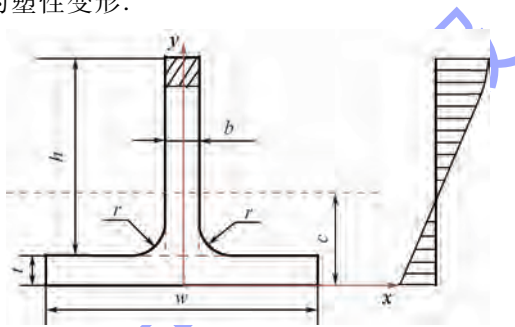


图 2 典型 I 筋条截面弯曲正应力分布  
Fig. 2 Distribution of normal stress on bending of I-section

等效模型将蒙皮部分和蒙皮与筋条的倒角简化(图 3a 填充部分)到筋条下部(图 3b 填充部分),其余部分如高度和筋条尺寸不变.

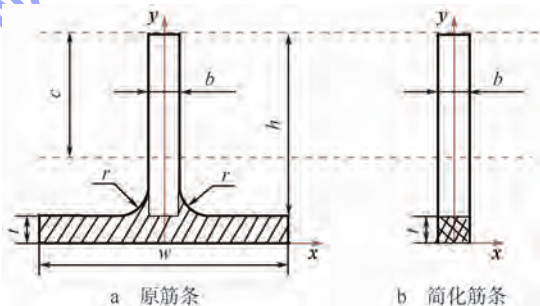


图 3 等效模型示意图  
Fig. 3 Scheme of equivalent model

筋条在压弯上模位移下压加载时,筋条在压弯方向上的变形较小,等效模型和完整模型在压弯方向上的位移基本相等,记曲率半径为  $\rho_0$ . 根据弹性弯曲公式可知,回弹的回弹量:

$$\Delta k = \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{M_f}{E \cdot J} \quad (1)$$

其中,  $\rho$  为回弹后的曲率半径;  $E$  为材料弹性模量;  $J$  为材料压弯剖面内的惯性矩. 由此可知, 如果使得等效前后的  $E \cdot J$  相等, 即

$$E \cdot J = E_{eq} \cdot J_{eq} \quad (2)$$

则等效模型和完整模型可取得同样的位移变形效果. 在结构变化时, 等效筋条 (厚度  $t$ , 宽度  $b$ ) 和原筋条具有不同的材料参数. 记虚拟材料等效系数为  $S_{eq}$ , 即

$$E_{eq} = \frac{J}{J_{eq}} E = S_{eq} \cdot E \quad (3)$$

为保持塑性变形协调, 虚拟材料塑性力学参数中应力也乘以  $S_{eq}$ .

### 2.2 虚拟材料等效系数计算方法

如图 3 所示, 等效部分惯性矩设为  $J_p$ , 形心高度设为  $c$ , 则根据惯性矩计算方法:

$$c = \frac{\frac{1}{2}bh^2 + \left(\frac{4-\pi}{2}\right)r^2\left(h + \frac{(3\pi-10)r}{12-3\pi}\right) + wt\left(h + \frac{1}{2}t\right)}{wt + bh + \left(\frac{4-\pi}{2}\right)r^2} \quad (4)$$

$$J_p = 2r^2 \left[ \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)(h - c - r)^2 + \frac{r(h - c - r)}{3} + \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16}\right)r^2 \right] + \frac{1}{3}w[(h - c + t)^3 - (h - c)^3] \quad (5)$$

设等效后的惯性矩为  $J_q$ , 假设非均匀材料参数条件下形心高度不变, 则

$$J_q = \frac{1}{3}b[(h - c + t)^3 - (h - c)^3] \quad (6)$$

因此虚拟材料等效系数  $S_{eq} = J_p/J_q$ , 与待等效的蒙皮部分结构相关, 适用于任何筋条截面.

### 2.3 复杂截面等效系数计算方法

对截面积分计算惯性矩的方法可以获得很好的等效精度, 但实际零件的筋条宽度和高度复杂时, 惯性矩计算工作量较大; 当某些蒙皮上还有台阶和减薄, 并且沿筋条方向尺寸不一致时, 惯性矩理论计算需要采用更简洁有效的方法.

如图 4 所示, 对有蒙皮减薄的截面, 在等效为筋条前, 可以先等效为矩形截面, 即用等宽度等面积 ( $A$ ) 的方法计算获得等效矩形的高度.

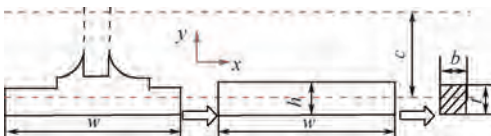


图 4 复杂截面等效方法

设等效部分到形心的距离为  $c$ , 等效部分绕自己形心的惯性矩为  $J_0$ , 矩形截面绕自己形心的惯性矩为  $J_r$ , 则

$$J_p = J_0 + Ac^2 \quad (7)$$

而等效矩形部分的惯性矩:

$$J_q = J_r + Ac^2 \quad (8)$$

由于截面宽度相同和面积相同,  $J_0$  和  $J_r$  数值上相差不大, 而  $Ac^2$  相对量值较大, 按面积等效可使得  $J_p \approx J_q$ . 从矩形截面等效到筋条为完全等效, 因此在截面上可以采用面积等效的方法计算惯性矩并计算材料等效系数. 延伸到筋条长度方向, 可采用体积比的方法计算材料等效系数.

### 2.4 网格筋条等效系数计算过程

对于网格式筋条, 一般沿肋向和弦向设计, 筋条交叉分布且夹角较大. 因此将单元格内的蒙皮和圆角部分按两个方向按比例等效分配到周围的筋条上, 可以整体达到变形等效.

以图 5 所示的筋条壁板的局部相邻单元格俯视图为例.  $b_1, b_2, b_3$  和  $b_4$  宽度的交叉筋条内有  $A, B, C, D$  4 个筋框.

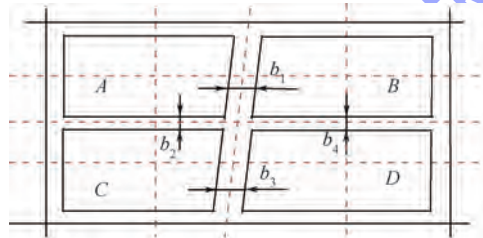


图 5 网格筋条单元图

Fig. 5 Cells with grid stiffener

图 5 中  $A, B, C$  和  $D$  筋框内 4 块蒙皮和圆角部分要等效到周围筋条位置上, 按照体积等效的方法, 建立等效计算模型的步骤为:

1) 取零件待等效部位蒙皮厚度的平均值作为等效筋条的厚度, 以降低网格剖分难度. 大型复杂网格筋条壁板可分区域设置等效筋条厚度.

2) 用筋框格内侧面切去蒙皮和蒙皮与筋条的圆角部分, 仅剩余筋条. 没有筋条时可以创建等效筋条. 用 CAD 软件测量切除的 4 个蒙皮和圆角部分的体积, 分别设为  $V_A, V_B, V_C$  和  $V_D$ .

3) 对  $A$  和  $B$  间的等效筋条, 宽度为  $b_1$ , 长度设为  $L_1$ , 设体积为  $V_{AB}$ , 其虚拟材料受到  $A$  部分和  $B$  部分各一半的影响, 因此虚拟材料系数为  $A$  和  $B$  体积加权计算值:

$$S_{AB} = \frac{V_A \left( \frac{V_A + V_{AB}}{V_{AB}} \right) + V_B \left( \frac{V_B + V_{AB}}{V_{AB}} \right)}{V_A + V_B} =$$

$$1 + \frac{V_A^2 + V_B^2}{V_{AB}(V_A + V_B)} \quad (9)$$

4) 对 A 和 C 间的等效筋条, 宽度为  $b_2$ , 长度设为  $L_2$ , 设体积为  $V_{AC}$ , 同理其虚拟材料系数为

$$S_{AC} = 1 + \frac{V_A^2 + V_C^2}{V_{AC}(V_A + V_C)} \quad (10)$$

5) 对 A, B, C 和 D 相邻的十字位置筋条, 其虚拟材料系数可以取  $S_{AB}, S_{AC}, S_{BD}, S_{CD}$  的体积加权计算值, 即

$$S_{ABCD} = \frac{V_{AB}S_{AB} + V_{AC}S_{AC} + V_{CD}S_{CD} + V_{BD}S_{BD}}{V_{AB} + V_{AC} + V_{CD} + V_{BD}} \quad (11)$$

6) 当单元格形状不规则或者单元非闭合时, 以上计算方法同样适用。

### 3 单筋条有限元分析与实验

以某典型 I 型单筋条为例, 筋条几何参数  $h =$

32.5,  $w = 54, t = 3.5, b = 4, r = 4$ 。按照惯性矩等效方式计算虚拟材料等效比例系数:

$$S_{eq}^j = \frac{J_p}{J_q} = \frac{10\,090.413}{747.438} = 13.699$$

按照体积等效计算材料比例系数:

$$S_{eq}^v = \frac{V_p + V_q}{V_q} = \frac{195.88}{14} = 13.991$$

对单筋条试件, 设置下模跨距为 180 mm, 分别设置 3 mm 和 4 mm 下压量, 采用惯性矩和体积比两种虚拟材料等效模型, 记为等效模型 J 和等效模型 V。毛料网格采用相同的单元剖分参数。

比较完整模型和等效模型的成形结果, 等效模型由于网格的大幅减小和复杂度降低, 计算时间从 800 多秒减少到 300 多秒。图 6 所示为 4 mm 下压量时等效塑性应变分布图, 可以看出塑性变形主要发生在筋条上, 分布基本一致, 量值误差较小, 表明等效模型没有影响筋条塑性成形。

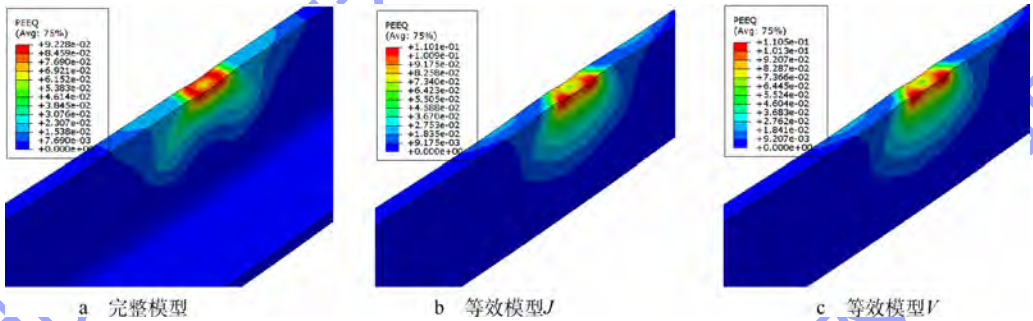


图 6 I 型单筋条等效塑性应变分布

Fig. 6 Equivalent plastic strain distribution of I-section sample

在电子试验机上进行单筋条压弯实验, 使用两个百分表分别测量上模准确下压量和试件底部中心回弹前后的位移, 并记录上模加载作用力。实验系统和单筋条试件如图 7 所示。

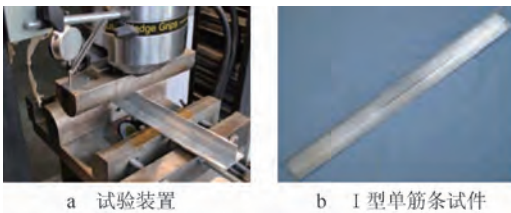


图 7 单筋条压弯实验

Fig. 7 Press bending experiment of I-section sample

有限元分析时完整模型和等效模型的位移分布基本一致, 表 2 所示为试件中心点回弹前后的位移比较, 可以看出变形量吻合很好, 并且与实验数据较为吻合, 模具下压载荷误差也较小, 相对误差非常小, 从而可以证明等效模型相对完整模型具有很好的等效精度。

表 2 I 型单筋条试件中心点位移和下压力  
Table 2 Middle point displacement and press force of I-section samples

对比项	下压 3 mm			下压 4 mm		
	下压力/ kN	位移/mm 回弹前	位移/mm 回弹后	下压力/ kN	位移/mm 回弹前	位移/mm 回弹后
实验测量	29.16	-2.82	-0.89	32.44	-3.79	-1.67
完整模型	27.94	-2.69	-0.94	31.23	-3.66	-1.73
等效模型 J	28.79	-2.65	-0.97	29.66	-3.61	-1.80
等效模型 V	28.84	-2.65	-0.97	29.61	-3.60	-1.81

### 4 网格筋条有限元分析与实验

对某网格筋条试件, 零件如图 8 所示。试件长 272 mm, 宽 146 mm, 高 20 mm, 筋框长 64 mm, 宽 44 mm, 筋条宽度 2 mm, 蒙皮厚 2.5 mm, 筋条间圆角 5 mm, 其余圆角 3 mm。

试件等效筋条模型按几何尺寸和位置特征分为 A ~ G 共 7 类, 如图 9 所示。

按体积比加权等效方法计算各等效位置材料

系数,如表 3 所示.

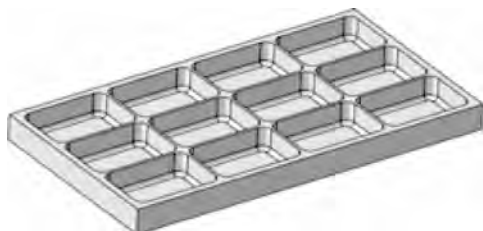


图 8 网格筋条试件毛料

Fig.8 Blank of grid reinforced panel

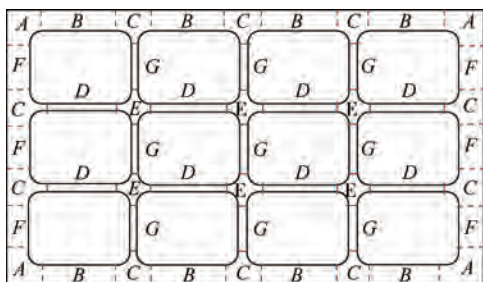


图 9 等效筋条分区位置

Fig.9 Partitions of equivalent model

表 3 网格筋条等效系数

Table 3 Equivalent factors of grid reinforced panel

位置	体积 W	体积 E	体积 N	体积 S	筋条体积	等效系数
A	0.0	493.2	0.0	340.8	115.9	4.7180
B	0.0	0.0	0.0	2612.7	600.0	5.3545
C	493.2	493.2	340.8	340.8	121.8	4.5376
D	0.0	0.0	2612.7	2612.7	240.0	11.8863
E	493.2	493.2	340.8	340.8	51.8	9.3168
F	0.0	2307.9	0.0	0.0	375.0	7.1545
G	2307.9	2307.9	0.0	0.0	150.0	16.3863

为验证等效模型的适用性,设置了两个压弯位置,一个为中间竖直方向,记为 Y;另一个位于偏离竖直方向 10°,记为 Y10,如图 10 所示.

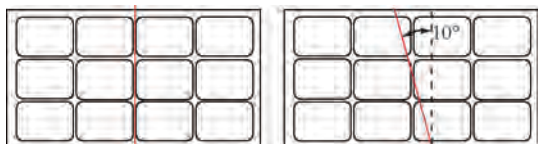


图 10 压弯位置示意图

Fig.10 Sketch of press location

在同样的单元参数条件下,计算规模及计算时间如表 4 所示,等效模型计算时间快了 3 倍.

表 4 有限元模型及计算时间

Table 4 Finite element model and computational time

模型	节点数	单元数目 (C3D8R)	最小单元 边长/mm	计算时间/s	
				Y 下压 5.2 mm	Y10 下压 5.2 mm
完整模型	93 756	72 340	0.881	2403	2339
等效模型	54 063	39 708	0.881	765	707

图 11 所示为等效塑性应变分布.可以看出完整模型和等效模型在 Y 试件中塑性应变上差距

较小.Y10 等效试件 2 mm 宽筋条发生较小失稳,导致塑性应变增大,这与实验中不加垫板筋条发生失稳的情况吻合.对比表明等效模型可以用于计算毛料(尤其是原筋条)的塑性变形.

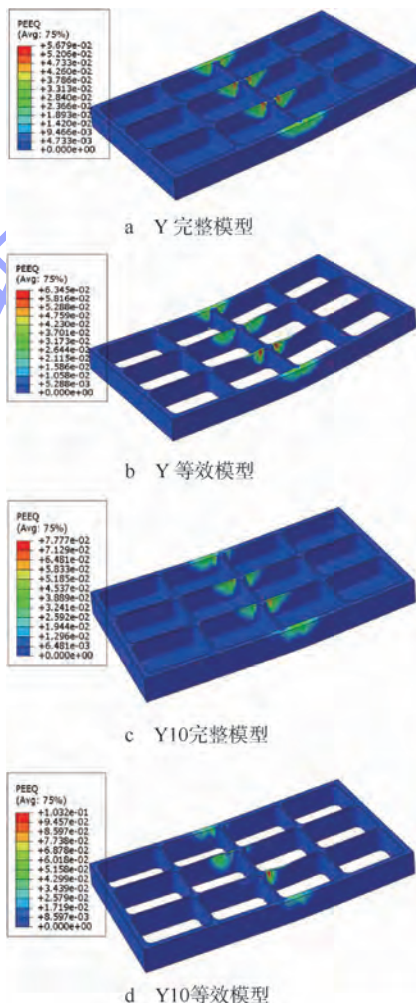


图 11 Y 和 Y10 试件等效塑性应变分布

Fig.11 Equivalent plastic strain distribution of Y and Y10 samples

在电子试验机上分别进行 Y 和 Y10 网格筋条试件单道次压弯实验.使用 1.5 mm 的 LY12M 的垫料板,试件表面没有压痕,筋条没有发生失稳.使用卡脚距为 60 mm 的曲率测量仪测量蒙皮表面,实验件 Y 最小曲率半径约 930 mm,Y10 最小曲率半径约 1 100 mm.试件如图 12 所示.



图 12 网格壁板实验件

Fig.12 Press bending experiments of gridding stiffener panel samples

表 5 所示为实验和模拟试件底部中心点回

弹前后的位移和上模下压力对比. 上模的载荷和试件回弹前后的位移均很好地与实验数据吻合,表明建立的压弯成形有限元模型和等效模型具有可靠的精度,可以用于压弯成形有限元分析.

表5 网格筋条试件中心点位移和下压力

Table 5 Middle point displacement and press force of gridding stiffener panel samples

对比项	Y			Y10		
	下压力/ kN	位移/mm		下压力/ kN	位移/mm	
		回弹前	回弹后		回弹前	回弹后
实验测量	33.46	-5.19	-2.39	32.61	-5.19	-2.11
完整模型	32.19	-5.18	-2.52	31.52	-5.18	-2.35
等效模型	30.15	-5.19	-2.47	30.13	-5.18	-2.21

## 5 结论

分析了筋条内弯型整体壁板压弯成形过程中弹塑性变形特点,提出了一种整体壁板等效模型计算方法,并进行了有限元模拟和实验对比验证.

1) 整体壁板压弯成形过程中筋条承受主要塑性变形,蒙皮部分主要发生弹性变形,可以按弯曲变形等效为虚拟材料的筋条模型.

2) 根据抗弯刚度等效方法,计算虚拟材料等效弹性模量和塑性应力.复杂网格筋条壁板可以使用体积比的方法计算各区域等效材料参数.

3) 针对 I 型单筋条和网格筋条,通过完整模型和等效模型的有限元分析和实验对比,表明提出的等效模型具有可靠的精度和数倍的计算效率,为实际网格筋条整体壁板压弯成形有限元分析和工艺参数优化提供了基础.

### 参考文献 (References)

[1] 曾元松,黄遐.大型整体壁板成形技术[J].航空学报,2008,29(3):721-727  
Zeng Yuansong, Huang Xia. Forming technologies of large integral panel[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(3):721-727 (in Chinese)

[2] Munroe J, Wilkins K, Gruber M. Integral airframe structures (IAS)-validated feasibility study of integrally stiffened metallic fuselage panels for reducing manufacturing costs [R]. NASA/CR-2000-209337, 2000

[3] Huber M T. The elastic theory of an orthotropic plate [M]. Macmillan: Timoshenko 60th Anniversary Volume, 1938: 89-92

[4] Troitsky M S. Stiffened plates bending, stability and vibrations

[M]. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1976: 62-113

[5] Bradley K R. A sizing methodology for the conceptual design of blended-wing-body transports [R]. NASA/CR-2004-213016, 2004

[6] Machindamrong C, Watanabe E, Utsunomiya T. Shear buckling of corrugated plates with edges elastically restrained against rotation[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2004, 4(1): 89-104

[7] 赵金森. 铝蜂窝夹层板的力学性能等效模型研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006  
Zhao Jinsen. Research on equivalent models of the mechanical function for aluminum honeycomb sandwich panel [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006 (in Chinese)

[8] Peng L X, Liew K M, Kitipornchai S. Analysis of stiffened corrugated plates based on the FSDT via the mesh-free method [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2007, 49(3): 364-378

[9] Cernescu A, Romanoff J, Remes H, et al. Equivalent mechanical properties for cylindrical cell honeycomb core structure [J]. Composite Structures, 2014, 108(1): 866-875

[10] 邢雪峰,潘忠文,杨阳.蒙皮加筋圆柱壳弯曲频率的三种计算模型[J].北京航空航天大学学报,2012,38(4):438-443  
Xing Yufeng, Pan Zhongwen, Yang Yang. Three solution models of lateral frequencies of stiffening cylindrical shell [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(4): 438-443 (in Chinese)

[11] Yan Y, Wan M, Wang H B. FEM equivalent model for press bend forming of aircraft integral panel [J]. Transactions of Non-ferrous Metals Society of China, 2009, 19(2): 414-421

[12] 赖松柏,于登云,陈同祥.整体壁板结构弯曲成形分析的等效塑性模型[J].宇航学报,2012,33(6):809-815  
Lai Songbai, Yu Dengyun, Chen Tongxiang. Plastic equivalent model for integrally stiffened panel in bending forming [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(6): 809-815 (in Chinese)

[13] Avi E, Niemelä A, Lillemäe I, et al. Equivalent shell element for ship structural design [C]//Proceedings of the 4th International Conference on Marine Structures. Leiden, Netherlands: CRC Press, 2013: 459-468

[14] Neto A T, Bussamra F L C, Silva H A C. A new metamodel for reinforced panels under compressive loads and its application to the fuselage conception [J]. Latin American Journal of Solids and Structures, 2014, 11(2): 223-244

[15] Yan Y, Wan M, Wang H B, et al. Design and optimization of press bend forming path for producing aircraft integral panels with compound curvatures [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2010, 23(2): 274-282

# 动量轮诊断测点配置与资源占用度成本评价



刘睿 周军 李鑫 刘莹莹

(西北工业大学 精确制导与控制研究所, 西安 710072)

**摘 要:** 以动量轮为例开展诊断测点配置与成本评价方法研究. 分析系统功能模块输出与故障模式之间的关系, 建立 DG 图故障传播定性模型. 对 DG 图回路进行处理, 生成满足可检测性和可分离性的根节点, 建立偶图. 采用改进的贪婪算法选取关键测点, 给出诊断测点配置方案. 考虑测点对系统体积、重量、功耗、处理能力等资源的要求, 提出用资源占用度的概念表示成本计算模型, 合理设计了资源占用度的表达形式, 可以突出某项重要资源要求对评价结构的影响, 也可以避免某些重要指标被弱化, 并且在需要考虑其他资源要求时可扩展. 通过成本模型对测点配置方案进行评价.

**关键词:** 动量轮; 可诊断性; 可检测性; 可分离性; DG 图; 成本评价

**中图分类号:** TP 277; V 448.2

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1543-06

## Sensor placement of flywheel under diagnostic criteria and cost estimation

Liu Rui Zhou Jun Li Xin Liu Yingying

(Institute of Precision Guidance and Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** The sensor placement method of flywheel and cost estimation criteria were proposed. The relationship between the function modular and the fault types of the flywheel system was analyzed in order to build the qualitative fault transmit model. The transmit model of the flywheel based on directed graph (DG) was presented. Firstly, control circle in the DG was operated. After that, roots satisfied the detectability and isolability criteria were generated in order to set up the bipartite graph. Then, greedy algorithm was used to resolve the key sensor selecting problem. Finally, considering the volume, the weight, the power consumption, and the processing capacity, resource occupation degree (ROD) was proposed to describe the cost. The ROD easily expresses the importance of certain resources, can avoid the weakness of certain resources, and also is easy to expand. The final sensor placement result was estimated by the ROD.

**Key words:** flywheel; diagnostic criteria; detectability; isolability; directed graph; cost estimation

基于可诊断性的测点配置在卫星设计阶段有着非常重要的意义, 直接关系到系统故障检测和诊断的能力. 可诊断性主要指当发生一个或多个故障时, 系统能检测故障并能识别故障原因的能力, 主要包括故障可检测性和故障可分离性<sup>[1-2]</sup>. 当前测点配置的研究大多集中在求解基于优化问题的测点优化配置, 需要以传感器的个数、位置、成本和重量为优化目标, 以状态可观性、故障可检

测性或可分离性为约束条件, 建立用于测点配置的优化问题. 针对上述优化问题, 研究有效的优化求解算法, 例如随机搜索法、遗传算法 (GA, Genetic Algorithm)、模拟退火 (SA, Simulated Annealing)、蚁群算法和粒子群算法、非线性二次规划问题求解等<sup>[3-9]</sup>. 目前在建立优化目标和约束条件的量化指标方面有一定的研究成果, 但求解算法比较复杂, 且不直观. 采用这类方法进行的研究

均针对某类系统进行,没有形成统一的步骤,不利于方法的移植.在国内研究比较多的可测试性设计是基于系统功能模型的基础上,通过整合形成一个顶层的测试系统模型的过程,在完成模型建立后,如何在多回路中检测和隔离出具体故障成为难点问题<sup>[10]</sup>,本文提出的方法也可以对可测试性设计提供借鉴.

Bhushan 等人利用 DG (Directed Graph) 图完成了基于可诊断性的测点配置方案<sup>[10-15]</sup>,这个方案算法简便直观,在测点配置问题上非常行之有效.本文借鉴 Bhushan 等人在化工系统中的基于 DG 图进行诊断测点配置的应用方法完成动量轮的测点配置. Bhushan 等人在 DG 图模型中将回路作为一个节点讨论,而航天器控制系统中存在着大量回路,而且回路内部的可诊断性也受到了极大的关注,因此,本文针对此问题提出了回路进行预处理方案,对方法进行了补充.

基于 DG 图进行诊断测点配置的方法是一个保守设计方法,可能会得到多个满足可诊断性的测点配置方案,在这些方案中,依照某一优化目标,可以对其进行进一步的筛选,得到相对优化的方案.本文分析上述测点配置所需的成本,包括对系统体积、重量、功耗、处理能力等资源的要求,建立可诊断性与成本之间的分析模型.在此基础上,优先占用资源最小的设计方法,从而实现控制系统故障诊断能力尽可能提高、占用系统资源尽可能少的目的.

动量轮是卫星姿态控制系统重要的惯性执行部件,本文以动量轮为例开展测点配置,完成基于 DG 图的满足可诊断性的测点配置方法与成本分析评价方法.

## 1 基于 DG 图的诊断测点配置

### 1.1 DG 图故障传播模型建立

DG 图由若干个节点和若干条支路(即有向边)组成,节点表示变量,支路表示变量之间的关系.

一套动量轮组件由动量轮和动量轮线路盒两台单机产品组成,本文将动量轮分为轮体和电机 2 个功能模块,将动量轮线路盒分为前级电源变换、加速/减压器、电流控制器、换向开关和换向逻辑、力矩方向变换逻辑和驱动级等 6 个功能模块.

以各个模块的输出作为测点建立测点集合,对各个测点进行编号.共有 17 个测点,得到测点集合:

$$S = (S_1 \ S_2 \ \dots \ S_{17})$$

测点编号如表 1 所示.通过对动量轮故障建模仿真分析,总结动量轮的 14 种故障模式,得到故障集合:

$$F = (F_1 \ F_2 \ \dots \ F_{14})$$

动量轮故障编号如表 2 所示.

表 1 动量轮测点编号

Table 1 Sensor identifier of flywheel

功能模块名称	测点名称	测点编号
动量轮电机	输出力矩	$S_1$
	电机位置信号	$S_2$
	电流采样	$S_3$
	反电动势	$S_4$
	轴承温度遥测	$S_5$
驱动级	驱动级输出	$S_6$
换向开关和逻辑	换向控制信号	$S_7$
	工作方式信号	$S_{10}$
电流控制器	电流遥测	$S_8$
	控制输出	$S_9$
方向变换	复位信号	$S_{11}$
力矩限幅	极性控制	$S_{12}$
	力矩控制信号	$S_{13}$
加速/减压器	电压/电流	$S_{14}$
	+45V	$S_{15}$
	+12V	$S_{16}$
前级电源变换	-12V	$S_{17}$

表 2 动量轮故障编号

Table 2 Fault identifier of flywheel

功能模块名称	故障描述	故障编号
驱动级	驱动级失效故障	$F_1$
	驱动电路参数漂移故障	$F_2$
换向开关和逻辑	换向信号故障	$F_3$
	电机转速采样故障	$F_4$
电流控制器	校正网络参数故障	$F_5$
	电流采样故障	$F_6$
力矩限幅与方向变换	力矩方向变换逻辑故障	$F_7$
	力矩控制信号限幅故障	$F_8$
加速/减压器	减压器输出故障	$F_9$
	加速器输出故障	$F_{10}$
	加速器脉宽调制故障	$F_{11}$
	前置级继电器故障	$F_{12}$
前级电源变换	前置级保护电路故障	$F_{13}$
	二次电源输出幅值故障	$F_{14}$

分析不同故障直接影响到的测点,总结动量轮故障与测点的关系,建立故障传播 DG 图模型如图 1 所示.在测点配置之前,需要对 DG 图做预处理.为了建立偶图,需要消除 DG 图中的回路,回路性质不同,处理方式也有所不同.回路处理规则如下:

- 1) 对于非控制回路,不做处理;
- 2) 负反馈控制回路,将输出反馈模块的有向边断开.

依据以上规则预处理后的 DG 图如图 2 所示.

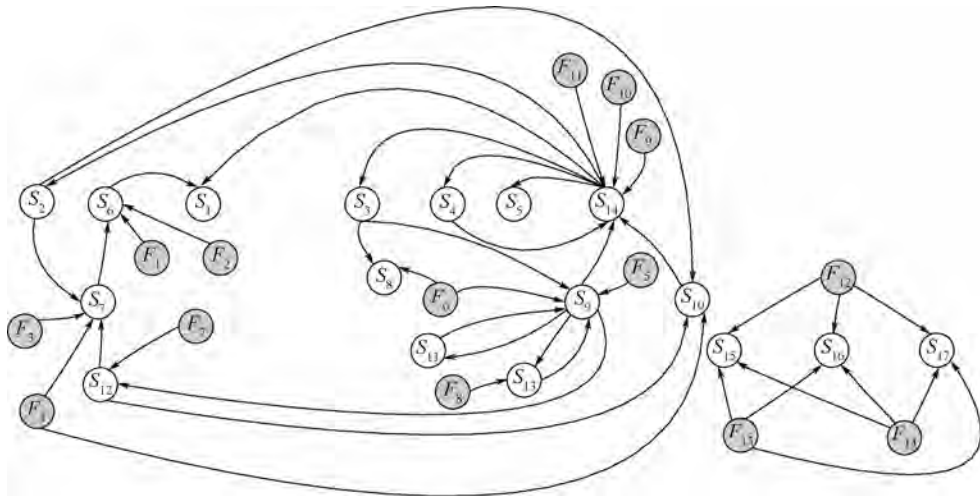


图 1 动量轮故障传播 DG 图

Fig. 1 DG of fault transmit model of flywheel

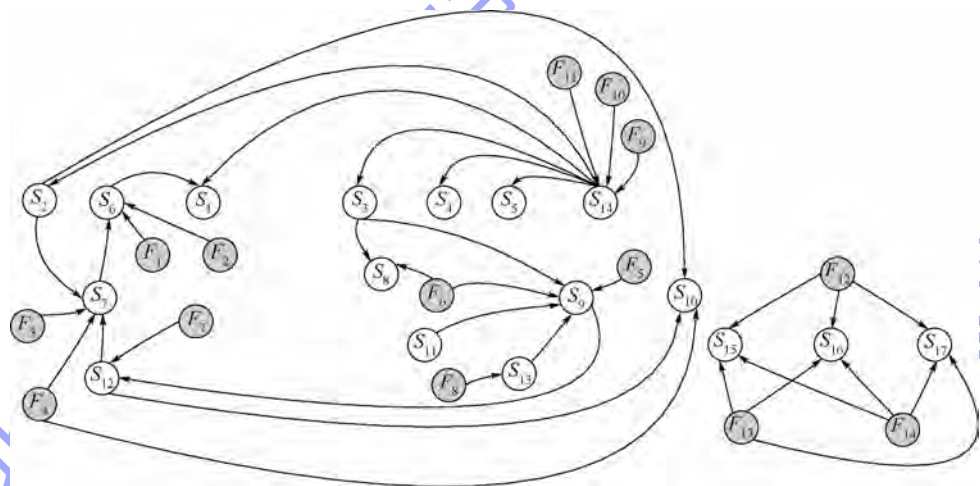


图 2 预处理后的动量轮故障传播 DG 图

Fig. 2 DG of fault transmit model of flywheel after operation

### 1.2 偶图建立

对 DG 图进行预处理以后,所有的回路都被消除,为了建立偶图,偶图由两排节点和有向边组成,第 1 排表示所有可选测点,第 2 排表示所有可能故障,用有向边从故障指向与其相关的测点.首先需要生成满足可诊断性要求的根节点,进行如下定义:

- 1) 满足可检测性的根节点.

对每一个故障  $i$ ,建立集合  $A_i$ ,  $A_i$  中的元素为受到故障  $i$  影响的测点.

- 2) 满足可分离性的根节点.

定义:

$$B_{ij} = B_{ji} = A_i \cup A_j - A_i \cap A_j \quad (1)$$

$B_{ij}$  表示仅与故障  $i$  相关的测点集合和仅与故障  $j$  相关的测点集合的并集,其中的元素仅能表现故障  $i$  或  $j$  二者之一.在这些测点中选择关键集合,就保证可以满足可分离性的要求.

将以上生成的满足可检测的根节点和满足可分离的根节点作为偶图的根节点,建立偶图.

## 2 测点配置算法

定义最终选择的诊断测点为关键测点.定义入度为测点关联的故障节点的个数.基于可诊断性目标采用贪婪算法进行测点配置,即总选择当前状态下入度最大的测点作为关键测点,关键测点选择的步骤如下:

- 1) 选择入度最大的测点,将其作为关键测点,放入关键测点集合,如图 3 所示,  $S_1$  与  $S_3$  测点相关的故障有两个,而  $S_2$  相关的故障有 3 个,因此,选择  $S_2$  测点.

- 2) 判断所有根节点是否被覆盖.若是,测点选择完成,若不是,删除已覆盖根节点与其他测点的连线,如图 3 所示,图中选择  $S_2$  测点作为关键测点,用阴影表示,由于其并未覆盖故障根节点

$F_5$ , 因此删去已覆盖根节点  $F_1, F_2, F_3, F_4$  与其他关键测点的连线, 图中用虚线表示。

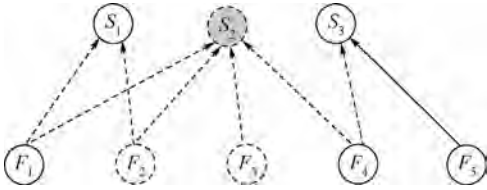


图3 关键测点选择举例

Fig. 3 Example of the key sensor selection

3) 回到步骤1), 仅有的  $F_5$  与  $S_3$  相关, 因此, 选择  $S_3$ , 此时, 所有根节点均被覆盖, 因此, 诊断测点可选择为  $S_2, S_3$ 。

由以上方案选择的关键测点集合并不是最优的, 基于以下例子可以看出。假设系统建立的偶图如图4所示, 按照以上方法, 选择入度最大的测点  $S_1$  为关键测点, 并删除已覆盖根节点  $F_1, F_2, F_3$  与其他关键测点的连线, 根据以上算法, 测点  $S_2, S_3, S_4$  均需要被选入关键测点集合。显然,  $S_2, S_3, S_4$  测点可以覆盖  $F_1, F_2, F_3$  故障, 因此,  $S_1$  测点是多余的。

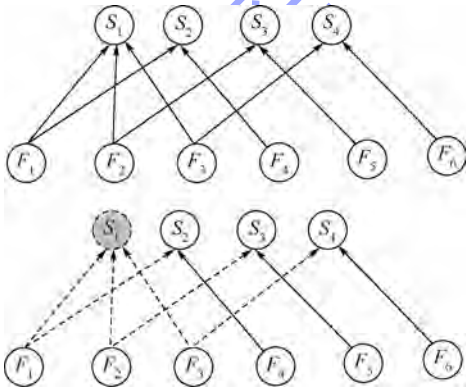


图4 算法反例

Fig. 4 Special case of the algorithm

### 3 测点配置结果

关键测点选择, 考虑具体要求, 对系统要求必须设置的测点, 例如遥测测点, 将其设置较高的优先级, 在动量轮中, 轴承温度遥测测点  $S_5$  和电流控制器电流遥测  $S_8$  是必须设置的测点, 应该设置较高的优先级, 对  $S_5$  和  $S_8$  优先处理。

高优先级测点配置完成后, 计算所有测点的入度如下:

$$\mathbf{R} = [12, 0, 0, 0, 0, 12, 15, 0, 12, 12, 0, 15, 7, 0, 7, 7, 7]$$

可以看出, 入度最大为 15, 但是存在重复, 测点  $S_7$  和测点  $S_{12}$  入度均为 15, 不考虑测点成本等其他因素, 认为各个测点没有区别的情况下, 按照测点编号的顺序, 优先选择测点  $S_7$  完成一套测点配置

方案, 如果需要多提供几种测点配置方案以供比较, 在配置完成后, 可以再返回选择测点  $S_{12}$  重新完成一套测点配置方案。

循环时默认顺序选择, 首先选择测点  $S_7$ , 关键测点配置选择如下:

$$\mathbf{S}_{\text{key}1} = [1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0]$$

循环时默认倒序选择, 首先选择测点  $S_{12}$ , 关键测点配置选择如下:

$$\mathbf{S}_{\text{key}2} = [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1]$$

以上得到的两种配置结果, 第 1 种选择了 9 个关键测点, 第 2 种选择了 8 个测点, 这说明了入度相同时, 测点选择顺序对结果会有很大的影响。

在第 1 步以后出现的入度相同的测点也有多种选择方案, 在计算允许范围内, 可以考虑列举多种测点配置方案, 综合对比, 选择最优方案。

### 4 资源占用度成本分析

以上测点配置方法会得到多种不同的方案, 这时, 就需要根据某项优化目标对这些方案进行取舍, 成本因素是测点配置必须考虑的一个重要因素, 主要需要考虑对系统体积、重量、功耗、处理能力等资源的要求。因此, 需要建立成本计算模型。成本与测点的数量、位置等都有关系。引入资源占用度描述成本, 其计算受到以下因素的约束:

1) 测点配置传感器数量约束。

备选测点向量为  $\mathbf{S} = [S_1, S_2, \dots, S_n]$ , 传感器配置向量为  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ,  $x_j$  为测点  $S_j$  的传感器数量,  $\mathbf{Q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]$  表示  $\mathbf{X}$  的上限向量, 测点传感器数量上限约束如下所示:

$$\forall x_j \leq q_j \quad x_j \in \mathbf{Z}^+ \quad (2)$$

$q_j$  根据系统实际情况确定。

2) 测点传感器各项资源要求确定。

考虑增加测点对系统体积、重量、功耗、处理能力等资源的要求, 由于体积、重量、功耗等有确定的数值衡量, 而测点传感器对处理能力要求没有确定值衡量。因此, 在处理无法确定度量的资源占用要求时, 将测点分为多个等级, 具体等级层数可根据实际情况进行论证, 每个等级, 为每类测点的资源占用度设以权值, 用来描述此类测点资源占用程度。分两类情况:

① 测点占用系统体积  $\mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ , 测点配置传感器重量  $\mathbf{W} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ , 测点配置传感器功耗  $\mathbf{P} = [p_1, p_2, \dots, p_n]$ , 均有确定值描述, 因此, 按照其资源要求取值即可。

② 传感器对处理能力要求  $\mathbf{H} = [h_1, h_2, \dots,$

$h_n]$ , 无法确定度量, 因此, 将测点按照对处理能力的要求分为  $m$  个等级, 每个等级表示不同的处理能力要求. 例如, 分为 3 个等级,  $A$  类测点表示高处理能力要求,  $B$  类测点表示中处理能力要求,  $C$  类测点表示低处理能力要求,  $A, B, C$  3 类测点分别赋值  $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ ,  $h_i$  的取值范围为  $\left\{1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right\}$ .

3) 测点资源占用度计算.

进行成本比较时, 用资源占用度  $C_s$  表示.

资源占用度需要考虑各种成本的要求, 不同成本之间的数值差别很大, 如果简单相加会造成某些重要指标被弱化, 因此资源占用度用加权平均来表示. 资源占用度  $C_s$  需要满足以下特征:

- ①  $C_s \in [0, 1]$ .
- ②  $C_s$  取值封闭, 即  $\exists C_s = 0$  且  $\exists C_s = 1$ .

因此, 本文使用以下公式来计算  $C_s$ :

$$C_s = a_1 \frac{\sum_{i=1}^n v_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n v_i \cdot q_i} + a_2 \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n w_i \cdot q_i} + a_3 \frac{\sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n p_i \cdot q_i} + a_4 \frac{\sum_{i=1}^n h_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n h_i \cdot q_i} \quad (3)$$

以上资源占用度的计算考虑了体积、质量、功耗、处理要求 4 项指标, 每项指标均用已配置测点资源占用量除以满配置测点资源占用量来表示, 变量表示的意义如前所示, 在每项之前设置了一项加权项, 一般情况下, 4 种指标均衡考虑, 取  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \frac{1}{4}$ , 当对某一指标特别要求时, 可更改其加权项, 但必须满足所有加权项之和为 1. 如果考虑更多资源占用指标要求, 以上资源占用度的计算可以拓展, 也可以简化.

简单举例说明算法应用, 第 3 节选取的两个测点配置方案均满足可诊断性要求, 备选测点体积向量为

$$v = [2.1, 3.6, 5.8, 2.2, 6.1, 6.7, 5.3, 4.2, 9.1, 9.6, 7.2, 2.9, 2]$$

质量向量为

$$w = [7.1, 9.6, 7.8, 8.5, 9.4, 6.6, 9.3, 5.6, 7.4, 9.2, 8.2, 5.9, 3]$$

仅考虑体积和质量约束的资源占用度公式为

$$C_s = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^{17} v_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{17} v_i \cdot q_i} + \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^{17} w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{17} w_i \cdot q_i} \quad (4)$$

按照第 3 节两个方案分别将测点矩阵代入计算:

方案 1  $C_s = 0.274$

方案 2  $C_s = 0.203$

因此选择方案 2 为诊断测点配置方案.

## 5 结 论

本文以动量轮为例, 基于 DG 图开展满足可诊断性的测点配置. 主要结论有:

- 1) 利用 DG 图方法完成基于可诊断性的测点配置时, 采用贪婪算法可以满足可检测性和可分离性要求, 得到的却不是最优测点;
- 2) 提出资源成本占用度的评价指标, 可以在测点配置时使得所得到的关键测点满足系统资源成本的限制要求;
- 3) 本文方法基于定性模型展开, 可以应用于其他航天器部件的诊断测点配置, 具有广泛的适用性.

## 参考文献 (References)

[1] 刘文静, 刘成瑞, 王南华. 故障可诊断性评价与设计研究进展 [J]. 航天控制, 2011, 29(6): 72-78  
Liu Wenjing, Liu Chengrui, Wang Nanhua. Overview of fault diagnosability evaluation and design [J]. Aerospace Control, 2011, 29(6): 72-78 (in Chinese)

[2] 刘文静, 刘成瑞, 王南华. 基于可诊断性约束的测点优化配置研究 [J]. 空间控制技术与应用, 2011, 37(2): 1-5  
Liu Wenjing, Liu Chengrui, Wang Nanhua. Fault diagnosability constraint based optimistic sensor placement [J]. Aerospace Control and Application, 2011, 37(2): 1-5 (in Chinese)

[3] 蒋鼎国, 张宇林, 焦竹青, 等. 基于 QPSCO 算法的传感器优化配置 [J]. 南京理工大学学报: 自然科学版, 2009, 33(4): 459-463  
Jiang Dingguo, Zhang Yulin, Jiao Zhuqing, et al. Optimal sensor placement based on QPSCO algorithm [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2009, 33(4): 459-463 (in Chinese)

[4] 杨光, 刘冠军, 李金国, 等. 基于故障检测和可靠性约束的传感器布局优化 [J]. 电子学报, 2006, 34(2): 348-351  
Yang Guang, Liu Guanjuan, Li Jinguo, et al. Optimal sensor placement based on various fault detectability and reliability criteria [J]. ACTA Electronica Sinica, 2006, 34(2): 348-351 (in Chinese)

[5] 于保华, 杨世锡, 周晓峰. 一种基于 MFM 的传感器优化配置方法 [J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(2): 283-286  
Yu Baohua, Yang Shixi, Zhou Xiaofeng. Sensor placement based on MFM [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(2): 283-286 (in Chinese)

[6] 胡江华, 常新龙, 李进军, 等. 遗传算法在传感器优化配置中的应用 [J]. 传感器与微系统, 2008, 27(3): 109-113

- Hu Jianghua, Chang Xinlong, Li Jinjun, et al. Application of genetic algorithm in optimal sensor placement[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2008, 27(3): 109 - 113 (in Chinese)
- [7] Kotecha P R, Bhushan M, Gudi R D. Design of robust, reliable sensor networks using constraint programming [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2008, 32(9): 2030 - 2049
- [8] Duan R X, Ou D X, Dong D C, et al. Optimal sensor placement for fault diagnosis based on diagnosis cost specifications [J]. *Journal of Computational Information Systems*, 2011, 7(9): 3253 - 3260
- [9] Yang F, Xiao D Y, Sirish L S. Optimal sensor location design for reliable fault detection in presence of false alarms [J]. *Sensors* 2009, 9(11): 8579 - 8592
- [10] 路宽, 张文杰, 解庄. 民机电传飞行控制系统测试性设计 [J]. *航空计算技术*, 2013, 43(2): 131 - 134  
Lu Kuan, Zhang Wenjie, Xie Zhuang. Testability design on flight by wire of civil aircraft [J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2013, 43(2): 131 - 134 (in Chinese)
- [11] Raghuraj R, Bhushan M, Rengaswamy R. Locating sensors in complex chemical plants based on fault diagnostic observability criteria [J]. *American Institute of Chemistry Engineering Journal*, 1999, 45(2): 310 - 322
- [12] Bhushan M, Rengaswamy R. Design of sensor network based on the SDG of the process for efficient fault diagnosis [J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2000, 39(4): 999 - 1019
- [13] Bhushan M, Narasimhan S, Rengaswamy R. Robust sensor network design for fault diagnosis [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2008, 32(4/5): 1067 - 1084
- [14] Mehmet E, Molly H. Model-based solution techniques for the source localization problem [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(6): 895 - 904
- [15] Mano R, Raghunathan R, Venkat V. Application of signed digraphs-based analysis for fault diagnosis of chemical process flowsheets [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2004, 17(5): 501 - 518

# 波束跃度对星载 SAR 滑聚模式成像影响分析



曾虹程 陈杰 杨威 张豪杰

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对星载合成孔径雷达(SAR, Synthetic Aperture Radar)滑动聚束模式方位向天线波束无法实现空间连续运动而引入虚假目标的问题,提出了波束跃度对成像质量影响的定量分析方法.首先在方位向天线波束控制前提下,构建了星载 SAR 滑动聚束模式回波信号的数学模型.在此基础上,采用成对回波理论定性与定量分析了波束跃度对成像质量的影响,尤其给出了天线最小波束跃度与虚假目标幅度和位置的定量映射关系,并讨论了不同波段下,虚假目标对分辨率、峰值旁瓣比、积分旁瓣比以及系统增益的影响,为系统顶层合理设计天线最小波束跃度指标提供了可靠的理论依据.通过计算机仿真实验验证了提出的理论分析方法的正确性.

**关键词:** 合成孔径雷达; 滑动聚束模式; 波束跃度; 成对回波; 虚假目标

**中图分类号:** TN 957

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1549-06

## Impact of antenna beam granularity on sliding spotlight spaceborne SAR image quality

Zeng Hongcheng Chen Jie Yang Wei Zhang Haojie

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100191, China)

**Abstract:** Antenna beam in sliding spotlight spaceborne synthetic aperture radar (SAR) cannot continuously scan the illuminated scene, leading to paired-echo in SAR images. A method quantitatively analyzing the impact of antenna beam granularity was presented. Firstly, mathematical mode of sliding spotlight spaceborne SAR was proposed based on the azimuth antenna beam granularity. Then, the qualitative and quantitative studies about the impacts of antenna beam granularity on image quality were proposed. And the expression for determining both amplitudes and positions of paired-echo and the minimum beam granularity was illuminated. Moreover, the impacts of paired-echo on azimuth resolution, integrated side lobe ratio (ISLR), peak side lobe ratio (PSLR) and system gain were discussed, at different operation frequencies, e. g. X-band and C-band. Therefore, the analysis provides a theoretical basis for minimum antenna beam granularity design. Finally, computer simulations testify to the validity of theoretical analysis.

**Key words:** synthetic aperture radar (SAR); sliding spotlight; beam granularity; paired-echo; ghost target

星载合成孔径雷达(SAR, Synthetic Aperture Radar)滑动聚束模式是一种高分辨率宽覆盖的空间对地遥感观测模式,同经典的条带模式与聚束

模式相比,滑动聚束模式依照系统顶层设计,在成像过程中不断控制方位向波束指向,缓解了条带模式难以实现高分辨率以及聚束模式覆盖性能差

收稿日期: 2013-11-20; 网络出版时间: 2014-03-13 17:33; DOI: 10.13700/j. bh. 1001-5965. 2013. 0669

网络出版地址: www. cnki. net/kcms/doi/10. 13700/j. bh. 1001-5965. 2013. 0669. html

基金项目: 北京高等学校青年英才计划资助项目(YETP0432); 国家 863 计划资助项目(2012AA01A508); 国家青年科学基金资助项目(61302080)

作者简介: 曾虹程(1989-),男,四川宣汉人,博士生, zenghc\_buaa@sina. com.

的问题<sup>[1-3]</sup>.与此同时,滑动聚束模式还可以通过控制方位向波束的扫描速率灵活调整分辨率与测绘带宽<sup>[4-5]</sup>,因此,目前国外先进 SAR 系统,如 TerraSAR-X 以及下一代 TerraSAR-X<sup>[6-8]</sup>都广泛运用了这种成像模式.

天线方位向波束扫描能力是星载 SAR 滑动聚束模式有效工作的重要前提,天线最小波束跃度则是星载 SAR 滑动聚束模式成像质量的重要保障.星载 SAR 滑动聚束模式实际工作过程中,由于卫星硬件限制,方位向天线波束指向控制存在一定的误差且无法连续扫描<sup>[8-14]</sup>.文献[11-12]明确指出 TerraSAR-X 卫星 TOPSAR 模式采用波束跃度的方式实现方位向波束的扫描,阐明了波束跃度将导致方位向虚假目标的出现,并给出了 TOPSAR 天线波束跃度与虚假目标幅度之间的量化表达式,但并未分析天线波束跃度同虚假目标位置的映射关系.文献[13]对星载 SAR 聚束模式天线波束跃度控制进行了建模分析,但滑动聚束模式天线方向图调制同聚束模式具有本质区别,因此聚束模式波束跃度模型无法适用于滑动聚束模式的分析.文献[14]对机载 SAR 滑动聚束模式天线波束跃度控制对主瓣展宽的影响进行了分析,但并未涉及虚假目标幅度的分析.因此,开展方位向天线波束跃度对星载 SAR 滑动聚束模式成像质量影响分析,量化描述天线波束跃度与虚假目标的关系,对系统顶层优化设计具有重要意义.

本文深化研究了星载 SAR 滑动聚束模式方位向波束跃度控制规律,构建了星载 SAR 滑动聚束模式回波信号数学模型.在此基础上,通过数学推导,量化描述了天线波束跃度同虚假目标幅度和位置的映射关系,并讨论了不同波段下虚假目标对分辨率、峰值旁瓣比、积分旁瓣比以及系统增益的影响.最后,通过计算机仿真验证了理论推导的正确性,为天线控制精度指标的合理设计提供了重要的理论依据.

## 1 波束跃度下的回波信号数学建模

图 1 给出了星载 SAR 滑动聚束模式空间几何关系,星载 SAR 滑动聚束模式下,波束以等效旋转点为旋转中心由前至后进行主动扫描,由此引入的瞬时波束旋转角  $\Phi_\varphi$  如下式所示<sup>[4]</sup>:

$$\Phi_\varphi = \frac{Vt}{R_{RS}} \quad (1)$$

其中,  $V$  为不考虑波束扫描时波束在地面的移动速度;  $t$  为方位向时间;  $R_{RS}$  为旋转点  $R$  到卫星  $S$  的

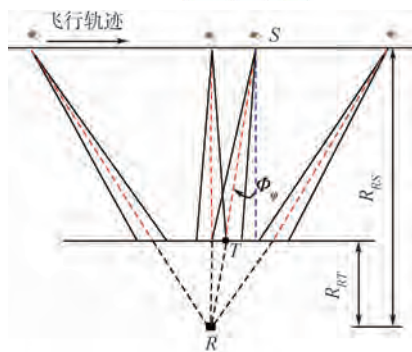


图 1 星载 SAR 滑动聚束模式空间几何关系

Fig. 1 Geometry of spaceborne sliding spotlight SAR

最近斜距.则理想天线扫描情况下,滑动聚束模式的方位向等效天线方向图为<sup>[4]</sup>

$$G_a(t) = G_0 \text{sinc}^2 \left[ \frac{D}{\lambda} \cdot \left( \frac{Vt}{R_{RS} - R_{RT}} - \Phi_\varphi \right) \right] = G_0 \text{sinc}^2 \left[ \frac{D}{\lambda} \cdot \left( \frac{Vt}{R_{RS} - R_{RT}} - \frac{Vt}{R_{RS}} \right) \right] \quad (2)$$

其中,  $G_0$  为天线增益;  $D$  为天线长度;  $\lambda$  为波长;  $R_{RT}$  为从旋转点  $R$  到目标  $T$  的最近斜距.

然而,星载 SAR 滑动聚束模式实际工作过程中,天线无法连续扫描,而是采用波束跃度的方式实现天线扫描控制<sup>[11-12]</sup>.则瞬时波束旋转角  $\Phi_\varphi$  采用波束跃度控制后的离散化波束旋转角度  $\Phi_{\varphi q}$  可以表示为

$$\Phi_{\varphi q} = M \Delta \Phi_\varphi \quad (3)$$

其中  $M = \text{mod}(\Phi_{\varphi q}, \Delta \Phi_\varphi)$ ,  $\Delta \Phi_\varphi$  为波束旋转角度量化步长,即天线最小波束跃度.式(3)所示的波束旋转角度的离散化将引起方位向天线方向图的调制,从而使得天线方向图产生锯齿状的调制现象,如图 2 所示.

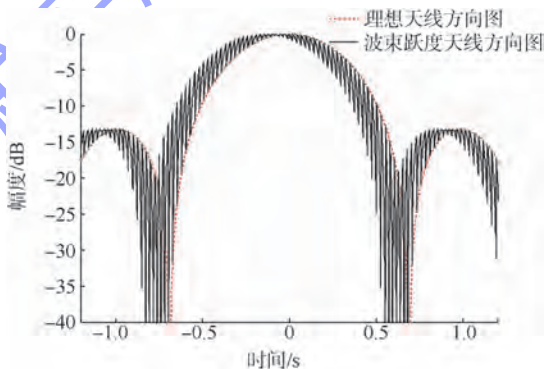


图 2 波束跃度对方位向等效天线方向图的影响

Fig. 2 Impact of beam granularity on azimuth equivalent antenna

由于波束旋转角度是方位时间的函数,如式(1)所示,因此为方便后续推导,将方位时间的离散化取代波束旋转角度的离散化,则式(3)可以改写为

$$\left. \begin{aligned} \Delta\Phi_\varphi &= \frac{V\Delta T}{R_{RS}} \\ \Phi_{\varphi q} &= M \cdot \frac{V\Delta T}{R_{RS}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中  $\Delta T$  为量化时长. 因此, 星载 SAR 滑动聚束模式实际工作过程的方位向等效天线方向图为

$$\begin{aligned} G_{aq}(t) &= G_0 \text{sinc}^2 \left[ \frac{D}{\lambda} \cdot \left( \frac{Vt}{R_{RS}} - R_{RT} - \Phi_{\varphi q} \right) \right] = \\ &G_0 \text{sinc}^2 \left[ \frac{D}{\lambda} \cdot \left( \frac{Vt}{R_{RS}} - R_{RT} - M \cdot \frac{V\Delta T}{R_{RS}} \right) \right] = \\ &G_0 \text{sinc}^2 \left[ \frac{YDV}{\lambda R_{RS}} \cdot \left( t + \frac{t - M\Delta T}{Y} \right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$Y = \frac{R_{RT}}{R_{RS} - R_{RT}}$$

令  $g(t) = t - M\Delta T$

$g(t)$  相当于把周期函数  $g'(t) =$

$\begin{cases} t & t \in [0, \Delta T) \\ \Delta T & t = \Delta T \end{cases}$  进行傅里叶级数展开, 即

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2\pi nt}{\Delta T} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{2\pi nt}{\Delta T} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} a_0 &= \Delta T \\ a_n &= 0 \\ b_n &= -\frac{\Delta T}{n\pi} \end{aligned}$$

则式(5)可改写为

$$G_{aq}(t) = G_0 \text{sinc}^2 \left\{ \frac{YDV}{\lambda R_{RS}} \left[ t + \frac{1}{Y} \cdot \left( \frac{\Delta T}{2} + \alpha(t) \right) \right] \right\} \quad (7)$$

其中

$$\alpha(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Delta T}{n\pi} \sin \frac{2\pi nt}{\Delta T}$$

而  $t + \frac{1}{Y} \cdot \frac{\Delta T}{2} \gg \frac{1}{Y} \cdot \alpha(t)$

因此,  $G_{aq}(t)$  可展开为一阶泰勒级数:

$$G_{aq}(t) = G_a \left( t + \frac{\Delta T}{2Y} \right) + \frac{1}{Y} \cdot G'_a \left( t + \frac{\Delta T}{2Y} \right) \cdot \alpha(t) \quad (8)$$

因此, 星载 SAR 滑动聚束模式波束跃度控制下的方位向回波信号数学表达式为

$$s_{iq}(t) = G_{aq}(t) \cdot \exp \{ -j\pi k_r t^2 \} \quad (9)$$

式(9)为多普勒频谱进行多普勒中心频率平移后的结果,  $k_r$  为多普勒调频率.

## 2 天线波束跃度影响分析

理想情况下, 星载 SAR 滑动聚束模式点目标方位向回波信号  $s_i(t)$  通过匹配滤波器  $h(t) = e^{j\pi k_r t^2}$  以后的输出为<sup>[15]</sup>

$$\begin{aligned} s_o(t) &= s_i(t) \otimes h(t) = \\ &\exp \{ j\pi k_r t^2 \} \int_{-\infty}^{\infty} G_a(\tau) \cdot \exp \{ -j2\pi k_r t\tau \} d\tau \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\otimes$  表示卷积. 而天线波束跃度控制下的回波信号  $s_{iq}(t)$  仍采用匹配滤波器  $h(t)$  进行处理的输出为

$$\begin{aligned} s_{oq}(t) &= s_{iq}(t) \otimes h(t) = \\ &\exp \{ j\pi k_r t^2 \} \int_{-\infty}^{\infty} G_{aq}(\tau) \exp \{ -j2\pi k_r t\tau \} d\tau \end{aligned} \quad (11)$$

将式(8)代入式(11)可以得到  $s_{oq}(t)$  的解析表达式为

$$\begin{aligned} s_{oq}(t) &= \exp \{ j\pi k_r t^2 \} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{Y} \cdot G'_a \left( \tau + \frac{\Delta T}{2Y} \right) \cdot \right. \\ &\alpha(\tau) + G_a \left( \tau + \frac{\Delta T}{2Y} \right) \left. \right] \cdot \exp \{ -j2\pi k_r t\tau \} d\tau = \\ &\sum_{n=1}^{\infty} s_p(t, n) + s_o(t) \cdot \exp \left\{ -j \frac{\pi k_r \Delta T t}{Y} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $s_p(t, n)$  的表达式为

$$\begin{aligned} s_p(t, n) &= \frac{1}{Y} \cdot \left( 1 - \frac{k_r \Delta T t}{n} \right) \cdot s_0 \left( t - \frac{n}{k_r \Delta T} \right) \cdot \\ &\exp \left\{ -j\pi \left[ \frac{k_r \Delta T t - n}{Y} + \left( \frac{n^2}{k_r \Delta T^2} - \frac{2nt}{\Delta T} \right) \right] \right\} + \\ &\frac{1}{Y} \cdot \left( 1 + \frac{k_r \Delta T t}{n} \right) \cdot s_0 \left( t + \frac{n}{k_r \Delta T} \right) \cdot \\ &\exp \left\{ -j\pi \left[ \frac{k_r \Delta T t - n}{Y} + \left( \frac{n^2}{k_r \Delta T^2} + \frac{2nt}{\Delta T} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

结合式(12)和式(13)可知天线波束跃度将使主瓣两侧出现无穷多对成对回波,  $s_p(t, n)$  为主瓣两侧第  $n$  对成对回波, 随着  $n$  增大, 虚假目标远离主瓣且幅度变小, 对成像质量的影响也可以忽略不计.

下面主要分析主回波两旁的第 1 对成对回波 ( $n=1$ ) 的虚假目标位置与幅值.

由式(13)可知,  $n=1$  时,  $s_p(t, 1)$  的峰值出现的位置  $t_0$  以及  $s_p(t, 1)$  峰值与  $s_0(t)$  的峰值的幅度比值  $E_{p1}$  由式(14)给出:

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= \pm \frac{1}{k_r \Delta T} \pm \frac{YDV}{2\lambda R_{RS} k_r} \\ E_{p1} &= \frac{DV\Delta T}{4\lambda R_{RS}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

结合式(4), 式(14)可改写为

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= \pm \frac{V}{k_r R_{RS} \Delta\Phi_\varphi} \pm \frac{YDV}{2\lambda R_{RS} k_r} \\ E_{p1} &= \frac{D\Delta\Phi_\varphi}{4\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

由式(15)可以得到如下结论:

1) 不同于星载 SAR 聚束模式<sup>[11]</sup>, 滑动聚束模式方位向天线波束跃度控制引入的成对回波为双峰, 而  $\frac{V}{k_r R_{RS} \Delta \Phi_\varphi} \geq \frac{YLV}{2\lambda R_{RS} k_r}$ , 虚假目标  $s_p(t, 1)$

的峰值将出现在  $\pm \frac{V}{k_r R_{RS} \Delta \Phi_\varphi}$  附近, 即虚假目标位置受信号波长  $\lambda$  影响较小. 此外天线最小波束跃度  $\Delta \Phi_\varphi$  越高, 成对回波离主瓣越远.  $R_{RS}$  决定了滑动聚束模式的方位扫描速度与方位向分辨率, 当  $R_{RS}$  变小, 方位扫描速度越快, 方位向分辨率越高, 成对回波位置离主瓣也越远.

2) 成对回波的幅度  $E_{p1}$  只与方位向天线长度  $D$ 、天线最小波束跃度  $\Delta \Phi_\varphi$  以及信号波长  $\lambda$  相关.  $E_{p1}$  与  $D$  成正比, 为降低天线最小波束跃度精度要求, 需要缩短方位向天线长度.  $E_{p1}$  与  $\lambda$  成反比, 较长的信号波长将降低天线波束控制精度要求, 即最小波束跃度一定的条件下, C 波段成对回波幅值要低于 X 波段的成对回波幅值.

第 1 对成对回波  $s_p(t, 1)$  对输出回波  $s_o(t)$  的影响十分复杂,  $s_p(t, 1)$  峰值位置  $t_0$  的不同, 其对分辨率、峰值旁瓣比、积分旁瓣比以及系统增益的影响也不同:

1)  $|t_0| < \frac{1}{k_r T_s}$  时, 其中  $T_s$  为合成孔径时间,  $s_p(t, 1)$  峰值落在  $s_o(t)$  的主瓣内, 使得主瓣展宽, 分辨率下降, 同时减小积分旁瓣比与系统增益, 而对峰值旁瓣比影响较小.

2)  $|t_0| = \frac{1}{k_r T_s}$  时,  $s_p(t, 1)$  峰值位置落在第一零点处, 此时积分旁瓣比增大, 系统增益减小, 分辨率影响较小, 而且当  $E_{p1}$  大于  $s_o(t)$  的峰值旁瓣时, 峰值旁瓣比增大.

3)  $\frac{1}{k_r T_s} < |t_0| \leq \frac{10}{k_r T_s}$  时,  $s_p(t, 1)$  峰值位置落在  $s_o(t)$  的副瓣内, 此时积分旁瓣比增大, 系统增益减小, 分辨率影响较小, 而且当  $s_p(t, 1)$  峰值位置与  $s_o(t)$  峰值旁瓣重合或  $s_p(t, 1)$  峰值幅度大于  $s_o(t)$  的峰值旁瓣时, 峰值旁瓣比增大.

4)  $|t_0| > \frac{10}{k_r T_s}$  时,  $s_p(t, 1)$  峰值位置落在第 10 个旁瓣之外, 此时对积分旁瓣比、峰值旁瓣比以及分辨率的影响基本可以忽略, 主要考虑虚假目标对成像质量的影响. 为满足系统成像指标, 需要控制虚假目标的幅度, 即最小波束跃度需要足够小.

通过上述分析可知, 为减小方位向天线波束跃度控制对成像质量的影响, 需减小最小波束跃

度, 使虚假目标远离目标, 减小对分辨率、积分旁瓣比以及峰值旁瓣比的影响, 同时使得虚假目标幅值下降, 减小对系统增益的影响. 此外, 选用更长的信号波长 (如 C 波段), 更加有助于减小虚假目标对成像质量的影响.

### 3 计算机仿真实验

为了验证上述分析的正确性, 开展了星载 SAR 滑动聚束模式点目标仿真实验, 仿真参数如表 1 所示.

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

仿真参数	数值
波长/m	0.03(X 波段), 0.056(C 波段)
方位向天线长度/m	6.0
卫星高度/km	700
旋转点离地面距离/km	130
中心视角/(°)	35
脉冲重复频率/Hz	4000
信号带宽/MHz	300
信号采样率/MHz	400
方位向分辨率/m	0.5

图 3 给出了 X 波段不同最小波束跃度  $\Delta \Phi_\varphi$  下的脉冲压缩结果, 为避免旁瓣幅度较高对虚假目标测量的影响, 图 3 采用了海明窗加权. 实验结果表明, 控制精度较高时, 虚假目标离主瓣较远且峰值较小, 将会淹没在副瓣中 (如图 3 中黑色虚线与绿色虚线所示); 随着控制精度变差, 脉冲压缩结果出现明显的双峰成对回波现象, 其位置出现在主瓣两侧  $\pm \frac{V}{k_r R_{RS} \Delta \Phi_\varphi}$  附近, 当控制精度 0.015° 时, 虚假目标位置在  $\pm 0.0309$  s 附近, 幅度为 -50.43 dB, 控制精度 0.020° 时, 虚假目标位置在  $\pm 0.0226$  s, 幅度为 -47.71 dB.

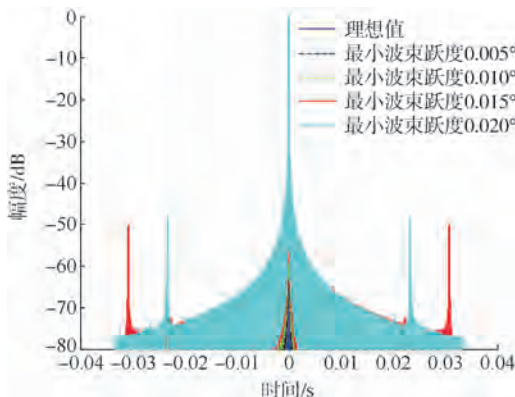


图 3 X 波段不同控制精度下的脉冲压缩结果

Fig. 3 Pulse compression results for different beam control accuracy in X-band

图 4 给出了各波束跃度控制精度下的虚假目标具体位置与幅度的理论值和仿真值验证对比曲线,由图可知虚假目标位置与幅度的理论值和实际值能够很好吻合,上述结论都验证了本文分析推导的有效性。

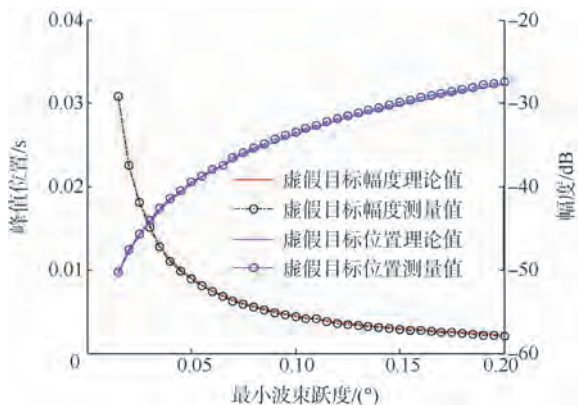


图 4 虚假目标位置和幅度与波束跃度关系

Fig. 4 Relationship between the position and amplitude of ghost target and beam granularity

由于虚假目标位置与幅度的理论值与仿真值误差较小,在系统顶层论证方位向天线波束跃度控制精度指标时可以直接采用式(15)结论.图 5 给出了不同控制精度条件下 C 波段与 X 波段的虚假目标峰值位置与峰值幅度,由图 5 可知,在其他条件相同的情况下,X 波段的成对回波峰值幅度越大且成对回波位置离主瓣越近,对成像质量的影响也越大,即在相同的指标条件下,X 波段系统实现需要更高的最小波束跃度精度。

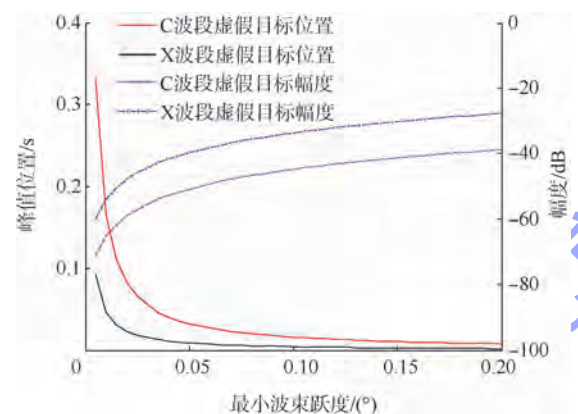


图 5 C/X 波段峰值位置和峰值幅度与控制精度的关系

Fig. 5 Relationship between the peak position and amplitude and beam control accuracy in C/X-band

## 4 结论

1) 本文通过星载 SAR 滑动聚束模式天线波束跃度控制回波信号建模,并结合成对回波理论,

证实了天线波束跃度控制将导致回波信号的幅度调制,引起无穷多对成对回波的出现,从而影响成像质量。

2) 本文通过天线波束跃度控制数学模型的建立,定性与量化分析了虚假目标位置与幅度同最小波束跃度之间的关系.在此基础上,对不同波段下,虚假目标对分辨率、积分旁瓣比、峰值旁瓣比以及系统增益的影响展开了讨论,并得出在相同的指标条件下,X 波段相比于 C 波段系统实现需要更高的最小波束跃度精度。

3) 本文通过计算机仿真实验验证了理论推导的有效性,为合理设计天线最小波束跃度指标提供了可靠的理论基础。

## 参考文献 (References)

- [1] Lanari R, Zoffoli S, Sansosti E, et al. New approach for hybrid strip-map/spotlight SAR data focusing[J]. IEE Proceedings: Radar, Sonar and Navigation, 2001, 148(6): 363-372
- [2] Franceschetti G, Raffaella G, Iodice A, et al. Efficient simulation of hybrid stripmap/spotlight SAR raw signals from extended scenes[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(11): 2385-2396
- [3] 刘寒艳, 宋红军, 程增菊. 条带模式、聚束模式和滑动聚束模式的比较[J]. 中国科学院研究生院学报, 2011, 28(3): 410-417  
Liu Hanyan, Song Hongjun, Cheng Zengju. Comparative study on stripmap mode, spotlight mode, and sliding spotlight mode [J]. Journal of the Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, 2011, 28(3): 410-417 (in Chinese)
- [4] 唐禹, 王岩飞, 张冰尘. 滑动聚束 SAR 成像模式研究[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(1): 26-29  
Tang Yu, Wang Yanfei, Zhang Bingchen. A study of sliding spotlight SAR imaging mode [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(1): 26-29 (in Chinese)
- [5] Yang W, Chen J, Zeng H C. A novel three-step image formation scheme for unified focusing on spaceborne SAR data [J]. Progress in Electromagnetics Research, 2013, 137: 621-642
- [6] Mittermayer J, Richard L, Elke B. Sliding spotlight SAR processing for TerraSAR-X using a new formulation of the extended chirp scaling algorithm [C]//Proceeding of International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). Toulouse France: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2003, 3: 1462-1464
- [7] Heer C, Shaefer C. TerraSAR-X next generation: technology aspects [C]//2011 3rd International Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2011: 86-89
- [8] 黄岩, 李春升, 陈杰, 等. 星载 SAR 天线指向稳定度对成像质量的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2000, 26(3): 282-285  
Huang Yan, Li Chunsheng, Chen Jie, et al. Effects of stability of antenna pointing on spaceborne SAR imaging quality [J]. Journal

- of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000, 26(3):282-285 (in Chinese)
- [9] 吴越,李春升,王鹏波,等. 天线波束指向控制对 TOPSAR 成像质量的影响[J]. 宇航学报, 2012, 33(4):487-491  
Wu Yue, Li Chunsheng, Wang Pengbo, et al. Effects on antenna beam steering on TOPSAR imaging quality[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(4):487-491 (in Chinese)
- [10] 陈杰,周荫清,李春升. 合成孔径雷达卫星姿态指向稳定性与图像质量关系的研究[J]. 电子学报, 2001, 29(12):1785-1789  
Chen Jie, Zhou Yinqing, Li Chunsheng. On the relationship between satellite attitude stability and spaceborne SAR imaging qualities[J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(12):1785-1789 (in Chinese)
- [11] Meta A, Mittermayer J, Prats P, et al. TOPS imaging with TerraSAR-X: mode design and performance analysis [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2010, 48(2):759-769
- [12] Meta A, Mittermayer J, Steinbrecher U, et al. Investigations on the TOPSAR acquisition mode with TerraSAR-X [C]//2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Piscataway, NJ: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2007:152-155
- [13] 王国栋,周荫清,李春升. 星载聚束式 SAR 天线波束指向控制分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(6):484-488  
Wang Guodong, Zhou Yinqing, Li Chunsheng. Analysis of spaceborne spotlight SAR antenna beam point steering[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(6):484-488 (in Chinese)
- [14] 蒋彦婷,周荫清,徐华平. 机载混合模式 SAR 波束指向控制对图像质量的影响[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(2):335-338  
Jiang Yanting, Zhou Yinqing, Xu Huaping. Effect of air hybrid mode SAR beam point steering on the image quality[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(2):335-338 (in Chinese)
- [15] 陈杰,周荫清,李春升,等. 卫星姿态指向抖动与 SAR 成像质量关系研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2001, 27(5):518-521  
Chen Jie, Zhou Yinqing, Li Chunsheng, et al. Relationship between satellite attitude jitter and SAR imaging quality[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2001, 27(5):518-521 (in Chinese)

# 复合材料开孔层压板压缩长期强度预测



康 军 关志东 黎增山 李 星

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 加速试验方法 (ATM, Accelerated Testing Methodology) 基于复合材料基体的黏弹性特性, 根据时间-温度叠加原理, 用较高温下的短期强度预测较低温度下的长期强度. 对应变不变量失效理论 (SIFT, Strain Invariant Failure Theory) 进行改进, 采用微观的最大应变准则判断纤维的拉伸和压缩失效. 通过基体动态力学分析 (DMA, Dynamic Mechanical Analysis) 试验得到基体的储能模量控制曲线和时间-温度平移因子. 通过不同温度下单向板拉伸、压缩试验得到破坏应变, 根据时间-温度叠加原理采用基体的时间温度平移因子, 构建 SIFT 临界值的控制曲线. 采用应变不变量失效理论和加速试验方法 (SIFT/ATM) 结合渐进损伤分析, 对准各向同性开孔板压缩长期强度进行了预测, 并对破坏过程进行了模拟, 分析了纤维和基体的失效过程. 计算与试验结果吻合较好, 证明了该方法的适用性.

**关键词:** 复合材料; 应变不变量; 加速试验方法; 时间-温度叠加原理; 长期强度

**中图分类号:** V 257; TB 33

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1555-08

## Long-term open-hole compression strength prediction of composite laminates

Kang Jun Guan Zhidong Li Zengshan Li Xing

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Accelerated testing methodology (ATM) predicts long-term strength in low temperature with short-term in high temperature, which is based on the viscoelasticity of matrix and the time-temperature superposition principle (TTSP). The strain invariant failure theory (SIFT) was modified by using micro maximum strain criteria to judge fiber tensile and compressive failure. Master curve of storage modulus of epoxy resin and the time-temperature shift factors were tested from dynamic mechanical analysis (DMA). Master curves of SIFT critical parameters were constructed by tension and compression test for unidirectional carbon fiber reinforced plastics (CFRP) under various temperatures with the time-temperature shift factors of matrix resin. Long-term compression strength of open-hole composite laminates was predicted based on SIFT/ATM combined method. The damage process of fiber and matrix was simulated by progressive damage analysis as well. Good agreement between numerical results and experiments was observed, which demonstrates the applicability of this method.

**Key words:** composite material; strain invariant failure theory; accelerated testing methodology; time-temperature superposition principle; long-term strength

复合材料具有比强度、比刚度高及可设计性等特点, 已广泛应用于航空航天结构中, 在长期使

用过程中的强度预测越来越受到关注. 众所周知, 聚合物复合材料的性能不仅是时间的函数, 还与

温度相关,具有时间-温度相关性,即黏弹性<sup>[1]</sup>.因此,可以利用时间-温度叠加原理,通过提高试验温度来加快试验速度.

加速试验方法(ATM, Accelerated Testing Methodology)基于时间-温度叠加原理,将不同温度、加载速率下的强度-时间曲线段沿时间轴平移,构成参考温度下的强度-时间曲线. Miyano等人<sup>[2]</sup>研究了碳纤维复合材料的静载强度、蠕变强度和疲劳强度的时间温度相关性,提出了复合材料强度预测加速试验方法. Miyano<sup>[3-5]</sup>, Nakada<sup>[6-7]</sup>, Cai<sup>[8]</sup>, Iwai<sup>[9]</sup>等人进行了复合材料层压板拉伸、压缩、弯曲、机械连接,以及湿热环境下的静载、蠕变和疲劳试验,验证了加速试验方法的适用性.

应变不变量失效理论(SIFT, Strain Invariant Failure Theory)由 Goose 和 Christensen 提出<sup>[10]</sup>,是一种基于物理失效模式的强度理论,将基体的失效模式分为膨胀失效和扭曲失效.通过代表体积单元将“宏观”应变放大,分析纤维与基体间的相互作用,同时考虑了固化残余应力的影响. Tay 和 Sun<sup>[11-12]</sup>等人用渐进损伤分析方法,将 SIFT 和单元失效法(EFM, Element Failure Method)相结合,用于预测开孔层压板拉伸载荷下失效过程.

Tsai 等人<sup>[13]</sup>结合应变不变量理论和加速试验方法(SIFT/ATM),采用经典层压板理论进行宏观应力分析,预测复合材料层压板在不同温度及湿度环境下的疲劳失效寿命,并将该方法在 Microsoft Excel 中开发了疲劳寿命和剩余强度软件 Super Mic-Mac. 由于应力分析采用了经典层压板理论,该方法无法分析带应力集中的复合材料结构,如开孔、加筋板、连接件的强度与寿命. Cai 等人<sup>[14-15]</sup>采用三维有限元模型进行宏观应力分析,基于 SIFT/ATM 方法预测准各向同性开孔层压板匀速加载下长期压缩强度. 但是 Cai 采用孔边单元失效作为开孔板最终失效准则,并未对开孔层压板的失效过程进行分析.

本文对应变不变量失效理论中纤维失效准则进行改进,并结合加速试验方法和渐进损伤分析,模拟了开孔层压板压缩失效过程,分析了纤维和基体失效,预测了复合材料开孔层压板匀速加载下长期压缩强度. 计算结果与试验结果吻合很好,证明了该方法的适用性.

## 1 加速试验方法

黏弹性树脂具有时间-温度相关性的特点,符

合时间-温度叠加原理(TTSP, Time-Temperature Superposition Principle),因此可通过提高试验温度加速试验进程. ATM 利用 TTSP 预测复合材料的长期强度.

Miyano 等人<sup>[2]</sup>在大量试验的基础上,提出加速试验方法. ATM 预测复合材料长期强度基于以下假设:

**假设 A** 静载、蠕变、疲劳强度服从相同的时间-温度叠加原理,即 3 种强度的平移因子相同;

**假设 B** 单调载荷损伤服从线性累积损伤;

**假设 C** 疲劳强度与应力比为线性关系.

根据假设 A,静载强度(CSR, Constant Strain Rate)控制曲线由不同温度下,相同加载速率的试验曲线连接构成;应力比为零的疲劳强度控制曲线由不同温度、相同加载频率的疲劳强度试验曲线段构成. 根据假设 B,CSR 强度控制曲线导出蠕变强度控制曲线. 根据假设 C,任意应力比的疲劳强度可由蠕变强度控制曲线( $R=1$ )和疲劳强度控制曲线( $R=0$ )插值得到.

加速试验方法的应用流程如图 1 所示.

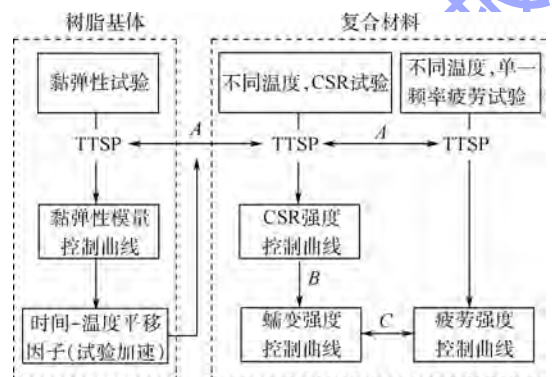


图 1 加速试验方法应用流程

Fig. 1 Procedure of accelerated testing methodology

## 2 应变不变量失效理论(SIFT)

### 2.1 纤维和基体失效准则

复合材料由纤维和基体组成,应变不变量失效理论将纤维和基体失效分为膨胀失效和扭曲失效,分别采用材料第一应变不变量  $J_1$  和 Von Mises 应变来判断.

通过对纤维失效机理分析,本文对纤维失效准则进行了改进. 由于纤维为脆性材料,其破坏垂直于纤维方向发生,纤维轴向的应变起主要作用,采用最大应变准则判断失效.

1) 纤维拉伸失效:

$$\varepsilon_{11} > \varepsilon_{t,1}^{cr}$$

2) 纤维压缩失效:

$$\varepsilon_{f1} < \varepsilon_{f,c}^{cr}$$

其中  $\varepsilon_{f1}^{cr}$  和  $\varepsilon_{f,c}^{cr}$  分别为纤维拉伸破坏应变和纤维压缩破坏应变。

基体由于存在微裂纹,其失效包线在第 1 象限有截断. 基于该象限 Goose 等人<sup>[10]</sup> 提出 SIFT, 把基体失效分为膨胀失效和扭曲失效, 分别采用材料第一应变不变量  $J_1$  和 Von Mises 应变来判断。

1) 基体膨胀失效:

$$J_{1,m} \geq J_{1,m}^{cr}$$

2) 基体扭曲失效:

$$\varepsilon_{eqv}^m \geq \varepsilon_{eqv}^{m,cr}$$

其中,  $J_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$  为第一应变不变量;  $\varepsilon_{eqv} = \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$  为 Von Mises 等效应变,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  为对应于树脂基体的 3 个主应变;  $J_{1,m}^{cr}$  为基体膨胀变形破坏时的  $J_1$  临界值;  $\varepsilon_{eqv}^{m,cr}$  为基体扭曲变形破坏时的  $\varepsilon_{eqv}^m$  临界值。

### 2.2 宏观应变和细观应变关系

应变不变量理论建立在纤维和基体细观应变分析上,需根据宏观应变通过应变放大系数转换得到纤维和基体的细观应变. 应变放大系数通过纤维和基体的代表体积单元模型 (RVE, Representative Volume Element) 分析得到. RVE 是基于纤维和基体的典型分布建立的细观模型,用以研究纤维和基体的相互作用. 本文采用的 RVE 分为正方形和六边形,如图 2 所示. 两种模型中在纤维和基体上取出 20 个具有代表性的位置作为参考

点. 参考点选取如图 2 所示,其中 11 个在基体,9 个在纤维. 通过对 RVE 分别在 3 个方向施加单位正应变、剪切应变和温度载荷,可以得到纤维和树脂在参考点位置的应变,从而计算出相应位置的应变放大系数。

复合材料结构单层细观应变和宏观应变之间的关系如下:

$$\varepsilon^i = M^i \varepsilon_{mech} + M^i \varepsilon_{ther} + A^i \Delta T \quad (1)$$

其中,  $\varepsilon^i$  为位置  $i$  处的纤维或者树脂三维微观应变;  $\varepsilon_{mech}$  为机械载荷作用下的单层三维宏观应变;  $\varepsilon_{ther}$  为热载荷作用下的单层三维宏观应变;  $M^i$  为位置  $i$  处的机械应变放大系数矩阵;  $A^i$  为位置  $i$  处由于纤维和树脂热不匹配性引起的热应变放大系数向量;  $\Delta T$  为固化温度和使用温度之间的温差。

### 2.3 失效模式与失效准则

宏观应变通过应变放大系数得到参考点处的细观应变,根据应变不变量失效准则分别对每个参考点进行失效判断. 由于 20 个参考点分别位于基体、纤维上,不同位置采用不同的失效准则. 失效模式及判断准则如表 1 所示。

表 1 失效模式及判断准则

Table 1 Failure modes and damage determination

失效模式	参考点	判断准则
基体膨胀	$M_1 \sim M_{11}$	$J_{1,m} \geq J_{1,m}^{cr}$
基体扭曲	$M_1 \sim M_{11}$	$\varepsilon_{eqv}^m \geq \varepsilon_{eqv}^{m,cr}$
纤维断裂	$F_1 \sim F_9$	拉伸, $\varepsilon_{f1} > \varepsilon_{f1}^{cr}$ 压缩, $\varepsilon_{f1} < -\varepsilon_{f,c}^{cr}$

正交各向异性材料的应力应变关系如下:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ D_{1122} & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ D_{1133} & D_{2233} & D_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{2323} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix} \quad (2)$$

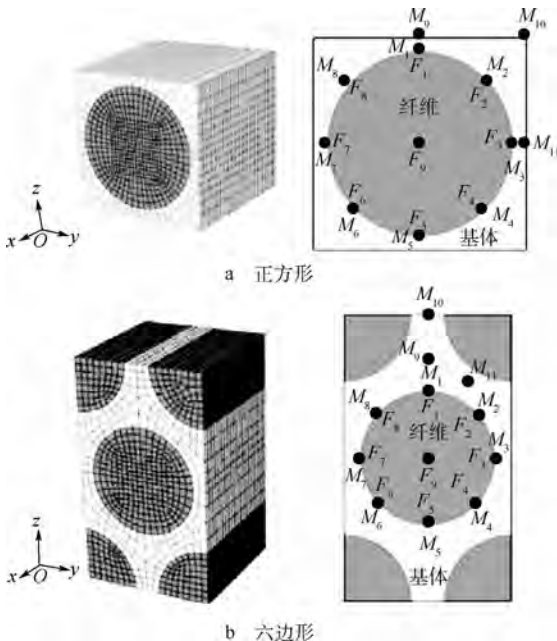


图 2 RVE 及参考点选取

Fig. 2 RVE and reference points chosen

纤维和基体发生损伤时,对刚度矩阵中的相关元素进行折减. 刚度矩阵衰减如表 2 所示。

表 2 刚度矩阵衰减

Table 2 Stiffness matrix degradation

失效模式	$D_{1111}$	$D_{2222}$	$D_{3333}$	$D_{1122}$	$D_{1133}$	$D_{2233}$	$D_{1212}$	$D_{1313}$	$D_{2323}$
基体膨胀	1	0	0	0	0	0	1	1	1
基体扭曲	1	0	0	0	0	0	0	0	0
纤维断裂	0	1	1	0	0	0	0	0	0

注:1—相关刚度不变;0—进行刚度衰减.

### 3 SIFT/ATM 方法流程

SIFT/ATM 方法预测复合材料结构长期强度如图 3 所示,具体过程如下:

1) 树脂基体在不同温度下 DMA (Dynamic Mechanical Analysis) 试验,得到基体模量的控制曲线和时间温度平移因子;

2) 在不同温度下,测量复合材料单层板的纵向、横向的拉伸和压缩破坏应变,并利用基体的平移因子对不同温度下的破坏应变平移,得到单层板的破坏应变控制曲线;

3) 建立试验的单层板有限元模型,加载为试验测得的应变,采用 SIFT,计算两种 RVE 参考点处的等效应变,纤维和基体的 SIFT 临界值为失效模式对应参考点上 SIFT 参数的最大值,失效模式定义如表 1 所示;

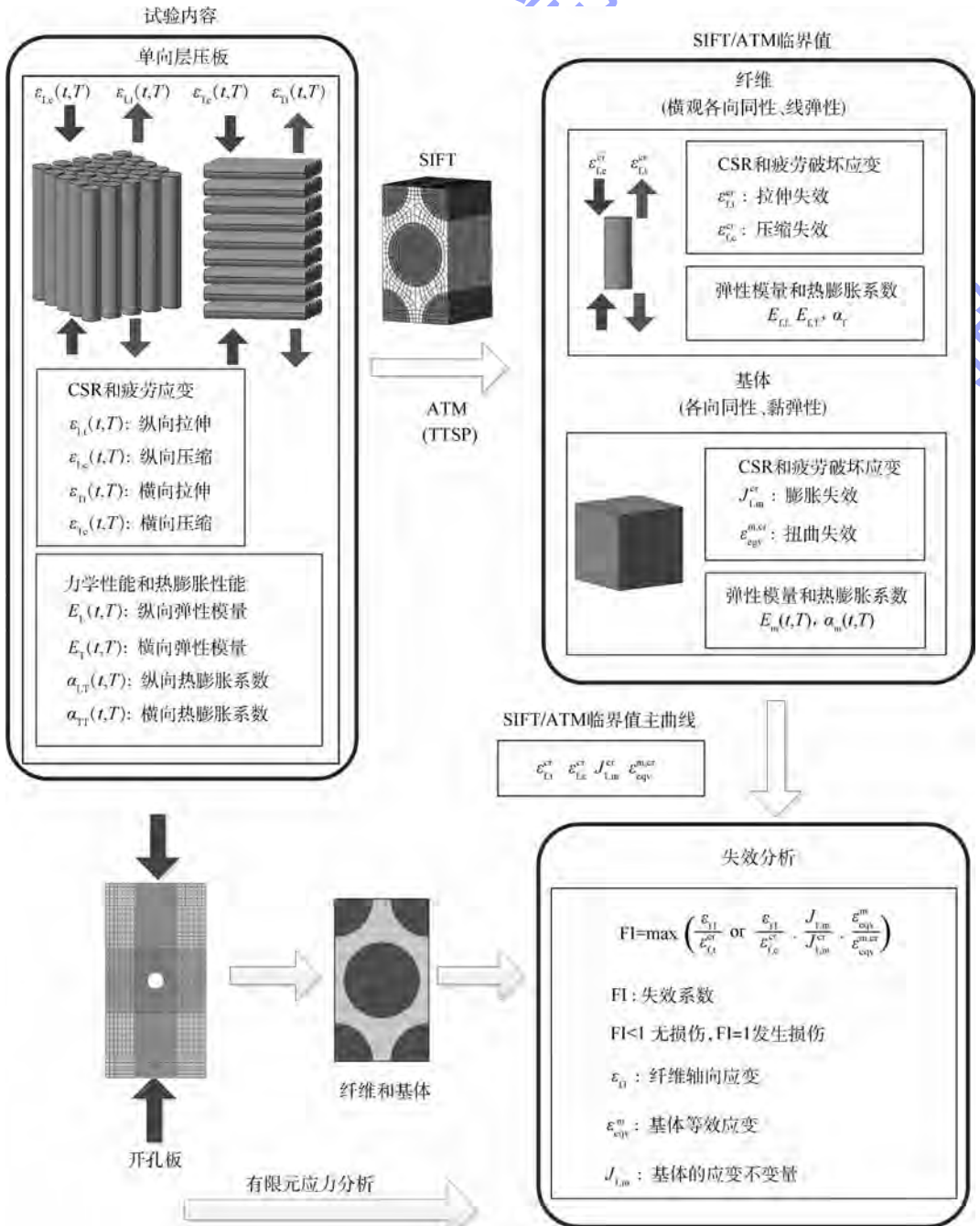


图 3 SIFT/ATM 预测复合材料长期强度

Fig. 3 Prediction of long-term strength of composite materials with SIFT/ATM

4) 对复合材料结构宏观应变分析和细观应变分析,根据 SIFT 临界值控制曲线和失效判据对复合材料结构进行失效分析,材料失效后对刚度矩阵进行相应衰减,如表 2 所示,得到对应失效时间的强度。

## 4 开孔层压板压缩长期强度预测

### 4.1 加速试验

本文计算所采用的试验数据来自文献[15],材料为 TR30S/epoxy. 加速试验内容包括树脂基体、单向层压板和铺层为 [45/0/45/90]<sub>3s</sub> 的准各向同性开孔层压板,如表 3 所示。

表 3 加速试验矩阵<sup>[15]</sup>

Table 3 Accelerated test matrix<sup>[15]</sup>

加载方式	CSR			试验件总数
	加载速率 <i>v</i> /(mm/min)	试验温度 <i>T</i> /°C		
纵向拉伸	1	25, 50, 80, 120, 140		25
纵向压缩	1	25, 50, 80, 120, 140		20
横向拉伸	1	25, 50, 80, 120, 140		25
横向压缩	1	25, 50, 80, 120, 140		20
开孔板压缩	10, 0.1, 0.01	25, 80, 140		27

树脂基体在不同温度和频率下 DMA 得到树脂基体的储能模量控制曲线和时间温度平移因子;单向层压板在不同温度下,纵向、横向进行拉伸和压缩静载试验得到单向层压板纵向、横向的拉伸和压缩失效应变控制曲线,并通过 SIFT/ATM 计算得到纤维和基体的 SIFT 临界值的控制曲线;开孔层压板不同温度下静载压缩试验得到开孔层压板的压缩强度控制曲线,与预测结果进行比较.开孔压缩试验件尺寸如图 4 所示,层压板纤维体积含量为 0.6。

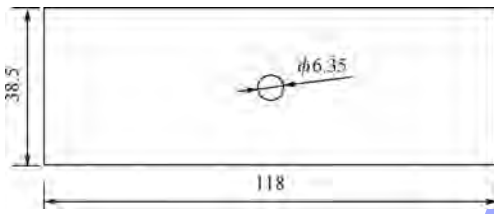


图 4 开孔层压板尺寸

Fig. 4 Specimen size of open-hole compressive (OHC) laminates

### 4.2 基体储能模量控制曲线和时间温度平移因子

树脂基体在不同温度和频率下进行动态力学试验,得到不同温度下的模量-加载时间 ( $E-t$ ) 曲线.加载时间  $t$  与加载频率  $f$  有如下关系:

$$t = \frac{1}{2f} \quad (3)$$

以  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  为参考温度,将不同温度下的  $E-$

$t$  曲线水平平移,构成光滑的模量-还原时间 ( $E-t'$ ) 曲线,该曲线为基体储能模量控制曲线.水平方向平移的量定义为该试验温度相对于参考温度  $T_0$  的时间温度平移因子  $\alpha_{T_0}(T)$ ,可采用两个活化能  $\Delta H_1$  和  $\Delta H_2$  分段表示的 Arrhenius 方程:

$$\lg \alpha_{T_0}(T) = \frac{\Delta H}{2.303G} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (4)$$

式中  $G = 8.314 \times 10^{-3} \text{ kJ}/(\text{K} \cdot \text{mol})$  为气体常数.

图 5 为树脂基体的时间温度平移因子曲线.

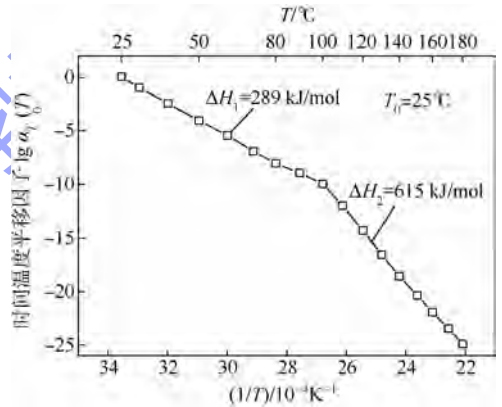


图 5 时间温度平移因子<sup>[15]</sup>

Fig. 5 Time-temperature shift factors<sup>[15]</sup>

基体 DMA 试验得到的时间温度平移因子用于计算单层板失效还原时间,构成单向板破坏应变控制曲线和纤维、基体 SIFT 临界值控制曲线.表达式为

$$\alpha_{T_0}(T) = \frac{t_s}{t'_s} \quad (5)$$

式中,  $t_s$  为温度  $T$  时的层压板失效时间,  $t'_s$  为参考温度  $T_0$  下的还原时间.

### 4.3 应变不变量临界值控制曲线

单向层压板在不同温度下进行纵向、横向拉伸和压缩试验得到应力-应变曲线、破坏应变以及试验静载失效时间  $t_s$ .取  $T = 25^\circ\text{C}$  的储能模量作为基体的杨氏模量,并利用 RVE 模型反推出常温下纤维的模量和热膨胀系数,如表 4 所示.

将各组破坏应变按照时间温度平移因子  $\alpha_{T_0}(T)$  沿水平方向平移,得到纵向、横向拉伸和压缩破坏应变控制曲线,见文献[15].

构造 SIFT 临界值的控制曲线可通过对时间进行分割,求得  $t_i$  时刻的 SIFT 临界值,并将不同时刻的 SIFT 临界值连接.  $t_i$  时刻 SIFT 临界值的计算过程如下:

- 1) 取树脂基体储能模量控制曲线上  $t_i$  时刻的模量  $E(t_i)$  作为两种 RVE 的基体模量,并计算出两种 RVE 的应变放大矩阵;
- 2) 建立单向板模型,载荷为单向层压板破坏

应变控制曲线  $t_i$  时刻的破坏应变;

3) 通过宏观应变和微观应变转换公式(1), 得到纤维和基体的微观应变, 纤维和基体的 SIFT 临界值取两种 RVE 中等效应变的最大值.

表 4 TR30S/epoxy 纤维和基体性能 ( $T = 25^\circ\text{C}$ )

Table 4 Fiber and matrix properties of TR30S/epoxy ( $T = 25^\circ\text{C}$ )

性能	参数	数值
纤维性能 (纤维体积 含量 60%)	纵向弹性模量 $E_1/\text{GPa}$	235
	横向弹性模量 ( $E_2 = E_3$ )/GPa	23.5
	泊松比: $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$	0.3
	面内剪切模量 ( $G_{12} = G_{13}$ )/GPa	15.0
	面外剪切模量 $G_{23}$ /GPa	7.00
	纵向热膨胀系数, $\alpha_1/10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$	0.13
	横向热膨胀系数 ( $\alpha_2 = \alpha_3$ )/ $10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$	2.7
基体性能	弹性模量 $E/\text{GPa}$	3.23
	泊松比 $\nu$	0.35
	热膨胀系数 $\alpha/10^{-6}^\circ\text{C}^{-1}$	62.7

图 6 为 TR30S/epoxy 的 SIFT 临界值控制曲线. 从图中可以看到, 纤维拉伸失效的临界值随着  $t'_s$  的增加变化很小, 纤维的拉伸性能受时间的影响很小; 纤维的压缩失效临界值随着  $t'_s$  的增加显著下降; 基体膨胀失效的临界值随着  $t'_s$  的增加而下降, 可见基体的膨胀失效受时间影响明显; 但基体扭曲失效的临界值却随着  $t'_s$  的增加而明显上升, 这是因为基体的弹性模量  $E(t'_s)$ , 泊松比  $\nu(t'_s)$  和体积模量  $K$  有如下关系:

$$E(t'_s) = 3K(1 - 2\nu(t'_s)) \quad (6)$$

其中, 体积模量  $K$  为材料常数, 随着  $t'_s$  和温度的增加, 基体弹性模量  $E(t'_s)$  下降, 泊松比  $\nu(t'_s)$  却由 0.35 增大到接近 0.5, 导致基体更容易产生形状扭曲.

#### 4.4 长期强度预测算例

为了验证 SIFT/ATM 方法所得到的材料应变不变量临界值控制曲线, 对复合材料开孔层压板在静载压缩载荷下长期强度预测和失效过程分析, 并与试验结果进行对比.

试验件尺寸见图 4, 铺层为  $[45/0/45/90]_{3s}$ . 有限元模型见图 7, 采用三维实体线性减缩积分单元 C3D8R, 并采用变密度网格, 在孔周围用较密的网格以模拟损伤的过程, 单元总数为 31 678. 为了防止开孔压缩实验过程中试件失稳, 采用开孔压缩夹具. 有限元模型模拟了压缩过程中夹具对试件约束作用, 边界条件为一端固支, 另一端施加位移载荷, 试件表面孔边  $25.4\text{ mm} \times 16.2\text{ mm}$  矩形区域未施加面外位移约束 (图 7 孔边深色区), 其他位置约束面外位移.

始失效模式, 为便于显示, 图中仅显示了孔边区域. 层压板在初始损伤时,  $45^\circ$  和  $90^\circ$  层主要是孔边的基体膨胀失效和基体剪扭曲失效,  $0^\circ$  层孔边有少量的纤维压缩失效, 同时基体也产生了基体

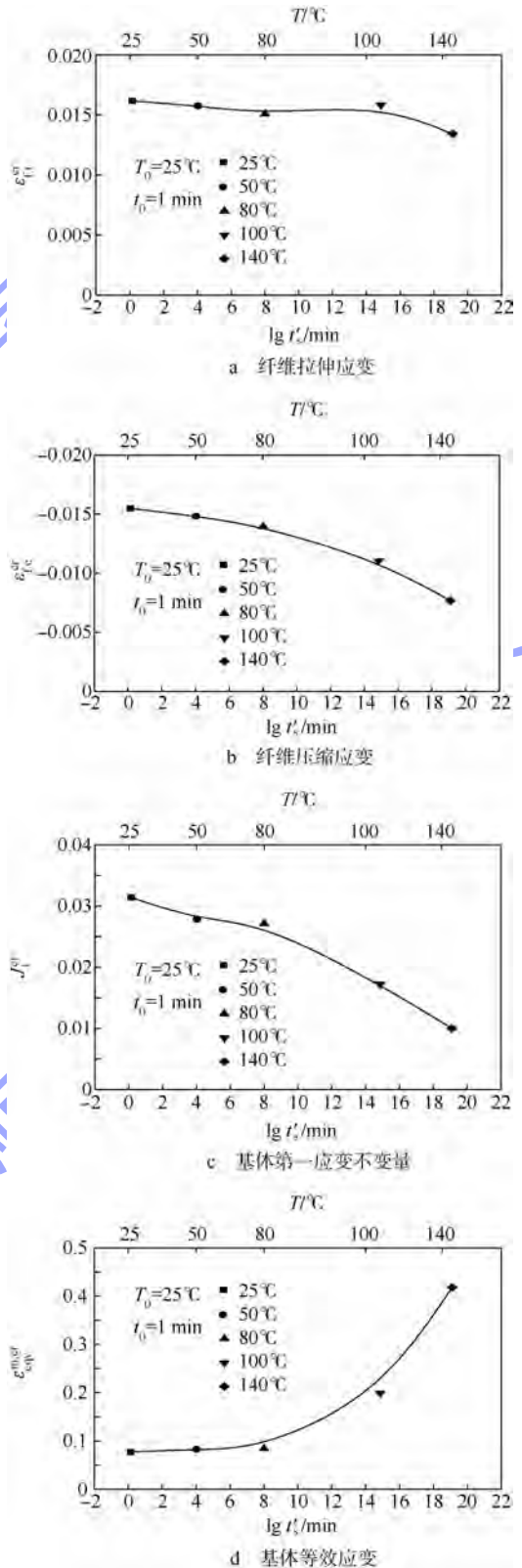


图 6 TR30S/epoxy 的 SIFT 临界值控制曲线  
Fig. 6 Master curves of SIFT critical parameters for TR30S/epoxy

图 8 为  $T = 25^\circ\text{C}$  时, 开孔压缩层压板损伤起

膨胀和扭曲失效;各单层的损伤沿 -45° 方向扩展,最终整体破坏.

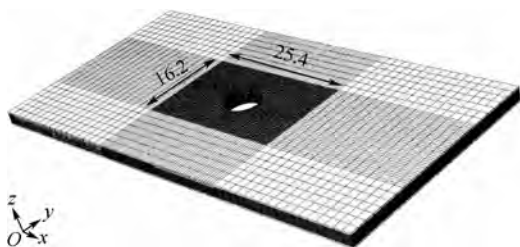


图 7 开孔压缩有限元模型

Fig. 7 FE model of OHC laminates

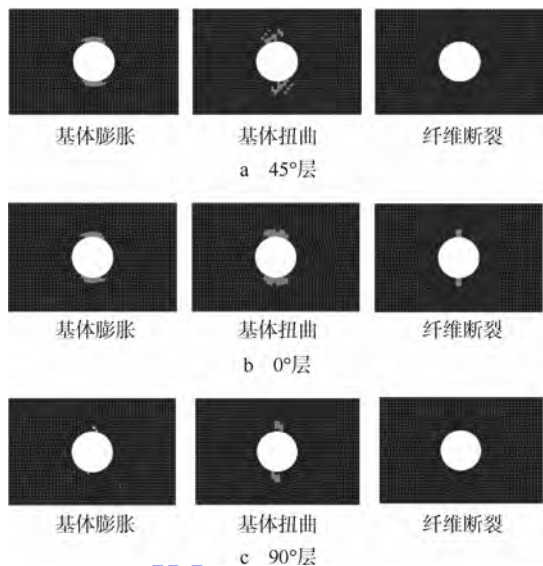


图 8 开孔压缩层压板损伤起始失效模式

Fig. 8 Failure modes of OHC laminates damage initiation

从图 9 可以看出,开孔板最终失效时,45° 和 90° 层主导失效模式为基质膨胀和扭曲变形失效,0° 层为纤维压缩失效,同时有基质膨胀和扭曲变形失效.

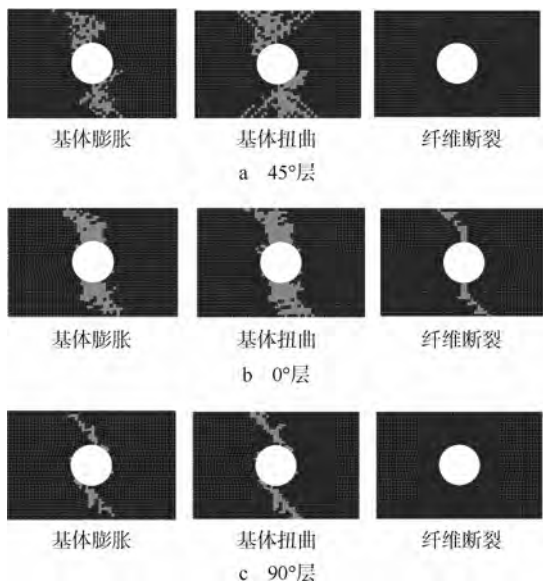


图 9 开孔压缩层压板断裂失效模式

Fig. 9 Failure modes of OHC laminates fracture

将不同失效时间 SIFT/ATM 预测的压缩强度连接,构成开孔压缩强度控制曲线,如图 10 所示.从图中可以看出,本文预测结果与试验结果吻合很好.

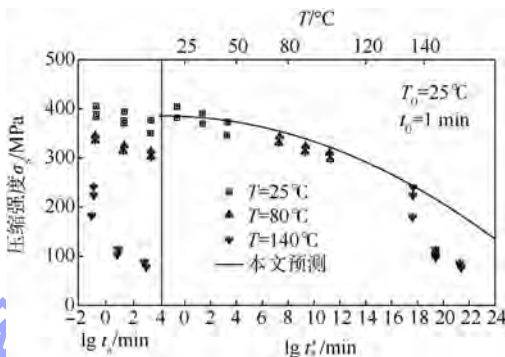


图 10 TR30S/epoxy 开孔层压板长期压缩强度预测结果与试验结果

Fig. 10 Predicted and experimental OHC long-term strength of TR30S/epoxy

### 5 结 论

1) 本文对纤维的失效机理进行分析,对应变不变量失效理论的纤维失效准则进行了改进,并结合加速试验方法,构建了 SIFT 临界值控制曲线.

2) 根据 SIFT 临界值控制曲线可以看出,纤维的拉伸破坏应变基本不受时间影响;纤维压缩和基质膨胀失效应变随着时间增加而减小;基体的扭曲变形失效应变由于泊松比的变化随着时间增加而增大.

3) 建立了基于 SIFT/ATM 和渐进损伤分析相结合的方法,预测了准各向同性开孔层压板的压缩失效过程和压缩强度,预测结果与试验结果吻合较好,验证了 SIFT/ATM 方法的合理性.

### 参考文献 (References)

- [1] Miyano Y, Kanemitsu M, Kunio T, et al. Role of matrix resin on fracture strengths of unidirectional CFRP [J]. Journal of Composite Materials, 1986, 18(3) : 520 - 538
- [2] Miyano Y, Nakada M, McMurray M K, et al. Prediction of flexural fatigue strength of CFRP composites under arbitrary frequency, stress ratio and temperature [J]. Journal of Composite Materials, 1997, 31(6) : 619 - 638
- [3] Miyano Y, Nakada M, Cai H. Formulation of long-term creep and fatigue strengths of polymer composites based on accelerated testing methodology [J]. Journal of Composite Materials, 2008, 42(18) : 1897 - 1919
- [4] Miyano Y, Nakada M, Sekine N. Life prediction of CFRP/metal bolted joint under water absorption condition [J]. Journal of Composite Materials, 2010, 44(20) : 2393 - 2411

- [5] Miyano Y, Nakada M, Nishigaki K. Prediction long-term fatigue life of quasi-isotropic CFRP laminates for aircraft use[J]. International Journal of Fatigue, 2006, 28(10): 1217 - 1225
- [6] Nakada M, Miyano Y. Accelerated testing for long-term fatigue strength of various FRP laminates for marine use[J]. Composite Science and Technology, 2009, 69(6): 805 - 813
- [7] Nadaka M, Miyano Y, Cai H, et al. Prediction of long-term viscoelastic behavior of amorphous resin based on the time-temperature superposition principle[J]. Mechanics of Time Dependent Materials, 2011, 15(3): 309 - 316
- [8] Cai H, Mizotani T, Nakada M, et al. Time-temperature dependent flexural fatigue behavior of honeycomb sandwich composites [C]//Proceeding of The 14th International Conference on Composite Materials (ICCM-14). San Diego: Society of Manufacturing Engineers, 2003: 1395 - 1400
- [9] Iwai K, Cai H, Nakada M, et al. Prediction of long-term fatigue strength of quasi-isotropic CFRP laminates with a hole under compressive loading[J]. Science and Engineering of Composites Materials, 2011, 17(4): 227 - 242
- [10] Goose J H, Christensen S. Strain invariant failure criteria for polymers in composite materials [C]//19th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Seattle: American Institute of Aeronautics & Astronautics, 2001: 1 - 11
- [11] Tay T E, Liu G, Tan V B C. Damage progression in open-hole tension laminates by the SIFT-EFM approach [J]. Journal of Composite Materials, 2006, 40(11): 971 - 992
- [12] Sun X S, Tan V B C, Tay T E. Micromechanics-based progressive failure analysis of fibre-reinforced composites with non-iterative element-failure method [J]. Computers and Structures, 2011, 89(11): 1103 - 1116
- [13] Sihm S, Tsai S W. Prediction of fatigue *S-N* curves of composite laminates by super Mic-Mac [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2005, 36(10): 1381 - 1388
- [14] Cai H, Murase T, Nakada M, et al. Time-temperature dependent strength of CFRP laminate based on strain invariant failure theory [C]//The Sixth China-Japan-US Joint Conference on Composites Proceedings. Beijing: China Academic Journal Electronic Publishing House, 2004: 12 - 17
- [15] Cai H, Miyano Y, Nakada M. Long-term open-hole compression strength of CFRP laminates based on strain invariant failure theory [J]. Journal of Thermoplastic Composite Materials, 2009, 22(1): 63 - 81

# 舵叶固定式液压球形关节运动学及性能分析



方守龙 王亮 丁帅

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对球面运动机构驱动方式问题, 提出了一种新型的二自由度液压驱动球面运动关节机构, 该机构利用超全周转动马达及舵叶摆动马达作为驱动, 采用了滑轨支撑框架位置测量系统, 可以实现超全周转动; 给出了两驱动马达各自的油路设计方案, 在机构的不同部位采取了合理的密封方法; 由机构的工作原理推导了正逆运动学方程及速度雅可比矩阵, 得出了机构的奇异位形; 分析了机构的灵巧度性能指标, 通过仿真得到了机构性能较优时的工作空间. 该球形关节机构具有结构紧凑、运动精度高、负载大、并且能够实现全方位输出的特点.

**关键词:** 球形关节; 液压驱动; 超全周马达; 灵巧度; 雅可比矩阵

**中图分类号:** TH 122

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2014)11-1563-05

## Kinematics and performance analysis of rudder blade fixed hydraulic spherical joint

Fang Shoulong Wang Liang Ding Shuai

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In view of the problem of driving method for the spherical motion mechanism, a new type of hydraulic drive spherical joint with two degrees of freedom was proposed. The joint mechanism used a full cycle rotating motor and a rudder blade swing motor as drive, adopted a measuring system of slide support frame, and could achieve a full rotation. The oil circuit design programs for the two driving motor were given respectively. The reasonable sealing method was adopted in different parts of the mechanism. Based on the mechanism theory, the forward and inverse kinematics equations and the velocity Jacobian matrix were derived and the singular configuration of the mechanism was found. Through the analysis of dexterity performance index of the mechanism, the workspace was found by simulation when the mechanism was in a good performance. The spherical joint mechanism has the following characteristics, compact structure, high motion accuracy, large load, and it can complete the omni-directional output.

**Key words:** spherical joints; hydraulic actuation; full cycle motor; dexterity; Jacobian matrix

球面运动机构是一种介于平面机构和空间机构之间的特殊机构, 其特点为机构末端的输出轨迹都在一个球面上. 球面机构具有结构紧凑、灵活可靠等诸多优点, 因此在许多领域得到了广泛的应用, 如可用作微创手术机器人<sup>[1]</sup>、球面点定位设备<sup>[2]</sup>、机械加工的回转工作台等. 近年来, 国内外对球面运动机构的构形理论、性能等展开了大

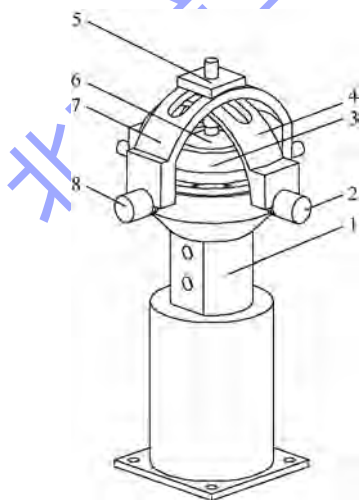
量的研究. 文献[3]采用了球面三自由度的串联机构研制了机器人的手腕; 文献[4]详细阐述了具有运动学各向同性特性的四转轴三自由度球面串联机构; 文献[5]介绍了一类球面四杆运动机构, 给出了该类机构的构型分类及曲柄存在条件; 文献[6]讨论了非对称球面 5R 并联机构, 并且给出了曲柄存在的条件; 文献[7]研究了非对称三

自由度球面并联机构结构综合问题,讨论了非对称三自由度球面并联机构的类型及达到所需球面运动的机构安装几何条件;文献[8]提出了一类新的3-RRPRR结构的新型球面机构,分析了该类机构的几何构型条件、奇异轨迹及工作空间等.类球铰机构是球面机构的另一热点研究领域,其中最有代表性的是球形电机.文献[9]分析了磁极设计对于球形电机定位转矩的影响;文献[10]介绍了一种具有双气隙特性的多自由度球形电机.鉴于上述机构中串联机构末端刚度小、承载力弱及并联机构工作空间小、奇异位形多、灵活性差等问题,本文提出了一种新型的基于液压驱动二自由度类球铰关节机构,该机构采用了液压驱动,兼有结构紧凑、大负载和大工作空间等特点,有效地弥补了上述串并联机构中存在的不足.

### 1 机构模型及工作原理

#### 1.1 机构简介

图1为该球形机构的结构简图.该机构由定子、球形转子、超全周转动马达、舵叶、滑轨、码盘等构成,机构的输出部件为球形转子.

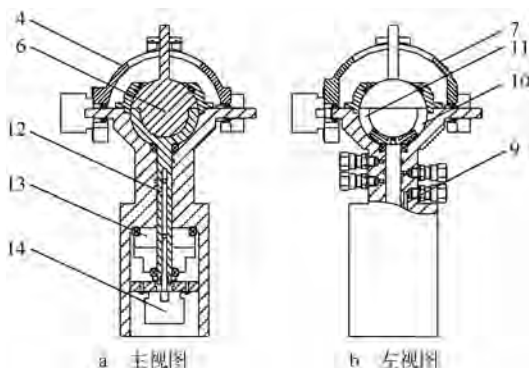


1—下定子;2—码盘 I;3—上定子;4—X 滑轨;  
5—滑块;6—球形转子;7—Y 滑轨;8—码盘 II.

图1 球形关节机构示意图

Fig.1 Schematic drawing of spherical joint

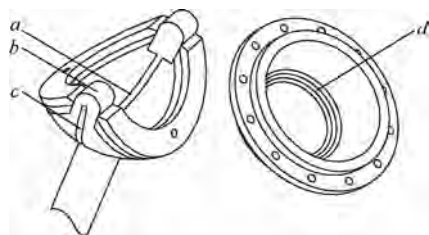
图2给出了球形关节的内部结构.球形转子与上定子、舵叶间均为球面约束,舵叶轴上安装超全周液压转动马达<sup>[11]</sup>,所有球面共球心.球形转子位置测量系统采用滑轨支撑框架结构,包括2个圆形滑轨支架、1个滑块和3个码盘,两滑轨安装于下定子且各滑轨转轴过球心.码盘 I 和 II 测量值为 X 和 Y 滑轨转角值,码盘 III 测量值为超全周马达输出转角值.图3为舵叶及上定子结构图.



9—超全周马达油路;10—油腔 I;11—油腔 II;  
12—舵叶;13—超全周马达;14—码盘 III.

图2 关节内部结构

Fig.2 Interior structure of joint



a, c, d—密封槽; b—圆柱面,且圆柱面轴线过球心.

图3 零件示意图

Fig.3 Schematic drawing of parts

#### 1.2 坐标系建立

以球心 O 为原点,分别建立与定子相连的固定坐标系 OXYZ 和与舵叶及球形转子相连的动坐标系  $Ox_1y_1z_1$  和  $Ox_2y_2z_2$ ,如图4所示.

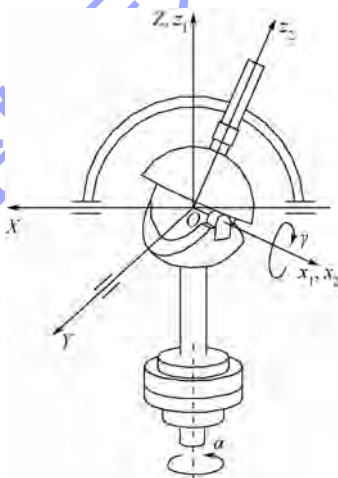


图4 球形关节坐标系

Fig.4 Coordinates of spherical joint

固定坐标系中的 X 和 Y 轴分别与 X 滑轨及 Y 滑轨的转轴轴线重合(Z 轴由右手定则确定);舵叶坐标系中的  $x_1$  与舵叶两端圆柱面轴线重合, $z_1$  轴与 Z 轴重合;球形转子坐标系  $z_2$  与转子轴轴线重合, $x_2$  轴与初始位置时的  $x_1$  轴重合.在初始位置,所有坐标系重合(初始位置如图1所示).

### 1.3 机构驱动描述

该球形关节采用舵叶摆动马达及超全周转动马达进行驱动. 如图 2 所示, 舵叶、球形转子和上下定子间构成了两个密封的油腔, 由初始位置, 当两腔存在压差  $\Delta p$  时, 球形转子绕舵叶  $x_1$  轴摆动  $\gamma$  角, 构成了舵叶摆动马达; 超全周转动马达初级定叶片<sup>[11]</sup> 嵌于下定子内壁, 这样该马达可以带动舵叶绕  $Z$  轴转动  $\alpha$  角 ( $\alpha$  为码盘 III 测量值). 当超全周马达带动舵叶绕  $Z$  轴转动  $\alpha$  时, 由于舵叶两端圆柱面恒与球形转子接触且两油腔存在压差  $\Delta p$ , 使得球形转子绕  $Z$  轴旋转  $\alpha$  角 (如图 4 所示,  $\angle XOx_1 = \alpha, \angle ZOz_2 = \gamma$ ).

两马达需要两套独立的油路进行配油. 考虑使配油方式及油路简洁, 舵叶摆动马达两油路位于该机构的舵叶轴; 超全周马达两油路分别位于舵叶轴及下定子壁 (如图 2b、图 5 所示).

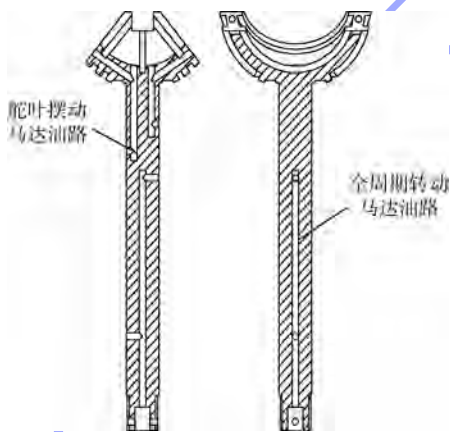


图 5 马达油路示意图

Fig. 5 Schematic drawing of motor oil circuit

舵叶摆动马达两油腔由上下定子、舵叶及球形转子 4 部分构成 (图 2b). 图 3 中  $a, c, d$  处密封分别表示舵叶与球形转子、舵叶与下定子、球形转子与上定子间的密封.

球形转子具有绕  $x_1$  和  $Z$  轴两个转动自由度, 这样其末端能够达到以坐标系原点为球心的球面上任意一点, 从而球形转子能够实现全方位输出.

## 2 机构运动学及性能分析

### 2.1 正解分析

由运动描述可知, 球形转子的运动均可分解为绕  $x_1$  和  $Z$  轴的转动, 球形转子最终位姿为

$$T = R_z(\alpha) R_{x_1}(\gamma) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha & \cos \alpha \cos \gamma & -\cos \alpha \sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,  $\gamma$  为舵叶摆动马达转角;  $\alpha$  为超全周转动马达转角;  $R_k(\theta)$  为绕  $k$  轴旋转  $\theta$  角的旋转矩阵<sup>[12]</sup>.

如图 6 所示,  $B$  和  $C$  分别为  $X$  滑轨和  $Y$  滑轨的中间位置点,  $D$  为两滑轨的交点, 下面推导滑轨支撑框架位置测量系统中两码盘转角  $\theta_x, \theta_y$  与两马达转角  $\gamma, \alpha$  的关系. 可将球形转子最终位姿看作沿  $X$  滑轨运动的  $x-y-z$  欧拉角变换; 或者看做沿  $Y$  滑轨运动的  $y-x-z$  欧拉角变换<sup>[12]</sup>.

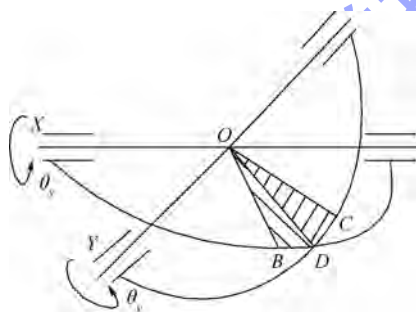


图 6 滑轨支撑架示意图

Fig. 6 Schematic drawing of support frame of slide rail

分别沿  $X$  滑轨和  $Y$  滑轨变换, 球形转子位姿分别如式 (2) 和式 (3) 所示.

$$T_1 = R_{x_2}(\theta_x) R_{y_2}(\psi_y) R_{z_2}(\psi_z) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \psi_y \cos \psi_z & -\cos \psi_y \sin \psi_z & \sin \psi_y \\ \sin \theta_x \sin \psi_y \cos \psi_z + \cos \theta_x \sin \psi_z & -\sin \theta_x \sin \psi_y \sin \psi_z + \cos \theta_x \cos \psi_z & -\sin \theta_x \cos \psi_y \\ \cos \theta_x \sin \psi_y \cos \psi_z + \sin \theta_x \sin \psi_z & \cos \theta_x \sin \psi_y \sin \psi_z + \sin \theta_x \cos \psi_z & \cos \theta_x \cos \psi_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_2 = R_{y_2}(\theta_y) R_{x_2}(\beta_x) R_{z_2}(\beta_z) =$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta_y \sin \beta_x \sin \beta_z + \cos \theta_y \sin \beta_z & \sin \theta_y \sin \beta_x \cos \beta_z - \cos \theta_y \sin \beta_z & \sin \theta_y \cos \beta_x \\ \cos \beta_x \sin \beta_z & \cos \beta_x \cos \beta_z & -\sin \beta_x \\ \cos \theta_y \sin \beta_x \sin \beta_z - \cos \theta_y \sin \beta_z & \cos \theta_y \sin \beta_x \cos \beta_z + \sin \theta_y \sin \beta_z & \cos \theta_y \cos \beta_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\theta_x, \theta_y$  为码盘 I, II 转角;  $\psi_z, \beta_z$  为球形转子绕  $z_2$  轴转角;  $\psi_y = \angle BOD; \beta_x = \angle COD$ .

由式 (1)、式 (2), 式 (1)、式 (3) 对应相等, 可得

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \tan \theta_y / \tan \theta_x \\ \tan \gamma &= \pm \sqrt{\tan^2 \theta_x + \tan^2 \theta_y} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式 (4) 给出了两码盘转角  $\theta_x, \theta_y$  与两马达转角  $\gamma, \alpha$  角的关系.

### 2.2 逆解分析

将式(4)代入式(1),消掉  $\gamma$  和  $\alpha$  可得以两码盘转角  $\theta_x$  和  $\theta_y$  表示的姿态矩阵  $T_3$ . 令  $T_3 = T$ , 可得

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \arctan \sqrt{m^2 + n^2} \\ \alpha &= \text{atan } 2(m, n) \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

或

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= -\arctan \sqrt{m^2 + n^2} \\ \alpha &= \text{atan } 2(m, n) \end{aligned} \right\} \quad (5b)$$

式中,  $m = \tan \theta_x$ ;  $n = \tan \theta_y$ ;  $\text{atan } 2(m, n)$  为 4 个象限内的反正切函数<sup>[12]</sup>.

由式(5)可知,逆解有两组,即先转  $\gamma$  角,再转  $\alpha$  角;或者先转  $-\gamma$  角,再转  $\pi + \alpha$  角,球形转子都将得到同一位姿.

### 2.3 奇异位形分析

根据旋量理论<sup>[13]</sup>,球形转子在固定坐标系  $OXYZ$  中的角速度为

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\gamma} \mathbf{s}_1 + \dot{\alpha} \mathbf{s}_2 \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{s}_1 = [\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad 0]^T$ ;  $\mathbf{s}_2 = [0 \quad 0 \quad 1]^T$ .

选取球形转子末端点  $p$  (设  $|Op| = 100 \text{ mm}$ ), 该点在固定坐标系  $OXYZ$  中的线速度为

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times (T \cdot [0 \quad 0 \quad 1]^T) = \mathbf{G}_v \dot{\mathbf{q}} \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{G}_v$  为  $3 \times 2$  阶雅可比矩阵:

$$\mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} \sin \alpha \cos \gamma & -\cos \alpha \sin \gamma \\ -\cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \gamma \\ -\sin \gamma & 0 \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$$

令  $\det(\mathbf{G}_v^T \mathbf{G}_v) = 0$ , 可得  $\gamma = 0$  或  $\gamma = \pi$ .

当  $\gamma = 0$  时,机构处在奇异位形,此时超全周马达带动舵叶旋转  $\alpha$  时,球形转子末端  $p$  点位置不变,即机构失去了一个自由度,如图 7 所示. 此时,舵叶的运动可由码盘 III 进行观测.

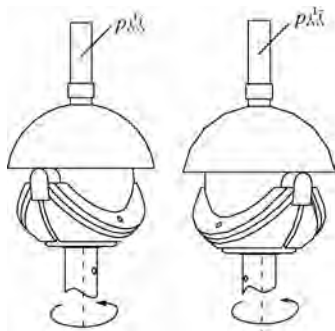


图 7 关节奇异位形

Fig. 7 Singular configuration of joint

由于机构设计参数的限制,  $\gamma < \pi$ .

### 2.4 灵巧度评价指标

机构的灵巧度反应了机构的输入与输出之间的传递关系的失真程度,文献[14]定义了机构的角速度各向同性指标:

$$k_G = \|\mathbf{G}\| \|\mathbf{G}^+\| \quad (8)$$

式中,  $\|\cdot\|$  为矩阵 Frobenius 范数;  $\mathbf{G}^+$  为速度雅可比矩阵广义逆;  $k_G > 1$ <sup>[15]</sup>, 为了描述方便,通常取  $1/k_G$  作为机构的灵巧度指标:

$$1/k_G = 1/(\|\mathbf{G}\| \|\mathbf{G}^+\|) \quad (9)$$

$1/k_G$  的取值范围为  $(0, 1]$ , 该值越接近 1, 说明机构各向同性就越好, 灵巧度就越高.

## 3 仿真

### 3.1 运动分析

由初始位置,假设关节的摆动马达转速为  $\pi/40 \text{ rad/s}$ , 超全周马达转速为  $\pi/5 \text{ rad/s}$ , 仿真时间 10 s. 取球形转子末端点  $p$  (设  $|Op| = 100 \text{ mm}$ ) 为观测点, 利用式(1)计算  $p$  点在基坐标系中  $X, Y, Z$  位置坐标值, 在 Matlab 及 Pro/E 中的仿真曲线如图 8 所示; 利用式(4)计算两码盘转角  $\theta$  (单位:  $(^\circ)$ ), 码盘转角在 Matlab 及 Pro/E 中仿真图线如图 9 所示.

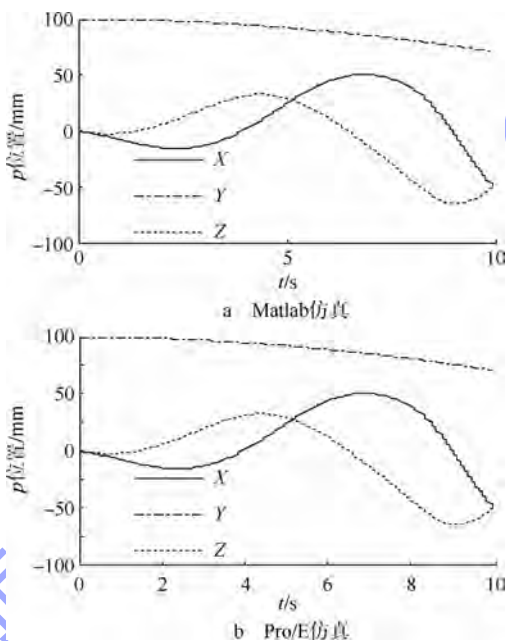


图 8  $p$  点位置曲线

Fig. 8 Position curves of point  $p$

由图 8、图 9 可以看出, 推导的运动学正解公式及两码盘转角公式在 Matlab 中仿真与 Pro/E 中模型运动仿真结果一致, 证明了理论分析的正确性.

### 3.2 机构性能分析

由式(6)~式(9)可求得该机构灵巧度性能指标, 如图 10 所示.

由图 10 可知, 机构的灵巧度指标取决于摆动马达转角  $\gamma$ , 而与超全周转动马达转角  $\alpha$  无关.  $\gamma$  越大, 灵巧度指标越高; 在奇异点位置 ( $\gamma = 0 \text{ rad}$ ), 机构灵巧度指标接近于 0, 此时马达输入

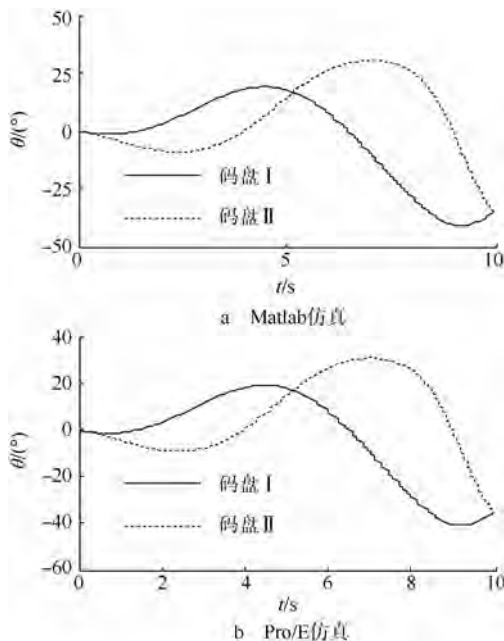


图 9 码盘旋转角度曲线

Fig. 9 Rotation angle curves of code wheel

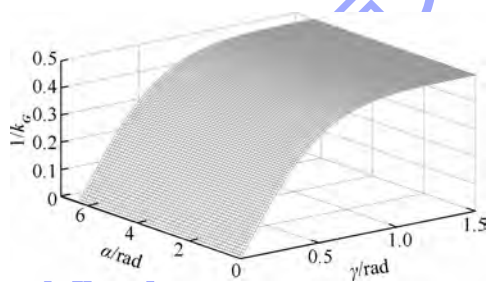


图 10 灵巧度性能指标曲线

Fig. 10 Dexterity index curve

转角与球形转子末端点位置输出关系严重失真. 对该指标的分析可以得到机构良好工作空间为  $\gamma \geq 0.7$  rad 的区域, 此区域内机构灵巧度指标接近且达到最大值, 机构各方向运动传递性能类似, 有利于该关节控制.

## 4 结论

1) 提出了一种新型的基于液压驱动二自由度球面运动关节, 该关节机构采用了液压驱动, 可以承受大负载; 通过两马达转角的叠加, 可以实现球面上任意位置的输出.

2)  $\gamma = 0$  rad 时, 该机构处于奇异位形状态;  $\gamma$  和  $\alpha$  的取值决定了球形转子的最终位姿, 其值可由位置测量系统中的码盘进行测量, 由此为关节控制创造了条件.

3) 在奇异点位置, 机构灵巧度指标接近于 0.  $\gamma$  越大, 灵巧度指标越高. 在  $\gamma \geq 0.7$  rad 的区域, 机构灵巧度指标接近且达到最大值, 机构各方

向运动传递性能类似, 有利于该关节控制.

## 参考文献 (References)

- [1] Lum M J H, Rosen J, Sinanan M N. Optimization of a spherical mechanism for a minimally invasive surgical robot: theoretical and experimental approaches [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2006, 53 (7): 1440 - 1445
- [2] Gosselin C M, Caron F. Two degree-of-freedom-spherical orienting device: US, 59669 [P]. 1999
- [3] Gupta K C. Rotatability considerations for spherical four-bar linkage with applications to robot wrist design [J]. Journal Mechanisms Transmission Automation in Design, 1986 (3): 387 - 391
- [4] Chablat D, Angeles J. The computation of all 4R serial spherical wrist with an isotropic architecture [J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2003, 125 (2): 275 - 280
- [5] Chiang C H. On the classification of spherical four-bar linkages [J]. Mechanism and Machine Theory, 1984, 19 (3): 283 - 287
- [6] Kohli D, Khonji A. Grashof-type rotatability criteria of spherical five-bar linkages [J]. Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, 1994, 116 (1): 99 - 104
- [7] Karouia M, Hervé J M. Asymmetrical 3-dof spherical parallel mechanism [J]. European Journal of Mechanics, A/Solids, 2005, 24 (1): 45 - 47
- [8] Di Gregorio R. A new family of spherical parallel manipulators [J]. Robotica, 2002, 20 (4): 353 - 358
- [9] Jinjun G, Kim D H, Son H. Effects of magnetic pole design on orientation torque for a spherical motor [J]. IEEE Transactions on Mechatronics, 2013, 18 (4): 1420 - 1425
- [10] Lee H J, Park H J, Won S H, et al. Improvements of performance of multi-DOF spherical motor by double air-gap feature [J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2013, 8 (1): 90 - 96
- [11] 王亮, 胡永杨, 方守龙, 等. 轴向串联式超全周转动液压马达: 中国, CN101858369A [P]. 2010-10-13  
Wang Liang, Hu Yongyang, Fang Shoulong, et al. Tandem axial rotation hydraulic motor over the whole week: China, CN101858369A [P]. 2010-10-13 (in Chinese)
- [12] Crotchlow A J. 机器人学导论 [M]. 负超, 译. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2006: 33 - 36, 115 - 120  
Crotchlow A J. Introduction to robotics [M]. Translated by Yun Chao. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2006: 33 - 36, 115 - 120 (in Chinese)
- [13] 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论与控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1997: 72 - 88, 228 - 241  
Huang Zhen, Kong Lingfu, Fang Yuefa. Parallel robot mechanism and control theory [M]. Beijing: China Machine Press, 1997: 72 - 88, 228 - 241 (in Chinese)
- [14] Guo X J, Zhu S J. Acceleration and dexterity performance indices for 6-dof and lower mobility parallel mechanism [C] // Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference. Singapore: ASME, 2004, 2A: 251 - 255
- [15] Angeles J, López-Cajún C S. Kinematic isotropy and the conditioning index of serial robotic manipulators [J]. The Journal of Robotics Research, 1992, 11 (6): 560 - 571

# 基于 SMDO-TLC 的高超声速飞行器姿态控制



邵星灵 王宏伦

(北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191)

**摘 要:** 针对高超声速飞行器快时变、强耦合以及存在参数不确定和外部干扰情况下的姿态控制问题, 同时考虑到执行机构动态和输入受限, 提出了基于滑模干扰观测器-轨迹线性化(SMDO-TLC, Sliding-Mode Disturbance Observer-Trajectory Linearization Control)的高超声速姿态控制方法. 首先, 引入二阶线性微分器(SOLD, Second-Order Linear Differentiator)的概念, 通过理论分析指出了当前 TLC 中采用一阶惯性+伪微分器求取输入指令的微分信号时会存在与 SOLD 类似的峰值现象, 随后利用韩式跟踪微分器求取姿态标称指令及其微分信号, 可有效解决过渡过程中执行机构饱和问题; 接着, 分别在姿态和角速率回路设计二阶滑模干扰观测器, 利用符号函数积分来重构内外回路的复合干扰, 在此基础上设计补偿控制律, 以实现姿态控制器设计. 仿真结果表明, 所提出的方法能够克服时变干扰及气动参数大范围摄动的影响, 同时兼具良好的动态特性与静态品质, 能够满足高超声速飞行器的快时变、高精度以及强鲁棒的控制需求.

**关键词:** 高超声速飞行器; 轨迹线性化(TLC); 非线性跟踪-微分器(TD); 执行机构饱和; 二阶滑模干扰观测器(SOSMDO)

中图分类号: V 249.1

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2014)11-1568-08

## Attitude control for hypersonic vehicle based on SMDO-TLC

Shao Xingling Wang Honglun

(Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In consideration of actuator input constraints, a novel attitude control method driven by sliding-mode disturbance observer was presented for supersonic vehicle which is fast time-varying, strong coupling combining with parameter non-deterministic. Firstly, via introducing the concept of second-order linear differentiator (SOLD), it was indicated that peaking phenomenon caused by a combination of first-order lag and pseudo differentiator, which is similar with SOLD, would emerge during the transient profile of differentiation of the nominal command in the existing trajectory linearization control (TLC). Nonlinear tracking differentiator (TD) was used to produce the nominal command and its derivative, saturation of actuator during transition time was solved. Secondly, second order sliding-mode disturbance observer (SOSMDO) based on integration of sign function was designed to reconstruct compound disturbances in the loops of attitude and angular rate respectively, and then compensation control law was proposed to realize attitude control. Simulation results show that the technique proposed can overcome the impact of large-scale perturbations of interference and aerodynamics parameters, meanwhile good dynamic character and steady quality was achieved, the hypersonic vehicle control demand of fast time-varying, high precision and strong robustness can be satisfied.

**Key words:** hypersonic vehicle; trajectory linearization control (TLC); nonlinear tracking differentiator; saturation for actuators; second order sliding-mode disturbance observer (SOSMDO)

目前高超声速飞行器已成为未来国防装备发展和民用空天技术的重要方向,特别是临近空间高超声速飞行器,由于其具备传统航空与航天飞行器所不具备的战略、战术以及效费比方面的优势,是目前各国争夺空天权争相发展的重点,已经成为 21 世纪世界航空航天领域一个极其重要的发展方向<sup>[1]</sup>.

与传统飞行器相比,高超声速飞行器再入过程中呈现强烈的非线性动态特性和强耦合特性,使得控制系统的研究任务更具挑战性.当前针对高超声速飞行器的控制系统设计普遍采用的是非线性控制方法,如鲁棒控制<sup>[2]</sup>、滑模自适应控制<sup>[3]</sup>和神经网络自适应控制<sup>[4]</sup>以及轨迹线性化(TLC, Trajectory Linearization Control)<sup>[5-6]</sup>等方法,由于 TLC 采用开环控制器(求伪逆)+闭环控制器(跟踪误差稳定调节器)的控制策略,该结构保证了其具有一定的鲁棒性和较强的抗干扰能力,目前已被成功应用于空天飞行器<sup>[5-6]</sup>等系统.其中文献[5]提出了基于 TLC 的 X-33 再入飞行控制系统设计方法,文献[6]在文献[5]的基础上给出了基于动压的实时调整时变带宽的算法,降低了对执行机构要求的同时却牺牲了系统响应的快速性;当飞行过程中不确定性增加至一定程度时,TLC 方法本质上的鲁棒性将会遭到破坏甚至失效.针对此问题,目前的研究成果均采用干扰观测器与控制器结合的设计思路,并取得了较好的控制效果.文献[7]采用非线性干扰观测器+TLC 的控制方法,利用观测器的输出来抵消气动参数摄动对系统的影响;文献[8]则结合单隐层神经网络与 TLC 方法设计了空天飞行器的姿态控制系统,但文献[7-8]在干扰重构的快速性和准确性方面均有所欠缺.由于滑模干扰观测器(SMDO, Sliding-Mode Disturbance Observer)具有设计简单、易于实现和收敛速度快等优点,近年来受到众多学者的广泛关注.文献[9]针对光盘驱动系统采用 SMDO 重构了干扰,但设计的干扰重构项包含符号函数,导致了干扰补偿的不连续且存在抖振现象.针对此问题,文献[10-11]针对飞控系统设计了基于双扭曲算法的 SMDO,取得了较好的重构效果.与文献[9]相比,文献[10-11]的干扰重构抖振现象减弱,但重构项中仍包含符号函数,且算法相对复杂.

为此,针对高超声速飞行器再入段快时变、强耦合以及存在参数不确定和外部干扰情况下的姿态控制问题,同时考虑到执行机构动态和输入受限,首先,结合非线性跟踪微分器,通过对姿态制

导指令及其微分信号安排合理的过渡过程,将非线性微分跟踪器应用于解决过渡过程中执行机构的饱和问题;接着,针对文献[7-9]中存在的问题,以减少抖振为目标,分别在姿态和角速率回路设计了二阶滑模干扰观测器(SOSMOD, Second Order Sliding-Mode Disturbance Observer),利用符号函数积分来重构内外回路的复合干扰.最后通过仿真比较,验证了本文提出的基于滑模干扰观测器的高超声速滑翔飞行器控制方法的有效性.

## 1 模型及问题描述

本文主要研究再入段高超声速飞行器的大范围机动控制问题,此时发动机已关闭,仅靠气动舵提供操纵力矩.在建模过程中忽略飞行器结构弹性模态的影响,同时充分考虑系统的不确定、建模误差及外部干扰,选取状态变量  $\mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\Omega} = [\alpha \ \beta \ \mu]^T$ ,  $\mathbf{x}_2 = \mathbf{w} = [p \ r \ q]^T$ , 飞行器的执行机构仅考虑气动舵,控制量  $\boldsymbol{\delta} = [\delta_c \ \delta_a \ \delta_r]^T$ , 则高超声速飞行器姿态动力学模型可描述如下<sup>[12-14]</sup>:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_1 \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_1)\boldsymbol{\delta} + \mathbf{D}_2 \quad (2)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_1$$

式中

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1) = [f_\alpha \ f_\beta \ f_\mu]^T$$

$$f_\alpha = \frac{1}{MV \cos \beta} (-\hat{q}SC_{L,\alpha} + Mg \cos \gamma \cos \mu)$$

$$f_\beta = \frac{1}{MV} (\hat{q}SC_{Y,\beta} \beta + Mg \cos \gamma \cos \mu)$$

$$f_\mu = \frac{1}{MV} \hat{q}SC_{L,\alpha} (\tan \gamma \sin \mu + \tan \beta) -$$

$$\frac{g}{V} \cos \gamma \cos \mu \tan \beta + \frac{1}{MV} \hat{q}SC_{Y,\beta} \beta \tan \gamma \cos \mu \cos \beta$$

$$\mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1) = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \tan \beta & \sin \alpha \tan \beta & 1 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \cos \alpha \sec \beta & -\sin \alpha \sec \beta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = [f_p \ f_q \ f_r]^T$$

$$f_p = I_{xx}^{-1} [l_{\text{aero}} - qr(I_{zz} - I_{yy})]$$

$$f_q = I_{yy}^{-1} [m_{\text{aero}} - pr(I_{xx} - I_{zz})]$$

$$f_r = I_{zz}^{-1} [n_{\text{aero}} - pq(I_{yy} - I_{xx})]$$

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{x}_1) = \begin{bmatrix} g_{p,\delta_c} & g_{p,\delta_a} & g_{p,\delta_r} \\ g_{r,\delta_c} & g_{r,\delta_a} & g_{r,\delta_r} \\ g_{q,\delta_c} & g_{q,\delta_a} & g_{q,\delta_r} \end{bmatrix}$$

式中:  $\alpha, \beta, \mu$  分别为攻角、侧滑角、速度滚转角;  $p, q, r$  分别为滚转、俯仰、偏航角速率;  $\hat{q}$  为动压;

$D_1 = \Delta f_1 + \Delta g_1 w + d_s(t)$ ,  $D_2 = \Delta f_2 + \Delta g_2 \delta + d_f(t)$  为系统的复合干扰;  $\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta g_1, \Delta g_2$  为不确定性和建模误差;  $d_s(t)$  和  $d_f(t)$  为外部干扰;  $g_{i,j}$  为气动参数项, 具体表达形式详见文献[12-14].

控制系统设计的目的是在考虑复合干扰、执行器输入受限的情况下, 根据期望的制导指令  $\Omega_d$  设计合适的舵偏角指令  $\delta_{cmd}$ , 使得飞行器的姿态角  $\Omega$  渐进跟踪  $\Omega_d$ . 为清晰说明本文的设计思路, 其基本原理如图 1 所示, 本文的控制方案可分为

两部分:

1) 开环伪逆控制中利用韩式跟踪微分器获取姿态回路的标称指令及其微分信号, 改善了执行机构过渡期间的控制品质, 同时避免了执行机构饱和现象的发生.

2) 针对存在参数不确定和外部干扰情况下的姿态控制问题, 以给出能保证姿态稳定跟踪的舵偏角指令为目标, 设计了二阶滑模干扰观测器以及补偿控制律.

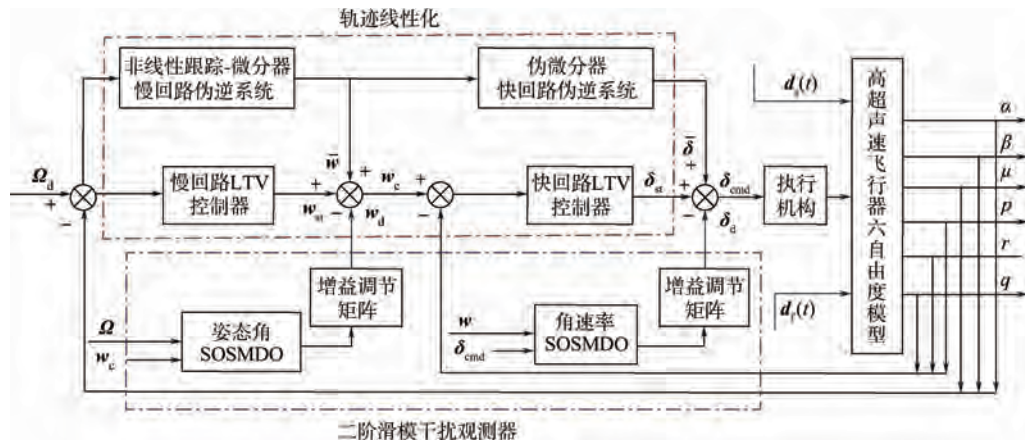


图1 基于 SMDO-TLC 的高超声速飞行器姿态控制

Fig.1 Attitude control for hypersonic vehicle based on SMOD-TLC

## 2 轨迹线性化方法 (TLC) 简介

首先针对形如式(1)的动态系统对 TLC 方法进行简单回顾<sup>[2-3]</sup>, 令  $D_1 = 0$ , 若标称的系统状态  $\bar{x}$ , 输入  $\bar{u}$  满足:

$$\dot{\bar{x}}(t) = f_1(\bar{x}) + g_1(\bar{x})\bar{u} \quad (3)$$

若定义  $x = \bar{x} + e, u = \bar{u} + u_{st}$ , 则跟踪误差动态特性可描述如下:

$$\dot{e} = f_1(\bar{x} + e) + g_1(\bar{x} + e)(\bar{u} + u_{st}) - f_1(\bar{x}) - g_1(\bar{x})\bar{u} \quad (4)$$

将式(4)沿标称状态和输入  $(\bar{x}, \bar{u})$  的邻域范围内泰勒级数展开可得到:

$$\dot{e} = A(t)e + B(t)u_{st} + o(t, e, u_{st}) \quad (5)$$

式中

$$A(t) = \left( \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial g_1}{\partial x} u \right) \Big|_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

$$B(t) = g_1(x) \Big|_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

其中  $u_{st}$  为根据系统状态误差设计的反馈调节律, 则  $u_{st} = K(t)e(t)$ , 式(5)可写成:

$$\dot{e} = A(t)e + B(t)K(t)e + o(t, e) = F(t, e) \quad (6)$$

假设 1  $e = 0$  为式(5)的孤立平衡点,  $F: [0,$

$\infty) \times D_e \rightarrow \mathbb{R}^n, D_e = \{e \in \mathbb{R}^n \mid \|e\| < R_e\}$  连续可微, 雅可比矩阵  $[\partial F / \partial t]$  关于  $t$  一致有界, 在  $D_e$  上满足 Lipschitz 条件, 则线性化余项  $o(t, e) \leq l \|e\|^2$ ,  $l$  表示 Lipschitz 常数.

假设 2 线性时变系统式(5)中  $\{A(t), B(t)\}$  一致完全可控.

若动态特性方程(4)、方程(6)满足上述假设, 则根据文献[2-3]可利用 PD 谱理论设计时变反馈控制律  $u_{st}$ , 使得误差在零点处指数稳定, 即系统状态在控制律  $u_{st}$  和  $\bar{u}$  的共同作用下以指数形式收敛于期望的标称轨迹状态, 记  $A_c(t) = A(t) + B(t)K(t)$ , 显然  $A_c(t)$  为赫尔维茨矩阵, 则根据文献[13]中例 4.21 可知存在连续可微、有界的正定对称矩阵  $P(t)$ , 即

$$0 < c_1 I \leq P(t) \leq c_2 I \quad \forall t \geq 0 \quad (7)$$

满足矩阵微分方程:

$$\dot{P}(t) = P(t)A(t) + A^T(t)P(t) + Q(t) \quad (8)$$

其中  $Q(t)$  是连续的正定对称矩阵, 即

$$0 < c_3 I \leq Q(t) \leq c_4 I \quad \forall t \geq 0 \quad (9)$$

当前轨迹线性化控制系统设计包括两个部分: 伪微分器的设计以及对非线性标称系统求伪逆; 利用 PD 谱配置方法对误差 LTV 系统设计时变控制器. 通过选取合适的 PD 谱配置参数, 可

保证稳态误差指数收敛于原点. 详细的设计步骤可参见文献[2-3], 这里不再赘述.

### 3 基于滑模干扰观测器的 TLC 设计

#### 3.1 非线性跟踪-微分器设计

根据 TLC 方法的设计思想和步骤, 标称控制量可由式(3)推导出:

$$\bar{u} = g_1(\bar{x})^\dagger(\dot{\bar{x}} - f_1(\bar{x})) \quad (10)$$

需要注意的是, 上式中参与计算的均为状态变量的标称值. 式中符号 $\dagger$ 表示伪逆运算符, 其计算表达式为 $A^\dagger = A^T(AA^T)^{-1}$ . 为了保证系统的因果性, 当前 TLC 方法中 $\dot{\bar{x}}$ 将由 $\bar{x}$ 经过如下伪微分器求得<sup>[1-8]</sup>

$$G_{\text{diff}} = \frac{\omega_{\text{diff}} s}{s + \omega_{\text{diff}}} \quad (11)$$

其中,  $s$  为微分算子;  $\omega_{\text{diff}}$  为时间常数. 可见伪微分器中  $T = 1/\omega_{\text{diff}}$  越小, 微分的近似程度越高, 通常为为保证控制品质, 指令信号  $v(t)$  (特别是阶跃常值指令) 需经过一阶惯性环节平滑后得到  $\bar{x}$ , 最后送入上述伪微分器中获取微分信号  $\dot{\bar{x}}$ , 这里不失一般性, 令一阶惯性环节的时间常数为  $T$ , 则指令信号  $v(t)$  至  $\dot{\bar{x}}$  的传递函数为

$$w(s) = \frac{s}{T^2 s^2 + 2Ts + 1} = \frac{s}{(Ts + 1)^2}$$

其状态变量实现为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ T^2 \dot{x}_2 &= -(x_1 - v(t)) - 2Tx_2 \\ y &= x_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

可得结论:  $\lim_{T \rightarrow 0} x_1 = v(t); \lim_{T \rightarrow 0} x_2 = \dot{v}(t)$ .

其形式等价于二阶线性积分链式微分器<sup>[15]</sup>, 并且  $T$  等效于摄动参数  $\varepsilon$ . 当式(12)的状态初始值  $x_1(0)$  与  $v(0)$  有较大误差时, 由于微分器的高增益影响, 使得初始时刻附近, 微分器的导数估计会存在峰值现象. 故  $T$  足够小时微分信号近似程度较高的同时, 过渡阶段会引起标称指令的微分信号  $\dot{\bar{x}}$  乃至标称输入  $\bar{u}$  的剧烈跳变, 可见该峰值现象是当前 TLC 方法无法避免的.

考虑到非线性跟踪-微分器<sup>[16]</sup>具有根据系统输入能力事先安排过渡过程的优点, 并且能够保证过渡过程的快速性且无超调, 故可以采用加速度受限的跟踪微分器对姿态制导指令安排过渡过程. 这里采用二阶最速离散跟踪微分器<sup>[16]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} z_0 &= f(z_1(k) - v(k), z_2(k), r, h) \\ z_1(k+1) &= z_1(k) + h \cdot z_2(k) \\ z_2(k+1) &= z_2(k) + h \cdot z_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中  $f(z_1(k) - v(k), z_2(k), r, h)$ <sup>[16]</sup> 为二阶最速离散跟踪微分器输入,  $h$  为积分步长,  $r$  为决定跟踪过程快慢的参数 (或称加速度饱和值), 本文中跟踪微分器的输入信号为慢回路的姿态指令  $\Omega_d$ , 输出  $z_1(k)$  即为安排的过渡过程信号, 即姿态标称指令  $\bar{\Omega}$ ,  $z_2(k)$  为姿态标称指令  $\bar{\Omega}$  的微分信号  $\dot{\bar{\Omega}}$ , 快回路的角速率标称指令  $\bar{\omega}$  由式(10)直接获取, 类似地, 标称舵偏指令  $\bar{\delta}$  也可通过式(10)求出.

#### 3.2 二阶滑模干扰观测器设计

首先给出如下合理的假设.

**假设 3** 复合干扰  $D_i (i \in \{1, 2\})$  关于时间的偏导数是连续且有界的, 且存在已知的有界常数  $C_i > 0$  满足:

$$\sup_{t \in [0, \infty)} \left\| \frac{\partial D_i}{\partial t} \right\| \leq C_i \quad i \in \{1, 2\}$$

**定理 1** 针对姿态动力学模型式(1)和模型式(2), 满足假设 3, 考虑如下的二阶滑模动态:

$$\left. \begin{aligned} s_i &= x_i - z_i \\ \dot{z}_i &= K_i s_i + f_i + \hat{D}_i \\ \dot{\hat{D}}_i &= \xi_i \operatorname{sgn} s_i \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中,  $i \in \{1, 2\}$ ,  $s_i = [s_{i1} \ s_{i2} \ s_{i3}]^T \in \mathbf{R}^3$  为辅助滑模向量;  $K_i = \operatorname{diag}\{k_{i1}, k_{i2}, k_{i3}\} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为待设计的正定矩阵;  $\hat{D}_i$  为内外回路观测器对复合干扰的估计, 即干扰重构值;

$$f_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2$$

$$f_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1)\delta$$

$$\operatorname{sgn} s_i = [\operatorname{sgn} s_{i1} \ \operatorname{sgn} s_{i2} \ \operatorname{sgn} s_{i3}]^T$$

当选取  $\xi_i > C_i$  时, 辅助滑模向量  $s_i$  及其导数  $\dot{s}_i$  均渐近收敛于原点.

**证明** 将式(1)和式(2)代入式(14), 综合有

$$\dot{s}_i = -K_i s_i + D_i - \hat{D}_i \quad i \in \{1, 2\} \quad (15)$$

对式(14)求导, 并代入式(13)可得

$$\ddot{s}_i + K_i \dot{s}_i = -\mu_i \operatorname{sgn} s_i \quad \mu_i \in [\xi_i - C_i, \xi_i + C_i] \quad (16)$$

选取如下的 Lyapunov 函数:

$$V_i = \sum_{j=1}^3 \left\{ \frac{1}{2} [s_{ij} \ \dot{s}_{ij}] P_{ij} [s_{ij} \ \dot{s}_{ij}]^T + a_{ij} \mu \int_0^{s_{ij}} \operatorname{sgn} \tau d\tau \right\} \quad (17)$$

其中

$\mathbf{P}_{ij} = \begin{bmatrix} p_{ij1} & p_{ij3} \\ p_{ij3} & p_{ij2} \end{bmatrix}$  为待设计的对称正定矩阵,且满足

$$p_{ij1}p_{ij2} > p_{ij3}^2, p_{ij1} = k_{ij}p_{ij3}, p_{ij2} = a_{ij}, p_{ij2}k_{ij} > p_{ij3}.$$

对式(17)求导,并代入式(14)及正定参数矩阵  $\mathbf{P}_{ij}$  可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \sum_{j=1}^3 \left\{ \frac{1}{2} [s_{ij} \dot{s}_{ij}] \mathbf{P}_{ij} [s_{ij} \dot{s}_{ij}]^T + a_{ij} \mu \dot{s}_{ij} \operatorname{sgn} s_{ij} \right\} = \\ & \sum_{j=1}^3 \{ [p_{ij1} s_{ij} \dot{s}_{ij} + (p_{ij2} \dot{s}_{ij} + p_{ij3} s_{ij}) (-k_{ij} \dot{s}_{ij} - \mu \operatorname{sgn} s_{ij}) + \\ & p_{ij3} \dot{s}_{ij}^2 + a_{ij} \mu \dot{s}_{ij} \operatorname{sgn} s_{ij}] \} = \\ & \sum_{j=1}^3 [- (k_{ij} p_{ij2} - p_{ij3}) \dot{s}_{ij}^2 - \mu p_{ij3} s_{ij} \operatorname{sgn} s_{ij}] \end{aligned}$$

显然当  $s_{ij} \neq 0$  或  $\dot{s}_{ij} \neq 0$  时,  $\dot{V}_i < 0$ , 因此二阶滑模观测器的辅助滑模向量  $s_i$  及其导数  $\dot{s}_i$  均渐近收敛于原点。证毕

以上证明借鉴了动态滑模控制器的设计思想,将滑模变量  $s_i$  通过微分环节构成新的滑模变量,使得不连续项以积分形式转移至滑模变量的一阶导数中,能够得到在时间上本质连续的干扰重构值,在一定程度上削弱抖振现象。

### 3.3 姿态及角速率回路控制律设计

由于文献[2]已给出基于 TLC 方法的再入飞行器标称状态下内外回路的非线性飞行控制律,即文献[2]中的式(5)和式(6),本文直接引用如下。

姿态回路:

$$\mathbf{w}_c = \bar{\mathbf{w}} + \mathbf{K}_1(t) \mathbf{e}_\Omega \quad (18)$$

角速率回路:

$$\delta_{\text{cmd}} = \bar{\delta} + \mathbf{K}_2(t) \mathbf{e}_\omega \quad (19)$$

式(18)和(19)中符号具体表达式详见文献[2],快、慢回路增益矩阵的求取由  $\mathbf{A}_c(t) = \mathbf{A}(t) + \mathbf{B}(t) \mathbf{K}(t)$  得出,其中  $\mathbf{A}_c(t)$  为由 PD 谱理论设计的期望闭环跟踪误差动态特性,  $\mathbf{A}(t)$  与  $\mathbf{B}(t)$  均可由 MATLAB 符号工具箱快速获取。下面针对姿态回路给出补偿控制律,由 3.2 节可以看出,  $\hat{\mathbf{D}}_i$  为观测器对复合干扰的估计,定义新的姿态回路控制律为

$$\mathbf{w}_c = \bar{\mathbf{w}} + \mathbf{K}_1(t) \mathbf{e}_\Omega - \mathbf{w}_d \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{w}_d = \mathbf{g}_1^{-1} \hat{\mathbf{D}}_1$  为姿态回路的补偿控制律,  $\mathbf{g}_1^{-1}$  为增益调节矩阵。将式(20)代入式(1),则式(6)可改写成

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{e}) + \mathbf{D}_1 - \hat{\mathbf{D}}_1 \quad (21)$$

显然,若滑模干扰观测器能正确地估计出  $\hat{\mathbf{D}}_1$ , 然后根据估计值设计出有效的补偿控制律,以抵消复合干扰对系统的影响。角速率回路的控制律设计方法与此类似,这里不再赘述。

## 4 稳定性分析

记干扰误差重构向量:

$$\mathbf{e}_o = [\mathbf{D}_1 - \hat{\mathbf{D}}_1 \quad \mathbf{D}_2 - \hat{\mathbf{D}}_2]^T$$

由定理 1 可知,当选取  $\xi_i > C_i$  时,辅助滑模向量  $s_i$  及其导数  $\dot{s}_i$  均渐近收敛于原点,则由式(14)可知  $\mathbf{e}_o$  将于有限时间内渐近收敛于原点,根据文献[13]定理 4.14 可知,存在 Lyapunov 函数  $V_o(t, \mathbf{e}_o)$  满足:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 \|\mathbf{e}_o\|^2 &\leq V_o(t, \mathbf{e}_o) \leq \lambda_2 \|\mathbf{e}_o\|^2 \\ V_o(t, \mathbf{e}_o) &\leq -\lambda_3 \|\mathbf{e}_o\|^2 \\ \lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

对于整个闭环系统,构造如下的 Lyapunov 函数:

$$V(t, \mathbf{e}, \mathbf{e}_o) = \mathbf{e}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{e} + V_o(t, \mathbf{e}_o)$$

则  $V(t, \mathbf{e}, \mathbf{e}_o)$  沿系统轨线的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, \mathbf{e}, \mathbf{e}_o) &= \mathbf{e}^T \dot{\mathbf{P}}(t) \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}(t) \dot{\mathbf{e}} + \\ & \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{e} + \dot{V}_o(t, \mathbf{e}_o) \end{aligned}$$

将式(8)和式(20)代入上式,经整理得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, \mathbf{e}, \mathbf{e}_o) &= \\ & - \mathbf{e}^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{e} + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P}(t) (\sigma(t, \mathbf{e}) + \mathbf{e}_o) + \dot{V}_o(t, \mathbf{e}_o) \end{aligned}$$

由式(7)和式(9)可知

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, \mathbf{e}, \mathbf{e}_o) &\leq \\ & - c_3 \|\mathbf{e}\|^2 + 2c_2 l \|\mathbf{e}\|^3 + 2c_2 \|\mathbf{e}\| \|\mathbf{e}_o\| - \lambda_3 \|\mathbf{e}_o\|^2 \end{aligned}$$

由  $2\|\mathbf{e}\| \|\mathbf{e}_o\| \leq (\|\mathbf{e}\|^2 + \|\mathbf{e}_o\|^2)$  可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, \mathbf{e}, \mathbf{e}_o) &\leq \\ & - (c_3 - 2c_2 l \|\mathbf{e}\| - c_2) \|\mathbf{e}\|^2 - (\lambda_3 - c_2) \|\mathbf{e}_o\|^2 \leq \\ & - (c_3 - c_2 - 2c_2 l \rho) \|\mathbf{e}\|^2 - (\lambda_3 - c_2) \|\mathbf{e}_o\|^2 \\ & \quad \forall \|\mathbf{e}\| \leq \rho \end{aligned}$$

选择  $\rho < \min \left\{ R_c, \frac{c_3 - c_2}{2c_2 l} \right\}$ ,  $\lambda_3 \geq c_2$ , 以保证当  $\|\mathbf{e}\| \leq \rho$  时有  $\dot{V}(t, \mathbf{e}, \mathbf{e}_o) \leq 0$  成立,此时复合系统误差动态特性局部指数稳定。

## 5 仿真结果及分析

仿真中高超声速飞行器初始状态选择如下:飞行速度  $Ma = 6.5$ , 飞行高度  $H = 30.9 \text{ km}$ , 初始姿态角和角速率分别为  $\alpha_0 = 0^\circ, \beta_0 = 0.3^\circ, \mu_0 = 0^\circ, p_0 = q_0 = r_0 = 0 \text{ rad/s}$ , 姿态制导指令  $\boldsymbol{\Omega}_d = [6 \quad 0 \quad 10]^T$  ( $^\circ$ ), 舵偏角限幅以及动态约束为

$$\delta_{\min} = -[25 \quad 25 \quad 20]^T (^\circ)$$

$$\delta_{\max} = [25 \quad 25 \quad 20]^T (^\circ)$$

$$\dot{\delta} = -[70 \quad 70 \quad 70]^T (^\circ)/\text{s}$$

$$\bar{\delta} = [70 \quad 70 \quad 70]^T (^\circ)/s$$

### 5.1 无复合干扰情况下的飞行器姿态跟踪控制仿真

针对执行机构过渡期间的饱和问题,为检验本文方案的合理性,将本文提出的引入非线性跟踪-微分器的轨迹线性化方法与文献[14]的轨迹线性化方法进行仿真比较.其中轨迹线性化方法的设计参数与文献[14]相同,非线性跟踪-微分器选取的参数如下:积分步长  $h = 0.005 \text{ s}$ ,加速度饱和值的绝对值  $|r| = 5.73 (^\circ)/s^2$ .考虑到控制品质,文献[14]对三通道均设计了指令滤波器  $\frac{1}{0.5s+1}$ .下面以俯仰通道为例,分别给出无复合干扰情况下本文方案与文献[14]方案的飞行姿态控制系统的仿真曲线,如图2、图3所示.

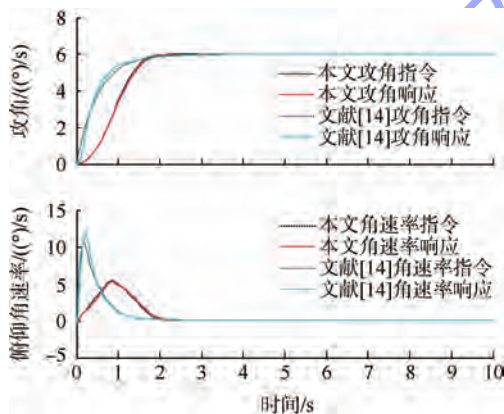


图2 两种控制方案的姿态回路响应曲线

Fig. 2 Attitude loop response for two control schemes

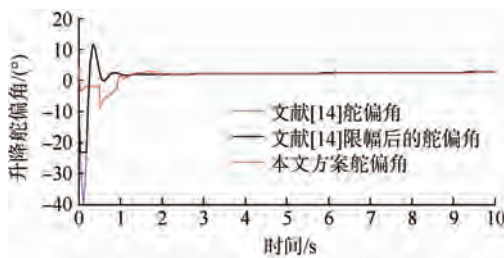


图3 两种控制方案的升降舵偏角响应曲线

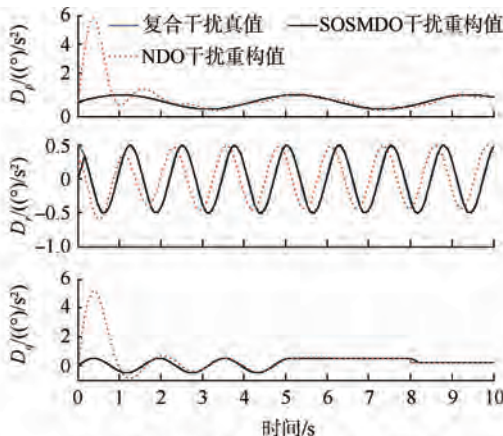
Fig. 3 Deflection angle response for two control schemes

由上述对比可以看出,在相同的飞行条件和制导指令下,两种控制方案的攻角响应均呈现出较好的动态特性,调节时间均约为 2 s,但文献[14]的俯仰角速率响应在过渡期间出现剧烈跳变,导致升降舵偏角迅速跳变至  $-40^\circ$ ,同时过渡期间存在一定的跟踪误差;相反,由于本文的控制方案中引入了加速度受限的跟踪-微分器,在舵偏角约束范围内合理地安排了角速率的过渡过程,解决了原先 TLC 方法中的微分信号在过渡阶段

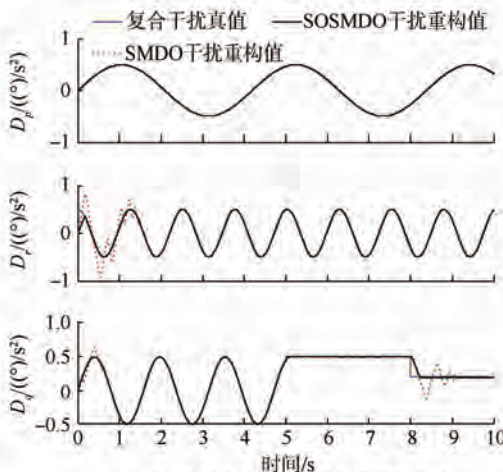
的峰值现象;在不牺牲系统的动态特性与跟踪误差的基础上,舵偏量的变化范围约为文献[14]的 1/4,因此本文的方案具有更好的控制性能.

### 5.2 滑模干扰观测器性能仿真

为验证本文设计的二阶滑模干扰观测器对复合干扰的重构效果,以角速率回路为例,三通道的复合干扰分别取时变正弦、时变余弦以及正弦与方波瞬间切换信号,所需的设计参数如下:  $K_2 = \text{diag}\{400, 400, 400\}$ ,  $\xi_2 = \text{diag}\{2.1, 2.3, 2\}$ .为了更好地说明本文设计的观测器的效果,分别与文献[17]提出的非线性干扰观测器(NDO)和文献[10]提出的基于双扭曲算法的 SMDO 进行了对比, NDO 设计参数参考文献[17],即角速率回路的观测器增益  $l_{21} = l_{22} = l_{23} = 50$ .为减少 SMDO 的干扰重构抖振,采用滤波器  $\frac{50}{s+50}$  对文献[10]的重构值进行滤波.图4给出了文献[17]的 NDO 以及文献[10]的 SMDO 与本文的 SOSMDO 的角速率回路复合干扰重构值对比曲线.



a SOSMDO与NDO的干扰重构效果



b SOSMDO与SMDO的干扰重构效果

$D_p$ —俯仰通道干扰值;  $D_r$ —偏航通道干扰值;  $D_q$ —滚转通道干扰值.

图4 角速率回路复合干扰重构效果

Fig. 4 Reconstruction effects of disturbances in angular rate loop

可以看出所设计的 SOSMDO 与文献 [17] 的 NDO 以及文献 [10] 的 SMDO 相比, SOSMDO 能够迅速重构角速率回路的复合干扰, 其动态性能以及重构效果更好, 抖动现象得到了充分地抑制. 同时, 由于 NDO 重构误差指数收敛, 故初始阶段会出现强烈的超调, 对于高频干扰, 重构存在滞后; SMDO 在快变信号瞬间切换处因符号函数的作用会呈现颤振行为.

### 5.3 存在复合干扰情况下的飞行器姿态跟踪控制仿真

仿真中假设气动动力以及力矩系数存在 -60% 的不确定性, 角速率回路在  $t = 0\text{ s}$  加入外界干扰  $d_i(t) = [0.5\sin(1.5t), 0.5\cos(5t), 0.5\sin(4t)]^T$ , 单位为  $(^\circ)/\text{s}^2$ . 综合考察控制系统在存在气动参数摄动及外界干扰情况下的控制性能, 如图 5 ~ 图 8 所示.

上述仿真结果表明, 在有外界时变干扰和气动参数大范围摄动的情况下, 文献 [7] 以及本文的方案均能平稳且迅速地跟踪给定的参考指令, 但文献 [7] 不足之处在于: 一方面, 由于非线性干扰观测器无法快速且精准地对干扰进行重构, 导致过渡期间攻角响应超调较大; 另一方面, 由于文献 [7] 未采用 TD 对姿态标称指令安排过渡过程, 微分信号的峰值现象无法避免, 两种因素综合起来导致飞控系统在初始阶段付出更多的控制量. 相反, 由于滑模干扰观测器能对复合干扰快速精确地补偿, 控制量均在合理约束范围内, 整个系统表现出良好的控制性能和鲁棒性, 进一步有力证明了本文控制方案的优越性.

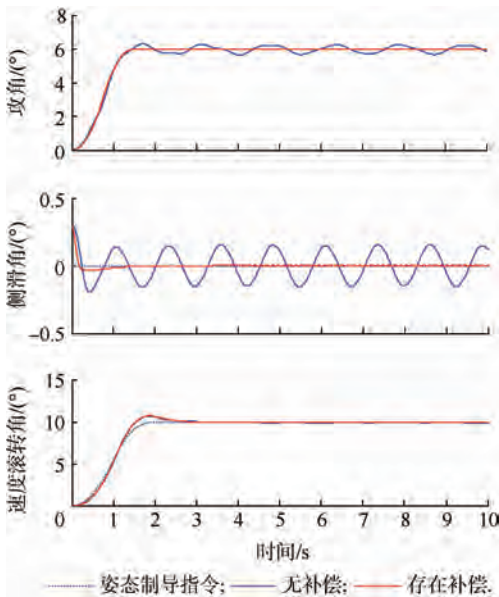


图 5 存在复合干扰情况下的姿态响应曲线  
Fig. 5 Attitude response in the presence of compound disturbances

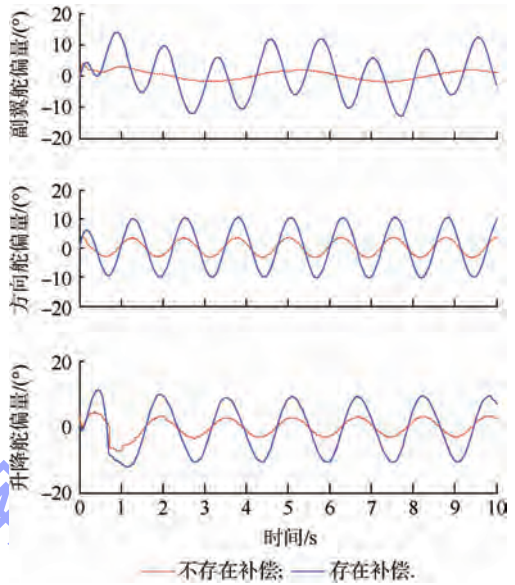


图 6 存在复合干扰情况下的舵偏角响应曲线  
Fig. 6 Deflection angle response in the presence of compound disturbances

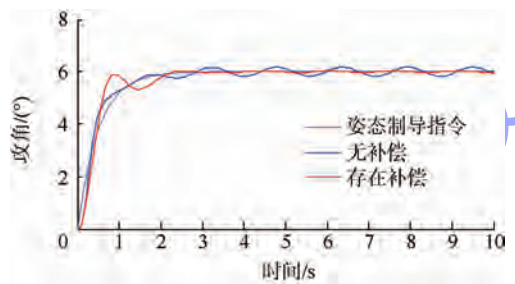


图 7 存在复合干扰情况下文献 [7] 的姿态响应曲线  
Fig. 7 Attitude response in the presence of compound disturbances for reference [7]

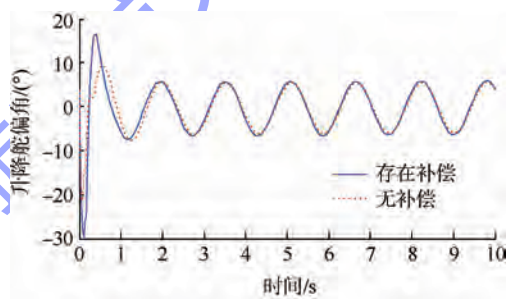


图 8 存在复合干扰情况下文献 [7] 的舵偏角响应曲线  
Fig. 8 Deflection angle response in the presence of compound disturbances for reference [7]

## 6 结论

本文针对高超声速飞行器再入过程强鲁棒、强自适应的姿态控制需求, 提出了基于 SMDO-TLC 的高超声速飞行器复合姿态控制方法.

1) 通过将姿态回路中的伪微分器替换为非线性跟踪微分器, 有效改善了低动压飞行条件下的控制品质, 避免了执行机构饱和现象的发生, 该

思路同样适用于执行机构较少且需要获取指令微分信号的控制系統;

2) 借鉴动态滑模控制器的设计思想,设计了二阶滑模干扰观测器,其具有重构误差收敛速度快、重构精度高、抖振效应微弱等优点;

3) 与现有方法相比,本文提出的控制策略能够解决控制约束条件下受扰再入飞行器的姿态跟踪问题,具有更好的暂态特性和静态品质,可以适应高超声速飞行器快时变、高精度以及强鲁棒的控制需求。

### 参考文献 (References)

- [1] 黄琳,段志生,杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战[J]. 控制理论与应用,2011,28(10):1496-1505  
Huang Lin, Duan Zhisheng, Yang Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts[J]. Control Theory and Applications, 2011, 28(10):1496-1505 (in Chinese)
- [2] Wang Q, Stengel R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2000, 23(4):577-584
- [3] Xu H J, Ioannou P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 25(5):829-838
- [4] Xu H J, Mirmirani M. Robust neural adaptive control of a hypersonic flight vehicle[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Austin, Texas: AIAA, 2003:1-8
- [5] Zhu J J, Banker D, Hall C E. X-33 ascent flight control design by trajectory linearization-a singular perturbation approach[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Denver: AIAA, 2000:1-19
- [6] Bevacqua T, Best E, Huizenga A. Improved trajectory linearization flight controller for reusable launch vehicles[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Reno: AIAA, 2004:875-887
- [7] 朱亮,姜长生. 基于非线性干扰观测器的空天飞行器轨迹线性化控制[J]. 南京航空航天大学学报,2007,39(4):490-495  
Zhu Liang, Jiang Changsheng. Nonlinear disturbance observer-enhanced trajectory linearization control for aerospace vehicle[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2007, 39(4):490-495 (in Chinese)
- [8] 朱亮,姜长生,陈海通,等. 基于单隐层神经网络的空天飞行器直接自适应轨迹线性化控制[J]. 宇航学报,2006,27(3):338-344  
Zhu Liang, Jiang Changsheng, Chen Haitong, et al. Direct TLC for aerospace vehicle using single hidden layer NN[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(3):338-344 (in Chinese)
- [9] Lu Y S. Sliding-mode disturbance observer with switching-gain adaptation and its application to optical disk drives[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronic, 2009, 56(9):3743-3750
- [10] Hall C E, Shtessel Y B. Sliding-mode disturbance observer based control for a reusable launch vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6):1315-1328
- [11] Besnard L, Shtessel Y B, Landrum B. Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(2):658-684
- [12] Shaughnessy J D, Pinckney S Z, McMinn J D. Hypersonic vehicle simulation model: winged-cone configuration[R]. NASA TM-102610, 1990
- [13] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 2002
- [14] 陈小庆. 高超声速滑翔飞行器机动技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2011:108-124  
Chen Xiaoqing. The key technology relative to the maneuverability of hypersonic gliding vehicle[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011:108-124 (in Chinese)
- [15] Ibrir S. Linear time-derivative trackers[J]. Automatica, 2004, 40(3):397-405
- [16] 韩京清. 自抗扰控制技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2008:56-66  
Han Jingqing. Active disturbance rejection control technique[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008:56-66 (in Chinese)
- [17] Chen W H. Nonlinear disturbance observer enhanced dynamic inversion control of missiles[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(1):161-166

# 三阶中心无振荡格式性能分析



李彦苏 阎超 屈峰 于剑

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 三阶中心无振荡格式 Cn3 (Centered nonoscillatory scheme of third order) 使用对称模板构造具有三阶精度的插值公式. 利用单调区域与精确区域修正原始插值参数, 该格式能够获得间断附近无振荡、光滑区域高精度的计算结果. 通过一维和二维典型算例, 将 Cn3 格式与三阶和五阶 WENO 格式 (Weighted Essentially Non-Oscillatory schemes) 进行比较, 重点分析了 3 种格式的间断分辨率、计算稳定性和数值耗散性. 分析可见, Cn3 格式能够精确、稳定地捕捉激波和接触间断, 同时对光滑流动区域的小尺度流动结构保持较低的耗散, 值得进一步研究及推广应用.

**关键词:** 高精度格式; WENO 格式; 间断分辨率; 稳定性; 数值耗散性

**中图分类号:** V 211.3

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1576-05

## Analysis for centered nonoscillatory scheme of third order

Li Yansu Yan Chao Qu Feng Yu Jian

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Choosing symmetric stencils, a centered nonoscillatory scheme of third order scheme (Cn3) constructs a formula which achieves third-order accuracy. A modification of the original estimates, in the reconstruction procedure, was undertaken by employing a monotonicity region as well as an accuracy one. After the very modification, the Cn3 scheme not only obtained nonoscillatory results near discontinuities but also achieved high-accuracy calculation in smooth regions. By using several typical one- and two-dimensional test cases, Cn3 scheme was compared with the weighted essentially non-oscillatory (WENO) schemes of third and fifth order. The properties of capturing discontinuities, stability/robustness and numerical dissipation were significantly considered. The results of the numerical experiments confirm that Cn3 scheme has the ability to suppress spurious numerical oscillations near shocks and contact discontinuities when sharply capturing them, which indicates its characteristics of stability and accuracy, and has low dissipation in smooth region at the same time. Cn3 scheme is worth of further study and application.

**Key words:** high-accuracy scheme; WENO schemes; discontinuities capturing; stability; numerical dissipation

随着现代飞行器气动设计要求的提高, 工程界对 CFD (Computational Fluid Dynamics) 数值模拟的精度提出了更高要求. 2009 年欧洲 ADIGMA 项目研究表明<sup>[1]</sup>, 当流动较为复杂时, 目前广泛使用的二阶格式无法获得满足精度要求的计算结果. 而高阶格式由于具有计算精度高、数值耗散低

的特点, 能够较为精确地刻画流场中的间断, 并保证光滑流动区域的计算精度, 在流动结构复杂的情况下具有明显优势. 因此, 高阶格式已成为计算流体力学数值方法的研究趋势<sup>[2]</sup>.

ENO (Essential Non-Oscillatory) 格式<sup>[3-5]</sup> 作为高阶、高精度格式的典型代表, 自 1987 年提出以

来<sup>[3]</sup>得到了广泛关注,并在此基础上发展了 WE-NO (Weighted-ENO) 格式<sup>[6-8]</sup>、CENO (Central-ENO)<sup>[9]</sup>等多种高阶格式. Huynh<sup>[10]</sup>基于 ENO 格式提出一种无振荡高精度格式,以减小 ENO 格式的耗散性. Suresh 和 Huynh<sup>[11-12]</sup>则将该格式扩展到高阶精度. 本文研究了这种无振荡格式的三阶格式 (Cn3, Centered nonoscillatory scheme of thrid order) 在计算精度、激波捕捉等方面的性能,并将其与目前常用的三阶、五阶 WENO 格式进行对比. 重点分析了格式的间断分辨率、计算稳定性和数值耗散等性能,以期对该格式有较为全面的认识,为今后格式构造和应用提供思路.

## 1 控制方程和离散方法

二维无黏可压欧拉方程可以写成如下形式:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

其中,  $Q$  为守恒变量;  $F, G$  分别为  $x, y$  方向上的无黏通量矢量. 本文采用显式 Runge-Kutta 法进行时间推进,空间离散则使用有限体积法.

定义单元  $I_{ij}$  为

$$I_{ij} = [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \times [y_{j-1/2}, y_{j+1/2}]$$

则有

$$\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2} \quad \Delta y = y_{i+1/2} - y_{i-1/2}$$

在单元  $I_{ij}$  上对式 (1) 进行积分,得有限体积法的半离散形式方程:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Q_{ij}(t) = & \frac{1}{\Delta x} (\hat{F}(Q_{i-1/2,j}^L, Q_{i-1/2,j}^R) - \hat{F}(Q_{i+1/2,j}^L, Q_{i+1/2,j}^R)) + \\ & \frac{1}{\Delta y} (\hat{G}(Q_{i-1/2,j}^L, Q_{i-1/2,j}^R) - \hat{G}(Q_{i+1/2,j}^L, Q_{i+1/2,j}^R)) \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\hat{F}, \hat{G}$  为对守恒通量的近似 Riemann 求解, 本文使用 Roe 格式;  $Q^L, Q^R$  为单元界面左右两侧的守恒通量,由插值格式获得. 除了以下介绍的 Cn3 格式外,本文还使用了三阶和五阶 WENO 格式进行对比.

## 2 Cn3 格式

为了获得三阶精度的插值格式,需要进行抛物线插值<sup>[11]</sup>. 以  $i$  方向为例,对于每个网格单元  $I_i$ ,使用该单元的 5 个相邻单元进行插值,即  $[I_{i-2}, \dots, I_{i+2}]$ . 令  $v_i$  为每个单元格心原始变量值,  $R_i(x)$  为单元内原始变量的插值函数,给出抛物线插值公式:

$$R_i(x) = v_i - \frac{c}{12} + bx + cx^2 \quad |x| \leq \frac{1}{2} \quad (3)$$

其中,参数  $b$  和  $c$  的精确值为

$$b_a = (-5v_{i+2} + 34v_{i+1} - 34v_{i-1} + 5v_{i-2})/48 \quad (4)$$

$$c_a = (-v_{i+2} + 12v_{i+1} - 22v_i + 12v_{i-1} - v_{i-2})/16 \quad (5)$$

在光滑区域,式 (4)、式 (5) 的参数取值能得到非常精确的计算结果,但在间断区域,这样的插值会出现振荡. 为了抑制间断区域的振荡,需要对插值参数加以修正,以同时满足单调性和精度的双重要求<sup>[11]</sup>.

### 1) 确定单调区域.

根据 Harten 等人<sup>[3]</sup>的 ENO 格式给出分段线性斜率:

$$\left. \begin{aligned} k_+ &= v_{i+1} - v_i \\ k_- &= v_i - v_{i-1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

对于单调递增数据,为保持单调性,要求:

$$\left. \begin{aligned} b + c &\geq 0 \\ b - c &\geq 0 \\ 2k_+ - b - c/3 &\geq 0 \\ 2k_- - b + c/3 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

对于单调递减数据,将式 (7) 中的  $\geq$  改成  $\leq$  即可. 这样就得到了插值所需的单调区域.

### 2) 确定精确区域.

使用经过  $(v_{i-2}, v_{i-1}, v_i), (v_{i-1}, v_i, v_{i+1}), (v_i, v_{i+1}, v_{i+2})$  的 3 条抛物线,可以得到 3 组二次项和三次项系数  $b$  和  $c$ . 将这些系数用下标  $-, 0, +$  进行区分,得到

$$\left. \begin{aligned} b_- &= \frac{1}{2}(v_{i-2} - 4v_{i-1} + 3v_i) \\ b_0 &= \frac{1}{2}(v_{i+1} - v_{i-1}) \\ b_+ &= \frac{1}{2}(-v_{i+2} + 4v_{i+1} - 3v_i) \\ c_- &= \frac{1}{2}(v_{i-2} - 2v_{i-1} + v_i) \\ c_0 &= \frac{1}{2}(v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) \\ c_+ &= \frac{1}{2}(v_i - 2v_{i+1} + v_{i+2}) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} c_- &= \frac{1}{2}(v_{i-2} - 2v_{i-1} + v_i) \\ c_0 &= \frac{1}{2}(v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) \\ c_+ &= \frac{1}{2}(v_i - 2v_{i+1} + v_{i+2}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

进一步定义:

$$\left. \begin{aligned} b_{\max} &= \max(b_+, b_0, b_-) \\ b_{\min} &= \min(b_+, b_0, b_-) \\ c_{\max} &= \max(c_+, c_0, c_-) \\ c_{\min} &= \min(c_+, c_0, c_-) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

这样得到了插值参数的精确区域. 当  $b_{\min} \leq b \leq b_{\max}$  且  $c_{\min} \leq c \leq c_{\max}$  时, 插值公式具有三阶精度.

可以证明<sup>[11]</sup>, 当插值参数  $b$  和  $c$  处在单调区域和精确区域的重叠部分时(如图1), 既能抑制数值振荡, 又能保证插值公式的精度.

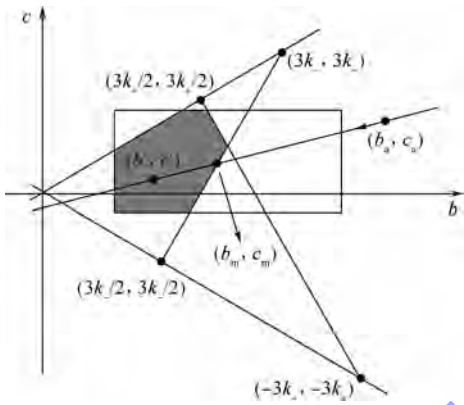


图1 单调区域及精确区域(阴影为重叠区域)<sup>[11]</sup>

Fig. 1 Monotonicity region and accuracy region (overlap region is shaded)<sup>[11]</sup>

### 3) 修正 $b_a, c_a$ .

取该重叠区域的一点  $(b', c')$ , 使得

$$\left. \begin{aligned} b' &= \min \text{mod}(q_-, q_+) \\ c' &= \min \text{mod}(c_-, c_+) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \min \text{mod}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \\ s \cdot \min(|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|) & \\ s &= \frac{1}{2^{n-1}} (\text{sgn}(x_1) + \text{sgn}(x_2)) \cdot \end{aligned}$$

$$|(\text{sgn}(x_1) + \text{sgn}(x_3)) \cdots (\text{sgn}(x_1) + \text{sgn}(x_n))|$$

$$q_- = \text{median}(b_-, b_0, k_-)$$

$$q_+ = \text{median}(b_+, b_0, k_+)$$

$$\text{median}(x, y, z) = x + \min \text{mod}(y - x, z - x)$$

将式(4)和式(5)计算得到的插值参数点  $(b_a, c_a)$  与  $(b', c')$  相连, 所得直线与前述重叠区域将有 2 个交点, 其中处在  $(b_a, c_a)$  和  $(b', c')$  之间的即为修正后的插值参数  $(b_m, c_m)$  (如图1, 详见文献[11]). 将  $(b_m, c_m)$  代入式(3), 求得单元界面的原始变量值, 进而能够得到守恒变量  $Q$  的值.

## 3 计算结果与分析

### 3.1 Sod 激波管

计算域为  $[0, 1]$ , 网格点数为 100, 初始条件为<sup>[13]</sup>

$$\left. \begin{aligned} (\rho_L, u_L, p_L) &= (1, 0, 1) \\ (\rho_R, u_R, p_R) &= (0.125, 0, 0.1) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

计算终止时间为  $t = 0.2$ .

图2给出了三阶 WENO(weno3)和三阶中心无振荡格式(Cn3)计算结果的无量纲密度关于计算域  $X \in [0, 1]$  的分布曲线. 从图中可以看出, 2种格式对间断的分辨率相当. 但三阶 WENO 格式在间断附近出现明显的数值振荡, Cn3 格式的结果则较为稳定.

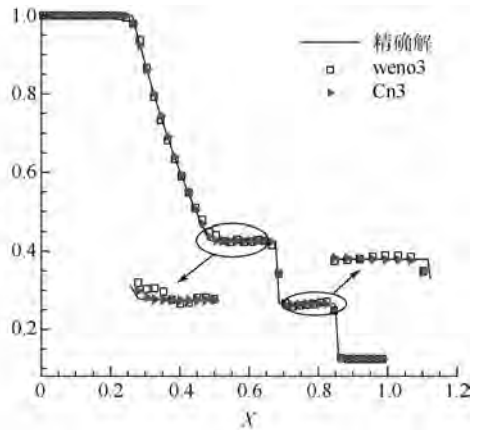


图2 Sod 问题密度分布曲线

Fig. 2 Density distributions of Sod's problem

### 3.2 Shu-Osher 问题

Shu-Osher 问题<sup>[5]</sup>是一维的激波湍流相互干扰问题. 在区间  $[-5, 5]$  中, 一道移动的马赫数为 3 的激波与一道密度正弦波相交, 初始流场描述如下:

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (3.857, 2.629, 10.333) & x < -4 \\ (1 + 0.2 \sin 5x, 0, 1) & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

计算终止时间为  $t = 1.8$ . 使用三阶、五阶 WENO 格式及 Cn3 格式进行计算, 网格单元数量为 400, 并采用密网格(网格单元数为 1600)的计算结果作为参照(如图3所示, 纵坐标为无量纲密度).

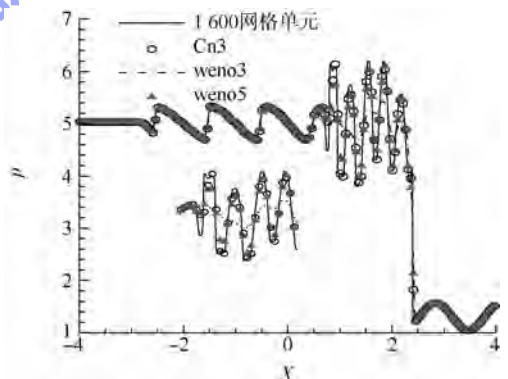


图3 Shu-Osher 问题密度分布曲线

Fig. 3 Density distributions of Shu-Osher's problem

通过比较发现, 在  $x < 0$  区域(即小激波区域), 3种格式对激波的捕捉精度相似, 且与密网

格的计算结果相近. 在  $x > 0$  区域(即熵波区域), 三阶 WENO 格式会将小尺度流动结构“抹平”; 五阶 WENO 格式虽然能够捕捉到部分小尺度流动结构, 但极值点附近的计算精度较低; Cn3 格式对该部分流动结构的捕捉精度最高, 且与密网格的计算结果较接近. 可见, Cn3 格式能够在抑制非物理振荡的同时保证对光滑区域流动结构的高精度计算.

### 3.3 二维周期涡输运

本算例<sup>[14]</sup>是用来检验格式耗散特性的典型算例. 初始流场为在均匀流场上添加了一个等熵涡, 该涡的强度为  $\Gamma = 5$ , 并将随主流向下游输运. 计算区域为  $10 \times 10$  的方形区域, 网格点数为  $100 \times 100$ . 扰动的形式如下:

$$\left. \begin{aligned} (\delta u, \delta v) &= \frac{\Gamma}{2\pi} e^{(\gamma-1)r^2/2} (-\bar{y}, \bar{x}) \\ \delta T &= -\frac{(\gamma-1)\Gamma^2}{8\gamma\pi^2} e^{1-r^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} T &= p/\rho \\ \rho/\rho^\gamma &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} r^2 &= \bar{x}^2 + \bar{y}^2 \\ (\bar{x}, \bar{y}) &= (x - x_0, y - y_0) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$\gamma$  代表比热比;  $(x_0, y_0)$  代表涡核的坐标. 边界条件均为周期边界条件. 图 4 给出 3 种格式计算的涡核压力(无量纲)在 10 个移动周期内的变化. 图 5 为 10 个周期后 3 种格式计算的涡中心线密度(无量纲)分布曲线. 通过比较可知, 2 种三阶格式均有明显的耗散, 而五阶 WENO 相对耗散较小. 说明对于纯光滑流动结构的计算, 数值耗散主要受格式的阶数精度影响, 即格式阶数越高, 数值耗散越小. 而同样阶数的格式比较可见, 三阶 WENO 格式耗散性大于 Cn3 格式.

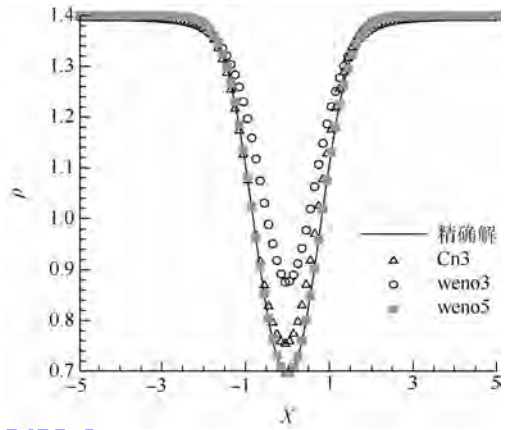


图 5 涡中心线密度分布曲线

Fig. 5 Density distributions along the center-line of the vortex

### 3.4 双马赫反射

该算例<sup>[15]</sup>求解的是 Euler 方程, 计算域为  $[0, 4] \times [0, 1]$ , 其中下边界  $[0, 1/6]$  的区域以及左边界均给定激波的波后条件, 下边界  $[1/6, 4]$  的位置为滑移壁面条件, 右边界给定出流条件, 上边界根据激波每一时刻所处的位置分别给定激波的波前和波后条件. 初始时刻, 在计算域中给定一个与  $x$  轴成  $60^\circ$  夹角的马赫数为 10 的激波, 该激波从  $x = 1/6, y = 0$  的位置一直延伸到上边界, 并向右侧快速移动. 计算时间推进到  $t = 0.2$ , 网格量为  $480 \times 120$ . 图 6、图 7 给出了 3 种格式计算结果密度等值线. 比较看出, Cn3 格式能够计算出三点出发的滑移线的部分不稳定结构, 在壁面喷流结构的捕捉上也较为清晰, 这是 2 种 WENO 格式都未能计算出来的. 可见 Cn3 格式接触间断的计算分辨率高于 2 种 WENO 格式.

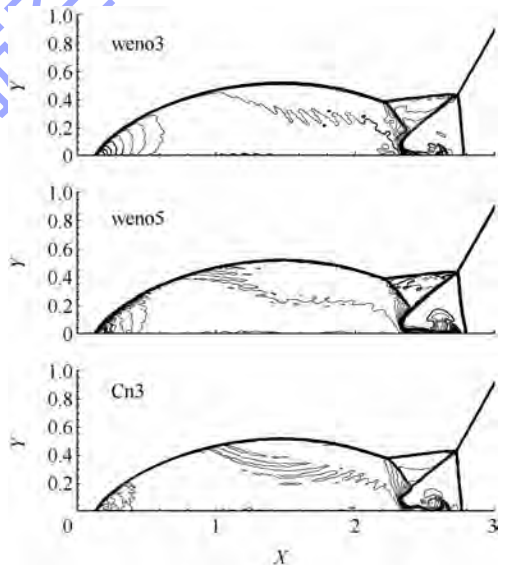


图 6 双马赫反射密度等值线计算结果

Fig. 6 Density contours of double Mach reflection

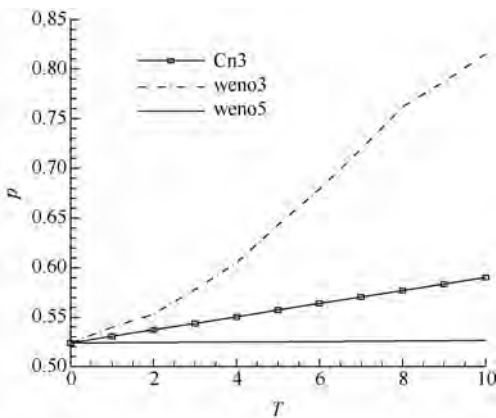


图 4 涡核压力变化曲线

Fig. 4 Variation curves of the vortex's center

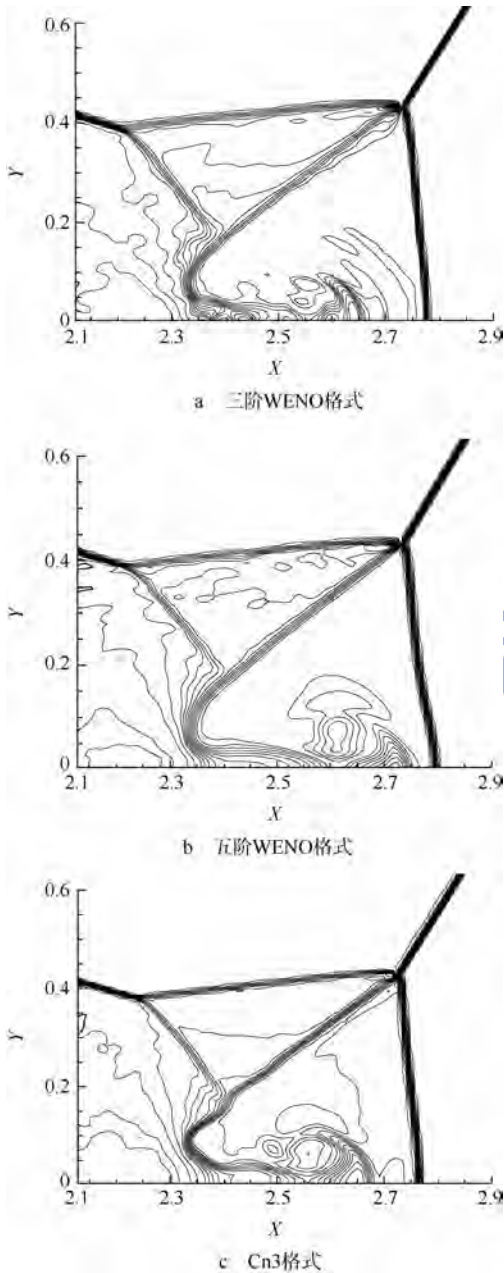


图7 双马赫反射密度等值线计算结果细节

Fig.7 Details of density contours of double Mach reflection

## 4 结论

1) 对比三阶 WENO 格式, Cn3 格式能够较好地抑制数值振荡; 同时, Cn3 格式的数值耗散小于前者;

2) Cn3 格式能够保证光滑流动区域的计算精度, 对熵波等小尺度流动结构的污染较小;

3) Cn3 格式对激波和接触间断的捕捉精度较高, 尤其是在双马赫反射算例中, 该格式能够捕捉到部分滑移线的不稳定结构, 这种对间断的捕捉能力甚至优于五阶 WENO 格式。

综合上述分析, 认为 Cn3 格式间断分辨率较

高、计算稳定性较强、数值耗散较小, 具有继续研究和推广应用的价值。

## 参考文献 (References)

- [1] Kroll N. ADIGMA-A European project on the development of adaptive higher-order variational methods for aerospace applications [C]//47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Reston, VA: AIAA, 2009
- [2] 阎超, 于剑, 徐晶晶, 等. CFD 模拟方法的发展成就与展望 [J]. 力学进展, 2011, 41(5): 562-589  
Yan Chao, Yu Jian, Xu Jinglei, et al. On the achievements and prospects of the methods for computational fluid dynamics [J]. Advances in Mechanics, 2011, 41(5): 562-589 (in Chinese)
- [3] Harten A, Engquist B, Osher S, et al. Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes, III [J]. Journal of Computational Physics, 1987, 71(2): 231-303
- [4] Shu C W, Osher S. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1988, 77(2): 439-471
- [5] Osher S, Shu C. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes, II [J]. Journal of Computational Physics, 1989, 83(1): 32-78
- [6] Liu X D, Osher S, Chan T. Weighted essentially non-oscillatory schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1994, 115(1): 200-212
- [7] Jiang G S, Shu C W. Efficient implementation of weighted ENO schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 126(1): 202-228
- [8] Shu C W. High order weighted essentially nonoscillatory schemes for convection dominated problems [J]. SIAM Review, 2009, 51(1): 82-126
- [9] Ivan L, Groth C P T. High-order solution-adaptive central essentially non-oscillatory (CENO) method for viscous flows [J]. AIAA Paper, 2011: 2011-367
- [10] Huynh H T. Accurate upwind schemes for the Euler equations [C]//12th Computational Fluid Dynamics Conference. San Diego, CA: AIAA, 1995: 1022-1039
- [11] Suresh A. Centered nonoscillatory schemes of third order [C]//12th Computational Fluid Dynamics Conference. San Diego, CA: AIAA, 1995: 1292-1305
- [12] Suresh A, Huynh H T. Accurate monotonicity-preserving schemes with Runge-Kutta time stepping [J]. Journal of Computational Physics, 1997, 136(1): 83-99
- [13] Sod G A. A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws [J]. Journal of Computational Physics, 1978, 27(1): 1-31
- [14] Nichols R H, Tramel R W, Buning P G. Evaluation of two high-order weighted essentially nonoscillatory schemes [J]. AIAA Journal, 2008, 46(12): 3090-3102
- [15] Woodward P, Colella P. The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks [J]. Journal of Computational Physics, 1984, 54(1): 115-173

# 卫星姿态控制系统在轨实时健康评估



宋 飞 秦世引\*

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 面向航天器在轨智能自主管控的技术需求, 提出一种基于多级模糊综合评价架构的卫星姿态控制系统的在轨实时健康评估方法. 根据卫星姿态控制系统的性能特点, 按实际功能将其划分为姿态测量、控制器和执行机构 3 个部分. 在确定各部分单元部件健康信息的基础上, 基于模糊综合评价算法对各部分的健康度分别进行评估. 基于评估所得到的姿态测量、控制器和执行机构 3 部分健康信息, 根据各部分对系统健康的影响情况结合变权综合原理确定健康影响权重, 采用模糊综合评价算法实现对姿态控制系统整体健康性能的综合评估. 仿真实验结果表明, 所提出的方法能够有效实现卫星姿态控制系统的在轨实时健康评估.

**关 键 词:** 卫星姿态控制系统; 在轨实时健康评估; 多级模糊综合评价; 变权综合原理

**中图分类号:** V 448.22; TP 277

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1581-08

## On-orbit real-time health assessment of satellite attitude control system

Song Fei Qin Shiyin\*

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** According to technique requirements of on-orbit autonomous intelligent management and control for spacecrafts, especially for satellite systems, an on-orbit real-time health assessment method for satellite attitude control systems was proposed based on a multi-level fuzzy comprehensive evaluation framework. In view of performance characteristics and actual capabilities, a satellite attitude control system was divided into three parts of attitude measurement, actuating mechanism and attitude control. In this way, its health level may be determined by health status of three parts so that the fuzzy evaluation for every part was carried out at first and then the integrative health performance was given through synthetically weighted integration with the ones of three parts. Therefore a synthetic integration strategy with variable weights for different health conditions of various parts was employed to complete the comprehensive evaluation of satellite attitude control systems according to variable weight synthesizing principle, in which the variable weights depended on the membership degree of health level of various parts. Simulation experiment results demonstrate that the proposed health assessment method can achieve on-orbit real-time health assessment of satellite attitude control system effectively and efficiently.

**Key words:** satellite attitude control system; on-orbit real-time health assessment; multi-level fuzzy comprehensive evaluation; variable weight synthesizing principle

卫星系统由许多元部件组成, 结构复杂, 加之轨道环境可能存在的因素的不确定因素的影响, 很难保证在轨运行期间不发生任何故障. 卫星系统故障

发生的形式多样, 而且系统内各组成部分功能相关联, 故障传播可能引起链式反应, 一旦不能及时干预, 将导致严重后果<sup>[1]</sup>. 健康管理技术是减轻

与消除故障影响,保障卫星系统安全运行的有力工具.健康评估立足于系统当前健康情况对其进行评判,能够引导健康管理实现科学有效的健康管理决策并实施之.健康评估技术关系航天器健康管理的成败,是提升航天器系统安全性与可靠性、降低有效生命周期运行成本,进而保障型号任务得以顺利完成的有力工具<sup>[2-3]</sup>.

作为实现航天器健康管理的关键技术,航天器健康评估技术受到国内外研究人员的广泛关注,已开展了相关研究.文献[4]面向航天系统健康管理的需求提出了一种传感器选择架构,利用健康相关信息与传感器组件评价算法进行迭代选择,实现传感器的优选.文献[5]采用嵌入式非线性超声波检测卫星螺栓连接部的完整性,将声弹性法与调制法相结合,实现对卫星接头结构的健康监测.文献[6]给出了一种基于数据驱动技术的自动态势评估算法,根据空间天气的原始数据和健康状态的遥测数据,实现对地球低轨道卫星的异常检测与评估.文献[7]给出了一种多摄像机系统的设计方案,利用多个微型摄像机采集遥测图像,实现航天器的异常感知与健康评估.文献[8]针对健康评估需求提出了五要素建模理论,给出了以变化证据信息为导向、基于贝叶斯球和交叉熵测度的变模型快速推理算法,实现综合运载器的健康评估.文献[9]使用模糊综合评价算法实现了对航天器组件、分系统以及系统级健康状况的在线评估.这些研究成果的取得有力推动了航天器健康评估技术的发展,对航天器健康管理水平的提高也有一定的促进作用.但是由于参数测量难以覆盖系统的所有环节,以及评估的指标体系尚不完善,现有技术还难以满足面向空间自主的航天器健康管理的要求.有必要在现有研究的基础上结合智能化方法的优势,进一步开展健康评估技术研究,以应对航天器在轨自主化运行所带来的技术挑战.

本文根据模糊综合评价原理,针对卫星姿态控制系统在轨运行期间的健康评估技术特点,提出一种结构分解与加权集成的卫星姿态控制系统实时健康评估方法.与常规模糊综合评价法所不同的是,此方法充分考虑了卫星在轨运行期间之健康状况的动态变化,设计了根据各部分健康状况隶属度测算流变权值并进行加权聚合以形成总体评价结果的新算法,从而有效克服了常规方法中以固定权值求出的综合健康指标与局部健康水平下降时的整体健康状况极不相符的严重弊端,完全适合于在轨实时健康评估的工程背景与技术

需求.在健康评估的策略上,采用多级模糊综合评价架构,按照功能特性,将卫星姿态控制系统划分为姿态测量、控制器与执行机构3部分.在确定各单元部件健康的基础上,对各部分的(局部)健康进行模糊综合评价.根据各部分的健康信息,结合其对系统健康的影响情况,采用变权综合原理计算影响权重,进行模糊合成运算,实现对系统总体健康的在轨实时评估.

## 1 局部健康的模糊综合评估

卫星姿态控制系统由姿态测量、控制器和执行机构3部分组成.根据系统构型的不同,各部分又分别由多个单元部件组合而成<sup>[10]</sup>.通过性能表现确定各个单元部件的健康度,结合单元部件与各部分的功能关联,可以实现系统各部分(局部)健康度的评估.

### 1.1 单元部件的健康确定

卫星姿态测量部分主要由多个姿态敏感器,如陀螺、星敏感器、红外地平仪等组成<sup>[11]</sup>.根据姿态动力学构建卫星姿态控制系统的功能名义模型,该模型与实际姿态控制系统的工作与环境参数相同,以实际系统控制力矩量作为输入,推算出名义姿态角、姿态角速度等信息.将各姿态敏感器实际测量值与其名义值进行比较,根据偏差值与所设置的健康评估阈值的关系,按照各敏感器对于“健康”、“亚健康”与“非健康”的隶属度函数 $\mu_{Jc}(e_c(k))$ , $\mu_{YJc}(e_c(k))$ , $\mu_{NJc}(e_c(k))$ ,分别如式(1)~式(3)所示,确定该敏感器对于各健康等级的隶属度.

$$\mu_{Jc}(e_c(k)) = \begin{cases} 1 & e_c(k) \leq e_{ct} \\ \frac{e_{cf} - e_c(k)}{e_{cf} - e_{ct}} & e_{ct} < e_c(k) \leq e_{cf} \\ 0 & e_c(k) > e_{cf} \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu_{YJc}(e_c(k)) = \begin{cases} 0 & e_c(k) \leq e_{ct} \\ \frac{e_c(k) - e_{ct}}{e_{cy} - e_{ct}} & e_{ct} < e_c(k) \leq e_{cy} \\ \frac{e_{cf} - e_c(k)}{e_{cf} - e_{cy}} & e_{cy} < e_c(k) \leq e_{cf} \\ 0 & e_c(k) > e_{cf} \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu_{NJc}(e_c(k)) = \begin{cases} 0 & e_c(k) \leq e_{ct} \\ \frac{e_c(k) - e_{ct}}{e_{cf} - e_{ct}} & e_{ct} < e_c(k) \leq e_{cf} \\ 1 & e_c(k) > e_{cf} \end{cases} \quad (3)$$

其中  $e_c(k) = |x_c(k) - x_{my}(k)|$ , 为  $k$  时刻测量偏差值,  $x_c(k)$  为  $k$  时刻姿态敏感器实际测量值,  $x_{my}(k)$  为其名义测量值;  $e_{ct}$  为姿态敏感器健康检测阈值;  $e_{cy}$  为姿态敏感器亚健康阈值;  $e_{ct}$  为姿态敏感器误差容忍上限值. 姿态敏感器各健康等级隶属度函数如图 1 所示.

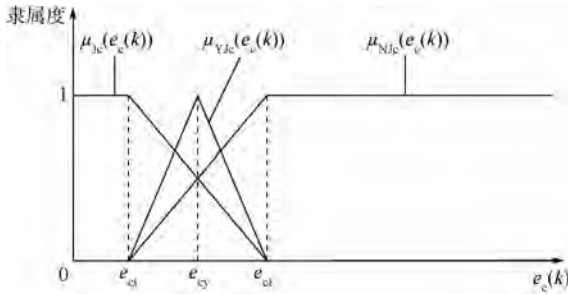


图 1 姿态敏感器健康等级隶属度函数

Fig. 1 Health level membership functions of sensors

卫星姿态控制器主要指星载计算机中负责卫星姿态控制的软、硬件部分. 通常, 星载计算机都具有专门的软、硬件故障检测、隔离、容错及备份切换等功能设计, 具有较高的可靠性<sup>[10]</sup>. 将姿态控制器划分为姿态信息接收、控制指令输出、姿态信息处理与控制指令生成等功能单元, 利用检测算法, 计算各功能单元该时刻发生错误的数量占其处理数据的比例, 即错误率; 根据错误率与所设置的健康评估阈值的关系, 按照该单元对于健康、亚健康与非健康的各隶属度函数  $\mu_{Jk}(e_{kz}(k))$ ,  $\mu_{YJk}(e_{kz}(k))$ ,  $\mu_{NJk}(e_{kz}(k))$ , 如式(4)~式(6)所示, 分别确定对各健康等级的隶属度.

$$\mu_{Jk}(e_{kz}(k)) = \begin{cases} 1 & e_{kz}(k) = 0 \\ \frac{1 - e_{kz}(k)}{e_{kzf}} & 0 < e_{kz}(k) \leq e_{kzf} \\ 0 & e_{kz}(k) > e_{kzf} \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_{YJk}(e_{kz}(k)) = \begin{cases} \frac{e_{kz}(k)}{e_{kzy}} & e_{kz}(k) \leq e_{kzy} \\ \frac{e_{kzf} - e_{kz}(k)}{e_{kzf} - e_{kzy}} & e_{kzy} < e_{kz}(k) \leq e_{kzf} \\ 0 & e_{kz}(k) > e_{kzf} \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_{NJk}(e_{kz}(k)) = \begin{cases} 0 & e_{kz}(k) = 0 \\ \frac{e_{kz}(k)}{e_{kzf}} & 0 \leq e_{kz}(k) \leq e_{kzf} \\ 1 & e_{kz}(k) > e_{kzf} \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $e_{kz}(k) = \frac{x_{cw}(k)}{x_{kz}(k)}$ ,  $x_{cw}(k)$  为  $k$  时刻该单元出

现错误的数量,  $x_{kz}(k)$  为其所处理的数据量为  $k$  时刻错误率;  $e_{kzy}$  为控制器亚健康阈值;  $e_{kzf}$  为控制器单元误差容忍上限值. 控制器各单元健康等级隶属度函数如图 2 所示.

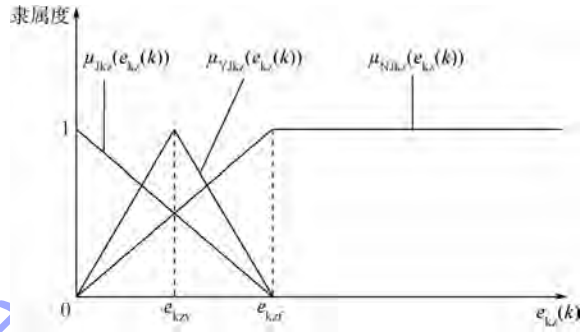


图 2 控制器各单元健康等级隶属度函数

Fig. 2 Health level membership functions of controllers

卫星姿态控制系统的执行机构主要包括飞轮等部件<sup>[11]</sup>. 这些部件根据控制器指令, 输出相应力矩, 从而实现姿态控制. 根据控制器所要求的控制力矩与实际输出控制力矩的偏差, 结合所设置的健康评估阈值, 按照该部件对于健康、亚健康与非健康的隶属度函数  $\mu_{Jz}(e_z(k))$ ,  $\mu_{YJz}(e_z(k))$ ,  $\mu_{NJz}(e_z(k))$ , 如式(7)~式(9)所示, 分别确定执行部件对各健康等级的隶属度.

$$\mu_{Jz}(e_z(k)) = \begin{cases} 1 & e_z(k) \leq e_{zt} \\ \frac{e_{zf} - e_z(k)}{e_{zf} - e_{zt}} & e_{zt} < e_z(k) \leq e_{zf} \\ 0 & e_z(k) > e_{zf} \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu_{YJz}(e_z(k)) = \begin{cases} 0 & e_z(k) \leq e_{zt} \\ \frac{e_z(k) - e_{zt}}{e_{zy} - e_{zt}} & e_{zt} < e_z(k) \leq e_{zy} \\ \frac{e_{zf} - e_z(k)}{e_{zf} - e_{zy}} & e_{zy} < e_z(k) \leq e_{zf} \\ 0 & e_z(k) > e_{zf} \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_{NJz}(e_z(k)) = \begin{cases} 0 & e_z(k) \leq e_{zt} \\ \frac{e_z(k) - e_{zt}}{e_{zf} - e_{zt}} & e_{zt} < e_z(k) \leq e_{zf} \\ 1 & e_z(k) > e_{zf} \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $e_z(k) = |x_z(k) - x_{sj}(k)|$ , 为  $k$  时刻偏差值,  $x_z(k)$  为  $k$  时刻执行器所输出控制力矩的期望值,  $x_{sj}(k)$  为其实际值;  $e_{zt}$  为执行器健康检测阈值;  $e_{zy}$  为执行器亚健康阈值;  $e_{zf}$  为执行器误差容忍上限值. 执行机构各部件健康等级隶属度函数如图 3 所示.

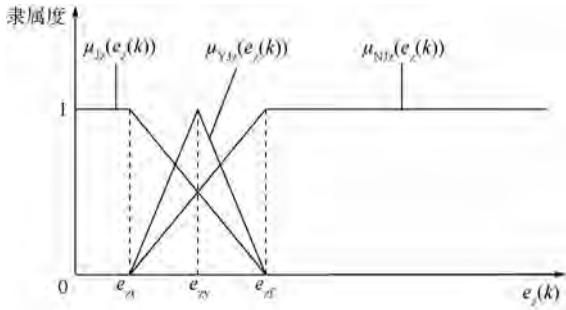


图3 执行机构各部件健康等级隶属度函数

Fig. 3 Health level membership functions of actuators

### 1.2 局部健康的模糊综合评估方案

采用模糊综合评价法<sup>[9,12-13]</sup>评估卫星姿态控制系统各部分的健康度,以单元部件作为其所属部分健康的影响因素,根据各单元部件的健康度值作为权重值;各部分健康评价分为健康、亚健康与非健康3个等级;按照式(1)~式(9)的单元部件对各健康等级隶属度函数,以各部件的健康隶属度构建模糊关系矩阵;通过影响因素权重集与评价矩阵的合成运算得到评价结果集,即获得了各部分的健康等级及其健康度值,从而实现了对各部分健康的模糊评估。

以单元部件构建健康影响因素集:

$$U_{bf} = \{u_{bf1}, u_{bf2}, \dots, u_{bf n}\} \quad (10)$$

其中,  $u_{bf}$  为组成该部分的单元部件;  $n$  为该部分单元部件的数量。

构建健康影响因素初始权重集:

$$A_{bf}^{(0)} = \{a_{bf1}^{(0)}, a_{bf2}^{(0)}, \dots, a_{bf n}^{(0)}\} \quad (11)$$

其中  $a_{bf}^{(0)}$  为各健康影响因素的初始常权权重。

系统各部分健康的模糊评价集为

$$V_{bf} = \{v_{bf}, v_{ybf}, v_{nbf}\} \quad (12)$$

其中,  $v_{bf}$  为各单元部件健康等级;  $v_{ybf}$ ,  $v_{ybf}$  和  $v_{nbf}$  分别对应健康、亚健康与非健康3个健康等级。

局部健康评价矩阵(模糊关系矩阵)为

$$R_{bf} = \begin{bmatrix} \mu_{Jbf1} & \mu_{YJbf1} & \mu_{NJbf1} \\ \mu_{Jbf2} & \mu_{YJbf2} & \mu_{NJbf2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu_{Jbf n} & \mu_{YJbf n} & \mu_{NJbf n} \end{bmatrix}_{n \times 3} \quad (13)$$

其中,  $\mu_{bf}$  表示单元部件对健康等级的隶属度;  $r_{Jbf}$ ,  $r_{YJbf}$ ,  $r_{NJbf}$  分别为第1列、第2列和第3列向量,由单元部件对健康、亚健康与非健康的隶属度组成。

当单元部件间相互独立且无特殊关联关系时,影响权值为常值。若存在功能关联时,低权重因素的作用往往变得显著。有必要采用变权方法克服常权评估的局限,对系统健康进行准确合理的动态评估<sup>[14]</sup>。变权程度与所选用的均衡函数密

切相关,对健康度的变权选用惩罚型均衡函数,对于亚健康度、非健康度的变权选用激励型均衡函数,所选函数的变权公式如下<sup>[15]</sup>:

$$a_{Ji} = \frac{\alpha a_{Ji}^{(0)} \mu_{Ji}^{-1} + (1 - \alpha) a_{Ji}^{(0)} \left( \sum_{j=1}^n \mu_{Jj} \right)^{-1}}{\alpha \sum_{j=1}^n a_{Jj}^{(0)} \mu_{Jj}^{-1} + (1 - \alpha) \left( \sum_{j=1}^n \mu_{Jj} \right)^{-1}} \quad (14)$$

$$a_{YJi} = \frac{a_{YJi}^{(0)} \mu_{YJi}^{\beta-1}}{\sum_{j=1}^n a_{YJj}^{(0)} \mu_{YJj}^{\beta-1}} \quad (15)$$

$$a_{Nji} = \frac{a_{Nji}^{(0)} \mu_{Nji}^{\gamma-1}}{\sum_{j=1}^n a_{Njj}^{(0)} \mu_{Njj}^{\gamma-1}} \quad (16)$$

其中,  $a_{Ji}$ ,  $a_{YJi}$ ,  $a_{Nji}$  为变权权重;  $\mu_{Ji}$ ,  $\mu_{YJi}$ ,  $\mu_{Nji}$  为健康、亚健康与非健康的隶属度;  $\alpha, \beta, \gamma$  为变权系数,  $0 < \alpha < 1, \beta > 1, \gamma > 1$ 。变权权重集  $A_{Ji} = \{a_{Ji}\}$ ,  $A_{YJi} = \{a_{YJi}\}$ ,  $A_{Nji} = \{a_{Nji}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。

通过健康因素权重集与局部健康评价向量的合成运算得到模糊综合评价结果集(局部健康信息)  $B_{bf}$ , 有

$$B_{bf} = (b_{Jbf}, b_{YJbf}, b_{NJbf}) = (A_{Jbf} \circ r_{Jbf}, A_{YJbf} \circ r_{YJbf}, A_{NJbf} \circ r_{NJbf}) \quad (17)$$

其中,“ $\circ$ ”表示合成运算,本文采用加权平均模型进行合成运算,则合成运算为普通矩阵乘法运算;  $b_{Jbf}$ ,  $b_{YJbf}$  与  $b_{NJbf}$  分别代表该部分对健康、亚健康与非健康3个健康等级的隶属度。

### 1.3 局部健康的模糊综合评估算法

根据局部健康评估方案,给出姿态控制系统各部分健康的模糊综合评估算法。

**算法1** 姿态测量部分健康的模糊综合评价算法。

输入:  $e_{cp}(k)$

输出:  $B_c(k)$

初始化:  $\alpha_c, \beta_c, \gamma_c, A_c^{(0)}, e_{c1p}, e_{c2p}, e_{c3p}$

根据式(1)~式(3)分别构建  $r_{Jc}(k)$ ,  $r_{YJc}(k)$ ,  $r_{Njc}(k)$ ;

根据式(14)~式(16)分别构建  $A_{Jc}$ ,  $A_{YJc}$ ,  $A_{Njc}$ ;

通过合成运算有

$$b_{Jc}(k) = A_{Jc} \circ r_{Jc}(k)$$

$$b_{YJc}(k) = A_{YJc} \circ r_{YJc}(k)$$

$$b_{Njc}(k) = A_{Njc} \circ r_{Njc}(k)$$

$$B_c(k) = (b_{Jc}(k), b_{YJc}(k), b_{Njc}(k))$$

以各敏感器的实际测量值与名义测量值的偏差绝对值  $e_{cp}(k)$  为输入,根据各敏感器对姿态测

量部分健康的影响构建初始权重集  $A_c^{(0)}$ , 设置健康检测阈值  $e_{cjp}$ 、亚健康阈值  $e_{cyp}$ 、误差容忍上限值  $e_{cfp}$ , 令  $\alpha_c, \beta_c$  和  $\gamma_c$  为变权系数, 分别通过各传感器健康影响变权权重集  $A_{Jc}, A_{YJc}, A_{NJc}$  与对应健康评价向量  $r_{Jc}(k), r_{YJc}(k), r_{NJc}(k)$  的模糊合成运算得到姿态测量部分的健康信息  $B_c(k)$ . 其中,  $p = 1, 2, \dots, n_1, n_1$  为传感器数目;  $A_c^{(0)} \in \mathbf{R}^{1 \times n_1}$ ;  $B_c \in \mathbf{R}^{1 \times 3}$ .

**算法 2** 姿态控制器部分健康的模糊综合评价算法.

输入:  $e_{kzq}(k)$

输出:  $B_{kz}(k)$

初始化:  $\alpha_{kz}, \beta_{kz}, \gamma_{kz}, A_{kz}^{(0)}, e_{kzyq}, e_{kzfq}$

根据式(4)~式(6)构建  $r_{Jkz}(k), r_{YJkz}(k), r_{NJkz}(k)$ ;

根据式(14)~式(16)分别构建  $A_{Jkz}, A_{YJkz}, A_{NJkz}$ ;

合成运算:

$$b_{Jkz}(k) = A_{Jkz} \circ r_{Jkz}(k)$$

$$b_{YJkz}(k) = A_{YJkz} \circ r_{YJkz}(k)$$

$$b_{NJkz}(k) = A_{NJkz} \circ r_{NJkz}(k)$$

$$B_{kz}(k) = (b_{Jkz}(k), b_{YJkz}(k), b_{NJkz}(k))$$

以各功能单元所处理数据的错误率  $e_{kzq}(k)$  为输入, 根据各单元对姿态控制器部分健康的影响构建权重集  $A_{kz}^{(0)}$ , 分别设定各单元的亚健康阈值  $e_{kzyq}$ 、误差容忍上限值  $e_{kzfq}$ , 令  $\alpha_{kz}, \beta_{kz}$  和  $\gamma_{kz}$  为变权系数, 分别通过各单元健康影响变权权重集  $A_{Jkz}, A_{YJkz}, A_{NJkz}$  与对应健康评价向量  $r_{Jkz}(k), r_{YJkz}(k), r_{NJkz}(k)$  的模糊合成运算得到姿态控制器部分的健康信息  $B_{kz}(k)$ . 其中,  $q = 1, 2, \dots, n_2, n_2$  为功能单元数目;  $A_{kz}^{(0)} \in \mathbf{R}^{1 \times n_2}$ ;  $B_{kz} \in \mathbf{R}^{1 \times 3}$ .

**算法 3** 执行机构部分健康的模糊综合评价算法.

输入:  $e_{zs}(k)$

输出:  $B_z(k)$

初始化:  $\alpha_z, \beta_z, \gamma_z, A_z^{(0)}, e_{zls}, e_{zys}, e_{zfs}$

根据式(7)~式(9)构建  $r_{Jz}(k), r_{YJz}(k), r_{NJz}(k)$ ;

根据式(14)~式(16)分别构建  $A_{Jz}, A_{YJz}, A_{NJz}$ ;

合成运算:

$$b_{Jz}(k) = A_{Jz} \circ r_{Jz}(k)$$

$$b_{YJz}(k) = A_{YJz} \circ r_{YJz}(k)$$

$$b_{NJz}(k) = A_{NJz} \circ r_{NJz}(k)$$

$$B_z(k) = (b_{Jz}(k), b_{YJz}(k), b_{NJz}(k))$$

以各执行器输出力矩的实际值与期望值的绝

对差值  $e_{zs}(k)$  为输入, 根据各执行器对执行机构部分健康的影响构建权重集  $A_z^{(0)}$ , 分别设定各执行器的健康检测阈值  $e_{zls}$ 、亚健康阈值  $e_{zys}$ 、误差容忍上限值  $e_{zfs}$ , 令  $\alpha_z, \beta_z$  和  $\gamma_z$  为变权系数, 分别通过各执行器健康影响变权权重集  $A_{Jz}, A_{YJz}, A_{NJz}$  与对应健康评价向量  $r_{Jz}(k), r_{YJz}(k), r_{NJz}(k)$  的模糊合成运算得到执行机构部分的健康信息  $B_z(k)$ . 其中,  $s = 1, 2, \dots, n_3, n_3$  为执行器数目;  $A_z^{(0)} \in \mathbf{R}^{1 \times n_3}$ ;  $B_z \in \mathbf{R}^{1 \times 3}$ .

## 2 系统整体健康的综合评估

卫星姿态控制系统是由姿态测量、控制器、执行机构 3 部分组成的闭环系统. 对于闭环控制系统而言, 由于反馈的存在, 通常会导致故障(尤其是早期故障与幅值较小故障)更难被检测到, 而且可能使得故障在系统内传播造成多处故障<sup>[16]</sup>. 这不但增加了故障分离的难度, 同时也增加了对系统实施准确有效健康评估的挑战性.

本文以多级模糊综合评价为基础, 提出卫星姿态控制系统的在轨实时健康评估方法. 根据系统功能的不同, 将卫星姿态控制系统划分为姿态测量、控制器与执行机构 3 部分. 根据各部分单元部件的功能情况与所设置健康隶属度函数确定单元部件对各健康等级的隶属度. 以所确定的单元部件健康信息为基础, 采用变权综合原理确定单元部件对其所属部分健康的影响权重, 对该部分的健康情况进行模糊综合评价. 进而按照变权综合原理计算各部分对系统健康的影响权重, 结合系统各部分对健康、亚健康、非健康 3 个健康等级的隶属度, 进行模糊关系合成运算, 获得系统总体健康的综合评价.

**算法 4** 卫星姿态控制系统整体健康的模糊综合评价算法.

输入:  $B_c(k), B_{kz}(k), B_z(k)$

输出:  $B_{xt}(k)$

初始化:  $\alpha_{xt}, \beta_{xt}, \gamma_{xt}, A_{xt}^{(0)}$

以各部分健康评估结果构建系统健康评价矩阵, 则有

$$r_{Jxt}(k) = \begin{bmatrix} r_{Jc}(k) \\ r_{Jkz}(k) \\ r_{Jz}(k) \end{bmatrix}$$

$$r_{YJxt}(k) = \begin{bmatrix} r_{YJc}(k) \\ r_{YJkz}(k) \\ r_{YJz}(k) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_{\text{NJxt}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\text{NJc}}(k) \\ \mathbf{r}_{\text{NJkz}}(k) \\ \mathbf{r}_{\text{NJz}}(k) \end{bmatrix}$$

根据式(14)~式(16)分别构建  $A_{\text{Jxt}}, A_{\text{YJxt}}, A_{\text{NJxt}}$ ;

合成运算:

$$b_{\text{Jxt}}(k) = A_{\text{Jxt}} \circ \mathbf{r}_{\text{Jxt}}(k)$$

$$b_{\text{YJxt}}(k) = A_{\text{YJxt}} \circ \mathbf{r}_{\text{YJxt}}(k)$$

$$b_{\text{NJxt}}(k) = A_{\text{NJxt}} \circ \mathbf{r}_{\text{NJxt}}(k)$$

$$\mathbf{B}_{\text{xt}}(k) = (b_{\text{Jxt}}(k), b_{\text{YJxt}}(k), b_{\text{NJxt}}(k))$$

以姿态控制系统3个部分的健康评估结果  $\mathbf{B}_{\text{c}}(k), \mathbf{B}_{\text{kz}}(k)$  和  $\mathbf{B}_{\text{z}}(k)$  为输入确定健康、亚健康与非健康3个等级的系统总体健康向量  $\mathbf{r}_{\text{Jxt}}(k), \mathbf{r}_{\text{YJxt}}(k), \mathbf{r}_{\text{NJxt}}(k)$ ; 以各部分对系统总体健康的影响设定初始影响权值集  $A_{\text{xt}}^{(0)}$ , 令  $A_{\text{Jxt}}, A_{\text{YJxt}}, A_{\text{NJxt}}$  为系统健康影响变权权重集;  $\mathbf{B}_{\text{xt}}(k)$  为输出, 令  $b_{\text{Jxt}}(k), b_{\text{YJxt}}(k), b_{\text{NJxt}}(k)$  分别为卫星姿态控制系统的健康度值、亚健康度值、非健康度值。

### 3 仿真实验结果与分析

为验证本文所提出健康评估算法的性能进行数字仿真实验. 三轴稳定卫星姿态控制系统采用3个星敏传感器测量姿态角信息; 以3个陀螺仪测量姿态角速度; 姿态控制力矩由3个正装的反作用飞轮提供. 卫星姿态动力学方程如下<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} I_x \ddot{\varphi} + 4\omega_0^2(I_y - I_z)\varphi + \omega_0(I_y - I_x - I_z)\dot{\psi} = T_x - u_x \\ I_y \ddot{\theta} + 3\omega_0^2(I_x - I_z)\theta = T_y - u_y \\ I_z \ddot{\psi} + \omega_0^2(I_y - I_x)\psi - \omega_0(I_y - I_x - I_z)\dot{\varphi} = T_z - u_z \end{cases}$$

其中,  $\text{diag}(I_x, I_y, I_z)$  为卫星转动惯量矩阵;  $\omega_0$  为轨道角速度;  $\varphi, \theta, \psi$  分别为三轴(滚动、俯仰、偏航)姿态角;  $T_x, T_y, T_z$  为空间环境力矩在三轴的分量;  $u_x, u_y, u_z$  分别为三轴姿态控制力矩。

以文献[17]中卫星参数进行仿真实验. 卫星的转动惯量矩阵为  $\text{diag}(80, 90, 70) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; 反作用飞轮的最大输出力矩为  $\bar{u}_{\text{c}} = 0.2 \text{ N} \cdot \text{m}$ ; 空间干扰力矩选为

$$T_x = A_0(3\cos(\omega_0 t) + 1)$$

$$T_y = A_0(1.5\sin(\omega_0 t) + 3\cos(\omega_0 t))$$

$$T_z = A_0(3\sin(\omega_0 t) + 1)$$

其中, 空间环境力矩幅值  $A_0 = 1.5 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}$ ; 卫星轨道角速度为  $\omega_0 = 0.0011058 \text{ rad/s}$ ; 初始姿态角为  $[-0.0524^\circ, -0.0524^\circ, -0.0524^\circ]^T$ 。

设置滚动轴星敏传感器在第80s发生输出卡死故障, 到第120s又恢复正常. 如图4~图6分别

为此情况下所测得的姿态角、飞轮提供的控制力矩、姿态控制系统对各健康等级(健康度、亚健康度与非健康度)的隶属度。

设置俯仰轴反作用飞轮发生输出偏差故障, 故障力矩  $u_f$  在第50, 80, 110, 140, 170s后分别为0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05  $\text{N} \cdot \text{m}$ . 图7~图9分别为此情况下所测得的姿态角、飞轮提供的控制力矩、姿态控制系统对各健康等级的隶属度。

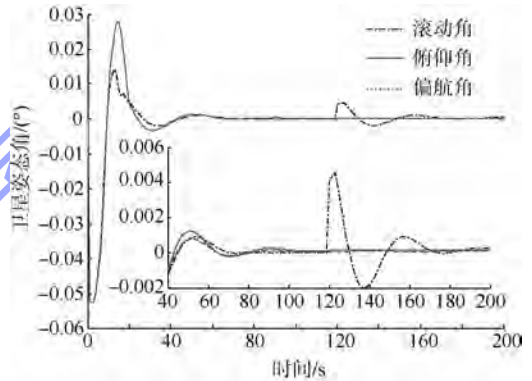


图4 星敏传感器故障时所测卫星姿态角

Fig. 4 Attitude angles measured under star sensor fault condition

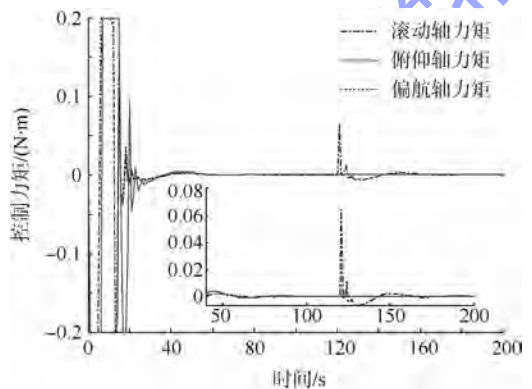


图5 星敏传感器故障时反作用飞轮的控制力矩

Fig. 5 Control torques of reaction flywheels under star sensor fault condition

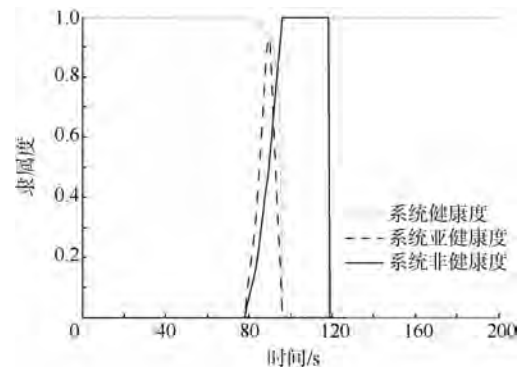


图6 星敏传感器故障时系统对各健康等级的隶属度

Fig. 6 Health level memberships of attitude control system under star sensor fault condition

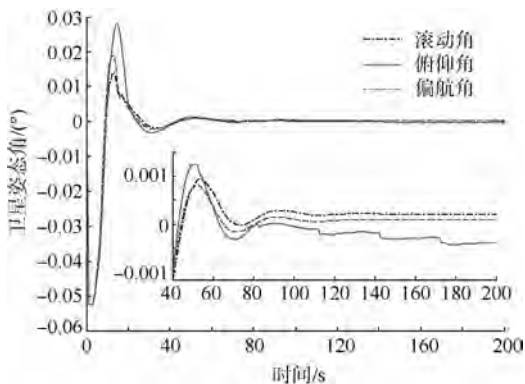


图 7 飞轮故障时星敏感器所测卫星姿态角

Fig. 7 Attitude angles measured by star sensors under flywheel fault

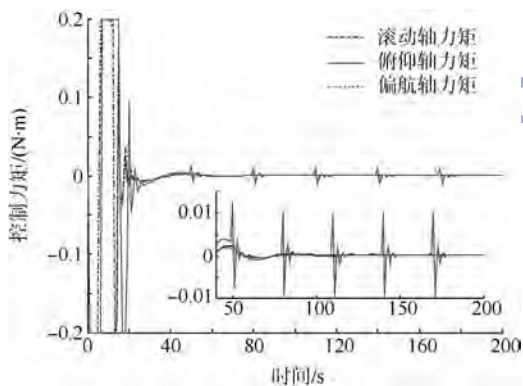


图 8 反作用飞轮故障时所提供的控制力矩

Fig. 8 Control torques under reaction flywheel fault condition

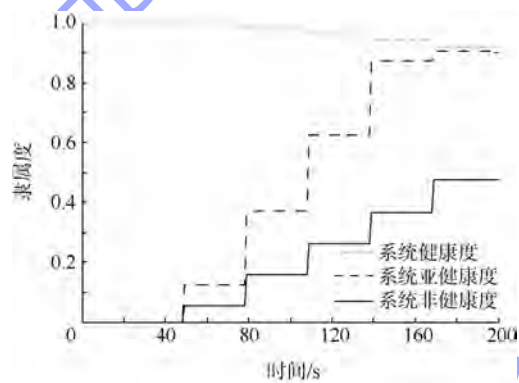


图 9 飞轮故障时系统对各健康等级的隶属度

Fig. 9 Health level memberships of attitude control system under flywheel fault condition

通过以上仿真实验可知,本文所提出的健康评估方法在卫星姿态控制系统正常与发生故障情况下均能有效实现对其健康度的实时评估.采用本算法获得的健康评估结果与所设置仿真实验情况相一致,这表明了本文方法的准确性.

## 4 结 论

1) 提出一种基于多级模糊综合评价架构的

卫星姿态控制系统在轨实时健康评估方法,能够实现对单元部件、组成部分乃至系统整体健康水平的在轨实时评估.

2) 根据系统各部分的健康信息计算健康影响的流变权值进行聚合加权运算以形成总体评价结果,能够反映局部健康水平下降时整体健康指标的动态变化.

3) 仿真实验结果表明,在系统正常与发生故障情况下,本文方法均能有效实现对卫星姿态控制系统健康度的实时评估,适合于在轨实时健康评估的工程背景与技术需求.

## 参考文献 (References)

- [1] 邢琰,吴宏鑫,王晓磊,等.航天器故障诊断与容错控制技术综述[J].宇航学报,2003,24(3):221-226  
Xing Yan, Wu Hongxin, Wang Xiaolei, et al. Survey of fault diagnosis and fault-tolerance control technology for spacecraft [J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(3): 221-226 (in Chinese)
- [2] Esperon M M, John P, Jennions I K. A review of integrated vehicle health management tools for legacy platforms: challenges and opportunities [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2013, 56: 19-34
- [3] 毛德耀,周栋,文培乾,等.基于PHM的军机备件配置机制[J].北京航空航天大学学报,2011,37(9):1160-1164  
Mao Deyao, Zhou Dong, Wen Peiqian, et al. Allocation mechanism of military aircraft spares based on PHM [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(9): 1160-1164 (in Chinese)
- [4] Maul W A, Kopasakis G, Santi L M, et al. Sensor selection and optimization for health assessment of aerospace systems [J]. Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication, 2008, 5(1): 16-24
- [5] Zagrai A, Doyle D, Arritt B. Embedded nonlinear ultrasonics for structural health monitoring of satellite joints [J]. Proceedings of the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers, 2008, 6935: 5
- [6] Haith G, Bowman C. Toward an automated situation assessment for abnormal behavior of satellites in low earth orbit (LEO) [R]. AIAA-2010-3335, 2010
- [7] Nye T W. Spacecraft health and forensics from video telemetry [R]. AIAA-2013-5532, 2013
- [8] 代京,张平,李行善,等.综合运载器健康管理健康评估技术研究[J].宇航学报,2009,30(4):1711-1721  
Dai Jing, Zhang Ping, Li Xingshan, et al. Research on health assessment of integrated vehicle health management [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1711-1721 (in Chinese)
- [9] 刘国良,王元道,周宝林,等.集成系统健康管理中健康评估算法研究[J].哈尔滨工业大学学报,2009,41(3):15-17  
Liu Guoliang, Wang Yuandao, Zhou Baolin, et al. Health detection algorithm for integrated system health management [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(3): 15-17 (in Chinese)

- [10] 徐祥福. 卫星工程概论:上册[M]. 北京:中国宇航出版社, 2003:331 - 358  
Xu Xiangfu. Introduction to satellite engineering: First volume [M]. Beijing: Astronautic Publishing House, 2003:331 - 358 (in Chinese)
- [11] 屠善澄. 卫星姿态动力学与控制:上册[M]. 北京:宇航出版社, 1999:1 - 42  
Tu Shancheng. Satellite attitude dynamics and control: First volume [M]. Beijing: Astronautic Publishing House, 1999:1 - 42 (in Chinese)
- [12] 戴城国, 王晓红, 张新, 等. 基于模糊综合评判的电液伺服阀 FMECA[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(12): 1575 - 1578  
Dai Chengguo, Wang Xiaohong, Zhang Xin, et al. Fuzzy comprehensive evaluation in FMECA of electro-hydraulic servo valve [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(12): 1575 - 1578 (in Chinese)
- [13] 潘波, 姜同敏. 基于故障树的飞机结构腐蚀损伤模糊综合评判[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(1): 39 - 42  
Pan Bo, Jiang Tongmin. Fuzzy comprehensive evaluation of corrosion damage of aircraft structures based on fault tree [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(1): 39 - 42 (in Chinese)
- [14] 李鑫, 刘莹莹, 李赣华, 等. 基于模糊变权原理的卫星健康评估方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(3): 476 - 480  
Li Xin, Liu Yingying, Li Ganhua, et al. Assessment of satellite health state based on fuzzy variable weight theory [J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(3): 476 - 480 (in Chinese)
- [15] 李月秋. 变权综合理论与多目标决策[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2008  
Li Yueqiu. Variable weights synthesis theory and multi-objective decision-making [D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2008 (in Chinese)
- [16] 周东华, 刘洋, 何潇. 闭环系统故障诊断技术综述[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1933 - 1943  
Zhou Donghua, Liu Yang, He Xiao. Review on fault diagnosis techniques for closed-loop systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(11): 1933 - 1943 (in Chinese)
- [17] 栾家辉. 故障重构技术在卫星姿控系统故障诊断中的应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006  
Luan Jiahui. Fault reconstruction technology and its application in satellite attitude control system fault diagnosis [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2006 (in Chinese)

# 飞机装配坐标系公共基准点粗差检测与修正方法



陈磊 黄翔 赵乐乐 李泷杲

(南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

**摘 要:** 针对因厂房地基下沉等因素引起的飞机数字化装配体系中公共基准点产生偏差的问题, 提出一种飞机装配坐标系公共基准点粗差检测与校正方法. 该方法通过泰勒展开布尔沙-沃尔夫空间坐标转换模型形成了适用于大旋转角的坐标系转换线性模型, 并结合拟准检定法检测并估算偏差较大的基准点, 进而给出了公共基准点在装配全局坐标系下的坐标修正模型. 采用激光跟踪仪对公共基准点进行测量并用上述方法修正公共基准点坐标. 实验证明, 该方法能有效检测粗差并修正, 提高飞机装配坐标系的精度.

**关键词:** 飞机装配; 坐标系; 泰勒展开; 粗差检测; 坐标修正

**中图分类号:** V 262.4

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1589-06

## Gross error detection and correction method of public reference point in aircraft assembly coordinate system

Chen Lei Huang Xiang Zhao Lele Li Shuanggao

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A gross error detection and correction method of the public reference point in an aircraft assembly coordinate system was proposed for such deviations of a public reference point in a digitalized aircraft assembly system as resulted from foundation sinking of a workshop or other factors. In this method, a coordinates transformation linear model applicable to a large rotation angle was built by expanding the Bursa-Wolf coordinates transformation model in Taylor's expansion, and in combination with the method of quasi-accurate detection (QUAD), the reference point with a relatively large deviation was detected and estimated, and further a coordinates correction model of the public reference point was put forward in a global coordinates for assembly. The public reference point was measured with a laser tracker and then the public reference point coordinates was corrected by the abovementioned method. Experiments prove that the gross error could be effectively detected and corrected by this method, thus the precision of the aircraft assembly coordinate system could be improved.

**Key words:** aircraft assembly; coordinate system; Taylor expansion; gross error detection; coordinate correction

现代飞机装配技术以数字化技术为基础, 通过构建飞机装配坐标系来精确定位装配工装夹具进而实现飞机零部件的精确装配, 尤其是以飞机大部件自动对接为代表的柔性装配技术<sup>[1]</sup>, 由于完全采用自动定位控制技术来实现部件对接装

配, 为保证柔性定位系统的定位协调和精度, 对装配坐标系构建的准确性有着更高的要求.

目前通用的装配坐标系构建方法是以数字化测量设备为基础, 构建公共基准点阵列, 将其测量坐标与全局设计坐标相对应, 进而形成与设计模

型一致的直观装配环境的方法. 公共基准点阵列的布设精度会对最终的装配精度产生重要影响. 因此在利用公共基准点构建装配坐标系时, 需对公共基准点布设精度进行检测, 校正或剔除偏差大的基准点. 为此, 牛琳等研究了在微小旋转角度下<sup>[2]</sup>, 以拟合误差最小为目标的公共基准点选择方法. 赵宝峰等研究了坐标转换模型和公共基准点分布对平面坐标系转换精度的影响<sup>[3]</sup>. 王建民等运用经典的平差方法结合可靠性理论采用搜索法进行粗差定位<sup>[4]</sup>. Ricardo 等研究了一种基于多元线性回归模型的参数校准问题, 运用线性最小二乘法解决测量数据中的冗余性及粗差识别问题<sup>[5]</sup>. Gonzalez 等提出一种应用于油砂开采过程在线动态贝叶斯粗差检测方法<sup>[6]</sup>. Paolo 则基于小波分析研究无先验知识的信号粗差检测问题<sup>[7]</sup>. Amirreza 等研究数字地面模型中的数据测量粗差<sup>[8]</sup>. Bretas 等运用经典的加权最小二乘法从几何学的角度研究电力系统状态预估中的粗差检测、识别与修改问题<sup>[9]</sup>. 此外这些研究都针对大地测量, 适用于小旋转角空间坐标转换及其坐标系精度校正, 而飞机装配坐标系之间的转换是大旋转角、空间直角坐标系的坐标系转换, 与上述研究有着较大差异, 因此上述研究结果不能直接应用于飞机装配. 以我国自主研发制造的支线客机 ARJ21-700 翼身柔性对接装配为例, 由于地基沉降、长期振动等原因, 公共基准点的空间坐标偏差最高可达 0.8 ~ 1.0 mm, 进而不可避免引入误差. 长期以来, 一直使用对所有的公共基准点进行人工重新测量标定的方法, 以消除公共基准点偏移. 该方法虽然从一定程度上避免公共基准点偏移, 但无差别的重新标定势必使得飞机制造效率和精度都难得到保证.

针对上述问题本文提出一种飞机装配坐标系公共基准点的粗差检测与修正方法, 通过建立大

$$\mathbf{R}_l^g = \mathbf{R}_{\varepsilon_z} \mathbf{R}_{\varepsilon_y} \mathbf{R}_{\varepsilon_x} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_z + \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_z + \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \varepsilon_z \\ -\cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_x \cos \varepsilon_z - \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & \sin \varepsilon_x \cos \varepsilon_z + \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \varepsilon_z \\ \sin \varepsilon_y & -\sin \varepsilon_x \cos \varepsilon_y & \cos \varepsilon_x \cos \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

布尔沙模型对旋转参数的三角函数做了近似处理, 仅适用于旋转角是微小角度的情况, 无法用于飞机装配坐标系构建过程中大旋转坐标的转换. 为此本文将  $\mathbf{R}_l^g$  中的 9 个方向余弦都作为未知参数, 以适用于任意旋转角的坐标系转换. 此外, 由于三维直角坐标转换为正交变换, 因此 9 个方

旋转角的坐标系转换模型与拟准检定算法, 检测公共基准点的测量坐标和理论坐标是否存在测量粗差, 进而给出公共基准点坐标修正模型对其进行坐标修正. 实际检验证明, 此方法能够有效检测出飞机装配坐标系公共基准点粗差并予以一定程度的校正.

## 1 坐标系转换模型线性化

通过公共基准点测量坐标与理论坐标的映射, 将测量坐标转换到全局设计坐标系, 所形成的坐标转换为非线性模型(式(1)), 为使得后续粗差检测方便, 利用泰勒级数展开将坐标转换模型转换成线性模型.

构建基于布尔沙-沃尔夫(Bursa-Wolf)模型的坐标转换模型<sup>[10]</sup>: 记空间任一公共基准点  $p_i$  在测量坐标系和全局坐标系中的坐标分别为

$$\mathbf{P}_i^l = [X_i^l \ Y_i^l \ Z_i^l]^T \quad \mathbf{P}_i^g = [X_i^g \ Y_i^g \ Z_i^g]^T$$

测量坐标系原点在全局坐标系中的坐标  $\mathbf{P}_l^g = [X_l^g \ Y_l^g \ Z_l^g]^T$ , 测量坐标系相对于全局设计坐标系的旋转参数分别为  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ , 尺度缩放因子为  $k$ , 则有坐标转换模型:

$$\mathbf{P}_i^g = \mathbf{P}_l^g + k\mathbf{R}_{\varepsilon_z} \mathbf{R}_{\varepsilon_y} \mathbf{R}_{\varepsilon_x} \mathbf{P}_i^l \quad (1)$$

$$\text{式中} \quad \mathbf{R}_{\varepsilon_z} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_z & \sin \varepsilon_z & 0 \\ -\sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\varepsilon_y} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y & 0 & -\sin \varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varepsilon_y & 0 & \cos \varepsilon_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\varepsilon_x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_x & \sin \varepsilon_x \\ 0 & -\sin \varepsilon_x & \cos \varepsilon_x \end{bmatrix}$$

为方便描述, 记旋转矩阵  $\mathbf{R}_l^g$ :

向余弦满足正交条件<sup>[11]</sup>, 即 9 个未知参数仅 3 个独立变量. 将  $\mathbf{R}_l^g$  代入式(1), 对其进行泰勒展开, 省略二阶以上分量得:

$$\begin{bmatrix} X_i^g \\ Y_i^g \\ Z_i^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X^0 \\ \Delta Y^0 \\ \Delta Z^0 \end{bmatrix} + k^0 \mathbf{R}_l^{g0} \begin{bmatrix} X_i^l \\ Y_i^l \\ Z_i^l \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} d(\Delta X) \\ d(\Delta Y) \\ d(\Delta Z) \end{bmatrix} + \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0} \begin{bmatrix} X_i^l \\ Y_i^l \\ Z_i^l \end{bmatrix} d(k) +$$

$$k^0 \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0}}{\partial \varepsilon_x^0} \begin{pmatrix} X_i^l \\ Y_i^l \\ Z_i^l \end{pmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0}}{\partial \varepsilon_y^0} \begin{pmatrix} X_i^l \\ Y_i^l \\ Z_i^l \end{pmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0}}{\partial \varepsilon_z^0} \begin{pmatrix} X_i^l \\ Y_i^l \\ Z_i^l \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d(\varepsilon_x) \\ d(\varepsilon_y) \\ d(\varepsilon_z) \end{bmatrix}$$

(3)

式中,上标为 0 的表示取近似值,  $d(\Delta X)$ ,  $d(\Delta Y)$ ,  $d(\Delta Z)$ ,  $d(k)$ ,  $d(\varepsilon_x)$ ,  $d(\varepsilon_y)$ ,  $d(\varepsilon_z)$  为坐标系转换参数的改正数,其中  $d(\Delta X)$ ,  $d(\Delta Y)$ ,  $d(\Delta Z)$  为测量坐标系原点在局坐标系中的坐标分量偏差。

记:

$$k^0 \frac{\partial \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0}}{\partial \varepsilon_x^0} = k^0 \mathbf{R}^0 \varepsilon_z^0 \mathbf{R}^0 \frac{\partial \mathbf{R}^0}{\partial \varepsilon_x^0} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{11}^0 X_i^l + a_{12}^0 Y_i^l + a_{13}^0 Z_i^l & b_{11}^0 X_i^l + b_{12}^0 Y_i^l + b_{13}^0 Z_i^l & c_{11}^0 X_i^l + c_{12}^0 Y_i^l + c_{13}^0 Z_i^l & d_{11}^0 X_i^l + d_{12}^0 Y_i^l + d_{13}^0 Z_i^l \\ 0 & 1 & 0 & a_{21}^0 X_i^l + a_{22}^0 Y_i^l + a_{23}^0 Z_i^l & b_{21}^0 X_i^l + b_{22}^0 Y_i^l + b_{23}^0 Z_i^l & c_{21}^0 X_i^l + c_{22}^0 Y_i^l + c_{23}^0 Z_i^l & d_{21}^0 X_i^l + d_{22}^0 Y_i^l + d_{23}^0 Z_i^l \\ 0 & 0 & 1 & a_{31}^0 X_i^l + a_{32}^0 Y_i^l + a_{33}^0 Z_i^l & b_{31}^0 X_i^l + b_{32}^0 Y_i^l + b_{33}^0 Z_i^l & c_{31}^0 X_i^l + c_{32}^0 Y_i^l + c_{33}^0 Z_i^l & d_{31}^0 X_i^l + d_{32}^0 Y_i^l + d_{33}^0 Z_i^l \end{bmatrix}$$

考虑到布设误差,将式(4)写成误差方程的形式:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{C} - \mathbf{L}_i \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{V}_i = [V_{X_i^l}, V_{Y_i^l}, V_{Z_i^l}]^T$  表示第  $i$  个公共基准点  $p_i$  布设误差  $\mathbf{L}_i$  的观测值. 记  $n$  个公共基准点的测量坐标矩阵:

$$\mathbf{P}^l = [(\mathbf{P}_1^l)^T, (\mathbf{P}_2^l)^T, \dots, (\mathbf{P}_i^l)^T, \dots, (\mathbf{P}_n^l)^T]^T$$

全局理论坐标矩阵:

$$\mathbf{P}^g = [(\mathbf{P}_1^g)^T, (\mathbf{P}_2^g)^T, \dots, (\mathbf{P}_i^g)^T, \dots, (\mathbf{P}_n^g)^T]^T$$

拟合误差矩阵:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{L}_1^T, \mathbf{L}_2^T, \dots, \mathbf{L}_i^T, \dots, \mathbf{L}_n^T]^T$$

坐标系转换系数矩阵:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1^T, \mathbf{B}_2^T, \dots, \mathbf{B}_i^T, \dots, \mathbf{B}_n^T]^T$$

将式(5)扩展得到拟合误差的观测残差:

$$\mathbf{V} = \mathbf{B} \Delta \mathbf{C} - \mathbf{L} \quad (6)$$

利用间接平差原理<sup>[12]</sup>求解式(6),即可解算出坐标系转换参数的改正数  $\Delta \mathbf{C}$ :

$$\Delta \mathbf{C} = (\mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{L}) \quad (7)$$

式中  $\mathbf{W}$  是基准点的观测权重矩阵。

解算出的参数改正数与上次的坐标系转换参数近似值相加作为下次解算用到的参数近似值,如此循环迭代,直至  $d(\Delta X)$ ,  $d(\Delta Y)$ ,  $d(\Delta Z)$ ,  $d(k)$  小于  $10^{-5}$ ,  $d(\varepsilon_x)$ ,  $d(\varepsilon_y)$ ,  $d(\varepsilon_z)$  小于  $10^{-7}$ , 将最终的近似值作为转换参数<sup>[13]</sup>。

## 2 粗差检测与修正

设共选用  $n$  个公共基准点构建全局坐标系,

$$k^0 \frac{\partial \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0}}{\partial \varepsilon_y^0} = k^0 \mathbf{R}^0 \varepsilon_z^0 \frac{\partial \mathbf{R}^0}{\partial \varepsilon_y^0} \mathbf{R}^0 \varepsilon_x^0 = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$k^0 \frac{\partial \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0}}{\partial \varepsilon_z^0} = k^0 \frac{\partial \mathbf{R}^0}{\partial \varepsilon_z^0} \mathbf{R}^0 \varepsilon_y^0 \mathbf{R}^0 \varepsilon_x^0 = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix}$$

式(3)忽略高阶小量可获得坐标系转换线性化模型:

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{C} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{B}_i$  为坐标系转换系数矩阵;  $\mathbf{L}_i$  为布设误差:

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} X_i^g \\ Y_i^g \\ Z_i^g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X^0 \\ \Delta Y^0 \\ \Delta Z^0 \end{bmatrix} - k^0 \mathbf{R}_l^{\varepsilon_0} \begin{bmatrix} X_i^l \\ Y_i^l \\ Z_i^l \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{C} = [d(\Delta X), d(\Delta Y), d(\Delta Z), d(k), d(\varepsilon_x), d(\varepsilon_y), d(\varepsilon_z)]^T$$

由式(6)得到线性观测方程:

$$\mathbf{B} \Delta \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{L} + \mathbf{A}' \quad (8)$$

式(8)的估值形式为

$$\mathbf{B} \Delta \mathbf{X} = \mathbf{L} + \mathbf{V}' \quad (9)$$

式(8)、式(9)中,  $\Delta \tilde{\mathbf{X}}$  为  $\Delta \mathbf{X}$  的估值;  $\mathbf{A}'$  为拟合误差的真误差。

记观测值的平差因子为  $\mathbf{J}$ , 则有

$$\mathbf{J} = \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{W} \quad (10)$$

利用式(10)可较易证明:  $\mathbf{J} \mathbf{B} = \mathbf{B}$ , 此处省略证明过程. 利用  $\mathbf{J} \mathbf{B} = \mathbf{B}$ , 可得

$$\mathbf{J} \mathbf{B} \Delta \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{B} \Delta \tilde{\mathbf{X}} \quad (11)$$

联立式(8)和式(11), 可得

$$\mathbf{J} (\mathbf{L} + \mathbf{A}') = \mathbf{L} + \mathbf{A}' \quad (12)$$

化简式(12), 可得

$$(\mathbf{I} - \mathbf{J}) \mathbf{A}' = -(\mathbf{I} - \mathbf{J}) \mathbf{L} \quad (13)$$

式中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。

记  $\mathbf{R}' = \mathbf{I} - \mathbf{J}$ , 将  $\mathbf{R}' = \mathbf{I} - \mathbf{J}$  代入式(13), 可推导出拟合误差的真误差与拟合误差的观测值的关系式:

$$\mathbf{R}' \mathbf{A}' = -\mathbf{R}' \mathbf{L} \quad (14)$$

记拟准测量值的真误差为  $\mathbf{A}'$ , 坐标系转换系数矩阵为  $\mathbf{B}_r$ , 附加的约束方程组的系数矩阵  $\mathbf{G}_0 =$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_r \end{pmatrix}. \text{ 综合 } \mathbf{G}_0 \text{ 和 } \mathbf{W}_0 \text{ 的表达式和式(14), 可得}$$

$$\left. \begin{aligned} R'\Delta' &= -R'L \\ G_Q W_Q^T \Delta_r &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

利用  $R' = I - J$  和  $JB = B$ , 可较易证明  $R'B = 0$ . 利用  $R'B = 0$ , 可计算得  $R'G_Q = 0$ . 由附加约束条件法解算秩亏线性方程可知, 如果  $G_Q$  满足  $R'G_Q = 0$ , 则由此解算得到的误差估值  $\hat{\Delta}$  是式(15)的加权最小范数解.

进一步推导式(15), 可得

$$\left. \begin{aligned} (R')^T R' \Delta' &= - (R')^T R' L \\ W_Q G_Q^T G_Q W_Q \Delta' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

利用式(16)可得

$$((R')^T R' + W_Q G_Q^T G_Q W_Q) \Delta' = - (R')^T R' L \quad (17)$$

利用式(17), 得

$$\hat{\Delta} = (\hat{\Delta}_1 \quad \hat{\Delta}_r)^T - ((R')^T R' + W_Q G_Q^T G_Q W_Q)^{-1} (R')^T R' L \quad (18)$$

假设根据判断条件认定观测值中含有  $b$  个粗差, 可得到  $b$  个  $3n \times 1$  维的向量  $e_j = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T$ ,  $e_j$  表示第  $j$  个观测值含有粗差. 记  $E_b = [e_1, e_2, \dots, e_b]$ , 设粗差估值为  $\hat{V}_b$ , 则含有粗差的观测方程为

$$B\Delta X = L + V = L - E_b \hat{V}_b + N \quad (19)$$

式中  $N$  为分离了粗差的真值向量. 利用最小二乘法, 可求出粗差估值:

$$\hat{V}_b = (E_b W R E_b^T)^{-1} E_b^T W R L \quad (20)$$

由式(20)可得协因数矩阵为

$$Q_{\hat{V}_b} = (E_b W R E_b^T)^{-1} \quad (21)$$

利用式(21), 可得公共基准点拟合误差的修正计算式:

$$L' = L + (0 \quad \hat{V}_b)^T \quad (22)$$

因为与布设误差相比, 激光跟踪仪测量误差高阶小量, 所以应对布设误差进行修正. 利用式(22), 可得公共基准点在测量坐标系下的修正坐标为

$$P_l' = \frac{1}{k} R^{-1} (P_g - P_l - L') \quad (23)$$

利用坐标变换, 公共基准点在装配全局坐标系下的修正坐标为

$$P_g' = L' + k R P_l + P \quad (24)$$

坐标修正后, 坐标系转换参数的改正的估值为

$$\Delta \hat{X} = \Delta X - (B^T W B)^{-1} B^T W E_b \hat{V}_b \quad (25)$$

式中  $B$  是  $3n \times 7$  的矩阵.

假设最终确定了观测值中含有  $b$  个粗差, 可得到  $b$  个  $n$  维单位向量  $e_j = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$ , 对应第  $j$  个观测值有粗差, 即第  $j$  个分量为 1, 其余为 0, 令  $C_b = (e_1, e_2, \dots, e_b)$ . 利用粗差的拟准检定法<sup>[14-16]</sup>, 即含有粗差的公共基准点的布设误差修正值为

$$\hat{V}_b = (C_b P R C_b^T)^{-1} C_b^T P R L \quad (26)$$

由式(9), 公共基准点的布设误差  $L$  的修正结果为

$$L' = L + \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{V}_b \end{pmatrix} \quad (27)$$

由式(4), 可得公共基准点的测量坐标系下的修正坐标:

$$P_l' = \frac{1}{k} ({}^g R_l)^{-1} (P_g - {}^g P_l - L') \quad (28)$$

对多次测量结果均含有粗差的公共基准点, 公共基准点在装配全局坐标系下的修正坐标为

$$P_g' = L' + k ({}^g R) P_l + {}^g P \quad (29)$$

### 3 应用分析

本文利用 Leica AT901-B 激光跟踪仪完成 ARJ21-700 右机翼和中机身的对接装配. 利用表 1 中的 8 个公共基准点建立激光跟踪仪测量坐标系与全局设计坐标系之间的转换关系, 公共基准点的测量坐标和全局理论坐标如表 1 所示.

表 1 公共基准点测量坐标和全局理论坐标

Table 1 Measurement and global theory coordinate marks of public datum points

mm

公共基准点	测量坐标			全局理论坐标		
	X	Y	Z	X	Y	Z
ERS18	3 232.7248	11 589.2308	-1 509.0511	-1 796.7763	22 703.6194	-2 769.4782
ERS27	-3 604.2621	4 273.6995	-1 482.4198	-4 689.2634	13 118.6141	-2 778.7923
ERS31	-3 003.3230	8 393.8849	-1 507.6824	-5 973.7724	17 078.9115	-2 775.3322
ERS37	-6 835.1599	13 079.5816	-1 557.8352	-11 483.4750	19 584.3944	-2 780.5446
ERS43	1 597.1177	2 011.9014	-1 054.2638	977.7342	13 390.1892	-2 381.2093
ERS53	211.9170	3 538.4052	1 612.3583	-924.7924	14 131.3982	299.9791
TB1	-1 000.8758	-1 046.7569	-1 385.7494	0	9 500.0000	-2 728.3635
TB4	-3 964.8706	9 894.3803	-1 474.5040	-7 499.9183	17 998.4181	-2 728.3783

利用粗差检测方法,检测上述数据发现基准点 ERS31 含 $[0.1808, 0.0011, 0.1395]^T$ 的粗差,基准点 ERS43 含有 $[0.0004, 0.1701, 0.0012]^T$ 的粗差,其他基准点不含粗差.对基准点 ERS31 和 ERS43 的测量坐标进行修正,计算坐标系转换参数.修正前后坐标系转换参数如表 2 所示.

表 2 修正前后坐标系转换参数

Table 2 Coordinate transformation parameters before and after correction

转换参数	修正前	修正后
$\Delta X/\text{mm}$	-8 129.516 728 43	-8 129.506 437 86
$\Delta Y/\text{mm}$	11 473.237 276 84	11 473.233 958 97
$\Delta Z/\text{mm}$	-1 394.294 254 68	-1 394.310 381 05
$\varepsilon_x/\text{rad}$	-0.008 315 67	-0.008 224 97
$\varepsilon_y/\text{rad}$	0.001 472 47	0.001 463 73
$\varepsilon_z/\text{rad}$	-0.459 034 55	-0.458 523 35
$k$	1.000 052 38	1.000 020 09

坐标系转换参数微小的变化,在坐标系转换之后可能会带来不容忽视的误差.利用装配空间内,选择若干个没有用于构建转换关系的公共基准点对飞机装配坐标系进行检验验证.选择 3 个公共基准点 ERS20, ERS35, TB7, 根据修正前后的坐标系转换参数计算全局位置坐标.坐标系修正前后,3 点 X, Y, Z 各向计算坐标与理论坐标的偏差的绝对值如图 1 所示.

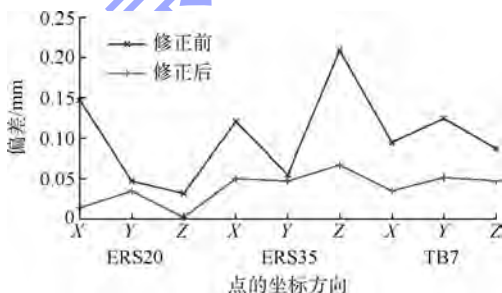


图 1 修正前后基准点各向偏差

Fig. 1 Deviation of the datum points before and after correction

从图 1 中可以看出,粗差修正前,基准点 ERS35 的 Z 方向坐标偏差达到 0.23 mm,这在飞机大部件装配中是不容忽视的.剔除粗差后,经过修正的坐标系,将基准点 ERS35 Z 方向的偏差由 0.23 mm 降至 0.067 mm,满足飞机装配公共基准点测量精度要求.该实验说明,粗差检测有效提高了飞机装配坐标系的精度,在飞机装配测量中是必不可少的重要过程.

## 4 结 论

1) 飞机装配数字化过程中,测量数据转换采用布尔沙-沃尔夫七参数空间坐标转换模型,利用

泰勒级数展开将坐标转换模型转换成线性模型.

2) 利用拟准检定法 (QUAD) 对公共基准点测量数据进行粗差检测,得到公共基准点在装配全局坐标系下的修正坐标公式和坐标系转换参数的改正的估值.

3) 采用 Leica 激光跟踪仪测量 ARJ 21-700 右机翼和中机身的对接装配公共基准点坐标,利用本文方法计算粗差估值,对测量数据进行修正.结果表明:基准点偏差最大由 0.23 mm 降至 0.067 mm,有效提高了飞机装配公共基准点测量精度.

## 参考文献 (References)

- [1] 梅中义,朱三山,杨鹏.飞机数字化柔性装配中的数字测量技术[J].航空制造技术,2011(17):44-49  
Mei Zhongyi, Zhu Sanshan, Yang Peng. The digital measurement technology of flexible assembly of plane[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2011(17):44-49 (in Chinese)
- [2] 牛琳,陈建平,田毅.三维坐标转换的公共点选择方法[J].北京测绘,2007(4):9-11  
Niu Lin, Chen Jianping, Tian Yi. The selection method of three-dimensional coordinate conversion common point[J]. Beijing Surveying and Mapping, 2007(4):9-11 (in Chinese)
- [3] 赵宝锋,张雪,蒋廷臣.坐标转换模型及公共点选取对转换成果精度的影响[J].淮海工学院学报:自然科学版,2009(4):54-56  
Zhao Baofeng, Zhang Xue, Jiang Tingchen. Coordinate transformation model and the common point selection effects on transformation precision[J]. Journal of Huaihai Institute of Technology: Natural Science, 2009(4):54-56 (in Chinese)
- [4] 王建民,张锦,苏巧梅.观测数据中的粗差定位与定值算法[J].武汉大学学报:信息科学版,2013,38(10):1225-1228  
Wang Jianmin, Zhang Jin, Su Qiaomei. Algorithm for location and evaluation of gross errors in surveying data[J]. Journal of Wuhan University: Information Science, 2013, 38(10):1225-1228 (in Chinese)
- [5] Maronna R, Arcas J. Reconciliation and gross error diagnosis based on regression[J]. Computers and Chemical Engineering, 2009, 33(1):65-71
- [6] Gonzalez R, Huang B, Xu F W, et al. Dynamic bayesian approach to gross error detection and compensation with application toward an oil sands process[J]. Chemical Engineering Science, 2012(67):44-56
- [7] Paolo M. A wavelet based algorithm without a priori knowledge of noise level for gross errors detection[J]. International Conference on Advances in Intelligent Systems, 2014:7-12
- [8] Amirreza S, Hossein A, Michael S, et al. Statistically robust detection and evaluation of errors in DTMs[C]//2011-Joint Urban Remote Sensing Event. Munich: IEEE, 2011:305-308
- [9] Bretas N G, Piereti S A, Bretas A S, et al. A geometrical view for multiple gross errors detection, identification, and correction in power system state estimation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3):2128-2135

- [10] Kutoglu H S. A comparison of two well known models for 7-parameter transformation [J]. The Australian Surveyor, 2001, 47(1):24-30
- [11] 刘东明,郭际明,施展,等.大角度三维基准转换及公共点的确定[J].测绘通报,2010(1):11-14  
Liu Dongming, Guo Jiming, Shi Zhan, et al. Large angle determination of 3D datum transformation and common point [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2010(1):11-14 (in Chinese)
- [12] 王穗辉.误差理论和测量平差[M].上海:同济大学出版社, 2010  
Wang Suihui. The error theory and measuring adjustment [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2010 (in Chinese)
- [13] Li H, Zhong C, Zhi Z. A comprehensive quality evaluation system for coordinate transformation [C]//Proceedings-2nd International Symposium on Data, Privacy, and E-Commerce. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2010(8):15-20
- [14] 欧吉坤.粗差的拟准检定法(QUAD法)[J].测绘通报, 1999(1):15-19  
Ou Jikun. The quasi accurate detection method of gross error [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 1999(1):15-19 (in Chinese)
- [15] 欧吉坤.再论拟准检定法的原理、实施与应用[J].测绘工程, 2002, 11(4):3-6  
Ou Jikun. Further on the principle, implementation and application of the quasi accurate detection method [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2002, 11(4):3-6 (in Chinese)
- [16] 柴艳菊,欧吉坤,卢秀山.用MATLAB语言实现粗差的拟准检定法[J].山东科技大学学报:自然科学版, 2000, 19(3):34-38  
Chai Yanju, Ou Jikun, Lu Xiushan. Using MATLAB language to achieve gross error verification [J]. Journal of Shandong University of Technology: Natural Science, 2000, 19(3):34-38 (in Chinese)

# 基于不变流形的高超声速飞行器动态面控制

后德龙

陈彬

(北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191)

(北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

王青

董朝阳

(北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191) (北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对存在未知气动参数的吸气式高超声速飞行器纵向运动控制问题, 提出一种基于不变流形的自适应动态面控制方法. 通过合理假设将高超声速飞行器纵向模型分解为弹道倾角回路和速度回路, 分别实现对弹道倾角和速度参考指令的跟踪. 弹道倾角回路被表达为严反馈形式进行控制器设计. 采用基于不变流形的自适应方法实现了对未知参数的估计. 所提出的自适应动态面控制方案能保证未知参数估计误差全局一致稳定和闭环系统全局有界稳定, 且估计器和控制器设计不存在耦合, 因此参数设计更加容易. 仿真结果验证了该控制方法在参数估计方面的显著优势和良好的闭环系统性能.

**关键词:** 高超声速飞行器; 跟踪控制; 自适应估计; 动态面控制; 不变流形

**中图分类号:** TP 249; V 448.22

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1595-07

## Dynamic surface control for hypersonic vehicle based on invariant manifold

Hou Delong

(Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Chen Bin

(Beijing Astronautics Systems Engineering Institute, Beijing 100076, China)

Wang Qing

(Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Dong Chaoyang

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** An adaptive dynamic surface control scheme based on invariant manifold was proposed for the longitudinal motion control problem of hypersonic vehicle. With reasonable hypothesis, the longitudinal dynamic model was separated into flight-path angle loop and velocity loop. Flight-path angle loop was formatted into parametric-strict-feedback form. The unknown parameters of the system were estimated based on the method of invariant manifold. The proposed dynamic surface control scheme can guarantee the global uniform stable of the error of estimation and the global boundedness of the closed system. The decoupled relationship between estimator and controller made the parameter tuning more easily than the traditional adaptive dynamic surface method. Simulation results validate the prominent improvement in parameters estimation and the good performance of the closed system.

**Key words:** hypersonic vehicle; tracking control; adaptive estimate; dynamic surface control; invariant manifold

目前,针对非线性高超声速飞行器动力学模型的控制系统设计,国内外文献主要采用反馈线性化<sup>[1-2]</sup>、滑模控制<sup>[3-6]</sup>、反步法<sup>[7-9]</sup>等实现.反馈线性化的主要缺点在于要求系统参数准确可知,当实际系统参数与名义系统存在较大差别时,闭环性能严重下降,因此鲁棒性不强<sup>[10]</sup>.滑模控制一般与反馈线性化或反步法结合使用.为了避免复杂的虚拟控制变量求导,在反步法中引入了指令滤波器,继而产生了动态面控制方法.在存在不确定项的情况下,动态面控制一般与自适应控制结合使用,即自适应动态面控制.传统的自适应动态面控制通过自适应参数更新律消除 Lyapunov 函数导数中不确定项估计误差带来的影响,从而保证闭环系统的全局稳定性和跟踪误差的有界性.

传统自适应参数更新律依赖于状态的跟踪误差,估计器与被控对象之间存在很强的耦合,因此将对控制器与估计律参数设计带来很大困难,一个较大的更新律增益并不一定能带来系统性能的改善.目前,一种基于不变流形原理的自适应估计方法得到了广泛研究<sup>[11-14]</sup>.文献[12]将该方法应用于未知状态的估计.文献[13]将该方法应用到存在未知参数的导弹自动驾驶仪设计.采用该自适应估计方法可以使未知参数估计误差收敛到一个不变流形上,且参数估计器和控制器分离,不存在耦合关系,因此是对传统等价自适应方法的改进.

本文将基于不变流形的估计方法引入到存在未知参数的动态面控制方法中,并将该方法应用到高超声速飞行器的控制上.本文在理论上证明了该方法使闭环系统有界稳定,且跟踪误差能够收敛到原点附近的邻域,并可以通过参数选取保证该邻域足够小.仿真表明本文所提控制方案具有良好的控制效果,实现了存在未知参数情况下的高超声速飞行器跟踪控制,且在未知参数估计上优于传统自适应方法.

## 1 高超声速飞行器动力学模型

本文采用文献[1]中给出的高超声速飞行器动力学模型,并对该模型作以下假设:

**假设 1** 推力项  $T \sin \alpha$  远小于升力  $L$ ; 在升力  $L$  中,忽略控制舵偏  $\delta_e$  对其的影响.

**假设 2** 忽略推力  $T$  对俯仰力矩  $M$  的影响.

**假设 3** 认为质心运动方程中力系数不确定性对飞行器运动影响较小,仅考虑绕质心转动方程中力矩系数的不确定性.

将高超声速飞行器动力学模型分成弹道倾角子系统和速度子系统,分别实现对弹道倾角指令和速度指令的跟踪.

针对弹道倾角子系统,定义状态变量:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T = [\gamma, \theta_p, q]^T$$

式中,  $\gamma$  为弹道倾角;  $\theta_p$  为俯仰角;  $q$  为俯仰角速率;  $\theta_p$  与  $q$  满足  $\theta_p = \gamma + \alpha$ , 其中  $\alpha$  为攻角. 基于上述假设,建立如下弹道倾角子系统模型:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, V) + g_1(V)x_2 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = f_2 + g_2x_3 \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, V) + g_3(V)u \quad (3)$$

式中  $f_4(x_1, V) = f_{10}(x_1, V) - g_1(V) \times \gamma$

$$f_{10}(x_1, V) = \frac{C_L^0 \bar{q} S}{mV} - \frac{g \cos \gamma}{V}$$

$$g_1(V) = \frac{C_L^\alpha \bar{q} S}{mV}$$

$$f_2 = 0 \quad g_2 = 1 \quad g_3 = \frac{\bar{q} S \bar{c} c_e}{I_{yy}}$$

$$f_3 = \frac{\bar{q} S \bar{c} (C_{M,\alpha}^2 (\theta_p - \gamma)^2 + C_{M,\alpha}^\alpha (\theta_p - \gamma) + C_{M,\alpha}^0)}{I_{yy}}$$

$V$  为速度;  $C_L^0, C_L^\alpha, c_e, C_{M,\alpha}^2, C_{M,\alpha}^\alpha, C_{M,\alpha}^0$  为气动力与力矩系数;  $\bar{q}$  为动压;  $S$  为参考面积;  $m$  为质量;  $g$  为重力常数;  $\bar{c}$  为参考气动弦长;  $I_{yy}$  为绕  $y$  轴方向的转动惯量;  $u = \delta_e$  为弹道倾角子系统控制输入,  $\delta_e$  为升降舵偏角.

针对速度子系统,建立模型如下:

$$\dot{V} = f_4(x_1, x_2, x_3, V) + g_4(x_1, x_2, x_3, V)\Phi \quad (4)$$

式中

$$f_4(x_1, x_2, x_3, V) = [\bar{q} S C_T(\alpha) \cos \alpha] / m - g \sin \gamma$$

$$g_4(x_1, x_2, x_3, V) = [\bar{q} S C_{T,\phi}(\alpha) \cos \alpha] / m$$

$\Phi$  为发动机燃油率;  $C_T(\alpha), C_{T,\phi}(\alpha)$  为推力系数.

## 2 弹道倾角子系统控制设计

在第 1 节中,通过适当假设将整个系统的设计分为弹道倾角子系统和速度子系统,本节采用基于不变流形的自适应动态面控制方法进行弹道倾角子系统的控制设计.

基于不变流形的自适应动态面控制具有模块化的结构,由未知参数估计模块和控制模块两部分组成,两部分的设计过程相互分离.与传统的自适应估计方法不同,估计模块提供的未知参数估计值由两部分之和构成,一部分是由未知参数估计更新律提供的值,另外一部分为设计者给定的已知函数.该估计器设计保证了未知参数估计误

差收敛到已知的不变流形上,继而保证了闭环控制系统对参考指令的跟踪效果.

下面首先进行未知参数估计器设计.式(1)~式(3)给出了严反馈形式的弹道倾角子系统模型,根据假设 3,式(3)中  $f_3, g_3$  为未知函数,将其表达为以下形式:

$$f_3 = \boldsymbol{\phi}_2^T \boldsymbol{\theta}_2 \quad g_3 = \phi_3 \theta_3$$

其中  $\boldsymbol{\phi}_2(x_1, x_2) = (qS\bar{c}/I_{yy})[(\theta_p - \gamma)^2, (\theta_p - \gamma), 1]^T$

$\phi_3 = qS\bar{c}/I_{yy}$  为已知函数;  $\theta_3 = c_e$ , 即升降舵产生的俯仰力矩系数, 为未知函数;  $\boldsymbol{\theta}_2 = [C_{M,\alpha}^\alpha, C_{M,\alpha}^\alpha, C_{M,\alpha}^0]^T$  为未知函数. 定义未知参数矩阵  $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_2^T, \theta_3]^T$ ,  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  为  $\boldsymbol{\theta}$  的估计值, 定义估计误差  $\mathbf{z} = [z_2^T, z_3]^T$  为

$$\mathbf{z} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) \quad (5)$$

其中  $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = [\boldsymbol{\beta}_2^T(\mathbf{x}), \beta_3(\mathbf{x})]^T$  为待定的非线性函数. 对式(5)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} = & \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} + \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_1} [f_{10}(x_1, V) - g_1(V)x_1 + g_1(V)x_2] + \\ & \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_2} [x_3] + \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_3} [f_3(x_1, x_2, V) + g_3(V)u] = \\ & \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} + \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_1} [f_{10}(x_1, V) - g_1(V)x_1 + g_1(V)x_2] + \\ & \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_2} [x_3] + \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_3} [\boldsymbol{\phi}_2^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\beta}_2(\mathbf{x})) + \\ & \phi_3(\hat{\theta}_3 - z_3 + \beta_3(\mathbf{x}))u] \quad (6) \end{aligned}$$

由以上估计误差的导数,选择未知参数自适应更新律为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = & -\frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_1} [f_{10}(x_1, V) - g_1(V)x_1 + g_1(V)x_2] - \\ & \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_2} [x_3] - \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_3} [\boldsymbol{\phi}_2^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 + \boldsymbol{\beta}_2(\mathbf{x})) + \\ & \phi_3(\hat{\theta}_3 + \beta_3(\mathbf{x}))u] \quad (7) \end{aligned}$$

在此自适应更新律下,估计误差方程为

$$\dot{\mathbf{z}} = \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})}{\partial x_3} [-\boldsymbol{\phi}_2^T \mathbf{z}_2 - \phi_3 u z_3] \quad (8)$$

通过选取非线性函数  $\boldsymbol{\beta}_2(\mathbf{x}), \beta_3(\mathbf{x})$  保证上述误差方程的稳定. 选择满足如下偏导数关系的非线性函数:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\beta}_2(\mathbf{x})}{\partial x_3} = \boldsymbol{\Gamma}_2 \boldsymbol{\phi}_2 \in \mathbf{R}^3 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \beta_3(\mathbf{x})}{\partial x_3} = \Gamma_3 \phi_3 u \in \mathbf{R} \quad (10)$$

其中,  $\Gamma_3 > 0; \boldsymbol{\Gamma}_2$  为对角矩阵, 其对角元素均大于零. 由式(9)~式(10)给出的条件, 通过积分获得非线性函数  $\boldsymbol{\beta}_2(\mathbf{x}), \beta_3(\mathbf{x})$  为

$$\boldsymbol{\beta}_2(\mathbf{x}) = \int_0^{x_3} \boldsymbol{\Gamma}_2 \boldsymbol{\phi}_2(x_1, x_2) d\chi \quad (11)$$

$$\beta_3(\mathbf{x}) = \int_0^{x_3} \Gamma_3 \phi_3 u d\chi \quad (12)$$

定义  $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}\{\boldsymbol{\Gamma}_2, \Gamma_3\} \in \mathbf{R}^4, \boldsymbol{\Psi} = [-\boldsymbol{\phi}_2^T, -\phi_3 u]^T$ , 并将式(9)~式(10)代入误差方程中, 得到误差方程为

$$\dot{\mathbf{z}} = -\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{z} \quad (13)$$

为了验证估计器误差动力学方程的稳定性, 定义正定 Lyapunov 函数:

$$V_z(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{z} \quad (14)$$

对式(14)求导可以得到

$$\dot{V}_z(\mathbf{z}) = -2\mathbf{z}^T \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{z} = -2(\boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{z})^T (\boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{z}) \leq 0 \quad (15)$$

从而  $\mathbf{z}(t) \in L_\infty$ , 误差系统全局一致稳定. 给出以下引理.

**引理 1**<sup>[15]</sup> (Barbalat 引理) 设连续可微函数  $V(\mathbf{x}, t): \mathbf{R}^n \times [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$  存在下界,  $\dot{V}(\mathbf{x}, t) \leq 0$ , 并且  $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$  在  $[0, \infty)$  是一致连续的, 则可以得出结论  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(\mathbf{x}, t) = 0$ .

$\dot{V}_z(\mathbf{z})$  是半负定的,  $V_z(\mathbf{z}) \geq 0$ , 且  $\dot{V}_z(\mathbf{z})$  在  $[0, \infty)$  的全部时间区间上是一致连续的, 从而由引理 1 可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}_z(\mathbf{z}) = 0$ , 则  $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{z} = 0$ . 从上面的分析可以看出  $\boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{z} = 0$  是一个不变流形.

在未知参数估计器设计完成后, 按如下步骤完成弹道倾角子回路动态面控制器的设计.

**步骤 1** 定义跟踪误差  $\tilde{x}_1 = x_1 - \gamma_d, \gamma_d$  为弹道倾角的指令信号, 由方程(1)得

$$\dot{\tilde{x}}_1 = f_{10}(x_1, V) - g_1(V)x_1 + g_1(V)x_2 - \dot{\gamma}_d \quad (16)$$

以  $x_2$  作为虚拟控制变量, 选择该步名义虚拟控制值  $x_2^{\text{ref}0}$  满足如下等式:

$$g_1(V)x_2^{\text{ref}0} = -k_1 \tilde{x}_1 - f_{10} + g_1(V)x_1 + \dot{\gamma}_d \quad (17)$$

其中  $k_1 > 0$  为设计常数.

为了避免对解析模型的依赖, 采用如下二阶指令滤波器实现对  $\dot{x}_2^{\text{ref}}$  的计算:

$$\dot{x}_2^{\text{ref}} = -T_2(x_2^{\text{ref}} - x_2^{\text{ref}0}) \quad (18)$$

其中,  $T_2$  为滤波器时间常数,  $T_2$  应该取较大的值以保证快速的跟踪效果.

**步骤 2** 定义跟踪误差  $\tilde{x}_2 = x_2 - x_2^{\text{ref}}$ , 由方程(2)得

$$\dot{\tilde{x}}_2 = x_3 - \dot{x}_2^{\text{ref}} \quad (19)$$

以  $x_3$  作为虚拟控制变量, 选择该步名义虚拟

控制值  $x_3^{\text{ref0}}$  满足如下等式:

$$x_3^{\text{ref0}} = -k_2 \tilde{x}_2 + \dot{x}_2^{\text{ref}} - \tilde{x}_1 g_1(V) \quad (20)$$

其中,  $k_2 > 0$  为设计常数. 采用以下指令滤波器计算虚拟控制变量的导数:

$$\dot{x}_3^{\text{ref}} = -T_3(x_3^{\text{ref}} - x_3^{\text{ref0}}) \quad (21)$$

**步骤 3** 定义跟踪误差  $\tilde{x}_3 = x_3 - x_3^{\text{ref}}$ , 由方程(3)得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_3 &= \phi_2^T(\hat{\theta}_2 - z_2 + \beta_2(\mathbf{x})) + \\ &\phi_3(\hat{\theta}_3 - z_3 + \beta_3(\mathbf{x}))u - \dot{x}_3^{\text{ref}} \end{aligned} \quad (22)$$

选择控制输入  $u$  的值满足如下等式:

$$\begin{aligned} \phi_3(\hat{\theta}_3 + \beta_3(\mathbf{x}))u = \\ -k_3 \tilde{x}_3 - \phi_2^T(\hat{\theta}_2 + \beta_2(\mathbf{x})) + \dot{x}_3^{\text{ref}} - \tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $k_3 > 0$  为设计常数.

在进行稳定性证明之前, 先对指令滤波器带来的影响进行分析. 定义指令滤波器带来的参考指令改变为  $\delta_2 = x_2^{\text{ref}} - x_2^{\text{ref0}}$ ,  $\delta_3 = x_3^{\text{ref}} - x_3^{\text{ref0}}$ . 将  $x_2 = \tilde{x}_2 + x_2^{\text{ref0}} + \delta_2$ ,  $x_3 = \tilde{x}_3 + x_3^{\text{ref0}} + \delta_3$  分别代入式(16)、式(19)及式(22)得到

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= f_{10}(x_1, V) - x_1 g_1(V) + x_2^{\text{ref0}} g_1(V) - \\ &\dot{\gamma}_d + (\tilde{x}_2 + \delta_2) g_1(V) = \\ &-k_1 \tilde{x}_1 + (\tilde{x}_2 + \delta_2) g_1(V) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_2 &= x_3 - \dot{x}_2^{\text{ref}} = -k_2 \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1 g_1(V) + \tilde{x}_3 + \delta_3 \\ &\quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_3 &= \phi_2^T[\hat{\theta}_2 - z_2 + \beta_2(\mathbf{x})] + \\ &\phi_3[\hat{\theta}_3 - z_3 + \beta_3(\mathbf{x})]u - \dot{x}_3^{\text{ref}} = \\ &-k_3 \tilde{x}_3 - \tilde{x}_2 + d_2 \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$d_2 = -\phi_2^T z_2 - \phi_3 z_3 u$$

由  $x_i = \tilde{x}_i + x_i^{\text{ref}}$  ( $i = 2, 3$ ) 可以得到

$$x_2 = \tilde{x}_2 + \delta_2 + \frac{1}{g_1}[-\alpha_1(\tilde{x}_1) - f_{10} + g_1 x_1 + \dot{\gamma}_d] \quad (27)$$

$$x_3 = \tilde{x}_3 + \delta_3 - \alpha_2(\tilde{x}_2) - T_2 \delta_2 - \tilde{x}_1 g_1 \quad (28)$$

由  $\tilde{x}_1$  的定义及式(27)和式(28)可以得到

$$x_i = \psi_i(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \delta_2, \delta_3, T_2, \gamma_d, \dot{\gamma}_d) \quad i = 2, 3 \quad (29)$$

其中  $\psi_i$  ( $i = 2, 3$ ) 为无穷次可微连续函数. 由式(24)和式(25), 并结合式(29)可以得到

$$|\dot{\tilde{x}}_1| \leq D_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \delta_2, \delta_3, T_2, \gamma_d, \dot{\gamma}_d) \quad (30)$$

$$|\dot{\tilde{x}}_2| \leq D_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \delta_2, \delta_3, T_2, \gamma_d, \dot{\gamma}_d) \quad (31)$$

由式(17)存在以下关系:

$$x_2^{\text{ref0}} = \frac{1}{g_1}(-k_1 \tilde{x}_1 - f_{10} + x_1 g_1 + \dot{\gamma}_d) \quad (32)$$

$$\dot{x}_2^{\text{ref0}} = \frac{1}{g_1} \left( -k_1 \dot{\tilde{x}}_1 - \frac{\partial f_{10}}{\partial x_1} \tilde{x}_1 + \dot{x}_1 g_1 + \ddot{\gamma}_d \right) \quad (33)$$

由式(20)存在以下关系:

$$x_3^{\text{ref0}} = -k_2 \tilde{x}_2 + \dot{x}_2^{\text{ref}} - \tilde{x}_1 g_1 \quad (34)$$

$$\dot{x}_3^{\text{ref0}} = -k_2 \dot{\tilde{x}}_2 + \dot{x}_2 - \dot{\tilde{x}}_2 - \dot{\tilde{x}}_1 g_1 \quad (35)$$

由  $\delta_2, \delta_3$  定义可得

$$\dot{\delta}_2 = -T_2 \delta_2 - \dot{x}_2^{\text{ref0}} \quad (36)$$

$$\dot{\delta}_3 = -T_3 \delta_3 - \dot{x}_3^{\text{ref0}} \quad (37)$$

结合式(29)~式(35)可以得出结论, 存在函数  $\chi_2, \chi_3$  满足如下不等式:

$$|\dot{\delta}_2 + T_2 \delta_2| \leq \chi_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \delta_2, \delta_3, T_2, \gamma_d, \dot{\gamma}_d, \ddot{\gamma}_d) \quad (38)$$

$$|\dot{\delta}_3 + T_3 \delta_3| \leq \chi_3(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \delta_2, \delta_3, T_2, \gamma_d, \dot{\gamma}_d, \ddot{\gamma}_d) \quad (39)$$

以下分析闭环系统的稳定性.

**定理 1** 对于存在未知参数的弹道倾角子系统式(1)~式(3), 在虚拟控制量式(17)、式(20)和实际控制输入式(23), 以及未知参数更新律式(7)下, 闭环系统对参考指令的跟踪误差有界稳定.

**证明** 定义 Lyapunov 函数为

$$V_{\text{FPA}} = \tilde{x}_1^2 + \tilde{x}_2^2 + \tilde{x}_3^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + cV_z(\mathbf{z})$$

其中  $c$  为任意大于 1 的常数. 对  $V_{\text{FPA}}$  沿轨迹求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\text{FPA}} &= 2\tilde{x}_1 \dot{\tilde{x}}_1 + 2\tilde{x}_2 \dot{\tilde{x}}_2 + 2\tilde{x}_3 \dot{\tilde{x}}_3 + \\ &\delta_2 \dot{\delta}_2 + \delta_3 \dot{\delta}_3 + c\dot{V}_z(\mathbf{z}) \end{aligned} \quad (40)$$

将  $\dot{\tilde{x}}_1, \dot{\tilde{x}}_2, \dot{\tilde{x}}_3$  的方程代入式(40), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\text{FPA}} &= 2\tilde{x}_1[-k_1 \tilde{x}_1 + (\tilde{x}_2 + \delta_2)g_1(V)] + \\ &2\tilde{x}_1(-k_2 \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1 g_1(V) + \tilde{x}_3 + \delta_3) + \\ &2\tilde{x}_3(-k_3 \tilde{x}_3 - \tilde{x}_2 + d_2) + \delta_2 \dot{\delta}_2 + \delta_3 \dot{\delta}_3 + c\dot{V}_z(\mathbf{z}) = \\ &-2k_1 \tilde{x}_1^2 - 2k_2 \tilde{x}_2^2 - 2k_3 \tilde{x}_3^2 + 2\tilde{x}_1 \delta_2 g_1(V) + \\ &2\tilde{x}_2 \delta_3 + 2\tilde{x}_3 d_2 + \delta_2 \dot{\delta}_2 + \delta_3 \dot{\delta}_3 + c\dot{V}_z(\mathbf{z}) \end{aligned} \quad (41)$$

由 Young 不等式, 存在以下不等式关系:

$$2d_2 \tilde{x}_3 \leq 2(\phi_2^T z_2)^2 + 2(\phi_3 z_3 u)^2 + \tilde{x}_3^2 \quad (42)$$

$$2\tilde{x}_1 \delta_2 g_1 \leq 2\left(\frac{1}{4} \tilde{x}_1^2 + \delta_2^2 g_1^2\right) \quad (43)$$

$$2\tilde{x}_2 \delta_3 \leq 2\left(\frac{1}{4} \tilde{x}_2^2 + \delta_3^2\right) \quad (44)$$

由式(42)~式(44)、式(15)及式(30)和式(31), 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\text{FPA}} &\leq -2k_1 \tilde{x}_1^2 - 2k_2 \tilde{x}_2^2 - 2k_3 \tilde{x}_3^2 + \tilde{x}_3^2 + \\ &(c-1)\dot{V}_z(\mathbf{z}) + 2\left(\frac{1}{4} \tilde{x}_1^2 + \delta_2^2 g_1^2\right) + \end{aligned}$$

$$2\left(\frac{1}{4}\tilde{x}_2^2 + \delta_3^2\right) - T_2\delta_2^2 - T_3\delta_3^2 +$$

$$|\delta_2|\chi_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \delta_2, \delta_3, T_2, \gamma_d, \dot{\gamma}_d, \ddot{\gamma}_d) +$$

$$|\delta_3|\chi_3(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \delta_2, \delta_3, T_2, \gamma_d, \dot{\gamma}_d, \ddot{\gamma}_d)$$

考虑集合  $A := \{(\gamma_d, \dot{\gamma}_d, \ddot{\gamma}_d) : \gamma_d^2 + \dot{\gamma}_d^2 + \ddot{\gamma}_d^2 \leq K_0\}$ ,  $B := \{\tilde{x}_1^2 + \tilde{x}_2^2 + \tilde{x}_3^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 \leq p\}$ ,  $A$  和  $B$  分别为  $\mathbf{R}^3$  和  $\mathbf{R}^5$  上的一个紧集, 因此  $A \times B$  是  $\mathbf{R}^8$  上的一个紧集, 因此在  $A \times B$  上  $\chi_i (i = 2, 3)$  存在一个最大值  $M_{\chi_i}$ . 由 Young 不等式可以得到

$$|\delta_2|\chi_2 \leq |\delta_2|M_{\chi_2} \leq (\delta_2^2 M_{\chi_2}^2 / (2\varepsilon) + \varepsilon/2)$$

$$|\delta_3|\chi_3 \leq |\delta_3|M_{\chi_3} \leq (\delta_3^2 M_{\chi_3}^2 / (2\varepsilon) + \varepsilon/2)$$

假设  $g_1$  的最大值为  $M_g$ , 则

$$\dot{V}_{\text{FPA}} \leq -(2k_1 - 1)\tilde{x}_1^2 - \left(2k_2 - \frac{1}{2}\right)\tilde{x}_2^2 -$$

$$(2k_3 - 1)\tilde{x}_3^2 + (c - 1)\dot{V}_z(z) -$$

$$[T_2 - 2M_g^2 - M_{\chi_2}^2 / (2\varepsilon)]\delta_2^2 -$$

$$[T_3 - 2 - M_{\chi_3}^2 / (2\varepsilon)]\delta_3^2 + \varepsilon$$

选取  $k_1 > \frac{1}{2}, k_2 > \frac{1}{4}, k_3 > \frac{1}{2}, T_2 > 2M_g^2 + M_{\chi_2}^2 / (2\varepsilon), T_3 > 2 + M_{\chi_3}^2 / (2\varepsilon)$ , 则可得到

$$\dot{V}_{\text{FPA}} \leq -\alpha_0 V_{\text{FPA}} + \varepsilon$$

其中

$$\alpha_0 = \min\left\{(2k_1 - 1), \left(2k_2 - \frac{1}{2}\right),\right.$$

$$(2k_3 - 1), (c - 1) / \lambda_{\max}(\Gamma), [T_2 -$$

$$2M_g^2 - M_{\chi_2}^2 / (2\varepsilon)], [T_3 - 2 - M_{\chi_3}^2 / (2\varepsilon)]\left.\right\}$$

在紧集  $A \times B$  的边界上,  $\dot{V}_{\text{FPA}} \leq -\alpha_0 V_{\text{FPA}} + \varepsilon$ , 选择合理的控制增益和指令滤波器时间常数, 能保证  $\dot{V}_{\text{FPA}} \leq 0$ , 从而  $A \times B$  的边界为一个不变集, 因此闭环系统有界稳定. 证毕

### 3 速度子系统控制设计

采用动态逆控制的方法设计速度子系统控制器. 定义跟踪误差  $z_v = V - V_d$ , 对其进行求导并将推力  $T$  的表达式代入可得

$$\dot{z}_v = f_4 + g_4 \Phi - \dot{V}_d$$

从而可以设计速度通道控制律为

$$\Phi = g_4^{-1}(V)(-k_v z_v - f_4(x_1, x_2, x_3, V) + \dot{V}_d) \quad (45)$$

可以证明该控制律保证了速度子系统的稳定性.

### 4 仿真实验

为了验证上述基于不变流形的自适应动态面

控制器的效果, 采用文献 [1] 中的非线性模型进行仿真分析. 飞行器跟踪方波变化的弹道倾角信号同时保持速度不变.

飞行器在速度保持不变的情况下, 实现高度两次爬升. 两次阶跃指令经过两个频率为 0.3, 阻尼为 0.95 的二阶环节转化为提供给控制系统的高度指令信号. 通过下式将高度指令信号转化为弹道倾角指令信号:

$$\gamma_{cd} = \arcsin\left(\frac{-k_h \tilde{h} + \dot{h}_d}{V_d}\right)$$

其中,  $V_d$  为速度指令信号值;  $h_d$  为高速指令信号;  $\tilde{h}$  为转化为该弹道倾角指令下的高度误差;  $k_h$  为增益, 选择为  $k_h = 0.8$ . 采用本文提出的基于不变流形方法实现对弹道倾角指令的跟踪. 飞行器初始条件选择为  $V_0 = 2347.6 \text{ m}, h_0 = 25908 \text{ m}, \gamma_0 = 0^\circ$ . 弹道倾角子系统 3 个增益系数分别为  $k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 6$ . 速度通道的增益系数为  $k_v = 0.8$ . 指令滤波器时间常数为  $T_2 = T_3 = 20$ . 选取未知参数的初值为  $\theta_{20} = [5, 2, 0.16]^T, \theta_{30} = 0.5$ , 自适应参数估计增益选择为  $\Gamma_2 = \text{diag}(7, 7, 7), \Gamma_3 = 20$ . 为了验证本文提出方法的优劣, 进行与传统自适应方法的对比, 选择传统自适应估计更新律为  $\dot{\hat{\theta}}_2 = \Gamma'_2 \phi_2 \tilde{x}_3, \dot{\hat{\theta}}_3 = \Gamma'_3 \phi_3 u \tilde{x}_3$ , 增益选择为  $\Gamma'_2 = \Gamma_2, \Gamma'_3 = \Gamma_3$ . 在俯仰角速率方程中前 100 s 加入  $1^\circ$  附加攻角的力矩, 得到仿真结果如图 1 ~ 图 6 所示.

图 1 给出了弹道倾角曲线的跟踪效果, 从参考指令信号和跟踪曲线的对比上看, 在初始时刻跟踪曲线存在一定的误差, 但很快闭环系统实现对参考指令信号的精确跟踪. 初始的跟踪误差也可以从图 2 给出俯仰角指令的跟踪曲线看出.

图 3 给出了舵偏角曲线, 其值在合理的范围内. 图 4 给出了不变流形自适应估计方法中的  $\Psi^T z$  曲线, 从曲线可以看出,  $\Psi^T z$  从 0.25 开始收敛到一个较小的值, 但不为 0, 在 100 s 以后, 干扰消失,  $\Psi^T z$  收敛到 0, 这与理论证明的结论相符.

图 5 给出了基于不变流形的自适应动态面方法和传统自适应动态面方法的  $q$  跟踪值对比曲线, 图 6 给出了两者  $\theta_3$  估计值的对比曲线, 从对比曲线可以看出, 本文提出的方法在参数估计上存在显著优势, 在相同干扰条件和相同增益下  $\theta_3$  收敛到较小的误差范围内, 而传统自适应方法的估计误差较大. 另外, 由于本文提出的方法中, 参数估计器与控制器分离, 因此, 参数估计器的增益还可提高, 且不必和控制器增益系数协同设计. 仿

真结果验证了本文所提方法的良好性能.

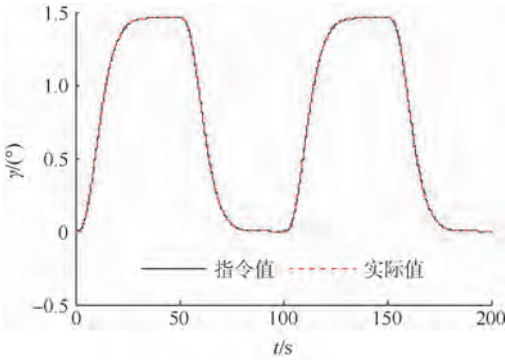


图1 弹道倾角跟踪曲线

Fig.1 Tracking curve of flight-path angle

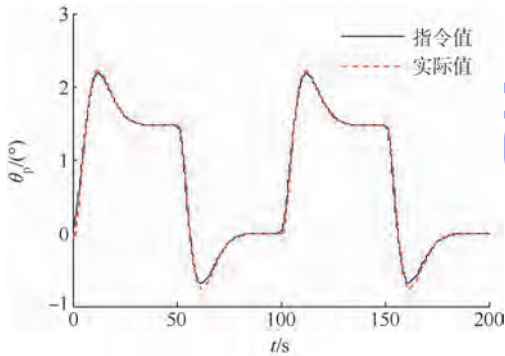


图2 俯仰角跟踪曲线

Fig.2 Tracking curve of pitch angle

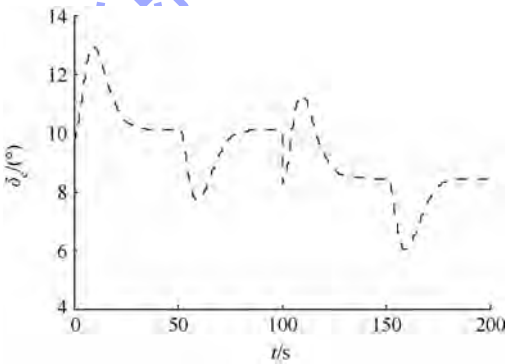


图3 舵偏角曲线

Fig.3 Tracking curve of deflection angle

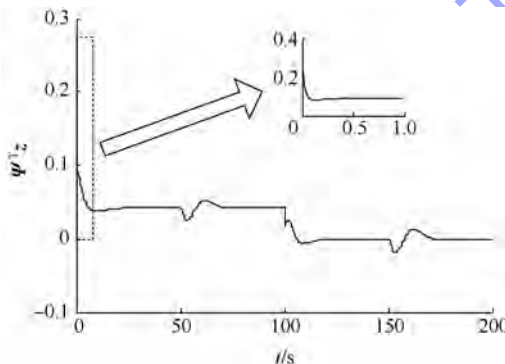


图4  $\Psi^T z$  曲线

Fig.4 Curve of  $\Psi^T z$

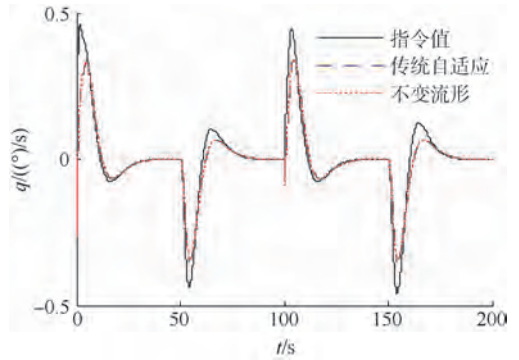


图5 俯仰角速率跟踪曲线

Fig.5 Tracking curve of pitch rate

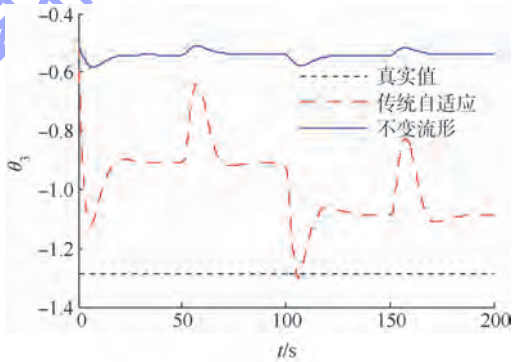


图6  $\theta_3$  估计曲线

Fig.6 Evaluation curve of  $\theta_3$

## 5 结论

1) 不确定等价自适应反步控制相比于传统确定等价自适应方法在参数估计上具有显著优势,且由于估计器与控制器设计分离,不需要协同设计,因此参数设计更加容易;

2) 闭环系统的稳定性对控制器增益以及指令滤波器的时间常数提出了要求;

3) 仿真结果表明闭环系统对参考指令具有良好的跟踪效果,参数估计更加准确,验证了本文所提控制方案的有效性.

## 参考文献 (References)

[1] Parker J T, Serrani A, Yurkovich S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3): 856 - 869

[2] 李惠峰, 李昭莹. 高超声速巡航飞行器在线自适应反馈控制设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(11): 1382 - 1386

Li Huifeng, Li Zhaoying. Adaptive feedback control design for hypersonic cruise flight vehicle[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(11): 1382 - 1386 (in Chinese)

[3] Xu H J, Mirmirani M D, Ioannou P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(5): 829 - 838

- [4] Hu X X, Wu L G, Hu C H, et al. Adaptive sliding mode tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(2): 559 - 577
- [5] 曾宪法, 王小虎, 张晶, 等. 高超声速飞行器的干扰补偿 Terminal 滑模控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(11): 1454 - 1458  
Zeng Xianfa, Wang Xiaohu, Zhang Jing, et al. Disturbance compensated terminal sliding mode control for hypersonic vehicles[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(11): 1454 - 1458 (in Chinese)
- [6] 李静, 左斌, 段冰毅, 等. 输入受限的高超声速飞行器自适应 Terminal 滑模控制[J]. 航空学报, 2012, 33(2): 220 - 233  
Li Jing, Zuo Bin, Duan Miyi, et al. Adaptive terminal sliding mode control for air-breathing hypersonic vehicles under control input constraints[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(2): 220 - 233 (in Chinese)
- [7] 黄喜元, 王青, 董朝阳. 基于 Backstepping 的高超声速飞行器鲁棒自适应控制[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(6): 1321 - 1326  
Huang Xiyuan, Wang Qing, Dong Chaoyang. Robust adaptive control of hypersonic vehicles via backstepping method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(6): 1321 - 1326 (in Chinese)
- [8] 后德龙, 王青, 王通, 等. 高超声速飞行器抗干扰反步滑模控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(1): 80 - 85  
Hou Delong, Wang Qing, Wang Tong, et al. Disturbance rejection sliding mode control of hypersonic vehicle based on backstepping method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(1): 80 - 85 (in Chinese)
- [9] 刘燕斌, 陆宇平. 基于反步法的高超音速飞机纵向逆飞行控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(3): 313 - 317  
Liu Yanbin, Lu Yuping. Longitudinal inversion flight control based on backstepping for hypersonic vehicle[J]. Control and Decision, 2007, 22(3): 313 - 317
- [10] Fiorentini L, Serrani A, Bolender M A, et al. Nonlinear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic vehicles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(2): 401 - 416
- [11] Karagiannis D, Astolfi A. Nonlinear adaptive control of systems in feedback form: an alternative to adaptive backstepping[J]. System & Control Letters, 2008, 57(9): 733 - 739
- [12] Fu J. Extended backstepping approach for a class of non-linear systems in generalised output feedback canonical form[J]. IET Control Theory and Applications, 2009, 3(8): 1023 - 1032
- [13] Lee K W, Singh S N. Noncertainty-equivalent adaptive missile control via immersion and invariance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(3): 655 - 665
- [14] Zhang J M, Li Q, Cheng N, et al. Adaptive dynamic surface control for unmanned aerial vehicles based on attractive manifolds[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(6): 1776 - 1782
- [15] Lu K F, Xia Y Q, Fu M Y. Controller design for rigid spacecraft attitude tracking with actuator saturation[J]. Information Sciences, 2013, 220(20): 343 - 366

# Gaussian-Hermite 矩旋转不变矩的构建



张朝鑫 席平 胡毕富

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

**摘 要:** 矩及矩的方程因其较强的表述图像特征的能力在图像处理与模式识别中有着广泛的应用,但目前基于具有正交性质的 Gaussian-Hermite 矩的研究还比较有限. 针对 Gaussian-Hermite 矩进行深入的研究,将其推广到极坐标下复数空间中,提出 Polar-Gaussian-Hermite 矩;给出利用升降算符计算矩的方程的方法;并利用极坐标下复数空间中的优势,以及它们之间的一一对应关系,推导 Gaussian-Hermite 矩的旋转不变矩,并给出其旋转不变矩的独立与完备集. 实验结果验证所提出的旋转不变矩的正确性,以及良好的数字稳健性.

**关键词:** Gaussian-Hermite 矩; Polar-Gaussian-Hermite 矩; 旋转不变矩; 模式识别; 图像处理

中图分类号: TP 391.4

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2014)11-1602-07

## Construction of invariants of Gaussian-Hermite moments

Zhang Chaoxin Xi Ping Hu Bifu

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Moments and functions of moment are widely used in image processing and pattern recognition due to their strong ability to represent features of an image. However, the researches on Gaussian-Hermite moments with which own orthogonal properties are still relatively less currently. Gaussian-Hermite moments were deeply studied, and correspondently, Polar-Gaussian-Hermite moments were proposed in polar coordinate. The method to compute the functions of both moments using raising and lowering operators were presented. Finally, the rotation invariants of Gaussian-Hermite moments were derived based on the Polar-Gaussian-Hermite moments and an independent and complete set of the invariants were given. The given experiment validates the correctness and good digital stability of the proposed invariants.

**Key words:** Gaussian-Hermite moments; Polar-Gaussian-Hermite moments; rotation invariants; pattern recognition; image processing

在图像处理与模式识别中,矩及矩的方程已被证明是一种非常实用的工具<sup>[1-3]</sup>. 在所有不同种类的矩中,应用最为广泛的是几何矩. 几何矩及其不变矩最早在 1962 年由 Hu<sup>[4]</sup> 提出. 但几何矩不是正交矩,这也导致当用几何矩描述图像时产生信息冗余,而且不能由几何矩进行图像重构;另外,几何矩是定义在连续空间上的,在数字图像上计算时会不可避免地引入近似而导致离散误差. 为了解决以上第 1 个问题,Teague 提出了正交的

Legendre 矩与 Zernike 矩<sup>[5]</sup>. 同时,复数矩<sup>[6]</sup>以及 Gaussian-Hermite (GH) 矩<sup>[7]</sup>也相继被提出. 针对第 2 个问题,一些离散形式的正交矩也相继被提出. Mukundan 等基于 Tchebichef 多项式提出了离散的 Tchebichef 矩<sup>[8]</sup>, Yap 等提出了离散正交的 Krawtchouk 矩<sup>[9]</sup>,以及 Zhu 等提出了离散的 Racah 矩<sup>[10]</sup>和 Dual Hahn 矩<sup>[11]</sup>. 离散正交矩在计算的时候不需要进行近似也没有信息冗余,因此具有一定的优势. 在这期间,也有一些其他形式的

矩被提出并应用<sup>[12]</sup>, 甚至推广到三维空间中<sup>[13]</sup>. 自从 Hu 基于代数的方法提出了著名的 7 个几何不变矩之后, 关于矩的不变矩成了研究的热点, 并被广泛应用到图像处理与模式识别中. 不变矩包括位移不变、旋转不变、尺度不变和仿射不变等. 在图像处理领域, 旋转不变的性质最为重要. 有很多研究集中在几何矩的不变矩, 其中贡献最大的是 Flusser<sup>[14]</sup>, 他通过复数矩, 推导几何矩的旋转不变矩的独立完备集, 对几何矩的尺度不变矩也做了一定的研究<sup>[15]</sup>. Zernike 矩的旋转不变矩很容易就可以得到, 因为它是定义在极坐标下的矩. Chong 等给出了推导 Zernike 矩的位移不变矩的方法<sup>[16]</sup>, 还推导了 Legendre 矩的位移与尺度不变矩<sup>[17]</sup>. 也有一些研究集中在离散正交矩的不变矩的推导上, 例如, Zhu 等推导了离散的 Tchebichef 矩的位移与尺度不变矩<sup>[18]</sup>.

虽然 GH 矩是定义在连续空间上, 比起离散的正交矩, 在图像处理中, GH 矩依旧有一些优势. GH 矩基函数的过零点的分布就是一个很好的例证. GH 矩基函数的过零点分布比其他矩更加均匀, 例如离散的 Tchebichef 矩, 这也就说明 GH 矩具有更强的图像特征表述能力<sup>[19]</sup>. 另外, 从计算角度讲, Tchebichef 矩等基函数中存在阶乘的运算, 使得它们计算非常耗时, 而 GH 矩的计算相对简单许多, 因此, 对 GH 矩的研究具有实际应用意义. Yang 等在文献[19]中尝试推导了 GH 矩的旋转不变矩, 只说明几何矩的旋转不变矩形式也适合不带归一系数的 GH 矩. 但他们并没有考虑到不变矩的独立性与完备性, 而且去掉归一系数的做法有可能使矩的计算出现溢出. Refregier 在文献[20]中定义极坐标形式下的 Hermite 多项式以及“Shapelet”, 并用于星云图像分析中, 但没有研究其旋转不变的性质. 事实上, “Shapelet”与 Shen 提出的 GH 矩<sup>[7]</sup>是完全一样的, 只是叫法与应用领域不同. 本文从文献[14, 19-20]得到启发, 重点研究了 GH 矩的性质, 侧重旋转不变矩的独立性与完备性, 把 GH 矩推广到极坐标下, 定义极坐标形式的 GH 矩, 并通过极坐标下的形式推导了 GH 矩的旋转不变矩, 给出推导所有 GH 矩旋转不变矩的独立完备集的方法.

# 1 GH 矩

## 1.1 GH 矩基函数

首先定义 GH 多项式:

$$\phi_n(x) = (2^n n! \sqrt{\pi})^{-\frac{1}{2}} H_n(x) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (1)$$

其中,  $n$  是非负整数;  $H_n(x)$  是  $n$  次 Hermite 多项式, 一般形式为

$$H_n(x) = (-1)^n \exp(x^2) \left(\frac{d}{dx}\right)^n \exp(-x^2)$$

式(1)是正交归一的, 满足:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_n(x) \phi_m(x) dx = \delta_{nm} \quad (2)$$

其中  $\delta_{nm}$  是克罗内克符号.

引入尺度因子  $\sigma$ , 一维 GH 矩的基函数定义为

$$\Phi_n(x; \sigma) = (2^n n! \sqrt{\pi} \sigma)^{-\frac{1}{2}} H_n(x/\sigma) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

不难证明, 上式仍然满足正交归一性:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(x; \sigma) \Phi_m(x; \sigma) dx = \delta_{nm} \quad (4)$$

由一维推广到二维, 在笛卡儿坐标系下, 二维的 GH 矩的基函数为

$$\begin{aligned} \Phi_{m,n}(x, y; \sigma) = & (2^{m+n} n! m! \pi \sigma^2)^{-\frac{1}{2}} H_m(x/\sigma) H_n(y/\sigma) \cdot \\ & \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

图 1 给出了 GH 矩前 5 阶矩的基函数的灰度图像.

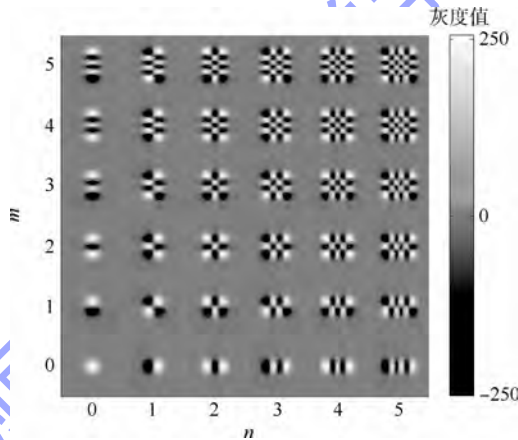


图 1 GH 矩的前 5 阶矩的基函数

Fig. 1 Basic functions under order 5 of GH moments

## 1.2 GH 矩定义

给定图像函数  $f(x, y)$ , 并由式(1)的基函数, GH 矩定义为

$$M_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{m,n}(x, y; \sigma) f(x, y) dx dy \quad (6)$$

由定义可知, 事实上, GH 矩是由图 1 中 GH 矩的基函数与图像进行卷积运算得到.

## 1.3 用升降算符计算 GH 矩的基

事实上, GH 矩的基函数是量子力学中量子谐振子的本征函数, 而阶数  $m, n$  即为本征函数对应的本征值. 具体阶数的本征函数可以通过初始

本征函数与算符的迭代作用计算得到. 因此, GH 矩的基函数可以通过构建升降算符来计算.

量子谐振子的降算符和升算符分别为

$$\left. \begin{aligned} \hat{a} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( x + \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ \hat{a}^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( x - \frac{\partial}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 $*$ 表示共轭, 它们的对易关系是 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ .

利用升算符, 给定初始函数, 以及以下的递推关系, 可以计算得到一系列本征函数:

$$\phi_n = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} \phi_0 \quad (8)$$

对于二维的情况, 同样可以用升算符推导:

$$\phi_{m,n} = \frac{(\hat{a}_x^\dagger)^m (\hat{a}_y^\dagger)^n}{\sqrt{m!n!}} \phi_{0,0} \quad (9)$$

其中初始函数  $\phi_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$ .

所以, GH 矩的基  $\Phi_{m,n}(x, y; \sigma)$ , 可以通过构建以下升降算符来计算:

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_\sigma &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{x}{\sigma} + \sigma \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ \hat{a}_\sigma^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{x}{\sigma} - \sigma \frac{\partial}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

递推公式为

$$\Phi_{m,n}(x, y; \sigma) = \frac{(\hat{a}_x^\dagger)^m (\hat{a}_y^\dagger)^n}{\sqrt{m!n!}} \Phi_{0,0}(x, y; \sigma) \quad (11)$$

相应地, (0,0) 阶基函数为

$$\Phi_{0,0}(x, y; \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

因此, 所有的 GH 矩的基函数都可以通过 (0, 0) 阶基函数与升算符计算得到.

### 1.4 离散形式

GH 矩是定义在连续区间  $(-\infty, \infty)$  上的. GH 矩中存在尺度因子  $\sigma$ , 在计算矩之前应先设定好大小. 对于不同大小的图像, 为了方便设定尺度因子, 应把图像坐标转换到一个固定的区间里. 因此, 这里根据通常的使用习惯选择区间  $[-1, 1]$ , 即对于一个定义在区间  $[0 \leq i, j \leq K-1]$  上的数据图像  $I(i, j)$ , 图像坐标首先通过下面的式子进行转换:

$$\left. \begin{aligned} x &= (2i - K + 1)/(K - 1) \\ y &= (2j - K + 1)/(K - 1) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

那么, 定义在图像  $I(i, j)$  上  $p+q$  阶的 GH 矩就可以通过式(13)计算得到:

$$M_{mn} = \frac{4}{(K-1)^2} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} \Phi_{m,n}(x, y; \sigma) I(i, j) \quad (13)$$

## 2 PGH 矩

### 2.1 PGH 矩的基函数

为了构造极坐标下的 GH 矩 (PGH, Polar-Gaussian-Hermite) 的基函数, 先定义左右降算符如下:

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_l &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_x + i\hat{a}_y) \\ \hat{a}_r &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_x - i\hat{a}_y) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

对应的升算符为

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_l^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_x^\dagger - i\hat{a}_y^\dagger) \\ \hat{a}_r^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_x^\dagger + i\hat{a}_y^\dagger) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

它们的对易关系是 $[\hat{a}_l, \hat{a}_l^\dagger] = [\hat{a}_r, \hat{a}_r^\dagger] = 1$ .

同样, 利用左右升算符, 给定初始函数, 以及以下递推关系, 可以计算得到一系列本征函数:

$$\eta_{p,q} = \frac{(\hat{a}_l^\dagger)^p (\hat{a}_r^\dagger)^q}{\sqrt{p!q!}} \eta_{0,0} \quad (16)$$

把左右升算符转换成极坐标形式, 由式(7)代入式(14)和式(15), 并由  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  可以得到:

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_l^\dagger &= \frac{1}{2} \exp(-i\theta) \left( r - \frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \\ \hat{a}_r^\dagger &= \frac{1}{2} \exp(i\theta) \left( r - \frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

那么给定初始函数  $\eta_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right)$ , 由式

(16) 和式(17)可以得到:

$$\eta_{p,q}(r, \theta) = (\pi p! q!)^{-\frac{1}{2}} B_{p,q}(r) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) \exp[i(q-p)\theta] \quad (18)$$

引入尺度因子  $\sigma$ , 左右升算符为

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_{l\sigma}^\dagger &= \frac{1}{2} \exp(-i\theta) \left( \frac{r}{\sigma} - \sigma \frac{\partial}{\partial r} + \sigma \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \\ \hat{a}_{r\sigma}^\dagger &= \frac{1}{2} \exp(i\theta) \left( \frac{r}{\sigma} - \sigma \frac{\partial}{\partial r} - \sigma \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

给定初始函数

$$\Psi_{0,0}(r, \theta; \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$

那么 PGH 矩的基函数定义为

$$\Psi_{p,q}(r, \theta; \sigma) = (\pi p! q! \sigma^2)^{-\frac{1}{2}} B_{p,q}(r/\sigma) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \exp[i(q-p)\theta] \quad (20)$$

其中  $B_{p,q}(r)$  是一组多项式, 称为 Polar-Hermite 多项式<sup>[20]</sup>. 具有以下递推关系:

$$\frac{q-p}{r} B_{p,q}(r) = q B_{p,q-1} - p B_{p-1,q} \quad (21)$$

对角多项式的递推关系:

$$B_{k,k}(r) = B_{k+1,k-1} - \frac{1}{r} B_{k,k-1} \quad (22)$$

其中  $B_{0,0}(r) = 1$ .

图 2 给出了 PGH 矩的前 5 阶矩的基函数的灰度图像.

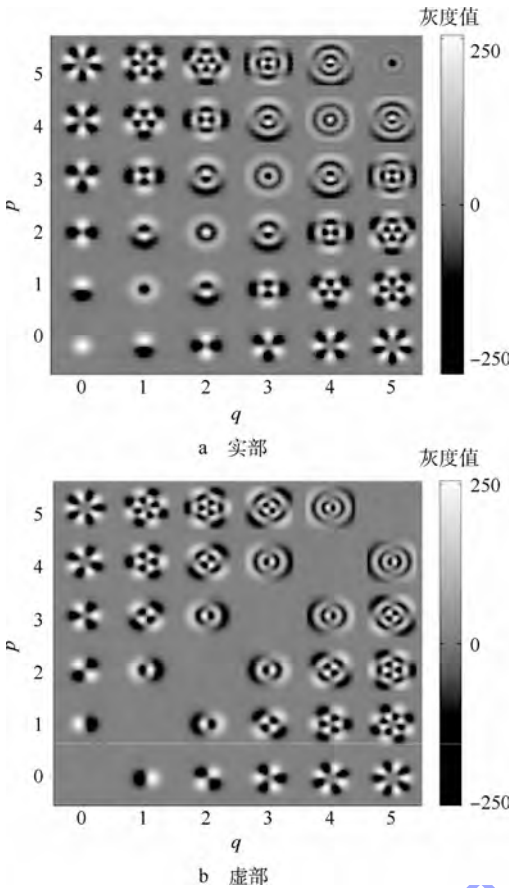


图 2 PGH 矩前 5 阶矩基函数

Fig. 2 Basic functions under order 5 of PGH moments

### 2.2 PGH 矩定义

给定图像函数  $f(r, \theta)$ , 并由式 (20) 的基函数, 可以定义 PGH 矩为

$$P'_{p,q} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \Psi_{p,q}(r, \theta; \sigma) f(r, \theta) dr d\theta \quad (23)$$

### 2.3 GH 矩与 PGH 矩的关系

前面已经给出了 GH 矩和 PGH 矩的定义, 以及它们的基函数, 同时也给出了各自用升降算符来计算所有基函数的方法.

由直角坐标与极坐标的关系可以知道, GHM 的基函数的初始函数  $\Phi_{0,0}(x, y; \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$  和 PGHM 的基函数的初始函数  $\Psi_{0,0}(r, \theta; \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$  是完全一样的. 也就是说, GHM 和 PGHM 是由同一个初始函数, 但由不同的升算符不停地作用而构成的不同的函数群.

那么由递推关系式 (11) 与式 (16), 并联立两组升算符之间的关系, 二项式展开, 可以得到 GH 矩和 PGH 矩一一对应的相互转换公式:

$$P_{pq} = 2 \binom{-p+q}{k} \sum_{k=0}^p \sum_{j=0}^q \sqrt{\frac{k! j!}{p! q!}} \binom{p}{k} \binom{q}{j} \cdot (-1)^{q-j} i^{p+q-k-j} M_{k+j, p+q-k-j} \quad (24)$$

$$M_{pq} = 2 \binom{-p+q}{k} i^q \sum_{k=0}^p \sum_{j=0}^q \sqrt{\frac{k! j!}{p! q!}} \binom{p}{k} \binom{q}{j} \cdot (-1)^{q-j} P_{k+j, p+q-k-j} \quad (25)$$

## 3 GH 矩的旋转不变矩

由图 2a 可以看出, 当  $p = q$ , 即对角线上的实数部分的基函数是旋转不变的. 已经知道, GH 矩与 PGH 矩是一一对应的, 所以, 由转换公式 (24) 就可以推导 GH 矩的旋转不变矩的形式. 但是这样得到的 GH 矩的旋转不变矩并不是独立的, 更重要的, 仅仅只是由  $p = q$  的实数部分推导得到的 GH 矩的旋转不变矩不是完备集. 本文的目的是推导 GH 矩的旋转不变矩的独立完备集.

### 3.1 旋转不变的推导

为了推导 GH 矩的旋转不变矩, 已经把 GH 矩推导到极坐标空间中, 即 PGH 矩. 而由于 PGH 矩是定义在极坐标空间中, 具有以下重要的旋转性质.

**定理 1** 假设图像  $f$  经过旋转一个角度  $\alpha$  后为  $f'$ ,  $f'(r, \theta) = f(r, \theta + \alpha)$ ,  $f'$  的 PGH 矩表示为  $P'_{p,q}$ , 那么

$$P'_{p,q} = \exp[-i(q-p)\alpha] \cdot P_{p,q} \quad (26)$$

证明是显而易见的.

$$P'_{p,q} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (\pi p! q! \sigma^2)^{-\frac{1}{2}} B_{p,q}(r/\sigma) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \exp[i(q-p)(\theta + \alpha)] f(r, \theta) dr d\theta =$$

$$\exp[i(q-p)\alpha] \cdot P_{p,q}$$

上式表明, PGH 矩的模  $|P_{p,q}|$  是旋转不变的, 而象角平移了  $(q-p)\alpha$  个单位.

如果只是用 PGH 矩的模来构造一组旋转不

变矩,并不能构成一组完备集,遗失了很多有用的不变矩.下面的理论将构建一组旋转不变矩的独立的完备集.

**定理 2**  $n \geq 1, k_i, p_i, q_i$  为非负整数,如果:

$$\sum_{i=1}^n k_i(q_i - p_i) = 0$$

那么

$$I = \prod_{i=1}^n P_{p_i, q_i}^{k_i} \quad (27)$$

是旋转不变的.

**证明** 让图像旋转一个角度  $\alpha$ :

$$I' = \prod_{i=1}^n P_{p_i, q_i}^{k_i} = \prod_{i=1}^n \exp[ik_i(q_i - p_i)\alpha] \cdot P_{p_i, q_i}^{k_i} = \exp\left[ia \sum_{i=1}^n k_i(q_i - p_i)\right] \cdot I = I \quad \text{证毕}$$

已知如何推导旋转不变矩,定理 3 将解决怎样推导给定阶数的旋转不变矩的独立完备集.

**定理 3** 考虑  $r \geq 2$  阶以上的 PGH 矩,一组旋转不变矩集构造为

$$B = \{\omega(p, q) \equiv P_{p, q} P_{q_0, p_0}^{p-q} \mid p \geq q \cap p + q \leq r\} \quad (28)$$

其中,  $p_0, q_0$  满足  $p_0 + q_0 \leq r$  且  $p_0 - q_0 = 1$  同时  $P_{p_0, q_0} \neq 0$ . 那么,  $B$  就是一组对于给定的阶数  $r$  的旋转不变矩的独立完备集.

以上推导了 GH 矩的旋转不变矩的独立完备集. 现在给出其详细证明.

**证明** 集合  $B$  的完备性. 使  $I$  为任意旋转不变矩:

$$I = \prod_{i=1}^n P_{p_i, q_i}^{k_i}$$

式中乘积可以分为两个部分:

$$I = \prod_{i=1}^t P_{p_i, q_i}^{k_i} \prod_{i=t}^n P_{p_i, q_i}^{k_i}$$

其中, 当  $i \leq t$  时  $p_i \geq q_i$ ; 当  $i > t$  时  $p_i < q_i$ . 由  $B$  中的不变矩构造另一旋转不变矩:

$$J = \prod_{i=1}^t \omega(p_i, q_i)^{k_i} \prod_{i=t}^n \omega(q_i, p_i)^{*k_i}$$

归纳  $P_{p_0, q_0}$  与  $P_{q_0, p_0}$  可以得到

$$J = P_{q_0, p_0}^{\sum_{i=1}^t k_i(p_i - q_i)} P_{p_0, q_0}^{\sum_{i=t}^n k_i(q_i - p_i)} \prod_{i=1}^t P_{p_i, q_i}^{k_i} \prod_{i=t}^n P_{p_i, q_i}^{k_i} = P_{q_0, p_0}^{\sum_{i=1}^t k_i(p_i - q_i)} P_{p_0, q_0}^{\sum_{i=t}^n k_i(q_i - p_i)} I$$

由于  $I$  是旋转不变矩, 所以有

$$\sum_{i=1}^t k_i(q_i - p_i) + \sum_{i=t}^n k_i(q_i - p_i) = 0$$

即

$$\sum_{i=1}^t k_i(q_i - p_i) = \sum_{i=t}^n k_i(q_i - p_i) = K$$

因此

$$I = \omega(p_0, q_0)^{-K} J$$

这就证明了任意的不变矩  $I$  都可以由  $J$  推导出, 从而证明了集合  $B$  的完备性.

集合  $B$  的独立性. 假设  $B$  是非独立的, 即存在  $\omega(p, q) \in B$  依赖于  $B - \{\omega(p, q)\}$ , 那么当  $p = p_0$  和  $q = q_0$  时, 也是成立的. 也就是, 在  $B - \{\omega(p, q)\}$  中存在  $\omega(p_1, q_1), \dots, \omega(p_n, q_n)$  与  $\omega(u_1, v_1), \dots, \omega(u_n, v_n)$  使得

$$\omega(p_0, q_0) = \frac{\prod_{i=1}^t \omega(p_i, q_i)^{k_i} \prod_{i=t}^n \omega(p_i, q_i)^{*k_i}}{\prod_{i=1}^s \omega(u_i, v_i)^{l_i} \prod_{i=s}^m \omega(u_i, v_i)^{*l_i}} \quad (29)$$

代入并归纳得到

$$\omega(p_0, q_0) = \frac{P_{q_0, p_0}^{\sum_{i=1}^t k_i(p_i - q_i)} P_{p_0, q_0}^{\sum_{i=t}^n k_i(q_i - p_i)} \prod_{i=1}^t P_{p_i, q_i}^{k_i} \prod_{i=t}^n P_{p_i, q_i}^{k_i}}{P_{q_0, p_0}^{\sum_{i=1}^s l_i(u_i - v_i)} P_{p_0, q_0}^{\sum_{i=s}^m l_i(v_i - u_i)} \prod_{i=1}^s P_{u_i, v_i}^{l_i} \prod_{i=s}^m P_{u_i, v_i}^{l_i}} \quad (30)$$

比较  $P_{p_0, q_0} P_{q_0, p_0}$  的系数, 可以得到:

$$K_1 = \sum_{i=1}^t k_i(p_i - q_i) - \sum_{i=1}^s l_i(u_i - v_i) = 1 \quad (31)$$

$$K_2 = \sum_{i=t}^n k_i(q_i - p_i) - \sum_{i=s}^m l_i(v_i - u_i) = 1 \quad (32)$$

由于上式右边等于 1, 并且不同的矩之间各自独立, 所以下列等式对所有  $i$  都成立:  $t = s, n = m, p_i = u_i, q_i = v_i, k_i = l_i$

那么代入式 (31) 和式 (32) 得到  $K_1 = 0$  和  $K_2 = 0$ , 矛盾. 因此证明了独立性. **证毕**

### 3.2 GHM 旋转不变矩的独立完备集

根据定理 3, 给定矩的阶数, 就可以得到一组独立完备的旋转不变矩集. 以下给出前 6 阶矩的旋转不变矩集.

2, 3 阶矩:

$$\{P_{1,1}, P_{2,1}, P_{1,2}, \text{Re}(P_{2,0}P_{1,2}^2), \text{Im}(P_{2,0}P_{1,2}^2), \text{Re}(P_{3,0}P_{1,2}^3), \text{Im}(P_{3,0}P_{1,2}^3)\}$$

4 阶矩:

$$\{P_{2,2}, \text{Re}(P_{3,1}P_{1,2}^2), \text{Im}(P_{3,1}P_{1,2}^2), \text{Re}(P_{4,0}P_{1,2}^4), \text{Im}(P_{4,0}P_{1,2}^4)\}$$

5 阶矩:

$$\{P_{3,2}P_{2,3}, \text{Re}(P_{3,2}P_{1,2}), \text{Im}(P_{3,2}P_{1,2}), \text{Re}(P_{4,1}P_{1,2}^3), \text{Im}(P_{4,1}P_{1,2}^3), \text{Re}(P_{5,0}P_{1,2}^5), \text{Im}(P_{5,0}P_{1,2}^5)\}$$

6 阶矩:

$$\{P_{3,3}, \text{Re}(P_{4,2}P_{1,2}^2), \text{Im}(P_{4,2}P_{1,2}^2), \text{Re}(P_{5,1}P_{1,2}^4), \text{Im}(P_{5,1}P_{1,2}^4), \text{Re}(P_{6,0}P_{1,2}^6), \text{Im}(P_{6,0}P_{1,2}^6), \text{Re}(P_{4,2}P_{2,3}^2), \text{Im}(P_{4,2}P_{2,3}^2), \text{Re}(P_{5,1}P_{2,3}^4), \text{Im}(P_{5,1}P_{2,3}^4), \text{Re}(P_{6,0}P_{2,3}^6), \text{Im}(P_{6,0}P_{2,3}^6)\}$$

其中, Re 代表实数部分; Im 代表虚数部分.

根据以上给出的形式, 以及 PGH 矩展开成 GH 矩公式(24), 可以得到 GHM 的旋转不变矩形式. 这里给出 2 阶矩、3 阶矩的 6 个不变矩形式如下:

$$R_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(M_{2,0} + M_{0,2})$$

$$R_2 = \frac{1}{8} [(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})^2 + (M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3})^2]$$

$$R_3 = \frac{1}{16} \{ (M_{2,0} - M_{0,2}) \cdot$$

$$[(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})^2 - (M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3})^2] + 2\sqrt{2}M_{1,1}(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})(M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3}) \}$$

$$R_4 = \frac{1}{16} \{ \sqrt{2}M_{1,1} \cdot$$

$$[(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})^2 - (M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3})^2] - 2(M_{2,0} - M_{0,2})(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})(M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3}) \}$$

$$R_5 = \frac{1}{64} \{ (M_{3,0} - \sqrt{3}M_{1,2})(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2}) \cdot$$

$$[(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})^2 - 3(M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3})^2] + (\sqrt{3}M_{2,1} - M_{0,3})(M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3}) \cdot$$

$$[3(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})^2 - (M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3})^2] \}$$

$$R_6 = \frac{1}{64} \{ (\sqrt{3}M_{2,1} - M_{0,3})(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2}) \cdot [(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})^2 - 3(M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3})^2] + (M_{3,0} - \sqrt{3}M_{1,2})(M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3}) \cdot [3(\sqrt{3}M_{3,0} + M_{1,2})^2 - (M_{2,1} + \sqrt{3}M_{0,3})^2] \}$$

### 4 实验证明

本实验是为了验证所提出的不变矩的正确性与数字稳健性. 图 3a 是原始医学图像, 分辨率为 256 像素 × 256 像素, 7 个不同旋转角度的图像是由电脑严格生成, 分别为图 3b ~ 图 3h.

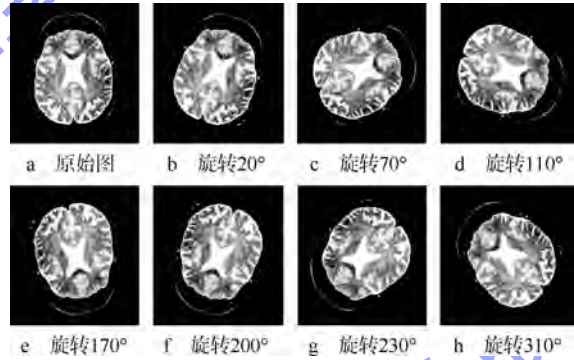


图 3 医学灰度图像及其旋转版本  
Fig. 3 Medical image and its rotational versions

分别计算 8 幅图像的旋转不变矩. 尺度因子设为 0.2, 尺度因子的大小只用于计算需求, 并不会影响旋转不变性. 实验数据记录在表 1 中.

表 1 18 个不变矩的数字稳定性实验结果  
Table 1 Results of digital stability of 18 invariants

角度/(°)	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_4$	$\psi_5$	$\psi_6$	$\psi_7$	$\psi_8$	$\psi_9$
0	13.3810	3.1951	4.0437	1.1853	4.6365	3.9185	14.0222	1.7622	-0.3699
20	13.3818	3.1947	4.0416	1.1862	4.6340	3.9162	14.0179	1.7641	-0.3687
70	13.3816	3.1968	4.0453	1.1890	4.6345	3.9282	14.0184	1.7659	-0.3683
110	13.3818	3.1947	4.0416	1.1862	4.6340	3.9162	14.0179	1.7641	-0.3687
170	13.3825	3.1940	4.0415	1.1896	4.6287	3.9259	14.0180	1.7630	-0.3696
200	13.3818	3.1947	4.0416	1.1862	4.6340	3.9162	14.0179	1.7641	-0.3687
230	13.3821	3.1955	4.0412	1.1903	4.6317	3.9329	14.0193	1.7642	-0.3672
310	13.3812	3.1979	4.0462	1.1843	4.6390	3.9185	14.0187	1.7660	-0.3728
偏差/%	0.0026	0.0303	0.0410	0.1560	0.0423	0.1418	0.0070	0.0492	0.3120
角度/(°)	$\psi_{10}$	$\psi_{11}$	$\psi_{12}$	$\psi_{13}$	$\psi_{14}$	$\psi_{15}$	$\psi_{16}$	$\psi_{17}$	$\psi_{18}$
0	-1.7296	-1.4225	7.8066	4.8990	-0.9706	1.3113	1.2079	-26.2475	-42.1389
20	-1.7265	-1.4251	7.8041	4.8980	-0.9704	1.3112	1.2028	-26.2279	-42.0656
70	-1.7279	-1.4292	7.8020	4.8990	-0.9697	1.3069	1.2054	-26.2292	-42.1714
110	-1.7265	-1.4251	7.8041	4.8980	-0.9704	1.3112	1.2028	-26.2279	-42.0656
170	-1.7261	-1.4266	7.8003	4.8965	-0.9690	1.3110	1.2068	-26.1806	-42.1137
200	-1.7265	-1.4251	7.8041	4.8980	-0.9704	1.3112	1.2028	-26.2279	-42.0656
230	-1.7235	-1.4314	7.8068	4.9001	-0.9680	1.3102	1.2039	-26.1296	-42.1269
310	-1.7275	-1.4221	7.8089	4.9019	-0.9714	1.3115	1.2096	-26.2772	-42.2547
偏差/%	0.0688	0.1673	0.0274	0.0243	0.0828	0.0774	0.1801	0.1208	0.1131

由数据可以看出,这8幅图像所计算得到的不变矩的基本值保持不变,不因角度的变化而变化.但同时,它们并不是绝对不变的,这是因为在生成旋转图像的时候不可避免地进行插值运算,图像的灰度方程发生了细微的改变,导致最终矩的计算结果不完全相等,但是波动是在一定的范围内.用不变矩的平均偏差百分比  $\frac{\xi}{|\mu|} \times 100\%$  来评估计算结果的数字稳健性, $\xi$ 和 $|\mu|$ 分别代表不变矩的标准差和平均值.越小的平均偏差百分比代表更好的数字稳健性,相反,值越大代表越不稳定.对图1中的所有图像所计算得到的不变矩,所有的平均偏差百分比值都小于0.2%.这证明了所提出的GH矩的不变矩的正确性,同时其具有良好的数字稳健性.

## 5 结束语

本文介绍了GH矩PGH矩,并给出了用升降算符计算GH矩与PGH矩的方法.利用GH矩与PGH矩的一一对应关系,详细推导了GH矩的旋转变矩,并给出GH矩的旋转变矩的独立完备集.从实验结果可以看出,所提出的旋转变矩具有良好的数字稳健性,GH矩的旋转变矩的推导方法具有一般性,在推导其他形式的矩的旋转变矩时可以借鉴.但本文并未详细研究GH矩的旋转变矩的应用,例如应用于图像配准与检索,下一步将着手这一方面的研究.

## 参考文献 (References)

- [1] Xiao B, Ma J F, Cui J T. Combined blur, translation, scale and rotation invariant image recognition by Radon and pseudo-Fourier-Mellin transforms [J]. Pattern Recognition, 2012, 45 (1): 314 - 321
- [2] Papakostas G A, Koulouriotis D E, Karakasis E G, et al. Moment-based local binary patterns: a novel descriptor for invariant pattern recognition applications [J]. Neurocomputing, 2013, 99: 358 - 371
- [3] Yang J, Xie S, Yoon S, et al. Fingerprint matching based on extreme learning machine [J]. Neural Computing and Applications, 2013, 22 (3/4): 435 - 445
- [4] Hu M K. Visual pattern recognition by moment invariants [J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8 (2): 179 - 187
- [5] Teague M R. Image analysis via the general theory of moments [J]. Optical Society of America, 1980, 70 (8): 920 - 930
- [6] Abu-Mostafa Y S, Psaltis D. Image normalization by complex moments [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1985, PAMI-7 (1): 46 - 55
- [7] Shen J. Orthogonal Gaussian-Hermite moments for image characterization [C] // Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering. Bellingham WA: SPIE, 1997: 224 - 233
- [8] Mukundan R, Ong S, Lee P A. Image analysis by Tchebichef moments [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10 (9): 1357 - 1364
- [9] Yap P T, Paramesran R, Ong S H. Image analysis by Krawtchouk moments [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12 (11): 1367 - 1377
- [10] Zhu H, Shu H, Liang J, et al. Image analysis by discrete orthogonal Racah moments [J]. Signal Processing, 2007, 87 (4): 687 - 708
- [11] Zhu H Q, Shu H Z, Zhou J, et al. Image analysis by discrete orthogonal dual Hahn moments [J]. Pattern Recognition Letters, 2007, 28 (13): 1688 - 1704
- [12] Zhang C X, Xi P, Dai M. Gaussian-geometric moments and its application in feature matching [J]. Advanced Materials Research, 2013, 718 - 720: 2113 - 2119
- [13] Mangin J F, Poupon F, Rivière D, et al. 3D moment invariant based morphometry [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2003, 2879 (Part 2): 505 - 512
- [14] Flusser J. On the independence of rotation moment invariants [J]. Pattern Recognition, 2000, 33 (9): 1405 - 1410
- [15] Suk T, Flusser J. Affine moment invariants generated by graph method [J]. Pattern Recognition, 2011, 44 (9): 2047 - 2056
- [16] Chong C W, Raveendran P, Mukundan R. Translation invariants of Zernike moments [J]. Pattern Recognition, 2003, 36 (8): 1765 - 1773
- [17] Chong C W, Raveendran P, Mukundan R. Translation and scale invariants of Legendre moments [J]. Pattern Recognition, 2004, 37 (1): 119 - 129
- [18] Zhu H, Shu H, Xia T, et al. Translation and scale invariants of Tchebichef moments [J]. Pattern Recognition, 2007, 40 (9): 2530 - 2542
- [19] Yang B, Li G, Zhang H, et al. Rotation and translation invariants of Gaussian-Hermite moments [J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32 (9): 1283 - 1298
- [20] Refregier A. Shapelets-I: a method for image analysis [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2003, 338 (1): 35 - 47

# 基于非圆信号的单次快拍二维 DOA 新算法

李磊 李国林

马云鹏

(海军航空工程学院 研究生管理大队, 烟台 264001) (北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对双平行线阵相干信号二维波达方向 (DOA, Direction of Arrival) 快速估计问题, 利用信号的非圆特性, 提出了一种基于非圆信号的单次快拍数据的二维 DOA 算法. 建立新的阵列坐标系, 对阵列接收单次快拍数据进行共轭运算, 通过数据重新链接得到伪快拍数据, 阵列孔径扩展 1 倍. 仅需要对 3 个伪单快拍矩阵的扩展矩阵进行一次奇异值分解即可实现二维 DOA 估计和解相干. 该算法计算复杂度低, 估计精度高, 适用于对二维 DOA 估计实时性要求高的应用背景. 计算机仿真结果验证了方法的有效性.

**关键词:** 非圆信号; 单次快拍; 奇异值分解; 波达方向估计; 相干信号

**中图分类号:** TN 911.7

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1609-06

## New method for single-snapshot two-dimensional direction of arrival estimation based on noncircular signals

Li Lei Li Guolin

(Graduate Students' Brigade, Engineer of NAEL, Yantai 264001, China)

Ma Yunpeng

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** To resolve the problem of fast estimating two-dimensional direction of arrival (DOA) in coherent signals environment with two parallel linear arrays, a new method for single-snapshot two-dimensional DOA estimation was presented based on noncircular signals. New coordinate system was established and array received data was changed to its conjugate data. Pseudo snapshot data was made and array aperture was doubled by reconnecting data. The coherence between the signals was solved and two-dimensional DOA can be estimated only by using singular values decomposition (SVD) for extended matrix which was made of three pseudo snapshot matrix. The method has low complex degree and high estimation accuracy, so it is suitable for DOA estimation of high real-time attribution background. Simulation indicates that the method is effective.

**Key words:** noncircular signals; single-snapshot; singular values decomposition (SVD); direction of arrival (DOA) estimation; coherent signals

波达方向 (DOA, Direction of Arrival) 估计是阵列信号处理的主要研究方向之一<sup>[1-6]</sup>, 为提高波达方向估计算法的实时性, 近年来涌现出很多低计算复杂度的算法.

二维 DOA 估计的运算量主要来自对阵列接收数据协方差矩阵的特征分解和谱峰搜索以及参

数配对. 文献 [7] 提出的波达方向矩阵法 (DOAM) 可以避免谱峰搜索而直接计算出二维 DOA 参数, 且参数自动配对; 文献 [8] 提出了一种基于多级维纳滤波器的快速 DOA 估计方法, 不需要估计协方差矩阵和特征分解, 运算量大大减少; 文献 [9] 提出一种基于双 L 阵的传播算子 (PM,

Propagator Method) 算法, 利用线性运算代替特征分解, 且参数能快速配对. 但以上算法都要在时域上进行快拍累积及批处理, 实时性仍然没有较大的改善. 近年来出现了许多基于单次快拍数据的波达方向估计算法, 一维 DOA 估计单次快拍算法如伪协方差矩阵法<sup>[10]</sup> 和单次快拍 MUSIC 算法<sup>[11]</sup>, 二维 DOA 估计单次快拍算法如文献[12] 基于波达方向矩阵法思想提出了单次快拍波达方向矩阵法 (SS-DOAM, Single-Snapshot-DOAM), 计算复杂度大幅降低, 但阵列孔径损失严重; 文献[13] 提出了一种单次快拍二维 ESPRIT 算法, 需要构造 6 个等效协方差矩阵, 并扩展成更大维数的协方差矩阵进行特征分解, 计算复杂度高, 同时阵列孔径损失严重.

非圆信号类测向算法的核心思想是利用信号非圆特性将阵列有效阵元数和孔径同时扩展, 从而提高算法的多信号估计能力<sup>[14-15]</sup>. 为此, 本文在双平行线阵的基础上提出一种基于非圆信号的单次快拍二维 DOA 算法, 该算法对双平行线阵建立新的坐标系, 对阵列接收单次快拍数据进行共轭运算并重新进行数据链接, 得到扩展的伪单次快拍数据. 另一方面, 仅需对 3 个伪单次快拍矩阵构造的扩展矩阵进行一次奇异值分解即可实现二维 DOA 估计和解相干. 该算法避免了文献[13] 中等效协方差矩阵及其扩展矩阵的复杂构造过程, 降低了运算复杂度. 由于运用了信号的非圆特性, 本文算法使阵列的有效阵元数和孔径扩展了 1 倍, 阵列的谱分辨力得到提高.

## 1 阵列信号模型

为方便下文伪单次快拍的构造, 构建图 1 所示阵列模型. 阵列由子阵  $X$  和子阵  $Y$  构成, 共  $2(M+1)$  个阵元, 其中子阵  $X$  的阵元编号分别为  $0, 1, \dots, M$ , 子阵  $Y$  平行于子阵  $X$ , 编号分别为  $0, 1, \dots, M$ . 阵列坐标原点位于两子阵第 1 个阵元连线的中点, 子阵平行于  $x$  轴, 且与  $x$  轴的距离均为  $d$ , 阵元间距为  $D$ .

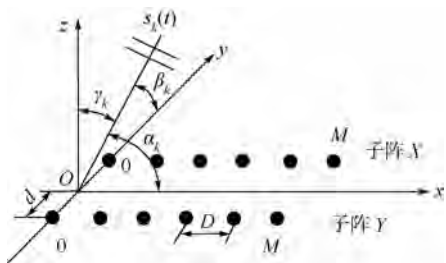


图 1 阵列模型

Fig. 1 Array model

考虑空间有  $N$  个同中心频率、波长为  $\lambda$  的窄带远场非圆信源从方向  $\{(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k), k=1, 2, \dots, N\}$  入射到阵列系统,  $\alpha_k, \beta_k$  和  $\gamma_k$  分别表示第  $k$  个信源  $s_k(t)$  分别与  $x, y$  和  $z$  轴之间的夹角, 信源与轴线之间夹角满足几何关系  $\cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_k + \cos^2 \gamma_k = 1$ , 可以看出  $\alpha_k, \beta_k$  和  $\gamma_k$  中只有两个独立角度元素, 则信源  $s_k(t)$  的波达方向可由  $(\alpha_k, \beta_k)$  唯一确定.

以坐标系原点为参考点, 对于子阵  $X$ , 第  $i$  个阵元输出信号可表示为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^N [s_k(t) u^i(\alpha_k) v(\beta_k) + n_{x_i}(t)] \quad i = 0, 1, \dots, M \quad (1)$$

则子阵  $X$  的输出信号矢量可表示为

$$\mathbf{X}(t) = [x_0(t), x_1(t), \dots, x_M(t)]^T = \mathbf{A}_x(\alpha) \Phi_1 \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_x(t) \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{A}_x(\alpha) = [\mathbf{a}(\alpha_1), \mathbf{a}(\alpha_2), \dots, \mathbf{a}(\alpha_N)] \quad (3)$$

$$\Phi_1 = \text{diag}[v(\beta_1), v(\beta_2), \dots, v(\beta_N)] \quad (4)$$

$\mathbf{A}_x(\alpha)$  为  $(M+1) \times N$  维阵列流型矩阵;  $\mathbf{a}(\alpha_k)$  为对应的方向向量;  $\mathbf{N}_x(t) = [n_{x_0}(t), n_{x_1}(t), \dots, n_{x_M}(t)]^T$  为阵列  $X$  的噪声矢量, 且有

$$\mathbf{a}(\alpha_k) = [1, u(\alpha_k), u^2(\alpha_k), \dots, u^M(\alpha_k)]^T \quad (5)$$

$$u(\alpha_k) = \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} D \cos \alpha_k\right) \quad (6)$$

$$v(\beta_k) = \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} d \cos \beta_k\right) \quad (7)$$

对于子阵  $Y$ , 第  $i$  个阵元的输出信号可表示为

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^N [s_k(t) u^i(\alpha_k) v^{-1}(\beta_k) + n_{y_i}(t)] = \sum_{k=1}^N [s_k(t) u^i(\alpha_k) v^*(\beta_k) + n_{y_i}(t)] \quad i = 0, 1, \dots, M \quad (8)$$

则子阵  $Y$  的输出信号矢量可表示为

$$\mathbf{Y}(t) = [y_0(t), y_1(t), \dots, y_M(t)]^T = \mathbf{A}_x(\alpha) \Phi_1^* \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_y(t) \quad (9)$$

式中  $\mathbf{N}_y(t) = [n_{y_0}(t), n_{y_1}(t), \dots, n_{y_M}(t)]^T$  为子阵  $Y$  的噪声矢量.

## 2 非圆信号单次快拍二维 DOA 算法

### 2.1 基于非圆信号的阵列孔径扩展

考虑信号  $s$ , 如果任意旋转  $se^{i\theta}$  的一阶和二阶统计特性具有旋转不变性, 即  $E\{se^{i\theta}\} = E\{s\}$ ,  $E\{se^{i\theta}(se^{i\theta})^*\} = E\{ss^*\}$ ,  $E\{se^{i\theta} \cdot se^{i\theta}\} = E\{ss\}$ , 则称  $s$  为非圆信号<sup>[16]</sup>. 由于常用的 BPSK, AM, ASK

等信号的非圆率均为 1, 本文只研究零初相的非圆率为 1 的信号, 此时满足  $s_i(t) = s_i^*(t)$ .

对  $X(t)$  和  $Y(t)$  分别进行共轭处理, 则有

$$X^*(t) = A_x^*(\alpha) \Phi_1^* S(t) + N_x^*(t) \quad (10)$$

$$Y^*(t) = A_x^*(\alpha) \Phi_1 S(t) + N_y^*(t) \quad (11)$$

现将  $X(t), X^*(t), Y(t), Y^*(t)$  重新进行数据链接, 构建扩展的伪快拍数据如下:

$$G_x(t) = \begin{bmatrix} \Pi_M Y^*(t) \\ X(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_M A_x^* \Phi_1 \\ A_x \Phi_1 \end{bmatrix} S(t) + \begin{bmatrix} \Pi_M N_y^* \\ N_x \end{bmatrix} = B_x S(t) + W_x \quad (12)$$

$$G_y(t) = \begin{bmatrix} \Pi_M X^*(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_M A_x^* \Phi_1^* \\ A_x \Phi_1^* \end{bmatrix} S(t) + \begin{bmatrix} \Pi_M N_x^* \\ N_y \end{bmatrix} = B_y S(t) + W_y \quad (13)$$

式中,  $\Pi_M$  为  $(M+1) \times (M+1)$  维的线置换矩阵, 反对角线上元素为 1, 其余元素为 0.

$$B_x = [b_{x1}(\alpha_1, \beta_1), \dots, b_{xN}(\alpha_N, \beta_N)] \quad (14)$$

$$B_y = [b_{y1}(\alpha_1, \beta_1), \dots, b_{yN}(\alpha_N, \beta_N)] \quad (15)$$

$$b_{xk}(\alpha_k, \beta_k) = [\Pi_M a^H(\alpha_k) v(\beta_k), a^T(\alpha_k) v(\beta_k)]^T \quad (16)$$

$$b_{yk}(\alpha_k, \beta_k) = [\Pi_M a^H(\alpha_k) v^*(\beta_k), a^T(\alpha_k) v^*(\beta_k)]^T \quad (17)$$

由式(18)所示  $b_{xk}(\alpha_k, \beta_k)$  表达式可以看出, 利用信号非圆特性构造的伪快拍数据等效于在  $x$  轴的负向端扩展了 1 倍的孔径, 扩展后的虚拟阵列模型如图 2 所示.

$$b_{xk} = \begin{bmatrix} u^{-(M-1)}(\alpha_k) v(\beta_k) \\ \vdots \\ v(\beta_k) \\ v(\beta_k) \\ \vdots \\ u^{(M-1)}(\alpha_k) v(\beta_k) \end{bmatrix} \quad (18)$$

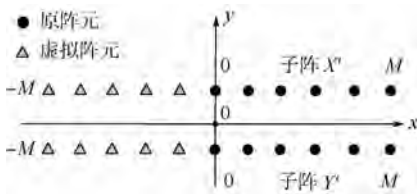


图 2 扩展后的虚拟阵列系统模型

Fig.2 Dummy array model after expansion

$G_x(t)$  的行数为  $2M+2$ , 且第  $M+1$  行数据与第  $M+2$  行数据相同, 即阵列孔径扩展后存在重复阵元 (编号为 0 的阵元). 为消除重复阵元, 令  $G'_x(t) = [G_x^T(t) (1:M,:), G_x^T(t) (M+2:2M+$

$2,:), :]^T$ . 同理, 为消除子阵  $Y'$  重复阵元, 令  $G'_y(t) = [G_y^T(t) (1:M,:), G_y^T(t) (M+2:2M+2,:), :]^T$ , 则  $G'_x(t)$  和  $G'_y(t)$  满足以下关系:

$$G'_x(t) = [x_{-M}(t), \dots, x_0(t), \dots, x_M(t)]^T \quad (19)$$

$$G'_y(t) = [y_{-M}(t), \dots, y_0(t), \dots, y_M(t)]^T \quad (20)$$

### 2.2 基于奇异值分解的单次快拍 DOA 估计

将子阵  $X'$  划分为两个子阵, 子阵 1 由阵元  $-(M-1), \dots, M-1$  组成, 子阵 2 由阵元  $-(M-2), \dots, M$  组成. 利用子阵 1 的单次快拍数据构造等效协方差矩阵  $C_1$ :

$$C_1 = \begin{bmatrix} x_0(t) & x_{-1}(t) & \dots & x_{-(M-1)}(t) \\ x_1(t) & x_0(t) & \dots & x_{-(M-2)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M-1}(t) & x_{M-2}(t) & \dots & x_0(t) \end{bmatrix} = ASA^H + N_1 \quad (21)$$

式中,  $S = \text{diag}[s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]$  为等效的信号协方差矩阵, 矩阵  $S$  的秩只与信源个数有关, 因此可以实现相关信号完全解相干;  $A$  为  $A_x(\alpha) \Phi_1$  的前  $M$  行方向矢量矩阵;  $N_1$  为  $M \times M$  维噪声矢量.

利用子阵 2 的单次快拍数据构造等效协方差矩阵  $C_2$ :

$$C_2 = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_0(t) & \dots & x_{-(M-2)}(t) \\ x_2(t) & x_1(t) & \dots & x_{-(M-3)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_M(t) & x_{M-1}(t) & \dots & x_1(t) \end{bmatrix} = A \Phi_2 S A^H + N_2 \quad (22)$$

式中  $\Phi_2 =$

$$\text{diag} \left[ \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda} D \cos \alpha_1 \right), \dots, \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda} D \cos \alpha_N \right) \right]$$

利用子阵  $Y'$  的单次快拍数据构造等效协方差矩阵  $C_3$ :

$$C_3 = \begin{bmatrix} y_1(t) & y_0(t) & \dots & y_{-(M-2)}(t) \\ y_2(t) & y_1(t) & \dots & y_{-(M-3)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_M(t) & y_{M-1}(t) & \dots & y_1(t) \end{bmatrix} = A \Phi_2 S \Phi_3^H A^H + N_3 \quad (23)$$

式中  $\Phi_3 =$

$$\text{diag} \left[ \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda} D \cos \beta_1 \right), \dots, \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda} D \cos \beta_N \right) \right]$$

为避免文献[13]中复杂的矩阵构造及特征分解过程, 本文构造矩阵  $C = [C_1, C_2, C_3]^T$ , 并对矩阵  $C$  进行奇异值分解 ( $C = U \Sigma V^H$ ). 由奇异值分解的意义可知, 若矩阵  $C$  的秩为  $r$ , 则酉矩阵  $U$  的前  $r$  列组成  $C$  的列空间的标准正交基<sup>[17]</sup>. 因

此,奇异值分解得到的信号子空间可表示为  $U_s = U(:, 1:N)$ , 而奇异值分解的信号子空间与阵列流型张成的信号子空间相等,即满足如下关系:

$$U_s = \begin{bmatrix} U_{s1} \\ U_{s2} \\ U_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi_2 \\ A\Phi_2\Phi_3^H \end{bmatrix} T \quad (24)$$

则信号子空间之间满足下列关系式:

$$U_{s2} = U_{s1} T^{-1} \Phi_2 T = U_{s1} \Psi_1 \quad (25)$$

$$U_{s3} = U_{s2} T^{-1} \Phi_3^H T = U_{s2} \Psi_2 \quad (26)$$

由式(25)及式(26)求最小二乘解,可得

$$\Psi_1 = (U_{s1}^H U_{s1})^{-1} U_{s1}^H U_{s2} \quad (27)$$

$$\Psi_2 = (U_{s2}^H U_{s2})^{-1} U_{s2}^H U_{s3} \quad (28)$$

由  $\Phi_2$  和  $\Phi_3^H$  的形式可知,  $\Phi_2$  只和信源入射角  $\alpha$  有关,  $\Phi_3$  只和信源入射角  $\beta$  有关,分别对  $\Psi_1$  和  $\Psi_2$  进行特征分解即可得到入射信号的二维波达方向. 理论上,对  $\Psi_1$  和  $\Psi_2$  进行特征分解可得到同样的特征向量矩阵  $T$ , 但实际运算中两次特征分解是独立进行的,导致两次特征分解的特征向量矩阵  $T_1$  和  $T_2$  的排序可能不同,但同一信号在两次特征分解中的特征向量强相关,可构造式(29)所示排序矩阵  $R$ , 依据矩阵  $R$  每列的最大值来调整  $\beta$  的顺序,即可实现二维角度参数匹配.

$$R = T_2^H T_1 \quad (29)$$

### 3 数值仿真分析

为验证所提算法的 DOA 估计性能,设计如下

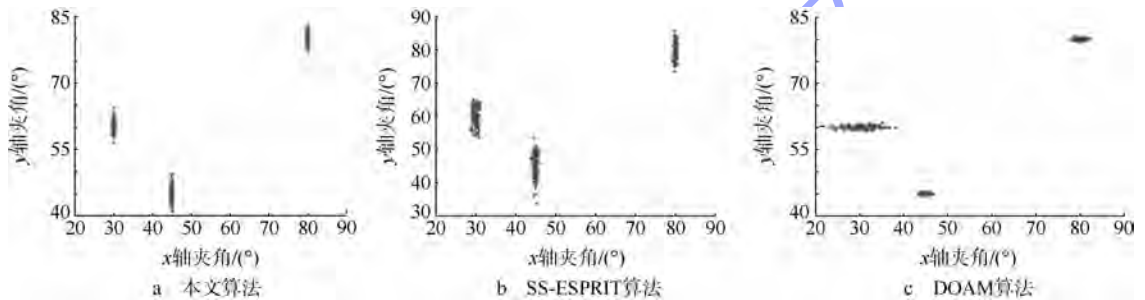


图3 不相关信源估计结果的星座图

Fig. 3 Constellation diagram of uncorrelated signal estimation result

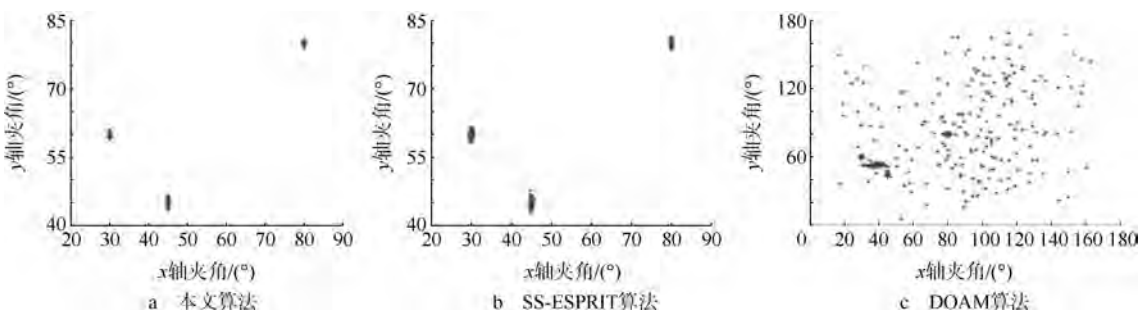


图4 相干信源估计结果的星座图

Fig. 4 Constellation diagram of coherent signal estimation result

仿真实验,并以文献[7]中 DOAM 算法及文献[13]中 SS-ESPRIT 算法作为对比算法. 设定子阵阵元数  $M=20$ ,  $D=\lambda/2$ ,  $d=\lambda/4$ , 信噪比的定义为  $10 \lg(\sigma_k^2/\sigma^2)$ , 其中  $\sigma_k^2$  表示信号功率. 角度搜索区间为  $[-90^\circ, 90^\circ]$ , 搜索步长为  $1^\circ$ , 仿真中不考虑阵元幅相误差及互耦等影响.

#### 仿真1 不相关信号 DOA 估计.

考虑3个不相关等功率非圆信号分别从方向  $(30^\circ, 60^\circ)$ ,  $(45^\circ, 45^\circ)$  和  $(80^\circ, 80^\circ)$  入射至双平行线阵. 在 10 dB 信噪比下, 分别用本文算法、DOAM 算法和 SS-ESPRIT 算法进行 100 次的蒙特卡洛仿真, 3 种算法 DOA 估计结果的星座图如图 3 所示, 其中 DOAM 算法采用快拍数为 200. 对比可知, 本文只用阵列一次快拍数据即可实现对入射信号的二维 DOA 估计, 且估计性能优于 DOAM 算法和 SS-ESPRIT 算法, 这是由于本文算法将阵列阵元数和孔径扩展了 1 倍, 等效于  $M=40$ , 阵列谱分辨力得到提高.

#### 仿真2 相关信号 DOA 估计.

不改变阵列模型及信号入射方向, 改变入射信号的相关性, 使其完全相干. 在 20 dB 信噪比下, 分别进行 100 次的蒙特卡洛仿真, 3 种算法 DOA 估计结果的星座图如图 4 所示. 对比可知, 本文算法可对相关信号实现解相干, 且估计性能优于 SS-ESPRIT 算法, 这是由于构造的等效信号协方差矩阵的秩仅与信号个数有关, 而与其相关性无关. 此时 DOAM 算法失效.

### 仿真 3 阵列自由度分析.

设定子阵阵元数  $M = 8$ , 在信噪比为 30 dB 的背景下, 考虑 6 个非圆信号分别从方向  $(10^\circ, 60^\circ), (30^\circ, 40^\circ), (40^\circ, 20^\circ), (55^\circ, 30^\circ), (70^\circ, 50^\circ), (85^\circ, 70^\circ)$  入射至双平行线阵, 此时阵列处于过载状态, 但阵列孔径扩展效应导致自由度增大, 因此仍可实现对入射信号的 DOA 估计 (见图 5), 此时 SS-ESPRIT 算法已经失效. 从扩展的伪单次快拍构造过程和 DOA 估计过程可知, 本文算法中  $M + 1$  对阵元可实现  $M - 1$  个信号的 DOA 估计, SS-ESPRIT 算法则需要  $4M$  个阵元才可实现对  $M - 1$  个信号的 DOA 估计.

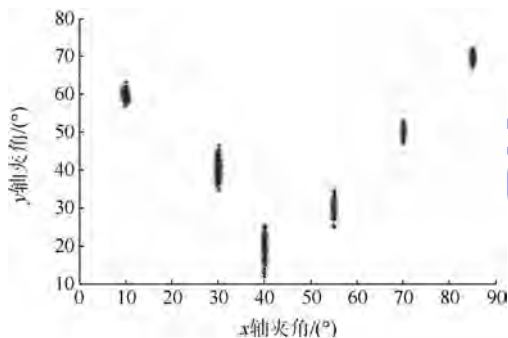


图 5 过载环境下的 DOA 估计 (本文算法)

Fig. 5 DOA estimation in the presence of overload by the proposed algorithm

### 仿真 4 估计性能分析.

考虑阵列和信号模型与仿真 1 相同, 信噪比以 1 dB 的步长在 10 ~ 30 dB 区间递增, 蒙特卡洛仿真次数为 100. 将 SS-ESPRIT 算法作为对比算法, 图 6 给出了不同信噪比下两种算法的均方根误差. 信号均方根误差定义为式 (30) 形式. 对比可知, 由于阵列孔径扩展, 本文具有更小的均方根误差, 虽然只使用了单次快拍数据, 仍然可以将误差控制在  $3^\circ$  以内.

$$E_{\text{rms}} = \sqrt{E\{(\hat{\alpha}_k - \alpha_k)^2\} + E\{(\hat{\beta}_k - \beta_k)^2\}} \quad (30)$$

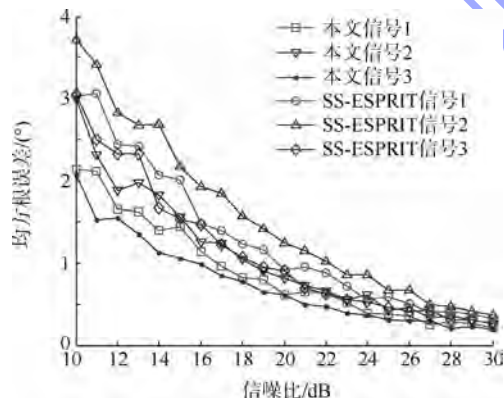


图 6 均方根误差随信噪比变化曲线

Fig. 6 Root mean square error vs signal-to-noise ratio

## 4 结 论

本文提出了一种基于非圆信号的单次快拍二维 DOA 新算法, 具有以下优点:

- 1) 利用信号的非圆特性, 对阵列接收数据进行共轭重排, 使阵列孔径扩展 1 倍, 阵列自由度增大 1 倍, 信息利用率及谱分辨力得到提高. 与 SS-ESPRIT 算法相比, 本文算法具有更好的估计性能, 仿真结果证明了该算法的均方根误差相对较小.
- 2) 仅需对阵列单次快拍数据构造的扩展矩阵进行一次奇异值分解即可实现信号的完全解相干及二维 DOA 估计, 计算复杂度低, 实时性好.

### 参考文献 (References)

- [1] 蒋柏峰, 吕晓德. 一种基于导向向量变换的 DOA 估计预处理方法 [J]. 电子与信息学报, 2012, 34 (7): 1552 - 1557  
Jiang Baifeng, Lü Xiaode. A DOA estimation pre-processing method based on steering vector transformation [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34 (7): 1552 - 1557 (in Chinese)
- [2] Chen C, Zhang X F, Chen H, et al. A low-complexity algorithm for coherent DOA estimation in monostatic MIMO radar [J]. Wireless Pers Commun, 2013, 72: 549 - 563
- [3] Zheng Z, Li G J, Teng Y L. Simplified estimation of 2D DOA for coherently distributed sources [J]. Wireless Pers Commun, 2012, 62: 907 - 922
- [4] Hu X Q, Chen H, Wang Y L, et al. A self-calibration algorithm for cross array in the presence of mutual coupling [J]. Science China, Information Sciences, 2011, 54 (4): 836 - 848
- [5] 洪升, 万显荣, 易建新, 等. 基于单次快拍的双基地 MIMO 雷达多目标角度估计方法 [J]. 电子与信息学报, 2013, 35 (5): 1149 - 1156  
Hong Sheng, Wan Xianrong, Yi Jianxin, et al. An angle estimation method for multi-targets in bistatic MIMO radar with single snapshot [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35 (5): 1149 - 1156 (in Chinese)
- [6] Liu C, Ye Z, Zhang Y. DOA estimation based on fourth-order cumulants with unknown mutual coupling [J]. Signal Processing, 2009, 89 (9): 1839 - 1843
- [7] 殷勤业, 邹理和, Newcomb W R. 一种高分辨率二维信号参数估计方法-波达方向矩阵法 [J]. 通信学报, 1991, 12 (4): 1 - 7  
Yin Qinye, Zou Lihe, Newcomb W R. A high resolution approach to 2-D signal parameter estimation-doa matrix method [J]. Journal on Communications, 1991, 12 (4): 1 - 7 (in Chinese)
- [8] Huang L, Yuan W M. Direction of arrival estimation based on the MSWF [J]. Journal of Xidian University, 2004, 31 (6): 865 - 869
- [9] Tayem N, Kwon H M. L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method [J]. IEEE Trans on Antennas and

- Propagation, 2008, 56(5):1622-1630
- [10] Kim J T, Moon S H, Han D S, et al. Fast DOA estimation algorithm using pseudocovariance matrix[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 2005, 53(4):1346-1351
- [11] Ren Q S, Willis A J. Extending MUSIC to single snapshot and on line direction finding applications[C]//Proc of IEE Radar'97. Edinburgh, UK:IEE, 1997:783-787
- [12] 王凌, 李国林, 隋鉴, 等. 单次快拍波达方向矩阵法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(7):1323-1328  
Wang Ling, Li Guolin, Sui Jian, et al. Single snapshot DOA matrix method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(7):1323-1328(in Chinese)
- [13] 王凌, 李国林. 一种新的单次快拍二维 ESPRIT 算法[J]. 北京理工大学学报, 2013, 33(1):99-104  
Wang Ling, Li Guolin. A new method of single snapshot 2-D ESPRIT algorithm[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2013, 33(1):99-104(in Chinese)
- [14] Haardt M, Römer F. Enhancements of unitary ESPRIT for non-circular sources[C]//ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing-Proceedings, 2004, 2:III101-III104
- [15] Delmas J P, Abeida H. Stochastic Cramer-Rao bound for non-circular signals with application to DOA estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(11):3192-3199
- [16] 刘剑, 黄知涛, 周一宇. 非圆信号方位、俯仰及初相联合估计[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(7):1666-1670  
Liu Jian, Huang Zhitao, Zhou Yiyu. Joint 2-D angle and noncircularity phase estimation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(7):1666-1670(in Chinese)
- [17] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2009  
Zhang Xianda. Matrix analysis and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009(in Chinese)

# 动力翼伞纵向四自由度动力学仿真

杨 华 宋 磊

王文剑

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191) (中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)



黄 俊

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 在考虑载荷物和伞体相对运动的前提下,研究了动力翼伞纵向运动过程. 将伞体和伞绳作为一个平面运动刚体,载荷物具有绕系挂点的摆动自由度,建立纵向四自由度动力学模型. 求解翼伞从平飞至爬升状态推力阶跃操纵的动力学响应,由状态量的变化曲线得出动力操纵初期伞体失速倾覆的主要原因是迎角剧烈变化而超过失速边界. 获得推力操纵值和推力增加速率所形成的操纵包线,当推力操纵幅度较小时,增加速率并无限制;当推力增加幅度较大时,增加速率的限制值随着增幅变大而减小. 此外从能量角度计算了大动力快速操纵前后载荷物的机械能变化,并提出动力翼伞新的雀降操纵方式. 计算表明该方法可以有效减少接地前后的能量,即可以减少接地后载荷物翻转对正面动力系统的冲击.

**关 键 词:** 翼伞; 动力学建模; 操纵响应; 雀降; 机械能

**中图分类号:** V 212

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1615-08

## 4-DOF longitudinal dynamic simulation of powered-parafoil

Yang Hua Song Lei

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Wang Wenjian

(China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074, China)

Huang Jun

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** With the consideration of relative motion between payload and canopy, longitudinal dynamic of parafoil was simulated. Canopy and suspension line were regarded as a 3-DOF rigid body. Adding another degree of freedom of swing payload, a 4-DOF longitudinal dynamic model was proposed. Dynamic response was solved after step increasing of throttle which led to increasing of climbing angle. The main reason of canopy collapse that happens just after throttle up is the rapid changes of angle of attack which can be over the stall angle. Control envelope was calculated that is composed of throttle value and corresponding growing rate of throttle. Little change of power up has no limit on increasing rate, but large change does, and the limit increases with the increasing throttle value. In addition, mechanical energy change of payload before and after landing was calculated. Rapid power up control was proposed as a new flare landing method for powered-parafoil. The results of mechanical energy analysis method show that this new flare control can decrease mechanical energy at the moment of landing that means weaker shock to front power system.

**Key words:** parafoil; dynamic model; control response; flare maneuver; mechanical energy

动力翼伞飞行器通常采用动力操纵来控制飞行器的航迹倾角. 在伞体后缘不动的情况下, 每一个推力值都对应一种定直飞行状态, 且推力值越大, 航迹倾角和迎角也越大. 因此在有限的迎角范围内, 必然存在推力值的上限, 过大的推力会导致伞体达到失速迎角而发生倾覆<sup>[1]</sup>. 然而在一款小型动力翼伞飞行器的试飞过程中, 尽管推力已经限制在按照上述方法要求的上限以内, 但由于动力增加速度过快, 初期还是很容易出现伞体倾覆的现象. 因此非常有必要建立纵向动力学模型, 研究翼伞动态操纵初期翼伞参数的变化过程. 研究翼伞纵向平面的运动可以采用三自由度模型, 即将整个翼伞系统视作一个刚体, 在纵向平面内有两个平动和一个转动自由度<sup>[2-4]</sup>. 但是此类模型忽略了伞体和载荷物之间的相对运动, 当载荷物在运动过程中和伞体发生剧烈的相对俯仰时, 三自由度模型就无法精确模拟翼伞的动力学响应. 因此多数翼伞的动力学仿真均考虑了伞体相对于载荷物的纵向俯仰自由度<sup>[5-8]</sup>. 当只研究翼伞的推力响应时, 可以假设所有的运动都在纵向平面内.

本文首先建立动力翼伞纵向四自由度模型. 该模型将伞体和伞绳作为一个整体, 在纵向具备3个自由度, 载荷物具有绕系挂点的一个摆动自由度. 用所建立的动力学模型, 分析翼伞在快速大动力操纵下所带来的迎角剧增的问题, 提出较为合适的动力操纵速率. 同时通过仿真计算, 证明利用这种快速动力操纵在着陆时实现雀降减速的可行性.

## 1 纵向动力学建模

### 1.1 模型描述

某带动力的七气室翼伞(图1), 平面形状为矩形, 采用相对厚度为12%的Clark-Y翼型, 展长 $l_w = 1.68$  m, 弦长 $c = 0.7$  m, 前缘切口长 $h = 0.07$  m, 下反角 $\beta = 32.5^\circ$ , 伞体质量 $m_1 = 0.25$  kg. 载荷物为圆柱形, 质量, 载荷物前方带有一个电机直驱螺旋桨的推进系统, 最大拉力为8 N.



图1 翼伞外形

Fig. 1 Shape of parafoil

分析翼伞纵向运动, 可以将其简化为图2中模型进行分析. 其中 $AB$ 代表伞体,  $OA$ 和 $OB$ 代表伞绳边界, 其他伞绳均在其中, 坐标原点 $O$ 为伞绳与载荷物的系点,  $O_1$ 为伞体的重心,  $O_2$ 为载荷物的重心,  $F$ 为伞体的焦点,  $C$ 为线段 $OO_1$ 的中点. 图2中其余小写字母均表示所指的长度或角度. 伞体受到的气动力和力矩的作用点选为 $F$ ; 伞绳的阻力则近似假设作用在 $C$ 点.

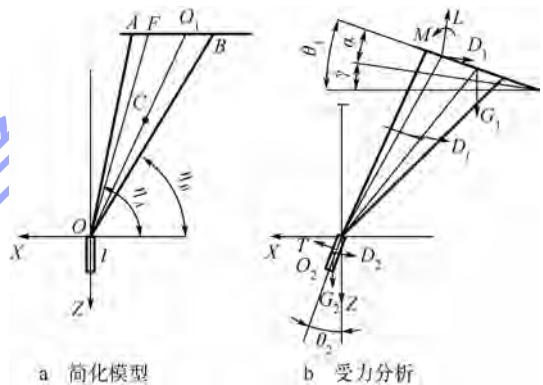


图2 翼伞的参数定义

Fig. 2 Definition of parafoil parameters

翼伞在纵向的运动中, 伞绳始终处于绷紧状态, 因此可以将“伞-伞绳”系统看作一个整体, 且由于伞绳较轻, 故忽略其质量, 仅考虑其阻力.

### 1.2 动力学方程推导

在平面大地的假设下, 忽略所有转动部件, 伞体伞绳和载荷物分别可以视为两个六自由度刚体. 建立两个刚体的体轴系, 原点均为各自质心. 其中伞体伞绳体轴系的 $X_1$ 轴和 $AB$ 平行, 方向向前;  $Z_1$ 轴在对称面内垂直 $X_1$ 轴向下;  $Y_1$ 轴垂直对称面向右. 载荷物体轴系的 $X_2$ 轴垂直于载荷物长度方向, 向前为正;  $Z_2$ 轴在对称面内垂直 $X_2$ 轴向下;  $Y_2$ 轴垂直对称面向右.

除两个体轴系外还需要建立一个绝对轴系, 原点、 $X$ 轴和 $Z$ 轴如图2所示,  $Y$ 轴垂直对称面向右.

在上述坐标系下, 列写两个刚体通用的动力学方程:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{\partial \mathbf{V}_B}{\partial t} + m \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{V}_B &= \mathbf{F} \\ \frac{\partial \mathbf{h}_B}{\partial t} + \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{h}_B &= \mathbf{M} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $m$ 代表物体质量;  $\mathbf{F}$ 代表合外力;  $\mathbf{M}$ 代表合外力矩;  $\mathbf{V}_B$ 代表刚体体轴系速度;  $\boldsymbol{\omega}_B$ 代表刚体体轴系角速度;  $\mathbf{h}_B$ 代表刚体对质心的动量矩. 其中 $\mathbf{V}_B$ ,  $\boldsymbol{\omega}_B$ ,  $\mathbf{h}_B$ 分别表述如下:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}_B &= (u \quad v \quad w)^T \\ \boldsymbol{\omega}_B &= (p \quad q \quad r)^T \\ \mathbf{h}_B &= \begin{pmatrix} pI_x - qI_{xy} - rI_{xz} \\ qI_y - rI_{yz} - pI_{xy} \\ rI_z - pI_{zx} - qI_{yz} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(2)中和  $I$  有关的均为物体的惯量和惯性积. 将(2)式代入式(1), 只考虑纵向平面的运动, 化简得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F} &= m(\dot{u} + qw \quad 0 \quad \dot{w} - qu)^T \\ \mathbf{M} &= (0 \quad \dot{q}I_y \quad 0)^T \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

### 1.3 动力学方程建立

根据式(3)可以分别写出两个刚体的纵向动力学方程:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= m_1(\dot{u}_1 + q_1 w_1) \\ Z_1 &= m_1(\dot{w}_1 - q_1 u_1) \\ M_1 &= I_y \dot{q}_1 \\ X_2 &= m_2(\dot{u}_2 + q_2 w_2) \\ Z_2 &= m_2(\dot{w}_2 - q_2 u_2) \\ M_2 &= I_y \dot{q}_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, 下标为 1 代表伞体伞绳; 下标为 2 代表载荷物;  $X_i, Z_i$  为外力在  $X$  轴、 $Z$  轴方向上的分量,  $M_i$  为外力矩在  $Y$  轴上的分量,  $i = 1, 2$ .

根据几何关系, 可以获得两个刚体之间的牵连方程:

$$\left. \begin{aligned} x_2 - x_1 &= l_{00_1} \cos(\eta_{0_1,0} - \theta_1) + l_{00_2} \sin \theta_2 \\ z_2 - z_1 &= l_{00_1} \sin(\eta_{0_1,0} - \theta_1) + l_{00_2} \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中,  $x, z$  为刚体质心的绝对坐标;  $l$  为下标所示线段的长度;  $\eta_{0_1,0}$  为图 2a 中线段  $O_1O$  和  $X$  轴所夹的锐角;  $\theta$  为体轴  $X_1$  或  $X_2$  与绝对轴  $X$  所夹的角度. 将上式对时间求两阶导数, 并代入运动方程:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= u \cos \theta + w \sin \theta \\ \dot{z} &= -u \sin \theta + w \cos \theta \\ \dot{\theta} &= q \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

可以获得形如以下的表达式:

$$\mathbf{a}_{2 \times 6}(\dot{u}_1, \dot{w}_1, \dot{q}_1, \dot{u}_2, \dot{w}_2, \dot{q}_2)^T = \mathbf{b}_{2 \times 1} \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{a}_{2 \times 6}$  为包含  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的  $2 \times 6$  阶矩阵;  $\mathbf{b}_{2 \times 1}$  为包含  $\theta_1, u_1, w_1, q_1, \theta_2, u_2, w_2, q_2$  的  $2 \times 1$  阶矩阵.

式(4)中等号左边代表合外力和合外力矩, 均由相应物体状态参数决定, 故结合式(4)、式(6)的第 3 式、式(7), 通过化简, 可以得到以下形式的表达式:

$$\mathbf{A}_{10 \times 10}(\dot{u}_1, \dot{w}_1, \dot{q}_1, \dot{\theta}_1, \dot{u}_2, \dot{w}_2, \dot{q}_2, \dot{\theta}_2, F_A, F_B)^T = \mathbf{B}_{10 \times 1} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{A}_{10 \times 10}, \mathbf{B}_{10 \times 1}$  为包含  $\theta_1, u_1, w_1, q_1, \theta_2, u_2, w_2, q_2$  的矩阵, 故该式含有 10 个未知数即  $\theta_1, u_1, w_1, q_1, \theta_2, u_2, w_2, q_2, F_A, F_B$ , 故方程封闭, 可以求解.

### 1.4 气动力求解

本文中的升力系数和诱导阻力系数采用自编涡格法程序进行求解. 与工程估算公式相比, 涡格法可以充分反映翼伞的小展弦比、大下反角的特点对气动性能的影响. 由于涡格法基于流体定常、无黏、无旋、不可压的假设, 因此只能对升力和诱导阻力做出估算. 但是该方法仍具有计算快捷、在小迎角下精度较高的特点. 因此替代工程估算公式来对翼伞的升力特性做出快速估算, 并具有很好的效果<sup>[9-10]</sup>.

本翼伞采用自编涡格法程序计算的气动力包括升力、诱导阻力、俯仰力矩. 其他成分的阻力采用 Lingard 的工程估算方法进行计算<sup>[11]</sup>, 包括伞体零升阻力  $C_{D0}$ 、伞绳阻力  $C_{D1}$  和载荷物阻力  $C_{DS}$ .

伞体零升阻力  $C_{D0} = 0.07$ . 其作用点近似认为是伞体的焦点, 其组成如表 1 所示.

表 1 伞体零升阻力的构成

Table 1 Composition of canopy zero-lift drag

阻力类型	阻力系数
基本翼型的阻力	0.015
表面粗糙造成的阻力	0.004
前缘切口阻力	0.5 $h/c$
伞绳与翼面固定端、翼梢稳定幅的阻力	0.001

伞绳阻力  $C_{D1} = nRd_1 \cos^3 \alpha_1 / S$ . 其中  $n$  为伞绳数目,  $R$  为伞绳的平均长度,  $d_1$  为伞绳直径,  $S$  为翼伞的面积,  $\alpha_1$  为伞绳的法面与来流的夹角. 在本文的计算中近似将所有伞绳的空气阻力视为相等, 且  $\alpha_1 = \alpha + (\pi + \theta_1 + \theta_2) / 2$ . 同时将其合力作用点近似认为是  $\triangle ABO$  中位线的中点.

载荷物阻力  $C_{DS} = ld / S$ . 其中  $l$  为载荷物的长度,  $d$  为载荷物的直径. 由于载荷物形状为简单圆柱体, 其作用点近似认为在圆柱的中心.

### 1.5 附加质量求解

翼伞在空气中做变速运动时, 周围流体的动量和动量矩也在发生改变, 因此作用于翼伞上的除了通常考虑的定常气动力以外, 还有非定常气动力部分. 非定常气动力在位势流理论中可以处理为附加质量考虑, 即在合外力中增加由于附加质量引起的力<sup>[12-14]</sup>.

翼载荷较小的飞行器, 其附加质量不能忽略. 而若物体的外形为伞状, 其附加质量往往会数倍于其实际质量. 故在研究翼伞动力学特性时伞体

的附加质量力不能忽略.

本文的附加质量求解采用 Lissaman 的估算方法<sup>[15]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} m_A &= 0.666 \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right] t^2 b \\ m_B &= 0.267 \left\{ t^2 + 2a^2 \left[ 1 - \left( \frac{t}{b} \right)^2 \right]^2 \right\} c \\ m_C &= 0.785 \left\{ 1 + 2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{t}{b} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \frac{A}{1+A} b c^2 \\ I_A &= 0.055 \frac{A}{1+A} b s^2 \\ I_B &= 0.0308 \frac{A}{1+A} \left[ 1 + \frac{\pi}{6} (1+A) A \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{t}{c} \right)^2 \right] c^3 s \\ I_C &= 0.0555 \left[ 1 + 8 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right] b^3 t^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中  $A = b/c$ , 其他各个字母几何含义如图 3 所示.

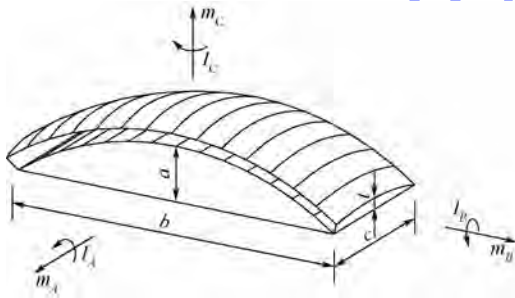


图 3 伞体尺寸  
Fig. 3 Size of canopy

在文中的纵向动力学模型中只需用到其中的 3 个值:  $m_A, m_C, I_B$ .

根据 Lissaman 的推导, 由于物体变速运动而使周围流体发生动能的变化, 在本文的纵向运动中其大小为<sup>[15]</sup>

$$T = \frac{1}{2} (m_A u_1^2 + m_C w_1^2 + I_B q_1^2) \quad (10)$$

物体对流的冲量和冲量矩为<sup>[15]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{I}_F &= \left( \frac{\partial T}{\partial u}, \frac{\partial T}{\partial v}, \frac{\partial T}{\partial w} \right)^T = (m_A u_1, 0, m_C w_1)^T \\ \mathbf{I}_M &= \left( \frac{\partial T}{\partial p}, \frac{\partial T}{\partial q}, \frac{\partial T}{\partial r} \right)^T = (0, I_B q_1, 0)^T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

流体对物体的附加质量力和力矩为<sup>[15]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{apparent}} &= - \frac{\partial \mathbf{I}_F}{\partial t} - \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{I}_F = \\ &= (-m_A \dot{u}_1 - q_1 w_1 m_C 0, 0, -m_C \dot{w}_1 + q_1 u_1 m_A)^T \\ \mathbf{M}_{\text{apparent}} &= - \frac{\partial \mathbf{I}_M}{\partial t} - \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{I}_M - \mathbf{V}_B \times \mathbf{I}_F = \\ &= (0, -I_B \dot{q}_1 - u_1 w_1 (m_A - m_C), 0)^T \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

## 2 推力操纵响应

### 2.1 推力操纵初期的翼伞失速问题

在翼伞的飞行过程中, 如果缓慢增加推力, 翼伞各项参数变化缓慢, 整个过程可以引入准静态假设, 采用静力学分析方法可以简化问题并获得较好的结果. 此方法往往被用来分析飞行器的静操纵性. 采用上述方法可以得到翼伞飞行的迎角随推力增大而增大的结论, 翼伞的失速迎角则导致推力上限的存在. 而在实际操纵过程中, 动力增加往往不符合准静态假设, 过快的操纵推力会导致各个状态参数剧烈变化, 并且出现大于最终稳态值的超调量. 迎角作为翼伞的一个状态参数, 不可避免地也会出现超调, 如果迎角变化的峰值超过了其失速迎角, 则伞体将发生失速倾覆.

对于飞行状态较为简单的动力翼伞飞行器, 需要增加动力的情况往往集中于翼伞起飞爬升阶段或在空中的爬升阶段, 因此研究定直平飞状态下的动力输入响应. 对于推力输入增量, 其参数变化情况如图 4 ~ 图 8 所示. 翼伞的动力输入采用线性增加模型:

$$T = \begin{cases} k_T t & 0 \leq t \leq (T_2 - T_1)/k_T \\ T_2 & t > (T_2 - T_1)/k_T \end{cases} \quad (13)$$

利用上述模型解出本文中翼伞飞行器的定直平飞状态为  $\alpha = 6.99^\circ, \theta_2 = 6.81^\circ, v = 6.3 \text{ m/s}, T = 4.15 \text{ N}$ . 在上述平飞状态的基础上进行动力操纵, 推力终值  $T_2 = 6 \text{ N}$ , 增加速率  $k_T = 3.7 \text{ N/s}$ , 伞体的迎角、爬升角、伞体和载荷物的速度和俯仰角、物-伞的相对转角随时间的变化情况如图 4 ~ 图 8 所示. 可以从图中看出动力输入初期伞体各个状态量迅速变化, 并在此后的震荡中逐渐收敛至稳态值. 翼伞从平飞状态转为定直爬升状态. 在动力输入初期伞体和载荷物会出现较大的相对摆动, 并逐渐衰减. 计算结果反应出了物伞相对运动过程.

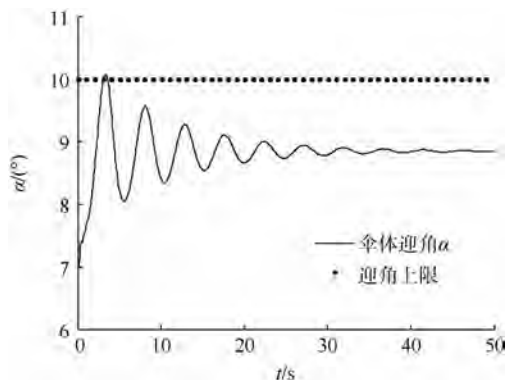


图 4 伞体的迎角随时间的变化

Fig. 4 Angle of attack of canopy vs time

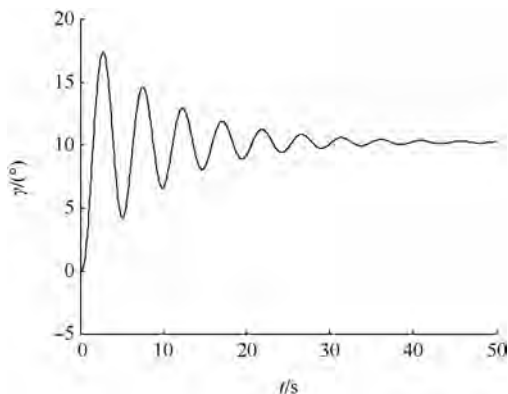


图 5 伞体的爬升角随时间的变化

Fig. 5 Climbing angle of canopy vs time

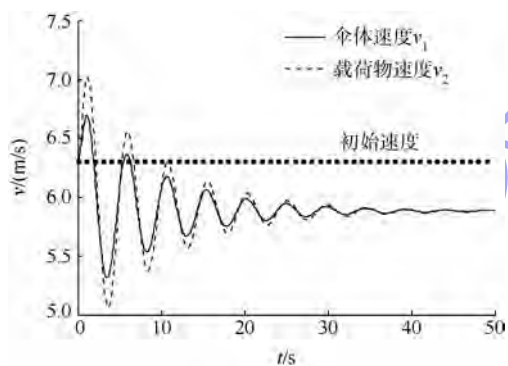


图 6 伞体和载荷物的速度随时间的变化

Fig. 6 Velocity of canopy and payload vs time

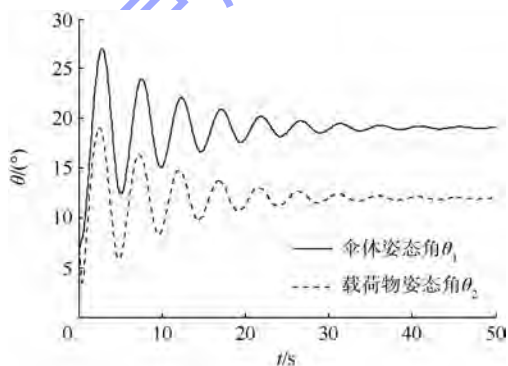


图 7 伞体和载荷物的姿态角随时间的变化

Fig. 7 Attitude angle of canopy and payload vs time

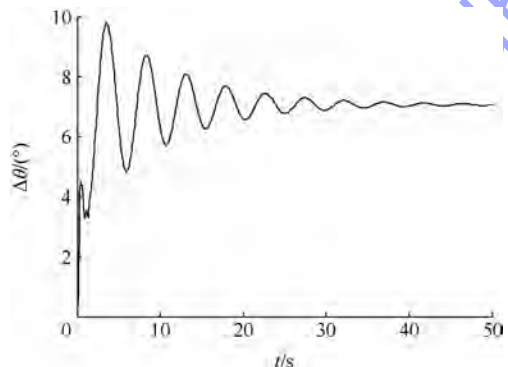


图 8 物-伞的相对转角随时间的变化

Fig. 8 Relative attitude angle between canopy and payload vs time

本文中的翼伞失速迎角约为  $10^{\circ}$ <sup>[16]</sup>. 在迎角的变化过程中, 尽管最后的稳态值低于上限, 但是初期的快速增长很可能使峰值超出上限而失速. 因此在进行动力操作时, 应对典型动态过程深入研究以避免操纵过程中发生的伞体失速倾覆现象.

### 2.2 推力操纵包线

在上述算例中当操纵速率逐渐减慢, 各个状态量的峰值也随之下落, 图 9 为相同推力终值  $T_2 = 6 \text{ N}$ , 不同操纵速率下迎角的变化情况.  $k_T$  分别取值为 3.7, 0.8, 0.5 N/s.

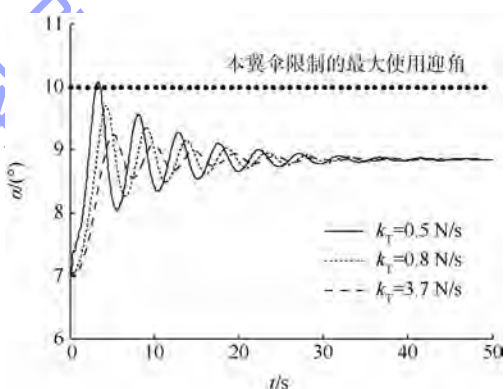


图 9 不同推力操纵速率情况下的迎角响应

Fig. 9 Angle of attack response after different throttle control rates

由图 9 可知, 随着推力增速的减小迎角的最大峰值也逐渐减小. 对于构型确定的翼伞飞行器, 若想从平飞状态转为一定爬升角飞行状态, 并且此过程中保持迎角始终不超过上限值, 则动力输入的速率必须满足一定条件. 即在确定的最终推力值下推力增长速率有上限. 图 10 为计算获得的本翼伞飞行器由平飞转爬升的推力操纵包线. 图中的推力操纵边界左侧和平飞需用推力线右侧所包含的区域为操纵可行域.

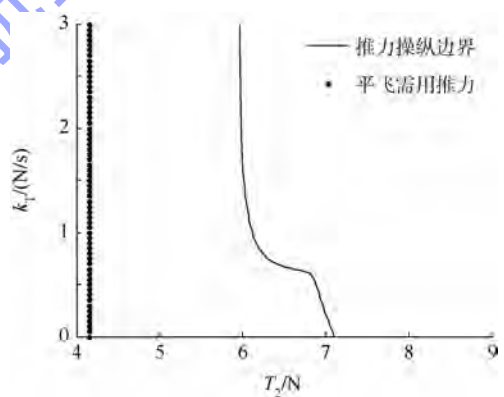


图 10 平飞状态下推力操纵包线

Fig. 10 Throttle control envelope of level flight

由图 10 可知, 在平飞状态下, 当推力终值小于 5.9 N 时, 可以以任意速率增加推力; 推力终值不应超过 7.1 N, 否则迎角的稳态值超过翼伞的迎

角上限.

### 3 推力操纵下的雀降着陆

#### 3.1 着陆接地分析

由于本翼伞飞行器的载荷物长细比较大,接地碰撞后会产生额外的运动向前倾倒.而动力系统位于载荷物的前端,因此有必要对接地后的运动进行分析,研究载荷物接地前后的能量变化情况,以选择合适的方法减缓对载荷物前端的冲击.在本翼伞试飞过程中载荷物下端包裹着较软的泡沫获得缓冲.因此本文中假设载荷物在接地碰撞后不再上跳,只是绕底端旋转,同时伞绳立刻处于松弛状态而忽略其对载荷物的拉力.

图 11 为接地前的示意图.其中  $P$  点为接地点;  $v$  的第 1 位下标为 2 代表是载荷物的状态,第 2 位下标为  $x$  和  $z$  分别代表水平和垂直方向,第 3 位下标为 1 和 2 分别代表接地碰撞前和碰撞后;  $I_{px}$  和  $I_{pz}$  表示接地时地面对载荷物的冲量;  $\omega_{21}$  表示载荷物接地前后的角速度;  $\theta_{21}$  表示载荷物接地时的俯仰姿态角.对载荷物运用冲量定理和冲量矩定理:

$$\left. \begin{aligned} (v_{2x2} - v_{2x1})m_2 &= I_{px} \\ (v_{2z2} - v_{2z1})m_2 &= I_{pz} \\ I_2(\omega_{22} - \omega_{21}) &= (I_{px}\cos\theta_{21} - I_{pz}\sin\theta_{21})l_{pO_2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

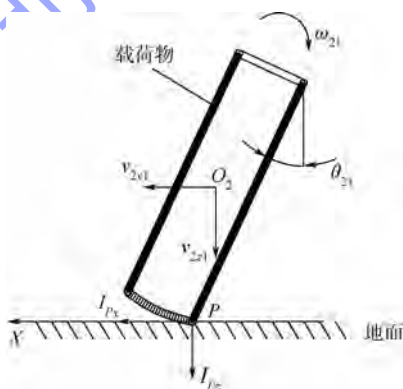


图 11 载荷物着陆分析

Fig. 11 Landing analysis of payload

由于载荷物底部包裹软质泡沫材料,碰撞后瞬间的运动方式为绕接地点旋转,因此质心速度和角速度具有如下关系:

$$\left. \begin{aligned} v_{2x2} &= -\omega_{22}l_{pO_2}\cos\theta_2 \\ v_{2z2} &= \omega_{22}l_{pO_2}\sin\theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

接地碰撞后载荷物旋转角速度为

$$\omega_{22} = \frac{I_2\omega_{21} - v_{2x1}m_2l_{pO_2}\cos\theta_{21} + v_{2z1}m_2l_{pO_2}\sin\theta_{21}}{I_2 + m_2l_{pO_2}^2} \quad (16)$$

以地面为重力势能参考面,接地碰撞后载荷物的机械能为

$$E = \frac{1}{2}(I_{2y} + m_2l_{pO_2}^2)\omega_{22}^2 + m_2gl_{pO_2}\cos\theta_{21} \quad (17)$$

#### 3.2 快速推力操纵下的雀降

由于动力翼伞主要设计要求为获得最长的续航时间,即平飞时伞体处于升阻比最高的迎角状态.伞体和载荷物之间的相对几何位置就依据此条件设计.但这将导致翼伞在无动力滑翔状态时,始终处于不合适的迎角.若采用传统后缘下拉方式实现雀降<sup>[3,17]</sup>,将导致前伞绳松弛而使伞体倾覆.

以本翼伞为例,无动力状态的稳定飞行迎角约为  $3^\circ$ .在此状态下以  $120^\circ/s$  的速度输入  $10^\circ$  幅值的后缘操纵量,并以此速度恢复后缘的偏转量.图 12、图 13 为操纵后伞体迎角和伞绳拉力的变化情况.可以看出在大约 0.15 s 后前伞绳拉力为负,故此后伞体塌陷,仿真结果无意义.造成这种情况的原因主要是初始滑翔状态迎角过小,后缘操纵后伞体在低头力矩的作用下先开始转动,伞体迎角减小.在翼伞整体获得减速前,前伞绳已经到达松弛状态,故后缘操纵方式较难实现动力翼伞的雀降.

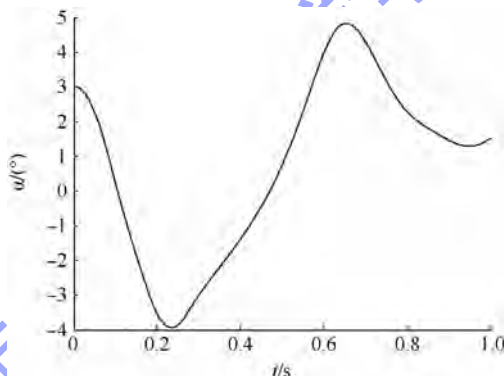


图 12 后缘下偏雀降方式中伞体迎角响应曲线  
Fig. 12 Angle of attack response of flap down flare

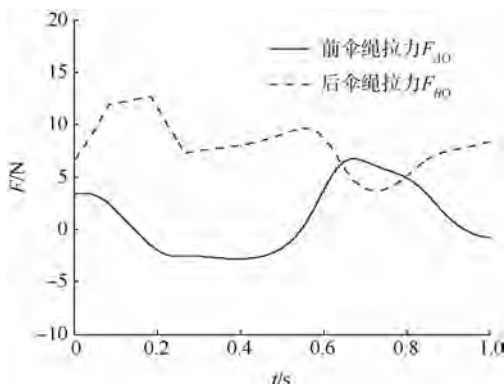


图 13 后缘下偏雀降方式中伞绳拉力响应曲线  
Fig. 13 Suspension line tension response of flap down flare

因此对于动力翼伞需要采取一种更为安全的雀降方式. 本文研究一种短时间增加动力以改变翼伞状态参数的操纵, 即接近地面时迅速增大动力, 并将此作为另一种雀降方法. 本文采用梯形波输入操纵, 动力线性增加和减少速率相等, 并在峰值保持一段时间, 具体表达式为

$$T = \begin{cases} k_T t & 0 \leq t < t_1 \\ T_2 & t_1 \leq t < t_2 + t_1 \\ T_2 - k_T(t - t_2 - t_1) & t_2 + t_1 \leq t < t_2 + 2t_1 \\ 0 & t \geq t_2 + 2t_1 \end{cases} \quad (18)$$

本文算例中取峰值推力  $T_2 = 7 \text{ N}$ , 推力增长率  $k_T = 20 \text{ N/s}$ , 推力增长时间  $t_1 = T_2/k_T$ , 推力峰值保持时间  $t_2 = 0.5 \text{ s}$ , 见图 14. 无动力滑翔阶段的状态参数为  $\alpha = 3.01^\circ$ ,  $\theta_2 = -5.02^\circ$ ,  $\gamma = -25.55^\circ$ ,  $v = 7.74 \text{ m/s}$ .

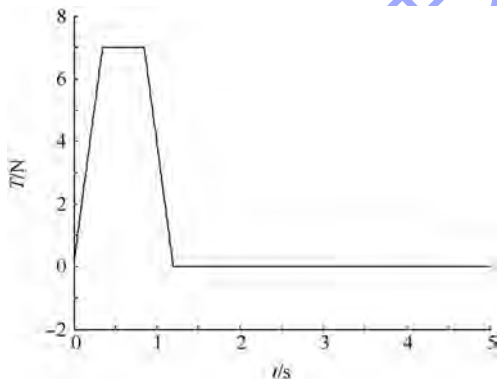


图 14 推力操纵曲线  
Fig. 14 Throttle control curve

对于上述操纵输入, 求得载荷物最低点的高度和接地前后的机械能变化情况如图 15 ~ 图 17 所示.

由图 17 可知, 载荷物在接地前后的能量随时间的变化趋势基本一致, 因此当接地前能量较小时, 接地后载荷物的能量也很小, 对载荷物正面的动力系统的冲击也较弱.

从上述轨迹线和能量变化曲线图中选择接地时机, 需要满足以下条件:

- 1) 高度应低于之前所有轨迹点的高度, 保证此前不碰到地面;
- 2) 能量值应尽可能低, 减少冲击载荷;
- 3) 该点前后能量值增长不是很剧烈, 以便有足够长的窗口时间来操控;
- 4) 该点应该在动力关闭之后, 以防接地冲击时损坏螺旋桨和电机.

图 15 和图 17 中两条带圈线的区间为可以作为接地时机, 按照图 14 的动力操纵方式, 本翼伞

最佳接地时间大概在动力操纵后的 2.3 ~ 3.3 s, 即在距地面 2.6 ~ 4.8 m 的高度输入图 14 中的动力操纵. 计算结果证明采用推力操纵的方法可以实现动力翼伞的雀降, 能达到较好的减速效果, 同时具有较宽的窗口时间.

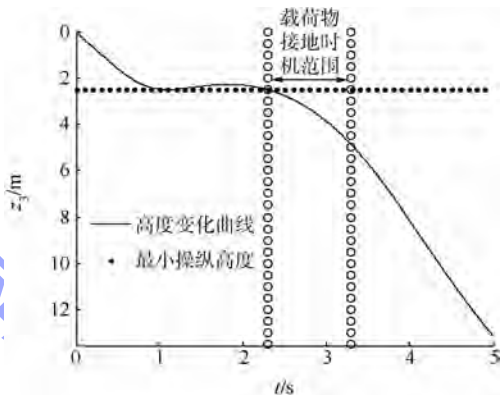


图 15 载荷物最低点高度随时间的变化  
Fig. 15 Position of the lowest point of payload vs time

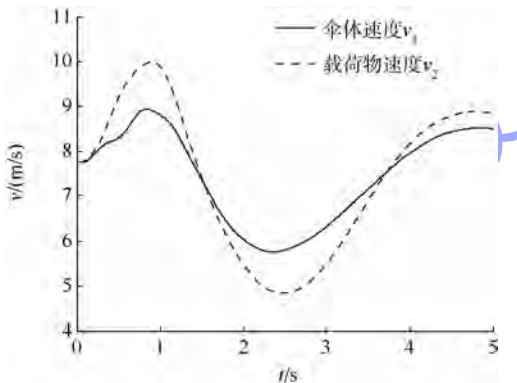


图 16 雀降操纵后物伞速度随时间的变化  
Fig. 16 Velocity of canopy and payload vs time after flare control

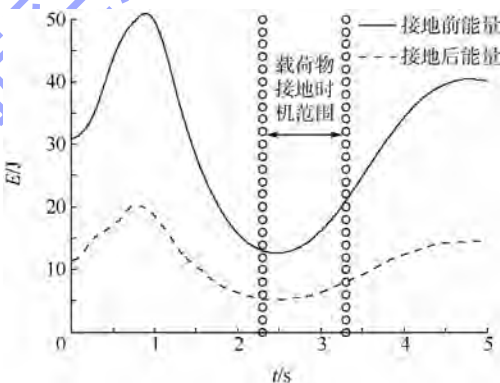


图 17 载荷物机械能随时间的变化  
Fig. 17 Mechanical energy of payload vs time

## 4 结 论

本文用所建立的纵向四自由度模型, 计算求解了平飞状态下动力阶跃输入后翼伞状态参数的动力学响应. 各参数出现波动并最终稳定于新的

爬升状态下的参数. 在波动过程中伞体的迎角较容易超过失速迎角, 这就解释了翼伞飞行器大动力操纵初期翼伞倾覆的现象.

通过对多种推力增量下的翼伞动力学响应计算, 得到平飞状态的推力操纵包线. 当推力增幅较小时, 操纵时推力增加速率并无限制; 当推力增幅较大时, 增加速率必须小于限制值才能使翼伞从水平状态安全过渡至爬升状态, 并且这个限制值随着推力增幅变大而减小; 当推力增幅最大时, 翼伞稳定飞行的迎角恰好为失速迎角.

由于动力翼伞和普通翼伞设计状态的不同, 动力翼伞在采用普通雀降方式(后缘下偏)时, 较易进入前伞绳松弛的状态, 影响飞行安全. 因此提出短暂的动力操纵实现雀降的方法. 计算表明, 在降落阶段短时间的推力操纵可以大幅度地改变翼伞的状态参数. 通过载荷物接地前后机械能变化情况以及最低点的轨迹求解, 可以获得一个较宽的雀降窗口时间, 在该阶段内载荷物的机械能处于较低水平, 可以有效减少对载荷物尤其是前部动力系统的冲击. 因此利用短时间动力操纵实现动力翼伞的雀降着陆是可行的.

### 参考文献 (References)

- [1] Yang H, Song L, Liu C, et al. Study on powered-parafail longitudinal flight performance with a fast estimation model[J]. *Journal of Aircraft*, 2013, 50(5): 1660 - 1668
- [2] 张俊韬, 侯中喜. 动力翼伞系统纵向动力学建模研究[J]. *系统仿真学报*, 2010, 22(11): 2541 - 2544  
Zhang Juntao, Hou Zhongxi. Research on longitudinal dynamic modeling of powered parafoilsystem[J]. *Journal of System Simulation*, 2010, 22(11): 2541 - 2544 (in Chinese)
- [3] 张兴会, 朱二琳. 翼伞系统雀降性能及控制研究[J]. *航天控制*, 2012, 30(1): 29 - 32  
Zhang Xinghui, Zhu Erlin. The study of the flare-landing performance and control of parafoilsystem[J]. *Aerospace Control*, 2012, 30(1): 29 - 32 (in Chinese)
- [4] Goodrick T F. Simulation studies of the flight dynamics of gliding parachute systems[R]. AIAA-79-0417, 1979
- [5] 熊菁. 翼伞系统动力学与归航方案研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005  
Xiong Jing. Research on the dynamics and homing project of parafoilsystem [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005 (in Chinese)
- [6] Strickert G, Witte L. Analysis of the relative motion in a parafoil-load-system[R]. AIAA-2001-2013, 2001
- [7] Yakimenko O A. On the development of a scalable 8-DOF model for a generic parafoil-payload delivery system[R]. AIAA-2005-1665, 2005
- [8] Prakash O, Ananthkrishnan N. Modeling and simulation of 9-DOF parafoil-payload system flight dynamics[R]. AIAA-2006-6130, 2006
- [9] 熊菁, 秦子增. 涡格法计算全展开翼伞的气动力[J]. *湖北航天科技*, 2005(5): 5 - 11  
Xiong Jing, Qin Zizeng. Calculation of full-span parafoil with vortex lattice method[J]. *Aerospace Science and Technology of Hubei Province*, 2005(5): 5 - 11 (in Chinese)
- [10] 钱翼稷. 空气动力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009: 150 - 169  
Qian Yiji. *Aerodynamics* [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2009: 150 - 169 (in Chinese)
- [11] Lingard J S. Ram-air parachute design [C]//Precision Aerial Delivery Seminar, 13th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference. Clearwater Beach: ADS Technical Committee, 1995
- [12] Barrows T M. Apparentmass of parafoils with spanwisecamber [J]. *Journal of Aircraft*, 2002, 39(3): 445 - 451
- [13] Cockrell D J. Apparentmass: its history and its engineering legacy for parachute aerodynamics[R]. AIAA-91-0827, 1991
- [14] 熊菁, 秦小波, 程文科. 降落伞系统附加质量的研究[J]. *中国空间科学技术*, 2002(4): 34 - 40  
Xiong Jing, Qin Xiaobo, Cheng Wenke. The added mass research in parachute system [J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2002(4): 34 - 40 (in Chinese)
- [15] Lissaman P B S, Brown G J. Apparentmass effects on parafoil-dynamics[R]. AIAA-93-1236, 1993
- [16] Nicolaidis J D. Parafoilwind tunnel tests[R]. AD731564, 1971
- [17] 赵秋艳. 翼伞雀降技术[J]. *航天返回与遥感*, 1999(2): 5 - 9  
Zhao Qiuyan. Flaremaneuver of ram-air parafoil [J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 1999(2): 5 - 9 (in Chinese)

# 基于危险要素的危险分析技术



赵远 焦健\* 赵廷弟

(北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 在系统初步设计阶段, 针对初步危险分析过程中缺乏具体、明确的实施方法, 提出了基于危险要素的危险分析技术. 确定对象中的危险元素, 对部件进行分类, 结合不同类型部件各种可能的状态, 考虑其对危险元素的影响, 分析可能的触发机制并得出相关的威胁/对象, 识别设计中的危险和薄弱环节. 以飞机燃油系统为例, 验证了该分析技术的实用性和有效性. 在系统的初步方案设计阶段, 该方法能够与设计方案相结合, 全面分析可能存在的危险, 为后续设计和危险分析提供工作侧重点, 并适用于后续研制阶段的安全性分析工作.

**关键词:** 初步设计; 安全性; 初步危险分析; 危险要素; 风险

**中图分类号:** X 949; X 913.4; N 945

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1623-06

## Hazard analysis technique based on hazard factors

Zhao Yuan Jiao Jian\* Zhao Tingdi

(School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Considering the lack of concrete hazard analysis tool for implementing hazard analysis during the preliminary design stage, a hazard analysis technique based on hazard factors was proposed. In this hazard analysis technique, hazard elements were identified, components of a system were classified, and the states of different component types were analyzed, based which potential hazards can be identified by analyzing the effect of various coupling relationships between these states to the hazard elements. A case study about the fuel system on airplane was presented which demonstrates the engineering practicability and effectiveness of the technique in preliminary hazard analysis. The hazard analysis technique can effectively identify potential hazards at the preliminary design stage, provide a basis for the subsequent design and system safety, and can also be used for safety analysis of follow-up development phase.

**Key words:** preliminary design; safety; preliminary hazard analysis; hazard factors; risk

为了提高系统的安全性水平, 必须在系统设计过程中开展安全性工作, 以消除危险或降低危险的风险. 安全性工作的关键是危险识别<sup>[1-4]</sup>. 与系统设计紧密相关的首个危险识别工作是初步危险分析<sup>[5-8]</sup>. 初步危险分析工作是在系统的初步设计阶段开展, 通常能发现设计初期潜在的危险和其他与安全相关的信息, 例如系统层次危险、顶层事故、安全关键功能等, 以尽可能早地从安全性角度来影响设计. 初步危险分析是后续危险分析和安全性工作的基础<sup>[4,9]</sup>. 在 GJB/Z 99—97 以及

美军的系统安全标准 MIL-STD-882E 等多个标准和文献中都明确要求或建议在系统设计过程中, 要开展初步危险分析工作<sup>[10-14]</sup>.

在开展初步危险分析工作中, 往往采用填写表格的形式<sup>[2-4]</sup>, 表格中要填写的内容已经确定. 却没有说明如何获取这些内容, 表格中的内容是开展初步危险分析工作结束后应给出的信息. 虽然在 GJB/Z 99—97 中介绍了多种常见的危险及其控制, 但仍不足以支撑结合具体系统来开展初步危险分析. 从而, 在对具体的系统开展初步危险

分析过程中,分析人员即使知道表格中应填写的内容,仍然很难开展该项工作。

结合对某型飞机初步危险分析的工作经验,本文以能量意外释放事故致因理论为基础,从安全性与可靠性的关系以及危险三角理论角度,分析危险的构成要素及其与风险的关系,提出了面向初步危险分析工作的危险识别技术,即基于危险要素的危险分析技术.该分析技术,以危险元素为切入点,对分析对象内部部件进行分类,通过分析部件的各种情况及其耦合关系,来辨识系统危险。

## 1 危险构成原理

### 1.1 危险元素

人类利用能量做功以实现生产目的,在生产过程中,能量受到多种约束限制,按人们的意志流动、转换和做功. Gibson 和 Haddon 等人提出了能量意外释放论,从能量的角度揭示了事故的发生规律<sup>[15-16]</sup>.该理论认为如果由于某种原因能量失去了控制,超越了人们设置的约束或限制而意外地逸出或释放,则发生事故,即事故是一种不正常的或不希望的能量释放并转移于人体<sup>[17]</sup>.

能量意外释放论阐明了事故发生的物理本质,防止事故就是阻止能量意外释放,避免人体接触能量.在系统设计阶段安全性分析人员应注意系统设计中能量转换、流动,以及不同形式能量的相互作用,寻找可能导致危险元素意外泄漏或释放的事件.在此基础上,本文提出的危险分析技术正是从明确对象中涉及的危险元素为起点,分析对象中导致危险元素意外泄漏或释放的事件。

### 1.2 危险特点

危险的存在以及事故的发生都涉及多个事件.在系统设计过程中,通常考虑系统内部某些产品故障或缺陷,以及产品之间交互的缺陷使得能量意外释放.危险的这一特点也就决定了安全性研究的对象层次较高,并且涉及多个产品,无法研究单个产品的安全性.例如,对于一个阀门,可以单独地研究其可靠性,分析它的故障原因和模式,但无法研究阀门的安全性.只有将阀门和与其相关的部件放在一起才能研究安全性.比如,飞机起落架中液压系统中的阀门,就可以研究它对飞机安全性的影响.这是安全性研究与可靠性研究特点的差异之一。

危险涉及的多个事件往往与具体产品的可靠性相关,可靠性与安全性又有交叉.比如,在研究飞行控制系统的安全性过程中,就需要考虑舵机、杆位移传感器和操纵台等产品的可靠

性,确保它们的可靠性,也就提高了飞行控制系统的安全性。

### 1.3 危险构成

危险的存在是由多个事件导致的,通常将这些事件分为3类:危险元素、触发机制和威胁/对象,它们是危险存在的基本要素<sup>[2-3]</sup>.危险元素是构成危险的基本危险源,如具有危害性的物质、高危能量等.触发机制是引起危险发生的触发或引发事件,如部件失效、设计缺陷、外部环境影响和人为差错等.危险的触发机制事件就包含了特定部件的失效.特定产品的可靠性放在一定的事件场景下将影响对象整体的安全性.威胁/对象是易受到伤害和/或破坏的人或物,如系统的使用人员、系统自身和环境。

危险元素是危险存在的直接原因.由于系统中使用有害物质(具有化学能)或系统运行过程中具有能造成伤害的能量,例如武器装备,因为某些特定原因,这些有害物质或能量就有可能意外释放,导致事故发生.系统中具有危险元素,但不一定会发生事故.触发机制导致危险向事故转变.事故发生过程中涉及了多个触发机制,如部件失效、部件之间或系统之间的接口缺陷、外部环境影响和人为差错等.若干个触发机制使得危险元素出现了意外的释放。

在系统尤其武器装备系统中,危险总是存在的,但是它们的风险必须控制在可接受的范围。

当系统中危险的风险是可接受的,那么就认为系统是安全的.风险通过对危险的可能性和严酷度的评估来确定,有多种用于确定风险的风险矩阵<sup>[5,18]</sup>.危险三要素直接与风险相关,如图1所示.危险元素的特性和量值,直接决定了其意外释放所带来的危害大小;威胁/对象直接决定了具体的损失情况.它们两个共同决定了危险的严酷度等级.触发机制直接决定了事故发生概率.通常屏蔽或控制危险元素的中间环节越多,那么事故发生的概率相对较低。

危险构成原理,为识别危险和控制风险确保

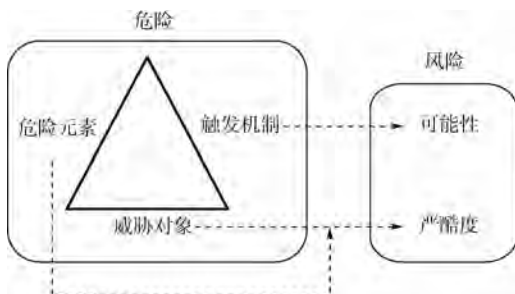


图1 危险三要素及其与风险的对应关系

系统安全提供了理论基础. 本文提出的基于危险要素的分析技术是通过识别危险三要素来确定系统可能的危险.

## 2 危险分析技术原理及流程

基于危险要素的危险分析技术原理如图 2 所示. 对于危险元素(有害物质和高危能量)的分析以两条线开展:危险元素的存储、传输和使用;危险元素的监测、控制决策和执行机构. 对于有害物质和高危能量相关的触发机制通常是这两条主线中的若干环节异常或设计缺陷. 由有害物质或高危能量以及具体的触发机制决定了对应的威胁/对象.

险元素,然后分析可能的触发机制和相关的威胁/对象,确定对象中的危险,分析流程如图 3 所示.

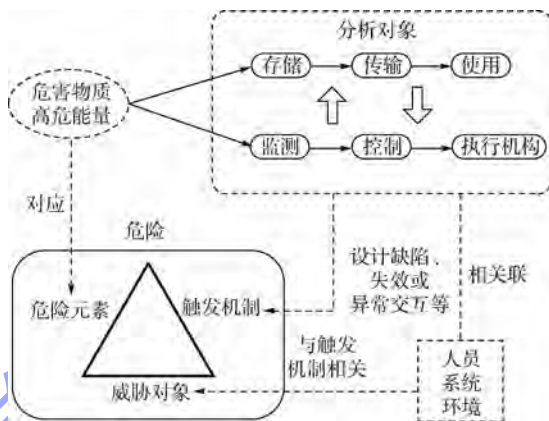


图 2 危险分析技术原理

Fig. 2 Theory of hazard analysis technique

在开展该分析过程中,首先明确对象中的危

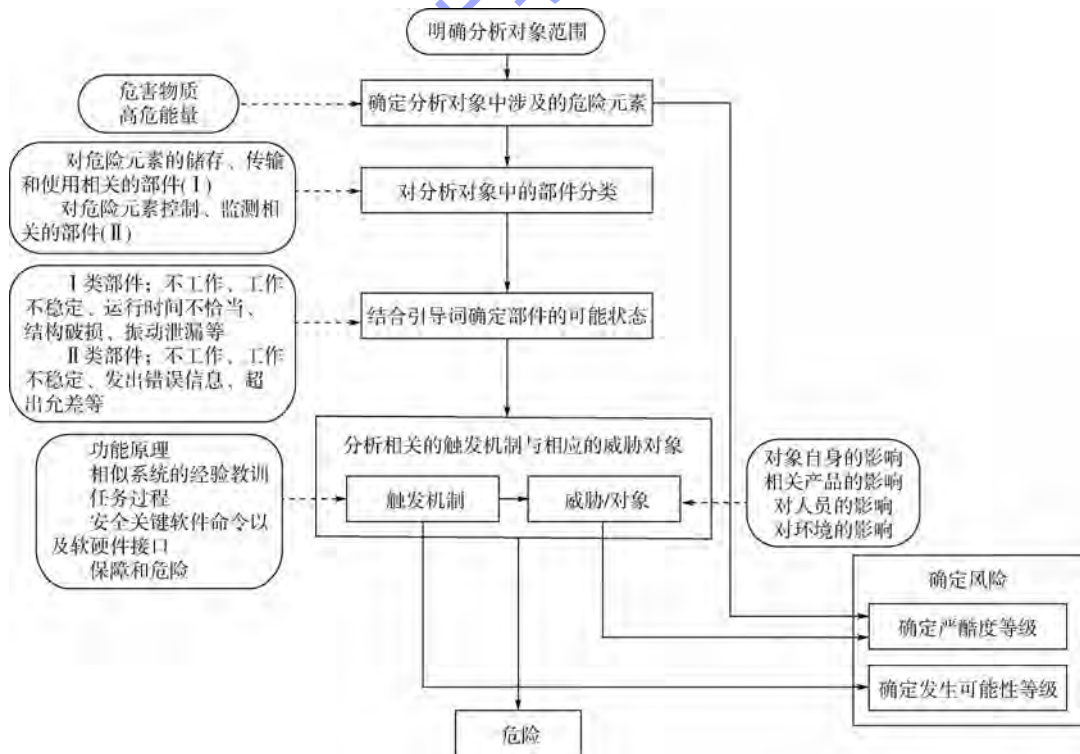


图 3 基于危险要素的危险分析技术流程

Fig. 3 Hazard analysis process based on hazard factors

### 1) 明确对象涉及的危险元素.

在明确分析对象后,确定对象涉及的危险元素,如能量源、有害物质、电气和系统使用过程中可能接触的外界环境等. 比如,对于飞机的燃油系统,与它相关的危险元素是燃油. 与其相关的危险都是源自燃油的泄漏、着火和无法供给. 确定危险元素是该危险分析的起点.

### 2) 对分析对象中的部件分类.

将对象中的部件分为两类:一类是对危险元素的存储、传输和使用相关的部件(部件类型 I);一类是对危险元素监测、控制决策和执行机

制相关的部件(部件类型 II).

### 3) 结合引导词确定部件的可能状态.

为了确定可能的触发机制,必须要明确不同类型部件的可能状态. 由于在系统的初步设计阶段,部件的详细信息难以确定,从而针对部件的使用类型采用引导词来确定部件的可能状态.

对于类型 I 中的部件,考虑部件不工作、间歇工作或工作不稳定、运行时间不恰当(过早、过晚)、不能停止工作、结构破损、振动、泄漏或渗漏、受液体和热影响等.

对于类型 II 中的部件,考虑部件无法运行、间

歇工作或工作不稳定、发出错误或冲突的信息和数据、超出允差、控制决策的软件差错、操作时间不当(过早,过晚)、不能停止运行或意外停止运行、接收到错误的信息、受液体和热影响、滞后运行、振动等。

4) 分析相关的触发机制事件和相应的威胁/对象。

在确定部件的可能状态以后,分析状态及其组合对危险元素的影响,确定可能导致危险元素泄漏或意外释放的事件。在分析可能相关的触发机制过程中,针对设计方案特点,结合以下几点确定可能的触发机制:

① 功能原理。以危险元素为起点,结合功能原理和部件的可能状态确定可能造成危险元素意外释放的事件。

② 现役相似系统的经验教训。结合在相似系统中已发生事故的经验教训,确定可能的触发机制,找到薄弱环节。

③ 任务过程。通过考虑任务过程中环境因素(热、盐雾、恶劣气候等)、人员操作可能差错、以及安全关键部件的故障等这些因素及其组合对危险元素的影响,确定触发机制。

④ 与危险元素相关的安全关键软件命令和响应以及软硬件接口问题。例如,错误命令、不适时的命令或响应等触发机制。

⑤ 保障和维修。例如,保障或维修过程中引入的部件异常状态以及人员差错导致不良后果以

及与危险元素相关的射线、噪声、电源在保障或维修过程中对人员的伤害等。

危险元素意外泄漏或释放必定对人和物带来伤害与损失,在确定了危险元素和触发机制事件后,结合具体的关联情况也就能确定出其相应的威胁/对象。通常威胁/对象从对分析对象自身、相关产品和系统、人员、环境方面考虑。

#### 5) 确定危险及其风险

在确定与危险元素相应的触发机制与威胁/对象后,明确危险并确定其风险。通过危险元素和威胁/对象来确定风险的严酷度,由触发机制事件来确定风险的可能性。在确定危险及其风险以后,将这些结论填入初步危险分析表中。危险分析结果对初步危险分析表填写的支持关系见图4。

通过该危险分析技术能够识别系统在初步方案阶段的危险,并为确定风险提供依据。而且,通过该分析确定出的危险三要素为风险控制提供了方向。在从降低严酷度来消减风险的过程中,设计人员可以考虑从危险元素和威胁/对象方面研究。例如,在系统设计中用无毒或低毒性物质来替换危害物质,增加一定的屏蔽措施来阻隔危险元素对人员的伤害。在从降低可能性来消减风险的过程中,设计人员可以考虑从触发机制方面开展。例如,增加对危险元素的控制装置、增加对危险元素的监控精度、对关键部件采取冗余设计方式、提高相关部件可靠性等。

初步危险分析								
序号	危险	原因	影响	阶段	风险		建议措施	备注
					严酷度	可能性		
	危险事件描述	与危险相关的触发机制事件	结合威胁/对象说明	分析对象所处的运行阶段或工作模式	通过危险元素和威胁/对象来确定	通过触发机制事件来确定	结合危险三要素给出风险控制建议,从危险元素和威胁/对象来降低危险的严酷度,从触发机制事件来降低危险发生的可能性	

图4 危险分析结果对初步危险分析表的关系

Fig. 4 Relationship between hazard analysis results and preliminary hazard analysis worksheet

### 3 应用实例

以某型飞机初步方案阶段的燃油系统为研究对象,开展危险分析。燃油系统包括供油分系统、输油分系统、加油与放油分系统、通气增压分系统与燃油测量显示控制分系统。由于篇幅原因,本文仅列出燃油测量显示控制分系统的初步危险分

析,以说明该技术的可行性和有效性。

燃油测量显示控制分系统向综合管理计算机内的机电处理器提供余油告警、供油瞬时流量、全机余油量和2个油泵工作状态信息。燃油测量显示控制分系统中涉及的危险元素是燃油。燃油可能由于受热(热量可能来自于发动机工作、热的气候)增强了燃油的挥发和汽化以及增加气体压

力,导致油箱爆炸.在飞机飞行阶段,如果燃油由于某种原因无法传输到发动机,将导致飞机坠毁.

在确定危险元素后,对其部件展开分析.该系统中的部件主要由告警器、油量信号器、压力信号器、燃油流量计、导管和电缆等附件组成.由于该分系统的功能特点,决定了这些部件都属于部件类型 II.

分析可知告警器部件可能无法告警,需要告警时无法告警或无法及时告警,正常情况下异常告警.油量信号器部件可能无法输出油量信息或输出油量信息为固定值,输出的油量信息和实际的油量信息偏差过大.燃油流量计部件可能无法输出流量信息或输出流量信息为固定值,输出的流量信息和实际的流量信息偏差过大.压力信号

器可能无法工作或偏差过大.导管连接处可能松动或裂缝等.电源部件可能无电力供应和电力间断供应.

通过将部件情况与燃油的使用特点结合,发现了多个危险.例如,油量信号器停止工作或运行过程中误差过大,都会导致人员对飞机的油量产生错误的判断,当飞机油量低于最低油量时,无法告警或未及时告警,可能导致飞机在飞行过程中燃油耗尽,飞机坠毁.压力信号器无法工作,都会导致输送给发动机的油量信息超过误差范围,影响飞机飞行品质.流量计工作异常,导致计算机获取的发动机使用油量信息偏差,影响飞机飞行品质.燃油测量显示控制分系统中的部分初步危险分析结果见表 1.

表 1 燃油测量显示控制分系统初步危险分析表(部分)

Table 1 Preliminary hazard analysis worksheet of fuel measurement display control subsystem (part)

序号	危险	可能的原因	影响	阶段	风险等级		建议措施
					严酷度	可能性	
PHA-1	热	发动机工作; 热的气候、夏天酷热  温度变化	增强了燃油的挥发和汽化以及增加气体压力,并且这些混合气体从通气管排出,可能被点燃,导致油箱爆炸  导致油箱连通管、供油管路或其他管路的尺寸变化以及疲劳等,进而导致接口裂缝、燃油泄漏	飞行阶段	I	极少的	燃油管道应尽可能不通过高温区 敷设的管道应与电缆有适当的距离,若从电缆上通过应采取相应的防火措施;管道的敷设必须考虑飞机机体变形和热膨胀的补偿
PHA-2	在飞机油量低于最低油量时,无法告警或未及时告警	告警器故障 油量信号器故障	导致飞机飞行过程中燃油耗尽,飞机坠毁	飞行阶段	I	极少的	提高油量信号器可靠性;提高告警器可靠性
PHA-3	无法获得输送给发动机油量信息(供油量和供油压力)或获取的信息超过误差范围	燃油增压泵压力信号器故障;流量传感器故障 燃油增压泵压力信号器、流量传感器无电力供应	影响飞机飞行品质	飞行阶段	III	有时的	提高燃油增压泵压力信号器、流量传感器可靠性;提高供电冗余

采用该分析技术,通过确定燃油测量显示控制分系统部件的可能状态以及面临的异常环境,分析这些状态对燃油(危害物质)在存储和使用过程中的影响,确定危险.依据风险评估矩阵,对识别的危险三要素进行评估,确定风险.

对于燃油系统这个安全关键系统,在初步方案设计阶段采用该危险分析技术后,发现了多个危险和薄弱环节,这些将是设计人员应该注意的因素.

## 4 结 论

针对在开展初步危险分析过程中缺少技术支

持的现状,本文提出了基于危险要素的危险分析技术.通过确定系统中的危险元素,分析可能的触发机制并得出相关的威胁/对象,识别危险.该分析技术有以下几个优点:

1) 该技术具有较强的工程实用性.安全性分析人员能够结合设计方案和可靠性分析的结论确定危险三要素并进一步确定危险和风险.

2) 对风险的评价提供依据,并为危险的控制或消除提供方向.在风险评价过程中可以从该技术识别的危险三要素来确定危险的风险等级.危险三要素也为危险的控制或消除提供了切入点.

3) 适用于后续的安全性工作.该危险分析通

过确定危险三要素来识别设计中的可能危险,确定危险控制的关键项.在后续的安全性工作中,结合更详细的设计信息,该技术能够识别系统中的危险以及故障树分析的顶事件.

### 参考文献 (References)

- [1] GJB/Z 99—97 中华人民共和国国家军用标准系统安全工程手册[S]  
GJB/Z 99—97 Engineering handbook for system safety[S] (in Chinese)
- [2] Ericson C A. Hazard analysis techniques for system safety[M]. Hoboken: Wiley, 2005
- [3] Ericson C A. 危险分析技术[M]. 赵廷弟, 焦健, 赵远, 等译. 北京: 国防工业出版社, 2012  
Ericson C A. Hazard analysis techniques for system safety[M]. Translated by Zhao Tingdi, Jiao Jian, Zhao Yuan, et al. Beijing: National Defense Industry Press, 2012 (in Chinese)
- [4] 赵廷弟, 焦健, 田瑾, 等. 安全性设计分析与验证[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011  
Zhao Tingdi, Jiao Jian, Tian Jin, et al. Safety design analysis and verification[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011 (in Chinese)
- [5] MIL-STD-882E Department of defense standard practice system safety[S]
- [6] 颜兆林. 系统安全性分析技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2001  
Yan Zhaolin. A study on the technique of system safety analysis [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2001 (in Chinese)
- [7] 熊峻江, 刘宝成. 系统安全性分析与设计方法研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2002, 28(2): 141 - 143  
Xiong Junjiang, Liu Baocheng. On the analysis and design method of system safety[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(2): 141 - 143 (in Chinese)
- [8] NM 87117-5670 Air force system safety handbook[S]
- [9] GEIA-STD-0010 Standard best practices for system safety program development and execution[S]
- [10] Stephans R A. System safety for the 21st century the undated and revised edition of system safety 2000 [M]. Hoboken: Wiley, 2007
- [11] Federal Aviation Administration. FAA system safety handbook [M]. Washington DC: Federal Aviation Administration, 2010
- [12] Allocco M. Safety analyses of complex systems considerations of software, firmware, hardware, human, and the environment [M]. Hoboken: Wiley, 2010
- [13] 郑龙, 罗鹏程, 高顺川, 等. 系统安全性分析技术综述[J]. 兵工自动化, 2006, 25(4): 22 - 23  
Zheng Long, Luo Pengcheng, Gao Shunchuan, et al. Review of systematic safety analysis technique research[J]. Ordnance Industry Automation, 2006, 25(4): 22 - 23 (in Chinese)
- [14] Vincoli J W. A basic guide to system safety [M]. 2nd ed. Hoboken: Wiley, 2006
- [15] 陈宝智. 危险源辨识、控制及评价[M]. 成都: 四川科学技术出版社, 1996  
Chen Baozhi. Hazard source identification, control and evaluation [M]. Chengdu: Sichuan Science and Technology Press, 1996 (in Chinese)
- [16] 陈宝智. 安全原理[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1995  
Chen Baozhi. Safety theory [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1995 (in Chinese)
- [17] 钟茂华, 魏玉东, 范维澄, 等. 事故致因理论综述[J]. 火灾科学, 1999, 8(3): 36 - 42  
Zhong Maohua, Wei Yudong, Fan Weicheng, et al. Overview on accident-causing theories[J]. Fire Safety Science, 1999, 8(3): 36 - 42 (in Chinese)
- [18] GJB 900—90 中华人民共和国国家军用标准系统安全性通用大纲[S]  
GJB 900—90 General program for system safety [S] (in Chinese)

# 压电网络板的振动控制原理与控制效果



易凯军 李琳

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 在给出压电网络板机电耦合动力学方程的基础上对其进行求解, 将压电网络板的响应表示为子模态压电系统响应的线性组合. 通过分析压电网络板在脉冲激励下子模态压电系统的响应行为, 揭示压电网络板可以通过两种途径控制自身振动. 基于对传递函数的分析进一步得到子模态压电系统的最优电学参数; 在此基础上研究了针对某一阶子模态压电系统设计最优电学参数时, 各阶子模态压电系统的响应行为以及压电网络板的多模态控制效果. 研究表明, 压电网络板具有多模态控制效果, 特别地, 当对板的某一阶次的振动控制具有较高要求时, 通过对最优电学参数进行设计, 电感电阻并联型压电网络板可满足要求.

**关键词:** 压电复合板; 压电网络; 传递函数; 最优电学参数; 多模态控制

**中图分类号:** TB 123

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1629-08

## Vibration-controlling mechanism and controlling effectiveness of plate with piezoelectric network

Yi Kaijun Li Lin

(School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The given electromechanical coupled kinetic equations of the plate with piezoelectric network were solved by decomposing the responses into linear combination of sub-modal piezoelectric systems' responses. Through the research of the response behaviors of sub-modal piezoelectric systems when the coupled system was stimulated by a pulse, it is found that there are two different ways for the coupled system to dominate their vibration. The optimal electrical parameters of sub-modal piezoelectric systems were found through the analysis of transfer functions. Based on that, one of the sub-modal piezoelectric systems was set optimally; In this condition, the response behaviors of all sub-modal piezoelectric systems and the multiple-mode controlling effectiveness of the system were studied. The results show that the plate with piezoelectric network has the capacity to suppress multimode vibration; Particularly, when one modal requires higher control effect, this system with parallel resistor and inductor can satisfy the aforementioned request.

**Key words:** piezoelectric composite plate; piezoelectric networks; transfer function; optimal electrical parameters; multiple-modal control; electromechanical coupling

基于压电材料的梁、板式结构的减振理论、方法与技术在近一二十年期间已有了长足发展. 在这些研究中, 压电材料多用于设计成离散传感器或驱动元件<sup>[1-3]</sup>, 而将其作为结构系统的一部分、综合考虑该结构系统机电耦合动力学特性的

研究还不多见. 2001年 Dell'Isola 等人将分布在板上的压电片通过电路连接成网络, 研究了其对板的减振效果<sup>[4-5]</sup>; 2003年开始 Wang 等人将这种思想用于叶盘结构<sup>[6-7]</sup>. 他们的研究表明, 压电网络可使结构系统中的能量重新分布, 从而改善

失谐叶盘结构振动局部化现象. 文献[8]在机械场无关的结构之间构建压电网络, 对自供能振动抑制进行了探索, 研究结果进一步证明, 即便没有机械关联, 一种结构的振动能量也可以通过压电网络转移至另一种结构, 并可以被利用对另一结构的振动进行抑制. 本文作者也对压电网络板的建模方法、频率特性以及机电耦合特性进行了深入的研究<sup>[9]</sup>. 本文在文献[9]的基础上进一步研究了压电网络板的振动控制原理和振动控制效果, 为压电网络板的工程应用提供理论参考.

### 1 机电耦合动力学方程及其求解

压电网络板由图1所示的压电复合板和图2所示的电路网络两部分组成<sup>[9]</sup>. 电路网络将压电复合板上均匀分布的压电作动器连接成整体, 其特点是连接各相邻压电作动器的电路完全相同.

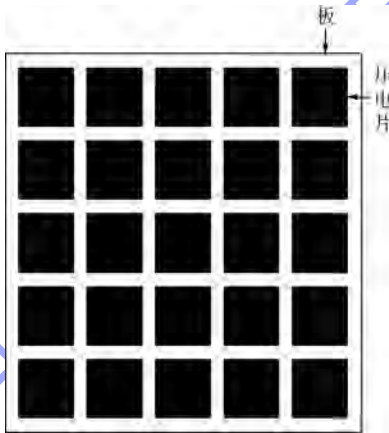


图1 压电复合板<sup>[9]</sup>

Fig.1 Piezoelectric composite plate<sup>[9]</sup>

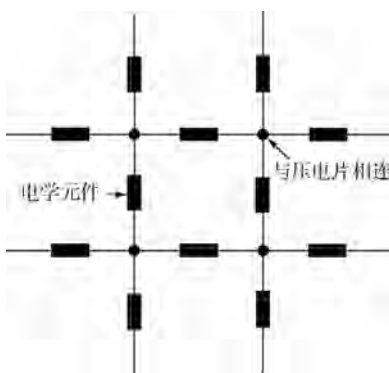


图2 电路网络拓扑形式<sup>[9]</sup>

Fig.2 Topology structure of circuit network<sup>[9]</sup>

压电网络板中, 压电片之间可以选择不同的电路或电学元件, 本文主要涉及图3所示3种情况. 图3a表示压电片之间的电路包含电感和电阻并且电感电阻并联, 对应的压电网络板称为电感电阻并联型压电网络板, 简称为 LR-PEM; 图3b

为电感型压电网络板的电路形式, 即压电片之间的电路仅含电感, 在本文中用 L-PEM 表示; 图3c为电阻型压电网络板的电路形式, 即压电片之间的电路仅含电阻, 本文用 R-PEM 表示.

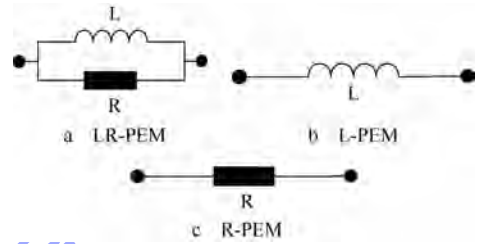


图3 压电片之间的电路形式

Fig.3 Circuit between two different PZT

参照文献[9]中建立压电网络板动力学方程的过程, 可建立如下压电网络板在任意机械场激励下的无量纲机电耦合动力学方程<sup>[10-11]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m \nabla^4 \bar{w} + \ddot{\bar{w}} + \beta \nabla^2 \dot{\bar{\varphi}} &= f(\bar{x}, \bar{y}, \tau) \\ \alpha_e \nabla^2 \bar{\varphi} - \ddot{\bar{\varphi}} + \gamma \nabla^2 \dot{\bar{\varphi}} + \beta \nabla^2 \dot{\bar{w}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中

$$\gamma = \frac{1}{R\omega_0 l_0^2 C_t}$$

$$f(\bar{x}, \bar{y}, \tau) = \frac{F(x, y, t)}{\rho_l l_0 \omega_0^2}$$

其中,  $F(x, y, t)$  表示任意机械场激励, 其他参数具体见文献[9].

压电网络板的受迫振动响应与边界条件直接相关, 本文以四边简支板为例, 对压电网络板的振动控制原理及控制效果进行研究.

压电网络板的响应函数  $\bar{w}$  和  $\bar{\varphi}$  可分别表示为方程(1)中  $\beta=0$  时的两个解耦微分方程(无阻尼)的特征解函数  $\phi_r^m$  和  $\phi_r^e$  之线性组合, 即

$$\left. \begin{aligned} \bar{w} &= \sum_r \phi_r^m \xi_r^m \\ \bar{\varphi} &= \sum_r \phi_r^e \xi_r^e \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将其代入方程(1), 并利用特征函数的正交性, 可得一系列互相独立的机电耦合方程组:

$$\left[ \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \ddot{\xi}_r^m \\ \ddot{\xi}_r^e \end{array} \right\} + \left[ \begin{array}{cc} 0 & \beta C_{rr} \\ -\beta C_{rr} & -\gamma \lambda_r^e \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \xi_r^m \\ \xi_r^e \end{array} \right\} + \left[ \begin{array}{cc} \alpha_m \lambda_r^m & 0 \\ 0 & -\alpha_e \lambda_r^e \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \xi_r^m \\ \xi_r^e \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} f_r^m(\tau) \\ 0 \end{array} \right\}$$

$$r = 1, 2, \dots \quad (3)$$

其中,  $\lambda_r^m$  和  $\lambda_r^e$  分别为特征解函数  $\phi_r^m$  和  $\phi_r^e$  对应的特征值;  $f_r^m(\tau) = 2 \int_s \phi_r^m f(\bar{x}, \bar{y}, \tau) ds$ ;  $C_{rr} = -\pi^2 (p^2 + q^2)$ ,  $p, q$  分别表示沿板面  $x$  和  $y$  方向的半波数.

给定  $r$  值,方程组(3)表示相同阶次的板和电路网络的模态组成的等效压电系统,简称为(第  $r$  阶)子模态压电系统.分别(独立)求解方程组(3),可得到系数  $\xi^m$  和  $\xi^e$  (子模态压电系统的响应),再将其代入到式(2)中,即可得到压电网络板的响应解.

式(2)和式(3)表明压电网络板的响应为子模态压电系统响应的线性叠加,因此压电网络板的响应分析主要是子模态压电系统响应的分析.

## 2 压电网络板控制振动的原理

没有外接电源的压电网络板的振动控制属于被动控制,被动控制方法主要是通过消耗(或转移)被控结构中的振动能量来达到减振的目的.下面将通过分析压电网络板在脉冲激励下,其子模态压电系统的响应-时间曲线以及能量-时间曲线来分析压电网络板中机械能-电能的转换以及能量耗散规律.本节及后文 3.2 节的响应以计算时域内子模态压电系统机械场最大响应为 1 作归一化处理.

电感型压电网络板 L-PEM 在脉冲激励下(第  $r$  阶)子模态压电系统的响应幅值随时间的变化如图 4 所示.图 4 表明此时振幅成周期变化.

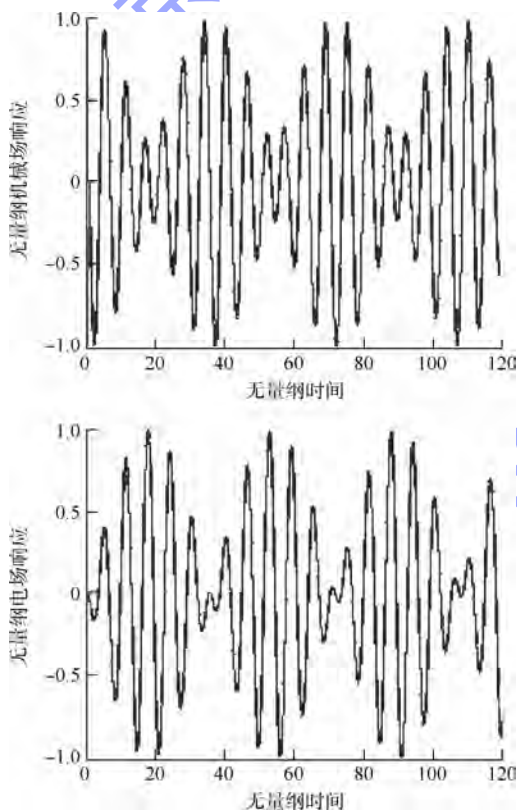


图 4 L-PEM 子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 4 Response-time curves of L-PEM's sub-modal piezoelectric system

图 5 表示 L-PEM 在脉冲激励下子模态压电系统中机械能与电能随时间的变化规律.这里机械能为动能和弹性势能之和;电能为电容能和电感能之和.从图中可以看出系统中的部分能量在机械能和电能之间来回转换,其转换周期明显大于系统的振动周期;由于系统无阻尼,子模态压电系统的总能量保持不变.

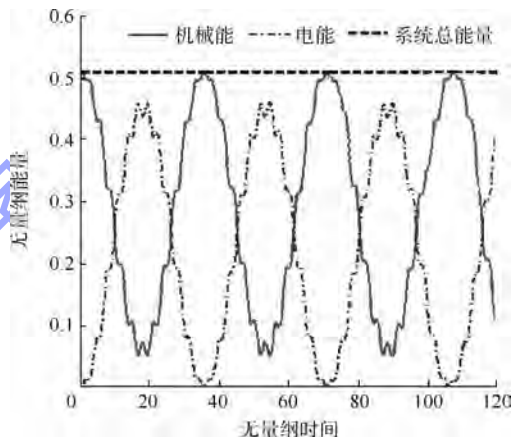


图 5 L-PEM 子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 5 Energy-time curves of L-PEM's sub-modal piezoelectric system

图 4 和图 5 表明:L-PEM 振动时部分振动能量将在压电复合板和电路网络中交替出现从而影响结构的振动幅值.

图 6 表示电阻型压电网络板 R-PEM 在脉冲激励下(第  $r$  阶)子模态压电系统的响应幅值随时间的变化规律.从图中可以看出振幅呈衰减趋势.

图 7 表示 R-PEM 在脉冲激励下子模态压电系统的机械能与电能随时间的变化规律.此时电能仅包括电容能.从图中可以看出电能占总能量中占的比重很小;电能在电路中被消耗从而导致系统总能量减少.

图 6 和图 7 表明:R-PEM 振动时能量在电路网络中被电阻消耗从而导致结构振动幅值呈衰减趋势.

电感电阻并联型压电网络板 LR-PEM 在脉冲激励下(第  $r$  阶)子模态压电系统的响应幅值随时间的变化规律如图 8 所示.从图中可以看出,响应幅值周期波动的同时呈衰减趋势.

图 9 表示 LR-PEM 在脉冲激励下子模态压电系统的机械能与电能随时间的变化规律.从图中可以看出部分能量在机械场和电路中来回转换的同时在电路中被消耗,系统总能量快速降低.

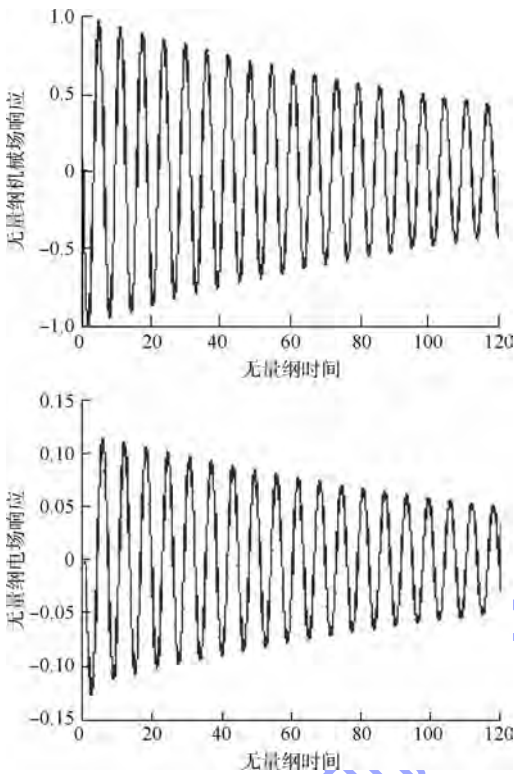


图6 R-PEM子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 6 Response-time curves of R-PEM's sub-modal piezoelectric system

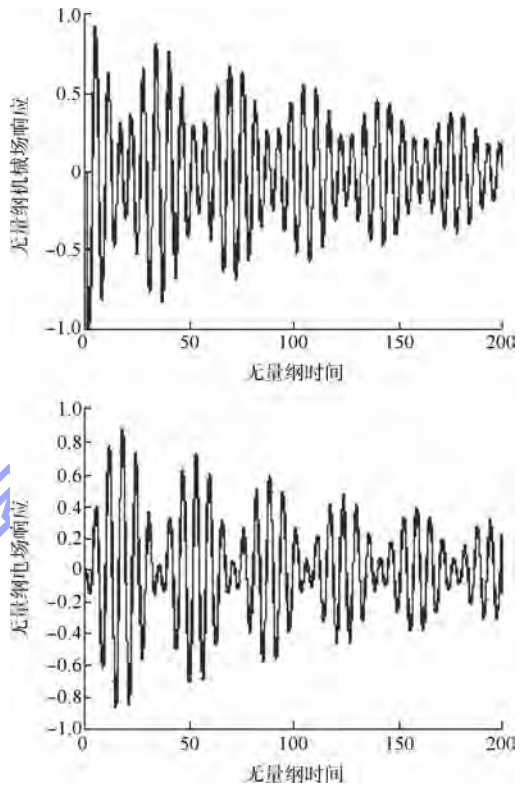


图8 LR-PEM子模态压电系统响应-时间曲线

Fig. 8 Response-time curves of LR-PEM's sub-modal piezoelectric system

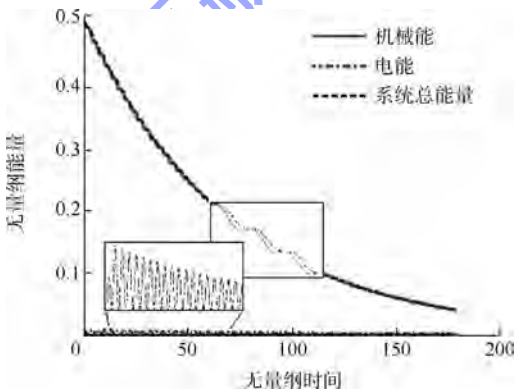


图7 R-PEM子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 7 Energy-time curves of R-PEM's sub-modal piezoelectric system

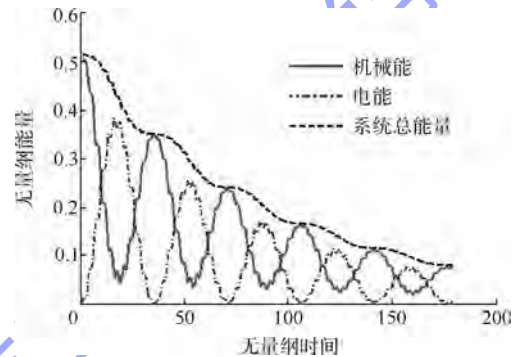


图9 LR-PEM子模态压电系统能量-时间曲线

Fig. 9 Energy-time curves of LR-PEM's sub-modal piezoelectric system

图8和图9表明:LR-PEM振动时部分振动能量在压电复合板和电路网络中交替出现,并在电路网络中被消耗,从而导致结构振动幅值在波动的同时呈衰减趋势。

对图4~图9的综合分析表明,压电网络板可以通过以下两种途径来控制振动:

- 1) 通过能量在压电复合板和压电网络中来回转换影响结构振动幅值;
- 2) 通过电阻消耗电能,降低系统振动能量从而降低结构振动幅值。

L-PEM通过第1种途径控制振动,由于没有耗能元件,振动不会随着时间衰减;R-PEM通过第2种途径控制振动,由于没有储能元件,单位时间内可消耗的电能少;LR-PEM同时利用途径1和途径2控制振动,电路中既有储能元件又有耗能元件,储能元件增加了耗能元件单位时间内可消耗的电能。

根据压电网络板控制振动的途径,影响压电网络板振动控制效果的因素主要有:机械能-电能转换能力;阻尼大小。机械能-电能转换能力由电感值决定,阻尼大小由电阻值决定。

### 3 压电网络板的振动控制效果

#### 3.1 最优电学参数

##### 3.1.1 LR-PEM

简谐激励下方程(3)的解可以直接假设为

$$\begin{cases} \xi_r^m \\ \xi_r^e \end{cases} = \begin{cases} B_r^m \\ B_r^e \end{cases} e^{i\lambda\tau} \quad (4)$$

代入式(3)得输入输出关系为

$$\begin{bmatrix} \lambda^2 - \alpha_m \lambda_r^m & -i\beta C_{rr} \lambda \\ i\beta C_{rr} \lambda & \lambda^2 + i\gamma \lambda_r^e \lambda + \alpha_e \lambda_r^e \end{bmatrix} \begin{cases} B_r^m \\ B_r^e \end{cases} = \begin{cases} F_r^m \\ 0 \end{cases}$$

$$r = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

由式(5)可以得到 LR-PEM 子模态压电系统的位移传递函数:

$$H_{LR}(\lambda, \gamma) = \frac{\lambda^2 + i\gamma \lambda_r^e \lambda + \alpha_e \lambda_r^e}{(\lambda^2 - \alpha_m \lambda_r^m)(\lambda^2 + i\gamma \lambda_r^e \lambda + \alpha_e \lambda_r^e) - \lambda^2 \beta^2 C_{rr}^2} \quad (6)$$

含电感的机电耦合系统频响曲线在共振频率附近存在两个特殊点  $S: (\lambda_s, |H_{LR}(\lambda_s, \gamma)|)$  和  $T: (\lambda_t, |H_{LR}(\lambda_t, \gamma)|)$ , 它们的位置及响应值与电阻无关<sup>[11]</sup>. 易知当这两个点的响应幅值相等且为响应峰值时, 系统在共振频率附近有最小的响应峰值, 此时对应的电感、电阻为最优电学参数. 确定 LR-PEM 最优电学参数的方法如下.

首先, 通过下面的等式确定与电阻无关的  $S$  点和  $T$  点对应的频率  $\lambda_s$  和  $\lambda_t$ :

$$|H_{LR}(\lambda, 0)| = |H_{LR}(\lambda, \infty)| \quad (7)$$

其中,  $|H_{LR}(\lambda, 0)|$  表示耦合系统中只有电感时的位移传递函数幅值;  $|H_{LR}(\lambda, \infty)|$  表示耦合系统中压电片短路时的位移传递函数幅值.

然后, 令  $S$  点和  $T$  点响应幅值相等可以确定最优电感值:

$$|H_{LR}(\lambda_s, 0)| = |H_{LR}(\lambda_t, 0)| \quad (8)$$

最后, 以  $S$  点和  $T$  点为响应峰值可以确定最优电阻值:

$$\left. \begin{cases} \frac{\partial H_{LR}(\lambda, \gamma)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_s} = 0 \\ \frac{\partial H_{LR}(\lambda, \gamma)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_t} = 0 \end{cases} \right\} \quad (9)$$

若  $S$  和  $T$  不同时为峰值, 取两个电阻的平均值作为最佳电阻.

通过式(7)~式(9)确定针对不同子模态压电系统的最佳电感和最佳电阻 ( $L^{\text{opt}}, R^{\text{opt}}$ ), 如图 10 所示. 从图中可以看出, 不同子模态压电系统的最佳电感值随着阶次的升高逐渐变小. 值得注意的是针对不同子模态压电系统的最佳电阻相同.

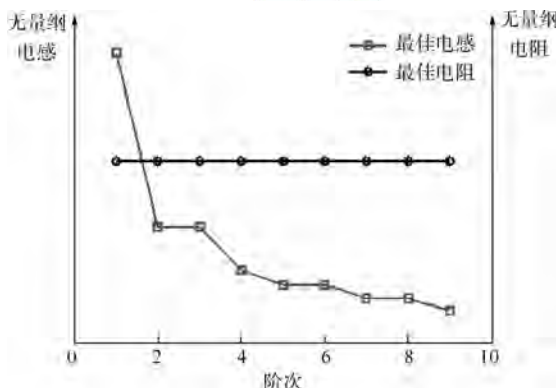


图 10 不同子模态压电系统的最佳电学参数

Fig. 10 Optimal electric parameters of different submodal piezoelectric systems

##### 3.1.2 R-PEM

将电感设置为无穷大, R-PEM 子模态压电系统的位移传递函数可由式(6)得到:

$$|H_R(\lambda, \gamma)| = \frac{\lambda^2 + i\gamma \lambda_r^e \lambda}{(\lambda^2 - \alpha_m \lambda_r^m)(\lambda^2 + i\gamma \lambda_r^e \lambda + \alpha_e \lambda_r^e) - \lambda^2 \beta^2 C_{rr}^2} \quad (10)$$

此时, 系统频响曲线中仅存在一个不随电阻变化的特殊点  $F: (\lambda_f, H_R(\lambda_f, \gamma))$ .  $F$  点为响应峰值点时系统在共振频率附近有最小的响应峰值<sup>[11]</sup>, 此时对应的电阻为最优电阻值. 确定 R-PEM 最优电阻的过程如下.

通过下式确定  $F$  点的位置  $\lambda_f$ :

$$|H_R(\lambda_f, 0)| = |H_R(\lambda_f, \infty)| \quad (11)$$

解得  $F$  点频率  $\lambda_f$  为

$$\lambda_f = \sqrt{\alpha_m \lambda_r^m + \frac{\beta^2 C_{rr}^2}{2}} \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

通过下式确定最佳电阻:

$$\frac{\partial H_r^m(\lambda, \gamma)^R}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_f} = 0 \quad (13)$$

由式(13)得到无量纲形式的最佳电阻为

$$\gamma^{\text{opt}} = \frac{\lambda_f}{|\lambda_r^e|} \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

将式(12)代入式(14)得到无量纲形式的最佳电阻:

$$\gamma^{\text{opt}} = \sqrt{\alpha_m + \frac{\beta^2}{2}} \quad (15)$$

式(15)表明 R-PEM 的最佳电阻同样与频率无关.

#### 3.2 子模态压电系统响应行为

3.1 节指出压电网络板振动控制具有最优电学参数并给出了确定最优电学参数的方法. 本小

节研究针对压电网络板的某一阶子模态压电系统给出最优电学参数时,各阶子模态压电系统的响应行为.不失一般性,本节研究针对第1阶子模态压电系统设计最优电学参数的情况.

图 11 和图 12 分别表示单位脉冲激励下 LR-PEM 的第 1 阶子模态压电系统的响应-时间曲线和能量-时间曲线.结果表明,在一个机械能-电能转换周期内,大量机械能被转换到电路中消耗掉(见图 12),子模态压电系统的振幅很快衰减到较小值(见图 11).

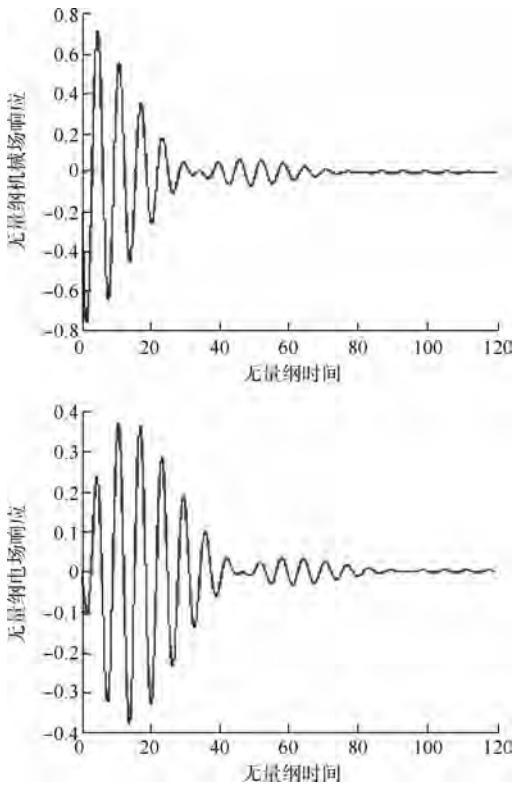


图 11 LR-PEM 第 1 阶子模态压电系统响应-时间曲线  
Fig. 11 Response-time curves of LR-PEM's 1<sup>st</sup> sub-modal piezoelectric system

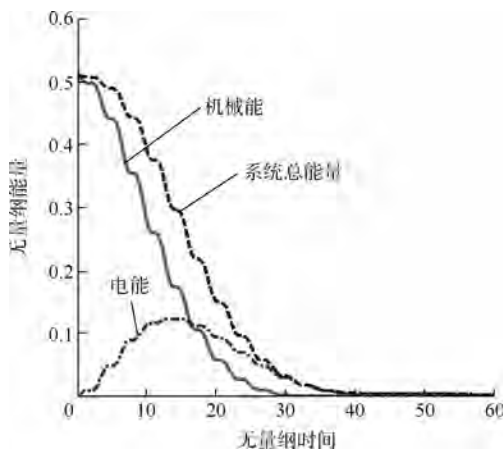


图 12 LR-PEM 第 1 阶子模态压电系统能量-时间曲线  
Fig. 12 Energy-time curves of LR-PEM's 1<sup>st</sup> sub-modal piezoelectric system

图 13 和图 14 分别表示相同工况下第 2 阶子模态压电系统的响应-时间曲线和能量-时间曲线.很明显,其机械能-电能转换效率不高,图 13 中响应振幅衰减形式明显区别于第 1 阶子模态压电系统,且衰减速率比之较低.

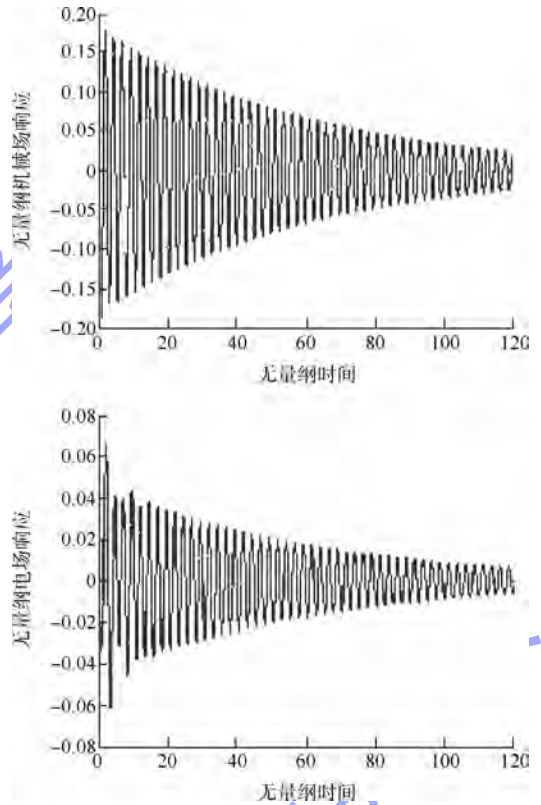


图 13 LR-PEM 第 2 阶子模态压电系统响应-时间曲线  
Fig. 13 Response-time curves of LR-PEM's 2<sup>nd</sup> sub-modal piezoelectric system

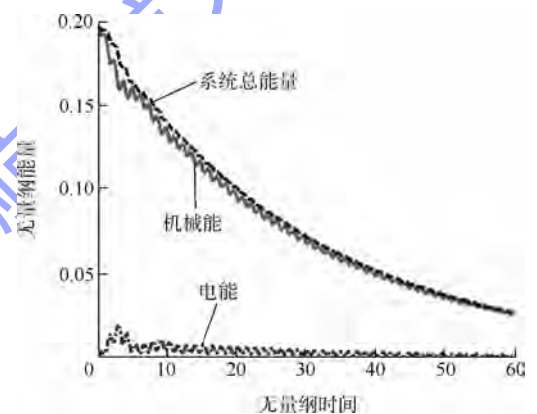


图 14 LR-PEM 第 2 阶子模态压电系统能量-时间曲线  
Fig. 14 Energy-time curves of LR-PEM's 2<sup>nd</sup> sub-modal piezoelectric system

上述分析表明,针对 LR-PEM 的某一阶子模态压电系统给出最优电学参数时,这一阶子模态压电系统的振动能量能够被很快地转换到电路中消耗掉,降低响应幅值;其他子模态压电系统中机械能-电能转换不明显,振动响应衰减较慢.

### 3.3 多模态控制效果

压电网络板的响应为子模态压电系统响应的线性组合,各阶子模态压电系统的共振峰值将出现在压电网络板响应曲线的不同频段,主导振动.本小节研究针对压电网络板的某一阶子模态压电系统给出最优电学参数时,压电网络板在一个较宽频带内的减振效果.响应以计算频带内压电网络板短路工况下的最大响应为 1 作归一化处理.

图 15 表示 LR-PEM 在简谐激励下的振动控制效果. LR-PEM 具有针对第 1 阶子模态压电系统的最优电学参数,从图中可以看出,压电网络板除了在最优设计的共振频率附近有很好的减振效果外,在其他阶共振频率附近也有不同程度的减振效果.

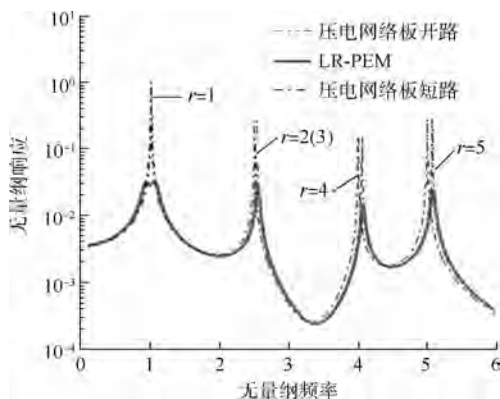


图 15 LR-PEM 振动控制效果

Fig. 15 Effectiveness of LR-PEM in vibration control

图 16 表示 R-PEM 在简谐激励下的振动控制效果.可以看出,R-PEM 在各阶共振频率附近都有一定的减振效果.

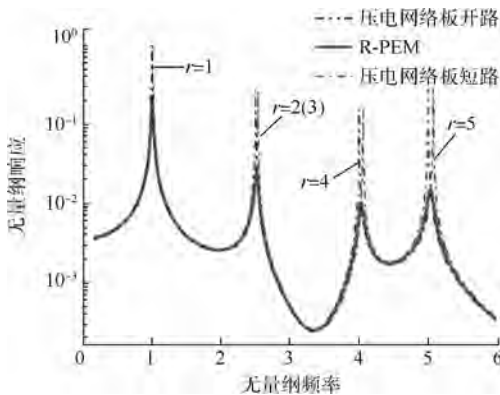


图 16 R-PEM 振动控制效果

Fig. 16 Effectiveness of R-PEM in vibration control

图 17 对比了部分共振频率附近 LR-PEM 与 R-PEM 的减振效果.从图中可以看出,在最优设计的共振频率附近 ( $r = 1$ ),LR-PEM 的减振效果明显优于 R-PEM;随着共振频率远离最优设计点,R-PEM 的减振效果更好.

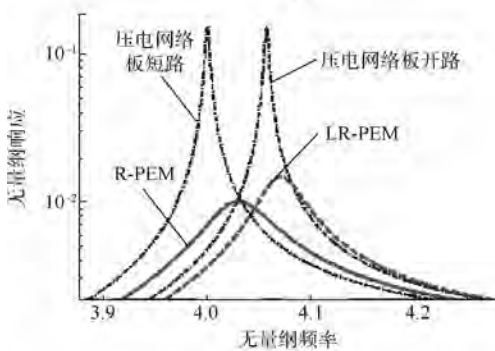
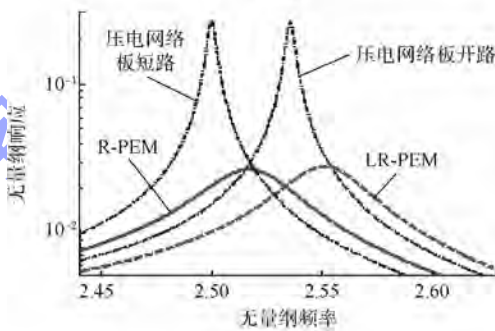
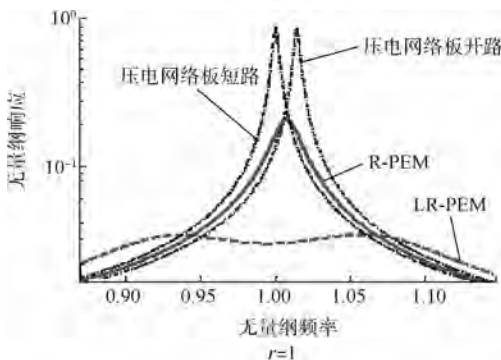


图 17 LR-PEM 与 R-PEM 振动控制效果对比

Fig. 17 Comparison of effectiveness in vibration control between LR-PEM and R-PEM

综上所述,压电网络板具有如下振动控制效果:

- 1) 针对某一阶共振频率设计最优电学参数,可使 LR-PEM 在该共振频率附近有很好的振动控制效果,同时对临近的共振峰依然有一定的阻尼减振效果.
- 2) R-PEM 能同时所有共振峰处获得最佳的阻尼减振效果.
- 3) LR-PEM 与 R-PEM 相比,LR-PEM 在设计点附近振动控制效果更好;随着共振峰位置远离设计点,R-PEM 具有更好的振动控制效果.

## 4 结论

本文将压电网络板的响应表示为子模态压电系统响应的线性组合,通过对子模态压电系统响

应行为的分析,揭示了压电网络板的振动控制原理,在此基础上分析了压电网络板的振动控制效果.本文主要获得以下结论:

1) 压电网络板通过两种途径控制振动.压电网络使得部分能量在板和网络中来回转化;压电网络中电阻消耗振动能量.

2) LR-PEM 最佳电感随频率变化,最佳电阻与频率无关;R-PEM 最佳电阻同样与频率无关.

3) LR-PEM 和 R-PEM 都具有多模态控制效果;LR-PEM 在设计点附近更有优势.

### 参考文献 (References)

- [1] Park C H, Inman D J. Enhanced piezoelectric shunt design[J]. *Shock and Vibration*, 2003, 10(2): 127 - 133
- [2] De Marneffe B, Preumont A. Vibration damping with negative capacitance shunts: theory and experiment[J]. *Smart Materials and Structures*, 2008, 17(3): 035015
- [3] 刘学. 基于压电材料的多模态振动控制方法研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2012  
Liu Xue. Research on multimode vibration control method based on piezoelectric material[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012 (in Chinese)
- [4] Dell'Isola F, Henneke E G, Porfiri M. Synthesis of electrical networks interconnecting PZT actuators to damp mechanical vibrations[J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2001, 14(1-4 SPEC): 417 - 424
- [5] Vidoli S, Dell'Isola F. Vibration control in plates by uniformly distributed PZT actuators interconnected via electric networks [J]. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 2001, 20(3): 435 - 456
- [6] Tang J, Wang K W. Vibration delocalization of nearly periodic structures using coupled piezoelectric networks [J]. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, 2003, 125(1): 95 - 108
- [7] Yu H, Wang K W, Zhang J. Piezoelectric networking with enhanced electromechanical coupling for vibration delocalization of mistuned periodic structures—theory and experiment [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295(1/2): 246 - 265
- [8] 范雨. 基于压电材料的自供能振动抑制系统研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2011  
Fan Yu. Research on self-powered vibration-suppress systems based on piezoelectric material [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011 (in Chinese)
- [9] 李琳, 易凯军. 压电网络板的机电耦合动力学特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(7): 873 - 880  
Li Lin, Yi Kaijun. Electromechanical coupled dynamic characteristics of the plate with piezoelectric network [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(7): 873 - 880 (in Chinese)
- [10] Dell'Isola F, Maurini C, Porfiri M. Passive damping of beam vibrations through distributed electric networks and piezoelectric transducers: prototype design and experimental validation [J]. *Smart Materials and Structures*, 2004, 13(2): 299 - 308
- [11] Challagulla K S, Georgiades A V, Kalamkarov A L. Asymptotic homogenization modeling of thin composite network structures [J]. *Composite Structures*, 2007, 79(3): 432 - 444

# 夹持边界条件下表面裂纹应力强度因子求解



曹淑森 贺小帆\* 杨博霄 刘文琰

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 为了进行实验室条件下表面裂纹扩展行为研究, 需要进行试验机夹持边界条件下的表面裂纹应力强度因子求解. 通过对夹持特点的分析, 将其等效为均匀拉伸和弯矩的共同作用, 并使得试件端部转角为  $0^\circ$ . 以自由均匀拉伸和纯弯载荷作用下表面裂纹应力强度因子解的 Newman-Raju 公式为基础, 计算得到了等效模型弹性位能表达式, 应用卡氏第一定理求得了弯矩与拉伸载荷的关系, 采用叠加原理得到了夹持边界条件下表面裂纹应力强度因子解. 为了验证解的适用性, 采用 Abaqus 软件计算得到夹持边界条件下若干典型表面裂纹的应力强度因子数值解, 对比表明了提出的应力强度因子解法是足够精确的. 随后探讨了裂纹形状、试件长厚比等对夹持边界条件下应力强度因子修正因子的影响规律.

**关键词:** 表面裂纹; 应力强度因子; 夹持边界条件; 叠加原理; 有限元法

**中图分类号:** V 215.5

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2014)11-1637-06

## Solution of stress intensity factor of surface cracked geometry with clamped ends

Cao Shusen He Xiaofan\* Yang Boxiao Liu Wenting

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Determination of the stress intensity factor (SIF) of surface cracked geometry with clamped ends is necessary for crack growth analysis in laboratory. Based on the feature of the clamped ends, the clamped condition was simplified as a combined uniform tension stress and bending moment act with the rotation angles of the specimen ends retained to be zero. The elastic potential energy of the equivalent model was derived based on Newman-Raju expression of SIF for surface crack under free uniform tension and bending moment, and then the function relationship between the uniform tension stress and the bending moment was deduced using Castigliano's first theorem. By superposition, the SIF expression of the equivalent model was given. To verify the validity of the expression, SIF solutions of some representative surface cracked geometry with clamped ends were obtained by Abaqus. Comparisons indicate that the expression is accurate enough. In addition, the relationship of crack shape and length-to-thickness ratio to the modifying factor for clamped ends was analyzed.

**Key words:** surface crack; stress intensity factor; clamped ends; superposition principle; finite element method

航空结构的损伤容限性能主要由含裂纹结构的剩余强度和裂纹扩展性能决定<sup>[1]</sup>. 表面裂纹是飞机结构在使用中可能出现的一种典型裂纹形态, 研究表面裂纹的扩展规律、进行裂纹扩展寿命

预测对保证飞机结构的使用安全具有十分重要的意义, 其中表面裂纹应力强度因子(SIF, Stress Intensity Factor)求解是一个关键的问题<sup>[2]</sup>. 针对有限板的半椭圆形表面裂纹, Newman 和 Raju 利用

有限元法给出了拉伸载荷和弯矩作用下应力强度因子的经验公式<sup>[3]</sup>, Fett 估算了任意分布载荷下的表面裂纹应力强度因子<sup>[4]</sup>, Wang 和 Lambert 等利用权函数法求解了高形状比和低形状比情况下的表面裂纹应力强度因子<sup>[5-6]</sup>, 但这些结果主要针对载荷作用条件, 如均匀拉伸、纯弯或线性加载及其线性叠加, 没有考虑位移约束. 当考虑试件两端固支时, 针对表面裂纹应力强度因子, Wang 和 Lambert 等进行了求解<sup>[7-8]</sup>.

试验是研究表面裂纹扩展的重要手段, 通常需要在试验室进行模拟试件的表面裂纹扩展试验, 这种条件下有限尺寸的试件往往直接夹持在试验机上, 其边界条件为复杂的载荷和位移边界条件, 已有的载荷或位移边界条件下的应力强度因子解不适用, 必须模拟实际夹持边界条件寻求应力强度因子解. John 和 Rigling 分析了夹持边界条件对矩形板单边穿透裂纹的应力强度因子的影响<sup>[9]</sup>. John 等利用权函数法求解了夹持边界条件下单边穿透裂纹的应力强度因子<sup>[10]</sup>. 针对夹持边界条件下单边裂纹的应力强度因子, Blatt 等利用柔度法和有限元法进行了分析<sup>[11]</sup>, Jones 利用权函数法进行了求解<sup>[12]</sup>. 但是针对试验机夹持边界条件下表面裂纹的应力强度因子的求解还鲜有报道. 为此, 本文拟针对试验室表面裂纹扩展试验这一问题, 进行夹持边界条件下的应力强度因子求解, 并与有限元计算结果进行对比, 在此基础上, 讨论了试件几何和裂纹尺寸对应力强度因子的影响.

## 1 等效模型的建立

### 1.1 试验机夹持边界条件分析

典型的疲劳试验示意图见图 1. 特点如下: ①与试件相比, 夹具的几何尺寸很大, 可近似为刚性体; ②由于机架的约束, 作动筒只能沿轴向运动. 与自由均匀拉伸加载条件相比, 刚性夹具的轴向运动对试件端部造成位移和转角约束, 试件端部只能沿轴向方向运动且转角为 0°.

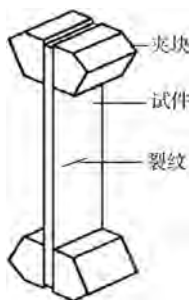


图 1 疲劳试验夹持条件

Fig. 1 Clamped ends condition in fatigue tests

### 1.2 等效模型

由于夹持边界条件非常复杂, 直接对夹持边界条件下表面裂纹应力强度因子进行求解难以实现, 虽然有限元方法 (FEM) 是一种有效的工具, 但是计算量太大, 并不实用. 为此, 本文对夹持边界条件进行等效简化, 示意图见图 2. 在夹持条件下, 试件除了受到沿轴向的载荷外, 由于端部的自由度受到约束, 等效为在端部施加了一个  $yz$  平面内的弯矩, 方向如图 2 中所示, 弯矩使试件端部的转角为 0°. 从而夹持边界条件可等效为均匀拉力和弯矩作用, 两者的共同作用使试件端部的转角为 0°.

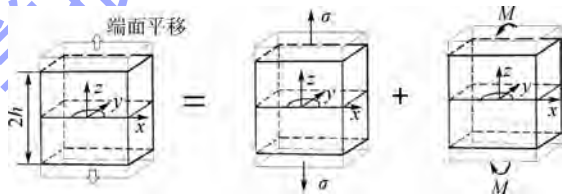


图 2 等效模型建立

Fig. 2 Establishment of the equivalent model

## 2 基于等效模型的应力强度因子求解

### 2.1 应力强度因子叠加

在线弹性条件下, 应力强度因子等于各载荷作用下应力强度因子之和. 显然, 一旦均匀拉伸和弯矩作用下的应力强度因子解已知, 即可由式 (1) 得到均匀拉伸和弯矩共同作用下的应力强度因子.

$$K_I = K_{\sigma} + K_M \tag{1}$$

式中,  $K_{\sigma}$  为均匀拉伸作用下应力强度因子;  $K_M$  为弯矩作用下应力强度因子.

### 2.2 均匀拉伸和弯矩作用下应力强度因子解

Newman-Raju 公式<sup>[2]</sup>给出了在均匀拉伸应力和弯矩共同作用下表面裂纹在全范围内应力强度因子解, 见下式:

$$K_I = \left( \sigma + H \frac{3M}{wt^2} \right) \frac{\sqrt{\pi b}}{E(k)} F_1 \tag{2}$$

其中,  $2w$  为试件宽度;  $t$  为试件厚度;  $b$  为裂纹深度;  $E(k)$  为第二类完全椭圆积分;  $F_1$  为形状系数;  $H$  为与裂纹形状相关的系数<sup>[2]</sup>. 试件几何及裂纹尺寸定义见图 3, 其中  $2a$  为裂纹长轴.

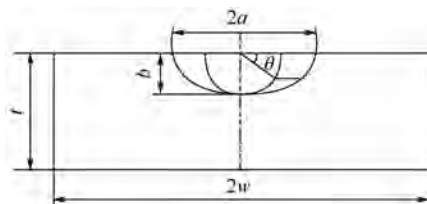


图 3 含裂纹截面示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the intersecting surface

including the crack

### 2.3 等效弯矩求解

在试验条件下,试件所受的拉力是已知的,但等效弯矩是未知的.当拉力越大时,端部产生的转角也越大,使端部转角恢复为 0 的弯矩也越大,反之亦然.所以等效弯矩由拉力大小决定,两者成函数关系.

根据 I 型裂纹应力强度因子与能量释放率之间的关系可知能量释放率为

$$G = K^2/E' \quad (3)$$

式中,  $G$  为能量释放率;平面应力状态时  $E' = E$ , 平面应变状态  $E' = E/(1 - \nu^2)$ , 其中  $E$  为弹性模量,  $\nu$  为泊松比.

弹性能  $\Pi$  和能量释放率  $G$  之间有如下关系:

$$G = - \frac{\partial \Pi}{\partial A} \quad (4)$$

式中  $A$  为裂纹区域的面积.

在线弹性范围内,恒定载荷下应变能和弹性能的关系为

$$- \Pi = U \quad (5)$$

代入式(4)有

$$G = \frac{\partial U}{\partial A} \quad (6)$$

对式(6)进行积分可得试件的应变能:

$$U = \iint_{\Omega} G dA + U_0 \quad (7)$$

其中,  $\Omega$  为裂纹面区域;积分常量  $U_0$  是试件不含裂纹时的应变能,由文献[13]可知:

$$U_0 = \frac{\sigma^2 w h}{E} + \frac{M^2 h}{EI} \quad (8)$$

式(7)积分与裂纹扩展路径无关<sup>[7]</sup>,受拉伸载荷和弯曲疲劳载荷下表面裂纹形状近似为椭圆形<sup>[14]</sup>,为了求解方便,假定在裂纹扩展中,裂纹前缘成比例扩展<sup>[15]</sup>,裂纹在扩展后仍然为椭圆形,如图 4 所示.

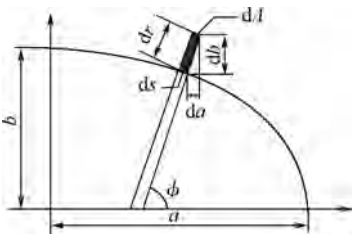


图 4 裂纹等比扩展

Fig. 4 Crack growth in proportion

从而有

$$\left. \begin{aligned} da &= adf \\ db &= bdf \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中  $df$  为比例常数.根据投影原理,从图 4 可见,法向位移  $dr$  和弧长  $ds$  为

$$dr = db \sin \phi + da \cos \phi \quad (10)$$

$$ds = \sqrt{a^2 \sin^2 \phi + b^2 \cos^2 \phi} d\phi \quad (11)$$

于是由裂纹扩展引起的裂纹面积增量为

$$dA = ds dr = (db \sin \phi + da \cos \phi) \times \sqrt{a^2 \sin^2 \phi + b^2 \cos^2 \phi} d\phi \quad (12)$$

即

$$dA = ab f d\phi d\theta \quad (13)$$

由卡式第一定理可得试件端部的转角为

$$\alpha = \frac{\partial U}{\partial M} = \iint_{\Omega} \frac{\partial G}{\partial M} dA + \frac{\partial U_0}{\partial M} \quad (14)$$

由边界条件可知,端部转角为 0,即

$$\alpha = 0 \quad (15)$$

由式(2)、式(3)、式(8)、式(13)、式(14)、式(15)可得

$$\int_0^{\pi} \int_0^1 \frac{\pi b f}{E^2(k) E'} \left( 6 \sigma H F_1^2 \frac{1}{w t^2} + 18 H^2 F_1^2 \frac{M}{w^2 t^4} \right) ab f d\phi d\theta + \frac{2 M h}{EI} = 0 \quad (16)$$

考虑到表面裂纹前缘随着角度的变化应力状态不同,所以沿着裂纹前缘  $E'$  值是变化的,在沿表面方向 ( $\theta = 0^\circ$ ) 是平面应力状态,  $E' = E$ ;沿深度方向 ( $\theta = 90^\circ$ ) 是平面应变状态,  $E' = E/(1 - \nu^2)$ .参考文献[12]取

$$E' = E \left[ 1 + \left( \frac{1}{1 - \nu^2} - 1 \right) \sin \theta \right]$$

求解方程(16),得到等效弯矩:

$$M = \frac{3 \pi a w b^2 t^2 \Delta}{9 \pi a b^2 \Delta + \frac{h}{l} E^2(k) w^2 t^4 \left[ 1 + \left( \frac{1}{1 - \nu^2} - 1 \right) \sin \theta \right]} \sigma \quad (17)$$

其中

$$\Delta = \int_0^{\pi} \int_0^1 F_1^2 H f^2 d\phi d\theta$$

### 2.4 基于等效模型的应力强度因子

将式(17)代入式(1)可得夹持条件下表面裂纹应力强度因子为

$$K_I = \sigma (1 + \chi) \frac{\sqrt{\pi b}}{E(k)} F_1 \quad (18)$$

其中

$$\chi = - \frac{1}{\sigma} H \frac{3 M}{w t^2} = \frac{3 \pi a w b^2 t^2 \Delta H}{3 \pi a b^2 \Delta + 2 h w^2 t^3 E^2(k) \left[ 1 + \left( \frac{1}{1 - \nu^2} - 1 \right) \sin \theta \right]} \quad (19)$$

显然,夹持边界条件下的表面裂纹应力强度因子是在 Newman-Raju 公式的基础上乘上参数  $1 + \chi$ . 夹持边界条件下表面裂纹应力强度因子可由自由均匀拉伸条件下的应力强度因子得到,即

$$K_I = (1 + \chi)K_{\sigma} \quad (20)$$

### 3 等效模型的有限元验证

#### 3.1 有限元验证的目的

在选取  $E'$  时采用了文献 [15] 给出的近似公式,等效模型是否能很好地符合夹持边界条件,能否反映真实的应力应变状态有待验证.

由于上述问题的存在,等效模型的合理性需要验证.有限元方法是一种精度很高的数值方法,因此本文采用 Abaqus 软件对等效模型进行验证. Abaqus 采用三维  $J$  积分法计算应力强度因子,计算精度较高<sup>[16]</sup>.

#### 3.2 有限元建模

建立自由拉伸条件下的有限元模型如图 5 所示,材料弹性模量为 210 GPa,泊松比为 0.3. 在试验条件下,夹块夹持试件,拉伸载荷施加在夹块上,通过夹块传递给试件.采用刚体来代替试验机的夹块以模拟夹持边界条件,如图 6 所示.刚体与夹块夹持部位相同;同时约束刚体的横向位移和转动,使之只能沿着载荷施加的方向移动.在刚体的约束下,试件端部只能沿载荷施加方向移动,这样试件与真实试验机夹持条件下的位移边界条件基本一致.



图 5 自由拉伸条件下试件模型

Fig. 5 Specimen model under free uniform tension



图 6 夹持条件的建模

Fig. 6 Model of the clamped ends conditions

网格划分如图 7 和图 8 所示.划分网格时,在裂纹前缘处分为 3 个部分,如 8 中区域 1,2,3 所示.区域 1 为裂纹前缘所在区域,以裂纹前缘为轴

线,横截面沿圆周设置 24 个种子,沿裂纹前缘设置 60 个种子,网格形状为楔形,类型为 C3D6,网格划分方法采用扫掠;区域 2 以裂纹前缘为轴线,横截面沿圆周设置 24 个种子,沿径向设置 4 个种子,单向等比扩展,最大与最小的比值为 2,沿裂纹前缘方向设置 60 个种子,网格形状为六面体,类型为 C3D8R,网格划分方法为扫掠;过渡区域(区域 3)采用自由网格划分,网格类型为四面体网格 C3D4;剩余部分采用六面体单元 C3D8R,自由网格划分.

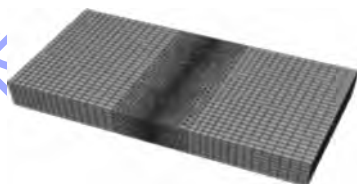


图 7 整体网格划分图

Fig. 7 Mesh method of the whole model

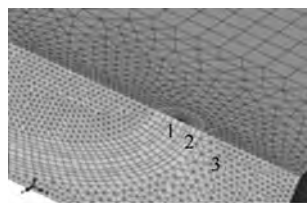


图 8 含裂纹处网格划分

Fig. 8 Mesh method of the part including crack

#### 3.3 夹持边界条件对表面方向和深度方向应力强度因子的影响

对于表面裂纹,裂纹前缘的应力强度因子随着角度不同而不同,在裂纹前缘为半椭圆形的假设下  $\theta = 0^\circ$  和  $\theta = 90^\circ$  的应力强度因子最受关注.式(18)计算夹持条件和均匀拉伸条件下的应力强度因子,结果见表 1.结果表明夹持条件对 SIF 的影响在  $\theta = 0^\circ$  时非常明显,而在  $\theta = 90^\circ$  时则很小.利用有限元法进行计算,结果如图 9 所示,可以得到同样的结论.因此为了减少计算量,在下一步的讨论中,只研究夹持条件对  $\theta = 0^\circ$  时应力强度因子的影响,来检验本文提出的应力强度因子解的合理性.

表 1 夹持条件与均匀拉伸条件下的应力强度因子  $K$

Table 1 Comparison of SIFs under free uniform tension and clamped ends condition

$a/mm$	$K/(MPa \sqrt{m})$					
	$\theta = 0^\circ$			$\theta = 90^\circ$		
	夹持	均匀拉伸	差别/%	夹持	均匀拉伸	差别/%
4	372	393	-5.4	295	297	-0.8
5	422	463	-8.9	388	391	-0.7
6	483	562	-14	518	520	-0.4
7	582	747	-22.1	744	746	-0.3

注:  $h = 20 \text{ mm}$ ;  $w = 7.5 \text{ mm}$ ;  $t = 5 \text{ mm}$ ;  $b = 4 \text{ mm}$ .

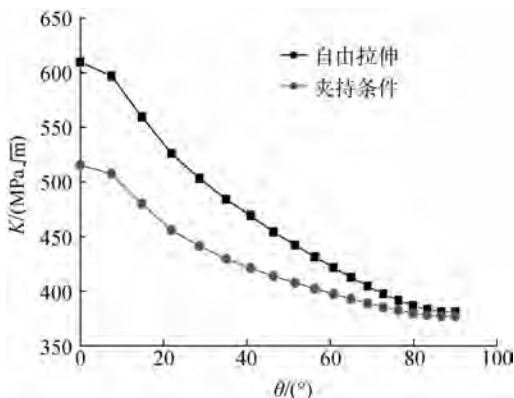


图 9 自由拉伸和夹持条件下  $K-\theta$  曲线

( $h = 20 \text{ mm}, w = 7.5 \text{ mm}, t = 5 \text{ mm}, a = 6 \text{ mm}, b = 4 \text{ mm}$ )

Fig. 9  $K-\theta$  curves under free uniform tension and clamped ends condition ( $h = 20 \text{ mm}, w = 7.5 \text{ mm}, t = 5 \text{ mm}, a = 6 \text{ mm}, b = 4 \text{ mm}$ )

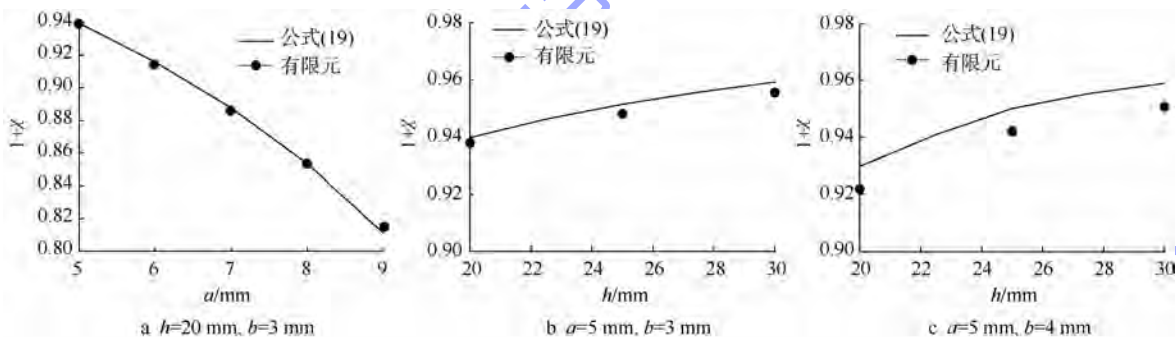


图 10 公式 (19) 与有限元计算所得修正因子结果比较 ( $w = 10 \text{ mm}, t = 5 \text{ mm}, \theta = 0^\circ$ )

Fig. 10 Comparison of the correction factor from equation solutions and finite element solutions ( $w = 10 \text{ mm}, t = 5 \text{ mm}, \theta = 0^\circ$ )

计算结果表明,随着表面裂纹宽度的改变,利用式(19)和有限元法计算的  $1 + \chi$  值差别很小;随着裂纹深度的改变和试件长度的改变,两种方法所求得的  $1 + \chi$  差别均小于 2%。

显然,式(19)的精度是满足要求的。

### 3.4 夹持边界条件下应力强度因子解的检验

由式(19)可知,试件及裂纹的尺寸都是影响修正因子  $1 + \chi$  的重要参数. 为了检验  $1 + \chi$  是否能正确反映应力强度因子的影响,需要检验不同试件及裂纹尺寸下的  $1 + \chi$  的准确性. 选取典型尺寸的含表面裂纹试件,利用式(19)求出对应的  $1 + \chi$  值,然后分别建立自由拉伸条件下和夹持边界条件下的有限元模型,求解应力强度因子,得到  $1 + \chi$ ;比较两种方法求得的  $1 + \chi$  值,即可检验基于等效模型的应力强度因子公式是否正确。

取试件的尺寸不变,裂纹深度  $b$  不变,分别用式(19)和 Abaqus 软件求解  $1 + \chi$ ,计算结果见图 10a;取裂纹尺寸不变,改变试件长度  $h$ ,求解  $1 + \chi$ ,计算结果见图 10b、图 10c。

## 4 影响因素分析

夹持边界条件对表面裂纹应力强度因子的影

响反映在参数  $1 + \chi$  上,影响  $1 + \chi$  的因素包括试件长度、宽度、厚度,裂纹尺寸等. 为了研究夹持边界条件对不同裂纹及试件尺寸时裂纹应力强度因子的影响,需要分别研究各个参数对  $1 + \chi$  的影响. 各种因素的变化对  $1 + \chi$  的影响见图 11。

结果表明: $a/w$  和  $b/t$  越大,即裂纹尺寸越大,修正因子越小; $h/t$  越大,即试件的尺寸越大,修正因子越大; $b/a$  越大,修正因子越大。

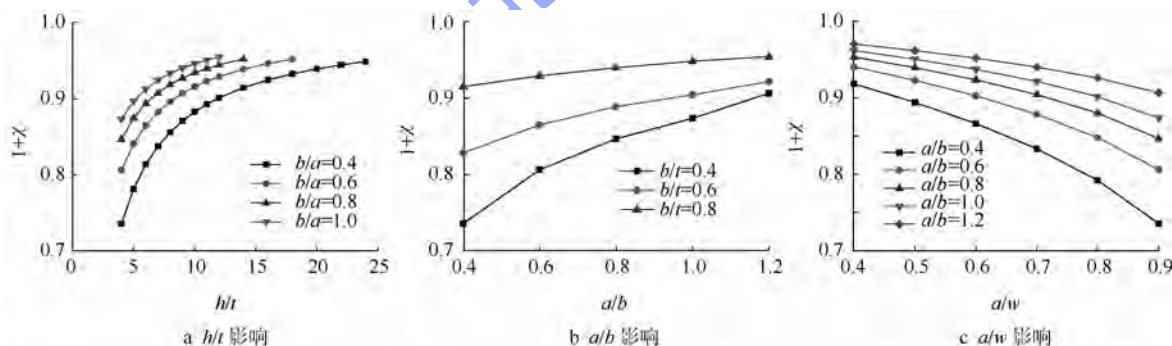


图 11 不同参数对修正因子的影响

Fig. 11 Curves of correction factor under different variables

## 5 结 论

1) 建立了夹持边界条件下表面裂纹应力强度因子求解的等效模型,即将夹持条件等效为均匀拉伸与弯矩的共同作用,并且试件端部转角为 $0^\circ$ ,给出了等效弯矩和均匀拉伸应力的关系,采用叠加原理给出了夹持边界条件下应力强度因子解,其形式为自由均匀拉伸载荷作用应力强度因子解乘以一个与试件和裂纹尺寸有关的修正因子;

2) 与 Abaqus 有限元数值解的计算对比表明,基于该等效模型的夹持边界条件下的应力强度因子解是合理的;

3) 分析了试件几何和裂纹尺寸对修正因子的影响,当裂纹尺寸较大或者试件长厚比( $h/t$ )较小时,夹持条件会对沿宽度方向的应力强度因子产生比较明显的影响。

### 参考文献 (References)

- [1] 郭万林,于培师. 构件三维断裂与疲劳力学及其在航空工程中的应用[J]. 固体力学学报,2010(5):553-571  
Guo Wanlin, Yu Peishi. Three dimensional fracture and fatigue mechanics of structures and its application in aeronautical engineering[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2010(5):553-571 (in Chinese)
- [2] 郭万林. 复杂环境下的三维疲劳断裂[J]. 航空学报,2002,23(3):215-220  
Guo Wanlin. Three dimensional fatigue fracture in complex environment[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002,23(3):215-220 (in Chinese)
- [3] Newman Jr J C, Raju I S. An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1981,15(1):185-192
- [4] Fett T. Estimation of stress intensity factors for semi-elliptical surface cracks [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2000,66(4):349-356
- [5] Wang X, Lambert S B. Stress intensity factors for low aspect ratio semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates subjected to nonuniform stresses [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1995,51(4):517-532
- [6] Wang X, Lambert S B. Stress intensity factors and weight functions for high aspect ratio semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1997,57(1):13-24
- [7] Wang X, Lambert S B. Semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates with built-in ends. I. Stress intensity factor solutions [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001,68(16):1723-1741
- [8] Wang X, Lambert S B. Semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates with built-in ends. II. Weight function solutions [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001,68(16):1743-1754
- [9] John R, Rigling B. Effect of height to width ratio on  $K$  and  $CMOD$  solutions for a single edge cracked geometry with clamped ends [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998,60(2):147-156
- [10] John R, Kaldon S G, Johnson D A, et al. Weight function for a single edge cracked geometry with clamped ends [J]. International Journal of Fracture, 1985,72(2):145-158
- [11] Blatt D, John R, Coker D. Stress intensity factor and compliance solutions for a single edge notched specimen with clamped ends [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1994,47(4):521-532
- [12] Jones I S. A wide range weight function for a single edge cracked geometry with clamped ends [J]. International Journal of Fracture, 1998,89(1):1-18
- [13] 单辉祖. 材料力学(II) [M]. 3版. 北京:高等教育出版社,2009:35-71  
Shan Huizu. Mechanics of materials (II) [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2009:35-71 (in Chinese)
- [14] 吴志学. 表面裂纹疲劳扩展的数值模拟(II) [J]. 应用力学学报,2007,24(1):42-46  
Wu Zhixue. Numerical simulation to surface crack fatigue growth (II) [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2007,24(1):42-46 (in Chinese)
- [15] 张行. 断裂力学 [M]. 北京:宇航出版社,1990:164-169  
Zhang Xing. Fracture mechanics [M]. Beijing: Aerospace Press, 1990:164-169 (in Chinese)
- [16] 林晓斌, Smith R A. 应用三维有限单元法计算应力强度因子 [J]. 中国机械工程, 1998,9(11):39-42  
Lin Xiaobin, Smith R A. Calculation of stress intensity factors using the 3D finite element method [J]. China Mechanical Engineering, 1998,9(11):39-42 (in Chinese)

# 《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行人,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

## 1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

1.3 本刊只接收学术及科研论文,不刊登研究简报、综述文章和快讯。

## 2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码,中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5~8 个),中图分类号,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词,引言,正文,参考文献。首页下角注明基金项目名称及编号,作者信息(包括姓名、出生年、性别、籍贯、职称或学生身份、E-mail 地址)。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

## 3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100191 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部

办公地点:北京航空航天大学办公楼 404,405,407,409 房间

电 话:(010)82315339,82338922,82314839,82315426,82315594,82317826

E-mail: jbuua@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

http://www.buaa.edu.cn

# 《北京航空航天大学学报》 第五届编辑委员会

主任(主编): 赵沁平

(以下按姓氏笔划为序)

副主任(副主编): 丁希仑 王少萍 孙志梅 李秋实 李焕喜 杨嘉陵  
苗俊刚 相艳 徐立军 钱德沛 曹晋滨

编委: 马殿富 王琪 王聪 邓小燕 王青云 王荣明 刘宇  
刘红 江洁 刘强 闫鹏 朱天乐 刘铁钢 齐铂金  
陈万春 邹正平 苏东林 杨世春 沈成平 邱志平 宋知人  
杨树斌 张晓林 杨晓奕 杨继萍 李惠峰 吴新开 张瑞丰  
杨照华 宋凝芳 周锐 林宇震 林贵平 战强 姚仰平  
胡庆雷 赵秋红 段海滨 赵巍胜 席平 郭宏 徐洁  
徐世杰 郭洪波 康锐 翟锦 熊华钢

## 北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

(原《北京航空学院学报》)

(月刊 1956年创刊)

第40卷第11期 2014年11月

## JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS (JBUA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.40 No.11 November 2014

主管单位 中华人民共和国工业和信息化部

主办单位 北京航空航天大学

主编 赵沁平

编辑出版 《北京航空航天大学学报》

编辑部

邮编 100191

地址 北京市海淀区学院路37号

印刷 北京科信印刷有限公司

发行 北航文化传媒集团

发行范围 国内外发行

联系电话 (010) 82315594 82338922

82314839 82317826

电子信箱 jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information  
Technology of the People's Republic of China

Sponsored by Beijing University of Aeronautics  
and Astronautics (BUAA)

(Beijing 100191, P. R. China)

Chief Editor Zhao Qinpeng

Edited and Published by Editorial Board of JBUA

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

Distributed by BUAA Culture Media Group Limited

Telephone (010) 82315594 82338922

82314839 82317826

E-mail jbuaa@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

刊号 ISSN 1001-5965  
CN 11-2625/V

国内定价 20.00元/期

ISSN 1001-5965



9 771001 596144