

北航学报  
赠阅

ISSN 1001-5965  
CODEN BHHDE8



# 北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



**2015-09**

Vol.41 No.9

## 目 次

- 漂浮基转台线性化状态反馈指向与跟踪控制 ..... 赵国伟, 王伟民, 方艺忠, 王灏宇 (1567)
- 基于混合优化算法的空间拦截轨道优化设计 ..... 高晓光, 汤洪, 端军红 (1574)
- 飞机发动机叶片缺陷的差激励涡流传感器检测 ..... 于霞, 张卫民, 邱忠超, 陈国龙, 秦峰 (1582)
- 简单高效的新型多向中继网络编码方法 ..... 吴湛击, 高翔 (1589)
- 无传感器的工业机器人负载识别方法 ..... 陈友东, 季旭东, 谷平平, 胡国栋 (1595)
- 参数化产品族递进式优化设计方法 ..... 魏巍, 冯毅雄, 程锦 (1600)
- 基于准则的大展弦比飞翼气动设计 ..... 甘文彪, 周洲, 许晓平 (1608)
- 星群协同阵列传输容量 ..... 肖振宇, 李瑶, 白文杰, 白琳 (1615)
- 基于自由尾迹/面元法的旋翼下洗干扰计算和直升机配平 ..... 吕少杰, 魏靖彪, 曹义华 (1624)
- 转子系统碰摩约束模型与振动响应分析 ..... 张力, 马艳红, 梁智超, 洪杰 (1631)
- 面铣刀正交车铣加工切屑厚度的计算方法 ..... 邱文旺, 刘强, 袁松梅 (1638)
- 捷联惯导系统最简多位置解析对准 ..... 谭彩铭, 王宇, 苏岩, 朱欣华 (1645)
- 多元线性回归在引气系统故障诊断中的应用 ..... 梁坤, 左洪福, 孙见忠, 王容辉 (1651)
- 三角形机翼参数化有限元网格划分与调整方法 ..... 许孟辉, 邱志平 (1659)
- 基于 QC-LDPC 码联合分层译码混合转发协作系统 ..... 张嵩, 马林华, 唐红, 张海威, 胡星, 田雨 (1666)
- 机载设备雷电防护试验发生器设计 ..... 刘帅, 杨兰均, 庄伟春, 王维, 黄东, 黄易之 (1673)
- 含刮痕缺陷的 7050-T7451 铝合金板疲劳寿命预估 ..... 詹志新, 胡伟平, 张森, 孟庆春 (1678)
- 基于 EMT 采用 FEM 研究含裂纹介质中弹性波传播机制 ..... 刘宁, 李敏, 陈伟民 (1686)
- 基于姿态可操作度的机械臂尺寸优化方法 ..... 贾世元, 贾英宏, 徐世杰 (1693)
- 基于 Helly 定理的多智能体最短时间一致性 ..... 胡春鹤, 陈宗基 (1701)
- $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$  弹性散射和破裂反应实验装置的设计 ..... 郑垒, 林承键, 张高龙, 贾会明, 张焕乔 (1708)
- 复合材料柔性电热膜固化方法与温度分布 ..... 李金良, 顾轶卓, 李敏, 王绍凯, 金超, 张佐光 (1714)
- 基于多尺度径向基函数的时变系统辨识 ..... 刘青, 李阳 (1722)
- 飞翼布局飞机舵面偏转速率设计 ..... 何倩琳, 王立新 (1729)
- 基于任务的飞机大迎角飞行品质评定准则 ..... 侯天俊, 郭有光, 王立新 (1736)
- 溶液法制备 PVDF 薄膜电活性相方法 ..... 孙美玲, 邓元, 王瑶 (1742)
- 基于模糊滑模控制的 CAV 再入标准轨迹制导 ..... 黄康强, 赵辉, 任洋, 蔡亚伟 (1749)
- MHD 控制微电离等离子体射流 ..... 罗卫东, 李锋, 孙佰刚, 赵凯, 熊溢威, 王昌胜 (1758)

CONTENTS

Pointing and tracking control with linearization and state feedback for gimbal on floating platform	ZHAO Guowei, WANG Weimin, FANG Yizhong, WANG Haoyu (1567)
Space interception orbit optimization design based on hybrid optimal algorithm	GAO Xiaoguang, TANG Hong, DUAN Junhong (1574)
Differential excitation eddy current sensor testing for aircraft engine blades defect	YU Xia, ZHANG Weimin, QIU Zhongchao, CHEN Guolong, QIN Feng (1582)
Simple and efficient novel multi-way relay network coding scheme	WU Zhanji, GAO Xiang (1589)
Identifying method of load for sensorless industrial robot	CHEN Youdong, JI Xudong, GU Pingping, HU Guodong (1595)
Parametric product family progressive optimization design approach	WEI Wei, FENG Yixiong, CHENG Jin (1600)
Aerodynamic design of high-aspect-ratio flying wing based on criteria	GAN Wenbiao, ZHOU Zhou, XU Xiaoping (1608)
Channel capacity of cooperative grouped satellites with array based transmission	XIAO Zhenyu, LI Yao, BAI Wenjie, BAI Lin (1615)
Rotor downwash interference calculation and helicopter trims with free-wake/panel method	LYU Shaojie, WEI Jingbiao, CAO Yihua (1624)
Constraint model and vibration response analysis of rotor rub-impact	ZHANG Li, MA Yanhong, LIANG Zhichao, HONG Jie (1631)
Computing approach of uncut chip thickness in orthogonal turn-milling with inserted cutters	QIU Wenwang, LIU Qiang, YUAN Songmei (1638)
The simplest multi-position analytic alignment for SINS	TAN Caiming, WANG Yu, SU Yan, ZHU Xinhua (1645)
Application of multiple linear regression to fault diagnosis of bleed air system	LIANG Kun, ZUO Hongfu, SUN Jianzhong, WANG Ronghui (1651)
Parametric finite element meshing and adjustment for delta wing	XU Menghui, QIU Zhiping (1659)
Hybrid-and-forward cooperative system based on joint layered decoding of QC-LDPC codes	ZHANG Song, MA Linhua, TANG Hong, ZHANG Haiwei, HU Xing, TIAN Yu (1666)
Design of lightning protection test generator for airborne equipment	LIU Shuai, YANG Lanjun, ZHUANG Weichun, WANG Wei, HUANG Dong, HUANG Yizhi (1673)
Fatigue life prediction for 7050-T7451 aluminum alloy plate with scratch defect	ZHAN Zhixin, HU Weiping, ZHANG Miao, MENG Qingchun (1678)
Wave propagation in cracked elastic media based on EMT using FEM	LIU Ning, LI Min, CHEN Weimin (1686)
Dimensional optimization method for manipulator based on orientation manipulability	JIA Shiyuan, JIA Yinghong, XU Shijie (1693)
Helly-theorem-based time-optimal consensus for multi-agent systems	HU Chunhe, CHEN Zongji (1701)
Design of experimental setup for elastic scattering and breakup reaction of $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$	ZHENG Lei, LIN Chengjian, ZHANG Gaolong, JIA Huiming, ZHANG Huanqiao (1708)
Curing method and temperature distribution of composites based on flexible electric heating film	LI Jinliang, GU Yizhuo, LI Min, WANG Shaokai, JIN Chao, ZHANG Zuoguang (1714)
Identification of time-varying systems using multi-scale radial basis function	LIU Qing, LI Yang (1722)
Design of actuator rate for flying wing aircraft	HE Qianlin, WANG Lixin (1729)
Mission-oriented flying qualities criteria for high angle of attack aircraft	HOU Tianjun, GUO Youguang, WANG Lixin (1736)
Preparation methods of PVDF film with electroactive phase by solution method	SUN Meiling, DENG Yuan, WANG Yao (1742)
Standard trajectory guidance for CAV reentry based on fuzzy sliding mode control	HUANG Kangqiang, ZHAO Hui, REN Yang, CAI Yawei (1749)
MHD control of weakly ionized plasma jet flows	LUO Weidong, LI Feng, SUN Baigang, ZHAO Kai, XIONG Yiwei, WANG Changsheng (1758)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0687

# 漂浮基转台线性化状态反馈指向与跟踪控制

赵国伟<sup>\*1</sup>, 王伟民<sup>1</sup>, 方艺忠<sup>2</sup>, 王灏宇<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191;

2. 北京航天长征飞行器研究所 试验物理与计算数学国家级重点实验室, 北京 100076)



**摘 要:** 在空间漂浮平台上, 两自由度转台在跟踪指向空间目标的过程中对平台会产生姿态扰动, 使平台姿态发生变化, 从而影响转台末端的空间指向, 降低指向跟踪精度, 因此转台与平台间存在耦合关系. 当指向机构的转动惯量相对较大或快速精密指向时这种耦合关系变得不可忽视. 为改善这一情况下的跟踪控制精度, 提出了耦合补偿方法, 加入平台实时姿态来修正转台跟踪的目标, 并使用结合反馈线性化的状态反馈控制方法, 最终通过仿真实验与传统 PD 控制方法进行对比, 结果表明结合反馈线性化的状态反馈控制方法有效提高了跟踪精度.

**关键词:** 漂浮基; 跟踪控制; 耦合关系; 反馈线性化; 状态反馈

**中图分类号:** V448.21

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1567-07

两轴转台是卫星平台上光学端机等高精度载荷指向控制的关键支撑部件, 如空间光通信端机、中继卫星、天线指向等, 其末端指向有很高的精度和稳定性要求.

在指向过程中, 两自由度 (Degree of Freedom, DOF) 转台与卫星平台进行角动量交换, 使卫星姿态运动发生改变<sup>[1-4]</sup>. 由于指向机构以卫星平台为支撑, 转台的转角必然受到平台姿态运动的影响, 因此转台与卫星平台间存在耦合关系<sup>[5]</sup>. 这一耦合关系将导致指向机构相对于惯性系的转角偏离控制量, 从而产生指向偏差. 对于大型的指向机构或快速指向要求的平台, 转台在指向过程中对平台产生的影响变得不可忽视<sup>[6-8]</sup>. 很多空间应用卫星多搭载扫描镜、CCD 相机、天线等转动载荷, 由于低轨微小卫星上的转动部件相对质量大, 且相对转动范围大, 这些载荷的运动会对卫星的机体姿态的稳定性产生干扰, 甚至导

致卫星失控. 因此设计一种同时具有快速性与稳定性的指向控制方法就显得尤为重要<sup>[9-10]</sup>.

漂浮基转台敏捷跟踪指向控制问题是卫星平台运动机构控制的崭新课题, 由于转台与卫星平台间的耦合运动关系, 传统的 PD 控制方法对于漂浮基上大惯量转台的指向跟踪任务无法保证精度, 因此针对上述任务条件设计一种控制方法对于提高空间平台上指向机构跟踪指向精度具有重要的实际意义<sup>[11-12]</sup>.

本文建立了卫星平台与转台的动力学耦合模型, 基于反馈线性化设计了状态反馈控制律, 并进行了仿真验证, 对在轨运行过程中两自由度转台末端指向误差进行了详细研究, 验证了控制方法的可行性.

## 1 动力学模型

不考虑柔性附件的卫星平台与两自由度转台

收稿日期: 2014-11-06; 录用日期: 2015-02-05; 网络出版时间: 2015-03-17 17:38

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150317.1738.005.html

\* 通讯作者: 赵国伟 (1976—), 男, 甘肃景泰人, 副教授, zhaoguowei@buaa.edu.cn, 主要研究方向为航天飞行器设计、航天器结构机构动力学与控制.

**引用格式:** 赵国伟, 王伟民, 方艺忠, 等. 漂浮基转台线性化状态反馈指向与跟踪控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1567-1573. Zhao G W, Wang W M, Fang Y Z, et al. Pointing and tracking control with linearization and state feedback for gimbal on floating platform[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1567-1573 (in Chinese).

基本结构如图 1 所示. 转台轴系由一个方位轴和一个俯仰轴组成, 卫星平台、方位轴、俯仰轴分别定义为 1 号体、2 号体与 3 号体. 1、2、3 号体为刚体, 2 号体与 3 号体皆视为关于自身转轴对称. 1 号体为漂浮状态, 2 号体与 3 号体各有一个转动自由度, 3 号体为跟瞄指向装置, 其初始时刻指向矢量为  $\mathbf{P}_0$ ,  $t$  时刻指向矢量为  $\mathbf{P}_t$ .

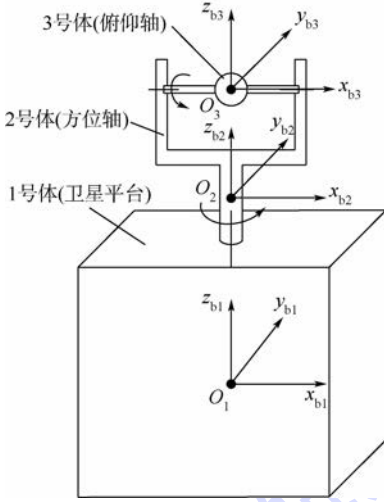


图 1 卫星平台与两自由度转台结构图

Fig. 1 Structure diagram of satellite platform and 2-DOF gimbal

1 号体本体系  $S_{b1}$  的原点  $O_1$  与卫星与转台组合体质心重合, 坐标系与 1 号体固连.  $S_{b2}$  为 2 号体本体坐标系, 原点  $O_2$  与 2 号体质心重合,  $S_{b2}$  坐标系与 2 号体固连.  $S_{b3}$  为 3 号体本体坐标系, 原点  $O_3$  与 3 号体质心重合,  $S_{b3}$  坐标系与 3 号体固连.  $\omega_{2r}$  与  $\omega_{3r}$  分别为 2 号体相对卫星本体的转动角速度以及 3 号体相对 2 号体的转动角速度.

取 2 号体为研究对象, 矩心取在 2 号体质心上. 应用相对质心的动量矩定理, 有

$$\dot{\mathbf{h}}_{2O_2} = \mathbf{M}_{2O_2} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{h}_{2O_2}$  为 2 号体的运动对 2 号体质心  $O_2$  的动量矩;  $\mathbf{M}_{2O_2}$  为作用在 2 号体上所有外力对其质心矩的矢量和. 设 1 号体相对惯性坐标系的角速度  $\omega_1$ , 在 1 号体本体坐标系  $S_{b1}$  上的分量阵为

$$\{\omega_1\}_{b1} = [\omega_{1x} \ \omega_{1y} \ \omega_{1z}] \quad (2)$$

2 号体的角速度为

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_{2r} \quad (3)$$

在  $S_{b1}$  上的分量阵为

$$\{\omega_2\}_{b1} = \{\omega_1\}_{b1} + \{\omega_{2r}\}_{b1} = [\omega_{1x} \ \omega_{1y} \ \omega_{1z} + \omega_{2r}]^T \quad (4)$$

式中:

$$\{\omega_{2r}\}_{b1} = [0 \ 0 \ \omega_{2r}]^T \quad (5)$$

2 号体的动量矩在  $S_{b1}$  中的列阵形式为

$$\{\dot{\mathbf{h}}_{2O_2}\}_{b1} = \mathbf{J}_2 \{\omega_2\}_{b1} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{J}_2$  为 2 号体的惯量矩阵:

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} J_{2x} & 0 & 0 \\ 0 & J_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & J_{2z} \end{bmatrix} \quad (7)$$

将式(1)投影到  $S_{b1}$  坐标系下, 有

$$\mathbf{J}_2 \frac{d}{dt} \{\omega_2\}_{b1} + [\omega_{S_{b1}}]_{b1}^\times \mathbf{J}_2 \{\omega_2\}_{b1} = \{\mathbf{M}_{2O_2}\}_{b1} \quad (8)$$

式中:  $\omega_{S_{b1}}$  为坐标系  $S_{b1}$  相对惯性系的角速度, 因此有

$$[\omega_{S_{b1}}]_{b1}^\times = \{\omega_1\}_{b1}^\times \quad (9)$$

作用在 2 号体上的外力对质心的矩为

$$\{\mathbf{M}_{2O_2}\}_{b1} = [M_{2x} \ M_{2y} \ M_{2z}]^T \quad (10)$$

化简可得

$$\begin{bmatrix} M_{2x} \\ M_{2y} \\ M_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{2x} \dot{\omega}_{1x} + \omega_{1z} \omega_{1y} (J_{2z} - J_{2y}) \\ J_{2y} \dot{\omega}_{1y} + \omega_{1z} \omega_{1x} (J_{2x} - J_{2z}) \\ J_{2z} (\dot{\omega}_{1z} + \dot{\omega}_{2r}) + \omega_{1x} \omega_{1y} (J_{2y} - J_{2x}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

设由  $S_{b1}$  到  $S_{b2}$  的转换矩阵为  $\mathbf{L}_{21}$ , 则坐标系  $S_{b2}$  的角速度在  $S_{b2}$  的分量阵为

$$\begin{aligned} \{\omega_{S_{b2}}\}_{b2} &= \mathbf{L}_{21} \{\omega_2\}_{b1} = \\ & \begin{bmatrix} \cos \theta_{21} & \sin \theta_{21} & 0 \\ -\sin \theta_{21} & \cos \theta_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{1x} \\ \omega_{1y} \\ \omega_{1z} + \omega_{2r} \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} \omega_{1x} \cos \theta_{21} + \omega_{1y} \sin \theta_{21} \\ -\omega_{1x} \sin \theta_{21} + \omega_{1y} \cos \theta_{21} \\ \omega_{1z} + \omega_{2r} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $\theta_{21}$  为 2 号体相对 1 号体所转过的角度.

3 号体的角速度为

$$\omega_3 = \omega_{S_{b2}} + \omega_{3r} \quad (13)$$

在  $S_{b2}$  上的列阵形式为

$$\begin{aligned} \{\omega_3\}_{b2} &= \{\omega_{S_{b2}}\}_{b2} + \{\omega_{3r}\}_{b2} = \\ & \begin{bmatrix} \omega_{1x} \cos \theta_{21} + \omega_{1y} \sin \theta_{21} + \omega_{3r} \\ -\omega_{1x} \sin \theta_{21} + \omega_{1y} \cos \theta_{21} \\ \omega_{1z} + \omega_{2r} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

式中:

$$\{\omega_{3r}\}_{b2} = [\omega_{3r} \ 0 \ 0]^T \quad (15)$$

3 号体的惯量矩阵为

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} J_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & J_{3y} & 0 \\ 0 & 0 & J_{3z} \end{bmatrix} \quad (16)$$

对 3 号体有

$$J_3 \frac{d}{dt} \{\omega_3\}_{b_2} + [\omega_{s_{b_2}}]_{b_2}^x J_3 \{\omega_3\}_{b_2} = \{M_{3o_3}\}_{b_2} \quad (17)$$

其中作用在3号体上的外力对质心的矩为

$$\{M_{3o_3}\}_{b_2} = [M_{3x} \ M_{3y} \ M_{3z}]^T \quad (18)$$

将式(12)、式(14)、式(16)和式(18)代入式(17),可得

$$\begin{cases} M_{3x} = J_{3x} [\cos \theta_{21} (\dot{\omega}_{1x} + \omega_{2r} \omega_{1y}) + \sin \theta_{21} (\dot{\omega}_{1y} - \omega_{2r} \omega_{1x}) + \dot{\omega}_{3r}] + (\omega_{1z} + \omega_{2r}) (\omega_{1x} \sin \theta_{21} - \omega_{1y} \cos \theta_{21}) (J_{3y} - J_{3z}) \\ M_{3y} = J_{3y} [-\sin \theta_{21} (\dot{\omega}_{1x} + \omega_{2r} \omega_{1y}) + \cos \theta_{21} (\dot{\omega}_{1y} - \omega_{2r} \omega_{1x})] + (\omega_{1z} + \omega_{2r}) [(\omega_{1x} \cos \theta_{21} + \omega_{1y} \sin \theta_{21}) \cdot (J_{3x} - J_{3z}) + J_{3x} \omega_{3r}] \\ M_{3z} = J_{3z} (\dot{\omega}_{1z} + \dot{\omega}_{2r}) + (\omega_{1x} \sin \theta_{21} - \omega_{1y} \cos \theta_{21}) \cdot [(\omega_{1x} \cos \theta_{21} + \omega_{1y} \sin \theta_{21}) (J_{3x} - J_{3y}) + J_{3x} \omega_{3r}] \end{cases} \quad (19)$$

根据2号体与3号体的力矩关系,有

$$\begin{cases} M_{2r} = M_{2z} + M_{3z} \\ M_{3r} = M_{3x} \end{cases} \quad (20)$$

式中: $M_{2r}$ 与 $M_{3r}$ 分别为2号体与3号体转轴方向上的电机驱动力矩.

将式(11)和式(19)代入式(20)得

$$\begin{cases} M_{2r} = (J_{2z} + J_{3z}) (\dot{\omega}_{1x} + \dot{\omega}_{2r}) + \omega_{1x} \omega_{1y} (J_{2y} - J_{2x}) + (\omega_{1x} \sin \theta_{21} - \omega_{1y} \cos \theta_{21}) \cdot [(\omega_{1x} \cos \theta_{21} + \omega_{1y} \sin \theta_{21}) (J_{3x} - J_{3y}) + J_{3x} \omega_{3r}] \\ M_{3r} = J_{3x} [\cos \theta_{21} (\dot{\omega}_{1x} + \omega_{2r} \omega_{1y}) + \sin \theta_{21} (\dot{\omega}_{1y} - \omega_{2r} \omega_{1x}) + \dot{\omega}_{3r}] + (\omega_{1z} + \omega_{2r}) (\omega_{1x} \sin \theta_{21} - \omega_{1y} \cos \theta_{21}) (J_{3y} - J_{3z}) \end{cases} \quad (21)$$

通过式(21)可看出,卫星平台、方位轴与俯仰轴任一个体在运动中会对另外两个体产生扰动力矩,因此给转台的指向控制带来难度.在设计转台跟踪控制方法中应考虑耦合关系的影响,从而提高转台的指向精度.

## 2 控制律设计

轨道间卫星平台与跟踪目标位置关系如图2所示. $P$ 为本体平台质心指向目标平台质心的矢量,为已知的目标位置信息.

转台跟踪控制流程如图3所示.

令 $\{P\}_o$ 为 $P$ 在卫星平台轨道系下的分量列阵,则 $P$ 在卫星平台本体系下的分量列阵为

$$\{P\}_{b_1} = L_{b_{1o}} \{P\}_o \quad (22)$$

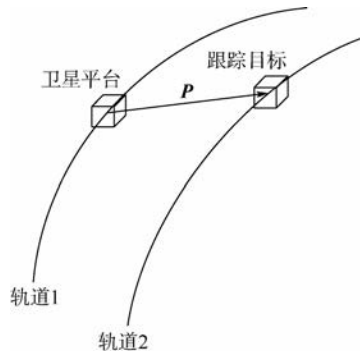


图2 跟踪指向关系示意图

Fig. 2 Sketch map of tracking and pointing relation

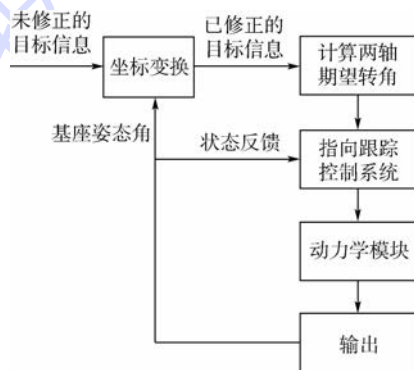


图3 转台跟踪控制流程图

Fig. 3 Flow chart of gimbal's tracking control

式中: $L_{b_{1o}}$ 为卫星平台轨道系到卫星平台本体坐标系转换矩阵.

则3号体质心到跟踪目标的指向矢量为

$$\{P'\}_{b_1} = \{P\}_{b_1} - \{Q\}_{b_1} \quad (23)$$

式中: $\{Q\}_{b_1}$ 为从1号体质心到3号体质心的矢量在平台本体系 $S_{b_1}$ 下的分量列阵.

设3号体初始时刻指向矢量在平台本体系下的分量列阵为 $\{P_0\}_{b_1}$ ,则转台两个轴分别的期望转角可以由几何投影关系求出:

$$\begin{bmatrix} \theta_{21d} \\ \theta_{32d} \end{bmatrix} = f(\{P'\}_{b_1}, \{P_0\}_{b_1}) \quad (24)$$

选取系统状态变量为

$$x = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{21d} - \dot{\theta}_{21} \\ \theta_{21d} - \theta_{21} \\ \dot{\theta}_{32d} - \dot{\theta}_{32} \\ \theta_{32d} - \theta_{32} \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中: $\theta_{32}$ 为3号体相对2号体转过的角度; $\theta_{21d}$ 与 $\theta_{32d}$ 分别为方位轴与俯仰轴的期望角度.

转台两个轴上的电机驱动力矩 $M_{2r}$ 与 $M_{3r}$ 为控制量,根据式(21)设计反馈为

$$u = M_{lb} + M_{sb} \quad (26)$$

式中: $M_{lb}$ 为反馈线性化项<sup>[13-14]</sup>;  $M_{sb}$ 为状态反馈项,即

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{\text{ifb}} = \begin{bmatrix} M_{2r} - (J_{2z} + J_{3z})\dot{\omega}_{2r} \\ M_{3r} - J_{3x}\dot{\omega}_{3r} \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}_{\text{sfb}} = -\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \end{cases} \quad (27)$$

式中： $M_{2r}$ 与 $M_{3r}$ 由式(21)确定； $\mathbf{k}$ 为状态反馈系数矩阵； $\mathbf{J}$ 为转动惯量矩阵； $\boldsymbol{\theta}_d$ 为期望转角，即

$$\begin{cases} \mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{21} & k_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{31} & k_{32} \end{bmatrix} \\ \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{2z} + J_{3z} & 0 \\ 0 & J_{3x} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\theta}_d = \begin{bmatrix} \theta_{21d} \\ \theta_{32d} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (28)$$

将式(16)、式(21)、式(22)与式(23)代入 $\mathbf{u} = [M_{2r} \ M_{3r}]^T$ ，并令 $e_{21} = \theta_{21d} - \theta_{21}$ ， $e_{32} = \theta_{32d} - \theta_{32}$ ，得

$$\begin{cases} (J_{2z} + J_{3z})\ddot{e}_{21} - k_{21}\dot{e}_{21} - k_{22}e_{21} = 0 \\ J_{3x}\ddot{e}_{32} - k_{31}\dot{e}_{32} - k_{32}e_{32} = 0 \end{cases} \quad (29)$$

在特征方程分别有两个相异实根 $\lambda_{21}$ 、 $\lambda_{22}$ 与 $\lambda_{31}$ 、 $\lambda_{32}$ 的情况下，式(29)的解为

$$\begin{cases} e_{21} = C_{21}e^{\lambda_{21}t} + C_{22}e^{\lambda_{22}t} \\ e_{32} = C_{31}e^{\lambda_{31}t} + C_{32}e^{\lambda_{32}t} \end{cases} \quad (30)$$

式中： $e$ 为自然对数的底； $C_{ij}$ 由系统初始条件唯一确定。可看出设计上述的反馈控制律使得转台的关节角误差稳定且渐进趋于0。系统极点 $\lambda_{ij}$ 与反馈系数 $k_{ij}$ 有以下关系：

$$\begin{cases} \lambda_{21} + \lambda_{22} = -\frac{k_{21}}{J_{2z} + J_{3z}} \\ \lambda_{21} \times \lambda_{22} = -\frac{k_{22}}{J_{2z} + J_{3z}} \\ \lambda_{31} + \lambda_{32} = -\frac{k_{31}}{J_{3x}} \\ \lambda_{31} \times \lambda_{32} = -\frac{k_{32}}{J_{3x}} \end{cases} \quad (31)$$

因此可通过调整反馈系数来配置系统极点，从而调整系统的响应性能<sup>[15]</sup>。

式(30)中的 $e_{21}$ 与 $e_{32}$ 为期望指向矢量 $\{\mathbf{P}\}_{b1}$ 与实际指向矢量 $\{\mathbf{P}_t\}_{b1}$ 投影到方位轴与俯仰轴上的矢量夹角，而在评估系统的跟踪精度时参考的是最终指向角度误差 $\theta_e$ ，即 $\{\mathbf{P}\}_o$ 与 $\{\mathbf{P}_t\}_o$ 两矢量的夹角：

$$\theta_e = \arccos \frac{|\{\mathbf{P}\}_o \cdot \{\mathbf{P}_t\}_o|}{|\{\mathbf{P}\}_o| \times |\{\mathbf{P}_t\}_o|} \quad (32)$$

式中： $\{\mathbf{P}_t\}_o = \mathbf{L}_{ob1} \{\mathbf{P}_t\}_{b1}$ ，为 $t$ 时刻3号体指向矢量在轨道坐标系下的分量列阵， $\{\mathbf{P}_t\}_{b1}$ 可由3号体初始指向矢量与转台关节转角确定。

### 3 仿真实验

考虑如图2所示的跟踪情况，卫星平台与目标分别处在两个倾角相差 $15^\circ$ 的轨道上，运行相位相差 $15^\circ$ ，仿真时间为轨道周期的一半，2750 s。在轨道系下，不考虑平台姿态变化，转台两轴的期望转角如图4所示。

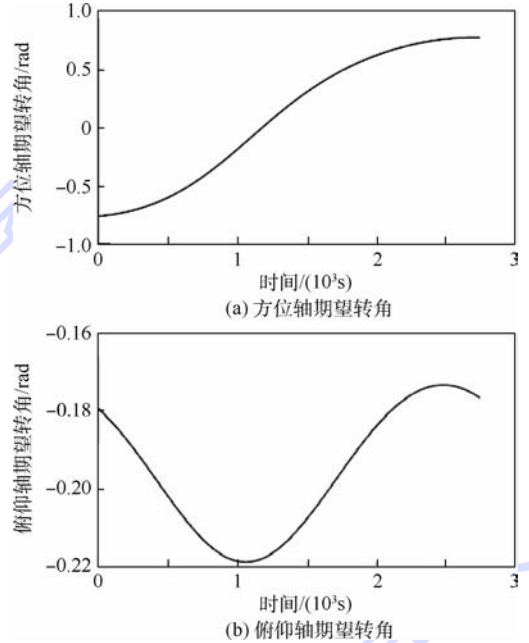


图4 轨道系下转台跟踪目标两轴期望转角  
Fig. 4 Expected angle of two axes of gimbal to track target under orbit coordinate system

在不考虑测量误差与执行器件特性的情况下，使用MATLAB建立仿真控制模块，在ADAMS中搭建仿真模型，实现MATLAB与ADAMS的联合仿真。

仿真中，在不加入实时角度修正的情况下，即将卫星平台视为无姿态变化的固定基座，分别使用传统PD控制律与线性化状态反馈控制律，进行仿真并对比转台的关节角度误差 $e_{21}$ 与 $e_{32}$ 。然后使用线性化状态反馈控制律，分别仿真加入实时角度修正与不加入实时角度修正情况，对比两种情况的最终指向角度误差 $\theta_e$ 。

#### 3.1 传统PD控制律

使用传统的PD控制方法，忽略转台与卫星平台之间的耦合关系对平台产生的姿态扰动，即在式(22)中令 $\mathbf{L}_{b1o}$ 为单位阵，未对关节期望转角进行修正。反馈控制律为

$$\mathbf{u}' = \mathbf{M}'_{\text{sfb}} = -\mathbf{k}\mathbf{x} \quad (33)$$

通过选取系统极点来确定反馈参数矩阵 $\mathbf{k}$ ，综合考虑系统响应性能与执行机构能力，方位轴与俯仰轴都选取 $-0.5 \pm 0i$ 作为极点，即令 $\lambda_{21} = \lambda_{22} =$

$\lambda_{31} = \lambda_{32} = -0.5$ ,通过式(31)来确定反馈矩阵  $k$ .

### 3.2 线性化状态反馈控制律

考虑转台与平台之间耦合运动关系,使用平台姿态实时修正转台的关节期望转角,并使用结合反馈线性化的跟踪状态反馈控制方法,控制律如式(26)所示,针对相同的跟踪任务进行仿真,

并且与 PD 控制使用相同的极点以便进行对比.

### 3.3 仿真结果

#### 3.3.1 线性化状态反馈与传统 PD 对比

在未使用角度修正且使用相同系统极点的情况下,分别使用传统 PD 控制律与线性化状态反馈控制律的仿真结果如图 5 与图 6 所示.

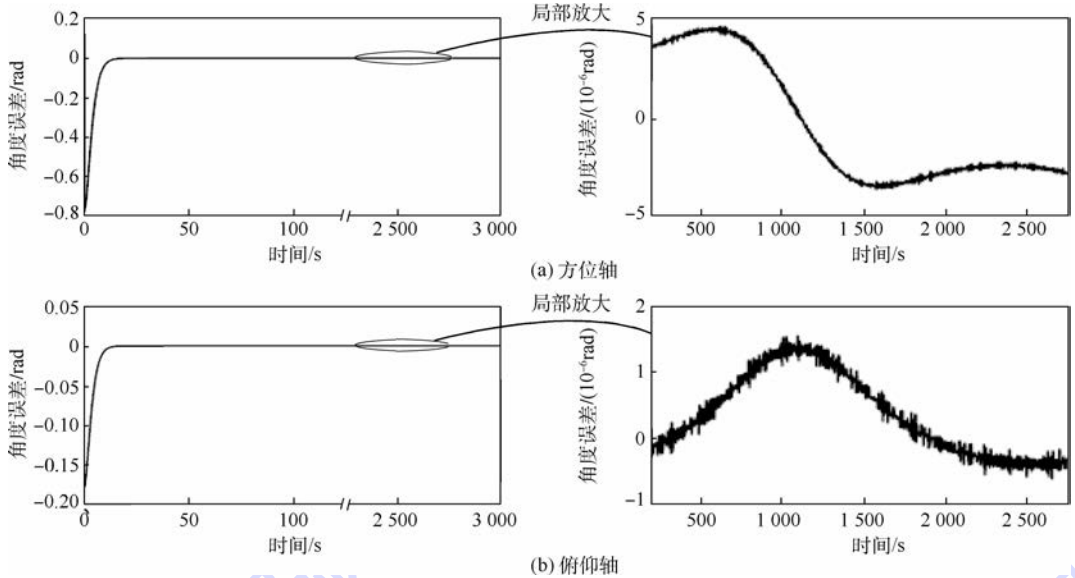


图 5 PD 控制下转台各轴关节角误差

Fig. 5 Joint angle error of each axis of gimbal using PD control

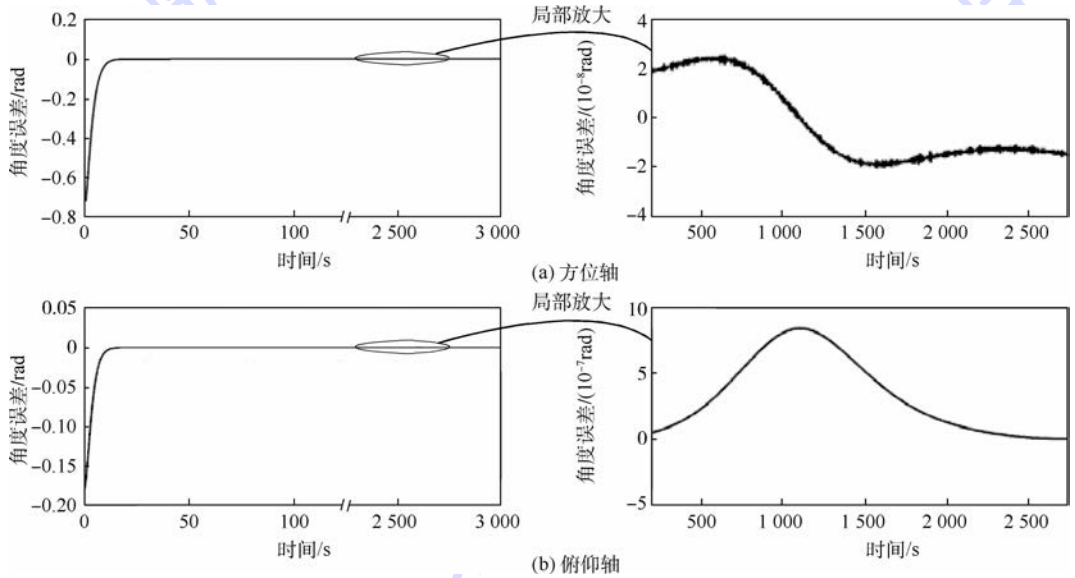


图 6 线性化状态反馈控制下转台各轴关节角误差

Fig. 6 Joint angle error of each axis of gimbal using linearization state feedback control

根据上述仿真结果可看出,使用两种控制方法转台跟踪响应速度相近,但使用线性化状态反馈控制律,方位轴与俯仰轴的角度误差相比传统 PD 控制律有一定降低,波动更加稳定,最大误差值分别降低了约 99% 与 46%,两种控制方法的关节角误差对比如表 1 所示.

#### 3.3.2 加入角度修正与未加入角度修正对比

使用线性化状态反馈控制方法,分别对加入角度修正与不加入角度修正两种情况进行仿真,对比 3 号体指向角度误差,仿真结果如图 7 所示.

根据结果可看出,两种情况的跟踪响应速度

相近,但加入角度修正相比未加入角度修正角度误差由  $1.43 \times 10^{-3} \text{ rad}$  降低至  $8.46 \times 10^{-7} \text{ rad}$ . 两种情况下的误差有一定降低,最大指向角度误差由  $1.43 \times 10^{-3} \text{ rad}$  降低至  $8.46 \times 10^{-7} \text{ rad}$ . 两种情况下的误差对比如表 2 所示.

表 1 PD 控制与线性化状态反馈控制关节角误差对比

Table 1 Comparison of joint angle error between PD control and linearization state feedback control

控制方法	角度误差/rad	
	方位轴	俯仰轴
传统 PD 控制律	$-3.61 \times 10^{-6} \sim 4.63 \times 10^{-6}$	$-6.04 \times 10^{-7} \sim 1.56 \times 10^{-6}$
线性化状态反馈控制律	$-1.99 \times 10^{-8} \sim 2.54 \times 10^{-8}$	$-2.67 \times 10^{-7} \sim 8.42 \times 10^{-7}$

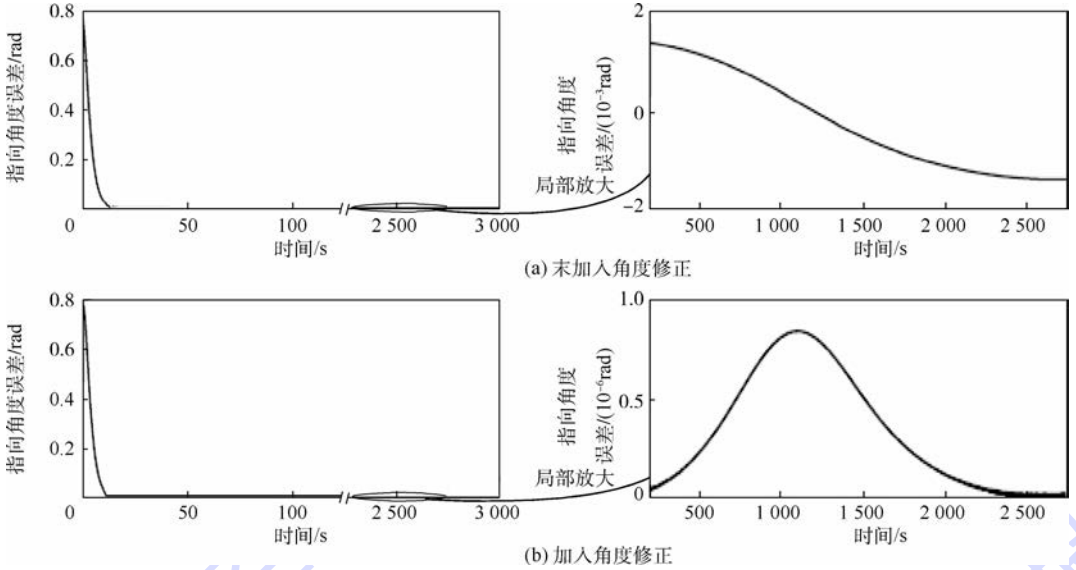


图 7 线性化状态反馈控制加入角度修正的指向角度对比

Fig. 7 Comparison of pointing angle error between linearization state feedback control with and without angle revision

表 2 有无角度修正条件下指向角误差对比

Table 2 Comparison of pointing angle error with and without angle revision

仿真条件	指向角度误差/rad
未加入角度修正	$-1.43 \times 10^{-3} \sim 1.41 \times 10^{-3}$
加入角度修正	$0 \sim 8.46 \times 10^{-7}$

综合上述仿真结果,在未加入角度修正且使用相同极点的情况下,线性化状态反馈控制在指向精度上优于传统的 PD 控制,方位轴与俯仰轴的最大关节角误差值分别降低了约 99% 与 46%;在使用线性化状态反馈控制的情况下,使用角度修正比未使用角度修正指向精度高,最大指向角度误差值由  $1.43 \times 10^{-3} \text{ rad}$  降低至  $8.46 \times 10^{-7} \text{ rad}$ .

## 4 结论

1) 建立了卫星平台与转台的动力学模型,通过模型确定了卫星平台、方位轴与俯仰轴之间的非线性耦合关系,提出的线性化状态反馈控制方法相比传统的 PD 控制方法具有更高的指向精度.

2) 在使用相同控制方法的情况下,在计算期望转角中利用卫星平台姿态信息实时修正期望转

角可以有效地提高转台的指向精度.

## 参考文献 (References)

- [1] Sendi C, Ayoubi A M. Robust fuzzy logic-based tracking control of a flexible spacecraft with  $H_\infty$  performance criteria[C]// AIAA SPACE 2014 Conference and Exposition. Reston: AIAA, 2014: 1-17.
- [2] 刘剑峰, 韩琦琦, 于思源, 等. 卫星光通信终端二维转台运动参量对天线指向影响研究[J]. 宇航学报, 2007, 28(4): 926-931.  
Liu J F, Han Q Q, Yu S Y, et al. Research on the influence of the motion parameters of the satellite optical communication terminal's gimbals on antenna pointing error[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(4): 926-931 (in Chinese).
- [3] 韩琦琦, 于思源, 马晶, 等. 耦合运动对星间激光链路瞄准过程影响及补偿方法研究[J]. 宇航学报, 2006, 27(4): 582-587.  
Han Q Q, Yu S Y, Ma J, et al. Influence analysis of coupled motions on pointing progress of intersatellite optical communication [J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(4): 582-587 (in Chinese).
- [4] Sevaston E G, Schier J A, Theodore C I, et al. A precision pointing system for space telescope class optical trackers[C]// Guidance, Navigation and Control Conference. Reston: AIAA, 1988: 452-470.
- [5] 韩琦琦, 马晶, 于思源, 等. 卫星光通信中耦合运动对光信号

- 跟踪影响分析[J]. 宇航学报, 2005, 26(4): 405-409.
- Han Q Q, Ma J, Yu S Y, et al. Impact analysis of coupled motions of the optical communication terminal and the satellite platform on optical tracking progress[J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(4): 405-409 (in Chinese).
- [6] 谭立英, 吴世臣, 韩琦琦, 等. 潜望镜式卫星光通信终端的 CCD 粗跟踪[J]. 光学精密工程, 2012, 20(2): 270-276.
- Tan L Y, Wu S C, Han Q Q, et al. Coarse tracking of periscope-type satellite optical communication terminals[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(2): 270-276 (in Chinese).
- [7] 刘凌居. 空间卫星光通信终端指向误差分析及粗瞄系统控制策略设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
- Liu L J. Analysis of satellite optical communication terminal's pointing error and control design in coarse pointing[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012 (in Chinese).
- [8] 崔凯. 二维跟踪转台与卫星平台的动力学耦合技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2013.
- Cui K. Study of the dynamics coupling between the two-axis gimbal and the satellite bus[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2013 (in Chinese).
- [9] Smith A L, Kunz D L. Dynamic coupling of the KC-135 tanker and boom for modeling and simulation[J]. Journal of Aircraft, 2007, 44(3): 1034-1039.
- [10] 陈兴林, 郑燕红, 贾琪, 等. 星间光通信扫描捕获过程分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(11): 34-38.
- Chen X L, Zheng Y H, Jia Q, et al. Scanning acquisition process of optical communications[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(11): 34-38 (in Chinese).
- [11] 凌志华. 卫星光通信中光束粗瞄控制算法设计与仿真[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.
- Ling Z H. Design and simulation of control algorithm for laser beam pointing in intersatellite optical communication[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007 (in Chinese).
- [12] 李铭宽. 星上运动部件指向的跟踪控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
- Li M K. Tracking control method for the moving parts on a satellite[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012 (in Chinese).
- [13] 葛升民, 王磊, 甘克力, 等. 星载大型空间天线的一种解耦控制方法[J]. 宇航学报, 2013, 34(1): 46-53.
- Ge S M, Wang L, Gan K L, et al. A method for decoupling control of satellite-borne large space antenna[J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(1): 46-53 (in Chinese).
- [14] Khalil K H. 非线性系统[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 373-375.
- Khalil K H. Nonlinear system[M]. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2005: 373-375 (in Chinese).
- [15] 姚楠. 空间激光通信系统中目标跟踪算法研究[D]. 长春: 长春理工大学, 2007.
- Yao N. Research on targeting tracking algorithm in space laser communication system[D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology, 2007 (in Chinese).

## Pointing and tracking control with linearization and state feedback for gimbal on floating platform

ZHAO Guowei<sup>\*1</sup>, WANG Weimin<sup>1</sup>, FANG Yizhong<sup>2</sup>, WANG Haoyu<sup>1</sup>

(1. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. National Key Laboratory of Experimental Physics and Computational Mathematics, Beijing Institute of Space Long March Vehicle, Beijing 100076, China)

**Abstract:** 2-DOF (degree of freedom) gimbal mounted on floating space platform caused attitude disturbance to the platform while pointing and tracking a space object. Therefore the attitude of platform was affected then the pointing direction of the end of the gimbal changed and the pointing accuracy was reduced. So the gimbal and the platform were dynamically coupled. This problem could not be ignored especially when the inertia of the gimbal was not small enough compared to that of the platform or when the gimbal was rotating fast. In order to solve this problem, a coupling compensation method was put forward. In this method, attitude motion of platform caused by the rotation of gimbal was considered to revise the tracking target of the gimbal. Furthermore, feedback linearized state feedback was used as control method. At last a simulation was carried out to compare the pointing accuracy between traditional PD control method and the method put forward. It is verified that the pointing accuracy is efficiently improved by using linearization and state feedback as control method.

**Key words:** floating platforms; tracking control; coupling; feedback linearization; state feedback

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0673

# 基于混合优化算法的空间拦截轨道优化设计



高晓光\*, 汤洪, 端军红

(西北工业大学 电子信息学院, 西安 710072)

**摘 要:** 基于改进高斯法(IGM)和遗传算法(GA)的混合优化算法,为解决空间拦截轨道燃料消耗和转移时间的综合最优问题,提出一种空间拦截轨道设计方法.首先,引入牛顿-拉夫逊迭代法对原始高斯法进行改进,解决原始高斯法在解算空间拦截轨道时收敛速度慢、转移角范围小等问题;接着,给出并证明改进高斯法迭代方程有唯一解的充分必要条件.当给定初始轨道参数时,用此条件判断可否用椭圆轨道进行转移;然后给出转移时间,最大脉冲速度等约束条件,对编码方式进行改进,给出混合优化算法的计算步骤;最后以空间拦截轨道优化问题为例,进行仿真分析.仿真结果表明,与传统优化算法相比,混合优化算法收敛的遗传代数少,耗时短,能够较好地运用于空间拦截轨道的设计.

**关键词:** 最优化;空间拦截;高斯法;遗传算法(GA);混合算法

**中图分类号:** V448.234;TB491

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1574-08

空间拦截是空间系统的重要任务之一,而拦截轨道设计是实现空间拦截的基础,其中在拦截的初制阶段,燃料和转移时间的优化是需要重点考虑的问题.

目前,空间拦截轨道优化问题的解法主要是结合不同的优化指标要求建立轨道优化数学模型,将其转化为最优控制问题,再通过直接法或间接法求取最优解<sup>[1]</sup>.其中直接法是指通过参数化方法,将轨迹优化问题转化为参数优化问题,然后采用优化算法进行参数优化求解的方法.直接法中采用的优化算法的计算效率直接影响了轨道优化效率,因此高效的轨道优化算法是国内外研究的热点<sup>[2-13]</sup>.目前已提出的方法包括图解法、遗传算法、模拟退火算法、蚁群算法、粒子群优化算法以及各种方法的混合智能算法.

关于直接法求解轨道优化问题,文献[2]讨论了用 Lambert 法求解固定位置、固定时间的双

脉冲轨道转移问题,并用图解法获得了多圈 Lambert 转移的燃料最优解.文献[3]研究了椭圆轨道飞行器固定时间最小能量拦截问题,分析得到了有限推力一次机动作用下的点火时刻.事实上,对于这种多变量的优化问题,传统的优化方法很难得到全局最优解.遗传算法作为一种全局寻优算法,能较好地解决这类实际问题.文献[4]采用遗传算法求解燃料最优转移问题,但只考虑了圆轨道间、目标位置固定的情况.文献[5]提出一种遗传算法和迭代法相结合的混合算法求解优化问题,但遗传参数采用二进制编码,二进制与浮点数之间的频繁转换降低了优化结果的精确度.文献[6]先使用引物矢量理论求得轨道优化问题的局部最优解,并将此作为初始猜测值,然后使用遗传算法求取全局最优解,加快了从局部最优解到全局最优解的收敛速度,但该方法依赖于初始猜测值的准确度且时间消耗也较多.

收稿日期: 2014-10-30; 录用日期: 2015-03-06; 网络出版时间: 2015-04-14 16:00

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150414.1600.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(60774064)

\* 通讯作者: 高晓光(1957—),女,辽宁鞍山人,教授,exg2012@nwpu.edu.cn,主要研究方向为航空火力控制、武器系统作战效能分析.

**引用格式:** 高晓光, 汤洪, 端军红. 基于混合优化算法的空间拦截轨道优化设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1574-1581. Gao X G, Tang H, Duan J H. Space interception orbit optimization design based on hybrid optimal algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1574-1581 (in Chinese).

本文提出一种基于遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 和改进高斯法 (Improved Gauss Method, IGM) 混合算法的空间拦截轨道优化方法. 改进高斯法为改进的轨道生成方法, 具有收敛域大、收敛速度快的优点, 遗传算法为性能优越的优化算法, 本文将两种算法的优点结合在一块, 解决空间拦截轨道优化问题. 在求解初始位置和转移时间均不固定的空间拦截轨道优化问题时, 通过改进高斯法对遗传过程中产生的种群进行选择, 去除不满足约束条件的个体, 提高遗传算法的计算效率, 从而达到提高轨道优化效率的目的. 仿真结果证明本文提出的混合优化算法比文献[5]中混合算法求解精度高, 收敛速度快. 本文组织如下: 首先, 引入牛顿-拉夫逊迭代法对原始高斯法进行改进, 根据转移角的大小选择不同方法, 解决原始高斯法收敛速度慢、转移角不能过大等问题. 然后, 给出基于遗传算法和改进高斯法的混合优化算法. 以初始转移时刻、转移时间为优化设计变量, 用混合优化算法求解燃料和转移时间的综合最优解. 最后, 通过仿真验证本文所给出的优化算法的有效性.

## 1 空间拦截问题

所谓空间拦截问题, 就是给定空间两点相对引力中心的位置矢量与转移时间, 求解固定时间、过这两个端点的转移轨道问题.

如图1所示, 空间拦截问题可描述为: 初始时刻  $t_0$ , 拦截器位于点  $A$ , 目标航天器位于点  $C$ ,  $r_1$  和  $r_2$  分别为点  $A$  和点  $C$  的矢径. 经过一段时间  $t_1$ , 拦截器飞行至点  $B$ , 此时施加速度增量  $\Delta v$ , 经过转移时间  $\Delta t$ , 目标航天器和拦截器同时到达拦截点  $D$ . 根据  $\Delta t$ , 可求解出在转移轨道上变轨点  $B$  的速度矢量  $v_1$ , 进而可得到拦截器的速度增量:

$$\Delta v = v_1 - v_i \quad (1)$$

式中:  $v_i$  为拦截器在变轨前的速度矢量.

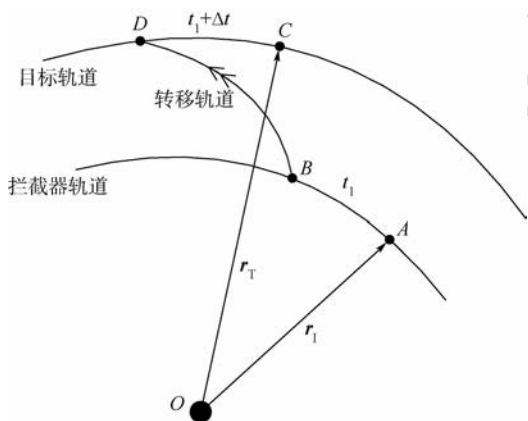


图1 空间拦截问题示意图

Fig. 1 Schematic diagram of space interception

## 2 改进高斯法

由文献[14]所述, 原始高斯法 (不同于用于轨道优化的高斯伪谱法) 在求解空间拦截问题时精度高, 但存在3个问题:

1) 当转移角大于  $\pi/2$  时, 方法失效.

2) 原始高斯法的迭代初值可能不在函数迭代收敛域内.

3) 函数迭代收敛时, 线性收敛速度慢.

为了使高斯法保持求解高精度, 同时在收敛域上和收敛速度上都能有提高, 下面对原始高斯法进行改进.

由高斯第一方程和高斯第二方程<sup>[14]</sup>, 可令函数

$$F(x) = x - m/Y^2 + l \quad (2)$$

$$G(Y) = Y - 1 - X(l + x) \quad (3)$$

式中:

$$l = \frac{r_1 + r_2}{4\sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{\Delta f}{2}} - \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$m = \frac{\mu \Delta t^2}{\left(2\sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{\Delta f}{2}\right)^3}$$

$$x = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\Delta E}{2}\right) \quad (5)$$

$$X = (\Delta E - \sin \Delta E) / \sin^3 \frac{\Delta E}{2} \quad (6)$$

其中:  $\Delta E$  为转移轨道上两固定点的偏近点角之差,  $0 < \Delta E < \pi$ ;  $\Delta f$  为两固定点的转移角;  $r_1$  和  $r_2$  分别为图1中点  $B$  和点  $D$  的矢径的模;  $Y$  为图1中扇形  $OBD$  与三角形  $OBD$  的面积之比.

将  $\Delta E$  对  $x$ 、 $X$  对  $\Delta E$ 、 $Y$  对  $x$  分别求导有

$$\frac{d\Delta E}{dx} = \frac{2}{\sqrt{x(x-1)}} = \frac{4}{\sin \frac{\Delta E}{2}} \quad (7)$$

$$\frac{dX}{d\Delta E} = \left[ (1 - \cos \Delta E) - \right.$$

$$\left. \frac{3}{2} (\Delta E - \sin \Delta E) \cot \frac{\Delta E}{2} \right] / \sin^3 \frac{\Delta E}{2} \quad (8)$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{dX}{d\Delta E} \cdot \frac{d\Delta E}{dx} (l + x) + X \quad (9)$$

根据转移角  $\Delta f$  是否大于  $\pi/2$ , 分别给出改进高斯法求解空间拦截问题的  $x$  迭代和  $y$  迭代的计算步骤, 解决了由于转移角  $\Delta f > \pi/2$  时原始高斯法无法求解的问题, 扩大了高斯法的收敛域; 进一步引入牛顿-拉夫逊迭代法, 对原始高斯法进行改进, 使改进后算法更快收敛. 具体步骤如图2所示. 图中  $\varepsilon$  为误差容许值.

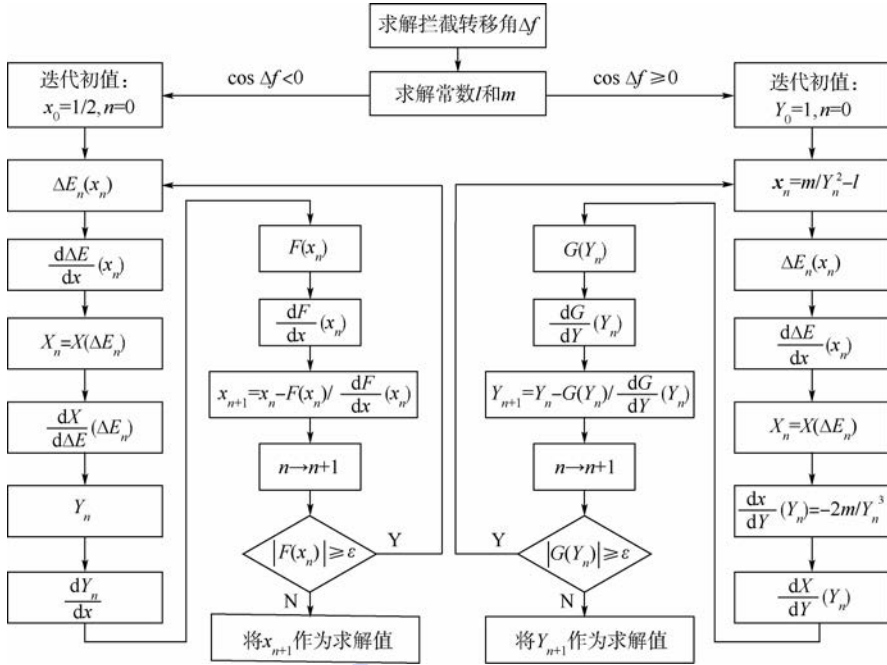


图2 改进高斯法流程图

Fig. 2 Flow chart of IGM

解收敛后,按原始高斯法步骤<sup>[14]</sup>计算拦截器所需的速度增量  $\Delta v$ 。

为了验证改进高斯法的优越性,设置初始轨道根数如表1所示,转移开始时刻为16 188.47 s,转移结束时刻为20 235.59 s,在配置为3.2 GHz、内存1.25 GB的计算机上分别使用改进高斯法和原始高斯法计算1 000次拦截器所需速度增量  $\Delta v$ 。统计它们的求解时间如表2所示。

表1 目标器及拦截器的初始轨道根数

航天器	$a/\text{km}$	$e$	$i/\text{rad}$	$\Omega/\text{rad}$	$\kappa/\text{rad}$	$f/\text{rad}$
目标器	15 000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
拦截器	8 000	0.0	0.0	0.0	$\pi$	0.0

注: $a$ —半长轴; $e$ —偏心率; $i$ —轨道倾角; $\Omega$ —升交点赤经; $\kappa$ —纬度幅角; $f$ —真近点角。

表2 求解时间比较

Table 2 Comparison of consuming time

比较参数	原始高斯法	改进高斯法
求解时间/ms	54.4	44.8

从表2中求解时间比较结果可知,改进高斯法相比原始高斯法大约减少了20%的求解用时。由于在轨道优化时,所采用的混合优化算法在寻优过程中需要计算速度增量几千次,因此可以说改进高斯法对轨道优化时间的节省是可观的;同时由前述可知,改进高斯法较原始高斯法有更大的收敛域,更适用于大范围寻优,避免了混合优化算法收敛到局部最优。综上所述,改进后的高斯算法收敛域扩大,收

敛速度加快。

### 3 迭代方程有唯一解的充要条件

为了使改进高斯法与遗传算法更好地混合,提高混合后算法的收敛速度,本文给出了改进高斯法迭代方程式(2)、式(3)有唯一解的充分必要条件。当转移轨道为椭圆时,可以在混合算法开始计算阶段,去除一些不满足充分必要条件的情况。

对式(2)、式(3)求导,代入式(7)~式(9)化简得

$$\frac{dF}{dx} = \frac{dG}{dY} = 1 + 2m \left[ (l+x) \frac{dX}{dx} + X \right] / Y^3 \quad (10)$$

由式(10)可知,如果  $X$  在  $0 < x < 1$  区间上连续单调非负,则  $F(x)$ 、 $G(Y)$  分别在它们的定义域上单调增。因此如果  $F(x)$ 、 $G(Y)$  函数曲线分别只穿越  $x$  轴、 $y$  轴一次,则方程  $F(x) = 0$  和  $G(Y) = 0$  有唯一解。下面证明  $X$  在  $0 < x < 1$  区间上连续单调非负。令  $U(\Delta E) = \Delta E - \sin \Delta E$ , 在  $\Delta E \in (0, 2\pi)$  区间上,由

$$\frac{dU}{d\Delta E} = 1 - \cos \Delta E = 2 \sin^2 \frac{\Delta E}{2} > 0 \quad (11)$$

可知  $U(\Delta E)$  非负且是单调增函数。

同理,在  $0 < x < 1$  区间上,由式(12)可知  $U(\Delta E(x))$  非负且是单调增函数。

$$\frac{dU}{dx} = \frac{dU}{d\Delta E} \cdot \frac{d\Delta E}{dx} = \left( 2 \sin^2 \frac{\Delta E}{2} \right) \frac{4}{\sin \frac{\Delta E}{2}} = 8 \sin \frac{\Delta E}{2} > 0 \quad (12)$$

由式(7)和式(8)可得

$$\frac{dX}{dx} = \left( 8\sin^3 \frac{\Delta E}{2} - 6U(\Delta E) \cos \frac{\Delta E}{2} \right) / \sin^5 \frac{\Delta E}{2} \quad (13)$$

由洛比达法则

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{dX}{dx} = 12 \lim_{x \rightarrow 0^+} U / \left( 10\sin^3 \frac{\Delta E}{2} \cos \frac{\Delta E}{2} \right) = 8/5 \quad (14)$$

当  $x \in [1/2, 1)$  时,由式(13)可知  $\frac{dX}{dx} > 0$ .

当  $x \in [0, 1/2]$ ,  $\Delta E \in [0, \pi]$  时,令

$$V(\Delta E) = 4\sin^3 \frac{\Delta E}{2} - 3U(\Delta E) \cos \frac{\Delta E}{2} \quad (15)$$

$x \in [0, 1/2], \Delta E \in [0, \pi]$

对其进行求导

$$\frac{dV}{d\Delta E} = \frac{3}{2}U(\Delta E) \sin \frac{\Delta E}{2} \geq 0 \quad \Delta E \in [0, \pi] \quad (16)$$

由  $V(\Delta E(0)) = 0$ ,

$$\frac{dV}{dx} = \frac{dV}{d\Delta E} \cdot \frac{d\Delta E}{dx} = 6U \geq 0 \quad x \in [0, 1/2] \quad (17)$$

可知  $V \geq 0, x \in [0, 1/2]$ , 即  $\frac{dX}{dx} \geq 0$ .

由  $X(0) = 4/3$  和  $\frac{dX}{dx} \geq 0$ , 可知  $X(x) \geq 4/3$ ,

$x \in [0, 1)$ . 经过前面分析可知,  $F(x)$ 、 $G(Y)$  分别在它们的定义域上单调增.

**定理 1** 迭代方程式(2)、式(3)有唯一解的充分必要条件为

$$(m/l)^{1/2} - (1 + 4l/3) > 0 \quad (18)$$

**证明**

必要性:假设  $F(x^*) = 0, x^* \in (0, 1)$ . 由  $F(x)$  的单调性和  $x^* > 0$  可知

$$F(0) < F(x^*) = 0 \quad (19)$$

这样  $Y(0) = 1 + 4l/3$ , 结合式(19)

$$F(0) = -m/(1 + 4l/3)^2 + l < 0 \quad (20)$$

假设  $G(Y^*) = 0, Y^* \in ([m/(l+1)]^{1/2}, [m/l]^{1/2})$ .

$$x((m/l)^{1/2}) = m/[((m/l)^{1/2})^2 - l] = 0 \quad (21)$$

$$X(\Delta E(x((m/l)^{1/2}))) = X(0) = 4/3 \quad (22)$$

由  $G(Y)$  的单调性可知

$$G(Y^*) = 0 < G((m/l)^{1/2}) = (m/l)^{1/2} - (1 + 4l/3) \quad (23)$$

以上证明了式(18)是方程有唯一解的必要条件.

充分性:由式(20)知  $F(0) < 0, \lim_{x \rightarrow 1} Y(x) =$

$\lim_{x \rightarrow 1} [1 + X(\Delta E(x))(l + x)] = \infty$ , 所以

$$\lim_{x \rightarrow 1} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1} [x - m/Y^2(x) + l] = 1 + l > 0 \quad (24)$$

再由  $F(x)$  的单调性和连续性可知方程有唯一解.

同理可由  $G((m/l)^{1/2}) > 0, \lim_{Y \rightarrow [m/(l+1)]^{1/2}} x(Y) = m/\{[m/(l+1)]^{1/2}\}^2 - l = 1$ , 所以

$$\lim_{Y \rightarrow [m/(l+1)]^{1/2}} G(Y) = \lim_{Y \rightarrow [m/(l+1)]^{1/2}} [Y - 1 - X(x(Y))(l + x(Y))] = -\infty \quad (25)$$

再由  $G(Y)$  的单调性和连续性可知方程有唯一解. 定理的充分性得到证明. 证毕

## 4 混合优化算法设计

遗传算法作为一种搜索算法,它的寻优结果可能陷入局部最优解,当优化变量增多时更是如此.由于改进高斯法收敛范围大、收敛速度快,为减少遗传算法的寻优变量,提高其寻优速度和准确性,本文设计了一种将遗传算法与前述的改进高斯法相结合的混合优化算法.

### 4.1 约束条件

在轨道转移过程中,需要满足一定的约束条件,如参数的取值范围及工程实际的限制.本文主要考虑:

1) 开始转移时刻应小于目标轨道周期的  $1/2$ , 即  $t_k < 1/2t_p$ , 拦截时刻应小于目标轨道周期, 即  $t_e < t_p$ , 从而使目标航天器预警机动的的时间减少,提高命中概率.

2) 拦截器变轨是在一次速度脉冲的作用下瞬间完成的. 轨道转移能量消耗应有上限约束, 即  $|\Delta v| \leq v_{\max}$ , 本文将拦截器最大变轨脉冲限制为  $v_{\max} = 8.5 \text{ km/s}$ .

### 4.2 变量的编码

编码是应用遗传算法时要解决的首要问题,编码的方法很大程度上决定了遗传算法的计算效率,常用的有二进制编码和浮点数编码.浮点数编码与二进制编码相比,具有表示范围大、求解精度高、运算速度快、更能反映实际问题等优点,同时也便于与改进高斯法混合使用,虽然二进制编码比浮点数编码搜索能力强一些,但浮点数编码比二进制编码在变异操作上能够保持更好的种群多样性.因此本文采用浮点数编码.

### 4.3 适应度函数

由于很难达到理论边界条件,假设在拦截点,目标航天器的位置与拦截器的位置偏差在  $1\%$  范围内即满足边界条件.给出适应度函数为

$$\text{Fitness} = 1/[C_T \cdot \Delta t + C_v |\Delta \mathbf{v}|] \quad (26)$$

式中:  $C_T$  和  $C_v$  分别为时间和能量的权重因子, 它们的选取由战场态势决定. 若较看重打击时间, 则取  $C_T$  稍大一些, 若较看重能量的节省, 则取  $C_v$  稍大一些.

#### 4.4 混合优化算法设计步骤

如图3所示, 首先, 初始化目标航天器和拦截器的轨道参数, 初始化种群 ( $t_k, \Delta t$ ), 得到开始转移时刻  $t_k$  和转移时间  $\Delta t$ . 接着, 计算开始转移时刻拦截器的速度矢量和位置矢量、目标航天器在拦截点的位置矢量. 继而使用改进高斯法的求解步骤, 求解拦截器的变轨脉冲. 当转移轨道为椭圆时, 可以在混合算法开始计算阶段, 去除一些不满足充分必要条件的个体, 提高算法速度. 最后以适应度函数为准则, 用轮盘赌的方法选择父代, 经过交叉、变异产生新种群, 从而得到新的开始转移时刻和转移时间. 如此往复, 直到第  $N$  代或者代与代之间没有进化时为止.

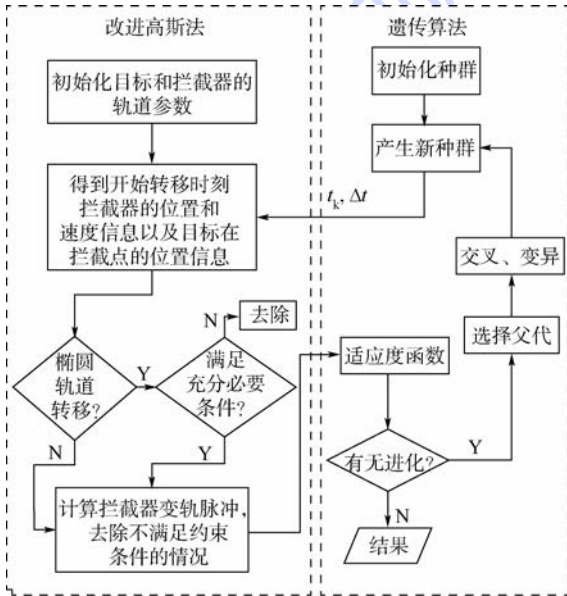


图3 混合优化算法流程图

Fig.3 Flow chart of hybrid optimal algorithm

遗传算法运行过程中, 交叉概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$  直接影响算法的收敛性. 本文使用文献[15]提出的自适应遗传算法, 即  $P_c$  和  $P_m$  的选取能够随适应度函数值自适应调整, 使算法更快更准确地达到全局最优解, 其表达式为

$$P_c = \begin{cases} P_{c1} - \frac{(P_{c1} - P_{c2})(f^* - f_{avg})}{f_{max} - f_{avg}} & f^* \geq f_{avg} \\ P_{c1} & f^* < f_{avg} \end{cases} \quad (27)$$

$$P_m = \begin{cases} P_{m1} - \frac{(P_{m1} - P_{m2})(f_{max} - f_m)}{f_{max} - f_{avg}} & f_m \geq f_{avg} \\ P_{m1} & f_m < f_{avg} \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $P_{c1}$  取为 0.8;  $P_{c2}$  取为 0.5;  $f_{max}$  为种群最大适应度值;  $f_{avg}$  为每代种群的平均适应度值;  $f^*$  为交叉的两个个体中较大的适应度值;  $P_{m1}$  取为 0.15;  $P_{m2}$  取为 0.1;  $f_m$  为变异个体的适应度值.

#### 5 仿真算例

下面采用数值仿真的方法验证混合优化算法的性能. 遗传参数设定如下: 种群数目为 20, 遗传代数数为 180.

**算例 1** 目标航天器和拦截器的初始轨道根数使用文献[5]中的数据, 如表 1 所示, 两者均为圆轨道.  $C_T = 0, C_v = 1$ , 求燃料最优解.

对于轨道半径之比小于 15.58 的两共面圆轨道之间的转移, 霍曼转移是燃料最省的. 下面分析证明, 对于两共面圆轨道的单脉冲拦截问题, 霍曼转移所求得的转移脉冲也是燃料最省的. 图 4 为航天器从低轨道 1 到较高轨道 3 的霍曼转移轨道. 航天器在原轨道 1 上瞬间加速后, 进入一个椭圆转移轨道 2. 航天器由此椭圆轨道的近拱点开始, 抵达远拱点后再瞬间加速, 进入另一个圆轨道 3, 此即为目标轨道. 由前述可知, 第 1 次瞬间加速后, 航天器最远能达到的高度为轨道 3 的高度. 若第 1 次加速脉冲变小后, 可知椭圆轨道 2 最远能达到的高度将小于轨道 3 的高度, 不能满足要求. 因此可知, 对于单脉冲拦截问题, 霍曼转移是最小能量拦截轨道.

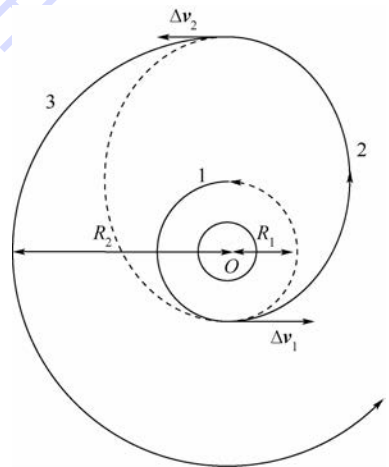


图4 霍曼转移示意图

Fig.4 Schematic diagram of Homan transfer

将霍曼转移、文献[5]中算法和混合优化算

法所得到的结果进行对比如表3所示.结果表明,本文优化算法更有效,求解结果更接近霍曼转移解算出的燃料最优解.

表3 不同算法下的性能

Table 3 Performance of different methods

算法	$\Delta t/s$	$\Delta f/(\circ)$	$ \Delta v /(km \cdot s^{-1})$
霍曼转移	6 136.6	180.0	1.0029
文献[5]算法	6 102.8	178.9	0.9961
本文算法	6 124.8	179.8	1.00291

图5为种群适应度值随遗传代数变化的过程.由图可知,种群的最优适应度值随着遗传代数的增加而逐渐收敛;群体的适应度均值也随着遗传代数的增加,逐渐向最小适应度值逼近.这表明群体中适应度值较小的个体逐渐被淘汰,较优个体逐渐被保留,群体中的个体差异不断减小并趋于最优值.与文献[5]算法相比,本文算法的最优适应度值在第10代后就趋于平稳,更快收敛到最优解.图6为目标航天器和拦截器在地心惯性坐标系下的运动轨迹.

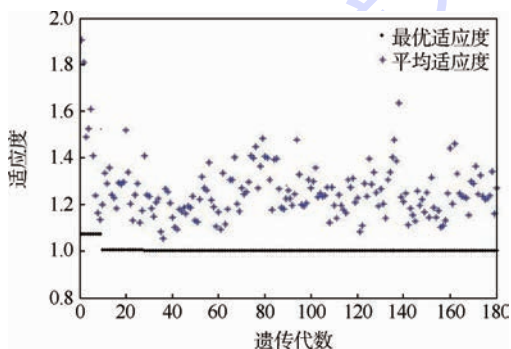


图5 适应度值随遗传代数的变化

Fig. 5 Variation of fitness value via generation

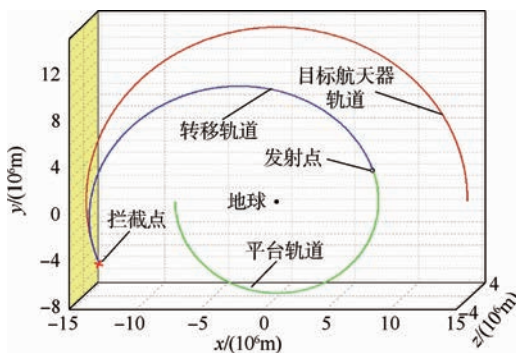


图6 共面圆间转移的运动轨迹

Fig. 6 Trajectory of coplanar transfer

**算例2** 目标航天器和拦截器的初始轨道根数如表4所示,两者在异面椭圆轨道上.表中 $\omega$ 为近地点幅角.

卫星变轨多采用能量最省方案,这是由于其对时间消耗并无要求,耗时可长可短.本文所涉及的空间拦截器在所携带燃料有限的前提下,对时

间要求也较高,因此提出了燃料和时间的线性组合优化指标.在非攻击模式下,拦截器轨道维护、作战部署等可采用能量最省方案;在攻击模式下,则要综合考虑两个优化指标,在满足有限燃料的情况下,设置指标权重因子.例如攻击目标时一般原则是先攻为快,要求拦截器攻击时间尽量少,将 $C_T$ 设置为1, $C_v$ 设置为0,则为时间最优情况.但是时间最优情况的所需燃料有可能大于燃料上限,此时就需要适当减小时间的权重因子 $C_T$ ,增加燃料的权重因子 $C_v$ ,直到满足燃料限制为止.而在拦截器轨道维护、作战部署时,要求其消耗燃料尽量少,将燃料的权重因子 $C_v$ 设置为1, $C_T$ 设置为0,为燃料最优情况.因此,选取3组不同的 $C_T$ 、 $C_v$ 对算例2进行仿真,表5为仿真结果.其中,第1组为燃料最优解,第2组为燃料和转移时间综合最优解,第3组为时间最优解.

表4 算例2的目标器与拦截器轨道根数

Table 4 Ex. 2 orbit elements of target and interceptor

航天器	$a/km$	$e$	$i/rad$	$\Omega/rad$	$\omega/rad$	$f/rad$
目标器	20 000	0.3	0.3	2.1	0.0	0.0
拦截器	8 000	0.1	0.1	0.3	$\pi$	0.0

表5 不同权重因子下的结果

Table 5 Results of different weight factors

组别	权重因子	$\Delta t/s$	$\Delta f/(\circ)$	$ \Delta v /(km \cdot s^{-1})$	$e$
1	$C_T=0, C_v=1$	13 697.1	241.3	1.4853	0.465
2	$C_T=0.3, C_v=0.7$	4 272.9	112.4	2.5007	0.806
3	$C_T=1, C_v=0$	2 685.4	24.3	8.1571	0.958

图7~图9分别为目标航天器和拦截器在3组不同情况下的运动轨迹.从优化结果可以看出,随着 $C_v$ 减小、 $C_T$ 增大,时间在优化指标中所占比重增大,而燃料所占比重减小.故最优解中脉冲增量增大、转移时间减小,且转移轨道的偏心率增大,这是符合常理的.需要指出的是,第3组时间

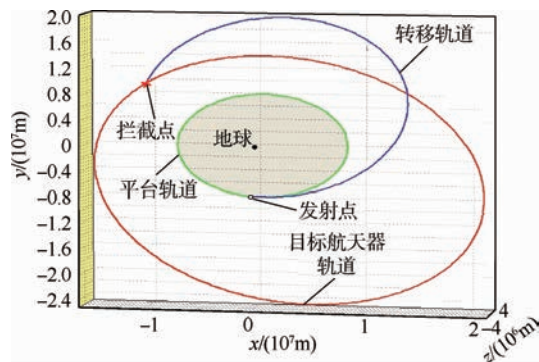
图7  $C_T=0, C_v=1$ 时目标器与拦截器的运动轨迹

Fig. 7 Trajectory of target and interceptor when

$$C_T=0, C_v=1$$

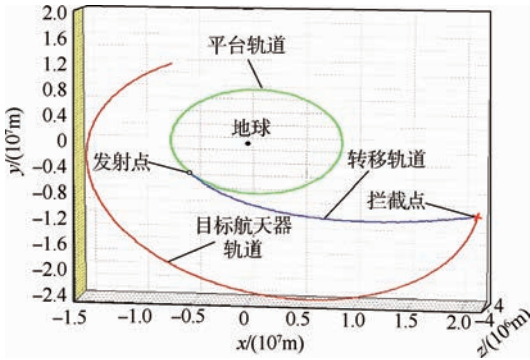


图8  $C_T = 0.3, C_v = 0.7$  时目标器与拦截器的运动轨迹

Fig. 8 Trajectory of target and interceptor when  $C_T = 0.3, C_v = 0.7$

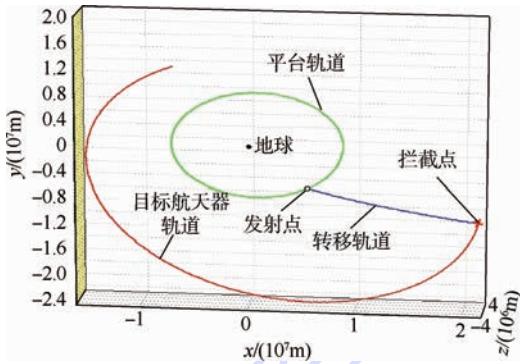


图9  $C_T = 1, C_v = 0$  时目标器与拦截器的运动轨迹

Fig. 9 Trajectory of target and interceptor when  $C_T = 1, C_v = 0$

最优解,算得的偏心率  $e$  接近 1,转移轨道近似为抛物线,所需要的变轨脉冲增量较大,一般在执行紧急任务,需要争取时间的情况下使用。

## 6 结论

对于初始位置和转移时间不固定的拦截转移轨道优化问题,引入牛顿-拉夫逊迭代法对经典高斯算法进行改进,继而提出了遗传算法和改进高斯法相结合的混合优化算法,并给出了混合优化算法求解此优化问题的设计步骤.该算法具有以下优点:

- 1) 此方法不需要初始猜测,避免了传统轨道优化方法中初始猜测的困难。
- 2) 可以求得全局最优解,克服了某些传统优化方法容易收敛于局部最优解的困难。
- 3) 与传统优化方法相比,收敛精度和收敛速度有所提高。

本文适应度函数的权重因子通过人工选取得到,实际上权重因子关系到遗传算法的精度,适宜的权重因子能使遗传算法更有效,本文下一步工作可考虑在权重因子的选取方面努力。

## 参考文献 (References)

- [1] 晁涛,王松艳,王子才,等.基于组合优化算法的临近空间飞行器轨迹优化[J].宇航学报,2012,33(2):183-188.  
Chao T, Wang S Y, Wang Z C, et al. Near space vehicle trajectory optimization approach based on hybrid SVM and GA algorithm [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(2): 183-188 (in Chinese).
- [2] Shen H J, Tsiotras P. Optimal two-impulse rendezvous using multiple-revolution Lambert solutions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(1): 50-61.
- [3] 周获,张刚,孙胜.有限推力椭圆轨道近距离拦截方法[J].宇航学报,2010,31(7):1763-1767.  
Zhou D, Zhang G, Sun S. A thrust-limited short-distance interception scheme on elliptical orbit [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(7): 1763-1767 (in Chinese).
- [4] Spencer D B, Kim Y H. Optimal spacecraft rendezvous using genetic algorithms[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2002, 39(6): 859-865.
- [5] 黄勇,李小将,张东来,等.混合遗传算法在最优 Lambert 轨道转移设计中的应用[J].飞行力学,2013,31(3):269-272.  
Huang Y, Li X J, Zhang D L, et al. Application of hybrid genetic algorithm in optimal Lambert orbital transfer design [J]. Flight Dynamics, 2013, 31(3): 269-272 (in Chinese).
- [6] Kim D Y, Woo B, Park S Y, et al. Hybrid optimization for multiple-impulse reconfiguration trajectories of satellite formation flying[J]. Advances in Space Research, 2009, 44(1): 1257-1269.
- [7] Battin R H. An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics[M]. Revised Edition. New York: AIAA, 1999.
- [8] 邓泓,仲惟超,孙兆伟,等.基于遗传算法的卫星攻击路径规划方法研究[J].宇航学报,2009,30(4):1587-1592.  
Deng H, Zhong W C, Sun Z W, et al. Method research of satellite attacking path planning based on genetic algorithm [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1587-1592 (in Chinese).
- [9] 陈统,徐世杰.基于遗传算法的最优 Lambert 双脉冲转移[J].北京航空航天大学学报,2007,33(3):273-277.  
Chen T, Xu S J. Optimal Lambert two-impulse transfer using genetic algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(3): 273-277 (in Chinese).
- [10] 高怀,朱战霞,刘剑.基于遗传算法的连续推力最短时间转移轨道设计[J].西北工业大学学报,2012,30(2):187-191.  
Gao H, Zhu Z X, Liu J. An effective minimum-time orbital transfer design under continuous thrust [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2012, 30(2): 187-191 (in Chinese).
- [11] Danchick R. Gauss meets newton again: How to make Gauss orbit determination from two position vectors more efficient and robust with Newton-Raphson iterations[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 195(2): 364-375.
- [12] Abdelkhalik O, Mortari D. N-impulse orbit transfer using genetic algorithms [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(2): 456-460.
- [13] 齐映红,曹喜滨.基于遗传算法的最优多脉冲交会轨道设计[J].哈尔滨工业大学学报,2008,40(9):1345-1348.  
Qi Y H, Cao X B. Design of multiple-impulsive rendezvous traj-

- ectory using genetic algorithms[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2008, 40(9): 1345-1348 (in Chinese).
- [14] 王威,于志坚. 航天器轨道确定-模型与算法[M]. 北京:国防工业出版社, 2007: 76-87.
- Wang W, Yu Z J. Orbit determination-modeling and algorithm [M]. Beijing: Defense Industry Press, 2007: 76-87 (in Chinese).
- [15] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithm [J]. IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, 1994, 24(4): 656-666.

## Space interception orbit optimization design based on hybrid optimal algorithm

GAO Xiaoguang\*, TANG Hong, DUAN Junhong

(College of Electronic and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** Based on a hybrid algorithm combining genetic algorithm (GA) with improved Gauss method (IGM), a design method of space interception orbit was proposed for solving time-fuel-optimal trajectory planning problem of interceptor. First, classical Gauss method was improved by applying Newton-Raphson iteration, solving the problem of the classical Gauss method of slow convergence speed and small transfer angle. Then, a theorem on the necessary and sufficient condition for the existence of unique solution was proved. When the initial orbital parameters were given, this condition could be used to judge whether elliptical orbit could be introduced as the interception orbit. After that, constraints of transfer time and maximum pulse rate were given, as well as the calculation steps of hybrid optimal algorithm, and way of coding was improved. Finally taking optimization problem of space interception orbit as an example, simulation was carried out. Simulation result shows that the hybrid algorithm has fewer generations and shorter consuming time compared with conventional optimal algorithm, indicating the algorithm is applicable in determining interception orbit in space.

**Key words:** optimization; space interception; Gauss method; genetic algorithm (GA); hybrid algorithm

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0639

# 飞机发动机叶片缺陷的差激励涡流传感器检测

于霞<sup>1,2</sup>, 张卫民<sup>\*1</sup>, 邱忠超<sup>1</sup>, 陈国龙<sup>1</sup>, 秦峰<sup>1</sup>

(1. 北京理工大学 机械与车辆学院, 北京 100081; 2. 中国兵器工业导航与控制技术研究所, 北京 100089)

**摘 要:** 针对某型号飞机发动机涡轮叶片上预制的微裂纹缺陷进行了检测研究. 基于涡流检测技术设计并研制了一种尺寸小、灵敏度高的差激励探头, 应用有限元分析软件开展了叶片微裂纹缺陷仿真分析. 为了实现叶片的自动高效检测, 设计并采用数控多自由度扫查台来控制采集过程, 实现了对叶片表面裂纹缺陷的快速扫查检测. 采集信号经过信号调理电路, A/D 转换后输入计算机, 完成信号的保存、处理和输出. 通过对比实验结果与仿真结果发现, 研制的差激励式涡流传感器可以有效地实现对叶片类零件表面微裂纹位置的判定, 对涡轮叶片类零件微缺陷早期诊断评估具有一定的现实和借鉴意义.

**关键词:** 发动机叶片; 差激励; 涡流传感器; 裂纹; 仿真分析

**中图分类号:** TG115.8; V263.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1582-07

涡轮发动机是飞机的核心部件, 它依靠叶片完成对气体的压缩和膨胀来产生强大动力, 以推动飞机前进. 叶片数量众多且属于高速旋转件, 所受载荷复杂、使用环境恶劣, 是发动机中最重要的和关键性零件之一<sup>[1-6]</sup>.

叶片在高温、高压等交变载荷下工作, 容易因腐蚀、振动等原因导致疲劳裂纹产生和扩展, 从而引发飞行事故. 因此, 研究叶片裂纹的有效检测方法, 早期预报和诊断叶片裂纹缺陷的产生, 是十分必要的<sup>[7-9]</sup>. 涡流检测是一种重要的无损检测方法, 其工作原理是根据电磁感应, 将涡流传感器的激励线圈置于金属基试件附近, 这时试件中会感应出涡流, 借助传感器的检测线圈拾取缺陷附近涡流场变化, 即可实现缺陷检测. 涡流检测简便高效, 可实现非接触和自动化检测, 其特点是对试件表面或亚表面缺陷敏感, 和超声等检测方法有效

组合, 有望取代目前生产中效率低下、难以实现自动化生产的磁粉、渗透等检测方法, 满足叶片零件自动化批量生产的检测需求<sup>[10-13]</sup>.

关于利用涡流方法进行叶片检测, 已开展了很多研究工作. 有学者根据大型汽轮机的检测要求, 研制了专用涡流检测传感器, 取得了较好检测结果<sup>[14-16]</sup>; 利用阵列式涡流传感器, 有效检测出高压涡轮叶片上的疲劳裂纹<sup>[17-18]</sup>; 针对叶片检测需求, 研制了专用检测传感器<sup>[19]</sup>, 满足了现场检测需求等.

涡流传感器从原理上说主要分为两种, 即绝对式传感器和差动式传感器<sup>[20]</sup>. 其中差动式传感器利用差动线圈对相同信号进行抵消、差异信号进行叠加的特点, 可有效抑制温度、提离效应等共模干扰信号, 更适于识别叶片中微小裂纹. 本文根据叶片缺陷检测实际需求, 设计并研制了一种新

收稿日期: 2014-10-15; 录用日期: 2015-01-04; 网络出版时间: 2015-01-19 11:24

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150119.1124.001.html

基金项目: 总装预研项目

作者简介: 于霞(1977—), 女, 山东德州人, 博士研究生, tieyan2@163.com

\* 通讯作者: 张卫民(1964—), 男, 吉林长春人, 教授, zhangwm@bit.edu.cn, 主要研究方向为电磁无损检测技术.

**引用格式:** 于霞, 张卫民, 邱忠超, 等. 飞机发动机叶片缺陷的差激励涡流传感器检测[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1582-1588. Yu X, Zhang W M, Qiu Z C, et al. Differential excitation eddy current sensor testing for aircraft engine blades defect [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1582-1588 (in Chinese).

型小尺寸、差激励式涡流传感器. 实验结果表明, 这种传感器抑制干扰能力较强、灵敏度高, 较适于检测叶片中的微小缺陷.

## 1 差动式涡流传感器工作原理

差动式涡流传感器可以分为差测量式和差激励式, 一般比较常见的是差测量式, 如图 1(a) 所示. 它由一个激励线圈和两个测量线圈组成, 激励线圈在试件中感生涡流, 当试件中没有缺陷时, 由于两个测量线圈反向连接, 感应电压相互抵消, 没有输出; 一旦试件中出现缺陷, 测量线圈中的感应电压便发生变化, 有信号输出. 差激励式涡流传感器则是由两个激励线圈和一个测量线圈组成, 如图 1(b) 所示. 当试件中没有缺陷时, 两个激励线圈产生的涡流场能量相同, 方向相反, 相互抵消, 测量线圈中没有感应电压输出; 当试件中存在缺陷时, 两个激励涡流场能量平衡被破坏, 测量线圈中产生感应电压信号.

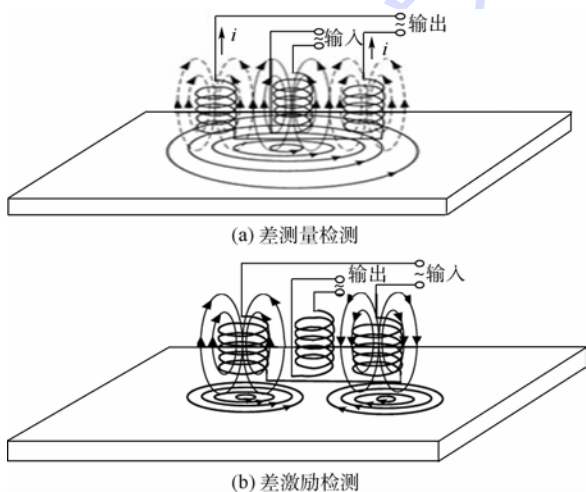


图 1 差动式涡流检测

Fig. 1 Differential eddy current detection

由于叶片属于复杂曲面零件, 检测时表面状态差异、提离距离变化等干扰因素不可避免, 叶片上微裂纹处涡流信号很微弱. 采用差动式涡流传感器对于抑制干扰, 增大灵敏度, 甚至提高线性度, 无疑是合理的选择. 与差测量式传感器相比, 差激励式传感器在试件上施加两个相互耦合的电磁场, 一旦试件中涡流场平衡被破坏, 其变化量要比差测量式传感器更大. 所以在叶片缺陷检测实验中, 差激励式传感器比差测量式传感器灵敏度更高. 如图 2 所示, 两个结构尺寸相同的差动式传感器, 在相同电源电压激励下, 差激励式传感器输出明显高于差测量式传感器, 且信噪比显著改善.

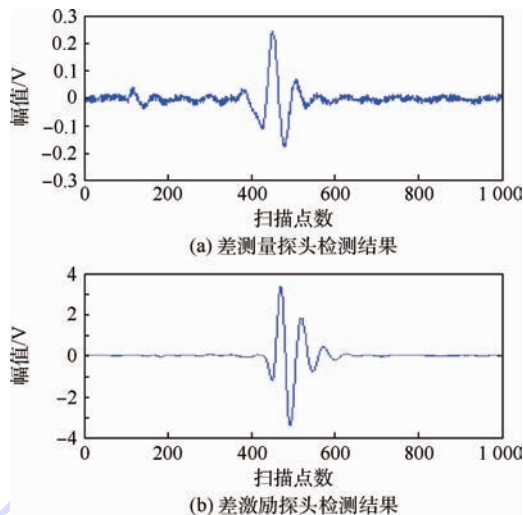


图 2 叶片试件裂纹两种差动式检测结果对比

Fig. 2 Comparing results of detecting cracks between two differential kinds

## 2 差激励式涡流传感器设计与研制

一般通用差动式涡流传感器尺寸较大, 且均为差测量式结构. 本文针对叶片微裂纹检测需求, 设计了一种尺寸小、灵敏度高的差激励式传感器, 其壳体直径为 5 mm, 差激励探头涡流检测系统组成如图 3 所示, 检测线圈拾取的涡流信号转化为变化的电压信号, 经过信号调理电路, A/D 数据采集卡转化为数字信号, 由计算机保存、处理、输出. 差激励传感器中, 为了增大电感量, 提高检测灵敏度, 将线圈绕制在铁氧体铁芯上, 为了减小传感器体积, 将铁氧体磨制成 0.2 mm 的薄片, 两侧的激励线圈用 0.09 mm 的漆包线缠绕铁氧体薄片绕制两层共 300 匝制作而成, 两个激励线圈互为反向连接, 而中间的测量线圈是由 0.05 mm 漆包线环绕铁氧体外绕制一层 400 匝构成. 图 4 为两种结构形式的差激励式传感器.

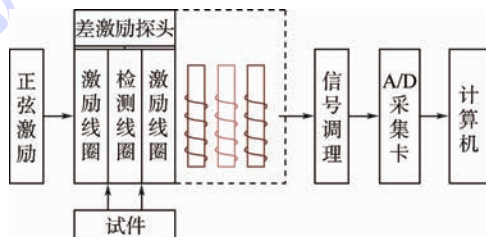


图 3 差激励测量系统框图

Fig. 3 Block diagram of difference incentive measurement system

为了实现对发动机叶片的自动高效检测, 可将上述差激励式传感器安装在数控多自由度扫查台上, 通过数控轨迹规划, 实现对叶片曲面零件的快速扫查.



图4 差动式探头及内部线圈结构

Fig. 4 Differential probe and internal coil structure

### 3 叶片裂纹缺陷涡流检测仿真研究

应用 ANSOFT 电磁场有限元分析软件,通过位函数的选取和边界定解条件的施加,可求得唯一数值解<sup>[21]</sup>. 选取激励和检测线圈铁芯为 2 mm × 0.2 mm 的矩形铁氧体薄片,激励线圈导线线径为 0.05 mm,绕制 300 匝,检测线圈采用同样线径绕制 400 匝.

利用涡流求解器求解时假设:时变电磁场量做周期变化且所有量具有相同的角频率,所有电流与所研究导体的横截面正交.采用直接方法求解磁场强度.边界处强制  $H$  连续,在模型中产生连续的磁场解,之后将解进行误差分析,细化误差较大位置的网格,连续求解直到满足设定的终止条件<sup>[10]</sup>.

三维涡流场采用棱边法将四面体单元棱边上的场量作为待求自由度.磁场强度  $H$  描述为

$$H = H_p + \nabla \cdot \varphi \quad (1)$$

$$H = H_p + \nabla \cdot \varphi + T \quad (2)$$

式中: $\varphi$  为标量磁位; $H_p$  为四面体剖分 6 条边上的磁场强度,该场量为待求场量.在三维非导电区域内,采用式(1),需计算节点上标量磁位  $\varphi$  和棱边上的矢量磁场强度  $H_p$ ,因棱边上的自由度是矢量,所以在  $x, y, z$  3 个方向上各对应一个标量.在导体区域,采用式(2)进行计算,其中  $T$  是棱边元其棱边的矢量电位,需要在四面体单元 10 个自由度的基础之上再增加矢量电位自由度.在导电区域和非导电区域的交界面上矢量电位  $T$  的切向分量置成 0,并按所有激励源频率相同且固定进行求解计算<sup>[22]</sup>.

考虑到发动机叶片表面为曲面,不同位置处曲率各异.利用正弦函数曲线建立了一个较为平缓的曲面来近似叶片叶尖部位的曲面进行仿真.这种建模方式基于两点考虑:①叶片曲面可看作变曲率正弦曲面;②在传感器附近用规则曲面代替叶片曲面,误差很小.部分结果如图 5 所示,不同位置处不同尺寸的裂纹的磁密度云图有所区别.仿真忽略了因为阻抗变化电流略微变化的影响.

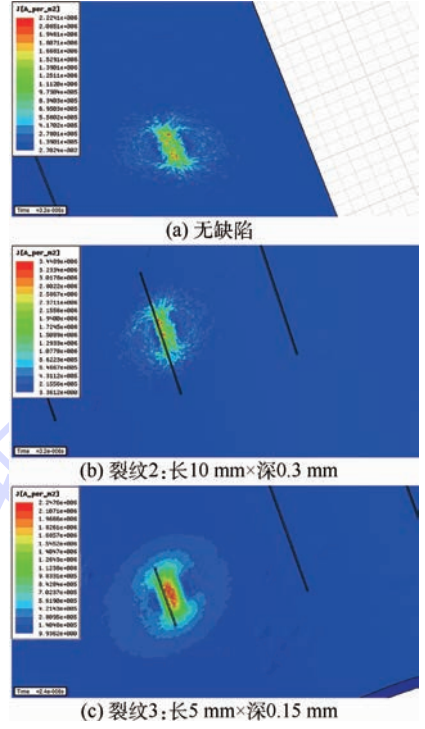


图5 不同位置不同尺寸裂纹磁密度

Fig. 5 Magnetic flux density of cracks with different positions and various sizes

仿真过程建立了差激励涡流检测三维探头模型,由于 4 条裂缝(裂纹相对位置及尺寸见图 6(a))处能够导致两个激励线圈在金属板上的涡流畸变,造成感应接收线圈的左右两侧磁场不相等,由此引起差分电压并产生感应电压波形图,如图 6(b)所示.

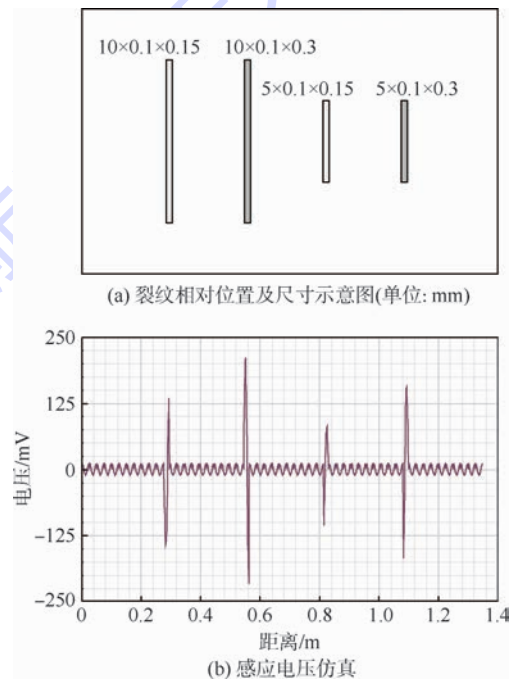


图6 裂纹相对位置及感应电压仿真

Fig. 6 Relative positions of cracks and induced voltage simulation

图7为宽度相同而长度、深度不同的裂纹在缺陷处的涡流渗透深度密度云图。从图中可以看出,对于文中给定的传感器结构,随着裂纹深度增加,涡流的渗透深度越深;随着裂纹长度增加,涡流的渗透深度也越深。

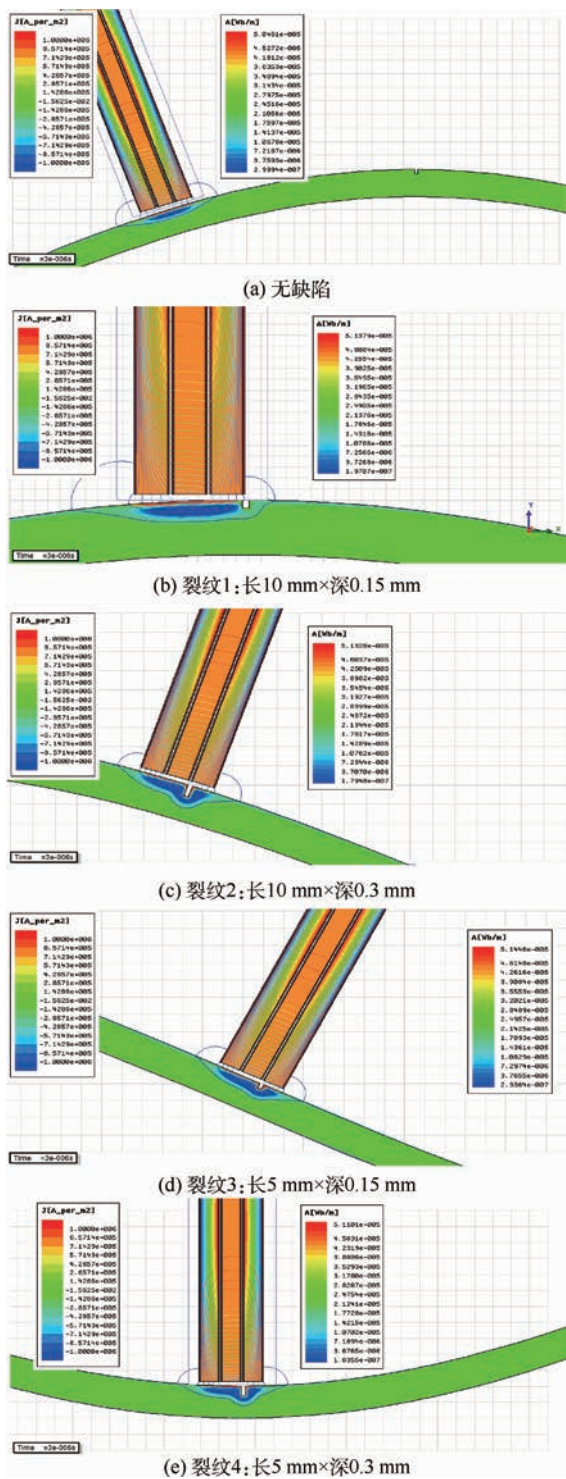


图7 无裂纹与4种不同位置裂纹处的涡电流密度云图

Fig.7 Eddy current density contours without cracks and with cracks at four different positions

根据仿真结果,探头在不同提高高度下的磁信号强度明显不同,得到了从0~1.5 mm提高高

度与检测电压峰值的关系曲线,如图8所示。从曲线上可以看出,1 mm提高高度以后,电压输出很小,几乎均为零值,说明当提高高度超过1 mm以后较难检测出仿真中给定尺寸的裂纹。

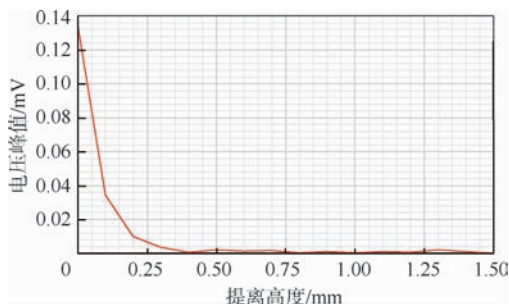
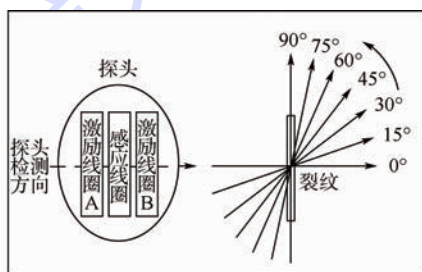


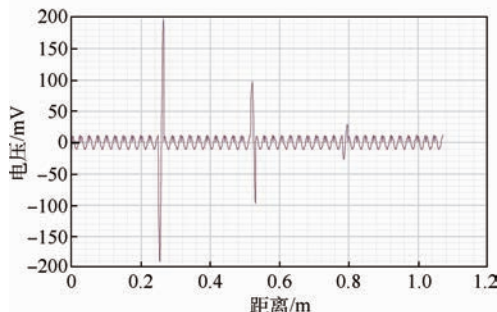
图8 提高高度与电压峰值关系曲线

Fig.8 Relation curve of lift-off and voltage peak

涡流检测过程中,除了探头结构、提高高度和激励频率对检测会造成影响外,探头在扫查过程中的姿态,即探头扫查通过同一条裂纹时,探头与裂纹所成的不同角度对检测结果会有一些影响。为了检验其影响程度,通过仿真建立了3条尺寸相同均为长3 mm×宽0.1 mm×深0.2 mm的裂纹,设定扫查路径分别为与裂纹长度垂直方向成0°,15°,30°,45°,60°,75°,90°,如图9(a)所示,选取得到的探头在0°,45°,60°三种不同扫查角度下的感应电压仿真如图9(b)所示。上述结果说明,传感器在垂直于裂纹方向扫查有最大灵敏度,应尽量避免顺着裂纹方向扫查,此方向为传感器检测盲区,在其他方向上,传感器均有不同程度的输出。



(a) 探头扫查方向与裂纹关系



(b) 感应电压仿真图

图9 不同角度下的感应电压仿真

Fig.9 Induced voltage simulation at different angles

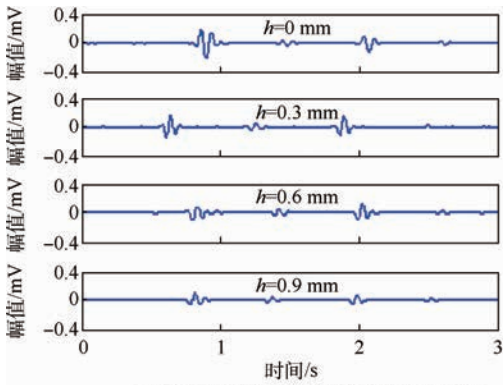
### 4 叶片裂纹缺陷检测实验

应用设计的差激励式传感器探头及其涡流检测系统,该传感器结构和仿真模型相一致.对叶片试件上不同部位采用电火花加工方法预制不同尺寸的微裂纹.如图6(a)所示,选取叶尖部位4条裂纹,其长度、宽度、深度分别为10 mm × 0.1 mm × 0.15 mm、10 mm × 0.1 mm × 0.3 mm、5 mm × 0.1 mm × 0.15 mm、5 mm × 0.1 mm × 0.3 mm为例进行说明.在128 kHz激励频率、8 V输出电压和120°相位的情况下,分别改变探头扫

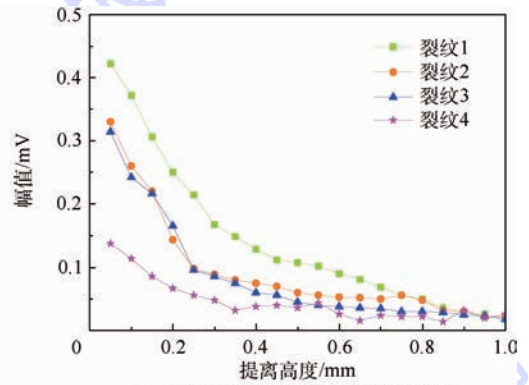
查角度和提高高度,进行了多次检测实验.

改变差激励探头与被测试件表面的距离,由0 mm 逐渐增加到1.0 mm 沿试件长度并垂直于裂纹方向进行检测,选取4个特征提高高度( $h$ )的检测结果如图10(a)所示,并根据实验结果绘制了提高高度与检测信号峰峰值曲线,如图10(b)所示.

改变探头相对裂纹的扫查方向,如图9(a)所示,垂直裂纹的方向定为初始0°,依次沿逆时针扫查,得到0°~90°之间6个方向的扫查检测结果.选取具有代表性的检测曲线如图11所示.



(a) 4种不同提高高度下4条裂纹检测曲线



(b) 提高高度与检测信号峰峰值曲线图

图10 差激励探头叶尖4条裂纹缺陷提高检测结果

Fig. 10 Lift-off detecting results of four cracks at the tip of leaf using differential incentive probe

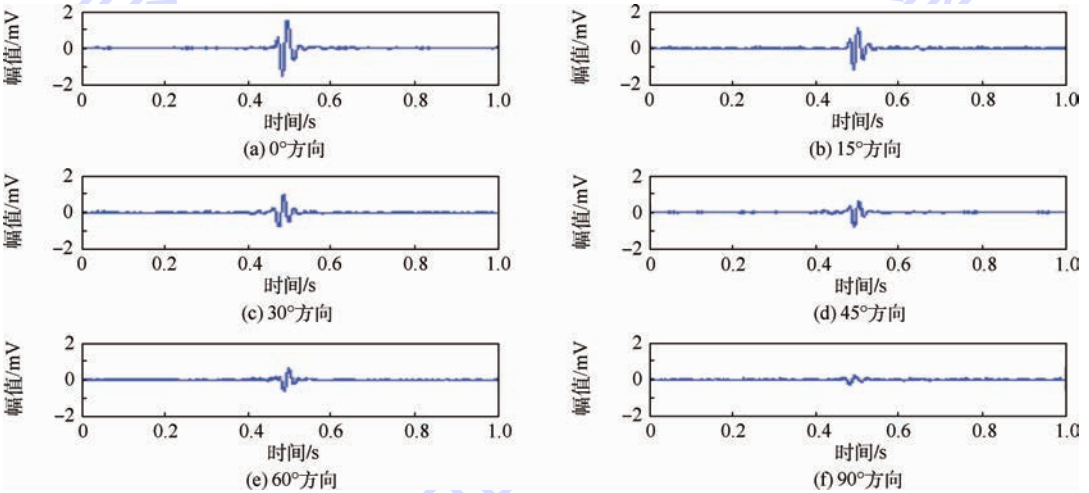


图11 不同扫查方向检测结果

Fig. 11 Detecting results along different scanning directions

### 5 结论

本文针对较难检测的航空发动机涡轮叶片,设计了专门用于配合叶片表面微裂纹检测的数控多自由度扫查台,并应用设计制作的差激励涡流传感器,以叶尖部位的4条尺寸和位置不同的采用电火花加工方法预制的微裂纹为例,开展了涡

流叶片表面微裂纹仿真和实验研究,研究结果表明:

1) 仿真和实验结论相互吻合,所设计的小尺寸且具有较高灵敏度和较高分辨率的差激励传感器能够有效检测识别出发动机叶片上的微裂纹缺陷.

2) 为后续进一步完善用于涡轮叶片表面微

裂纹缺陷检测的差激励传感器研究奠定了一定的基础。

3) 为其他领域不规则金属曲面工件的微裂纹检测提供一些方法和技术借鉴。

### 参考文献 (References)

- [1] 谢小荣,杨小林.飞机损伤检测[M].北京:航空工业出版社,2006:6-8.  
Xie X R, Yang X L. Detection of aircraft damage[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2006:6-8 (in Chinese).
- [2] Yilmaz O, Gindy N, Gao J. A repair and overhaul methodology for aeroengine components[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2010, 26(2): 190-201.
- [3] Jones S, Richardson N, Bennett M. The application of magnetic measurements for the characterization of atmospheric particulate pollution within the airport environment[J]. Science of the Total Environment, 2015, 502: 385-390.
- [4] Li X Q, Jiang H H, Yin G F. Detection of surface crack defects on ferrite magnetic tile[J]. NDT and E International, 2014, 62: 6-13.
- [5] Yang B. Blade containment evaluation of civil aircraft engines [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(1): 9-16.
- [6] Gao C W, Meeker W Q, Meeker D. Detecting cracks in aircraft engine fan blades using vibrothermography nondestructive evaluation[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 131: 229-235.
- [7] 王庆胜.航空发动机涡轮叶片缺陷检测中的关键技术研究[D].西安:西北工业大学,2005.  
Wang Q S. Research on key technologies detecting blade defects of aero engine turbine[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005 (in Chinese).
- [8] 孙护国,霍武军.航空发动机涡轮叶片的检测技术[J].航空发动机,2002(1):23-25.  
Sun H G, Huo W J. Testing technology of aero engine turbine blades of aero engine[J]. Aeroengine, 2002(1): 23-25 (in Chinese).
- [9] Amineh R K, Ravan M, Sadeghi S H. Removal of probe lift-off effects on crack detection and sizing in metals by the AC field measurement technique [J]. IEEE Transactions on Magnetic, 2008, 44(8): 2066-2073.
- [10] 林俊明.电磁(涡流)检测设备的研究现状及发展趋势[J].南昌航空大学学报,2007,21(8):59-62.  
Lin J M. Research status and development trend of electromagnetic testing equipment[J]. Journal of Nanchang Aviation University, 2007, 21(8): 59-62 (in Chinese).
- [11] Olivier P, Birglen L, Maldague X, et al. Coverage path planning for eddy current inspection on complex aeronautical parts[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2014, 30(3): 305-314.
- [12] 何敏,柴孟阳.三种电磁无损检测方法综述[J].测控技术, 2012, 31(3): 1-4.  
He M, Chai M Y. Summary of three electromagnetic nondestructive testing methods [J]. Measurement & Control Technology, 2012, 31(3): 1-4 (in Chinese).
- [13] Heuer H, Schulze M H, Meyendorf N. Non-destructive evaluation (NDE) of composites: Eddy current techniques [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2010, 26(2): 190-201.
- [14] 邵泽波,宋树波.汽轮机叶片的涡流检测[J].无损检测, 2002, 24(10): 444-446.  
Shao Z B, Song S B. Eddy current inspection of turbine blades [J]. Nondestructive Testing, 2002, 24(10): 444-446 (in Chinese).
- [15] 宋树波,邵泽波,李凤兰,等.汽轮机叶片检测方法的试验研究[J].汽轮机技术,2004,46(5):363-368.  
Song S B, Shao Z B, Li F L, et al. Test research of inspection method for turbing blades [J]. Turbine Technology, 2004, 46(5): 363-368 (in Chinese).
- [16] 李同滨,林俊明.汽轮机叶片涡流探伤方法的实验研究[J].无损检测,1998,20(2):41-44.  
Li T B, Lin J M. Test research of eddy current inspection of turbine lobe [J]. Nondestructive Testing, 1998, 20(2): 41-44 (in Chinese).
- [17] 赵秀梅,段建刚,李勇.涡流阵列探头在高压涡轮叶片原位检测中的应用[J].无损检测,2014,36(4):21-24.  
Zhao X M, Duan J G, Li Y. Application of eddy current array probe in the in-situ detection of high pressure turbine blade [J]. Nondestructive Testing, 2014, 36(4): 21-24 (in Chinese).
- [18] Madhavan S, Jain R, Sujatha C, et al. Vibration based damage detection of rotor blades in a gas turbine engine [J]. Engineering Failure Analysis, 2014, 46(11): 26-39.
- [19] 付刚强,郑勇.涡轮叶片专用探头研制与应用[J].无损检测,2002,24(7):289-291.  
Fu G Q, Zheng Y. Development and application of the probe for turbine blades [J]. Nondestructive Testing, 2002, 24(7): 289-291 (in Chinese).
- [20] 尹武良.低频电磁传感检测技术—设计、分析、计算与应用[M].北京:科学出版社,2010:11-19.  
Yin W L. Low frequency electromagnetic sensing detection technology—design, analysis, calculation and application [M]. Beijing: Science Press, 2010: 11-19 (in Chinese).
- [21] 赵博,张洪亮. Ansoft 12 在工程电磁场中的应用[M].北京:中国水利水电出版社,2010:222-224.  
Zhao B, Zhang H L. Application of Ansoft 12 in electromagnetic engineering [M]. Beijing: Chinese Water Conservancy and Hydropower Press, 2010: 222-224 (in Chinese).
- [22] Takagi H, Huang H, Fukutomi H, et al. Numerical evaluation of correlation between crack size and eddy current testing signal by a very fast simulator [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1998, 34(5): 2581-2584.

## Differential excitation eddy current sensor testing for aircraft engine blades defect

YU Xia<sup>1,2</sup>, ZHANG Weimin<sup>\*1</sup>, QIU Zhongchao<sup>1</sup>, CHEN Guolong<sup>1</sup>, QIN Feng<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Navigation and Control Technology Research Institute, China North Industries Group Corporation, Beijing 100089, China)

**Abstract:** The micro-crack detection experiments of the certain model aircraft engine turbine blades were carried out. Based on eddy current testing technology, a small differential excitation probe with high sensitivity and difference from traditional probes was designed and developed. The simulation analysis of micro-crack on aircraft engine turbine blades was completed by finite element analysis software. In order to realize the automatic and efficient detection of engine blades, a computerized numerical control (CNC) scanner with multi-degree of freedom was designed and adopted to control the acquisition process. The detection signals were acquired via the signal conditioning circuit, A/D card and input into computers, where the signals storing, processing and output completed. By comparing the experimental and simulation results, it can be seen that the difference incentive eddy current sensor can effectively and accurately determine the micro-crack position on the blade surface and has practical significance and reference value for evaluating micro-defects of aircraft turbine blade parts during early diagnosis.

**Key words:** engine blade; the differential excitation; eddy current sensor; crack; simulation analysis

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0632

# 简单高效的新型多向中继网络编码方法



吴湛击\*, 高翔

(北京邮电大学 信息与通信工程学院, 北京 100876)

**摘 要:** 为进一步提升全信息交互的多用户多向中继网络的吞吐量和传输可靠性, 提出一种简单高效的新型网络编码方法. 本文方法基于多级双向网络编码操作, 用户两两配对同时向中继节点发送信息符号, 中继通过对接收的叠加信号进行硬判决检测以确定这两个符号是否同号, 并将判决结果广播给所有用户. 如果同号, 则可确定这两个用户各自的发送信息; 如果异号, 则任意选出其中一个用户, 参与下一轮配对, 直到实现所有用户的信息交互. 理论分析和仿真结果表明提出方法较传统路由方法和现有的二进制网络编码方法, 单源单信道的吞吐量都有显著的提升. 而且, 由于三电平脉冲幅度调制(3-PAM)的简单特性, 与大规模多向中继网络的文献方法相比, 本文方法的复杂度更低, 可靠性更高. 此外, 在加性高斯白噪声(AWGN)信道下, 采用基于低密度校验(LDPC)码的新型网络编码可以进一步增强可靠性. 仿真结果表明: 用户数目越多, 本文方法较文献方法的增益越大, 并且联合信道编码后的增益进一步加大.

**关键词:** 多向中继信道; 网络编码; 三电平脉冲幅度调制(3-PAM); 低密度校验码(LDPC); 双向中继信道(TWRC)

**中图分类号:** TN925

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1589-06

吞吐量是衡量无线通信系统性能的一个重要指标. 网络编码技术<sup>[1]</sup>最初用来提高无损有线网络的吞吐量, 近几年被用于无线中继网络场景<sup>[2-4]</sup>, 可以同时获得分集增益和吞吐量的提升. 起初, 物理层网络编码(Physical-layer Network Coding, PNC)<sup>[5-7]</sup>用于双向中继信道(Two-Way Relay Channels, TWRC)场景, 两个用户通过一个中继实现信息的交换, 相比于传统路由方案, 系统吞吐量最多可以提升100%<sup>[8]</sup>. 对于多向中继信道(Multi-Way Relay Channels, MWRC)场景,  $N$ 个用户通过一个中继交互信息, 传统路由方案的系统平均吞吐量为  $\frac{1}{2N}$  sym/S/CU (符号/信源/信

道), 传统网络编码方案与 PNC 方案的系统平均吞吐量分别为  $\frac{1}{2N-1}$  和  $\frac{1}{2N-2}$  sym/S/CU<sup>[9-11]</sup>. 可见, 当用户节点的数量增加时, PNC 方案相较于传统路由方案几乎没有吞吐量增益. 复数域网络编码<sup>[12-13]</sup>方案可获得高达  $\frac{1}{2}$  sym/S/CU 的吞吐量, 然而当用户数增加时, 系统的性能会急剧恶化. 文献[14]提出一种二进制信号的检测转发(Detect-and-Forward, DF)路由方案(文中以后部分简称为文献方法<sup>[14]</sup>), 理论上可以得到  $\frac{2}{3N}$  sym/S/CU 的系统平均吞吐量. 文献方法<sup>[14]</sup>在中

收稿日期: 2014-10-15; 录用日期: 2015-01-16; 网络出版时间: 2015-02-25 15:32

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150225.1532.005.html

基金项目: 国家自然科学基金(61171101); 国家重大科技专项(2013ZX03003016); 北京邮电大学2014年优秀博士研究生创新基金(CX201426); 中央高校基本科研业务费专项资金

\* 通讯作者: 吴湛击(1977—), 男, 江苏宜兴人, 教授, wuzhanji@bupt.edu.cn, 主要研究方向为信息编码与无线传输技术.

引用格式: 吴湛击, 高翔. 简单高效的新型多向中继网络编码方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1589-1594.

Wu Z J, Gao X. Simple and efficient novel multi-way relay network coding scheme[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1589-1594 (in Chinese).

继处的接收基于多电平幅度调制的解调,计算复杂度,而且随着用户数的增多,可靠性显著降低,实际吞吐量远低于理论吞吐量.

本文提出一种多级多向中继网络编码方法.用户两两配对向中继节点发送信息符号(+1或-1),中继收到每对用户的叠加信息,以硬判决的方式检测这两个符号是否同号,并将判决结果广播给所有用户.如果同号(硬判决检测为+2或-2),则可确定这两个用户各自的发送信息;如果异号(硬判决检测为0),则任意选出其中一个用户,参与下一轮配对.这样,该多级网络编码方法的每一级可以看作多次二时隙双向中继网络编码操作.通过理论分析,证明该方法的平均吞吐量提升至 $\frac{3}{4N}$  sym/S/CU,相较于传统路由方案提升了50%,相较于文献方法<sup>[14]</sup>提升了12.5%.软件仿真结果也验证了此结论.

## 1 系统模型

本文研究的多向中继信道模型如图1所示,由 $N$ 个用户节点( $S_1, S_2, \dots, S_N$ )和一个中继节点 $R$ 构成.任何两个用户节点之间不存在直连链路,所以每个用户的信息必须通过上行链路送达中继节点.再由中继广播至每个用户节点,以完成所有用户节点的信息交互,亦即每一个用户最终都获知其他用户的发送信息.假设理想的时间同步和半双工的信息传输.

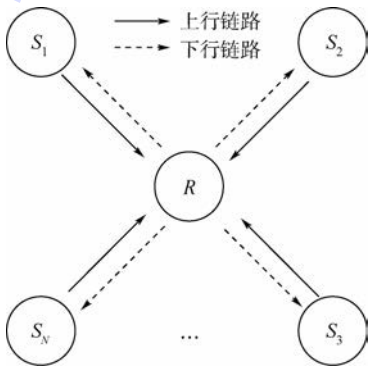


图1 多向中继信道模型

Fig.1 Model of multi-way relay channels

## 2 新型多级多向中继网络编码方法

前言里提到,每一级多向中继网络编码方法可以看作多次二时隙 TWRC 网络编码操作,所以本文首先介绍二时隙 TWRC 网络编码操作.第1个时隙,两个用户节点同时发送信息到中继,设两个用户发送的二进制信息符号分别为 $s_1$ 和 $s_2$ ( $s_1, s_2 \in \{-1, +1\}$ ),中继对接收到的叠加信号 $s_1 +$

$s_2$ 进行判决;第2个时隙,中继节点将判决结果通过下行链路广播给所有用户.假设所有传输链路是无差错的,因此 $s_1 + s_2 \in \{-2, 0, +2\}$ .如果接收的叠加信号的值为-2或+2,那么两个用户发送的信息均为-1或+1.如果接收的叠加信号的值为0,那么两个用户发送的信息彼此异号.为了得到 $s_1$ 和 $s_2$ 的值,需选择其中一个信号(比如 $s_1$ )参与下一级网络编码操作,直到可以得到 $s_1$ 的值,然后便可以通过异号关系得到 $s_2$ 的值.

对于 $N$ 个用户节点,每两个编号相邻用户节点一组,进行第1级网络编码操作.完成第1级网络编码操作需要进行 $\lfloor \frac{N}{2} \rfloor$ 组 TWRC 网络编码操作.用户节点和中继节点都存储一张包含 $N$ 个用户节点的从1~ $N$ 升序排列的编号表(用户节点集合),每一级网络编码均按用户编号的升序排列操作.每一级网络编码操作结束后,从每一对彼此异号的用户中选择其中一个编号小的用户,便得到下一级网络编码操作的用户节点集合.这样无需中继节点的信令调度通知,每个用户节点都可自动记录下一级的用户编号和中继广播的叠加信号,大大简化了调度算法.如此类推,直到所有的用户节点完成信息交互,则多级网络编码过程结束.定义: $L$ 为级数, $C^L$ 为第 $L$ 级进行网络编码操作的用户节点集合, $C_k^L$ 为用户节点集合中第 $k$ 个用户节点, $M^L$ 为第 $L$ 级进行网络编码操作的用户节点数目, $N_{\text{TWRC}}$ 为已经进行的 TWRC 网络编码操作的次数.下面详细阐述基于多向中继的多级网络编码方法的步骤.

初始化: $L=0, C^0 = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}, M^0 = N, N_{\text{TWRC}} = 0$ .其中: $S_i$ 为第 $i$ 个用户节点, $i=1, 2, \dots, N$ .

**步骤1** 第 $L$ 级网络编码操作,需要进行 $\lfloor \frac{M^L}{2} \rfloor$ 次 TWRC 网络编码操作.每一级多向中继网络编码完成后,更新 $N_{\text{TWRC}} = N_{\text{TWRC}} + \lfloor \frac{M^L}{2} \rfloor$ .将 $C^L$ 中所有的用户节点两两配对,按照编号由小到大( $i=1, 2, \dots, \lfloor \frac{M^L}{2} \rfloor$ ),每对用户节点 $[C_{2i-1}^L, C_{2i}^L]$ 依次进行 TWRC 网络编码操作.若用户接收到中继广播的叠加信号为-2或+2,则该组用户发送信息已被所有用户正确接收.若用户接收到中继广播的叠加信号为0,选择 $C_{2i-1}^L$ 加入节点集合 $C^{L+1}$ 中,参与下一级多向中继网络编码操作.需要注意,如果 $M^L$ 为奇数,把未被配对的最后一个节点 $C_{M^L}^L$ 加入到下

一级节点集合  $C^{L+1}$  中. 这样便得到  $C^{L+1}$  和  $M^{L+1}$ .

**步骤2** 更新  $L$  进行下一级多向中继网络编码, 即  $L = L + 1$ . 如果  $M^L > 2$ , 则依照步骤1进行下一级多向中继网络编码; 如果  $M^L = 1$ , 则按照传统路由方式发送这个唯一节点的用户信息, 并更新  $N_{\text{TWRC}} = N_{\text{TWRC}} + 1$ ; 如果  $M^L = 2$ , 对这两个用户节点进行一次 TWRC 网络编码, 并更新  $N_{\text{TWRC}} = N_{\text{TWRC}} + 1$ , 则完成多级多向中继网络编码, 总共占用的信道次数为  $2N_{\text{TWRC}}$ .

另外, 当网络拓扑发生变化时, 如在第  $L - 1$  级网络编码过程中增加新用户节点, 则在第  $L$  级相应的用户集合  $C^L$  的末尾增加新节点; 如在第  $L - 1$  级网络编码过程中删除一个用户节点, 则在用户集合  $C^L$  对应位置中删除该节点. 再按步骤1与步骤2完成后续的网络编码操作. 可见, 本文方法有较强的动态适应性.

下面以  $N = 3$  为例阐述多级网络编码方法. 首先, 初始化迭代次数  $L = 0$ , 用户节点集合  $C^0 = \{S_1, S_2, S_3\}$ , 已经进行的 TWRC 网络编码操作次数  $N_{\text{TWRC}} = 0$ . 然后, 对  $S_1, S_2$  进行 TWRC 网络编码操作, 存在以下两种情况:

**情况1** 如果叠加信号  $s_1 + s_2 = \pm 2$ , 则经过中继广播叠加信号, 3 个用户均可得知  $s_1, s_2 = \pm 1$ , 因此下一级多向中继网络编码操作的节点集合为  $C^1 = \{S_3\}$ , 则  $M^1 = 1$ , 所以对  $S_3$  的信息采用传统路由转发即可. 这种情况出现的概率为 0.5, 且实现 3 个节点的信息交互需要使用 4 次信道.

**情况2** 如果叠加信号  $s_1 + s_2 = 0$ , 则经过中继广播叠加信号, 3 个用户均可得知  $s_1, s_2$  异号, 因此下一级多向中继网络编码操作的节点集合为  $C^1 = \{S_1, S_3\}$ ,  $M^1 = 2$ , 所以对  $S_1$  和  $S_3$  进行 TWRC 网络编码操作. 在此之后, 三节点均得知相互之间的同/异号关系, 根据自己的符号信息, 则能推知其他节点的符号信息. 这种情况出现的概率为 0.5, 且实现 3 个节点的信息交互需要使用 4 次信道.

结合上述两种情况, 可以得到,  $N = 3$  时, 实现全信息交互的平均占用信道数为  $\frac{4N}{3} = 4$ . 这一结论可归结为:

**定理1** 已知  $N$  个用户节点通过一个中继节点进行全信息交互, 采用本节的基于多向中继的多级网络编码方法. 用户两两配对向中继节点发送信息符号 (+1 或 -1), 中继对接收的叠加信号以硬判决的方式检测这两个符号是否同号, 并将判决结果广播给所有用户. 如果同号, 则可确定这两个用户各自的发送信息; 如果异号, 则任意选出

其中一个用户, 参与下一轮配对. 直到可以得到所有用户的发送信息. 那么, 当  $N$  足够大时, 该方法占用的平均信道数为  $\frac{4N}{3}$ .

**证明** 对于  $N$  节点的多级多向中继网络编码方法, 第 1 级需要进行  $\lfloor \frac{N}{2} \rfloor$  次 TWRC 网络编码操作, 即需占用  $\lfloor \frac{N}{2} \rfloor \times 2$  次信道, 当  $N$  足够大时, 可以视为占用  $N$  次信道. 任意两个用户的信息符号异号的概率为  $\frac{1}{2}$ , 所以下一级进行网络编码操作的用户数为  $\frac{N}{2}$ , 需要进行  $\lfloor \frac{N}{2} \rfloor \times \frac{1}{2}$  次 TWRC 网络编码操作, 当  $N$  足够大时, 该值近似为  $\frac{N}{4}$ . 同样的, 对于第  $m$  级网络编码操作, 需要占用的信道数约为  $\frac{N}{4^{m-1}}$ . 因此, 该方法所占用的平均信道数为:  $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{N}{4^{m-1}} = \frac{4N}{3}$ . 证毕

所以, 本文设计的多级网络编码方法的系统平均吞吐量为  $\frac{3}{4N} \text{sym/S/CU}$ , 较传统路由方案提升了 50%, 较文献方法<sup>[14]</sup> 提升了 12.5%. 对于最差情况 (亦即假设每级都是异号), 易知每级的信道数是上级的  $\frac{1}{2}$ , 那么同理可得本文方法的最大信道数为  $2N$ , 与传统路由方法相同.

以上分析基于无噪场景. 对于加性高斯白噪声 (Additive White Gaussian Noise, AWGN) 信道, 中继接收到的叠加信号为

$$y = s_1 + s_2 + n = c + n \quad (1)$$

式中:  $s_1, s_2 \in (-\sqrt{E}, \sqrt{E})$  为二相键控 (Binary Phase Shift Keying, BPSK) 调制符号,  $E$  为其能量;  $n$  为单边功率谱密度为  $N_0$  的加性高斯白噪声;  $c$  为 3 电平-脉冲幅度调制 (3-Plus Amplitude Modulation, 3-PAM) 调制符号. 假设  $s_1$  和  $s_2$  等概分布, 则  $c$  的概率分布为

$$\begin{cases} P(c = -2\sqrt{E}) = P(c = 2\sqrt{E}) = 0.25 \\ P(c = 0) = 0.5 \end{cases} \quad (2)$$

图2为 3-PAM 符号  $c$  的判决域示意图.  $D_0$ 、 $D_1$  和  $D_2$  分别为  $c = -2\sqrt{E}$ 、 $c = 0$  及  $c = 2\sqrt{E}$  对应的判决域.

根据最大后验概率 (Maximum A Posteriori, MAP) 准则, 非等概分布的符号  $c$  的最优判决门限<sup>[15]</sup> 为

$$\gamma_1 = \frac{-N_0 \ln 2}{4\sqrt{E}} - \sqrt{E} \quad (3)$$

$$\gamma_2 = \frac{N_0 \ln 2}{4\sqrt{E}} + \sqrt{E} \quad (4)$$

因此,可得到判决准则:

$$\begin{cases} \hat{s}_1 = \hat{s}_2 = -1 & y < \gamma_1 \\ \hat{s}_1 = \hat{s}_2 = +1 & y > \gamma_2 \\ \hat{s}_1 = -\hat{s}_2 & \gamma_1 \leq y \leq \gamma_2 \end{cases} \quad (5)$$

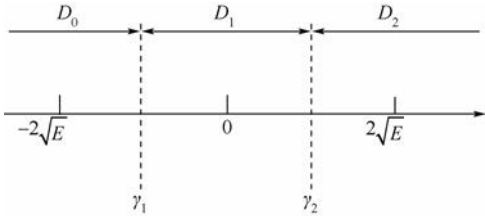


图2 3-PAM符号c的判决域

Fig.2 Judgment domain of 3-PAM symbol c

对于有噪信道,比如 AWGN 信道,新型多级多向中继网络编码方法的可靠性高于文献方法<sup>[14]</sup>.因为本文方法基于 3-PAM,较文献方法<sup>[14]</sup>采用的高阶电平 $(N+1)$ -PAM 具有更低的错误概率和更低的复杂度.不同  $N$ -PAM 的错误概率在文献<sup>[14]</sup>中进行了比较,可见随着用户数的增多,其可靠性急剧下降.

### 3 仿真结果

#### 3.1 无噪场景吞吐量性能仿真

在无噪场景下,仿真验证了多向中继网络编码方法的吞吐量性能.仿真系统模型如图 1 所示,各用户采用 BPSK 调制.本文方法和文献方法<sup>[14]</sup>的调度时序均按第 2 节所述的用户编号升序排列.定义  $R_{ch}$  为方法所需信道数占传统路由方法所需信道数的比率.图 3 为 PNC 方案平均信道数占传统路由方案的比率( $R_{ch}$ ).每次仿真都运行超过

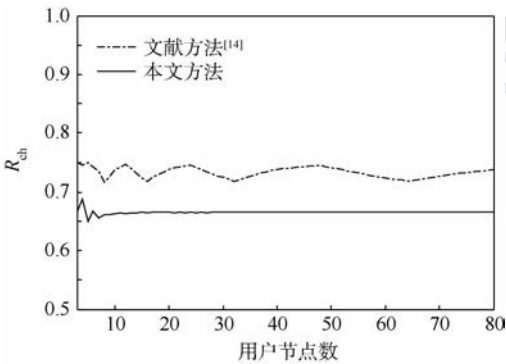


图3 PNC 方案平均信道数占传统路由方案的比率<sup>[14]</sup>

Fig.3 Ratio of average number of channels required for PNC scheme to that of plain routing scheme<sup>[14]</sup>

$10^6$  次,以保证精度和准确性.由图 3 可见,本文方法的  $R_{ch}$  迅速收敛至理论值  $\frac{4N}{3} / 2N = \frac{2}{3} \approx 0.667$ ,文献方法<sup>[14]</sup>的  $R_{ch}$  在 0.71 ~ 0.75 间震荡.因此,本文方法相较于传统路由方案系统吞吐量提升了 50%,相较于文献方法<sup>[14]</sup>系统吞吐量提升了 12.5%.

#### 3.2 有噪场景下差错性能仿真

在加性白高斯噪声场景下,仿真测试了本文方法的差错性能.仿真系统模型如图 1 所示,仿真中各用户采用 BPSK 调制,各用户与中继间的上下行链路均为 AWGN 信道,其中加性噪声  $n$  建模为均值为 0、方差为  $N_0/2$  的高斯随机变量.仿真采用本文方法和文献方法<sup>[14]</sup>的调度时序均按第 2 节所述的用户编号升序排列.为保证仿真准确性,在每个仿真信噪比下至少保证 1000 b 错误.图 4 和图 5 分别给出了无信道编码和添加信道编码的本文方法与文献方法<sup>[14]</sup>的差错性能对比.图 4 和图 5 中横坐标为链路信噪比  $E_b/N_0$ ,其中: $E_b$  为发送端的比特能量, $N_0$  为噪声功率谱密度;纵坐标为系统误码率,实线为本文方法,虚线为文献方法<sup>[14]</sup>.

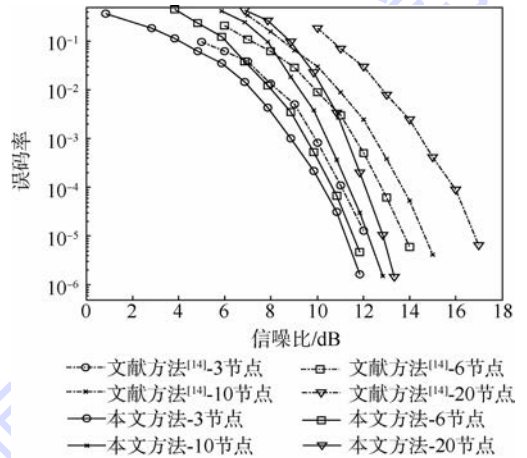


图4 无信道编码时,本文方法与文献方法<sup>[14]</sup>的差错性能比较

Fig.4 Bit error rate performance comparison between proposed scheme and referenced scheme<sup>[14]</sup> without channel coding

图 4 给出了 AWGN 信道下,用户节点数为不同值(3, 6, 10, 20)时,未加信道编码的本文方法与文献方法<sup>[14]</sup>的误码率曲线.由图 4 可见,误码率为  $10^{-5}$  时,随着用户数目(3, 6, 10, 20)的增加,本文方法相对于文献方法<sup>[14]</sup>的增益依次约为 1、2、2.25 和 3 dB.当用户节点数增加时,两种方法的差错性能(可靠性)都会变差,但文献方法<sup>[14]</sup>

恶化急剧,而本文方法仅有小幅恶化.因而在用户数较大时,本文方法能取得显著的信噪比增益.

为了进一步提高纠错性能,在本文方法中加入信道编码模块.发送端的用户信息经过信道编码后发送到中继,中继处采用上述的网络编码操作,只进行网络译码判决,而不进行信道译码.接收端用户接收到完整的码字后,再作信道译码处理.仿真中,对于用户节点的发送端,采用误码率为0.5的规则(3,6)低密度校验码(Low Density Parity Check Code, LDPC),信息块长度为1200 b.对于用户节点的接收端,译码采用置信度传播(Belief Propagation, BP)译码算法,迭代译码次数为30次.加信道编码后,本文方法与文献方法<sup>[14]</sup>的误码率比较见图5.

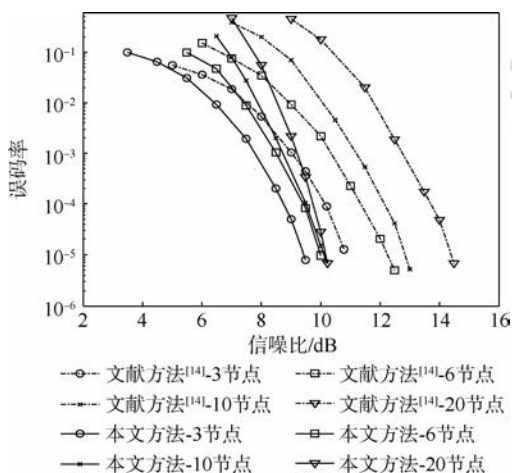


图5 加 LDPC 信道编码时,本文方法与文献方法<sup>[14]</sup>的差错性能比较

Fig. 5 Bit error rate performance comparison between proposed scheme and referenced scheme<sup>[14]</sup> with LDPC channel coding<sup>[14]</sup>

由图5中看出,误码率为 $10^{-5}$ 时,随着用户数目(3,6,10,20)的增加,本文方法相对于文献方法<sup>[14]</sup>的增益依次约为1.4、2.2、2.8和4.2 dB.对比图4,该增益值大于不加信道编码时的对应增益值.另外,误码率为 $10^{-5}$ 时,随着用户数目(3,6,10,20)的增加,本文方法加信道编码较未加信道编码的增益依次约为1.8、1.9、2.0和2.3 dB.这证明了本文方法在联合信道编码后的可靠性得到进一步的提高.

根据图4与图5,可以得出有噪信道下,本文方法较文献方法<sup>[14]</sup>在吞吐量方面有显著提升.例如,假设采用简单的自动重发请求(Automatic Repeat-request, ARQ)重传协议,可以按照“(1-误码率)/平均占用信道数”的公式简单估算吞吐量,那么在信噪比为10 dB、用户数为20的情况

下,得出未加信道编码时,本文方法较文献方法<sup>[14]</sup>的吞吐量提升39%;加信道编码时,吞吐量提升42%.总之,有噪信道下的吞吐量增益大于无噪信道,而且,联合信道编码后的增益进一步加大.

## 4 结论

本文基于多向中继信道场景,提出一种简单高效的新型多级网络编码方法,实现 $N$ 个用户的全信息交互.文中的理论分析和仿真结果表明:

1) 本文方法基于多级双向中继网络编码操作,可获得高达 $\frac{3}{4N}$  sym/S/CU 的平均系统吞吐量.

2) 在理想的无噪信道下,本文方法较传统路由方法和文献方法<sup>[14]</sup>分别获得了50%和12.5%的吞吐量增益.另外,本文方法采用简单3-PAM,较文献方法<sup>[14]</sup>可获得更低的复杂度和更高的可靠性,该优势随着用户数目的增多更加明显.

3) 对于加性白高斯噪声信道,通过引入低密度校验码可以进一步提高可靠性.仿真结果表明,用户数越多,本文方法较文献方法<sup>[14]</sup>的信噪比和吞吐量增益越大,有噪信道下的吞吐量增益大于无噪信道,而且联合信道编码后的增益进一步加大.

总之,本文方法是简单高效的.

## 参考文献 (References)

- [1] Ahlswede R, Ning C, Li S Y R, et al. Network information flow [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(4): 1204-1216.
- [2] Katti S, Rahul H, Hu W J, et al. XORs in the air: Practical wireless network coding [J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2008, 16(3): 497-510.
- [3] Wu Y, Chou P A, Kung S Y. Minimum-energy multicast in mobile ad hoc networks using network coding [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(11): 1906-1918.
- [4] Gacanian H, Adachin F. Broadband analog network coding [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(5): 1577-1583.
- [5] Zhang S L, Liew S C, Lam P P. Hot topic: Physical-layer network coding [C] // Proceedings of the 12th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking. New York: Association for Computing Machinery, 2006: 358-365.
- [6] Hou J, Hausl C, Kotter R. Distributed Turbo coding schemes for asymmetric two-way relay communication [C] // Proceedings of 5th International Symposium on Turbo Codes and Related Topics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 237-242.
- [7] Moonseo P, Ilhwan C, Inkyu L. Exact BER analysis of physical layer network coding for two-way relay channels [C] // Proceedings of 73rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 1-5.

- [8] Huang M Y, Yuan J H. Error performance of physical-layer network coding in multiple-antenna TWRC[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(8):3750-3761.
- [9] Gunduz D, Yener A, Goldsmith A, et al. The multi-way relay channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(1):51-63.
- [10] Sagduyu Y E, Guo D N, Berry R. On the delay and throughput of digital and analog network coding for wireless broadcast [C]//Proceedings of IEEE 42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008:534-539.
- [11] Yan K, Wu H C, Zhang X L, et al. Efficient scheduling scheme for multi-way relay systems with physical-layer network-coding [C]//Proceedings of IEEE Global Communications Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012:5639-5643.
- [12] Wang T R, Giannakis G B. Complex field network coding for multiuser cooperative Communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(3):561-571.
- [13] Sharifian S, Hashemitabar B, Gulliver T A. QAM constellation design for complex field network coding in multi-way relay channels[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2013, 2(5):483-486.
- [14] Sharifian S, Hashemitabar B, Gulliver T A. Improved throughput physical-layer network coding in multi-way relay channels with binary signaling[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2013, 2(1):30-33.
- [15] Proakis J G. Digital communications[M]. 5th ed. New York: McGraw-Hill Companies, Inc., 2008:95-160.

## Simple and efficient novel multi-way relay network coding scheme

WU Zhanji\*, GAO Xiang

(School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** A simple and efficient novel network coding scheme was proposed to improve the throughput and transmission reliability of multi-user multi-way relay network with full-data exchange. It was based on a multi-stage two-way network coding scheme. Two paired users transmitted their information symbols to the relay node simultaneously. Then, the relay node judged whether these two symbols have the same sign by hard decision for the received superimposed signal and broadcasted the decision result to all the users. If the two symbols had the same sign, the transmitted symbols could be known. Otherwise, anyone of the two users was selected to perform the network coding in the next round. Each pair of users performed in this manner sequentially until the transmitted symbols of all the users are obtained by each other. Both theoretical analysis and simulation results indicate that compared to the plain routing scheme and the binary-signaling network coding reference scheme, the throughput per source per channel use is increased remarkably. Besides, due to the simple nature of 3-plus amplitude modulation (3-PAM), the proposed scheme has much lower complexity and much higher reliability compared to the referenced scheme for large-scale multi-way relay channels. On the additive white Gaussian noise (AWGN) channel, low density parity check (LDPC) codes are utilized in this scheme to improve the reliability. The simulation results show that the signal-to-noise ratio (SNR) gains to reference scheme increase as the number of users increases, and the SNR gains of the LDPC-coding scheme are even bigger than the uncoding scheme.

**Key words:** multi-way relay channel; network coding; 3-plus amplitude modulation (3-PAM); low density parity check code (LDPC); two-way relay channel (TWRC)

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0669

# 无传感器的工业机器人负载识别方法

陈友东<sup>\*1</sup>, 季旭东<sup>1</sup>, 谷平平<sup>1</sup>, 胡国栋<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191; 2. 安徽埃夫特智能装备有限公司, 芜湖 241007)

**摘 要:** 工业机器人在使用过程中, 由于末端负载的变化导致机械振动, 因此需要识别机器人末端负载去调整相应的控制参数来保证其具有良好的运动表现. 提出一种基于伺服电机输出力矩, 不需要额外传感器的机器人负载识别方法. 根据机器人静力学模型, 计算出静止状态下末端空载和负载情况下的输出力矩差异, 由此得到负载计算模型. 对埃夫特的 QH165 机器人进行了试验, 在工作空间内随机选择 10 个测量点, 在末端空载和负载的情况下读取电机输出的力矩, 计算得到末端负载. 结果表明: 识别的负载与已知负载相同, 试验表明该方法的可行性.

**关键词:** 工业机器人; 负载识别; 伺服电机; 传感器; 负载模型

**中图分类号:** TP242

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1595-05

工业机器人在搬运<sup>[1-2]</sup>、码垛<sup>[3-4]</sup>等取放作业中应用越来越广泛. 在取放操作过程中, 拾取物体的变化导致末端负载的改变. 不同的负载和不同的控制参数(如加速度、加加速度等)相匹配<sup>[5-6]</sup>. 如果相应的控制参数不变, 对诸如运动精度、速度等运动性能产生不利影响, 甚至可能引起机械振动<sup>[7-8]</sup>. 因此需要识别机器人末端负载.

机器人负载识别一般采用力或者力矩传感器的方法获得<sup>[9-15]</sup>. 在静止状态下, 通过测量腕部的力和力矩直接获得机器人末端负载<sup>[11,15]</sup>; 或者测量机器人关节力矩通过动力学变换获得负载<sup>[11-12]</sup>. 在运动状态下, 利用力或力矩传感器在动力学的基础上识别机器人负载<sup>[13-14]</sup>. Atkeson 等<sup>[16]</sup>在机器人动力学的基础上利用力和力矩传感器对机器人进行了动态和静态的负载识别对比. 基于机器人动力学模型, 采用周期激励的方法识别工业机器人有效载荷<sup>[17]</sup>. 虽然上述研究都能识别机器人负载, 但有些方法需附加额外的力或

力矩传感器测得机器人的关节力或力矩, 或者需要预先识别出机器人的动态模型参数, 其成本高、效率低.

本文提出了一种基于伺服电机输出力矩, 无传感器的工业机器人负载识别方法. 通过对机器人连杆受力分析, 得到电机转矩和负载之间的关系, 建立负载与电机输出的模型, 实现负载识别.

## 1 负载识别

### 1.1 负载识别原理

从机器人末端开始到基座, 对工业机器人关节受力进行分析, 获得作用在机器人每一个关节上的力和力矩, 计算出平衡状态下各个关节所受的力和力矩, 推导出关节力矩和末端负载之间的关系式. 依据机械传动原理推导出关节力矩与电机输出转矩的关系. 推导出电机的输出转矩与负载之间的数学关系式. 机器人空载时和机器人带载时, 分别读取机器人关节电机的输出转矩, 利用

收稿日期: 2014-10-28; 录用日期: 2014-11-28; 网络出版时间: 2015-01-09 17:06

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150109.1706.005.html

基金项目: 国家“863”计划(2014AA041601)

\* 通讯作者: 陈友东(1973—), 男, 安徽庐江人, 副教授, chenyd@buaa.edu.cn, 主要研究方向为工业机器人.

**引用格式:** 陈友东, 季旭东, 谷平平, 等. 无传感器的工业机器人负载识别方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1595-1599. Chen Y D, Ji X D, Gu P P, et al. Identifying method of load for sensorless industrial robot[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1595-1599 (in Chinese).

差值计算出负载的质量,实现机器人末端负载的识别.机器人负载识别流程如图1所示.

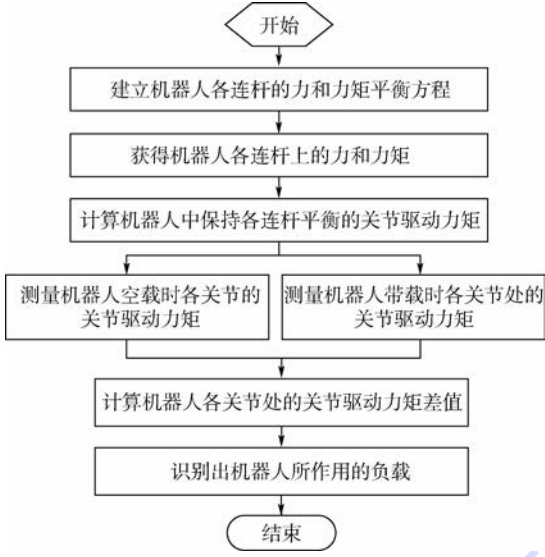


图1 6R型工业机器人静态识别负载的流程图  
Fig.1 Flow chart of static load recognition of 6R industrial robot

1.2 负载识别建模

机器人的连杆为刚体,以6R机器人为例,按照D-H方法建模.连杆*i*及其相邻连杆之间的作用力与作用力矩的受力分析和平衡关系如图2所示.其中*i*(*i*=1,2,...,6)为杆件编号,*O<sub>i</sub>*为连杆*i*的坐标系原点;*P<sub>i</sub>*为连杆*i*的质心位置;*Z<sub>i</sub>*为坐标系*O<sub>i</sub>*中*z*轴;*G<sub>i</sub>*为在坐标系*O<sub>i</sub>*中连杆*i*的重力矢量;*f<sub>i</sub>*为连杆*i-1*施加在连杆*i*上的力矢量;*M<sub>i</sub>*为在坐标系*O<sub>i</sub>*中连杆*i-1*施加在连杆*i*上的力矩矢量;*O<sub>i+1</sub>*为连杆*i+1*的坐标系原点;*Z<sub>i+1</sub>*为坐标系*O<sub>i+1</sub>*中*z*轴;*f<sub>i+1</sub>*为在坐标系*O<sub>i+1</sub>*中连杆*i*施加在连杆*i+1*上的作用力矢量;*M<sub>i+1</sub>*为在坐标系*O<sub>i+1</sub>*中连杆*i*施加在连杆*i+1*上的力矩矢量.

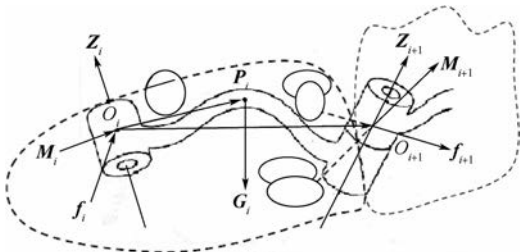


图2 机器人单连杆的静力和静力矩平衡关系  
Fig.2 Balance relationship between static and static torque of robots single link rod

当连杆*i*处于平衡状态时,连杆*i*所受的合力和合力矩为0,其力平衡方程为

$$f_i = R_i^{i+1} f_{i+1} - G_i \quad (1)$$

式中:*R<sub>i</sub><sup>i+1</sup>*为坐标系*O<sub>i+1</sub>*在坐标系*O<sub>i</sub>*中的姿态变

换矩阵.

力矩平衡方程为

$$M_i = R_i^{i+1} [M_{i+1} + (P_{i+1} \times f_{i+1})] - P_i \times G_i \quad (2)$$

式中:*P<sub>i+1</sub>*为连杆*i+1*的质心位置.

如果不考虑关节的摩擦,关节力和力矩除了驱动关节轴旋转的力矩分量外,其他分量用于保持机器人的本身机构的平衡.在连杆平衡状态下,关节*i*处的驱动力矩应该等于施加在连杆*i*上的力矩矢量和*z*轴单位矢量的点积,设*τ<sub>i</sub>*为保持连杆*i*系统的静平衡所需的关节力矩,则有

$$\tau_i = M_i^T Z_i \quad Z_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

设机器人末端负载为*mg*,末端受力和力矩均为0,各个杆件的质量和质心位置已知.将式(2)代入式(3)依次进行迭代计算,便可以得到各个连杆的关节驱动力矩为

$$\tau_i = k_i mg + q_i \quad (4)$$

式中:*k<sub>i</sub>*为关节驱动力矩*τ<sub>i</sub>*中与机器人的末端所作用的负载*mg*有关项的系数项,是末端相对于连杆坐标系*i*的*x*轴的位置分量,可以通过位姿矩阵求解得到;*q<sub>i</sub>*为*τ<sub>i</sub>*中与负载*mg*无关、与连杆*m<sub>i</sub>g*有关项之和.

当工业机器人在某一位姿下空载时,根据式(4)可以得到机器人空载时关节*i*的驱动力矩*τ<sub>ik</sub>*为

$$\tau_{ik} = q_i \quad (5)$$

末端负载*mg*时,所处的位姿与空载时所处位姿相同的情况下,根据式(4)可得到机器人关节*i*的驱动力矩为

$$\tau_{iz} = k_i mg + q_i \quad (6)$$

根据式(5)和式(6)可得关节*i*的驱动力矩在末端带载*mg*与空载时的差为

$$\Delta \tau_i = \tau_{iz} - \tau_{ik} = k_i mg \quad (7)$$

末端负载的质量*m*由式(7)可得

$$m = \frac{\Delta \tau_i}{k_i g} \quad (8)$$

从式(8)可以看出,机器人末端负载的质量*m*与连杆的质量、质心等惯性参数无关.

机器人的关节由伺服电机驱动,设关节*i*处的电机输出转矩为*τ<sub>M<sub>i</sub></sub>*,电机的减速比为*b<sub>i</sub>*,传动效率为*η<sub>i</sub>*,则关节*i*处的驱动力矩*τ<sub>i</sub>*与伺服电机输出转矩*τ<sub>M<sub>i</sub></sub>*的关系为

$$\tau_i = \tau_{M_i} b_i \eta_i \quad (9)$$

因此机器人的末端负载的质量为

$$m = \frac{\Delta\tau_{M_i} b_i \eta_i}{k_i g} \quad (10)$$

式(10)是末端负载的计算表达式. 伺服电机的输出力矩直接从伺服驱动中读取, 差值  $\Delta\tau_{M_i}$  无需附加额外的传感器即可得到; 减速比  $b_i$  与传动效率  $\eta_i$  均为已知, 可根据设备的型号获得.

## 2 试 验

为了验证机器人负载识别算法, 使用埃夫特机器人 QH165 进行试验, QH165 机器人的最大负载是 165 kg, 关节采用松下 A5 系列伺服. QH165 的模型如图 3 所示, D-H 参数如表 1 所示.

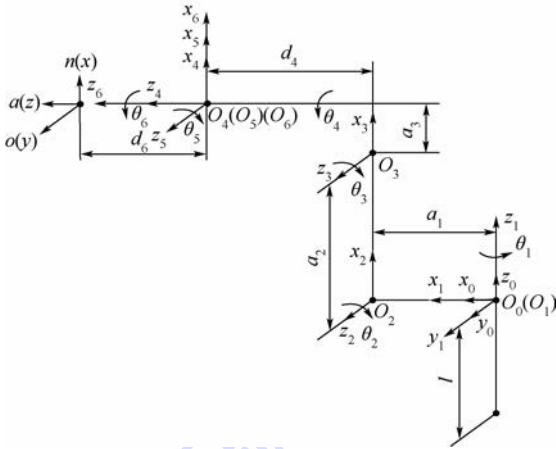


图 3 QH165 机器人模型  
Fig. 3 QH165 robot model

表 1 机器人 D-H 参数

Table 1 D-H parameters of robot

$i$	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	$a_{i-1}/\text{mm}$	$d/\text{mm}$	$\theta_i/(^{\circ})$
1	0	0	0	0
2	-90	$a_1(400)$	0	-90
3	0	$a_2(1100)$	0	0
4	-90	$a_3(230)$	$d_4(1134.56)$	0
5	90	0	0	0
6	-90	0	$d_5(244)$	0

试验如图 4 所示. 机器人末端负载 21 kg 和 70 kg. 试验步骤如下:

- 1) 在机器人的工作空间内随机示教 10 个测量点. 在空载的情况下, 操作机器人运行到测量点并保持静止, 记录测量点处机器人各个关节轴的角度和电机输出转矩  $\tau_{ik}$ .
- 2) 在机器人末端附加已知的负载, 再次操作机器人运行到测量点处并保持静止, 记录测量.
- 3) 点处机器人各个关节的角度和电机输出转矩  $\tau_{iz}$ .
- 4) 根据两次记录的测量数据求差值, 得到关节  $i$  的输出转矩差值  $\Delta\tau_i$ . 将  $k_i$ 、 $\Delta\tau_i$ 、减速比  $b_i$  和

传动效率为  $\eta_i$  代入式(10), 求出负载质量  $m$ .

采用 A5 自带的测量电机转矩的软件, 如图 5 所示, 读取负载率, 乘额定转矩即可得电机输出力矩.



图 4 负载识别试验

Fig. 4 Load identification experiment



图 5 测量软件

Fig. 5 Measurement software

以关节 2 为例, 关节电机采用松下 A5 的 MHMA50ZS1H, 额定输出功率为 5 kW, 额定转速 2000 r/min, 额定转矩为 23.875 nm. 传动效率为 80%, 减速比为 210.

测量各轴的移动量和 2 轴空载和带载时的转矩, 如表 2 所示. 采用两组负载数据: 一般负载, 载荷  $a$  为 21 kg; 重载, 载荷  $b$  为 70 kg, 如表 2 所示. 将各个轴的移动量代入位姿变换矩阵, 求得末端点相对于坐标系  $O_2x_2y_2z_2$  的  $x_2$  轴的位置矢量, 即系数  $k_2$ , 如表 2 所示.

由表 2 的数据采用式(10)计算出负载的质量, 如表 3 和图 6 所示. 识别的负载与实际的负载相差较小. 但是由于在计算的时候不考虑摩擦力和关节变形导致误差存在. 负载越大摩擦力和关节变形越大, 导致的误差越大. 测量 21 kg 负载相对误差为 0.002%, 而 70 kg 负载的相对误差为 0.0039%.

表2 机器人测量的数据  
Table 2 Measurement data of robot

测量点	关节轴角度/(°)						2轴的扭矩/nm			$k_2/m$
	1轴	2轴	3轴	4轴	5轴	6轴	空载	载荷 a	载荷 b	
1	0.761	-121.148	41.945	0.966	71.267	151.962	7.74	8.56	13.79	0.66
2	0.761	-101.926	15.290	-3.351	68.260	151.967	4.82	7.11	27.32	1.87
3	0.760	-86.402	2.368	-6.392	66.143	151.971	7.02	7.83	13.22	0.66
4	0.760	-65.483	-12.672	-8.701	64.535	151.973	5.06	6.88	18.38	1.48
5	-31.383	-88.123	13.952	-8.701	64.535	151.973	6.64	7.83	14.68	0.97
6	13.304	-58.548	-5.696	-1.693	54.455	171.933	4.11	7.37	27.73	2.66
7	21.048	-52.572	-7.670	-1.635	34.055	171.933	2.87	6.16	25.07	2.69
8	24.985	-41.338	-32.679	-1.635	39.106	171.938	0.24	3.82	30.24	2.92
9	27.400	-34.445	-48.024	-1.636	42.206	171.942	2.39	1.62	4.49	-0.62
10	29.929	-27.228	-64.089	-1.636	45.451	171.945	5.40	2.91	27.61	-2.03

表3 机器人识别负载结果

Table 3 Results of robot identification load

测量点	实际负载/kg		识别负载/kg		相对误差/%	
	载荷 a	载荷 b	载荷 a	载荷 b	载荷 a	载荷 b
1	21	70	20.99	68.21	0.0476	2.5517
2	21	70	21.20	71.79	0.9524	2.5571
3	21	70	21.09	71.31	0.4286	1.8714
4	21	70	20.77	69.14	1.0952	1.2286
5	21	70	20.68	68.78	1.5238	1.7429
6	21	70	21.56	71.55	2.6667	2.2143
7	21	70	20.87	68.77	0.6190	1.7571
8	21	70	20.92	69.38	0.3810	0.8857
9	21	70	21.00	69.97	0	0.0429
10	21	70	21.34	71.37	1.6190	1.9571
平均值	21	70	21.042	70.027	0.0020	0.0039

### 3 结论

本文提出了一种机器人静态识别负载的方法:

1) 采用该方法识别负载时,利用伺服电机的输出力矩,无需额外的传感器,节约了成本,简单易行.

2) 在埃夫特机器人 QH165 上进行了试验验证,实际负载与测得的负载相对误差小.

3) 由于忽略了关节摩擦和关节变形,导致误差. 试验结果验证了该负载识别方法的正确性及可行性.

### 参考文献 (References)

- [1] Ko C M, Chung G J, Kin D H. Designing of heavy duty handling robot (HEDURI-I robot design) [C] // Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Mechatronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 1-6.
- [2] Feng Y L, Qu D K, Xu F, et al. Analysis and compensation for the dynamic error of the FPD glass substrates transfer robot [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 1-3.
- [3] Lu D M, Zhang C Q, Fan Y Z, et al. The kinematic self-calibration method and simulation of one palletizing robot [C] // Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 6424-6427.
- [4] Guang X Q, Wang J D. Mechanical design and kinematic analysis of a new kind of palletizing robot [C] // Mechanic Automation and Control Engineering. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 199-202.
- [5] Tsumugiwa T, Watanabe Y, Yokogawa R. Robot motion control using mechanical load adjuster with motion measurement interface for human-robot cooperation [C] // Intelligent robots and systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 467-472.
- [6] Song Y F, Wang H G, Gao W B, et al. Dynamic deformation

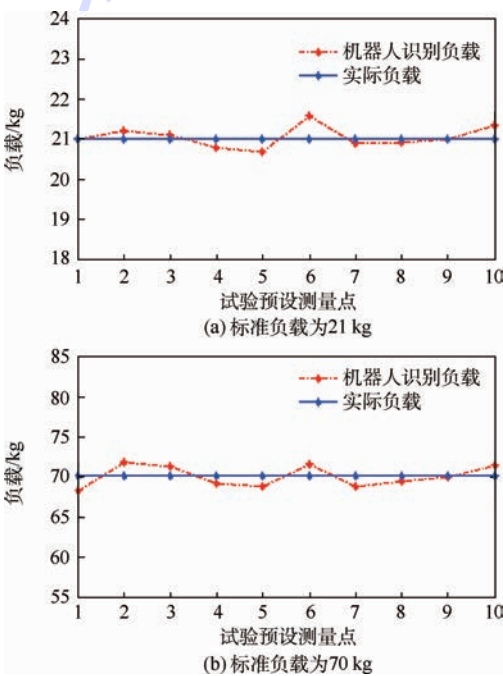


图6 试验数据与实际数据对比分析图

Fig. 6 Analysis diagram of comparison between experimental data and the actual data

- analysis of a spot welding robot under high speed and heavy load working condition [C] // IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 2043-2048.
- [7] Seki K, Nakamura H, Iwasaki M, et al. Suppression of resonant vibration due to angular transmission errors of reduction gearing in industrial robots [C] // IEEE International Conference on Mechatronics (ICM). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 835-840.
- [8] Huang L S, Qu D K, Xu F. Motion control strategy of industrial direct drive robot for vibration suppression [C] // Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 2430-2433.
- [9] Hamon P, Gautier M, Garrec P, et al. Dynamic identification of robot with a load-dependent joint friction model [C] // Robotics Automation and Mechatronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 129-135.
- [10] Hamon P, Gautier M, Garrec P. Dynamic identification of robots with a dry friction model depending on load and velocity [C] // Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 6187-6193.
- [11] Paul R P. Robot manipulators: Mathematics, programming, and control [M]. Cambridge: MIT Press, 1981: 157-195.
- [12] Coiffet P. Robot technology: Interaction with the environment [M]. 2nd ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1983: 102-128.
- [13] Amitabha M. Adaptation in biological sensory-motor systems: A model for robotic control [C] // Intelligent Robots and Computer Vision. Bellingham, WA: SPIE, 1984: 521-243-247.
- [14] Amitabha M, Ballard D H. Self-calibration in robot manipulators [C] // Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1985: 1050-1057.
- [15] Olsen H B, Bekey G A. Identification of parameters in models of robots with rotary joints [C] // Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1985: 1045-1050.
- [16] Atkeson C G, An C H, Hollerbach J M. Estimation of inertial parameters of manipulator loads and links [J]. International Journal of Robotics Research, 1986, 5(3): 101-119.
- [17] Swevers J, Verdonck W, de Schutter J. Dynamic model identification for industrial robots [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(5): 58-71.

## Identifying method of load for sensorless industrial robot

CHEN Youdong<sup>\*1</sup>, JI Xudong<sup>1</sup>, GU Pingping<sup>1</sup>, HU Guodong<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Anhui Efort Intelligent Equipment Co., Ltd, Wuhu 241007, China)

**Abstract:** When the load of the industrial robot end-effector is changed in practical use, mechanical vibration occurs, in order to get high motion performance of the industrial robot, the end-effector load should be identified to modify the control parameter. A method of identifying load by servo motor output torque was proposed, which did not need an additional sensor. According to the static model of the robot, the load calculation model was achieved by the output torque difference between the end-effector with and without load. In the industrial workspace of the EFFORT QH165 robot, we randomly selected 10 measurement points to read the servo motor torque and calculated the load respectively. The results show that load identified by this method is the same with the given load. Through the experiments on the robot, the effectiveness of the proposed method is confirmed.

**Key words:** industrial robot; load identification; servo motor; sensor; load model

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0002



# 参数化产品族递进式优化设计方法

魏巍<sup>\*1</sup>, 冯毅雄<sup>2</sup>, 程锦<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191; 2. 浙江大学 流体动力与机电系统国家重点实验室, 杭州 310027)

**摘 要:** 基于产品平台技术, 提出了基于混合进化算法的参数化产品族递进式优化设计方法. 建立了参数化产品族的递进式优化设计流程, 提出改进的强度 Pareto 进化算法 (SPEA2+) 与非支配排序遗传算法 (NSGA-II) 相结合的多目标混合进化算法对参数化产品族设计问题进行优化, 混合进化算法使用了两类种群进行求解, 解决了同步进化带来的数据扰动问题. 在参数化产品族递进式优化设计过程中, 首先优化产品族设计平台, 建立参数化产品族设计问题的多目标优化数学模型, 通过产品设计参数的敏感度分析和变差指数计算, 划分产品平台的设计常量和设计变量, 形成稳健的产品平台来获得最优参数. 然后对产品族中实例产品的多个性能进行优化, 在已有的产品平台基础上, 优化设计变量的取值. 最后, 以电动机产品族的递进式优化设计过程为例证明了该方法的有效性和适用性.

**关键词:** 产品族设计; 产品平台; 递进式设计; 混合进化算法; 敏感度; 变差指数

**中图分类号:** TH11

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1600-08

产品族设计是实现大批量定制的有效方式<sup>[1]</sup>, 模块化产品族与参数化产品族是当前产品族设计领域的两大分支. 模块化产品族的设计策略主要是通过模块单元的组合与变换来实现客户需求的响应, 参数化产品族不改变产品的拓扑结构, 通过改变影响产品性能的设计变量的取值来设计出性能差异的产品.

在参数化产品族的设计与优化方法研究方面, 目前的研究主要集中在面向单平台的产品族设计方法及面向多平台的产品族设计方法. Dai 和 Scoot<sup>[2]</sup>在产品族单平台策略下, 使用偏好聚合方法在一个数学模型中集成描述参数化产品族的平台常量和设计变量, 提出了综合考虑性能和成本指数的参数化产品族单阶段设计方法, 但该方法的求解效率有待提高. Nomaguchi 等<sup>[3]</sup>根据信息的重要性与可用性, 提出一种设计方法选择矩阵

进行产品平台设计, 该方法对信息重要性的评断值得商榷. Akundi 等<sup>[4]</sup>建立了产品族性能敏感度评价指数, 通过敏感度分析进行产品平台设计, 该方法能够有效提高产品平台的通用性. Khajavirad 等<sup>[5]</sup>研究了多平台下产品族染色体表达方式及算法的交叉与变异算子, 开辟了产品族的多平台求解思路. Kumar 和 Allada<sup>[6]</sup>模拟蚁群聚合规律, 提出了基于多代理蚁群算法的参数化产品族设计方法, 该方法成功地将蚁群算法应用于产品族设计过程中. Alizon 等<sup>[7]</sup>将价值分析技术应用于产品族的设计中, 通过设计结构矩阵和性能指数评价进行产品族优化设计. 檀润华团队<sup>[8]</sup>提出了基于相似性分析与结构敏感性分析的产品平台设计过程模型. 唐加福等<sup>[9]</sup>基于质量功能配置, 以最大化满足客户需求为优化目标, 该方法提高了客户需求满意度. 李中凯等<sup>[10]</sup>面向柔性产品平台, 提

收稿日期: 2015-01-04; 录用日期: 2015-01-16; 网络出版时间: 2015-04-01 16:35

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150401.1635.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(51205010, 51322506); 中央高校基本科研业务费专项资金; 浙江省自然科学基金(LR14E050003)

\* 通讯作者: 魏巍(1982—), 男, 辽宁沈阳人, 讲师, weiwei@buaa.edu.cn, 主要研究方向为产品平台设计、产品族设计、制造业信息化.

**引用格式:** 魏巍, 冯毅雄, 程锦. 参数化产品族递进式优化设计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1600-1607.

Wei W, Feng Y X, Cheng J. Parametric product family progressive optimization design approach [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1600-1607 (in Chinese).

出了基于定量指数与联合分析的产品族多目标优化方法,该方法面向柔性产品平台实现了产品族的多目标优化.

本文在以上学者研究基础上,考虑到目前的产品族的设计研究方法难以客观地权衡产品平台通用性和产品多样化性能间的博弈关系,产品族自身结构的稳健性一般,提出参数化产品族递进式设计方法,对产品平台通用性与产品实例性能进行权衡优化.优化方法采用递进式的两阶段优化设计策略,考虑到改进的强度 Pareto 进化算法 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2+, SPEA2+) 适用于产品平台的优化求解,非支配排序多目标遗传算法 (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II, NSGA-II) 算法适用于多个产品个体的并行优化求解.因此,第一阶段 SPEA2+ 算法优化产品族设计平台,获得产品族设计参数的敏感度和变差指数,划分平台常量和设计变量得到稳健的产品平台,提高了产品平台的通用性.第二阶段采用 NSGA-II 对产品的多个性能进行优化,在已有的产品平台基础上优化设计变量的取值,设计出性能最佳的产品设计方案.

## 1 参数化产品族优化模型

在参数化产品族的设计中,一方面要在设计过程中考虑到产品平台的通用性,另一方面要兼顾到产品的多样化性能.通常来说这二者之间存在着此消彼长的相互博弈关系,针对二者间的作用关系,文献[11]建立了以目标的偏离程度为衡量标准的定量评价机制,分别建立了产品族设计平台通用性目标评价指数 (Non Commonality Index, NCI) 与产品族性能目标的偏离指数 (Performance Deviation Index, PDI)<sup>[11]</sup>.如图1所示,在通用性与性能权衡的参数化产品族优化设计模型中,NCI值越小,表示产品族设计平台的通用性越高,PDI值越小,表示产品族的综合性能越优.通

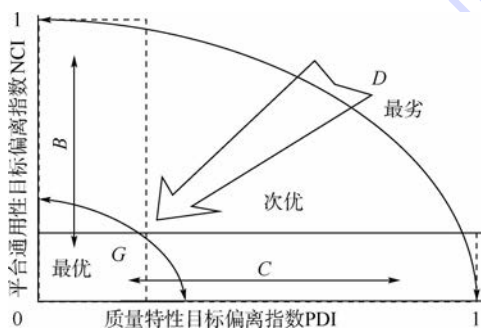


图1 通用性与性能权衡的参数化产品族优化设计模型

Fig.1 Universality and performance balance

optimization design model of parametric product family

过分析可以看出,综合最优的产品设计方案分布在 G 区,最劣的设计方案分布在 D 区,参数化产品族设计以同时减小产品设计方案 NCI 和 PDI 值为目标,提高平台通用性和产品性能,使得产品设计方案从 D 区演变到 G 区.

## 2 参数化产品族递进式优化设计

### 2.1 参数化产品平台的设计

产品族中包括多个变量,首先区分这些变量的属性进行产品平台的设计,产品平台常量与设计变量的划分结果直接影响到产品平台的通用性.为了客观地规划产品平台常量和设计变量,引入设计参数的敏感度<sup>[12]</sup>和变差指数<sup>[13]</sup>进行产品平台常量与设计变量的划分计算.

设计参数的敏感度表征了参数的取值变化对产品性能变化的影响程度<sup>[12]</sup>,敏感度数值较小的参数对产品性能变化的影响相对较小,在参数化产品族递进式优化设计过程中,对于产品族中包括的多个变量参数,敏感度小的参数被设置为产品平台常量,这些参数在平台层进行优化,敏感度大的参数被设置为设计变量,这些参数需要在实例层进行优化.产品设计参数的变差指数<sup>[13]</sup>用来衡量设计参数的变化程度.在设计产品平台时,变差指数较小的设计参数被选作平台常量,变差指数较大的设计参数被选作设计变量.

对各个参数敏感度的计算可以通过一阶偏导<sup>[12]</sup>法求取.设产品族的性能目标函数集合为  $F(x) = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)\}$  ( $m$  为性能目标的个数),在  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ( $n$  为设计参数的个数) 时得到最佳设计结果,则产品  $P^k$  中第  $j$  个设计参数  $x_j$  对第  $i$  个性能目标的敏感度为

$$M_{ijk} = \frac{\Delta f_i(x)}{\Delta x_j} \quad (1)$$

式中:  $\Delta x_j$  为设计参数  $x_j$  的微小变化;  $\Delta f_i(x)$  为产品第  $i$  个性能受设计参数变化引起的波动.

建立产品  $P^k$  中所有设计参数对产品性能目标  $f_m(x)$  的敏感度矩阵为

$$M_k = \begin{bmatrix} \frac{\Delta f_1(x)}{\Delta x_1} & \frac{\Delta f_2(x)}{\Delta x_1} & \dots & \frac{\Delta f_m(x)}{\Delta x_1} \\ \frac{\Delta f_1(x)}{\Delta x_2} & \frac{\Delta f_2(x)}{\Delta x_2} & \dots & \frac{\Delta f_m(x)}{\Delta x_2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\Delta f_1(x)}{\Delta x_n} & \frac{\Delta f_2(x)}{\Delta x_n} & \dots & \frac{\Delta f_m(x)}{\Delta x_n} \end{bmatrix} \quad (2)$$

则设计参数  $x_j$  对产品性能  $i$  的全局敏感度为

$$M_{cij} = \frac{\sum_{k=1}^H M_{ijk}}{H} \quad (3)$$

式中： $M_{ijk}$  为第  $k$  个产品第  $j$  个设计参数  $x_j$  对产品第  $i$  个性能的局部敏感度； $H$  为产品实例数。

产品设计参数的变差指数可通过参数的均值和方差值求取，求取过程为

$$d_j = \delta_j / \mu_j \quad (4)$$

式中： $d_j$  为第  $j$  个设计参数  $x_j$  的变差指数； $\mu_j$  为第  $j$  个设计参数  $x_j$  在产品实例中的均值； $\delta_j$  为第  $j$  个设计参数  $x_j$  的方差值。

敏感度和变差指数都计算完毕后，需要设置敏感度的阈值  $\lambda_j$  和变差指数的阈值  $\beta$ ，然后提取敏感度和变差指数都小于阈值的设计参数选作平台常量，其他参数选作设计变量，如图 2 所示，产品平台常量为敏感度小于  $\lambda_j$  并且变差指数小于  $\beta$  的设计参数交集。

### 2.2 参数化产品族的递进式设计流程

建立参数化产品族的递进式优化设计流程。如图 3 所示，首先确定产品族设计问题的优化目标，建立相应的产品族设计数学优化模型。将参数

化产品族递进式设计过程分为两个阶段，分别是第一阶段的产品平台优化设计和平台建立后第二阶段的产品实例优化设计。针对 SPEA2+ 与 NSGA-II 算法求解优化问题各自特点和优势，提出 SPEA2+ 与 NSGA-II 相结合的多目标混合进化算法。在产品平台设计阶段，采用 SPEA2+ 算法<sup>[14]</sup>进行优化，通过设计参数的敏感度分析和变差指数的计算进行产品平台常量和设计变量的选取，提高产品族的 NCI 值，增强产品平台的通用性和稳健性。在产品实例的设计阶段采用 NSGA-II 算法<sup>[15]</sup>进一步优化产品实例的多个性能，提高产品族的 PDI 值。

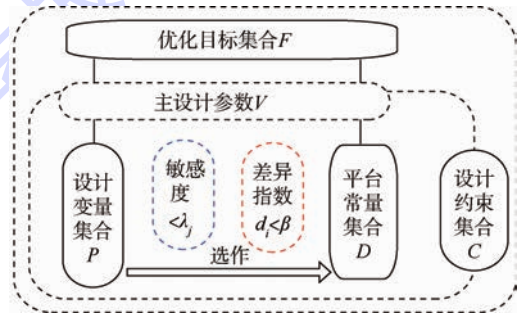


图2 参数化产品平台的设计

Fig. 2 Parametric product platform design

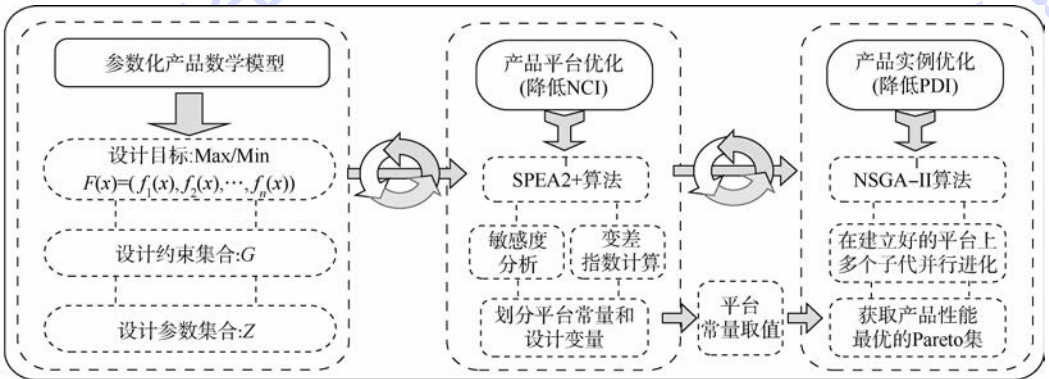


图3 参数化产品族递进式优化设计流程

Fig. 3 Parametric product family progressive optimization design process

## 3 基于混合进化算法的产品族优化

### 3.1 SPEA2+ 与 NSGA-II 混合进化算法

参数化产品族的设计优化问题通常是多目标优化问题，考虑到传统的优化目标函数线性加权法不能保证设计结果的 Pareto 最优性<sup>[15]</sup>，本文采用 SPEA2+ 与 NSGA-II 相结合的多目标混合进化算法对产品族设计平台及产品实例进行优化求解。

SPEA2+ 是改进的强度 Pareto 进化算法的改进<sup>[14]</sup>，该算法不需要设置小生境算子，通过外部种群裁减机制来控制种群规模，具有较高的收敛

速度，改进算法具有解集分散特点，能够获得分布均匀的 Pareto 前沿，适用于产品平台的优化求解。

NSGA-II 算法<sup>[15]</sup>基于非支配排序策略，通过拥挤距离计算和优势点的保持来获取 Pareto 解前沿，该算法的特点是可以建立多线程的并行优化机制，种群规模对算法求解时间影响较小，适用于多个产品个体的并行优化求解。

针对以上两种算法的特点，提出 SPEA2+ 与 NSGA-II 相结合的多目标混合进化算法对参数化产品族进行优化，将两种算法分别应用到产品平台优化和产品实例性能优化两个过程，采用递进式优化策略对产品族进行优化，混合进化算法使用了两类种群进行求解，解决了同步进化过程中

引起的数据扰动问题,使得产品族设计优化求解更有效。

### 3.2 多目标混合进化算法的求解流程

基于参数化产品族递进式优化设计流程,建立多目标混合进化算法的求解运算步骤如下:

**步骤1** 根据文献[3]提出的方法,通过基因链来表达参数化产品族结构。

**步骤2** 初始化参数化产品族种群,设置初始种群规模数  $N$ ,并根据种群规模随机生成种群  $P_{op}$ 。

**步骤3** 应用 SPEA2 + 算法优化初始种群,得到设计方案的 Pareto 最优解,根据基因链排列结构得到各个设计参数值。

**步骤4** 计算各个设计参数的平均值、方差和变差指数,分析每个设计参数的微小变化带来的产品性能波动,列出设计参数对产品性能的敏感度,并设定敏感度的阈值  $\lambda$  和变差指数的阈值  $\beta$ 。

**步骤5** 根据敏感度和变差指数划分产品平台常量和设计变量,建立稳健的产品平台,降低平台通用性目标偏离指数 NCI,提高产品平台的通用性。

**步骤6** 在建立好的稳健产品平台上,根据步骤2的方法进行种群初始化,建立 NSGA-II 的并行进化机制,保持产品平台常量不变,优化产品平台设计变量,求取产品 Pareto 前沿,降低产品族的性能目标偏离指数 PDI,优化产品实例的多个性能。

**步骤7** 根据步骤6获得的产品 Pareto 前沿,得到最佳解的基因链排列结构,进而推出产品最佳设计方案,并输出设计结果。

## 4 实例应用与算法对比分析

### 4.1 电动机产品多目标优化数学模型

电动机在保持其产品平台常量恒定,仅通过变化叠厚就能够派生出不同输出扭矩的系列化产品,是典型的参数化产品。其设计任务是设计输出功率相同,但扭矩不同的8个电动机组成的产品族。建立电动机产品族设计问题的多目标优化数学模型<sup>[16]</sup>,两个优化目标为:电动机产品的效率  $\eta$  最高,同时优化电动机产品的质量  $W$  最小。

建立电动机的优化目标函数和约束条件<sup>[16]</sup>:

$$F(x) = (\max \eta, \min W) \quad (5)$$

电动机质量:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 \quad (6)$$

$$W_1 = \pi [r_o^2 - (r_o - t)^2] L \rho_{steel} \quad (7)$$

$$W_2 = \pi (r_o - t - l_{gap})^2 L \rho_{steel} \quad (8)$$

$$W_3 = \{ [2L + 4(r_o - t - l_{gap})] N_c A_{wa} + [2L + 4(r_o - t)] 2N_s A_{wf} \} \rho_{copper} \quad (9)$$

电动机效率:

$$\eta = P_{out} / P_{in} = (P_{in} - P_{loss}) / P_{in} \quad (10)$$

$$P_{loss} = I^2 (R_a + R_s) + 2I \quad (11)$$

$$R_a = \frac{\rho [2L + 4(r_o - t - l_{gap})] N_c}{A_{wire}} \quad (12)$$

$$R_s = \frac{2\rho [2L + 4(r_o - t)] N_s}{A_{wire}} \quad (13)$$

电动机扭矩:

$$T = \frac{N_c}{\pi} \Phi I \quad (14)$$

式中:  $W_1$  为定子质量;  $W_2$  为电枢质量;  $W_3$  为线圈质量;  $t$  为定子厚度;  $r_o$  为定子外径;  $L$  为电动机的叠厚;  $A_{wa}$  为转子线圈横截面积;  $A_{wf}$  为定子线圈横截面积;  $A_{wire}$  为导线横截面积;  $N_s$  为定子磁极绕线扎数;  $N_c$  为转子绕线扎数;  $\rho$  为铜导线电阻率;  $\rho_{copper}$  为铜线密度;  $\rho_{steel}$  为铁密度;  $P_{in}$  为输入功率;  $P_{out}$  为输出功率;  $P_{loss}$  为功率损失;  $I$  为电流强度;  $R_s$  为电枢电阻;  $R_a$  为线圈电阻;  $\Phi$  为磁通量;  $L$  为叠厚;  $l_{gap}$  为空气槽间隙。

为方便求解,用电动机的效率损失代替效率,将电动机产品族的设计模型转化为求两个目标最小值的多目标约束优化问题。获取电动机产品的主要设计参数及其取值范围如表1所示,获取设计约束条件如表2所示。

表1 电动机的主要设计参数及其取值范围

Table 1 Main design parameters and their ranges of electromotor

主要设计参数	取值范围
$L/cm$	$1 \leq L \leq 8$
$N_c$	$100 \leq N_c \leq 1600$
$N_s$	$1 \leq N_s \leq 600$
$A_{wf}/mm^2$	$0.1 \leq A_{wf} \leq 1.5$
$A_{wa}/mm^2$	$0.1 \leq A_{wa} \leq 1.5$
$r_o/cm$	$1 \leq r_o \leq 10$
$t/mm$	$0.5 \leq t \leq 15$
$I/A$	$1 \leq I \leq 8$

表2 电动机产品的设计约束条件

Table 2 Design constraints of electromotor product

名称	约束条件
几何尺寸	$r_o > t$
效率要求	$\eta \geq 25\%$
功率要求	$P = 300 W$
质量要求	$W \leq 2.5 kg$
扭矩要求	$T = \{0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5\}$

### 4.2 电动机产品族设计平台优化

第一阶段通过对设计参数的敏感度进行分析,并计算参数的变差指数,划分出产品平台常量和设计变量,建立通用性较高的产品平台.式(5)~式(8)建立了电动机产品设计优化的多目标优化模型,电动机产品族递进式优化设计的

第一阶段采用 SPEA2 + 进化算法求解模型,设定 SPEA2 + 进化算法的优化种群规模  $P_{op} = 500$ , 循环迭代数  $G = 1000$ , 设定算法的交叉概率  $U_c = 0.6$ , 算法的变异概率  $U_m = 0.05$ . 改变电动机的扭矩  $T$ , 分别求得不同扭矩下电动机产品的 Pareto 集及综合最优优点如图 4 所示.

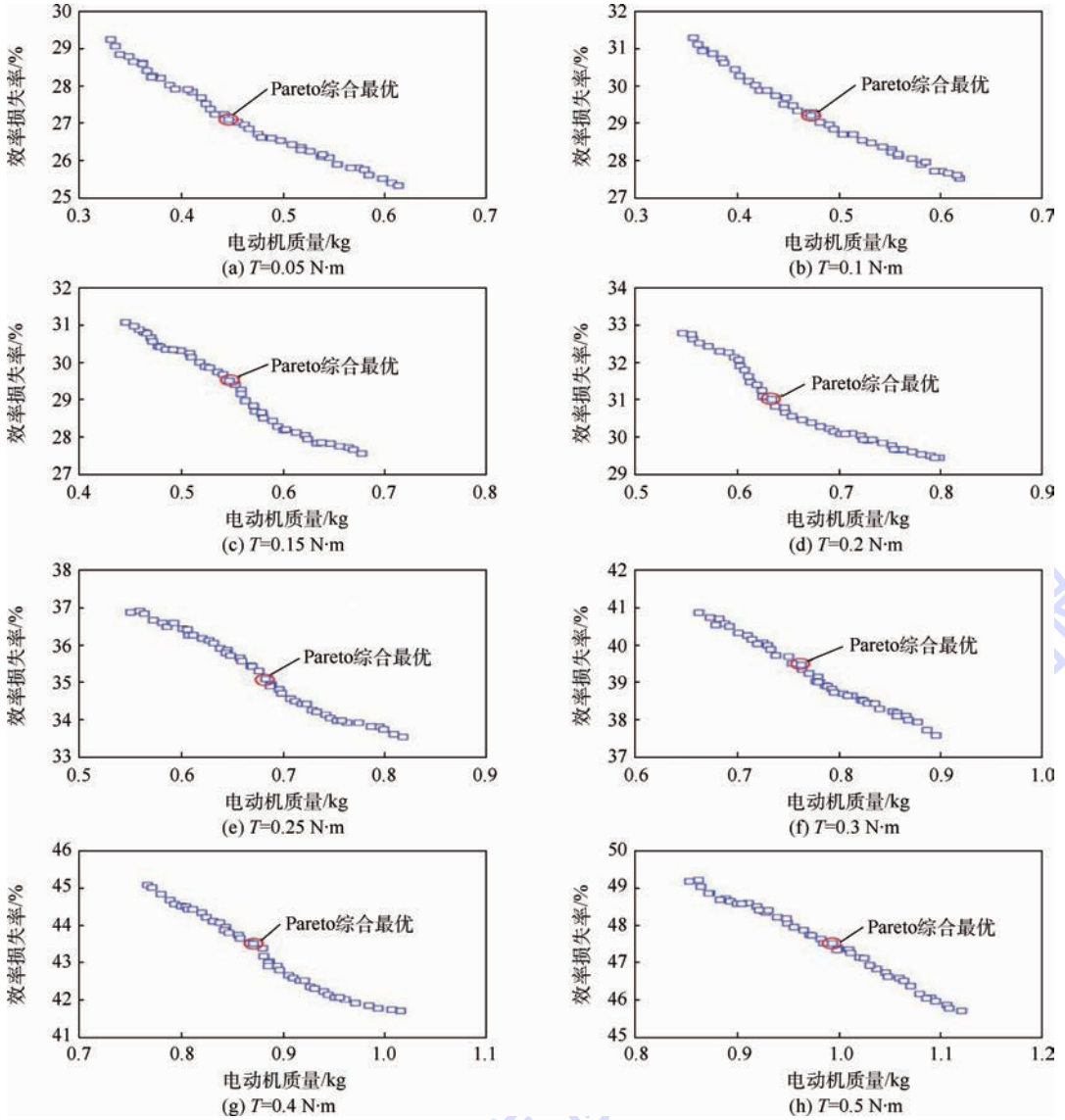


图 4 电机产品族优化设计的 Pareto 集及综合最优优点

Fig. 4 Pareto set of electromotor product family optimization design and the comprehensive best point

采用 SPEA2 + 进化算法对不同扭矩下的电动机产品进行优化求解,选取不同扭矩下电动机产品设计参数对效率  $\eta$  和电动机质量  $W$  的局部敏感度,并按照式(3)计算其全局敏感度,计算结果如表 3、表 4 所示.

根据式(4)计算各设计参数的均值、方差和变差指数,如表 5 所示.设定电动机质量的全局敏感度  $M_{Gw}$  阈值  $\lambda_1 = 0.20$ ,设定电动机运行效率的全局敏感度  $M_{G\eta}$  阈值  $\lambda_2 = 0.15$ ,设定设计参数变差指数  $d$  的阈值  $\beta = 10\%$ .由设计结果可知,工作

效率全局敏感度小于 0.15 的参数有  $\{A_{wf}, A_{wa}, r_o, t\}$ ,电动机质量的全局敏感度小于 0.20 的参数有  $\{A_{wf}, A_{wa}, r_o, t, I\}$ ,变差指数小于 10% 的参数为  $\{A_{wf}, A_{wa}, r_o, t\}$ .选择全局敏感度小于  $\lambda_2$  并且变差指数小于  $\beta$  的参数作为平台常量,其余参数作为设计变量,得到电动机产品平台常量集合  $\{A_{wf}, A_{wa}, r_o, t\}$  和设计变量集合  $\{L, N_c, N_s, I\}$ ,对于平台常量的取值,可通过计算原数据中对应参数的平均值获得,计算结果为  $\{I = 4.1, A_{wf} = 0.35, t = 5.6, A_{wa} = 0.22\}$ .

表 3 设计参数对电动机工作效率的敏感度

Table 3 Sensibility of electromotor design parameters and efficiency

变量	敏感度							
	$L$	$N_c$	$N_s$	$A_{wf}$	$A_{wa}$	$r_o$	$t$	$I$
$M_{\eta 1}$	0.926 1	0.732 1	0.521 8	0.029 6	0.030 3	0.077 2	0.071 5	0.412 7
$M_{\eta 2}$	0.864 5	0.622 3	0.642 1	0.050 1	0.024 1	0.082 6	0.084 4	0.503 2
$M_{\eta 3}$	0.802 3	0.705 4	0.539 5	0.018 6	0.036 1	0.065 9	0.068 5	0.425 6
$M_{\eta 4}$	0.843 9	0.614 3	0.634 5	0.015 7	0.034 5	0.080 4	0.076 8	0.436 2
$M_{\eta 5}$	0.902 6	0.705 1	0.420 1	0.030 6	0.012 9	0.073 5	0.085 1	0.394 5
$M_{\eta 6}$	0.794 3	0.768 2	0.528 3	0.018 6	0.025 8	0.053 2	0.076 3	0.528 7
$M_{\eta 7}$	0.916 8	0.790 2	0.517 5	0.033 5	0.012 3	0.061 6	0.088 4	0.445 8
$M_{\eta 8}$	0.823 4	0.687 2	0.626 1	0.017 2	0.023 2	0.071 2	0.079 5	0.437 2
$M_{G\eta}$	0.859 2	0.703 1	0.553 7	0.026 7	0.024 9	0.070 7	0.078 8	0.448 0

表 4 设计参数对电动机质量的敏感度

Table 4 Sensibility of electromotor's design parameters and weight

变量	敏感度							
	$L$	$N_c$	$N_s$	$A_{wf}$	$A_{wa}$	$r_o$	$t$	$I$
$M_{W1}$	0.825 6	0.706 2	0.951 2	0.077 6	0.082 4	0.084 7	0.082 1	0
$M_{W2}$	0.817 5	0.612 8	0.867 8	0.071 5	0.079 3	0.074 4	0.094 3	0
$M_{W3}$	0.785 4	0.698 6	0.693 7	0.086 2	0.082 2	0.093 8	0.083 1	0
$M_{W4}$	0.769 1	0.721 6	0.924 1	0.072 5	0.079 2	0.095 6	0.093 0	0
$M_{W5}$	0.815 4	0.708 1	0.872 1	0.092 8	0.080 2	0.090 5	0.096 6	0
$M_{W6}$	0.737 6	0.812 8	0.901 4	0.084 8	0.081 4	0.088 1	0.086 1	0
$M_{W7}$	0.787 5	0.765 9	0.876 9	0.076 7	0.092 6	0.087 5	0.095 7	0
$M_{W8}$	0.774 3	0.836 7	0.808 9	0.096 3	0.093 3	0.084 9	0.093 7	0
$M_{G,W}$	0.789 1	0.732 8	0.862 0	0.082 3	0.083 8	0.087 4	0.090 6	0

表 5 电动机设计参数的均值、方差和变差指数

Table 5 Mean value, variance and diversity factor of electromotor design parameters

设计参数	$L/cm$	$N_c$	$N_s$	$A_{wf}/mm^2$	$A_{wa}/mm^2$	$r_o/cm$	$t/cm$	$I/A$
均值	2.15	68.87	874.6	0.35	0.22	2.3	5.6	4.1
方差	0.83	11.58	165.46	0.017	0.012	0.157	0.321	0.73
差异度/%	38.60	16.81	18.92	4.87	5.45	6.82	5.73	17.80

4.3 电动机实例产品的设计优化

根据电动机产品族递进式优化设计流程,在第二阶段,采用 NSGA-II 算法在已有的产品平台

基础上进一步优化求解设计模型,采用与电动机产品族递进式设计第一阶段相同的运算参数,优化求得各电动机的优化结果如表 6 所示。

表 6 电动机实例产品设计优化结果

Table 6 Optimization result of electromotor design product instance

编号	平台常量和设计变量								优化结果	
	$L/cm$	$N_c$	$N_s$	$A_{wf}/mm^2$	$A_{wa}/mm^2$	$r_o/cm$	$t/cm$	$I/A$	$W/kg$	$\eta/\%$
1	0.87	685	47	0.35	0.22	2.3	5.6	3.12	0.44	73.18
2	1.15	710	71	0.35	0.22	2.3	5.6	3.37	0.48	71.93
3	1.52	748	62	0.35	0.22	2.3	5.6	3.56	0.53	70.07
4	1.95	816	67	0.35	0.22	2.3	5.6	3.91	0.62	68.69
5	2.31	882	85	0.35	0.22	2.3	5.6	4.29	0.69	64.84
6	2.67	965	75	0.35	0.22	2.3	5.6	4.52	0.75	60.33
7	3.02	1068	79	0.35	0.22	2.3	5.6	4.85	0.87	57.46
8	3.45	1120	65	0.35	0.22	2.3	5.6	5.15	0.96	53.62

4.4 优化设计方法对比

Simpson 等<sup>[11]</sup>提出了参数化产品族设计的(Product Platform Concept Exploration Method, PP-CEM)方法,Dai 等<sup>[2]</sup>提出了参数化产品族的单阶段优化方法.将本文提出的基于混合进化算法的

产品族递进式设计方法与上述两种方法在同一运算环境下进行对比分析,表 7 为采用不同方法优化电动机质量和效率的对比结果.为比较本文提出方法与 PPCEM 及单阶段独立优化方法的求解效率与运算性能,引用 Pareto 解的趋近前沿标

准<sup>[17]</sup>和解集分散多样性标准<sup>[15]</sup>.对于 Pareto 解的趋近前沿标准,趋近前沿度数值越大表征解集的收敛性越好,对于解集分散多样性标准,其数

值越小表征解集的分散程度越佳.表 8 所示为不同算法求解获得的 Pareto 解趋近前沿度、分散多样性以及运算时间的比较.

表 7 混合进化算法的产品族递进式优化设计方法与其他设计方法的结果对比

Table 7 Comparison of product family progressive optimization design approach based on mix-evolution algorithm and other approaches

编号	混合进化的递进式优化		PPCEM		单阶段独立优化		递进式优化 vs. PPCEM		递进式优化 vs. 单阶段优化	
	$W_M$ /kg	$\eta_M$ /%	$W_{PPCEM}$ /kg	$\eta_{PPCEM}$ /%	$W_S$ /kg	$\eta_S$ /%	$\frac{W_M - W_{PPCEM}}{W_M}$ /%	$\frac{\eta_M - \eta_{PPCEM}}{\eta_M}$ /%	$\frac{W_M - W_S}{W_M}$ /%	$\frac{\eta_M - \eta_S}{\eta_M}$ /%
1	0.44	73.18	0.45	72.31	0.45	72.11	-2.22	+1.20	-2.22	+1.48
2	0.48	71.93	0.49	70.46	0.49	71.02	-2.04	+2.08	-2.04	+1.28
3	0.53	70.07	0.55	69.12	0.56	69.07	-3.63	+1.37	-1.85	+1.44
4	0.62	68.69	0.63	67.18	0.64	66.89	-1.58	+2.24	-3.12	+2.69
5	0.69	64.84	0.71	62.65	0.70	63.84	-2.81	+3.49	-1.42	+1.56
6	0.75	60.33	0.78	59.12	0.77	58.27	-3.84	+2.04	-2.59	+3.53
7	0.87	57.46	0.89	56.03	0.89	56.37	-2.24	+2.55	-2.24	+1.93
8	0.96	53.62	0.97	51.98	0.98	52.62	-1.03	+3.15	-2.04	+1.90
平均变化率/%							-2.42	+2.26	-2.19	+1.97

注:  $W_M$ 、 $W_{PPCEM}$ 、 $W_S$ 、 $\eta_M$ 、 $\eta_{PPCEM}$ 、 $\eta_S$  分别为混合进行的递进式优化、PPCEM 及单阶段独立优化的质量与效率.

表 8 不同算法获得的结果比较

Table 8 Comparison of results obtained by different optimization algorithms

优化算法	多样性	收敛性	运行时间/s
混合进化的递进式优化	0.2445	0.3721	29.2
PPCEM	0.3328	0.3346	38.6
单阶段独立优化	0.2817	0.3067	47.8

综合算法的对比结果可知,基于混合进化算法的递进式优化设计方法在解决参数化产品族设计的多目标优化问题上,能够在获得分布性和收敛性更好的 Pareto 解同时,缩短算法的运算时间.

对于更为复杂的产品,随着产品设计参数的增加,本算法在解的多样性方面会有所提升,但收敛性会随参数的增加而降低.

## 5 结论

1) 本文提出了参数化产品族的递进式优化设计方法,构建了稳健的产品平台.所提出的多目标混合进化算法,能够在提高产品平台通用性的同时优化产品设计参数.

2) 混合进化算法解决了同步进化带来的数据扰动问题,使得运算求解更有效.通过与产品族 PPCEM 方法及单阶段独立优化设计方法的仿真结果对比分析,本文提出的基于多目标混合进化算法的递进式优化设计方法在解决电动机产品族设计问题上,能够获得更好的设计结果.

### 参考文献 (References)

[1] 樊蓓蓓,纪杨建,祁国宁,等.产品族零部件关系网络实证分析及演化[J].浙江大学学报:工学版,2009,43(2):213-219.

Fan B B, Ji Y J, Qi G N, et al. Demonstration analysis and evolution of parts relationship network for product family[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2009, 43 (2) : 213-219 (in Chinese).

[2] Dai Z, Scoot M. Product platform design through sensitivity analysis and cluster analysis[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2007, 18(1) : 97-113.

[3] Nomaguchi Y, Askhøj A, Madsen K F, et al. Study on how to select appropriate design methods for product platform and family design[J]. Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, C Hen/Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part C, 2013, 79 : 866-879.

[4] Akundi S V K, Simpson T W, Reed P M. Multi-objective design optimization for product platform and product family design using genetic algorithms[C]//Proceedings of ASME International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. 167 Jalan Bukit Merah : American Society of Mechanical Engineers, 2005, 2B:999-1008.

[5] Khajavirad A, Michalek J J, Simpson T W. A decomposed genetic algorithm for solving the joint product family optimization Problem[C]//Proceedings of the 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston: AIAA, 2007, 2:2111-2124.

[6] Kumar R, Allada V. Scalable platforms using ant colony optimization[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2007, 18(1) : 127-142.

[7] Alizon F, Shooter S, Simpson T W. Improving an existing product family based on commonality/diversity, modularity, and cost[J]. Design Studies, 2007, 28(4) : 387-409.

[8] 张焕高,赵文燕,江屏,等.基于相似性与结构敏感性分析的产品平台设计过程模型[J].机械工程学报,2012,48(11) : 104-118.

Zhang H G, Zhao W Y, Jiang P, et al. Product platform design process model based on similarity and structural sensitivity analysis[J]. Mechanical Engineering, 2012, 48 (11) : 104-118 (in Chinese).

- Chinese).
- [9] 李柏姝,唐加福,雒兴刚. 面向细分市场的产品族规划方法及应用[J]. 计算机集成制造系统,2009,15(6):1055-1061.  
Li B S, Tang J F, Lou X G. Method and application of product family design for market niche[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,2009,15(6):1055-1061 (in Chinese).
- [10] 李中凯,朱真才,程志红,等. 基于联合分析和定量指数的柔性产品平台多目标规划方法[J]. 计算机集成制造系统,2011,17(8):1757-1765.  
Li Z K, Zhu Z C, Cheng Z H, et al. Multiobjective planning for flexible product platform based on conjoint analysis and quantitative indices[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011,17(8):1757-1765 (in Chinese).
- [11] Simpson T, Seepersad C, Mistree F. Balancing commonality and performance within the concurrent design of multiple products in a product family[J]. Concurrent Engineering: Research and Applications,2001,10(11):1-14.
- [12] Scott M, Antonsson E. Using indifference points in engineering decisions[C]//Proceedings of 2000 ASME Design Engineering Technical Conferences. 167 Jalan Bukit Merah: American Society of Mechanical Engineers,2000:225-243.
- [13] 陈永亮,褚巍丽,徐燕申. 面向可适应性的参数化产品平台设计[J]. 计算机集成制造系统,2007,13(5):877-884.  
Chen Y L, Chu W L, Xu Y S. Adaptability-oriented parametric product platform design[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,2007,13(5):877-884 (in Chinese).
- [14] Kim M, Hiroyasu T, Miki M. SPEA2+: Improving the performance of the strength Pareto evolutionary algorithm2[J]. Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VIII,2004,3242:742-751.
- [15] Deb K, Pratap A, Agarwal S. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2002,6(2):182-197.
- [16] Simpson T W, Maier J R, Mistree F. Product platform design: Method and application[J]. Research in Engineering Design, 2001,13(1):2-22.
- [17] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multi-objective evolutionary algorithms: Empirical results[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2000,18(2):173-195.

## Parametric product family progressive optimization design approach

WEI Wei<sup>\*1</sup>, FENG Yixiong<sup>2</sup>, CHENG Jin<sup>2</sup>

- (1. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;  
2. The State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Parametric product family progressive optimization design approach is proposed based on product platform technique. The progressive optimization design process was constructed, the optimization of product family was carried out progressively using multi-objective mix-evolution algorithm. The mix-evolution algorithm used two kinds of populations to avoid the data perturbation problem. The strength Pareto evolutionary algorithm 2+ and non-dominated sorting genetic algorithm-II were used progressively in the product platform design and product instance optimization. In the product family progressive optimization, the product platform was identified firstly. The multi-objective optimization mathematics optimization model of parametric product family was constructed, the sensibility of design parameter was analyzed and the diversity factor was calculated. The product platform constants and variables were divided. As a result, the product platform was constructed. Then the performances of each individual instance product were optimized in the robust product platform to get the optimal design parameter. Finally, the design of electromotor product family was used as an example to certify the proposed method's effectiveness and applicability.

**Key words:** product family design; product platform; progressive design; mix-evolution algorithm; sensibility; diversity factor



# 基于准则的大展弦比飞翼气动设计

甘文彪<sup>\*1</sup>, 周洲<sup>2</sup>, 许晓平<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 无人驾驶飞行器设计研究所, 北京 100191; 2. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

**摘 要:** 从设计实际出发,为切实提高气动性能,开展了大展弦比飞翼无人机(UAV)的气动设计及分析研究.在设计分析过程中,依据飞翼无人机的特征,提出了气动设计准则;基于设计准则,采用更新设计的策略,结合变可信度数值模拟、代理模型优化方法构建了优化设计框架;针对飞翼无人机开展了参数化表达、无限插值网格自动生成以及多轮更新优化,得到了优化推荐构型;应用 $\gamma-Re_m$ 转换模型方法对优化构型的气动性能进行了细致地验证分析.研究表明:通过气动设计,飞翼无人机设计构型很好地契合了设计准则,其巡航升阻比相比最初的原始构型提高了14%, $\gamma-Re_m$ 转换模型能较细致地分析大展弦比飞翼的流动特征.

**关键词:** 飞翼; 设计准则; 优化设计; 转换模型; 验证分析

**中图分类号:** V211.4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1608-07

现代高空无人机(UAV)设计对气动和隐身性能的要求越来越高,为了在一定的隐身条件下取得更高的气动性能,典型的先进高空无人机(如RQ170、RQ180等)均采用大展弦比飞翼布局.大展弦比飞翼无人机翼身高度融合,需要严格满足装载和隐身要求,具有特殊的气动性能,其气动设计主要受3个方面的影响:①机身布置以及机身对展向流动的影响;②机翼典型截面翼型的流动特征;③机翼翼面参数变化以及翼尖效应.随飞行速度的变化,大展弦比飞翼无人机的展向流动特征和二维截面翼型的特征将发生显著的变化,这将深刻地影响其升阻和力矩性能.

为改进飞翼的气动性能,很多作者针对飞翼开展了相关研究分析<sup>[1-7]</sup>. Wood和Bauer对100年来飞翼布局飞机的研究进行了回顾<sup>[8]</sup>, Grellmann介绍了B2飞机的气动设计<sup>[9]</sup>, Liebeck针对亚声速翼身融合的飞翼布局飞机进行了设计研究<sup>[10]</sup>, Mialon等针对飞翼构型开展了气动优化

设计<sup>[11]</sup>, Qin等也对翼身融合(BWB)的飞翼布局飞机进行了气动性能研究<sup>[12]</sup>, Leifsson等对分布式BWB构型开展了多学科优化设计<sup>[13]</sup>, 胡添元开展了飞翼布局飞机总体多学科设计优化研究<sup>[14]</sup>, 鲍君波等开展了飞翼布局气动方案优选和试验验证<sup>[15]</sup>, 这些以及其他与飞翼相关的研究工作都能够为飞翼无人机的气动设计提供借鉴,但大多侧重于小展弦比飞翼布局气动分析研究,对大展弦比飞翼的流动特征和气动优化设计体现的少,而本文将针对大展弦比飞翼无人机来开展气动设计和流动特征分析.

## 1 设计方法

### 1.1 设计准则

从设计实际和工程实用出发,针对大展弦比飞翼无人机气动构型开展设计,其研究主体是:为提高设计效率和避免多学科设计的复杂性,结合设计的先验知识,以最优气动性能为目标,在装

收稿日期: 2014-10-30; 录用日期: 2015-01-23; 网络出版时间: 2015-04-29 16:43

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150429.1643.001.html

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-15-GJSYS-031); 国家自然科学基金(11302178)

\* 通讯作者: 甘文彪(1985—),男,湖南邵阳人,讲师, ganhope@buaa.edu.cn, 主要研究方向为飞行器总体气动设计与计算流体力学.

引用格式: 甘文彪, 周洲, 许晓平. 基于准则的大展弦比飞翼气动设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1608-1614.

Gan W B, Zhou Z, Xu X P. Aerodynamic design of high-aspect-ratio flying wing based on criteria[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1608-1614 (in Chinese).

载、强度和隐身约束下来确定飞翼全机外形。

事实上,理解分析大展弦比飞翼布局形式,可以对其构型设计提炼出如下准则:①由于全机基本构型暂不考虑推进系统,因此对进排气系统的隐身和流动要求,不需要细化;②在设计时需要满足总体设计对翼面积的要求,设计过程将在总体设想的初始构型上展开;③由于机身任务载荷和翼面装载的需要,各部件必须满足重量学科对厚度和弯度的基本要求,且必须光滑过渡(特别是机身);④为满足隐身设计的要求,翼面的前后缘必须保证边缘绕射集中的要求(满足平行布置);⑤为了满足最基本的结构强度要求,各部件的弦长和面积必须控制在一定范围(特别是翼面转折处的弦长和翼梢的弦长);⑥由于翼身融合和全翼面设计的需要,各部件需要耦合调配来设计,也就是说设计时必须同时考虑各部件影响,设计从三维入手来展开,并分析流动特征,进而精细化检验设计的可行性,这是最重要的准则。

依据准则,可细化得到几个设计的基本约束条件:①仅给出推进系统的装载位置和大小,暂不研究推进系统的流动特征;②全机翼面积大小基本不变;③机身必须具有适当的曲面造型,将采用多曲线来辅助控制;④翼面前后缘必须满足一定的平行条件;⑤各部件具有一定的弦长和面积约束范围。结合约束条件可确定大展弦比飞翼无人机的初始构型,示意如图 1 所示。

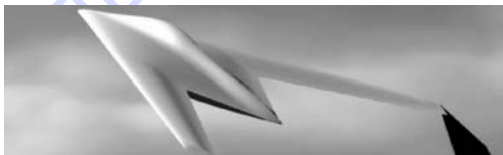


图 1 飞翼无人机初始构型

Fig. 1 Initial configuration of flying wing UAV

## 1.2 设计框架

基于设计准则,结合变可信度的气动数值模拟方法、代理模型和优化算法来构建优化设计分析体系<sup>[16]</sup>,优化设计方法框架如图 2 所示。变可信度的气动数值模拟方法包括:①基于改进 SST (Menter's Shear-stress Transport) 湍流模型的雷诺平均 Navier-Stokes 方程数值模拟方法(简称改进 SST 方法);②基于  $\gamma-Re_{\theta}$  转捩模型的雷诺平均 Navier-Stokes 方程数值模拟方法(简称  $\gamma-Re_{\theta}$  方法)。在设计过程中,采用多轮次更新优化设计的策略,基于改进 SST 方法通过优化设计得到推荐构型;接着应用  $\gamma-Re_{\theta}$  方法对优化结果进行了更细致地分析,进而确定设计结果的流动特征和可行性。

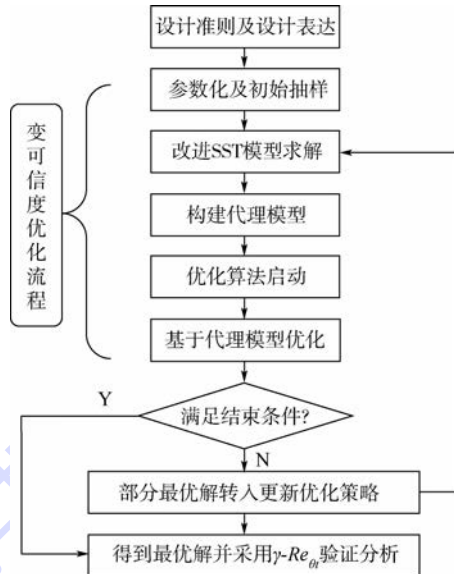


图 2 优化设计方法框架

Fig. 2 Optimal design method framework

## 1.3 CFD 求解方法

采用有限体积法求解可压缩流动雷诺平均 Navier-Stokes 方程组。时间离散采用近似因子 (AF) 方法,无黏项空间离散使用上风 Roe 格式,黏性项采用中心差分。

湍流模型采用改进 SST 湍流模型和  $\gamma-Re_{\theta}$  转捩模型(分别对应改进 SST 方法和  $\gamma-Re_{\theta}$  方法)。SST 湍流模型的改进包括涡量产生项和分离修正(如式(1)和式(2),其中  $f_s$  为分离相关系数); $\gamma-Re_{\theta}$  转捩模型的  $F_{length}$  的经验关系如式(3), $Re_{\theta}$  采用 Keerati 给定的函数来确定,详细公式见文献[16]。湍流模型求解采用非耦合平均流动方程的隐式方法,模型对流项采用二阶离散。详细参数和验证见文献[16]。

$$P_k = \mu_1 \Omega^2 - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\bar{P}_\omega = f_s P_\omega \quad (2)$$

$$F_{length} = \min[0.1 \exp(0.022 \overline{Re_{\theta}} + 12) + 0.45, 300] \quad (3)$$

## 2 设计模型

### 2.1 设计表达及参数化方法

飞翼无人机基本构型通过参数化方法来表达设计问题,具体方法是:①基于隐身和装载要求,确定机身对称截面、翼身过渡截面,各采用 10 个变量的 Hicks-Henne 型函数方法来参数化,共 20 个变量;②机身通过上下各 5 条 NURBS 曲线来确定,并按照装载要求作出强约束,设计变量共有 20 个;③基于流动特征和翼面积限制,确定前缘

后掠角、后缘前掠角和 5 个典型截面弦长(即对称面、翼身过渡截面、kink、翼梢和翼尖的弦长),共 7 个变量,由于限定面积,展长的约束通过弦长变量范围来间接给定;④确定 kink 和翼梢的特征截面翼型,采用 10 个变量的 Hicks-Henne 型函数方法来参数化,共 20 个变量;⑤确定翼身过渡截面、kink 和翼梢 3 个特征截面之间的多个定位截面,这些定位截面仅用来辅助生成 NURBS 曲面,其曲率变化由 3 个特征截面来决定,因此不增加设计变量;⑥确定第③和第④点的设计变量为主设计(即主层次)变量,这些设计变量包括面参数和特征截面参数共 27 个,为弱约束变量;⑦确定第①和第②点的设计变量为次要设计(即次层次)变量,包括机身对称截面、翼身过渡截面和机身上下曲面的参数化变量,共 40 个变量.

## 2.2 设计过程的实现

为减小设计过程的计算量,采用分层设计的思路:①针对次要设计变量,关注翼身流动的展向变化,依据设计准则中的装载要求,对设计变量作出强约束,设计变量空间较小,为提高设计效率,采用均匀设计结合灵敏度分析来修形设计<sup>[16]</sup>,进而确定机身对称截面、翼身过渡截面和机身上下曲面;②针对主设计变量采用多目标免疫遗传算法<sup>[16]</sup>和径向基函数(RBF)来进行优化迭代,得到最终的优化构型.这里将针对主设计变量,阐明设计过程的实现和设计结果的分析.

在设计过程中,机身截面的 NURBS 曲线将通过 5 个点来控制,其中首末 2 个点和中点坐标确定,中间 2 个点的法向坐标(相对壁面来说)为设计变量,NURBS 曲线详细形式见文献[16].

截面翼型的 Hicks-Henne 型函数方法参数化. $a_1 \sim a_5$  为加权参数, $n$  和  $m$  分别为扰动幅度和宽度函数,取值为  $a_1 \sim a_4$  对应的  $n$  为 3,  $m$  为 0.1、0.3、0.5、0.7,  $a_5$  对应的  $n$  为 1,  $m$  为 0.9.

优化时通过程序来修改设计变量,并应用 NURBS 曲面来使其转化为数字曲面的特征控制量,进而针对数字 NURBS 曲面采用无限插值技术来更新实体模型.得到更新实体模型后,基于无限插值技术,通过程序来进行网格变形重构,从而实现网络的自动生成,图 3 给出了优化时自动生成的飞翼无人机网格,显然网格质量较高.

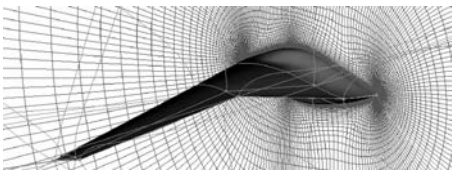


图 3 飞翼构型自动生成的网格

Fig. 3 Automatically generated grid of flying wing

优化过程包括多次 CFD 求解、代理模型重构、优化迭代.主层次设计时经过 5 轮次的更新优化设计,每轮次以包含 200 个个体的抗体群进化 30 代,进化结束后向样本库增加 5 个样本点,共针对 217 个全机外形进行了 CFD 计算,以 RBF 作为代理模型,并随每一轮次逐步更新代理模型;针对最终的优化设计结果开展了 32 次验证计算.

## 3 优化设计结果及分析

飞翼基本构型优化设计指标是:巡航状态  $Ma = 0.65$ 、 $C_L = 0.5$  时有尽可能高的升阻比,纵向力矩静稳定度不小于 5%.具体设计目标为: $Ma = 0.65$ ,  $\alpha = 2.5^\circ$  的升阻比  $k_1$ ;  $Ma = 0.7$ ,  $\alpha = 2.5^\circ$  的升阻比  $k_2$ .具体约束条件为: $Ma = 0.65$ ,  $\alpha = 2.5^\circ$  时的力矩系数有  $dC_M/dC_L \leq -5\%$ .

图 4 给出了多轮更新优化补加的样本点与优化的验证结果(图中 Add-points 表示补加样本点, Add-path 表示补加样本前沿, Opt-points 表示优化解).图中标示出了 5 轮优化补加样本点的前沿,补加样本点的前沿逐步趋向于优化解,体现了多轮优化不同于单轮优化的设计效果.

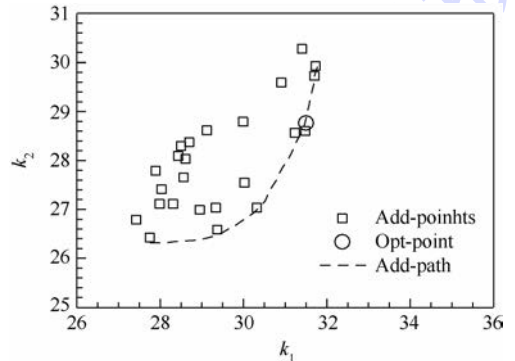


图 4 补加样本外形与设计外形验证结果

Fig. 4 Verification result of appearance with added samples and design shapes

### 3.1 巡航速度下的验证结果

图 5 给出了原始和优化构型  $Ma = 0.65$  巡航状态时验证计算结果的对比,显然优化构型的失速更和缓;升阻比有显著提高(以改进 SST 方法计算为例,由 27.8 增大到 31.7,即约增大 14%,相应的  $\gamma-Re_{\theta}$  计算则为 37.4);设计构型的力矩静稳定性略有下降,但仍能满足设计要求的力矩约束.整体来看,相比改进 SST(即图中的 SST,图中 Ori 表示原始设计, Opt 表示优化设计)方法计算,  $\gamma-Re_{\theta}$  方法计算的气动性能更高,这是因为:一般情况下,  $\gamma-Re_{\theta}$  方法能较好预测转捩<sup>[16]</sup>,对摩擦阻力的计算精度更高.

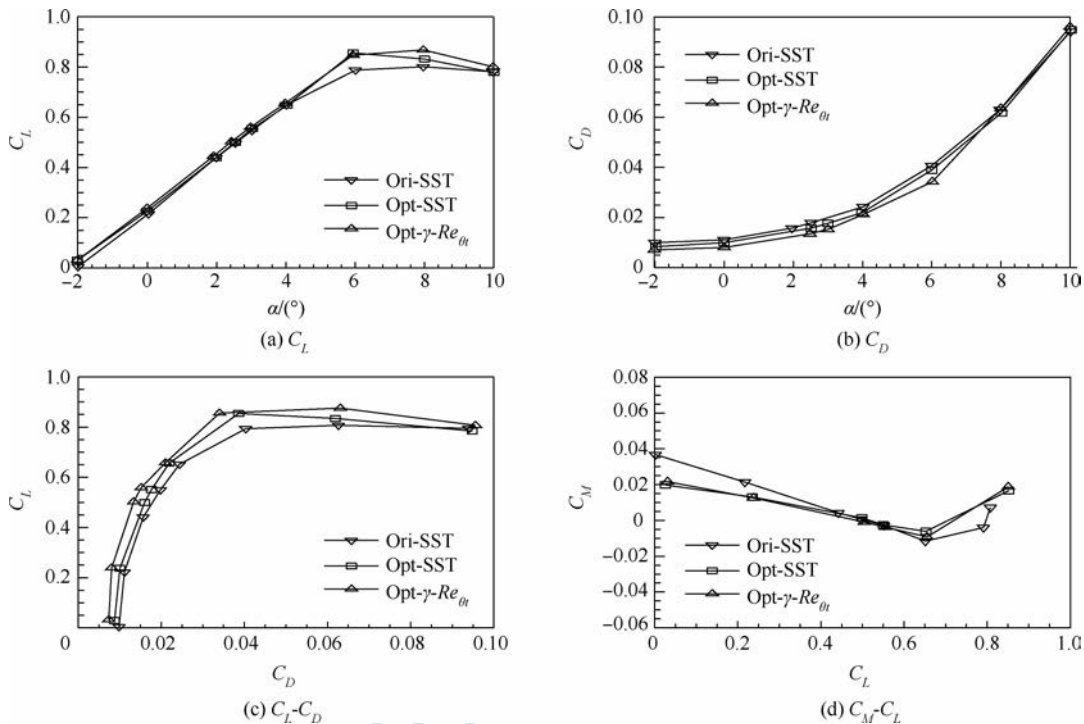


图5 飞翼原始与设计构型气动性能 ( $Ma = 0.65$ )

Fig. 5 Aerodynamic performance of original and design configuration of flying wing ( $Ma = 0.65$ )

图6是巡航状态  $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$  时的飞翼设计构型表面压强分布与极限流线图。由图可知,全机上表面未出现明显的激波,在 kink 位置两侧流动出现了弱压缩波流动特征;机身的极限流线向对称面偏折,这一现象是由后缘压力分布所决定的;这可能对以后喷管设计带来影响;依照准则为提高设计效率,这里暂不考虑推进系统。

调整区显著影响流动的展向发展。随攻角增大该调整区的流动可能发生分离,对气动性能有严重影响。

为反映空间流线特征,图8给出了巡航状态  $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$  时飞翼设计构型翼尖流场。由

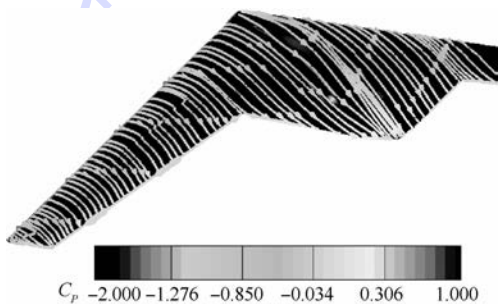


图6 飞翼设计构型压强分布及极限流线 ( $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$ )

Fig. 6 Pressure distribution and limit streamlines of design configuration of flying wing ( $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$ )

为说明流动的湍流特征,图7给出了巡航状态  $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$  时截面的湍流涡黏性图,图中标示了上下表面转换的大致位置,图中机身曲面有明显的隆起,符合设计准则对装载的要求。由对称面向外,上表面转换位置先逐渐前移,再后移,最后处于与前缘平行的固定相对弦长位置。转换变化情况反映出:翼身过渡截面与 kink 位置截面之间存在展向流动调整区,这个

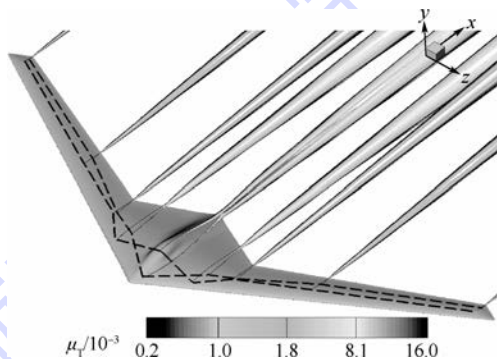


图7 飞翼设计构型涡黏性分布 ( $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$ )  
Fig. 7 Eddy viscosity distribution of design configuration of flying wing ( $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$ )

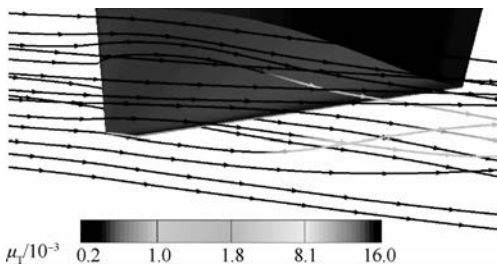


图8 飞翼设计构型翼尖流线 ( $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$ )  
Fig. 8 Streamlines of flying wing wingtip of flying wing design configuration ( $Ma = 0.65, \alpha = 2.5^\circ$ )

图可知,翼尖涡较弱,反映了优化构型对翼尖的处理是比较成功的.事实上,翼尖弦长较长,翼尖曲面变化迅速,这符合设计准则对弦长的限定(弦长在较长的合理范围).

随攻角增大的流动特征对全机的稳定性影响较大,图9和图10分别给出了 $Ma = 0.65, \alpha = 4^\circ$ 时的飞翼设计构型表面和截面的压强分布.由图9可知,在机身上表面流动未出现明显的激波和压缩波,在机翼上表面由里向外流动出现了压缩波和激波.由图10可知,对称截面( $\eta/b = 0, \eta$ 为截面到对称截面的距离, $b$ 为展长)存在弱压缩波,kink位置( $\eta/b = 25\%$ )存在弱压缩波, $\eta/b = 60\%$

存在弱激波,随展向向外,在 $\eta/b = 95\%$ 形成了完整的激波,且激波强度较大.

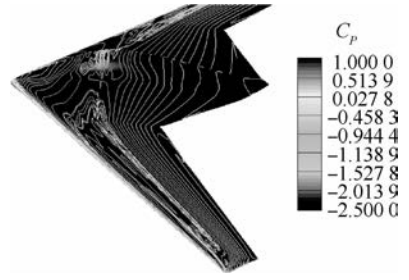
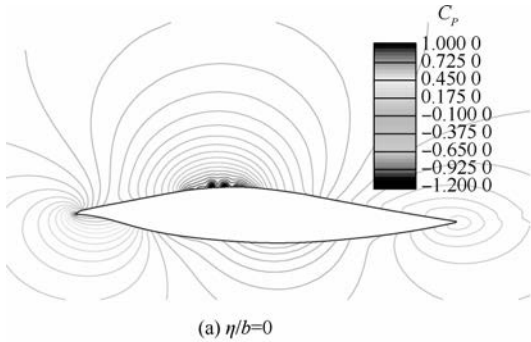
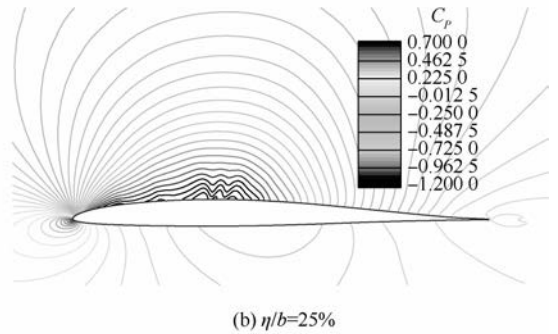


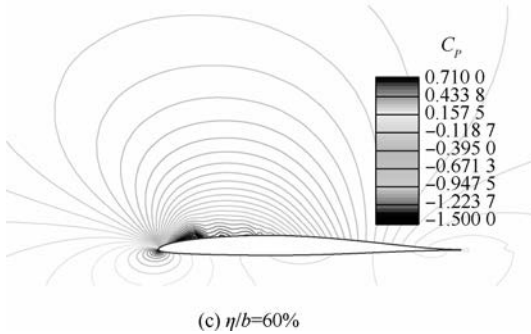
图9 飞翼设计构型压强分布 ( $Ma = 0.65, \alpha = 4^\circ$ )  
Fig. 9 Pressure distribution of flying wing design configuration ( $Ma = 0.65, \alpha = 4^\circ$ )



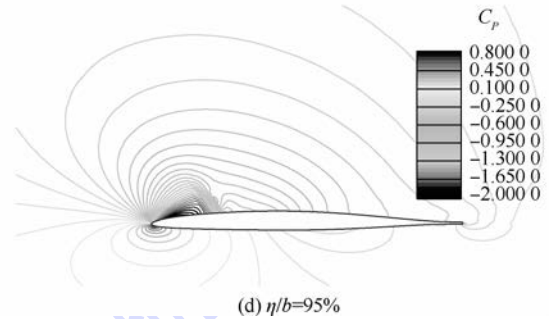
(a)  $\eta/b=0$



(b)  $\eta/b=25\%$



(c)  $\eta/b=60\%$



(d)  $\eta/b=95\%$

图10 飞翼设计构型各截面压强分布 ( $Ma = 0.65, \alpha = 4^\circ$ )

Fig. 10 Section pressure distribution of flying wing design configuration ( $Ma = 0.65, \alpha = 4^\circ$ )

图11为 $Ma = 0.65, \alpha = 6^\circ$ 时飞翼的典型压强和摩擦阻力系数分布.由压强分布可知,机身与机翼过渡区的流动由两道激波逐渐汇聚成一道激波,机翼上表面有明显的激波.由摩擦阻力系数分布可知,在激波后流动发生了转换.机翼上表面激波对压强分布的显著影响,使得机翼上的升力主要集中在激波前,这将导致全机力矩静稳定性的下降.

综合图9~图11可知,全机各部件进行了耦合调配(特别是从机身沿展向向外的曲面变化),符合设计准则;宏观上,当攻角较大时,将导致流动沿展向从多道弱压缩波或弱激波向激波的转化.

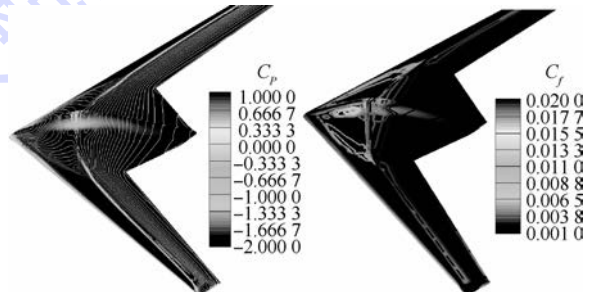


图11 压强和摩擦阻力系数分布 ( $Ma = 0.65, \alpha = 6^\circ$ )  
Fig. 11 Pressure and friction coefficients distribution ( $Ma = 0.65, \alpha = 6^\circ$ )

### 3.2 不同速度下的验证结果

为进一步探讨设计构型的气动特征,这里针对 $Ma = 0.6$ 和 $Ma = 0.7$ 时的非设计状态开展计

算分析. 计算采用  $\gamma-Re_{th}$  方法. 图 12 是不同速度下飞翼设计构型气动性能对比. 随速度增大, 全机的失速提前, 最大升阻比下降, 在小攻角时力矩静稳定性增大, 大攻角时力矩静稳定性显著减小; 这都反映出: 速度增大, 激波对全机的影响增大.

图 13 给出了不同速度典型攻角下飞翼设计构型的表面压强分布. 由压强分布可知,  $Ma = 0.6$  时流动并未出现激波和压缩波, 而在  $Ma = 0.7$  时在机身和 kink 位置附近流动出现了激波, 如图中标示; 显然复杂的展向流动使机身到 kink 位置的临界马赫数降低.

分布说明流动由对称面向外都存在激波; 由极限流线可知, 在 kink 位置的内侧近旁流动发生了“结点-螺旋点”型的分离, 在 kink 位置的外侧近旁流动存在“结点-结点”型的分离, 在机翼的中段存在两次分离, 即小分离气泡和后缘大分离, 翼尖存在翼尖涡诱导的分离. 由图 14 的分析表明: 激波是导致大攻角气动性能恶化的主要原因, 分离加剧了气动性能恶化, 特别是影响了力矩的静稳定性.

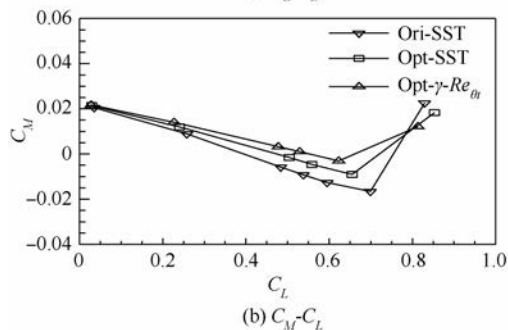
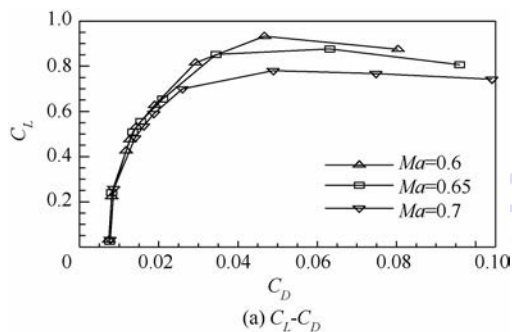


图 12 不同马赫数下飞翼设计构型气动性能对比  
Fig. 12 Aerodynamic performance contract of design flying wing configuration at different Mach

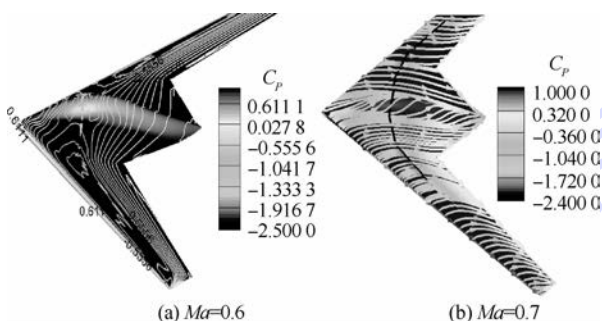


图 13 不同速度下飞翼设计构型的压强系数分布 ( $\alpha = 2.5^\circ$ )

Fig. 13 Pressure distribution coefficient of flying wing design configuration at different speed ( $\alpha = 2.5^\circ$ )

图 14 为不同速度下  $\alpha = 6^\circ$  时设计构型的压强分布. 在  $Ma = 0.6$  时, kink 位置以外流动存在明显的激波. 在  $Ma = 0.7$  时, 全机上表面的压强

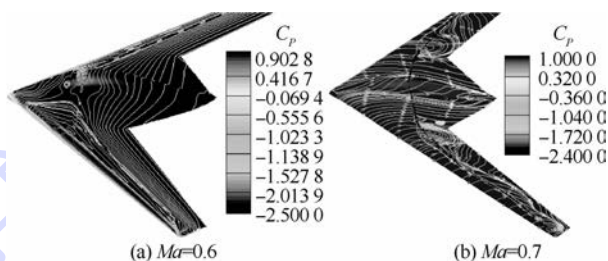


图 14 不同速度下飞翼构型的压强系数分布 ( $\alpha = 6^\circ$ )

Fig. 14 Pressure coefficient distribution of flying wing design configuration at different velocity ( $\alpha = 6^\circ$ )

综合来看, 设计提高了气动性能 (特别是升阻比), 所设计的结果在巡航状态只存在弱压缩波, 这有利于提高升阻比和保持较好的力矩性能. 随攻角增大, 飞翼无人机设计构型的流动经历了“弱压缩波-弱激波-激波-激波前移”的变化过程, 这将导致气动 (特别是力矩) 性能逐步地下降.

## 4 结论

针对高空大展弦比飞翼无人机开展了气动设计及分析, 研究表明: ①基于设计准则, 采用多轮更新设计的策略, 结合优化设计方法, 开展飞翼无人机气动设计, 能够有效地提高设计效率和精度; ②通过设计和分析, 飞翼无人机的巡航升阻比提高了 14%, 其气动特征满足设计准则; ③设计结果和设计方法能够为高空长航时无人机气动设计提供参考.

## 参考文献 (References)

[1] Saeed T I, Graham W R. Conceptual design for a laminar-flying-wing aircraft, AIAA-2012-0868 [R]. Reston: AIAA, 2012.  
[2] Sevant N E, Bloor M G, Wilson M J. Aerodynamic design of a flying wing using response surface method [J]. Journal of Aircraft, 2000, 7(4): 562-569.  
[3] Green J E. Greener by design: The technology challenge [J]. The Aeronautical Journal, 2002, 106(1056): 57-113.  
[4] Martinez V R. Flying wings. A new paradigm for civil aviation? [J]. Acta Polytechnica, 2007, 47(1): 32-43.

- [5] Dmitriev V G, Shkadov L M, Denisov V E, et al. The flying-wing concept-chances and risks, AIAA-2003-2887 [R]. Reston: AIAA, 2003.
- [6] Sears W R. Flying wing airplanes: The XB-35/YB-49 program, AIAA-1980-3036 [R]. Reston: AIAA, 1980.
- [7] Begin L. The Northrop flying wing prototypes, AIAA-1983-1047 [R]. Reston: AIAA, 1983.
- [8] Wood R M, Bauer S X S. Flying wings/flying fuselage, AIAA-2001-0311 [R]. Reston: AIAA, 2001.
- [9] Grellmann H W. B-2 aerodynamic design, AIAA-1990-1802 [R]. Reston: AIAA, 1990.
- [10] Liebeck R H. Design of the blended wing body subsonic transport [J]. Journal of Aircraft, 2004, 41 (1): 10-25.
- [11] Mialon B, Fol T, Bonnaud C. Aerodynamic optimization of subsonic flying wing configurations, AIAA-2002-2931 [R]. Reston: AIAA, 2002.
- [12] Qin L, Valalle A, Le Moigne A, et al. Aerodynamic studies blended wing body aircraft, AIAA-2002-5448 [R]. Reston: AIAA, 2002.
- [13] Leifsson L, Ko A, Mason W H, et al. Multidisciplinary design optimization of blended-wing-body transport aircraft with distributed propulsion [J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 25 (1): 16-28.
- [14] 胡添元. 飞翼布局飞机总体多学科设计优化研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- Hu T Y. Multidisciplinary design optimization for flying wing aircraft preliminary design [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010 (in Chinese).
- [15] 鲍君波, 王钢林, 武哲. 飞翼布局气动方案优选和试验验证 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38 (2): 180-184.
- Bao J B, Wang G L, Wu Z. Optimization and experimental verification for aerodynamic scheme of flying-wing [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38 (2): 180-184 (in Chinese).
- [16] 甘文彪. 近空间低雷诺数无人机气动数值模拟及设计研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2014.
- Gan W B. Research on aerodynamic numerical simulation and design of near space low-Reynolds unmanned aerial vehicles [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2014 (in Chinese).

## Aerodynamic design of high-aspect-ratio flying wing based on criteria

GAN Wenbiao<sup>\*1</sup>, ZHOU Zhou<sup>2</sup>, XU Xiaoping<sup>2</sup>

(1. Research Institute of Unmanned Aerial Vehicle, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. College of Aeronautic, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** To improve aerodynamic performance of flying wing from design reality, aerodynamic design and analysis of high-aspect-ratio flying wing unmanned aerial vehicle (UAV) were conducted. In design and analysis process, according to features of flying wing, aerodynamic design criteria have been proposed. Based on design criteria, a design optimization framework, using updated design strategies, was built which combined variable fidelity numerical simulation and surrogated model optimization method. Flying wing UAV was carried out with parametric expression, automatic mesh generation of transfinite interpolation (TFI), and multi-round optimization. And then recommended configuration was obtained and validated for detailed aerodynamic performance by  $\gamma-Re_{\theta}$  transition model method. The results show that design configuration of flying wing UAV agrees well with design criteria, cruise lift-to-drag ratio of UAV increases 14% compared to the original configuration,  $\gamma-Re_{\theta}$  transition model method can analyze the detailed aerodynamic characteristics of high-aspect-ratio flying wing UAV.

**Key words:** flying wing; design criteria; optimal design; transition model; validated analysis

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0681



# 星群协同阵列传输容量

肖振宇<sup>1</sup>, 李瑶<sup>2</sup>, 白文杰<sup>1</sup>, 白琳<sup>\*1</sup>

(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191; 2. 北京航空航天大学 高等工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 为进一步提升星群协同的系统容量, 考虑在卫星星群上配置阵列天线的传输模式. 分析了最大化容量时下行链路的信道条件, 给出了系统容量最大化的实现方式, 探索了系统参数对信道容量的影响, 发现信道容量随地面天线间距成周期性变化, 其周期与卫星数目成反比、与地面天线阵列相对于东西方向的夹角的余弦成反比、与相邻卫星之间的角间距成反比. 在多卫星多天线环境下, 发现信道容量曲线的包络同样随地面天线间距成周期性变化, 提出并通过仿真验证了多卫星多天线环境下减小地面天线间距和降低测控精确度要求的地面天线排布方案.

**关键词:** 阵列天线; 星群协同; 信道容量; 多入多出; 卫星信道模型

**中图分类号:** V443<sup>+</sup>.1; TN927<sup>+</sup>.2; TB553

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1615-09

由于地球同步轨道卫星轨位的缺少和可利用频谱资源的匮乏, 当前的卫星通信系统往往倾向于使用更高功率的卫星平台和更多的大带宽转发器以提高信道容量. 在这种情形下, 生产、运营和维护这些强大而复杂的卫星平台和通信负载将变得十分昂贵<sup>[1]</sup>. 分布式星群协同技术<sup>[2]</sup>可将多个功能相同或相似的卫星保持在同一轨位内, 通过星间链路实现同步并交换数据, 形成具有协同传输及转发能力的卫星星群, 从而有效提高卫星轨道资源的利用率, 弥补我国单星平台载荷与功率受限的短板.

目前, 各卫星大国均有开展支持分布式星群的项目, 例如法国空间研究中心提出的干涉车轮计划<sup>[3]</sup>, 德国宇航中心提出的 TerraSAR-X/TanDEM-X 双星编队计划<sup>[4]</sup>, 意大利提出的 BISSAT 计划<sup>[5-6]</sup>, 美国航空航天局和美国空军提出的先进极高频(AEHF)军用通信卫星和转型卫星通信

系统(TSAT)项目<sup>[7]</sup>, 以及加拿大提出的 Radar-Sat-2/3 计划<sup>[8]</sup>. 在这些项目中, AEHF 项目<sup>[9-10]</sup>采用了相控阵天线和波束成形网络技术<sup>[11]</sup>. 相控阵天线技术通过电子手段改变射频波束的指向, 使用户之间的波束产生快速捷变, 从而提升信道的传输效率和灵活性. TSAT 项目<sup>[12]</sup>利用编队卫星群协同通信组成的虚拟雷达阵列, 完成被动无线电辐射测量、导航、通信等任务, 借此验证编队卫星群具有通过协作通信有效完成多任务的能力<sup>[13]</sup>. 此外, TSX/TDX 双星系统也采用了主动相控阵天线来形成灵活的波束指向、提供阵列增益. 可见, 基于阵列天线的分布式星群协同技术是未来卫星技术发展的重要趋势之一.

本文研究了基于阵列天线的分布式星群协同传输容量, 分析了最优信道容量的条件, 并给出了系统容量最大化的实现方式. 以此为基础, 分析了多卫星单天线、单卫星多天线、多卫星多天线等场

收稿日期: 2014-11-04; 录用日期: 2015-01-30; 网络出版时间: 2015-03-31 14:54

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150331.1454.007.html

基金项目: 国家自然科学基金(61201189, 91338106, 61231011, 61231013); 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-14-DZXY-007, YWF-14-RSC-006, YWF-14-DZXY-020)

作者简介: 肖振宇(1983—), 男, 湖北天门人, 讲师, xiaozy06@gmail.com

\* 通讯作者: 白琳(1982—), 男, 北京人, 副教授, L.Bai@buaa.edu.cn, 主要研究方向为空天通信网络及地面无线通信.

引用格式: 肖振宇, 李瑶, 白文杰, 等. 星群协同阵列传输容量[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1615-1623.

Xiao Z Y, Li Y, Bai W J, et al. Channel capacity of cooperative grouped satellites with array based transmission[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1615-1623 (in Chinese).

景下的最优信道容量,并进行了仿真验证.针对多卫星多天线场景,本文提出了一种减小地面天线间距和降低测控精确度要求的地面天线排布策略.

## 1 系统与信道模型

### 1.1 系统模型及参数

本文考虑的分布式星群协同传输系统如图1所示.其中,分布式星群包括 $L$ 颗卫星,每颗卫星上都搭载着 $N$ 根天线构成的平行于卫星轨道的天线阵列.地面接收站配置由 $M$ 根接收天线组成的天线阵列.系统中使用的天线均为抛物面天线.该系统模型的有关变量为:地面天线阵列相邻两根接收天线之间间距为 $d_A$ (单位:m);地球同步轨道卫星星群中相邻两颗卫星之间间距为 $d_0$ (单位:m),记 $d_0 = \frac{\pi \Delta \theta_s}{180^\circ} \cdot R_s$ , $\Delta \theta_s$ (单位:( $^\circ$ ))为相邻两颗卫星之间的角度间隔, $R_s$ (单位:m)为同步卫星轨道的半径;每个卫星天线阵列相邻两根发射天线之间间距为 $d_s$ (单位:m).

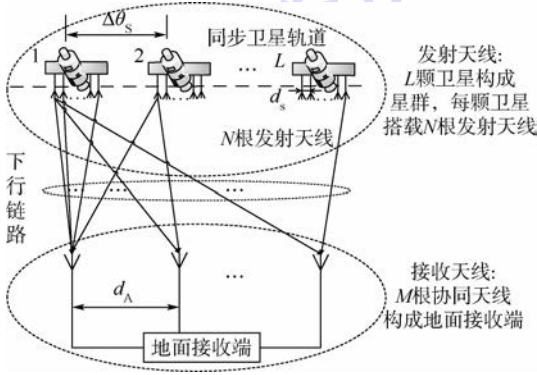


图1 基于阵列天线的分布式星群协同传输系统模型(下行链路)

Fig. 1 Cooperative grouped satellites with antenna arrays based transmission system model (downlink)

### 1.2 信道模型

考虑下行链路.由于卫星信号以视距(Line-of-Sight, LOS)成分为主<sup>[14]</sup>,从卫星星群发射出来的信号在MIMO信道中的传播过程为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_M]^T$ 为 $M$ 根地面接收天线的接收信号矢量; $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N \cdot L}]^T$ 为星群发送给用户的发射信号矢量; $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 为噪声矢量; $\mathbf{H} \in \mathbf{C}^{M \times (N \cdot L)}$ 为信道传递矩阵, $\mathbf{C}$ 表示复数空间.记发射天线数目 $M_T = N \cdot L$ ,接收天线数目 $M_R = M$ ,则 $\mathbf{H} \in \mathbf{C}^{M_R \times M_T}$ .由于 $M_T$ 和 $M_R$ 具有对称性,为便于讨论,此处仅考虑 $M_T \geq M_R$ 的

情形.

由电磁波在自由空间中的传播原理可知,第 $m_R = m$ 行、第 $m_T = (l-1) \cdot N + n$ 列的矩阵元素 $H_{m, l, n}$ 的等效基带表示为<sup>[15]</sup>

$$H_{m, l, n} = a_{m, l, n} \exp\left(-j \frac{2\pi f_0}{c_0} r_{m, l, n}\right) \quad (2)$$

式中: $f_0$ 为载波频率; $c_0 = 3 \times 10^8$  m/s为光在真空中的传播速度; $r_{m, l, n}$ 为第 $m$ 根地面接收天线到第 $l$ 颗卫星上的第 $n$ 根发射天线之间的距离,其复包络

$$a_{m, l, n} = \frac{c_0 \exp(j\theta_0)}{4\pi f_0 r_{m, l, n}} \quad (3)$$

式中: $\theta_0$ 为观测时刻的载波相角.可以验证, $|a_{m, l, n}| \approx |a|$ ,其中 $|\cdot|$ 表示绝对值,该变量的值近似于一个常数, $|a| = \frac{c_0}{4\pi f_0 h}$ <sup>[15]</sup>,其中 $h$ 为星群中心到地面天线阵列中心的距离.

## 2 信道容量最优化

### 2.1 信道容量最优值

对一个时不变MIMO系统而言,信道的最高频谱效率可由Telatar的著名公式来计算<sup>[16]</sup>:

$$C = \text{lb}[\det(\mathbf{I}_{M_R} + \rho \cdot \mathbf{H}\mathbf{H}^H)] \quad (4)$$

式中: $\rho$ 为信道的线性信噪比,定义对数信噪比为 $\text{SNR} = 10 \lg \rho = \text{EIRP} + (G - T) - \kappa - \beta$ (单位: dB),其中EIRP、 $(G - T)$ 、 $\kappa$ 和 $\beta$ 分别为有效全向辐射功率、品质因数、玻耳兹曼常数和下行链路带宽的对数值<sup>[14]</sup>; $(\cdot)^H$ 表示矩阵或矢量的共轭转置.

记矩阵

$$\mathbf{V} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H \quad (5)$$

经计算,下行链路最优信道容量为

$$C_{\text{opt}} = \min\{M_R, M_T\} \cdot \text{lb}(1 + \rho |a|^2 \max\{M_R, M_T\}) = M_R \text{lb}(1 + \rho |a|^2 M_T) \quad (6)$$

文献[15-16]证明,信道容量取最优值 $C_{\text{opt}}$ 的前提条件是矩阵 $\mathbf{V}$ 的所有非零特征值相等,即 $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_{M_R} = |a|^2 M_T$ .因此,满足最大信道容量条件的 $\mathbf{H}$ 为任意两行元素都正交的矩阵.

### 2.2 容量最优条件分析

为使得系统满足 $\mathbf{H}$ 的任意两行元素都正交,已知MIMO系统的传递矩阵

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{1,1} & H_{1,2} & \dots & H_{1,M_T} \\ H_{2,1} & H_{2,2} & \dots & H_{2,M_T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{M_R,1} & H_{M_R,2} & \dots & H_{M_R,M_T} \end{bmatrix} \quad (7)$$

信道模型中已经给出

$$\begin{cases} H_{m_R, m_T} = a_{m_R, m_T} \exp\left(-j \frac{2\pi f_0}{c_0} r_{m_R, m_T}\right) \\ a_{m_R, m_T} = \frac{c_0 \exp(j\theta_0)}{4\pi f_0 r_{m_R, m_T}} \approx |a| \exp(j\theta_0) \end{cases} \quad (8)$$

因此

$$H_{m_R, m_T} = \frac{c_0}{4\pi f_0 r_{m_R, m_T}} \exp\left[-j\left(\frac{2\pi f_0}{c_0} r_{m_R, m_T} - \theta_0\right)\right] \approx |a| \exp\left[-j\left(\frac{2\pi f_0}{c_0} r_{m_R, m_T} - \theta_0\right)\right] \quad (9)$$

又因为  $\forall k, m \in \{1, 2, \dots, M_R\}$ ,  $\mathbf{H}$  的第  $k$  行和第  $m$  行都正交, 故可以得到

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{M_T} H_{k,i} \cdot H_{k,i}^* = \sum_{i=1}^{M_T} H_{m,i} \cdot H_{m,i}^* = |a|^2 M_T \\ \sum_{i=1}^{M_T} H_{k,i} \cdot H_{m,i}^* = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $(\cdot)^*$  表示矩阵或矢量的共轭. 将  $H_{m_R, m_T}$  代

入  $\sum_{i=1}^{M_T} H_{k,i} \cdot H_{m,i}^* = 0$ , 得

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{M_T} H_{k,i} \cdot H_{m,i}^* = \\ & \sum_{i=1}^{M_T} |a|^2 \exp\left[j\left(\frac{2\pi f_0}{c_0} r_{k,i} - \theta_0\right) - j\left(\frac{2\pi f_0}{c_0} r_{m,i} - \theta_0\right)\right] = \\ & |a|^2 \sum_{i=1}^{M_T} \exp\left\{j\left[\frac{2\pi f_0}{c_0} (r_{k,i} - r_{m,i})\right]\right\} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

记  $\phi_i = \frac{2\pi f_0}{c_0} (r_{k,i} - r_{m,i})$ , 则

$$\sum_{i=1}^{M_T} \exp(j\phi_i) = 0 \quad (12)$$

考虑此处的系统, 不妨给所有的  $\exp(j\phi_i)$  分组: 令同一颗卫星上的所有天线为一组, 记第  $l$  颗卫星上的第  $n$  根天线对应  $\exp(j\phi_i) = \exp(j\phi_{l,n})$ , 其中  $i = (l-1)N + n$ . 于是一共分出了  $L$  组. 容易验证, 只要令同组的相邻两个  $\exp(j\phi_{l,n})$  之间方位角之差  $\Delta\theta$  保持相等, 并且令  $\sum_{l=1}^L \phi_{l,1} = 2\pi v, v \in \mathbf{Z}, L \nmid v$ , 即可满足式(12).

如图2所示, 给出式(12)的一个解:

$$\begin{cases} \arg(\phi_{l_1,1} - \phi_{l_2,1}) = \frac{2\pi}{L}(l_1 - l_2) \\ \arg(\phi_{l_1, n_1} - \phi_{l_1, n_2}) = \Delta\theta(n_1 - n_2) \end{cases}$$

$$\forall l_1, l_2 \in \{1, 2, \dots, L\}; \forall n_1, n_2 \in \{1, 2, \dots, N\}$$

$$(13)$$

此时,  $\phi_{l,n}$  成等间距分布, 因而与  $\phi_{l,n}$  成比例的  $r_{k,l,n} - r_{m,l,n}$  有着恒定的差分关系. 任取两根地面

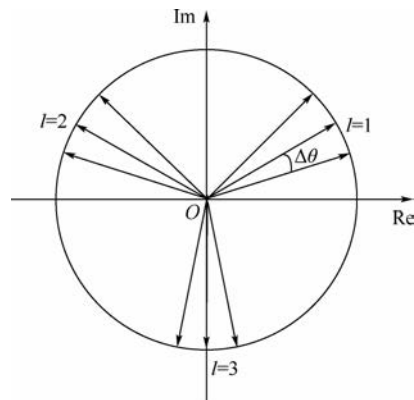


图2 式(12)计算示意图

Fig. 2 Calculation schematic diagram of equation (12)

天线和两根卫星天线, 对第  $k$  根和第  $m$  根地面接收天线, 与第  $c$  颗卫星上的第  $d$  根天线和第  $e$  颗卫星上的第  $f$  根天线而言, 代入得

$$\begin{aligned} & (r_{k,c,d} - r_{m,c,d}) - (r_{k,e,f} - r_{m,e,f}) = \\ & \frac{c_0}{f_0} \left[ \frac{(c-e)}{L} + \frac{\Delta\theta}{2\pi}(d-f) \right] \cdot v \\ & v \in \mathbf{Z}, L \nmid v \end{aligned} \quad (14)$$

只有满足式(14), 才能保证信道容量达到最大值. 因此, 接收天线和发射天线都是均匀排布的线性阵列 (Uniform Linear Array, ULA), 星群中相邻两颗卫星之间的间距同样保持恒定.

文献[17]给出了三维空间中收发天线 ULA 的建立方法. 如图3所示, 为便于计算, 假设星群中心和接收天线阵列中心位于同一经度. 记星群

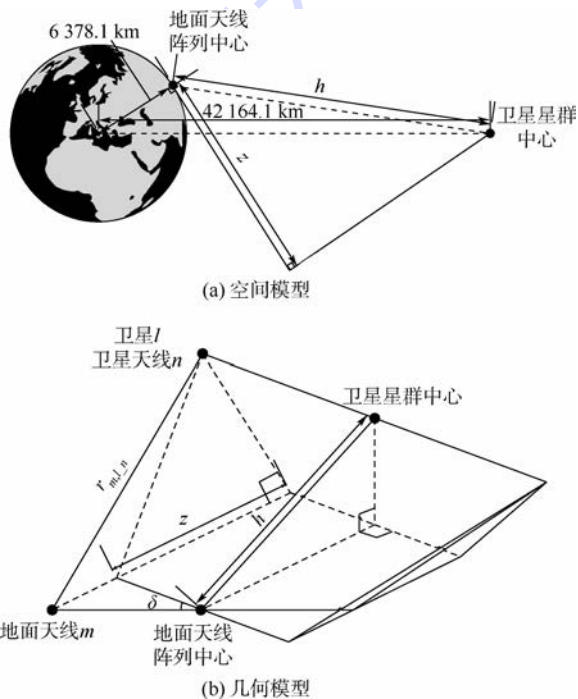


图3 分布式星群协同传输系统几何模型

Fig. 3 Geometrical model of cooperative grouped satellites transmission system

中心到地面天线阵列中心与地心的连线的距离为  $z$ , 地面天线阵列与东西方向的夹角为  $\delta$ .

计算  $r_{m,l_n}$ :

$$r_{m,l_n} = \left[ h^2 + \left( \frac{2l-L-1}{2}d_0 + \frac{2n-N-1}{2}d_s - \frac{2m-M-1}{2}d_A \cos \delta \right)^2 + \left( \frac{2m-M-1}{2}d_A \sin \delta \right)^2 + (2m-M-1)z d_A \sin \delta \right]^{\frac{1}{2}} \approx h + \left( \frac{2l-L-1}{2}d_0 + \frac{2n-N-1}{2}d_s - \frac{2m-M-1}{2}d_A \right)^2 / 2h + \frac{2m-M-1}{2}d_A \left[ (1-\cos \delta) \cdot \left( \frac{2l-L-1}{2}d_0 + \frac{2n-N-1}{2}d_s \right) + z \sin \delta \right] \quad (15)$$

代入式(14)等号左边可得

$$(r_{k,c_d} - r_{m,c_d}) - (r_{k,e_f} - r_{m,e_f}) \approx \frac{\cos \delta}{h} (k-m) \cdot d_A [(e-c) \cdot d_0 + (f-d) \cdot d_s] \quad (16)$$

因此,式(14)改写为

$$\frac{\cos \delta}{h} (k-m) \cdot d_A \cdot d_0 \left[ (e-c) + (f-d) \cdot \frac{d_s}{d_0} \right] = \frac{c_0}{f_0} \left[ \frac{(c-e)}{L} + \frac{\Delta \theta}{2\pi} (d-f) \right] \cdot v \quad v \in \mathbf{Z}, L \nmid v \quad (17)$$

亦即

$$\frac{\cos \delta}{h} (k-m) d_A \cdot d_s = \frac{c_0 \Delta \theta}{2\pi f_0} (-v) \quad (18)$$

$$\frac{\cos \delta}{h} (k-m) d_A \cdot d_0 = \frac{c_0}{f_0 L} (-v) \quad (19)$$

### 2.3 各类情况分析

#### 2.3.1 多卫星单天线

当  $N=1$  且  $d_s=0$  m 时,每颗卫星上只有一根天线,利用式(19),此时能达到最大信道容量的  $d_A$  为

$$d_{A,opt} = -v \frac{c_0 h}{L f_0 \cos \delta \cdot d_0 \cdot (k-m)} \geq \frac{c_0 h}{L f_0 d_0 \cos \delta} \quad (20)$$

由于  $k-m = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (M-1)$  时  $d_A$  表达式必须保持一致,而唯一能够随  $(k-m)$  改变的可控

变量  $v \in \mathbf{Z}$ , 因此  $\frac{v_1}{1} = \frac{v_2}{2} = \dots = \frac{v_{M-1}}{M-1} = v_0$ . 为使得

$d_A$  尽量小,取  $v_0 = 1$ . 于是可以得出结论:

信道容量是关于  $d_A$  的周期函数,其周期为  $\frac{c_0 h}{f_0 d_0 \cos \delta}$ , 峰值位于  $d_{A,opt} = \frac{u c_0 h}{L f_0 d_0 \cos \delta}$ ,  $u \in \mathbf{Z}_+$ ,  $L \nmid u$ .

#### 2.3.2 单卫星多天线

当  $L=1$  且  $d_0=0$  m 时,只有一颗卫星,其上有  $N$  根天线,之前的分组推导方式不再成立. 参考文献[18]中得到的结论显示,此处必须有  $\Delta \theta = \frac{2\pi}{N}$ . 利用式(18),此时能达到最大信道容量的  $d_A$  为

$$d_{A,opt} = -v \frac{c_0 h}{N f_0 \cos \delta \cdot d_s \cdot (k-m)} \geq \frac{c_0 h}{N f_0 d_s \cos \delta} \quad (21)$$

于是可以得出结论:信道容量是关于  $d_A$  的周期函数,周期为  $\frac{c_0 h}{f_0 d_s \cos \delta}$ , 峰值位于  $d_{A,opt} =$

$$\frac{u c_0 h}{N f_0 d_s \cos \delta}, u \in \mathbf{Z}_+, N \nmid u.$$

#### 2.3.3 多卫星多天线

当  $L \neq 1$  且  $N \neq 1$  时,易知  $d_0 \gg d_s$ . 利用式(18)和式(19),此时能达到最大信道容量的  $d_A$  为

$$d_{A,opt} = \frac{c_0 h}{L f_0 \cos \delta \cdot d_0} \cdot \frac{-v}{k-m} \geq \frac{c_0 h}{L f_0 d_0 \cos \delta} \quad (22)$$

并且满足

$$\Delta \theta = \frac{2\pi}{L} \cdot \frac{d_s}{d_0} \quad (23)$$

于是可以得出结论:

1)  $d_A = \frac{u c_0 h}{L f_0 d_0 \cos \delta}$ ,  $u \in \mathbf{Z}_+$ ,  $L \nmid u$  时,信道容量可以取到最大值.

2) 信道容量曲线关于  $d_A$  呈周期性变化,其周期性体现在:一是小数量级时的峰-谷波动(由多卫星引起),其谷-谷周期为  $D_0 = \frac{c_0 h}{f_0 d_0 \cos \delta}$ ;二是大数量级时曲线包络的周期性(由卫星上的多天线引起),其包络周期为  $D_s = \frac{c_0 h}{f_0 d_s \cos \delta}$ .

## 3 仿真分析

### 3.1 仿真设置

记系统的实际信道容量为  $C$ , 理论上的最大信道容量为  $C_{opt}$ . 对仿真环境进行建模,本文系统

中所使用的相关参量如下:

$$\begin{aligned} R_E &= 6378.1 \text{ km} \\ R_S &= 42164.1 \text{ km} \\ f_0 &= 18 \text{ GHz} \\ \text{SNR} &= 10\lg\rho = 224 \text{ dB} \\ \delta &= 0^\circ \\ d_s &= 2 \text{ m} \\ \Delta\theta_s &= 1^\circ \end{aligned}$$

地面天线阵列与卫星星群的基本地理参数如下:

$$\begin{aligned} \theta_s &= 116^\circ\text{E} \\ \theta_A &= 116^\circ\text{E} \\ \Phi_A &= 40^\circ\text{N} \\ \delta &= 0^\circ \end{aligned}$$

于是可以计算出:

$$h = \sqrt{R_S^2 + R_E^2 - 2R_S R_E \cos\Phi_A} \approx 37502.9 \text{ km} \quad (24)$$

式中: $R_E$  为地球平均半径; $\Phi_A$  为地面天线阵列中心纬度.

### 3.2 多卫星单天线

以  $M=3, N=1$  的系统为例,改变卫星间距和卫星数目,信道容量随地面天线阵列相邻天线间距  $d_A$  的变化情况如图4所示.

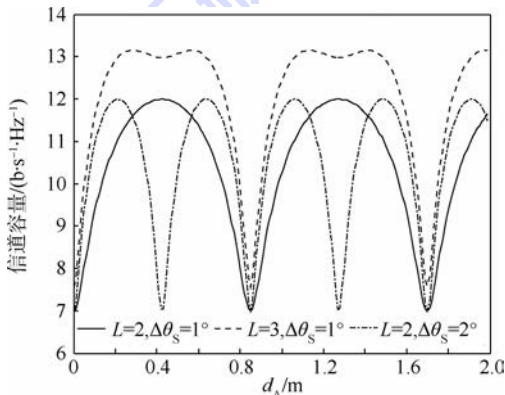


图4 不同卫星角间距和卫星数目下,  $M=3, N=1$  系统的信道容量  
Fig.4 Channel capacity with different sat-angular-distances and sat-numbers of a  $M=3, N=1$  system

可以看出,信道容量是与  $d_A$  有关的周期函数,其周期随卫星间距增大、卫星数目增多而减小.能够达到最大信道容量的地面天线间距

$$d_{A,opt} = \frac{uc_0 h}{Lf_0 d_0}, u \in \mathbf{Z}_+, L \nmid u.$$

### 3.3 单卫星多天线

以  $M=2, L=1, \Delta\theta_s=1^\circ$  的星群系统为例,改变卫星天线数目,信道容量随地面天线阵列相邻

天线间距  $d_A$  的变化情况如图5所示.

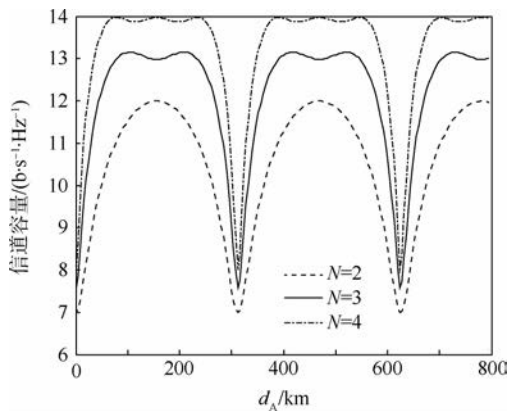


图5 不同卫星天线数目下,  $M=2, L=1$  系统的信道容量  
Fig.5 Channel capacity with different sat-numbers of a  $M=2, L=1$  system

可以看出,信道容量是与  $d_A$  有关的周期函数,且变化周期与卫星数目成反比,远大于第3.2节中的情形.能够达到最大信道容量的地面天线间距  $d_{A,opt} = \frac{uc_0 h}{Nf_0 d_s}, u \in \mathbf{Z}_+, N \nmid u.$

### 3.4 多卫星多天线

以  $M=2, L=2$  的系统为例,改变每颗卫星上天线数目后,信道容量随地面接收天线阵列相邻天线间距  $d_A$  的变化情况如图6和图7所示.其中,图6为小数量级  $d_A$  的信道容量变化(由多卫星引起),图7为大数量级  $d_A$  的信道容量变化(由卫星上的多天线引起).可以看出,信道容量是与  $d_A$  有关的周期函数,能够达到最大信道容量的地面接收天线间距  $d_{A,opt} = \frac{uc_0 h}{Nf_0 d_s}, u \in \mathbf{Z}_+, N \nmid u.$

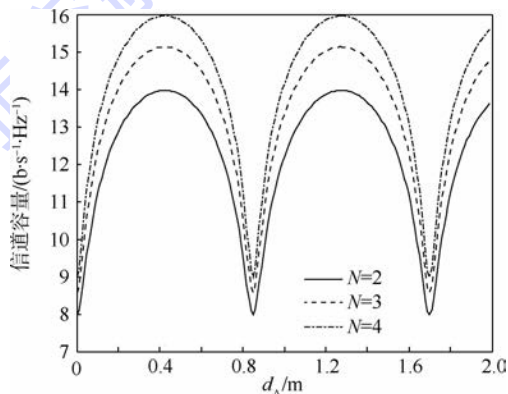


图6 不同卫星天线数目下,  $M=2, L=2$  系统的信道容量 ( $d_A$  较小)  
Fig.6 Channel capacity with different sat-numbers of a  $M=2, L=2$  system ( $d_A$  is small)

由图6可以看出,不同  $N$  值的信道容量曲线波动状况极为相似.然而,如同3.2节讨论的情形

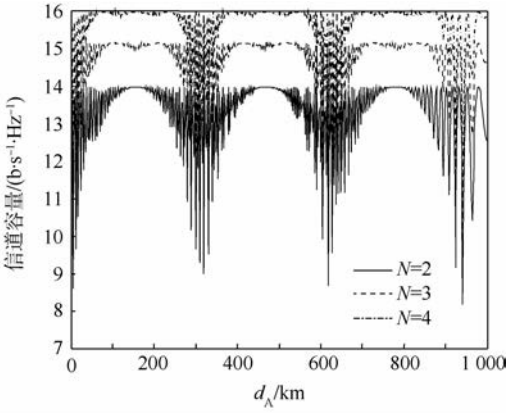


图7 不同卫星天线数目下,  $M=2, L=2$  系统的信道容量 ( $d_A$  较大)

Fig. 7 Channel capacity with different sat-numbers of a  $M=2, L=2$  system ( $d_A$  is large)

一样,信道容量的极大值和极小值相差很大、波动很快,例如图6中  $M=2, L=2, N=2$  的系统,一个周期内信道容量达到最大值的90%以上的情况约占57.6%,考虑到数量级,实际生产中要求  $d_A$  的偏差不能超过  $\pm 0.24$  m,对  $L \geq 3$  的系统而言则更小,否则就可能造成信道容量的极大衰落。

解决这一问题的方法有如下3种。

1) 减少卫星间距  $d_0$ 。

由  $d_{A,opt,min} = \frac{c_0 h}{L f_0 d_0}$  和  $D_0 = \frac{c_0 h}{f_0 d_0}$  可知,  $D_0, d_A$  均与  $d_0$  成反比,因而减少  $d_0$  就将带来  $d_A$  和  $D_0$  的增大,相当于在一个周期内增加了高信道容量所占的比例。图8是一个  $M=2, L=2, N=2$  的系统,

若要求信道容量不低于最大值的90%,当相邻两颗卫星的夹角降至  $0.5^\circ$  时,相比于  $\Delta\theta_s = 2^\circ$  的情况,  $d_A$  容许的误差范围提高了近3倍。

2) 增大  $L$  值。

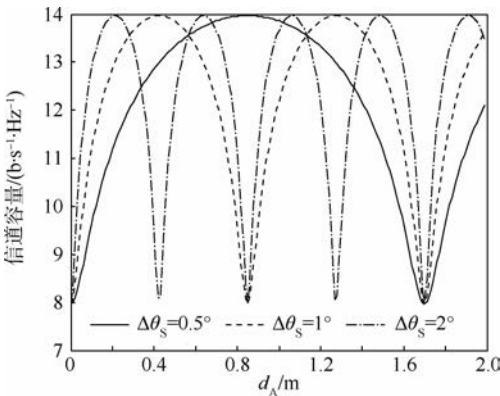


图8 不同的卫星角间距下,  $M=2, L=2, N=2$  系统的信道容量

Fig. 8 Channel capacity with different sat-angular-distances of a  $M=2, L=2, N=2$  system

由  $d_{A,opt,min} = \frac{c_0 h}{L f_0 d_0}$  可知,增大  $L$  值,  $d_{A,opt,min}$  减小,而信道容量曲线谷-谷周期  $D_0 = \frac{c_0 h}{f_0 d_0}$  保持不变,因此,这就相当于在同一个周期内增加了高信道容量所占的比例。如图9所示,与情况1)类似,这种方式同样提高了信道处于高容量状态的概率,降低了对  $d_A$  测控精确度的要求。

如图9所示,与情况1)类似,这种方式同样提高了信道处于高容量状态的概率,降低了对  $d_A$  测控精确度的要求。

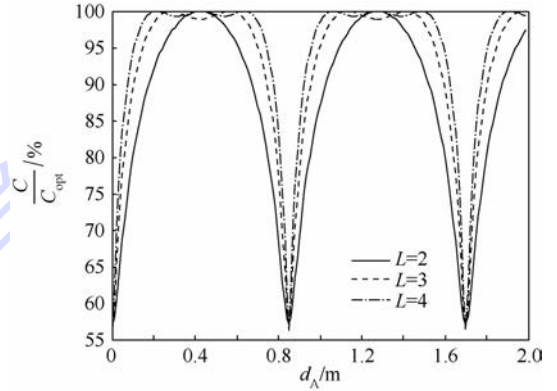


图9 不同卫星数目下,  $M=2, N=2$  系统的信道容量

Fig. 9 Channel capacity with different sat-numbers of a  $M=2, N=2$  system

3) 考虑更大的  $d_A$  (提高  $u$ )。

由于  $u$  引起的包络函数的周期性,在大数量级的范围内,信道容量是关于  $d_A$  的、以  $D_s = \frac{c_0 h}{f_0 d_s}$  为周期的周期函数。如图7所示,在一个周期内,由于  $d_{A,opt} = \frac{u c_0 h}{L f_0 d_0}, u \in \mathbf{Z}_+, L \nmid u$  的周期性,信道容量在两侧会出现快速的抖动波纹。这一情况将在  $\frac{p c_0 h}{N f_0 d_s} (p \in \{1, 2, \dots, N-1\})$  附近得到改善,  $d_A$  越接近  $\frac{p c_0 h}{N f_0 d_s}$ , 信道容量抖动的峰-谷差值就越小。将这些点称作“抖动平缓点”。适当地提高  $u$  值以使  $d_A$  靠近抖动平缓点,将使信道容量的抖动趋于平缓,对  $d_A$  误差造成的容量削减的容许度也将有所提升。

现在以  $M=2, L=2, N=2$  的系统为例研究其第一个周期:可以将信道容量曲线视作在上、下界包络之间的波纹曲线。其中,上界是一条与  $x$  轴平行的直线,  $y$  值等于最大信道容量  $13.97 \text{ b} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ ; 下界是一条以  $\frac{c_0 h}{N f_0 d_s}$  为对称轴的轴对称上凸曲线。

从图10可以看出,当  $d_A \in [0.64, 2.49] \times 10^5 \text{ m}$  时,无论  $d_A$  的误差有多大,信道容量都不会低于最大值的90%。这时候完全可以不再严格

要求  $d_A$  满足最优条件,也可以保证即便是由误差导致的最差情况下,系统也能够达到足够的信道容量.

为了在“尽可能减小  $d_A$ ”和“提高可能出现的最低信道容量”之间达到平衡,在实际条件下,有必要采取某种折中的策略:首先确定一个最低的  $d_A$  边界,使得即使最差的通信环境也能保证足够的信道容量;然后提高  $d_A$  的精确度,使之尽量靠近最优条件  $d_{A,opt} = \frac{uc_0h}{Lf_0d_0}$ ,  $u \in \mathbf{Z}_+$ ,  $L \nmid u$ , 以达到最大的信道容量.

为了使  $d_A$  尽量地小,亦即使得满足  $C \geq 90\% C_{opt}$  的  $d_A$  下边界尽量地小,本文进一步研究

下界包围曲线的特性,如图 11 所示.

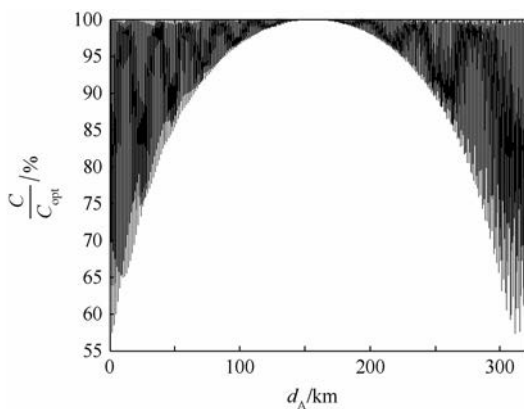
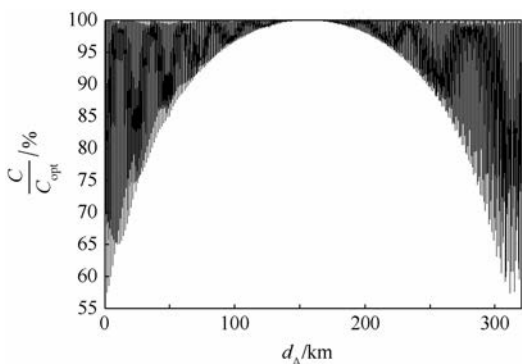
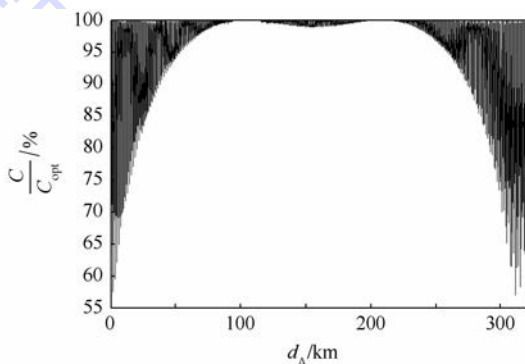


图 10  $M=2, L=2, N=2$  系统的信道容量

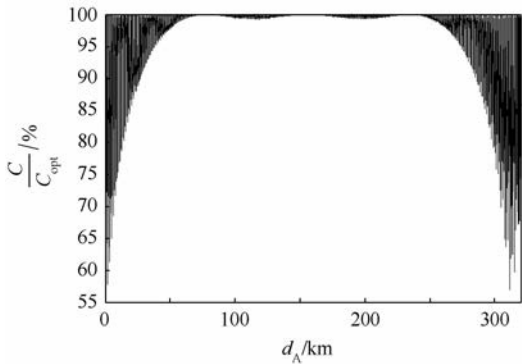
Fig. 10 Channel capacity of a  $M=2, L=2, N=2$  system



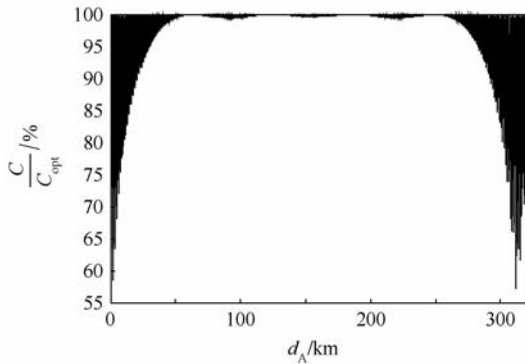
(a)  $M=2, L=2, N=2$  系统的信道容量



(b)  $M=2, L=2, N=3$  系统的信道容量



(c)  $M=2, L=2, N=4$  系统的信道容量



(d)  $M=2, L=2, N=5$  系统的信道容量

图 11 改变  $N, M=2, L=2$  的系统信道容量对比

Fig. 11 Channel capacity with different  $N$  of a  $M=2, L=2$  system

可以看出,由于“抖动平缓点” $\frac{c_0h}{Nf_0d_s}$ 的作用,

对相同的  $M_T$ , 当  $N$  尽量大时, 满足条件  $C \geq 90\% C_{opt}$  的  $d_A$  下边界更小. 例如图 11(d) ( $N=5$ ) 中,  $d_A$  的下边界约为 20 km, 几乎只有图 11(a) ( $N=2$ ) 的  $1/3$ .

### 3.5 仿真结果对比

通过以上分析, 可以看到在不同配置下, 采用阵列天线均可以提升星群协同系统容量.

第 3.2 节讨论了未配置阵列天线的星群协同系统的传输性能. 在多卫星单天线情况下, 由于卫

星间距较大, 地面天线的小尺度变化就能导致系统容量的大幅度改变.

第 3.3 节讨论了单颗卫星上配置阵列天线的系统的传输性能. 由于星上阵列天线间距较小, 地面天线间距的大尺度变化才能导致系统容量的改变. 为获得显著容量增益, 需要以较大的地面天线间距作为代价.

第 3.4 节则讨论了配置阵列天线后的星群协同系统的传输性能. 由于卫星发射端卫星之间的间距较大, 而星上阵列天线间距较小, 因此该系统兼具了第 3.2 节和第 3.3 节的地面天线间距小尺

度和大尺度两种周期性变化特性,表现为信道容量的大周期和小周期峰-谷抖动现象.此外,当星上采用阵列天线技术时(见图7),相比未配置阵列天线时的情况(见图4),信道容量得到了显著提升.此种情况下,当地面天线间距能够受到精确控制时,以较小的地面天线间距为代价就能得到较大的信道容量增益.然而,当地面天线间距精确度难以控制时,可能导致信道容量损失很大.为了尽量减少这种意外损失,必须规定地面天线间距的下界,并相对调整合适的星上阵列天线间距.

值得说明的是,以上各种情况下的信道容量均随着地面天线间距呈现周期性变化,这是由式(20)~式(22)所决定的,其根本原因在于相位角度是存在周期性的,但满足信道容量最优条件的地面天线间距必须与发射端天线间距成反比.

## 4 结 论

本文研究了基于阵列天线的分布式星群协同传输容量,分析了最大化容量的条件,并给出了系统容量最大化的实现方式.以此为基础,分析了多卫星单天线、单卫星多天线、多卫星多天线等场景下的最优信道容量,并进行了仿真验证.针对多卫星多天线场景,得出了以下结论:

1)  $d_A = uc_0h/(Lf_0d_0\cos\delta)$ ,  $u \in \mathbf{Z}_+$ ,  $L \nmid u$  时,信道容量可以取到最大值.

2) 信道容量曲线关于  $d_A$  呈周期性变化,其周期性体现在:一是小数量级时的峰-谷波动(由多卫星引起),其谷-谷周期为  $D_0 = c_0h/(d_0f_0\cos\delta)$ ;二是大数量级时函数曲线包络的周期性(由卫星上的多天线引起),其包络的周期为  $D_S = c_0h/(d_Sf_0\cos\delta)$ .

3) 通过减少卫星间距和增加卫星数目,可以降低对  $d_A$  精确度的要求.

为了获得最大容量和降低地面天线误差造成的影响,本文提出这样一种策略:首先确定地面天线间距  $d_A$  的一个最低边界,使得即使在最差的通信条件下也能保证足够的信道容量;然后提高  $d_A$  的精确度,使之靠近最优解  $d_{A,opt} = uc_0h/(Lf_0d_0\cos\delta)$ ,  $u \in \mathbf{Z}_+$ ,  $L \nmid u$  以达到最大的信道容量,可以通过减少卫星间距和增加卫星数目来提高达到高信道容量的概率.

## 参考文献 (References)

[1] Alagoz F, Gur G. Energy efficiency and satellite networking: A holistic overview [J]. Proceedings of the IEEE, 2011, 99 (11): 1954-1979.  
[2] 林来兴, 张小琳. 星群、星座与编队飞行的概念辨析 [J]. 航

天器工程, 2012, 21 (5): 97-102.  
Lin L X, Zhang X L. Discussion on conception of cluster, constellation and formation flying [J]. Spacecraft Engineering, 2012, 21 (5): 97-102 (in Chinese).  
[3] Massonet D. Capabilities and limitations of the interferometric cartwheel [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39 (3): 506-520.  
[4] Krieger G, Moreira A, Fiedler H, et al. TanDEM-X: A satellite formation for high-resolution SAR interferometry [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45 (11): 3317-3339.  
[5] Moccia A. A bistatic SAR for earth observation [J]. The International Society for Optical Engineering, 2000, 4173: 1-9.  
[6] D'Errico M, Moccia A. The BISSAT mission: A bistatic SAR operating information with COSMO/SkyMed X-band radar [C] // Aerospace Conference Proceedings. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002: 2-809-2-818.  
[7] Martin M, Klupar P, Kilberg S, et al. TechSat21 and revolutionizing space missions using microsattellites [C] // 15th American Institute of Aeronautics and Astronautics Conference on Small Satellites. Reston: AIAA, 2001: 1-10.  
[8] Lee P F, Girard R, James K. The RADARSAT-2&3 topographic mission: An overview [C] // Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2002. IGARSS 02. 2002 IEEE International. Piscataway NJ: IEEE Press, 2002, 3: 1477-3-1479.  
[9] 杨海平, 胡向晖, 李毅, 等. 卫星通信系列讲座之十三先进极高频率 (AEHF) 卫星 [J]. 数字通信世界, 2008 (6): 84-87.  
Yang H P, Hu X H, Li Y, et al. The advanced extremely high frequency (AEHF) satellite [J]. Digital Communication World, 2008 (6): 84-87 (in Chinese).  
[10] 杭观荣, 康小录. 美国 AEHF 军事通信卫星推进系统及其在首发星上的应用 [J]. 火箭推进, 2011, 37 (6): 1-8.  
Hang G R, Kang X L. Propulsion system of USA AEHF military communication satellite and its application on AEHF-1 satellite [J]. Journal of Rocket Propulsion, 2011, 37 (6): 1-8 (in Chinese).  
[11] 吴学智, 武兵, 何如龙, 等. 外军新一代卫星通信系统及关键技术研究 [J]. 通信技术, 2012 (9): 7-9.  
Wu X Z, Wu B, He R L, et al. Research of new generation of satellite communication system in foreign military and its key technology [J]. Communication Technology, 2012 (9): 7-9 (in Chinese).  
[12] Steyskal H, Schindler J K, Franchi P, et al. Pattern synthesis for techSat21-A distributed space-based radar system [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2003, 45 (4): 19-25.  
[13] 冯少栋, 张卫峰, 张晓静, 等. 美军下一代转型卫星运控系统 [J]. 数字通信世界, 2009 (5): 59-63.  
Feng S D, Zhang W F, Zhang X J, et al. Design of next generation TSAT operating system of U. S. army [J]. Digital Communication World, 2009 (5): 59-63 (in Chinese).  
[14] Maral G, Bousquet M. Satellite communications systems: Systems, techniques and technology [M]. 2nd ed. Chichester: Wiley, 1993: 206-216.  
[15] Schwarz R T, Knopp A, Lankl B, et al. Optimum-capacity MIMO satellite link for fixed and mobile services [C] // Interna-

- tional ITC Workshop on Smart Antennas (WSA 2008). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 209-216.
- [16] Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels [J]. European Transactions on Telecommunications, 1999, 10(6): 585-595.
- [17] 周杰, 陈靖峰, 邱琳, 等. 三维空间 MIMO 信道接收天线阵列互耦效应及系统容量分析 [J]. 通信学报, 2012, 33(6): 1-10.
- Zhou J, Chen J F, Qiu L, et al. Effect of mutual coupling and antenna correlation on MIMO system in three-dimensional spatial channel models [J]. Journal on Communications, 2012, 33(6): 1-10 (in Chinese).
- [18] Schwarz R T, Knopp A, Lankl B, et al. Optimum-capacity MIMO satellite broadcast system; Conceptual design for LOS channels [C] // 4th Advanced Satellite Mobile Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 60-65.

## Channel capacity of cooperative grouped satellites with array based transmission

XIAO Zhenyu<sup>1</sup>, LI Yao<sup>2</sup>, BAI Wenjie<sup>1</sup>, BAI Lin<sup>\*1</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. School of Advanced Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In order to improve the system capacity of cooperative grouped satellites, we considered the transmission mode of equipping the satellites with antenna arrays. Channel condition of downlink with maximum channel capacity was analyzed. Implementation approaches to the maximum channel capacity were put forward. Influences of system parameters to the channel capacity were researched. The results show that the channel capacity changes with the ground antenna distance periodically. The changing cycle of the channel capacity curve is in inverse proportion to the number of satellites (sat-number), to the cosine value of the angle between the ground array and an east-west line and to the angular distance between satellites (sat-angular-distance). The envelope of the channel capacity curve changes with the ground antenna distance periodically as well in a multi-satellites multi-antennas environment. An arrangement strategy of ground antennas in a multi-satellites multi-antennas environment was proposed to decrease the ground antenna distance and to lower the requirement of the ground array measurement accuracy as well, which was verified by the simulation results.

**Key words:** antenna arrays; cooperative grouped satellites; channel capacity; multiple-input multiple-output; satellite channel model

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0680

# 基于自由尾迹/面元法的旋翼下洗干扰计算和直升机配平



吕少杰<sup>\*1</sup>, 魏靖彪<sup>1</sup>, 曹义华<sup>2</sup>

(1. 总参谋部陆航研究所, 北京 101121; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 基于自由尾迹/面元法的耦合方法, 建立了一种旋翼气动干扰模型和直升机配平计算模型. 采用自由尾迹方法和升力面理论计算旋翼尾流带来的气动干扰, 使用三维面元模型代替机身, 采用涡镜像法模拟机身对尾迹的诱导和堵塞. 以 UH-60A 直升机为算例, 基于耦合方法, 分别计算了旋翼尾迹形状以及尾迹对机身、平尾和尾桨的下洗速度, 并与风洞试验结果对比. 最后将自由尾迹/面元耦合方法与直升机飞行力学模型嵌套, 完成了配平计算, 并与试飞结果和涡粒子模型计算结果进行了对比, 结果的一致性证明了本方法的有效性.

**关键词:** 自由尾迹; 面元法; 气动干扰; 飞行力学; 配平

**中图分类号:** V212.4

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1624-07

受旋翼涡系的影响, 直升机工作在十分复杂的流场当中, 旋翼的下洗流对机身振动、桨叶气动载荷和直升机的飞行性能都有十分重要的影响. 长期以来, 科研人员从数值计算和试验两方面对涡动力学方法进行了大量的研究<sup>[1-3]</sup>, 对旋翼/机身的复杂气动干扰的理解也愈发加深. 当直升机在吊挂飞行、舰载和沙漠等复杂条件起降时, 旋翼下洗流干扰带来的影响更加重要. 对旋翼下洗流的计算主要有计算流体力学(CFD)方法、涡粒子方法和尾迹方法.

CFD 方法是以 Euler 方程、Navier-Stokes 方程等为控制方程进行求解的方法, 可以更准确地描述旋翼绕流, 近 20 年来, 广泛应用于旋翼流场的数值模拟<sup>[4]</sup>, 并开始嵌入直升机飞行动力学模型中进行全机配平分析<sup>[5]</sup>. 它的缺点是采用有限体积或有限差分求解控制方程时存在固有的数值耗散, 对计算资源和计算时间的消耗较大. 近年来国内外学者开始将基于粒子的涡量运输概念用于预测

和分析旋翼尾迹, 不同于传统的基于网格的计算流体力学方法, Lagrangian 体系下的涡粒子方法通过将 Euler/Navier-Stokes 方程的非线性项转化为一组常微分方程, 避免了数值耗散且无需网格<sup>[6]</sup>. 但是涡粒子法在计算粒子间诱导速度和速度梯度时会产生“N 体”现象而且涡元数目巨大, 计算量将是不可接受的  $N^2$  级, 必须引入 TreeCode 或快速多极子算法(Fast Multipole Method, FMM)等加速算法改善计算效率<sup>[7]</sup>. 加速算法在数学上较为复杂, 尤其是 FMM, 被誉为“20 世纪十大算法之一”, 编程实现起来较为困难, 需要通过购买或其他渠道获得.

自由尾迹方法以一系列的离散涡元代替旋翼尾迹, 允许尾迹随当地气流自由流动<sup>[8]</sup>. 计入了尾迹自诱导和尾迹畸变, 能很好地模拟旋翼气动环境, 建立精确的旋翼气动模型. 面元法建立在势流的基础上, 结合边界层模型, 可解决任意三维物体的不可压绕流问题<sup>[9-10]</sup>. 通过迭代桨叶附着环

收稿日期: 2014-11-02; 录用日期: 2015-01-30; 网络出版时间: 2015-04-22 16:53

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150422.1653.003.html

\* 通讯作者: 吕少杰(1983—), 男, 山西朔州人, 工程师, aili-008@163.com, 主要研究方向为直升机飞行力学.

**引用格式:** 吕少杰, 魏靖彪, 曹义华. 基于自由尾迹/面元法的旋翼下洗干扰计算和直升机配平[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1624-1630. Lyu S J, Wei J B, Cao Y H. Rotor downwash interference calculation and helicopter trims with free-wake/panel method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1624-1630 (in Chinese).

量、尾迹在机身面元处引起的诱导速度以及机身面元在旋翼桨叶和尾迹定位点处引起的诱导速度,建立起自由尾迹/面元法的耦合方法.其中旋翼尾迹由自由尾迹方法描述,机身和尾翼的气动性能由面元法计算.

近年来,为满足高性能直升机的设计要求,基于复杂的旋翼气动模型,国外开始着手将旋翼气动干扰分析引入直升机飞行动力学模型中.自由尾迹/面元法虽然已经被运用于旋翼/机身的气动干扰计算,但人们研究的主要内容是由于桨叶干扰而带来的机身表面非定常压力系数的变化,尚未涉及到飞行动力学问题.长期以来,国内在直升机飞行动力学建模中,关于旋翼与机身的气动干扰计算仍然依赖于气动经验公式和修正过的试验数据,需要引进高精度的气动干扰分析模型.

本文以自由尾迹/面元法计算旋翼下洗流对机身、平尾和尾桨的气动干扰,并以 UH-60A 为算例,将下洗速度同风洞试验数据进行对比.随后建立将自由尾迹/面元法嵌入到直升机动力学配平过程中的耦合模型,用计算得到的旋翼下洗速度代替风洞数据,进一步研究直升机的平衡特性.

## 1 模型描述

### 1.1 机身面元法

采用简单的汇面元模拟机身绕流,通过高斯-赛德尔迭代求解面元强度<sup>[11]</sup>.

除物面附近和旋翼尾流区外,直升机机身绕流可假设为无黏、无旋、不可压.因此速度势  $\varphi$  可定义为

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1)$$

若机身表面  $S$  上任意点  $q$  处源强度为  $\sigma$ ,则机身对空间某点  $p$  的速度势<sup>[9]</sup>可表示为

$$\varphi = \iint_S \frac{\sigma(q)}{d(p,q)} dS \quad (2)$$

式中: $d(p,q)$ 为点  $p$  到点  $q$  的距离.按照计算点和面元间距离不同,可采用两种形式的近似公式<sup>[12]</sup>,加快计算速度.

物面边界条件要求相对于物面的法向速度为零,远场边界条件要求物体对流体的扰动在无限远处为零.此时,在机身表面上的 Neumann 边界条件可以表示为

$$(\mathbf{V}_\infty + \nabla\varphi) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (3)$$

式中: $\nabla\varphi$ 为速度势梯度; $\mathbf{V}_\infty$ 为来流速度; $\mathbf{n}$ 为物面法向向量.若机身表面被分成  $N$  个面元,并假定每个面元上分布的源强度为常值,控制方程组

可写为

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \sigma_j = -\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{V}_\infty \quad (4)$$

式中: $\sigma_j$ 为面元源强; $\mathbf{n}_i$ 为第  $i$  块面元法向向量;影响系数矩阵  $\mathbf{A}$  为主对角占优矩阵.

### 1.2 旋翼自由尾迹模型

基于升力面理论建立自由尾迹模型.升力面布置在与桨叶中弧面重合,且将升力面沿桨叶展向划分为  $N_r$  份,沿弦向划分为  $N_c$  份,则整个升力面被划分为  $N_r \times N_c$  个网格.在升力面上相对应地布置  $N_r \times N_c$  个四边形涡格用以模拟升力面上的附着涡.

将旋翼尾迹分为近尾迹和远尾迹两部分.近尾迹固定在桨叶中弧面后缘的切平面内.在该区域内,由于桨尖涡处于卷起过程中,尾迹保持涡片形式,仍采用四边形涡格表示.在远尾迹,桨尖涡卷起形成具有高旋转速度和较小涡核半径的主涡,其环量可取为桨叶附着环量峰值<sup>[13]</sup>.尾迹结构如图 1 所示.

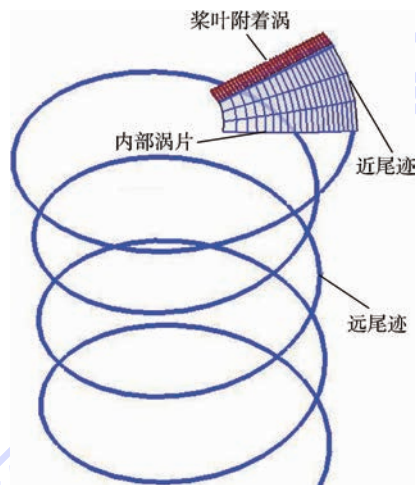


图 1 旋翼尾迹结构图

Fig. 1 Structure diagram of rotor wake

在旋翼流场分析中,尾迹的运动可由不可压黏性 Navier-Stokes 方程描述,表示成速度-涡量  $(\mathbf{V}, \boldsymbol{\omega})$  形式<sup>[13]</sup>:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{V} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (5)$$

式中: $\nu$ 为运动黏性系数; $\mathbf{V}$ 为当地气流速度;右端第 1 项为拉伸和转动项;第 2 项为黏性耗散项.其中假设涡量集中在具有黏性的涡核中,靠涡核半径的变化来模拟黏性扩散效应.

自由尾迹分析采用 Lagrangian 描述方法通过追踪离散涡段的运动来表示旋翼尾迹,将速度-涡量形式的不可压黏性 Navier-Stokes 方程转化为

Lagrangian 体系下

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{V} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (6)$$

在实际中,如果不考虑黏性项,基于不可压、无黏假设,可认为涡线按物质线在空间运动,而物质线在空间的运动可由简单的、只包含对流项的方程表示:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \quad \mathbf{r}(t=0) = \mathbf{r}_0 \quad (7)$$

式(7)描述了 Lagrangian 体系下涡轴线的运动. 涡丝位置向量  $\mathbf{r}$  是尾迹寿命角  $\zeta$  和桨叶方位角  $\psi$  的函数;  $\mathbf{r}_0$  为涡丝初始位置矢量. 因此式(7)可写为偏微分方程的形式:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \zeta} = \frac{1}{\Omega} \mathbf{V} = \frac{1}{\Omega} (\mathbf{V}_\infty + \mathbf{u}_{fw}^{bb} + \mathbf{u}_{fw}^b + \mathbf{u}_{fw}^w + \mathbf{u}_{fw}^{fw} + \mathbf{u}_{fw}^p) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{u}_{fw}^{bb}$  为桨叶运动引起的尾迹牵连气流速度;  $\mathbf{u}_{fw}^b$ 、 $\mathbf{u}_{fw}^w$ 、 $\mathbf{u}_{fw}^{fw}$  和  $\mathbf{u}_{fw}^p$  分别为桨叶附着涡、近尾迹涡片、远尾迹涡丝和机身面元在  $\mathbf{r}$  处的诱导速度. 诱导速度的计算采用修正过的 Biot-Savart 定律<sup>[14]</sup>. 采用伪隐性预估-修正算法 (PIPC) 迭代求解<sup>[15]</sup>.

考虑涡量的黏性扩散,采用如下修正的涡核扩散模型:

$$r_c = \sqrt{r_{c0}^2 + \frac{4\alpha\delta\nu\zeta}{\Omega}} \quad (9)$$

式中:  $r_{c0}$  为初始涡核半径;  $\alpha$  为 Oseen 常数;  $\delta$  为有效黏性系数.

进一步考虑涡核轴向的拉伸或压缩效应,对涡核半径进一步修正

$$r_c = \sqrt{\left(r_{c0}^2 + \frac{4\alpha\delta\nu\zeta}{\Omega}\right) \cdot \frac{l}{l + \Delta l}} \quad (10)$$

式中:  $l$  和  $\Delta l$  分别为远尾迹涡丝段的长度和变化量,由远尾迹涡丝段的运动提供.

### 1.3 机身面元/自由尾迹耦合

当尾迹涡线靠近机身时,为满足机身表面无穿透的条件,同时模拟涡线靠近机身表面时的加速现象. 在点涡镜像法的基础上<sup>[16]</sup>,采用涡线镜像法<sup>[17]</sup>,将离散后的机身面元近似看作平面,每小段尾迹涡线由两点直线构成,通过涡线中点的镜像涡,便可得到镜像涡线,镜像涡线涡强为  $\Gamma' = -\Gamma$ . 当尾迹涡线与机身面元的距离大于面元的特征尺寸时,式(8)中的  $\mathbf{u}_{fw}^p$  采用面元诱导速度计算公式;当尾迹涡线与机身面元的距离小于面元的特征尺寸时,  $\mathbf{u}_{fw}^p$  由镜像涡线计算得到.

## 2 计算结果与分析

### 2.1 计算条件

本文计算所用 UH-60 机身网格如图 2 所示.



图 2 UH-60 机身表面网格

Fig. 2 Surface mesh for UH-60 fuselage

为计算旋翼对机身、平尾和尾桨的下洗速度,以上气动部件的压力中心位置如表 1 所示<sup>[17]</sup>,采用桨毂坐标系,  $X$  轴指向机头,  $Z$  轴竖直向下.

表 1 压力中心坐标

Table 1 Coordinates for center of pressure

气动部件	X/m	Y/m	Z/m
机身	-0.109	0.0	2.057
平尾	-9.124	0.0	1.803
垂尾	-9.26	0.356	-0.246

### 2.2 旋翼/机身干扰

图 3 给出了不同速度下的旋翼/机身干扰效果图,很好地捕捉到了涡核半径的扩散效应和桨尖涡的卷起过程.  $DX$  为前飞速度,  $\mu$  为旋翼前进比.

分析表明,随着前飞速度的增大,机身尾部逐渐浸入旋翼的尾迹中,在中小速度,旋翼对平尾、尾桨的干扰达到最大,进一步增大平飞速度,尾迹被吹向远方,旋翼对平尾、尾桨的下洗干扰减弱. 悬停状态下,机身大部分都沉浸在尾迹中,下洗速度应达到最大,随着尾迹后移至机身尾部,下洗速度逐渐减小.

### 2.3 旋翼下洗速度计算

通过风洞试验中测量到的气动干扰因子  $k_w$ , 下洗速度  $w_{wash}$  计算公式<sup>[18]</sup>为

$$w_{wash} = k_w \cdot v_i \quad (11)$$

式中:  $v_i$  为旋翼平均诱导速度.

运用上述的自由尾迹/面元法计算旋翼对机身、平尾尾桨的下洗速度如图 4 所示. 不同飞行条件对旋翼/机身气动干扰有着复杂的影响,尤其是旋翼/尾桨干扰,在中小速度下最难预测<sup>[13]</sup>. 目前还没有一种能在全速度范围内较为精确的模拟旋翼/机身干扰的气动模型. 本文前飞速度范围为 40 ~ 120 kn.

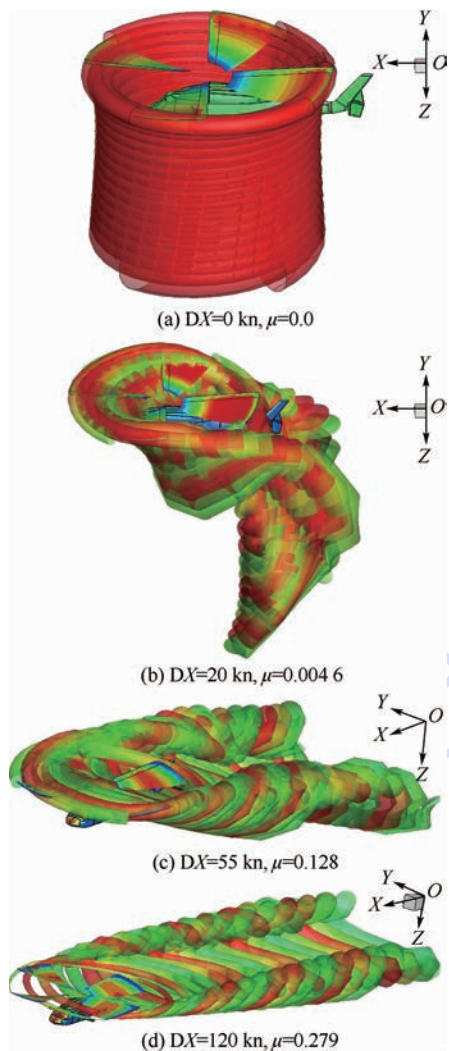


图3 旋翼尾迹/机身干扰的几何形状

Fig. 3 Rotor wake and fuselage geometries for interaction

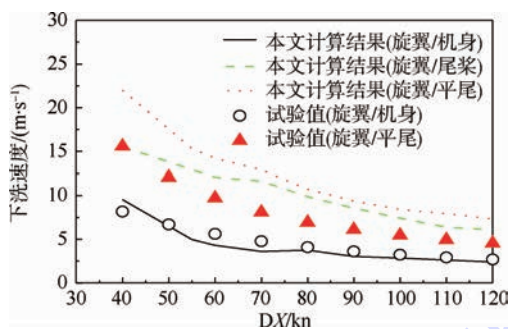


图4 旋翼对其他部件的下洗速度

Fig. 4 Rotor downwash velocity on other components

如图4所示,本文计算的下洗速度与试验数据相比趋势完全一致,但存在一定差异,尤其是旋翼/平尾下洗速度的预测值同试验值之间差距较大,并随着飞行速度增大二者的差距逐渐减小.原因可能是当前飞速度较小时,旋翼尾迹主要集中在平尾区域,桨尖涡对平尾表面猛烈撞击,产生较强的涡-面干扰;机身虽然在悬停和小速度下也受

到旋翼尾迹的强烈撞击,但由于机身面积较平尾大出许多,产生的涡-面干扰没有平尾表面的涡-面干扰强烈.而本文采用的涡线镜像法是处理涡-面干扰的一种近似方法,当涡-面干扰十分严重时,计算精度会产生一定下降.

此外,在文献[18]中仅测量了旋翼对机身和平尾的气动干扰因子,并假设在相同速度下,旋翼对尾桨的气动干扰因子与平尾气动干扰因子取值相同,这与实际的气动干扰情况不完全相符.本文中,单独计算旋翼对尾桨的下洗干扰,计算得到的尾桨处下洗速度与平尾处下洗速度有一定区别.

## 2.4 配平计算

将自由尾迹/面元法嵌套入直升机飞行动力学模型中,以计算得到的旋翼对机身、平尾、垂尾的下洗干扰速度代替试验数据,研究直升机的平衡特性.首先基于涡流理论完成直升机飞行动力学模型初次平衡计算,配平结果与试飞结果和SIKORSKY GENHEL模型对比见文献[19];然后,在此基础上完成旋翼自由尾迹迭代求解,得到收敛的尾迹几何形状及面元源强;其次,展开旋翼桨盘诱导速度分布计算,在此诱导速度分布下,计算离散的旋翼气动模型,得到旋翼对其他部件的下洗速度,计算部件的气动力和力矩,再次完成直升机的平衡计算.计算中,采用前后两次平衡计算结果之差的范数作为残值来判断收敛性.

模型配平结果如图5所示,并与试飞结果和涡粒子结算结果<sup>[20]</sup>进行了对比.文献[20]将涡粒子方法嵌入到FLIGHTLAB软件中完成了配平计算.FLIGHTLAB模型包括了飞行控制系统和机载设备,而本文编制的飞行动力学模型为开环状态.为了验证结果的精确,图中给出了 $\pm 10\%$ 的误差边界.

由图5可见,本模型配平计算结果与试飞结果吻合较好,同涡粒子模型相比,除了在个别前飞速度下的脚蹬配平位置,本模型计算结果更贴近试飞结果或与涡粒子模型精度相当.同采用风洞干扰数据的配平结果相比,本模型更加接近试飞数据.文献[20]只给出了4个操纵量的配平值,本文俯仰角和滚转角的配平结果同试飞数据和国外模型计算结果的对比如图6所示.

可见本模型姿态角计算与采用风洞干扰数据的配平结果和SIKORSKY GENHEL模型结果相比,尤其是俯仰角,存在一定误差,后两者的计算结果更靠近试飞数据.这可能是因为气动干扰模型中旋翼对平尾的下洗速度计算偏大造成的.

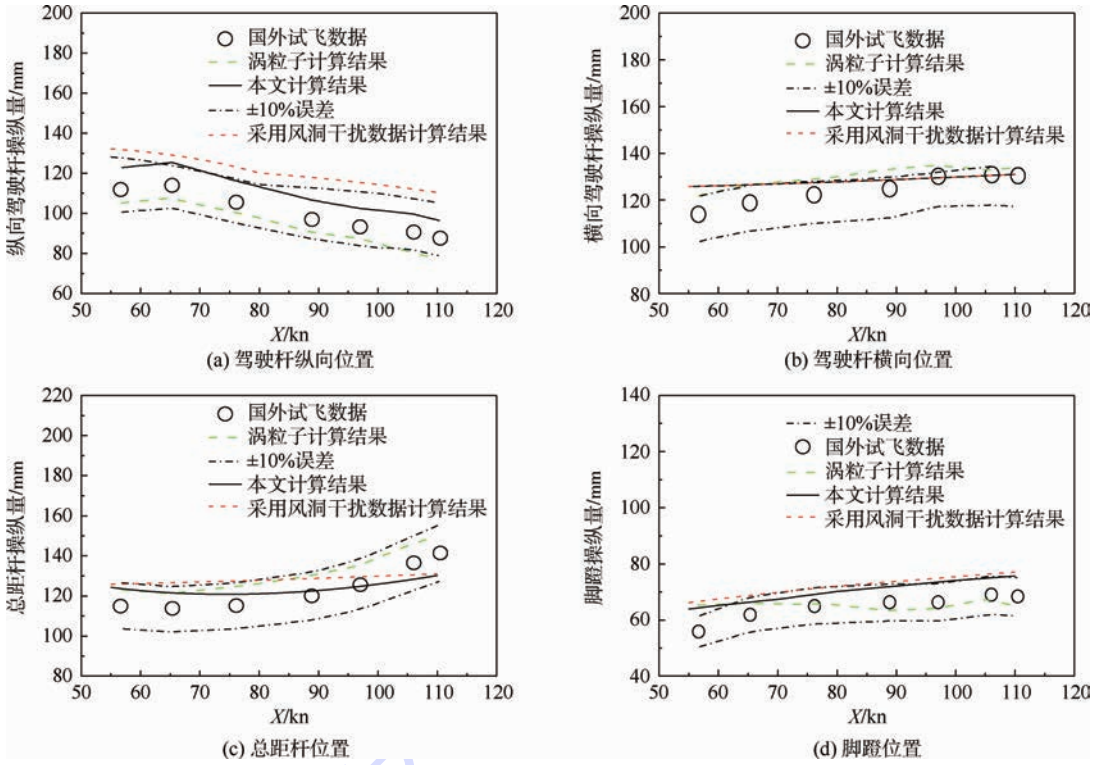


图5 UH-60A 操纵量配平结果

Fig.5 UH-60A trims results of stick positions

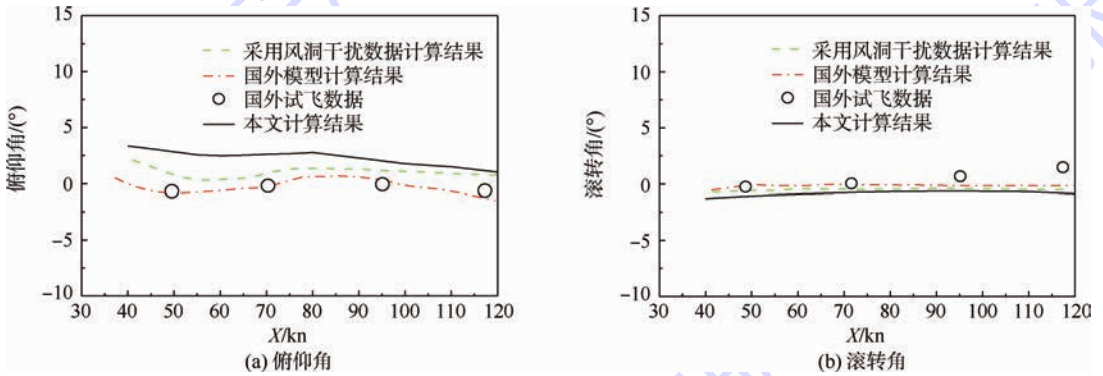


图6 UH-60A 姿态角配平结果

Fig.6 UH-60A trims results of attitude angle

综上所述,本模型配平计算结果与试飞数据总体趋势一致,计算精度同涡粒子模型精度相当,但还存在一定误差.误差的可能来源有3点:①文中所用直升机飞行动力学模型虽然与SIKORSKY GENHEL模型计算精度相当,但二者同试飞数据都存在一定误差,尤其在小速度下的脚蹬、纵向和横向操纵,存在误差大于10%的情况.②本文计算得到的平尾处下洗速度与风洞试验数据相比偏大,进一步造成在计算平尾纵向力矩时偏大,算例直升机出现“抬头”现象.③FLIGHTLAB软件是在GENHEL模型基础上不断发展而来的,是目前在直升机飞行动力学方面最先进且通过专业飞行验证的飞行仿真软件,能

够将飞行动力学建模与飞行控制系统有机结合,本文所建飞行动力学模型与FLIGHTLAB软件相比,处于开环状态.

### 3 结论

本文利用自由尾迹/面元的耦合方法,采用涡线镜像法考虑机身对尾迹的影响,将计算得到的旋翼下洗干扰嵌入直升机配平计算中,主要包括以下两点:

1) 基于自由尾迹/面元的耦合方法,对旋翼下洗干扰进行了定性和定量的分析.该方法很好地捕捉到了桨尖涡卷起和涡核半径的扩散;旋翼对机身、平尾和尾桨的下洗速度和风洞试验数据

对比,趋势完全一致。

2) 实现了气动干扰模型同飞行力学模型的嵌套应用,以 UH-60A 为算例,以计算得到的旋翼下洗速度代替风洞干扰试验数据,完成配平计算,平衡结果同试飞结果和涡粒子计算结果对比,吻合较好。

在直升机飞行力学建模研究中,关于旋翼与机身的气动干扰计算长期依赖于气动经验公式和修正过的试验数据,本文研究中所用的方法和结论对改善这一现象有一定意义。

### 参考文献 (References)

- [1] Johnson W. Wake model for helicopters in high speed light, NASA Report 177507 [R]. California: NASA, 1988.
- [2] Komerath N M, Smith M J, Tung C. A review of rotor wake physics and modeling [J]. Journal of the American Helicopter Society, 2010, 56(2): 1-19.
- [3] Bhagwat M J, Leishman J G. Stability consistency and convergence of time-marching free-vortex rotor wake algorithms [J]. Journal of the American Helicopter Society, 2001, 46(1): 59-71.
- [4] Strawn R C, Caradonna F X, Duque E P N. 30 years rotorcraft computational fluid dynamics research and development [J]. Journal of the American Helicopter Society, 2006, 51(1): 5-21.
- [5] 冯德利, 招启军, 徐国华. 基于 CFD 方法的直升机前飞状态配平分析 [J]. 航空学报, 2013, 34(10): 2256-2264.  
Feng D L, Zhao Q J, Xu G H. Trim analysis of helicopter in forward flight based on CFD method [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(10): 2256-2264 (in Chinese).
- [6] Zhao J, He G. Modeling rotor wake dynamic with viscous vortex particle method [J]. AIAA Journal, 2009, 47(4): 902-915.
- [7] Cheng H, Greengard L, Rokhlin L. A fast adaptive multipole algorithm in three dimensions [J]. Journal of Computational Physics, 1999, 155(2): 468-498.
- [8] Bi N, Leishman J G. Experimental study of rotor/body aerodynamic interactions [J]. Journal of Aircraft, 1990, 27(9): 779-788.
- [9] Tan J F, Wang H W. Panel/full-span free-wake coupled method for unsteady aerodynamics of helicopter rotor blade [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(3): 535-543.
- [10] Richason T F, Katz J. Unsteady panel method for flows with multiple bodies moving along various paths [J]. AIAA Journal, 1994, 32(1): 62-68.
- [11] 吕少杰, 曹义华, 肖阳. 直升机机身、平尾、垂尾的气动干扰 [J]. 航空动力学报, 2013, 29(5): 1122-1127.  
Lyu S J, Cao Y H, Xiao Y. Aerodynamic interaction of fuselage, horizontal stabilator and vertical stabilator of helicopter [J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(5): 1122-1127 (in Chinese).
- [12] 徐华舫, 朱自强. 亚、超音速定常位流的面元法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1981: 20, 180.  
Xu H F, Zhu Z Q. Subsonic unsteady potential flow panel method [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1981: 20, 180 (in Chinese).
- [13] Leishman J G. Rotor blade system with reduced blade-vortex interaction noise; USA, 6948906 [P]. 2005-09-27.
- [14] Leishman J G, Principles of helicopter aerodynamics [M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006: 598-601.
- [15] Bagai A. Contributions to the mathematical modeling of rotor flow fields using a pseudo implicit free wake analysis [D]. Maryland: University of Maryland, 1995.
- [16] Crouse G L, Leishman J G, Bi N. Theoretical and experimental study of unsteady rotor/body aerodynamic interactions [J]. Journal of the American Helicopter Society, 1992, 37(1): 55-65.
- [17] 谭剑锋, 王浩文. 直升机旋翼/机身非定常气动干扰数值分析 [J]. 空气动力学学报, 2014, 32(3): 320-327.  
Tan J F, Wang H W. Numerical analysis of helicopter rotor/fuselage unsteady aerodynamic interaction [J]. ACTA Aerodynamica Sinica, 2014, 32(3): 320-327 (in Chinese).
- [18] Hilbert K B. A mathematical model of UH-60 helicopter, NASA Report TM85890 [R]. California: NASA, 1984.
- [19] Cao Y H, Li G Z, Hess R A. Helicopter flight characteristics in icing conditions [J]. The Aeronautical Journal, 2012, 116: 963-979.
- [20] Zhao J, He G. A viscous vortex particle model for rotor wake and interference analysis [J]. Journal of the American Helicopter Society, 2010, 55(1): 1-14.

# Rotor downwash interference calculation and helicopter trims with free-wake/panel method

LYU Shaojie<sup>\*1</sup>, WEI Jingbiao<sup>1</sup>, CAO Yihua<sup>2</sup>

(1. Army Aviation Research Institute for the Headquarters of General Staff, Beijing 101121, China;

2. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** A coupled free-wake/panel method to predict the rotor downwash aerodynamic interaction and helicopter trims is presented. Based on lifting-surface theory, free-wake method was developed to analyze aerodynamics interference of rotor wake. A three dimensional panel model was applied to represent the fuselage, the vortex line mirror method was adopted to account for the induced and obstructed effects of the fuselage on the rotor wake. Based the coupled method, the rotor wake geometry and rotor downwash velocity on fuselage, horizontal stabilator and tail rotor of UH-60A helicopter were investigated including comparisons with the wind tunnel measured data. Combined with the helicopter flight dynamic model, the coupled method was embedded in the trim procedure and applied to trim. Comparisons among predictions, vortex particle model results and flight test results were for the control stick positions and attitude angles, coincidence of the results validated accuracy of the present methodology.

**Key words:** free-wake; panel method; aerodynamic interference; flight dynamic; trim

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0647

# 转子系统碰摩约束模型与振动响应分析

张力<sup>1</sup>, 马艳红<sup>\*1,2</sup>, 梁智超<sup>1</sup>, 洪杰<sup>1,2</sup>

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

**摘 要:** 针对转静子碰摩的典型力学特征, 从碰摩对转子产生附加约束的角度提出了碰摩力学模型, 基于该约束模型, 分析了转子系统碰摩过程中的共振区间扩展、振幅跃迁与不稳定接触等响应特征与机理. 研究了力学特征参数对转子碰摩振动响应的影响, 结果表明附加约束刚度提升使得系统共振区间与不稳定接触区间增大, 而转静子间摩擦系数升高造成系统共振区间减小与振动响应幅值的降低. 建立了具有航空发动机结构特征的碰摩分析模型, 仿真结果表明, 除碰摩约束造成的共振区间扩展外, 具有结构特征的转子碰摩响应还与碰摩位置及模态振型密切相关. 碰摩程度较轻时, 转子瞬态响应表现出拟周期振动的特点, 而碰摩程度严重时, 转子运动趋向不稳定, 响应特征更接近约束模型.

**关键词:** 转子碰摩; 力学模型; 特征参数; 响应特征; 数值仿真

**中图分类号:** V231.92

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1631-07

碰摩作为航空发动机多发故障一直为技术人员所关注, 国内外学者提出了多种力学模型, 试图对碰摩过程进行合理解释与分析.

现有研究使用较广泛的主要有刚性与弹性两类模型. 刚性模型不计碰摩过程静子变形<sup>[1-3]</sup>, 适用于描述点碰摩与局部碰摩. Childs<sup>[4]</sup>针对单盘转子局部碰摩, 将碰摩力表示成弹性力与比例阻尼力的组合, Muszynska 综合考虑碰摩产生的冲击、摩擦和局部刚化效应, 提出了一个碰摩力的数学模型<sup>[5-6]</sup>. 杨树华等<sup>[7]</sup>基于 Hertz 接触理论建立了碰摩力模型, 与传统双线性刚度模型的对比表明, 该模型能更好刻画碰摩的非线性过程.

弹性模型假定静子是完全弹性的, 不考虑碰摩的冲击效应. Sawicki 和 Montilla-Bravo<sup>[8]</sup>的模型中不仅假设静子是线弹性的, 同时考虑了切向摩擦力的影响, 并计入了静子的质量. 单颖春等<sup>[9]</sup>对传统弹性碰摩力模型进行改进, 利用有限元接

触分析, 通过拟合法获得了碰摩力的非线性指数关系. 袁惠群等<sup>[10-12]</sup>提出了具有非线性接触力、非线性摩擦力的多种非线性碰摩力学模型, 并应用于碰摩特征的研究和故障诊断, 取得较好效果.

现有研究多从碰摩力作用的角度建立碰摩分析模型, 采用多种方法以求对碰摩力进行准确拟合, 而较少考虑碰摩对转子产生的约束作用及其对转子固有振动特性的影响. 当碰摩较严重尤其是持续的刮蹭时, 静子不仅对转子施加碰撞和摩擦的力载荷, 同时将对于转子的振动位移产生约束, 造成转子固有特性的改变. 本文从碰摩产生约束效应的角度, 提出了碰摩约束力学模型, 并对约束作用下转子系统的响应特征进行了研究.

## 1 转子碰摩力学模型与机理

### 1.1 碰摩约束模型

航空发动机中碰摩过程包含碰撞、摩擦和刚

收稿日期: 2014-10-17; 录用日期: 2015-01-23; 网络出版时间: 2015-03-17 14:54

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150317.1454.002.html

作者简介: 张力(1962—), 男, 辽宁庄河人, 博士研究生, caochong111@126.com

\* 通讯作者: 马艳红(1975—), 女, 辽宁铁岭人, 副教授, 595429802@qq.com, 主要研究方向为航空发动机整机动力学.

**引用格式:** 张力, 马艳红, 梁智超, 等. 转子系统碰摩约束模型与振动响应分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1631-1637. Zhang L, Ma Y H, Liang Z C, et al. Constraint model and vibration response analysis of rotor rub-impact[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1631-1637 (in Chinese).

度变化等复杂物理学现象. 碰摩发生时, 转静子件以一定的相对速度接触, 接触的过程带有碰撞冲击效应, 引起复杂的瞬态横向振动和部分扭转振动响应<sup>[13-14]</sup>. 摩擦与碰撞紧密联系, 随着接触部件的相对运动产生. 摩擦载荷主要依赖于部件间的正压力、材料与部件的表面特性和相对速度等.

在发生碰摩时, 静子不仅对转子施加碰撞和摩擦的力载荷, 同时对于转子的振动位移幅值产生约束, 碰摩越严重, 转子对静子的侵入越深, 产生的约束越强. 当转子与静子脱离时, 约束也随之消失, 转子的特性又恢复至原来状态. 在碰摩的过程中, 转子与静子不断地碰撞和脱离, 因此产生的约束作用不是稳定存在的, 而是具有时变与突变特征, 由此也引发转子系统的固有特性随之改变.

考虑碰摩造成的约束作用, 建立力学模型如图 1 所示, 将碰摩产生的效应考虑为附加的约束刚度与约束阻尼.  $\Omega$  为转子转速,  $c$  为转静子间的径向间隙,  $x$  和  $y$  分别为转子轴心在两个坐标轴方向的位移,  $z = x + jy$  为转子轴心径向位移, 当转子与静子发生碰摩 ( $|z| > c$ ) 时, 静子对转子产生约束, 动力方程的刚度与阻尼项发生突变, 得到考虑碰摩约束作用的系统运动方程为

$$\begin{cases} M\ddot{z} + D\dot{z} + Kz = mr\Omega^2 e^{j(\Omega t + \delta)} & |z| < c \\ M\ddot{z} + (D + D')\dot{z} + (K + K')z = mr\Omega^2 e^{j(\Omega t + \delta)} & |z| > c \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $M$ 、 $K$  与  $D$  分别为系统的惯性项、刚度项与阻尼项;  $mr\Omega^2 e^{j(\Omega t + \delta)}$  为转子不平衡激励力, 其中  $\delta$  为不平衡力的相位角,  $m$  为不平衡质量;  $K'$  与  $D'$  为因碰摩产生的附加刚度与附加阻尼;  $r$  为不平衡量偏心半径.

碰摩时机匣同时对转子的径向与切向产生约束, 切向约束刚度与径向约束的强弱及接触面摩

擦系数  $\mu$  正相关. 同时, 约束刚度随着碰摩的恶化而增大, 将约束随碰摩恶化产生的增强效应描述为影响系数  $1 - c/|z|$ , 即碰摩时, 振幅  $|z|$  越大, 影响系数越大, 约束越强. 考虑上述两种特征, 将因碰摩而产生的附加刚度表示为  $K' = [(K_s + f_s(|z|))(1 + j\mu)](1 - c/|z|)$ ,  $K_s$  与  $f_s(|z|)$  分别为约束刚度的线性项与非线性项, 它们构成约束刚度的主体,  $[(K_s + f_s(|z|))(1 + j\mu)]$  综合反映了径向与切向的约束刚度, 其中  $\mu$  为摩擦系数. 阻尼主要影响响应振幅, 对系统固有特性影响较小, 将附加阻尼项简化描述为  $D_d + f_d(|z|)$ ,  $D_d$  与  $f_d(|z|)$  分别为阻尼的线性与非线性项. 其中  $f_s$  和  $f_d$  为与位移  $|z|$  相关的函数.

由于碰摩的冲击效应, 附加刚度  $K'$  与附加阻尼  $D'$  呈现出非光滑特征<sup>[15-16]</sup>, 即当  $|z| < c$  时, 碰摩未发生,  $K' = 0, D' = 0$ ; 当  $|z| \geq c$  时, 发生碰摩, 此时  $K' = [(K_s + f_s(|z|))(1 + j\mu)](1 - c/|z|)$ ,  $D' = (D_d + f_d(|z|))$ .

### 1.2 碰摩约束条件下转子振动响应特征

对微分方程组进行求解可得到转子的振动响应情况, 设方程解的形式为  $Z(t) = Be^{i(\Omega t + \beta)}$ , 其中  $B$  为系统的振动响应幅值, 代入方程组, 原方程组转化为振幅  $B$  的一元二次方程, 易得当  $|z| < c$  时, 响应振幅  $B$  与相位角  $\beta$  为

$$\begin{cases} B = \frac{mr\Omega^2}{\sqrt{(K - M\Omega^2)^2 + D^2\Omega^2}} \\ \beta = \delta - \arctan \frac{D\Omega}{K - M\Omega^2} \end{cases} \quad (2)$$

当  $|z| > c$  时, 由式 (1) 推导得出有关  $B$  的方程:

$$[B(K - M\Omega^2) + (K_s + f_s(B))(B - c)]^2 + \{ [D + D_d + f_d(B)]B\Omega + (K_s + f_s(B))\mu(B - c) \}^2 = (mr\Omega^2)^2 \quad (3)$$

其中  $B$  可能存在多解, 因此系统有可能存在多个振动响应. 对式 (3) 进行简化, 令  $a_1 = K - M\Omega^2 + K_s, a_2 = (D + D_d)\Omega + K_s\mu$ , 当不考虑非线性项, 即当  $|z| \geq c$  且  $f_d = f_s = 0$  时, 解得振动响应的幅值和相位角分别为

$$B = \frac{cK_s(a_1 + a_2\mu) \pm \sqrt{(mr\Omega^2)^4(a_1^2 + a_2^2) - c^2K_s^2(a_1\mu - a_2)^2}}{a_1^2 + a_2^2} \quad (4)$$

$$\beta = \delta - \arctan \frac{Ba_2 - K_s\mu c}{Ba_1 - K_s c} \quad (5)$$

令  $\Delta = (mr\Omega^2)^4(a_1^2 + a_2^2) - c^2K_s^2(a_1\mu - a_2)^2$ , 通过式 (4) 可知, 当

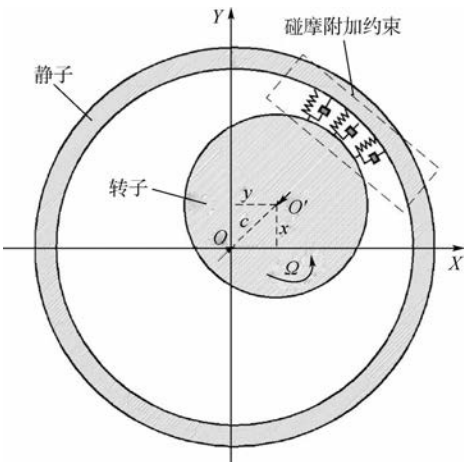


图 1 碰摩约束力学模型

Fig. 1 Constraint mechanical model for rub-impact

$$\frac{mr\Omega^2}{cK_s^2} < \frac{|a_2 - a_1\mu|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} \quad (6)$$

$\Delta < 0$ , 方程无实数解, 当

$$\frac{|a_2 - a_1\mu|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} < \frac{mr\Omega^2}{cK_s^2} < \sqrt{1 + \mu^2} \quad (7)$$

方程存在两个正实数解, 当

$$\frac{mr\Omega^2}{cK_s^2} = \frac{|a_2 - a_1\mu|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} \text{ 或 } mr\Omega^2 \geq cK_s^2 \sqrt{1 + \mu^2} \quad (8)$$

方程仅有一个正实数解.

给定式(4)中各参数值,  $m = 0.1 \text{ kg}$ ,  $r = 0.1 \text{ m}$ ,  $M = 100 \text{ kg}$ ,  $K = 1 \times 10^6 \text{ N/m}$ ,  $D = 200 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $K_s = 3 \times 10^5 \text{ N/m}$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $c = 0.15 \text{ mm}$ ,  $D_d = 200 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ , 给定转速  $\Omega$  从  $880 \sim 1040 \text{ r/min}$  范围变化, 得到相应的转子碰摩响应曲线, 如图2所示.

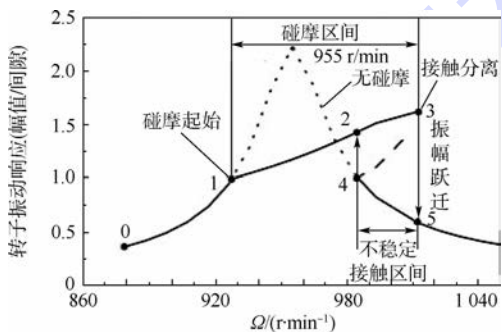


图2 转子振动响应随转速变化曲线

Fig.2 Response curve of rotor with speed variation

转子的振动响应幅值随转速的变化关系如图2所示. 图中虚线为典型无碰摩转子幅频响应曲线, 具有一个明显的共振峰值, 转速达到  $955 \text{ r/min}$  时, 系统振幅最大. 当碰摩发生时, 相比无碰摩峰值, 由于附加约束的存在, 响应大小有一定程度降低, 共振响应区间加大. 其根本原因在于静子对转子的约束作用使得转子系统的刚度增强, 改变了系统的固有特性, 使得系统的共振频率发生了偏移, 同时由于附加约束刚度的不稳定, 导致转子在较宽的转速域内均存在共振.

0-1-3-5 反映了升速过程中的转子系统响应特征, 当振动响应大于1时, 转子静子发生碰摩, 与无碰摩响应相比, 碰摩产生的附加约束使得响应一定程度降低, 随着碰摩的进行, 约束刚度增加, 使得一定转速范围转子始终处于共振区间, 转子发生持续的碰摩. 碰摩进行至2-3区间时, 系统响应出现了两个振动响应解(2-3与4-3段), 物理过程上对应着不稳定的碰摩接触过程, 转子在该工作转速区间可能失稳. 当相对响应值到达点

3时, 转速继续上升, 式(4)将不存在正实数解, 此时转静子接触分离, 响应振幅从点3突跃到点5. 5-4-2-1-0反映了发动机的减速过程, 当到达点4时碰摩发生, 系统振动响应值发生了响应突跃, 与加速过程不同, 减速过程中没有出现接触不稳定现象.

### 1.3 力学特征参数对转子振动特性的影响

约束刚度受冲击载荷, 部件材料等多种因素影响, 给定约束刚度  $K'$  中参数  $K_s$  大小分别为  $6 \times 10^4$ ,  $3 \times 10^5$ ,  $6 \times 10^5 \text{ N/m}$ , 其余系统参数与第1.2节相同, 得到不同约束刚度下系统响应幅值随转速变化情况, 如图3所示.

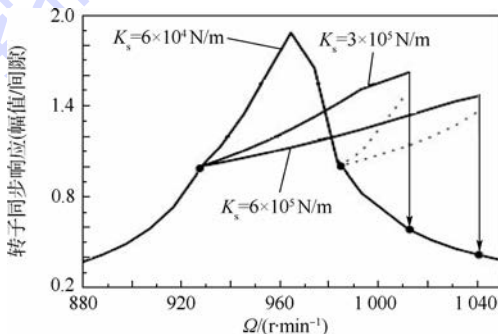


图3 约束刚度对碰摩响应的影响

Fig.3 Influence of constraint stiffness on rub-impact response

如图3所示, 随着约束刚度的增加, 碰摩响应变小, 但共振区间长度明显增加. 约束刚度的增强改变了系统的固有特性, 系统共振频率增高, 不稳定接触区间也随之增大. 而当约束刚度值降低至  $6 \times 10^4 \text{ N/m}$  时, 转子从碰摩接触到分离过程响应幅值只有一个解, 即不存在不稳定接触过程, 响应曲线变化趋势接近无碰摩状况.

摩擦系数与碰摩时相对运动速度、接触表面性质等参数相关. 分别给定摩擦系数大小为0.01、0.1及1, 其余系统参数与第1.2节相同, 得出不同摩擦系数条件下的转子系统振动响应变化如图4所示.

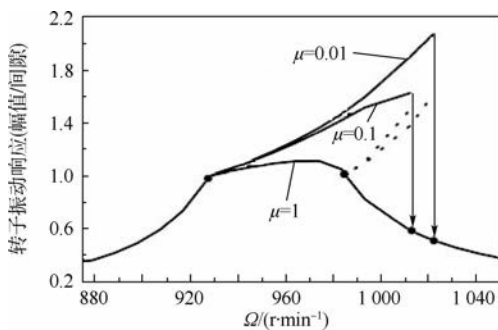


图4 摩擦系数对碰摩响应的影响

Fig.4 Influence of friction coefficient on rub-impact response

如图4所示,相同转速下,摩擦系数越大,系统响应幅值越小.摩擦系数实际反映了切向约束的强弱,切向约束刚度并不直接影响转子横向振动,但在相同转速条件下,转子能量输入保持不变,若将切向约束看作一弹簧,则摩擦系数越大,切向约束刚度越大,转子系统越多的能量转化成约束弹簧的势能,响应幅值相应减小.随着摩擦系数增大,不稳定接触区间减小,当摩擦系数增大到一定程度,全过程响应只存在一个解,不稳定接触区间消失.

## 2 碰摩约束下复杂转子系统响应

### 2.1 转静件弹性碰摩方程

1.1节中提出的力学模型,忽略了转静子的结构特征.对于具有结构特征的复杂转子系统,进行碰摩动力响应分析时,需要基于结构特征,并考虑对转静件的弹性体特性进行碰摩过程的分析.图5所示为航空发动机转静件碰摩的动力学简化模型,包含转子、叶片以及机匣结构,相应的碰摩动力学基本方程为

$$\begin{bmatrix} M_1 & & \\ & M_b & \\ & & M_2 \end{bmatrix} \ddot{Z} + \begin{bmatrix} K_1 & & \\ & K_b & \\ & & K_2 \end{bmatrix} Z + \begin{bmatrix} B_1(t) & & \\ & B_b(t) & \\ & & B_2(t) \end{bmatrix} \dot{Z} = T_{imb} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{1b} & \\ C_{b1} & C_{bb} & \\ & & C_{22} \end{bmatrix} \dot{Z} = T_{imb}$$

式中: $M_1$ 、 $M_b$ 和 $M_2$ 分别为转子轴系的质量矩阵、叶片的质量矩阵和静子机匣的质量矩阵; $Z$ 为位移矩阵; $K_1$ 、 $K_b$ 和 $K_2$ 分别为转子系统的刚度矩阵、叶片的刚度矩阵、静子机匣的刚度矩阵; $C_{11}$ 为转子自身的阻尼矩阵; $C_{bb}$ 为叶片自身的阻尼矩阵; $C_{22}$ 为机匣自身阻尼矩阵; $C_{1b}$ 和 $C_{b1}$ 分别为发

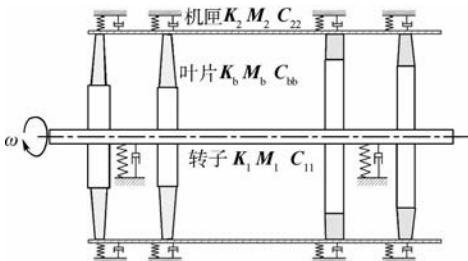


图5 航空发动机转静件碰摩简化模型

Fig.5 Simplified model for rotor and stator rub-impact in aero-engine

生碰摩叶片与转子轴系间的交叉阻尼项; $T_{imb}$ 为不平衡力; $B_1(t)$ 、 $B_b(t)$ 和 $B_2(t)$ 分别为时刻 $t$ 转子轴系、叶片及机匣因碰摩造成的刚度矩阵变化项,其中轴系刚度矩阵变化项是关于该时刻的转速 $\omega$ 的函数,叶片刚度矩阵变化项是关于碰摩部件形变的函数,静子机匣刚度矩阵变化项主要是该时刻碰摩引起静子机匣变形的函数.

碰摩过程动态响应计算中,将显示与隐式积分方法进行有效结合以准确描述碰摩的动态特征并保证较好的计算效率.具体算法步骤如下:

1) 对求解域离散化,采用位移格式构造插值函数,并形成系统动力方程系数矩阵 $M$ 、 $C$ 、 $K$ ,给定系统的初值条件 $Z_i(0)$ 、 $\dot{Z}_i(0)$ 、 $\ddot{Z}_i(0)$ 、 $T(0)$ (转速和不平衡力).

2) 根据给定初值条件通过隐式求解得到系统静态响应,将结果作为初值条件对系统运动方程刚度项进行修正,随后采用显式中心差分进行数值积分求解得到系统时域响应.

### 2.2 风扇叶片机匣碰摩响应特征

#### 2.2.1 有限元模型

以大涵道比涡扇发动机低压转子的典型结构形式为对象,建立有限元分析模型,进行风扇叶片与机匣发生碰摩的动力响应分析(见图6).转子跨度2000 mm,风扇直径900 mm,风扇叶片与机匣间隙2 mm.转子采用0-2-1支承方案,支承刚度均为 $1 \times 10^7$  N/m.对于大涵道比发动机,低压转子跨度长,刚度弱,工作于弯曲临界以上,易发生较大变形与导致碰摩.

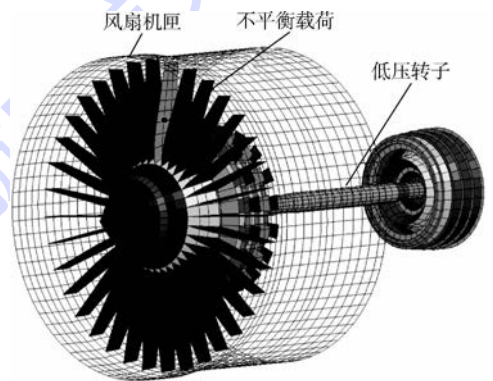


图6 碰摩有限元模型

Fig.6 Finite element model for rub-impact

#### 2.2.2 稳态响应

对风扇叶片与机匣碰摩条件下的稳态响应进行计算,研究碰摩点存在附加约束对转子系统振动特性的影响.在风扇位置均给定不平衡量 $100 \text{ g} \cdot \text{mm}$ ,结构阻尼比0.03,对发生碰摩的风扇叶片处施加附加径向约束刚度 $K = 1 \times 10^7$  N/m,

对模型进行不平衡响应分析,得到存在碰摩约束时风扇与低压涡轮一级处的不平衡响应如图7所示.

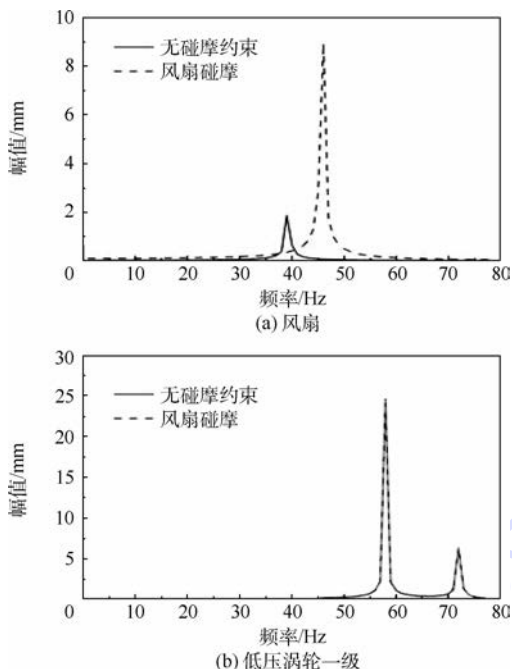


图7 碰摩约束时转子不平衡响应  
Fig.7 Unbalance response considering rub-impact constraint

图7中在40 Hz附近风扇位置出现一个响应峰值,该频率对应转子的风扇摆动振型.风扇位置存在碰摩约束时,风扇位置响应变化明显,共振频率增大,这表明碰摩发生后转子系统的固有特性发生改变.低压涡轮一级位置在计算区间出现两个共振峰值,响应频率分别对应着以涡轮摆动为主的局部振动与一阶弯曲振动,因风扇叶片碰摩引发的约束作用对涡轮位置的振动响应影响很小,涡轮位置的响应大小及共振频率几乎没有变化.

考虑结构特征的转子共振响应区间变化规律与碰摩约束力学模型分析结果相似,如图8所示,假设在通过临界转速峰值时转静件间发生碰摩,

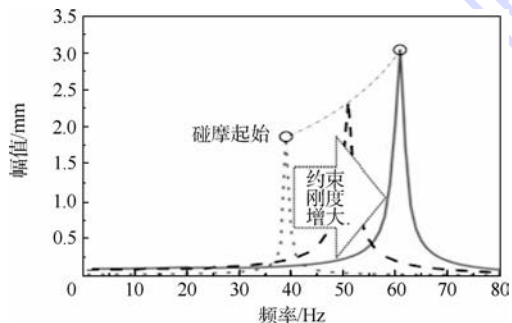


图8 碰摩作用下共振响应区扩张  
Fig.8 Expansion of resonance area considering rub-impact

此时由于附加约束的作用,系统固有特性改变,临界转速上升,不平衡激励增大,对应振动响应幅值增大,而继续升速通过临界转速时,加剧的振动将使碰摩状态恶化而使约束刚度进一步增加,共振区域持续延伸.因此可能造成转子升速过程中,始终有较大的振动响应而很难在开车过程中通过某阶临界转速.

对于两自由度力学模型,碰摩附加约束对振幅大小具有一定限制作用,而真实转子为连续体,约束仅针对局部区域,影响转子的对称性,可能造成局部响应幅值上升.同时对于实际转子,响应情况与碰摩部件位置及系统模态振型密切相关,约束对以碰摩部件为主的模态所对应的共振频率及响应影响较大,而对转子其余模态(如以涡轮振动为主)与部件影响相对较小.

### 2.2.3 瞬态响应

给定转子转速2400 r/min,对转子不同碰摩程度下的瞬态响应进行分析.无碰摩时,由于不平衡力的激励作用,表现出标准的强迫振动响应特征,响应曲线光滑,响应幅值呈正弦规律变化,如图9虚线所示.给定不平衡载荷为 $1 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}$ ,提取碰摩初始阶段转子响应情况如图9实线所示,当响应幅值大于转静间隙时,碰摩发生,此时碰摩叶片与机匣均发生弹性变形,接触后迅速发生分离,并经过弹性恢复与响应回升的过程后再次发生碰摩.碰摩使得风扇叶片不断发生弹性变形与恢复,因此转子在与机匣的接触和分离过程中发生轻微振荡,响应曲线表现出锯齿状拟周期波形.两次碰摩经历的循环时间相近( $\Delta t_1 \approx \Delta t_2$ ),响应波形类似,作拟周期运动.

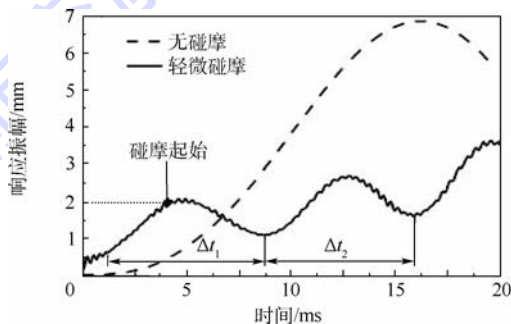


图9 转子轻微碰摩时域响应  
Fig.9 Time-domain curve of soft rub-impact

可见,在一定范围内,碰摩程度较轻时,叶片仅发生弹性变形,系统并未出现明显的不稳定接触过程,由于不断发生碰撞接触与分离,转子轴心轨迹表现出类椭圆多边形特征,如图10所示.转静件碰摩接触时间较短,运动形式较为稳定,碰摩产生的约束效应并不显著.

将给定的不平衡载荷增大至  $1 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}$ , 碰摩加剧, 转子响应情况如图 11 所示, 从响应信号可以看出, 第一次碰摩发生后, 叶片与机匣并未迅速脱离, 而是发生持续的刮蹭, 此时机匣对转子产生持续的约束限制了响应的提升, 随着碰摩的进行, 响应幅值始终在 2 mm 范围不稳定波动. 持续刮蹭持续一定时间后, 叶片发生塑性变形并与机匣脱离, 后续发生两次碰摩, 与轻微碰摩相比, 两次碰摩差异较大, 响应信号无明显规律. 转子轴心轨迹呈不规则形状, 如图 12 所示. 转子稳定性变差, 随着时间的推进可能出现失稳.

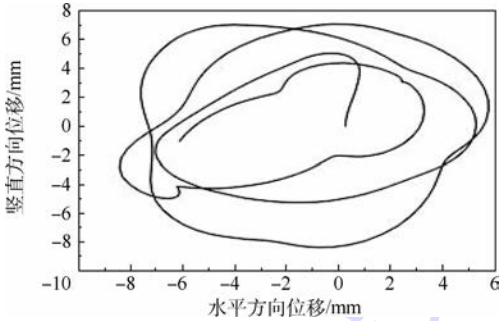


图 10 轻微碰摩转子轴心轨迹

Fig. 10 Rotor orbit of soft rub

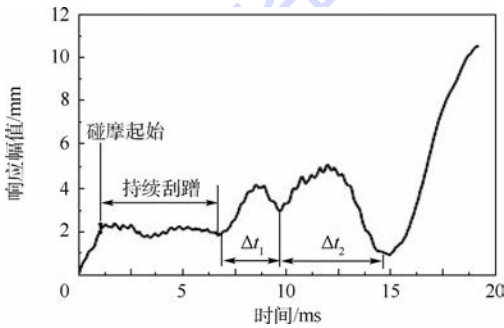


图 11 转子严重碰摩时域曲线

Fig. 11 Rotor time-domain curve of heavy rub-impact

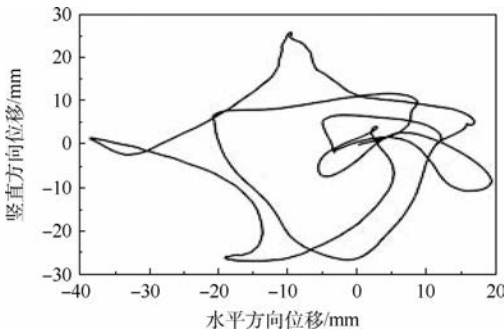


图 12 严重碰摩转子轴心轨迹

Fig. 12 Rotor orbit of heavy rub-impact

加约束改变了转子的固有特性, 使得转子系统共振区域扩展. 在特定参数范围, 系统可能出现多个振动响应解, 振动响应曲线表现出接触不稳定与振幅跃迁等特征.

2) 附加约束刚度越大, 共振响应区间越宽, 不稳定接触区间越大. 转静件接触摩擦系数越大, 共振响应区间越窄, 不稳定接触区间越小. 约束刚度与摩擦系数的增大都会造成响应幅值的降低.

3) 对于具有航空发动机结构特征的碰摩系统, 转子系统的响应还与碰摩位置及转子模态密切相关, 碰摩约束对以碰摩部件变形为主的模态对应振动响应影响较大, 而对其余模态影响较小. 碰摩程度较轻微时, 叶片位于弹性变形区, 响应表现出拟周期特征, 轴心轨迹为多边形, 转子运行较稳定. 碰摩严重时, 叶片产生塑性变形, 响应幅值在一定时间范围内于固定值附近波动, 转子稳定性变差.

### 参考文献 (References)

- [1] Li G X, Paidoussis M P. Impact phenomena of rotor-casing dynamical systems[J]. *Nonlinear Dynamics*, 1994, 5(1): 53-70.
- [2] Wu X F, Wang D. Irregular period-doubling to chaos to period-decreasing bifurcation in a rotor casing dynamics system[J]. *Tsinghua Science and Technology*, 1997, 2(3): 21-29.
- [3] 张思进, 陆启韶, 王琪. 转子与定子几何不对中引起的碰摩分析[J]. *振动工程学报*, 1998, 11(4): 115-119.  
Zhang S J, Lu Q S, Wang Q. Analysis of rub-impact events for a rotor eccentric from the case[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1998, 11(4): 115-119 (in Chinese).
- [4] Childs D W. Rub-induced parametric excitation in rotors[J]. *Journal of Mechanical Design*, 1979, 101(4): 640-644.
- [5] Muszynska A. Stability of whirl and whip in rotor/bearing systems[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1988, 127(1): 49-64.
- [6] Muszynska A. Partial lateral rotor to stator rubs[C]// I Mech E Conference Publications (Institution of Mechanical Engineers). London: Institute of Mechanical Engineering, 1984: 327-335.
- [7] 杨树华, 杨积东, 郑铁生, 等. 基于 Hertz 接触理论的转子碰摩模型[J]. *应用力学学报*, 2003, 20(4): 61-64.  
Yang S H, Yang J D, Zheng T S, et al. A new rotor-stator rubbing modal using Hertzian impact-contact theory[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2003, 20(4): 61-64 (in Chinese).
- [8] Sawicki J T, Montilla-Bravo A. Thermal mechanical behavior of rotor with rubbing[J]. *International Journal of Rotating Machinery*, 2003, 9(1): 41-47.
- [9] 单颖春, 刘献栋, 何田, 等. 双转子系统碰摩有限元接触分析模型及故障诊断[J]. *航空动力学报*, 2005, 20(5): 789-794.  
Shan Y C, Liu X D, He T, et al. Research on the finite element impact-contact analytical model of dual-rotor system and its diagnosis method[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2005, 20(5): 789-794 (in Chinese).
- [10] 袁惠群, 王德友. 非线性碰摩力对碰摩转子分叉与混沌行

## 3 结论

1) 碰摩时静子等效于对转子产生了附加的约束, 该约束具有时变与突变特性. 碰摩产生的附

- 为的影响[J]. 应用力学学报, 2001, 18(4): 16-20.
- Yuan H Q, Wang D Y. Measurement of wave energy dissipated by specific damping capacity [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2001, 18(4): 16-20 (in Chinese).
- [11] 袁惠群. 转子系统的若干非线性动力学问题及分叉与混沌研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2000.
- Yuan H Q. Study on some nonlinear dynamic problems with bifurcation and chaos of rotor system [D]. Shenyang: Northeastern University, 2000 (in Chinese).
- [12] 袁惠群, 李鹤, 闻邦椿. 发电机转子同步稳定性的非线性分析[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2001, 22(4): 405-408.
- Yuan H Q, Li H, Wen B C. Research on the nonlinear synchronous stability of generator rotor [J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2001, 22(4): 405-408 (in Chinese).
- [13] 孙政策, 徐健学, 周桐. 碰摩转子中弯扭耦合作用的影响分析[J]. 应用数学和力学, 2003, 24(11): 1163-1169.
- Sun Z C, Xu J X, Zhou T. Study on influence of bending torsion coupling in an impacting rub rotor system [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2003, 24(11): 1163-1169 (in Chinese).
- [14] 黄文俊, 李录平. 碰摩转子弯扭耦合振动特性仿真实验研究[J]. 汽轮机技术, 2006, 48(1): 23-26.
- Huang W J, Li L P. Simulation experimental study on bending-torsional coupling vibratory characteristics in a contact-rubbing rotor [J]. Turbine Technology, 2006, 48(1): 23-26 (in Chinese).
- [15] 张思进, 陆启韶. 碰摩转子系统的非光滑分析[J]. 力学学报, 2000, 32(1): 59-69.
- Zhang S J, Lu Q S. A non-smooth analysis to the rub-impacting rotor system [J]. Acta Mechanica Sinica, 2000, 32(1): 59-69 (in Chinese).
- [16] 张思进. 机械碰撞运动中的非光滑动力学[M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2008: 2-5.
- Zhang S J. Non-smooth dynamics in mechanical collision [M]. Changsha: Hunan University Press, 2008: 2-5 (in Chinese).

## Constraint model and vibration response analysis of rotor rub-impact

ZHANG Li<sup>1</sup>, MA Yanhong<sup>\*1,2</sup>, LIANG Zhichao<sup>1</sup>, HONG Jie<sup>1,2</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Collaborative Innovation Center of Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Considering the additional constraints induced by rub-impact, a mechanical model was proposed for typical mechanical characteristic of rub-impact. Based on the constraint model, some characteristics in response such as resonant interval extending, amplitude jumping and contact instability were analyzed. Impact of typical mechanical characteristic parameters on rotor response during rub-impact process was studied. It is found that additional constraint stiffness will cause the extension of the resonant range and instable contact region, while greater friction coefficient between rotor and stator causes the decrease of the vibration response and resonant range. A rub-impact analytical model with structure features of aero-engine was built, numerical simulation shows that in addition to the resonance range extension caused by additional constraints, characteristics of rotor response are closely related to rub location and mode shapes. System's response shows characteristics of quasi-periodic in soft rub-impact, while rotor movement tends unstable and closer to the mechanical model in heavy rub-impact.

**Key words:** rub-impact; mechanical model; typical parameters; response characteristics; numerical simulation

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0700

# 面铣刀正交车铣加工切屑厚度的计算方法

邱文旺, 刘强\*, 袁松梅

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)



**摘 要:** 切屑厚度的求解是进一步研究切削过程机理以及实现加工过程仿真的基础. 针对面铣刀正交车铣加工过程进行了研究, 通过对刀刃轨迹进行简化, 推导了计算几种不同形状面铣刀切屑厚度的统一公式, 并结合几组具体实例与通过数值方法求得的切屑厚度进行了对比. 最后, 应用所建立的切屑厚度计算公式实现了对正交车铣加工切削力的仿真, 并在车铣复合机床上进行了实验验证. 对比仿真实例及切削力实验结果显示所给出的切屑厚度计算模型具有良好的精度和较高的计算效率. 同时, 统一的表达形式也使得所提出的方法适合于正交车铣加工过程通用仿真软件的开发, 具有较大的工程应用价值.

**关键词:** 面铣刀; 正交车铣; 刀刃轨迹; 切屑厚度; 切削力

**中图分类号:** TH164

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1638-07

在航空工业, 存在着许多的回转体或是半回转体同时带有凸台、耳片或者窗口等异形特征的工件. 这类工件在应用传统的方法进行加工时效率低、成本高, 对工厂来说是个很大的挑战. 近些年出现的车铣复合加工技术为应对这一问题提供了有效的解决途径. 越来越多的研究人员开始重视这一新技术, 并在许多方面对其进行了探索和研究<sup>[1-5]</sup>. 这些研究进一步拓展了人们对车铣加工技术的认识和应用.

切削力仿真是虚拟数控加工的重要研究内容, 同时也是进一步研究切削加工过程和优化切削参数的基础. 而切屑厚度的计算精度和效率又对最终的切削力仿真结果具有重要影响. 在传统的立铣刀加工过程模型中, Martellotti 指出铣刀齿的轨迹为次摆线, 并得到了较为精确的方程<sup>[6-7]</sup>. 然而为应用方便, 通常采用简化公式  $f_z \times \cos \varphi$  ( $f_z$  为每齿进给,  $\varphi$  为接触角) 来计算未变形切屑厚

度<sup>[8]</sup>; 对于球头刀加工过程, 人们则采用公式  $f_z \times \cos \varphi \times \cos \gamma$  ( $\gamma$  为余偏角) 来近似计算其未变形切屑厚度<sup>[9]</sup>, 上述公式既清楚了揭示了切屑厚度与相关参数的物理关系, 同时给出了满足精度要求的较简便的计算切屑厚度的方法因而在铣削过程仿真中得到了大量的应用. Zhu 等通过用刀具形状代替切削刃轨迹, 对球头刀加工曲面过程的切屑厚度进行求解, 并在此基础上实现了切削力的仿真<sup>[10]</sup>. Montgomery 和 Altintas 在进行铣削加工过程仿真时, 用一系列离散的点来表示工件表面, 并根据切削刃和工件表面的位置来计算切屑厚度<sup>[11]</sup>. 另一类应用较多的方法则是通过列出刀刃轨迹方程, 再通过数值解法求出每个瞬时的切屑厚度<sup>[12]</sup>, 这种方法具有更高的计算精度, 然而应用这种方法进行仿真需要占用更多的时间, 同时也很难看出切屑厚度公式的物理意义, 一般用在多轴加工仿真中. 针对正交车铣加工过程, 姜增辉和贾春德

收稿日期: 2014-11-17; 录用日期: 2015-01-16; 网络出版时间: 2015-02-25 15:32

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150225.1532.004.html

基金项目: 国家科技重大专项(2010ZX04014-052); 国家自然科学基金(11290144)

作者简介: 邱文旺(1985—), 男, 河北唐山人, 博士研究生, wenwang\_qiu7105@163.com

\* 通讯作者: 刘强(1963—), 男, 湖南耒阳人, 教授, qliusmea@buaa.edu.cn, 主要研究方向为数控加工过程仿真优化、先进数控及运动控制、机床动力学.

**引用格式:** 邱文旺, 刘强, 袁松梅. 面铣刀正交车铣加工切屑厚度的计算方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1638-1644. Qiu W W, Liu Q, Yuan S M. Computing approach of uncut chip thickness in orthogonal turn-milling with inserted cutters [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1638-1644 (in Chinese).

实现了切屑形状的计算机仿真,并研究了不同工艺参数对切屑形状的影响<sup>[13]</sup>.在正交车铣加工中,刀具切削刃通常被划分成圆周刃和端面刃两部分,姜增辉和贾春德对无偏心正交车铣加工过程进行了建模,并分别研究了每部分切削刃的切削厚度<sup>[14]</sup>.朱立达等通过理论分析的方法建立了正交车铣加工三维切屑的模型<sup>[15]</sup>.闫蓉等对正交车铣加工过程切削力仿真进行了研究<sup>[16]</sup>.他们考虑了刀具切出过程对圆周刃切屑厚度的影响.

面铣刀适于进行大余量去除,有着较高的加工效率,这些优点使其同样适用于车铣复合加工过程,以降低零件的加工成本、提高企业的生产效率.但现有文献中很少见到关于面铣刀正交车铣加工切屑厚度的研究.本文首先分析了正交车铣加工过程刀具、工件运动关系;接下来针对主偏角为 $\gamma$ 的面铣刀,通过假设瞬时刀刃轨迹为圆台回转体,考虑其空间运动推导了正交车铣加工过程切削厚度的计算公式,并进一步将推导的公式拓展到了应用圆刀片铣刀进行加工的情形,并与通过数值方法得到的结果进行了对比分析;最后,应用本文所建立的切屑厚度计算公式,并采用机械力学模型实现了对正交车铣加工过程切削力的仿真,并在车铣复合机床上进行了切削力的验证实验.

## 1 正交车铣运动关系的描述

### 1.1 正交车铣概述

正交车铣复合加工是随着制造业的进步而逐

渐发展起来的一种相对较新的切削加工技术.正交车铣加工中铣刀回转轴线与刀具回转轴线相互垂直,刀具以 $n_T$ 转速高速旋转,并以速度 $f_v$ 沿着工件轴向作直线进给运动;工件则以较低的转速 $n_w$ 旋转.这样的运动关系使其适合于外圆柱表面的加工.工件旋转速度、工件直径、刀具旋转速度以及刀具沿工件轴向进给速度共同决定着每个刀具周期切除材料的多少.当两条轴线之间距离 $e=0$ 时为无偏心车铣, $e>0$ 时为偏心车铣(见图1).偏心距离的大小对于正交车铣加工过程具有重要影响<sup>[17]</sup>.

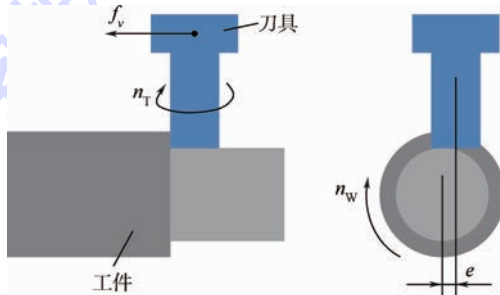


图 1 正交车铣示意图

Fig. 1 Orthogonal turn-milling process

正交车铣加工中用到的面铣刀多为镶片刀,主要有图2所示的几种.其中,图2(a)所示刀具的余偏角为 $0^\circ$ (即主偏角为 $90^\circ$ ),图2(b)所示刀具的余偏角为 $\gamma$ ,而图2(c)为圆刀片面铣刀.图2(a)铣刀适合用来清根部,图2(b)和图2(c)铣刀则适合用在高进给速度的切削过程中.

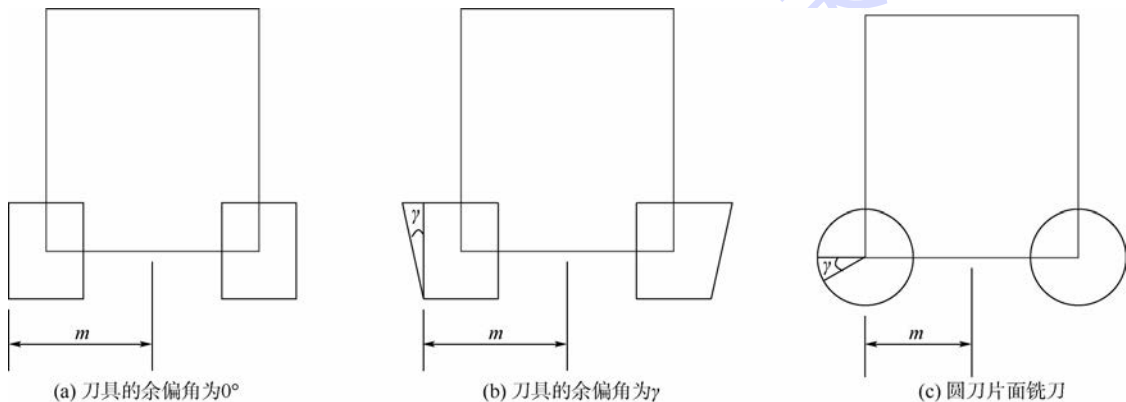


图 2 不同形状的面铣刀

Fig. 2 Inserted cutters with different shapes

### 1.2 切屑厚度计算公式的推导

通过分析正交车铣加工过程可知,当用图2(a)或图2(b)所示铣刀进行加工时,铣刀的侧刃和底刃同时参与切削.其中,底刃所对应的切屑厚度可以由文献[14]给出的公式计算得到.因此本文主要研究铣刀侧刃所对应的切屑厚度的计

算方法.

下面以图2(b)所示余偏角为 $\gamma$ 的面铣刀为例推导切屑厚度的计算公式.为了描述正交车铣加工过程中刀刃相对于工件的运动关系,需要分别建立刀具坐标系和工件坐标系.如图3所示,以铣刀底面中心 $O_T$ 为原点,以铣刀轴线方向为 $z_T$

轴建立笛卡儿直角坐标系,即刀具坐标系,其中,  $x_T$  轴被定义为与工件轴线平行的方向. 工件坐标系的原点定义在工件端面的中心,工件轴线方向定义为  $x_W$  轴,该坐标系与工件固定在一起,在实际加工中与工件一同绕着  $x_W$  轴(即工件轴线)转动. 然而为了方便分析,可以假设工件是静止的,刀具在自转的同时绕着工件轴线公转,同时沿着工件轴线方向作进给运动. 对于切削刃  $j$  上任意一点  $P$ ,该点在刀具坐标系中的坐标可以由式(1)表示:

$$P_{T,j}(t) = \begin{bmatrix} (m + h_p \cdot \tan \gamma) \cdot \sin(\varphi_j(t)) \\ (m + h_p \cdot \tan \gamma) \cdot \cos(\varphi_j(t)) \\ h_p \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $h_p$  为  $P$  点距离刀具底面的高度;  $\varphi_j(t)$  为接触角,其表达式由式(2)给出,式(2)中  $N$  为刀具齿数(忽略刀片方位角对切削刃点接触角的影响).

$$\varphi_j(t) = \frac{2\pi}{60} \cdot n_T \cdot t + (j - 1) \cdot \frac{2\pi}{N} \quad (2)$$

有了  $P$  点在刀具坐标系中的表达式,再进一步对其进行旋转变换(乘以矩阵  $T_{TW}(t)$ )和平移变换(加上向量  $O_{TW}(t)$ )便可以得到  $P$  点在工件坐标系中的坐标表达式  $P_{W,j}(t)$ .

$$P_{W,j}(t) = T_{TW}(t) \cdot P_{T,j}(t) + O_{TW}(t) \quad (3)$$

式中:

$$T_{TW}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$O_{TW}(t) = \begin{bmatrix} f_v \cdot t \\ \sqrt{e^2 + (R_w - a_p)^2} \cdot \sin\left(\alpha - \arctan\left(\frac{e}{R_w - a_p}\right)\right) \\ \sqrt{e^2 + (R_w - a_p)^2} \cdot \cos\left(\alpha - \arctan\left(\frac{e}{R_w - a_p}\right)\right) \end{bmatrix}$$

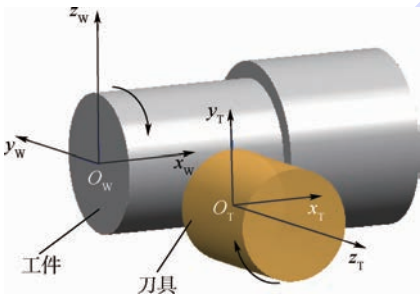


图3 刀具坐标系和工件坐标系

Fig.3 Tool coordinate system and workpiece coordinate system

其中:  $\alpha$  为刀具绕着工件转过的角度, rad;  $R_w$  和  $a_p$  分别为工件半径和切深.

切屑厚度的求解过程直接影响着切削力仿真的效率和精度. 尽管通过数值解法能够获得切屑厚度的精确值,但其计算过程需要迭代,会耗费较长的时间. 本文给出一种通过用刀具形状包络即圆台体侧面代替刀刃实际轨迹曲面来近似计算切屑厚度的方法. 如图4所示,假设直线  $PA$  与上一个刀具的轨迹曲面的交点是  $H$ ,那么线段  $\overline{PH}$  的长度即为切削刃点  $P$  所对应的切屑厚度.

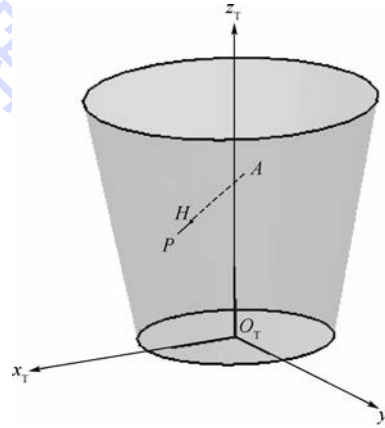


图4 切屑厚度的示意图

Fig.4 Schematic diagram of uncut chip thickness

点  $A$  在刀具坐标系中的坐标表达式可以写成式(4)的形式,如同前面介绍的点  $P$  一样,通过对式(4)进行旋转变换和平移变换便可得到点  $A$  在工件坐标系中的表达式.

$$A_{T,j}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_p + (m + h_p \cdot \tan \gamma) \cdot \tan \gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据  $P$ 、 $H$ 、 $A$  三点共线可知,在工件坐标系中,三点的坐标值满足如式(5)所示的关系:

$$H_W = A_{W,j}(t) + k(P_{W,j}(t) - A_{W,j}(t)) \quad (5)$$

进一步代入各项的表达式可以得到式(6),其中,  $H_{T'}$  表示点  $H$  在  $t - T_d$  时刻的刀具坐标系(记为  $T'$ )中的坐标值. 将式(6)等号两侧同时乘以矩阵  $T_{TW}(t - T_d)$  的逆,并整理便得到式(7).

$$T_{TW}(t - T_d) \cdot H_{T'} + O_{TW}(t - T_d) = T_{TW}(t) \cdot A_{T,j}(t) + O_{TW}(t) + k \cdot T_{TW}(t) \cdot (P_{T,j}(t) - A_{T,j}(t)) \quad (6)$$

$$H_{T'} = T_{TW}(T_d) \cdot A_{T,j}(t) + T_{TW}^{-1}(t - T_d) \cdot (O_{TW}(t) - O_{TW}(t - T_d)) + k \cdot T_{TW}(T_d) \cdot (P_{T,j}(t) - A_{T,j}(t)) = T_{TW}(T_d) \cdot A_{T,j}(t) + T_{TW}(T_d) \cdot O_{TW}(0) - O_{TW}(0) +$$

$$\begin{bmatrix} f_v \cdot T_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + k \cdot T_{TW}(T_d) \cdot (P_{T,j}(t) - A_{T,j}(t)) \quad (7)$$

$$P_{T,j}(t) = \begin{bmatrix} (m + r \cdot \cos \gamma) \cdot \sin(\varphi_j(t)) \\ (m + r \cdot \cos \gamma) \cdot \cos(\varphi_j(t)) \\ r - r \cdot \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (15)$$

若令

$$\begin{cases} R = \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix} = T_{TW}(T_d) \cdot (A_{T,j}(t) + O_{TW}(0)) - \\ O_{TW}(0) + \begin{bmatrix} f_v \cdot T_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ S = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = T_{TW}(T_d) \cdot (P_{T,j}(t) - A_{T,j}(t)) \end{cases} \quad (8)$$

假设点  $P$  与刀片圆心  $O_r$  的连线与前一个刀齿周期的轨迹曲面的交点为  $H$ , 那么, 点  $P$  和点  $H$  之间的距离即为  $P$  点的切屑厚度. 根据  $P$ 、 $H$ 、 $O_r$  三点之间的共线关系以及通过和前文类似的推导过程, 同样可以将  $H$  点在坐标系  $T'$  中的 3 个轴的坐标表示成  $k$  的一次多项式的形式. 若仍然以刀具形状包络来近似轨迹曲面的话,  $H$  点的坐标值之间将满足式(16)的关系:

$$x_H^2 + y_H^2 = [m + \sqrt{r^2 - (r - z_H)^2}]^2 \quad (16)$$

此时, 式(16)不再是关于  $k$  的一元二次方程, 其求解过程比较复杂. 针对这个问题, 本文采用以过  $P$  点的圆台来进一步简化轨迹曲面的方法. 这样做的优点是一方面简化了计算过程, 另一方面也使得图 2 所示 3 种形状铣刀的切屑厚度的计算公式具有一致的形式, 这将有利于仿真算法的实现.

如图 5 所示, 根据几何关系, 可以求得

$$|\overline{O_T M}| = m + r \cdot \cos \gamma - (r - r \cdot \sin \gamma) \cdot \tan \gamma \quad (17)$$

那么,  $H$  点的 3 个坐标值可以表示成式(9)的形式:

$$\begin{bmatrix} x_H \\ y_H \\ z_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_R + k \cdot x_S \\ y_R + k \cdot y_S \\ z_R + k \cdot z_S \end{bmatrix} \quad (9)$$

根据前面的假设, 点  $H$  位于圆台体的侧面上, 因此它的 3 个坐标值满足:

$$x_H^2 + y_H^2 = (m + z_H \cdot \tan \gamma)^2 \quad (10)$$

将式(9)代入式(10)中, 有

$$(x_R + k \cdot x_S)^2 + (y_R + k \cdot y_S)^2 = [m + (z_R + k \cdot z_S) \cdot \tan \gamma]^2 \quad (11)$$

式(11)是关于未知数  $k$  的一元二次方程, 可以整理成式(12)的形式:

$$ak^2 + bk + c = 0 \quad (12)$$

式中:

$$\begin{cases} a = x_S^2 + y_S^2 - z_S^2 \cdot \tan^2 \gamma \\ b = 2(x_R x_S + y_R y_S - z_R z_S \cdot \tan^2 \gamma - m z_S \cdot \tan \gamma) \\ c = x_R^2 + y_R^2 - (m + z_R \cdot \tan \gamma)^2 \end{cases} \quad (13)$$

应用一元二次方程的求根公式可以很容易求得方程(12)的解. 将求得的  $k$  的值代入式(14)便能够求得切屑厚度.

$$c_i = |\overline{PH}| = (1 - k) |\overline{PA}| \quad (14)$$

令  $\gamma = 0$ , 上面所推导的公式便可以用来计算图 2(a) 所示铣刀正交车铣加工时的切屑厚度.

### 1.3 圆刀片铣刀的情形

对于圆刀片铣刀切削刃上的任意一点  $P$ , 其在刀具坐标系中的表达式为

通过与上面相同的推导过程, 同样可以得到关于  $k$  的一元二次方程, 此时方程的系数由式(18)给出. 求出  $k$  后, 便可以进一步求得切屑厚度.

$$\begin{cases} a = x_S^2 + y_S^2 - z_S^2 \cdot \tan^2 \gamma \\ b = 2(x_R x_S + y_R y_S - z_R z_S \cdot \tan^2 \gamma - |\overline{O_T M}| \cdot z_S \cdot \tan \gamma) \\ c = x_R^2 + y_R^2 - (|\overline{O_T M}| + z_R \cdot \tan \gamma)^2 \end{cases} \quad (18)$$

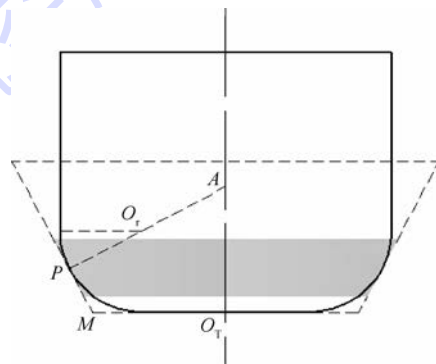


图5 圆刀片铣刀几何包络的近似

Fig.5 Approximation of geometry envelop of round insert cutter

## 2 仿真实例验证

为了验证本文所给出的切屑厚度计算方法, 同时采用数值方法<sup>[12]</sup>和本文方法针对几组实例

进行仿真并比较二者的结果. 数值计算方法采用真实的刀刃轨迹, 需要用迭代的方法进行求解. 仿真结果如图 6 ~ 图 8 所示, 其中, 横坐标表示所分析的切削刃点的转角, 即前文所提到的接触角. 每张图的上半部分为得到的切屑厚度的对比, 图的下半部分给出的是相对误差的情况, 其计算公式为

$$\frac{c_{t,pre} - c_{t,num}}{c_{t,num}} \times 100\%$$

式中:  $c_{t,pre}$  为用本文方法计算所得结果;  $c_{t,num}$  为用数值方法所得结果.

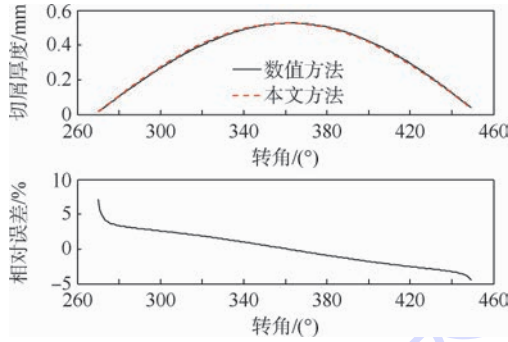


图 6  $\gamma$  为  $0^\circ$  的铣刀切屑厚度的仿真实例

Fig. 6 Simulation example of uncut chip thickness for cutter with  $\gamma$  being  $0^\circ$

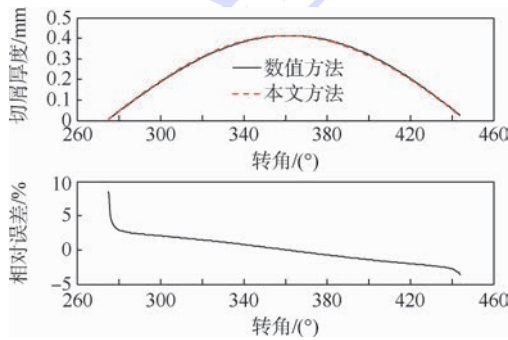


图 7  $\gamma$  为  $45^\circ$  的铣刀切屑厚度的仿真实例

Fig. 7 Simulation example of uncut chip thickness for cutter with  $\gamma$  being  $45^\circ$

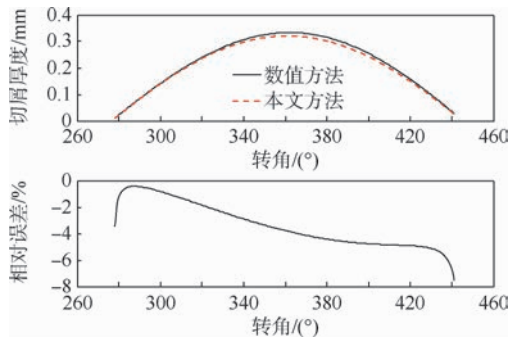


图 8 圆刀片铣刀切屑厚度的仿真实例

Fig. 8 Simulation example of uncut chip thickness for round insert cutter

铣刀正交车铣加工切屑厚度的计算实例.  $\gamma = 0^\circ$  的铣刀采用的加工方式为无偏心加工,  $\gamma = 45^\circ$  的铣刀采用偏心加工方式, 偏心为 4 mm. 两种铣刀采用的其余的切削参数同为: 工件直径为 70 mm, 刀具底面半径  $m$  为 6 mm、齿数为 2, 切深为 3 mm, 刀具转速和工件转速分别为 3 000 r/min 和 15 r/min, 刀具沿着工件轴向进给速度为 45 mm/min. 所选取的切削刃点距离刀具底面高度为 1.5 mm. 从图中可以看出采用本文所推导的公式计算得到的结果与数值方法所得结果十分接近, 相对误差值很小.

图 8 为圆刀片面铣刀正交车铣加工切屑厚度的计算实例. 所采用的参数为: 工件直径为 60 mm, 刀片半径为 4 mm, 刀片圆心距离刀具轴线  $m$  为 4 mm, 齿数为 2, 偏心为 4 mm, 切深为 2.5 mm, 刀具转速和工件转速分别为 2 000 r/min 和 10 r/min, 刀具沿着工件轴向进给速度为 35 mm/min. 所选取的切削刃点的位置角为  $50^\circ$ . 从图中能够看到两种方法得到的切屑厚度随着转角的变化曲线基本吻合, 相对误差值也能够满足一般工程计算的需要.

为了进一步分析两种方法的计算效率, 本文针对前文所述的  $\gamma = 45^\circ$  的铣刀正交车铣加工仿真实例, 计算了所分析的切削刃点 (即距刀具底面高度 1.5 mm 处的切削刃点) 在 400 个主轴周期时间内的切屑厚度, 并进行计时. 所用计算机的处理器为: Intel(R) Core (TM) i5-3210M CPU 2.50 GHz. 结果显示, 应用数值方法进行计算需要约 5.6 s, 而应用本文所推导的公式则仅需要约 1.4 s. 从中可以看到, 应用本文方法求解正交车铣加工过程中的切屑厚度具有更高的效率.

刀具工件转速比是正交车铣加工过程区别于传统铣削加工过程的一个重要参数, 其对切削过程具有很大的影响. 图 9 给出了转速比  $\lambda$  的改变对本文所给出的切屑厚度计算方法的误差的影响情况 (通过对前文所述的  $\gamma = 45^\circ$  的铣刀加工实例进行仿真得到). 从图中可以看出, 随着转速比  $\lambda$  的减小, 误差将会增大.

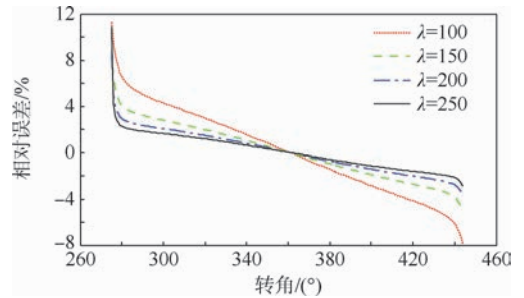


图 9 转速比对切屑厚度仿真误差的影响

Fig. 9 Influence of speed ratio on simulation error of uncut chip thickness

图 6 和图 7 为余偏角  $\gamma$  分别为  $0^\circ$  和  $45^\circ$  的面

### 3 实验验证

为了进一步验证本文所推导的切屑厚度计算公式,在车铣复合机床上针对铝合金 7050 进行了切削力测试实验(见图 10). 工件直径为 47.8 mm,采用的刀具为山特维克镶齿刀,刀具直径为 16 mm,加工时安装一个刀片. 所使用的测力仪为 Kistler9123C 旋转测力仪,所测得的三向切削力是在固定在刀具上、与刀具共同旋转的旋转坐标系内测量得到的结果. 所采用的切削参数为:刀具转速为 1 000 r/min,工件转速为 1 r/min,切深为 2 mm,刀具沿着工件轴向进给速度为 2.5 mm/min,加工方式为无偏心切削. 应用本文得到的公式计算侧刃上的切屑厚度,同时采用文献[14]中的公式计算底刃上的切屑厚度,并在此基础上对切削力进行仿真. 仿真结果与实验测试结果对比情况如图 11 所示. 其中,实线为实验过程中测得的原始切削力数据,点划线为对实验数



图 10 切削力测试实验设置

Fig. 10 Experimental setup of cutting force test

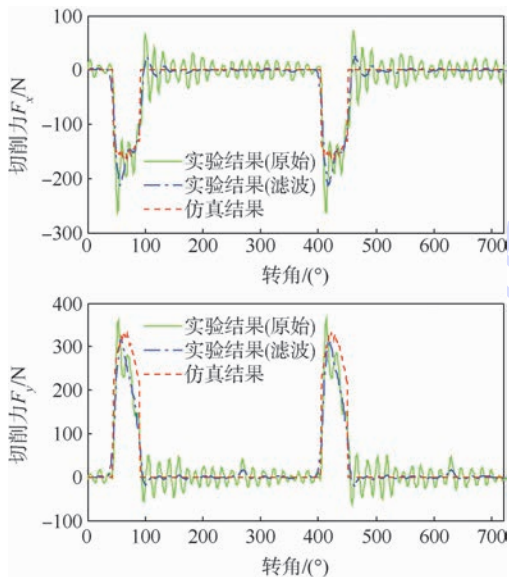


图 11 切削力仿真结果与实验对比

Fig. 11 Comparison of simulation results of cutting forces and experimental results

据进行滤波处理后得到的结果,虚线为仿真得到的切削力结果. 通过旋转测力仪测得的切削力信号存在明显的波动,对其进行了滤波处理,从图中可以看出,仿真得到的切削力波形和幅值与滤波后的实验数据基本一致,从而证明了本文所推导的切屑厚度计算公式的正确性.

### 4 结论

1) 本文在对切削刃轨迹进行近似的基础上,给出了一种计算面铣刀正交车铣加工过程侧刃切屑厚度的统一模型.

2) 结合几组实例,应用本文所提出的模型对切屑厚度进行了仿真,并与数值方法的计算结果进行了对比分析. 结果显示,在仿真的接触角范围内,二者的相对误差在 10% 以内.

3) 在本文切屑厚度模型的基础上对切削力进行了仿真,并在车铣复合机床上进行了实验验证. 数据对比显示,仿真得到的切削力曲线的波形和幅值均能够与实验结果较好地吻合.

4) 仿真分析及切削力实验验证结果显示,在一定的参数范围内,本文所提出的方法能够正确地计算正交车铣加工中刀具侧刃的切屑厚度,并且具有良好的精度;同时省去了数值方法中的迭代运算,具有较高的计算效率和较大的实际应用价值.

### 参考文献 (References)

- [1] Kopač J, Pogačnik M. Theory and practice of achieving quality surface in turn milling [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1997, 37(5): 709-715.
- [2] Choudhury S, Bajpai J. Investigation in orthogonal turn-milling towards better surface finish [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 170(3): 487-493.
- [3] 王凡, 喻红婕, 姜增辉. 正交车铣运动轨迹的研究 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2004, 36(8): 1038-1040.  
Wang F, Yu H J, Jiang Z H. Research on movement track of orthogonal turn-milling [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2004, 36(8): 1038-1040 (in Chinese).
- [4] 蔡永林, 黄超, 李建勇. 基于切削接触状况的车铣复合加工刀具磨损分析 [J]. 北京交通大学学报, 2013, 37(1): 162-165.  
Cai Y L, Huang C, Li J Y. Analysis of cutter wear based on contact conditions in turn-milling [J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2013, 37(1): 162-165 (in Chinese).
- [5] 金成哲, 隋连香, 徐骞. 正交车铣复合加工的切削用量优化 [J]. 沈阳理工大学学报, 2010, 29(5): 60-63.  
Jin C Z, Sui L X, Xu C. The optimization of cutting regime for orthogonal turn-milling [J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2010, 29(5): 60-63 (in Chinese).

- [6] Martellotti M E. An analysis of the milling process[J]. Transactions of the ASME, 1941, 63:677-700.
- [7] Martellotti M E. An analysis of the milling process. Part 2 down milling[J]. Transactions of the ASME, 1945, 67:233-251.
- [8] Wei Z C, Wang M J, Han X G. Cutting forces prediction in generalized pocket machining[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 50(5-8):449-458.
- [9] Cao Q Y, Xue D Y, Zhao J, et al. A cutting force model considering influence of radius of curvature for sculptured surface machining[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2011, 54(5-8):821-835.
- [10] Zhu R, Kapoor S G, Devor R E. Mechanistic modeling of the ball end milling process for multi-axis machining of free-form surfaces[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2001, 123(3):369-379.
- [11] Montgomery D, Altintas Y. Mechanism of cutting force and surface generation in dynamic milling[J]. Journal of Engineering for Industry, 1991, 113(2):160-168.
- [12] Sun Y W, Guo Q. Numerical simulation and prediction of cutting forces in five-axis milling processes with cutter runout[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(10-11):806-815.
- [13] 姜增辉, 贾春德. 正交车铣切削仿真研究[J]. 兵工学报, 2002, 23(4):525-528.  
Jiang Z H, Jia C D. A study on the emulation of orthogonal turn-milling chips [J]. Acta Armamentarii, 2002, 23(4):525-528 (in Chinese).
- [14] 姜增辉, 贾春德. 无偏心正交车铣理论切削力[J]. 机械工程学报, 2006, 42(9):23-28.  
Jiang Z H, Jia C D. Theoretical cutting force of non-eccentricity orthogonal turn-milling [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(9):23-28 (in Chinese).
- [15] 朱立达, 李虎, 杨建宇, 等. 正交车铣三维切屑理论建模研究[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2012, 33(1):111-115.  
Zhu L D, Li H, Yang J Y, et al. Research on theoretical modeling of 3D chip of orthogonal turn-milling[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2012, 33(1):111-115 (in Chinese).
- [16] 闫蓉, 邱锋, 彭芳瑜, 等. 螺旋立铣刀正交车铣轴类零件切削力建模分析[J]. 华中科技大学学报:自然科学版, 2014, 42(5):1-5.  
Yan R, Qiu F, Peng F Y, et al. Modeling and analysis of cutting forces in orthogonal turn-milling shaft parts with helical end mills[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2014, 42(5):1-5 (in Chinese).
- [17] Uysal E, Karaguzel U, Budak E, et al. Investigating eccentricity effects in turn-milling operations [C] // 6th CIRP International Conference on High Performance Cutting. Amsterdam: Elsevier, 2014, 14:176-181.

## Computing approach of uncut chip thickness in orthogonal turn-milling with inserted cutters

QIU Wenwang, LIU Qiang\*, YUAN Songmei

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The computing of uncut chip thickness is the basis for further studying the cutting mechanism as well as simulating the cutting process. The research about orthogonal turn-milling operation with inserted cutters was focused on. By simplifying the trajectory of cutting edge, the uniform formulation to calculate uncut chip thickness for cutters with different shapes was derived and then compared with the numerical method through several examples. Upon the presented formulation of uncut chip thickness, the cutting force in orthogonal turn-milling operation was predicted and a validation experiment was carried out on a turn-milling machine tool. Both the comparison examples and the result of cutting force prediction show that the presented approach can provide a solution for the calculation of uncut chip thickness with good accuracy and high computation efficiency. Due to the uniform expression, the proposed approach is suitable for the development of general simulation software for orthogonal turn-milling process and thus has potential value in engineering practice.

**Key words:** inserted cutters; orthogonal turn-milling; cutting edge trajectory; uncut chip thickness; cutting force

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0033

# 捷联惯导系统最简多位置解析对准



谭彩铭, 王宇, 苏岩\*, 朱欣华

(南京理工大学 机械工程学院, 南京 210094)

**摘 要:** 传统的多位置解析对准方法一般要求将捷联惯导系统(SINS)安装在一个伺服平台上并绕天向轴旋转 $90^\circ$ 或 $180^\circ$ ,这对工程带来不便,且伺服平台的精度会影响多位置解析对准的精度.针对这一问题,提出最简多位置解析对准方法,指出任意两位置是实现SINS多位置解析对准所需的最小条件,即通常理论上任意两位置可解算出惯性测量单元(IMU)的常值偏置,给出了计算方法,并通过仿真实例加以说明和验证,可以作为一种简易初始对准或现场标定方法.另外通过解析方法指出在特殊姿态下,某单一轴向的加速度计常值偏置或陀螺常值漂移可以直接被较好地估计出来,结论可用于进一步改进多位置对准方法.

**关键词:** 多位置对准; 解析对准; 常值偏置; 初始对准; 捷联惯导系统(SINS)

**中图分类号:** U666.1

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1645-06

初始对准是捷联惯导系统(SINS)的关键技术之一,对准精度和时间直接影响到导航系统的快速反应能力和它后续的导航解算精度<sup>[1-3]</sup>.静基座捷联惯导系统可观测性较差,初始对准的快速性和精度都将会受到影响<sup>[4-5]</sup>.在静基座对准的基础上,采用多位置对准技术可以估计出加速度计偏置和东向陀螺漂移,提高初始对准的精度<sup>[6-7]</sup>.

根据所使用信息量的不同,这里将多位置对准分为两类:多位置解析对准和多位置精对准.多位置解析对准<sup>[8-9]</sup>方法只使用停止状态下的惯性传感器输出数据,转动过程中的数据不使用,通过精密转动机构绕天向轴转过一个或多个特定角度(如 $90^\circ$ 或 $180^\circ$ ),然后根据各静止位置间的解析关系补偿掉惯性传感器的偏置误差;多位置精对准<sup>[10-12]</sup>方法使用整个停止和转动过程中的惯性传感器输出数据,进行捷联惯导解算,同时采用卡尔曼滤波等算法,估计出惯性测量单元(IMU)的

偏置和姿态.

传统的多位置解析对准方法一般要求SINS绕天向轴旋转 $90^\circ$ 或 $180^\circ$ ,这就需要将SINS安装在一个伺服平台上,以实现 $90^\circ$ 或 $180^\circ$ 的转动,这对工程带来不便,且伺服平台的精度会影响多位置解析对准的精度.本文对多位置解析对准所需最小条件进行了讨论,指出理论上任意两位置即可解算出IMU的偏置,给出了解析计算方法,通过仿真实例加以说明和验证,它可以作为一种简易初始对准或现场标定方法;另外通过解析方法指出在特殊姿态下,某单一轴向的加速度计常值偏置或陀螺常值漂移可以直接被较好地估计出来,这为改进多位置初始对准方法提供理论支持.

## 1 任意两位置解析对准

### 1.1 理论分析

IMU是捷联惯导系统的主要组成部分.它由

收稿日期: 2015-01-19; 录用日期: 2015-02-17; 网络出版时间: 2015-04-01 15:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150401.1550.001.html

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(61301021)

作者简介: 谭彩铭(1987—),男,江苏句容人,博士研究生, tancm314@hotmail.com

\* 通讯作者: 苏岩(1967—),男,江苏苏州人,教授, suyan@mail.njust.edu.cn, 主要研究方向为MEMS传感技术.

引用格式: 谭彩铭, 王宇, 苏岩, 等. 捷联惯导系统最简多位置解析对准[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1645-1650.

Tan C M, Wang Y, Su Y, et al. The simplest multi-position analytic alignment for SINS[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1645-1650 (in Chinese).

互相重合的三轴陀螺和三轴加速度计组成,记三轴陀螺的输出为  $\mathbf{w} = [w_x, w_y, w_z]^T$ ,三轴加速度计的输出为  $\mathbf{f} = [f_x, f_y, f_z]^T$ .若基座完全静止,IMU 受且仅受地球自转和重力作用.地球自转角速度大小为  $w_{ie}$ ,重力加速度值为  $g$ ,IMU 所在地球纬度为  $L$ .设三轴陀螺的输出误差  $\Delta \mathbf{w} = [\Delta w_x, \Delta w_y, \Delta w_z]^T$ ,三轴加速度计的输出误差为  $\Delta \mathbf{f} = [\Delta f_x, \Delta f_y, \Delta f_z]^T$ .将当地东北天地理坐标系作为导航坐标系(简记为  $n$  系),IMU 载体坐标系简记为  $b$  系, $n$  系到  $b$  系的坐标变换矩阵记为  $\mathbf{C}_n^b$ ,则有下式成立<sup>[6,13]</sup>:

$$\begin{cases} \mathbf{f} - \Delta \mathbf{f} = \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n \\ \mathbf{w} - \Delta \mathbf{w} = \mathbf{C}_n^b \mathbf{w}_{ie}^n \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{g}^n = [0, 0, g]^T$ ;  $\mathbf{w}_{ie}^n = [0, w_{ie} \cos L, w_{ie} \sin L]^T$ ,由式(1)可得

$$\begin{cases} |\mathbf{f} - \Delta \mathbf{f}| = g \\ |\mathbf{w} - \Delta \mathbf{w}| = w_{ie} \\ (\mathbf{f} - \Delta \mathbf{f})^T \cdot (\mathbf{w} - \Delta \mathbf{w}) = g w_{ie} \sin L \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $|\cdot|$  为取模运算符.对于多位置对准,由于对准过程在短时间内完成,可认为 IMU 的偏置在这段时间内保持不变.偏置误差是 IMU 误差的主要组成部分,这里只考虑 IMU 的常值偏置误差.记三轴陀螺的常值漂移为  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z]^T$ ,三轴加速度计的常值偏置为  $\nabla = [\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]^T$ ,IMU 通过旋转得到任意两位置进行多位置初始对准,在第 1 个位置处的 IMU 输出为  $\mathbf{w}_1$  和  $\mathbf{f}_1$ ,在第 2 个位置处的 IMU 输出为  $\mathbf{w}_2$  和  $\mathbf{f}_2$ .通过以上分析,有

$$|\mathbf{f}_1 - \nabla| = g \quad (3a)$$

$$|\mathbf{w}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}| = w_{ie} \quad (3b)$$

$$(\mathbf{f}_1 - \nabla)^T \cdot (\mathbf{w}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}) = g w_{ie} \sin L \quad (3c)$$

$$|\mathbf{f}_2 - \nabla| = g \quad (3d)$$

$$|\mathbf{w}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}| = w_{ie} \quad (3e)$$

$$(\mathbf{f}_2 - \nabla)^T \cdot (\mathbf{w}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}) = g w_{ie} \sin L \quad (3f)$$

式中:有  $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  共 6 个未知数.除了上述方程组所表达的已知信息外,还有一个先验信息,即 IMU 偏置只会在一个较小的数值范围,这对求解过程有帮助.式(3)的解析解难以求得,这里介绍一种几何方法.

由式(3a)得到的  $\nabla$  的解的集合构成一个球面,由式(3d)得到的  $\nabla$  的解的集合也构成一个球面,两个球面相交构成圆周,从而由(3a)和式(3d)得到的  $\nabla$  的解的集合在这个相交而成的圆周上.该圆周可准确求得,引入转角变量  $\alpha$ ,其范

围为  $0 \leq \alpha < 2\pi$ ,  $\nabla$  可由  $\alpha$  唯一确定.同理,由式(3b)和式(3e)得到的  $\boldsymbol{\varepsilon}$  的解的集合在对应的相交圆周上,引入转角变量  $\beta$ ,其范围为  $0 \leq \beta < 2\pi$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  可由  $\beta$  唯一确定.

由式(3a)和式(3d),两球面相交成圆周,图1为两球面的横截面图,记所在坐标系的坐标原点为  $O$ ,图1中, $A = (f_{x1}, f_{y1}, f_{z1})$ ,  $A$  点为球  $A$  球心,  $B = (f_{x2}, f_{y2}, f_{z2})$ ,  $B$  点为球  $B$  球心,  $\overline{AD} = \overline{BD} = g$ ,两球面相交所构成的圆周的圆心为  $C$ ,半径为  $\overline{CD}$ ,易得  $\overline{OC} = \frac{\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2}{2}$ ,  $CD = \sqrt{g^2 - \left(\frac{|\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2|}{2}\right)^2}$ ,记相交圆周半径为  $R_f$ .

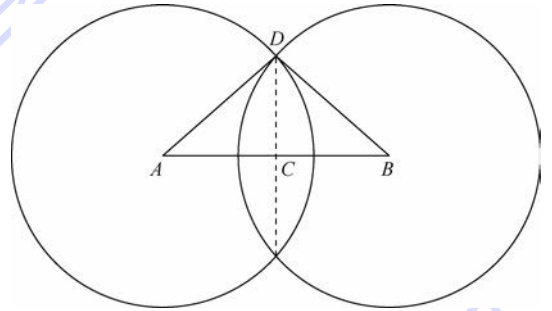


图1 两球面相交成圆周的截面图

Fig. 1 Cross-section of a circumference formed by two intersected spherical surfaces

同理可得式(3b)和式(3e)对应球面相交构成圆周的圆心为  $\frac{\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2}{2}$ ,半径  $R_w$  为

$$\sqrt{w_{ie}^2 - \left(\frac{|\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2|}{2}\right)^2}$$

已知圆周,那么给定圆周上某点绕其圆心相对初始位置的旋转角度就可以确定该点坐标.点  $(R_f \cos \alpha, R_f \sin \alpha, 0)$ ,  $0 \leq \alpha < 2\pi$  的集合构成一个圆周,记为圆周  $K$ .图1所示的相交圆周可以看成是圆周  $K$  通过翻转和平移得到.

如图2所示,  $\overrightarrow{OM}$  是垂直于圆周  $K$  的其中一个单位向量  $[0, 0, 1]^T$ ,  $\overrightarrow{ON}$  是垂直于图1所示相交圆周的一个单位向量,满足  $\overrightarrow{ON} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2}{|\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2|}$ ,  $\overrightarrow{OM}$  旋转到  $\overrightarrow{ON}$  可以看成是坐标系  $Oxyz$  通过旋转常规姿态角而得到,即先绕  $z$  轴转动航向角  $\psi$ ,再绕  $x$  轴转动俯仰角  $\theta$ ,如图2所示,得到的姿态变换矩阵为

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \psi \sin \theta \\ -\sin \psi & \cos \psi \cos \theta & -\cos \psi \sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

这里  $\psi$  和  $\theta$  易根据向量  $\overrightarrow{OM}$  和  $\overrightarrow{ON}$  求得.

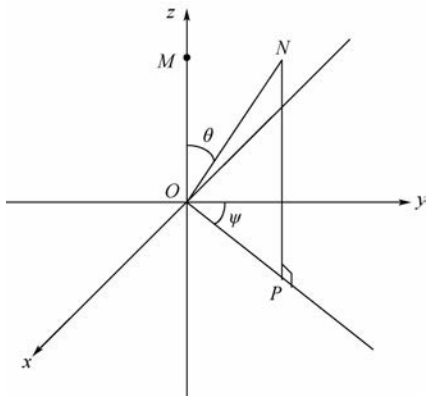


图2 圆周的平移和翻转

Fig.2 Translational and rotational motion of circumference

图1所示相交圆周上的点的坐标可以用向量

表示为  $C_f [R_f \cos \alpha, R_f \sin \alpha, 0]^T + \frac{f_1 + f_2}{2}$ , 即由式(3a)和式(3d)可得三轴加速度计常值偏置  $\nabla$  满足:

$$\nabla = C_f [R_f \cos \alpha, R_f \sin \alpha, 0]^T + \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (4)$$

同理,式(3b)和式(3e)对应球面相交构成圆周上的点的坐标可以用向量表示为  $C_w [R_w \cos \beta, R_w \sin \beta, 0]^T + \frac{w_1 + w_2}{2}$ , 这里  $C_w$  为对应的姿态变换矩阵. 即由式(3b)和式(3e)可得三轴陀螺常值漂移  $\varepsilon$  满足:

$$\varepsilon = C_w [R_w \cos \beta, R_w \sin \beta, 0]^T + \frac{w_1 + w_2}{2} \quad (5)$$

通过取不同的  $\alpha$  和  $\beta$  值,可以得到相应的  $\nabla$  和  $\varepsilon$ ,它们即是各自相交圆周上的点,将之代入式(3c)和式(3f),等号成立即为正解. 这里难以得到解析解,采用数值计算方法求解,通过搜索  $J_1$  和  $J_2$  趋于零时得到对应的  $\alpha$  和  $\beta$  值,从而根据式(4)和式(5)计算出  $\nabla$  和  $\varepsilon$ .

$$J_1 = |(f_1 - \nabla)^T \cdot (w_1 - \varepsilon) - g w_{ie} \sin L| \quad (6a)$$

$$J_2 = |(f_2 - \nabla)^T \cdot (w_2 - \varepsilon) - g w_{ie} \sin L| \quad (6b)$$

求得加速度计常值偏置和陀螺常值漂移,可以根据静基座解析粗对准方法<sup>[13-14]</sup>获得载体姿态,惯性传感器偏置误差得到补偿后求得的姿态精度将会得到提高.

### 1.2 实例仿真

这里举一仿真实例描述和验证上述任意两位置初始对准过程,相关仿真参数设计如下:

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$w_{ie} = 7.2921151647 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$L = 32.026372^\circ$$

$$[\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]^T = [10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}]^T \times g$$

$$[\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z]^T = [0.01, 0.01, 0.01]^T (^\circ) / h$$

$$[\sigma_{\nabla_x}, \sigma_{\nabla_y}, \sigma_{\nabla_z}]^T =$$

$$[5 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-5}]^T \times g$$

$$[\sigma_{\varepsilon_x}, \sigma_{\varepsilon_y}, \sigma_{\varepsilon_z}]^T = [0.005, 0.005, 0.005]^T (^\circ) / h$$

$$[\gamma_1, \theta_1, \psi_1]^T = [0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]^T$$

$$[\gamma_2, \theta_2, \psi_2]^T = [20^\circ, 20^\circ, 80^\circ]^T$$

式中:  $\sigma_{\nabla_i}$  和  $\sigma_{\varepsilon_i}$  ( $i = x, y, z$ ) 分别为加速度计和陀螺测量白噪声;  $\gamma_n$ 、 $\theta_n$  和  $\psi_n$  ( $n = 1, 2$ ) 分别为第  $n$  个位置处的横滚角、俯仰角和航向角.

在第一个位置处采集 1 min 数据取平均,在第二个位置处采集 1 min 数据取平均,分别模拟出两个位置处的 IMU 平均输出数据如下:

$$f_1 = [0.0010, 0.0010, 9.8010]^T \text{ m/s}^2$$

$$w_1 = [0.0005, 0.6187, 0.3872]^T \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

$$f_2 = [-3.1487, 3.3528, 8.6546]^T \text{ m/s}^2$$

$$w_2 = [-0.6834, 0.2336, 0.0992]^T \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

则可由式(4)和式(5)计算出加速度计常值偏置和陀螺常值漂移的可能理论取值,结果如图3、图4所示.

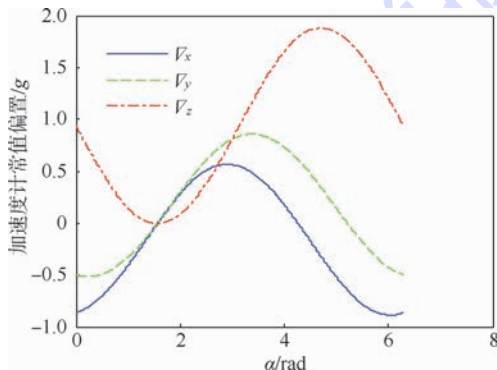


图3 三轴加速度计常值偏置取值范围

Fig.3 Value range of constant biases of three-axis accelerometers

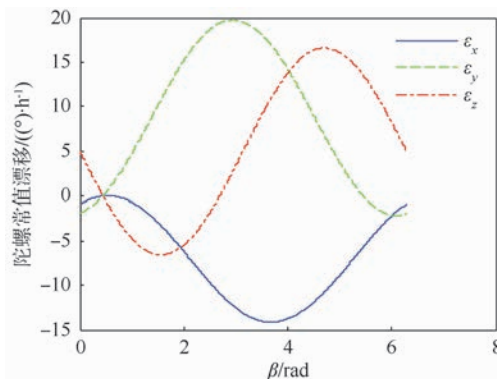


图4 三轴陀螺常值漂移取值范围

Fig.4 Value range of constant drifts of the three-axis gyroscopes

惯性级陀螺仪的随机漂移率为  $0.015(^{\circ})/h$  (相当于地球自转角速率的  $0.1\%$ ), 惯性级加速度计的随机零位偏值应优于  $10^{-4}g$ . 显然偏置为小值, 不可能达到图 3 和图 4 中出现的那么大的值, 根据所使用的 IMU 的性能级别, 可知待测 IMU 的偏置范围. 若使用的是  $1\%$  级别的 IMU, 可设定  $|\nabla_i| < 10^{-2}g$ ,  $|\varepsilon_i| < 0.1(^{\circ})/h$  ( $i = x, y, z$ ). 根据该先验知识, 得到对应的  $\alpha$  和  $\beta$  取值范围, 可以大大减小搜索范围. 根据不同的  $\alpha$  和  $\beta$  取值, 可以分别解算出式 (6a) 和式 (6b) 所示  $J_1$  和  $J_2$  的值, 计算结果如图 5、图 6 所示.

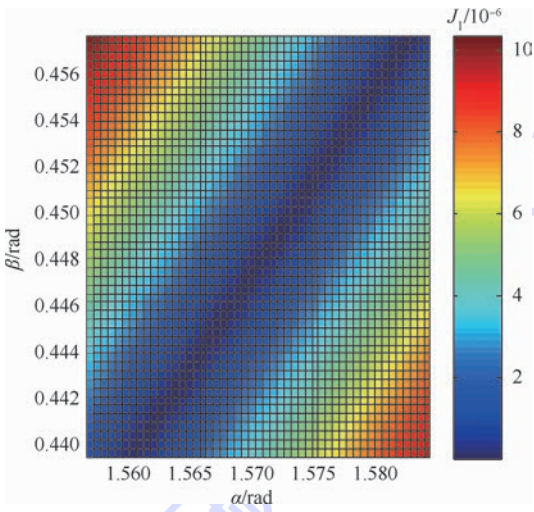


图 5 取不同  $\alpha$  和  $\beta$  的值时对应的  $J_1$  值

Fig. 5  $J_1$  value given different values of  $\alpha$  and  $\beta$

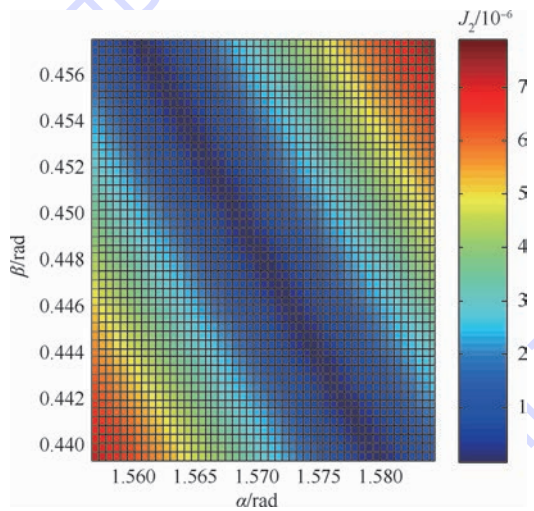


图 6 取不同  $\alpha$  和  $\beta$  的值时对应的  $J_2$  值

Fig. 6  $J_2$  value given different values of  $\alpha$  and  $\beta$

$J_1$  和  $J_2$  都趋于零的点在图 5 和图 6 所示的中间区域, 进一步缩小搜索范围并减小搜索步长进行二次搜索, 直到搜索得到满足所需求解精度的唯一解, 计算出的加速度计常值偏置和陀螺常值漂移和题设一致.

## 2 特殊姿态下的偏置估计

大部分情况下的初始对准过程中, IMU 处于水平或近似水平状态, 近似水平位置处,  $f_x, f_y$  趋于零,  $f_z$  趋于重力值  $g$ , 有下述推导过程成立:

$$(f_x - \nabla_x)^2 + (f_y - \nabla_y)^2 + (f_z - \nabla_z)^2 = g^2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \nabla_z &= f_z \pm \sqrt{g^2 - (f_x - \nabla_x)^2 - (f_y - \nabla_y)^2} \\ \frac{d\nabla_z}{d\nabla_x} &= \pm \frac{f_x - \nabla_x}{\sqrt{g^2 - (f_x - \nabla_x)^2 - (f_y - \nabla_y)^2}} = \\ &\pm \frac{f_x - \nabla_x}{f_z - \nabla_z} \approx \pm \frac{f_x - \nabla_x}{g} \approx 0 \\ \frac{d\nabla_z}{d\nabla_y} &= \pm \frac{f_y - \nabla_y}{\sqrt{g^2 - (f_x - \nabla_x)^2 - (f_y - \nabla_y)^2}} = \\ &\pm \frac{f_y - \nabla_y}{f_z - \nabla_z} \approx \pm \frac{f_y - \nabla_y}{g} \approx 0 \end{aligned}$$

即  $\nabla_z$  受  $\nabla_x$  及  $\nabla_y$  影响极小, 根据先验知识, 设各轴的偏置在  $[-2 \times 10^{-4}g, 2 \times 10^{-4}g]$  范围内. 在取值范围内分别取  $\nabla_x$  及  $\nabla_y$  不同的偏置值, 根据式 (7) 解算出对应的  $\nabla_z$ , 可得图 7 所示结果.

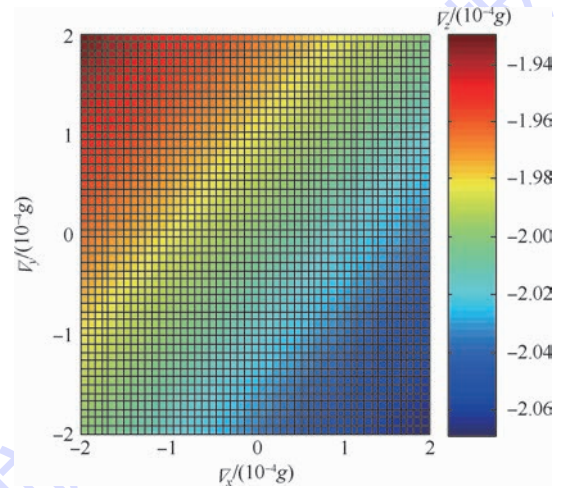


图 7  $\nabla_z$  随  $\nabla_x$  及  $\nabla_y$  的变化对应的取值范围

Fig. 7 Value range of  $\nabla_z$  changing with different values of  $\nabla_x$  and  $\nabla_y$

由图 7 可知, 当  $\nabla_x$  及  $\nabla_y$  在  $[-2 \times 10^{-4}g, 2 \times 10^{-4}g]$  范围内变化时,  $\nabla_z$  的变化范围约为  $[1.94 \times 10^{-4}g, 2.06 \times 10^{-4}g]$ , 可见,  $\nabla_z$  的变化范围很小. 这样可估计出  $\nabla_z$ , 估计误差约为  $6 \times 10^{-6}g$ , 这和静基座卡尔曼初始精对准过程时天向加速度计偏置可以被很好估计的效果一致<sup>[15]</sup>. 同样原理, 当 IMU 某轴向和地球自转轴向接近时, 该轴向的陀螺常值漂移可以被很好估计, 基于此原理, 根据 IMU 输出反馈可将 IMU 相应轴置于接近天向或地球自转轴向的位置, 以便估计出相应

轴向的加速度计常值偏置或陀螺常值漂移。

### 3 结 论

本文对最简多位置解析对准进行了研究,指出任意两位置理论上可以解析计算出IMU常值偏置,并通过仿真实例加以说明和验证,为后续研究多位置初始对准提供了理论依据;同时这也是一种简易的无需机械转动机构的多位置对准方法,它还可以作为测量IMU偏置的简便方法,测试过程不需要精密转台或分度头、对夹具和测试基准无特殊要求,适合于装机后的现场标定。另外,从解析方法的角度指出在水平位置下,天向加速度计常值偏置可以被很好估计,这和卡尔曼精对准过程天向的加速度计常值偏置观测度高的结论一致;同样原理,当IMU某轴向和地球自转轴向接近时,该轴向的陀螺常值漂移可以被很好估计,基于此原理,根据IMU输出反馈将IMU相应轴置于接近天向或地球自转轴向的位置,可较好地估计出相应轴向的加速度计常值偏置或陀螺常值漂移。

#### 参考文献 (References)

- [1] Paul G S. Blazing gyros: The evolution of strapdown inertial navigation technology for aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, 36(3): 637-655.
- [2] Liu X X, Xu X S, Wang L H, et al. A fast compass alignment method for SINS based on saved data and repeated navigation solution[J]. *Measurement*, 2013, 46(10): 3836-3846.
- [3] Titterton D, Weston J L. Strapdown inertial navigation technology [M]. 2nd ed. London: Institution of Engineering and Technology, 2004: 277-308.
- [4] Cho S Y, Lee H K, Lee H K. Observability and estimation error analysis of the initial fine alignment filter for nonleveling strapdown inertial navigation system[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2012, 135(2): 44-45.
- [5] Wang X. Fast alignment and calibration algorithms for inertial navigation system[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2009, 13(4-5): 204-209.
- [6] Wu Y X, Zhang H L, Wu M P, et al. Observability of strapdown INS alignment: A global perspective[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 78-102.
- [7] Xiong J, Guo H, Yang Z H. A two-position SINS initial alignment method based on gyro information[J]. *Advances in Space Research*, 2014, 53(11): 1657-1663.
- [8] 王巍. 光纤陀螺惯性系统[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2013: 449-464.  
Wang W. Inertial navigation system of the fiber optic gyroscope [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2013: 449-464 (in Chinese).
- [9] 邓志红, 付梦印, 张继伟, 等. 惯性器件与惯性导航系统[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 261-265.  
Deng Z H, Fu M Y, Zhang J W, et al. Inertial device and inertial navigation system [M]. Beijing: Science Press, 2012: 261-265 (in Chinese).
- [10] Lee J G, Park C G, Park H W. Multiposition alignment of strapdown inertial navigation system[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(4): 1323-1328.
- [11] Chung D, Lee J G, Park C G, et al. Strapdown INS error model for multiposition alignment [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(4): 1362-1366.
- [12] 赵长山, 秦永元, 周琪. 参数辨识双位置对准改进算法[J]. *中国惯性技术学报*, 2009, 17(6): 631-635.  
Zhao C S, Qin Y Y, Zhou Q. Modified two-position parameter identification alignment method[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2009, 17(6): 631-635 (in Chinese).
- [13] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 361-363.  
Qin Y Y. Inertial navigation [M]. Beijing: Science Press, 2006: 361-363 (in Chinese).
- [14] Zhao H, Shang H, Wang Z, et al. Comparison of initial alignment methods for SINS [C] // *World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 42-47.
- [15] Song L, Zhang C, Lu J. Self-alignment of full skewed RSINS: Observability analysis and full-observable Kalman filter [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2014, 25(1): 104-114.

## The simplest multi-position analytic alignment for SINS

TAN Caiming, WANG Yu, SU Yan\*, ZHU Xinhua

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** The strapdown inertial navigation system (SINS) need to be installed on a servo platform and rotated through  $90^\circ$  or  $180^\circ$  about the up axis for traditional multi-position analytic alignment method. Thus it will bring inconvenience, and the precision of the servo platform will directly affect the precision of the multi-position analytic alignment method. To address the issue, a simplest multi-position analytic alignment method was proposed. The multi-position analytic alignment can be done by any two positions, or to say, the constant biases of the inertial measurement unit (IMU) can be ordinarily obtained through the information in any two positions. The computation procedure of this method was given and simulations proved the validity of this method. The simplest multi-position analytic alignment with any two positions can be used as a simple initial alignment method or a field calibration method. Moreover, it is proposed that the constant bias of the accelerometer or the constant drift of the gyroscope in a certain axis can be well estimated when the IMU stays in some particular attitudes. The conclusion can be used for further improvement of the multi-position alignment method.

**Key words:** multi-position alignment; analytic alignment; constant bias; initial alignment; strapdown inertial navigation system (SINS)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0633

# 多元线性回归在引气系统故障诊断中的应用

梁坤<sup>1,2</sup>, 左洪福<sup>\*1</sup>, 孙见忠<sup>1</sup>, 王容辉<sup>3</sup>

(1. 南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016; 2. 淮阴工学院 交通学院, 淮安 223003; 3. 厦门航空公司, 厦门 361006)

**摘 要:** 针对利用快速存取记录器(QAR)数据进行民机系统故障诊断问题,以民机引气系统为对象,提出了一种适合多飞行循环数据特点的多元线性回归模型的故障检测方法。首先建立了多飞行循环数据的引气系统性能多元线性回归模型,设计了飞行循环和飞行循环内故障检测方法;然后采用最大后验估计方法进行模型参数估计;最后设计了适合多飞行循环数据的模型参数最大后验估计算法。借助仿真数据和航空公司收集的实际飞行数据对方法进行了验证,结果表明了该方法有效且具有一定工程应用价值。

**关键词:** 故障诊断; 多元线性回归模型; 快速存取记录器(QAR)数据; 最大后验估计; 引气系统

中图分类号: V245.4

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2015)09-1651-08



民用飞机的引气系统是为飞机的空调系统、发动机启动系统、液压油箱、水箱、防冰系统提供特定温度与压力的气源。引气系统故障常常直接影响到飞机的派遣放行导致航班延误甚至取消,这给航空公司带来巨大的经济损失。现代民机状态监控系统真实地记录飞机系统运行期间的环境、载荷、状态和性能等数据,数据保存在快速存取记录器(Quick Access Recorder, QAR)中,记载了丰富的系统健康状态相关飞行数据信息,不仅可用于飞行品质监控和评价,还为系统故障监测与诊断提供了丰富的数据源。QAR数据以往只是用来帮助提升安全管理水平和飞行质量,没有被应用到其他领域辅助决策,应用还不到其潜在价值的10%,数据潜在的巨大价值远未被挖掘<sup>[1]</sup>。从数据挖掘的角度,QAR的应用是基于历史数据进行民机系统故障诊断和预测,辅助机务人员完成预防维修工作,使运行保障人员可提前做好应

急准备,对于切实保障飞机的运行安全性、使用性、经济性和准点率具有重要意义。建立基于QAR数据的民机系统模型是进行故障诊断和预测的一种有效方法。

随着数据采集成本不断降低及应用需求的增长,现代民机采集的状态参数越来越多,近年来国内外对于飞行数据进行了一些研究。文献[2]研究了QAR超限事件飞行操作风险诊断方法;文献[3-5]研究了利用QAR数据建立燃油流量回归模型监控飞机性能,这些研究仅考虑多自变量和单一因变量的回归模型,也没有研究故障检测方法;文献[6-13]针对飞行数据用信号处理、聚类、特征提取和符号动力学方法进行异常监测,这些方法主要是对单变量信号进行研究,没有考虑多变量的情况;文献[14]研究了人工神经网络模型在B737飞机引气系统重要阀门的故障预测并进行验证;文献[15]研究了基于无迹卡尔曼滤波方法

收稿日期: 2014-10-15; 录用日期: 2015-01-16; 网络出版时间: 2015-02-25 15:32

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150225.1532.001.html

基金项目: 国家自然科学基金委员会与中国民用航空局联合基金(60939003); 国家自然科学基金(61403198); 江苏省青年基金(BK20140827)

作者简介: 梁坤(1978—),男,山东济宁人,博士研究生, kuml78024@nuaa.edu.cn

\* 通讯作者: 左洪福(1959—),男,湖南茶陵人,教授, rms@nuaa.edu.cn, 主要研究方向为可靠性工程、维修理论、故障诊断与监控等。

**引用格式:** 梁坤, 左洪福, 孙见忠, 等. 多元线性回归在引气系统故障诊断中的应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1651-1658. Liang K, Zuo H F, Sun J Z, et al. Application of multiple linear regression to fault diagnosis of bleed air system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1651-1658 (in Chinese).

检测和隔离飞机引气温度控制系统的传感器和阀门作动器故障;文献[16]通过有限元仿真分析预测飞机引气系统管道裂纹增长故障,这些研究只是利用故障历史数据和仿真方法对引气系统部分部件故障进行了研究,而没有充分利用 QAR 记录的引气系统状态监控数据来进行系统故障诊断.相关的一些使用飞行数据来构建模型进行故障研究包括美国宇航局的感应监测系统<sup>[17]</sup>和美国阿尔贡国家实验室的多元状态估计技术<sup>[18]</sup>,但由于技术保密看不到详细细节.文献[19]研究了同型号飞机相同系统的基于飞行数据的多元回归模型,但模型的参数估计算法用于单飞行循环数据,没有考虑多飞行循环数据的参数估计.本文研究了多飞行循环数据的民机引气系统多元回归模型和故障诊断方法,设计了适合多飞行循环飞行数据的模型参数最大后验估计算法,通过仿真数据验证了方法有效性,然后利用真实的引气系统飞行状态监控数据进行了引气系统故障诊断,验证了方法的可行性.该研究可为我国运输类飞机、通用飞机运营支持技术的关键技术飞机状态监控和健康管理提供技术参考.

## 1 多元线性回归模型及故障诊断

多元线性回归分析是一种有效的数据处理方法,在工业、农业、医学、社会调查、生物信息处理等领域被广泛应用.应用民机飞行数据建立回归模型和参数估计时,考虑研究对象和民机飞行数据特点才能建立有效故障诊断应用模型.下文将研究民机多飞行循环数据的引气系统多元线性回归模型和基于该模型的故障诊断.

设民机引气系统状态监控飞行数据为

$$D = \{ \{ \mathbf{x}_i(t), \mathbf{y}_i(t) \}_{t=1}^{T_i} \}_{i=1}^N \quad (1)$$

式中: $i=1, 2, \dots, N$ 为飞行循环序号; $\mathbf{x}_i(t)$ 为 $t$ 时刻影响系统输出的 $k$ 个监测参数数据点, $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbf{R}^k$ ; $\mathbf{y}_i(t)$ 为 $t$ 时刻系统输出 $m$ 个监测参数数据点, $\mathbf{y}_i(t) \in \mathbf{R}^m$ ; $t=1, 2, \dots, T_i$ , $T_i$ 为第 $i$ 个飞行循环采集到数据样本数.设 $x_1, x_2, \dots, x_k$ 为 $k$ 个自变量, $y_1, y_2, \dots, y_m$ 为 $m$ 个因变量,在同工况时因变量和自变量建立多元线性回归模型:

$$\begin{cases} y_1 = \beta_{01} + \beta_{11}x_1 + \beta_{21}x_2 + \dots + \beta_{k1}x_k + \varepsilon_1 \\ y_2 = \beta_{02} + \beta_{12}x_1 + \beta_{22}x_2 + \dots + \beta_{k2}x_k + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ y_m = \beta_{0m} + \beta_{1m}x_1 + \beta_{2m}x_2 + \dots + \beta_{km}x_k + \varepsilon_m \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\beta_{km}$ 为自变量 $k$ 对应变量 $m$ 的回归系数;

$\varepsilon_m$ 为误差.

式(2)可简化为矩阵形式:

$$\mathbf{Y}_{m \times T_i} = \boldsymbol{\beta}_{m \times (k+1)} \mathbf{X}_{(k+1) \times T_i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{m \times T_i} \quad (3)$$

式中: $\{ \mathbf{x}_i(t) \}_{t=1}^{T_i}$ 为 $\mathbf{X}$ 向量第 $i$ 飞行循环子集; $\{ \mathbf{y}_i(t) \}_{t=1}^{T_i}$ 为 $\mathbf{Y}$ 向量第 $i$ 飞行循环子集式(3)可看作多飞行循环民机引气系统多元线性回归模型,式(3)可等价于

$$\mathbf{y}_i(t) = \boldsymbol{\beta}_i \mathbf{x}_i(t) + \boldsymbol{\varepsilon}_i(t) \quad (4)$$

式中:假设 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ 为独立同分布 $N_m(0, \boldsymbol{\Sigma})$ , $\boldsymbol{\varepsilon}(t) \sim N_m(0, \boldsymbol{\Sigma})$ , $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbf{S}^m$ , $\mathbf{S}^m$ 为 $m \times m$ 的正定阵,为估计系统真值.对于性能正常的民机引气系统所有的飞行循环都应有类似的 $\boldsymbol{\beta}_i \in \mathbf{R}^{m \times (k+1)}$ ,即 $\boldsymbol{\beta}_i$ 相似 $\boldsymbol{\beta}_j$ 对所有 $j \neq i$ ; $\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) \in \mathbf{R}^m$ 为第 $i$ 飞行循环时模型残差,其协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 与 $\boldsymbol{\Sigma}_j$ 相似( $j \neq i$ ),这符合多飞行循环实际,而传统的多元回归并不考虑协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 与 $\boldsymbol{\Sigma}_j$ 相似性.

利用式(4)对应的模型进行系统故障诊断,主要采用扩展的标准多元统计过程控制(Multivariate Statistical Process Control, MSPC)方法<sup>[20]</sup>.对于诊断某一飞行循环系统故障要计算 $\boldsymbol{\beta}_i$ 的 Hotelling  $T^2$  统计值:

$$T_i^{\text{FC}} = (\text{vec}(\boldsymbol{\beta}_i - \bar{\boldsymbol{\beta}}))^\text{T} (\boldsymbol{\Sigma}^{\text{FC}})^{-1} (\text{vec}(\boldsymbol{\beta}_i - \bar{\boldsymbol{\beta}})) \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\Sigma}^{\text{FC}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\text{vec}(\boldsymbol{\beta}_i - \bar{\boldsymbol{\beta}})) (\text{vec}(\boldsymbol{\beta}_i - \bar{\boldsymbol{\beta}}))^\text{T}$ ; $\bar{\boldsymbol{\beta}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\beta}_i$ .

检测阈值 $L^{\text{FC}}$ 用指定置信水平 $\lambda$ 的 $F$ 分布对应值

$$L^{\text{FC}} = \frac{m(N+1)(N-1)}{N(N-m)} F_\lambda(m, N-m) \quad (6)$$

如果 $T_i^{\text{FC}} > L^{\text{FC}}$ 就认为引气系统在第 $i$ 个飞行循环发生故障.

在第 $i$ 个飞行循环内检测发生故障的时刻 $t$ 则要计算残差 $\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)$ 的 Hotelling  $T^2$  统计值:

$$T_i^{\text{res}}(t) = (\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) - \mathbf{S})^\text{T} (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_i)^{-1} (\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) - \mathbf{S}) \quad (7)$$

故障检测阈值 $L^{\text{res}}$ 的确定用 $\lambda$ 置信水平、参数 $m$ 和 $N^t - m$ 的 $F$ 分布:

$$L^{\text{res}} = \frac{m(N^t+1)(N^t-1)}{N^t(N^t-m)} F_\lambda(m, N^t-m) \quad (8)$$

式中: $N^t = \sum_{i=1}^N T_i$ ,如果 $T_i^{\text{res}}(t) > L^{\text{res}}$ 就认为引气系统在第 $i$ 个飞行循环 $t$ 时刻发生故障.

式(4)模型用于民机系统故障诊断需估计所

有飞行循环  $i$  的回归系数  $\beta_i$ 、残差  $\epsilon_i(t)$  的协方差  $\Sigma_i$  和超参数  $S$ .

## 2 模型的参数估计

传统的多元回归模型估计参数是模型系数  $\beta_i$ , 常用的方法是最大似然估计<sup>[21]</sup> 和近来发展的智能化算法<sup>[22]</sup>, 这些方法对单个飞行循环飞行数据的多元回归模型的参数估计研究较多, 参数估计时没有考虑多飞行循环间的残差的协方差矩阵服从的分布. 为利用式(4)的回归模型进行民机系统故障诊断, 本文设计了回归模型的多个飞行循环的协方差矩阵服从同分布的最大后验参数估计方法来估计  $\beta_i$ 、残差  $\epsilon_i(t)$  的协方差  $\Sigma_i$  和总体协方差  $S$ . 使用最大后验概率方法来估计想要的参数, 首先要研究多元回归模型的  $\Sigma_i$  和  $\epsilon_i(t)$  随机变量的密度函数.

对回归模型, 由于  $\epsilon(t)$  是独立同分布, 则  $y_i(t) \sim N_m(\beta_i x_i(t), \Sigma_i)$ ,  $y_i(t)$  的联合密度分布为

$$L(\beta_i, \Sigma_i | D) = \prod_{t=1}^{T_i} (2\pi)^{-\frac{k+1}{2}} |\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(y_i(t) - \beta_i x_i(t))^T \Sigma_i^{-1} \cdot (y_i(t) - \beta_i x_i(t))\right] = (2\pi)^{-\frac{(k+1)T_i}{2}} |\Sigma_i|^{-\frac{T_i}{2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T_i} (y_i(t) - \beta_i x_i(t))^T \cdot \Sigma_i^{-1} (y_i(t) - \beta_i x_i(t))\right] = (2\pi)^{-\frac{(k+1)T_i}{2}} |\Sigma_i|^{-\frac{T_i}{2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \Sigma_i^{-1} \text{tr}[(Y_i - \beta_i X_i)(Y_i - \beta_i X_i)^T]\right\} \quad (9)$$

式(9)就是一个飞行循环监测数据样本的似然函数, 对式(9)求对数, 忽略附加常量得  $\beta_i, \Sigma_i$  对数似然:

$$L(\beta_i, \Sigma_i | D) = -\frac{T_i}{2} \lg |\Sigma_i| - \frac{1}{2} \Sigma_i^{-1} \text{tr}[(Y_i - \beta_i X_i)(Y_i - \beta_i X_i)^T] \quad (10)$$

式(10)中参数矩阵  $\beta_i$  无先验值, 对多个飞行循环协方差  $\Sigma_i$  假定符合威沙特先验分布:

$$\Sigma_i \sim w(\omega^{-1} S, \omega + m + 1) \quad (11)$$

式中:  $\omega$  为先验超参数, 表示估计不同飞行循环的  $\Sigma_i$  之间的相似度. 对  $\Sigma_i$  的密度函数求对数, 得对数先验为

$$L(\Sigma_i | S, \omega) = -\frac{\omega + m + 1}{2} \lg |S| - \frac{\omega}{2} \lg |\Sigma_i| - \frac{\omega}{2} \text{tr}(S^{-1} \Sigma_i) \quad (12)$$

根据逆威沙特矩阵是多变量正态分布的共轭先验分布,  $S \sim w^{-1}(\alpha \Omega, \alpha - m - 1)$ , 则  $S$  的密度函数求对数, 得对数先验为

$$L(S | \Omega, \alpha) = -\frac{1}{2} \alpha \lg |S| - \frac{\alpha}{2} \text{tr}(\Omega S^{-1}) \quad (13)$$

式中: 超参数  $\alpha$  为  $S$  与  $\Omega$  的相似度;  $\Omega$  为式(4)对应模型的所有飞行循环的总体先验协方差.

多个飞行循环的引气系统回归模型(式(4))全概率密度函数为

$$L(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_N, S | D) = \prod_{i=1}^N L(\beta_i, \Sigma_i | D) \prod_{i=1}^N L(\Sigma_i | S, \omega) L(S | \Omega, \alpha) \quad (14)$$

对式(14)两边取对数, 忽略常量, 得对数后验:

$$L(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_N, S | D) = L(S | \Omega, \alpha) + \sum_{i=1}^N (L(\Sigma_i | S, \omega) + L(\beta_i, \Sigma_i | D)) \quad (15)$$

将式(9)、式(10)和式(12)代入式(15)的最大后验估计就是求  $L(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_N, S | D)$  的最大值:

$$\text{Max } L(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_N, S | D) = -(\alpha + N(\omega + m + 1)) \lg |S| - \alpha \text{tr}(\Omega S^{-1}) - \sum_{i=1}^N [(T_i - \omega) \lg |\Sigma_i| - \omega \text{tr}(S^{-1} \Sigma_i) - \text{tr}(\Sigma_i^{-1} (Y_i - \beta_i X_i)(Y_i - \beta_i X_i)^T)] \quad (16)$$

式中:  $\beta_i, \Sigma_i (i=1, 2, \dots, N)$  和  $S$  为待估参数; 超参数  $\alpha, \omega$  和  $\Omega$  用来调节待估参数性能的给定值. 为求解式(16), 令  $\Sigma_i^{-1} = O_i, \Sigma_i^{-1} \beta_i = H_i, S^{-1} = Z^T Z$ , 则式(16)可变形为

$$\text{Min } L(O, H, Z | D) = (\alpha + N(\omega + m + 1)) \lg |Z^T Z| + \alpha \text{tr}(Z^T \Omega Z) + \sum_{i=1}^N \{ (T_i - \omega) \lg |O_i| - \omega \text{tr}(Z^T O_i^{-1} Z) - \text{tr}(Y_i^T O_i Y_i) + 2 \text{tr}(Y_i^T H_i X_i) - \text{tr}[(H_i X_i)^T O_i^{-1} (H_i X_i)] \} \quad (17)$$

若式(17)被证明是凸形<sup>[23]</sup>, 则有最优解.

对式(17)中的  $O, H$  和  $Z$  分别求导并变回原来参数则可以得出式(18)~式(20):

$$S = \frac{1}{\alpha + N(\omega + m + 1)} (\alpha \Omega + \omega \sum_{i=1}^N \Sigma_i) \quad (18)$$

$$-(T_i - \omega) \Sigma_i - \omega \Sigma_i S \Sigma_i + Y_i Y_i^T - (\beta_i X_i)(\beta_i X_i)^T = 0 \quad (19)$$

$$\beta_i = Y_i X_i^T (X_i X_i^T)^{-1} \quad (20)$$

式(18)中的  $S$  的估计是先验引气系统协方差矩阵  $\Omega$  和每个飞行循环引气系统协方差矩阵的加权和,当超参数  $\alpha = 0$  和  $N$  很大时,  $S$  就是每个飞行循环协方差矩阵和的均值. 式(20)回归参数  $\beta_i$  的估计值和和每一个飞行循环的回归最小二乘法估计相同. 式(19)超参数  $\omega = 0$  即不考虑各飞行循环引气系统多元回归协方差服从同分布,并用式(20)替换  $\beta_i$  得  $\Sigma_i = \frac{1}{T_i} [Y_i Y_i^T - Y_i X_i^T (X_i X_i^T)^{-1} Y_i^T X_i^T]$ , 结果和单个飞行循环的多元回归最大后验估计相同,这说明单飞行循环是多飞行循环回归模型的一个特例,多飞行循环的回归模型鲁棒性更好.

### 3 求解算法

求解式(17)的最优问题采用块坐标下降(Block Coordinate Descent, BCD)法进行矩阵  $\Sigma_i$  和  $S$  的更新,该算法能够保证收敛和提高收敛速度<sup>[24-25]</sup>,适用于观测数据量大和多批次数据,算法流程如图1所示.

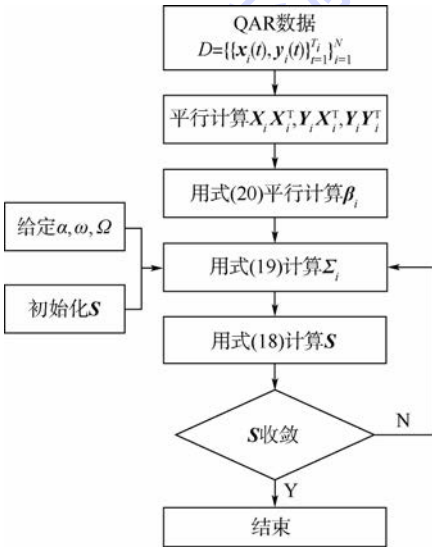


图1 引气系统线性多元回归参数估计算法流程图  
Fig. 1 Parameter estimation algorithm flowchart of bleed air system linear regression

根据多个飞行循环的引气系统飞行数据估计引气系统线性模型参数  $\beta_i$ ,  $\Sigma_i$  和  $S$  步骤如下:

- 1) 根据每个飞行循环引气系统飞行数据计算矩阵  $X_i X_i^T, Y_i X_i^T, Y_i Y_i^T$ .
- 2) 利用式(20)计算每个飞行循环引气系统模型的  $\beta_i$ .
- 3) 初始化  $S$ .
- 4) 对给定  $S$  利用式(19)求解每个飞行循环引气系统模型的  $\Sigma_i$ .

5) 用第4)步解出的  $\Sigma_i$  代入式(18)计算  $S$ .

6) 判断  $S$  是否收敛,如果收敛停止计算,否则回到第4)步.

超参数  $\alpha, \omega$  和  $\Omega$  一般根据经验来给定,  $\alpha > 0, \omega > 0$ , 当已知  $S$  近似  $\Omega$  则  $\alpha$  给定一个较大的值,当每个飞行循环  $\Sigma_i$  近似  $S$  时  $\omega$  给定一个较大的值,当  $\Omega$  缺少先验信息时令  $\Omega = \mu I (I$  为单位矩阵,  $\mu$  为比例系数).

### 4 例子

#### 4.1 仿真数据对参数估计和故障诊断验证

飞行循环  $i$  生成的  $m = 2, \Omega = 0, \beta_i \sim N((1.25, 0.78, 0.91, -0.218), 3I), \alpha = 0, \Sigma_i \sim w(\omega^{-1} S, \omega + m + 1), x_i(t) \sim N(0, 3I), y_i(t) \sim N(\beta_i x_i(t), \Sigma_i), S = \begin{pmatrix} 1 & 0.05 \\ 0.05 & 0.25 \end{pmatrix}$  和  $I$  为单位矩阵的某系统输入和输出仿真数据.

对仿真数据采用传统的不考虑每个飞行循环的协方差矩阵服从同分布的最大后验估计方法(mean1)来估计每个飞行循环的多元回归模型的协方差矩阵( $\hat{\Sigma}_i$ )和系数  $\hat{\beta}_i$ . 另外就是采用本文考虑每个飞行循环的协方差矩阵服从同分布的最大后验估计方法(mean2)估计每个飞行循环的多元回归模型的协方差矩阵( $\hat{\Sigma}_i$ )和系数  $\hat{\beta}_i$ . 对于  $\hat{\beta}_i$  值估计精度两种方法相同,对于  $\hat{\Sigma}_i$  估计效果采用 Frobenius 范数  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  来衡量. 系统的故障诊断准确率和  $\Sigma_i^{-1}$  估计准确度有关,  $\hat{\Sigma}_i^{-1}$  越接近  $\Sigma_i^{-1}$  故障诊断准确率越高,采用 Frobenius 范数  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  评估. 当  $\omega = 5$  时分别固定飞行循环数  $N$  和飞行循环内样本数  $T_i$ , 对应改变  $T_i$  和  $N$  仿真运行 500 次, 计算平均的  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  和  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$ , 仿真数据结果见表1. 作  $N = 10$  时  $T_i$  与  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F, \|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  的关系见图2, 作  $T_i = 10$  时  $N$  与  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F, \|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  的关系见图3.

图2可以看出在  $\omega = 5$  飞行循环数固定时本文方法在估计  $\hat{\Sigma}_i$  和  $\hat{\Sigma}_i^{-1}$  时精度均好于不考虑每个飞行循环多元回归模型的协方差间的相似时的最大后验估计;并且在估计飞行循环中飞行数据是小样本的系统模型  $\hat{\Sigma}_i$  时,本文方法效果明显好于传统方法,但随着样本数增加两种方法效果趋同. 图3中固定飞行循环中观测样本  $T_i = 100$ , 改变飞行循环数估计  $\hat{\Sigma}_i$  和  $\hat{\Sigma}_i^{-1}$  时,本文方法优于传统方法,特别是对  $\hat{\Sigma}_i^{-1}$  估计本文方法有较好的效果,但是随着飞行循环数的增加,两种方法对参数

$\hat{\Sigma}_i$  和  $\hat{\Sigma}_i^{-1}$  估计精度并没有明显的变化趋势.

和第80个飞行循环中分别注入突变故障. 当  $\lambda = 0.99$  时, 用式(5)和式(7)分别进行故障诊断, 结果如图4所示.

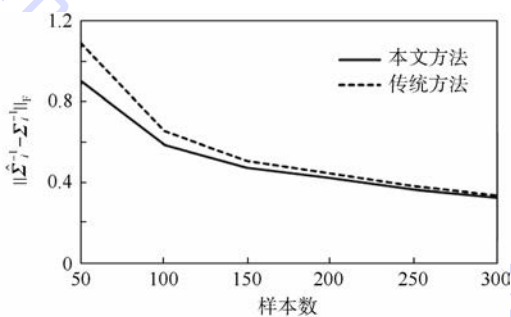
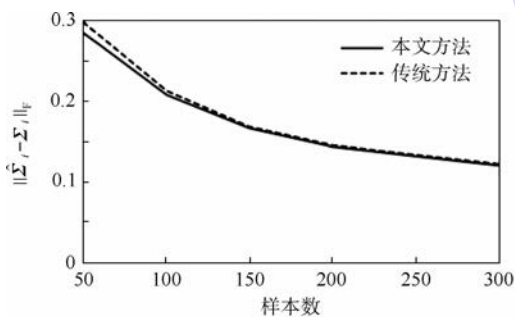
表1 两种方法的  $\hat{\Sigma}_i^{-1}$  和  $\hat{\Sigma}_i$  协方差矩阵估计结果

Table 1 Estimating result of covariance matrix  $\hat{\Sigma}_i^{-1}$  and  $\hat{\Sigma}_i$  by two methods

评估	方法	$T_i = 100, N = 10$	$T_i = 100, N = 20$	$T_i = 100, N = 40$	$T_i = 100, N = 80$	$T_i = 100, N = 160$	$T_i = 100, N = 320$
$\ \hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\ _F$	mean2	0.208 638 8	0.238 916 6	0.250 024 3	0.233 411 9	0.228 313 3	0.232 653 9
	mean1	0.213 16	0.254 536 9	0.265 992 2	0.240 786	0.233 427 2	0.233 256 5
$\ \hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\ _F$	mean2	0.585 245 7	0.554 588 2	0.562 179 6	0.535 938 6	0.620 065 7	0.623 586 4
	mean1	0.653 655 4	0.618 855 4	0.622 566 5	0.591 689 6	0.683 677 5	0.688 48

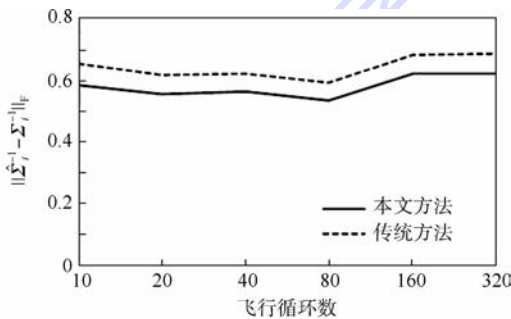
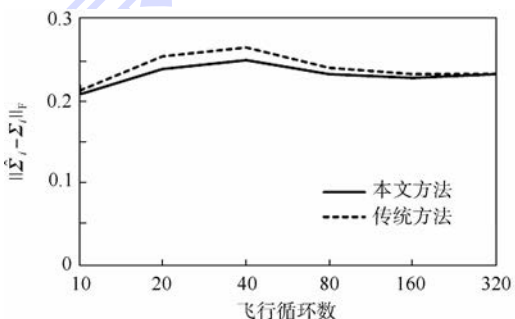
评估	方法	$T_i = 50, N = 10$	$T_i = 100, N = 10$	$T_i = 150, N = 10$	$T_i = 200, N = 10$	$T_i = 250, N = 10$	$T_i = 300, N = 10$
$\ \hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\ _F$	mean2	0.285 386 8	0.208 638 8	0.166 592 9	0.143 475 9	0.131 623 1	0.121 094 8
	mean1	0.298 376 3	0.213 16	0.169 149	0.145 266 4	0.133 221 6	0.122 028 9
$\ \hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\ _F$	mean2	0.899 105 9	0.585 245 7	0.470 849	0.420 69	0.360 459 7	0.324 979 8
	mean1	1.086 32	0.653 655 4	0.504 781 6	0.442 048 6	0.379 395 6	0.336 657 3



(a) 样本数与  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  关系 (b) 样本数与  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  关系

图2 不同样本数时  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  与  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  的估值 ( $\omega = 5, N = 10$ )

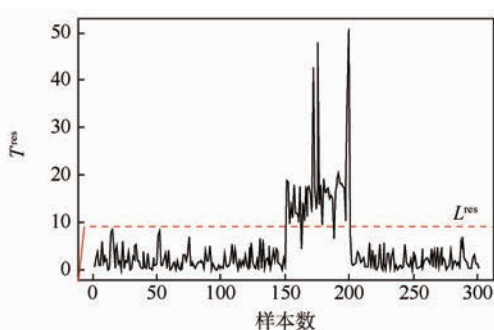
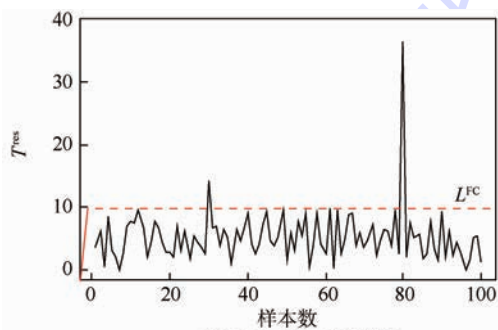
Fig. 2 Estimating value of  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  and  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  in different sample numbers ( $\omega = 5, N = 10$ )



(a) 飞行循环数与  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  关系 (b) 飞行循环数与  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  关系

图3 不同飞行循环数时  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  与  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  的估值 ( $\omega = 5, T_i = 100$ )

Fig. 3 Estimating value of  $\|\hat{\Sigma}_i - \Sigma_i\|_F$  and  $\|\hat{\Sigma}_i^{-1} - \Sigma_i^{-1}\|_F$  in different flight cycle numbers ( $\omega = 5, T_i = 100$ )



(a) 飞行循环的故障检测图

(b) 第79到第81个飞行循环观测样本故障检测图

图4  $T^{res}$  飞行循环和观测样本的故障检测图

Fig. 4 Fault detection of flight cycles and observed sample by  $T^{res}$

故障诊断性能评估主要采用准确率(Accuracy,  $A$ )、虚警率(False Alarm Rate, FAR)和漏警率(Missing Alarm Rate, MAR)的指标. 以飞行循环为样本进行故障诊断时  $A = 100\%$ 、 $FAR = 0$ 、 $MAR = 0$ ; 以飞行循环中观测样本值进行故障诊断时  $A = 99.81\%$ 、 $FAR = 0.057\%$ 、 $MAR = 0.1\%$ .

从图4可以看出本文方法能够从飞行循环和观测样本的  $T_i^{res}$  有效检测系统故障.

#### 4.2 民机引气系统故障诊断实例

使用某航空公司民机引气系统有温度调控故障的200个飞行循环的真实状态监测数据, 其中含有故障记录前50个飞行循环和维修后150个飞行循环的QAR数据. 根据飞机飞行剖面和监控状态参数地/空、机翼防冰、左发整流罩防冰、右发整流罩防冰、左空调组件、右空调组件监测值, 选用飞机在巡航状态并且机翼防冰、左发整流罩防冰、右发整流罩防冰关闭, 左空调组件、右空调组件开启时的QAR数据来验证本文方法. 引气系统建模参数如表2所示.

表2 引气系统建模参数

Table 2 Bleed air system modeling parameters

变量	监测参数	参数单位
自变量	N12(低速转子转速)	% r/min
	N22(高速转子转速)	% r/min
	$T$ (外界温度)	$^{\circ}\text{C}$
	$A_i$ (海拔)	km
	$M$ (飞行速度)	$Ma$
因变量	BP(引气管道压力)	$10^5 \text{ Pa}$
	BT(引气管道温度)	$^{\circ}\text{C}$

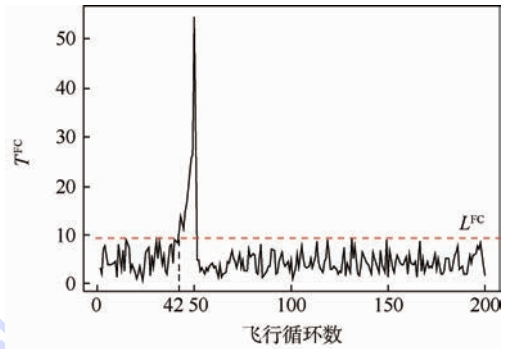
可通过式(5)、式(6)计算  $T_i^{FC}$  和  $L^{FC}$ ; 根据维修后引气系统正常时的150个飞行循环巡航数据估计出

$$S = \begin{pmatrix} 0.0011553910 & -0.0001282811 \\ -0.0001282811 & 0.0010568762 \end{pmatrix}$$

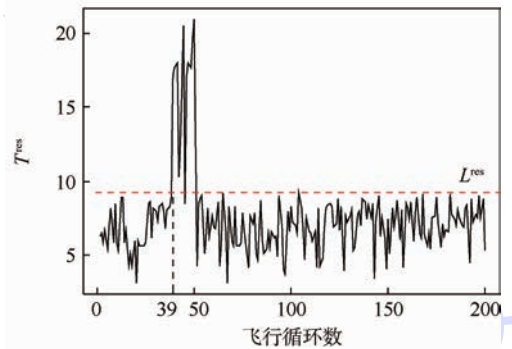
然后根据式(7)、式(8)计算故障维修前50个飞行循环的  $T_i^{res}(t)$  和  $L^{res}$ , 为了便于绘图观察, 把  $T_i^{res}(t)$  转化成  $T_i^{res} = \frac{1}{T_i} \sum_{t=1}^{T_i} T_i^{res}(t)$ , 当  $\lambda = 0.99$  分别进行故障诊断, 结果如图5所示.

从图5可以看出, 本文方法根据飞行状态监控数据建立多元回归统计模型可以有效诊断引气系统是否发生故障, 图5(a)用飞行循环中的模型系数进行引气系统故障诊断, 异常发生在第42个飞行循环, 提前8个飞行循环诊断出故障; 图5(b)用飞行循环样本残差进行引气系统故障诊断, 在第39个飞行循环检测到异常, 提前11个飞行循环诊断出故障, 用飞行循环样本残差进

行引气系统故障诊断效果较好. 但是用飞行循环样本残差故障检测, 由于采集数据噪声的影响会产生虚警, 如图5(b)第42个飞行循环被检测为正常.



(a) 飞行循环的故障检测图



(b) 飞行循环样本残差故障检测图

图5 Hotelling  $T^2$  引气系统故障检测图

Fig. 5 Fault detection of bleed air system by Hotelling  $T^2$

## 5 结论

本文研究了一种适合多飞行循环QAR数据的民机引气系统多元线性回归的故障诊断方法, 通过对仿真数据和实际含故障的飞行循环数据分析得出:

1) 飞行循环和飞行循环内故障检测方法均可有效检测引气系统故障, 且飞行循环内故障检测能提前故障发现时机.

2) 基于历史飞行数据的民机引气系统性能的多元线性模型使用本文方法估计模型参数在小样本时有较好的效果.

3) 本文方法适用于QAR数据建模, 为分析QAR数据中蕴含的规律提供了工具. 该方法可提前检测引气系统故障, 实现“风险关口前移”, 对保障飞机的运行安全性和准点率、提前安排维修计划有重要意义.

下一步将结合实际飞行数据在工程应用中进一步验证改进本文所提方法, 同时推广应用到民机其他复杂系统的故障诊断.

## 参考文献 (References)

- [1] 周新颖,谭朝阳,刘倩.挖潜“大数据”时代 QAR 如何改变飞行运营? [N]. 中国民航报,2013-10-25(04).  
Zhou X Y, Tan Z Y, Liu Q, In tapping the potential of “big data” era how exploit QAR to change the flight operations? [N]. CCAC Journal, 2013-10-25(04) (in Chinese).
- [2] 祁明亮,邵雪焱,池宏. QAR 超限事件飞行操作风险诊断方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(10): 1207-1210.  
Qi M L, Shao X Y, Chi H. Flight operations risk diagnosis method on quick-access-record exceedance [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(10): 1207-1210 (in Chinese).
- [3] 孔成安,李文华,尹湛. 利用 QAR 数据实施飞机性能监控 [J]. 中国民用航空, 2008, 94(10): 54-56.  
Kong C A, Li W H, Yin Z. Monitoring aircraft performance with QAR data [J]. China Civil Aviation, 2008, 94(10): 54-56 (in Chinese).
- [4] 耿宏,揭俊. 基于 QAR 数据的飞机巡航段燃油流量回归模型 [J]. 航空发动机, 2008, 34(4): 46-50.  
Geng H, Jie J. Fuel flow regression model of aircraft cruise based on QAR data [J]. Aeroengine, 2008, 34(4): 46-50 (in Chinese).
- [5] 曹惠玲,贾超. 基于 QAR 的飞机爬升阶段燃油流量回归模型研究 [J]. 中国民航大学学报, 2013, 31(3): 31-35.  
Cao H L, Jia C. Research of fuel flow regression model of aircraft climb phase based on QAR [J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2013, 31(3): 31-35 (in Chinese).
- [6] 王帮峰,林剑祥,芦吉云. 基于 EEMD-HT 的飞行数据小突变信号检测 [J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(3): 388-392.  
Wang B F, Lin J X, Lu J Y. Small mutation signal detection for flight data based on empirical mode decomposition and Hilbert transform [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(3): 388-392 (in Chinese).
- [7] 韩旻,赵清洲. 一种基于阴性选择算法的飞行数据异常值检测方法 [J]. 航空计算技术, 2010, 40(4): 53-55.  
Han M, Zhao Q Z. A detection method of abnormal flight data based on negative selection [J]. Aeronautical Computing Technique, 2010, 40(4): 53-55 (in Chinese).
- [8] 吕永乐,郎荣玲. 基于奇异值分解的飞行数据降噪方法 [J]. 计算机工程, 2010, 38(3): 260-262.  
Lyu Y L, Lang R L. Noise reduction method for flight data based on singular value decomposition [J]. Computer Engineering, 2010, 38(3): 260-262 (in Chinese).
- [9] Dimogianopoulos D G, Hios J D, Fassois S. Fault detection and isolation in aircraft systems using stochastic nonlinear modelling of flight data dependencies [C] // Proceedings of 14th Mediterranean Conference on Control and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 1-6.
- [10] Das S, Sarkar S, Ray A, et al. Anomaly detection in flight recorder data: A dynamic data-driven approach [C] // Proceedings of American Control Conference (ACC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 2668-2673.
- [11] Chu E, Gorinevsky D, Boyd S. Detecting aircraft performance anomalies from cruise flight data [C] // AIAA Infotech Aerospace Conference. Reston: AIAA, 2010: 2010-0337.
- [12] Gorinevsky D, Matthews B, Martin R. Aircraft anomaly detection using performance models trained on fleet data [C] // Proceedings of Conference on Intelligent Data Understanding (CIDU). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 17-23.
- [13] Chu E, Gorinevsky D, Boyd S P. Scalable statistical monitoring of fleet data [C] // World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC). Laxenburg: IFAC, 2011, 18(1): 13227-13232.
- [14] Abdelrahman W G, Al-Garni A Z, Al-Wadiee W. Application of back propagation neural network algorithms on modeling failure of B-737 bleed air system valves in desert conditions [J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 225: 505-510.
- [15] Shang L, Liu G. Sensor and actuator fault detection and isolation for a high performance aircraft engine bleed air temperature control system [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 19(5): 1260-1268.
- [16] Lakkundi A B. Prediction of crack growth in aircraft engine bleed air ducts using finite element and crack growth analysis [D]. Wichita: Wichita State University, 2006.
- [17] Iverson D L. Inductive system health monitoring [C] // Proceedings of International Conference on Artificial Intelligence (IC-AI). Athens, Georgia: CSREA Press, 2004: 605-611.
- [18] Gross K C, Singer R M, Wegerich S W, et al. Application of a model-based fault detection system to nuclear plant signals, ANL/RA/CP-92110 [R]. 1997.
- [19] Gorinevsky D. Bayesian fault isolation in multivariate statistical process monitoring dimitry gorinevsky [C] // Proceedings of American Control Conference (ACC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 1963-1968.
- [20] Wang H, Chai T Y, Ding J L, et al. Data driven fault diagnosis and fault tolerant control: Some advances and possible new directions [J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(6): 739-747.
- [21] Lee S Y, Tsang S Y. Constrained maximum likelihood estimation of two-level covariance structure model via EM-type algorithms [J]. Psychometrika, 1999, 36(4): 435-450.
- [22] 刘锦萍,郁金祥. 基于改进的粒子群算法的多元线性回归模型参数估计 [J]. 计算机工程与科学, 2010, (4): 101-105.  
Liu J P, Yu J X. Parameter estimation of multiple linear regression models based on the improved particle swarm optimization algorithm [J]. Computer Science & Engineering, 2010, (4): 101-105 (in Chinese).
- [23] Boyd S P, Vandenberghe L. Convex optimization [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 82-93.
- [24] Nesterov Y. Efficiency of coordinate descent methods on huge-scale optimization problems [J]. SIAM Journal on Optimization, 2012, 22(2): 341-362.
- [25] Richtárik P, Takáč M. Iteration complexity of randomized block-coordinate descent methods for minimizing a composite function [J]. Mathematical Programming, 2012, 144(1-2): 1-38.

## Application of multiple linear regression to fault diagnosis of bleed air system

LIANG Kun<sup>1,2</sup>, ZUO Hongfu<sup>\*1</sup>, SUN Jianzhong<sup>1</sup>, WANG Ronghui<sup>3</sup>

(1. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Transportation, Huaiyin Institute of Technology, Huaian 223003, China;

3. Xiamen Airlines, Xiamen 361006, China)

**Abstract:** To solve the fault diagnosis problem of civil aircraft systems by utilizing quick access record (QAR) data, with the civil aircraft bleed air system as the research object, we proposed a fault detection method of multiple linear regression model for multi-flight cycle data characteristics. Firstly, the multi-linear regression model of bleed air system performance was established for multi-flight cycles data and the fault detection method of flight cycles and flight cycle's interior was designed. Then the model parameters were estimated by maximum posteriori method. Finally, the maximum posteriori estimation algorithm of the model parameters was designed for multi-flight cycle data. With simulated data and actual flight data collected by airlines, the method was validated. The results show the method's feasibility and application value in engineering practice.

**Key words:** fault diagnosis; multiple linear regression model; quick access record (QAR) data; maximum posteriori estimation; bleed air system

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0641

# 三角形机翼参数化有限元网格划分与调整方法

许孟辉, 邱志平\*

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)



**摘 要:** 为缩短有限元建模周期,提高三角形机翼结构分析、设计与优化的效率,首先,以其满足预定气动性能的几何外形为输入,定义了易用的有限元节点与单元的编号规则;基于可设计的机翼内部构型参数及可变的有限元尺寸参数的设置,引入了翼肋贯穿截止准则以满足任意输入的内部构型的初步判断;借助自定义形状矩阵完成了节点布置与单元生成,进一步通过有限元网格细化完成了开口设置、翼肋贯穿位置修正及桁条建模.然后,基于已建立的有限元网格实现了内外侧副翼翼肋位置的小幅调整及旋转舵面的角度调整,以满足不同飞行状态下结构分析需求.最后,应用 PCL 语言开发了参数化建模模块,实例表明了方法的有效性和模块可靠性.

**关键词:** 三角形机翼; 参数化建模; 有限元模型; PCL 语言; 二次开发

**中图分类号:** V221

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1659-07

三角形机翼(三角翼)是轻型飞机及歼击机的典型代表构型之一.作为提高设计质量和缩短设计周期的重要途径,计算机仿真技术及相关软件系统在三角翼的初步设计和详细设计中得到了大量应用<sup>[1-3]</sup>.而当前三角翼结构的有限元建模耗时低效,已成为限制其结构分析、设计与优化整体效率的瓶颈问题之一<sup>[4-7]</sup>.参数化有限元建模是提高有限元模型构建效率必不可少的手段之一.

MSC. Patran 是国际航空航天器结构分析领域的基准软件,也是工业领域内著名的并行框架式有限元前后处理及分析仿真系统.用户可利用其强大的 PCL (Patran Command Language) 语言<sup>[6-14]</sup>和编程函数库将自行开发的应用程序、功能及应特殊要求开发的内容直接嵌入 MSC. Patran 的框架系统,或单独使用或与其他系统联合使用.

本文以其为平台引入三角翼结构的参数化有限元网格快速建立与调整方法,提高结构分析、设计与优化效率.

刘虎等<sup>[5-7]</sup>研究了机身/机翼结构的参数化几何建模方法与参数化有限元建模方法,虽可以人工控制有限元节点与单元信息,但机翼结构的参数化有限元建模的前提是实现其参数化几何建模.舒恪晟等<sup>[8]</sup>以 PCL 语言开发了机身结构参数化几何建模软件,但并未实现对有限元建模.陈小前等<sup>[9]</sup>与何祖平和王德禹<sup>[10]</sup>在实现结构参数化建模过程中以基于 MSC. Patran 的参数化几何建模为输入,通过网格种子实现结构的有限元建模,无法实现对有限元节点与单元的人工可控.陈博等<sup>[11]</sup>、匡国强和张晓晶<sup>[12]</sup>与刘斌等<sup>[13]</sup>以不同分析目的为指导借助 PCL 语言实现结构的快速建模与分析,但所提方法无法应用于三角翼结构

收稿日期: 2014-10-16; 录用日期: 2014-11-20; 网络出版时间: 2015-03-23 14:48

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150323.1448.001.html

基金项目: 北京航空航天大学博士研究生创新基金(YWF-14-YJSY-017)

作者简介: 许孟辉(1986—),男,山东德州人,博士研究生,13716408732@163.com

\* 通讯作者: 邱志平(1962—),男,吉林长春人,教授, zpiu@buaa.edu.cn, 主要研究方向为飞行器设计、结构动力学、可靠性分析与优化设计等.

**引用格式:** 许孟辉, 邱志平. 三角形机翼参数化有限元网格划分与调整方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1659-1665.  
Xu M H, Qiu Z P. Parametric finite element meshing and adjustment for delta wing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1659-1665 (in Chinese).

的参数化有限元建模,并且有限元的节点与单元信息可控性差.为克服结构参数化有限元网格划分对参数化几何建模的依赖,并且有效控制有限元节点与单元信息(位置或编号),本文以典型多梁式三角翼结构为对象探讨其参数化有限元网格划分方法.

## 1 三角翼及其预处理

三角翼(如图1所示)结构由主机翼( $P_{11}$ 、 $P_{12}$ 和 $P_{13}$ )、前缘襟翼( $P_2$ )和内外侧副翼( $P_3$ 和 $P_4$ )组成,其中主机翼为厚蒙皮多墙式结构,主要包括翼梁、纵墙、翼肋、桁条和蒙皮等结构件.翼梁和纵墙承受机翼总体剪力和弯矩,并通过固支于机身而获得支反力和支反弯矩;翼肋维持机翼剖面所需形状,将自身及收集到的气动载荷传递给蒙皮、翼梁/墙腹板组成的翼盒;蒙皮承受空气动力,并在蒙皮与翼肋有连接的情况下传递气动载荷给长桁和翼肋;桁条承受蒙皮局部气动力并将其传递给翼肋.

由于机翼前后缘的翼型非常薄,腹板单元若按实际取,常常是畸形的,造成刚度矩阵奇异.一般情况下,按照剖面面积不变的原则,将平面外形向内适当收缩,而翼型高度略微增加,如图2所示,满足剖面面积 $S_2 + S_3 = S_1$ .这样,既不会使刚度矩阵奇异,又不会造成大的误差<sup>[15]</sup>.

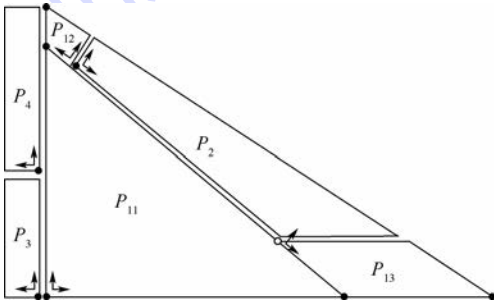


图1 三角翼示意图

Fig. 1 Sketch of a delta wing

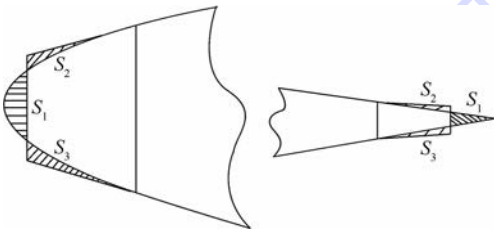


图2 修正原理图

Fig. 2 Principle of amendment

通过剖面面积等效处理后三角翼结构气动外形如图3所示,上下翼面一般为曲面,外形线为曲线

时可采用不同精度的分段近似.

本文以图3所示气动外形为输入,考虑方法的通用性,将其划分为如图1所示的6个部分,各部分有限元网格独立建立,最后组成一个完整网格.通过选取表1所列之几何参数,实现三角翼结构参数化网格划分与调整.

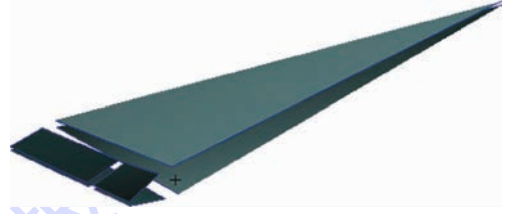


图3 气动外形示意图

Fig. 3 Sketch of aerodynamic configuration

表1 几何参数列表

Table 1 Geometric parameters list

区域编号	参数类型
$P_{11}$	基本外形参数
	翼梁/纵墙的位置及数目
	翼肋的位置及数目
	桁条的位置及数目
$P_{12}$	基本外形参数
$P_{13}$	斜翼肋的数目
$P_2$	前缘襟翼的位置参数
	斜翼肋的数目
$P_3$	内侧副翼的位置参数
	翼肋的位置与数目
$P_4$	外侧副翼的位置参数
	翼肋的位置及数目
无	左右机翼的间距

## 2 参数化网格划分

为满足对不同精度有限元网格的需求,本文实现机翼展向、弦向和垂向3个方向的单元尺寸的参数化.由于网格单元可以通过节点按照特定顺序连接而自动生成,节点的生成与管理是整体参数化网格划分的关键.对于由不同区域有限元网格组合而形成整体有限元网格的大型结构而言,为预防出现编号重复或编号不协调,规定节点与单元的编号格式是非常必要的.同时,满足一定格式的编号方法对实现节点和单元的管理(如单元分组等)十分有益.

### 2.1 节点编号定义

节点本质上可视为二维数组,分别存储节点编号和节点空间位置,其中节点编号规则由设计人员自定义实现,节点空间位置信息由几何求交运算或数值计算确定.为方便确定三角翼有限元网格的节点空间位置,在不同分区建立适当的局

部坐标系,如图1所示.

根据有限元建模“由大及小划分,以小代大模拟”的基本思路,图1中三角翼结构的不同分区可视为一种粗略的有限单元划分格式.进一步,在不同分区内部,以翼肋为切入点对节点进行编号,通过翼肋与其他各个结构件的相交关系定义节点编号显示格式:

$$N = N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6 N_7 N_8 \quad (1)$$

对应的节点编号数值计算格式为

$$N = N_1 \times 10^7 + (N_2 N_3) \times 10^5 + N_4 \times 10^4 + (N_5 N_6) \times 10^2 + N_7 \times 10^1 + N_8 \quad (2)$$

式中: $N_1$ 为机翼位置序号,左侧机翼取值为1,右侧机翼取值为2; $N_2 N_3$ 为不同分区内的翼肋序

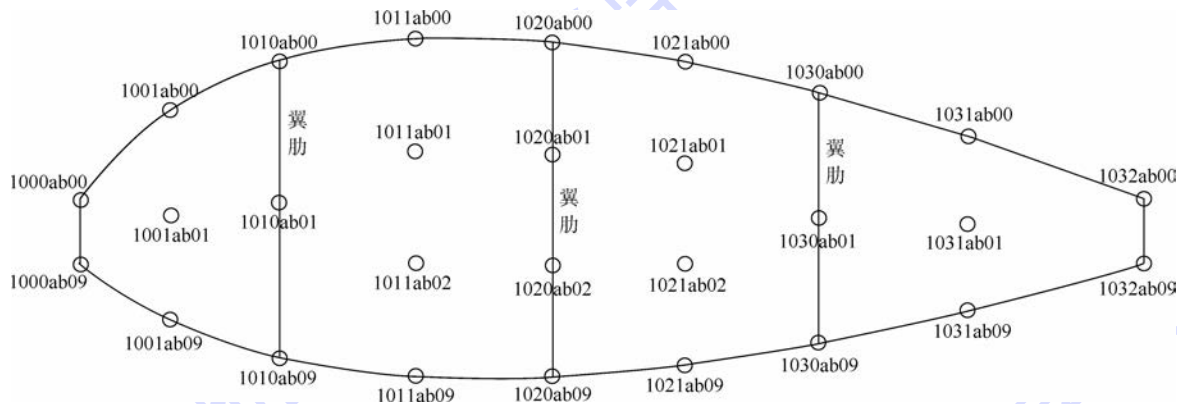


图4 左侧机翼 ab 梁腹板的节点编号

Fig. 4 Numbers of nodes on web of beam ab of left wing

## 2.2 单元编号定义

网格单元通过满足自定义编号规则的网格节点按一定顺序连接而自动生成.根据网格节点编号规则,单元编号显示格式定义为

$$N = N_1 e N_2 N_3 N_4 N_5 N_6 N_7 N_8 \quad (3)$$

相应的数值计算格式为

$$N = N_1 \times 10^8 + e \times 10^7 + (N_2 N_3) \times 10^5 + N_4 \times 10^4 + (N_5 N_6) \times 10^2 + N_7 \times 10^1 + N_8 \quad (4)$$

式中: $N_i$ 含义与式(1)和式(2)中对应含义相同, $i = 1, 2, \dots, 8$ ;  $e$ 为单元类型序号,规定:

1) 壳单元:蒙皮取值为0,梁/墙腹板取值为1,肋腹板取值为2,斜肋(位于区域 $P_{13}$ 和 $P_2$ )腹板取值为3.

2) 杆单元:梁/墙/缘条与桁条取值为4,肋缘条取值为5,斜肋缘条取值为6.

值得注意的是,在三角形单元和四边形单元过渡区内,为避免单元编号非协调性,本文对三角形单元编号进行了修正,如将单元编号中的 $N_2 N_3$ (或 $N_5 N_6$ )以 $N_2 N_3 + 20$ (或 $N_5 N_6 + 20$ )代替.

号.区域 $P_{11}$ 编号范围为0~19;区域 $P_{12}$ 编号范围为20~29;区域 $P_{13}$ 编号范围为30~39;区域 $P_2$ 编号范围为40~49;区域 $P_3$ 编号范围为50~59;区域 $P_4$ 编号范围为60~69; $N_4$ 为翼肋间节点序号,取值范围为0~9; $N_5 N_6$ 为不同分区内的梁/墙序号; $N_7$ 表示梁/墙间节点序号,取值范围为0~9; $N_8$ 为上下蒙皮间节点序号,取值范围为0~9,上蒙皮节点取值为0,下蒙皮节点取值为9,中间节点取值范围为1~8.

根据式(1)所确定的节点编号格式,图4给出了左侧三角翼 ab 梁腹板的节点编号.需要注意的是,编号格式中各变量的取值范围确定了式(1)的实际适用范围,可根据具体问题予以调整.

## 2.3 网格划分

### 2.3.1 骨架布局的确定

在自定义气动外形所对应的主受力盒区 $P_{11}$ 中,设计人员给定局部坐标系下的梁/墙位置参数及翼肋位置参数,在加工工艺等约束下,需要定义翼肋沿 $x$ 方向贯穿位置,即通过图5中 $y$ 与 $y_1, y_2$ 的自定义逻辑关系计算翼肋贯穿位置的 $x$ 坐标值,以确定机翼骨架几何布局满足设计人员的要求.本文引入工艺参数 $a$ ,通过

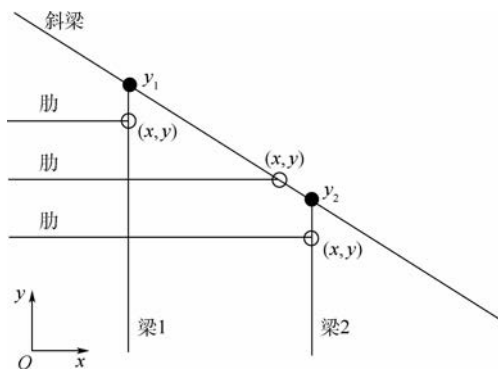


图5 肋端点位置图

Fig. 5 Sketch of rib end locations

$$\text{翼肋截止于} \begin{cases} \text{梁 1} & y_1 - a < y < y_1 \\ \text{斜梁} & y_2 < y \leq y_1 - a \\ \text{梁 2} & y_2 - a \leq y < y_2 \end{cases}$$

初步判断翼肋贯穿截止坐标并依此建立初步有限元网格. 借助第 2.3.4 节网格细化操作可确定翼肋最终的理想贯穿截止位置.

### 2.3.2 节点布置的确定

在给定三角翼所有几何参数的情况下, 其不同分区内由梁/墙、翼肋、桁条等围成的单位分区主要有 5 种情形, 在上下翼面间的中面处的投影如图 6 所示. 因此, 需要分别确定在此 5 种不同情形下的节点布置方式.

引入对应骨架布局等逻辑判断的形状矩阵  $M_{2 \times 5}$ , 该矩阵的每一列分别依次存储从左下角顶点坐标起沿逆时针方向的各项点坐标, 若无对应顶点, 则初始化对应元素为 0, 如图 7 所示.

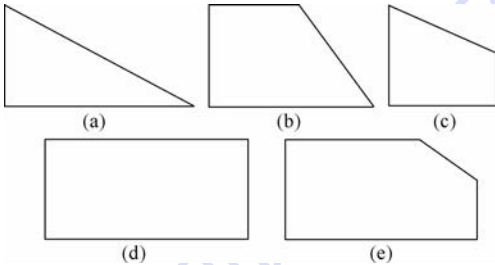


图 6 骨架结构的中面投影单位分区形状  
Fig. 6 Shapes of unit region of projections of skeleton components on middle plane

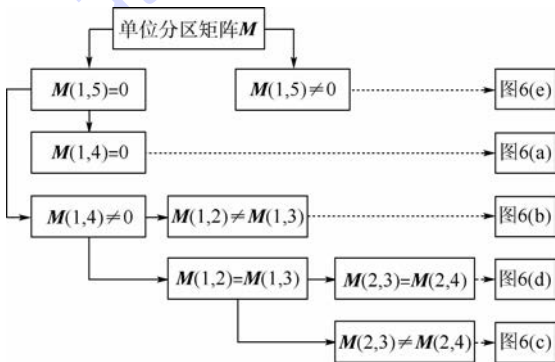


图 7 形状矩阵与单位分区的关系

Fig. 7 Relationships between geometrical matrix and unit regions

通过形状矩阵  $M$  确定不同单位分区的节点布置方式. 值得注意的是, 决定节点间距的单元尺寸是设计人员输入参数. 因此, 需要引入非矩形单位分区的节点布置截止原则. 以图 6(a) 所示机翼中面的三角形单位分区为例, 基于弦向单元尺寸由左向右依次布置底边的节点, 当待布置节点与右下角顶点之间的距离满足一定关系, 则待布置

节点取作右下角顶点. 进一步, 以底边弦向节点为基础, 逐列布置每个底边节点对应的展向节点, 当待布置展向节点与底边节点对应的斜边节点(通过底边节点的垂线与斜边的交点)之间的距离满足一定关系时, 待布置节点取作底边节点对应的斜边节点. 而距离关系可以由设计人员通过单元长细比等参数自定义. 通过三角翼中面的布置节点投影至上下翼面, 并可以根据垂向单元尺寸参数确定腹板位置处的节点, 最后将中面辅助节点删除.

### 2.3.3 有限元网格划分

按照指定顺序依次连接已有的节点可以生成相应的有限单元并分组, 在该过程中通过弦向相邻 2 列的节点数目之间的关系确定四边形单元与三角形单元的具体节点连接方式. 对于相邻单位分区的单元连接则借助相应形状矩阵完成. 进一步, 由式(4)赋予相应单元编号, 至此已建立初步有限元网格. 根据机身两侧三角翼的对称性, 另一侧三角翼的有限元网格可以通过两机翼间距对称生成, 并赋予相应的节点编号和单元编号.

### 2.3.4 有限元网格细化

基于已建立的三角翼有限元网格, 设计人员可以对其完成进一步细化, 以 2 个梁/墙编号和 2 个翼肋编号作为参数完成机翼开口设置, 以翼肋贯穿位置调整参数确定翼肋理想贯穿位置, 以梁/墙编号为参数完成相应的桁条等网格划分, 这些网格细化操作均可以通过删除已有单元与部分关联节点完成.

值得注意的是, 本文以三角翼结构的有限元网格划分为重点, 不同分区间的连接、单元属性、边界条件及载荷等的设置则仍通过 MSC. Patran 完成.

## 3 参数化网格调整

在很多情形下, 设计人员期望以当前有限元网格为基础以较小代价完成网格一定幅度的调整. 如内/外侧副翼中翼肋的位置调整、适应不同飞行状态的前缘襟翼及内外侧副翼等活动舵面的旋转角度调整等.

### 3.1 位置调整

内/外侧副翼中翼肋的位置调整是通过指定翼肋序号与待移动新位置坐标 2 个参数完成. 值得注意的是: ①限于主受力盒区中梁、墙、翼肋间相交的关系复杂, 不宜进行翼肋和梁/墙位置的局部调整; ②由于结构件的位置调整是通过节点移动完成, 为避免引起气动外形的大幅变化, 位置调

整仅适用于一定距离内的结构件位置移动.而大幅度的结构件位置调整亦可以通过结构件重新参数化网格划分完成.

### 3.2 角度调整

在不同飞行状态下,前缘襟翼和内/外侧副翼的旋转状态是不同的.为快速建立不同飞行状态下三角翼结构的有限元网格,可以通过旋转角度参数实现活动舵面有限元网格的角度调整.

## 4 实例

基于所提参数化网格划分方法,本文借助PCL语言开发了三角翼结构参数化有限元网格划分模块,如图8所示.并对图3所示的三角翼结构进行参数化有限元网格划分.

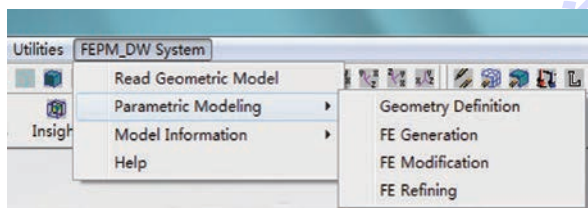


图8 参数化网格划分模块

Fig. 8 Parametric meshing module

### 4.1 有限元网格划分

在给定2种不同的几何参数与有限元尺寸参数前提下,所生成的三角翼结构初始有限元网格如图9所示,对应的骨架有限元网格如图10所示.

在第2种参数设置下,通过给定开口参数、翼肋贯穿位置参数及桁条对应梁/墙序号参数,可以得到细化的骨架有限元网格,如图11所示.

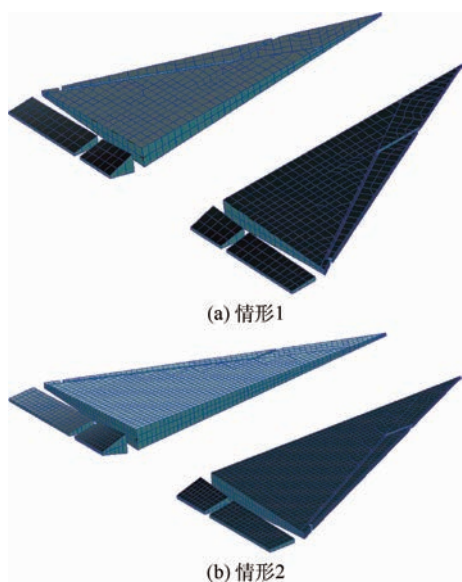


图9 情形1和情形2下的机翼有限元网格

Fig. 9 Finite element (FE) meshing of wing in Case 1 and Case 2

在建立有限元过程中,相应的分组同步完成,如图12所示.

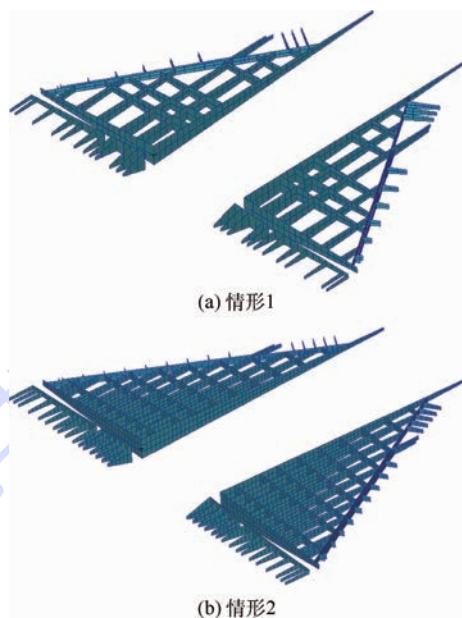


图10 情形1和情形2下的骨架有限元网格

Fig. 10 FE meshing of skeleton in Case 1 and Case 2

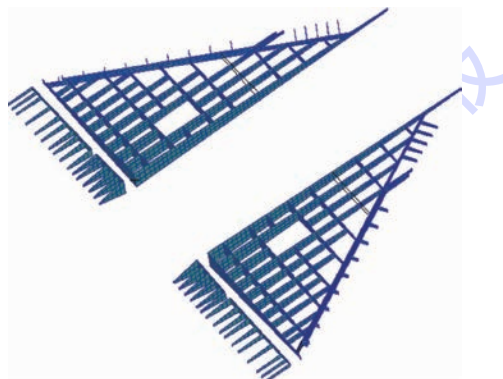


图11 细化的骨架有限元网格

Fig. 11 Refined FE meshing of skeleton

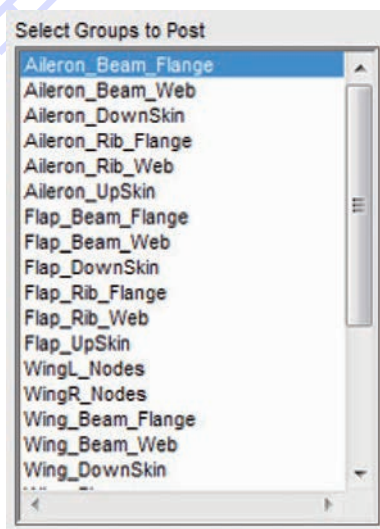


图12 自动分组结果

Fig. 12 Consequences of auto-group

## 4.2 有限元网格调整

通过给定内/外侧副翼的翼肋序号与待移动新位置参数,可以对相应结构件进行位置调整,如图13所示.

通过给定前缘襟翼、内/外侧副翼的旋转角度参数,可以建立活动舵面在调整角度后的有限元网格,如图14所示.

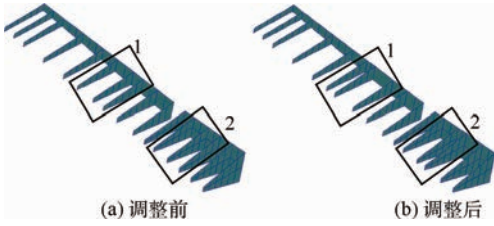


图13 副翼的肋位置调整

Fig. 13 Location modifications of ribs of aileron

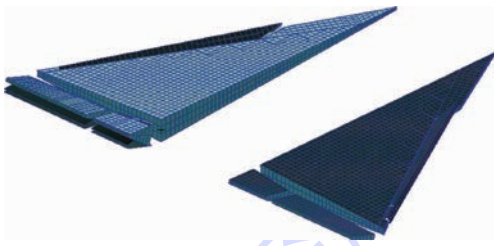


图14 舵面的角度调整

Fig. 14 Angle modifications of control surfaces

## 5 结论

本文以多梁式三角翼结构为对象探索了参数化有限元网格划分和调整方法,定义了统一简洁的有限元节点和单元编号规则,引入翼肋贯穿截止准则及形状矩阵完成单位分区的有限元网格划分,通过网格细化完成开口设置、翼肋贯穿截止位置修正及桁条网格划分,并进一步探索了内/外侧副翼的翼肋位置小幅调整及旋转舵面的角度调整方法.本文探索为三角翼的结构分析与多学科设计优化奠定了基础,形成具有借鉴意义的结论如下:

1) 本文所定义有限元节点与单元的编号规则协调统一实用,便于实现节点和单元的后续操作,如开口设置等.

2) 所引入之翼肋贯穿截止准则简便,综合网格细化方法,满足任意输入参数下机翼内部构型的判断与修正.

3) 所定义之形状矩阵  $M$  有效简化了有限元节点布置、单元生成及不同单位分区间单元连接,对不同形式的单位分区具有普遍适用性.

4) 活动多面的角度调整功能有利于开展不同飞行状态下的结构分析等;但限于所输入之几

何气动外形,内外侧副翼的翼肋位置调整适用于小幅调整.

5) 由于平直机翼气动外形相对规则,本文方法适用于平直机翼的有限元参数化网格划分与调整.

## 参考文献 (References)

- [1] Roberts R W, Canfield R A, Blair M. Sensor-craft structural optimization and analytical certification, AIAA-2003-1458 [R]. Reston: AIAA, 2003.
- [2] Mike R. MD Nastran 2006 DMAP programmer's guide [M]. Spmta Ana: MSC Software Corporation, 2005: xii-xiv.
- [3] Hermann T M, Mamarthupatti D, Locke J E. Postbuckling analysis of laminate composites utilizing commercial FEA software, AIAA-2005-0194 [R]. Reston: AIAA, 2005.
- [4] 金海波, 丁运亮. 飞机概念设计中的外形参数化模型的研究 [J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(5): 540-544.  
Jin H B, Ding Y L. Parameterization model for aircraft concept design [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 35(5): 540-544 (in Chinese).
- [5] 白振东, 刘虎, 武哲. 低可探测机身参数化造型与优化 [J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(12): 1391-1394.  
Bai Z D, Liu H, Wu Z. Parametric modeling and optimization of low observability fuselage in aircraft conceptual design [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(12): 1391-1394 (in Chinese).
- [6] 罗明强, 冯昊成, 刘虎, 等. 民用飞机机翼结构快速设计及自动化调整 [J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(4): 468-471.  
Luo M Q, Feng H C, Liu H, et al. Rapid wing structure design and automated scheme adjustment for civil aircraft [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35(4): 468-471 (in Chinese).
- [7] 罗明强, 冯昊成, 刘虎, 等. 机翼结构有限元的快速建模及自动化调整 [J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(6): 680-684.  
Luo M Q, Feng H C, Liu H, et al. Rapid wing structural finite element modeling and automated adjustment [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(6): 680-684 (in Chinese).
- [8] 舒恪晟, 金海波, 姜琬. 基于 Patran 二次开发的机身结构参数化建模 [J]. 飞机设计, 2011, 31(2): 30-32.  
Shu K S, Jin H B, Jiang W. Fuselage structure parametric modeling based on secondary development of Patran [J]. Aircraft Design, 2011, 31(2): 30-32 (in Chinese).
- [9] 许林, 郭中全, 陈小前, 等. 基于 PCL 的高超音速飞行器结构参数化建模 [J]. 计算机工程, 2008, 34(22): 1-3.  
Xu L, Guo Z Q, Chen X Q, et al. Parametric modeling for hypersonic vehicle structure based on PCL [J]. Computer Engineering, 2008, 34(22): 1-3 (in Chinese).
- [10] 何祖平, 王德禹. 基于 MSC. Patran 二次开发的结构参数化建模及其集成开发环境 [J]. 航海工程, 2005(2): 17-20.  
He Z P, Wang D Y. Parameterized modeling based on MSC. Patran and its integrated development environment [J]. Ship &

- Ocean Engineering, 2005(2):17-20 (in Chinese).
- [11] 陈博,陈秀华,汪海. MSC. Patran 二次开发及其集成开发环境[J]. 机械设计与制造, 2007(7):71-73.  
Chen B, Chen X H, Wang H. Redevelopment of MSC. Patran and its integrated development environment [J]. Machinery Design & Manufacture, 2007(7):71-73 (in Chinese).
- [12] 匡国强,张晓晶. 基于 MSC Patran 参数化建模的飞艇蒙皮织物面内刚度预测[J]. 计算机辅助工程, 2009, 18(3):42-45.  
Kuang G Q, Zhang X J. In-plane stiffness prediction on fabric of airship envelop based on parameterized modeling of MSC Patran [J]. Computer Aided Engineering, 2009, 18(3):42-45 (in Chinese).
- [13] 刘斌,韩庆,钟小平. 基于 MSC. PCL 的飞机结构稳定性系统开发[J]. 科学技术与工程, 2010, 10(28):7082-7088.  
Liu B, Han Q, Zhong X P. Development of aircraft structure's stability system based on MSC. PCL [J]. Science Technology and Engineering, 2010, 10(28):7082-7088 (in Chinese).
- [14] MSC. Patran PCL reference manual[Z]. 2007.
- [15] 叶天麟,周天孝. 航空结构有限元分析指南[M]. 北京:航空工业出版社, 1996:514-515.  
Ye T L, Zhou T X. Guide for finite element analysis of aerospace structures [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1996:514-515 (in Chinese).

## Parametric finite element meshing and adjustment for delta wing

XU Menghui, QIU Zhiping\*

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** To reduce the time of finite element (FE) modeling for a delta wing as well as improve the efficiency of structural analysis, design and optimization, a method, with the only input of its geometry profile meeting the pre-defined aerodynamic performance, for parametric modeling based on the self-defined geometrical matrix was established. Number rules for nodes and elements were firstly defined. And preliminary identification of the inner skeleton configuration with respect to arbitrary input parameters was subsequently accomplished by the criteria for rib-end locations. Nodes and elements were then generated by user-input parameters for the finite element size. Secondly the FE meshing was refined by the opening setting, amendment of rib-end locations and stringers modeling, based on which modifications of rib assignment with small amplitude for both the inside and outside ailerons as well as those of the rotation angle for control surfaces were made for ease in use of structural analysis under different flying conditions. At last, a parametric modeling module was simultaneously programmed using Patran command language (PCL) language and examples illustrate the effectiveness and reliability of the proposed method.

**Key words:** delta wing; parametric modeling; finite element model; Patran command language (PCL) language; redevelopment

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0645

# 基于 QC-LDPC 码联合分层译码混合转发协作系统

张嵩<sup>1</sup>, 马林华<sup>\*1</sup>, 唐红<sup>1</sup>, 张海威<sup>2</sup>, 胡星<sup>1</sup>, 田雨<sup>3</sup>

(1. 空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038; 2. 宇航动力学国家重点实验室, 西安 710043;

3. 中国人民解放军 95876 部队, 张掖 734100)



**摘 要:** 为了提高中继协作系统的整体性能, 设计了基于 QC-LDPC (Quasi-Cycle Low-Density Parity-Check) 码联合分层译码的混合转发协作系统, 给出了用于源节点和中继节点编码的 QC-LDPC 系统码的构造方法, 并提出了适用于该协作系统的联合分层译码新算法. 根据传统译码转发和编码协作的特点, 采用了中继混合转发协作策略, 无论中继是否译码成功, 中继节点都发送一定形式的冗余信息给目的节点, 从而提高协作系统的编码增益和分集增益. 仿真结果表明: 所提出的混合转发协作系统可以充分发挥中继的分集和编码优势; 与非协作系统相比, 可以显著提高中继协作系统译码性能.

**关键词:** 中继协作系统; QC-LDPC 码; 联合分层译码; 编码协作; 混合转发

**中图分类号:** TN911.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1666-07

近年来, 协作通信<sup>[1-2]</sup> 作为一种新颖的分集技术, 因其可以在不明显增加系统带宽或提高发射功率的前提下提高系统的性能, 而得到广泛关注. 编码协作<sup>[3]</sup> 将信道编码和协作技术有效的结合, 通过协作中继发送不同的冗余信息来提高编码增益和分集增益的协作方式, 有效地克服了信道噪声、衰落和干扰对系统性能的影响.

Hunter 和 Nosratinia 在 2006 年<sup>[4]</sup> 率先提出了编码协作机制, 并系统地研究了基于 Turbo 码的编码协作系统的性能. 与 Turbo 码相比, LDPC 码具有能够接近香农限的译码性能<sup>[5]</sup>, 具有可实现并行的迭代译码的优点, 而得到广泛的关注. 文献[6] 提出以一种基于软信息的译码转发策略, 中继转发的不是译码的硬判决信息而是软信息的对数似然比, 其仿真证明该策略可以取得比放大转发和传统译码转发更好的分集增益. 文献[7] 研究了半双工中继信道下软信息译码转发机制, 将

中继译码后的所有软信息进行归一化处理, 再进行 LDPC 软信息编码, 进一步提高了系统的分集增益. 文献[8-9] 研究了适用于 LDPC 码的中继协作系统及其联合迭代译码 (JID) 算法, 但当中继译码不成功时, 中继都停止转发, 这样就不能发挥分集增益的优势了.

由于采用的 LDPC 码是系统码, 中继经过迭代译码尝试后, 即使没有完全译码成功, 利用 LDPC 码元内部的固有特性, 中继也会纠正一定的错误信息. 为了充分利用中继迭代译码输出的软信息, 更好地解决中继译码不成功而无法实现分集的问题, 本文提出了基于 QC-LDPC 码联合分层译码 (JLD) 的混合转发协作系统. 当中继译码成功时, 采用理想编码协作策略, 目的节点对接收来自源节点和中继节点的不同冗余信息, 采用 JLD 算法进行联合译码, 若中继译码错误, 则采用译码软信息转发策略, 目的节点对接收来自源节点

收稿日期: 2014-10-17; 录用日期: 2015-02-12; 网络出版时间: 2015-03-18 14:37

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150318.1437.005.html

基金项目: 综合业务网理论与关键技术国家重点实验室 (西安电子科技大学) 开放研究课题 (ISN115-13)

作者简介: 张嵩 (1987—), 男, 山东荣成人, 博士研究生, zhangsong1949@163.com

\* 通讯作者: 马林华 (1965—), 男, 陕西汉中, 教授, land\_max@126.com, 主要研究方向为信道编码、协作通信技术、移动自组织网络.

**引用格式:** 张嵩, 马林华, 唐红, 等. 基于 QC-LDPC 码联合分层译码混合转发协作系统[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1666-1672. Zhang S, Ma L H, Tang H, et al. Hybrid-and-forward cooperative system based on joint layered decoding of QC-LDPC codes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1666-1672 (in Chinese).

和中继节点的相同位置的冗余信息进行信息合并后,代入译码器进行传统分层译码(LD)<sup>[10]</sup>.

## 1 中继混合转发协作系统

### 1.1 中继混合转发协作系统模型

为了充分利用中继带来的分集增益的优势,本文提出了基于 QC-LDPC 码联合分层译码的混合转发协作系统如图 1 所示.

在中继理想编码协作模式下,第 1 阶段,源节点  $S$  将待发送的信息比特  $d$  经过第 1 个 QC-LDPC 编码器 Enc-1 编码和 BPSK 调制后,向目的节点  $D$  和中继节点  $R$  广播编码调制后的信号.在瑞利衰落信道下,中继节点和目的节点在此阶段接收到的信号分别为

$$y_{SR}(i) = \alpha_{SR}x_S(i) + n_{SR}(i) \quad (1)$$

$$y_{SD}(i) = \alpha_{SD}x_S(i) + n_{SD}(i) \quad (2)$$

式中:  $x_S(i)$  为源节点的发送信息;  $n_{SR}(i)$  和  $n_{SD}(i)$  为零均值方差为  $N_0$  的复加性高斯白噪声;  $\alpha_{SR}$  和  $\alpha_{SD}$  为常规 Rayleigh 衰落因子,其  $E[\alpha^2] = 1$ ,且概

率密度函数为  $p(\alpha) = 2\alpha e^{-\alpha^2}$ .

第 2 阶段,中继节点  $R$  对接收到的信号代入译码器 Dec-1 进行分层译码,若译码成功,则再用第 2 个 QC-LDPC 编码器 Enc-2 编码,并将其进行 BPSK 调制后发送给目的节点,此时目的节点接收到的信号为

$$y_{RD}(i) = \alpha_{RD}x_R(i) + n_{RD}(i) \quad (3)$$

目的节点接收到两路不同的冗余信息后,根据一定的译码策略进行联合迭代译码,这样可以充分利用两路信号的非相关特性和码元内部的固有特性,从而更好地发挥纠错性能.

当信道条件恶劣时,中继译码不成功时,本文称之为中继非理想编码协作,此时中继就切换到译码软信息转发模式,将译码后的软信息对数似然比(LLR)值进行归一化处理后,调制发送给目的节点,而不是像传统译码转发方式转发的是硬判决的信息,从而充分发挥中继带来的编码增益的优势.目的节点对接收到相同位置的冗余信息进行信息合并后,再代入译码器 Dec-1 进行分层译码.

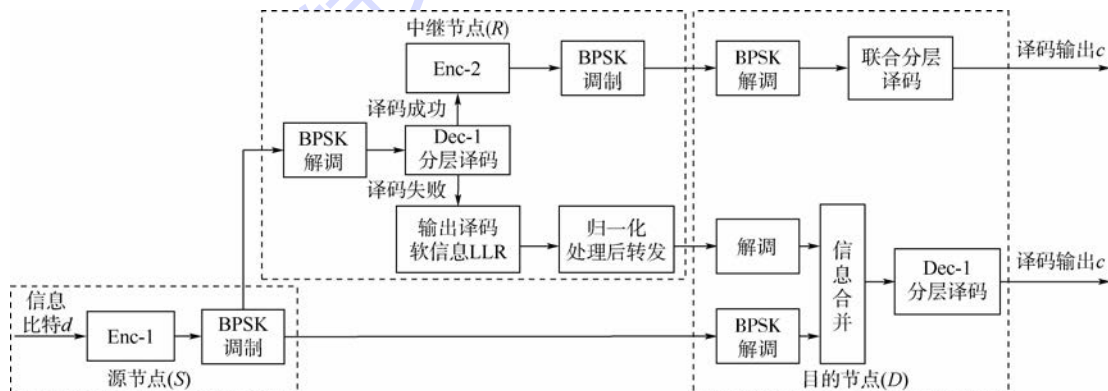


图 1 中继混合转发协作系统模型

Fig.1 Relay hybrid-and-forward cooperative system model

### 1.2 中继理想编码协作中的 QC-LDPC 系统码

文献[11]提出了具有完全线性编码复杂度的 QC-LDPC 码的构造方法,更适于采用收敛性更快的 LD 算法.根据文献[11]的算法,本文设计了用于本文协作系统中源节点和中继节点编码的 QC-LDPC 系统码.

首先定义信息位和校验位长度分别为  $N - M_1$

$$\mathbf{B}_{M_1 \times M_1} = \begin{bmatrix} I(S_{1,1}) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ I(S_{2,1}) & I(S_{2,2}) & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I(S_{3,2}) & I(S_{3,3}) & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I(0) & I(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & I(S_{\frac{M_1}{2}-1, \frac{M_1}{2}-1}) & I(S_{\frac{M_1}{2}-1, \frac{M_1}{2}}) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I(0) & 0 & \mathbf{P}' \end{bmatrix} \quad (4)$$

和  $M_1$ ,从而得到码长为  $N$  的码字  $c_1$ ,然后将编码器 Enc-1 的校验矩阵  $\mathbf{H}_1$  分为信息部分  $\mathbf{A}_{M_1 \times (N - M_1)}$  和校验部分  $\mathbf{B}_{M_1 \times M_1}$ ,因此  $\mathbf{H}_1$  可写成

$$\mathbf{H}_1 = [\mathbf{A}_{M_1 \times (N - M_1)} \quad \mathbf{B}_{M_1 \times M_1}]$$

其中:  $\mathbf{A}_{M_1 \times (N - M_1)}$  可以根据度序列确定基矩阵非零元素的位置,再由置换矩阵进行置换扩展.而校验部分的结构为

式中:  $I(S_{i,j})$  为单位矩阵循环移位  $S_{i,j}$  次后得到的循环置换矩阵,  $0 \leq S_{i,j} \leq z-1$ ;  $z$  为 QC-LDPC 码循环置换矩阵的维数, 且  $N, M_1$  均为  $z$  的整数倍, 当  $S_{i,j} = 0$  时,  $I(S_{i,j})$  为单位矩阵. 式(4)中主对角线和次对角线的  $I(S_{i,j})$  都是由非零置换矩阵置换, 其余“0”的位置为全零矩阵置换. 其中  $P'$  子块的结构为

$$P' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据如式(4)的结构, 源节点  $S$  可以由  $N - M_1$  的信息比特直接线性递推求出所有  $M_1$  个校验位<sup>[11]</sup>, 生成码长为  $N$  的码字  $c_1$ , 而不需要校验矩阵进行高斯消去或列变换处理, 从而实现正比于码长的编码复杂度. 当中继节点  $R$  对接收的来自  $S$  的码字进行译码, 且译码成功时, 则  $R$  再将译出的码字经过校验矩阵为  $H_2$  的编码器 Enc-2 进行第 2 次编码, 增加  $M_2$  位校验位, 生成码字  $c_2$ .

$$H_2 = [C_{M_2 \times (L-M_2)} \quad D_{M_2 \times M_2}] \quad (6)$$

式中:  $D_{M_2 \times M_2}$  的结构跟式(4)相同. 若  $L = N$ , 则构造的系统码为非正规 QC-LDPC 系统码, 若  $L - M_2 = N$ , 则构造的系统码为正规 QC-LDPC 系统码<sup>[9]</sup>. 由于  $c_1$  和  $c_2$  有相同的信息位, 为了取得系统性能和传输速率的折中, 故中继仅转发码字  $c_2$  的校验位给目的节点.

由  $H \cdot c^T = 0^T$  可得, 对于整个协作系统的目的接收机而言, 整个系统的等效校验矩阵为

$$H = \begin{cases} \begin{bmatrix} A_{M_1 \times (N-M_1)} & B_{M_1 \times M_1} & 0_{M_1 \times M_2} \\ C_{M_2 \times (L-M_2)} & 0_{M_1 \times M_1} & D_{M_2 \times M_2} \end{bmatrix} & L = N \\ \begin{bmatrix} A_{M_1 \times (N-M_1)} & B_{M_1 \times M_1} & 0_{M_1 \times M_2} \\ C_{M_2 \times (L-M_2)} & & D_{M_2 \times M_2} \end{bmatrix} & L - M_2 = N \end{cases} \quad (7)$$

为了更好地提高联合译码的性能, 与文献[8]的构造方法相比, 在构造 QC-LDPC 系统码, 本文还充分考虑了  $H_1$  和  $H_2$  两个校验方程组成的等效校验矩阵  $H$  的环路特性<sup>[12]</sup>, 保证等效校验矩阵  $H$  不存在 4 环, 从而保证联合译码的性能; 与文献[8]的构造方法相比, 在保证可以实现正比于码长的线性编码复杂度的同时, 本文根据文献[11]还可以保证所选择的度序列对具有更好的码容量<sup>[13]</sup>. 具体 QC-LDPC 码优化构造算法可参考文献[11].

## 2 中继混合转发协作系统 JLD 算法

### 2.1 目的节点接收码字的双层 Tanner 图结构

第 1.1 节提出的中继混合转发协作系统若采用非正规 QC-LDPC 系统码, 则对目的节点而言, 整个编码系统等效校验矩阵的双层 Tanner 图结构如图 2 所示.

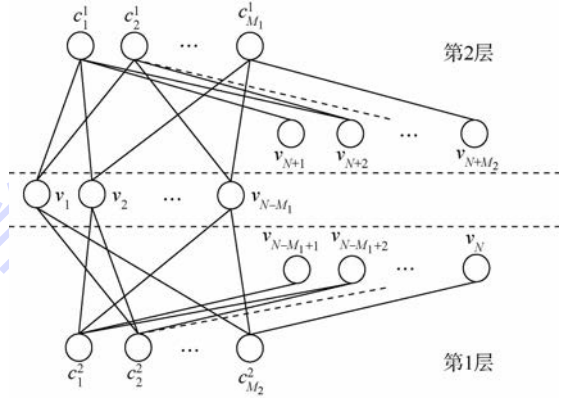


图 2 非正规 QC-LDPC 系统码的双层 Tanner 图  
Fig. 2 Bilayer Tanner graph of irregular QC-LDPC systematic codes

如图 2 所示的非正规 QC-LDPC 系统码的双层 Tanner 图,  $v_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N - M_1$ ) 同时参与了  $H_1$  和  $H_2$  两个校验方程,  $v_n$  ( $n = N - M_1 + 1, N - M_1 + 2, \dots, N$ ) 仅参与了  $H_1$  一个校验方程, 而  $v_n$  ( $n = N, N + 1, \dots, N + M_2$ ) 则仅参与了  $H_2$  一个校验方程.

### 2.2 基于双层 Tanner 图的 QC-LDPC 码 JLD 算法

为了充分发挥系统的编码增益, 文献[8]提出了联合迭代译码算法, 其主要思想是: 目的节点根据接收到信号求得每个变量节点的初始信息, 然后水平处理更新每层每个校验节点传递给变量节点的消息. 在垂直处理过程中, 每层每个变量节点的变量消息除了来自本层其他校验节点的校验消息外, 还来自另一层与之相邻的所有校验节点的校验消息, 从而实现了译码过程中两层间软信息的交换.

文献[10]中证明, 在相同迭代次数下, LD 算法具有更好的译码性能. 因为在每次迭代过程中, 变量消息可得到多次更新, 从而提高整个系统的译码性能. 由于本文构造的非正规 LDPC 系统码为 QC-LDPC 码, 可以满足 LD 过程中同一层校验矩阵的列重必须不大于 1 的要求.

在上述双层 Tanner 图中,  $v_n$  为所有变量节点集合,  $c_m^{(i)}$  ( $t = 1, 2$ ) 为第  $i$  层校验矩阵的所有校验

节点组成的集合,  $m_i$  为第  $i$  层校验矩阵的列数, 即  $m_1 \in M_1, m_2 \in M_2, N_c^{(i)}$  代表与校验节点  $c_i^{(l)}$  相连的所有变量节点组成的集合,  $0 \leq i \leq m_i$ .

本文 JLD 算法的具体步骤如下.

### 步骤1 译码初始化.

1) 根据 Tanner 图将校验节点按层划分为  $K_i$  层, 其中  $K_1 = \frac{M_1}{z}, K_2 = \frac{M_2}{z}$  分别记作  $L_{K_1}$  和  $L_{K_2}$ , 则有  $\cup_{k=1}^{K_1} L_k = H_1, \cup_{k=1}^{K_2} L_k = H_2$ .

2) 目的节点根据接收到的软信息  $y_j (j = 1, 2, \dots, N + M_2)$ , 求得瑞利衰落信道下, 变量节点的初始信息为

$$L(Q_j^{(0)}) = \frac{2\alpha y_j}{\sigma^2} \quad (8)$$

式中:  $\sigma^2$  为噪声方差.

3) 将各层校验节点的校验消息  $L(R_{i,j}^{(l,\xi_i)})$  初始化为 0, 其中,  $l$  为迭代次数,  $0 \leq \xi_i \leq K_i, \xi_i$  为译码运行到的层数.

4) 迭代次数初始化为  $l = 1$ , 层数初始化为  $\xi_1 = 1, \xi_2 = 0$ .

### 步骤2 第1层校验消息及变量消息更新.

对于每个校验节点  $c_i^{(l)} \in L_{\xi_1}$ , 其传递给与之相连的变量节点的校验消息为

$$L(R_{i,j}^{(l,\xi_1)}) = \left( \prod_{j' \in N_c^{(i)}} \text{sgn}(L(Q_{j'}^{(l-1)}) - L(R_{i,j'}^{(l-1,\xi_1)})) \right) \times \min_{j' \in N_c^{(i)}} (|L(Q_{j'}^{(l-1)}) - L(R_{i,j'}^{(l-1,\xi_1)})| - \beta) \quad (9)$$

变量节点传递给与之相连的校验节点的变量消息为

$$L(Q_j^{(l)}) = L(Q_j^{(l-1)} - L(R_{i,j'}^{(l-1,\xi_1)}) + L(R_{i,j}^{(l,\xi_1)})) \quad (10)$$

### 步骤3 硬判决及校验.

对迭代后的变量消息进行判决, 判决准则为

$$r_j = \begin{cases} 1 & L(Q_j^{(l)}) \leq 0 \\ 0 & L(Q_j^{(l)}) > 0 \end{cases} \quad (11)$$

得到判决后的码字  $\mathbf{r}_n = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ , 如果  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{r}_n^T = \mathbf{0}^T$  则停止迭代输出  $\mathbf{r}_n$  为译出码字, 否则进入下一层迭代, 即  $\xi_1 = \xi_1 + 1$ , 返回执行步骤 2, 直到  $\xi_1 = K_1$ . 若  $\xi_1 = K_1$  且  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{r}_n^T \neq \mathbf{0}^T$ , 证明第 1 层分层译码结束, 将译码更新得到的变量消息作为初始消息, 代入第 2 层校验矩阵,  $\xi_2 = \xi_2 + 1$ , 执行步骤 4.

### 步骤4 第2层校验消息及变量消息更新.

对于每个校验节点  $c_i^{(2)} \in L_{\xi_2}$ , 其传递给与之

相连的变量节点的校验消息为

$$L(R_{i,j}^{(l,\xi_2)}) = \left( \prod_{j' \in N_c^{(i)}} \text{sgn}(L(Q_{j'}^{(l-1)}) - L(R_{i,j'}^{(l-1,\xi_2)})) \right) \times \min_{j' \in N_c^{(i)}} (|L(Q_{j'}^{(l-1)}) - L(R_{i,j'}^{(l-1,\xi_2)})| - \beta) \quad (12)$$

变量节点传递给与之相连的校验节点的变量消息为

$$L(Q_j^{(l)}) = L(Q_j^{(l-1)} - L(R_{i,j'}^{(l-1,\xi_2)}) + L(R_{i,j}^{(l,\xi_2)})) \quad (13)$$

### 步骤5 硬判决及校验.

判决准则为

$$r_j = \begin{cases} 1 & L(Q_j^{(l)}) \leq 0 \\ 0 & L(Q_j^{(l)}) > 0 \end{cases} \quad (14)$$

得到判决后的码字  $\mathbf{r}_n$ , 如果  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{r}_n^T = \mathbf{0}^T$  则停止迭代输出  $\mathbf{r}_n$  为译出码字, 否则进入下一层迭代, 即  $\xi_2 = \xi_2 + 1$ , 返回执行步骤 4, 直到  $\xi_2 = K_2$ . 若  $\xi_2 = K_2$ , 证明第 2 层分层译码结束, 即一次完整的 JLD 迭代结束. 若  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{r}_n^T \neq \mathbf{0}^T$ , 返回执行步骤 2,  $l = l + 1$ , 层数初始化为  $\xi_1 = 1, \xi_2 = 0$ , 直到译码成功或者达到最大迭代次数, 跳出循环. 本文提出的 JLD 算法, 通过逐层更新变量消息, 加快了交互信息在两层 Tanner 图中的传递, 可以提高了译码的性能.

## 3 非理想编码协作时的转发策略

当信道条件恶劣时, 中继译码不成功时, 中继就有编码协作切换到译码软信息转发模式, 将迭代译码后的软信息 LLR 值进行归一化处理后, 再进行调制后发送给目的节点, 充分发挥迭代译码的置信度传播优势. 与传统译码转发方式转发的是硬判决的信息的策略相比, 译码软信息转发策略可以充分发挥中继带来的分集增益的优势. 目的节点对接收到相同位置的冗余信息进行初始信息合并后, 再带入译码器进行传统分层译码.

在译码软信息转发模式下, 经归一化处理后, 中继转发的信号为

$$x_R(i) = \frac{L_{SR}^p(i)}{\sqrt{\bar{P}_R}} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

式中:  $L_{SR}^p(i)$  为中继第  $p$  次译码迭代后第  $i$  个变量节点的 LLR 值;  $\sqrt{\bar{P}_R}$  为该组码字的  $L_{SR}^p(i)$  的平均功率:

$$\sqrt{\bar{P}_R} = \frac{\sum_{i=1}^N L_{SR}^p(i)}{N} \quad (16)$$

对于上述的译码软信息转发策略,可以用高斯近似来分析. 对于一个无限长或非常长的基于信息传播的译码器来说,若输入译码器的信道 LLR 值是服从独立、同一高斯分布,那么译码后输出的 LLR 值也将近似服从高斯分布<sup>[14-15]</sup>. 这里的译码器包括本文 QC-LDPC 码所采用的分层译码器,以及卷积码的 BCJR (Bahl-Cocke-Jelinek-Raviv) 译码器等.

假设源节点到中继节点所采用的码长  $N$  足够长时,则译码迭代输出的 LLR 值服从高斯分布,当  $x_s(i) = +1$  时,设  $\mu_r (\mu_r > 0)$  为译码迭代输出的 LLR 值的均值,  $\sigma_r^2$  为输出的 LLR 值的方差. 根据文献[7],  $\mu_r$  和  $\sigma_r^2$  可以预先通过统计求得,在实时传输时,中继节点不需要发送给目的节点.

中继转发的信号可以等效为一个均值为  $\hat{\mu}x_s(i)$  的信号,加上方差为  $\hat{\sigma}_r^2$  的高斯噪声影响的结果,则式(15)表示为

$$x_r(i) = \frac{L_{SR}^p(i)}{\sqrt{P_R}} = \hat{\mu}x_s(i) + n_r(i) \quad (17)$$

$$\text{式中: } \hat{\mu} = \frac{\mu_r}{\sqrt{P_R}}; \hat{\sigma}_r^2 = \frac{\sigma_r^2}{\sqrt{P_R}}; \hat{\mu}^2 + \hat{\sigma}_r^2 = 1.$$

因此,源节点到中继节点的等效信噪比 (SNR) 为

$$R_{SNR} = \frac{\hat{\mu}^2}{\hat{\sigma}_r^2} \quad (18)$$

则目的节点接收到来自中继节点的信号为

$$y_{RD}(i) = \alpha_{RD}x_r(i) + n_{RD}(i) = \alpha_{RD}\hat{\mu}x_s(i) + \alpha_{RD}n_r(i) + n_{RD}(i) \quad (19)$$

根据式(18)和式(19)可得,目的节点接收到来自中继节点的信号的似然比为

$$L_{RD}(i) = \frac{2\alpha_{RD}\hat{\mu}y_{RD}(i)}{\alpha_{RD}^2\hat{\sigma}_r^2 + \sigma_{RD}^2} = \frac{2\alpha_{RD}\sqrt{2R_{SNR} + 4R_{SNR}^2}y_{RD}(i)}{\alpha_{RD}^2 + (1 + 2R_{SNR})\sigma_{RD}^2} \quad (20)$$

根据式(8)和式(20)可得,非理想编码协作目的节点合并后的 LLR 值为

$$L(Q_i^{(0)}) = \begin{cases} \frac{2\alpha_{SD}y_{SD}(i)}{\sigma_{SD}^2} & i = 1, 2, \dots, N - M_1 \\ \frac{2\alpha_{SD}y_{SD}(i)}{\sigma_{SD}^2} + L_{RD}(i) & i = N - M_1 + 1, N - M_1 + 2, \dots, N \end{cases} \quad (21)$$

将式(21)作为变量节点的初始消息代入译码器 Dec-1 进行传统分层译码即可.

## 4 仿真分析

本节对本文提出的基于 QC-LDPC 码 JLD 的混合转发协作系统进行了仿真,比较了非正规 QC-LDPC 系统码在非协作传输、中继理想编码协作传输,以及中继混合转发协作传输中的性能,并且与文献[8]提出的 JID 算法进行了比较分析.

假设本文协作通信系统中的信道是相互独立且均为平坦瑞利衰落信道,设中继节点到目的节点的接收信噪比与源节点到目的节点的接收信噪比相等. 源节点和中继节点均选择码长为 2304, 码率为 1/2 的 QC-LDPC 码 (QC-LDPC-1, QC-LDPC-2), 其围长均为 8, 度序列分布均为

$$\begin{cases} \lambda(x) = 0.27684x + 0.28342x^2 + 0.43974x^8 \\ \rho(x) = x^6 \end{cases} \quad (22)$$

则对整个目的节点接收机而言,整个非正规 QC-LDPC 码协作系统的码长为 3456, 码率为 1/3, 围长为 6.

图 3 给出了采用本文 JLD 算法与文献[8]提出的 JID 算法,非正规 QC-LDPC 系统码的中继理想编码协作和非协作系统的性能比较,译码迭代次数均设为 4 次. 本文的中继非协作系统目的节点采用传统 LD 算法,而文献中继非协作系统目的节点采用传统 LLR 译码算法<sup>[16]</sup>. 仿真结果显示,在相同仿真条件下,中继理想编码协作系统的性能都要明显优于非协作系统;在误码率 (BER) 为  $10^{-5}$  时,本文的 JLD 算法较 JID 译码算法有约 1.9 dB 的增益,这主要归功于在 JLD 算法过程中

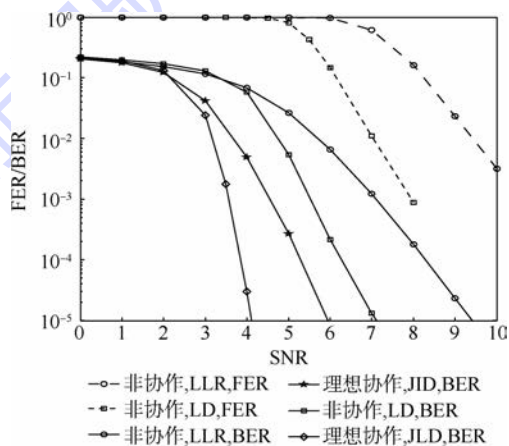


图 3 不同译码算法下中继理想编码协作和非协作系统的性能比较

Fig. 3 Performance comparison of different decoding algorithms between relay perfect cooperative system and non-perfect cooperative system

变量消息在两层 Tanner 图中得到多次更新,加快了整个系统的译码性能. 在误帧率 (FER) 为  $10^{-2}$  时,本文 JLD 算法较 JID 算法也有约 2.4 dB 的增益,这将大大提高了中继在协作过程中的分集作用.

为了更直观地体现本文提出的译码软信息转发可以带来很好的编码和分集增益,图 4 给出了非理想协作时中继采用 JID 算法时不同协作策略的性能比较,迭代次数设为 4 次,HF (Hybrid-and-Forward) 代表本文提出的混合转发策略. 如图 3 所示,中继采用 LLR 译码算法,当源节点到中继节点的信噪比为 6 dB 时,中继才开始有正确译码的分组出现,因此仿真中源节点到中继节点的信噪比分别取 6、7 和 8 dB. 如图 4 所示,本文提出的 HF 策略明显优于文献 [8] 提出的编码协作策略,当源节点到中继节点的信噪比为 8 dB 时,本文的 HF 策略与理想编码协作的性能很接近,当误码率为  $10^{-5}$  时,与文献 [8] 提出的编码协作策略相比,可以获得约 2.2 dB 的增益,这充分说明本文采用的 HF 策略可以充分发挥中继节点带来的分集增益的优势.

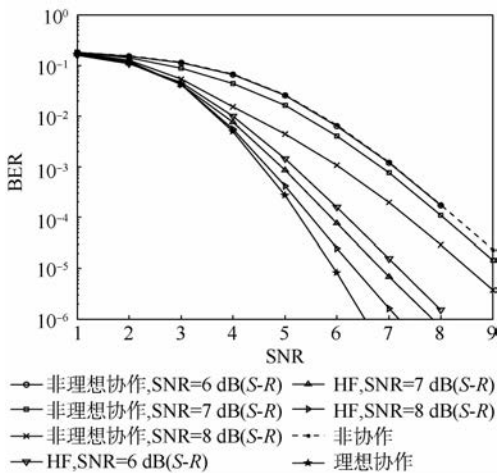


图 4 非理想编码协作系统中,不同协作策略的性能比较

Fig. 4 Performance comparison of different cooperative strategies in non-perfect cooperative system

图 5 给出了非理想协作系统中,中继采用本文提出的 HF 协作策略的不同联合迭代算法的性能比较,迭代次数设为 4 次. 由图 3 和图 5 可得,当源节点到中继节点的信噪比为 4 dB 时,无论采用哪种协作策略,中继节点都不能正确译码,这充分说明采用译码软信息转发,可以解决传统编码协作中继译码不正确时中继不能提供分集增益的问题. 如图 5 所示,当源节点到中继节点的信噪比为 6 dB 时,本文提出的 HF 协作策略与理想编码

协作的性能很接近;并且采用本文提出的 JLD 算法可以明显提高整个协作系统的译码性能,当源节点到中继节点的信噪比为 5 dB 且误码率达到  $10^{-5}$  时,本文提出的 JLD 算法与 JID 算法相比,可以获得约 2.1 dB 的编码增益.

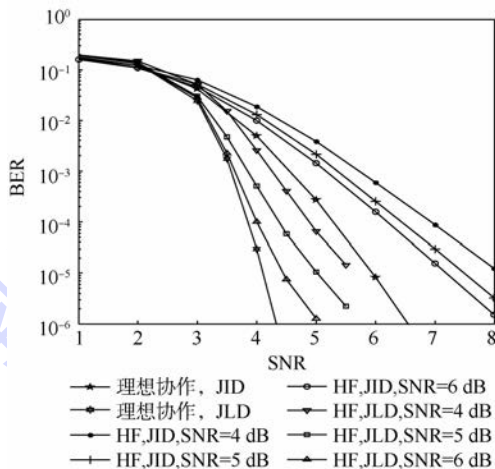


图 5 非理想编码协作系统中,不同联合译码算法的性能比较

Fig. 5 Performance comparison of different joint decoding algorithms in non-perfect cooperative system

## 5 结 论

本文在综合分析了编码协作机制的基础上提出了基于 QC-LDPC 码的 JLD 算法并构造了完全线性编码且适合于中继协作系统的 QC-LDPC 码,经实验仿真表明:

1) 提出的基于 QC-LDPC 码的 JLD 算法,可以有效地提高协作系统的译码性能. 在相同仿真条件下,中继理想编码协作系统的性能都要明显优于非协作系统;在误码率为  $10^{-5}$  时,本文的 JLD 算法较 JID 译码算法有约 1.9 dB 的增益.

2) 提出的 HF 策略,充分发挥了中继带来的编码和分集优势. 当源节点到中继节点的信噪比为 8 dB 时,本文的 HF 策略与理想编码协作的性能很接近,当误码率为  $10^{-5}$  时,与文献 [8] 提出的编码协作策略相比,可以获得约 2.2 dB 的增益.

此外,本文提出的协作系统还可以进一步应用于多中继协作系统以及多跳协作路由系统中.

## 参考文献 (References)

- [1] Ding Y, Zhang K, Wong K M. Ergodic channel capacities for amplify-and-forward half-duplex cooperative systems [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(2): 713-730.
- [2] Razaghi P, Yu W. Bilayer LDPC codes for decode-and-forward in relay channel [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(10): 3723-3739.
- [3] Li C X, Yue G S, Khojastepour M A, et al. LDPC-coded coopera-

- itive relay system: Performance analysis and code design [J]. IEEE Transactions on Communications, 2008, 56(3): 485-488.
- [4] Hunter T E, Nosratinia A. Diversity through coded cooperation [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(2): 283-289.
- [5] 赵明, 张晓琳. 改进的基于剩余度置信度传播的 LDPC 解码算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(3): 350-354.  
Zhao M, Zhang X L. Decoding for LDPC codes with enhanced residual belief-propagation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(3): 350-354 (in Chinese).
- [6] Bao X K, Jing L. Efficient message relay for wireless user cooperation: Decode-amplify-forward (DAF) and hybrid DAF and coded-cooperation [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(11): 3975-3984.
- [7] Azmi M H, Li J, Yuan J H, et al. LDPC codes for soft decode-and-forward in half-duplex relay channels [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(8): 1-12.
- [8] 陈静文, 仰枫帆. 基于非正规 LDPC 码的中继协作通信及其联合迭代译码的性能研究 [J]. 电子学报, 2010, 38(7): 1535-1540.  
Chen J W, Yang F F. Study on the irregular-LDPC-based relay cooperation and performance of joint iterative decoding [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(7): 1535-1540 (in Chinese).
- [9] 张顺外, 仰枫帆, 宗鹏. 基于联合迭代译码的 LDPC 编码协作系统 [J]. 西南交通大学学报, 2011, 46(3): 469-475.  
Zhang S W, Yang F F, Zong P. LDPC-coded cooperative system based on joint iterative decoding [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2011, 46(3): 469-475 (in Chinese).
- [10] Mansour M M. A turbo-decoding message-passing algorithm for sparse parity-check matrix codes [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4376-4392.
- [11] 张嵩, 马林华, 唐红, 等. 完全线性编码复杂度的 QC-LDPC 码的构造方法及短环优化算法 [J]. 吉林大学学报: 工学版, 2013, 43(6): 824-829.  
Zhang S, Ma L H, Tang H, et al. Construction of QC-LDPC codes with total linear encoding complexity and eliminating short cycles [J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2013, 43(6): 824-829 (in Chinese).
- [12] Li C, Yue X, Wang X, et al. LDPC code design for half-duplex cooperative relay [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(11): 4558-4567.
- [13] Hou J L, Siegel P H, Milstein L B. Performance analysis and code optimization of low-density parity-check codes on Rayleigh fading channels [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2001, 19(5): 924-934.
- [14] Xie K, Li J. On accuracy of Gaussian assumption in iterative analysis for LDPC codes [C] // IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 2398-2402.
- [15] Chung S Y, Richardson T J, Urbanke R L. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 657-670.
- [16] Fossorier M, Mihaljevic M, Imai H. Reduced complexity iterative decoding of low-density parity-check codes based on belief propagation [J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 47(5): 673-680.

## Hybrid-and-forward cooperative system based on joint layered decoding of QC-LDPC codes

ZHANG Song<sup>1</sup>, MA Linhua<sup>\*1</sup>, TANG Hong<sup>1</sup>, ZHANG Haiwei<sup>2</sup>, HU Xing<sup>1</sup>, TIAN Yu<sup>3</sup>

(1. School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. The State Key Laboratory of Astronautics Dynamics, Xi'an 710043, China;

3. Unit 95876 of the People's Liberation Army, Zhangye 734100, China)

**Abstract:** A hybrid-and-forward cooperative system based on the joint layered decoding of quasi-cycle low-density parity-check (QC-LDPC) codes was designed to improve the overall performance of the relay cooperative system. The construction method of the QC-LDPC systematic codes used between source node and relay node was presented and a new joint layered decoding algorithm for the cooperative system was proposed. According to the characteristics of traditional decode-and-forward and coded cooperation, a relay hybrid-and-forward cooperative strategy was adopted. Regardless of the decoding results of the relay, the relay node sent some redundant information to the destination node, so as to improve the coding gain and diversity gain of the cooperative system. Simulation results show that the designed hybrid-and-forward cooperative system can sufficiently play the advantages of diversity and coding brought by relay. Compared to non-cooperative system, the proposed hybrid-and-forward cooperative system can improve the decoding performance of the relay cooperative system.

**Key words:** relay cooperative system; quasi-cycle low-density parity-check (QC-LDPC) codes; joint layered decoding; coded cooperation; hybrid-and-forward

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0651

# 机载设备雷电防护试验发生器设计

刘帅, 杨兰均\*, 庄伟春, 王维, 黄东, 黄易之

(西安交通大学 飞机雷电防护实验室, 西安 710049)

**摘 要:** 机载设备雷电防护引脚注入试验波形是一种开路电压波形和短路电流波形相同的组合波. 针对此类组合波, 基于线性 RLC 冲击电流回路, 提出了一种新型的组合波发生器电路. 研究了峰值时间、峰值电流、半峰值时间与回路阻尼系数间的关系, 提出了以峰值时间和半峰值时间为目标参数的组合波回路参数设计方法. 通过计算与仿真, 考虑杂散参数的影响, 得到机载电子设备雷电防护引脚注入试验组合波发生器电路参数. 仿真表明: 设计的发生器输出波形满足 RTCA/DO-160G 标准的要求, 可用于机载设备雷电防护引脚注入试验.

**关键词:** 雷电; 引脚注入试验; 开路电压; 短路电流; 发生器

**中图分类号:** V241.06

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1673-05

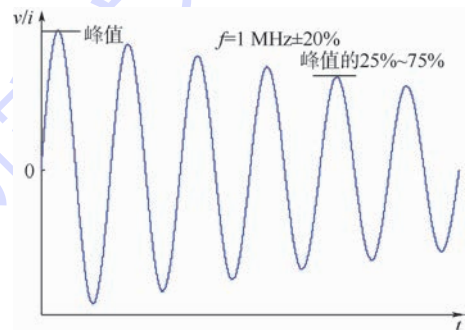
在现代航空航天技术中, 复合材料的大量采用造成了飞机内部更为恶劣的电磁环境, 对机载电气/电子系统或设备的雷电防护能力提出了更高的要求<sup>[1-3]</sup>. 机载电子设备雷电防护试验, 又称为雷电感应瞬态敏感度试验, 有两个项目, 分别为引脚注入试验和电缆束试验<sup>[4]</sup>. 其中, 引脚注入试验用于考核设备的损伤容限, 其试验波形和试验等级直接决定设备的雷电防护设计. 因此, 有必要进行引脚注入试验发生器的设计.

通用组合波设计电路不能完全满足机载电子设备雷电防护引脚注入试验发生器的要求. 本文从 RLC 冲击电流回路出发, 提出一种新型的组合波设计电路和方法, 设计满足 RTCA/DO-160G 标准<sup>[4]</sup>要求的机载设备雷电防护引脚注入试验发生器.

## 1 引脚注入试验波形

RTCA/DO-160G 标准<sup>[4]</sup>对机载电子设备雷电间接效应引脚注入试验的瞬态信号发生器的输出特性作了明确的规定, 其输出端开路状态下的

输出电压 ( $V_{oc}$ ) 和输出端短路状态下的输出电流 ( $I_{sc}$ ) 应满足一定的幅值和波形参数要求. 引脚注入试验波形有 4 个, 分别为波形 3、波形 4、波形 5A 和波形 5B, 其中波形 3 为 1 MHz 衰减振荡波, 波形 4/5A/5B 为双指数波, 开路电压和短路电流的波形完全相同. 波形图分别如图 1 和图 2 所示. 各波形的开路电压和短路电流幅值要求如表 1 所示<sup>[4]</sup>, 幅值允差为 0 ~ +10%.



v—电压; i—电流; f—频率.

图 1 波形 3 的波形图

Fig. 1 Wave shape figure of waveform 3

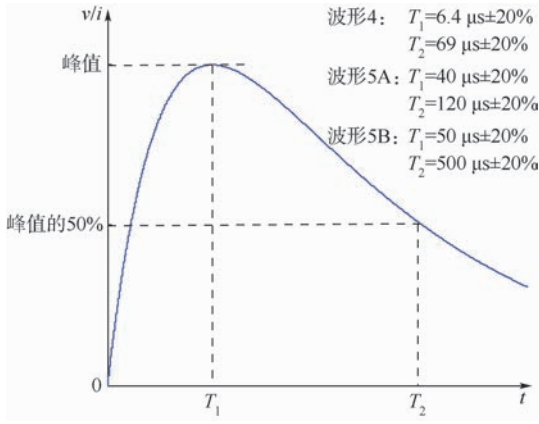
收稿日期: 2014-10-21; 录用日期: 2014-12-19; 网络出版时间: 2015-01-27 15:04

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150127.1504.009.html

作者简介: 刘帅(1990—), 男, 陕西榆林人, 博士研究生, liush.0610@stu.xjtu.edu.cn

\* 通讯作者: 杨兰均(1968—), 男, 陕西西安人, 教授, yanglj@mail.xjtu.edu.cn, 主要研究方向为飞机雷电防护技术.

**引用格式:** 刘帅, 杨兰均, 庄伟春, 等. 机载设备雷电防护试验发生器设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1673-1677.  
Liu S, Yang L J, Zhuang W C, et al. Design of lightning protection test generator for airborne equipment[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1673-1677 (in Chinese).



$T_1$ —峰值时间;  $T_2$ —半峰值时间.

图2 波形4/5A/5B的波形图

Fig. 2 Wave shape figure of waveform 4/5A/5B

表1 引脚注入试验波形幅值

Table 1 Amplitude of pin injection test waveform

等级	波形3		波形4		波形5A/5B	
	$V_{oc}/V$	$I_{sc}/A$	$V_{oc}/V$	$I_{sc}/A$	$V_{oc}/V$	$I_{sc}/A$
1	100	4	50	10	50	50
2	250	10	125	25	125	125
3	600	24	300	60	300	300
4	1500	60	750	150	750	750
5	3200	128	1600	320	1600	1600

## 2 设计原理

传统的组合波开路电压和短路电流规定了波形的视在波前时间<sup>[5-12]</sup>,而RTCA/DO-160G标准<sup>[4]</sup>规定了波形的峰值时间.使用传统通用组合波电路设计引脚注入试验波形发生器时,首先需要将峰值时间转换为视在波前时间,同时还需满足开路电压半峰值时间应远大于视在波前时间.因此,使用通用组合波电路设计的结果误差比较大,且较为繁琐.本节提供一种新型的适用于开路电压和短路电流波形相同的组合波设计电路,并提出以峰值时间/半峰值时间为目标参数的设计方法,避免了峰值时间向视在波前时间的转换.

### 2.1 波形4/5A/5B发生器设计

机载电子设备雷电防护引脚注入试验波形4/5A/5B的波形发生器原理电路如图3所示,其中,C为电容,L为电感, $R_1$ 、 $R_2$ 为电阻,S为开关.输出端开路状态时,由C-L- $R_1$ 在 $R_1$ 两端形成开路电压波.输出端短路状态时,由C-L- $R_1 // R_2$ 在 $R_2$ 支路形成短路电流波.当 $R_2 \gg R_1$ 时,开路电压波形和短路电流波形基本一致. $R_2$ 的值应等于发生器的虚拟源阻抗(开路电压与短路电流的比值).

此回路实质是线性RLC冲击电流发生回路<sup>[13-14]</sup>,设回路总电阻为R,电容初始电压为 $U_0$ ,电路的微分方程为

$$LC \frac{d^2 i}{dt^2} + RC \frac{di}{dt} + i = 0 \quad (1)$$

另阻尼系数  $\xi = \frac{R}{2\sqrt{L/C}}$ , 归一化时间  $t^* = t/\sqrt{L/C}$ ,

归一化电流  $i^* = i/\frac{U_0}{\sqrt{L/C}}$ , 可得

$$i^* = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi t^*} \sin(t^* \sqrt{1-\xi^2}) & \xi < 1 \\ t^* e^{-\xi t^*} & \xi = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{\xi^2-1}} e^{-\xi t^*} \sinh(t^* \sqrt{\xi^2-1}) & \xi > 1 \end{cases}$$

可见回路电流波形只与阻尼系数  $\xi$  有关.通过MATLAB数值计算,归一化峰值电流  $I_m^*$ 、归一化峰值时间  $T_1^*$ 、半峰值时间与峰值时间之比  $T_2/T_1$  也只与  $\xi$  有关,其关系如图4~图6所示,所有参量均为无量纲值.

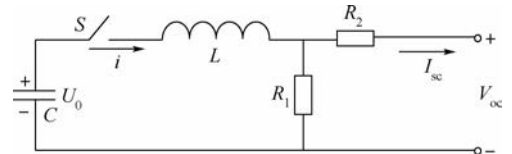


图3 波形4/5A/5B发生器电路图

Fig. 3 Circuit diagram of waveform 4/5A/5B generator

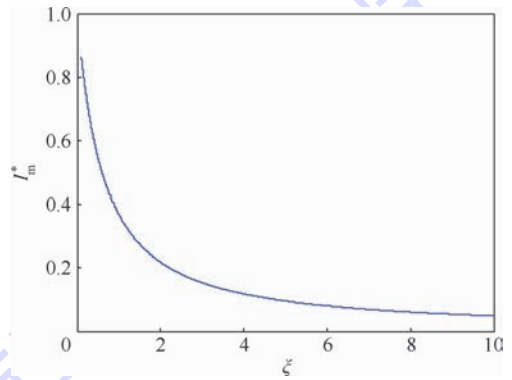


图4  $I_m^*$  与  $\xi$  的关系

Fig. 4 Relation between  $I_m^*$  and  $\xi$

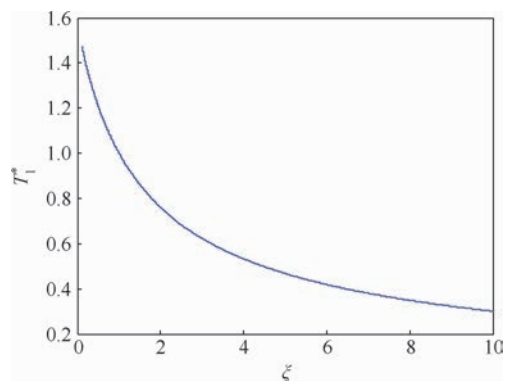


图5  $T_1^*$  与  $\xi$  的关系

Fig. 5 Relation between  $T_1^*$  and  $\xi$

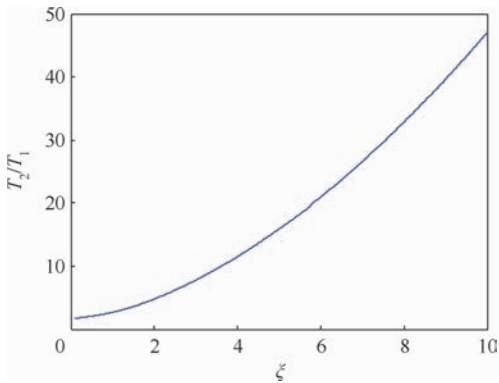


图6  $T_2/T_1$  与  $\xi$  的关系

Fig. 6 Relation between  $T_2/T_1$  and  $\xi$

对于波形 4/5A/5B 引脚注入试验组合波发生器的设计,根据波形要求,由图 4~图 6 得到  $\xi$ 、 $T_1^*$  和  $I_m^*$ ,并求解方程组:

$$\begin{cases} LC = \left(\frac{T_1}{T_1^*}\right)^2 \\ R_1 C = \frac{2\xi T_1}{T_1^*} \\ V_{oc} = 2\xi I_m^* U_0 \\ I_{sc} = \frac{V_{oc}}{R_2} \end{cases} \quad (2)$$

该方程组有 4 个方程、5 个未知数,因而有多个解,设计时可根据  $R_2$  的值给  $R_1$  赋值,然后联立方程组求解。

### 2.2 波形 3 发生器设计

机载电子设备雷电防护引脚注入试验波形 3 的波形发生器原理电路如图 7 所示。当  $L_2 \gg L_1$  时,开路电压波形和短路电流波形基本一致。

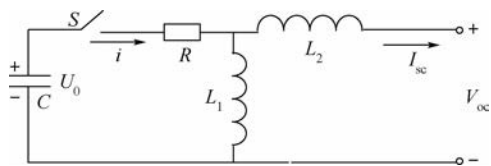


图7 波形 3 发生器电路图

Fig. 7 Circuit diagram of waveform 3 generator

波形 3 为 1 MHz 衰减振荡波,开路电压和短路电流可以为正弦或余弦。本文设计的波形 3 电路开路电压为余弦衰减振荡波,短路电流为正弦衰减振荡波。另衰减系数  $\delta = R/(2L_1)$ ,设计方程组为

$$\begin{cases} f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C}} \\ 25\% \leq e^{-4\delta T} \leq 75\% & \delta = R/(2L_1) \\ V_{oc} = I_{sc} 2\pi f L_2 \end{cases} \quad (3)$$

该方程组有 3 个独立的方程、4 个未知数而有多解,设计时可根据  $L_2$  的值给  $L_1$  赋值,然后联立方程组求解。

## 3 设计结果

### 3.1 波形 3 设计结果

波形 3 的虚拟源阻抗为  $25 \Omega$ ,可计算得  $L_2 = 3.9 \mu\text{H}$ ,另  $L_1 = 1.2 \mu\text{H}$ ,代入式(3)计算,并适当微调,即可得波形 3 初步设计结果: $C = 25 \text{ nF}$ , $R = 0.3 \Omega$ , $L_1 = 1.2 \mu\text{H}$ , $L_2 = 3.5 \mu\text{H}$ 。

实际情况下,为了使用方便,发生器输出端需有两根引线引出,以便发生器校准或者连接受试设备,所以输出端不可避免地存在一定的杂散参数<sup>[15]</sup>。

对于图 7 所示波形 3 发生器,输出端杂散参数主要为引线电感和对地杂散电容,引线电感一般可以控制在数百 nH 量级,杂散电容一般在 pF 量级。输出端短路状态下,由于输出支路有串联电感  $L_2$ ,当存在引线电感时,可根据引线电感适当地减少  $L_2$  的值,使总电感保持不变,即可解决引线电感的影响。输出端开路状态下,考虑杂散电容的波形 3 发生器回路可以等效为图 8 所示电路,其中  $C_s$  为杂散电容。

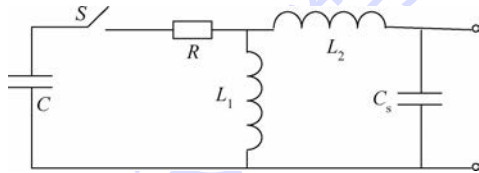


图8 考虑杂散电容的波形 3 发生器等效电路

Fig. 8 Equivalent circuit of waveform 3 generator considering stray capacitance

回路参数采用上述初步设计结果,杂散电容取  $5 \text{ pF}$ ,电容器充电电压设为  $3250 \text{ V}$ 。采用 PSpice 仿真,开路电压波形如图 9 所示。

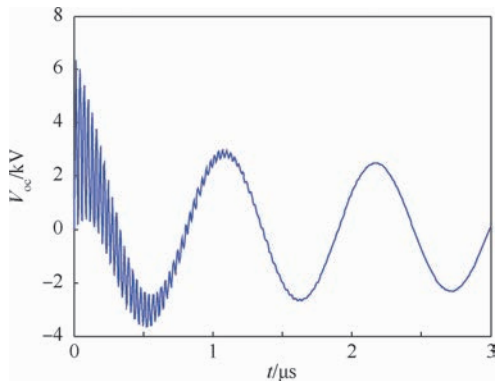


图9 考虑杂散电容的波形 3 开路电压波形

Fig. 9 Open circuit voltage wave shape of waveform 3 considering stray capacitance

由图9可知,杂散电容对波形3的开路电压波形影响较大,在第一个周期内波形高频振荡较为严重.为了降低杂散电容对开路电压波形的影响,在波形3发生器电路输出端并联电阻 $R_s$ ,电阻值的选取应遵循如下原则:

$$\frac{1}{\omega C_s} \gg R_s \gg \omega L_2 \quad (4)$$

仿真表明, $R_s$ 取 $500 \Omega$ 时,开路电压波形无明显的由杂散电容引起的高频振荡.

因此,波形3最终设计电路及电路参数如图10所示.

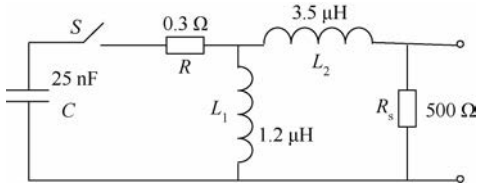


图10 波形3发生器电路及参数

Fig. 10 Circuit and parameters of waveform 3 generator

根据图10所示发生器电路,采用PSpice进行波形3等级3引脚注入试验波形校准仿真,仿真时电容充电电压为 $613 \text{ V}$ .在理论计算与仿真的基础上,搭建波形3发生器,通过试验验证理论计算的正确性.试验采用Lecory PPE5kV高压探头测量输出端开路电压,Pearson 3525电流传感器测量输出端短路电流.试验时电容充电电压为 $780 \text{ V}$ .仿真与试验结果如表2所示,仿真结果与试验结果相近,设计结果满足RTCA/DO-160G标准<sup>[4]</sup>的要求.

表2 波形3仿真与试验结果

Table 2 Simulation and test results of waveform 3

结果	开路电压			短路电流		
	$V_{oc-1st}/\text{V}$	$V_{oc-5th}/\text{V}$	$f/\text{MHz}$	$I_{sc-1st}/\text{A}$	$I_{sc-5th}/\text{A}$	$f/\text{MHz}$
仿真结果	612	299	0.92	25.0	13.4	1.06
试验结果	612	300	0.97	24.4	13.8	1.05

注: $V_{oc-1st}$ , $I_{sc-1st}$ —第1个峰值电压、电流; $V_{oc-5th}$ , $I_{sc-5th}$ —第5个峰值电压、电流.

### 3.2 波形4/5A/5B设计结果

波形4的虚拟源阻抗为 $5 \Omega$ , $T_2/T_1 = 10.78$ ,由图4~图6可得, $\xi = 3.825$ , $T_1^* = 0.546$ , $I_m^* = 0.124$ ,另 $R_1 = 1 \Omega$ ,代入式(2)计算可得波形4设计结果: $C = 100 \mu\text{F}$ , $L = 1.37 \mu\text{H}$ , $R_1 = 1 \Omega$ , $R_2 = 5 \Omega$ .

波形4发生器输出端开路状态下,由于杂散电容只有pF量级,回路主电容为 $100 \mu\text{F}$ ,所以杂散电容对开路电压几乎没有影响.仿真表明,当杂散电容达到 $20 \text{ pF}$ 时,对开路电压波形参数的影响不到 $0.1\%$ .短路状态下,电流波形为双指数

波,半峰值时间远大于峰值时间,所以引线电感主要影响峰值时间.仿真表明,输出端引线电感增大,短路电流波形峰值时间增大.当引线电感为 $1 \mu\text{H}$ 时,峰值时间增加约 $4\%$ .因此杂散参数对波形4的影响可以忽略.

采用PSpice进行波形4等级3引脚注入试验波形校准仿真,并搭建波形4发生器,通过试验验证理论计算的正确性.仿真时电容充电电压为 $320 \text{ V}$ ,试验时电容充电电压为 $350 \text{ V}$ .仿真与试验结果如表3所示,仿真结果与试验结果相近,设计结果满足RTCA/DO-160G标准<sup>[4]</sup>的要求.由于波形5A/5B与波形4的设计电路与方法完全一致,所以本文仅对波形4进行试验验证.相比于波形4,相同峰值电流下波形5A和5B的电流变化率更低,所以杂散参数对波形5A和5B的影响更小.经计算,波形5A设计结果为: $C = 400 \mu\text{F}$ , $L = 4.55 \mu\text{H}$ , $R_1 = 0.25 \Omega$ , $R_2 = 0.9 \Omega$ ;波形5B结果为: $C = 3000 \mu\text{F}$ , $L = 2.6 \mu\text{H}$ , $R_1 = 0.23 \Omega$ , $R_2 = 1 \Omega$ .

采用PSpice进行波形5A和5B等级3引脚注入试验波形校准仿真验证,充电电压分别为 $410 \text{ V}$ 、 $330 \text{ V}$ .仿真结果见表4,满足RTCA/DO-160G标准<sup>[4]</sup>的要求.

表3 波形4仿真与试验结果

Table 3 Simulation and test results of waveform 4

结果	开路电压			短路电流		
	$V_{oc}/\text{V}$	$T_1/\mu\text{s}$	$T_2/\mu\text{s}$	$I_{sc}/\text{A}$	$T_1/\mu\text{s}$	$T_2/\mu\text{s}$
仿真结果	305	6.01	75.8	60.2	6.65	64.9
试验结果	304	6.5	72.5	63.0	6.7	64.0

表4 波形5A/5B仿真结果

Table 4 Simulation results of waveform 5A/5B

波形	开路电压			短路电流		
	$V_{oc}/\text{V}$	$T_1/\mu\text{s}$	$T_2/\mu\text{s}$	$I_{sc}/\text{A}$	$T_1/\mu\text{s}$	$T_2/\mu\text{s}$
波形5A	317	40.4	119	325	43.9	112
波形5B	311	47.6	531	305	53.3	450

## 4 结论

1) 本文提出一种新型的适用于开路电压和短路电流波形相同的组合波设计电路,并研究了以峰值时间/半峰值时间为目标参数的设计方法,提供设计查阅曲线,方便工程实际应用.

2) 本文设计的雷电防护引脚注入试验瞬态信号发生器满足RTCA/DO-160G标准<sup>[4]</sup>的要求,可用于机载设备雷电防护引脚注入试验.

### 参考文献 (References)

[1] Fisher F A, Plumer J A, Perala R A. Aircraft lightning protection

- handbook, DOT/FAA/CT-89/22 [R]. Springfield: National Technical Information Service, 1989.
- [2] Uman M A, Rakov V A. The interaction of lightning with airborne vehicles [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2003, 39(1):61-81.
- [3] Lalande P, Bondiou-Clergerie A, Laroche P. Analysis of available in-flight measurement of lightning strikes to aircraft [C] // International Conference on Lightning and Static Electricity. Warrendale: SAE International, 1999, 2397:1-8.
- [4] RTCA/DO-160G Environmental conditions and test procedures for airborne equipment [S]. Washington D. C.: RTCA Incorporated, 2010:22. 1-22. 41.
- [5] GB/T 17626.5 电磁兼容-试验和测量技术-浪涌(冲击)抗扰度试验[S]. 北京:中国电子技术标准化研究院, 2008:3-10. GB/T 17626.5 Electromagnetic compatibility-testing and measurement techniques-surge immunity test [S]. Beijing: China Electronics Standardization Institute, 2008:3-10 (in Chinese).
- [6] 姚学玲, 陈景亮, 孙伟. 浪涌保护器带电试验用组合波发生器的设计[J]. 高电压技术, 2004, 30(5):42-44. Yao X L, Chen J L, Sun W. The design of combination wave generator for SPD charging test [J]. High Voltage Engineering, 2004, 30(5):42-44 (in Chinese).
- [7] 杨仲江, 徐乐, 李祥超, 等. 1.2/50  $\mu$ s, 8/20  $\mu$ s 组合波发生器的研制[J]. 电瓷避雷器, 2013(5):58-65. Yang Z J, Xu L, Li X C, et al. Development of 1.2/50  $\mu$ s and 8/20  $\mu$ s combination wave generator [J]. Insulators and Surge Arresters, 2013(5):58-65 (in Chinese).
- [8] Zhou M, Wang J G, Cai L, et al. Influence of power-line coupling/decoupling network on output characteristics of the combination wave generator [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2011, 26(4):2333-2341.
- [9] 王玉峰, 邹积岩, 廖敏夫, 等. 组合波发生器的设计[J]. 高电压技术, 2006, 32(3):10-11. Wang Y F, Zou J Y, Liao M F, et al. Design of a combination wave generator [J]. High Voltage Engineering, 2006, 32(3):10-11 (in Chinese).
- [10] 陈景亮, 姚学玲, 袁梅珍. 冲击电流发生器回路参数的仿真计算[J]. 电瓷避雷器, 2003(4):40-44. Chen J L, Yao X L, Yuan M Z. The simulation and calculation of parameters for impulse current generator [J]. Insulators and Surge Arresters, 2003(4):40-44 (in Chinese).
- [11] Arias H J. A linear relationship between the time constants ratio of an impulse generator and the virtual time ratio of its output waveform [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2008, 23(2):1264-1265.
- [12] Yuthagowith P, Pattanadech N. A program for design of impulse current generator circuits [C] // Proceedings of the International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008:830-833.
- [13] 陈景亮, 姚学玲, 孙伟. 脉冲电流技术 [M]. 西安:西安交通大学出版社, 2008:3-8. Chen J L, Yao X L, Sun W. Pulse current technology [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2008:3-8 (in Chinese).
- [14] 张仁豫, 陈昌渔, 王昌长. 高电压试验技术 [M]. 3版. 北京:清华大学出版社, 2009:180-182. Zhang R Y, Chen C Y, Wang C C. High-voltage testing technology [M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2009:180-182 (in Chinese).
- [15] 袁海燕, 庄燕飞. 杂散参数对冲击电流波形影响的数学分析 [J]. 电瓷避雷器, 2012(5):98-104. Yuan H Y, Zhuang Y F. Mathematical analysis on the effect of stray parameters on impulse current waveforms [J]. Insulators and Surge Arresters, 2012(5):98-104 (in Chinese).

## Design of lightning protection test generator for airborne equipment

LIU Shuai, YANG Lanjun\*, ZHUANG Weichun, WANG Wei, HUANG Dong, HUANG Yizhi

(Laboratory of Aircraft Lightning Protection, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** The waveform of lightning protection pin injection test for airborne equipment is a combination wave in which the open circuit voltage waveform is the same as short circuit current waveform. For such class of combination wave, a novel combination wave generator circuit was proposed based on the linear RLC circuit of impulse current. The relationship between the time of peak value, the peak current, the time of half peak value and damping coefficient parameter of the circuit was studied. A design method was proposed for combination wave circuit which the time of peak value and half peak value serve as target parameters. The circuit parameters of lightning protection pin injection test generator for airborne electronic equipment were obtained by calculation and simulation, taking account of the influence of the stray parameters. Simulation results show that the output waveform of the generator designed can meet RTCA/DO-160G standard requirements, and the generator could be used in lightning protection pin injection test for airborne equipment.

**Key words:** lightning; pin injection test; open circuit voltage; short circuit current; generator

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0656

# 含刮痕缺陷的 7050-T7451 铝合金板疲劳寿命预估

詹志新<sup>1</sup>, 胡伟平<sup>\*1</sup>, 张森<sup>2</sup>, 孟庆春<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191; 2. 中国空间技术研究院, 北京 100094)



**摘 要:** 针对含刮痕缺陷的 7050-T7451 铝合金板的疲劳损伤问题进行了研究, 通过考虑刮擦后残余应力、塑性损伤以及疲劳载荷的共同作用, 预估了含刮痕铝合金板的疲劳寿命. 对刮痕的产生进行非线性动力学有限元 (FE) 分析, 得到了刮痕处的残余应力场与塑性应变场; 根据塑性损伤方程, 计算了在刮擦过程中刮痕处由于塑性变形产生的初始损伤场; 基于多轴疲劳的损伤力学模型, 建立了疲劳损伤分析的有限元数值解法, 并对损伤演化方程中的材质参数进行了标定; 综合考虑残余应力场、塑性初始损伤和疲劳损伤, 对含刮痕的铝合金板进行了疲劳寿命预估, 并与试样的疲劳试验结果进行了比较, 理论估计和试验得到了相一致的疲劳寿命结果, 验证了方法的可行性. 本文研究为工程中含刮痕结构的疲劳寿命预估提供了一种本文方法和实用手段.

**关键词:** 刮痕; 残余应力; 塑性损伤; 疲劳损伤; 寿命预估

**中图分类号:** O346.5

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1678-08

构件的疲劳寿命除了与材料、结构形式和载荷谱直接相关外, 还有一类意外因素需要考虑, 即构件在制造和装配过程中受到意外撞击或刮擦, 在构件表面出现缺陷 (如凹坑、刮痕等), 从而降低构件的疲劳寿命<sup>[1]</sup>. 如果将所有含初始缺陷的构件定为不合格产品, 将大大增加生产成本, 造成不必要的浪费. 因为一些含缺陷的结构件仍然能够承受循环载荷, 甚至满足疲劳寿命的要求. 因此, 对含初始缺陷的结构件进行疲劳寿命预测是非常必要的.

对于常规金属构件的疲劳寿命分析, 主要方法有名义应力法、局部应力应变法、临界平面法和损伤力学方法. 名义应力法<sup>[2]</sup>是最早出现的一种疲劳寿命估算方法, 这种方法在实际工程应用中可以用于设计阶段粗略估算一些应力水平较低、受力状态简单的简单结构的疲劳寿命, 不适合解

决复杂情况的疲劳问题. 局部应力应变法<sup>[3-4]</sup>是 20 世纪 60 年代中期以后逐步形成的一种疲劳寿命预测方法, 它以缺口根部的局部应力应变历程为依据, 再结合材料相应的疲劳特性曲线进行寿命估算. 这一方法比较适合处理单轴受力状态构件的中、低轴疲劳问题. 临界平面法<sup>[5-6]</sup>的概念是建立在疲劳裂纹萌生和扩展机理上的, 该方法将材料发生最大损伤平面上的应力应变参数作为多轴疲劳损伤参量. 但该方法中的疲劳损伤参量物理意义不明确, 仍然是一种半经验的方法. 损伤力学是近几十年在连续介质力学理论上发展起来的一个固体力学分支学科. 它是通过引入损伤变量来研究结构材料的力学性能在载荷的作用下逐渐退化, 最后导致破坏的规律和机理<sup>[7-8]</sup>. 它的主要优点是数学形式相对较简单, 物理意义相对较明确.

收稿日期: 2014-10-22; 录用日期: 2015-01-12; 网络出版时间: 2015-03-10 18:00

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150310.1800.001.html

基金项目: 北京航空航天大学基本科研业务费-博士研究生创新基金

作者简介: 詹志新(1988—), 男, 山东聊城人, 博士研究生, zzxupc@163.com

\* 通讯作者: 胡伟平(1975—), 男, 湖南常德人, 副教授, huweiping@buaa.edu.cn, 主要研究方向为疲劳与损伤力学.

**引用格式:** 詹志新, 胡伟平, 张森, 等. 含刮痕缺陷的 7050-T7451 铝合金板疲劳寿命预估[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1678-1685. Zhan Z X, Hu W P, Zhang M, et al. Fatigue life prediction for 7050-T7451 aluminum alloy plate with scratch defect[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1678-1685 (in Chinese).

然而,由于缺陷的复杂影响,以上研究常规金属构件疲劳问题的方法不能直接用于含缺陷金属构件的疲劳寿命预估.缺陷对金属构件疲劳寿命的影响主要体现在3个方面:①缺陷周围存在残余应力场;②缺陷局部存在塑性损伤;③缺陷局部存在应力集中.

本文基于连续损伤力学理论与方法,研究含刮痕缺陷的7050-T7451铝合金板的疲劳寿命问题.首先,对刮痕的形成进行动力学数值模拟,得到刮痕局部的残余应力场和塑性应变场;其次,根据Lemaitre的损伤力学模型,计算刮痕周围由塑性变形所引起的初始损伤;然后,应用Chaudonneret的多轴疲劳损伤模型,建立有限单元数值解法,计算含刮痕试件的疲劳寿命;最后,进行含刮痕试验件的疲劳试验.通过数值解和试验解的对比,验证上述方法的可行性.

## 1 理论模型

### 1.1 残余应力分析模型

残余应力分析模型需要综合考虑切削变形理论、塑性理论和有限元(Finite Element, FE)理论<sup>[9-10]</sup>.在刮痕的模拟过程中,由于刮擦物的硬度比结构件的硬度高很多,因此将刮擦物视为刚体,结构件视为弹塑性体,刮痕处的变形根据弹塑性变形理论进行计算.本文采用的塑性准则是分段线性塑性模型,可根据塑性应变定义失效.

在动力学模拟刮擦物沿着结构表面向前运动的过程中,会分离出金属屑,本文采用物理准则作为刮擦过程有限元模拟的分离准则<sup>[11]</sup>.物理标准是以刮擦物前端单元节点的物理量定义的,如应变、应力、应变能等,当单元中所选定物理量的值超过给定材料的相应物理条件时,即认为单元节点分离.采用物理准则使得金属刮擦的有限元模拟研究更接近实际情况.

随着刮擦物的前进,首先在刮擦物的前端面形成很大的应变,然后应变开始沿刮擦物与构件的接触面扩散.刮擦过程完成后,构件表面残存有保持平衡的应力,即为构件表面的残余应力.

### 1.2 初始塑性损伤分析模型

在连续损伤力学的框架中,Lemaitre<sup>[12]</sup>已经提出了很多基本的概念.对于各向同性材料,用损伤变量 $D$ 来代表代表性体积单元(Representative Volume Element, RVE)的刚度劣化程度,其表达式为

$$D = \frac{E - E_D}{E} \quad (1)$$

式中: $E$ 为无损伤时的RVE弹性模量; $E_D$ 为有损伤时RVE的等效弹性模量; $E_D$ 的变化范围为 $0 \sim E$ ,相应地, $D$ 的变化范围为 $0 \sim 1$ .

基于应变等价原理,含损伤的各向同性材料的线弹性本构关系为

$$\sigma_{ij} = (1 - D)\delta_{ij}\lambda\delta_{kl}\varepsilon_{kl} + 2(1 - D)\mu\varepsilon_{ij} \quad (2)$$

式中: $\sigma_{ij}$ 为应力分量; $\varepsilon_{ij}$ 和 $\varepsilon_{kl}$ 均为应变分量; $\lambda$ 和 $\mu$ 为拉梅常数; $\delta_{ij}$ 和 $\delta_{kl}$ 为克罗内克符号; $i, j, k$ 和 $l$ 为指标.

在连续损伤力学中,损伤变量 $D$ 的计算模型主要有两种:①考虑弹性变形导致的损伤,这部分将在第1.3节中介绍;②考虑塑性变形导致的损伤.根据Lemaitre的塑性损伤计算模型:

$$\dot{D} = \left[ \frac{\sigma_{eq}^2 R_v}{2ES(1 - D)^2} \right]^s \dot{p} \quad (3)$$

式中: $\sigma_{eq}$ 为等效应力; $\dot{p}$ 为累积塑性应变率; $S$ 和 $s$ 为材料参数; $\dot{D}$ 为损伤演化率; $R_v$ 为三轴度函数.根据式(3)对一个加载过程进行积分,可以得到由于塑性应变而产生的损伤:

$$D_0 = \left[ \frac{\sigma_{eqmax}^2 R_v}{2ES(1 - D)^2} \right]^s \Delta p \quad (4)$$

式中: $\Delta p$ 为一个载荷循环内的累积塑性应变; $\sigma_{eqmax}$ 为等效应力最大值; $D_0$ 为塑性应变而产生的初始损伤.塑性损伤模型中的两个参数 $S$ 和 $s$ 是根据疲劳试验数据进行识别的.

在采用动力学分析得到刮痕处的塑性应变场后,根据上述计算模型,就可以定量计算刮痕局部的损伤场.

### 1.3 疲劳损伤分析模型

仅考虑一类疲劳载荷情况,即后续疲劳载荷不至使受刮擦后的材料发生新的塑性变形,因此后续的疲劳损伤主要是由弹性变形所导致.

#### 1.3.1 单轴疲劳损伤模型

在单轴循环载荷作用下,Chaboche和Lesne<sup>[13]</sup>提出的疲劳损伤演化模型为

$$\dot{D} = \frac{dD}{dN} = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^{\alpha(\sigma_{max}, \sigma_m)} \cdot \left[ \frac{\sigma_{max} - \sigma_m}{M \cdot (1 - D)} \right]^{\beta} \quad (5)$$

式中: $N$ 为循环次数; $\sigma_{max}$ 和 $\sigma_m$ 分别为最大应力和平均应力; $\alpha$ 和 $\beta$ 为材料常数; $M$ 为 $\sigma_m$ 的函数, $M(\sigma_m) = M_0(1 - b_2\sigma_m)$ , $M_0$ 和 $b_2$ 为材料常数.

根据式(5),对 $D$ 从0到1进行积分,即可得到裂纹萌生时的循环次数:

$$N_F = \frac{1}{1 + \beta} \cdot \frac{1}{\alpha M_0^{-\beta}} \frac{\langle \sigma_u - \sigma_{max} \rangle}{\langle \sigma_{max} - \sigma_i(\sigma_m) \rangle}$$

$$\left(\frac{\sigma_a}{1 - b_2 \sigma_m}\right)^{-\beta} \quad (6)$$

式中:  $\sigma_a$  为一个载荷循环的应力幅值;  $\sigma_u$  为强度极限;  $\sigma_f$  为疲劳极限.

### 1.3.2 多轴疲劳损伤模型

在工程应用中, 疲劳危险部位的应力和应变多数情况是多轴的, Chaudonneret<sup>[14]</sup> 对 Lemaitre<sup>[12]</sup> 和 Chaboche<sup>[13]</sup> 单轴疲劳损伤模型进行了扩展, 提出了多轴情况下的损伤演化模型:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dN} = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^\alpha \cdot \left[ \frac{A_{II}}{M_0(1 - 3b_2\sigma_{H,m})(1 - D)} \right]^\beta \quad (7)$$

式中:  $A_{II}$  为八面体剪切应力幅值;  $\sigma_{H,m}$  为平均静水应力, 其表达式为

$$\sigma_{H,m} = \frac{1}{6} [\max(\text{tr}(\sigma)) + \min(\text{tr}(\sigma))] \quad (8)$$

式中:  $\text{tr}(\sigma) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ .

式(5)中材料常数  $\alpha$  的表达式为

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{A_{II} - A_{II}^*}{\sigma_u - \sigma_{e,max}} \right\rangle \quad (9)$$

式中:  $\sigma_{e,max}$  为一个载荷循环内的最大等效应力;  $a$  为系数;  $A_{II}^*$  为 Sines 疲劳极限准则, 表达式为

$$A_{II}^* = \sigma_{f0}(1 - 3b_1\sigma_{H,m}) \quad (10)$$

式中:  $\sigma_{f0}$  为  $R = -1$  时的疲劳极限;  $b_1$  为材料常数.

对式(7), 从  $D = 0$  到  $D = 1$  积分, 得到构件失效时的载荷循环次数为

$$N_f = \frac{1}{1 + \beta} \cdot \frac{1}{aM_0^{-\beta}} \cdot \frac{\langle \sigma_u - \sigma_{e,max} \rangle}{\langle A_{II} - A_{II}^* \rangle} \cdot \left( \frac{A_{II}}{1 - b_2\sigma_{H,m}} \right)^{-\beta} \quad (11)$$

## 2 7050-T7451 铝合金的材质参数标定

一共需要标定 3 类材质参数, 分别是刮擦塑性模型中用到的静力性能参数、塑性损伤参数和疲劳损伤参数: ①对一组铝合金板进行静力拉伸试验, 得到真实应力应变曲线和刮擦塑性模型参数; ②进行两组铝合金板的低周疲劳试验, 得到材料的塑性损伤参数; ③对铝合金板进行高周疲劳试验, 得到材料的疲劳损伤参数.

### 2.1 塑性损伤模型中的材质参数标定

首先, 根据 7050-T7451 铝合金板的静力拉伸试验, 可以得到其基本的静力力学性能, 如表 1 所示, 其中  $\sigma_s$  为屈服极限,  $\sigma_R$  为断裂应力. 其化学成分如表 2 所示. 根据式(3)可知, 塑性损伤方程中有两个参数  $S$  和  $s$ . 在材料手册<sup>[15]</sup>中, 选取两组低周疲劳试验数据点, 如表 3 所示, 其中  $\Delta\varepsilon_p$  为塑

性应变幅值,  $\Delta\sigma$  为应力幅值. 经计算可得到参数  $S$  和  $s$  的值, 在表 4 中列出.

表 1 7050-T7451 铝合金板的静力力学性能参数

Table 1 Static mechanical properties parameters of 7050-T7451 aluminum alloy plate

参数	$E/\text{MPa}$	$\nu$	$\sigma_s/\text{MPa}$	$\sigma_u/\text{MPa}$	$\sigma_R/\text{MPa}$
数值	70	0.3	453	511	400

注:  $\nu$ —泊松比.

表 2 7050-T7451 铝合金板的化学成分

Table 2 Chemical composition of 7050-T7451 aluminum alloy plate

元素	Zn	Mg	Cu	Zr	Cr	Ti	Fe	Si	Al
质量分数/%	5.91	1.85	2.14	0.1	0.04	0.05	0.1	0.04	其他

表 3 两组低周疲劳试验数据点

Table 3 Two sets of low cycle fatigue test data

组号	$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2}/10^{-3}$	$\frac{\Delta\sigma}{2}/\text{MPa}$	$N_f$
1	55.34	568	13
2	0.32	404	948

表 4 7050-T7451 铝合金板的疲劳损伤模型材质参数

Table 4 Material parameters of fatigue damage model for 7050-T7451 aluminum alloy plate

参数	$\beta$	$M_0$	$b_1$	$b_2$	$a$	$S/\text{MPa}$	$s$
数值	1.8753	88132	0.0013	0.0015	0.75	1.269	4.5

### 2.2 疲劳损伤模型中的材质参数标定

为了获得 7050-T7451 铝合金疲劳损伤演化方程中的材质参数, 首先根据材料手册<sup>[16]</sup>中光滑件和缺口件的疲劳试验数据进行参数识别, 然后进行了光滑件在应力比  $R = 0.02$  情况下的疲劳试验, 以验证所得参数的适用性.

在疲劳损伤模型中, 一共有 5 个参数:  $\beta$ 、 $a$ 、 $M_0$ 、 $b_1$  和  $b_2$ . 首先, 根据标准光滑试件的疲劳试验, 可以确定 4 个参数:  $\beta$ 、 $M_0$ 、 $b_1$  和  $b_2$ . 对于单轴疲劳条件下的光滑试件, 疲劳寿命预估的闭合形式如式(6)所示. 因此, 参数  $\beta$  和  $1/[(1 + \beta)aM_0^{-\beta}]$  可以直接从  $R = -1$  的疲劳试验数据计算得出. 然后, 通过使用最小二乘法, 利用其他应力比下的疲劳试验数据, 可以获得参数  $b_1$  和  $b_2$  的数值. 最后, 利用一组  $R = -1$ ,  $\sigma_{max} = 81.2 \text{ MPa}$ ,  $N_f = 1.1 \times 10^5$  的缺口件的疲劳试验数据, 通过采用损伤力学有限单元<sup>[17-18]</sup>方法, 可以得到  $a$  和  $M_0$  的数值解. 最终, 得到的 7050-T7451 铝合金板的材料参数如表 4 所示. 图 1(a) 和图 1(b) 给出了不同应力比 ( $R = -1, 0$ ) 下拟合的光滑试件的  $S-N$  曲线. 图 1(c) 给出了  $R = 0.02$  时的  $S-N$  曲线和疲劳试验数据点.

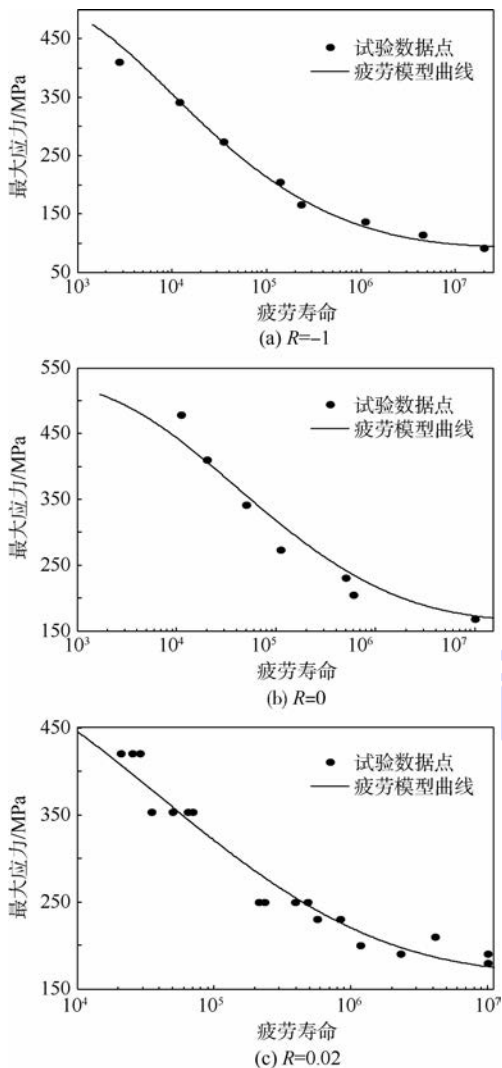


图1  $R$  不同时的试验点以及模型预测的光滑试样的 S-N 曲线

Fig. 1 Test points and predicted S-N curves of smooth specimens with different  $R$

### 3 疲劳寿命预估

#### 3.1 计算方案

计算流程如图2所示,具体的计算过程为:

- 1) 初始化所有的参数,将初始损伤度  $D_0$  的值设为0.
- 2) 利用 Ls\_dyna 软件对结构进行动力学分析,得到刮痕处的塑性应变场与残余应力场.
- 3) 根据 Lemaitre 的塑性损伤分析模型,计算由刮擦过程中产生的塑性变形所导致的初始损伤度.
- 4) 根据初始损伤度  $D_0$ ,修改每个单元的弹性模量,然后利用 ANSYS 软件计算应力场(考虑刮痕处的残余应力场),并根据式(12),计算每个单元随着循环载荷的增加而引起的疲劳损伤度的增量为

$$\Delta D^{(i+1)} = [1 - (1 - D^{(i)})^{\beta+1}]^{\alpha} \cdot$$

$$\left[ \frac{A_{II}}{M_0 (1 - 3b_2 \sigma_{H,m}) (1 - D^{(i)})} \right]^{\beta} N \quad (12)$$

式中: $D^{(i)}$ 为载荷循环次数  $i$  次后的每个单元的总损伤度,并得到载荷循环次数  $i+1$  次后的每个单元的总损伤度为

$$D^{(i+1)} = D^{(i)} + \Delta D^{(i+1)} \quad (13)$$

5) 如果任意一个单元的损伤度累积达到了1,就认为疲劳裂纹在这个单元萌生,此时的循环次数即为疲劳裂纹的萌生寿命,如果没有达到1,再利用式(14)重新计算每个单元的弹性模量:

$$E^{(i+1)} = E(1 - D^{(i+1)}) \quad (14)$$

然后,计算下一个循环载荷作用下的应力场和损伤场,直到某一个单元的损伤累积达到1.

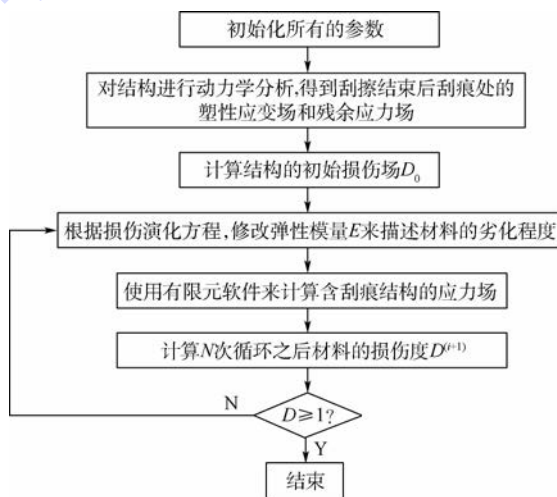


图2 简化的 FE 计算方法流程图

Fig. 2 Flow chart of simplified FE computational methodology

#### 3.2 疲劳寿命预估过程及结果

##### 3.2.1 残余应力分析

含刮痕的铝合金板的尺寸如图3所示.刮痕的深度是0.25 mm,刮痕的底部半径是0.2 mm.利用 Ls\_dyna 软件进行刮擦的动力学模拟,考虑到整个模型的对称性,这里只建立了1/2模型.计算时,将刮擦物的材料设为刚体,铝合金板设为弹塑性材料,采用分段线性塑性模型,此模型是根据设定的塑性应变值来定义失效.有限元模型选用8节点的 Solid164 三维显式结构实体单元,整个模型一共有206 516个单元,224 458个节点,网格的密度决定了数值解的精确度,为了确定合适的网格密度,对原有网格和对加密网格后的模型分别进行了有限元计算,当两次计算的最大轴向应力的差值小于1%时,认为此时的网格密度达到计算精度的要求,划分完网格的有限元局部模型如图4所示.刮擦结束后铝合金板的残余应力分布

图如图5所示,可以看到残余应力主要集中在结构的表面层。

次数的变化趋势图,此单元的位置在图6中标出。

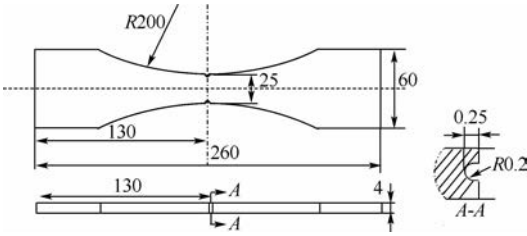


图3 含刮痕铝合金板的尺寸图(单位:mm)

Fig.3 Dimension figure of scratched aluminium alloy plate specimen (Unit:mm)

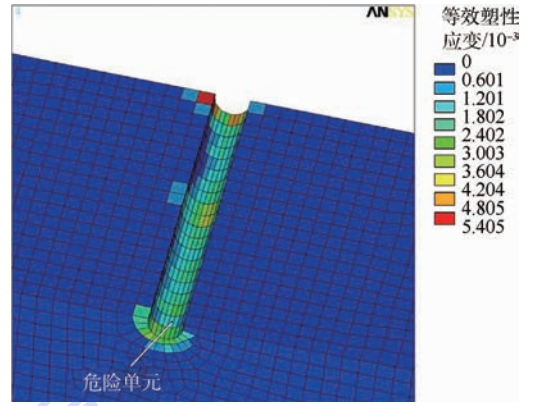


图6 刮痕处的等效塑性应变分布图

Fig.6 Distribution of equivalent plastic strain

表5 不同名义应力下的疲劳试验结果与疲劳寿命预估数值解

Table 5 Fatigue test results with different nominal stress and numerical solution of fatigue life

名义应力/ MPa	数量	疲劳寿命	中值寿命	数值解	数值解的 误差/%
206	7	59 900, 159 300	74 395	85 000	12.48
		40 200, 81 500			
		32 700, 141 000			
		87 500			
187	7	668 000, 250 000	280 265	345 000	18.76
		165 000, 648 000			
		354 000, 136 000			
		158 000			

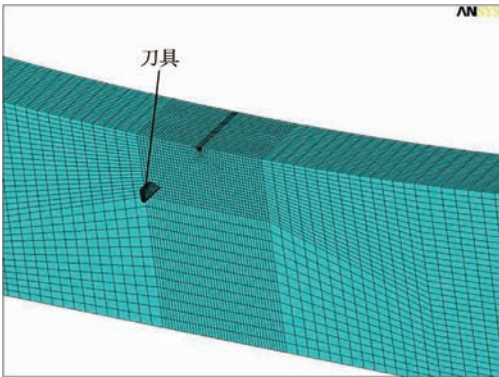


图4 有限元局部网格

Fig.4 Local FE model meshing

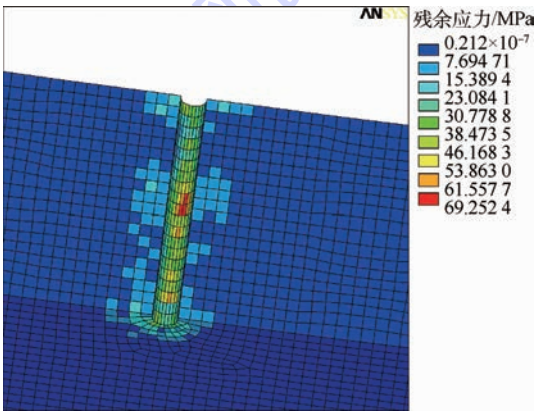


图5 刮擦结束后刮痕周围的残余应力分布图

Fig.5 Distribution of residual stress after scratching near scratch

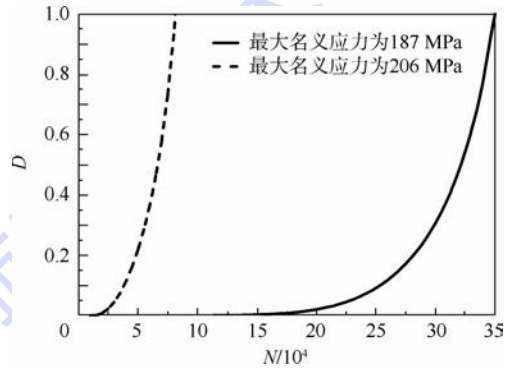


图7 损伤度随着循环次数的变化趋势图

Fig.7 Change trend diagram of damage extent versus number of cycles

### 3.2.2 损伤分析以及疲劳寿命预估

刮擦结束后,可以得到刮痕处的塑性应变,图6给出了刮痕局部的等效塑性应变分布图。由塑性应变导致的初始损伤可根据式(4)算出。在下面的损伤力学—有限元迭代计算中,初始损伤场和残余应力场将作为初始条件输入。

施加的循环载荷的最大名义应力分别是206 MPa、187 MPa,应力比是0.02。得到的损伤力学有限元数值解在表5中列出。图7给出了两级应力下,编号为447849的危险单元的损伤度随着循环

### 3.2.3 只考虑刮痕几何形状的铝合金板疲劳寿命预估

本节对只考虑刮痕的几何形状的铝合金板进行疲劳寿命预估,并与考虑残余应力场和初始塑性损伤场的计算结果进行对比。刮痕的深度为0.25 mm,底部圆弧半径为0.2 mm。施加的循环载荷分别为206 MPa和187 MPa,应力比为0.02。当载荷为206 MPa时,计算的疲劳寿命为115 000,

当载荷应力为 187 MPa 时,计算的疲劳寿命为 410 000。考虑了残余应力场和初始塑性损伤场的铝合金板的疲劳寿命的计算结果如表 5 所示。可见,与考虑残余应力场和初始塑性损伤场的计算结果相比,计算得到的只考虑刮痕的几何形状的铝合金板的疲劳寿命相对较长。故残余应力场和初始塑性损伤场的存在会在一定程度上缩短铝合金板的疲劳寿命。

### 3.3 含刮痕铝合金板的疲劳试验

首先,采用专用试验装置对铝合金板进行刮擦,保证刮擦后形成的刮痕的尺寸尽量一致。刮擦结束后的铝合金板的疲劳试样如图 3 所示。然后利用高频疲劳试验机,进行了两级疲劳载荷下的高周疲劳试验,应力比均为 0.02。试验结果如表 5 所示,并与第 3.2 节得到的疲劳寿命预估结果进行对比。结果表明,在两级应力水平下,预估的疲劳寿命的误差都在 20% 以内,说明应用以上理论预估的疲劳寿命的结果是可靠的。

### 3.4 刮痕深度及刮痕底部圆弧半径对疲劳寿命的影响

#### 3.4.1 刮痕深度对疲劳寿命的影响

本节对含不同深度刮痕的铝合金板进行疲劳寿命预估,分析了刮痕深度对疲劳寿命的影响。刮痕的深度分别是 0.35 mm 和 0.45 mm,刮痕底部的圆弧半径都是 0.2 mm。施加的循环载荷最大名义应力分别是 140 MPa、125 MPa,应力比是 0.02。得到的损伤力学有限元数值解在表 6 中列出。图 8(a)和图 8(b)分别给出了动力学模拟刮擦过程结束后的含不同深度刮痕的结构局部的等效塑性应变分布图。图 9 给出了应力水平为 125 MPa 时,编号为 447968 的危险单元的损伤度随着循环次数的变化趋势图,此单元的位置在图 10 中标出。

表 6 含不同深度刮痕金属板试样的疲劳寿命预估结果

Table 6 Fatigue life prediction result for metal plate specimen with different depth of scratch

刮痕深度/ mm	刮痕的底部 圆弧半径/mm	名义应力/ MPa	疲劳寿命
0.35	0.2	140	100 000
		125	175 000
0.45	0.2	140	50 000
		125	90 000

通过以上对比看出,在动力学模拟刮擦过程结束后,含不同深度刮痕的结构等效塑性应变的差别不大,即刮痕深度对刮擦过程结束后刮痕局部的初始损伤场影响较小,但是在同一应力水

平下,在刮痕的底部圆弧半径都相同的情况下,刮痕的深度越深,刮痕处结构局部的应力集中越严重,导致其疲劳寿命越短。

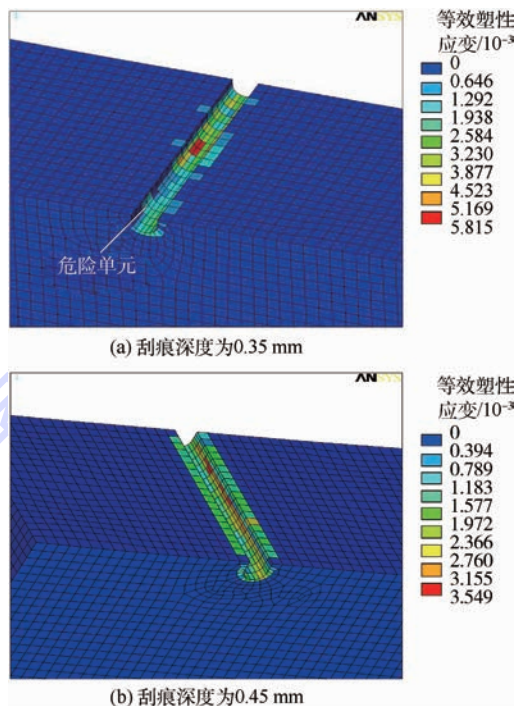


图 8 含深度为 0.35 mm 及 0.45 mm 刮痕试样的等效塑性应变分布图

Fig. 8 Distribution diagram of equivalent plastic strain of scratched specimen with depth of 0.35 mm and 0.45 mm

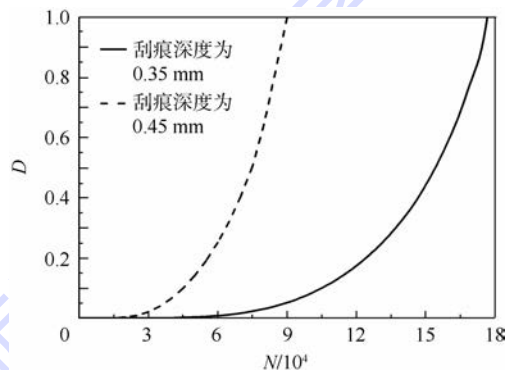


图 9 含不同深度刮痕的结构损伤度随着载荷循环的变化趋势图

Fig. 9 Change trend diagram of damage extent versus number of cycles of specimen with different depth of scratch

#### 3.4.2 刮痕底部圆弧半径对疲劳寿命的影响

本节对含不同半径圆弧的刮痕的铝合金板进行疲劳寿命预估,分析了刮痕的底部圆弧半径对疲劳寿命的影响。刮痕的底部圆弧半径分别是 0.10 mm 和 0.25 mm,刮痕的深度都是 0.25 mm。施加的循环载荷的最大名义应力分别是 120 MPa、100 MPa,应力比是 0.02。得到的损伤力学有限元数值解在表 7 中列出。图 10 给出了应力水平为

120 MPa 时的危险单元的损伤度随着循环次数的变化趋势图。

表 7 含不同圆弧半径的刮痕的金属板的  
疲劳寿命预估结果

Table 7 Fatigue life predicted results for  
metal plate with different radius of scratch

刮痕深度/ mm	刮痕底部 圆弧半径/mm	最大名义应力/ MPa	疲劳寿命
0.25	0.10	120	85 000
		100	200 000
0.25	0.25	120	260 000
		100	635 000

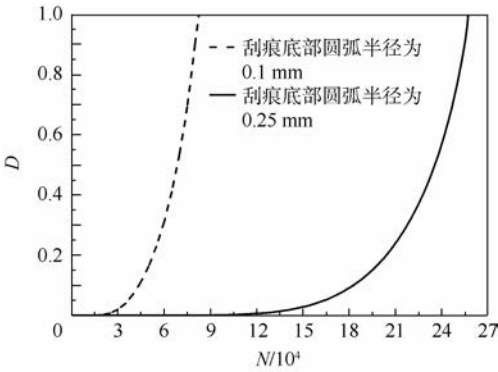


图 10 含不同圆弧半径刮痕的结构损伤度随  
载荷循环的变化趋势图

Fig. 10 Change trend diagram of damage extent  
versus number of cycles of specimen with  
different radius of scratch

在动力学模拟刮擦过程结束后,底部圆弧半径为 0.1 mm 的刮痕附近的最大 von Mises 等效塑性应变是 0.22%,而圆弧半径为 0.25 mm 的刮痕附近的最大 von Mises 等效塑性应变为 0.61%,可见,刮痕的底部圆弧半径对刮擦过程结束后刮痕局部初始损伤场的影响差别不大.但是在同一应力水平下,在刮痕深度一定的情况下,刮痕的底部圆弧半径越小,刮痕处结构局部的应力集中越严重,导致其疲劳寿命越短.

## 4 结 论

本文基于连续损伤力学理论,对含刮痕缺陷的 7050-T7451 铝合金板进行了疲劳寿命预估,为考虑含初始缺陷的工程结构疲劳寿命分析提供了一种新的研究方法和手段.

1) 基于非线性有限元方法,对刮擦的过程进行动力学仿真模拟,得到刮痕处的残余应力场与塑性应变场.

2) 基于连续损伤力学理论,根据 Lemaitre 的塑性损伤计算模型,得到了刮痕处的塑性变形所

引起的初始损伤场.

3) 在疲劳损伤分析中,提出了一种对含刮痕结构进行疲劳寿命预估的损伤力学有限单元法,这种方法综合考虑了残余应力、初始塑性损伤以及后续疲劳损伤的共同作用.

4) 进行了含刮痕的铝合金板件的疲劳试验,并通过理论预估结果与试验结果的对比,验证了上述疲劳寿命预估方法的适用性.

5) 对含不同深度和不同圆弧底部半径的刮痕的铝合金板进行疲劳寿命预估,结果发现在刮痕底部的圆弧半径一定的情况下,刮痕的深度越深,刮痕处的应力集中越严重,导致其疲劳寿命越短;在刮痕深度一定的情况下,刮痕的底部圆弧半径越小,刮痕处的应力集中越严重,导致其疲劳寿命越短.

## 参考文献 (References)

- [1] Schijve J. Fatigue of structures and materials [M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 2001: 1-5.
- [2] Song J H, Areias P M A, Belytschko T. A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 67(6): 868-893.
- [3] Ince A, Glinka G, Buczynski A. Computational modeling of multiaxial elasto-plastic stress-strain response for notched components under non-proportional loading [J]. International Journal of Fatigue, 2014, 62: 42-52.
- [4] Lim J Y, Hong S G, Lee S B. Application of local stress-strain approaches in the prediction of fatigue crack initiation life for cyclically non-stabilized and non-Masing steel [J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(10-12): 1653-1060.
- [5] Chen X, Jin D, Kim K S. A weight function-critical plane approach for low-cycle fatigue under variable amplitude multiaxial loading [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2006, 29(4): 331-339.
- [6] Susmel L, Taylor D. A critical distance/plane method to estimate finite life of notched components under variable amplitude uniaxial/multiaxial fatigue loading [J]. International Journal of Fatigue, 2012, 38: 7-24.
- [7] Chaboche J L. Continuous damage mechanics—a tool to describe phenomena before crack initiation [J]. Nuclear Engineering and Design, 1981, 64(2): 233-247.
- [8] Lemaitre J. A course on damage mechanics [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1992: 11-19.
- [9] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997: 5-10.  
Wang X C, Shao M. The basic principle of the finite element method and numerical method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997: 5-10 (in Chinese).
- [10] 徐秉业, 刘信声. 应用弹塑性力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1995: 97-112.  
Xu B Y, Liu X S. Application of elastic-plastic mechanics [M].

- Beijing: Tsinghua University Press, 1995: 97-112 (in Chinese).
- [11] Mamalis A, Horvath M, Branis A, et al. Finite element simulation of chip formation in orthogonal metal cutting[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2001, 110(1): 19-27.
- [12] Lemaitre J. *Mechanics of solid materials* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1990: 442-449.
- [13] Chaboche J, Lesne P. A nonlinear continuous fatigue damage model[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1988, 11(1): 1-17.
- [14] Chaudonneret M. A simple and efficient multiaxial fatigue damage model for engineering applications of macro-crack initiation [J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1993, 115(4): 373-379.
- [15] 吴学仁. 飞机结构金属材料力学性能手册[M]. 北京: 航空工业出版社, 1996: 433-434.
- Wu X R. *Handbook of mechanical properties of aircraft structural metals* [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1996: 433-434 (in Chinese).
- [16] Handbook M-5H MIL-HDBK-5H: *Metallic materials and elements for aerospace vehicle structures* [S]. Washington, D. C.: US Department of Defense, 1998: 3-244.
- [17] Zhang M, Meng Q C, Hu W P, et al. Damage mechanics method for fatigue life prediction of pitch-change-link[J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(10): 1683-1688.
- [18] Zhang T, McHugh P, Leen S. Finite element implementation of multiaxial continuum damage mechanics for plain and fretting fatigue[J]. *International Journal of Fatigue*, 2012, 44(2): 260-272.

## Fatigue life prediction for 7050-T7451 aluminum alloy plate with scratch defect

ZHAN Zhixin<sup>1</sup>, HU Weiping<sup>\*1</sup>, ZHANG Miao<sup>2</sup>, MENG Qingchun<sup>1</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Fatigue damage of 7050-T7451 aluminum alloy plate with scratch was studied, and the fatigue life of aluminum alloy plate after scratching was predicted considering the common effects of the residual stress, plastic damage and fatigue load. The nonlinear dynamic finite element (FE) analysis was conducted to simulate scratch generation, and the residual stress field and plastic strain field near scratch were obtained. According to the equation of plastic damage, the initial damage field near scratch caused by plastic deformation in the scratching process was calculated. Based on the multiaxial fatigue damage model, the finite element numerical method was established to analyze fatigue damage, and the calibration of material parameters in the damage evolution equation was conducted. This method was used to predict the fatigue life of scratched aluminum alloy plates with synthetically considering the residual stress field, the initial plastic damage and fatigue damage. The predicted results were compared with results from the fatigue test of specimens, and the theoretical prediction was in accordance with the test results of fatigue life. A new method and a practical means for fatigue life prediction of metal component with scratch defect were provided.

**Key words:** scratch; residual stress; plastic damage; fatigue damage; life prediction

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0663

# 基于 EMT 采用 FEM 研究含裂纹介质中弹性波传播机制

刘宁<sup>1</sup>, 李敏<sup>\*1</sup>, 陈伟民<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191; 2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100190)

**摘 要:** 了解和掌握弹性波在含有裂纹介质中的传播规律是开发利用页岩气等非常规油气资源中的关键科学问题. 本文基于数值模拟的优点, 采用商用有限元软件 Nastran 模拟弹性波在含裂纹介质中的激发及传播方式, 分析了弹性波在该介质中裂纹微结构(密度和纵横比)对弹性波传播动力学特性的依赖程度. 结果表明:有限元方法(FEM)可以用于该问题的研究;Hudson 等效介质理论(EMT)不适用泊松比近 0.5 的材料;裂纹密度、纵横比的增大会减小纵波(P波)波速值, 以及衰减位移时域响应的首波振幅, 且裂纹密度对于该材料的各向异性的影响要远大于纵横比的作用.

**关键词:** 有限元方法(FEM); Hudson 理论; 频率; 裂纹数密度; 纵横比

**中图分类号:** O347.4<sup>†</sup>1

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1686-07

随着国民经济的不断增长,我国对能源需求量和进口量日益增大,安全有效地开发国内能源资源是目前亟待解决的问题. 在国民经济和社会发展“十二五”规划中也曾明确提出了要“推进页岩气等非常规油气资源开发利用”. 充分了解页岩层结构、动力学特性等,将有助于该类能源的勘探和开采. 在理论研究中,通常将该地质结构简化为含有微结构的等效弹性体<sup>[1]</sup>. 早在 1950 年, Mackenzie<sup>[2]</sup> 就采用自相关方法研究了含微小球状缺陷固体的弹性参数. 随后, Eshelby<sup>[3]</sup> 和 Bristow<sup>[4]</sup> 分别研究了椭圆缺陷及微小裂纹对于弹性参数的影响. 1965 年, Walsh<sup>[5]</sup> 最先将该问题引入到岩土力学领域. 1980 年, Hudson<sup>[6]</sup> 提出了较为完善的含有裂缝的岩石理论模型,建立了等效弹性参数与裂缝密度、夹杂液层厚度之间的表达式,并随后讨论了这些参数对于纵波(P波)波速的影响<sup>[7-8]</sup>. 时至今日,

该模型仍广泛地用于研究含微裂纹孔隙介质<sup>[9]</sup>.

与此同时,科学技术的进步使得更多的研究手段用于探索该问题. 其中,有限元方法(Finite Element Method, FEM)具有适用于工程中较为复杂的地质形态、易于边界处理的特点;能够给出弹性波的基本运动学、动力学信息<sup>[9]</sup>,有助于深入地研究模型的内在力学特性及其在岩石中的传播机制. FEM 的基本思想最早可以追溯到 1943 年<sup>[10]</sup>. 1960 年, Clough 第一次提出了“有限元法”的概念. 随后, FEM 开始用于动力学分析. 1978 年, Aoki 等<sup>[11]</sup> 就采用 FEM 分析了含有单裂纹结构的动力学问题. 1986 年, Taylor 等<sup>[12]</sup> 采用 FEM 研究了含微裂纹脆性岩石的断裂行为. 1998 年, Ma 等<sup>[13]</sup> 采用显式有限元分析程序 Autodyn 模拟了爆炸载荷激发下岩石中的冲击波传播问题. 2001 年, Garboczi 和 Berryman<sup>[14]</sup> 采用 FEM 讨论

收稿日期: 2014-10-24; 录用日期: 2015-01-16; 网络出版时间: 2015-04-02 08:52

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150402.0852.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(11232012, 11372320)

作者简介: 刘宁(1988—),女,辽宁丹东人,博士研究生, nicolaliu@buaa.edu.cn

\* 通讯作者: 李敏(1968—),男,教授,湖北天门人, limin@buaa.edu.cn, 主要研究方向为结构动力学.

**引用格式:** 刘宁, 李敏, 陈伟民. 基于 EMT 采用 FEM 研究含裂纹介质中弹性波传播机制[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1686-1692. Liu N, Li M, Chen W M. Wave propagation in cracked elastic media based on EMT using FEM[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1686-1692 (in Chinese).

了含有夹杂材料的等效弹性参数. 2006 年, Grechka 及 Kachanov<sup>[15]</sup> 采用三维 FEM 分析了含小间距交叉排布的裂纹对于各向同性岩石的等效弹性参数的影响. 2013 年, Gaede 等<sup>[16]</sup> 采用三维 FEM 计算了各向异性弹性岩石基体中, 任意方向的孔洞缺陷周围的应力集中问题.

目前, 关于岩石的 FEM 多侧重于静力问题的研究. 然而在实际工程测量中, 主要采用地震勘探技术, 该方法是利用人工激发地震波, 通过拾取测点地震波记录来推断地质形态. 因而, 有必要采用动力学 FEM 建立有效岩石模型. 本文根据 Hudson 理论, 将岩石简化为含有定向周期均匀分布裂纹的线弹性体, 采用 FEM 构建三维模型, 商用 FE 软件 Nastran 求解弹性动力学方程, 可得到各结点的位移、速度、加速度, 以及各单元的应力随时间分布, 进而得到弹性波在岩石中完整的传播过程; 与 Hudson 理论解的对比验证了 FEM 模型的有效性, 并定量地讨论了 Hudson 理论的适用范围; 基于本文的 FEM 模型, 分析了弹性波在裂纹介质中的频散效应, 裂纹微结构对弹性波传播动力学特性的影响; 通过研究含裂纹介质中等效弹性常数的变化规律, 讨论了传播介质特性的反演问题.

## 1 基本方程

### 1.1 Hudson 裂纹介质理论

Hudson 在 20 世纪 80 年代就对含有裂纹结构的弹性模型做了很好的研究总结<sup>[9]</sup>. 在该理论中, Hudson 将岩石假设为含有平行定向均匀分布的圆币形裂纹; 微结构的尺寸远小于入射波长, 即可以使得弹性波在裂纹附近发生衍射绕过缺陷、裂纹位置; 裂纹在弹性体中占有很小的比率.

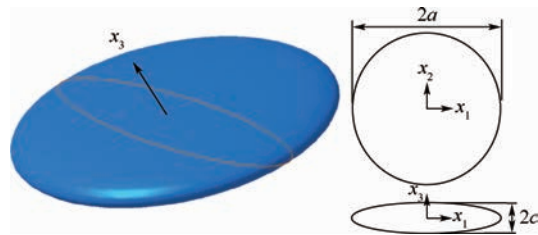
基于文献[9]模型, Hudson 应用平均位移场理论, 提出了裂纹介质的等效弹性模型<sup>[6]</sup>:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad C_{ijkl} = C_{ijkl}^0 + C_{ijkl}^1 + C_{ijkl}^2 + o(\varepsilon) \quad (1)$$

式中:  $\sigma_{ij}$  和  $\varepsilon_{kl}$  分别为应力、应变张量分量;  $C_{ijkl}$  为弹性模量, 对于三维问题,  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ ;  $\varepsilon$  为裂纹密度;  $o(\varepsilon)$  为高阶扰动小量. 忽略高阶小量, 二阶近似为

$$C = C^0 + C^1 + C^2 \quad (2)$$

式中:  $C$  为四阶张量;  $C^0$  为无裂纹介质的弹性模量;  $C^1$  为每个裂纹分别独立作用产生的修正项;  $C^2$  为由两裂纹间耦合作用产生的修正项. 这里假设介质中所有裂纹法向相同, 沿  $x_3$  轴方向分布, 单位矢量为  $[0 \ 0 \ 1]^T$ , 裂纹模型如图 1 所示.



$a$ —裂纹的平均半径;  $2c$ —裂纹厚度;  
 $x_1, x_2$  和  $x_3$ —空间内 3 个正主轴.

图 1 Hudson 裂纹模型

Fig. 1 Hudson's crack model

基体为各向同性线弹性材料, 裂纹均匀分布, 其等效弹性模量为

$$\begin{cases} C_{ijkl}^0 = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ C_{ipjq}^1 = -\varepsilon C_{k3ip}^0 C_{l3jq}^0 U_{kl}(0) / \mu \\ C_{ipjq}^2 = -C_{vrij}^1 C_{iqln}^1 \chi_{lmp} / \mu \end{cases} \quad (3)$$

式中:

$$\begin{cases} \chi_{lmp} = \frac{\delta_{lp} \delta_{mr} (4 + \tau^2) - \delta_{lm} \delta_{pr} (1 - \tau^2)}{15} \\ \tau^2 = \mu / (\lambda + 2\mu) = (v_s / v_p)^2 \\ v_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho} \\ v_s = \sqrt{\mu / \rho} \\ \mu = E / (2 + 2\nu) \\ \lambda = \nu E / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)] \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $\rho$  为岩石密度;  $v_p$  和  $v_s$  分别为纵波、横波波速;  $\lambda$  和  $\mu$  为 Lamé 常数;  $\nu$  为泊松比;  $E$  为弹性模量.

对于法向为  $x_3$  轴的干裂纹, 则有:

$$\begin{cases} U_{11} = U_{22} = 16(\lambda + 2\mu) / [3(3\lambda + 4\mu)] \\ U_{33} = 4(\lambda + 2\mu) / (3\lambda + 3\mu) \\ U_{kl} = 0 \quad k \neq l \end{cases} \quad (5)$$

采用 Voigt 拉直公式<sup>[17]</sup>, 将  $C$  转化为二阶张量, 即

$$C_{IJ} = C_{ijkl} \quad (6)$$

式中:

$$\begin{matrix} ij(kl) & 11 & 22 & 33 & 23, 32 & 13, 31 & 12, 21 \\ I(J) & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \quad (7)$$

则广义 Hooke 定律<sup>[17]</sup> 可以写为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (8)$$

将式(3)代入式(8)中,可以看出由于共向均匀排列裂纹的存在,岩石通常不再是各向同性材料,在地震勘探中一般用 Thomsen 参数描述材料的各向异性<sup>[18]</sup>:

$$\begin{cases} \alpha = (C_{11} - C_{33}) / (2C_{33}) \\ \gamma = (C_{66} - C_{44}) / (2C_{44}) \\ \delta = \frac{(C_{13} + C_{14})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})} \end{cases} \quad (9)$$

其大小反映各向异性程度.将弹性模量代入,得到一阶修正结果为

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{8\varepsilon(-1+2\nu)}{16\varepsilon(1-\nu)^2+6\nu-3} \\ \gamma_1 = \frac{-8\varepsilon(\nu-1)}{16\varepsilon\nu-16\varepsilon-3\nu+6} \\ \delta_1 = \frac{16(2\nu-1)\varepsilon(\nu^2-\nu+1)}{h_1 \cdot \varepsilon - 6\nu^2 + 15\nu - 6} \\ h_1 = 32\nu^4 - 96\nu^3 + 160\nu^2 - 144\nu + 48 \end{cases} \quad (10)$$

同理可得到二阶修正弹性模量的 Thomsen 参数.

## 1.2 FEM 动力学方程

波在介质中传播是动力学研究的重要领域,主要研究短暂作用于介质边界或内部的载荷所引起的位移、速度变化在介质中向周围传播、散射规律,在建筑结构抗震设计、人工地震勘探、无损探伤等领域中都有广泛应用.运动方程<sup>[19]</sup>为

$$M\ddot{a}_i + c\dot{a}_i + Ka_i = Q_i \quad (11)$$

这里采用中心差分方法,有

$$\begin{cases} \ddot{a}_0 = M^{-1}(Q_0 - c\dot{a}_0 - Ka_0) \\ a_{-\Delta t} = a_0 - \Delta t\dot{a}_0 + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{a}_0 \\ \ddot{a}_i = \frac{1}{\Delta t^2}(a_{i-\Delta t} - 2a_i + a_{i+\Delta t}) \\ \dot{a}_i = \frac{1}{2\Delta t}(a_{i+\Delta t} - a_{i-\Delta t}) \end{cases} \quad (12)$$

式中: $M$ 、 $c$ 和 $K$ 分别为质量、阻尼和刚度矩阵; $Q_i$ 、 $a_i$ 、 $\dot{a}_i$ 和 $\ddot{a}_i$ 分别为 $t$ 时刻结点载荷、位移、速度和加速度向量; $a_0$ 、 $\dot{a}_0$ 、 $\ddot{a}_0$ 和 $a_{-\Delta t}$ 分别为初始位移、速度、加速度向量和 $t = -\Delta t$ 时刻位移向量; $a_{i-\Delta t}$ 和 $a_{i+\Delta t}$ 分别为 $t = t - \Delta t$ 和 $t = t + \Delta t$ 时刻位移向量.中心差分为条件稳定算法,时间步长 $\Delta t$ 需要满足一定的条件,选择最小单元的最小边长,记为 $L$ ,近似估计<sup>[19]</sup>:

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} \quad \Delta t_{cr} \approx \frac{L}{v_p} \quad (13)$$

式中: $\Delta t_{cr}$ 为临界时间步长.

## 2 数值结果与讨论

### 2.1 Hudson 理论波速

岩石基体选择为各向同性线弹性材料,其泊松比 $\nu$ 的范围为

$$-1 < \nu < 0.5 \quad (14)$$

在式(14)范围内,由式(9)可知,对于一阶和二阶修正弹性模量张量都只有 $\varepsilon = 0$ 时,才能表征为各向同性材料.

对于正交异性材料,其弹性模量在实验室中通常采用测量波在介质中的P波、S波波速计算得到:

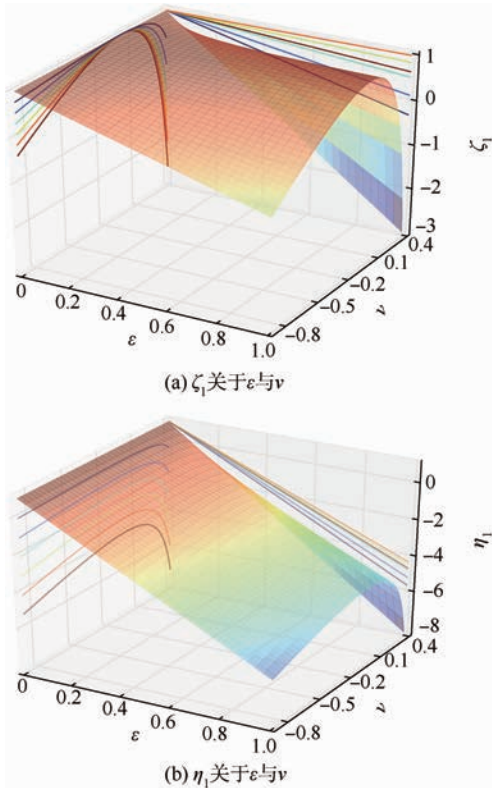
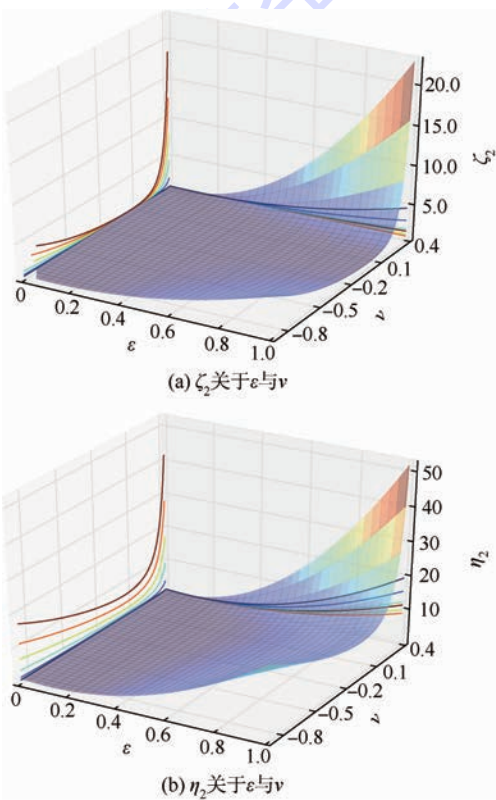
$$\begin{cases} C_{33} = \rho v_p^2(0) \\ C_{11} = \rho v_p^2(\pi/2) \\ C_{55} = \rho v_{SH}^2(\pi/2) \\ C_{66} = \rho v_{SV}^2(\pi/2) \\ C_{13} = \left[ \frac{1}{4}(4\rho v_p^2(\pi/4) - C_{11} - C_{33} - 2C_{44})^2 - \frac{1}{4}(C_{11} - C_{33})^2 \right]^{\frac{1}{2}} - C_{44} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $v_{SV}$ 为横波波速垂直分量; $v_{SH}$ 为横波波速水平分量.

定义两个无量纲数 $\zeta$ 和 $\eta$ ,分别用来表征含裂纹的 $C_{11}$ 与无裂纹 $C_{11}^0$ 和 $C_{33}$ 与无裂纹 $C_{33}^0$ 的差异,表达形式为

$$\begin{cases} \zeta = \frac{v_p^2(\pi/2)}{v_p^2} \\ \eta = \frac{v_p^2(0)}{v_p^2} \end{cases} \quad (16)$$

图2和图3分别为 Hudson 裂纹介质一阶等效弹性模量( $\zeta_1$ 与 $\eta_1$ )和二阶修正等效弹性模量与无裂纹基体的比值( $\zeta_2$ 与 $\eta_2$ )关于 $\varepsilon$ 与 $\nu$ 的变化曲面,曲线为投影面的等值线.从图2和图3中可以看出, $\nu$ 的影响要大于裂纹密度 $\varepsilon$ 的作用,且相对于 $C_{11}$ 来说, $C_{33}$ 的变化趋势更为显著;在图2中随着 $\varepsilon$ 变化,比值出现负值,这显然是与实际情况相违背的,而图3会出现比值显著大于1的情形,波速远大于无裂纹基体,即裂纹密度的增大反而使得岩石刚度远大于无裂纹情形,这一点也是与真实情况不符的.综上,Hudson 裂纹介质理论不仅建立在低裂纹密度的基础上,实际上,对无裂纹基体 $\nu$ 也有一定要求,只有基体 $\nu$ 在某一范围内时,该理论才成立,尤其当 $\nu$ 接近0.5时,Hudson 理论显然不再适用.

图2  $\zeta, \eta$  关于  $\varepsilon$  与  $\nu$  的一阶修正Fig.2 First-order correction of  $\zeta, \eta$  with respect to  $\varepsilon$  and  $\nu$ 图3  $\zeta, \eta$  关于  $\varepsilon$  与  $\nu$  的二阶修正Fig.3 Second-order correction of  $\zeta, \eta$  with respect to  $\varepsilon$  and  $\nu$ 

## 2.2 算例分析

本文计算模型材料为岩石,无裂纹岩石近似

为各向同性线弹性材料,弹性参数<sup>[9]</sup>及相应的理论波速分别为

$$\begin{cases} E = 33.56 \text{ GPa} \\ \nu = 0.33 \\ v_p = 4399.70 \text{ m/s} \\ v_s = 2200.02 \text{ m/s} \end{cases} \quad (17)$$

有效研究区域尺寸选为  $100 \text{ m} \times 100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ ,时间步长  $\Delta t$  选为  $50 \mu\text{s}$ ,为满足式(13),最小网格尺寸  $L$  应大于  $0.22 \text{ m}$ .

### 2.2.1 频率影响

弹性模量的测量分为静力法和动力学方法.用(准)静力加载法得到静弹性模量;根据弹性波在岩石中的传播速度测得的则是动弹性模量,其值与入射频率有关.虽然理想弹性问题与频率无关,然而模型的大小会限制拾取结果的准确程度,因而在激励选择方面有必要考虑频率的影响.

图4为不同频率下得到的  $v_p$  相对于理论值(见式(17))的误差.从图4中可以看出,该模型尺寸下,当  $f \geq 200 \text{ Hz}$  时,  $v_p$  不再随频率增大,此时得到的弹性模量略大于其静弹性参数,且  $f = 100 \text{ Hz}$  时的值更接近理论结果.

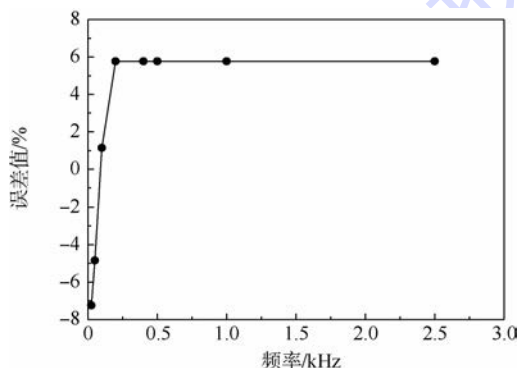


图4 误差值随频率变化

Fig.4 Variation of error with respect to frequency

基于 Hudson 等效介质理论,计算模型裂纹周期排布,近似均匀分布,入射波需满足长波假设,即入射波长  $\lambda_{in}$  满足:

$$\begin{cases} a \ll \lambda_{in} \\ c \ll \lambda_{in} \\ \lambda_{in} = \frac{v_p}{f_n} > 44 \text{ m} \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $f_n$  为模型固有频率.裂纹尺寸平均半径  $a$  可以选为  $2 \text{ m}$ ,当材料整体尺寸远大于材料小尺寸特征参数时,可不计小尺寸效应影响<sup>[20]</sup>,模型可等比缩放.

### 2.2.2 裂纹密度影响

三维 FEM 模型中,裂纹周期近似均匀分布且

裂纹法向为  $x_3$  方向,  $x_1x_2$  平面内, 波速  $v_p(\pi/2)$  在各方向近似相同. 在  $x_1Ox_2$  平面内, 在侧边中点处沿  $x_1$  方向激励产生弹性波, 中线处每隔相等距离设置测点, 进而得到平均波速值. 图 5 为采用 FEM 得到的  $v_p(\pi/2)$  与一阶、二阶 Hudson 理论值的对比结果. 在图 5 中, 当裂纹密度  $\varepsilon \leq 0.117$  时, 3 种方法得到的结果相近, 速度误差不大于 5%; 当  $\varepsilon > 0.117$  时, Hudson 二阶修正结果呈上升趋势, 与经验结果不符; 在该周期均匀裂纹模型条件下, 采用 FEM 得到的结果与 Hudson 一阶修正结果更相近; 而之前, 曾新吾等<sup>[9]</sup>采用边界元方法 (Boundary Element Method, BEM) 得出了  $v_p(0)$  的值与 Hudson 理论的二阶近似结果吻合更好的结论, 裂纹密度  $\varepsilon > 0.19$  时, Hudson 裂纹介质理论与 BEM 分析结果不再吻合. 当数值模拟结果与 Hudson 理论公式不再相符时, 是否还能将岩石视为等效弹性体, 是值得讨论的.

效介质理论. 对于该拓扑结构下  $\varepsilon > 0.3$  的 FEM 模型, 由于孔隙过多, 弹性波在传播的过程中, 在基体内不断地散射, 造成能量的损耗, 在距离激励点不远处就没有观测数据产生, 即没有位移产生.

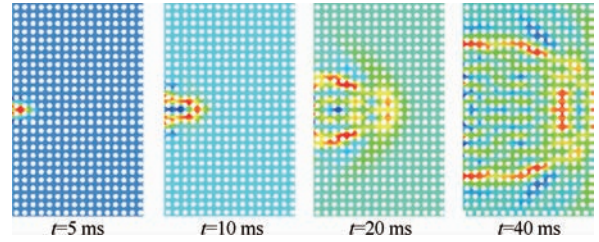


图 7  $\varepsilon = 0.3$ , 在 5, 10, 20, 40 ms 时刻  $u_{x1}$   
Fig. 7  $u_{x1}$  of  $\varepsilon = 0.3$  at  $t = 5, 10, 20, 40$  ms

2.2.3 纵横比影响

在 FEM 研究中, 于  $x_1Ox_3$  平面内, 在侧边中点处沿  $x_3$  方向激励产生弹性波, 采用相同方法布置测点. 模型裂纹密度  $\varepsilon = 0.04$ , 裂纹平均半径  $a = 2$  m. 图 8 为  $\kappa = 0.5$  时,  $u_{x3}$  的色谱图, 其中: 图 8(a) 和图 8(b) 分别为  $\kappa = 0.5^{10}$ ,  $\kappa = 0.5$  在  $x_1Ox_3$  平面内的, 不同时刻下, 各结点沿  $x_3$  方向位移  $u_{x3}$  的色谱图. 由于波长远大于微结构尺度, 且裂纹比例较小, 波前仍呈现出半球状, 说明在该模型条件下, 各方向的  $v_p$  值仍相同, 即  $C_{11} \approx C_{33}$ , 与图 6 和图 7 对比, 说明裂纹密度  $\varepsilon$  对于该材料的各向异性的影响要远大于纵横比  $\kappa$  的作用.

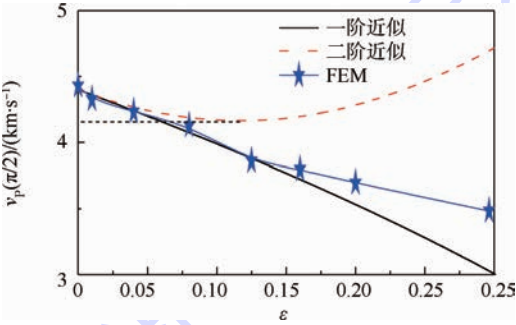


图 5  $v_p(\pi/2)$  随裂纹密度  $\varepsilon$  变化

Fig. 5 Variation of  $v_p(\pi/2)$  with respect to  $\varepsilon$

图 6 为  $\varepsilon = 0.125$  时,  $x_1Ox_2$  平面内的, 在不同时刻, 各单元结点沿  $x_1$  方向位移  $u_{x1}$  的色谱图. 从该图中可以清楚地看到 P 波的传播过程, 波前近似为半球状, 说明在各方向的  $v_p(\pi/2)$  近似相同, 即弹性模量  $C_{11}$  和  $C_{22}$  相同, 在该裂纹密度条件下, 周期拓扑结构仍可近似为均匀分布, 且等效介质理论仍可成立.

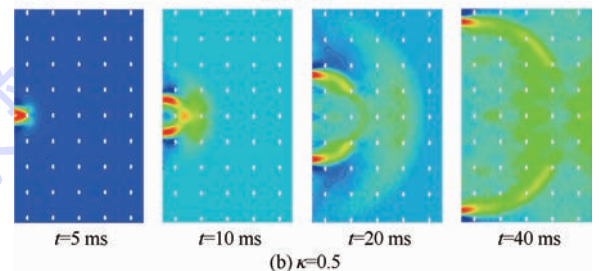
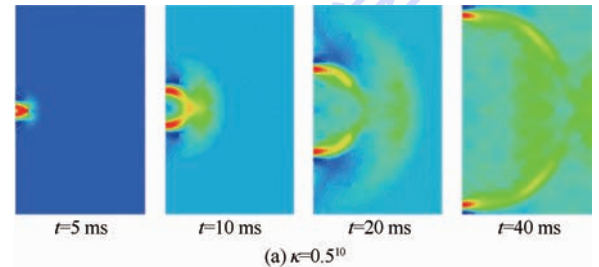


图 8  $\kappa = 0.5$ , 在 5, 10, 20 和 40 ms 时刻的  $u_{x3}$   
Fig. 8  $u_{x3}$  of  $\kappa = 0.5$  at  $t = 5, 10, 20,$  and  $40$  ms

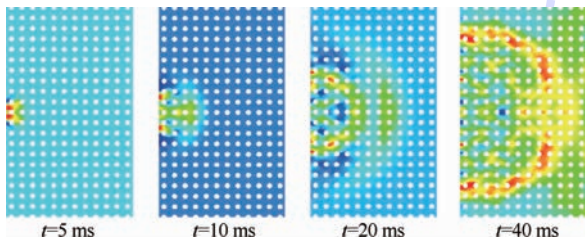


图 6  $\varepsilon = 0.125$ , 在 5, 10, 20 和 40 ms 时刻的  $u_{x1}$   
Fig. 6  $u_{x1}$  of  $\varepsilon = 0.125$  at  $t = 5, 10, 20,$  and  $40$  ms

图 7 为  $\varepsilon = 0.3$  时,  $u_{x1}$  的色谱图, 从  $t = 20$  ms 时刻的图谱可以看到, 波前不再呈现出半球状, 说明该周期拓扑、裂纹密度下的计算模型, 不再适用等

图 9 为采用 FEM 得到的结果与 Hudson 理论值的对比图像. 图中,  $\kappa = c/a$  为纵横比,  $\kappa = 0$  表示无裂纹情形; 当  $\kappa > 0.001$  时, 与裂纹法向平行方向波速  $v_p(0)$  急剧下降,  $0.001 < \kappa \leq 0.0625$  时, 采用 FEM 得到的值在 Hudson 一阶和二阶近似理论值之间, 在  $\kappa = 0.0625$  时,  $v_p(0)$  略有回升, 不排除 FEM 网格划分的影响; 当  $\kappa \geq 0.125$  时, 采用 FEM

得到的结果不再满足 Hudson 理论,但误差不超过 2%,在合理范围内. Hudson 理论中,干裂纹密度与裂纹厚度  $c$  无关,而采用 FEM 也存在纵横比  $\kappa$  不同,但波速相同的情况,即  $0.5^9 \leq \kappa \leq 0.5^5$ ,  $0.125 \leq \kappa \leq 0.9$  时,在该条件下如何根据勘测数据推断岩石微结构特征是值得进一步分析的问题,这将有助于在石油、地质勘探等领域的实际应用.

图 10 为当  $0.5^5 \leq \kappa \leq 1$  及  $0.5^5 \leq \kappa \leq 1$  时,  $u_{x_3}$  时域响应. 图 10(a) 和图 10(b) 分别为  $0 \leq \kappa \leq 0.5^5$ ,

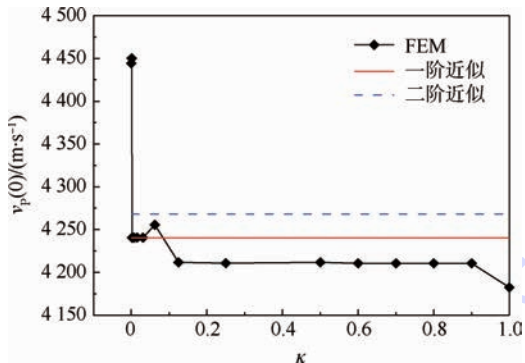
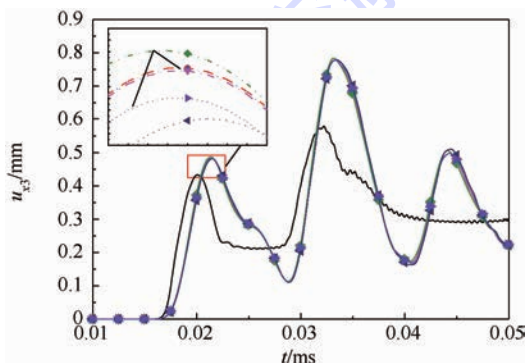
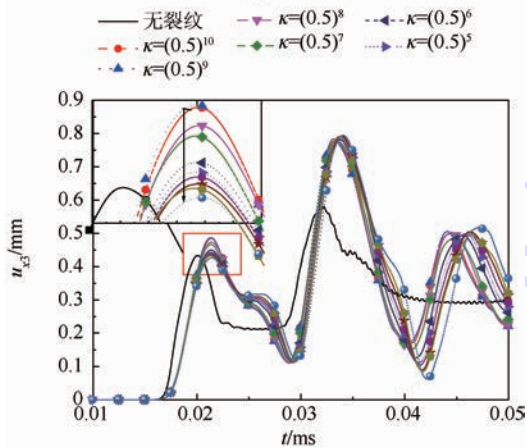


图 9  $\varepsilon = 0.04$  时的  $v_p(0)$  随  $\kappa$  变化

Fig. 9 Variation of  $v_p(0)$  at  $\varepsilon = 0.04$  with respect to  $\kappa$



(a)  $0 < \kappa < 0.5^5$



(b)  $0.5^5 < \kappa < 1$

图 10 当  $(0.5)^5 \leq \kappa \leq 1$  及  $(0.5)^5 \leq \kappa \leq 1$  时,  $u_{x_3}$  时域响应

Fig. 10 Time domain response of  $u_{x_3}$  when

$0 \leq \kappa \leq (0.5)^5$  and  $(0.5)^5 \leq \kappa \leq 1$

$0.5^5 \leq \kappa \leq 1$  时距激励 74 m 处的结点  $x_3$  方向位移随时间变化曲线. 图 10 中, 出现裂纹使得弹性模量减小, 刚度降低, 这也就解释了无裂纹的时域响应波峰小于有裂纹的情形; 当  $0.5^{10} \leq \kappa \leq 0.5^8$  时, 随着  $\kappa$  的增大, 曲线的首波峰振幅呈下降趋势; 当  $0.5^8 \leq \kappa \leq 0.5^7$  时, 振幅略有回升, 这可能是动应力集中作用减弱的结果;  $0.5^7 \leq \kappa \leq 1$  时, 随着  $\kappa$  的增大,  $u_{x_3}$  呈单调下降趋势.

### 3 结论

1) 采用 FEM 可以用于研究弹性波在含裂纹介质中的传播问题; Hudson 理论适用于低裂纹密度, 泊松比不接近 0.5 的常规弹性材料.

2) 在给定模型条件下, 激励入射频率对于弹性模量的测量有一定影响, 本文模型的适用频率为 100 Hz.

3) 对于  $C_{11}$  ( $C_{22}$ ), 裂纹密度  $\varepsilon \leq 0.117$  时, FEM 与 Hudson 一阶和二阶的理论值误差不大于 5%;  $0.117 < \varepsilon \leq 0.125$ , Hudson 含裂纹理论不再适用, 但该模型仍然可视为等效介质, 有必要探索适用范围更广的等效理论;  $\varepsilon > 0.3$  时, 该周期拓扑条件下, 等效理论或许不再适用.

4) 裂纹密度  $\varepsilon$  对于该材料的各向异性的影响要远大于纵横比  $\kappa$  的作用.

5)  $\varepsilon = 0.04$  时, 通过时域响应即可判定弹性体是否具有裂纹; 随纵横比增大, 测得  $C_{33}$  值有所下降, 位移时域响应的首波振幅基本呈现减小趋势.

### 参考文献 (References)

- [1] Guéguen Y, Kachanov M. Mechanics of crustal rocks[M]. Vienna: Springer, 2011: 73-125.
- [2] Mackenzie J K. The elastic constants of a solid containing spherical holes[J]. Proceedings of the Physical Society. Section B. 1950, 63(1): 1.
- [3] Eshelby J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 1957, 241(1226): 376-396.
- [4] Bristow J R. Microcracks, and the static and dynamic elastic constants of annealed and heavily cold-worked metals[J]. British Journal of Applied Physics, 1960, 11(2): 81.
- [5] Walsh J B. The effect of cracks on the compressibility of rock[J]. Journal of Geophysical Research, 1965, 70(2): 381-389.
- [6] Hudson J A. Overall properties of a cracked solid[C]// Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Cambridge: Cambridge University Press, 1980, 88(2): 371-384.
- [7] Hudson J A. Seismic wave propagation through material contain-

- ning partially saturated cracks [J]. *Geophysical Journal International*, 1988, 92(1):33-37.
- [8] Hudson J A. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks [J]. *Geophysical Journal International*, 1981, 64(1):133-150.
- [9] 曾新吾, 韩开锋, 张光莹. 含裂缝介质中的弹性波传播特性 [M]. 北京: 科学出版社, 2013: 1-5, 18-40, 98-121.  
Zeng X W, Han K F, Zhang G Y. Elastic wave propagation characteristics in cracked media [M]. Beijing: Science Press, 2013: 1-5, 18-40, 98-121 (in Chinese).
- [10] Courant R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations [J]. *Bulletin of American Mathematical Society*, 1943, 49(1):1-23.
- [11] Aoki S, Kishimoto K, Kondo H, et al. Elastodynamic analysis of crack by finite element method using singular element [J]. *International Journal of Fracture*, 1978, 14(1):59-68.
- [12] Taylor L M, Chen E, Kuzmaul J S. Microcrack-induced damage accumulation in brittle rock under dynamic loading [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1986, 55(3):301-320.
- [13] Ma G W, Hao H, Zhou Y X. Modeling of wave propagation induced by underground explosion [J]. *Computers and Geotechnics*, 1998, 22(3):283-303.
- [14] Garboczi E J, Berryman J G. Elastic moduli of a material containing composite inclusions: Effective medium theory and finite element computations [J]. *Mechanics of Materials*, 2001, 33(8):455-470.
- [15] Grechka V, Kachanov M. Effective elasticity of rocks with closely spaced and intersecting cracks [J]. *Geophysics*, 2006, 71(3):D85-D91.
- [16] Gaede O, Karpfinger F, Jocker J, et al. Comparison between analytical and 3D finite element solutions for borehole stresses in anisotropic elastic rock [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, 51:53-63.
- [17] Mavko G, Mukerji T, Dvorkin J. *The rock physics handbook: Tools for seismic analysis of porous media* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009:21-76.
- [18] Thomsen L. Weak elastic anisotropy [J]. *Geophysics*, 1986, 51(10):1954-1966.
- [19] 王勖成. 有限单元法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 468-520.  
Wang X C. *Finite element method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003:468-520 (in Chinese).
- [20] Liu N, Wang Y, Li M, et al. Nonlinear buckling analyses of a small-radius carbon nanotube [J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, 115(15):154301.

## Wave propagation in cracked elastic media based on EMT using FEM

LIU Ning<sup>1</sup>, LI Min<sup>\*1</sup>, CHEN Weimin<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Understanding mechanism of wave propagation in elastic media with cracks is the key scientific issue in exploration and extraction of shale and other unconventional oil and gas resources. Based on the advantages of the numerical simulation, the excitation and propagation of elastic wave in the cracked media were simulated by Nastran, a commercial solver for finite element analysis. Then the dependence of dynamic characteristics of propagation in that kind of media was further analyzed based on the microstructure (crack density, aspect ratio). Some conclusions were obtained as follows. Finite element method (FEM) would be effectively used to study the issue. Hudson's effective medium theory (EMT) could not be applied into materials with Poisson's ratio of nearly 0.5. Increasing crack density and aspect ratio would reduce the primary wave (P wave) velocity, with decaying the displacement amplitude of the P wave in time-domain. Crack density of the medium exposes greater effect on the anisotropy than the aspect ratio.

**Key words:** finite element method (FEM); Hudson's theory; frequency; crack number density; aspect ratio

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0665

# 基于姿态可操作度的机械臂尺寸优化方法

贾世元, 贾英宏\*, 徐世杰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)



**摘 要:** 为解决机械臂尺寸优化设计问题, 首先定义了表征灵活性的数值指标——姿态概率系数, 即指定工作点上可行样本姿态与所取样本姿态之间的比值; 之后根据姿态概率系数提出了姿态可操作度概念, 它表征了机械臂在工作空间上的整体可操作性. 在此基础上, 提出了机械臂尺寸优化方法. 该方法在机械臂原有结构设计的基础上, 以机械臂自身无碰撞为约束条件, 以姿态可操作度的倒数为适应度函数, 利用遗传算法优化机械臂的尺寸参数, 使优化后机械臂的可操作性最优. 以六自由度(DOF)机械臂为例的优化结果表明: 优化后机械臂姿态可操作度提高了 40.33%. 最后利用灵活性工作空间图进一步验证了算法的有效性, 并讨论了姿态概率系数对优化结果的影响.

**关键词:** 机械臂; 尺寸优化; 灵活性; 姿态可操作度; 遗传算法

**中图分类号:** TP242.2

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1693-08

机械臂的设计有多种准则, 大多数机械臂是在运动学可逆的情况下设计的. 许多学者, 如 Roth 和 Lee 等<sup>[1-2]</sup> 最早开始分析机械臂的工作空间, 并将其作为机械臂设计准则. 文献[1]讨论了给定结构下机械臂工作空间的形状, 以及根据工作空间的形状, 如何设计机械臂的结构. Bergamaschi 等<sup>[3]</sup> 提出了一种计算工作空间边界的方法, 并以工作空间的体积为目标函数, 优化了 3R 型机械臂. Snyman 等<sup>[4]</sup> 为确定平面机器人工作空间的边界, 提出了一种数值优化算法, 计算了平面 Stewart 平台和具有冗余串联机械臂的工作空间. 在工作空间的基础上, Klein 和 Yoshikawa 等<sup>[5-6]</sup> 学者, 最早考虑并定义机械臂的灵巧度和可操作度指标. 平面机器人的灵巧度一般用“转角范围法”<sup>[7]</sup> 表示, 空间机器人的灵活度通常采用“工作角法”<sup>[8]</sup> 和“立体角法”<sup>[9]</sup> 表示. Gosselin 和 Angel-

es<sup>[10]</sup> 则将机械臂雅克比矩阵的条件数作为首要考虑因素进行机械臂设计, 雅克比矩阵的条件数作为设计准则满足了机械臂设计运动学可逆性要求, 同时也为优化机械臂的路径规划提供了依据, 但它并不适合作为机械臂设计的全局性能指标. Gosselin 和 Angeles<sup>[11]</sup> 又提出了将雅克比矩阵条件数和工作空间相结合的机械臂设计全局条件指标(Global Conditioning Index, GCI), GCI 是一种基于雅克比矩阵条件数在整个机械臂工作空间上分布的性能指标, 它可以在整个工作空间上衡量机械手的运动学可逆性. 文献[12]采用基于各向同性条件数为目标函数, 优化机构参数以最大化其运动学性能; 文献[13-15]以局部条件指标<sup>[13]</sup> 或全局条件指标<sup>[14-15]</sup> 为设计准则, 优化设计不同构型的机械臂; 文献[16]对传统的雅克比矩阵、可操作度及条件数等优化指标的意义及不足做了进

收稿日期: 2014-10-25; 录用日期: 2014-12-01; 网络出版时间: 2015-01-15 17:13

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150115.1713.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(11272027)

作者简介: 贾世元(1988—), 男, 山东日照人, 博士研究生, jiaoshi.yuan@163.com

\* 通讯作者: 贾英宏(1976—), 男, 河北阳原人, 副教授, jia\_yingh@163.com, 主要研究方向为航天器动力学与控制.

**引用格式:** 贾世元, 贾英宏, 徐世杰. 基于姿态可操作度的机械臂尺寸优化方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1693-1700. Jia S Y, Jia Y H, Xu S J. Dimensional optimization method for manipulator based on orientation manipulability[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1693-1700 (in Chinese).

进一步的阐述. 另外, 文献[17]提出了一种基于任务导向的可操作度指标, 该指标是任务点处期望可操作性椭球和实际可操作性椭球之间的相似性.

随着工业机器人及空间机器人任务要求的不断提高, 为满足机械臂执行多任务的要求, 使机械臂具有更好的通用性, 机械臂的灵活性和可操作性显得尤为重要. 本文在基于以上设计指标的基础上, 引入“工作球”<sup>[7]</sup>的概念, 定义了灵活性数值指标, 以及姿态可操作度的算法, 提出一种基于机械臂姿态可操作度的尺寸优化方法. 灵活性的数值定义能够体现出机器人末端作用器位置和姿态在理论上的存在性, 且优化指标容易求取, 优化算法能够实现机械臂的全局优化.

针对某一构型的机械臂, 利用逆运动学算法求得机械臂的单点灵活性, 所求得的灵活性体现出了机械臂工作球上姿态的存在性; 在灵活性指标的基础上, 继而求得机械臂的姿态可操作度值, 以姿态可操作度倒数为目标函数利用遗传算法对机械臂结构参数进行优化, 并绘制了优化前后机械臂的灵活性工作空间图, 优化后的机械臂能够在可达空间中具有较好的可操作性; 且优化后较优化前机械臂可操作性得到了明显的提高.

## 1 灵活性以及姿态可操作度的定义

机器人的灵活性可用姿态概率系数来表示. 以图1所示的机械臂为例,  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_3$  为机械臂的前3个回转关节, 后3个关节可以看成是一个球铰, 其球心在腕点  $P_w$ , 末杆绕球铰转动即可实现后3个关节的运动. 此时引入“工作球”的概念, 在该机械臂工作空间内设立直角坐标系  $S(Oxyz)$ ,  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  为工作空间中某一工作点, 以该工作点作为球心, 以末端杆长为半径, 所作的球为“工作球”. 在理想情况下, 当机械臂运

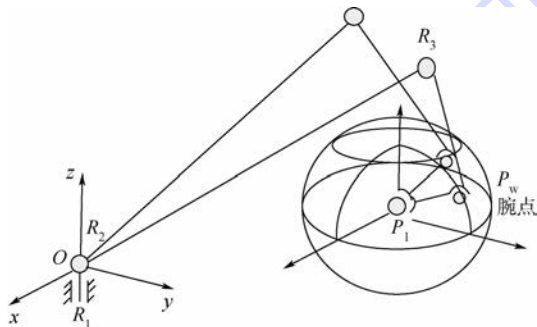


图1 机器人末杆“工作球”

Fig. 1 “Working sphere” of robot end-effector

转时, 其腕点  $P_w$  可以到达该球面上的任意点, 并使末杆通过该点到达工作点  $P_1$ . 但实际上, 由于结构上的限制, 腕点只能到达球面上的一定区域, 该区域越大灵活性越好. 在球面可达区域上采用数值离散点定义灵活性, 表示该类机器人灵活性指标可用姿态概率系数  $\varphi$  表示, 计算工作点  $P_1$  灵活性时, 在“工作球”上随机取  $N$  个均匀样本点, 腕点能通过随机均匀样本点使末端点到达工作点的个数为  $n$ , 此时定义姿态概率系数  $\varphi$  为

$$\varphi = n/N \quad \varphi \leq 1 \quad (1)$$

由式(1)可知  $\varphi$  值越大, 机器人灵活性越好, 当  $\varphi = 1$  时, 机器人灵活性能最好.

根据机器人正向运动学<sup>[18]</sup>可得

$${}^0T_n = {}^0T_1 {}^1T_2 \cdots {}^{n-1}T_n \quad (2)$$

式中:  ${}^{i-1}T_i$  为坐标系  $S_i$  与坐标系  $S_{i-1}$  之间的齐次坐标转换矩阵; 若已知机械臂末端作用器的位置和姿态, 即  ${}^0T_n$  已知, 则由机械臂逆运动学可以求得关节空间中的坐标值, 为求解  $q_1$ , 可用  $[{}^0T_1]^{-1}$  同时左乘式(2)的两端, 得

$$[{}^0T_1]^{-1} {}^0T_n = {}^1T_2 \cdots {}^{n-1}T_n \quad (3)$$

利用两端对应元素相等, 将方程化简最终求得  $q_1$ , 由此可以得出一般的递推步骤<sup>[4]</sup>为

$$\begin{cases} [{}^0T_1]^{-1} {}^0T_n = {}^1T_2 \cdots {}^{n-1}T_n \Rightarrow q_1 \\ [{}^1T_2]^{-1} [{}^0T_1]^{-1} {}^0T_n = {}^2T_3 \cdots {}^{n-1}T_n \Rightarrow q_2 \\ \vdots \\ [{}^{n-2}T_{n-1}]^{-1} \cdots [{}^1T_2]^{-1} [{}^0T_1]^{-1} {}^0T_n = {}^{n-1}T_n \Rightarrow q_n \end{cases} \quad (4)$$

以式(1)的灵活性姿态概率系数只能判断机器人在某点的灵活性, 不能判断机器人在整个可达工作空间上的整体操作性能, 因此在灵活性的基础上, 定义了机器人的姿态可操作度, 将可达操作空间中的点离散化, 计算每一个离散化的点处的灵活性姿态概率系数值, 之后加以统计, 最后利用统计的百分比来表征姿态可操作度. 即, 机械臂可操作度可定义为一个标量指标  $\lambda(\alpha) \leq 100\%$ , 其中  $0 < \alpha \leq 1$ ,  $\alpha$  为姿态概率系数  $\varphi$  的值. 姿态可操作度的意义就为: 姿态概率系数大于  $\alpha$  的工作空间占整个工作空间体积的百分比. 例如,  $\lambda(0.75) = 90\%$  表示姿态概率系数  $\alpha$  值大于 0.75 的工作空间占整个工作空间体积的百分比为 90%. 显然, 这个指标越大, 机械臂整体可操作性越好.

机械臂可操作度指标的计算方法为

$$\lambda(\alpha) = m/M \quad (5)$$

式中:  $m$  为工作空间中所取样本点  $\varphi > \alpha$  的点的

个数;  $M$  为工作空间中所取均匀样本点的个数。

## 2 机械臂尺寸优化算法流程

将机器人的尺寸优化问题转化评价函数  $J(h)$  最小值求解问题,性能指标为机器人姿态可操作度的倒数:

$$\begin{cases} \min J(h) = 1/\lambda(\alpha) \\ \text{s. t. } l_1 + l_2 \cdots + l_i = c \quad l_i \in [l_{i\min}, l_{i\max}] \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $c$  为机械臂优化杆长参数之和;  $[l_{i\min}, l_{i\max}]$  为杆长  $l_i$  的优化长度范围,  $i$  为杆序号。

机械臂尺寸优化算法流程图如图2所示。

优化算法包括6个部分:

1) 初始化种群,设定尺寸参数分布范围及参数满足的要求,设置进化代数计数器  $i_g \leftarrow 0$ ; 设置最大进化代数  $I$ ; 生成  $K$  个体作为初始种群  $P(0)$ , 其中  $I$  和  $K$  均为常数,且初始尺寸参数作为初始种群中的一个个体。

2) 机器人末端作用器工作点及姿态生成,在工作空间区域内随机生成  $M$  个工作点,在每个工作点上生成一个“工作球”,在“工作球”上随机选取  $N$  个点,工作球上的一个随机点到工作点的指向即为一个姿态。

3) 当机器人的末端作用器在期望位置和姿态时,运用逆运动学算法求解机械臂各个关节角。

4) 计算性能指标,对每个工作点根据逆运动学算法求得其姿态概率系数,对姿态概率系数大于  $\alpha$  的工作点进行统计,得到机械臂在整个工作空间上的姿态可操作度,继而取姿态可操作度的倒数为性能指标,计算出整个种群中的个体评价函数。

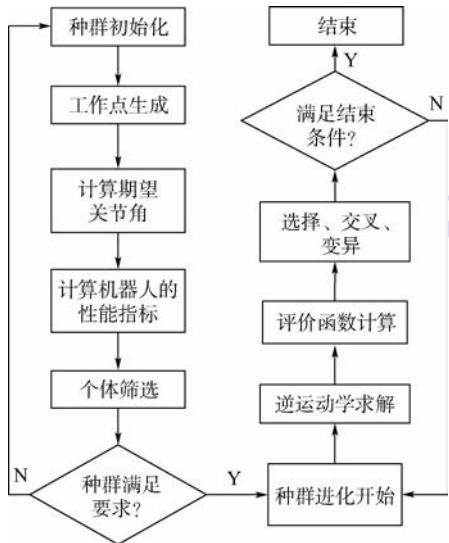


图2 机械臂尺寸优化算法流程图

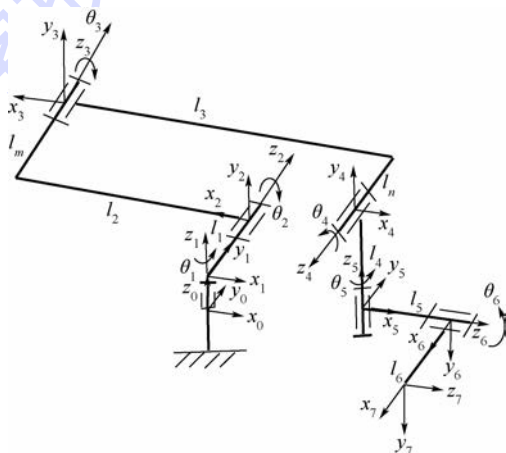
Fig.2 Flow chart of dimensions optimization algorithm for manipulator

5) 种群进化,在完成评价函数计算后对种群内个体进行适应度评价,然后选择个体进行交叉和变异操作,交叉算子和变异算子均采用固定值交叉概率和变异概率。

6) 终止条件的判断.若  $i_g < I$ , 则  $i_g \leftarrow i_g + 1$ , 进化到下一代;若  $i_g \geq I$  或  $i_g < I$  但满足设定终止条件,则输出最终解,终止计算。

## 3 机械臂尺寸优化算法示例

图3为本文应用对象机械臂结构简图及杆件坐标系图.其中  $l_m$  和  $l_n$  为相邻杆间距。



$x_i, y_i, z_i$ —关节  $i$  的坐标系;  $l_1 \sim l_6$  为杆长;

$\theta_i$ —关节  $i$  的转角,  $i=1, 2, \dots, 6$ 。

图3 机械臂结构简图

Fig.3 Structure schematic diagram of manipulator

由正向运动学式(2)可以求得机械臂末杆位姿矩阵<sup>[18]</sup>为

$${}^0T_7 = {}^0T_1 {}^1T_2 \cdots {}^6T_7 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:向量  $\mathbf{n} = [n_x \ n_y \ n_z]^T$  为法线矢量;  $\mathbf{o} = [o_x \ o_y \ o_z]^T$  为方向矢量;  $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$  为接近矢量,3个矢量分别描述机器人末端操作器的姿态;矩阵  ${}^0R_7 = [\mathbf{n} \ \mathbf{o} \ \mathbf{a}]$  为坐标系  $S_7$  相对基础坐标系  $S_0$  的旋转变换矩阵;  $\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T$  为坐标系  $S_7$  的坐标原点  $o_7$  在基础坐标系  $S_0$  中的位置矢量。

若已知末杆某一特定的位姿矩阵,为了求解关节角  $\theta_1$ ,根据递推式(4)可用  $[{}^0T_1]^{-1}$  同时左乘式(7)得

$$[{}^0T_1]^{-1} {}^0T_7 = {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 {}^6T_7 \quad (8)$$

化简式(8)得

$$\begin{bmatrix} n_x c_1 + n_y s_1 & o_x c_1 + o_y s_1 & a_x c_1 + a_y s_1 & p_x c_1 + p_y s_1 \\ -n_x s_1 + n_y c_1 & -o_x s_1 + o_y c_1 & -a_x s_1 + a_y c_1 & -p_x s_1 + p_y c_1 \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{234} s_5 c_6 + s_6 s_{234} & -c_{234} s_5 s_6 + c_6 s_{234} & c_{234} c_5 & l_3 c_{23} - l_2 c_2 + l_4 s_{234} + l_6 c_{234} s_5 c_6 + l_5 c_{234} c_5 + l_6 s_{234} s_6 \\ c_5 c_6 & -c_5 s_6 & -s_5 & l_1 - l_5 s_5 + l_6 c_5 c_6 \\ c_{234} s_6 - s_{234} s_5 c_6 & c_{234} c_6 - s_{234} s_5 s_6 & -s_{234} c_5 & l_3 s_{23} - l_2 s_2 + l_4 c_{234} - l_6 s_{234} s_5 c_6 - l_5 s_{234} c_5 + l_6 c_{234} s_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $c_i = \cos \theta_i$ ;  $s_i = \sin \theta_i$ ;  $\theta_{ijk} = \theta_i + \theta_j + \theta_k$ ,  $\theta_i$ 、 $\theta_j$ 和  $\theta_k$  分别为第  $i$ 、 $j$  和  $k$  个关节的转角;  $l_j$  为第  $j$  节杆的长度.

将式(9)左侧第2行第1列、第3列代入方程右侧的第2行第4列并化简得

$$(l_5 a_x + l_6 n_x - p_x) s_1 + (-l_5 a_y - l_6 n_y + p_y) c_1 = l_1 \quad (10)$$

利用双变量反正切函数<sup>[19]</sup>可以求得

$$\theta_1 = \text{atan} 2(k_1/k_2) \pm \text{atan} 2(\sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}/k_3) \quad (11)$$

式中:  $k_1 = l_5 a_x + l_6 n_x - p_x$ ;  $k_2 = -l_5 a_y - l_6 n_y + p_y$ ;  $k_3 = l_1$ .

由式(9)左右两侧对应的第1行第3列、第3行第3列分别相等,利用双变量反正切函数可以求得

$$\theta_{234} = \begin{cases} \arctan 2\left(\frac{-a_z}{a_x c_1 + a_y s_1}\right) & c_5 > 0 \\ \pi + \arctan 2\left(\frac{-a_z}{a_x c_1 + a_y s_1}\right) & c_5 < 0 \end{cases} \quad (12)$$

由式(9)左右两侧对应的第2行第1列、第2列分别相等有

$$\begin{cases} c_5 c_6 = -n_x s_1 + n_y c_1 \\ -c_5 s_6 = -o_x s_1 + o_y c_1 \end{cases} \quad (13)$$

可以求得

$$\theta_6 = \begin{cases} \arctan 2\left(\frac{o_x s_1 - o_y c_1}{-n_x s_1 + n_y c_1}\right) & c_5 > 0 \\ \pi + \arctan 2\left(\frac{o_x s_1 - o_y c_1}{-n_x s_1 + n_y c_1}\right) & c_5 < 0 \end{cases} \quad (14)$$

式(13)中第1式两边同乘以  $c_6$ 、第2式两边同时乘以  $s_6$  并相减得

$$c_5 = (-n_x s_1 + n_y c_1) c_6 - (-o_x s_1 + o_y c_1) s_6 \quad (15)$$

将式(9)中左侧第2行第1列代入到右侧

第2行第4列化简可以求得

$$s_5 = [l_1 + l_6(-n_x s_1 + n_y c_1) + p_x s_1 - p_y c_1]/l_5 \quad (16)$$

由  $\theta_5$  的正弦和余弦值,利用双变量反正切函数可以求得

$$\theta_5 = \arctan 2\left(\frac{l_1 + l_6(-n_x s_1 + n_y c_1) + p_x s_1 - p_y c_1}{(-n_x s_1 + n_y c_1) c_6 - (-o_x s_1 + o_y c_1) s_6}\right) \quad (17)$$

为了求  $\theta_2$ , 根据递推式(4),可用  $[{}^1T_2]^{-1} [{}^0T_1]^{-1}$  同时左乘式(7)得

$$[{}^1T_2]^{-1} [{}^0T_1]^{-1} {}^0T_7 = {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 {}^6T_7 \quad (18)$$

将式(18)中左右两侧矩阵中对应位置的对应元素相等可以推导出:

$$\theta_2 = \arctan 2\left(\frac{c_5 B}{c_5 A}\right) \pm \arctan 2\left(\frac{\sqrt{\Omega}}{\Phi}\right) \quad (19)$$

式中:

$$\begin{cases} \Omega = (2l_2 c_5 B)^2 + (2l_2 c_5 A)^2 - \Phi^2 \\ \Phi = l_3^2 c_5^2 - l_2^2 c_5^2 - A^2 - B^2 \\ A = l_4 a_z - c_5(-p_x c_1 - p_y s_1 + l_6 n_x c_1 + l_6 n_y s_1 + l_5 a_x c_1 + l_5 a_y s_1) \\ B = l_4(a_x c_1 + l_4 a_y s_1) - c_5(p_z - l_6 n_z - l_5 a_z) \end{cases} \quad (20)$$

继而可以求得

$$\theta_3 = \begin{cases} \arctan 2\left(\frac{-As_2 + Bc_2}{l_2 c_5 + Ac_2 + Bs_2}\right) & c_5 > 0 \\ \pi + \arctan 2\left(\frac{-As_2 + Bc_2}{l_2 c_5 + Ac_2 + Bs_2}\right) & c_5 < 0 \end{cases} \quad (21)$$

由式(12)、式(19)及式(21)可以求得

$$\theta_4 = \theta_{234} - \theta_2 - \theta_3 \quad (22)$$

机械臂给定一种工作点位置和姿态后,利用逆运动学对该工作点位置的随机姿态判断关节空间中的解是否存在,从而求得单点灵活性的姿态概率系数,继而可以求得机械臂工作空间中的姿

态可操作度.

为保持机械臂结构原有的特征,不改变机械臂的自由度布局,选择机械臂的杆长参数作为优化设计变量,则机械臂结构参数矩阵为

$$\mathbf{h} = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6] \quad (23)$$

式中: $l_1 \sim l_6$  均为设计参数,与机械臂对应关系如图3所示,设计优化参数范围为  $l_1 \in [0, 0.5]$ ,  $l_2 \in [0, 1.0]$ ,  $l_3 \in [0, 1.0]$ ,  $l_4 \in [0, 0.5]$ ,  $l_5 \in [0, 0.5]$ ,  $l_6 \in [0, 0.5]$ ,任意选择一组优化初值为  $\mathbf{h}_0 = [0.12 \ 0.4 \ 0.9 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.15]$ ,初始种群个数 20,最大进化代数为 100,交叉概率 0.8,变异概率 0.2,优化过程中工作点  $M$  的取值为工作空间中的均匀样本点,其具体值为  $M = 1\ 200$ ,每个工作点对应的工作球球面上所取的均匀样本点为  $N = 600$ ,为使工作点的姿态概率系数  $\alpha \geq 0.75$ ,则  $n \geq 450$ ,优化前工作点满足姿态概率系数要求的点的个数为  $m = 608$ ,优化算法结束条件为适应度函数的平均变化小于  $10^{-4}$ ,适应度函数为

$$\begin{cases} \min J(h) = 1/\lambda(\alpha) \\ l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 = 1.77 \\ h_L > 2r_L \end{cases} \quad (24)$$

式中: $h_L$  为避免机械臂自身碰撞的最小安全距离; $r_L$  为机械臂连杆半径.优化后结果如图4、图5所示,图4所示为适应度函数曲线,图5所示为杆长参数曲线,其中  $l_{k0}$  和  $l_k$  分别为连杆优化前后的杆长参数.

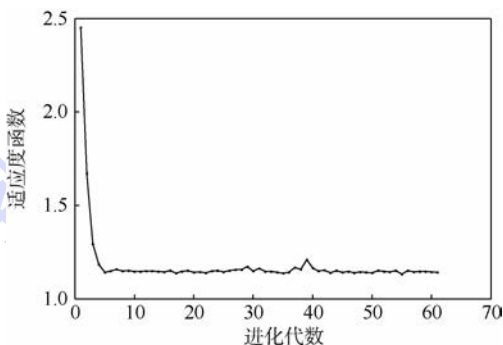


图4 适应度函数曲线

Fig. 4 Curve of fitness function

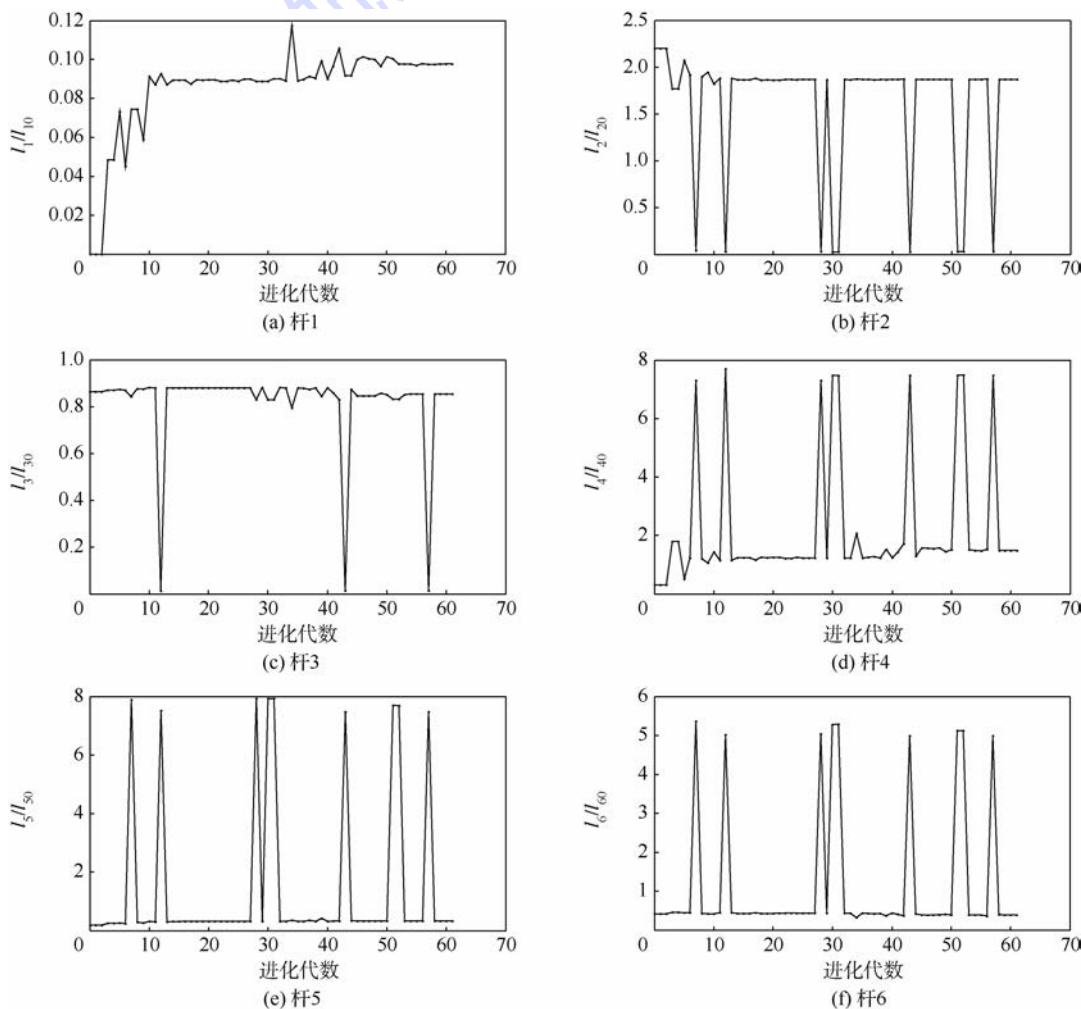


图5 杆长参数曲线

Fig. 5 Parameter curve of link length

算法实际进化代数为 61 代,杆的最终优化尺寸参数为  $\mathbf{h}' = [0.012 \ 0.749 \ 0.768 \ 0.149 \ 0.033 \ 0.059]$ ;优化后满足姿态概率系数的工作点的个数为  $m' = 1092$ ,则优化前和优化后姿态可操作度为

$$\begin{cases} \lambda(0.75) = 0.5067 \\ \lambda'(0.75) = 0.9100 \end{cases} \quad (25)$$

由优化结果可以看出  $l_1$  杆缩短,优化后长度接近于零;  $l_2$  杆长度增长,  $l_3$  杆长度缩短,优化后  $l_2$  和  $l_3$  杆的长度基本相同;  $l_4$  杆长度增长,  $l_5$  杆和  $l_6$  杆长度缩短.机械臂设计时短杆的长度应尽量缩短,整部机械臂可以看成由两节大臂以及多节小臂组成,整体构型类似于人的手臂.

优化前后机械臂灵活性工作空间图如图 6(a)和图 6(b)所示.颜色条数值表示工作点姿态概率系数的大小;绿色区域为满足灵活性要求  $\alpha \geq 0.75$  的工作空间,黄色区域为姿态概率系数  $0.5 < \alpha \leq 0.75$  的工作空间,红色区域表示姿态概率系数  $\alpha \leq 0.5$  的工作空间.由图 6(a)可以看出优化前,工作空间的边缘及内部红色区域较大,灵活性较差;机械臂正上方部分区域为黄色,优化后黄色区域变为绿色区域,且工作空间边缘及内部绿色区域均增大.

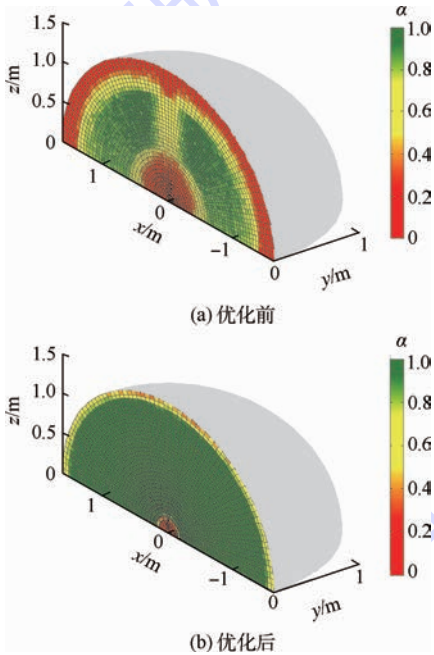


图 6 优化前后机械臂灵活性工作空间图  
Fig.6 Spatial graph of dexterous workspace of manipulator before and after optimization

其他初始条件不变的情况下,讨论优化算法中姿态概率系数  $\alpha_{opt}$ 取值大小对结果的影响,针对机械臂灵活性而言,末端作用器可行姿态应达到一定范围.因此,  $\alpha_{opt}$ 的取值应大于 0.5,否则算

法的研究将不具有实际意义.优化算法中对  $\alpha_{opt}$ 取表 1 中数值进行优化,其优化结果如表 1 中  $\mathbf{h}'$ 所示,优化后不同姿态概率系数下的姿态可操作度值如表 2 所示.

表 1 不同  $\alpha_{opt}$ 取值的优化结果

Table 1 Optimal results of different values of  $\alpha_{opt}$

$\alpha_{opt}$	优化结果 $\mathbf{h}'$
0.55	[0.012 0.774 0.684 0.145 0.110 0.045]
0.65	[0.039 0.774 0.742 0.094 0.060 0.061]
0.75	[0.012 0.749 0.768 0.149 0.033 0.159]
0.85	[0.019 0.836 0.737 0.060 0.021 0.097]
0.95	[0.011 0.865 0.629 0.148 0.050 0.067]

表 2 优化后不同  $\alpha$  下的姿态可操作度值

Table 2 Posture manipulability value of different  $\alpha$  after optimization

$\mathbf{h}'(\alpha_{opt})$	$\lambda'(\alpha)$				
	$\lambda'(0.55)$	$\lambda'(0.65)$	$\lambda'(0.75)$	$\lambda'(0.85)$	$\lambda'(0.95)$
$\mathbf{h}'(0.55)$	0.9033	0.8767	0.8433	0.8383	0.7400
$\mathbf{h}'(0.65)$	0.9033	0.9000	0.8700	0.7900	0.6333
$\mathbf{h}'(0.75)$	0.9117	0.9100	0.9100	0.8767	0.8150
$\mathbf{h}'(0.85)$	0.9050	0.8933	0.8667	0.8633	0.8100
$\mathbf{h}'(0.95)$	0.8667	0.8433	0.8400	0.8183	0.7600

从表 1 可以看出,优化算法中不同姿态概率系数下的优化结果均趋向于仿人型机械臂,即机械臂均由两节大臂和多节小臂组成;从表 2 可以看出,优化算法中姿态概率系数  $\alpha_{opt}$ 取值为 0.55、0.65 和 0.75 时,优化结果在相应的姿态概率系数下能够得到较高的姿态可操作度值,当  $\alpha_{opt}$ 增大到一定程度,优化后姿态可操作度值会逐渐降低,这与实际情况是相符的;但优化结果在姿态可操作度  $\lambda'(0.75)$ 下评价时,可以看出优化结果  $\mathbf{h}'(0.55)$ 和  $\mathbf{h}'(0.95)$  相对较差,而优化结果  $\mathbf{h}'(0.75)$ 最好,要使优化结果在不同  $\alpha$  下均具有相对较高的姿态可操作度,则  $\alpha_{opt}$ 的取值不能太小也不能太大;另外算法采用数值仿真,  $\alpha_{opt}$ 的取值太大,算法容易出现失真,因此优化算法中  $\alpha_{opt}$ 的一般取值范围为  $[0.7, 0.85]$ .

### 4 结 论

本文给出了灵活性的数值计算方法,在灵活性的基础上提出了一种新的姿态可操作度的概念;以姿态可操作度的倒数为适应度函数,利用遗传算法优化了机械臂的尺寸参数,使优化后的机械臂灵活性达到最优,优化结果可以得出:

- 1) 机械臂的设计类似于人的手臂,由两节长臂及若干节短臂组成,且两节长臂的长度相差

不大.

2) 末端作用器的长度越短机械臂的灵活性越好,因此在设计机械臂时应尽量使短臂杆缩短,甚至可以设计为零杆.

3) 优化后的机械臂灵活性较优化前的灵活性提高了 40.33%,由此验证了所提出的机械臂尺寸优化算法的合理性和有效性.

4) 该算法中还可以加入不同约束条件实现对机械臂的尺寸优化;还可以实现机械臂的设计-优化-再设计-再优化以获得灵活性较高的机械臂布局构型.因此,本文提出的机械臂尺寸优化方法在工程上具有实用价值.

### 参考文献 (References)

- [1] Gupta K C, Roth B. Design considerations for manipulator workspace [J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmission, and Automation in Design, 1982, 104(4): 704-711.
- [2] Cwiakala M, Lee T W. Generation and evaluation of a manipulator workspace based on optimum path search [J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmission, and Automation in Design, 1985, 107(2): 245-255.
- [3] Bergamaschi P R, Nogueira A C, Saramago S F P. Design and optimization of 3R manipulators using the workspace features [J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 172(1): 439-463.
- [4] Snyman J A, du Plessis L J, Duffy J. An optimization approach to the determination of the boundaries of manipulator workspaces [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2000, 122(4): 447-456.
- [5] Klein C A, Blaho B E. Dexterity measures for the design and control of kinematically redundant manipulators [J]. The International Journal of Robotics Research, 1987, 6(2): 72-82.
- [6] Yoshikawa T. Manipulability of robotic mechanisms [J]. The International Journal of Robotics Research, 1985, 4(2): 3-9.
- [7] 马香峰. 机器人机构学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1991: 118-126.  
Ma X F. Robot mechanisms [M]. Beijing: China Machine Press, 1991: 118-126 (in Chinese).
- [8] 朱建敏, 许有恒. 机器人工作灵活性的分析方法 [J]. 上海交通大学学报, 1989, 23(2): 53-60.  
Zhu J M, Xu Y H. A method for analyzing the dexterity of a manipulator [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 1989, 23(2): 53-60 (in Chinese).
- [9] 刘淑春, 许纪倩. 工业机器人工作空间及灵活性 [J]. 北京科技大学学报, 1989, 11(2): 142-147.  
Liu S C, Xu J Q. On the workspace and the dexterity of general industrial robot [J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 1989, 11(2): 142-147 (in Chinese).
- [10] Gosselin C, Angeles J. The optimum kinematic design of a planar three-degree-of-freedom parallel manipulator [J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design, 1988, 110(1): 35-41.
- [11] Gosselin C, Angeles J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1991, 113(3): 220-226.
- [12] 赵新华, 张威. 基于条件数的 3-RTT 并联机器人参数优化 [J]. 中国机械工程, 2004, 15(21): 1903-1905.  
Zhao X H, Zhang W. Parameter optimization of the 3-RTT parallel manipulator based on the conditioning index [J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(21): 1903-1905 (in Chinese).
- [13] Toz M, Kucuk S. Dexterous workspace optimization of an asymmetric six-degree of freedom Stewart-Gough platform type manipulator [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61(12): 1516-1528.
- [14] Zhang P, Yao Z Q, Du Z C. Global performance index system for kinematic optimization of robotic mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2014, 136(3): 1-11.
- [15] Liu H T, Huang T, Mei J P, et al. Kinematic design of a 5-DOF hybrid robot with large workspace/Limb-Stroke ratio [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(5): 530-537.
- [16] Merlet J P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2006, 128(1): 199-206.
- [17] Lee S. Dual redundant arm configuration optimization with task-oriented dual arm manipulability [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1989, 5(1): 78-97.
- [18] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2009: 278-288.  
Yu J J, Liu X J, Ding X L. Mathematical foundation of robot mechanism [M]. Beijing: China Machine Press, 2009: 278-288 (in Chinese).
- [19] 霍伟. 机器人动力学与控制 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 23-28.  
Huo W. Robot dynamic and control [M]. Beijing: Higher Education Press, 2005: 23-28 (in Chinese).

## Dimensional optimization method for manipulator based on orientation manipulability

JIA Shiyuan, JIA Yinghong\*, XU Shijie

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** To solve the dimensional optimization design problem of manipulator, the numerical index of dexterity was presented by pose probability coefficient, which was defined as the ratio between possibly sampled orientations and sampled orientations of the working point. According to the pose probability coefficient, the concept of orientation manipulability was proposed, which represented the operability of manipulator. On the basis of orientation manipulability, an algorithm of dimensional optimization to manipulator was proposed. Based on the original structure design, this algorithm takes the reciprocal of the orientation manipulability as fitness function. Under the condition of self-collision, dimensional parameters of manipulator were optimized to maximize the operability by using genetic algorithm. Optimization algorithm was applied to a six-degree of freedom (DOF) manipulator. Results show that the orientation manipulability increases by 40.33% after optimization. Finally, validity of the algorithm was further verified by dexterous workspace and the effect of the pose probability coefficient to the optimal results was also discussed.

**Key words:** manipulator; dimensional optimization; dexterity; orientation manipulability; genetic algorithm

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0676

# 基于 Helly 定理的多智能体最短时间一致性

胡春鹤, 陈宗基\*

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)



**摘 要:** 多智能体一致性协调控制的最终收敛状态受限于通信拓扑结构与边的权值, 而收敛状态的不同进一步影响多智能体趋同的速度. 为实现拓扑结构与协调收敛状态解耦, 保证最短时间实现一致性, 本文设计一种输入受限线性多智能体分布式协调控制策略. 首先基于 Helly 定理证明了  $n$  个输入受限线性多智能体系统在  $d(n > d)$  维协调空间上的最短时间一致性协调状态和收敛时间唯一存在, 并取决于其中至多  $d+1$  个智能体. 当找到该  $d+1$  个起决定作用的智能体后, 即可得到所有智能体的最短时间一致性状态. 根据此定理, 设计一种新的分布式协调算法使得各个智能体知道起决定作用的智能体, 进而计算得到协调收敛状态与收敛时间, 随后各个智能体独立设计含终端时间和终端状态约束的局部最优控制律, 保证最短时间一致性实现. 最后在二阶线性多智能体系统上进行仿真验证. 仿真结果验证了分布式算法的可行性, 并且当协调状态维度远小于智能体数量时, 计算量明显减少, 计算速度显著增加.

**关键词:** 多智能体; 一致性; 时间最短; 分布式控制; Helly 定理; 最优控制

**中图分类号:** V221+.3

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1701-07

一致性协调策略在解决多智能体协调控制问题上取得了巨大成效与广泛关注, 被大量应用于诸如编队、搜索和集结等多种问题<sup>[1-2]</sup>. 一致性协调策略利用局部通信的方式实现多智能体对某个协调变量的共识, 也被称为趋同控制.

一致性问题的早期研究热点主要集中在解决含有多种通信约束条件和各类系统模型限制的一致性实现问题上. 近年来, 为解决多智能体一致性控制渐近稳定收敛时间过长的问题, 有学者开始研究减少一致性的收敛时间的方法. 作为衡量控制系统性能的重要指标, 系统收敛时间不仅在理论研究中具有重要价值, 在工程应用中也有重要意义.

学者们首先提出了实现有限时间一致性的方法. 其中, Li 等通过设计输入下限来约束收敛速

度 (Lyapunov 函数导数) 避免渐进特性<sup>[3-4]</sup>. Masood 和 Nersesov 等提出了基于滑模的控制方法, 设计约束保证系统动态在有限时间抵达滑模面<sup>[5]</sup>. 这些方法虽然在某种程度上实现了加速, 但仍无法保证收敛时间的最优性.

学者们又进一步将注意力转移到最短时间一致性问题上, 不仅可以使系统在有限时间内实现稳定, 而且保证这个时间的最优性. 其中, Xiao 和 Boyd 首先将这一问题描述为与通信拓扑图的邻接矩阵相关的凸优化问题, 利用内点法和次梯度优化方法求解这一半正定规划问题, 并保证系统在  $n$  步 ( $n$  为智能体个数) 内实现收敛<sup>[6]</sup>. 在这种优化思想启发下, Chen 和 Zhang 给出一种利用状态预测值作为协调控制增量的办法实现进一步加速<sup>[7]</sup>. 但其中控制增量的增益需要人工设置以保

收稿日期: 2014-10-31; 录用日期: 2015-01-30; 网络出版时间: 2015-03-23 15:04

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150323.1504.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(61175109, 61203223, 61273349)

作者简介: 胡春鹤(1986—), 男, 吉林省吉林人, 博士研究生, hchh@buaa.edu.cn

\* 通讯作者: 陈宗基(1943—), 男, 上海人, 教授, czj@buaa.edu.cn, 主要研究方向为飞行器控制、多无人机协调控制.

**引用格式:** 胡春鹤, 陈宗基. 基于 Helly 定理的多智能体最短时间一致性[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1701-1707.

Hu C H, Chen Z J. Helly-theorem-based time-optimal consensus for multi-agent systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1701-1707 (in Chinese).

证收敛速度比原系统更快. 由于同期基于组合图论的方法缺少解析的数学描述工具, 仍局限于优化通信拓扑边的权值, 其结果劣于 Xiao 和 Boyd<sup>[6]</sup>的结果. 随着组合图论在该领域的深入, 学者们基于连通通信拓扑的拉普拉斯矩阵含有全1特征向量的性质, 提出了利用最小多项式原理进行设计的方法. 其中, Hendrickx 等在不改变拓扑结构的情况下, 不断修正通信拓扑边的权值使得  $D+1$  步 ( $D$  为通信拓扑直径) 时的迭代转移矩阵积为全一矩阵, 实现所有状态一致. 这意味着将算法迭代步数进一步缩减到  $D+1$ <sup>[8]</sup>. 不过, 文献[6-8]提出的算法执行过程中需要利用拓扑结构进行全局优化. 而 Shreyas 设计了分散化算法, 利用分布式一致性协调控制下线性系统收敛状态可观的特性, 智能体可以根据个体  $D$  次迭代的状态, 在有限步内实现对一致性收敛状态的估计<sup>[9]</sup>. Yuan 等进一步优化这一方法. 最终保证在分布式协调下局部收敛步数限制在  $2D+2$ <sup>[10]</sup>.

就目前对最短时间一致性的研究内容而言, 现有文献主要针对输入非受限多智能体系统展开研究. 最终收敛状态通常为各智能体初始状态的加权平均<sup>[11]</sup>, 权值取决于具体的通信拓扑结构. 这意味着系统收敛状态与系统通信拓扑之间存在耦合, 当通信拓扑发生改变时, 系统收敛状态随之变化. 考虑现实物理运动实体存在系统动态约束和输入限制等情况, 系统收敛速度又将受限于每个智能体自身的动态特性. 特定的拓扑结构会导致系统间协调状态振荡甚至偏向极端状态, 这进一步影响系统收敛速度. 此时, 文献[7-10]中算法将失去最优特性. 因此, 研究输入受限的多智能体最短时间一致性具有重要意义.

本文针对输入受限线性多智能体系统展开研究, 提出了一种最短时间一致性分布式协调策略. 算法实现了一致性收敛状态只与系统初始状态和动态特性相关, 而与通信拓扑解耦. 在本文提出的分布式算法中, 各个智能体根据自身系统动态特性与初始状态约束, 通过连通的通信拓扑进行局部协调, 找到状态空间内的某个状态使得所有智能体一致到达该状态的时间最短. 随后, 根据这一状态与对应的最短时间来设计满足终端状态约束与时间约束的最优控制, 最终实现多智能体最短时间一致性.

## 1 基本假设与数学初步

本文考察的多智能体系统由满足如下线性时不变输入受限系统动态的智能体构成:

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i \quad |u_i| \leq u_{\max} \quad (1)$$

式中:  $x_i \in \mathbf{R}^d$  和  $u_i \in \mathbf{R}$  分别为智能体  $i$  的状态和输入,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $n \in \mathbf{N}^+$  为智能体个数;  $d \in \mathbf{N}^+$  为系统状态维度, 且  $n > d$ ;  $u_{\max}$  为  $u_i$  输入限幅;  $(A, B)$  为可控的系统矩阵且  $A$  为 Hurwitz 矩阵;  $\dot{x}_i$  为智能体的状态导数. 为描述智能体在任意时间  $t$  可到达的状态, 引入状态可达区域的概念.

**定义 1** 系统的状态可达区域  $\Omega(t)$  是指系统从初始状态开始, 在可容许输入作用下有限时间  $t$  内能够达到的所有状态集合.

**引理 1**<sup>[12]</sup> 所有满足式(1)系统动态的智能体的状态可达区域  $\Omega(t)$  为闭、紧且严格凸集, 并且对时间  $t$  在  $t > t_0$  上连续,  $t_0$  为初始时间.

存在容许的控制输入  $u(t)$  使得智能体在给定时间  $t^*$  达到对应状态可达区域  $\Omega(t^*)$  内的任意状态. 根据最优控制理论, 可知智能体到达该区域  $\Omega(t)$  边界上状态的控制输入具有 bang-bang 控制结构, 到达该区域  $\Omega(t)$  内的状态具有 bang-off-bang 控制结构.

为了描述各个智能体可达区域之间的关系, 引入 Helly 定理. Helly 定理<sup>[13]</sup> 是几何学上有关凸集组合相交问题的重要结果之一, 被广泛应用解决“加权一中心”等问题.

**引理 2**<sup>[14]</sup> (Helly 定理) 给定  $d$  维空间上  $n$  个凸集  $C_1, C_2, \dots, C_n$ . 如果其中任意  $d+1$  个都存在非空交集, 那么这  $n$  个凸集存在公共非空交集.

文中利用图  $G(V, E)$  描述智能体间的通信拓扑, 其中:  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  为顶点集, 各顶点代表各个智能体;  $E \subset V \times V$  为  $V$  到  $V$  的映射, 代表智能体之间的通信链路. 对于任意智能体  $i$  的邻居集合表示为  $N_i = \{j \in V | (i, j) \in E\}$ . 假定智能体无主从之分, 智能体之间只依赖局部的邻居间通信, 通信拓扑满足:

**假设 1** 通信拓扑  $G(V, E)$  为双向通信, 即

$$(i, j) \in E \leftrightarrow (j, i) \in E \quad \forall i, j \in V$$

同时  $G(V, E)$  是连通的, 满足

$$\forall i \neq j \in V \quad \exists i_1, i_2, \dots, i_k \in V \\ k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

使得

$$(i, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_k, j) \in E$$

## 2 问题描述

研究多智能体一致性协调控制的目的在于利用少量信息交互实现局部通信限制下的信息(协调变量)共识. 在利用这一概念解决诸如集结、搜

索和编队等一系列问题的时候,通常选定协调变量为系统状态,控制输入为协调变量间的偏差与偏差导数和<sup>[11]</sup>.这种 PID 结构的协调策略使得系统协调变量一致收敛为所有智能体初始状态的加权平均值,权值取决于通信拓扑结构与通信权值<sup>[11]</sup>.这种控制方法的收敛速度易受单个个体的牵制而变得缓慢,特别当通信拓扑末端的个体初始状态与系统最终收敛状态偏离较远,其自身驱动能力又较弱时,这种牵制尤为明显.那么,如何通过设计新的协调策略,保证在任意拓扑结构下输入受限系统均以最短时间实现一致性成为本文研究的主要内容.

具体来说,本文研究的问题为如何在假设 1 的通信条件下,设计分布式协调策略(控制输入) $u_i$ ,使得所有智能体以最短时间实现状态一致.这一问题可以描述为

$$\arg \min_{u_i} \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (2)$$

使得  $x_i(t)$ 、 $u_i(t)$  满足动态方程(1),  $t_0 \leq t \leq t_f$ ;  
 $x_i(t_f) = x_j(t_f)$ ,  $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ ;  $u_i = f(x_i, x_j)$ ,  
 $j \in N_i$ .

### 3 分布式最短时间一致性协调策略

导致现有一致性协调策略收敛缓慢的主要原因在于收敛状态初始未知,收敛状态与拓扑相关以及控制律未能考虑系统动态特性等.如果可以通过分布式协调方法预先找到一个状态  $x^*$ ,保证所有智能体同时到达该状态的时间  $t^*$  少于任意其他状态,随后各个智能体根据  $x^*$  与  $t^*$  设计满足自身需求的控制律  $u_i$ ,即可实现最短时间一致性.

具体来讲,通过如下两步解决式(2)描述的问题:

1) 智能体之间通过分布式协调方法找到最短时间一致性状态  $x^*$ ,以及对应系统最短收敛时间  $t^* \in \mathbf{R}$ .

2) 智能体个体根据和来设计满足自身约束的最优控制律,保证各智能体均以  $t^*$  到达  $x^*$ .

#### 3.1 集中式算法

为了实现上述两步,将首先证明状态  $x^*$  唯一存在,随后提出一种集中式控制算法,为分布式算法提供一种基本算法.

根据定义 1,智能体可达区域  $\Omega_i(t)$  之间的相交区域  $\cap \Omega_i(t)$  为所有智能体在  $t$  时刻可以共同到达的状态集合,这意味着所有智能体可以以时间  $t$  在  $\cap \Omega_i(t)$  内实现一致.那么使得  $\Omega_i(t)$  存在公共交集的最小时间  $t^*$  成为所有智能体出现公共可达状

态的最短时间,亦为实现状态一致的最短时间.  $\cap \Omega_i(t^*)$  为所有最短时间一致性状态集合.可以给出如下最短时间一致性状态与时间的等价定义.

**定义 2** 多智能体  $\{1, 2, \dots, n\}$  的达到一致性的最短时间  $t_{[1,2,\dots,n]}^* \in \mathbf{R}$  和最终收敛状态  $x_{[1,2,\dots,n]}^* \in \mathbf{R}^d$  分别为

$$t_{[1,2,\dots,n]}^* = \min t, \text{ 使得 } \cap \Omega_i(t) \neq \emptyset \quad (3)$$

$$x_{[1,2,\dots,n]}^* \in \cap \Omega_i(t^*) \quad (4)$$

**定理 1** 对于任意满足系统动态(1)的  $n$  个智能体在  $d$  维状态空间  $\mathbf{R}^d$  内实现一致性的最短时间  $t_{[1,2,\dots,n]}^*$  与一致性状态  $x_{[1,2,\dots,n]}^*$  唯一存在.

**证明** 首先证明存在性.系统(1)可控,故有

$$\lim_{t \geq t_0 \rightarrow \infty} \Omega_i(t) = \mathbf{R}^d \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

根据引理 1,  $\Omega_i(t)$  对  $t$  连续,那么必然存在  $t \geq t_0$ ,使得

$$\bigcap_{i=1}^n \Omega_i(t) \neq \emptyset \quad (6)$$

由于  $\Omega_i(t)$  为闭紧集,则上述  $t$  必然存在下确界  $t^*$  亦使式(6)成立,同时

$$\cap \Omega_i(t) \equiv \emptyset \quad \forall t_0 \leq t < t^* \quad (7)$$

下面证明  $x^*$  的唯一性.由于  $\Omega_i(t)$  为对  $t$  连续的凸集,有限个智能体的  $\cap \Omega_i(t)$  也为对  $t$  连续的凸集.利用反证法,若  $\cap \Omega_i(t^*)$  的元素大于 1 个,则必然存在  $t^*$  的邻域  $[t^* - \delta, t^* + \delta]$ ,其中所有元素均保证  $\cap \Omega_i(t) \neq \emptyset$ ,这与式(7)矛盾.

综上所述,  $x^*$  与  $t^*$  唯一存在.

在定理 1 保证下,可以利用梯度搜索算法对上述最优时间进行求解.搜索的方向根据可达区域是否存在公共交集确定:存在公共交集则向  $t$  减少的方向搜索,否则反向.线性系统的可达区域为凸集,可以直接利用交替映射方法(Method of Alternating Projections, MAP)判断可达区域是否存在公共交集<sup>[15]</sup>.对于给定阶次的线性系统而言,可达区域往往可以解析描述,这使交替映射中对点到可达区域的映射获取相对容易.但是,每次的搜索迭代过程中,都需要对每一个智能体的可达区域进行多次映射,因而智能体的数目成为限制搜索速度的重要约束.

在得到时间  $t^*$  和状态  $x^*$  后,进入算法的第 2 步,要求各个智能体依据 Pontryagin 极大值原理设计含有终端时间  $t^*$  和终端状态  $x^*$  约束的最优控制律,保证所有系统以最短时间实现多智能体一致性.由于该一致性状态存在于所有智能体的可达区间内,该最优控制必然有解.

#### 3.2 分布式算法

上述集中式方法中对式(6)的判定部分依赖

中心节点计算以及完整的信息获取,这违背分布式协调策略只基于邻居间局部交互的假设.因此这一节首先利用 Helly 定理改善上述集中式算法,使之符合局部协调策略,随后提出一种新的同构式分布式算法.

**定理 2** 对于任意满足系统动态(1)的  $n$  个智能体在  $d$  维状态空间  $\mathbf{R}^d$  的最短时间一致性状态仅由该  $n$  个智能体中的  $d+1$  个决定,即

$$\mathbf{x}_{\{1,2,\dots,n\}}^* = \mathbf{x}_{\{i_1,i_2,\dots,i_{d+1}\}}^* \quad (8)$$

$$t_{\{1,2,\dots,n\}}^* = t_{\{i_1,i_2,\dots,i_{d+1}\}}^* \quad (9)$$

式中:  $i_1, i_2, \dots, i_{d+1} \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

**证明** 显然,若给定  $\hat{t}$  使得智能体  $i$  与  $j$  可以在  $\hat{t}$  实现一致,则对任意  $t \geq \hat{t}$  有  $\Omega_i(t) \cap \Omega_j(t) \neq \emptyset$ . 事实上,假定  $i$  与  $j$  同构,若令  $\hat{t}$  时刻后  $u_i \equiv u_j$ , 则  $t$  时刻必有  $\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}_j(t)$ . 所以,可达区域  $\Omega_i(t)$  与  $\Omega_j(t)$  之间依然存在交集. 这一结论也可以不失一般性地推广到任意多个智能体.

令  $t^*$  为多智能体系统中任意  $d+1$  个的状态可达区域之间存在公共交集的最短时间上界,

$$t^* = \max t_{\{i_1,i_2,\dots,i_{d+1}\}}^* \quad (10)$$

则对任意  $t \geq t^*$ , 都有任意  $d+1$  个智能体的状态可达区域  $\Omega(t)$  之间存在公共交集.

那么根据 Helly 定理以及  $\Omega_i(t)$  是凸集的性质,可以知道对于  $d$  维状态空间内所有  $\Omega_i(t)$  存在公共交集等价于任意  $d+1$  个状态可达区域存在交集. 则必然有

$$t^* \geq t_{\{1,2,\dots,n\}}^* \quad (11)$$

同时,因式(10)右侧为有限项,不妨假设  $t^*$  由  $d+1$  个智能体  $(i_1, i_2, \dots, i_{d+1})$  实现,即  $t^* = t_{\{i_1,i_2,\dots,i_{d+1}\}}^*$ . 部分智能体实现一致的时间必然短于整体,

$$t^* = t_{\{i_1,i_2,\dots,i_{d+1}\}}^* \leq t_{\{1,2,\dots,n\}}^*$$

结合式(11),最终得到

$$t^* = t_{\{1,2,\dots,n\}}^*$$

根据定理 1 中  $\mathbf{x}_{\{i_1,i_2,\dots,i_{d+1}\}}^*$  的唯一性,必然有

$$\mathbf{x}_{\{1,2,\dots,n\}}^* = \mathbf{x}_{\{i_1,i_2,\dots,i_{d+1}\}}^*$$

定理 2 表明,无论智能体数目有多少,实现一致性状态的最短时间只取决于其中的部分“关键”智能体. 那么可以将第 3.1 节的集中式算法中对所有  $n$  个智能体的计算减少到某  $d+1$  个,求解其一致性状态与实现该状态的最短时间  $t_i$ , 随后选取其中最长时间及对应的状态作为整体一致性状态. 这使得共同计算所有  $n$  个智能体的情况变得可能,当  $n \gg d$  时计算量将显著改善. 那么借鉴这一思想,每个智能体都对这样  $d+1$  个智能体

的具体组成与收敛时间进行估计(计算),并向邻居传递自身估计;该个体也会得到邻居传递过来的估计,通过比较自己估计的收敛时间与收到的时间决定是否重新计算. 随着每个智能体对这  $d+1$  个“关键”智能体的构成实现一致,多智能体系统对最短时间一致性状态达成一致. 设计的任意智能体  $i$  的局部算法包括:

1) 接收邻居  $j$  的  $j$  估计,包括  $j$  估计的  $d+1$  个智能体的编号  $\{j_1, j_2, \dots, j_{d+1}\}$ 、初始状态以及对应的  $\mathbf{x}_j^* = \mathbf{x}_{\{j_1,j_2,\dots,j_{d+1}\}}^*$ ,  $t_j^* = t_{\{j_1,j_2,\dots,j_{d+1}\}}^*$ .

2) 比较  $t_j^*$  与自身估计的收敛时间  $t_i^*$ . 如果  $t_j^* \leq t_i^*$ , 返回上一步,继续等待接收邻居消息,否则继续执行下一步.

3) 利用  $j$  的估计与自身初始状态  $\{i, j_1, j_2, \dots, j_{d+1}\}$  重新计算自身估计,得到  $\{i_1, i_2, \dots, i_{d+1}\}$ ,  $\mathbf{x}_j^* = \mathbf{x}_{\{i,j_1,j_2,\dots,j_{d+1}\}}^*$ ,  $t_j^* = t_{\{i,j_1,j_2,\dots,j_{d+1}\}}^*$ .

4) 向邻居传递最新的估计.

各个智能体的初始估计由自身与邻居的初始状态共同计算获得:

$$\mathbf{x}_i^*(t_0) = \mathbf{x}_{\{i,j\}}^* \quad j \in N_i$$

算法的停止条件为个体估计在通信拓扑图直径的 2 倍个周期  $2D$  内未发生改变. 通常在拓扑图直径未知的情况下,可以令判断周期为 2 倍的智能体个数.

**定理 3** 在假设 1 条件下,分布式算法 1) ~ 4) 步实现各个智能体对最短时间一致性状态  $\mathbf{x}^*$  与时间  $t^*$  的一致.

**证明** 因为有限  $n$  个智能体中任意的  $d+1$  个组合为  $C_n^{d+1}$ , 所以最多只有  $C_n^{d+1}$  个不同的估计. 在算法中的步骤 2), 各个智能体对最短时间一致性时间的估计序列为单调递增序列,因此根据通信拓扑连通性,系统必然在有限时间内对估计达成一致.

又因为任意智能体  $i$  的初始估计与算法中步骤 3) 的更新都引入自身初始状态进行计算,这保证  $\mathbf{x}_i^* \in \Omega_i(t_i^*)$ , 所以估计实现一致的时间满足  $t^* \leq t_{\{i_1,i_2,\dots,i_n\}}^*$ . 估计得到的  $d+1$  个“关键”智能体与定理 2 所述相同,进而实现了智能体对最短时间一致性状态  $\mathbf{x}^*$  与时间  $t^*$  的一致.

备注:在分布式算法的证明过程中,仅利用了通信拓扑的双向通信与连通特性,而未对拓扑具体结构形式与通信权值进行要求,所以显然算法得到的结果是与拓扑结构解耦的.

在通过分布式算法协调得到最短时间一致性状态后,各个智能体根据其系统特性与初始状态

设计终端时间和终端状态约束下的最优控制律. 在定理 3 的保证下,利用分布式求解算法 1)~4) 步以及个体最优控制可以解决式(2)描述的多智能体最短时间一致性问题. 由于该一致性状态为其中大部分智能体的终端时刻状态可达区域的内点,为包括“关键”智能体在内的其余智能体的状态可达区域边界点,所以最优控制律均可实现. 对一致性状态处于其可达区域边界的智能体而言,控制输入为 bang-bang 控制,切换次数为 1 次;处于可达区域内点的智能体而言,控制输入可以采用 bang-off-bang 形式,切换次数为 2 次.

## 4 仿真与分析

### 4.1 仿真设置

由于一般高阶线性系统可达区间的获取相对复杂,为了便于理解以及验证算法有效性,本节仅以二阶线性系统为例进行仿真验证. 有关系统可达区间的获取办法可以参考文献[16-17]. 假定智能体满足二阶动态:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad u \leq 1 \quad (12)$$

初始状态为  $\mathbf{x}_0 = (x_{a0}, x_{b0})$ .

该二阶系统可达区域  $\Omega(t)$  可以描述为式(13)在相平面  $x_a - x_b$  所包围区域:

$$\begin{cases} 4(x_{a0} - x_a) = (x_b - x_{b0} - t)^2 - 2(x_{b0} + t)^2 + 2x_{b0}^2 \\ x_a \leq x_{a0} - 0.5(x_{b0} + t)^2 + 0.5x_{b0}^2 \\ 4(x_a - x_{a0}) = (x_b - x_{b0} + t)^2 - 2(x_{b0} - t)^2 + 2x_{b0}^2 \\ x_a \geq x_{a0} + 0.5(x_{b0} - t)^2 - 0.5x_{b0}^2 \end{cases} \quad (13)$$

图 1 给出的是初始状态为(3,4)的二阶智能体在不同时刻对应的  $\Omega(t)$ .  $\Omega(t)$  为芒果形凸集区域,随着  $t$  的增加而不断增大.

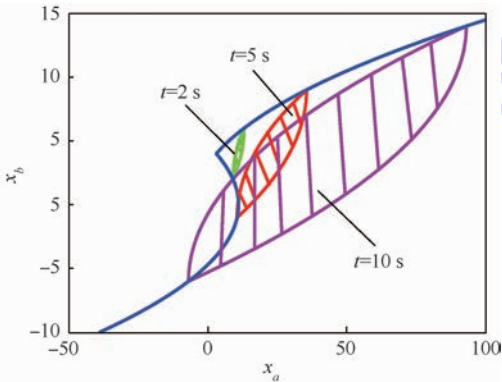


图 1 二阶系统状态可达区域  $\Omega(2), \Omega(5), \Omega(10)$   
Fig. 1 State attainable sets  $\Omega(2), \Omega(5), \Omega(10)$  of second-order system

假定存在  $100(n > 2)$  个智能体,所有智能体的初始状态平均分布在  $x_a \in [1, 100], x_b \in [0, 10]$  的状态空间内. 为了阐述结果与拓扑无关的特性,在相同初始状态下,针对不同通信拓扑进行验证. 通信拓扑在满足假设 1 的条件下随机生成.

### 4.2 仿真结果与分析

根据定理 2,由二阶智能体构成的多智能体系统实现最短时间一致性的  $\mathbf{x}_{|1,2,\dots,100|}^*$  与  $t_{|1,2,\dots,100|}^*$  至多由其中的 3 个“关键”智能体决定. 利用本文提出的分布式协调算法,最终得到“关键”智能体为 25 和 26,且  $\mathbf{x}_{|1,2,\dots,100|}^* = (146.07, 5.19), t^* = 18.98$  s. 仿真结果如图 2 所示.

图 2 为不同通信拓扑下各智能体的局部估计动态过程,通信拓扑满足平均邻居数为 2 个,拓扑直径为 16. 图 2 中各曲线代表算法过程中各智能体对“关键”智能体编号  $\{i_1, i_2, i_3\}$  的局部估计变化过程. 为了实现在二维图像上绘制所有智能体的局部估计的变化,曲线上各点的纵坐标代表对应智能体估计的“关键”智能体编号  $\{i_1, i_2, i_3\}$  的指数和的对数,即  $\lg(2^{i_1} + 2^{i_2} + 2^{i_3})$ . 可以看到两个通信拓扑都使得智能体得到相同的最短时间一致性状态. 各个智能体对所求的 3 个智能体分别在迭代 12 次与 10 次后达成一致,共同趋于  $\lg(2^{25} + 2^{26})$ .

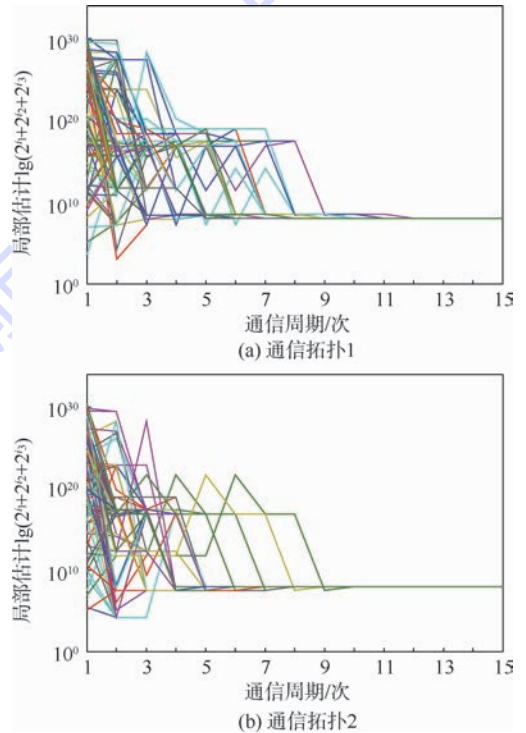


图 2 不同拓扑下各智能体的局部估计动态过程  
Fig. 2 Evolution on local guess of critical agents under different communication topologies

在得到 25 号和 26 号为“关键”智能体后,各个智能体即实现  $\mathbf{x}_{\{1,2,\dots,100\}}^*$  与  $t_{\{1,2,\dots,100\}}^*$  达成共识. 根据协同状态与收敛时间,各个智能体设计满足终端时间和终端状态约束控制律趋向这一状态. 根据之前的结论可以知道,这些含状态与终端时间约束的最优解存在并可解.

图 3 给出部分智能体在通过局部求解得到的控制输入. 可以看出最终收敛状态位于起决定作用的 25 号和 26 号智能体的可达区域边界,因此 25、26 号智能体的控制输入为 bang-bang 形式,切换次数为 1 次,而其他智能体一般控制输入为 bang-off-bang 形式,切换次数为 2 次. 所有控制输入在 18.98 s 停止.

图 4 给出最优控制作用下的部分智能体在相空间内状态变化过程. 图中:25 号和 26 号智能体为“关键”智能体(算法结果),20 号、30 号和 70 号智能体为随机选择的智能体.

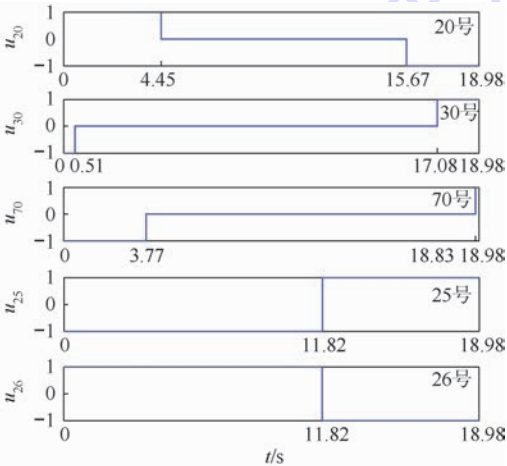
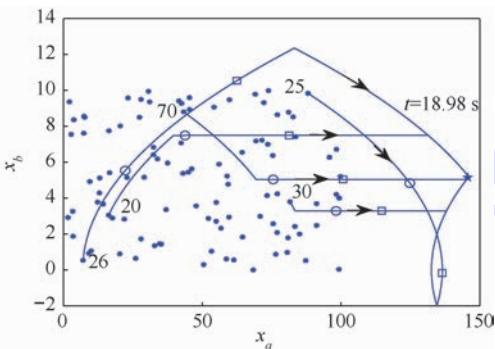


图 3 部分智能体最优控制输入

Fig. 3 Optimal control inputs of partly agents



—100 个智能体的初始状态;★(146.07, 5.19)—多智能体的最短时间一致性状态,在  $t = 18.98$  s 共同到达;○— $t = 5$  s 时智能体所处状态;□— $t = 10$  s 时智能体所处状态;→—状态变化方向.

图 4 部分智能体状态在局部最优控制下的相空间运动轨迹

Fig. 4 Trajectories of states of partly agents under local optimal control in state space

在提出的分布式最短时间一致性协调方法的驱动下,各个智能体快速地对 3 个“关键”智能体、最短时间一致性状态和时间达成共识,并最终利用最优控制实现了最短时间一致性. 尽管在少于通信拓扑直径数个通信周期内实现了一致性状态的认同,但是每个智能体为了确定与其他所有智能体达成一致,还需要等待额外的  $2n$  步完成判断,若能提前知道通信拓扑维度,可以将该额外步数降低到 2 倍的拓扑图直径.

由于文献[10]只适用于单积分器系统,所以采用文献[10]中模型与数据. 在相同的系统输入受限假设下,文献[10]在  $x = 2.6828$  实现一致性,需要 3.355 s,而本文提出的算法在  $x = 3.6884$  实现一致性,只需要 2.3495 s. 另外,文献[10]的迭代次数需要  $2 \times 4 = 8$  次,而本文的迭代次数只为 3 次. 事实上,本文算法给出的一致性的最短时间是该问题的下确界. 无论选取状态空间中任何其他的状态作为最终的一致性状态,都不可能是最短时间一致性,因为至少有一个智能体到达该状态的时间长于本文算法计算出的结果.

## 5 结论

1)  $n$  个满足线性动态的输入受限多智能体在  $d$  维协调状态空间的最短时间一致性状态在 Helly 定理保证下唯一存在,并只取决于其中的  $d + 1$  个智能体.

2) 基于上述结论设计的最短时间一致性分布式算法实现了通信拓扑与最终收敛状态的解耦,保证收敛时间最短,避免了由初始状态与通信拓扑导致的收敛时间过长问题.

3) 该算法的理论分析及仿真结果显示,当协调状态维度远小于智能体数量时,所提出的分布式算法计算量明显减少,计算速度显著增加. 由于各个智能体采用同构式分布式控制方法,对于额外新增加的智能体可以无缝式扩展,各个智能体分担的计算量不随智能体数量的变化而增加.

## 参考文献 (References)

- [1] 闵海波,刘源,王仕成,等. 多个体协调控制问题综述[J]. 自动化学报,2012,38(10):1557-1570.  
Min H B, Liu Y, Wang S C, et al. An overview on coordination control problem of multi-agent system[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(10): 1557-1570 (in Chinese).
- [2] Cao Y C, Yu W W, Ren W, et al. An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 427-438.

- [3] Li C Y, Qu Z H. Distributed finite-time consensus of nonlinear systems under switching topologies [J]. *Automatica*, 2014, 50(6):1626-1631.
- [4] Xiao F, Wang L, Chen T W. Finite-time consensus in networks of integrator-like dynamic agents with directional link failure [J]. *IEEE Transactions on Automation Control*, 2014, 59(3):756-762.
- [5] Masood G, Nersesov S. Finite-time coordination in multiagent systems using sliding mode control approach [J]. *Automatica*, 2014, 50(4):1209-1216.
- [6] Xiao L, Boyd S. Fast linear iterations for distributed averaging [J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 53(1):75-78.
- [7] Chen Z Y, Zhang H T. Consensus acceleration of multi-agent systems via model prediction [C] // *Proceedings of American Control Conference*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 5336-5341.
- [8] Hendrickx M, Raphaël M, Jungers O, et al. Graph diameter, eigenvalues, and minimum-time consensus [J]. *Automatica*, 2014, 50(2):635-640.
- [9] Shreyas S, Hadjicostis C. Finite-time distributed consensus in graphs with timeinvariant topologies [C] // *Proceedings of American Control Conference*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 711-716.
- [10] Yuan Y, Stan G, Shi L, et al. Decentralised minimum-time consensus [J]. *Automatica*, 2013, 49(5):1227-1235.
- [11] Ren W, Beard R. *Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control: Theory and applications* [M]. London: Springer, 2007: 25-27.
- [12] Lee E B, Markus L. *Foundations of optimal control theory* [M]. Florida: Krieger Publishing Company, 1967: 68-80.
- [13] Ludwig D, Grünbaum B, Klee V. Helly's theorem and its relatives [J]. *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics in Convexity*, 1963, VII: 101-180.
- [14] Wenger R. *Handbook of discrete and computational geometry* [M]. London: CRC Press, 1997: 63-82.
- [15] Tam K. *The method of alternating projections* [D]. Newcastle: University of Newcastle, 2012.
- [16] Varaiya P. *Verification of digital and hybrid systems* NATO ASI subseries F [M]. Berlin: Springer, 2000, 170: 323-331.
- [17] Inseok H, Stipanović D, Tomlin C. *Advances in control, communication networks, and transportation systems* [M]. Boston: Birkhäuser, 2005: 3-19.

## Helly-theorem-based time-optimal consensus for multi-agent systems

HU Chunhe, CHEN Zongji\*

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The final convergence state of multi-agent under ordinary consensus control is restricted by communication topology structure and edge weight. Different convergence states further influence the convergence speed of multi-agent. To attain identical convergence state under different communication topologies, and achieve time-optimal consensus, we designed a time-optimal distributed consensus control strategy for linear multi-agent system with input constraint. Firstly, we proved that the time-optimal consensus state and convergence time uniquely existed based on Helly theorem. More specifically, for the multi-agent system with  $n$  agents with input constraint in the  $d(n > d)$  dimension state space, the time-optimal state can be determined by  $d + 1$  agents at most. When the  $d + 1$  crucial agents were obtained, so was the consensus state. According to this theorem, we designed a new distributed coordination algorithm for multi-agent to achieve common knowledge on those critical agents together with the time-optimal consensus state and convergence time, and after that, each of the agents designed its own local optimal control law with terminal-time and terminal-state constraints, which guaranteed the time-optimal consensus of multi-agent. To demonstrate the correctness and efficiency of the algorithm, we applied our algorithm to the second-order dynamic multi-agent systems. Simulation result verifies the feasibility of the distributed algorithm. When the coordinating state dimension is much smaller than the number of agents, the algorithm significantly reduces the amount of computations and increases computation speed.

**Key words:** multi-agent; consensus; time-optimal; distributed control; Helly theorem; optimal control

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0644

# $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$ 弹性散射和破裂反应实验装置的设计

郑垒<sup>1</sup>, 林承键<sup>2</sup>, 张高龙<sup>\*1</sup>, 贾会明<sup>2</sup>, 张焕乔<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 物理科学与核能工程学院, 北京 100191; 2. 中国原子能科学研究院 核物理研究所, 北京 102413)

**摘 要:** 近库仑位垒能区弱束缚原子核的动力学效应研究是当前热点问题之一. 但是由于缺乏对其实验方面的研究, 没有系统性的结论, 因此需要大力开展实验方面的研究工作. 针对质子滴线核 $^{17}\text{F}$ 在中重靶核 $^{58}\text{Ni}$ 上的弹性散射和破裂反应设计了实验装置. 根据反应运动学, 利用蒙特卡罗程序模拟计算了散射的 $^{17}\text{F}$ 分布, 以及破裂产生的 $^{16}\text{O}$ 和质子分布. 根据模拟计算, 得到了实验装置的参数, 包括探测几何效率, 覆盖的立体角, 反应产物 $^{17}\text{F}$ 、 $^{16}\text{O}$ 和质子的能量沉积和几何关系等. 这套装置对 $^{16}\text{O}$ 和质子的符合效率为 $4.7\% \pm 0.1\%$ , 这为实验的开展打好了基础. 用此装置, 将可以在一系列国际大科学装置上开展实验.

**关键词:** 奇特核; 弹性散射; 破裂反应; 探测器; 模拟; 符合效率; 实验装置

**中图分类号:** O571.6

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1708-06



随着放射性核束装置和探测技术的高速发展, 核物理学家们的兴趣从稳定线附近的原子核转移到了偏离稳定线的原子核, 这些原子核及其引起的核反应成为当前核物理领域里重要的研究内容之一. 由于最外围核子的弱束缚性核子束缚态和连续谱的耦合变得更加重要, 这些原子核表现出了一些奇异的现象, 如中子晕/皮结构、旧幻数消失新幻数出现等<sup>[1-2]</sup>.

1985年, Tanihata等通过放射性核束装置测量原子核相互作用截面时, 首次发现了中子晕现象<sup>[3]</sup>. 晕结构的特征是最外围核子占据较大的空间, 其核半径远大于具有相同核子数的稳定核. 外围价核子的束缚能很小, 通常 $< 1 \text{ MeV}$ . 也正是由于这样的奇异性, 由奇特核引起的核反应与稳定核引起的核反应表现出了不同的实验现象, 包括弹性散射 (elastic scattering)、破裂 (breakup) 反应

及融合 (fusion) 反应. 通过研究这些奇特核引起的核反应有助于研究奇特核的结构及其相关反应机制<sup>[4]</sup>.

近几十年来研究人员在奇异原子核在核反应方面进行了大量的研究工作, 例如转移反应、融合反应和破裂反应等. 在融合反应中, 耦合道效应 (非弹性散射、转移和破裂) 强烈地影响融合截面, 尤其是在亚垒能区. 对稳定原子核, 由于有高的破裂阈, 因此破裂道的耦合对融合截面影响小; 对弱束缚原子核, 例如 $^{6,7}\text{Li}$ ,  $^9\text{Be}$  和 $^6\text{He}$ ,  $^{11}\text{Be}$ ,  $^8\text{B}$  等, 它们的破裂阈小, 会发生不同的融合过程, 有完全融合和非完全融合. 对弱束缚原子核通常有2种效应影响完全融合截面:

1) 密度的弥散分布降低势垒的高度和改变势垒曲率, 导致融合增强.

2) 破裂道的耦合效应引起的强动力学效应,

收稿日期: 2014-10-17; 录用日期: 2015-02-12; 网络出版时间: 2015-03-17 11:13

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150317.1113.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(11475013, 11035007, 11175011); 中央高校基本科研业务费专项资金; 软件环境国家重点实验室基金 (SKLSDE-2014ZX-08); 中科院近代物理研究所高精度核谱学重点实验室基金

作者简介: 郑垒(1989—), 男, 浙江宁波人, 硕士研究生, bookzhl@163.com

\* 通讯作者: 张高龙(1975—), 男, 陕西兴平人, 副教授, zgl@buaa.edu.cn, 主要研究方向为实验核反应.

**引用格式:** 郑垒, 林承键, 张高龙, 等.  $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$  弹性散射和破裂反应实验装置的设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1708-1713. Zheng L, Lin C J, Zhang G L, et al. Design of experimental setup for elastic scattering and breakup reaction of  $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$ [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1708-1713 (in Chinese).

这方面没有明确的说法,需要进一步研究。

因此对弱束缚原子核融合截面是增强还是压低,有不同的结论.和耦合道计算进行比较,在没有考虑破裂道时,展示完全融合截面被压低10%~30%,但从总融合截面上没有观察到这种效应,连续-分离耦合道(Continuum Discretized Coupled Channels, CDCC)计算展示完全融合截面在垒上压低,垒下增强。

弹性散射是一个非常重要的反应道,能够探索原子核的内部结构和反应系统的反应机制.弱束缚原子核的弹性散射测量能够研究它们的奇异结构.由于它们小的破裂阈,因此在相对的低能反应中破裂道成为一个重要的竞争过程,耦合道分析需要考虑.对弹性散射数据的分析,一些重要的信息能得到,例如总反应截面.文献[5-8]利用弹性散射探索入射炮弹的动力学、静态和几何效应。

近几年从实验和理论上,研究人员已尽力对弱束缚原子核的破裂道对于融合截面的耦合效应的强弱进行了研究.然而对于滴线附近奇特核的研究,目前没有足够多的弹性散射数据,相关原子核结构信息的准确性和可靠性也有待进一步的提高.破裂反应也是奇特核核反应中的一个重要反应道,其实验数据能很好地为相关核反应机制和核结构提供有效的信息<sup>[5]</sup>.在一些融合反应实验研究中,奇特核的破裂效应带来不同的结果<sup>[6-7]</sup>.也有一些弹性散射实验来探究奇特核的动力学、静态效应和几何效应<sup>[8-9]</sup>.但是,到目前为止,这些奇特核的系统性研究还没有研究透彻,需要进一步的实验支持。

## 1 研究现状

奇特核中,稳定的有 $^6\text{Li}$ 和 $^9\text{Be}$ ,不稳定的有 $^6\text{He}$ 、 $^8\text{B}$ 、 $^7\text{Be}$ 和 $^{17}\text{F}$ .本文所选择的 $^{17}\text{F}$ 是质子滴线核,激发态有质子晕结构,其最后一个质子的束缚能只有601 keV;而且在破裂反应阈以下只有一个激发态,激发能为495 keV。

近些年,国际上已开展了以 $^{17}\text{F}$ 为弹核的相关实验,而靶核大部分集中在重核和轻核上<sup>[10-11]</sup>,如 $^{208}\text{Pb}$ 和 $^{12}\text{C}$ ,而中重靶核较少. Mazzocco 等的实验<sup>[12]</sup>研究了 $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$ ,其弹散数据表明 $^{17}\text{F}$ 的行为与同为不稳定弱束缚核的 $^6\text{He}$ 和 $^8\text{B}$ 不同.但是由于数据过少,没有明确的结论.同样,相应破裂效应的研究也是集中在重靶核和轻靶核上.对重靶核, $^{17}\text{F}$ 与之相互作用基本为库仑作用;对轻核, $^{17}\text{F}$ 与之相互作用基本为核相互作用.但对中

重靶,两种相互作用都有一定影响,相应的破裂效应如何没有进行探究.因此,通过这个实验,除了能获得库仑位垒附近 $^{17}\text{F}$ 在中重靶核上的光学势,还能进一步知道核相互作用与库仑相互作用两者的影响程度。

对意大利的 $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$ 实验只选择了两个能量点<sup>[12]</sup>,且能值非常靠近,很难给出 $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$ 的走势,不能判断在垒下是增强还是压低,同样也不能清楚地给出约化函数的趋势,因而在实验上需要进一步验证.增加位垒附近能量点,利用约化函数和 Wong 公式<sup>[13]</sup>中的普适化函数 $F_0(x)$ 进行比较,可以得到 $^{17}\text{F}$ 在中重靶上的动态效应. Wong 公式没有考虑耦合道效应,结合反应函数<sup>[14]</sup>可用来间接研究动力学效应。

对奇特核在库仑位垒附近散射实验数据的分析表明<sup>[8]</sup>,探究这些核的反应机制仍需要更多的实验数据.包括 $^{17}\text{F}$ 在库仑位垒以下的散射数据.本文实验 $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$ 选取库仑位垒附近的4个能量点,最终的数据将完善 $^{17}\text{F}$ 在中重靶上的反应函数趋势,进而能更清晰地看到 $^{17}\text{F}$ 与中重靶的反应机制。

有关 $^{17}\text{F}$ 融合反应的破裂效应,Rehm 和 Liang 等进行了 $^{17}\text{F} + ^{208}\text{Pb}$ 实验<sup>[15-16]</sup>,探究了 $^{17}\text{F}$ 与重靶相互作用时的融合反应和破裂效应.实验结果表明,质子滴线核 $^{17}\text{F}$ 在重靶上的破裂效应很小,对中重靶上没有此方面的研究,因此对其在中重靶上的破裂效应值得去研究。

在 $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$ 的反应中也会产生 $^{17}\text{F}$ 的破裂产物质子和 $^{16}\text{O}$ ,对其进行符合测量,可以直接得到破裂截面;利用 CDCC 理论来分析破裂反应截面,可以得到 $^{17}\text{F}$ 与重靶和中重靶的反应机制有何不同,可以了解质子晕核的破裂反应机制.因此在整个实验中需要对这些反应产物进行很好的测量,为了达到实验的目的,设计和模拟了实验的探测系统。

## 2 实验装置和模拟

### 2.1 探测器结构简介

本文所要研制的探测器系统是一套探测器阵列,一个探测器个体由电离室(Ionization Chamber, IC)、双面硅条探测器(Double-sided Silicon Strip Detectors, DSSD)和大面积硅条探测器(Quarter Silicon Detector, QSD)组成,其结构见图1。

探测器将鉴别 $^{17}\text{F}$ 与 $^{58}\text{Ni}$ 的反应产物及其位

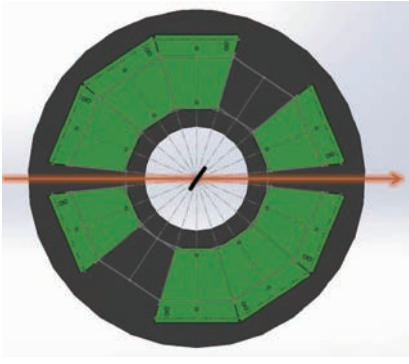


图1 探测器个体的构成

Fig.1 Setup of an individual detector

置和能量信息,主要为弹性碰撞的 $^{17}\text{F}$ 和 $^{17}\text{F}$ 破裂产物质子 $\text{p}$ 和 $^{16}\text{O}$ ,采用粒子鉴别方法是 $\Delta E$ - $E$ 望远镜法, $\Delta E$ 为粒子在探测器中能量损失, $E$ 为粒子的能量.其中, $^{17}\text{F}$ 和 $^{16}\text{O}$ 是重核,容易被硅探测器全部阻止,这就要求在实验过程中使用阻止本领更小的电离室来作为 $\Delta E$ - $E$ 法中的 $\Delta E$ 探测器;质子 $\text{p}$ 穿透本领较强,在电离室中的能量损失极小,使用 $\text{Si}$ 探测器同时作为 $\Delta E$ 探测器和 $E$ 探测器.所以,探测器个体中的3个部分构成了两套 $\Delta E$ - $E$ 系统:电离室与DSSD组成第1套 $\Delta E$ - $E$ 系统,用于鉴别 $^{17}\text{F}$ 和 $^{16}\text{O}$ 并给出其能量及空间信息;DSSD和QSD组成第2套 $\Delta E$ - $E$ 系统,用于鉴别破裂产物中的质子 $\text{p}$ 并给出它的能量及空间信息.

## 2.2 预模拟

在正式设计电离室之前,首先利用Geant4来预模拟整体布局方案的几何效率,从而确定探测器阵列中的探测器数量和空间布局.Geant4是由欧洲核子研究中心CERN和日本高能物理研究所KEK利用现代计算机技术改进当时基于FORTRAN开发的模拟程序Geant3,现已成为一种灵活方便的工具,用户可以以面向对象的继承与多态性的方式设定探测器几何参数、物理过程、相互作用,以及动态地加载其他程序库等.

Geant4是基于C++的蒙特卡罗程序.一个Geant4程序通常由6个模块组成,分别为探测器构建(detector construction)、物理过程(physics list)、发射源(primary generator action)、Run操作(Run action)、Event操作(Event action)、Stepping操作(Stepping action),并通过一个主程序管理.用户在detector construction中描述探测器组成、几何及材料;在physics list中编写可能涉及的粒子及相关物理过程;在primary generator action描述发射源参数,包括几何、方向(分布)、能量

(分布);在Run action、Event action和Stepping action编写蒙特卡罗模拟中Run、Event和Stepping过程的相关操作.

在Geant4模拟中评估了3个方案,分别为使用6个、8个和10个探测器个体的探测器系统,其相应参数如表1所示,并分别描述在各自的detector construction中.这3个方案都为预模拟,由于外框和内部结构细节未知,在第2.3节再模拟中会对部分参数进行修正.

表1中:距靶中心为电离室前端距靶中心的距离;单块覆盖为距电离室前端50 mm的单块DSSD所覆盖的角度;束流空间为探测器阵列前后预留给束流通过的宽度;靶死区角为所采用的靶较厚,探测与靶平面夹角过小的粒子无意义,故留出空间不设置任何探测器.模拟的几何效率(被探测器记录的事件数/事件总数)如表1后最后两列所示. $^{17}\text{F}$ 为探测器系统对 $^{17}\text{F}$ 的几何效率,即进入探测器系统的 $^{17}\text{F}$ 数量/粒子源发射出的 $^{17}\text{F}$ 数量; $^{16}\text{O}\&\text{p}$ 为探测器系统对 $^{16}\text{O}\&\text{p}$ 的几何效率,即 $^{16}\text{O}$ 和 $\text{p}$ 同时进入探测器系统的事件数/粒子源发射的 $^{17}\text{F}$ 数量( $^{17}\text{F}$ 全部破裂成 $^{16}\text{O}\&\text{p}$ ).

表1 探测器系统模拟参数和模拟结果

Table 1 Simulation parameters and results of detector system

探测器数量	距靶中心/ mm	单块覆盖/ (°)	IC间隙角/ (°)	束流空间/ mm	靶死区角/ (°)	$^{17}\text{F}/\%$	$^{16}\text{O}\&\text{p}/\%$
6	30.0	34.7	17.8	16.1	18.1	31.6	10.5
8	60.0	25.6	13.0	27.7	25.6	21.6	11.3
10	80.0	21.8	11.0	28.2	18.2	18.3	9.2

粒子源(primary generator action)都为 $\phi 20\text{ mm}$ 的圆形 $^{17}\text{F}$ 面源,能量 $70 \pm 0.5\text{ MeV}$ ,向 $4\pi$ 方向均匀发射.在Stepping操作中编写代码判断粒子是否进入DSSD,若某step前端在DSSD内且后端在电离室内则判定该 $^{17}\text{F}$ 被探测器记录;如果所有step都不符合判定条件,则认定该 $^{17}\text{F}$ 没被探测器记录.根据 $^{17}\text{F}$ 的动量和能量,计算出在质心系下 $4\pi$ 方向随机破裂的质子 $\text{p}$ 和 $^{16}\text{O}$ 的运动方向并判定是否同时被探测器记录.判断是否被探测到的代码实现与 $^{17}\text{F}$ 相同,如果某step前端在DSSD内且后端在电离室内则判定 $\text{p}$ 或 $^{16}\text{O}$ 被探测器记录.

由表1中的模拟的几何效率数据对比可发现,8个探测器的方案较合理.较第1个方案增加了2个探测器,覆盖角度的增加弥补了空间距离拉大带来的计数损失,总体效率增加;而10个探测器的方案则是3个方案中表现最差的方案,无

论是 $^{17}\text{F}$ 的探测几何效率还是 $^{16}\text{O}$  & p的探测几何效率,都是3个方案中最低的。

据表1所示结果,决定将探测器个体设置为8块。在实际设计过程中,由于需要将电离室外框厚度、连接处的密封性、预留给电子学和气体的空间等问题考虑在内,必须修改一些参数以满足实际上可行的要求:

距靶中心由原来的60.0 mm修改为92.0 mm,则相应单个探测器个体所占角度为 $33.2^\circ$ ,内部单块DSSD所占角度为 $19.4^\circ$ 。由电离室有效气体的50.0 mm厚度、前端的3.0 mm壁厚及内部PCB板的1.0 mm厚度可知,DSSD最终距靶中心的垂直距离为146.0 mm。

束流空间由原来的27.7 mm修改为19.9 mm,该距离为束流两侧探测器个体间的最近距离。在实验过程中束流的宽度可能超过19.9 mm,因此需要在合适位置设置狭缝,以防粒子接触到探测器而引起的损伤和信号干扰。

考虑到灵活性,将靶死区角与探测器个体所占角度进行相同设置。扣除束流空间所占角后,将剩余角度10等分,其中8块区域放置探测器,另外2块作为靶死区,如图2所示。

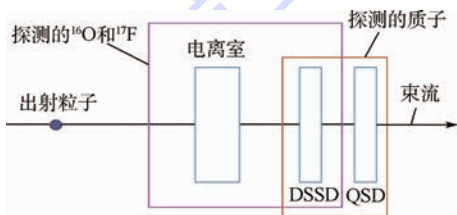


图2 探测器布局

Fig.2 Layout of detectors

图2的设计方案空间布局紧凑,阵列探测效率高,并同时具有通用性。在实验操作中,可根据实际需求将探测器在10个区域内进行任意“移动”、“移除”、“更换”操作。

电离室的设计如图3所示。外框横截面为梯形,短边为55.4 mm,长边为112.0 mm,厚为91.0 mm,高为115.0 mm。前端开有 $20.0\text{ mm} \times 20.0\text{ mm}$ 的粒子入射窗,周围设有2.0 mm宽的密封O圈及相应固定螺孔。背板边沿设有M4.0 mm的螺孔,用于与前面的外框固定;3.0 mm密封的O圈位于外框后端(未在图3中显示)。内部紧贴PCB,前后距离为51.0 mm(PCB板厚为1.0 mm和电离室有效空间厚为50.0 mm),内壁制有等位环。阳栅阴板的极板几何尺寸相同,与PCB相切。之后放置DSSD和QSD,背板的矩形孔为DSSD和QSD的信号输出。

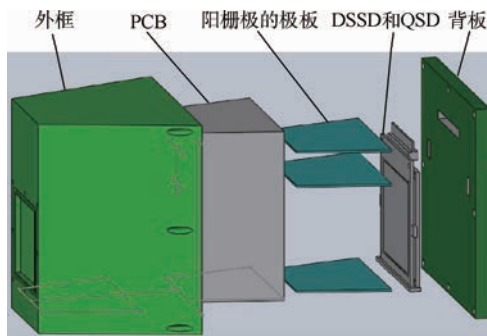


图3 单个探测器的实际结构

Fig.3 Real setup of an individual detector

### 2.3 再模拟

对设计好的探测器系统用Geant4进行了再模拟,包括预模拟中的 $^{17}\text{F}$ 探测几何效率、 $^{16}\text{O}$  & p探测几何效率以及三者在不同出射能量下在电离室、DSSD、QSD中的能量沉积。电离室中的气体为 $\text{C}_3\text{H}_8$ 、气压为0.3倍大气压;粒子出射能量从20~80 MeV,间隔为10 MeV。发射源设置为 $\phi 20\text{ mm}$ 的圆形面源,向 $4\pi$ 方向均匀发射。

#### 1) 几何效率。

30000个 $^{17}\text{F}$ 向空间 $4\pi$ 均匀发射,出射位置为圆形面源内的任意位置,被探测器系统(如图2所示的8个探测器)记录的事件数为4983,其效率为 $16.6\% \pm 0.2\%$ 。

因为 $^{17}\text{F}$ 的破裂反应发生在与靶核相互作用时,p和 $^{16}\text{O}$ 的运动起点与破裂前对应的 $^{17}\text{F}$ 相同。若上述30000个 $^{17}\text{F}$ 全部破裂成质子p和 $^{16}\text{O}$ ,由于p和 $^{16}\text{O}$ 的运动往相反方向偏离,有可能出现只有p或 $^{16}\text{O}$ 被检测到或都没探测到的结果。据Geant4模拟结果,p和 $^{16}\text{O}$ 同时被记录的事件数为1406。故该探测器系统对p和 $^{16}\text{O}$ 符合探测效率为 $4.7\% \pm 0.1\%$ 。

#### 2) 能量沉积。

当进入探测器时,粒子会依次被电离室、DSSD和QSD探测到。能量在20~80 MeV之间的 $^{17}\text{F}$ 和 $^{16}\text{O}$ 不足以穿透DSSD,因而其一部分能量沉积在电离室,剩余能量则沉积在DSSD。 $^{17}\text{F}$ 和 $^{16}\text{O}$ 在电离室中的能量沉积占总能量的百分比如表2所示。

表2  $^{17}\text{F}$ 和 $^{16}\text{O}$ 的在电离室中的能量沉积百分比

Table 2 Percentages of energy deposition of  $^{17}\text{F}$  and  $^{16}\text{O}$  in an ionization chamber

反应产物	能量沉积百分比/%						
	20 MeV	30 MeV	40 MeV	50 MeV	60 MeV	70 MeV	80 MeV
$^{17}\text{F}$	68.4	36.5	23.8	16.7	12.5	9.8	7.8
$^{16}\text{O}$	55.4	29.6	19.0	13.3	9.7	7.5	6.1

剩余能量全部沉积在 DSSD 中,其结果未列在表 2 中.该表为 0.3 倍大气压下  $C_3H_8$  中的结果,可为实际的实验操作提供参考以调节气体压强来达到合适的实验要求.

质子 p 的穿透能力较  $^{17}F$  和  $^{16}O$  强,能量在 20 ~ 80 MeV 之间的质子 p 能够依次穿过电离室、DSSD,并最后的剩余能量沉积在 QSD. 20 ~ 80 MeV 的质子 p 在电离室和 DSSD 中的能量沉积占总能量的百分比如表 3 所示.因剩余能量全部沉积在 QSD 中,其结果未列在表 3 中.

表 3 质子 p 在电离室、DSSD 的能量沉积百分比

Table 3 Percentages of energy deposition of protons in an ionization chamber and a DSSD

探测器	能量沉积百分比/%						
	20 MeV	30 MeV	40 MeV	50 MeV	60 MeV	70 MeV	80 MeV
IC	0.12	0.09	0.07	0.07	0.04	0.06	0.05
DSSD	25.5	17.7	13.9	11.9	10.1	8.9	8.1

### 3 结论

根据研究的方案,对实验用的实验探测系统利用 Geant4 进行了模拟,获得了散射的  $^{17}F$  分布以及破裂产物质子和  $^{16}O$  的分布.按照模拟的参数,结合实际情况,得到实验探测系统对  $^{16}O$  和质子的符合效率为  $4.7\% \pm 0.1\%$ ,这为实验的开展提供了很好的依据.按照模拟的结果,为实验系统的设计提供了详实的参数,为实验的成功开展和顺利完成奠定了很好的基础.

#### 参考文献 (References)

- [1] Tanihata I. Nuclear structure studies from reaction induced by radioactive nuclear beams[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 1995, 35(1): 505-573.
- [2] Tanihata I. Studies with radioactive beams past and future[J]. Progress of Theoretical Physics Supplement, 2002, 146: 1-5.
- [3] Tanihata I, Hamagaki H, Hashimoto O, et al. Measurements of interaction cross sections and nuclear radii in the light p-shell region[J]. Physical Review Letters, 1985, 55(24): 2676-2679.
- [4] Hansen P G, Jensen A S, Jonsn B. Nuclear halos[J]. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 1995, 45(1): 591-634.
- [5] Aguilera E F, Martel I, Sanchez-Benitez A M, et al. Systematics of reactions with  $^4,6He$ : Static and dynamic halo effects and evidence for core-halo decoupling[J]. Physical Review C, 2011, 83(2): 021601.
- [6] Gomes P R S, Lubian J, Padron I, et al. Uncertainties in the comparison of fusion and reaction cross sections of different systems involving weakly bound nuclei[J]. Physical Review C, 2005, 71(1): 017601.
- [7] Shorto J M B, Gomes P R S, Lubian J, et al. Reaction functions for weakly bound systems[J]. Physics Letters B, 2009, 678(1): 77-81.
- [8] Yang X P, Zhang G L, Zhang H Q. Systematic study of reaction function of weakly bound nuclei[J]. Physical Review C, 2013, 87(1): 014603.
- [9] Zamora J C, Guimaraes V, Barioni A, et al.  $^{7,9,10}Be$  elastic scattering and total reaction cross sections on a  $^{12}C$  target[J]. Physical Review C, 2011, 84(3): 034611.
- [10] Liang J F, Beene J R, Galindo-Uribarri A, et al. Breakup of  $^{17}F$  on  $^{208}Pb$  near the Coulomb barrier[J]. Physical Review C, 2003, 67(4): 044603.
- [11] Ozawa A, Suzuki T, Tanihata I. Nuclear size and related topics[J]. Nuclear Physics A, 2001, 693(1): 32-62.
- [12] Mazzocco M, Signorini C, Pierrousakou D, et al. Reaction dynamics for the system  $^{17}F + ^{58}Ni$  at near-barrier energies[J]. Physical Review C, 2010, 82(5): 054604.
- [13] Wong C Y. Interaction barrier in charged-particle nuclear reactions[J]. Physical Review Letter, 1973, 31(12): 766-769.
- [14] Shorto J M B, Gomes P R S, Lubian J, et al. Reaction functions for weakly bound systems[J]. Physics Letters B, 2009, 678(1): 77-81.
- [15] Rehm K E, Esbensen H, Jiang C L, et al. Fusion cross sections for the proton drip line nucleus  $^{17}F$  at energies below the Coulomb barrier[J]. Physical Review Letter, 1998, 81(16): 3341-3344.
- [16] Liang J F, Beene J R, Esbensen H, et al. Breakup of weakly bound  $^{17}F$  well above the Coulomb barrier[J]. Physics Letters B, 2000, 491(1): 23-28.

## Design of experimental setup for elastic scattering and breakup reaction of $^{17}\text{F} + ^{58}\text{Ni}$

ZHENG Lei<sup>1</sup>, LIN Chengjian<sup>2</sup>, ZHANG Gaolong<sup>\*1</sup>, JIA Huiming<sup>2</sup>, ZHANG Huanqiao<sup>2</sup>

(1. School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Department of Nuclear Physics, China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

**Abstract:** At energies around Coulomb barrier the study of the dynamic effect of weakly bound nuclei is one of presently hot subjects. However, due to the experimental studies about this field are scarce, especially on the medium-mass target nuclei. It has no systematic conclusion. Therefore, this study needs to be done in the future from the experiment. The experimental setup was designed on basis of elastic scattering and breakup reaction of proton drip-line nucleus  $^{17}\text{F}$  on medium-mass  $^{58}\text{Ni}$  target. According to the kinematics, the distributions of scattered  $^{17}\text{F}$  as well as breakup  $^{16}\text{O}$  and proton were simulated by Monte Carlo simulation. The parameters of the experimental setup including geometry efficiency, covered solid angle, energy deposit and geometry relation of production  $^{17}\text{F}$ ,  $^{16}\text{O}$  and proton etc., which were designed on basis of the simulation results. The coincident efficiency of  $^{16}\text{O}$  and proton is  $4.7\% \pm 0.1\%$ . It gives a basis for future experiment. Using this equipment a series of experiments will be developed in the internationally large facilities for science.

**Key words:** exotic nuclei; elastic scattering; breakup reaction; detector; simulation; coincident efficiency; experimental setup

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0683

# 复合材料柔性电热膜固化方法与温度分布

李金良<sup>1,2</sup>, 顾轶卓<sup>\*1</sup>, 李敏<sup>1</sup>, 王绍凯<sup>1</sup>, 金超<sup>2</sup>, 张佐光<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 材料科学与工程学院, 北京 100191; 2. 中国电子科技集团公司第五十四研究所, 石家庄 050081)

**摘 要:** 为解决大型整体化复合材料构件制备的低成本固化问题, 采用真空灌注(VARI)成型工艺制备碳纤维/环氧复合材料层合板, 发展了一种柔性电热膜(FEHF)固化方法. 考察了电热膜的铺放方式、温度制度对复合材料固化温度分布规律和固化程度的影响. 结果表明: 电热膜拼接铺覆方法温度均匀性最佳, 恒温阶段最大温差为 11℃, 分别比搭接铺覆和间隔铺覆降低了 26.7% 和 38.9%. 增加恒温平台有利于减小升温过程中的复合材料不同位置处的温度差异, 但最终的温差和温度分布规律与未增加恒温平台相同. 采用电热膜拼接铺覆方法制备了大尺寸整体化碳纤维/环氧复合材料天线反射器蒙皮, 玻璃化转变温度达到 80℃ 以上, 反射器精度达到 0.7 mm(r. m. s.), 说明电热膜固化方法可用于大型复合材料构件的制备.

**关键词:** 碳纤维复合材料; 射电天文; 柔性电热膜(FEHF); 真空灌注(VARI)工艺; 固化; 平方公里阵(SKA)

**中图分类号:** TB332

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1714-08

碳纤维复合材料具有质轻、高比强、高比模、尺寸稳定、耐腐蚀、可整体成型等优良特性, 广泛应用于航空、航天、电子、船舶、汽车、体育用品等工业领域<sup>[1]</sup>. 随着对大型化复杂化复合材料构件需求的不断增加, 其整体成型的制造优势越发引起重视<sup>[2]</sup>.

大中型天线反射器面板是天线反射器的关键部件, 具有典型的小曲率、大直径弧面结构, 通常由几十块、甚至上千块单块面板构成<sup>[3]</sup>. 这种天线一般在条件恶劣的野外环境中使用, 安装、维护困难, 需要其具有较高的使用可靠性和较长的服役寿命, 而复合材料轻质、高强、耐腐蚀的特性正好契合这种部件的使用需求, 并且整体成型复合材料天线面板可有效减少装配工作量, 降低制造成本, 因此正在建设准备阶段的平方公里阵(Square Kilometer Array, SKA)射电望远镜, 提出

了 15 m 口径天线反射器采用整体化碳纤维复合材料天线面板的设计理念<sup>[4-5]</sup>. 设计要求碳纤维复合材料的玻璃化转变温度达到 80℃, 天线反射器的精度达到 0.7 mm(r. m. s.). 对于这种结构相对复杂的大尺寸部件, 如何实现均匀固化是控制其成型质量的关键, 因为固化过程直接影响构件的变形、表面精度等关键质量指标, 而均匀加热是实现均匀固化的前提<sup>[6-7]</sup>.

传统的复合材料加热设备包括热压罐、模压机、烘箱等, 为了满足大型部件的制造需求, 往往需要制造大型加热设备, 这也是复合材料部件制造成本高的主要原因之一<sup>[8]</sup>. 因此, 低成本的固化方法成为复合材料制造工业发展的关键技术之一, 尤其是不受制件尺寸限制的方法, 如电子束固化、红外加热固化、微波固化、碳纤维自电阻加热固化等<sup>[9-12]</sup>. 对于大型的整体化碳纤维复合材料

收稿日期: 2014-11-04; 录用日期: 2014-12-30; 网络出版时间: 2015-01-19 15:27

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150119.1527.003.html

基金项目: 国家“973”计划(2013CB837900); 国家国际科技合作专项(2012DFB00120)

作者简介: 李金良(1979—), 男, 河北石家庄人, 硕士研究生, jinliangli@aliyun.com

\* 通讯作者: 顾轶卓(1979—), 男, 北京人, 副教授, benniegu@buaa.edu.cn, 研究方向为树脂基复合材料.

**引用格式:** 李金良, 顾轶卓, 李敏, 等. 复合材料柔性电热膜固化方法与温度分布[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1714-1721. Li J L, Gu Y Z, Li M, et al. Curing method and temperature distribution of composites based on flexible electric heating film [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1714-1721 (in Chinese).

天线面板,现采用低成本的真空灌注(Vacuum Assisted Resin Infusion, VARI)工艺成型,若采用热压罐、模压机、烘箱等方法加热固化,设备尺寸要求过大;而采用上述低成本固化方法,由于技术成熟度的问题,尚难以应用于该制件;若采用模具自加热则模具成本较高,而采用传统的电热毯,则因为天线面板的复杂型面而难以保证电热毯与复合材料表面充分贴合,影响传热效率和加热均匀性。

柔性电热膜属于一种复合性高分子电热膜,表面散热面积大,温度均匀,具有良好的柔韧性,可紧贴载体,热转化效率较高,其通用外形为条带式结构,可根据温度需求设计铺覆量及条带间间距,能够实现分时分区温度控制。目前,柔性电热膜加热多应用于供暖领域<sup>[13-14]</sup>,在复合材料领域,除关于对风电叶片复合材料的电热除冰的报道<sup>[15]</sup>外,在复合材料构件固化成型中的应用尚未见文献报道。根据大型的整体化复合材料天线面板的结构和成型特点,采用柔性电热膜加热有望实现制件的低成本固化。

本文采用真空灌注成型工艺制备碳纤维/环氧树脂复合材料层合板,研究柔性电热膜作为加热介质的工艺适用性,考察电热膜的铺放方式、温度制度对复合材料固化过程温度分布均匀性和固化程度的影响,进而采用电加热膜加热固化方法,验证其在制备大型碳纤维/环氧树脂基复合材料天线反射器蒙皮的可行性,研究结果为大型整体化复合材料结构的低成本制造提供新的技术途径和实验依据。

## 1 实验材料及方法

### 1.1 实验材料及设备

原材料:双酚 A 型改性环氧树脂,惠柏新材料科技(上海)有限公司;改性脂肪胺固化剂,惠柏新材料科技(上海)有限公司;碳纤维织物(2×2斜纹,面密度 200 g/m<sup>2</sup>),威海光威复合材料有限公司。

实验用电热膜尺寸为 0.5 m×100 m,幅宽为 500 mm,厚度为 0.338 mm,功率为 400 W/m<sup>2</sup>,韩国 Korea Heating 公司;温控器 E-31,曼瑞德自控系统(乐清)有限公司;差式扫描量热仪 DSC 1 型,瑞士 Mettler Toledo 公司。

电热膜由导电油墨经印刷工艺,与金属载流条复合热压在两层绝缘的 PET 薄膜之间构成,属于电阻发热,印刷油墨条相当于电阻,金属载流条相当于导线,把若干电阻并联起来,通电时产生热能,其外形及结构如图 1 所示,其加热单元间裁剪

边的宽度为 25 mm,封装边的宽度为 15 mm。

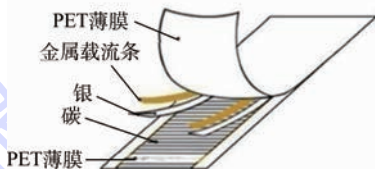
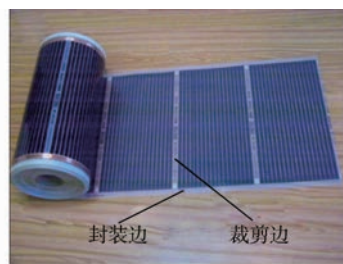


图 1 柔性电热膜外形及结构

Fig. 1 Shape and structure of flexible electric heating film

### 1.2 实验方法

#### 1.2.1 碳纤维/环氧复合材料制备

VARI 的封装如图 2 所示,复合材料层合板厚度为 2 mm,长度为 700 mm,宽度为 600 mm,纤维预成型体为 8 层碳纤维织物(2×2斜纹),铺层角度为[0°/30°/60°/90°],上面依次铺放剥离层、导流网、真空袋、电热膜、保温层,在导流网上部放置 K 型热电偶,记录固化过程中层合板内部温度的变化。

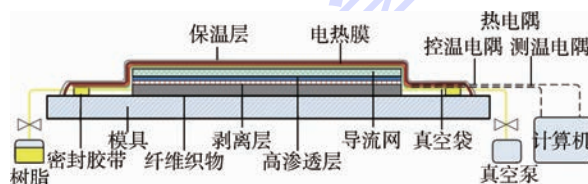


图 2 VARI 封装示意图

Fig. 2 Schematic diagram of VARI assembly

检查气密性后,通过抽真空(真空度 $\geq 98$  kPa)预压实纤维预成型体。室温下将树脂从进胶口灌入预成型体,树脂沿高渗透层流动,从上表面向下表面浸润,灌注完毕后关闭注胶口,保持真空袋内真空压力(真空度 $\geq 98$  kPa),根据工艺曲线启动电热膜加热固化。固化结束后,关闭电热膜,自然冷却至室温。

#### 1.2.2 电热膜的铺覆方式

电热膜为条带式结构,同型号电热膜幅宽固定,长度可裁剪。天线反射面通过某抛物线(母线)旋转一定角度得出,在天线反射面模具上铺覆时,沿对称轴从中间向两侧逐条铺覆,电热膜的宽度线作为母线上某点的切线时贴合性最佳,母线上等间距点的切线角度是变化的、不平行的,导致等宽的两条电热膜之间产生重叠,母线曲率半

径与电热膜重叠面积成反比,曲率半径越大,重叠面积越小,反之越大.两条电热膜在母线上隔开一定距离时,重叠范围也会减少,隔开距离越大,重叠范围越小.因此电热膜在模具弧面铺贴时会产生拼接、搭接、间隔3种情况,为考察这3种情况下电热膜加热的均匀性,对3种铺覆方式进行了实验,如图3所示.

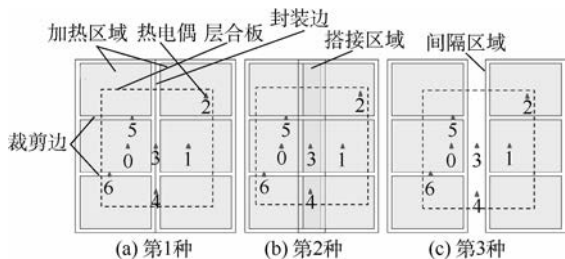


图3 电热膜的不同铺覆方式示意图

Fig.3 Schematic diagram of different lay-up types of electric heating film

图3为电热膜在碳纤维/环氧复合材料层合板上的3种铺覆方式,第1种铺覆方式拼接铺覆,记为 $A_1$ ,其铺覆特点是两条电热膜封装边相接而不重叠,如图3(a)所示;第2种铺覆方式搭接铺覆,记为 $A_2$ ,其铺覆特点是两条电热膜的加热区域产生重叠,电热膜的搭接宽度为100 mm,如图3(b)所示;第3种铺覆方式间隔铺覆,记为 $A_3$ ,其铺覆特点是两条电热膜的封装边隔开了一定距离,两条电热膜的间距为100 mm,如图3(c)所示.

本实验通过电路连接将两块电热膜共用1个控温器,将控温热电偶设置在图中0号位置,铺放在电热膜上表面.在电热膜的加热区域设置了2个测温热电偶,在试件的相对中间位置铺放了1号热电偶,相对边缘位置铺放了2号热电偶;在 $A_1$ 中的封装边、在 $A_2$ 中的搭接区域、在 $A_3$ 中的间隔区域设置了2个测温热电偶,在试件的相对中间位置铺放了3号热电偶,相对边缘位置铺放了4号热电偶;在裁剪边设置了2个热电偶,在试件的相对中间位置铺放了5号热电偶,相对边缘位置铺放了6号热电偶,所有热电偶都铺放在碳纤维/环氧复合材料试件的上表面.

### 1.2.3 温度制度

为了分析工艺温度对加热均匀性和固化程度的影响,设计了3种工艺温度参数,固化温度制度如图4所示.第1种固化工艺参数记为 $B_1$ ,其特点是直接加热到固化温度 $60^\circ\text{C}$ ;第2种工艺参数记为 $B_2$ ,其特点是在起始阶段增加了在 $40^\circ\text{C}$ 的固化平台,然后再升温至固化温度 $60^\circ\text{C}$ ;第3种工

艺参数记为 $B_3$ ,其特点是在起始阶段增加了在 $50^\circ\text{C}$ 的固化平台,然后再升温至固化温度 $60^\circ\text{C}$ .

针对以上不同的电热膜铺覆方式和固化工艺参数,本文分别做了5种层合板试样( $L_1 \sim L_5$ )并对其进行测试分析,层合板工艺条件如表1所示.

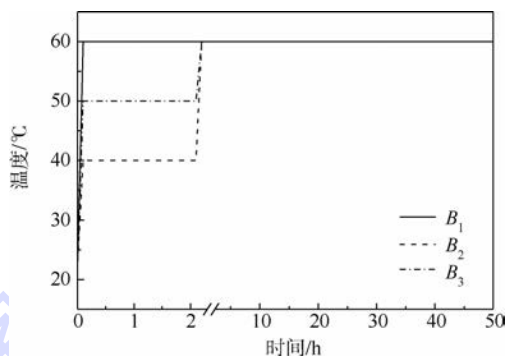


图4 固化温度制度图

Fig.4 Diagram of curing temperature cycle

表1 工艺条件列表

Table 1 Label of processing conditions

层合板编号	铺覆方式	固化制度
$L_1$	$A_1$	$B_1$
$L_2$	$A_2$	$B_1$
$L_3$	$A_3$	$B_1$
$L_4$	$A_1$	$B_2$
$L_5$	$A_1$	$B_3$

### 1.2.4 固化程度测试

树脂体系的固化度通过差示扫描量热仪(Differential Scanning Calorimetry, DSC)测试.环氧树脂的固化度为

$$\alpha_t = \frac{\Delta H_0 - \Delta H_t}{\Delta H_0} \times 100\% \quad (1)$$

式中: $\Delta H_t$ 为试样残余固化放热量,mW; $\Delta H_0$ 为完全未固化试样的总固化放热量,mW.

DSC测试固化度的实验条件为:未固化试样扫描,升温范围: $25 \sim 250^\circ\text{C}$ ;升温速率 $10^\circ\text{C}/\text{min}$ ;固化试样扫描,升温范围: $25 \sim 240^\circ\text{C}$ ;升温速率 $10^\circ\text{C}/\text{min}$ .

DSC测试玻璃化转变温度( $T_g$ )的实验条件为:试样去除热历史扫描,升温范围: $25 \sim 150^\circ\text{C}$ ;升温速率 $10^\circ\text{C}/\text{min}$ ;降温范围: $150 \sim 25^\circ\text{C}$ ;降温速率 $20^\circ\text{C}/\text{min}$ ;测量 $T_g$ 扫描,温度范围 $25 \sim 120^\circ\text{C}$ ;升温速率 $10^\circ\text{C}/\text{min}$ .

## 2 结果与讨论

### 2.1 电热膜铺覆方式对温度均匀性的影响

为考察电热膜铺覆方式对温度场分布的影响,设计了3种不同的铺覆方式,固化温度参数为 $B_1$ ,固化过程中各位置温度变化曲线见图5~

图7. 图中  $T_0$  为图3中0号控温热电偶温度曲线,  $T_1 \sim T_6$  为图3中1号~6号测温热电偶温度曲线.

缩小,达到恒温阶段后,温差值约  $15^\circ\text{C}$ . 温度最高点  $70^\circ\text{C}$  出现在搭接区域,温度最低点  $55^\circ\text{C}$  出现在裁剪边.

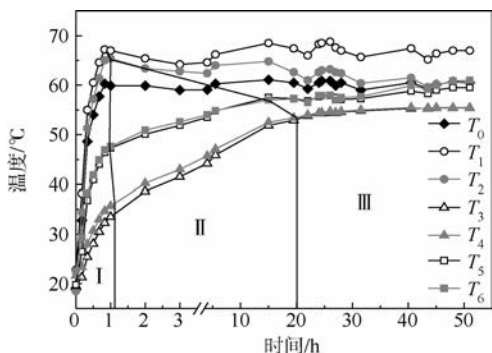


图5 电热膜拼接铺覆加热温度变化曲线  
Fig. 5 Temperature variation curves using splicing overlaying electric heating film

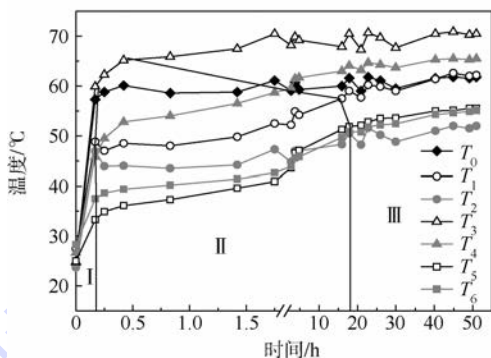


图6 电热膜搭接铺覆加热温度变化曲线  
Fig. 6 Temperature variation curves using overlapping overlaying electric heating film

图5是采用拼接方式得到的成型过程温度曲线.由图5可知,不同测温点的温度差异明显,但从温度变化趋势看,不同测温点的温度曲线都表现出快速升温、慢速升温和恒温3个阶段. I阶段为升温阶段,持续时间约1h,该阶段取样点在3种区域呈现出不同的升温速率,拼接区域 < 裁剪边 < 加热区域;相对I阶段较高的升温速率,II阶段为慢速升温阶段,不同测温点从快速升温到恒温阶段的过渡时间差异较大,  $T_1$  和  $T_2$  在加热区域,无慢速升温过程,  $T_5$  和  $T_6$  在裁剪边,慢速升温持续时间约15h,  $T_3$  和  $T_4$  在拼接区域,慢速升温持续时间约20h.这种温度变化的不一致不利于固化过程的控制.经过一定时间的慢速升温之后,各个测温点的温度渐趋恒定,进入III阶段(恒温阶段).设置在边缘位置的  $T_2$ 、 $T_4$  和  $T_6$  的温度未呈现偏低的现象.快速升温阶段最大温差值约  $31^\circ\text{C}$ ,慢速升温阶段温差值逐渐缩小,达到恒温阶段后,温差值约  $11^\circ\text{C}$ .温度最高点  $66^\circ\text{C}$  出现在加热区域,温度最低点  $55^\circ\text{C}$  出现在拼接区域.

图7是采用间隔方式得到的成型过程温度曲线,该方法同样存在快速升温、慢速升温和恒温3个阶段, I阶段为快速升温阶段,持续时间约15min,该阶段取样点在3种区域的升温速率,间隔区域 < 裁剪边 < 加热区域; II阶段为慢速升温阶段,  $T_1$  和  $T_2$  在加热搭接区域,  $T_2$  慢速升温过程持续约4h,  $T_1$  慢速升温过程持续时间约15h,  $T_5$  和  $T_6$  在裁剪边慢速升温持续时间约15h,  $T_3$  和  $T_4$  在间隔区域慢速升温过程一致持续到加热结束温度曲线才趋近于平缓.经过一段时间慢速升温过程后,各个测温点的温度渐趋恒定,进入III阶段.快速升温阶段最大温差值约  $36^\circ\text{C}$ ,慢速升温阶段温差值逐渐缩小,达到恒温阶段后,温差值约  $18^\circ\text{C}$ .温度最高点  $60^\circ\text{C}$  出现在加热区域,温度最低点  $42^\circ\text{C}$  出现在间隔区域.

图6是采用搭接方式得到的固化过程温度曲线,该方法同样存在快速升温、慢速升温和恒温3个阶段, I阶段为快速升温阶段,持续时间约10min,该阶段取样点在3种区域的升温速率,裁剪边 < 加热区域 < 搭接区域; II阶段为慢速升温阶段,  $T_3$  和  $T_4$  在加热搭接区域,  $T_3$  无慢速升温过程,  $T_4$  慢速升温过程持续时间约2h,  $T_1$  和  $T_2$  在加热区域和  $T_5$  和  $T_6$  在裁剪边慢速升温持续时间约18h.经过一段时间慢速升温过程后,各个测温点的温度渐趋恒定,进入III阶段.设置在边缘位置的  $T_2$  和  $T_4$  的温度比  $T_1$  和  $T_3$  偏低.快速升温阶段最大温差值约  $33^\circ\text{C}$ ,慢速升温阶段温差值逐渐

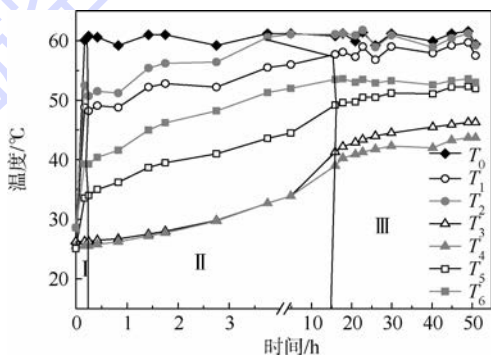


图7 电热膜间隔铺覆加热温度变化曲线  
Fig. 7 Temperature variation curves using interval overlaying electric heating film

图5~图7的实验数据表明,铺覆方式对电热膜加热的温度均匀性有较大的影响,加热区域重叠易导致温度偏高,非加热区域如裁剪边、拼接

缝等位置的温度低于加热区域,温度偏低的程度则与非热源区域的宽度有关,非热源区域宽度越大,温度越低.如图5所示,温度值高低为:拼接区域<裁剪边<加热区域,图6中,温度值高低为:裁剪边<加热区域<搭接区域,图7中,温度值高低为:间隔区域<裁剪边<加热区域.对比图5~图7,可看到电热膜拼接铺覆温度均匀性最佳,搭接铺覆次之,间隔铺覆最差;而电热膜平均温度搭接铺覆最高,拼接铺覆次之,间隔铺覆最低,与搭接铺覆相比,采用拼接铺覆温度均匀性提高了26.7%,与间隔铺覆相比,采用拼接铺覆温度均匀性提高了38.9%.

温差的存在使不同区域的树脂固化不同步,并可能对树脂固化程度和玻璃化转变温度产生影响.为表征复合材料层合板的固化特性,对 $L_1$ 、 $L_2$ 和 $L_3$ 层合板取样,进行固化度和玻璃化转变温度的分析,根据温度分布曲线,分别在层合板的温度最高、居中和最低3个测量点位置处取样分析,测试所得结果如表2所示.

表2 在不同电热膜铺覆条件下的树脂固化度和 $T_g$

Table 2 Curing degree and glass transition temperature of resin with different lay-up types of electric heating films

层合板编号	样品号	测量温度/°C	固化度/%	$T_g$ /°C
$L_1$	$L_{1-1}$	66	96	84
	$L_{1-5}$	58	95	81
	$L_{1-3}$	55	95	81
$L_2$	$L_{2-3}$	70	95	87
	$L_{2-1}$	60	94	84
	$L_{2-5}$	55	95	83
$L_3$	$L_{3-2}$	60	94	84
	$L_{3-6}$	53	93	82
	$L_{3-4}$	42	91	79

表2为在不同电热膜铺覆条件下的树脂固化度和 $T_g$ .由表2可知,电热膜加热采用不同的铺覆方法,碳纤维/环氧树脂复合材料层合板的固化度比较均匀;采用拼接和间接铺覆方法,固化树脂的玻璃化转变温度均达到了80°C以上,采用间隔铺覆方法恒温阶段最低温度为42°C,该处固化树脂的玻璃化转变温度为79°C,不满足设计指标.因此,采用电热膜加热固化时,应避免出现间隔铺覆情况.天线反射面精度通常对中间位置要求较高,边缘位置可适当偏低,在该类制品的研制中,应沿轴线由中间至两边进行铺覆,首先保证中间位置的温度均匀性,而在边缘位置不允许间隔铺覆,可采取在搭接的两层电热膜中增加隔热层,来减少对复合材料制品的加热量,降低搭接部分温度.

## 2.2 温度制度对温度均匀性的影响

通过电热膜拼接铺覆方式加热,工艺参数分别为 $B_2$ 和 $B_3$ ,制备了碳纤维/环氧树脂复合材料层合板,其各位置处温度曲线分别如图8(a)和图8(b)所示.图8为包含40°C及50°C恒温平台电热膜拼接铺覆加热温度变化曲线.

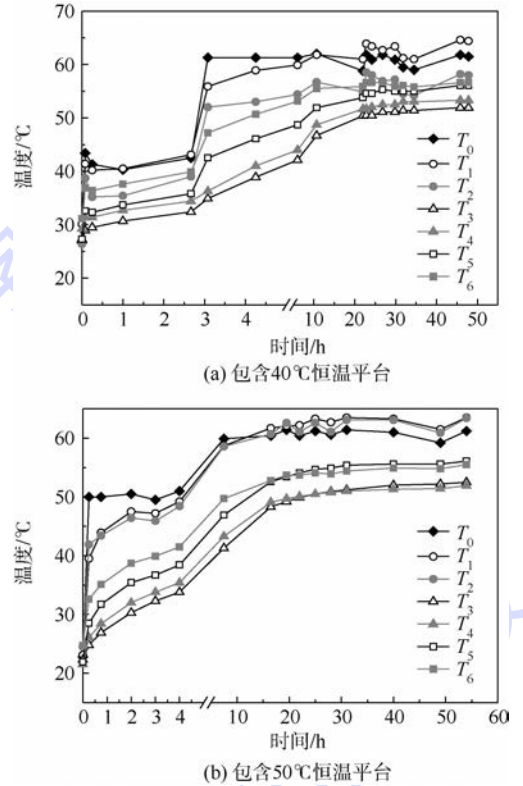


图8 包含40°C及50°C恒温平台电热膜拼接铺覆加热温度变化曲线

Fig. 8 Temperature variation curves using splicing overlaying electric heating film with 40°C and 50°C isothermal temperature stage

由图8(a)和图8(b)可知,采用电热膜拼接加热方法, $B_2$ 和 $B_3$ 工艺方案的温度高低顺序均为:拼接区域<裁剪边<加热区域,达到恒温阶段后, $B_2$ 方案温差值约为10°C, $B_3$ 方案温差值约为11°C.

与 $B_1$ 方案对比,增加固化平台后,在升温过程中3种区域的温差值相对缩小,达到恒温阶段后,温差值及温度高低分布趋势相近.

为表征复合材料层合板的固化特性,对 $L_4$ 和 $L_5$ 层合板取样,进行固化度和玻璃化转变温度的分析,根据温度分布曲线,分别在层合板的温度最高、居中和最低3个测量点位置处取样分析,测试所得结果如表3所示.

由表3可知,采用增加温度平台的固化制度碳纤维/环氧树脂复合材料层合板的固化度比较均匀;

玻璃化转变温度达到了 80℃ 以上,满足设计要求.与  $B_1$  方案对比,增加温度平台对于保证升温过程中的温度均匀性有重要作用,可以避免不均匀固化现象的产生,有助于减小残余应力,但是由于最终恒温阶段的温度一致,因而不同升温制度对最终制件各部位固化度和玻璃化转变温度的影响较小.由此可见,电热膜加热固化过程中,复合材料的温度及固化状态的不均匀性主要与电热膜不同位置的加热能力不同有关,改变温度制度并不能消除电热膜这种加热能力的不均匀性.

表3 不同温度制度下的树脂固化度和  $T_g$

Table 3 Curing degree and glass transition temperature of resin cured under different temperature cycle

层合板编号	样品号	测量温度/℃	固化度/%	$T_g$ /℃
$L_4$	$L_{4-1}$	61	97	84
	$L_{4-5}$	55	95	86
	$L_{4-3}$	51	97	83
$L_5$	$L_{5-1}$	62	96	81
	$L_{5-5}$	55	94	80
	$L_{5-4}$	51	95	80

### 2.3 碳纤维/环氧树脂复合材料天线反射器蒙皮的固化

在上述研究的基础上,采用 VARI 工艺,通过电热膜加热方法,制备了 SKA 中国验证天线(Dish Verification Antenna China, DVAC)的碳纤维/环氧树脂复合材料蒙皮.

DVAC 反射面采用偏置格里高利曲面,蒙皮厚度为 2 mm,面积为 233 m<sup>2</sup>,长轴为 18 m,短轴为 15 m,天线口面至弧顶深度为 2 m,沿长轴对称,靠近坐标原点曲率半径较大,远离坐标原点曲率半径较小.

采用柔性电热膜铺覆反射面蒙皮,远离坐标原点区域天线曲率相对平缓,有利于实现拼接铺覆,电热膜仅在天线口面边缘位置略有搭接;因靠近坐标原点区域曲率相对较大,电热膜搭接铺覆相对较多,避免了出现间隔铺覆,并在搭接位置内置隔热薄膜,降低该处温度差值;为提高升温阶段的温度均匀性,在加热固化时增加 40℃ 的温度平台,最终固化的温度平台为 60℃,天线反射器蒙皮固化过程温度变化曲线如图 9 所示.

图 9 中,  $T_7$  为控温热电偶温度曲线;天线蒙皮在模具上口面朝下,定义口面位置为弧底位置,  $T_8$  和  $T_9$  为天线口面位置热电偶温度曲线;  $T_{10}$  和  $T_{11}$  为弧中位置热电偶温度曲线;  $T_{12}$  和  $T_{13}$  为弧顶位置热电偶温度曲线.由图 9 可知,采用电热膜加热,在达到恒温阶段后,在 ( $T_9 \sim T_{13}$ ) 位置处的测量值在 55℃ ~ 70℃ 范围内,温度分布相对均匀,仅在口面边缘区域有部分测温值 ( $T_7$ ) 偏低,温度约 50℃.

固化完成后,对该整体化碳纤维复合材料天线反射器蒙皮弧顶、弧中和弧底位置分别取样,测试其固化度和玻璃化转变温度,实验结果见表 4.

碳纤维/环氧树脂复合材料蒙皮的中间区域固化温度较高,边缘区域固化温度略低,符合天线反射面对中间区域质量要求较高的标准.由表 4 可知,取样点玻璃化转变温度达到了 89℃ 以上,满足设计要求. DVAC 碳纤维/环氧树脂复合材料蒙皮的制备验证了电热膜加热大尺寸整体化复合材料构件固化成型的可行性,所制备的整体结构碳纤维/环氧树脂复合材料天线反射器如图 10 所示,反射器精度达到了 0.7 mm (r. m. s.), 满足设计要求.

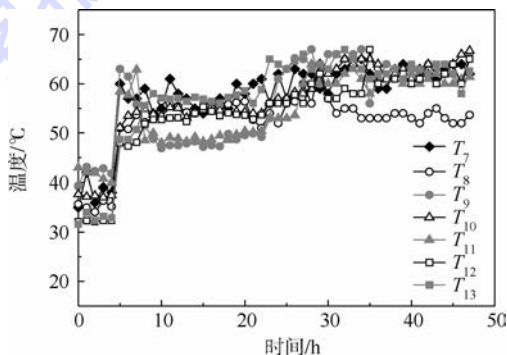


图9 天线反射器蒙皮固化过程温度变化曲线

Fig. 9 Temperature variation curves during curing process of antenna reflector skin

表4 天线反射器蒙皮的固化度和  $T_g$

Table 4 Curing degree and glass transition temperature of antenna reflector skin

样品位置	固化度/%	$T_g$ /℃
弧顶	90	93
弧中	94	92
弧底	91	89



图10 15 m 直径的整体结构碳纤维/环氧树脂材料天线反射器

Fig. 10 Monolithic carbon fiber/epoxy composites antenna reflector with a diameter of 15 m

### 3 结 论

1) 柔性电热膜铺覆方式对复合材料固化过程温度分布有明显影响, 拼接铺覆的温度均匀性最佳, 恒温阶段温差值约  $11^{\circ}\text{C}$ , 与搭接铺覆相比, 温度均匀性提高了 26.7%, 与间隔铺覆相比, 温度均匀性提高了 38.9%, 温度最高点出现在加热区域, 最低点出现在拼接区域。

2) 电热膜加热固化的升温阶段, 增加恒温平台缩小了复合材料不同位置的温差值, 但最终的温差值和温度分布规律与未增加恒温平台相同, 说明电热膜法的加热不均匀性主要由电热膜本身的加热能力不均匀性质决定。

3) 采用柔性电热膜拼接加热方法实现了大尺寸整体化碳纤维复合材料天线反射器蒙皮的制造, 玻璃化转变温度达到  $80^{\circ}\text{C}$  以上, 反射器精度达到  $0.7\text{ mm}$  (r. m. s.), 满足设计要求, 显示该方法是一种可行的大型复合材料构件加热固化方法。

#### 参考文献 (References)

- [1] Jessen N C, Norgaard-Nielsen H U, Schroll J. CFRP lightweight structures for extremely large telescopes [J]. *Composite Structures*, 2008, 82(2): 310-316.
- [2] 岳广全. 整体化复合材料壁板结构固化变形模拟及控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.  
Yue G Q. Study on simulation and control method of cure-induced deformation for integrated composite panel [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010 (in Chinese).
- [3] 金超, 尉飞, 李金良, 等. 65m 射电望远镜面板精密成形原理与应用[J]. *电波科学学报*, 2015, 30(1): 1-7.  
Jin C, Wei F, Li J L, et al. Principle and application of precision forming for panel of 65m radio telescope [J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2015, 30(1): 1-7 (in Chinese).
- [4] Jun K, Yoshihiko A, Shin U, et al. High accurate space telescope mirror made by light and thermally stable CFRP [J]. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, 2010, 4(11): 1540-1549.
- [5] 彭勃, 金乘进, 杜彪, 等. 持续参与世界最大综合孔径望远镜 SKA 国际合作[J]. *中国科学: 物理学力学天文学*, 2012, 42(12): 1292-1307.  
Peng B, Jin C J, Du B, et al. China's participation in the SKA-
- the world's largest synthesis radio telescope [J]. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2012, 42(12): 1292-1307 (in Chinese).
- [6] Msallem Y A, Jacquin F, Poitou A. Residual stresses formation during the manufacturing process of epoxy matrix composites: Resin yield stress and anisotropic chemical shrinkage [J]. *International Journal of Material Forming*, 2010, 3(S2): 1363-1372.
- [7] Albert C, Fernlund G. Spring-in and warpage of angled composite laminates [J]. *Composites Science and Technology*, 2002, 62(14): 1895-1912.
- [8] Fernández I, Blas F, Frövel M. Autoclave forming of thermoplastic composite parts [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, 143-144(1): 266-269.
- [9] 李敏, 张佐光, 仲伟虹, 等. 电子束作用下树脂体系的固化行为[J]. *复合材料学报*, 2001, 18(2): 54-56.  
Li M, Zhang Z G, Zhong W H, et al. Study of electron beam curing resins [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2001, 18(2): 54-56 (in Chinese).
- [10] Abliz D, Duan Y G, Zhao X M, et al. Low-energy electron beam cured tape placement for out-of-autoclave fabrication of advanced polymer composites [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2014, 65: 73-82.
- [11] Boey F Y C, Yap B H. Microwave curing of an epoxy-amine system; Effect of curing agent on the glass-transition temperature [J]. *Polymer Testing*, 2001, 20(8): 837-845.
- [12] Ramakrishnan B, Zhu L, Pitchumani R. Curing of composites using internal resistive heating [J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2000, 122(1): 124-131.
- [13] 殷昊. 采暖用电热膜的研究与室内热工性能分析[D]. 北京: 北京化工大学, 2013.  
Yin H. Research and indoor thermal performance analysis of electrothermal film used in heating [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2013 (in Chinese).
- [14] 王立平. 柔性电热膜的研究与制作[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.  
Wang L P. The study and fabrication of flexible electric heating film [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009 (in Chinese).
- [15] 牟书香, 吴芮, 陈淳, 等. 基于高分子电热膜的风电叶片复合材料试验件电热除冰性能研究[J]. *玻璃钢/复合材料*, 2014(6): 57-61.  
Mu S X, Wu R, Chen C, et al. Research on the thermal heating de-icing properties of wind turbine blade composite plates based on polymer electric heating film [J]. *Fiber Reinforced Plastics/Composites*, 2014(6): 57-61 (in Chinese).

## Curing method and temperature distribution of composites based on flexible electric heating film

LI Jinliang<sup>1,2</sup>, GU Yizhuo<sup>\*1</sup>, LI Min<sup>1</sup>, WANG Shaokai<sup>1</sup>, JIN Chao<sup>2</sup>, ZHANG Zuoguang<sup>1</sup>

(1. School of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. The 54th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, China)

**Abstract:** Low-cost curing is a challenging task for composite manufacturing, especially for large-scale part. Vacuum assisted resin infusion (VARI) molding process was employed to fabricate carbon fiber/epoxy composite laminate. A curing method using flexible electric heating film (FEHF) was developed. The effects of lay-up type of FEHF and temperature cycle on the uniformity of temperature and curing degree of composite were studied. The results show that splicing overlaying FEHF has the most uniform temperature distribution with 11°C maximum temperature difference at constant temperature stage. The temperature uniformity is improved by 26.7% and 38.9% compared to the cases using overlapping overlaying and interval overlaying FEHF, respectively. In addition, adding isothermal temperature platform is useful to reduce temperature difference during heating process, but the final temperature difference and distribution are the same as the case without adding isothermal temperature platform. By means of splicing overlaying FEHF, large antenna carbon fiber/epoxy composite reflector skin was fabricated, and the glass transition temperature of the reflector skin is over 80°C, and the reflector tolerance is 0.7 mm (r. m. s.). It demonstrates that FEHF is a feasible way for curing large composite part.

**Key words:** carbon fiber composite; radio astronomy; flexible electric heating film (FEHF); vacuum assisted resin infusion (VARI) molding; cure; square kilometer array (SKA)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0693

# 基于多尺度径向基函数的时变系统辨识



刘青, 李阳\*

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 应用非平稳时间序列的时变系统建模方法进行了参数随时间变化的线性系统参数的辨识. 通过引入多尺度径向基函数(MRBF)将非平稳过程的辨识问题转化为线性时不变过程的辨识, 结合粒子群优化算法(PSO)获得时变系统参数估计的最优径向基函数(RBF)尺度. 由于RBF具有良好的局部特性且尺度可以调整, 采用RBF作为基函数可以更好地识别具有多种动态过程的时变系统参数. 通过对时变系数包含多种波形的二阶时变自回归模型进行仿真辨识, 与采用传统的递推最小二乘法和勒让德多项式作为基函数展开式方法相比, 提出的方法对于时变系统参数具有更好的跟踪能力, 验证了辨识方法的有效性.

**关键词:** 时变自回归模型; 递归最小二乘算法; 勒让德基函数; 多尺度径向基函数; 粒子群优化算法; 参数辨识

**中图分类号:** N945.14

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1722-07

非平稳信号是一种分布参数随时间变化的随机信号, 许多信号如生物医学工程中的脑电信号、工程中的故障信号等都是非平稳信号<sup>[1]</sup>. 例如, 在临床医学方面, 脑电信号的有效处理不仅可为某些脑疾病提供诊断依据, 而且还为某些脑疾病提供了有效的治疗手段; 许多工程结构中, 推进中的航天飞行器、火箭和空间站的对接机构等系统参数是随时间变化. 这类信号微弱, 噪声大, 特征难于提取及处理. 医学上及工程检测故障中需要对上述非平稳信号进行分析, 通常采用时变系数建模方法进行分析及处理<sup>[2]</sup>, 以提取信号的瞬时特征<sup>[3]</sup>. 时变系数建模方法是一种重要的非平稳信号处理方法. 目前已广泛应用于上述各种非平稳信号的处理.

运用时变系数建模分析处理非平稳信号时, 时变系统的参数能否准确辨识直接关系到信号的

瞬时特征提取结果. 目前, 时变系统的参数辨识方法主要有两种: ①自适应算法, 如经典的递推最小二乘法、最小均方算法及卡尔曼滤波法<sup>[4]</sup>. 如果时变系统参数变化较慢, 或信号具有弱平稳特性时, 自适应算法可以对时变系统参数进行准确辨识. 如果时变系统参数变化太快, 由于自适应算法的收敛性缺陷, 导致时变系统参数的结果估计产生延迟<sup>[5]</sup>. ②基函数展开式方法, 即将时变系统参数表示为一组已知基函数的线性加权组合<sup>[6]</sup>, 将时变系统建模问题转化为关于基函数的时不变参数辨识问题, 通过对时不变参数的辨识进而得到时变系数. 当信号具有较强非平稳特性时, 基函数展开式方法可以对时变系数进行有效估计<sup>[2]</sup>. 目前, 可供选择的基函数包括傅里叶基、勒让德多项式、小波基等<sup>[3,4,6,9]</sup>. 每种基函数都有自己的逼近性能, 如傅里叶基函数和勒让德基函数可以有

收稿日期: 2014-11-11; 录用日期: 2014-12-26; 网络出版时间: 2015-01-04 09:14

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150104.0914.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(61403016); 高等学校博士学科点专项科研基金(20131102120008); 教育部留学回国人员科研启动基金(60300002014103001); 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-14-ZDHXY-020)

作者简介: 刘青(1991—), 女, 河北沧州人, 硕士研究生, lqyueming\_2009@163.com

\* 通讯作者: 李阳(1980—), 男, 湖南邵阳人, 副教授, liyang@buaa.edu.cn, 主要研究方向为复杂系统建模、信号处理与机器学习.

引用格式: 刘青, 李阳. 基于多尺度径向基函数的时变系统辨识[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1722-1728.

Liu Q, Li Y. Identification of time-varying systems using multi-scale radial basis function[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1722-1728 (in Chinese).

效辨识变化缓慢且平滑的时变系数,小波基函数可以有效辨识变化剧烈或有突变的时变系数<sup>[5]</sup>.目前,基函数的选择没有一个确定的方法<sup>[7-8]</sup>.

近年来,B样条小波基函数常常被引入到时变系统辨识当中<sup>[4,7,9-10]</sup>,对时变系统的参数利用区间B样条小波进行线性表示.B样条小波作为分段多项式,具有很好的局部特性,由Chui和Wang<sup>[9]</sup>首次引入作为多分辨率小波和多尺度函数.对于在每一个尺度空间和小波空间里,在有限的区间上,小波维数是有限的,即:任意一个函数都可以被有限维数的小波函数进行逼近,这一特性使得区间B样条小波作为基函数,对时变系统的时变系数进行展开<sup>[4,7,9,10]</sup>.Chon等<sup>[8]</sup>根据勒让德多项式和Walsh函数具有灵活的逼近性能,对时变系数进行展开,取得了较好的跟踪效果.总之,选择具有多种尺度或多种逼近性能的基函数对时变系统的参数进行展开,从而使时变系统的瞬时特征能够被快速、准确地提取与识别.

径向基函数因具有多尺度和多分辨率特性已被成功用于信号处理和系统辨识中,所以可将时变系统的系数用一组多尺度径向基函数(Multi-Scale Radial Basis Function, MRBF)来展开,对时变系统参数进行识别.径向基函数(Radial Basis Function, RBF)是一种距离函数,具有中心对称性,且具有很好的局部特性.由于RBF具有良好的局部特性且尺度可以调整,采用粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)自动地选择最优的RBF尺度<sup>[11]</sup>,从而使参数辨识结果更加准确,对时变系统参数的局部特征有效辨识<sup>[12]</sup>.

综上所述,本文运用MRBF对线性时变系统在白噪声激励下的时变系统参数进行展开,并用PSO算法选择最优的RBF尺度,对时变系数进行准确辨识的方法.首先介绍了时变自回归模型及基函数展开式方法的参数辨识过程;然后介绍了高斯径向基函数及其中心、个数、尺度的选择方法;最后以时变系数包含多种波形的二阶随时间变化的线性模型为例,通过算例仿真辨识,将该法与递推最小二乘法、勒让德多项式展开式方法进行了实验对比研究,实验结果证明了本文方法的可行性及有效性.

## 1 时变自回归参数建模法

### 1.1 时变自回归模型

$p$ 阶时变自回归参数模型输出为

$$y(n) = \sum_{i=1}^p a_i(n)y(n-i) + e(n) \quad (1)$$

式中: $a_i(n)$ 为时变系数, $i$ 为模型阶次序号( $i=1,2,\dots,p,n=1,2,\dots,N$ ); $N$ 为采样数据长度; $e(n)$ 为均值为0、方差为 $\sigma_e$ 的高斯白噪声.

### 1.2 时变系数辨识

对第1.1节时变自回归模型中的时变系数进行辨识的方法主要有两种:第1种是自适应算法,如递归最小二乘算法、卡尔曼滤波算法等<sup>[4]</sup>;第2种方法是引入基函数展开式方法,将时变模型的系数表示为一组基函数的线性组合,将时变问题转变为关于基函数的线性时不变问题.根据前文的讨论,本文主要研究采用第2种方法.基函数展开式方法对时变系统进行辨识,将时变系数 $a_i(n)$ 表示为一组基函数的线性组合:

$$a_i(n) = \sum_{m=1}^M c_{i,m} f_m(n) \quad (2)$$

式中: $c_{i,m}$ 为展开式的时不变系数; $f_m(n)$ 为基函数; $M$ 为基函数的维数.将式(2)代入式(1)可得

$$y(n) = \sum_{i=1}^p \sum_{m=1}^M c_{i,m} f_m(n) y(n-i) + e(n) \quad (3)$$

式(3)为时不变参数模型.

引入基函数对时变系数进行展开后,时变自回归模型由式(1)变为式(3),从而把式(1)的时变系数估计求解转化为对式(3)的时不变模型求解.估计 $c_{i,m}$ 后,再将其代入式(2),即可得到时变系数 $a_i(n)$ 的估计值.

将式(3)改写成矩阵形式表示:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{C} + \mathbf{e} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{Y} = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)]^T$ 为观测时间序列;上标T为矩阵转置; $\mathbf{C}$ 为待求的时不变参数构成的未知列向量; $\mathbf{e}$ 为 $e(n)$ 的向量表示方法; $\mathbf{H}$ 为回归矩阵:

$$\mathbf{C} = [c_{1,1} \ c_{1,2} \ \dots \ c_{1,M} \ \dots \ c_{p,1} \ c_{p,2} \ \dots \ c_{p,M}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{H} = [H_1 \ H_2 \ \dots \ H_p] \quad (6)$$

$$H_i = \begin{bmatrix} f_1(1)y(1-i) & \dots & f_M(1)y(1-i) \\ \vdots & & \vdots \\ f_1(N)y(N-i) & \dots & f_M(N)y(N-i) \end{bmatrix} \quad (7)$$

由以上推导可以得出,时变回归模型利用基函数展开式可以将时变模型式(1)中原来 $p$ 个时变系数的识别问题转化为 $p \times M$ 个定常参数的识别,即将原来非平稳过程的参数识别转化为一个线性时不变系统的辨识<sup>[6]</sup>.模型表示为矩阵形式后,由最小二乘法解出时不变参数 $\mathbf{C}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{C}}$ :

$$\hat{\mathbf{C}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Y} \quad (8)$$

求出时不变参数 $\mathbf{C}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{C}}$ 后,直接代入

式(2)即可求出时变系数  $a_i(n)$  的估计值  $\hat{a}_i(n)$ .

## 2 径向基函数

### 2.1 高斯径向基函数

如第 1.2 节所述,时变自回归模型的时变系数由一组基函数的线性组合表示,将时变系统建模问题转化为关于已知基函数展开式的时不变系数估计问题.目前可供选择的基函数有多种,如傅里叶基、勒让德多项式、小波基及径向基函数等<sup>[6-11]</sup>,每种基函数都有自己的逼近性能.

径向基函数是取值取决于距离的实值函数,距离是输入点与中心点之间的距离.距离函数为欧式距离或其他距离函数.径向基函数有多种,如高斯分布函数、薄板样条函数、Multiquadric 函数等<sup>[13]</sup>.对于时变系数的逼近属于多元函数的逼近,由于高斯径向基函数满足局部分布、中心径向对称、非负衰减的特性,具有逼近性能好、效果好,学习速度快等优点<sup>[5]</sup>.同时,具有较好的平滑特性,受信号特征的影响较小,而大部分信号的特性也呈现高斯分布,因此本文采用高斯径向基函数作为时变模型参数辨识的基函数展开式.高斯径向基函数公式<sup>[14]</sup>为

$$R(x) = \exp\left[-\frac{|x - c|^2}{\sigma^2}\right] \quad (9)$$

式中: $c$  为径向基函数的中心; $\sigma^2$  为基函数的尺度,决定了基函数围绕中心点的距离; $x$  为输入样本.在 RBF 作为基函数时, $x = 1, 2, \dots, N$  为离散采样时间序列.

选择最优尺度的径向基函数是准确估计时变模型参数的关键步骤,其主要任务是确定最优 RBF 的维数、中心和尺度.

### 2.2 RBF 维数选择

为使时变系统参数估计结果更加准确,从而有效地提取非平稳信号的瞬时特征,RBF 的最优维数选择以模型的拟合效果为依据.模型拟合效果由相关指数来衡量,其公式<sup>[15]</sup>为

$$L = \sqrt{1 - \frac{\sum_{n=1}^N (y(n) - \hat{y}(n))^2}{\sum_{n=1}^N (y(n) - \bar{y})^2}} \quad (10)$$

式中: $L$  为相关指数; $N$  为采样数据长度; $\hat{y}(n)$  为模型真实输出  $y(n)$  的模型预测输出; $\bar{y}$  为  $y(n)$  的均值.相关指数越大说明模型拟合效果越好.为了找到最优的 RBF 维数,通过计算 RBF 维数与相关指数之间的关系来确定.如果 RBF 维数选取太低,会导致时变系数的估计误差较大,模型拟合

效果较差.如果 RBF 维数太高,计算复杂度增大,出现冗余,最终也会导致参数误差增大.因此,可以通过计算相关指数与 RBF 维数的关系曲线来确定 RBF 的最优维数.

### 2.3 RBF 中心的选择

RBF 的中心决定了 RBF 在整个时变系数估计的位置.为了使 RBF 分布到整个时变系数中,以确保 RBF 对时变系数的所有局部进行准确估计,本文将 RBF 的中心均匀分布到时变系数中,设第  $k$  个 RBF 公式及 RBF 的中心分别表示为

$$R_k(x) = \exp\left[-\frac{|x - c_k|^2}{\sigma_k^2}\right] \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (11)$$

$$c_k = \frac{kN}{M} \quad (12)$$

式中: $c_k$  为第  $k$  个 RBF 的中心; $\sigma_k^2$  为第  $k$  个 RBF 的尺度,决定了该基函数围绕中心点的距离.

### 2.4 RBF 尺度的选择

传统的基于 RBF 展开式的时变系数估计方法采用同一固定的尺度,优点是时变系数展开式模型建立较为简单,但泛化能力较差<sup>[16]</sup>.由于高斯径向基函数尺度越大,对样本输入的覆盖范围越大,敏感性越差(输入值  $x$  远离中心  $c_k$  时,高斯径向基函数输入值变化不明显,且趋近于 0),大尺度的径向基函数只能刻画信号的全局性特征;高斯径向基函数尺度越小,对样本输入的覆盖范围越小,敏感性越好,小尺度的径向基函数对信号局部特性刻画较好,但总的参数估计准确率低.基于这种考虑,为了同时兼顾局部和全局特性,本文同时采用大尺度和小尺度的径向基函数对时变系数进行展开.

RBF 的候选尺度为

$$\sigma_k^2 = \frac{N^2 - s_k}{M} \quad (13)$$

式中: $s_k$  为需要进行调节的任意整数.PSO 智能算法,能够根据不同的参数分布特点,自适应地选取多尺度径向基函数的最优尺度.选择 RBF 最优尺度目的是能够更加准确估计时变系数,进一步能够准确地提取非平稳信号的瞬时特征.

RBF-PSO 算法主要步骤包含:

1) 初始化:包括初始化粒子、粒子个数、适应度值、局部最优粒子、全局最优粒子、粒子最大值和最小值、速度最大值、迭代次数等.取随机整数为粒子赋初始值,多种尺度的选取可根据参数变化来确定.初始适应度值设为 0,粒子数和迭代次数可根据参数变化特征来调整.

2) 计算每个粒子的适应度值. 即将粒子代入式(13), 得到 RBF 的候选尺度, 再代入 RBF 公式(11), 得到多尺度 RBF, 将 MRBF 展开式方法对时变模型进行参数估计, 得到测量数据  $y$  的模型预测值  $\hat{y}$ , 最后根据式(10)计算相关指数, 得到适应度值.

3) 更新局部最优粒子和全局最优粒子: 找到适应度最大的粒子, 该粒子作为局部最优粒子, 若其适应度值比全局最优粒子大则赋值给全局最优粒子.

4) 更新速度和粒子: 根据局部最优粒子和全局最优粒子更新速度和粒子. 速度更新公式和粒子更新公式<sup>[16]</sup>分别为

$$\mathbf{v}_j^{(n+1)} = \theta \mathbf{v}_j^{(n)} + \theta c_1 (\mathbf{C}_{\text{best}}^{(n)} - \mathbf{u}_j^{(n)}) + \theta c_2 (\mathbf{g}_{\text{best}}^{(n)} - \mathbf{u}_j^{(n)}) \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_j^{(n+1)} = \mathbf{u}_j^{(n)} + \mathbf{v}_j^{(n+1)} \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{u}$  为粒子;  $\mathbf{v}$  为粒子速度;  $\mathbf{C}_{\text{best}}$  为局部最优粒子;  $\mathbf{g}_{\text{best}}$  为全局最优粒子;  $\mathbf{u}_j^{(n)}$  为第  $n$  次循环的第  $j$  个粒子;  $\mathbf{u}_j^{(n+1)}$  为  $\mathbf{u}_j^{(n)}$  更新后的粒子;  $\mathbf{v}_j^{(n)}$  为第  $n$  次循环的第  $j$  个粒子的速度;  $\mathbf{v}_j^{(n+1)}$  为  $\mathbf{v}_j^{(n)}$  更新后的速度;  $\mathbf{C}_{\text{best}}^{(n)}$  为第  $n$  次循环的局部最优粒子;  $\mathbf{g}_{\text{best}}^{(n)}$  为第  $n$  次循环后当前全局最优粒子;  $\theta$  为  $0 \sim 1$  之间的随机数;  $c_1$  和  $c_2$  为加速系数, 其作用是防止粒子陷入局部最优<sup>[17]</sup>:

$$\begin{aligned} c_1 &= 2.5 - \frac{2n}{P} \\ c_2 &= 0.5 + \frac{2n}{P} \end{aligned} \quad (16)$$

式中:  $P$  为最大循环次数,  $n = 1, 2, \dots, P$ .

5) 返回步骤 2), 重复执行步骤 2) ~ 步骤 4) 直到达到最大迭代次数. 最后得到的全局最优粒子即为最终选择的粒子, 代入式(13)得到径向基函数的最优尺度.

### 3 仿真实验

#### 3.1 时变自回归模型

为了验证提出的基于 MRBF 展开式方法对时变系数估计方法的有效性, 以时变系数包含多种波形的二阶时变自回归模型为例做仿真实验, 分别用递推最小二乘法、勒让德多项式展开法和 MRBF 展开法对该模型的时变系数进行辨识, 比较 3 种不同方法的时变系数辨识结果, 并对其性能进行评估.

二阶时变自回归模型为

$$y(n) = a_1(n)y(n-1) + a_2(n)y(n-2) + e(n) \quad (17)$$

式中:  $a_1(n)$  和  $a_2(n)$  为式(17)的时变系数;  $e(n)$  为均值为 0, 方差为 0.04 的高斯白噪声, 其信噪比约为 21 dB. 时变系数为

$$\begin{cases} a_1(n) = 2\cos(2\pi g(n)) \\ a_2(n) = -1 \quad n = 1, 2, \dots, 800 \end{cases} \quad (18)$$

其中:  $g(n)$  定义为

$$g(n) = \begin{cases} 0.24 & n = 1, 2, \dots, 433 \\ 0.15 - 0.1\sin\left(2\pi \frac{n-433}{N-434}\right) & n = 434, 435, \dots, 800 \end{cases} \quad (19)$$

为了验证提出的 MRBF 展开式方法在强噪声环境下对时变系数具有多种波形的时变系统的辨识效果, 模型式(17)的时变系数由 3 种不同波形构成: 常值、突变和正弦波.

#### 3.2 实验结果分析及性能评估

采用本文提出的 MRBF 展开式方法对模型式(17)的时变系数进行辨识, 其中 RBF 的最优维数可由式(10)求得, 图 1 为基于 MRBF 展开法估计二阶模型式(17)得到的相关指数随 RBF 维数变化如图 1 所示. 由图 1 可以得知, 相关指数开始随着 RBF 的维数增加而增大, 然后趋于平稳, 最后又递减. 即维数小于 40 时, 相关指数呈上升趋势, 维数大于 40 时, 相关指数有下降趋势, 因此选择 RBF 的最优维数为 40.

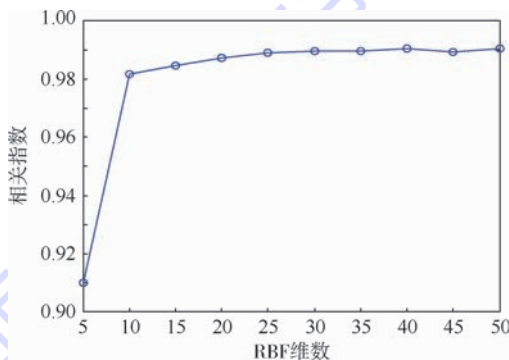


图 1 相关指数随 RBF 维数变化

Fig. 1 Correlation index changing with RBF dimension

由第 2.3 节可知, RBF 的中心均匀分布到对时变系数辨识中, RBF 的最优尺度由 PSO 算法选择确定. 图 2 为 MRBF 展开式算法中选取的最优 RBF, 其尺度由 PSO 算法选择, 用于估计模型式(17)的时变系数.

利用递推最小二乘法, 勒让德多项式展开式方法及提出的 MRBF 展开式方法, 分别对时变系统式(17)的时变系数进行辨识, 可以得到 3 种时变系数瞬时变化的辨识结果, 并与理论值进行比较, 基于不同方法的时变系数辨识结果如图 3

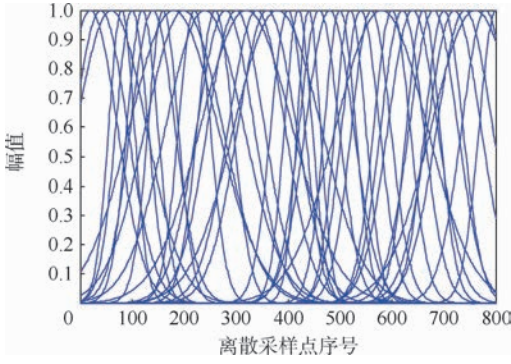
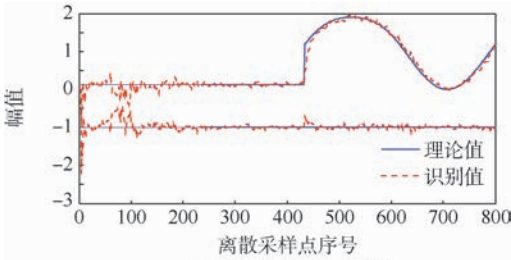
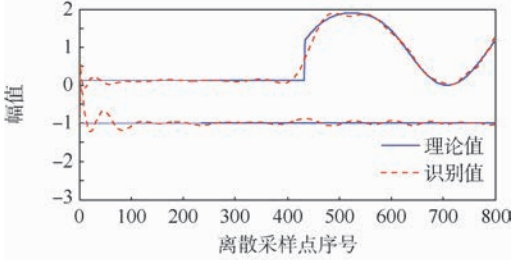


图2 MRBF展开式方法中选取的最优RBF

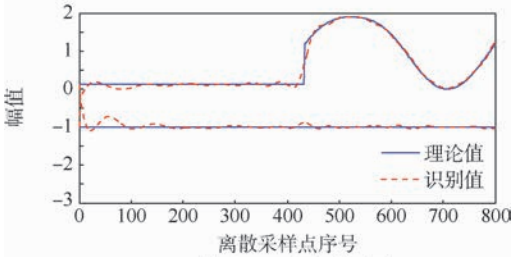
Fig.2 Selected optimal RBF in MRBF expansion method



(a) 基于递推最小二乘法



(b) 基于勒让德多项式展开式方法



(c) 基于MRBF展开式方法

图3 基于不同方法的时变系数辨识结果

Fig.3 Identification results of time-varying parameters using different methods

所示.3种方法的结果分别如图3(a)~图3(c)所示.时变系数辨识的常用方法如递推最小二乘法的参数估计结果波动较大,原因在于带遗忘因子的递推最小二乘算法的辨识方法跟踪能力不够,不能准确抓住信号的突变.勒让德多项式展开式方法因仅具有全局特性而对于平滑和缓慢变化的时变系数估计,识别效果比较理想.而提出的MRBF展开式方法由于其较强的局部分析能力,能很好地跟踪突变信号,其估计的时变系数结果

比较平滑,特别在参数突变部分对时变系数跟踪结果明显优于传统的递推最小二乘算法及勒让德多项式展开式方法,实验结果说明本文方法在强噪声环境干扰下对具有多种波形的时变系数仍具有良好的跟踪能力,证实了提出方法的有效性.

为了定量评估提出方法对时变系统参数辨识的识别精度,引入平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE)及标准根均方差(Normalized Root Mean Squared Error, NRMSE)评价时变系统参数的准确估计能力<sup>[7]</sup>,参数估计值与理论值的MAE和NRMSE越小,表明误差越小,时变系统参数的估计性能越好.

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{a}(n) - a(n)| \quad (20)$$

$$\text{NRMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{|\hat{a}(n) - a(n)|^2}{|a(n)|^2}} \quad (21)$$

表1为3种方法的参数估计值与真实值的MAE和RMSE对比结果.由表1可知,3种时变系数辨识方法中,递推最小二乘法及勒让德多项式展开式方法的MAE和NRMSE值明显比MRBF展开式方法的MAE和NRMSE值大,该实验结果表明,基于MRBF展开式方法对具有3种波形:常值、突变和正弦波的时变系数能够准确辨识,该结果进一步证实了提出方法的有效性.表1中: $a_1$ 和 $a_2$ 为例子给出的时变自回归模型中两个真实的时变系数.

表1 3种参数估计方法的MAE和NRMSE对比

Table 1 Comparison of MAE and NRMSE using three parameter estimation approaches

参数辨识方法	MAE		NRMSE	
	$a_1$	$a_2$	$a_1$	$a_2$
递推最小二乘	0.0689	0.0635	0.4929	0.4580
勒让德展开法	0.0488	0.0541	0.3676	0.3844
本文方法	0.0419	0.0410	0.3043	0.2969

## 4 结论

1) 针对时变系数包含多种波形的时变系统,本文提出了一种新型的基于MRBF-PSO算法的时变系统辨识方法.该算法兼顾了多尺度径向基函数的局部分析能力及粒子群优化算法的最优估计等优点,可以准确、迅速地识别时变系统的参数,有效提高时变系统的动态跟踪能力.

2) 仿真实验结果表明,与常用的时变系数辨识算法如递推最小二乘算法、勒让德基函数展开法相比,对于在强噪声干扰下的时变系统,该新型的时变系数估计方法仍能取得良好的参数辨识效

果,为时变系统建模方法的时变系数估计提供了一种新的思路。

3) 时变系统的参数辨识问题是学术界研究的难点,该算法可以有效识别包含多种波形的时变系统参数,具有普遍适用性,因而可以用于大多数时变系统的动力学问题分析。为了进一步验证提出方法的性能及工程实用性,除了仿真实验验证该算法具有良好的识别精度之外,在接下来的研究工作中,继续研究该算法对实际工程系统如高速飞行器、高速列车以及大型的柔性航天结构等动力学问题的应用前景及工程实用价值。

### 参考文献 (References)

- [1] Boashash B, Azemi G, Toole J M. Time-frequency processing of nonstationary signals; Advanced TFD design to aid diagnosis with highlights from medical applications[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(6): 108-119.
- [2] 续秀忠, 张志谊, 华宏星, 等. 应用时变系数建模方法辨识时变模态参数[J]. 航空学报, 2003, 24(3): 230-233.  
Xu X Z, Zhang Z Y, Hua H X, et al. Identification of time-variant modal parameters by a time-varying parametric approach [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2003, 24(3): 230-233 (in Chinese).
- [3] Niedzwiecki M. Identification of time-varying process [M]. New York: John Wiley & Sons, 2000: 83-94.
- [4] 顾海雷, 史治宇, 许鑫. 基于 B 样条小波基函数时变多变量 AR 模型的时变结构参数识别 [J]. 振动与冲击, 2013, 32(19): 86-92.  
Gu H L, Shi Z Y, Xu X. Parameter identification for a time-varying structure using a multi-variable AR model based on interval B-spline wavelet base functions [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(19): 86-92 (in Chinese).
- [5] 于开平, 庞世伟, 赵婕. 时变线性/非线性结构参数识别及系统辨识方法研究进展 [J]. 科学通报, 2009, 54(20): 3147-3156.  
Yu K P, Pang S W, Zhao J. Advances in method of time-varying linear/nonlinear structural system identification and parameter estimate [J]. Chinese Science Bulletin, 2009, 54(20): 3147-3156 (in Chinese).
- [6] 陈宇, 陈怀海, 李赞澄, 等. 基于时变 AR 模型和小波变换的时变系数识别 [J]. 国外电子测量技术, 2011, 30(7): 20-23.  
Chen Y, Chen H H, Li Z C, et al. Identification of time-varying parameters base on time-varying AR model and wavelet transform [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2011, 30(7): 20-23 (in Chinese).
- [7] Li Y, Wei H L, Billings S A, et al. Time-varying model identification for time-frequency feature extraction from EEG data [J]. Journal of Neuroscience Methods, 2011, 196: 151-158.
- [8] Chon K H, Zhao H, Zou R, et al. Multiple time-varying dynamics analysis using multiple sets of basis functions [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2005, 52(5): 956-960.
- [9] Chui C K, Wang J H. On compactly supported spline wavelets and a duality principle [J]. Transactions of American Mathematical Society, 1992, 330: 903-915.
- [10] Li Y, Wei H L, Billings S A. Identification of time-varying systems using multi-wavelet basis functions [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 19(3): 656-663.
- [11] Billings S A, Wei H L, Balikhin M A. Generalized multiscale radial basis function networks [J]. Neural Networks, 2007, 20(10): 1081-1094.
- [12] 李秀英, 韩志刚. 一种基于粒子群优化的非线性系统辨识方法 [J]. 控制与决策, 2011, 26(11): 1627-1631.  
Li X Y, Han Z G. Identification approach for nonlinear systems based on particle swarm optimization [J]. Control and Decision, 2011, 26(11): 1627-1631 (in Chinese).
- [13] 秦玉灵, 孔宪仁, 罗文波. 基于径向基函数响应面的机翼有限元模型修正 [J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(11): 1465-1470.  
Qin Y L, Kong X R, Luo W B. Finite element model updating of airplane wing based on Gaussian radial basis function response surface [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(11): 1465-1470 (in Chinese).
- [14] Chang L C, Chang F J, Wang Y P. Auto-configuring radial basis function networks for chaotic time series and flood forecasting [J]. Hydrological Process, 2009, 23(17): 2450-2459.
- [15] 孙健, 吴森堂. 基于改进粒子群优化算法的巡航导弹航路规划 [J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(10): 1228-1232.  
Sun J, Wu S T. Route planning of cruise missile based on improved particle swarm algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(10): 1228-1232 (in Chinese).
- [16] Chen S, Hong X, Bing L L, et al. Non-linear system identification using particle swarm optimization tuned radial basis function models [J]. International Journal of Bio-Inspired Computation, 2009, 1(4): 246-258.
- [17] Pinkey C, Kusum D, Millie P. Novel inertia weight strategies for particle swarm optimization [J]. Memetic Computing, 2013, 5(3): 229-251.

## Identification of time-varying systems using multi-scale radial basis function

LIU Qing, LI Yang\*

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** A time-varying autoregressive model with time-varying coefficients was investigated to identify linear system parameters from nonstationary time series. The basis function of multi-scale radial basis function (MRBF) was employed, and the identification of nonstationary modeling problem was then simplified to a linear time-invariant modeling problem. Particle swarm optimization (PSO) algorithm was applied to search the optimal RBF scales for the estimation of time-varying system parameters. The basis functions of RBF can better estimate time-varying parameters with a variety of dynamic process because optimal different RBF scales with good local properties can be effectively adjusted by the PSO algorithm. One simulation example of second-order time-varying autoregressive model with time-varying parameters involved different waveform was presented to show the effectiveness of the proposed method. Compared with classical approaches of time-varying parametric estimations such as recursive least square algorithms and the expansion approach of Legendre polynomial basis function, the identification results of time-varying parameters can be more accurately estimated which validates the effectiveness of the proposed time-varying modeling method.

**Key words:** time-varying autoregressive model; recursive least squares algorithm; Legendre basis function; multi-scale radial basis function; particle swarm optimization; parameter identification

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0631

# 飞翼布局飞机舵面偏转速率设计



何倩琳, 王立新\*

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 舵面偏转速率的大小是飞机飞行控制系统设计的重要约束之一. 当偏转速率饱和时, 在外界干扰或操纵下, 飞机可能进入自激振荡(PIO)状态, 导致飞行品质下降. 建立了飞翼布局飞机舵面偏转速率限制值的设计方法, 给出了某大展弦比飞翼布局飞机的三轴主操纵面偏转速率设计的算例, 分析了偏转速率限制对飞机动态响应特性的影响及其与飞机本体气动导数、转动惯量、展弦比构成的组合参数间的关系. 结果表明: 对于大展弦比飞翼布局飞机而言, 其横向主操纵面偏转速率限制值要求最高, 纵向次之, 航向最低. 研究方法和结果可用于飞翼布局飞机的操纵舵面与飞行控制系统初步设计时参考.

**关键词:** 飞翼; 舵面偏转速率; 大展弦比; 飞行动力学; 飞行品质

**中图分类号:** V212.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1729-07

为了提高隐身性能, 飞翼布局飞机取消了尾翼, 导致其本体阻尼特性下降以及横航向稳定性下降, 需采用电传飞控系统以保证其具有优良的动态响应特性. 对于这类高增益飞机而言, 舵机系统作为飞行控制系统的执行机构, 决定着飞机的动态响应品质. 目前的舵机系统均为有速率饱和的非线性系统, 当舵机速率达到饱和状态时, 实现指令的时间变长, 高阶闭环飞机系统将趋于不稳定<sup>[1]</sup>. 由于飞行控制系统是通过舵机系统将输入指令转化为舵面机械位移来实现控制, 因此舵机的最大运动速度与舵面偏转速率的限制值之间存在着确定的对应关系. 为保证采用电传飞控系统的飞翼布局飞机具有良好的动态响应特性, 需合理地设计并确定其操纵舵面偏转速率的限制值.

目前, 关于舵面偏转速率限制值的研究多集中于速率限制对人机闭环系统耦合振荡特性的影响方面<sup>[2-4]</sup>. 文献[5]针对导弹控制系统, 从舵机回路的二阶系统响应特性出发, 建立了舵面偏转

速率限制值与输入指令幅值和舵机回路固有频率间的数学关系. 在飞翼构型飞机舵面偏转速率的确定研究方面, 现在仅开展了纵向舵面偏转速率大小对飞机短周期飞行品质等级的影响<sup>[6]</sup>, 尚未见有通过高增益闭环飞机飞行品质的设计要求, 来确定其三轴操纵舵面偏转速率的研究.

本文针对Ⅲ类大展弦比飞翼布局飞机, 依据舵面偏转速率限制值对飞机飞行品质的影响关系, 建立了其三轴舵面偏转速率限制值的设计方法, 分析了大展弦比飞翼布局飞机不同轴向偏转速率设计取值大小不同的物理原因, 以供飞机操纵舵面设计时参考.

## 1 飞翼布局飞机的典型动态特性

### 1.1 运动阻尼特性

飞机短周期震荡阻尼主要与俯仰阻尼力矩导数  $C_{m\dot{\alpha}}$  和洗流时差力矩导数  $C_{m\ddot{\alpha}}$  有关<sup>[7]</sup>. 常规布局飞机的全机俯仰阻尼力矩主要来源于平尾, 其他

收稿日期: 2014-10-14; 录用日期: 2014-11-20; 网络出版时间: 2014-12-16 19:53

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20141216.1953.002.html

作者简介: 何倩琳(1990—), 女, 浙江义乌人, 硕士研究生, hq47730@gmail.com

\* 通讯作者: 王立新(1965—), 男, 江西南丰人, 教授, wlx\_c818@163.com, 主要研究方向为飞机设计、飞行动力学与飞行控制.

引用格式: 何倩琳, 王立新. 飞翼布局飞机舵面偏转速率设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1729-1735.

He Q L, Wang L X. Design of actuator rate for flying wing aircraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1729-1735 (in Chinese).

诸如机翼、机身等部件对  $C_{m\dot{\alpha}}$  的贡献很小. 在近似计算中, 通常仅考虑平尾的阻尼力矩, 在此基础上增加 10% ~ 20% 以考虑翼身影响<sup>[8]</sup>. 由于取消了平尾, 飞翼布局飞机的  $C_{m\dot{\alpha}}$  要比常规布局飞机小很多.

洗流时差力矩导数  $C_{m\dot{\alpha}}$  所起的阻尼作用相对于  $C_{m\dot{\alpha}}$  要小很多. 取消了平尾的飞翼布局飞机的  $C_{m\dot{\alpha}}$  相对常规飞机而言非常小, 可以近似为 0.

飞机滚转阻尼特性主要由飞机的滚转阻尼力矩导数  $C_{lp}$  决定. 对于常规布局飞机, 全机  $C_{lp}$  约 90% 左右来源于机翼<sup>[9]</sup>. 平尾和垂尾对  $C_{lp}$  的贡献相对机翼而言较小. 对于大展弦比飞翼布局飞机, 由于其翼展和翼面积均很大, 因此其滚转阻尼通常比常规大展弦比飞机要大一些.

飞机荷兰滚震荡的阻尼主要与偏航阻尼力矩导数  $C_{nr}$  和滚转交感力矩导数  $C_{lr}$  有关. 对于常规布局飞机, 约全机  $C_{nr}$  的 80% ~ 90% 来源于垂尾的贡献, 而机翼  $C_{nr}$  的贡献可忽略不计<sup>[9]</sup>. 因此, 飞翼布局飞机的偏航阻尼主要由机身产生, 同常规飞机相比, 其  $C_{nr}$  非常小, 几乎为 0.

滚转交感力矩导数  $C_{lr}$  对横航向动态响应的的影响相对于  $C_{nr}$  要弱很多<sup>[9]</sup>. 对于常规布局飞机, 全机的  $C_{lr}$  主要由机翼和垂尾的贡献叠加而成. 其中, 机翼产生的  $C_{lr}$  随升力系数  $C_L$  的增大而增大<sup>[8]</sup>. 由于采用翼身融合设计, 飞翼布局飞机的升力面较大, 在相同情况下, 其配平升力系数较小, 故机翼产生的  $C_{lr}$  较小. 又由于取消垂尾, 飞翼布局飞机的  $C_{lr}$  比常规飞机小很多, 可以近似忽略.

## 1.2 阻力舵的三轴耦合特性

飞翼布局飞机由于取消了尾翼, 无法使用常规的升降舵和方向舵, 而是采取一系列新型操纵面实现飞机的操纵. 大展弦比飞翼布局飞机操纵面配置多采用开裂式方向舵和多组升降副翼组合的方式(如图 1 所示).

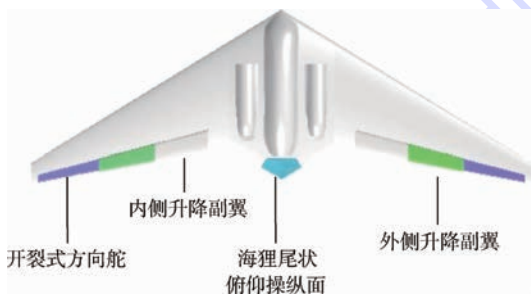


图 1 FW-H 操纵面配置方案

Fig. 1 Control surface arrangement scheme of FW-H

开裂式方向舵属于阻力类方向舵, 通过一侧

偏转产生不对称阻力实现偏航操纵, 具有附加力效应显著和三轴操纵耦合的特性<sup>[10]</sup>. 随着一侧开裂式方向舵的偏转, 飞机重心之后的局部升力减小, 飞机具有抬头趋势, 同时导致该侧机翼升力部分损失, 飞机有向该侧滚转的趋势. 当舵偏角增大, 飞机的抬头和滚转效应加强, 三轴耦合效应增强.

## 2 舵面偏转速率大小的设计方法

舵面偏转速率的大小会对飞机的动态响应产生影响<sup>[6]</sup>. 当舵面偏转速率达到饱和状态时, 在驾驶员操纵或受到外界扰动下, 飞机将可能进入危险的、很难改出的自激振荡状态, 进而影响飞机的飞行品质, 甚至危及飞行安全<sup>[3]</sup>.

基于舵面偏转速率大小对飞机飞行品质的影响, 在已完成飞机飞行控制系统设计的情形下, 本文建立了飞翼布局飞机舵面偏转速率限制值的设计方法和流程: ①对操纵面的操纵效能进行人工解耦; ②设定各轴舵面偏转速率限制值的初值; ③分别确定飞机在三轴上对舵面偏转速率要求最大的临界飞行状态点; ④选取设计舵面; ⑤对闭环飞机系统进行飞行品质评定; ⑥将非设计舵面偏转速率限制值固定为初值, 依据品质评定结果, 修改设计舵面偏转速率限制值, 直至满足一级飞行品质要求. 具体流程如图 2 所示.

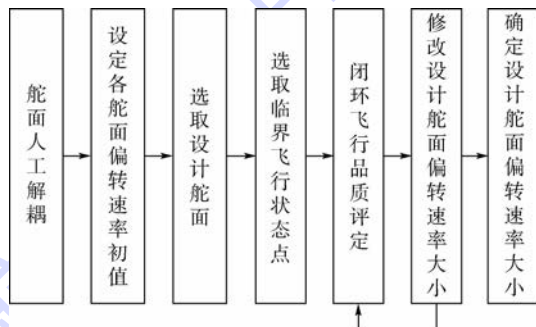


图 2 舵面偏转速率设计流程

Fig. 2 Process for designing actuator rate

### 2.1 舵面人工解耦

由于采用无尾翼身融合设计, 飞翼布局飞机新型舵面在操纵效能上易产生轴间耦合. 在飞机初步设计阶段确定各主操纵面偏转速率限制值时, 需先对飞翼布局飞机各操纵面的操纵效能进行人工解耦, 以简化设计流程, 并保证设计具有一定的裕度.

飞机在受到航向扰动后, 由于开裂式方向舵偏转会产生附加的俯仰与滚转力矩, 为了实现飞机的三轴配平, 俯仰和滚转操纵面也要相应地偏

转,这些舵面也会产生一些偏航力矩.在设计开裂式方向舵偏转速率限制值时,可先忽略俯仰和滚转舵面产生的偏航力矩,即将两组升降副翼的偏航操纵导数设为0,假定全机偏航操纵力矩仅由开裂式方向舵提供.依此类推,在人工解耦假设下,确定俯仰与滚转操纵面偏转速率大小时,另二个轴向舵面的操纵导数均假设为0.

## 2.2 临界状态点选取

当飞机飞行状态改变时,不仅飞机的本体特性会发生改变,同一舵面的操纵效能也将随之发生变化,使得舵机回路中速率约束的作用改变.因而,对于不同舵面,对偏转速率最大值要求的状态点是不同的.在设计大展弦比飞翼布局飞机各主操纵面偏转速率限制值时,需分别确定其对应的临界状态点.

在全飞行包线内,起飞状态下飞机的配平迎角最大,且静态气动系数是迎角的非线性函数.飞翼布局飞机的失速迎角较小,受到扰动后易导致其出现失速.在确定纵向主操纵面偏转速率限制值时,宜以起飞状态为飞行品质评定临界状态点.

飞翼布局飞机在着陆状态下,开裂式方向舵两侧逐渐对称打开至最大偏度,起增大阻力的作用.飞机在受到干扰后,横航向控制主要由横向操纵面实现.在确定横向主操纵面偏转速率限制值时,宜以着陆状态为飞行品质评定临界状态点.

由于大展弦比飞翼布局飞机的偏航阻尼导数 $C_{nr}$ 约为0,导致荷兰滚阻尼过小,受到干扰后,飞机将产生强烈的左右振荡,飞机的跟踪性将降低.在确定航向主操纵面偏转速率限制值时,宜以A种飞行阶段作为飞行品质评定临界状态点.

## 2.3 飞行品质评定准则选取

1) 纵向:根据MIL-STD-1797A飞行品质规范要求,对于俯仰轴的飞行品质评定,可分为长周期和短周期响应特性.由于采用电传飞行控制系统,飞翼布局飞机闭环响应为飞行控制律的指令响应,不会出现慢运动的长周期响应特性.飞机受到扰动的初期,运动参数变化快,驾驶员往来不及反应并予以纠正,对飞机飞行的安全、操纵反应等特性影响很大,研究纵向舵偏速率问题时,应重点考虑短周期的模态特性要求.

由于飞翼布局飞机采用电传飞行控制系统,其高增稳的闭环响应特性有异于常规飞机的本体响应特性,因此,宜选用适用于非常规响应的短周期飞行品质评定方法中的Chalk准则<sup>[11]</sup>,从高阶系统时域特性方面来研究确定飞翼布局飞机满足一级飞行品质要求的纵向主操纵面最小偏转速率

限制值.

2) 横向:飞机横向飞行品质的要求是多方面的,其中滚转操纵时的滚转响应是最主要的动态特性要求<sup>[12]</sup>,由飞机的等效滚转模态时间常数 $T_R$ 反映.滚转模态时间常数描述了飞机的滚转阻尼特性,其大小直接影响驾驶员对飞机进行精确操纵的难易程度.因而,选取等效滚转模态时间常数这一指标来确定飞翼布局飞机满足一级飞行品质要求的横向主操纵面最小偏转速率限制值.

3) 航向:飞机对航向输入所产生的航向与滚转振荡响应特性,主要以荷兰滚模态阻尼比 $\zeta_d$ 、自然频率 $\omega_{nd}$ 以及二者乘积 $\zeta_d\omega_{nd}$ 来表征<sup>[12]</sup>.因而,选取荷兰滚模态的频率及阻尼比来确定飞翼布局飞机满足一级飞行品质要求的航向主操纵面最小偏转速率限制值.

## 3 算例与结果分析

### 3.1 算例对象

选取FW-H<sup>[13-14]</sup>大展弦比飞翼布局飞机为研究算例.计算所用原始数据均来源于中国空气动力学研究与发展中心的风洞试验.FW-H飞翼飞机构型如图1所示,采用小后掠角(30°)大展弦比(9.3)无尾三角翼布局,共设有4组7块操纵面,分别为开裂式方向舵、内侧升降副翼、外侧升降副翼以及海狸尾状俯仰操纵面.其中,海狸尾状俯仰操纵面起俯仰轴修正操纵作用,其与升降副翼共同构成阵风减缓系统(驾驶员通常无权限控制),以使飞机在低空飞行时保持平稳<sup>[15]</sup>.

FW-H飞翼构型飞机采用多操纵面设计,不同舵面的主要操纵功能如表1所示,假设各操纵面偏转速率限制值初值统一取为120(°)/s.

表1 不同舵面的操纵功能

Table 1 Control function of different control surfaces

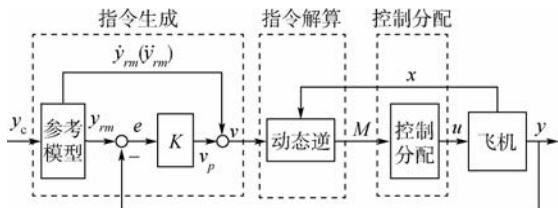
轴向	纵向	横向	航向
主要舵面	内侧升降副翼	外侧升降副翼	开裂式阻力方向舵

FW-H飞翼布局飞机本体的阻尼特性较差,具有多操纵面冗余配置,飞行动力学特性非线性较强,基于逆动力学结合模型跟踪的非线性自适应方法,完成设计的飞行控制系统如图3所示.

系统的输入为操纵指令 $y_c$ ,根据飞行控制系统的要求,可以为驾驶员杆指令、姿态或轨迹控制指令,给飞机的输入指令为舵面偏角指令 $u$ .

整个控制系统可分为指令生成、指令解算和控制分配3个主要模块.其中,指令生成模块将操

纵指令通过理想的飞行品质模型生成伪控制输入  $v$ ; 指令解算模块根据输入的伪控制输入  $v$ , 通过动态逆环节, 解算得到完成给定控制指令所需的三轴操纵力矩; 控制分配模块通过基底排序最优控制分配方法<sup>[16]</sup> 将期望的三轴力矩分配到各个操纵面上. 系统通过模型跟踪、刚体逆动力学解算和多操纵面控制分配来实现最终实现系统的整体控制.



$\dot{y}_{rm}(\ddot{y}_{rm})$ —操纵指令期望的一阶(二阶)响应;  $y_c$ —系统输入操纵指令;  $y_{rm}$ —操纵指令期望响应;  $e$ —响应误差;  $K$ —比例环节;  $v_p$ —位置误差信号;  $v$ —伪控制输入;  $M$ —期望控制力矩;  $x$ —飞机状态变量;  $u$ —飞机舵面偏角指令;  $y$ —操纵指令实际响应.

图3 飞行控制系统结构图

Fig. 3 Configuration diagram of flight control system

### 3.2 纵向主操纵面

FW-H 构型飞翼飞机纵向运动的主操纵面是内侧升降副翼, 其特点是操纵力臂相对较短. 在起飞状态下, 选取时长 3 s, 幅值  $1^\circ$  的迎角阶跃信号为系统输入指令, 固定外侧升降副翼和开裂式方向舵偏转速率限制值均为  $120(^\circ)/s$ , 依次选取内侧升降副翼偏转速率限制值分别为 120、80、79、66 和  $65(^\circ)/s$  的 5 种情形进行量化分析.

FW-H 飞机在不同速率限制下的迎角时域响应如图 4 所示. 随着偏转速率限制值的降低(情形 1→5), 迎角响应的峰值增大, 迎角变化的平稳性逐渐变差. 速率限制值较大时, 迎角响应变化比较平缓, 系统跟踪特性良好. 速率限制值较小时(情形 4 和情形 5), 迎角响应振荡, 反应比较剧烈, 飞机控制困难, 跟踪特性较差.

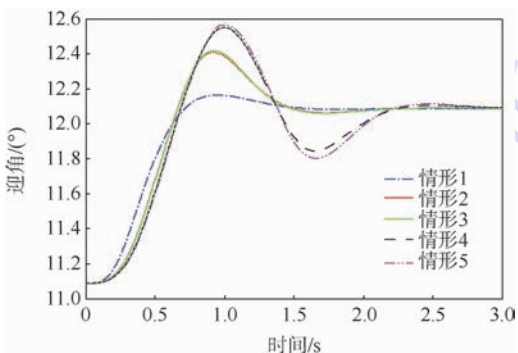


图4 迎角响应特性曲线

Fig. 4 Response characteristic curve of angle of attack

对于大展弦比飞翼布局飞机, 由于取消平尾后机身变短, 其纵向阻尼特性显著下降, 对操纵面

的要求较高. 受速率限制约束, 舵机回路输出  $\delta$  与输入  $\delta_c$  的幅值比  $\delta/\delta_c < 1$ , 并且随着舵机速率饱和和时间增加, 幅值比  $\delta/\delta_c$  减小<sup>[17]</sup>. 随着舵机回路速率限制值的降低, 对同一输入指令, 舵机速率处于饱和状态的时间增多, 舵机回路的非线性特性加强, 输出幅值减小严重, 使得舵面操纵效果减弱, 飞机振荡加剧, 故平稳性下降.

FW-H 飞机俯仰角速度响应特性主要依据 Chalk 准则的瞬态峰值比  $\Delta q_{min}/\Delta q_{max}$  进行短周期时域品质特性评定. 短周期俯仰响应的阻尼特性通过瞬态峰值比体现.

由图 5 得瞬态峰值比结果, 如表 2 所示. 从表 2 可知, 随着速率限制值  $\dot{\delta}_{max}$  的减小, 基于 Chalk 准则的飞行品质参数  $\Delta q_{min}/\Delta q_{max}$  逐渐变大, 短周期阻尼下降, 飞行品质特性有逐渐变差的趋势, 对应的 Chalk 准则的飞行品质等级逐渐降低.

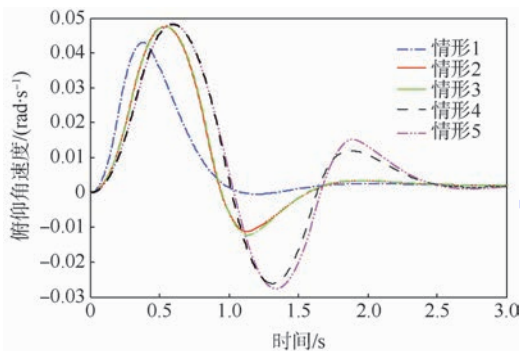


图5 俯仰角速度响应曲线

Fig. 5 Characteristic curve of pitch angle velocity response

表2 纵向 Chalk 准则飞行品质评定结果

Table 2 Flying qualities assessment results by vertical Chalk criteria

情形	$\dot{\delta}_{max}/((^\circ) \cdot s^{-1})$	$\Delta q_{min}/\Delta q_{max}$	$t_1/s$	等级
1	120	0.063	0.099	—
2	80	0.290	0.119	—
3	79	0.310	0.123	二
4	66	0.600	0.161	二
5	65	0.620	0.163	三

此外, 飞机的有效时间延迟  $t_1$  随着偏转速率限制的降低而增加, 飞机的快速性变差, 无法及时地跟踪期望的响应特性. 在控制系统的舵机回路中, 若速率限制值较小, 舵机速率易达到饱和状态, 舵机回路变成非线性动态环节, 致使舵机输出与输入指令间存在较大的相位滞后, 故时间延迟增加<sup>[17]</sup>.

对 FW-H 飞机, 当纵向主操纵面内侧升降副翼的偏转速率限制值大于  $80(^\circ)/s$ , 系统跟踪特性良好, 可获得一级飞行品质; 当速率限制值小于  $66(^\circ)/s$ , 状态变量变化幅度较大, 飞行品质特性

较差,只能达到三级飞行品质,飞机控制困难.因此,为了保证 FW-H 飞机具有一级飞行品质,其纵向主操纵面偏转速率限制值需大于 $80(^{\circ})/s$ .

### 3.3 横向主操纵面

FW-H 构型飞翼飞机的横向主操纵面是外侧升降副翼.在着陆状态下,选取单位时长为 1 s,幅值为  $0.1 \text{ rad/s}$  的“3211”滚转角速度信号为系统输入指令,固定内侧升降副翼和开裂式方向舵偏转速率限制值均为  $120(^{\circ})/s$ ,依次选取外侧升降副翼偏转速率限制值分别为 120、96、95、56 和  $55(^{\circ})/s$  的 5 种情形进行量化分析.

对于采用复杂飞行控制系统的高阶 FW-H 飞机,利用低阶等效系统方法拟配得到等效滚转模态时间常数  $T_R$ ,结果如表 3 所示.

表 3 滚动模态的横向飞行品质评定结果

Table 3 Lateral flying qualities assessment result of rolling mode

情形	$\dot{\delta}_{\max}/((^{\circ}) \cdot s^{-1})$	$T_R/s$	等级
1	120	1.299	一
2	96	1.400	一
3	95	1.404	二
4	56	2.992	二
5	55	3.011	三

由表 3 可知,随着偏转速率限制值的减小,FW-H 飞机的滚转模态时间常数增大,飞行品质等级逐渐降低.

对于 FW-H 飞机,当其外侧升降副翼偏转速率限制值大于  $96(^{\circ})/s$  时,可获得一级飞行品质,飞机具有良好的滚转动态特性.当速率限制值小于  $56(^{\circ})/s$  时,飞机的横向飞行品质降低至三级,出现扰动时飞机滚转阻尼降低,收敛变慢,控制较难的现象.因此,为保证 FW-H 飞机获得一级飞行品质,其横向主操纵面偏转速率限制值需大于  $96(^{\circ})/s$ .

### 3.4 航向主操纵面

FW-H 构型飞翼飞机的航向主操纵面是开裂式方向舵.在 A 种飞行阶段低空飞行状态下,选取单位时长为 1 s,幅值为  $0.05^{\circ}$  的“3211”侧滑角信号作为系统的输入指令,固定内侧升降副翼和外侧升降副翼偏转速率限制值均为  $120(^{\circ})/s$ ,依次选取开裂式方向舵偏转速率限制值分别为 120、69、68、16 和  $15(^{\circ})/s$  的 5 种情形进行量化分析.

对于采用复杂飞行控制系统的高阶 FW-H 飞机,利用低阶等效系统方法拟配得到飞机的荷兰滚模态的阻尼比  $\zeta_d$  及自然频率  $\omega_{nd}$ ,结果如表 4 所示.

表 4 荷兰滚模态的航向飞行品质评定结果

Table 4 Directional flying qualities assessment of Dutch rolling mode

情形	$\dot{\delta}_{\max}/((^{\circ}) \cdot s^{-1})$	$\zeta_{d \min}$	$(\zeta_d \omega_{nd})_{\min}/(\text{rad} \cdot s^{-1})$	$\omega_{nd \min}/(\text{rad} \cdot s^{-1})$	等级
1	120	0.532	2.26	4.27	一
2	69	0.441	1.72	3.90	一
3	68	0.353	1.32	3.76	二
4	16	0.020	0.051	2.56	二
5	15	0.017	0.040	2.34	三

由表 4 可知,随着偏转速率限制值的减小,飞机荷兰滚模态阻尼比和自然频率降低,飞行品质等级逐渐降低.

对于 FW-H 飞机,当开裂式方向舵偏转速率限制值大于  $69(^{\circ})/s$  时,飞机闭环系统的荷兰滚模态参数阻尼比与自然频率满足一级飞行品质要求.当偏转速率限制值小于  $16(^{\circ})/s$  时,其航向飞行品质降低至三级,急剧机动时飞机控制较难.因此,为保证 FW-H 飞机具有一级飞行品质,其航向主操纵面偏转速率限制值需大于  $69(^{\circ})/s$ .

### 3.5 三轴舵面偏转速率大小对比分析

根据上述分析,FW-H 飞翼构型飞机纵、横、航向主操纵面偏转速率设计最小值依次为 80、96、 $69(^{\circ})/s$ .

舵机回路的速率限制会引起一定的相位滞后,产生时间延迟.给定输入下速率限制值越小引发的时间延迟越大.具有小的时间延迟是好的飞行品质的关键.由于飞行任务的不同,规范 MIL-STD-1797A 对飞机纵、横、航向的时间延迟要求不同.纵向 Chalk 准则有效时间延迟一级要求为  $t_1 \leq 0.12 \text{ s}$ .横向滚转控制要求的一级等效时间延迟为  $\tau_{ep} \leq 0.1 \text{ s}$ .而在规范中对航向时间延迟  $\tau_{e\beta}$  没有提出要求. $\tau_{e\beta}$  的大小并不像在俯仰及滚转控制时那么严重地影响飞行品质,因为驾驶员通常不采用航向控制来完成侧滑角的高增益精确跟踪任务.因此,从飞行品质对时间延迟要求出发,大展弦比飞翼布局飞机对横向主操纵面偏转速率限制值要求最高,其次是纵向,最后是航向.

除飞行品质要求外,飞机舵面偏转速率限制值的大小还与飞机本体有量纲的阻尼导数有关.对飞翼飞机,纵向主要体现为  $|\bar{M}_q + \bar{M}_{\dot{\alpha}}|$ ,横向为  $|\bar{L}_p|$ ,航向为  $|\bar{N}_r|$ ,具体计算公式为<sup>[8]</sup>

$$\bar{M}_q + \bar{M}_{\dot{\alpha}} = \frac{(C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \cdot c^2 \cdot QS}{I_y \cdot 2V_*} \quad (1)$$

$$\bar{L}_p = \frac{C_{lp}}{I_x} \cdot b^2 \cdot \frac{QS}{2V_*} \quad (2)$$

$$\bar{N}_r = \left( \frac{C_{nr}}{I_z} + \frac{I_{zx}}{I_x I_x} C_{lr} \right) \cdot b^2 \cdot \frac{QS}{2V_*} \quad (3)$$

式中:  $c$  为平均弦长;  $b$  为展长;  $Q$  为动压;  $S$  为翼面积;  $V_*$  为基准运动飞行速度;  $I_x$  为绕滚转轴转动惯量;  $I_y$  为绕俯仰轴转动惯量;  $I_z$  为绕偏航轴转动惯量;  $I_{zx}$  为滚转偏航轴的惯性积。

对同一输入指令,若飞机的有量纲阻尼导数越大,动态响应快速性就越好,对指令速率的增加要求就越高。当舵面偏转速率限制值较小,速率处于饱和状态时,指令速率的增加会受到限制。因此,有量纲的阻尼导数越大,相应的舵面偏转速率限制值需越大。

由式(1)~式(3)可见,飞翼布局飞机三轴舵面偏转速率限制值的相对大小不仅与飞机气动导数有关,还与飞机的转动惯量、展弦比等相关。实际工程设计中还与舵面铰链力矩、机体和舵面弹性变形等因素相关。

与常规飞机相比,FW-H飞机由于取消尾翼,气动导数  $C_{m\dot{\alpha}}$ 、 $C_{nr}$  和  $C_{lr}$  近似忽略为0,  $C_{mq}$  远小于常规飞机,为-2.3,而  $C_{lp}$  因大展弦比(9.3)较常规飞机大一些,为-0.568。在惯量特性方面,因取消尾翼,FW-H飞机  $I_y$  最小。三轴转动惯量大小依次为  $I_x = 1.58 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_y = 2 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_z = 1.74 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_{zx} = 6.62 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。依次将相关气动导数、转动惯量和展弦比代入式(1)~式(3),得到  $|\bar{N}_r| < |\bar{M}_q + \bar{M}_{\dot{\alpha}}| < |\bar{L}_p|$ 。因此,就阻尼特性而言,航向 < 纵向 < 横向。故对FW-H大展弦比飞翼布局飞机,横向要求的舵面偏转速率限制值最高,其次是纵向,最后是航向。

## 4 结论

1) 舵面偏转速率的大小影响飞机的飞行品质。对于本体稳定特性较差的飞翼布局飞机而言,其舵面偏转速率必须具有足够的大小,以保证获得满意的飞行品质特性。

2) 建立了飞翼布局飞机舵面偏转速率设计方法:首先进行舵面人工解耦,确定临界飞行状态点,设定舵面偏转速率设计初值,然后选取飞行品质评定准则,进行闭环系统飞行品质评定,最后依据评定结果,修改速率限制值,直至其满足一级飞行品质要求。

3) 基于飞行品质规范要求以及飞机本体阻尼特性,FW-H大展弦比飞翼布局飞机对横向主操纵面偏转速率限制值要求最高,其次是纵向,最

后是航向,对应的数值依次为96、80和69(°)/s。

## 参考文献 (References)

- [1] 王广雄,何朕. 控制系统设计[M]. 北京:清华大学出版社,2008:176-194.  
Wang G X, He Z. Control system design[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 176-194 (in Chinese).
- [2] Klyde D H, Mitchell D G. Investigating the role of rate limiting in pilot-induced oscillations[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 27(5): 804-813.
- [3] Klyde D H, McRuer D T, Myers T T. PIO analysis with actuator rate limiting[C] // 21st Atmospheric Flight Mechanics Conference. Reston: AIAA, 1996: 29-31.
- [4] Hanke D. Flight test evaluation and data analysis of rate limiting induced PIO's[C] // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2003: 194-214.
- [5] 张跃,段镇. 轴对称飞行器滚转稳定控制与舵机技术指标[J]. 光学精密工程, 2010, 18(1): 100-107.  
Zhang Y, Duan Z. Roll stable control and rudder's technologic parameters of axisymmetric aircrafts[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(1): 100-107 (in Chinese).
- [6] 李森,王立新,黄成涛. 舵面特性对飞翼构型作战飞机短期品质影响[J]. 航空学报, 2009, 30(11): 2059-2065.  
Li M, Wang L X, Huang C T. Influence of control surface characteristics on short period mode flying qualities for flying wing aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(11): 2059-2065 (in Chinese).
- [7] 张明廉. 飞行控制系统[M]. 北京:航空工业出版社,1994: 26-28.  
Zhang M L. Flight control system[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1994: 26-28 (in Chinese).
- [8] 方振平,陈万春,张曙光. 航空飞行器飞行动力学[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2005:222-223.  
Fang Z P, Chen W C, Zhang S G. Aircraft flight dynamics[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005: 222-223 (in Chinese).
- [9] 飞机设计手册总编委会. 飞机设计手册6(气动设计)[M]. 北京:航空工业出版社,2002:413-414.  
Aircraft Design Manual General Editor Committee. Aircraft design manual 6 (aerodynamic design) [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2002: 413-414 (in Chinese).
- [10] 王磊,王立新,贾重任. 飞翼布局飞机开裂式方向舵的作用特性和使用特点[J]. 航空学报, 2011, 32(8): 1392-1399.  
Wang L, Wang L X, Jia Z R. Control features and application characteristics of split drag rudder utilized by flying wing[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(8): 1392-1399 (in Chinese).
- [11] MIL-STD-1797A Military Standard; Flying qualities of piloted air planes[S]. Washington D. C.: Department of Defense, 1990: 226-229.
- [12] 高金源,李陆豫,冯亚昌. 飞机飞行品质[M]. 北京:国防工业出版社,2003:107-109.  
Gao J Y, Li L Y, Feng Y C. Aircraft handling qualities[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 107-109 (in Chinese).

- [13] 李林,王立新. 大展弦比飞翼构型作战飞机横航向飞行品质特性[J]. 北京航空航天大学学报,2009,35(6):661-664.  
Li L, Wang L X. Lateral-directional flying quality characteristics of high aspect-ratio combat flying wings[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2009,35(6):661-664(in Chinese).
- [14] 马超,李林,王立新. 大展弦比飞翼布局飞机新型操纵面设计[J]. 北京航空航天大学学报,2007,33(2):149-153.  
Ma C, Li L, Wang L X. Design of innovative control surfaces of flying wing aircrafts with large ratio aspect[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2007,33(2):149-153(in Chinese).
- [15] 高洁,王立新,周堃. 大展弦比飞翼构型飞机阵风载荷减缓控制[J]. 北京航空航天大学学报,2008,34(9):1076-1079.  
Gao J, Wang L X, Zhou K. Gust load alleviation control of aircraft with large ratio flying wing configuration[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(9):1076-1079(in Chinese).
- [16] 杨凌云,高金源,申功璋. 飞行控制中的一种新型最优控制分配方法[J]. 北京航空航天大学学报,2007,33(5):572-576.  
Yang L Y, Gao J Y, Shen G Z. New optimal control allocation method for flight control system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2007,33(5):572-576(in Chinese).
- [17] Klyde D H, McRuer D T, Myers T T. Pilot-induced oscillation analysis and prediction with actuator rate limiting[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics,1997,20(1):81-89.

## Design of actuator rate for flying wing aircraft

HE Qianlin, WANG Lixin\*

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The actuator rate is one of the important constraints in designing flight control system. When the actuator rate is saturated, the disturbed aircraft or the aircraft under control may go into pilot induced oscillation (PIO) resulting in lowering the flying quality. The design method of limiting the actuator rate value for flying wing was built. The design examples of actuator rate for the triaxial main control surface of high-aspect-ratio flying wing aircraft were introduced. The effects of actuator rate limit on dynamic response characteristics of the aircraft and a combined parameter composed of aerodynamic derivative of aircraft, moment of inertia, and aspect-ratio were analyzed. The result indicates that for aircraft with high-aspect-ratio the requested actuator rate of roll control surface is the highest, later is in the pitch control and that of the directional control surface is the lowest. The research method and results can be used to guide the preliminary design of actuator and flight control system for flying wing aircraft.

**Key words:** flying wing; actuator rate; high-aspect-ratio; flight dynamics; flying quality

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0682



# 基于任务的飞机大迎角飞行品质评定准则

侯天俊<sup>1</sup>, 郭有光<sup>2</sup>, 王立新<sup>\*2</sup>

(1. 北京航空航天大学 中法工程师学院, 北京 100191; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对现代战斗机大迎角飞行品质缺少量化评定准则的问题, 在常规飞行品质评定准则的基础上, 采用基于任务的飞行品质评定方法, 通过主观评估和客观评估, 对多个具有不同电传操纵特性的飞机进行飞行品质评定, 由此建立了定量的横向和纵向的大迎角飞行品质评定准则. 将所得到的基于任务的大迎角飞行品质评定准则与常规飞行品质评定准则对比, 结果表明: 具有更大阻尼比和更大短周期操纵期望参数, 在横向具有更大滚转模态时间常数的飞机, 其大迎角飞行品质等级更优. 建立的这一准则更适用于战斗机大迎角飞行的飞行品质评定研究, 并可作为现代战斗机的设计标准.

**关键词:** 大迎角; 飞行品质; 评定准则; 基于任务; 战斗机

**中图分类号:** V221.13

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1736-06

随着现代战斗机机动性能的提高, 原来尽可能避免进入的大迎角区, 现已逐渐成为提高作战效能颇有利用价值的空间<sup>[1]</sup>. 这类高性能战机多采用高增益的电传飞行控制系统, 如何准确地评定其大迎角的飞行品质显得十分的必要与迫切. 然而, 常规飞行品质的评定准则是依据小迎角飞行试验和数据制定的, 并不完全适用于战斗机大迎角飞行品质的评定<sup>[2-5]</sup>.

相比常规飞行品质评定方法, 基于任务的飞行品质评定方法具有任务针对性和包线适应性, 可以评定多轴耦合的飞行品质, 因此能够对飞机大迎角飞行特性做出较为准确的评估. 但使用这种方法仅能够评定任务完成的效果, 不能有效地指导飞机飞行控制律的设计<sup>[6]</sup>. 因此需要寻求通过这种方法所得到的飞行品质评定结果与高阶闭环飞机特征参数之间的关系, 形成飞机大迎角飞行品质的评定准则.

目前, 对大迎角飞行品质评定准则的研究多

集中于定性方面. 文献[4]针对某型飞机低阶等效后的动态模型, 从高阶闭环飞机系统的纵向短周期阻尼与频率、稳态轴滚转速率和滚转模态时间常数( $T_r$ )出发, 着重研究了 $60^\circ$ 迎角下飞机系统的参数与飞行员完成任务过程中的感受之间的关系. 但尚未见有大迎角飞行品质的定量评定准则研究报道.

本文针对IV类高增益飞机, 采用基于任务的大迎角飞行品质评定方法, 通过模拟飞行试验, 研究了飞机大迎角飞行品质的评定新准则, 并分析了新准则与常规评定准则不同的物理原因.

## 1 基于任务的大迎角飞行品质评定方法

基于任务的飞行品质评定方法主要依据特定机动任务的完成效果来评定飞机的飞行品质<sup>[7-8]</sup>. 完成任务后, 通过主观评估和客观评估对飞机的飞行品质进行评定. 评定结果分为3个等

收稿日期: 2014-11-04; 录用日期: 2014-12-05; 网络出版时间: 2014-12-16 19:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20141216.1950.001.html

作者简介: 侯天俊(1990—), 男, 河南开封人, 硕士研究生, tianjun.hou@buaa.edu.cn

\* 通讯作者: 王立新(1965—), 男, 江西南丰人, 教授, wx\_c818@163.com, 主要研究方向为飞机总体设计、新概念布局飞机动态特性与先进控制设计、民机飞行动力学与飞行安全.

**引用格式:** 侯天俊, 郭有光, 王立新. 基于任务的飞机大迎角飞行品质评定准则[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1736-1741. Hou T J, Guo Y G, Wang L X. Mission-oriented flying qualities criteria for high angle of attack aircraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1736-1741 (in Chinese).

级,表1列出了各飞行品质等级与任务适应性之间的关系<sup>[9-10]</sup>.

表1 基于任务的飞行品质评定等级

Table 1 Flying qualities evaluated levels based on missions

飞行品质等级	描述
1级	飞机飞行品质明显地适合完成任务飞行阶段.
2级	飞行品质适合于完成任务的飞行阶段,但飞行员有一定的工作负担和/或任务完成效果有一定地降低.
3级	飞行品质能满足安全地操纵飞机,但飞行员有很重的工作负担和/或任务完成的效果不好.

### 1.1 飞行任务的选取

飞机飞行品质的评定应包含纵向、横向和航向三轴飞行品质的评定.在大迎角飞行任务中,飞机主要作纵向大过载的拉起与横滚的运动,极少进行偏航飞行,故不需考虑以航向运动为主的任务<sup>[11]</sup>.选取以下两种针对IV型飞机“A种”飞行阶段,操作难度适中、获取数据方便的大迎角机动任务.

#### 任务1 俯仰姿态捕获与保持机动<sup>[10]</sup>.

该任务可以评定飞机的纵向飞行品质.任务开始时,在测试机前方1 km、上方600 m设置一架以空速130 m/s定直平飞的目标飞机,测试机保持和目标机相同速度.机动开始后飞行员使用纵向操纵杆尽快捕获目标机.

#### 任务2 大迎角滚转与捕获机动<sup>[6]</sup>.

该任务可以评定飞机的横向飞行品质.任务开始时,首先设定地面路标作为航向目标,飞机初速度150 m/s,进行“破S”机动.滚转为倒飞并拉杆到俯仰角 $\theta = -90^\circ + \alpha$ ,其中, $\alpha$ 为测试迎角,此时速度矢量与地面垂直.达到上述条件以后,立即向左或向右压满杆进行最大滚转机动,机动过程中尽量保持迎角不变.滚转360°捕获地面路标以捕获初始航向,然后退出滚转.

### 1.2 主观评估

主观评估需要有飞行员的参与,通过飞行员在任务完成后填写库珀-哈珀( Cooper-Harper)评分表对飞机飞行品质进行评定.评分表将飞机的飞行品质分为10个飞行员评价尺度,分别对应于3个评定等级.飞行员根据飞机在机动任务中的特性直接打分<sup>[12]</sup>.

### 1.3 客观评估

客观评估主要对飞行任务中所记录的各项参数进行分析,根据特定的客观评估标准得到对任务完成效果的评定.其中,比较重要的参数有密位数、捕获时间、捕获超调次数等.所谓密位数是指

目标机到飞行员眼点的瞄准视线向量与机身坐标x轴(零密位视线)之间的夹角,单位为密位(mil),密位与弧度的换算关系为:1 mil =  $2\pi/6400$  rad.捕获时间是指从开始机动到目标机第1次进入瞄准带内的时间.捕获超调次数的定义是在捕获目标后目标机超出瞄准带的次数.

表2和表3分别为所选取的两种机动任务的客观评估标准.

表2 俯仰姿态捕获与保持机动客观评定标准

Table 2 Subjective evaluation standard of pitch attitude capture and hold maneuver

飞行品质等级	捕获密位数	超调次数
1级	80密位水平带	一次以内
2级	80密位水平带	两次以内
3级	无法捕获	超过两次

表3 大迎角滚转与捕获机动客观评定标准

Table 3 Subjective evaluation standard of high angle of attack roll and capture maneuver

飞行品质等级	捕获密位数	超调次数
1级	80密位垂直带	一次以内
2级	80密位垂直带	两次以内
3级	无法捕获	超过两次

在得到主观评估和客观评估的结果之后,两种评估方法得到的最低品质等级即为该战斗机的飞行品质等级.

### 1.4 评定示例

本文所研究的飞机为IV类高增益飞机,如歼击机、战术侦察机等.所针对的飞行阶段为“A种”飞行阶段,即要求急剧机动、精确跟踪,如空战、对地攻击、空中加油等阶段.以高增益飞机F16战斗机为模型进行模拟试飞试验<sup>[13-16]</sup>.

#### 1.4.1 纵向飞行品质评定

测试机初始状态为:初始速度130 m/s,初始高度7 km.俯仰姿态捕获与保持机动过程中密位数随时间的变化如图1所示.

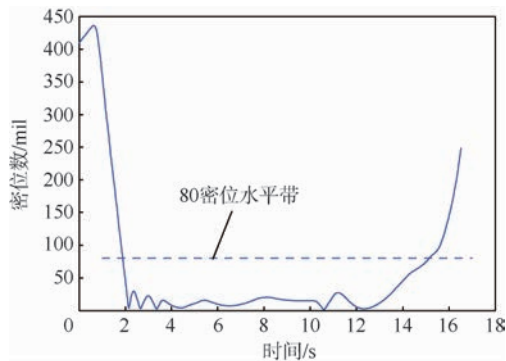


图1 俯仰姿态捕获与保持机动过程中密位数的变化  
Fig. 1 Variation of mil error in pitch attitude capture and hold maneuver

如图1所示,测试机在2 s之内捕获了目标机,使目标机位于80 mil以内,没有超调.根据表2的客观评定标准,客观评定结果为1级.

完成模拟飞行任务后,飞机飞行品质的主观评定结果如表4所示.依据飞行员评价尺度,可得主观评定的结果为1级.

表4 纵向飞行品质主观评估结果

Table 4 Result of subjective evaluation of longitudinal flying quality

飞行员评价尺度	捕获速度	任务评价
2	快速	纵向反应很快,阻尼小,可以快速捕获目标,且可以稳定跟踪.

根据主观评估和客观评估结果,取最低飞行品质等级,可以得到算例飞机的大迎角纵向飞行品质等级为1级.

#### 1.4.2 横向飞行品质评定

测试机初始状态如下:初始速度150 m/s,初始高度7 km,测试迎角为30°.

任务中飞机偏航角随时间的变化如图2所示( $1^\circ \approx 17.78$  mil),纵坐标 $\psi$ 为偏航角.可以看出,测试机在28 s时成功捕获偏航角,但在31 s时有一次超调.根据表3的客观评定标准,客观评定结果为2级.

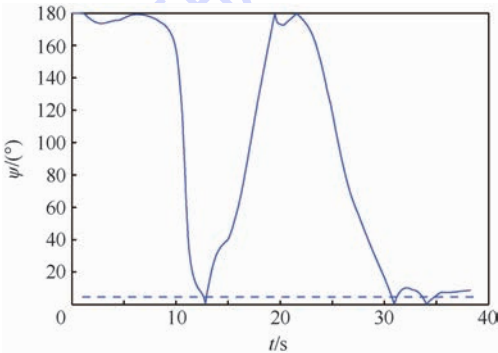


图2 大迎角滚转与捕获机动过程中偏航角的变化

Fig.2 Variation of yaw angle in high angle of attack roll and capture maneuver

完成模拟飞行任务后,飞机飞行品质的主观评定结果如表5所示.依据飞行员评价尺度,可得主观评定的结果为2级.

表5 横向飞行品质主观评估结果

Table 5 Result of subjective evaluation of lateral flying quality

飞行员评价尺度	捕获速度	任务评价
4	中等	横向反应速度中等,基本可以在较短时间内完成捕获.

根据主观评估结果和客观评估结果,取最低飞行品质等级,可以得到算例飞机的大迎角横向

飞行品质等级为2级.

## 2 大迎角飞行品质评定准则

对于常规响应类型的电传操纵飞机,可通过低阶等效法得到高阶闭环飞机系统的参数,然后使用短周期操纵期望参数(Control Anticipate Parameter, CAP)准则和滚转模态特性来评定飞机的纵向和横向飞行品质.

通过对不同电传操纵特性的飞机进行模拟试验,再使用基于任务的飞行品质评定方法对试验结果进行评定,便可建立大迎角状态下战斗机飞行品质的CAP准则和滚转模态特性的品质评定边界.

由于驾驶员通常不采用航向操纵来完成侧滑角的高增益跟踪与捕获任务,因此,纵向和横向飞行品质即可决定飞机的大迎角飞行品质.

### 2.1 纵向飞行品质评定准则边界

在试验中,保持高阶闭环飞机系统横向传递函数的参数不变,以30°为测试迎角,测试不同的短周期阻尼比 $\xi_{sp}$ 和CAP参数的组合情形,并通过第1.1节所述的姿态捕获与保持任务对其纵向飞行品质进行评定.表6给出了8种参数组合的品质评定结果.

表6 基于任务的纵向飞行品质评定方法与传统评定方法的纵向飞行品质等级对比

Table 6 Comparison of longitudinal flying qualities level between mission-oriented flying qualities evaluation method and conventional evaluation method

CAP	$\xi_{sp}$	常规飞行品质评定结果	基于任务的飞行品质评定结果	
			飞行员评价	等级
0.1	6	3级	反应速度过慢,无法捕获目标	3级
0.4	1	1级	反应速度较慢	2级
1	0.5	1级	可以捕获目标,但易超调	2级
1	1	1级	可捕获目标,稳定跟踪	1级
1	2	3级	反应速度偏慢,但可精确捕获和跟踪目标	2级
2	1.5	2级	反应速度快,可捕获目标,稳定跟踪	1级
5	1	2级	可快速捕获目标并稳定跟踪	1级
7	7	3级	易产生大幅振荡,无法控制	3级

如表6所示,通过常规纵向飞行品质评定方法所得到的飞行品质等级与基于任务的纵向飞行品质评定方法所得到的飞行品质等级有所不同.

试验中继续选取了CAP值在区间 $[0.1, 10]$ 内、 $\xi_{sp}$ 在区间 $[0.1, 10]$ 内的400余种参数组合,对模型飞机进行基于任务的飞行品质评定,得到了如图3中实线部分所示的曲线,该曲线即为基于任务的纵向飞行品质评定准则的边界.图3中虚线部分为常规方法的IV型飞机“A种”飞行阶段的纵向飞行品质评定准则边界.其中,较粗和较细的虚线分别为常规飞行品质的1级和2级评定准则,较粗和较细的实线分别为基于任务的飞行品质的一级和二级评定准则.

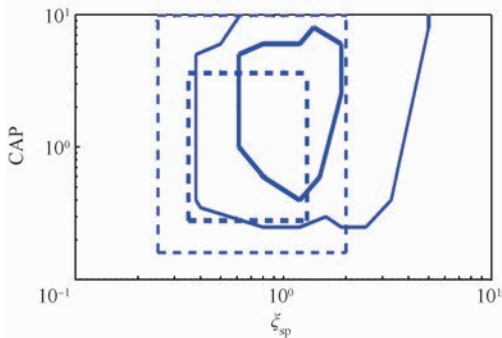


图3 基于任务的飞机大迎角纵向飞行品质评定准则边界

Fig.3 Evaluation boundaries of mission-oriented longitudinal flying qualities criteria for high angle of attack aircraft

### 2.2 横向飞行品质评定准则边界

在试验中,保持闭环飞机系统的纵向传递函数的参数不变,选取6个不同的 $T_r$ 值进行模拟测试,并通过第1.1节所述的大迎角滚转与捕获任务对其横向飞行品质进行评定,得到的评定结果如表7所示.

表7 基于任务的横向飞行品质评定结果与传统评定方法结果的横向飞行品质等级对比

Table 7 Comparison of lateral flying qualities level between mission-oriented flying qualities evaluation method and conventional evaluation method

$T_r$	基于任务的飞行品质评定结果		等级
	常规飞行品质评定结果	飞行员评价	
0.45	1级	易产生小幅振荡,不易控制	2级
0.55	1级	反应速度快,能够精确地完成截获	1级
1.2	2级	反应速度快,能够精确地完成截获	1级
1.4	2级	反应速度中等,基本可以完成截获.	2级
1.9	3级	反应速度较慢,可以完成截获	2级
2.1	3级	反应速度过慢,无法完成任务	3级

通过图3、表6和表7可以看出,通过常规评

定方法所得到的飞行品质等级与基于任务的评定方法所得到的飞行品质等级有所不同.在区间 $[0.1, 10]$ 中取200个不同的 $T_r$ 进行模拟试验,得到的结果如表8所示,该表即为基于任务的横向飞行品质评定边界.表中第2列为常规方法的IV型飞机“A种”飞行阶段的横向飞行品质准则边界.

表8 大迎角横向飞行品质评定边界

Table 8 Evaluation boundaries of lateral flying qualities criteria for high angle of attack aircraft

飞行品质等级	常规飞行品质评定准则边界	基于任务的飞行品质评定准则边界
1级	$0.33 < T_r \leq 1.0$	$0.5 < T_r \leq 1.3$
2级	$1.0 < T_r \leq 1.4$	$1.3 < T_r \leq 2.0$
3级	$1.4 < T_r \leq 10.0$	$2.0 < T_r \leq 10.0$

## 3 不同飞行品质评定准则的对比分析

### 3.1 纵向飞行品质

根据表6,在 $\xi_{sp} = 1$ 的情况下,CAP = 0.4时,基于任务的飞行品质评定等级低于常规飞行品质评定等级,CAP = 5时,基于任务的飞行品质评定等级高于常规飞行品质评定等级.故适当增大CAP,可以提高大迎角飞行品质评定等级.在CAP = 1的情况下, $\xi_{sp} = 0.5$ 时,基于任务的飞行品质评定等级低于常规飞行品质评定等级, $\xi_{sp} = 1.5$ 时,则得到相反的飞行品质评定等级.故适当增大 $\xi_{sp}$ 也可以提高大迎角飞行品质评定等级.通过图3中直观的对比可以得到相同结论.

这是因为在大迎角状态下捕获目标通常需要飞行员做出较大的杆力/杆位移输入.CAP参数的物理意义是单位杆力所产生的初始俯仰角加速度,与稳态飞行时产生单位过载所需杆力的乘积,故增大CAP参数的值意味着提高了杆力灵敏度,减小了单位过载杆力,有利于快速捕获目标.而较大阻尼比可以防止因大幅操纵产生的振荡响应.

文献[4]给出了 $60^\circ$ 迎角下定性的纵向飞行品质评定准则.其分析指出,适当增大短周期频率和短周期阻尼可以提高 $60^\circ$ 迎角下飞机的纵向飞行品质等级.而短周期频率与初始俯仰角加速度呈正相关.因此,提高短周期频率即意味着提高CAP参数,这与本文所得到的研究结果一致.

### 3.2 横向飞行品质

根据表7, $T_r = 0.4$ 时,基于任务的飞行品质评定等级低于常规飞行品质评定等级,而 $T_r = 1.2$ 和 $T_r = 1.9$ 时,基于任务的飞行品质评定等级均比常规飞行品质评定等级提高了一个等级.即

适当地增大  $T_r$  可以得到更高的大迎角飞行品质评定等级. 通过表 8 直观的对比也可以得到相同的结论.

$T_r$  的物理意义是达到稳态滚转速率的时间, 描述的是飞机的滚转阻尼特性. 飞机大迎角飞行时, 存在空气动力非线性和迟滞效应, 若保持原有滚转阻尼特性不变, 则容易产生超调, 会使飞行员难以准确地操纵滚转运动. 因此, 较大的  $T_r$  可以减小杆力灵敏度, 避免产生横向的振荡响应.

文献[4]同时给出了  $60^\circ$  迎角下定性的横向飞行品质评定准则. 其分析指出, 适当增大滚转阻尼可以提高飞机的  $60^\circ$  迎角下飞机的横向飞行品质等级. 而  $T_r$  与滚转阻尼正相关, 故增大  $T_r$  可以使滚转阻尼增大, 从而提高飞机的横向飞行品质等级. 这与本文所得到的结果一致.

## 4 结 论

1) 由于飞行员通常不采用航向操纵来完成侧滑角的高增益跟踪与捕获任务, 因此, 纵向和横向飞行品质即可决定飞机的大迎角飞行品质.

2) 相比传统的飞机纵向飞行品质评定准则, 大迎角纵向飞行品质评定准则要求适当增大高阶闭环飞机系统的纵向短周期 CAP 参数与阻尼比.

3) 相比传统的飞机横向飞行品质评定准则, 大迎角横向飞行品质评定准则要求适当增大高阶闭环飞机系统的滚转模态时间常数.

## 参考文献 (References)

- [1] 张翔伦, 左玲, 杨蔷薇. 基于机动作链的飞行品质评价方法研究[J]. 飞行力学, 2006, 24(3): 13-16.  
Zhang X L, Zuo L, Yang Q W. Research on the maneuvers-based flying qualities evaluation method [J]. Flying Dynamics, 2006, 24(3): 13-16 (in Chinese).
- [2] 方振平, 陈万春, 张曙光. 航空飞行器飞行动力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005: 196-204.  
Fang Z P, Chen W C, Zhang S G. Flying dynamics of aircraft [M]. Beijing: Beihang University Press, 2005: 196-204 (in Chinese).
- [3] Krekeler G, Wilson D, Riley D. High angle of attack flying qualities criteria, AIAA-1990-0219 [R]. Reston: AIAA, 1990.
- [4] Wilson D J, Citurs K D, Davidson J B. Development of flying qualities criteria for  $60^\circ$  angle of attack, AIAA-1994-3506-CP [R]. Reston: AIAA, 1994.
- [5] 董彦飞, 荣康, 高杰. 飞机飞行品质规范发展综述[J]. 飞行力学, 2010, 28(5): 1-4.  
Dong Y F, Rong K, Gao J. Development of aircraft flying qualities specification [J]. Flying Dynamics, 2010, 28(5): 1-4 (in Chinese).
- [6] Wilson D J, Riley D R, Citurs K D. Aircraft maneuvers for the evaluation of flying qualities and agility. VOL2: Maneuver descriptions and selection guide, WL-TR-93-3082 [R]. St. Louis: WL-TR, 1993.
- [7] 冯亚昌, 高金源, 李陆豫. 飞机飞行品质[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 54-59.  
Feng Y C, Gao J Y, Li L Y. Aircraft handling qualities [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 54-59 (in Chinese).
- [8] MIL-STD-1797A Military standard: Flying qualities of piloted aircraft [S]. Washington D. C.: Department of Defense, 1997: 39-44.
- [9] MIL-F-8785C Military specification: Flying qualities of piloted airplanes [S]. Washington D. C.: Department of Defense, 1980: 189-193.
- [10] Mitchell G D, Klyde D H. A set of demonstration maneuvers for the evaluation of aircraft handling qualities, STI ITR-1310-1 [R]. St. Louis: STI ITR, 1996.
- [11] 李森, 王立新, 黄成涛. 舵面特性对飞翼构型作战飞机短周期品质的影响[J]. 航空学报, 2009, 30(11): 2059-2065.  
Li M, Wang L X, Huang C T. Influence of control surface characteristics on short period mode flying qualities for flying wing aircraft [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(11): 2059-2065 (in Chinese).
- [12] Mitchell D G, Roger H H, Bimal L A, et al. Proposed incorporation of mission-oriented flying qualities into MIL-STD-1797A, WL-TR-94-3162 [R]. St. Louis: WL-TR, 1994.
- [13] 邓以高. 飞行器姿态控制方法综述[J]. 战术导弹控制技术, 2006, 53(2): 9-13.  
Deng Y G. Summarization of air vehicle's attitude control methods [J]. Control Technology of Missile, 2006, 53(2): 9-13 (in Chinese).
- [14] 黄华, 徐幼平, 邓志武. 基于 Flightgear 模拟器的实时可视化飞行仿真系统[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(19): 4421-4423.  
Huang H, Xu Y P, Deng Z W. Real-time visual flight simulation system based on Flightgear simulator [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(19): 4421-4423 (in Chinese).
- [15] 王美仙, 李明, 张子军. 飞行器控制律设计方法发展综述[J]. 飞行力学, 2007, 25(2): 1-4.  
Wang M X, Li M, Zhang Z J. Developing status of control law design methods for flight [J]. Flying Dynamics, 2007, 25(2): 1-4 (in Chinese).
- [16] 龙晋伟, 潘文俊, 王立新. 战斗机动态逆控制律对比研究[J]. 飞行力学, 2013, 31(4): 297-300.  
Long J W, Pan W J, Wang L X. A comparison of nonlinear dynamics inversion control designs for an fighter aircraft [J]. Flying Dynamics, 2013, 31(4): 297-300 (in Chinese).

## Mission-oriented flying qualities criteria for high angle of attack aircraft

HOU Tianjun<sup>1</sup>, GUO Youguang<sup>2</sup>, WANG Lixin<sup>\*2</sup>

(1. Sino-French Engineering School, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. School of Aeronautics Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The flying qualities evaluation of high angle of modern attack aircraft lacks of quantitative evaluation criteria. Based on the conventional flying qualities criteria, with mission-oriented flying qualities evaluation method, various flying by wire systems with different transfer function parameters were tested, by subjective evaluation method and objective evaluation method. Thus, quantitative longitudinal and lateral flying qualities criteria for high angle of attack aircraft were developed. The result of comparison between the conventional flying qualities evaluation criteria and the quantitative evaluation criteria for high angle of attack aircraft shows that with higher short period damping ratio and control anticipate parameter in longitudinal and higher roll mode time constant in lateral, the flying qualities for high angle of attack aircraft get better. Therefore, the developed criteria is more adaptable in evaluation the flying qualities for the high angle of attack aircraft. This new criteria could be used as a guideline when designing modern air fighters.

**Key words:** high angle of attack; flying qualities; criteria for evaluation; mission-oriented; air fighter

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0685

# 溶液法制备 PVDF 薄膜电活性相方法



孙美玲, 邓元\*, 王瑶

(北京航空航天大学 材料科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 为了制备具有电活性相的聚偏氟乙烯 (PVDF) 薄膜, 采用了简单易操作的溶液涂膜方法, 并研究了不同前驱体溶液浓度、搅拌时间以及热压工艺对 PVDF 不同电活性相的晶型结构形成的影响, 利用 X 射线衍射仪、傅里叶变换红外光谱仪 (FTIR) 对 PVDF 薄膜的晶型结构进行分析。结果表明: 前驱体溶液浓度 7% ~ 10%, 搅拌时间 2 ~ 3 h 都有利于  $\beta$  相的形成, 利用红外光谱, 可以计算  $\beta$  相的含量, 在前驱体溶液浓度 7%, 搅拌时间 2 h 时得到最大的  $\beta$  相含量 81.3%; 热压对 PVDF 薄膜的晶型结构有很大的影响, 经过热压处理的 PVDF 薄膜中  $\gamma$  相转变成更加致密的  $\beta$  相。

**关键词:** 聚合物; 聚偏氟乙烯 (PVDF);  $\beta$  相;  $\gamma$  相; 溶液法

**中图分类号:** O631.1<sup>+2</sup>

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2015)09-1742-07

聚偏氟乙烯 (Poly (Vinylidene Fluoride), PVDF) 因为具有优异的铁电、压电性能和多变的晶型结构, 多年以来受到人们广泛的关注<sup>[1-3]</sup>。半晶态聚合物 PVDF 具有 5 种晶型结构: 全反式 TTT 构型的  $\beta$  相, TGTG 构型的  $\alpha$  和  $\delta$  相, TTT-GTTTG 构型的  $\gamma$  和  $\epsilon$  相<sup>[4]</sup>。氟原子与氢原子、碳原子相比具有更强的电负性, 这就使 PVDF 单体具有很强的偶极矩, 所以 PVDF 每条分子链都有与链垂直的偶极矩。如果聚合物晶型中的分子链排列形成互相平行的偶极矩, 那么晶型就具有极性, 如 PVDF 的  $\beta$ 、 $\gamma$  和  $\delta$  晶型, 其中  $\beta$  相具有最大自发极化率; 然而, 如果晶胞中分子链排列形成反平行的偶极矩, 那么晶型极性消失, 如非极性的  $\alpha$  和  $\epsilon$  相<sup>[4-5]</sup>。在 PVDF 所有的晶型中,  $\beta$  相是电活性最强的晶型, 具有最优的铁电和压电性能, 可以应用在传感器、制动器、电池和磁电领域等。因此, 如何获得电活性相特别是  $\beta$  相成为人们争相

研究的热点<sup>[6-9]</sup>。

为了获得 PVDF 的电活性相, 许多不同的制备方法已经被提出, 主要分为两类: 特殊方法处理纯 PVDF 和添加填料诱导。由  $\alpha$ -PVDF 在温度 80℃ 和拉伸比  $R = 3 \sim 5$  经机械拉伸能够得到  $\beta$  相<sup>[10]</sup>; 熔融状态 PVDF 经高温高压淬火 (280℃,  $\geq 500$  MPa), 或者经超高的冷却速度 ( $> 2000$  K  $\cdot$  s<sup>-1</sup>) 非等温结晶得到 PVDF 电活性相<sup>[11]</sup>; 高压条件下由溶液结晶得到电活性相或者高压条件下通过控制结晶温度 (80℃ 最佳) 直接在 N,N-二甲基甲酰胺 (DMF) 或者二甲基亚砜 (DMSO) 等溶液中结晶得到电活性相<sup>[12]</sup>; 添加黏土、石墨纳米片或者水和盐等填料诱导<sup>[13-14]</sup> 以及与其他物质共聚<sup>[15]</sup> 等方法都可以获得 PVDF 电活性相。机械拉伸法是最常用的方法但是会引入很多缺陷, 造成拉伸后薄膜强度性能的下降。

本文通过最简单易行的溶液法制备 PVDF 电

收稿日期: 2014-11-06; 录用日期: 2014-12-10; 网络出版时间: 2014-12-18 10:06

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20141218.1006.001.html

基金项目: 国家教育部博士点项目基金 (20111102110035)

作者简介: 孙美玲 (1989—), 女, 山东聊城人, 硕士研究生, meiling8911@126.com

\* 通讯作者: 邓元 (1972—), 男, 湖南泸溪人, 教授, dengyuan@buaa.edu.cn, 主要研究方向为新型有机-无机纳米复合功能材料的制备及应用。

引用格式: 孙美玲, 邓元, 王瑶. 溶液法制备 PVDF 薄膜电活性相方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41 (9): 1742-1748.

Sun M L, Deng Y, Wang Y. Preparation methods of PVDF film with electroactive phase by solution method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41 (9): 1742-1748 (in Chinese).

活性相薄膜,研究前驱体溶液的浓度、前驱体溶液搅拌时间和热压工艺对 PVDF 晶型形成的影响,通过红外光谱仪(Fourier Transform infrared spectroscopy, FTIR)和 X 射线衍射仪(X-Ray Diffraction, XRD)确定不同工艺条件制备样品的晶型,最终得到电活性相含量高的 PVDF 薄膜。

## 1 实验

### 1.1 样品制备

#### 1.1.1 原料

PVDF 粉末,FR904 型号,上海三爱富新材料有限公司生产;DMF,分析纯,北京化工厂生产。

#### 1.1.2 前驱体溶液的配制

量取一定体积的 DMF 溶液于烧杯中,加入溶液浓度 1% ~ 10% 的 PVDF 粉末,60℃ 磁力搅拌 1 ~ 3 h,使 PVDF 完全溶解,得到 PVDF/DMF 前驱体溶液。前驱体溶液配制的具体参数条件(溶液浓度和处理时间)列于表 1。

表 1 前驱体溶液制备的工艺条件

Table 1 Processing parameters of precursor solutions preparation

样品编号	溶液浓度/%	处理时间/h
1	7	1
2	7	2
3	7	3
4	1	2
5	10	2

#### 1.1.3 基板的清洗

实验所用的基板为 20 cm × 15 cm 的厚玻璃板。基板表面洁净度对薄膜质量有重要影响。因此为了制得质量优良、不发生龟裂、剥离现象的薄膜,必须在制膜前做好厚玻璃板的清洗工作。先用 1 g/L 的 NaOH 稀溶液浸泡厚玻璃板 24 h,除去表面的附着物;再用去离子水冲洗厚玻璃板,洗净表面的 NaOH 溶液,然后用一定量的乙醇溶液清洗玻璃板表面,将黏附在玻璃板表面的油脂等污染物除去;最后用去离子水冲洗厚玻璃板表面 3 遍,将清洗干净的厚玻璃板放入 80℃ 的烘箱干燥备用。

#### 1.1.4 薄膜制备

采用涂膜机涂膜的方法制备薄膜。以清洗干净的厚玻璃板为基板,将其放置于涂膜机的加热板上,加热板温度设置为 80℃,整个系统预热 10 min。然后将前驱体溶液倾倒在厚玻璃板上,涂膜得到厚度均匀的薄膜。为确保溶剂完全挥发,将样品放入 80℃ 烘箱热处理 24 h,最后得到薄膜样品。

### 1.1.5 熔融热压

通过粉末压片机给样品提供单轴压力,将薄膜样品放在工作空间中央位置,薄膜在 230℃ 热压 20 min,然后加压 4 MPa 热压 20 min,最后保持压力情况下自然冷却至室温,得到热压后 PVDF 样品。

## 1.2 测试

用美国 Nicolet 公司的 iN10MX 型红外光谱仪(实验条件:ATR 模式)和日本理学公司的 D/max-2200/PC 型 X 射线衍射仪(实验条件:Cu 靶,40 KV,30 mA,扫描速度 4(°)/min)表征分析样品的晶型结构。

通过红外光谱图可以确定样品中 β 相的相对含量。为了确定样品中 β 相的含量,用 762 cm<sup>-1</sup> 和 840 cm<sup>-1</sup> 处分别代表 α 相和 β 相的吸收峰。通过文献[5]提出的方法可以确定每个样品中 β 相的含量。假设红外吸收满足 Lambert-Beer 定律,则对于厚度为 L 的薄膜样品,其吸收率为

$$A = \lg \frac{I_0}{I} = \varepsilon XL \quad (1)$$

式中: I<sub>0</sub> 和 I 分别为入射和透过光的光强; X 为各晶相的结晶度; ε 为各晶相的红外吸收系数,是单体密度(C = 0.030 5 mol/cm<sup>3</sup>)和 PVDF 各晶相在特定吸收峰吸收系数的结合(α 相和 β 相的吸收峰的吸收系数分别为: K<sub>α</sub> = 6.1 × 10<sup>4</sup> cm<sup>2</sup>/mol 和 K<sub>β</sub> = 7.7 × 10<sup>4</sup> cm<sup>2</sup>/mol)。所以,对于 1 个只含有 α 和 β 相的样品,β 相的相对含量为

$$F(\beta) = \frac{x_\beta}{x_\alpha + x_\beta} = \frac{A_\beta}{1.26A_\alpha + A_\beta} \quad (2)$$

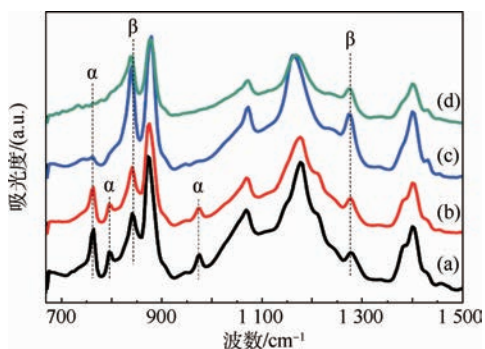
式中: A<sub>α</sub> 和 A<sub>β</sub> 分别为 α 和 β 相在 762 cm<sup>-1</sup> 和 840 cm<sup>-1</sup> 处的吸收峰强度。

## 2 结果与讨论

### 2.1 前驱体溶液搅拌时间对 PVDF 结晶形态的影响

原料 PVDF 和溶液浓度 7% 的溶液经不同搅拌时间得到 PVDF 样品的 FTIR 谱图如图 1 所示。表 2 为波数范围 700 ~ 1 500 cm<sup>-1</sup> 内 PVDF 不同晶型的 FTIR 特征吸收峰<sup>[4,5,16]</sup>。图 1 样品(a)和样品(b)均在 762、796 和 976 cm<sup>-1</sup> 处出现了所有代表 α 相的吸收峰,而在 840 和 1 275 cm<sup>-1</sup> 处代表 β 相的峰强非常弱,说明在原料 PVDF 和搅拌时间为 1 h 的样品中,α 相占主导地位。随着搅拌时间的增长,代表 β 相的 840 和 1 275 cm<sup>-1</sup> 处吸收峰强度明显增强,而代表 α 相的特征吸收峰的强度明显下降,当搅拌时间为 2 h 时(样品(c)),在 796 和

976  $\text{cm}^{-1}$ 处  $\alpha$  相特征峰完全消失,在 762  $\text{cm}^{-1}$ 处  $\alpha$  相特征峰强度明显下降,只表现为一个小突起;当搅拌时间增加为 3 h 时,从图 1 中样品 (d) 可以看出样品的 762、796 和 976  $\text{cm}^{-1}$ 处  $\alpha$  特征峰都完全消失,此时样品中  $\beta$  相占主导地位.



(a) —原料 PVDF;

(b) —溶液浓度 7% 溶液搅拌 1 h 制备的 PVDF;

(c) —溶液浓度 7% 溶液搅拌 2 h 制备的 PVDF;

(d) —溶液浓度 7% 溶液搅拌 3 h 制备的 PVDF;

$\alpha$ — $\alpha$  相吸收峰; $\beta$ — $\beta$  相吸收峰.

图 1 原料 PVDF 和溶液浓度 7% 的 PVDF 溶液经不同搅拌时间制备 PVDF 样品的 FTIR 谱图 (波数范围 700 ~ 1500  $\text{cm}^{-1}$ )

Fig. 1 FTIR spectra of raw PVDF and PVDF solution at mass fraction of 7% with different stirring time (Wavenumber range of 700-1500  $\text{cm}^{-1}$ )

表 2 PVDF 主要晶型的 FTIR 吸收峰<sup>[4-5,16]</sup> (波数范围:700 ~ 1500  $\text{cm}^{-1}$ )

Table 2 FTIR absorption bands of major crystal phases of PVDF<sup>-1</sup>[4-5,16] (Wavenumber range of 700-1500  $\text{cm}^{-1}$ )

晶型	吸收峰位置/ $\text{cm}^{-1}$
$\alpha$ -PVDF	762, 796, 976
$\beta$ -PVDF	840 <sup>a</sup> , 1275 <sup>b</sup>
$\gamma$ -PVDF	833 <sup>a</sup> , 1233 <sup>c</sup>

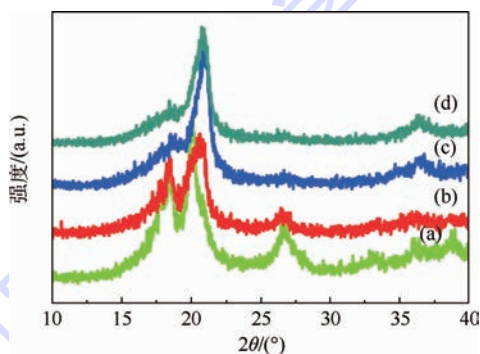
注:a— $\alpha$ - $\beta$ 相和  $\gamma$ 相重叠的吸收峰;b— $\beta$ 相独有的特征吸收峰;c— $\gamma$ 相独有的特征吸收峰.

高分子聚合物材料具有软物质特性,常常对外界弱作用做出强反应.从热力学观点来看,高分子链在没有外力作用时总是自发采取卷曲的形态,使构象熵趋于最大<sup>[17]</sup>.对溶液施加磁力搅拌,溶液核心与周围液体交界处因速度梯度会形成强剪切,作用在聚合物分子链上时,剪切力所带来的能量打破了分子链的自发状态,能够起到扭转分子链的作用,并对分子链的无规热运动产生“导向”效果,从而造成分子构象的改变引起晶型变化.不同的剪切时间会影响高聚物的结晶行为<sup>[17]</sup>.

PVDF 粉体投入 DMF 溶液磁力搅拌时,首先发生粉体颗粒的表面湿润过程,即 DMF 液体取代

PVDF 颗粒表面层的空气,并进入颗粒之间的间隙;接着是 DMF 液体进一步渗入,发生 PVDF 粉体的溶胀,随着搅拌的进行这种溶胀团聚体被流体所打散;最后 PVDF 完全溶解在 DMF 中,分子链脱离了晶格束缚,流动性增加,继续搅拌就会对分子链产生剪切作用力且高聚物材料具有强烈的对力作用时间的依赖性.所以搅拌时间为 1 h 时,样品中  $\alpha$  相居多.当搅拌时间增加到 2 h 和 3 h 时,PVDF 完全溶解,磁力搅拌系统所提供的能量能够满足扭转分子链所需要的能量,这就为全反式  $\beta$  相的形成提供了可能.

XRD 是分析 PVDF 晶型结构的重要手段,原料 PVDF 和质量分数 7% 经不同搅拌时间得到 PVDF 样品的 XRD 谱图如图 2 所示.多数情况下,原料 PVDF (见图 2(a)) 的晶型以  $\alpha$  相为主,在  $2\theta$  为 17.66°、18.30°、20.1°和 26.56°存在全部  $\alpha$  相的峰.在搅拌时间 1 h (见图 2(b)) 时,17.66°处  $\alpha$  相的(100)峰消失,18.30°处  $\alpha$  相的(020)峰和 26.56°处  $\alpha$  相的(021)峰强明显受到抑制,此时样品中仍以  $\alpha$  相为主.随着搅拌时间增加到 2 h 和 3 h (见图 2(c) 和图 2(d)), $\alpha$  相的 18.6°和 26.56°衍射峰消失,而  $\beta$  相的 20.86°处(200)衍射峰成为主衍射峰,此时样品中主要含有  $\beta$  相.这与图 1 中 FTIR 的结果是一致的.



(a) —原料 PVDF;

(b) —溶液浓度 7% 溶液搅拌 1 h 制备的 PVDF;

(c) —溶液浓度 7% 溶液搅拌 2 h 制备的 PVDF;

(d) —溶液浓度 7% 溶液搅拌 3 h 制备的 PVDF.

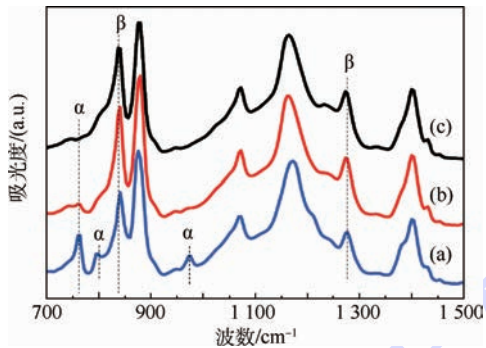
图 2 原料 PVDF 和溶液浓度 7% 的 PVDF 溶液经不同搅拌时间制备 PVDF 样品的 XRD 谱图

Fig. 2 XRD patterns of raw PVDF and PVDF solution at concentration of 7% with different stirring time

## 2.2 前驱体溶液浓度对 PVDF 结晶形态的影响

对于高分子溶液,不同溶剂中高分子链之间的净相互作用力、链的形态、尺寸以及排除体积效应均是不同的,因此即使同一溶剂不同浓度,溶剂性能也可能对高分子链的解缠绕程度和流动性产生影响,进而对所制得的高聚物的结晶构型产

生影响. 图 3 所示为相同搅拌时间(2 h),不同前驱体溶液浓度对 PVDF 结晶形态影响的 FTIR 谱图. 由图 3 可知,前驱体溶液浓度为 1%,代表  $\alpha$  相的特征吸收峰 762、796 和 976  $\text{cm}^{-1}$  都存在,随着溶液浓度的增大,在浓度为 7% 和 10% 时,762、796 和 976  $\text{cm}^{-1}$  处的  $\alpha$  相特征吸收峰逐渐消失,而 840 和 1275  $\text{cm}^{-1}$  处  $\beta$  相的吸收峰强度逐渐增加. 所以如图 3(a) 样品主要含有  $\alpha$  相,如图 3(b) 和图 3(c) 样品中大部分晶相为  $\beta$  相.

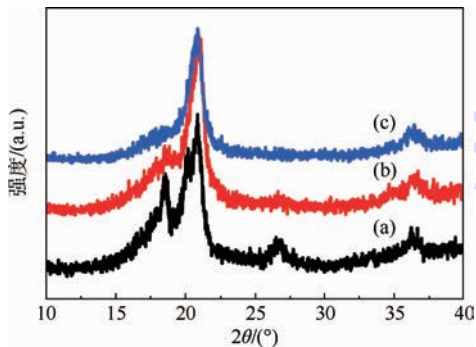


(a) 一前驱体溶液浓度为 1%; (b) 一前驱体溶液浓度为 7%;  
(c) 一前驱体溶液浓度为 10%.

图 3 相同搅拌时间(2 h),不同前驱体溶液浓度对 PVDF 结晶形态影响的 FTIR 谱图  
(波数范围:700~1500  $\text{cm}^{-1}$ )

Fig. 3 FTIR spectra of PVDF at the same stirring time (2 h) with different precursor solution concentrations (Wavenumber range of 700-1500  $\text{cm}^{-1}$ )

为了进一步证明晶型结构,本文做了 XRD 测试. 将相同搅拌时间(2 h)下,不同前驱体溶液浓度对 PVDF 结晶形态影响的 XRD 谱图如图 4 所示. 当前驱体溶液浓度为 10% 时,仅存在 20.86° 处  $\beta$  相的(200)衍射峰,说明此时样品中大部分结晶相为  $\beta$  相. 随着前驱体溶液浓度的降低,18.6° 处代表  $\alpha$  相的衍射峰逐渐增强,前驱体溶液



(a) 一前驱体溶液浓度为 1%; (b) 一前驱体溶液浓度为 7%;  
(c) 一前驱体溶液浓度为 10%.

图 4 相同搅拌时间(2 h),不同前驱体溶液浓度对 PVDF 结晶形态影响的 XRD 谱图

Fig. 4 XRD patterns of of PVDF at the same stirring time (2 h) with different precursor solution concentrations

浓度为 1% 时, $\alpha$  相的 18.6° 和 26.56° 处的衍射峰都存在. 这与图 3 中 FTIR 的分析结果是一致的.

DMF 是 PVDF 的良溶剂,PVDF 在 DMF 中能够很好的溶解. 溶液浓度较小时,高分子线团之间互相分离,随着溶液浓度增加,聚合物分子链之间的相互作用增加,高分子链相互接触、穿插、交叠,分子链的移动性变弱. 搅拌时间同为 2 h 的 PVDF 溶液在厚玻璃板上成膜时,聚合物分子链的 C-F 键与厚玻璃板表面的羟基作用形成氢键,这些氢键的存在诱导近外层聚合物分子链上的 F 原子同侧排列,进而诱导近上层的聚合物分子链交替排列的有序结构<sup>[18-19]</sup>. 溶液浓度低,分子链自由活动体积大;溶液浓度大,分子链之间缠结穿插严重,自由移动性变弱;所以这些浓度条件都不利于分子链有序结构的排列,只有浓度合适时,分子链有序结构的排列才更容易进行. 根据结晶动力学可知,结晶过程包括成核和生长过程,成核首先发生在有序的高分子链束,然后在 80°C 晶粒结晶长大,这就为 PVDF 电活性相的形成提供了可能.

$\beta$  相的含量随溶液搅拌时间和溶液浓度的变化如图 5 所示. 根据式(2)计算样品中  $\beta$  相的含量,图 5(a) 为样品中  $\beta$  相含量随溶液搅拌时间的变化图,可以看出  $\beta$  相含量随搅拌时间先明显的增加, $F(\beta)$  在搅拌时间 2 h 达到一个最大值 81.3% ,

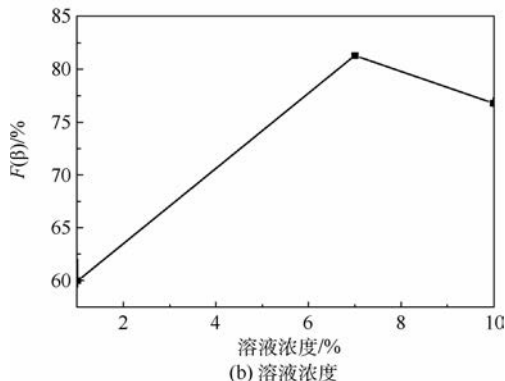
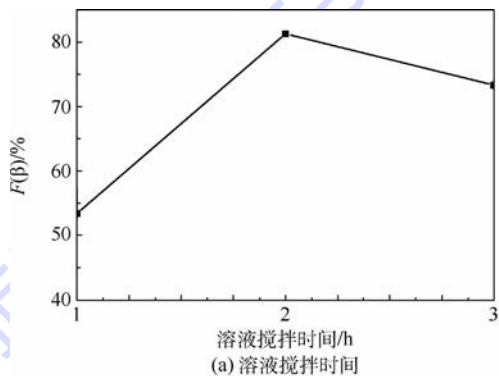
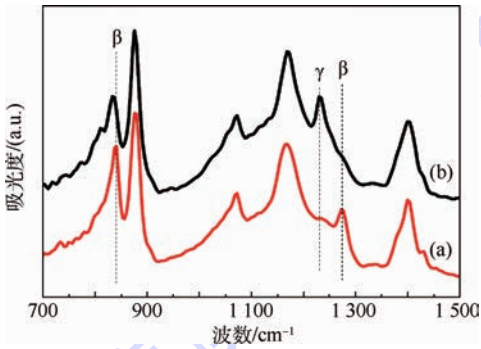


图 5  $\beta$  相的含量随溶液搅拌时间和溶液浓度的变化  
Fig. 5 Variations of  $\beta$  phase content with stirring time and solution concentrations

随后搅拌时间的增加  $F(\beta)$  有缓慢下降的趋势,  $F(\beta)$  的降低是由于随着时间的增长, 溶剂的挥发造成溶液浓度的变大, 从而造成分子链之间的缠结, 影响  $\beta$  相的形成. 图 5(b) 是样品中  $\beta$  相含量随溶液浓度的变化图, 可以看出  $F(\beta)$  随溶液浓度的增加迅速增加到一个最大值, 而后缓慢下降. 所以  $\beta$  相的含量在浓度 7%, 搅拌时间 2 h 时达到最大 81.3%.

### 2.3 热压对 PVDF 结晶行为的影响

图 6 给出了溶液浓度 7% 搅拌时间 3 h 的 PVDF 样品在热压前后的 FTIR 谱图. 由图 6 可以看出热压前后代表  $\beta$  和  $\gamma$  相的吸收峰发生非常明显的变化. 热压前只属于  $\gamma$  相的 833 和 1233  $\text{cm}^{-1}$  处吸收峰在热压后都移向了只代表  $\beta$  相的吸收峰 840 和 1278  $\text{cm}^{-1}$  处.

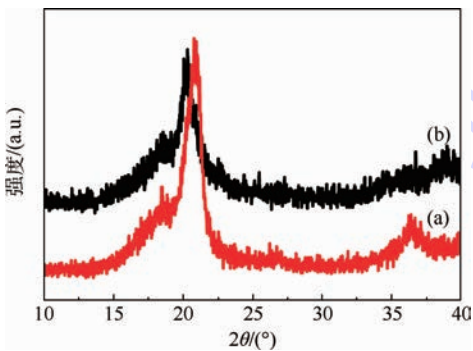


(a) —热压后; (b) —热压前.

图 6 溶液浓度 7%, 搅拌时间 3 h 的 PVDF 样品在热压前后的 FTIR 谱图 (波数范围: 700 ~ 1500  $\text{cm}^{-1}$ )

Fig. 6 FTIR spectra of PVDF at concentration of 7% and with stirring time of 3 h  
(Wavenumber range of 700-1500  $\text{cm}^{-1}$ )

图 7 给出了溶液浓度 7%、搅拌时间 3 h 的 PVDF 样品在热压前后的 XRD 谱图. 可以清晰地看出,  $20^\circ$  附近的峰在热压后由  $20.2^\circ$  向后移向了



(a) —热压后; (b) —热压前.

图 7 溶液浓度 7%, 搅拌时间 3 h 的 PVDF 样品在热压前后的 XRD 谱图

Fig. 7 XRD patterns of PVDF at concentration of 7% and with stirring time of 3 h

$20.8^\circ$ , 前者对应  $\gamma$  相的 (110) 面, 后者为  $\beta$  相的 (200) 面. 热压后沿 (200) 面定向排布的  $\beta$  相增加, 这与图 6 FTIR 得出的结论是一致的.

$\beta$  相和  $\gamma$  相同属正交晶系,  $\beta$  相的晶格常数为  $a = 0.858 \text{ nm}$ ,  $b = 0.491 \text{ nm}$ ,  $c = 0.256 \text{ nm}$ ,  $\gamma$  相的晶格常数为  $a = 0.866 \text{ nm}$ ,  $b = 0.493 \text{ nm}$ ,  $c = 0.258 \text{ nm}$ . 由晶格常数可知  $\beta$  相的晶格常数比  $\gamma$  相的晶格常数小, 这就使得  $\beta$  相晶格中具有平面锯齿状的聚合物分子链的堆积更加致密, 所以  $\beta$  相的晶格密度也是所有晶型中最大的<sup>[20]</sup>. 高压下结晶产物的密度比常压下结晶产物的密度高, PVDF 在相对较高的温度和较强的压力作用下, 高分子链会紧密堆积, 形成更加致密型的  $\beta$  相, 所以本文在热压条件下观察到  $\gamma \rightarrow \beta$ .

PVDF 结晶形态的变化与各晶型的分子构象有关, 在 PVDF 分子链中, 由于 C—F 和 C—H 键的极性差异, 分子链间的这两个键之间存在很强的相互作用力. 大多认为  $\alpha$  构型的空间群为  $P2_1/c$ , 分子链组成是以  $2_1$  螺旋或者反式链的形式存在. 文献 [21] 显示用统计的方法推导得出  $\alpha$ -PVDF 是一种“上-下”无序的排列结构, 每一条链沿晶格  $c$  轴方向有 50% 可能为上-下取向排列<sup>[21]</sup>. 这种统计分子链排列的模型, 可以很好地解释磁力搅拌条件下由  $\alpha$ -PVDF 直接制备  $\gamma$ -PVDF 的现象.

## 3 结论

1) 通过非常简单易操作的溶液法制备了电活性相含量高的 PVDF 薄膜.

2) 前驱体溶液浓度和搅拌时间会影响 PVDF 的晶型结构: 前驱体搅拌时间 2 ~ 3 h, 溶液浓度 7% ~ 10% 更利于电活性相的形成; 前驱体溶液浓度 7%、搅拌时间 2 h 的条件下得到最大  $\beta$  相含量 81.3%.

3) 熔融热压同样会影响 PVDF 的晶型结构, PVDF 薄膜经过  $230^\circ\text{C}$ 、4 MPa 熔融热压, 发生了  $\gamma \rightarrow \beta$  相变, 在压力作用下形成了体积更小更致密的  $\beta$  相.

## 参考文献 (References)

- [1] He X, Yao K. Crystallization mechanism and piezoelectric properties of solution-derived ferroelectric poly (vinylidene fluoride) thin films [J]. Applied Physics Letters, 2006, 89(11): 112909.
- [2] Zhu L. Exploring strategies for high dielectric constant and low loss polymer dielectrics [J]. The Journal of Physical Chemistry Letters, 2014, 5(21): 3677-3687.

- [3] Gomes J, Nunes J S, Sencadas V, et al. Influence of the  $\beta$ -phase content and degree of crystallinity on the piezo- and ferroelectric properties of poly (vinylidene fluoride) [J]. *Smart Materials and Structures*, 2010, 19(6):065010.
- [4] Martins P, Lopes A, Lanceros-Mendez S. Electroactive phases of poly (vinylidene fluoride): Determination, processing and applications [J]. *Progress in Polymer Science*, 2014, 39(4): 683-706.
- [5] Salimi A, Yousefi A. Analysis method: FTIR studies of  $\beta$ -phase crystal formation in stretched PVDF films [J]. *Polymer Testing*, 2003, 22(6):699-704.
- [6] Sencadas V, Gregorio R, Lanceros-Méndez S.  $\alpha$  to  $\beta$  phase transformation and microstructural changes of pvdf films induced by uniaxial stretch [J]. *Journal of Macromolecular Science, Part B*, 2009, 48(3):514-525.
- [7] da Silva A B, Wisniewski C, Esteves J V A, et al. Effect of drawing on the dielectric properties and polarization of pressed solution cast  $\beta$ -PVDF films [J]. *Journal of Materials Science*, 2010, 45(15):4206-4215.
- [8] Hattori T, Kanaoka M, Ohigashi H. Improved piezoelectricity in thick lamellar  $\beta$ -form crystals of poly (vinylidene fluoride) crystallized under high pressure [J]. *Journal of Applied Physics*, 1996, 79(4):2016-2022.
- [9] 傅万里, 杜丕一, 翁文剑, 等. 聚偏氟乙烯压电薄膜的制备及结构 [J]. *材料研究学报*, 2009, 19(3):243-248.  
Fu W L, Du P Y, Weng W J, et al. Preparation and structure of PVDF piezoelectric film [J]. *Chinese Journal of Materials Research*, 2009, 19(3):243-248 (in Chinese).
- [10] Salimi A, Yousefi A. Conformational changes and phase transformation mechanisms in pvdf solution-cast films [J]. *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*, 2004, 42(18): 3487-3495.
- [11] Matsushige K, Nagata K, Takemura T. Direct observation of crystal transformation process of poly (vinylidene fluoride) under high pressure by PSpC X-ray system [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 1978, 17(3):467.
- [12] Gregorio R Jr, Ueno E M. Effect of crystalline phase, orientation and temperature on the dielectric properties of poly (vinylidene fluoride) (PVDF) [J]. *Journal of Materials Science*, 1999, 34(18):4489-4500.
- [13] Liang C L, Xie Q, Bao R Y, et al. Induced formation of polar phases in poly (vinylidene fluoride) by cetyl trimethyl ammonium bromide [J]. *Journal of Materials Science*, 2014, 49(12): 4171-4179.
- [14] Martins P, Costa C M, Benelmekki M, et al. On the origin of the electroactive poly (vinylidene fluoride) [small  $\beta$ ]-phase nucleation by ferrite nanoparticles via surface electrostatic interactions [J]. *CrystEngComm*, 2012, 14(8):2807-2811.
- [15] Mohamadi S, Sharifi-Sanjani N. Investigation of the crystalline structure of PVDF in PVDF/PMMA/graphene polymer blend nanocomposites [J]. *Polymer Composites*, 2011, 32(9): 1451-1460.
- [16] Bormashenko Y, Pogreb R, Stanevsky O, et al. Vibrational spectrum of PVDF and its interpretation [J]. *Polymer Testing*, 2004, 23(7):791-796.
- [17] 何曼君, 张红东, 陈维孝. 高分子物理 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 2007:39-91.  
He M J, Zhang H D, Chen W X. *Polymer physics* [M]. Shanghai: Fudan University Press, 2007:39-91 (in Chinese).
- [18] 惠迎雪, 刘卫国, 牛小玲, 等.  $\beta$  相聚偏二氟乙烯 PVDF 薄膜的制备和热光效应研究 [J]. *红外与激光工程*, 2006(S5): 143-149.  
Hui Y X, Liu W G, Niu X L, et al. Preparation and thermo-optic effect of oriented  $\beta$  PVDF films [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006(S5):143-149 (in Chinese).
- [19] 惠迎雪, 樊慧庆, 刘卫国, 等. PVDF 铁电聚合物薄膜的溶液法制备 [J]. *材料科学与工程学报*, 2008, 26(3):331-334.  
Hui Y X, Fan H Q, Liu W G, et al. Ferroelectric polymeric PVDF films prepared by solution casting method [J]. *Journal of Materials Science & Engineering*, 2008, 26(3):331-334 (in Chinese).
- [20] Wang Z Y, Fan H Q, Su K H, et al. Structure and piezoelectric properties of poly (vinylidene fluoride) studied by density functional theory [J]. *Polymer*, 2006, 47(23):7988-7996.
- [21] 李吉超, 王春雷, 钟维烈. 聚偏氟乙烯全反式分子链振动模式的研究 [J]. *物理化学学报*, 2004, 19(11):1010-1014.  
Li J C, Wang C L, Zhong W L. Vibrational modes analysis of poly (vinylidene fluoride) all-trans molecular chain [J]. *Acta Physico-Chimica Sinica*, 2003, 19(11):1010-1014 (in Chinese).

## Preparation methods of PVDF film with electroactive phase by solution method

SUN Meiling, DENG Yuan\*, WANG Yao

(School of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Poly (vinylidene fluoride) (PVDF) films with electroactive phases were prepared by simple feasible solution crystallization method. The influences of various precursor solution concentrations, different stirring times and hot pressing process on the formation of electroactive crystal phase structures in PVDF were studied. The X-ray diffraction (XRD) and Fourier transform infrared spectroscopy (FTIR) were used to determine the crystal structure and analyze the formation mechanism of the electroactive phases in PVDF. The results indicate that the different precursor solution concentrations and different processing times have a great influence on the formation of electroactive phases in PVDF. It is easier to form  $\beta$  phase when the solution concentrations range from 7% to 10% and processing times between 2 hours and 3 hours. By using FTIR techniques, a maximum content of 81.3% for  $\beta$  phase is calculated in the situation that solution concentration is 7% and processing time is 2 hours. Hot pressing process plays an important role in the change of crystal structure, and this  $\gamma$  phase in PVDF films will transform into more dense  $\beta$  phase after hot-press process.

**Key words:** polymer; Poly (vinylidene fluoride) (PVDF);  $\beta$  phase;  $\gamma$  phase; solution method

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0742

# 基于模糊滑模控制的 CAV 再入标准轨迹制导



黄康强, 赵辉\*, 任洋, 蔡亚伟

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

**摘 要:** 针对标准轨迹制导对状态初值过于敏感以及鲁棒性较差的问题, 在模糊滑模控制的基础上, 提出了一种新的标准轨迹制导方式. 通过滑模控制的鲁棒性来提升制导方法的适应能力, 利用模糊系统的万能逼近特性来对不确定因素进行逼近, 从而实现对不确定项的准确估计. 对隶属度函数的建立原则进行了分析, 结合再入特点建立了模糊滑模纵向制导方案, 仿真结果验证了模糊逼近与状态反馈总控制律的有效性, 在此基础上设计了侧向制导律. 仿真结果表明: 该方法能够在保证精度的同时提高标准轨迹制导的鲁棒性, 使计算过程大大简化.

**关键词:** 高超声速; 隶属度函数; 标准轨迹制导; 模糊滑模; 轨迹跟踪

**中图分类号:** V448.23

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1749-09

标准轨迹制导发展较早, 现阶段已经出现了多种制导方法, 部分已在航天飞机上成功应用, 但标准轨迹制导对状态初值过于敏感, 且对不确定因素的影响调节能力有限, 反馈增益系数的确定方法复杂, 鲁棒性较差等问题一直有待改善. 近些年, 标准轨迹制导的研究取得了较大进展, Mease 提出了阻力加速剖面的制导方法对其进行了改进<sup>[1-2]</sup>, 在保证制导精度的基础上, 提高了其航程能力; 雍恩米<sup>[3]</sup>通过航程预测, 实现了对参考轨迹的跟踪; Ping 等<sup>[4-5]</sup>在此基础上利用简单的 LQR 控制律完成了轨迹跟踪; 刘君等提出了一种基于广义标准轨迹的平衡滑翔状态反馈制导方法<sup>[6]</sup>, 在采用小倾侧角假设的前提下, 实现了远程滑翔再入助推制导. 目前, 标准轨迹制导的研究主要集中于如何提升制导系统的鲁棒性和制导精度方面.

本文首先对模糊理论进行了介绍, 对隶属度函数的建立原则进行了分析; 接着对通用航空飞

行器(Common Aero Vehicle, CAV)再入纵向制导进行研究, 根据要求建立了隶属度函数, 同时对控制律在再入制导问题中的适用性进行了分析, 并仿真验证了控制律的有效性; 然后对侧向制导问题进行了讨论分析, 提出了改善侧向制导精度的方法; 最后对本文提出的制导方案进行了仿真验证, 分析了其可行性, 并对主要不足进行了讨论.

## 1 基于模糊滑模的纵向制导律设计

滑动模态控制又称变结构控制, 其具有响应速度快、对参数变化及扰动不敏感、物理实现简单等优点, 因此, 在实际工程领域得到了较好的应用. 但滑模控制存在抖振问题, 成为了变结构控制在实际系统中应用的最大障碍.

模糊方法可根据经验设计模糊逻辑规则, 并采用模糊逻辑实现滑模参数的自适应调整以有效降低滑模控制抖振; 同时, 其自身的万能逼近特性能有效逼近外界干扰及不确定性, 并加以补偿, 可

收稿日期: 2014-11-28; 录用日期: 2015-01-12; 网络出版时间: 2015-03-06 18:18

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150306.1818.001.html

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(61203628)

作者简介: 黄康强(1991—), 男, 湖南益阳人, 硕士研究生, huangkangqianglh@163.com

\* 通讯作者: 赵辉(1973—), 男, 河北任丘人, 教授, kgy\_zhao@163.com, 主要研究方向为无人飞行器作战系统与技术.

**引用格式:** 黄康强, 赵辉, 任洋, 等. 基于模糊滑模控制的 CAV 再入标准轨迹制导[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1749-1757. Huang K Q, Zhao H, Ren Y, et al. Standard trajectory guidance for CAV reentry based on fuzzy sliding mode control[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1749-1757 (in Chinese).

将间断的控制信号连续化,以减轻或避免抖振现象.因此,模糊滑模控制在不确定系统及复杂外界干扰的情况下广泛适用,其在复杂非线性系统中的应用价值也得到了有力证明<sup>[7-8]</sup>.

本文将滑模控制和模糊控制结合起来,实现对再入飞行器纵向参考轨迹的最小误差跟踪.

1.1 纵向状态方程

CAV 纵向状态方程<sup>[9]</sup>可表示为

$$\begin{cases} \dot{r} = V \sin \gamma \\ \dot{V} = -\frac{D}{m} - g \sin \gamma + \omega^2 r \cos \varphi \cdot (\sin \gamma \cos \varphi - \cos \gamma \sin \varphi \cos \psi) \\ \dot{\gamma} = \frac{1}{V} \left[ \frac{l \cos \sigma}{m} + \left( \frac{V^2}{r} - g \right) \cos \gamma + 2\omega V \cos \varphi \sin \psi + \omega^2 r \cos \varphi \cdot (\cos \gamma \cos \varphi + \sin \gamma \sin \varphi \cos \psi) \right] \end{cases} \quad (1)$$

式中: $r$ 为地心距; $\dot{r}$ 为高度的变化率; $V$ 和 $\dot{V}$ 分别为飞行器的速度和加速度; $\gamma$ 为航迹角; $\dot{\gamma}$ 为航迹角变化率; $D$ 为阻力; $m$ 为飞行器质量; $g$ 为重力加速度; $\omega$ 为角速度; $\varphi$ 为纬度; $\psi$ 为航向角; $\sigma$ 为倾侧角; $l$ 为距离.

由于对攻角进行了参数化处理,故只将倾侧角作为控制量,对式(1)进行简化:

$$\begin{cases} \dot{r} = f_1(\mathbf{X}) \\ \dot{V} = f_2(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) \\ \dot{\gamma} = f_3(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) + g(\mathbf{X}) \cos \sigma \end{cases} \quad (2)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{X} = [r, V, \gamma]^T \\ \boldsymbol{\zeta} = [\psi, \varphi]^T \\ f_1(\mathbf{X}) = V \sin \gamma \\ f_2(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) = -\frac{D}{m} - g \sin \gamma + \omega^2 r \cos \varphi \cdot (\sin \gamma \cos \varphi - \cos \gamma \sin \varphi \cos \psi) \\ f_3(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) = \left( \frac{V^2}{r} - g \right) \frac{\cos \gamma}{V} + 2\omega \cos \varphi \sin \psi + \frac{\omega^2 r \cos \varphi}{V} (\cos \gamma \cos \varphi + \sin \gamma \sin \varphi \cos \psi) \\ g(\mathbf{X}) = \frac{l}{Vm} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{X}$ 为输入.

令 $\sigma = \sigma_r + \Delta\sigma$ , $\sigma_r$ 为观测值, $\Delta\sigma$ 为偏差,假设 $\Delta\sigma$ 在较小的范围内取值,则

$$\begin{aligned} \cos \sigma &= \cos(\sigma_r + \Delta\sigma) = \cos \sigma_r \cos \Delta\sigma - \sin \sigma_r \sin \Delta\sigma \Rightarrow \cos \sigma \approx \cos \sigma_r - (\sin \sigma_r) \Delta\sigma \end{aligned} \quad (4)$$

则式(2)中的 $\dot{\gamma}$ 可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= f_3(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) + g(\mathbf{X}) \cos \sigma = \\ &= f_3(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) + g(\mathbf{X}) \cdot (\cos \sigma_r - \Delta\sigma \cdot \sin \sigma_r) = \\ &= f_3'(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) - G(\mathbf{X}) \cdot \Delta u \end{aligned} \quad (5)$$

式中:

$$\begin{cases} f_3'(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) = f_3(\mathbf{X}, \boldsymbol{\zeta}) + g(\mathbf{X}) \cdot \cos \sigma_r \\ G(\mathbf{X}) = g(\mathbf{X}) \cdot \sin \sigma_r \\ \Delta u = \Delta\sigma \end{cases} \quad (6)$$

纵向平面不考虑倾侧角的符号,即有 $\sigma_r > 0$ ,则 $G(\mathbf{X}) > 0$ .

1.2 模糊系统设计

本文的模糊系统设计主要基于零阶 Takagi-Sugeno 模糊系统的点模糊化方法与中心平均去模糊化方法<sup>[10]</sup>.

由于 $\mathbf{X} = [r, V, \gamma]^T \in \mathbf{R}^3$ ,则该模糊系统有3个输入,针对每个输入分别设计3个模糊集合 $A_j^l$ ( $j=1,2,3$ 为模糊系统的输入, $l=1,2,3$ 为3个模糊集合的编号),可知该模糊系统总共含有27条模糊规则,第 $i$ 条模糊规则可描述为: $R(i)$ : If  $r$  is  $A_1^l, V$  is  $A_2^l, \gamma$  is  $A_3^l$ , then  $y$  is  $B_i, i=1,2,\dots,27$ .其中, $y \in v \subset \mathbf{R}$ 为模糊系统的输出, $\mathbf{B} = [B_1, B_2, \dots, B_{27}]$ 为输出的模糊形式.

为了描述输入与模糊集合的关系,本文为每个集合设计三角隶属度函数.设 $M(a, b; \mathbf{X})$ 为三角隶属度函数, $(a, b)$ 为模糊集合边界,且 $b > a$ .当 $\mathbf{X} \in (a, b)$ 时, $M(\mathbf{X}) \in (0, 1)$ ,当 $\mathbf{X} \notin (a, b)$ 时, $M(\mathbf{X}) = 0$ .模糊集合 $A_j^l$ 的归属度可表示为

$$u_{A_j^l}(X_j) = M(a_j^l, b_j^l; X_j) \quad (7)$$

式中: $a_j^l$ 和 $b_j^l$ 分别为模糊系统输入为 $j$ 时模糊集合 $i$ 的模糊集合边界; $X_j = X(j)$ 为参考状态变量.

利用中心平均解模糊器对模糊系统进行处理,则 Takagi-Sugeno 模糊系统输出<sup>[11]</sup>可表示为

$$\hat{y} = \hat{f}(\mathbf{X} | \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{\sum_{i=1}^{27} \hat{\theta}_i u_i(\mathbf{X})}{\sum_{i=1}^{27} u_i(\mathbf{X})} = \sum_{i=1}^{27} \hat{\theta}_i \xi_i(\mathbf{X}) \quad (8)$$

式中:

$$\begin{cases} u_i(\mathbf{X}) = \prod_{j=1}^3 u_{A_j^l}^i(X_j) \\ \xi_i(\mathbf{X}) = \frac{u_i(\mathbf{X})}{\sum_{i=1}^{27} u_i(\mathbf{X})} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为某一变量的估计值; $\hat{f}$ 为 $\mathbf{X}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的估计函数; $\hat{\theta}_i$ 为 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 第 $i$ 条模糊规则的分量; $u_i(\mathbf{X})$ 为第 $i$ 条模糊规则的归属度; $\xi_i(\mathbf{X})$ 为模糊基向量 $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{X})$ 第 $i$ 条模糊规则的分量.则模糊基向量可表示为

$\xi(X) = [\xi_1(X), \xi_2(X), \dots, \xi_{27}(X)]$ , 则式(8)可表示为

$$\hat{y} = \hat{f}(X | \hat{\theta}) = \hat{\theta}^T \xi(X) \quad (10)$$

这种具有通用近似属性的经典模糊逻辑系统能够以任意精度逼近任何连续函数, 本文将用其对理想控制增量进行逼近.

### 1.3 隶属度函数设计

采用三角隶属度函数<sup>[12-13]</sup>, 由于每个输入有3个模糊集合, 每个模糊集合有一个三角隶属度函数与之对应, 取参考输入  $X_r = [r_r, V_r, \gamma_r]^T = [X_{1r}, X_{2r}, X_{3r}]^T$ , 故针对每个输入, 隶属度函数  $u_{A_j^l}(X_j)$  形式如图1所示.

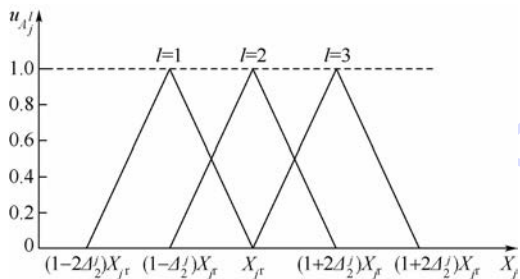


图1 三角隶属度函数示意图

Fig.1 Triangular membership function schematic diagram

图1中:  $0 < \Delta_2^j < 1$  为一小量; 三角形的跨度代表误差范围;  $l = 1, 2, 3$ ;  $X_{jr}$  为模糊系统输入为  $j$  时的参考输入. 由图1可知,  $u_{A_j^l}(X_j)$  为

$$u_{A_j^l}(X_j) = M(a_j^l, b_j^l; X_j) = \begin{cases} (X_j - a_j^l)/(m_j^l - a_j^l) & a_j^l < X_j \leq m_j^l \\ (b_j^l - X_j)/(b_j^l - m_j^l) & m_j^l < X_j \leq b_j^l \\ 0 & X_j \leq a_j^l \text{ 或 } X_j > b_j^l \end{cases} \quad (11)$$

式中:

$$\begin{cases} a_j^l = [1 + (l - 3)\Delta_2^j]X_{jr} \\ b_j^l = [1 + (l - 1)\Delta_2^j]X_{jr} \\ m_j^l = [1 + (l - 2)\Delta_2^j]X_{jr} \end{cases} \quad (12)$$

由于参考输入  $X_{jr}$  是时变的, 为保证状态误差  $e_j$  始终位于隶属度函数边界 ( $a_j^l, b_j^l$ ) 以内, 可通过实时动态调整  $\Delta_2^j$  来获得更好的模糊逼近效果, 采用如下更新规则对  $\Delta_2^j$  进行调整, 更新周期与跟踪积分步长相同.

$$\Delta_{2\text{new}}^j = \begin{cases} L_1 \Delta_{2\text{old}}^j & |e_j| > 2\Delta_{2\text{old}}^j X_{jr} \text{ 且 } \Delta_{2\text{old}}^j > \Delta_{2\text{min}}^j \\ L_2 \Delta_{2\text{old}}^j & |e_j| > 2\Delta_{2\text{old}}^j X_{jr} \text{ 且 } \Delta_{2\text{old}}^j > \Delta_{2\text{min}}^j \\ \Delta_{2\text{min}}^j & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $L_1 > 1, 0 < L_2 \leq 1$ ;  $\Delta_{2\text{old}}^j$  和  $\Delta_{2\text{new}}^j$  分别为  $\Delta_2^j$  的旧值和新值;  $\Delta_{2\text{min}}^j$  为  $\Delta_2^j$  最小值, 定义  $\Delta_{2\text{min}}^j$  是为了防止隶属度函数边界过小甚至出现为0的情况, 从而失去模糊逼近效能. 考虑到  $\gamma_r$  在部分时刻可能为0, 定义当  $|\gamma_r| \leq \varepsilon$  (逼近误差  $\varepsilon$  为一小量) 时, 有

$$\begin{cases} a_3^l = [1 + (l - 3)\Delta_2^3] \varepsilon \\ b_3^l = [1 + (l - 1)\Delta_2^3] \varepsilon \\ m_3^l = [1 + (l - 2)\Delta_2^3] \varepsilon \end{cases} \quad (14)$$

### 1.4 控制器设计

取跟踪误差为  $E(X) = [e_1, e_2, e_3]^T = X_r - X$ . 定义滑模面<sup>[14-15]</sup>为

$$s = -e_3 - k_2 e_2 - k_1 e_1 \quad (15)$$

式中:  $k_1$  和  $k_2$  为非零正常数;  $e_1, e_2$  和  $e_3$  为  $j = 1, 2, 3$  时的状态误差. 如果滑模控制处于理想状态, 则  $s = \dot{s} = 0$ , 即

$$\dot{s} = -\dot{e}_3 - k_2 \dot{e}_2 - k_1 \dot{e}_1 = 0 \quad (16)$$

式中:  $\dot{s}, \dot{e}_1, \dot{e}_2$  和  $\dot{e}_3$  分别为  $s, e_1, e_2$  和  $e_3$  的导数.

由式(2)及式(5)可得, 式(16)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{\gamma} - \dot{\gamma}_r + k_2(\dot{V} - \dot{V}_r) + k_1(\dot{r} - \dot{r}_r) = \\ &= f_3'(X, \xi) - G(X)\Delta u - \dot{\gamma}_r + k_2 f_2(X, \xi) - \\ &= k_2 \dot{V}_r + k_1 \dot{r}_r - k_1 \dot{r}_r = \\ &= f_3'(X, \xi) + k_2 f_2(X, \xi) + k_1 f_1(X) - \\ &= \dot{\gamma}_r - k_2 \dot{V}_r - k_1 \dot{r}_r - G(X)\Delta u = \\ &= F(X, \xi) - H(X_r) - G(X)\Delta u = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

式中:

$$\begin{cases} F(X, \xi) = f_3'(X, \xi) + k_2 f_2(X, \xi) + k_1 f_1(X) \\ H(X_r) = \dot{\gamma}_r + k_2 \dot{V}_r + k_1 \dot{r}_r \end{cases} \quad (18)$$

其中:  $\dot{r}_r, \dot{V}_r$  和  $\dot{\gamma}_r$  分别为  $r, V$  和  $\gamma$  的参考值.

故  $\Delta u$  的理想输出  $\Delta u^*$  应为

$$\Delta u^* = G^{-1}(X)[F(X, \xi) - H(X_r)] \quad (19)$$

由于  $F(X, \xi)$  形式复杂, 且在考虑纵向平面运动时, 侧向信息为未知量, 因此,  $\Delta u^*$  难以实现, 故可利用模糊系统逼近的方法, 实现理想控制  $\Delta u^*$  的逼近. 设存在一个理想的最优模糊系统输出  $\Delta u_{fz}^*(X | \hat{\theta}^*)$ , 使得

$$\Delta u^* = \Delta u_{fz}^*(X | \hat{\theta}^*) = \hat{\theta}^{*T} \xi(X) + \varepsilon \quad (20)$$

式中:  $\hat{\theta}^*$  为  $\hat{\theta}$  的理想值;  $\varepsilon$  满足  $|\varepsilon| < E$ . 而实际模糊系统  $\Delta u_{fz}$  逼近  $\Delta u^*$  应为

$$\Delta u_{fz}(X | \hat{\theta}) = \hat{\theta}^T \xi(X) \quad (21)$$

纵向状态跟踪控制律的方案设计采用误差反馈  $\frac{s}{\rho}$  ( $\rho > 0$  为一小量) 来进行补偿, 此时总控制

律为

$$\Delta u = \Delta u_{tz} + \frac{s}{\rho} \quad (22)$$

### 1.5 稳定性证明及自适应律设计

由式(20)和式(21)可得  $\Delta u_{tz}$  与  $\Delta u^*$  差值为

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{u}_{tz} &= \Delta u_{tz} - \Delta u^* = \\ \Delta u_{tz}(X|\hat{\theta}) - \Delta u_{tz}^*(X|\hat{\theta}^*) &= \\ \hat{\theta}^T \xi(X) - \hat{\theta}^{*T} \xi(X) - \varepsilon &= \\ \tilde{\theta}^T \xi(X) - \varepsilon \end{aligned} \quad (23)$$

定义:  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \hat{\theta}^*$ .

由式(17)和式(20)得到

$$\begin{aligned} \Delta u^* &= G^{-1}(X) [F(X, \zeta) - H(X_r)] = \\ G^{-1}(X) [F(X, \zeta) + \dot{s} + G(X) \Delta u - F(X, \zeta)] &= \\ G^{-1}(X) [G(X) \Delta u + \dot{s}] \end{aligned} \quad (24)$$

由式(22)和式(24)可知:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= G(X) (\Delta u^* - \Delta u) = \\ -G(X) \left( \Delta u_{tz} + \frac{s}{\rho} - \Delta u^* \right) \end{aligned} \quad (25)$$

由于本文是对控制量增量  $\Delta u$  进行逼近,逼近误差  $\varepsilon$  最终体现在状态误差  $e$  中,而由误差反馈的特性可知,当  $\rho$  适当取值时,误差反馈对  $e$  的调节效果将远大于  $\varepsilon$  造成的  $e$  偏差<sup>[10]</sup>,可认为:

$$\begin{aligned} \Delta u^* &= \Delta u_{tz}^*(X|\hat{\theta}^*) = \hat{\theta}^{*T} \xi(X) \quad (26) \\ \Delta \tilde{u} &= \Delta u - \Delta u^* = (\hat{\theta}^T - \hat{\theta}^{*T}) \xi(X) + \frac{s}{\rho} = \\ \tilde{\theta}^T \xi(X) + \frac{s}{\rho} \end{aligned} \quad (27)$$

当  $\rho$  取值较大时,会弱化模糊系统对理想输出的逼近效果,由于CAV再入过程目前没有经验数据可寻,其值难以确定,目前往往采用估计的办法.

此时,定义 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{G(X)}{2\eta} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (28)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + \frac{G(X)}{\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} = \\ -sG(X) \left( \Delta u_{tz} + \frac{s}{\rho} - \Delta u^* \right) + \frac{G(X)}{\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} &= \\ -sG(X) \left( \tilde{\theta}^T \xi(X) + \frac{s}{\rho} \right) + \frac{G(X)}{\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} &= \\ G(X) \tilde{\theta}^T \left( \frac{1}{\eta} \dot{\tilde{\theta}} - s \xi(X) \right) - \frac{G(X)}{\rho} s^2 \end{aligned} \quad (29)$$

定义自适应律:

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}} = \eta s \xi(X) \quad (30)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= G(X) \tilde{\theta}^T \left( \frac{1}{\eta} \dot{\tilde{\theta}} - s \xi(X) \right) - \frac{G(X)}{\rho} s^2 = \\ -\frac{G(X)}{\rho} s^2 &\leq 0 \end{aligned} \quad (31)$$

其中:  $\eta$  为一小量;  $\dot{\tilde{\theta}}$  和  $\dot{\hat{\theta}}$  分别为  $\tilde{\theta}$  和  $\hat{\theta}$  的导数.

该方案所定义滑模系统渐进稳定. 证毕  
模糊滑模制导系统结构如图2所示.

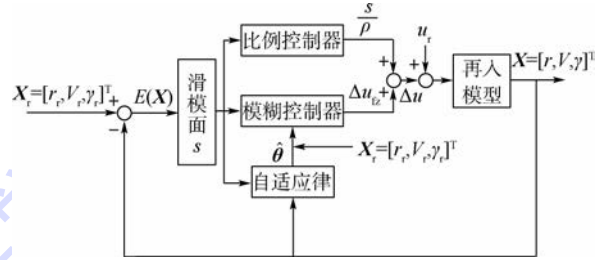


图2 模糊滑模制导逻辑

Fig.2 Guidance logic of fuzzy sliding mode

### 1.6 控制量边界设定

由于拟平衡滑翔条件 (Quasi-Equilibrium Glide Condition, QEGC) 的限制,倾侧角存在上下边界,当参考倾侧角控制量与倾侧角增益叠加后,可能出现超过倾侧角边界的情况,因此,需对调整后的倾侧角控制量进行约束限制,规则为

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_{up} & \sigma_r + \Delta\sigma > \sigma_{up} \\ \sigma_r + \Delta\sigma & \sigma_{down} < \sigma_r + \Delta\sigma < \sigma_{up} \\ \sigma_{down} & \sigma_r + \Delta\sigma < \sigma_{down} \end{cases} \quad (32)$$

式中:  $\sigma_{up}$  为由拟平衡滑翔条件及过程约束决定的倾侧角上边界;  $\sigma_{down}$  为 QEGC 决定的倾侧角下边界,定义  $\sigma_{down} = 5^\circ$ .

## 2 侧向制导律设计

### 2.1 侧向状态方程

CAV 侧向状态方程<sup>[9]</sup>可表示为

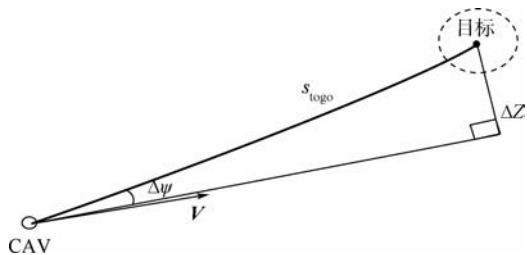
$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{V \cos \gamma \sin \psi}{r \cos \varphi} \\ \dot{\varphi} = \frac{V \cos \gamma \cos \psi}{r} \\ \dot{\psi} = \frac{1}{V} \left[ \frac{l \sin \sigma}{m \cos \gamma} + \frac{V^2}{r} \cos \gamma \sin \psi \tan \varphi - \right. \\ \left. 2\omega V (\cos \varphi \tan \gamma \cos \psi - \sin \varphi) + \frac{\omega^2 r}{\cos \gamma} \sin \varphi \cos \varphi \sin \psi \right] \end{cases} \quad (33)$$

式中:  $\dot{\theta}$  为经度变化率;  $\dot{\varphi}$  为纬度变化率;  $\dot{\psi}$  为航向角变化率.

## 2.2 倾侧角反转逻辑

侧向制导的重点即是确定倾侧角的反转点,目前有多种方法对反转点进行判断.其中,根据航程确定一次反转或两次反转的方法仅适用于航程较小的情况,对于大航程再入飞行,采用横程参数走廊来对反转点进行判断.

首先定义横程参数  $\Delta Z$  的概念,如图3所示.



$s_{\text{togo}}$ —剩余航程; $V$ —飞行器速度; $\Delta\psi$ —航向角变化量.

图3 横程参数  $\Delta Z$  的定义

Fig.3 Definition of transverse process parameter  $\Delta Z$

根据球面直角三角形的关系可知:

$$\Delta Z = \arcsin(\sin s_{\text{togo}} \sin \Delta\psi) \quad (34)$$

根据  $\Delta Z$  的数值关系,可定义横程参数边界与剩余航程的关系为

$$\Delta Z_{\text{bj}}(s_{\text{togo}}) = g_1 + \frac{s_{\text{togo}} - s_0}{s_0 - s_f} g_2 \quad (35)$$

式中: $g_1$  和  $g_2$  为给定参数,本文取 0.2 和 0.19; $s_f$  为末端理想剩余航程,一般希望  $s_f$  越小越好,但在实际过程中,只要求 CAV 到达离预定目标点一定区域即可,因此,本文取  $s_f = 0.0016$ .

## 2.3 侧向参数反馈调节

根据以往的经验,只采用倾侧角反转来实现侧向制导时,末端经纬度误差往往只能控制在  $2^\circ$  以内,达不到制导精度要求.因此,本文利用经纬度误差小量反馈来提升末端经纬度误差精度.定义经度误差  $e_4$  及纬度误差  $e_5$  为

$$\begin{cases} e_4 = \theta_r - \theta \\ e_5 = \varphi_r - \varphi \end{cases} \quad (36)$$

将  $e_4$  和  $e_5$  引入滑模面,则有

$$s = -e_5 - k_2 e_2 - k_1 e_1 - k_4 e_4 - k_5 e_5 \quad (37)$$

式中: $k_4$  和  $k_5$  为非负常数.

由再入三维方程可知

$$\begin{cases} \dot{\theta} = f_4(\mathbf{X}) \\ \dot{\varphi} = f_5(\mathbf{X}) \end{cases} \quad (38)$$

式中: $\mathbf{X} = [r, V, \gamma, \theta, \varphi]^T$ ,故  $\dot{s}$  亦可表示成式(17)的形式,根据第1.5节中对稳定性的证明可知,加入经纬度误差作为总控制律时,滑模系统仍然稳定.对于模糊系统来说,如果把经纬度当作输入,则系统的模糊规则将达到 243 条,模糊逻辑

的维数将大大增加,这将严重影响制导系统的指令解算速度,造成制导跟踪的精度大大降低.因此,本文不把经纬度作为模糊系统的输入,仍采用之前的 3 个输入来生成模糊输出逼近倾侧角增益,并对  $k_4$ 、 $k_5$  做适当处理,使经纬度误差对滑模面的影响比其他参数误差小一个数量级,这样相当于  $e_4$ 、 $e_5$  对倾侧角增益的调整为一适当小量,形成一个小的误差反馈.由于此 5 个状态参数之间存在较强的耦合关系,把  $e_4$ 、 $e_5$  引入反馈后会降低其他 3 个变量的制导精度,但只要选取合适的  $k_4$ 、 $k_5$ ,就能把末端误差限制在一个可以接受的范围内,同时,大大降低末端经纬度的误差.对  $k_4$ 、 $k_5$  的动态确定规则为

$$k_i = \begin{cases} k_{i-1} + \frac{e_i}{e_{i-1}} \Delta k & e_i > e_{i-1} \text{ 且 } k_i < k_{\text{max}} \\ k_{i-1} - \frac{e_{i-1}}{e_i} \Delta k & e_i < e_{i-1} \text{ 且 } k_i > 0 \\ k_{i\text{max}} \text{ 或 } 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (39)$$

式中: $k_{i\text{max}}$  根据经验确定,本文取  $k_{4\text{max}} = 0.2$ ,  $k_{5\text{max}} = 0.15$ .

## 2.4 攻角调整

为了消除倾侧角反转时的误差,同时增强系统对气动参数的鲁棒性,对攻角引入微小调整量<sup>[1]</sup>:

$$\Delta\alpha = C_D(D_0 - D)/f_s \quad (40)$$

式中: $f_s$  为气动误差的函数; $C_D$  为阻力系数; $D$  为与飞行器速度反向的阻力; $D_0$  为初始条件下的阻力.令

$$\Delta(L/D) = \left| \frac{(L/D)_0 - (L/D)}{(L/D)_0} \right| \quad (41)$$

式中: $L$  为与飞行器速度方向垂直的升力; $(L/D)_0$ 、 $(L/D)$  和  $\Delta(L/D)$  分别的初始条件下、当前条件下的  $L/D$  和  $L/D$  的变化量.

则

$$f_s = \begin{cases} 2 \times 10^5 - \frac{\Delta(L/D)}{5\%} \times 1.8 \times 10^5 \\ \Delta(L/D) \leq 5\% \\ 20000 & \Delta(L/D) > 5\% \end{cases} \quad (42)$$

## 3 仿真验证

### 3.1 纵向状态跟踪仿真分析

生成参考轨迹的仿真的初始条件和末端条件如表1和表2所示,针对本文所设计的纵向制导律,对其纵向状态进行跟踪.由于初始下降段大气稀薄,且时间较短,因此,本文从 CAV 进入准平滑

段开始制导. 整个制导过程对 CAV 全状态方程进行积分, 积分步长为 1 s, 仿真初始条件, 如表 1 所示.

表 1 仿真初始条件

Table 1 Initial conditions for simulation

变量	$V_0/(m \cdot s^{-1})$	$\gamma_0/(^\circ)$	$\psi_0/(^\circ)$	$h_0/km$	$\theta_0/(^\circ)$	$\varphi_0/(^\circ)$
数值	7100	0	65	81	0	0

注: 下标 0 代表初始条件.

表 2 末端条件

Table 2 Terminal conditions

变量	$V_f/(m \cdot s^{-1})$	$h_f/km$	$\theta_f/(^\circ)$	$\varphi_f/(^\circ)$	$\Delta s/km$
数值	1800	20	75	20	$\leq 50$

注: 下标 f 代表末端条件;  $\Delta s$  为  $s$  的变化量.

与此同时, 在仿真过程中对升力系数进行 +5% 的调整. 仿真中各参数取值可根据各状态量数量级及相关经验确定, 本文中各参数值为:  $k_1 = 5 \times 10^{-7}$ ,  $k_2 = 8 \times 10^{-5}$ ,  $\rho = 0.01$ ,  $\eta = 20$ ,  $\Delta_{2min} = [10^{-5}, 10^{-3}, 10^{-2}]$ .

纵向跟踪仿真结果如图 4 所示. 图 4(a) 为该

制导方式下的再入轨迹, 由图可知, 制导轨迹满足再入过程约束, 且拟平滑段初期轨迹波动较小; 结合图 4(b)、图 4(c) 可以看出, 再入过程开始后 500 s 左右即实现了对参考轨迹的稳定跟踪, 此时修正初始误差的时间更短, 只用了 300 s, 利用误差反馈来对逼近误差及初始误差进行补偿时, 其误差消除的效果要比采用切换函数时来得更快, 这是由于在初始阶段误差较大, 误差反馈的调节效果更加明显; 从图 4(d) 倾侧角的变化情况可以看出, 制导初期, 倾侧角调节量  $\Delta\sigma$  的值已经超出了允许边界, 这说明当误差较大时, 误差反馈的调节起到了主要作用, 在一定程度上减弱了模糊输出的逼近效果, 当误差减小到一定程度后, 模糊逼近效果开始占主导作用, 误差反馈到后期只起到了消除逼近误差的作用, 因此, 利用该方法进行制导时, 相当于使模糊逼近与误差反馈发挥了互补作用, 即利用模糊逼近来增加系统的自适应性, 利用误差反馈来提升其控制效率.

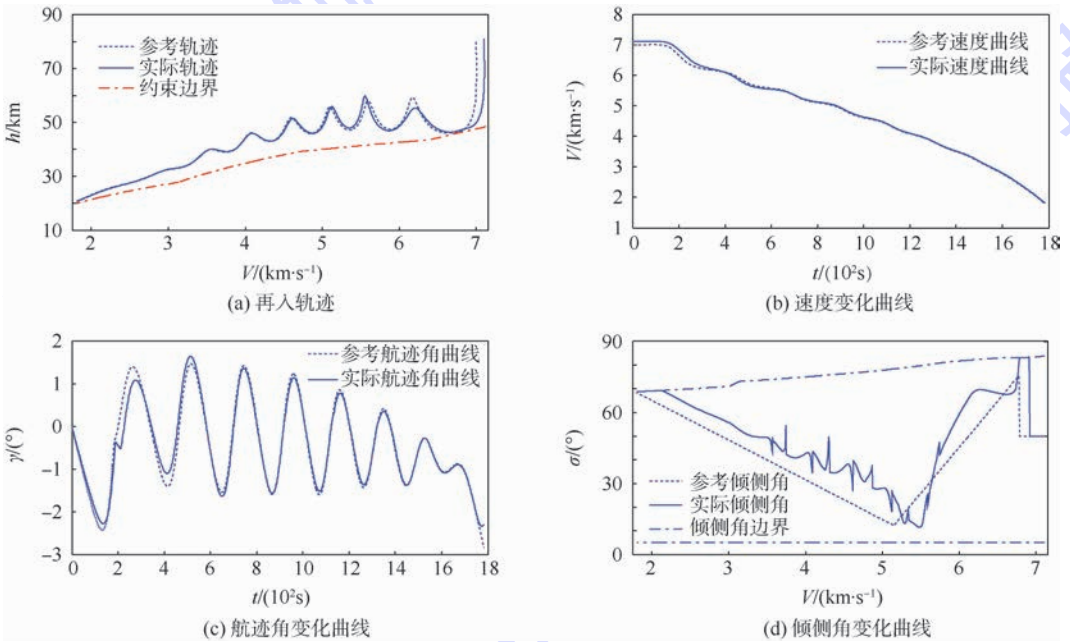


图 4 纵向跟踪仿真结果

Fig. 4 Simulation results for longitudinal tracking

表 3 为制导末端误差. 可以看出, 末端误差在可接受的范围内, 制导效果整体较好. 末端航迹角误差较大是由于倾侧角边界限制造成.

表 3 制导末端误差

Table 3 Terminal error by guidance

末端误差	$\Delta h_f/m$	$\Delta V_f/(m \cdot s^{-1})$	$\Delta \gamma_f/(^\circ)$
数值	-39.27	-7.61	0.25

注:  $\Delta h_f, \Delta V_f, \Delta \gamma_f$ — $h, V$  和  $\gamma$  的末端误差.

由于再入过程中气动参数的变化较为剧烈, 因此气动参数误差对再入制导影响较大. 为讨论该方法对气动误差鲁棒性, 令初始条件无偏差, 在改变气动参数情况下对系统进行仿真, 不同气动偏差下末端误差的仿真结果如表 4 所示.

由表 4 可以看出, 该方法对气动误差的鲁棒性较强, 其制导性能总体较为稳定, 特别是在气动偏差较大时, 其对参考轨迹的跟踪误差较小, 模糊逼近与误差反馈的互补性能发挥较好.

表4 不同气动偏差下的末端误差

Table 4 Terminal error in different pneumatic deviation

气动偏差 ( $C_L/C_D$ )/%	$\Delta h_t/m$	$\Delta V_t/(m \cdot s^{-1})$	$\Delta \gamma_t/(\circ)$
+2	-27.63	-6.67	-0.041
+5	-79.85	-7.84	-0.075
+10	-76.57	-10.68	-0.095
-2	38.74	1.06	0.005
-5	57.74	-6.37	0.080
-10	98.50	-7.64	0.136

### 3.2 对初始误差鲁棒性仿真

仍然选取第3.1节中的参考轨迹作为参考. 首先对本文所设计的制导方法进行初始误差的鲁棒性仿真. 在气动参数不变的条件下, 改变初始条件, 对跟踪效果检验, 仿真结果如表5所示.

表5 对不同初始偏差的仿真结果

Table 5 Simulation results for different initial deviation

初始参数变化	$\Delta h_t/km$	$\Delta V_t/(m \cdot s^{-1})$	$\Delta \theta_t/(\circ)$	$\Delta \varphi_t/(\circ)$
$V_0 + 100 m/s$	0.042	-16.69	-0.0454	-0.0661
$V_0 - 100 m/s$	0.101	-4.68	-0.0931	0.0814
$h_0 + 1 km$	0.082	-2.94	0.0961	0.0603
$h_0 - 1 km$	0.086	-2.77	0.0996	0.0495
$\psi_0 + 2^\circ$	0.061	-5.28	0.0410	0.1607
$\psi_0 - 2^\circ$	0.079	-4.84	0.0685	0.1209
$\gamma_0 + 0.5^\circ$	0.005	-12.46	-0.0759	0.0989
$\gamma_0 - 0.5^\circ$	0.099	-3.41	0.1081	0.0807
$\theta_0 + 1^\circ$	0.062	8.46	0.1414	0.0761
$\theta_0 - 1^\circ$	0.040	-9.06	-0.1285	0.0226
$\varphi_0 + 1^\circ$	0.046	-3.96	0.0413	0.1911
$\varphi_0 - 1^\circ$	0.096	-3.61	0.0694	0.1379

注:  $\Delta \theta_t - \theta$  的末端误差.

由表5中数据可以看出, 该制导方法对不同初始误差的鲁棒性较好, 对高度-速度剖面跟踪效果较为准确, 且末端经纬度误差始终保持在  $0.2^\circ$  以内, 相对于一般的标准轨迹制导有了较大的提高. 通过末端误差的比较可以看出, 该制导方法对初始速度、高度误差的鲁棒性能要优于初始经纬度误差, 且对于航向角或航迹角初始误差, 都有比较好的跟踪效果.

图5为不同初始偏差所得的仿真结果图, 图5中不同线代表多次仿真的结果. 从图5(a)、图5(b)可以看出, 该制导方法对高度、速度的跟踪效果较好, 制导后期的误差很小. 图5(c)为不同初始条件下的地面轨迹, 从中可以看出, 由于采用了横程参数边界作为倾侧角反转条件, 在初始条件不同的情况下, 实际地面轨迹与参考地面轨迹之间存在一定的偏差, 但后期经纬度误差逐渐缩小, 并在末端达到一定精度, 证明了本文所采用的侧向制导方案及经纬度误差小量反馈调节的方

法是可行的. 图5(d)为攻角变化情况, 由于引入的是微小调整量, 因此, 攻角的变化并不明显, 其只起到对倾侧角反转时所造成的小量误差进行微调的作用. 图5(e)为倾侧角变化情况, 可以看出, 倾侧角主要是在再入初期进行较大的调整, 到了后期跟踪误差越来越小, 其变化情况趋于平缓, 且整个过程中没有出现抖动的情况, 因此, 此模糊滑模制导方案具有较强的适应性. 同时, 由于所需制导参数较少且容易获得, 本方案总体计算量较小, 整个过程仿真时间不到30s, 对机载计算机的性能及储存空间要求不高.

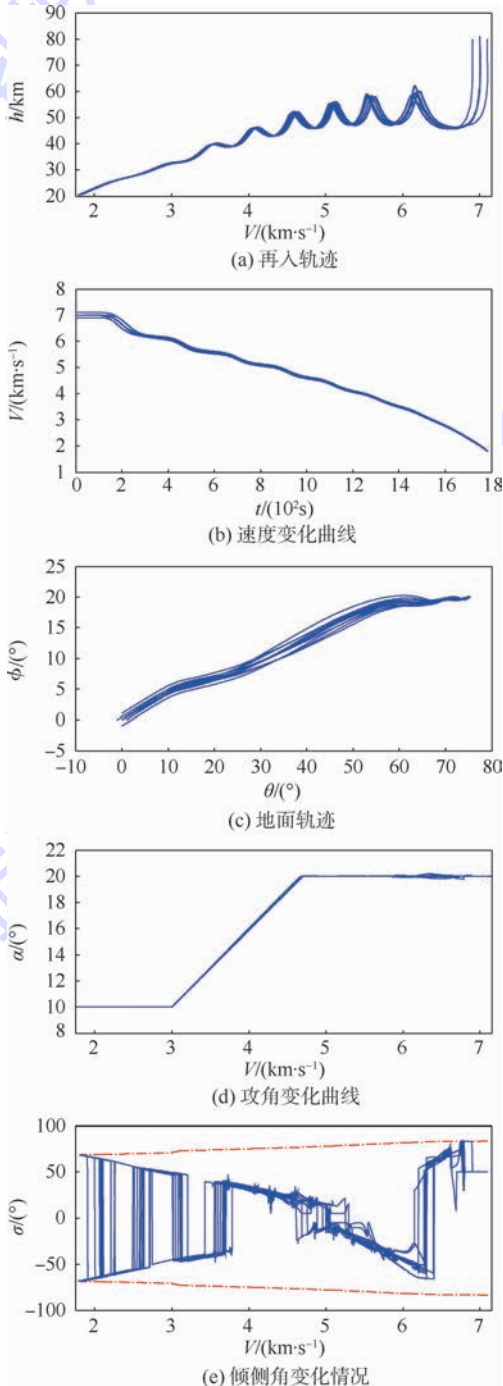


图5 不同初始偏差所得仿真结果

Fig. 5 Simulation results for different initial deviation

### 3.3 对气动误差鲁棒性仿真

在存在气动误差的情况下对再入过程进行仿真,主要讨论当升力系数  $C_L$  与阻力系数  $C_D$  变化时对制导性能的影响. 取  $C_L$ 、 $C_D$  的变化范围为  $\pm 15\%$ ,在此变化范围内随机取 16 组  $C_L$ 、 $C_D$  的变化组合,对制导系统进行仿真,仿真结果如图 6 所示.

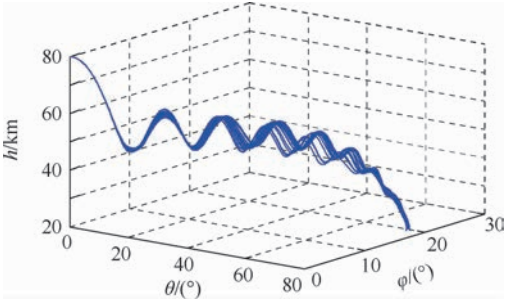


图 6 不同气动误差条件下的三维再入轨迹

Fig. 6 Three dimensions reentry trajectory in different pneumatic error

图 6 为 16 组不同气动误差组合的三维再入轨迹. 由图 6 可知,仿真末端高度均在 20 km 左右,误差很小,且轨迹在高度方向上重合度较高,再入过程中 CAV 跳跃振荡幅度几乎一致,对标准轨迹的跟踪效果较好.

图 7 分别展示了 16 次仿真结果的终端误差. 图 7(a)为终端经纬度误差,由图可以看出,末端经度误差在  $-0.1^\circ \sim 0.15^\circ$  之间,而末端纬度误差大约在  $\pm 0.2^\circ$  之间,最大误差为距目标大约 0.22° 的位置上,换算成地表距离大约为 24 km. 图 7(b)为末端高度速度误差,可以看出,速度误

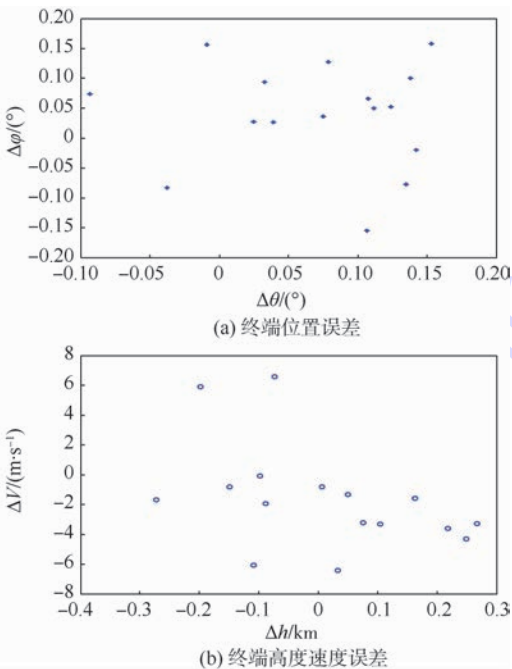


图 7 16 次仿真结果的终端误差

Fig. 7 Terminal errors of 16 times of simulation

差始终在很小的范围以内,而高度误差相较于之前对初始条件误差的仿真有较大幅度的增大,但其误差始终在  $\pm 0.3$  km 之内,可以很好地满足末端精度的要求,鲁棒性较强.

另外,本文利用横程参数边界决定倾侧角反转作为侧向制导逻辑,根据横程误差的定义及边界设定,可以使航向角误差在制导末端保持在很小的范围内;而整个模糊滑模制导过程是在实现对航迹角跟踪的基础上进行的,航迹角误差几乎可以忽略不计. 因此,整个过程的航迹角与航向角误差都在很小的范围内变化,不会对 CAV 后续的任务执行产生影响.

## 4 结论

本文对 CAV 再入标准轨迹制导问题进行了研究,利用模糊滑模实现了在线制导,主要研究工作和相关结论为:

1) 针对 CAV 纵向再入模型,设计了模糊滑模系统,并对控制律进行稳定性分析,通过仿真发现在利用模糊滑模系统对标准轨迹进行跟踪时,利用模糊逼近与误差反馈相结合的方式能够使实际轨迹更快地实现对标准轨迹的跟踪,且对气动误差的鲁棒性很强.

2) 在纵向制导律的基础上进行了侧向制导律设计,利用倾侧角反转逻辑与侧向参数反馈调节相结合的方式,设计了三维标准轨迹制导方案,同时,针对倾侧角反过程中产生的微小误差,采用攻角调整的方式进行补偿.

3) 对本文所设计的模糊滑模制导律进行了仿真验证,仿真结果证实了本文所设计的基于模糊滑模的标准轨迹制导方案能够满足末端精度要求,且对各种误差的鲁棒性较强,具有实际应用价值.

## 参考文献 (References)

- [1] Mease K D. Reduced-order entry trajectory planning for acceleration guidance[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2002, 25(2): 257-266.
- [2] Mease K D. Design and evaluation of an acceleration guidance algorithm for entry[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 41(6): 986-996.
- [3] 雍恩来. 高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化与制导方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.  
Yong E M. Study of hypersonic glide-reentry vehicle for trajectory optimization and guidance method[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008 (in Chinese)
- [4] Shen Z J, Ping L. Dynamic lateral entry guidance logic[J]. Jour-

- nal of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 27(6):949-959.
- [5] Zuo J S, Ping L. On-board generation of three-dimensional constrained entry trajectories [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(1):111-121.
- [6] 刘君, 陈克俊, 汤国建. 基于广义标准轨迹的平衡滑翔状态反馈制导方法 [J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(2):134-140.
- Liu J, Chen K J, Tang G J. Equilibrium glide for state feedback guidance method based on generalized standard trajectory [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(2):134-140 (in Chinese).
- [7] Yaghmaee M H, Menhaj M B, Safavi M. A novel FLC-based approach for ATM traffic control [J]. Computer Networks, 2011, 36(5-6):643-658.
- [8] Wu S F, Engelen C J H, Babuska R, et al. Fuzzy logic based full envelope autonomous flight control for an atmospheric re-entry spacecraft [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(1):11-25.
- [9] 国海峰, 黄长强, 丁达理, 等. 考虑随机干扰的高超声速滑翔飞行器轨迹优化 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(9):1281-1290.
- Guo H F, Huang C Q, Ding D L, et al. Trajectory optimization for hypersonic gliding vehicle considering stochastic disturbance [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(9):1281-1290 (in Chinese).
- [10] Ghasemi A, Moradi M, Menhaj M B. Adaptive fuzzy sliding mode control design for a low-lift reentry vehicle [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2012, 25(2):210-216.
- [11] 刘金琨. 滑模变结构控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2012:110-116.
- Liu J K. Sliding mode control design [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012:110-116 (in Chinese).
- [12] 张化光, 何希勤. 模糊自适应控制理论及其应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2002:56-60.
- Zhang H G, He X Q. Fuzzy adaptive control theory and application [M]. Beijing: Beihang University Press, 2002:56-60 (in Chinese).
- [13] 席爱民. 模糊控制技术 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2008:120-128.
- Xi A M. Technology of fuzzy control [M]. Xi'an: Press of Xidian University, 2008:120-128 (in Chinese).
- [14] 赵霞, 姜玉宪, 吴云洁, 等. 基于多模态滑模的快速非奇异终端滑模控制 [J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(1):110-113.
- Zhao X, Jiang Y X, Wu Y J, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode control based on multi slide mode [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(1):110-113 (in Chinese).
- [15] 李菁菁, 任章, 沈振. 高超声速滑翔飞行器的分散鲁棒姿态控制 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(9):1194-1199.
- Li J J, Ren Z, Shen Z. Design of decentralized robust attitude controller for hypersonic sliding vehicles [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(9):1194-1199 (in Chinese).

## Standard trajectory guidance for CAV reentry based on fuzzy sliding mode control

HUANG Kangqiang, ZHAO Hui\*, REN Yang, CAI Yawei

(School of Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** For the question that the standard trajectory guidance was too sensitive to initial value of state and robustness was worse, a new standard trajectory guidance method based on the fuzzy sliding mode control was proposed. The robustness of sliding mode control was used to improve the adaptive capacity of guidance method, in order to definitely estimate the uncertain factors, the universal approximation property of fuzzy system was used to approach uncertain factors. Through analyzing the determinate principle of membership function combined with the characteristics of reentry process, the longitudinal guidance law was established, the simulation results validate that the master control law combined fuzzy approximation with state feedback is effective. And the lateral guidance law was designed based on the scheme mentioned before. Numerical simulation results show that this method can not only ensure a high precision but also improve the robustness of standard trajectory guidance law, and simplify the calculation process greatly.

**Key words:** hypersonic velocity; membership function; standard trajectory guidance; fuzzy sliding mode; trajectory tracking

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2014.0668



# MHD 控制微电离等离子体射流

罗卫东<sup>1</sup>, 李锋<sup>\*1</sup>, 孙佰刚<sup>2</sup>, 赵凯<sup>1</sup>, 熊溢威<sup>1</sup>, 王昌胜<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191 2. 空军指挥学院, 北京 100097)

**摘 要:** 为了研究磁流体动力学(MHD)控制低温微电离等离子体射流,实现推力矢量的可行性,提出了一种基于MHD控制等离子体流动理论的试验方法,建立了种子(碱金属盐)诱导燃气电离的MHD流动控制试验台,研究了不同温度和不同磁场方向条件下射流偏转向量角,并用用户自定义函数(UDF)加载MHD模型求解三维N-S方程,探究了数值研究MHD控制的可行性.结果表明:向燃烧室内注入低电离能种子能够诱导燃气电离,形成磁流体,在磁场作用下实现推力矢量控制;等离子体射流偏转的数值模拟结果与试验结果在一定程度上是一致的,说明数值模拟MHD流动控制具有一定的可信度.

**关键词:** 磁流体动力学(MHD); 等离子体; 诱导电离; 推力矢量; 数值模拟

**中图分类号:** V11

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2015)09-1758-07

工业等离子体主要是利用电弧加热和微波加热等技术产生局部热平衡状态等离子体,或者通过辉光放电和电晕放电等技术产生非平衡态等离子体;燃烧等离子体方案主要通过添加电离种子的方式强化燃气电离<sup>[1]</sup>.低温气体只有在高能电极放电和电子束照射时才会出现微弱电离,这需要大量的外部能量输入,但只能获得很小的电离度和电导率<sup>[2-4]</sup>.这意味着虽然电子和离子能够和电磁场相互作用,与电中性气体直接进行动量和能量交换,但交换量远小于高速气流的动量和能量输运.所以从工程实际看,由于碱金属盐类诱导电离不需要大量外部能量输入,所以最有可能在实际方案中被采纳.该方法主要借助碱金属元素电离能比常见气体分子电离能小、容易电离的特性,利用碱金属盐类充当诱导电离种子.

随着磁流体动力学(Magnetohydrodynamic, MPH)的发展,磁流体技术被广泛应用于电力、航空、航海等领域.美国国防部的综合高性能涡轮发

动机技术(IHPTET)计划、美国国家航空航天局(NASA)、美国空军(USAF)都将等离子体技术视为未来先进吸气式战斗机引擎的关键技术<sup>[5-6]</sup>.国外的MHD磁控等离子体推力矢量技术目前正处于预研论证阶段.美国的Lineberry团队<sup>[7]</sup>向高焓燃气添加NaK合金种子诱导燃气电离(电导率为10 S/m),借助喷管加速到 $Ma = 3.3$ ,高超声速燃气等离子体通过横向磁场,利用电磁耦合作用,从气流中提取电能. Corke和Jumper<sup>[8]</sup>应用辉光放电等离子体技术实现机翼扰流分离控制和射流偏转控制.中国空军工程大学李应红团队<sup>[9]</sup>利用喷管加速含诱导种子的燃气至 $Ma = 2.2$ ,通过电极向诱导等离子体中注入电流,应用电磁作用加速工质.相比于机械式流动控制方法,MHD流动控制方式可将控制装置设计在机体内部,规避了控制方式对发动机流道设计的影响,同时也降低了控制装置本身设计难度;相比于气动式流动控制方法,MHD流动控制方式无需额外配置引气/排气装置,有利于飞

收稿日期: 2014-10-28; 录用日期: 2015-03-05; 网络出版时间: 2015-04-28 19:19

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150428.1919.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(90716025)

作者简介: 罗卫东(1989—),男,硕士研究生,甘肃定西人,luo\_wd@126.com

\* 通讯作者: 李锋(1966—),男,湖南资兴人,教授,lifeng1966@263.net,主要研究方向为等离子体流动控制及推力矢量技术研究.

**引用格式:** 罗卫东,李锋,孙佰刚,等. MHD 控制微电离等离子体射流[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(9):1758-1764.

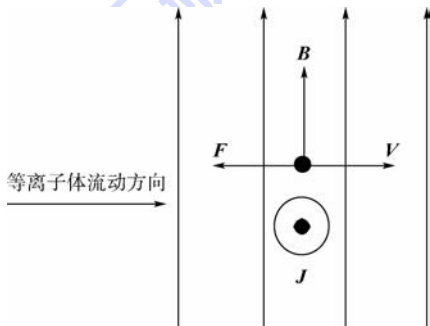
Luo W D, Li F, Sun B G, et al. MHD control of weakly ionized plasma jet flows[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1758-1764 (in Chinese).

行器/发动机结构紧凑化设计.因此MHD控制技术在未来有广阔的发展空间<sup>[10-12]</sup>.

# 1 MHD 控制理论

## 1.1 MHD 控制等离子体流动原理

运用 MHD 原理,通过电磁场向喷流流场内输入电磁能量,当气流充分电离后,磁场对垂直流过的带电粒子产生洛伦兹力,洛伦兹力提供了带电粒子做回旋运动的向心力.由于磁场中正离子与分子是流体质量的主体,所以正离子浓度足够高时,正离子的运动将对流体运动起主导作用,宏观气流运动状态主要由正离子运动状态决定.正离子在洛伦兹力作用下偏转运动,与水平向前运动的分子和中性粒子发生碰撞,进行能量和动量输运.碰撞之后的正离子在磁场作用下继续偏转运动,分子和中性粒子则获得偏转方向的动量,沿着偏转方向运动.由于电子的质量非常小,碰撞过程中的动量和能量输运相当有限,可以忽略不计.所以喷流内部带电粒子间,及带电粒子与中性粒子间相互吸引的内力耦合作用,对喷流形成了偏转诱导力及偏转力矩,使射流偏离轴心方向,形成射流偏角,产生推力矢量效用.MHD 流动控制原理如图 1 所示.



F—电磁力;B—磁场;J—感生电流;V—来流速度.

图 1 MHD 流动控制原理简图

Fig.1 MHD flow control principle schematic

气体在高温中电离,形成带电粒子.电离度可以评估气体的电离能力,定义为单位体积中电离气体粒子数量  $n_i$  与中性粒子数量  $n_n$  的比值.电离度  $\alpha$  由萨哈方程给出:

$$\alpha = \frac{n_i}{n_n + n_i} \approx \frac{n_i}{n_n} = 3 \times 10^{15} \frac{T^{3/2}}{n_i} \exp(-E_i/T) \quad (1)$$

式中: $E_i$  为电离能; $T$  为总温.在温度为 300 K 时,空气的电离度仅为  $10^{-122}$ ;当温度达到 11 600 K 时,空气电离度达到  $10^{-3}$ ,近似于等离子体,而且能够表现出等离子体状态时的电磁特性,其导电

能力可以用电导率  $\sigma$  表示:

$$\sigma = \frac{ne^2(m_e + m_i)}{m_e m_i v_{ei}} \approx \frac{ne^2}{m_e v_{ei}} \quad (2)$$

$$v_{ei} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{4\sqrt{2\pi}n_e Z_e^4 \ln\Lambda}{3m_e^{1/2} T_e^{3/2}} \quad (3)$$

$$\ln\Lambda = \ln\left(\frac{4\pi(\epsilon_0 T)^{3/2}}{e^3 n^{1/2}}\right) \quad (4)$$

式中: $n$  为单位体积中电子数目; $e$  为电子带电量; $m_e$  为电子质量; $m_i$  为中子质量; $v_{ei}$  为电子和中子的平均碰撞频率; $\epsilon_0$  为介电常数; $T_e$  为电子温度,eV; $Z_e$  为离子电荷数; $\Lambda$  为等离子体参数.

## 1.2 低温微电离等离子体的实现

航空发动机尾喷燃气温度一般低于 2 500 K,在这种温度下,燃气电离度很小,不具有导电特性.为了将此温度范围的燃气转化为磁流体,在电磁场作用下改变气流的运动状态,设计了发动机燃烧室试验台,组成磁流体推力矢量控制系统.通过向喷流中添加低电离能的化学物质作为电离种子来提高气体的总体电离度<sup>[13]</sup>.

电离能  $E_i$  随原子序数  $Z$  的周期性变化规律如图 2 所示.在元素周期表里碱金属的电离能最小,所以着重对其电化学性质进行研究.

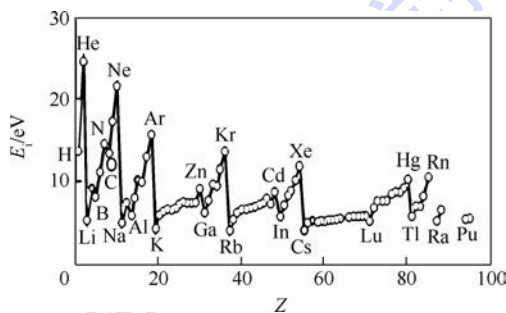


图 2 电离能周期性变化规律

Fig.2 Ionization energy cyclical change rules

表 1 为碱金属的相关电化学性质.由表 1 可知,碱金属的标准电极电势都在 -3.000 V 左右,表明其单质很容易失去电子.而且随着核电荷数增加电离能和电子亲和能不断递减,说明失去电子的能力不断增强.

表 1 碱金属的相关电化学性质

Table 1 Electrochemical properties of alkali metal

素	第一电离能/eV	标准电极电势/V	电子亲和能/eV
Li	526.41	-3.040	59.6
Na	502.04	-2.714	52.9
K	425.02	-2.936	48.4
Rb	409.22	-2.943	46.9
Cs	381.90	-3.027	45.5

虽然碱金属元素电离(换算温度在 10 000 K 以上)仍远大于高超声速飞行条件下流场特征温

度,但由于粒子的能量由图3所示的 Maxwell-Boltzman分布函数描述,因此会有一小部分碱金属盐类粒子的能量超过其自身电离电位,少量碱金属盐类发生电离释放出自由电子,使气流宏观上呈现为弱电离等离子体,从而在较低温度条件下达到等离子状态.碱金属单质化学性质不稳定,因此选取碱金属盐  $\text{Cs}_2\text{CO}_3$  作为催化电离种子添加剂.在高温燃气中  $\text{Cs}_2\text{CO}_3$  反应过程为

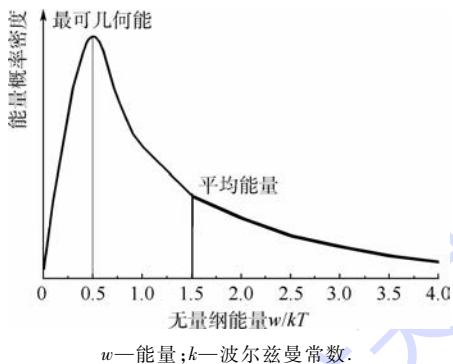
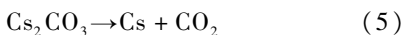


Fig. 3 Maxwell-Boltzman energy distribution function

## 2 等离子体射流偏转的试验研究

### 2.1 试验装置

MHD 控制推力矢量试验台如图4所示,主要包括:高温燃烧室、矩形截面喷管和电磁控制组件.



图4 MHD 控制推力矢量试验台

Fig. 4 MHD control thrust vector test rig

考虑到电离平台需要营造高温环境和试验段的绝缘要求,燃烧系统必须进行有效地冷却而又不破坏试验系统的绝缘性,鉴于冷却系统的复杂性,特别是冷却系统将会降低喷管近壁流体的温度,从而减弱喷流的电离度,所以在试验设计过程中燃烧室、喷管和试验段均采用双层套管结构,内层为磁阻很小的耐高温陶瓷衬套,用于降低试验系统的冷却和绝缘要求;外层为不导奥氏体不锈钢,起到固定和连接陶瓷试验件的作用.其中,喷管出口截面尺寸为  $60\text{ mm} \times 45\text{ mm}$ ,磁场由喷管周

围高强磁性的钕铁硼永磁体提供,两块磁板之间距离  $100\text{ mm}$ ,壁面中心附近磁场强度为  $0.5\text{ T}$ .在试验段侧壁安装热电偶温度测量系统和电信号采集系统,通过监测主流温度调节燃油供应量,并观察壁面电压信号.进口速度为  $105 \sim 115\text{ m/s}$ ,环境压力为  $1.04 \times 10^5\text{ Pa}$ ,出口温度在  $1600 \sim 2500\text{ K}$  之间.磁控推力矢量试验简图如图5所示.

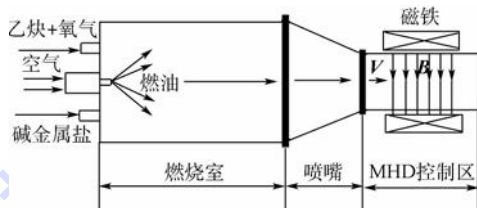


图5 磁控推力矢量试验简图

Fig. 5 Magnetic control thrust vector test schematic

### 2.2 试验方法

试验过程中,气源由一台流量为  $0.25\text{ kg/s}$ 、最高压力为2个大气压的压气机提供,气流经管道流入燃烧室头部稳压腔,经各个气流孔进入燃烧室.点燃的4只火焰枪可以作为燃油的点火源,同时形成一个高温区(在加注燃油之后此区域最高温度超过  $2500\text{ K}$ ).电离种子被吹入燃烧室之后,在该区域迅速气化电离,形成磁流体从喷管喷出.试验过程主要为:

- 1) 打开氧气乙炔阀门,启动点火器电源,点燃乙炔高温割据枪,调节乙炔和氧气流量,使火焰达到最佳高温状态.
- 2) 点燃4只高温火焰枪之后,启动空气压气机,向燃烧室输入空气,然后启动空气压气机,调节压气机流量,使温度稳定在  $1400 \sim 1500\text{ K}$  范围内.
- 3) 打开燃油阀门,向燃烧室内喷注燃油,调节供油量,根据不同的试验工况,控制出口温度在  $1800 \sim 2500\text{ K}$  之间.
- 4) 打开种子粉末试验瓶气源,将粉末吹入燃烧室,进行分解电离反应,控制调节  $\text{Cs}_2\text{CO}_3$  粉末供应量.

### 2.3 试验结果及分析

#### 2.3.1 电离种子对射流状态影响

比较图6和图7可以看出,在外加磁场作用下,当不添加电离种子时,尾喷流在喷出后沿着出口轴线平直状态延伸,喷流火焰状态基本稳定;当添加电离种子后,尾喷流在磁场作用下偏离喷管中心轴线,形成一定角度的射流偏转.金属铯的质量分数为  $2.5\%$  时,如果只是其本身发生了电离,根据离子碰撞理论可以求出在一个大气压,  $2400\text{ K}$  条件下,燃气电离度只有  $8.23 \times 10^{-14}$ ,则在电磁场中由离子引起的的动量交换不足以改变

主流的动量输运,不能实现主流偏转.这说明当  $\text{Cs}_2\text{CO}_3$  电离种子进入高温燃烧室之后,强化了燃气电离特性,形成中性离子、电子和离子组成的“低温”等离子体,燃气电离度达到可观的  $10^{-4} \sim 10^{-3}$ . 燃气等离子体流经试验段时,在磁场作用下呈现出 MHD 流动控制效果.

从粒子电性角度来看,正离子数密度大于电子数密度;从粒子质量角度来看,正离子和负离子质量远大于电子质量.这就决定了正离子主要承担动量输运的功能,而电子主要起到输运电量的作用.前者主要表现为 MHD 作用下射流偏转现象,后者可以从 MHD 能量提取过程中捕获到的电压信号中得以说明.



图6 出口温度 2400 K 无种子时尾流形状

Fig.6 Plume shape without seed at 2400 K of outlet

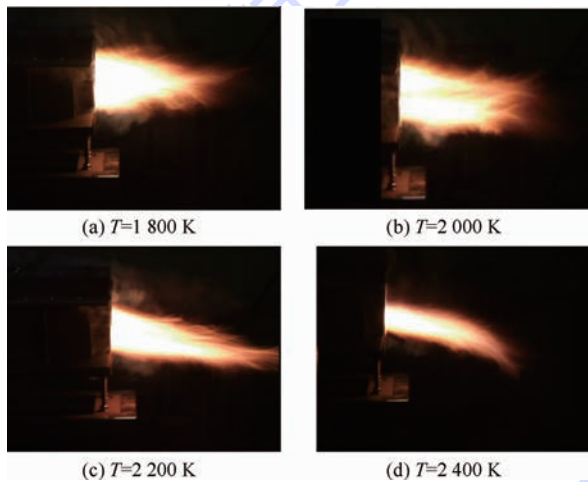


图7 种子含量 2.5% 时不同温度下尾流形状

Fig.7 Plume shape with 2.5% seed at different temperature

当正离子进入磁场时,在洛伦兹力作用下不断地旋转运动、碰撞传递动量,使中性离子整体呈

现向下偏转的流动特征,如图 8(a)所示.当电子进入磁场时,在洛伦兹力作用下沿逆时针方向做旋转运动.由于电子的质量远小于正离子质量,所以它的旋转半径也远小于正离子的旋转半径,这导致电子将积聚在上电极板上游附近,而正离子将积聚在下电极板下游附近(大部分正离子被其他质量较大的离子夹带处试验段),将形成感生电场,变现为图 8(b)所示的电压信号.感生电场将对正离子的旋转运动产生一定的抑制作用,但是在无外加电场的情况下,感生电场较弱,等离子体运动状态主要由洛伦兹力决定.

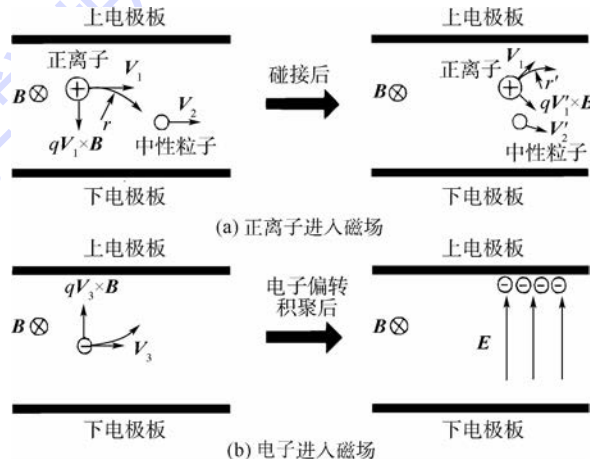


图8 等离子体在磁场中的受力分析  
 $V_1, V_1'$ —正离子在与中性粒子碰撞前后的速度;  $V_2, V_2'$ —中性粒子在与正离子碰撞前后的速度;  $V_3$ —电子速度;  $E$ —电场强度;  $qV_i \times B$ —洛伦兹力,  $i=1, 2, 3$ ;  $q$ —带电粒子电荷量;  $r, r'$ —正离子进入磁场前后的轨道半径.

图8 等离子体在磁场中的受力分析

Fig.8 Force analysis of plasma in magnetic field

### 2.3.2 温度对射流状态影响

当温度低于 1800 K 时,尾喷流沿中心轴线对称分布,火焰表面有明显的颤动和破裂现象,但没有明显的偏折运动;当喷流温度高于 2000 K 时,火焰表面变得光滑,火焰面被逐渐压缩,尾喷流在磁场作用下逐渐偏离喷管中心轴线,向主流靠拢,形成一定角度的偏转射流.结合表 2 中试验参数之间的关系可以看出,随着温度升高,燃气等离子体的电离特性增强,燃气中离子浓度增大,电导率量级明显增加,磁流体喷流所受磁场力增大,使得射流偏转角度增大.

表2 试验参数

Table 2 Parameters of test

温度/( $10^3$ K)	燃油流量/ ( $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$ )	乙炔流量/ ( $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$ )	氧气流量/ ( $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$ )	空气流量/ ( $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$ )	电离度	电导率/ ( $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ )	矢量角/( $^\circ$ )
1.8	2.08	7.5	28.2	75.2	$10^{-7}$	10.1	0
2.0	2.95	7.5	28.2	75.2	$10^{-6}$	32.5	3.7
2.2	3.80	7.5	28.2	75.2	$10^{-5}$	111.9	6.8
2.4	4.74	7.5	28.2	75.2	$10^{-4}$	204.7	11.1

### 2.3.3 磁场方向对射流状态影响

在出口温度为 1800 K 条件下改变磁场方向,保持其他参数不变,比较图 7(b)与图 9 的火焰形状可以看出,火焰偏转方向随着磁场方向的改变而改变,均向着磁场负极方向偏转.因为磁场方向改变,由洛伦兹力提供磁流体偏转所需的向心力也随之发生改变.



图 9 出口温度 2000 K 电离种子含量 2.5% 磁场反向时尾流形状

Fig. 9 Plume shape with 2.5% seed at 2000 K of outlet and reverse magnetic field

## 3 等离子体射流偏转的数值模拟

### 3.1 控制方程

在 MHD 作用下,等离子体同时服从电磁场方程和流体力学方程,完整的磁流体力学 Navier-Stokes 方程<sup>[14-15]</sup>为

连续方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

动量方程:

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla P + \nabla \cdot (2\mu_t \mathbf{S}) - \frac{2}{3} \nabla(\mu_t \nabla \cdot \mathbf{V}) + \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

能量方程:

$$\rho \frac{d\varepsilon_t}{dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{V} + \Phi + \mu_t (\nabla \cdot \mathbf{V})^2 + \lambda_t \nabla T^2 + \frac{J^2}{\sigma}$$

状态方程:

$$p = \rho RT$$

麦克斯韦:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

方程:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_t \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

欧姆定律:

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B})$$

其中: $\rho$ 为介质密度; $t$ 为时间; $p$ 为压强; $R$ 为摩尔体积常数; $\mu_t$ 为黏度系数; $\mathbf{P}$ 为应力张量; $\Phi$ 为耗散系数; $\nabla$ 为哈密顿算子; $\varepsilon_t$ 为内能; $\mathbf{J}$ 为电流密度; $\mathbf{S}$ 为变形速率; $\lambda_t$ 为热传导系数.

### 3.2 计算域和网格

计算模型为常规二元喷管,长 100 mm,横截面积为 60 mm × 45 mm,计算域网格如图 10 所示.在试验过程中,燃烧只是为了营造燃气电离的高温环境,形成等离子体,对计算 MHD 控制等离子体流动本质并没有影响.所以,为了消除燃烧模型在计算过程中带来的误差,直接给定燃气温度为 2400 K,所以计算域只选取喷管、试验段和远场.喷管壁面考虑附面层影响,划分边界层.在喷管出口速度梯度较大区域,适当加密网格.网格无关性分析之后,计算域全部用六面体正交网格,网格总数为 120 万.



图 10 计算域整体网格

Fig. 10 Global grid of computational domain

### 3.3 边界条件和流动模型

应用流体动力学 (CFD) 软件 FLUENT 来模拟复杂流动现象,通过用户自定义函数 (UDF) 加载 MHD 模型解三维 Navier-Stokes 方程,选择标准  $k-\varepsilon$  模型模拟湍流现象,二阶迎风格式离散偏微分方程组.喷管进口为速度入口,具体参数如表 3 所示;出口和侧壁设为压力远场,温度为 300 K,压力为 101 325 Pa. 磁场区域宽 40 mm,近壁面磁场强度峰值  $B_{\max} = 0.5$  T.

表 3 进口边界条件

Table 3 Inlet boundary condition

进口边界条件	速度/ (m · s <sup>-1</sup> )	温度/K	电导率/ (S · m <sup>-1</sup> )	磁场强度/T
数值	110	2400	200	0.5

### 3.4 计算结果分析

根据图 11 和图 12 所示的 MHD 作用下的速度和温度分布云图可见,由于在燃气中添加了一定浓度的碱金属电离种子,2400 K 时燃气形成临界等离子体态,具有磁流体的电磁特性.在 MHD 控制系统作用下,受到流体运动偏转的向心力,当其喷出喷管时产生了偏转.图 13 MHD 作用下的

速度矢量图中,由于喷管出口上下壁面间的压差,在靠近磁场负极(上壁面)区域形成低速阻流区域,靠近正极(下壁面)区域流速增大,逐渐产生射流偏转。

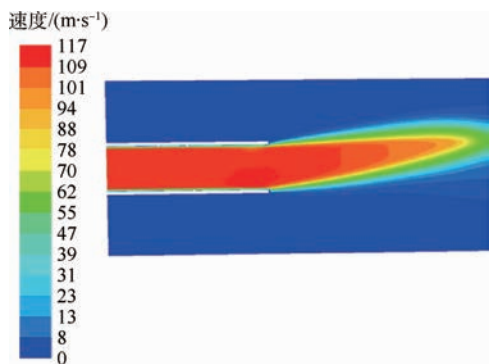


图 11 MHD 作用下速度云图

Fig. 11 Velocity contours with MHD

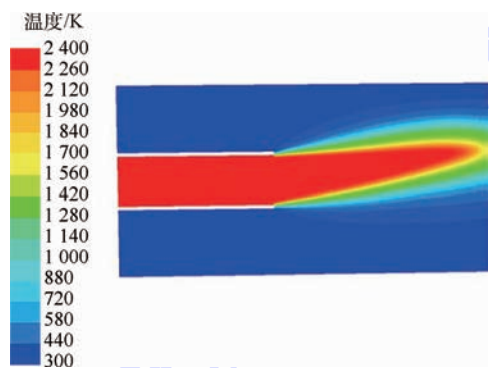


图 12 MHD 作用下温度云图

Fig. 12 Temperature contours with MHD

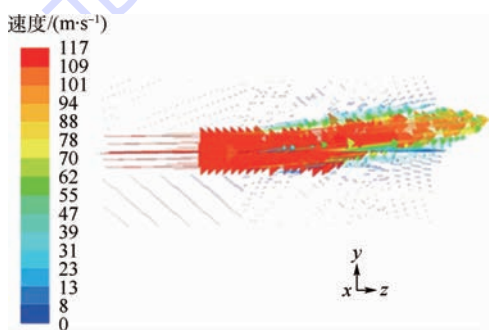


图 13 MHD 作用下速度矢量分布

Fig. 13 Velocity vector distribution with MHD

## 4 结 论

提出了一种低温状态下(2500 K 以内)MHD 控制微电离等离子体射流,实现推力矢量的本文方法.分析了磁流体动力学的理论基础,并进行了等离子体射流偏转的数值模拟和试验研究.结果表明:

1) 在 2400 K 的低温条件下,燃气的电离度很低,不具有电磁特性;添加低电离能催化种子使得燃气电离度达到可观的  $10^{-4} \sim 10^{-3}$  量级,燃气

接近等离子体状态,显示出电磁特性。

2)  $\text{Cs}_2\text{CO}_3$  诱导燃气等离子体在温度高于 1800 K 以后逐渐表现出电离特征,而且燃烧温度越高,电离特征越明显,射流的偏转角度越大。

3) 变换磁场 N-S 级方向,高温磁流体射流偏转方向发生相应改变,说明理论分析中带电粒子所受洛伦兹力的分析及喷流中质量远大于电子的正离子所受的磁场力主导射流运动的分析是合理的。

4) 等离子体流动偏转的试验结果与数值模拟结果在一定程度上是一致的,说明用数值模拟 MHD 流动控制具有一定的可信度。

## 参考文献 (References)

- [1] 郑春开. 等离子体物理学[M]. 北京:高等教育出版社,2009:70-76.  
Zheng C K. Plasma physics [M]. Beijing: Higher Education Press,2009:70-76 (in Chinese).
- [2] Sergey O M, Ikhail N S, Richard B M, et al. Magnetohydrodynamic and electrohydrodynamic control of hypersonic flows of weakly ionized plasmas, AIAA-2004-0427 [R]. Reston: AIAA, 2004.
- [3] Peter P, Rodney M, Elke P, et al. MHD effect on a supersonic weakly ionized flow [C] // 33rd Plasmadynamics and Lasers Conference. Reston: AIAA, 2002:2002-2246.
- [4] Murray R C, Vasilyak L, Carraro M R, et al. Observation of MHD effects with nonequilibrium ionization in cold supersonic air flows, AIAA-2004-1025 [R]. Reston: AIAA, 2004.
- [5] Kuranov A L, Sheikin E G. MHD control on hypersonic aircraft under AJAX concept: Possibilities of MHD generator [C] // AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reston: AIAA, 2002: 14-17.
- [6] Vatazhin A, Kopchenov V, Gousskov O. Some estimations of possibility to use the MHD control for hypersonic flow deceleration, AIAA-1999-4972 [R]. Reston: AIAA, 1999.
- [7] Lineberry J T, Begg L L, Castro J H, et al. Scramjet driven MHD power demonstration: HVEPS project overview, AIAA-2006-8010 [R]. Reston: AIAA, 2006.
- [8] Corke T C, Jumper E J. Application of weakly-ionized plasmas as wing flow-control, AIAA-2002-0305 [R]. Reston: AIAA, 2002.
- [9] 李益文, 李应红, 张百灵等. 基于激波风洞的超声速磁流体动力技术实验系统[J]. 航空学报, 2011, 32(6): 1015-1024.  
Li Y W, Li Y H, Zhang B L, et al. Supersonic magnetohydrodynamic technical experimental system based on shock tunnel [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(6), 1015-1024.
- [10] Mikhail N S, Sergey O M. Hypersonic aerodynamic control and thrust vectoring by nonequilibrium cold-air MHD devices [J]. Journal of Propulsion and Power, 2006, 22(3): 490-497.
- [11] Macheret S O, Shneider M N, Miles R B. Magnetohydrodynamic control of hypersonic flows and scramjet inlets using electron beam ionization [J]. AIAA Paper, 2002(40): 74-81.

- [12] 赵青. 等离子体技术及应用[M]. 北京:国防工业出版社, 2009:56-62.
- [13] Sun B G, Li F, Yang H. Experiment investigation of plasma plume deflection with MHD[C] // Proceedings of International Conference on Electronics and Optoelectronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011, 1:142-145.
- [14] Sun B G, Yang H, Liu Y B. Numerical investigation of plasma plume deflection with MHD control[J]. Advanced Materials Research, 2012, 588-589:1372-1375.
- [15] Sun B G, Li F, Zhang S S, et al. Numerical investigation of plasma active flow control[J]. Plasma Science and Technology, 2010, 12(6):723-728.
- Zhao Q. Plasma technology and its applications[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009:56-62 (in Chinese).

## MHD control of weakly ionized plasma jet flows

LUO Weidong<sup>1</sup>, LI Feng<sup>\*1</sup>, SUN Baigang<sup>2</sup>, ZHAO Kai<sup>1</sup>, XIONG Yiwei<sup>1</sup>, WANG Changsheng<sup>1</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Air Force Command College, Beijing 100097, China)

**Abstract:** In order to study the feasibility of the thrust vectoring using magnetohydrodynamic (MHD) control weakly ionized plasmas at low temperature, the experimental method based on the MHD control plasma flow theory was put forward. We established a MHD flow control experiment platform of seeds (alkali metal salts) induced gas ionization to research jet deflection vector angle under the condition of different temperature and different magnetic direction, and explored the feasibility of the numerical study MHD control by user defined function (UDF) loading the MHD model to solve the three-dimensional Navier-Stokes equations. It is demonstrated that injecting low ionization energy seed into the combustor can induce gas ionization, forming magnetic liquid and achieving thrust vector control under magnetic field; the numerical simulation results and experimental results of plasma flow deflection are consistent, meaning numerical simulation MHD flow control has a certain credibility.

**Key words:** magnetohydrodynamic (MHD); plasma; induced ionization; thrust vectoring; numerical simulation

# 《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行人,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

## 1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

## 2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码,中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5~8 个),中图分类号,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词,引言,正文,参考文献。首页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

## 3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100191 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部

办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间

电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426

E-mail: jbuaa@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

http://www.buaa.edu.cn

《北京航空航天大学学报》  
第五届编辑委员会

北航学报  
赠阅

主任(主编): 赵沁平

(以下按姓氏笔划为序)

副主任(副主编): 丁希仑 王少萍 孙志梅 李秋实 李焕喜 杨嘉陵  
苗俊刚 相艳 徐立军 钱德沛 曹晋滨  
编委: 马殿富 王琪 王聪 邓小燕 王青云 王荣明 刘宇  
刘红 江洁 刘强 闫鹏 朱天乐 刘铁钢 齐铂金  
陈万春 邹正平 苏东林 杨世春 沈成平 邱志平 宋知人  
杨树斌 张晓林 杨晓奕 杨继萍 李惠峰 吴新开 张瑞丰  
杨照华 宋凝芳 周锐 林宇震 林贵平 战强 姚仰平  
胡庆雷 赵秋红 段海滨 赵巍胜 席平 郭宏 徐洁  
徐世杰 郭洪波 康锐 翟锦 熊华钢

北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

(原《北京航空学院学报》)

(月刊 1956年创刊)

第41卷第9期 2015年9月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS  
(JBUA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.41 No.9 September 2015

主管单位 中华人民共和国工业和信息化部  
主办单位 北京航空航天大学  
主编 赵沁平  
编辑出版 《北京航空航天大学学报》  
编辑部  
邮编 100191  
地址 北京市海淀区学院路37号  
印刷 北京科信印刷有限公司  
发行 北航文化传媒集团  
发行范围 国内外发行  
联系电话 (010) 82315594 82338922  
82314839  
电子信箱 jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information  
Technology of the People's Republic of China  
Sponsored by Beijing University of Aeronautics  
and Astronautics (BUAA)  
(Beijing 100191, P. R. China)  
Chief Editor Zhao Qiping  
Edited and Published by Editorial Board of JBUA  
Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.  
Distributed by BUAA Culture Media Group Limited  
Telephone (010) 82315594 82338922  
82314839  
E-mail jbuaa@buaa.edu.cn  
http://bhxb.buaa.edu.cn

刊号 ISSN 1001-5965  
CN 11-2625/V  
国内定价 20.00元/期

