

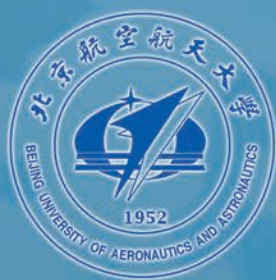


北航学报  
赠阅

ISSN 1001-5965  
CODEN BHHDE8

# 北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



**2016-03**

Vol.42 No.3

## 目 次

- 基于降维算法和 Edgeworth 级数的结构可靠性分析 ..... 孟广伟, 冯昕宇, 李锋, 周立明 (421)
- 弹射座椅不利姿态控制规律设计 ..... 毛晓东, 林贵平, 郁嘉 (426)
- 考虑柔性检修计划的圆钢热轧批量调度 ..... 王雷, 赵秋红, 许绍云 (435)
- 长期贮存平台惯导系统壳体效应变化行为模型 ..... 黄小凯, 张超, 胡芳, 刘守文 (444)
- 超高频脉冲 GTAW 熔池表面温度分布 ..... 杨舟, 齐铂金, 杨明轩 (452)
- 基于多值决策图的温储备系统可靠性建模方法 ..... 翟庆庆, 杨军, 彭锐, 赵宇 (459)
- 基于多波长同轴数字全息相位恢复算法 ..... 李艳, 肖文, 潘锋 (465)
- 基于改进 Terminal 滑模的导弹大角度机动控制 ..... 马悦悦, 唐胜景, 郭杰 (472)
- 扭矩辅助型 AMT 有动力升挡控制策略 ..... 逯家鹏, 李幼德, 韩鹏, 程秀生 (481)
- 轴向柱塞泵滑靴副传热特征 ..... 汤何胜, 阎耀保, 李晶 (489)
- 基于非参数边缘积分估计的局部特征描述子 ..... 郑明国, 吴成东, 陈东岳, 贾同, 金勇虎 (497)
- 基于可拓规则推理的故障诊断方法 ..... 文天柱, 许爱强, 王怡莘 (506)
- 基于非线性直方图变换的对比度畸变图像校正 ..... 高明, 秦世引 (514)
- 基于退化数据与故障数据的导弹竞争故障预测 ..... 丛林虎, 徐廷学, 王骞, 董琪 (522)
- 升力式再入飞行器体襟翼姿态控制方法 ..... 王之, 李惠峰, 包为民 (532)
- 多级固体运载火箭分级多学科设计优化 ..... 马树微, 李静琳, 陈曦, 陈万春 (542)
- 适用于混合网格的改进雅可比迭代法及其应用 ..... 黄宇, 阎超, 袁武 (551)
- 基于视觉引导的工业机器人示教编程系统 ..... 倪自强, 王田苗, 刘达 (562)
- 修理工带休假的  $n$  部件冷贮备可修系统 ..... 温艳清, 崔利荣, 刘宝亮 (569)
- 非线性步进加速退化数据的可靠性评估方法 ..... 蔡忠义, 陈云翔, 张净敏, 项华春 (576)
- 颞骨蜂房气化程度对血管性耳鸣的影响 ..... 杨洁萌, 王丽珍, 田山, 刘兆会, 樊瑜波 (583)
- 进动锥体目标散射特性仿真及实验分析 ..... 叶桃杉, 黄沛霖, 束长勇, 王英, 彭尧坤 (588)
- 基于改进人工神经网络的航天器电信号分类方法 ..... 李可, 王全鑫, 宋世民, 孙毅, 王浚 (596)
- Heusler 合金  $M_2CoA$  ( $M = Mn, Ti; A = Al, Si$ ) 的第一性原理 .....  
..... 林道斌, 萨百晟, 周健, 司晨, 孙志梅 (602)
- 基础振动诱发的流体-管道轴向耦合振动特性 ..... 刘森, 张怀亮, 彭欢 (610)
- LD30 铝合金与 304 不锈钢低温钎焊润湿性研究 ..... 熊欢, 曲文卿 (619)
- 大型空间折展机构简化模型的热传导分析 ..... 杨君坦, 邱志平, 吕峥, 李琦 (625)
- 电脉冲除冰系统电磁脉冲力仿真分析 ..... 袁起航, 林贵平, 李广超, 申晓斌, 卜雪琴 (632)

CONTENTS

Structural reliability analysis based on dimensionality reduction and Edgeworth series  
..... MENG Guangwei, FENG Xinyu, LI Feng, ZHOU Liming (421)

Design of control law for ejection seat under adverse attitudes  
..... MAO Xiaodong, LIN Guiping, YU Jia (426)

Hot-rolling batch scheduling in round steel production with flexible maintenance planning  
..... WANG Lei, ZHAO Qihong, XU Shaoyun (435)

Heading sensitive drift behavior model for platform inertial navigation system under long-term storage  
..... HUANG Xiaokai, ZHANG Chao, HU Fang, LIU Shouwen (444)

Surface temperature distribution of molten pool by ultra high frequency pulsed GTAW  
..... YANG Zhou, QI Bojin, YANG Mingxuan (452)

Multi-valued decision diagram based reliability modeling of warm standby systems  
..... ZHAI Qingqing, YANG Jun, PENG Rui, ZHAO Yu (459)

Phase retrieval for multiple-wavelength in-line digital holography  
..... LI Yan, XIAO Wen, PAN Feng (465)

Large angle maneuvering control for missiles based on improved Terminal sliding mode method  
..... MA Yueyue, TANG Shengjing, GUO Jie (472)

Power upshift control strategy of torque-assist AMT  
..... LU Jiapeng, LI Youde, HAN Peng, CHENG Xiusheng (481)

Heat transfer characteristics of axial piston pump slipper pair  
..... TANG Hesheng, YIN Yaobao, LI Jing (489)

Local feature descriptor based on nonparametric marginal integration estimation  
..... ZHENG Mingguo, WU Chengdong, CHEN Dongyue, JIA Tong, JIN Yonghu (497)

Fault diagnosis method based on extension rule-based reasoning  
..... WEN Tianzhu, XU Aiqiang, WANG Yiping (506)

Correction of contrast distortion image based on nonlinear transform of histogram  
..... GAO Ming, QIN Shiyin (514)

Missile competing fault prediction based on degradation data and fault data  
..... CONG Linhu, XU Tingxue, WANG Qian, DONG Qi (522)

Body-flap attitude control method for lifting re-entry vehicle  
..... WANG Zhi, LI Huifeng, BAO Weimin (532)

Stage-wise multidisciplinary design optimization for multi-stage solid launch vehicle  
..... MA Shuwei, LI Jinglin, CHEN Xi, CHEN Wanchun (542)

Improved Jacobi iterative method for hybrid grid and its application  
..... HUANG Yu, YAN Chao, YUAN Wu (551)

Vision guide based teaching programming for industrial robot  
..... NI Ziqiang, WANG Tianmiao, LIU Da (562)

Cold standby  $n$ -component repairable system with repairman vacation  
..... WEN Yanqing, CUI Lirong, LIU Baoliang (569)

Reliability assessment method of nonlinear step-stress accelerated degradation data  
..... CAI Zhongyi, CHEN Yunxiang, ZHANG Zhengmin, XIANG Huachun (576)

Effect of pneumatization degree of temporal bone air cell on vascular pulsatile tinnitus  
..... YANG Jiemeng, WANG Lizhen, TIAN Shan, LIU Zhaohui, FAN Yubo (583)

Scattering characteristics simulation and experimental analysis of precession cone target  
..... YE Taoshan, HUANG Peilin, SHU Changyong, WANG ying, PENG Yaokun (588)

Spacecraft electrical signal classification method based on improved artificial neural network  
..... LI Ke, WANG Quanxin, SONG Shimin, SUN Yi, WANG Jun (596)

First-principles investigation of Heusler alloys  $M_2CoA$  ( $M = Mn, Ti; A = Al, Si$ )  
..... LIN Daobin, SA Baisheng, ZHOU Jian, SI Chen, SUN Zhimei (602)

Fluid-pipe coupling axis vibration characteristics induced by foundation vibration  
..... LIU Sen, ZHANG Huailiang, PENG Huan (610)

Low-temperature brazing wettability research of LD30 aluminum alloy and 304 stainless steel  
..... XIONG Huan, QU Wenqing (619)

Heat conduction analysis for simplified model of large scale space deployable structure  
..... YANG Juntan, QIU Zhiping, LYU Zheng, LI Qi (625)

Simulation and analysis on electromagnetic impulse force of electro-impulse de-icing system  
..... YUAN Qihang, LIN Guiping, LI Guangchao, SHEN Xiaobin, BU Xueqin (632)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0181

# 基于降维算法和 Edgeworth 级数的结构可靠性分析



孟广伟, 冯昕宇, 李锋\*, 周立明

(吉林大学 机械科学与工程学院, 长春 130025)

**摘 要:** 针对工程实际中存在功能函数为隐式或高维非线性的复杂结构, 本文提出了一种基于降维算法和 Edgeworth 级数的可靠性分析方法。利用降维算法将  $n$  维函数展开为  $n$  个一维函数, 经变量转换后变量都相互独立且服从均值为 0、方差为 0.5 的正态分布, 再结合 Gauss-Hermite 积分方法计算出一维函数的原点矩, 从而得到结构功能函数的中心矩, 将所得的矩信息应用到 Edgeworth 级数展开式中, 给出功能函数的累积分布函数表达式, 计算得到结构的失效概率。该方法避免了功能函数对变量梯度的要求, 仅需少量的确定性重分析计算。数值算例结果表明了本方法的有效性和正确性。

**关键词:** 结构可靠性; 降维算法; Gauss-Hermite 数值积分; Edgeworth 级数; 矩方法

**中图分类号:** TB114.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0421-05

结构可靠性<sup>[1-3]</sup>是工程领域内研究的重点内容之一。结构中的几何参数、材料属性、强度和载荷等都可视为结构的基本随机变量。失效概率  $P_f$  是结构可靠性分析的重要指标之一。现今已有很多方法用于求解失效概率, 例如传统的一次二阶矩方法 (First-Order Reliability Method, FORM)<sup>[4]</sup> 和二次二阶矩方法 (Second-Order Reliability Method, SORM)<sup>[5]</sup>、蒙特卡罗模拟 (Monte Carlo Simulation, MCS) 方法<sup>[6]</sup> 以及响应面方法 (Response Surface Method, RSM)<sup>[7]</sup> 等。在利用上述方法计算时, MCS 法简单易行、精度高, 对求解没限制, 但计算量相当大, 耗时过长; FORM 和 SORM 存在迭代收敛慢甚至不收敛, 对功能函数为隐式的问题计算困难, 难于求解变量的导数; RSM 法对于非线性程度较高的工程实际问题则需要进行多次迭代, 而且固定的函数形式也会影响其逼近精度。

Rahman<sup>[8]</sup> 和 Cho<sup>[9]</sup> 等提出的降维算法 (Dimension Reduction Method, DRM) 避免了对功

能函数梯度与矩阵的逆以及迭代最可能失效点 (Most Probable failure Point, MPP) 的求解, 大大降低了计算工作量; Youn 等<sup>[10]</sup> 指出在基于矩的积分法时, 随积分点的增多, 导致线性方程组的系数矩阵出现奇异性、条件数和数值结果不稳定等。

因此, 本文结合单变量降维算法和 Edgeworth 级数展开法<sup>[11]</sup> 进行结构的可靠性分析。采用降维算法, 将功能函数分解为  $n$  个一维函数叠加的形式, 再利用变量转换和 Gauss-Hermite 数值积分得到各一维函数的原点矩, 由所得各原点矩信息获得功能函数的中心矩, 再将其前四阶中心矩应用到 Edgeworth 级数展开式中, 该级数无需通过参数的分布类型进行拟合, 仅需通过矩信息就可拟合累积分布函数计算。

## 1 降维算法

假设由  $n$  维向量  $\mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^T$  来

收稿日期: 2015-03-30; 录用日期: 2015-06-26; 网络出版时间: 2015-09-17 16:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.007.html

基金项目: 吉林省科技厅基金(201205001, 201215048); 国家重大科学仪器设备开发专项(2012YQ030075)

\* 通讯作者: Tel.: 0431-85095843 E-mail: fengli@jlu.edu.cn

**引用格式:** 孟广伟, 冯昕宇, 李锋, 等. 基于降维算法和 Edgeworth 级数的结构可靠性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 421-425. MENG G W, FENG X Y, LI F, et al. Structural reliability analysis based on dimensionality reduction and Edgeworth series[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 421-425 (in Chinese).

表达任意一个连续、可微的实值响应函数  $g(\mathbf{X})$ ,  $n$  维函数  $g(\mathbf{X})$  的降维表达式<sup>[12]</sup>为

$$g(\mathbf{X}) = g_0 + \sum_{i=1}^n g_i(x_i) + \sum_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq n} g_{i_1 i_2}(x_{i_1}, x_{i_2}) + \dots + \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} g_{i_1 i_2 \dots i_k}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}) + \dots + g_{12 \dots n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

式中:  $g_0$  为常数; 函数  $g_i(x_i)$  为变量  $x_i$  单独对响应的一阶表达式; 函数  $g_{i_1 i_2}(x_{i_1}, x_{i_2})$  为变量  $x_{i_1}$  和  $x_{i_2}$  对函数  $g(\mathbf{X})$  的共同影响的二阶表达式;  $g_{i_1 i_2 \dots i_k}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k})$  则体现着前  $k$  阶项共同对  $g(\mathbf{X})$  的影响; 最后一项  $g_{12 \dots n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  包含了所有变量共同对响应函数的影响。

选取随机变量空间中的任意一个参考点  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ , 若只考虑式(1)中的一阶项。由式(1)可得到下列分量函数的关系式:

$$g_0 = g(\mathbf{c}) \quad (2)$$

$$g_i(x_i) = g_i - g_0 \quad (3)$$

式中:  $g_i = g(c_1, c_2, \dots, c_{i-1}, x_i, c_{i+1}, c_{i+2}, \dots, c_n)$ 。文献[12]研究表明参考点  $\mathbf{c}$  的最佳选择为变量的均值, 因此令  $\mathbf{c} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ , 则单变量降维表达式可写为

$$g(\mathbf{X}) \approx \sum_{i=1}^n g_i - (n-1)g_0 \quad (4)$$

由二项式展开定理和统计矩定义知,  $n$  维函数  $g(\mathbf{X})$  的  $k$  阶原点矩公式<sup>[13]</sup>为

$$m_{g_i}^{(k)} = E \{ [g(\mathbf{X})]^k \} \approx \sum_{l=0}^k C_k^l E \left\{ \left[ \sum_{i=1}^n g_i - (n-1)g_0 \right]^k \right\} = \sum_{l=0}^k C_k^l \sum_{i_1=1}^l C_l^{i_1} m_{g_1}^{i_1} \sum_{i_2=2}^{l-i_1} C_{l-i_1}^{i_2} m_{g_2}^{i_2} \dots \sum_{i_{j-1}=j}^{l-i_1-\dots-i_{j-2}} C_{l-i_1-\dots-i_{j-2}}^{i_{j-1}} m_{g_{j-1}}^{i_{j-1}} \dots \times \sum_{i_n=n}^{i_{n-1}} C_{l-i_1-\dots-i_{n-1}}^{i_n} m_{g_n}^{i_n} \times [-(n-1)g_0]^{k-l} \quad (5)$$

式中:  $C_k^l = \frac{k!}{l!(k-l)!}$  为式(5)的二项式展开系数;  $m_{g_i}^q = E \{ [g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, X_i, \mu_{i+1}, \mu_{i+2}, \dots, \mu_n)]^q \}$ ,  $E \{ \cdot \}$  为期望算子,  $q$  为原点矩的阶数。

当随机变量  $x_i$  的概率密度函数为  $f(x_i)$  时, 一维函数  $g_i(\mathbf{X})$  的原点矩可以表示为

$$m_{g_i}^{(k)} = E \{ [g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, x_i, \mu_{i+1}, \mu_{i+2}, \dots, \mu_n)]^k \} = \int_{-\infty}^{+\infty} [g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, x_i, \mu_{i+1}, \mu_{i+2}, \dots, \mu_n)]^k f(x_i) dx_i \quad (6)$$

## 2 变量转换

由于直接用积分计算式(6)会导致较大误差

且为提高其计算精度, 一维函数的积分表达式, 通常可以运用传统的数值积分公式进行计算求解, 但积分结果有误差。本文中各变量均转换为服从  $N(0, 0.5)$  (均值为 0, 方差为 0.5) 的正态分布的变量。基于等概率变换原理, 将一组任意分布类型且相互独立的向量  $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  转换成一组服从正态分布的向量  $\mathbf{U} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]^T$ 。经转换后可得

$$u_i = t(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi^{-1} [F_{x_i}(x_i)] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

式中:  $\Phi^{-1}[\cdot]$  为标准正态分布的累积分布函数;  $F_{x_i}(x_i)$  为随机变量  $x_i$  的累积分布函数。转换后的概率密度函数  $f_{u_i}(u_i)$  和累积分布函数  $F_{u_i}(u_i)$  的公式分别为

$$f_{u_i}(u_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-u_i^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$F_{u_i}(u_i) = \Phi(\sqrt{2}u_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

将式(7)和式(8)代入到式(6)中, 利用 Gauss-Hermite 数值积分, 则一维函数  $g_i(x_i) = g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, x_i, \mu_{i+1}, \mu_{i+2}, \dots, \mu_n)$  的原点矩表达式可表示为

$$m_{g_i}^{(k)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{ [g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, x_i, \mu_{i+1}, \mu_{i+2}, \dots, \mu_n)]^k \} f(x_i) dx_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \{ [g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, x_i, \mu_{i+1}, \mu_{i+2}, \dots, \mu_n)]^k \} \times \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x_i^2} dx_i \approx \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}} \right)^n \sum_{i=1}^{k_i} \omega_i [g(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, t^{-1}(u_i), \mu_{i+1}, \mu_{i+2}, \dots, \mu_n)]^k \quad (10)$$

式中:  $\omega_i$  为高斯权重。由式(6)得到一维函数的各阶原点矩, 再将其代入式(5), 可计算出  $n$  维函数  $g(\mathbf{X})$  的各阶原点矩。

## 3 Edgeworth 级数

式(5)得到功能函数的统计矩后, 可根据矩信息拟合功能函数的累积分布函数。相应的方法有: Pearson 系统<sup>[14]</sup>, 鞍点近似法<sup>[15]</sup>, 增广  $\beta$  和  $\lambda$  分布等。由于 Pearson 系统在拟合过程中因分布类型的区别在区域边界取值不同, 导致数值解不稳定; 鞍点近似法计算在数值过程中存在奇异性; 增广  $\beta$  和  $\lambda$  分布仅适用于中低度可靠性水平的单峰概率密度函数的近似, 且不能准确估计失效概率小于 0.01 的情况在鞍点近似的数值过程中

存在奇异性等<sup>[12]</sup>。因而本文采用 Edgeworth 级数,其仅通过功能函数的矩信息,便可拟合其分布函数。

由 Edgeworth 级数展开法知,功能函数的累积分布函数  $F(g)$  可表示为

$$F(g) = \Phi(\bar{g}) - \frac{1}{3!} \cdot \frac{\mu_g^3}{(\sqrt{\mu_g^2})^3} \Phi^{(3)}(\bar{g}) + \dots + \frac{1}{4!} \left[ \frac{\mu_g^4}{(\sqrt{\mu_g^2})^4} - 3 \right] \Phi^{(4)}(\bar{g}) + \dots + \frac{10}{6!} \left[ \frac{\mu_g^3}{(\sqrt{\mu_g^2})^3} \right]^2 \Phi^{(6)}(\bar{g}) - \dots \quad (11)$$

式中:  $\bar{g}$  为已标准化的功能函数;  $\Phi(\bar{g})$  和  $\Phi^{(i)}(\bar{g})$  分别为标准正态分布函数及其  $i$  阶偏导函数;  $\mu_g^2$ 、 $\mu_g^3$  和  $\mu_g^4$  分别为  $n$  维函数  $g(\mathbf{X})$  的第 2、第 3 和第 4 阶中心矩:

$$\begin{cases} \mu_g^2 = m_g^2 \\ \mu_g^3 = \frac{m_g^3 - 3m_g^2 m_g^1 + 2(m_g^1)^3}{[m_g^2 - (m_g^1)^2]^{\frac{3}{2}}} \\ \mu_g^4 = \frac{m_g^4 - 4m_g^3 m_g^1 + 6m_g^2 (m_g^1)^2 - 3(m_g^1)^4}{[m_g^2 - (m_g^1)^2]^2} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $m_g^2$ 、 $m_g^3$  和  $m_g^4$  分别为功能函数的第 2、第 3 和第 4 阶原点矩,  $g$  为功能函数。

将式(12)代入式(11)便可通过计算得到结构的失效概率。其算法流程如图 1 所示。

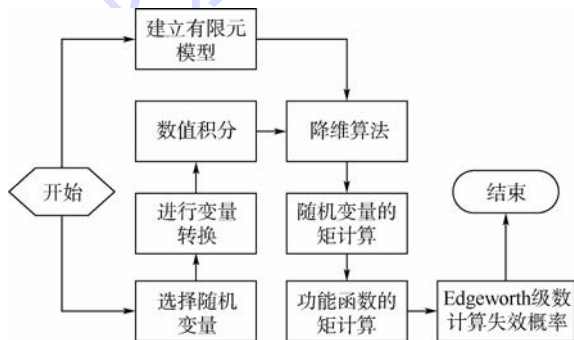


图 1 结构失效概率计算流程图

Fig. 1 Calculation flowchart of structural failure probability

## 4 数值算例

### 4.1 算例 1

已知非线性极限状态方程  $g = 567fr - 0.5H^2$ ,  $f$  和  $r$  服从正态分布,  $f \sim N(0.6, 0.0786^2)$ ,  $r \sim N(2.18, 0.28558^2)$ , 随机变量  $H$  服从对数正态分布, 其均值为 32.8, 变异系数为 0.03, 计算极限状态方程的失效概率。

表 1 为算例 1 的失效概率计算结果。由表 1 可知, 应用本文方法计算的结果与 MCS 方法吻合

较好, 具有较高的计算精度。功能函数无需对随机变量进行梯度求解, 本文方法的相对误差为 7.3%, 体现了本文方法的正确性和高效性。

表 1 算例 1 的失效概率计算结果

Table 1 Calculation results of failure probability for

Example 1

| 方法   | 失效概率   | 相对误差/% | 样本数             |
|------|--------|--------|-----------------|
| MCS  | 0.0280 |        | 10 <sup>7</sup> |
| FORM | 0.0230 | 20.1   | 39              |
| SORM | 0.0252 | 12.5   | 15              |
| 本文方法 | 0.0267 | 7.3    | 9               |

### 4.2 算例 2

平面十杆桁架结构如图 2 所示。泊松比  $\mu = 0.3$ ; 弹性模量  $E = 2.1 \times 10^{11}$  Pa; 材料密度  $\rho = 7.8 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>; 许用应力  $[\sigma] = 160$  MPa;  $P_1 = 750$  kN,  $P_2 = 950$  kN,  $P_3 = 950$  kN, 杆①~杆⑥各杆件长度均为 3.6 m, 面积均为  $A_1 = 0.03$  m<sup>2</sup>; 杆⑦~杆⑩面积均为  $A_2 = 0.02$  m<sup>2</sup>。节点 5 和节点 6 处施加平面约束, 在节点 4 处施加竖直向下载荷  $P_1$ , 节点 2 处同时施加竖直方向载荷  $P_2$  和水平方向载荷  $P_3$ , 参数统计特征列于表 2。节点 2 处的垂直位移  $\Delta \leq 0.008$  m, 可得到功能函数为

$$g = 0.008 - \Delta \quad (13)$$

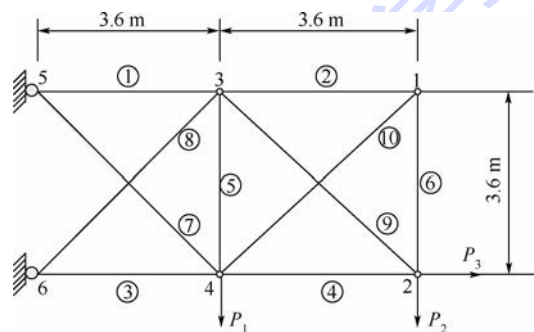


图 2 平面十杆桁架结构

Fig. 2 Structure of ten plane truss

表 2 十杆桁架参数统计特征

Table 2 Parametric statistical characteristics of ten truss

| 随机变量  | 参数统计特征 |       |      |        |        |
|-------|--------|-------|------|--------|--------|
|       | 分布类型   | 均值/kN | 变异系数 | 偏态系数   | 峰度系数   |
| $P_1$ | 对数正态   | 750   | 0.10 | 0.3014 | 3.1631 |
| $P_2$ | 对数正态   | 950   | 0.12 | 0.3625 | 3.2351 |
| $P_3$ | 正态     | 950   | 0.11 | 0      | 3      |

依据图 1 所示的算法流程, 首先明确随机变量的分布类型, 对其进行变量转换, 选取高斯点的个数, 该算例中 3 个随机变量, 每个变量选用 3 个高斯点, 再调用桁架结构的有限元程序, 即获得节点 2 处垂直方向的最大位移的 9 个样本, 利用样本计算出 3 个一维函数的原点矩, 进而得到功能

函数的前4阶原点矩,通过式(12)可得功能函数的前4阶中心矩,将中心矩作为系数代入式(11),可得节点2处垂直方向最大位移累积分布函数和最终的失效概率。该算例方法实现简单,仅通过9个样本来拟合隐式功能函数的累积分布函数(CDF),图3为本文方法与MCS法对比的累积分布函数图,体现该方法与MCS法吻合较好。

计算结果列于表3,与FORM和SORM相比,本文样本数为9,耗时仅用2.891358s;本文方法的相对误差仅为0.77%,明显低于FORM的8.77%与SORM的12.99%。验证了模型的正确性和高效性。

表3 算例2的失效概率计算结果

Table 3 Results of failure probability for Example 2

| 方法   | 失效概率 $P_f/10^{-4}$ | 相对误差/% | 样本     | 耗时/s      |
|------|--------------------|--------|--------|-----------|
| MCS  | 6.0000             |        | $10^4$ | 310440000 |
| FORM | 6.5262             | 8.77   | 15     | 6.338395  |
| SORM | 6.7799             | 12.99  | 15     | 4.697708  |
| 本文方法 | 6.0463             | 0.77   | 9      | 2.891358  |

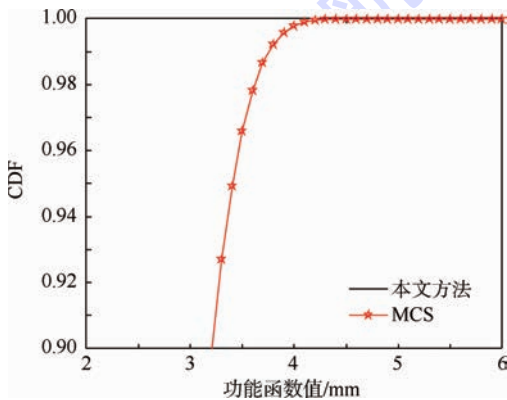


图3 功能函数的累积分布

Fig. 3 Cumulative distribution of performance function

## 5 结论

本文提出了一种结合降维算法和Edgeworth级数的结构可靠性分析方法。

1) 运用降维算法使得高维积分运算的工作量大大减少,利用Edgeworth级数方法拟合功能函数的累积分布函数。

2) 解决了功能函数为隐式或高维非线性的复杂结构失效概率的计算问题。

3) 高效且稳定地降低了计算成本,算法流程简单,易于编程。具有收敛速度快、计算次数少和可以处理复杂结构可靠性分析问题等优点。

## 参考文献 (References)

[1] 马小兵,任宏道,蔡义坤.高温结构可靠性分析的时变响应

面法[J].北京航空航天大学学报,2015,41(2):198-202.

MA X B, REN H D, CAI Y K. Time-varying response surface method for high-temperature structural reliability analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(2):198-202 (in Chinese).

[2] 许孟辉,邱志平.结构模糊非概率混合可靠性分析方法[J].北京航空航天大学学报,2014,40(2):222-228.

XU M H, QIU Z P. Reliability analysis of structures with fuzzy and non-probabilistic hybrid variables[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(2):222-228 (in Chinese).

[3] MOJSILOVIĆ N, STEWART M G. Probability and structural reliability assessment of mortar joint thickness in load-bearing masonry walls[J]. Structural Safety, 2015, 52:209-218.

[4] HUANG X Y, ALIABADI M H. A boundary element method for structural reliability[J]. Key Engineering Materials, 2015, 627:453-456.

[5] LOW B K, PHOON K K. Reliability-based design and its complementary role to Eurocode 7 design approach[J]. Computers and Geotechnics, 2015, 65:30-44.

[6] CHOI M J, CHO H, CHOI K K, et al. Sampling-based RBDO of ship hull structures considering thermo-elasto-plastic residual deformation[J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2015, 43(2):183-208.

[7] SHI X, TEIXEIRA A P, ZHANG J, et al. Structural reliability analysis based on probabilistic response modelling using the maximum entropy method[J]. Engineering Structures, 2014, 70:106-116.

[8] RAHMAN S, XU H. A univariate dimension-reduction method for multi-dimensional integration in stochastic mechanics[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2004, 19(4):393-408.

[9] CHO H, BAE S, CHOI K K, et al. An efficient variable screening method for effective surrogate models for reliability-based design optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2014, 50(5):717-738.

[10] YOUN B D, XI Z, WANG P. Eigenvector dimension reduction (EDR) method for sensitivity-free probability analysis[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2008, 37(1):13-28.

[11] KONG C, SUN Z, NIU X, et al. Moment methods for C/SiC woven composite components reliability and sensitivity analysis[J]. Science and Engineering of Composite Materials, 2014, 21(1):121-128.

[12] LI G, ZHANG K. A combined reliability analysis approach with dimension reduction method and maximum entropy method[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2011, 43(1):121-143.

[13] ZHANG X F, PANDEY M D, ZHANG Y M. A numerical method for structural uncertainty response computation[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(12):3347-3357.

[14] ANDREEV A, KANTOO A, MALO P. Computational examples of a new method for distribution selection in the Pearson system[J]. Journal of Applied Statistics, 2007, 34(4):487-506.

[15] SU G, YU B, XIAO Y, et al. Gaussian process machine-learning

method for structural reliability analysis[J]. Advances in Structural Engineering, 2014, 17(9):1257-1270.

#### 作者简介:

**孟广伟** 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:疲劳与断裂,结构可靠性。

Tel.: 0431-85095834

E-mail: mgw@jlu.edu.cn

**冯昕宇** 女,博士研究生。主要研究方向:结构可靠性。

Tel.: 0431-85095834

E-mail: fxy120884766@163.com

**李锋** 男,博士,副教授。主要研究方向:疲劳与断裂。

Tel.: 0431-85095834

E-mail: fengli@jlu.edu.cn

## Structural reliability analysis based on dimensionality reduction and Edgeworth series

MENG Guangwei, FENG Xinyu, LI Feng\*, ZHOU Liming

(School of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

**Abstract:** A reliability analysis method based on the dimension reduction algorithm and the Edgeworth series was proposed to treat the complicate structures with implicit and high dimensional nonlinear limit state functions in practical engineering. By utilizing the dimension reduction method, the  $n$ -dimensional function was expanded to  $n$  unidimensional functions and the random variable were made to subject to the independent normal distribution with mean value being zero and variance deviation being 0.5 by means of the variable transformation. The origin moments of the unidimensional functions were obtained after the Gauss-Hermite integration. In this case, the central moments of the limit state function of the structure were achieved successfully and applied to the Edgeworth series expanding expressions, from which the cumulative distribution function of the limit state function could be generated and finally the probability of failure could be obtained. Avoiding gradient computation, the proposed method requires less definite reanalysis and is proved to be effective and correct via numerical examples.

**Key words:** structural reliability; dimension reduction method; Gauss-Hermite numerical integration; Edgeworth series; moment method

**Received:** 2015-03-30; **Accepted:** 2015-06-26; **Published online:** 2015-09-17 16:50

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.007.html

**Foundation items:** Foundation of Jilin Provincial Science & Technology Department (201205001, 201215048); National Key Scientific Instrument and Equipment Development Projects of China (2012YQ030075)

\* **Corresponding author.** Tel.: 0431-85095834 E-mail: fengli@jlu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0188



# 弹射座椅不利姿态控制规律设计

毛晓东<sup>1,\*</sup>, 林贵平<sup>2</sup>, 郁嘉<sup>2</sup>

(1. 沈阳航空航天大学 航空航天工程学部, 沈阳 110136; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 弹射座椅在低空不利姿态下的弹射救生性能是第四代弹射座椅的关键技术, 而控制规律算法设计则是姿态轨迹控制的核心问题。提出了一种全新的控制规律设计方法, 通过建立弹射全过程的轨迹姿态仿真模型、设计控制参数寻优计算模型, 得到离散化的最优控制参数集。利用基于误差逆向传播(BP)算法的多层前馈神经网络模型, 获得弹射状态全区间范围内的连续性控制规律算法。以单滚转不利姿态为例, 进行了控制规律算法的设计验证。结果表明, 采用本文控制规律算法后, 弹射座椅在最低安全救生高度性能指标上远远优于多模态控制规律、美俄联合研制的 K36Л-3.5 型座椅, 并基本满足国军际的性能要求。设计方案简单明确, 结果算法逼近理论最优值, 可以为第四代弹射座椅控制规律设计提供一定的参考意义。

**关键词:** 弹射座椅; 不利姿态; 数值仿真; 救生性能; 控制规律; 神经网络

**中图分类号:** V244.21

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0426-09

弹射座椅是战斗机飞行员应急离机、安全获救的重要救生装备。弹射座椅性能的优劣, 直接关系到飞行员的生命安全, 因此受到广泛的关注和重视。弹射座椅出舱离机之后, 对其工作时段需要进行相应的控制, 主要包括降落伞开伞时间等。而当座椅具有姿态轨迹控制或高速气流防护装置时, 还需要根据具体的弹射状态确定适宜的工作参数。综上所有涉及对弹射座椅工作时段或流程的控制, 称之为弹射座椅的程序控制技术。

弹射座椅的程序控制技术先后经历了单态程序控制、双态程序控制和多模态程序控制 3 个主要发展阶段<sup>[1]</sup>。现役第三代弹射座椅主要采用双态程序控制, 根据弹射启动时飞机的速度和高度划分大约 3 ~ 5 种弹射模式, 以控制开伞时间<sup>[2]</sup>。双态程序控制可以有效减小中低速弹射情况下的射伞延迟时间, 从而改善低空救生性能。而当弹射高度较高时, 通过高度临界值增加额外

的射伞延迟时间, 以使飞行员尽快离开高空低温缺氧等不利环境, 避免受到高空不利因素造成的生理损伤。美国空军 ACES-II 型座椅<sup>[3-4]</sup>、美国海军 NACES 型座椅<sup>[5-6]</sup>、俄罗斯 K36 系列座椅<sup>[7]</sup>均采用双态程序控制技术, 分别划分了 3 种、5 种和 7 种工作模式, 救生成功率基本达到 100%, 是最具代表性的现役第三代弹射座椅。

为了尽可能缩短中低空弹射开伞时间, 马丁-贝克公司在 MK16A 型座椅的程序控制器中将低空减速模式的开伞时间进一步细分为 254 种<sup>[8]</sup>, 以满足开伞动载不超过人体生理耐限要求的前提下, 尽快展开救生伞。该方法虽然暂时解决了问题, 但也暴露出以模式划分为基本原理的程序控制规律设计的致命缺陷。即为了保证控制参数的全局最优性, 模式划分需足够精细, 当状态参数较多时, 该方法很难实现。

随着第四代战斗机的逐渐服役, 低空不利姿

收稿日期: 2015-03-31; 录用日期: 2015-06-26; 网络出版时间: 2015-08-03 17:20

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1720.017.html

\* 通讯作者: Tel.: 024-89738720 E-mail: mxdbh@163.com

**引用格式:** 毛晓东, 林贵平, 郁嘉. 弹射座椅不利姿态控制规律设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 426-434.

MAO X D, LIN G P, YU J. Design of control law for ejection seat under adverse attitudes [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 426-434 (in Chinese).

态条件下的安全救生能力成为第四代弹射座椅的首要任务和基本目标<sup>[9]</sup>。其关键技术之一在于姿态控制,即弹射座椅出舱后能够根据自身感受的状态参数,纠正运动姿态使弹射轨迹能够向着有利于救生成功率增加的方向发展。美国CREST计划<sup>[10]</sup>、第四代弹射座椅验证计划<sup>[11]</sup>以及Aerojet公司的多轴针栓姿态控制(MAX-PAC)<sup>[12]</sup>均开展了完全推力矢量控制在弹射座椅姿态调整方面的应用研究。但由于关键技术不成熟,尚处于工程验证阶段。美国和俄罗斯联合研制的K36Л-3.5型座椅<sup>[13]</sup>,通过安装在头靠伞箱后部的2个侧向姿态调整火箭,实现对横滚方向的纠正,有效改善了弹射座椅低空横滚姿态下的救生性能,且技术成熟,是目前切实可行的一种弹射座椅改进方案。

针对不利姿态调整装置的程序控制方案,仍然采用开环控制规律算法。即根据弹射启动瞬时的飞行状态参数,确定姿态调整装置的工作参数。目前对于控制规律算法的设计思路,仍然是利用模式划分的基本方法,将弹射状态划分成对应的模式,不同模式采用不同的控制参数。如K36Л-3.5型座椅根据弹射启动时的不利姿态参数,划分了50种工作模式<sup>[14]</sup>。国内封文春等<sup>[15-16]</sup>,也展开了不利姿态下多模态控制规律的初步研究。

但是,基于模式划分的控制规律设计存在很大的局限性。随着状态参数的增加,在多维空间内进行模式划分变得异常复杂,各参数的临界值也难以确定。此外,每种工作模式采用单一的控制参数,很难保证控制规律的最优性。本文提出了一种基于最优化理论模型和神经网络模型的弹射座椅控制规律设计方法,并以单滚转不利姿态控制为例,进行了方法的设计验证。

## 1 设计方案

弹射座椅的弹射过程是一个非常复杂的过程,弹射启动时存在大量的状态参数,各参数均会对弹射姿态轨迹产生各种程度的影响。通过某些姿态调整装置和相应控制规律算法,可以纠正人椅系统的空间运动向着有利的方向发展。而控制规律算法需要满足不同弹射状态下,控制参数的最优性。本文提出的控制规律设计方案流程如图1所示。

通过弹射座椅姿态轨迹仿真计算程序和最优化模型,必然可以寻求到某固定弹射状态下所对应的最优控制参数值,使弹射座椅满足最佳救生

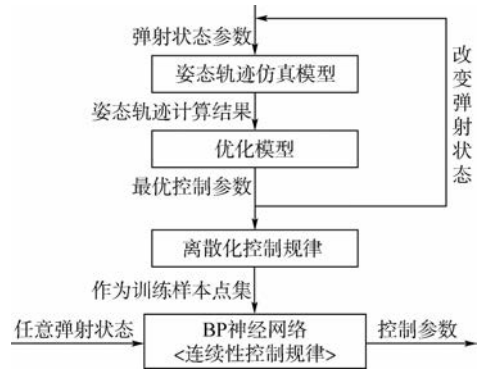


图1 控制规律设计方案

Fig.1 Design program for control law

性能指标。在弹射状态参数的全局范围内重复如上寻优过程,即可得到包含足够样本点数据的离散化控制规律点集。利用该点集作为样本数据,设计神经网络模型并进行训练,即可完成控制规律算法的连续非线性映射过程。训练收敛后的神经网络数值模型,即为最终的控制规律算法。对于任意的弹射启动状态参数,可由此算法计算得到相应的控制参数值。

## 2 弹射姿态轨迹计算

### 2.1 数学模型

在弹射救生仿真研究中,通常将弹射过程划分为弹射出舱、空中自由飞、救生伞拉直、救生伞充气张满和稳定降落5个阶段。由于每个阶段约束和受力不同,需分别建立相应的动力学模型。具体坐标系定义和数学模型可参见文献[17-20]。由于不利姿态下弹射姿态轨迹的调整控制主要作用于人空中自由飞阶段,故仅列出该阶段人椅系统在体轴坐标系下的六自由度动力学方程,如式(1)和式(2)所示:

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{xb}}{dt} \\ \frac{dV_{yb}}{dt} \\ \frac{dV_{zb}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{zb}V_{yb} - \omega_{yb}V_{zb} \\ \omega_{xb}V_{zb} - \omega_{zb}V_{xb} \\ \omega_{yb}V_{xb} - \omega_{xb}V_{yb} \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} F_{s,xb} \\ F_{s,yb} \\ F_{s,zb} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} I_x \frac{d\omega_{xb}}{dt} - I_{zx} \frac{d\omega_{zb}}{dt} \\ I_y \frac{d\omega_{yb}}{dt} \\ I_z \frac{d\omega_{zb}}{dt} - I_{zx} \frac{d\omega_{xb}}{dt} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} (I_z - I_y)\omega_{yb}\omega_{zb} - I_{zx}\omega_{xb}\omega_{yb} \\ (I_x - I_z)\omega_{zb}\omega_{xb} + I_{zx}(\omega_{xb}^2 - \omega_{zb}^2) \\ (I_y - I_x)\omega_{xb}\omega_{yb} + I_{zx}\omega_{yb}\omega_{zb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{s,xb} \\ M_{s,yb} \\ M_{s,zb} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $[V_{xb} \ V_{yb} \ V_{zb}]$  为人椅系统航迹速度在体坐标系上的分量, 航迹速度即对地绝对速度, 当忽略风速时, 航迹速度等于对空速度;  $[\omega_{xb} \ \omega_{yb} \ \omega_{zb}]$  为人椅系统旋转角速度在体坐标系上的分量;  $m$  为人椅系统质量;  $[F_{s,xb} \ F_{s,yb} \ F_{s,zb}]$  和  $[M_{s,xb} \ M_{s,yb} \ M_{s,zb}]$  分别为人椅系统所受合力和合力矩在体坐标系的分量;  $I_x$ 、 $I_y$  和  $I_z$  为惯性矩;  $I_{zx}$  为惯性积, 由于假设人椅系统具有纵向对称面, 故  $I_{xy} = I_{yz} = 0$ 。

当安装了不利姿态调整装置, 如横滚姿态火箭时, 只需根据推力情况及火箭包安装位置, 附加相应的力及力矩项, 即可计算采用姿态调整后人椅系统的运动轨迹。此外, 在高速弹射过程中, 气动力是人椅系统所受到的主要外力, 由于人椅系统外形不规则, 气动力系数也极为复杂。本文在计算过程中采用风洞试验所得相关数据, 可以确保计算的准确性。

## 2.2 数值仿真模型

以 MSC.EASY5 系统仿真软件为基础平台, 根据弹射座椅的功能及结构特点, 建立通用的弹射座椅模型库。以各阶段运动特点及数学模型为基础, 搭建具体阶段的数值仿真模型。设计规范的外部数据接口, 方便数据的输入和输出。由于固定弹射状态下的寻优过程需要计算不同的控制参数, 而完整的控制规律又需要在弹射状态的全局范围内进行重复计算, 本文通过批处理命令的方式, 完成计算过程的自动化。仿真模型示意图如图 2 所示。

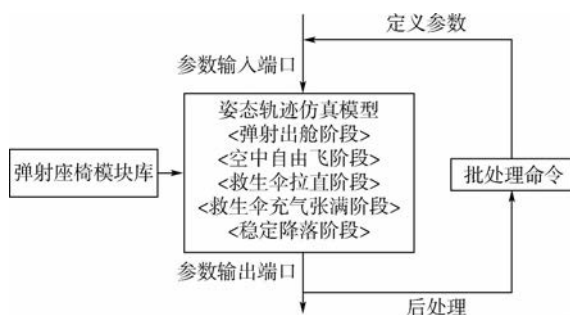


图 2 仿真模型示意图

Fig. 2 Simulation model chart

## 2.3 模型验证

为了验证模型的准确性, 将数值仿真计算结果与地面火箭滑车弹射试验结果进行对比。地面弹射试验的弹射速度为  $0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , 由于试验缺乏风速数据, 故仿真计算作无风处理。仿真计算所有数据参数与试验情况保持一致。人椅系统沿铅垂方向速度 ( $V_z$ ) 和轨迹高度 ( $h$ ) 的仿真与试验对比曲线如图 3 所示。

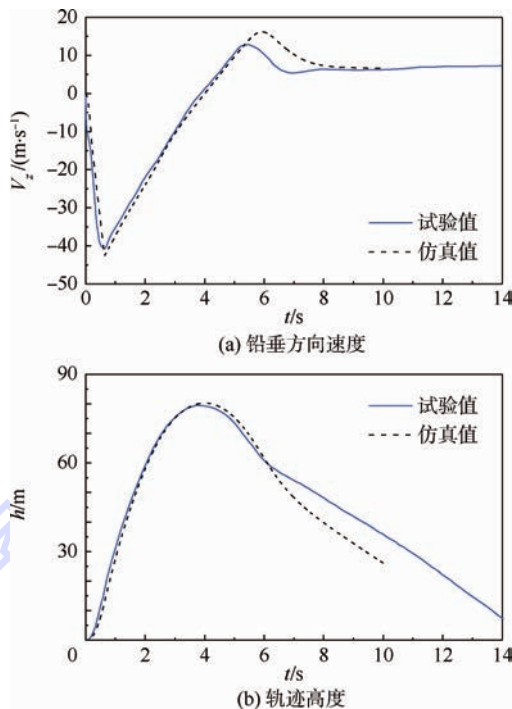


图 3  $0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  弹射仿真与试验结果对比

Fig. 3 Comparison of simulation and experimental results at  $0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  ejection

由图 3 可知, 仿真与试验结果曲线变化趋势一致, 纵向速度极值与轨迹最高点吻合较好, 主要误差出现在弹射启动后 6 s 左右, 而最终的稳定降落速度又趋于重合。分析误差产生的原因主要有两点: ① 误差产生时刻处于救生伞充气张满阶段, 该阶段过程非常复杂, 数学模型简化较多, 必然导致一定程度的偏差; ② 通过分析其他试验数据可知, 6 s 左右的时间出现了瞬时阵风的影响, 而仿真计算按无风情况处理, 由此也会产生偏差。综合而言, 仿真结果与试验结果吻合较好, 所建立数学模型精度较高, 满足仿真分析的要求。

## 3 控制规律设计

### 3.1 控制方案

当飞机处于低空滚转姿态下进行弹射救生时, 弹射座椅的救生性能会严重下降。因此, 对于弹射座椅横滚姿态的纠正尤其重要。本文即以单滚转不利姿态控制为例, 进行控制规律设计方法的设计验证。

所采用控制方案包括两方面: ① 在头靠伞箱后部增设一对横滚姿态调整火箭, 如图 4 所示, 通过滚转力矩对滚转姿态进行纠正; ② 增加主火箭包通断开关, 当横滚姿态调整火箭无法产生有效纠正时, 切断主火箭包, 避免由主火箭推力引起的救生高度损失。

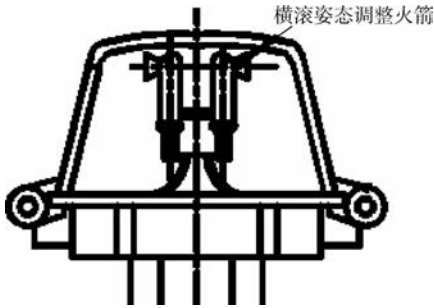


图4 横滚姿态调整火箭安装

Fig. 4 Installation of roll adjusting rockets

为了与 K36Л-3.5 型座椅性能参数以及封文春等<sup>[15-16]</sup>提出的多模态控制规律结果进行有效对比,横滚姿态调整火箭总冲以及救生伞开伞时间维持不变。最终确定的控制参数为左右横滚火箭点火时间间隔与主火箭包点火通断开关。通过分析可知,前者主要在于不同弹射状态下的最优取值问题,而后者则在于临界参数值的确定,这恰恰是模式划分控制规律设计方法的主要局限。

### 3.2 优化计算模型

由图1控制规律设计方案可知,针对每一个固定的弹射状态,需要通过优化计算模型确定最优的控制参数值。对于该优化问题,决策变量即为控制参数,分别是两侧滚转姿态火箭点火时间间隔和主火箭包通断开关。约束条件仅考虑决策变量的取值范围。考虑到工程实际应用的控制精度,滚转姿态火箭延迟点火时间间隔精度定义为 0.1 s,且必然小于救生伞开伞时间,大于等于救生伞开伞时间意味着单侧火箭并没有实际作用。主火箭包通断开关取值定义为 0 或 1,0 表示切断,1 表示正常工作。对于目标函数的设定,由于并没有改变开伞时间,故认为开伞动载仍然满足人体生理耐限基本要求。以最低安全救生高度为基础,将目标函数和优化目标定义为救生伞张满时的轨迹高度最高,即认为弹射座椅具有最佳的救生性能。综上,最终优化问题的数学描述如式(3)所示。

$$\begin{cases} \max f_h(t_d, s_r) \\ \text{s. t. } : t_d = 0.1x \quad x = 0, 1, 2, \dots \\ t_d < t_p \\ s_r = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $f_h$ 为救生伞张满时的轨迹高度; $t_d$ 为滚转火箭延迟点火时间间隔; $s_r$ 为主火箭包切断开关; $t_p$ 为救生伞开伞时间。

针对优化问题的具体特点,自定义优化算法计算流程如图5所示。按照图5所示的计算流

程,即可确定某固定弹射状态下的最优控制参数值。利用批处理命令的方法,共批量计算了164组弹射状态参数所对应的最优控制参数,即离散化的控制规律点集。

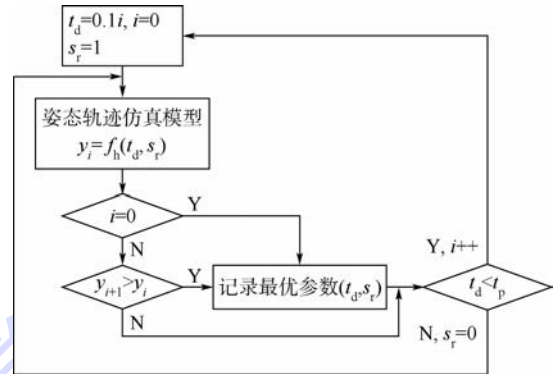


图5 优化算法计算流程

Fig. 5 Flowchart of optimization algorithm

### 3.3 神经网络模型

通过轨迹姿态计算模型和优化计算模型得到的最优控制参数为离散化的空间样本点集,为了获得状态参数到控制参数的连续非线性映射关系,并且保证一定的容错性、自适应性,本文采用神经网络模型的方法。

由第3.1节分析可知,对滚转姿态火箭延迟点火时间的控制类似函数逼近或高维空间插值问题,而对主火箭包切断开关的控制更接近模式识别问题。为了使神经网络具有更强的适应性及容错性,有效减小网络规模,并且在最终的算法实现时减少计算量,故将上述问题分解为2个神经网络分别实现。网络1负责完成主火箭包通断开关的模式识别,网络2则负责完成滚转火箭延迟点火时间的非线性映射。当网络1判断得到的数值为0,即主火箭包切断,则不再需要对网络2进行处理计算。

在人工神经网络的实际应用中,基于误差反向传播算法的人工神经网络,即BP网络被广泛应用于函数逼近、模式识别与分类、数据压缩等,具有很好的适应性等特性<sup>[21]</sup>。本文作者也在前期的研究中,利用BP神经网络建立了弹射过载与弹射速度的映射关系<sup>[22-23]</sup>,验证了神经网络模型在弹射救生领域应用的可行性。故本文仍采用BP网络进行仿真设计计算。

网络1及网络2采用相同的神经网络结构,网络层数为2层。第1层为输入层神经元,神经元数量为50。第2层为输出层神经元,神经元数量为1。输入向量为二维向量,分别对应弹射速度及滚转姿态角。输出向量为二维,网络1输出

主火箭包通断开关状态,网络2输出滚转姿态火箭延迟点火时间。所对应的算法函数如式(4)所示,具体神经网络结构如图6所示。

$$a^2 = f^2 [LW^2 f^1 (IW^1 p + b^1) + b^2] \quad (4)$$

式中:上标1和2表示网络层数; $p$ 为输入向量; $IW$ 为输入层权值矩阵; $LW$ 为网络层权值矩阵; $b$ 为阈值向量; $n$ 为加权和向量; $a$ 为输出向量; $f$ 为传递函数,本文选用S型传递函数,其表达式为

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (5)$$

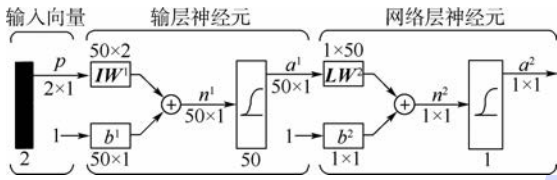


图6 神经网络结构

Fig. 6 Structure of neural network

利用第3.2节计算得到的离散控制规律样本点集对神经网络进行训练。由于功能不同,根据相关经验,神经网络1采用RPROP训练算法,神经网络2采用LM算法。训练完成之后,即得到神经网络的所有权值和阈值矩阵。将其代入式(4)中,即可得到最终的控制规律算法函数。利用该算法,可根据任意的弹射状态参数构成输入向量,从而得到相应的输出向量,即控制参数值。神经网络处理流程如图7所示。

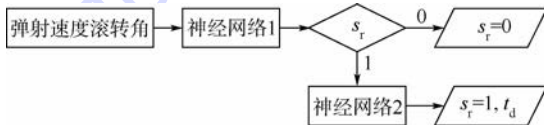


图7 神经网络处理流程

Fig. 7 Processing flowchart of neural networks

对完成训练的神经网络进行相应测试,以验证其精度,共进行了3方面的测试内容。

**测试1** 神经网络对样本点集的吻合度为100%。

**测试2** 任意选取低、中、高弹射速度,不同滚转角时的非样本点弹射状态进行测试,对比神经网络的输出结果与另外通过仿真计算得到的最优控制参数值。网络1的准确度为100%,即对主火箭包通断开关的判断无误差。网络2的处理结果在90%左右的状态时无误差,10%左右的弹射状态下会出现0.1s的误差。该精度完全满足工程需要,若想进一步提高精度,可适当改进神经网络结构,增加网络层数和神经元个数。

**测试3** 当传感器出现故障从而得到异常的弹射状态参数值时,神经网络仍然可以得到比较准确的控制参数值。

综上所述,通过神经网络处理得到的控制规律算法,在全局范围内逼近理论最优解,并且具有很强的自适应性和容错能力。

## 4 结果分析

### 4.1 与多模态控制规律对比

使用完全相同的轨迹姿态仿真模型与计算参数,分别对比不加姿态控制、采用本文设计的控制规律与采用多模态控制规律时,不同弹射状态下的轨迹曲线如图8与图9所示。受篇幅所限,只列出 $0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 弹射和 $400 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 弹射时,滚转角分别为 $45^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $120^\circ$ 和 $180^\circ$ 对应的结果。

当滚转角较小,例如 $45^\circ$ 滚转时,如图8(a)和图9(a)所示。此时由于多模态控制规律中滚转姿态火箭延迟点火时间参数不合理,导致弹射座椅滚转姿态纠正不足或纠正过头,从而使得弹射座椅轨迹高度并没有增加甚至反而降低。但采用本文控制规律后,弹射轨迹高度有了明显的提高,说明对横滚姿态纠正效果显著。

当滚转角为 $90^\circ$ 时,如图8(b)和图9(b)所示,此时多模态控制对轨迹姿态调整也起到了一定的作用。但与本文控制规律相比,控制效果仍然不足。说明本文控制规律所得控制参数对于姿态轨迹的调整,具有更优性。

当滚转角为 $120^\circ$ ,即滚转角较大时,此时控制规律的关键在于判断主火箭包是否切断。当滚转姿态调整火箭已经无法及时有效地将滚转角调整为正时,必需切断主火箭包开包,从而避免由主火箭引起的安全高度损失。由图8(c)可知,在 $0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 弹射时,2种控制规律给出的主火箭包控制参数相同,即主火箭包正常工作,但姿态调整火箭参数略有不同,故本文控制规律结果稍优于多模态控制。但是在 $400 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 弹射,如图9(c)所示,此时多模态控制规律给出的控制参数为主火箭包正常工作,而本文控制规律得出的结果则为切断主火箭包。由轨迹曲线可知,本文控制规律给出的判断结果显然更为准确。

当滚转角为 $180^\circ$ ,如图8(d)和图9(d)所示,2种控制规律给出的控制参数完全一致,故曲线重合。

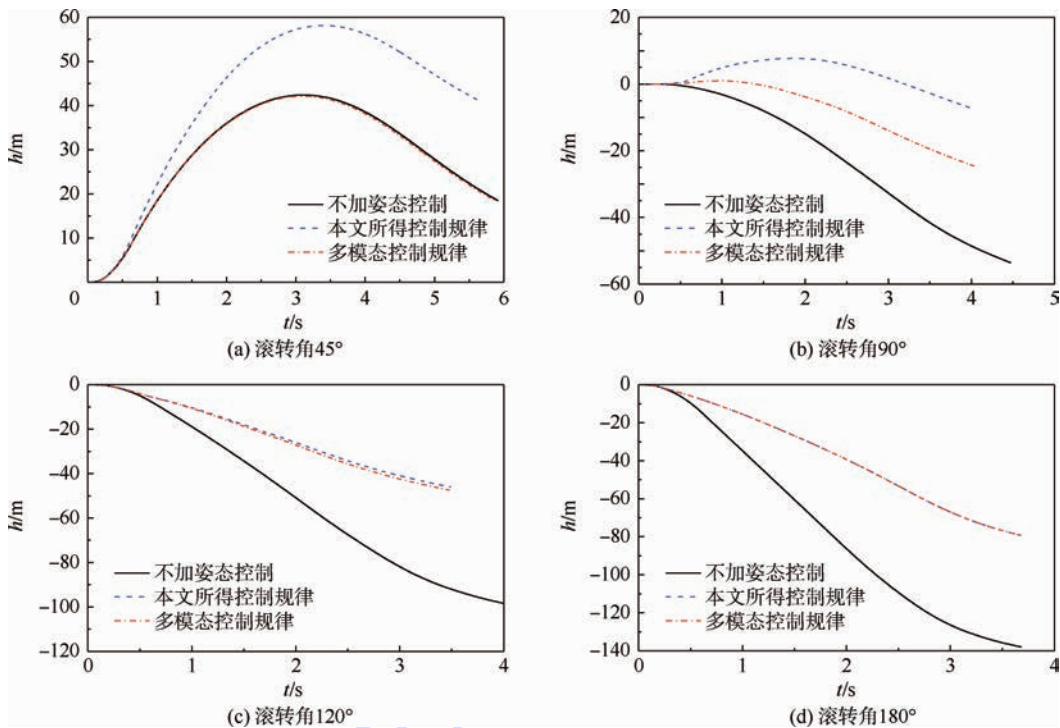


图8 0 km · h<sup>-1</sup>弹射不同控制规律下轨迹高度对比

Fig. 8 Comparison of ejection height under different control law at 0 km · h<sup>-1</sup>

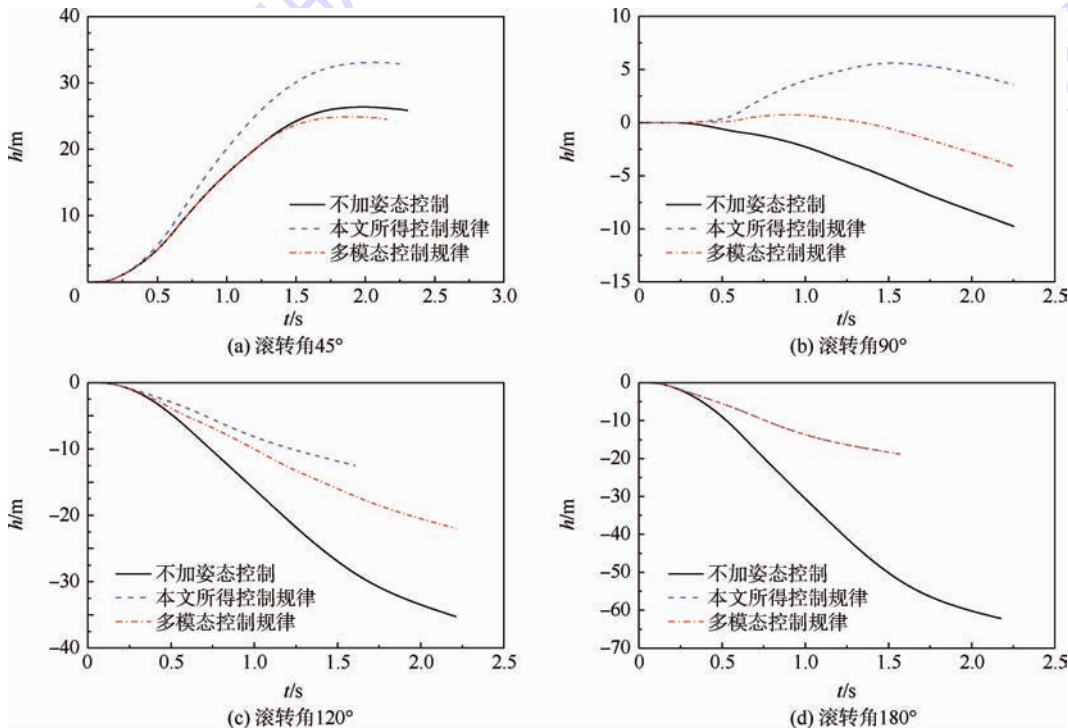


图9 400 km · h<sup>-1</sup>弹射不同控制规律下轨迹高度对比

Fig. 9 Comparison of ejection height under different control law at 400 km · h<sup>-1</sup>

综上所述,采用滚转姿态控制方案,配合相应的控制规律算法,可以起到轨迹高度的纠正,从而提高弹射座椅的救生性能。而本文得出的控制规律算法对轨迹高度的纠正效果,显然更优于多模态控制规律。不论是在滚转姿态火箭延迟点火时间参数的最优性方面,还是在主火箭包是否切断

的临界值判断方面,本文控制规律算法都具有更佳的性能。

#### 4.2 与 K36П-3.5 性能对比

根据文献[14]提供的资料,将本文控制规律的计算结果与 K36П-3.5 型座椅的性能进行对比,如表 1 所示。

表1 本文控制规律计算结果与K36Л-3.5型座椅<sup>[14]</sup>最低安全救生高度的对比Table 1 Comparison of minimum lifesaving height result calculated by proposed control law and with K36Л-3.5 ejection seat<sup>[14]</sup>

| 弹射速度/<br>(km · h <sup>-1</sup> ) | 滚转角 0°              |                     | 滚转角 60°             |                     | 滚转角 120°            |                     | 滚转角 180°            |                     |
|----------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                                  | MLH <sup>K</sup> /m | MLH <sup>a</sup> /m | MLH <sup>K</sup> /m | MLH <sup>a</sup> /m | MLH <sup>K</sup> /m | MLH <sup>a</sup> /m | MLH <sup>K</sup> /m | MLH <sup>a</sup> /m |
| 150                              | 0                   | 0                   | 0                   | 0                   | 37                  | 38.14               | 46                  | 53.14               |
| 250                              | 0                   | 0                   | 0                   | 0                   | 29                  | 25.76               | 36                  | 35.08               |
| 400                              | 0                   | 0                   | 9                   | 0                   | 38                  | 14.55               | 62                  | 21.62               |
| 600                              | 0                   | 0                   | 35                  | 0                   | 62                  | 16.39               | 66                  | 20.82               |

注:MLH—最低安全救生高度,即救生伞能够达到张满状态飞机应具有最低飞行高度;带上标K的为K36Л-3.5型座椅数据;带上标a的为采用本文控制规律得到的数据。

从表1中数据可知,在弹射速度为150 km · h<sup>-1</sup>,且滚转角为120°和180°时,本文结果略高于K36Л-3.5的最低安全救生高度,但相差不大。其余弹射状态时,本文结果均优于K36Л-3.5。特别是在400 km · h<sup>-1</sup>和600 km · h<sup>-1</sup>的中高速弹射状态下,采用本文控制规律对最低安全救生高度的改善要远远优于K36Л-3.5,最大相差50 m左右。

### 4.3 与国军标要求对比

国军标GJB-1800A-2007“弹射座椅型乘员应急离机救生系统通用规范”<sup>[24]</sup>规定了120种弹射条件所要求的最低安全救生高度。由于本文暂时

只考虑了单滚转的情况,且平飞状态均能够满足救生性能要求,文中也不作比较,故只列出12种弹射条件,结果如表2所示。

从表2中数据可以看出,本文控制规律只有在弹射速度为0 km · h<sup>-1</sup>、滚转角为90°和180°弹射时不满足国军标最低安全救生高度的要求,其余情况均能满足。由于控制参数基本接近理论最优值,故只能通过改进控制方案或进一步缩短开伞时间,才有可能达到国军标的要求。而多模态控制规律只有在滚转角为45°时满足要求,在90°和180°所有弹射速度下均不满足国军标要求。

表2 本文控制规律计算结果与GJB-1800A-2007<sup>[24]</sup>最低安全救生高度的对比Table 2 Comparison of minimum lifesaving height result calculated by proposed control law and with GJB-1800A-2007<sup>[24]</sup>

| 弹射速度/<br>(km · h <sup>-1</sup> ) | 滚转角 45°             |                     |                     | 滚转角 90°             |                     |                     | 滚转角 180°            |                     |                     |
|----------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                                  | MLH <sup>G</sup> /m | MLH <sup>a</sup> /m | MLH <sup>b</sup> /m | MLH <sup>G</sup> /m | MLH <sup>a</sup> /m | MLH <sup>b</sup> /m | MLH <sup>G</sup> /m | MLH <sup>a</sup> /m | MLH <sup>b</sup> /m |
| 0                                | 0                   | 0                   | 0                   | 6                   | 7.22                | 53.67               | 52                  | 83.4                | 123.77              |
| 250                              | 0                   | 0                   | 0                   | 3                   | 0                   | 20.13               | 37                  | 35.08               | 85.11               |
| 450                              | 0                   | 0                   | 0                   | 3                   | 0                   | 9.79                | 27                  | 18.87               | 62.01               |
| 1100                             | 0                   | 0                   | 0                   | 12                  | 0                   | 32.22               | 43                  | 42.87               | 92.7                |

注:带上标G的为国军标对应参数;带上标b的为多模态控制规律计算结果。

## 5 结论

1) 本文提出的弹射座椅控制规律设计方法切实可行,设计流程简单明确,结果算法便于实现。

2) 利用BP神经网络模型可以很好地处理控制规律算法中的连续非线性映射问题和模式识别问题,最终结果非常逼近理论最优值,且具有一定的容错性。

3) 以单滚转不利姿态弹射为例,进行了控制规律的设计验证。通过与多模态控制结果、K36Л-3.5型座椅性能参数以及国军标对最低安全救生高度的要求对比可知,本文得到的控制规律算法可以达到非常优异的控制效果。

4) 需要进一步研究存在俯冲、下沉等其他不

利姿态时的控制方案及控制规律,同时对救生伞开伞时间展开优化计算。

### 参考文献 (References)

- [1] 徐世坤. 弹射救生程序控制的发展[J]. 航空科学技术, 1994(4):14-17.  
XU S K. The development of control law for escape system[J]. Aeronautical Science and Technology, 1994(4):14-17 (in Chinese).
- [2] 周方. 提高低空不利姿态下救生成功率的措施[J]. 航空科学技术, 1998(6):18-20.  
ZHOU F. Measures to improve the successfulness of ejection-escaping in the low altitude positions[J]. Aeronautical Science and Technology, 1998(6):18-20 (in Chinese).
- [3] ROSS D A, CULHANE D, FERRELL S. Digital recovery sequencer-ACES ejection seats [C] // Proceedings of the 42nd Annual SAFE Symposium. Creswell, OR: SAFE, 2004: 305-312.

- [ 4 ] CALKINS R B. ACES II ejection seat improvements [ C ] // Proceedings of the 34th Annual SAFE Symposium. Creswell, OR: SAFE, 1996: 86-91.
- [ 5 ] MILLER B A. NACES—The program and the seat [ C ] // Proceedings of the 24th Annual SAFE Symposium. Creswell, OR: SAFE, 1987: 134-139.
- [ 6 ] D' AULERIO L O U, YOST P. Navy aircrew common ejection seat (NACES) program summary [ J ]. SAFE Journal, 1991, 21: 25-29.
- [ 7 ] 李锐. K36Л-3.5 弹射座椅工作模式的探索 [ J ]. 中航救生, 2004, 26(3): 1-6.  
LI R. Exploration of K36Л-3.5 ejection seat operation mode [ J ]. China Aeronautical and Astronautical Life-Support, 2004, 26(3): 1-6 (in Chinese).
- [ 8 ] MCCAULEY D, SUMMER M H, WOOD D, et al. Future advanced sequencer technology (FAST) [ C ] // Proceedings of the 39th Annual SAFE Symposium. Creswell, OR: SAFE, 2001: 95-110.
- [ 9 ] 李锐. 第四代弹射座椅的关键技术 [ J ]. 航空科学技术, 1995(4): 14-17.  
LI R. The crucial technology of the 4th generation ejection seat [ J ]. Aeronautical Science and Technology, 1995(4): 14-17 (in Chinese).
- [ 10 ] SWANSON D E, HERNDON G F. CREST system design [ C ] // Proceedings of the 24th Annual SAFE Symposium. Creswell, OR: SAFE, 1987: 27-31.
- [ 11 ] WHEELER C M, NIEDZIELSKI P, BARNETTE B, et al. Fourth generation escape system technology demonstration pintle nozzle controllable propulsion system [ C ] // Proceedings of the 36th Annual SAFE Symposium. Creswell, OR: SAFE, 1998: 133-141.
- [ 12 ] CARLSON R, LUCAS C, TAM B. Multi-axis pintle attitude control (MAXPAC) device for ACES II seat stabilization [ C ] // Proceedings of the 33rd Annual SAFE Symposium. Creswell, OR: SAFE, 1995: 225-232.
- [ 13 ] EVERS S. Russian ejection seat may fly in U. S. JAST [ J ]. Aviation Week and Space Technology, 1995, 143(8): 64-65.
- [ 14 ] 李锐. K36Л-3.5 弹射座椅性能分析 [ J ]. 中航救生, 2005, 28(1): 1-6.  
LI R. Performance analysis of K36Л-3.5 ejection seats [ J ]. China Aeronautical and Astronautical Life-Support, 2005, 28(1): 1-6 (in Chinese).
- [ 15 ] 封文春, 林贵平. 弹射座椅多参数多模态控制仿真分析 [ J ]. 系统仿真学报, 2007, 19(10): 2283-2292.  
FENG W C, LIN G P. Multi-parameter and multi-mode control simulation analyses of ejection seat [ J ]. Journal of System Simulation, 2007, 19(10): 2283-2292 (in Chinese).
- [ 16 ] 封文春. 弹射座椅多参数多模态控制规律设计与仿真 [ D ]. 北京: 北京航空航天大学, 2006: 90-113.  
FENG W C. The multi-parameter and multi-mode control law design and simulation of ejection seat [ D ]. Beijing: Beihang University, 2006: 90-113 (in Chinese).
- [ 17 ] 张汉铨. 飞行器安全救生 [ M ]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1990: 104-120.  
ZHANG H B. Aircraft escape system [ M ]. Beijing: Beihang University Press, 1990: 104-120 (in Chinese).
- [ 18 ] 郁嘉, 毛晓东, 林贵平, 等. 风对弹射座椅救生性能的影响 [ J ]. 航空学报, 2013, 34(4): 727-740.  
YU J, MAO X D, LIN G P, et al. Impact of wind on ejection seat escape performance [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(4): 727-740 (in Chinese).
- [ 19 ] 郁嘉, 林贵平, 毛晓东. 弹射救生数值仿真及不利姿态下救生性能分析 [ J ]. 航空学报, 2010, 31(10): 1927-1932.  
YU J, LIN G P, MAO X D. Numerical simulation of ejection seat and analysis of performance under adverse attitudes [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(10): 1927-1932 (in Chinese).
- [ 20 ] 郁嘉, 林贵平, 吴铭. 弹射座椅减速性能数值仿真计算 [ J ]. 航空学报, 2006, 27(6): 1033-1038.  
YU J, LIN G P, WU M. Numerical simulation of deceleration performance for ejection seat [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(6): 1033-1038 (in Chinese).
- [ 21 ] 周开利, 康耀红. 神经网络模型及其 MATLAB 仿真程序设计 [ M ]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 121-148.  
ZHOU K L, KANG Y H. Neural network model and MATLAB simulating program design [ M ]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 121-148 (in Chinese).
- [ 22 ] 毛晓东, 郁嘉, 林贵平. 过载与弹射速度关系研究及神经网络实现 [ J ]. 航空学报, 2010, 31(10): 1907-1913.  
MAO X D, YU J, LIN G P. Study of relationship between load factor and ejection velocity and its neural network implementation [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(10): 1907-1913 (in Chinese).
- [ 23 ] MAO X D, YU J, LIN G P. Predicting ejection velocity of ejection seat via back propagation neural network [ J ]. Journal of Aircraft, 2011, 48(2): 668-672.
- [ 24 ] 中华人民共和国国防科学技术工业委员会. 弹射座椅型乘员应急离机救生系统通用规范: GJB-1800A-2007 [ S ]. 北京: 中国航空工业集团公司, 2007.  
The Commission of Science, Technology and Industry for National Defense of the PRC. General specification for ejection seat type of aircrew emergency escape system: GJB-1800A-2007 [ S ]. Beijing: Aviation Industry Corporation of China, 2007 (in Chinese).

## 作者简介:

毛晓东 男, 讲师。主要研究方向: 弹射救生技术、飞机与发动机防除冰。

Tel.: 024-89738720

E-mail: mxdbh@163.com

# Design of control law for ejection seat under adverse attitudes

MAO Xiaodong<sup>1,\*</sup>, LIN Guiping<sup>2</sup>, YU Jia<sup>2</sup>

(1. College of Aerospace Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;

2. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The escape performance of ejection seat under adverse attitudes is the key technology for the 4th generation ejection seat, and the design of control law algorithm is the core problem for attitude and trajectory adjustment. A new control law design method was presented. Firstly, a simulation model for the entire ejecting process was established and a control parameter optimization model was designed, through which an optimum parameter set was obtained as the discrete control law. Then, by utilizing multi-layer feedback of the error back propagation (BP) algorithm based neural network model, the ultimate continuous control law can be acquired under the whole ejecting conditions. The roll attitude ejecting condition was exemplified to design and validate the approached method. The results indicate that the performance of ejection seat by adopting the control law designed by the proposed method is higher than the multi-mode control law and the K36Л-3.5 ejection seat, which also satisfies the performance demand of GJB under most conditions. Consequently, the design method is simple and clear, and the final algorithm is close to the theoretical optimum result. Therefore, it is proved to be a useful method for the design of the 4th generation ejection seat control law.

**Key words:** ejection seat; adverse attitude; numerical simulation; escape performance; control law; neural network

**Received:** 2015-03-31; **Accepted:** 2015-06-26; **Published online:** 2015-08-03 17:20

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1720.017.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1720.017.html)

\* **Corresponding author.** Tel.: 024-89738720 E-mail: mxdbh@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0170

# 考虑柔性检修计划的圆钢热轧批量调度

王雷<sup>1,2</sup>, 赵秋红<sup>2,\*</sup>, 许绍云<sup>3</sup>

(1. 中国刑事警察学院 治安学系, 沈阳 110854; 2. 北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100083;

3. 中国科学院微电子研究所, 北京 100029)

**摘 要:** 针对考虑柔性检修计划的圆钢热轧批量调度问题, 构建了以最小化最大完工时间、订单提前及拖期总时长为目标函数的整数规划模型, 用以制定有效的机器检修与批量生产协作计划。结合模型特征, 提出一种改进多目标粒子群算法 (IMPSO) 实现求解。算法采用基于混沌加权适应度计算的插入式方法生成初始粒子群体; 根据问题约束特征, 设计修复规则对群体进化过程中产生的不可行粒子进行修复; 采用精英策略保留算法迭代过程中的优势个体, 并根据精英集合为每个粒子选择更新所需的极值; 针对问题变量的离散特征, 引入基于遗传操作的粒子更新方式。实验结果表明, 模型和算法是可行和有效的。

**关键词:** 热轧批量调度; 柔性检修计划; 多目标优化; 粒子群算法 (PSO); 圆钢

**中图分类号:** F273

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0435-09

热轧批量调度是轧钢生产管理的核心内容, 是根据轧制工艺约束和客户需求对轧件进行组批和排序的过程, 其结果的好坏直接影响产品质量和生产效率。传统热轧批量调度中, 机器看作连续可用的, 忽略机器故障、检修等影响, 在这种条件下获得的批量生产执行计划, 与实际生产结果具有一定的偏差。热轧实际生产中, 机器受到高温、高压的影响会有不同程度的损耗, 为保证生产正常运行, 需要占用生产时间对机器进行检修维护, 造成对批量调度的影响。圆钢生产具有典型热轧批量生产特点, 机器故障、检修计划会影响生产批量调度, 而刚性检修计划不能实现机器最优利用率、降低生产效率, 因此, 在圆钢热轧生产管理中, 考虑机器柔性检修对批量调度的影响, 制定合理的热轧批量调度计划, 对有效提高企业生产优化水平具有重要意义。

关于热轧批量调度研究主要有: 文献[1]针

对轧钢厂精轧工序提出多厂通用的优化模型, 用于描述板带、型钢和钢管等的热轧批量调度问题; 文献[2-3]在此基础上将模型扩展, 对板材和钢管的热轧批量调度问题进行深入研究, 结合二者不同的热轧生产工艺, 分别制定板材热轧组批计划和考虑调整时间的钢管轧批顺序计划, 有效解决板材和钢管的生产优化; 文献[4]考虑棒线材的热轧生产特点, 以订单为基本组织单元, 将热轧批量调度问题分为组批、轧批排序 2 个阶段, 并针对轧批排序过程, 以最小化批次之间的调整时间和调整费用为目标, 实现生产效率和生产效益的同时优化。机器检修作为影响热轧批量调度的重要因素, 可以分为定期检修和柔性检修 2 种方式<sup>[5]</sup>。不同的检修方式对生产调度的影响不同<sup>[6]</sup>, 在制定批量调度计划时, 需要根据不同的检修方式制定不同的优化策略, 文献[7]针对钢管生产中存在定期产线检修的情况, 将检修计划作为约束条

收稿日期: 2015-03-24; 录用日期: 2015-05-08; 网络出版时间: 2015-06-03 14:17

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150603.1417.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(71271013, 71471006); 辽宁省社会科学规划基金(L15AGL016)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82316181 E-mail: qzhao@buaa.edu.cn

**引用格式:** 王雷, 赵秋红, 许绍云. 考虑柔性检修计划的圆钢热轧批量调度[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 435-443.  
WANG L, ZHAO Q H, XU S Y. Hot-rolling batch scheduling in round steel production with flexible maintenance planning[J].  
Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 435-443 (in Chinese).

件,在检修外的时间区间内对合同进行排产,有效解决带有生产路径柔性选择的调度优化问题;文献[8]在2个阶段流水线车间批量调度中,考虑热轧阶段机器损耗对产品质量的影响,将带有柔性时间窗的机器检修作为生产约束条件建立问题模型,并用遗传算法实现批量和检修的协调调度优化;文献[9]将热轧批量调度问题描述为多目标奖金收集车辆路径问题,并根据逼近理想点排序法(TOPSIS)进行有效计算;文献[10]考虑连铸和热轧一致批量调度,提高热送率,利用改进遗传算法进行有效求解。上述文献对热轧批量调度进行系统研究,利用智能化方法解决批量调度问题,并考虑检修计划对调度的影响,针对多种热轧产品进行多目标优化的批量调度研究,但是针对具有柔性检修计划的热轧圆钢批量调度问题研究较少。

根据圆钢热轧生产特点,针对热轧批量排序阶段,考虑生产过程中存在柔性检修计划的情况,研究机器检修对批量生产的影响,以最小化最大完工时间和订单提前及拖期总时长为目标建立批量调度优化模型,根据问题特征提出改进的多目标粒子群优化算法实现问题求解,通过数据实验验证算法的可行性和有效性。

## 1 问题建模

### 1.1 问题描述与分析

圆钢热轧生产中,为保证生产质量要制定柔性轧机检修计划,即将检修计划设定在1个大于检修时长的时间段内执行。该问题是存在柔性检修计划条件下制定批量生产计划的过程,即根据检修计划的可行时间段,对检修和批量进行调度,确定批量生产顺序和检修计划的执行时间。同时,轧制不同规格的批量需要机架类型和数量不同,并且拆装机架的时间也不同,使得不同批量加工顺序产生不同机器调整时间;此外,机器检修占据生产时间,不同的检修执行时间导致批量生产时间也不同。因此,在制定批量调度计划时同时优化批量加工顺序和检修时间,能够提高生产效率和效益。

图1为具有柔性检修计划的批量调度示意图,其中,检修的柔性执行时间区间为 $[13, 19]$ ,检修所需时长为5。图1(a)、图1(b)和图1(c)为3种不同的调度计划产生不同的结果:在图1(a)和图1(b)2种调度计划中,保持批量顺序相同,调整检修计划执行时间使得各批量(J1、J2和J3)的完工时间和总完工时间产生变化,即

将检修计划的执行时间提前导致批量J3的完工时间和总完工时间缩短;图1(c)调度计划是在保持与图1(a)中检修计划时间相同的情况下对批量顺序进行调整,使得总完工时间提前。由3种不同的调度结果可以发现,批量顺序和检修时间的确定对生产能够产生影响,并且二者之间存在相互影响和相互制约的关系,因此,在制定生产计划时需要考虑二者的协调优化。

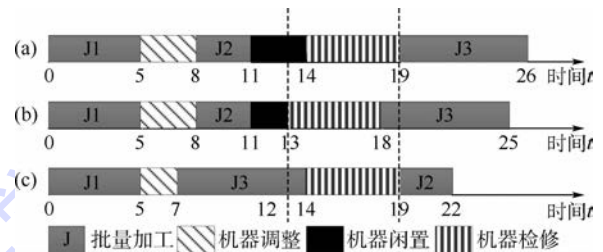


图1 带有检修计划的批量调度示意图

Fig.1 Schematic diagram of batch scheduling with maintenance plan

考虑生产和交货两方面的优化需求,企业在制定调度计划时,主要考虑以下方面:①尽可能地最早完工,减少机器闲置时间,以便提高产能利用率;②最大限度地按照交货时间安排批量生产,提高交货准时性。因此,圆钢热轧生产过程以最小化最大完工时间和订单提前拖期总时长为优化目标,主要考虑以下约束:①机器检修计划必须安排在事先规定好的时间区间内执行;②机器检修和批量加工都不可被中断,保持生产过程的连续性;③不同规格的批量在连续加工过程中需要进行机器调整;④同种规格的批量之间遵循钢种优先级规则,即优先级较高的批量优先加工。

问题假设如下:

**假设1** 机器检修完成后处于准备加工状态时,在加工下一批量时不考虑机器调整。

**假设2** 机器检修时长不小于最大批量加工时长以及最大机器调整时长。

### 1.2 问题模型

#### 1) 符号定义

$H$ 为轧批集合, $H = \{1, 2, \dots, k\}$ ;  $z$ 为轧批编号, $z \in H$ ;  $z'$ 为不同于 $z$ 的轧批编号, $z' \in H$ ;  $I_z$ 为轧批 $z$ 包含的订单集合, $I_z = \{1, 2, \dots, n_z\}$ ;  $i$ 为订单编号, $i \in \bigcup_{z \in H} I_z$ ;  $[de_i, dl_i]$ 为订单 $i$ 的要求交货时间窗; $pb_z$ 为批量 $z$ 的轧制时长; $gb_z$ 为批量 $z$ 的钢种; $o(gb_z)$ 和 $o(gb_{z'})$ 分别为批量 $z$ 和批量 $z'$ 的钢种优先级; $[SM, EM]$ 为机器检修的柔性时间区间; $DM$ 为机器检修所需的时长; $s_{z,z'}$ 为批量 $z$ 和批量 $z'$ 连续生产所需要的机器调整时间; $td$ 为拆机

架的单位时间;  $t_u$  为安装机架的单位时间;  $tr$  为试轧时间;  $a_z$  为轧批量  $z$  对应的产品规格所需要的机架数;  $\bar{a}_{z'}$  为批量  $z$  和批量  $z'$  对应的规格所需的相同机架数;  $Q$  为机器调整单位时间成本;  $\varepsilon$  为任意小的正数。

2) 变量定义

$x_{z'}$  为 0-1 决策变量。若批量  $z'$  紧邻批量  $z$  之后加工, 则变量取值为 1, 否则取值为 0;  $y_{z'}$  为 0-1 决策变量。若批量  $z'$  紧邻批量  $z$  之后且二者之间存在检修计划, 变量取值为 1, 否则取值为 0;  $ST$  为机器检修的开始时间;  $sb_z$  为批量  $z$  的轧制开始时间;  $Cb_z$  为批量  $z$  的轧制结束时间。

3) 数学模型

$$\min f_1 = \max \{ Cb_z \mid z \in Z \} \tag{1}$$

$$\min f_2 = \sum_{z=1}^k \sum_{z'=1}^{n_z} (\max \{ 0, Cb_z - dl_i \} + \max \{ 0, de_i - Cb_z \}) \tag{2}$$

$$\text{s. t. } x_{z'} \geq y_{z'} \quad z, z' \in H \tag{3}$$

$$ST - SM \geq 0 \tag{4}$$

$$EM - (ST + DM) \geq 0 \tag{5}$$

$$ST - \sum_{z=1}^k \sum_{z'=1}^k y_{z'} \cdot Cb_z \geq 0 \tag{6}$$

$$\sum_{z=1}^k \sum_{z'=1}^k y_{z'} \cdot sb_{z'} - (ST + DM) \geq 0 \tag{7}$$

$$s_{z'} = x_{z'} \cdot (td \cdot \max \{ 0, a_z - \bar{a}_{z'} \} + tu \cdot \max \{ 0, a_{z'} - \bar{a}_{z'} \} + tr) \quad z, z' \in H \tag{8}$$

$$sb_z \geq \sum_{z'=1}^k x_{z'} \cdot [y_{z'} \cdot (ST + DM) + (1 - y_{z'}) \cdot (Cb_{z'} + s_{z'})] \quad z, z' \in H \tag{9}$$

$$Cb_z = sb_z + pb_z \quad z \in H \tag{10}$$

$$(\varepsilon - s_{z'}) \cdot x_{z'} \cdot (o(gb_z) - o(gb_{z'})) - s_{z'} \cdot \max \{ o(gb_z), o(gb_{z'}) \} \geq 0 \quad z, z' \in H \tag{11}$$

$$x_{z'} \in \{ 0, 1 \} \quad z, z' \in H \tag{12}$$

$$y_{z'} \in \{ 0, 1 \} \quad z, z' \in H \tag{13}$$

目标函数式(1)表示最小化最大完工时间; 目标函数式(2)表示最小化订单的提前和拖期总时间, 这里, 订单完工时间取订单所在批量的完工时间; 约束式(3)表示 2 个变量之间的关系, 即检修计划仅允许插入到 2 个相邻批量之间; 约束式(4)和约束式(5)表示机器检修必须安排在检修的可执行时间区间内; 约束式(6)和约束式(7)表示机器检修和批量加工之间相互独立, 具有不可被中断的属性; 约束式(8)定义了相邻批量之间连续加工所需的机器调整时间; 约束式(9)表示 2 个相邻批量之间的加工时间关系, 同一时刻机

器只能对同一批量进行加工, 若两批量之间存在检修计划, 则不需要进行机器调整, 否则, 需要考虑机器调整时间; 约束式(10)定义了批量的完工时间; 约束式(11)表示规格相同的 2 个相邻批量之间加工先后顺序要满足钢种的优先级关系, 即先加工的批量钢种优先级不能低于后加工的批量钢种优先级; 约束式(12)和式(13)为变量取值约束。

2 求解算法

多变量、多约束特征、多目标特性让问题变得复杂, 精确算法难以求解。粒子群算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 是由 Kennedy 和 Eberhart<sup>[11]</sup> 提出的群体智能优化算法, 具有操作简单、易于实现及收敛速度快等优点, 在很多优化问题中得到成功应用<sup>[12-13]</sup>。针对问题变量的离散特征, 需要改进粒子群算法, 结合精英策略和遗传操作方法, 提出改进的多目标粒子群优化算法 (Improved Multi-objective Particle Swarm Optimization, IMPSO) 来求解。

2.1 编码生成

问题求解目的是确定满足生产约束条件, 使得目标函数达到最优的热轧批量生产序列和检修计划执行时间, 求解过程的关键在于调整批量之间的先后加工顺序, 进而根据批量序列确定机器检修时间。为了便于算法实现, 粒子编码形式采用十进制的自然顺序排列的批量顺序。例如, 8 个批量 1~8 的先后加工顺序为 2→6→1→8→7→3→5→4, 则粒子编码表示为  $x = (2, 6, 1, 8, 7, 3, 5, 4)$ 。

2.2 解码操作

由上述编码规则可知, 粒子是按自然顺序排列的批量序列, 若要实现问题的完整求解, 还需对粒子进行解码操作。结合问题的求解特点, 粒子的解码操作主要分为 2 个方面: 批量加工时间粗计算、确定检修计划时间。以粒子  $x = (z_1, z_2, \dots, z_k)$  (其对应的编码为  $z_1 \sim z_k$  的  $k$  个不同批量的加工顺序为  $z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow \dots \rightarrow z_k$ ) 为例, 对其进行的解码操作如下:

1) 批量加工时间粗计算

根据粒子代表的批量加工顺序, 在不考虑柔性检修计划的情况下, 初步计算每个批量的开始和结束时间。对处于首位的批量  $z_1$ , 由于机器处于准备加工状态, 不需考虑机器调整时间, 其加工开始时间即为计划开始时间  $sb_{z_1} = 0$ , 完工时间为

$Cb_{z_i} = pb_{z_i}$ ; 对粒子中其他位置的批量  $z_j (j = 2, 3, \dots, k)$ , 机器处于上一个批量  $z_{j-1}$  完工状态, 需要根据二者之间的规格判断是否进行机器调整, 并计算机器调整时间  $s_{z_{j-1}z_j}$ , 则批量  $z_j$  的开始和结束时间分别为  $sb_{z_j} = Cb_{z_{j-1}} + s_{z_{j-1}z_j}, Cb_{z_j} = sb_{z_j} + pb_{z_j}$ 。

### 2) 确定检修计划时间

由于机器检修与批量加工都具有不可被中断的属性, 根据批量序列确定机器检修时间的具体过程如下:

① 确定检修在批量序列中所有可能的插入位置。根据批量的完成时间和检修计划的柔性时间区间选择位置上下界。位置下界, 选择批量序列中满足条件  $Cb_{z_{j-1}} < SM \wedge Cb_{z_j} \geq SM$  的批量  $z_j$  所处的位置  $j$  为下界; 位置上界, 将满足条件  $Cb_{z_j} \leq EM - DM \wedge Cb_{z_{j+1}} > EM - DM$  的批量  $z_j$  所在的位置  $j'$  固定为上界。检修计划在批量序列中所有可能的位置用集合表示为  $L = \{j, j+1, \dots, j'\}$ 。

② 固定检修时间并修正批量开始和结束时间。根据上一步得到的结果, 令  $l$  从  $j$  到  $j'$  变化, 将检修计划插入到位置  $l$ , 即批量  $z_l, z_{l+1}$  之间, 形成检修计划和批量混合的序列  $q_l$ , 取机器检修计划的开始时间为  $ST = \max\{Cb_{z_l}, SM\}$ , 结束时间为  $ST + DM$ ; 由于检修占用了部分生产时间, 需要对  $q_l$  中在检修后加工的批量重新计算开始和结束时间, 根据检修前后的时间变化, 计算后移时间差  $\Delta = (ST + DM - Cb_{z_l}) - s_{z_{l+1}}$ , 对于在检修计划后加工的批量  $z_h (h = l+1, l+2, \dots, k)$ , 其开始和结束时间分别更新为:  $sb_{z_h} \leftarrow sb_{z_h} + \Delta, Cb_{z_h} \leftarrow Cb_{z_h} + \Delta$ 。对每个  $q_l (l = j, j+1, \dots, j')$ , 计算目标函数值, 并分析彼此间的支配关系, 选择处于非支配地位的 1 个, 其对应的检修计划时间和批量的开始和结束时间即为粒子解码后的结果。

### 2.3 初始群体确定

首先, 借鉴混沌序列的遍历性原理<sup>[14]</sup>, 由混沌运动生成遵循自身变化规律且具有多样性特点的权重系数, 并采用加权的方式将多目标转化为单目标的适应度函数; 与此同时, 对于目标函数可能具有不同数量级的情况, 对目标函数进行量纲化处理。

其次, 基于问题的求解目标, 本文采用最早工期优先 (Earliest Due Date, EDD) 和最短加工时间优先 (Shortest Processing Time, SPT) 2 种规则分别对批量进行优先级排序形成 2 个初始序列, 为了保持种群多样性, 其他粒子采用随机方式排序形成不同的初始序列。

生成  $N$  个初始粒子的具体步骤如下:

**算法 1** 基于混沌加权适应度计算的插入式算法

**步骤 1** 设置初始权重系数  $w_1^0 (0 \leq w_1^0 \leq 1)$ , 按照批量交货期 (取值于该批量包含的所有订单的平均交货时间, 即  $\sum_{i=1}^n (de_i + dl_i) / 2n, n$  为批量包含的订单数量) 由早到晚、加工时长由大到小的规则对批量进行初始排序形成 2 个序列  $q_1$  和  $q_2$ , 并采用随机方式生成  $N-2$  个序列  $q_3, q_4, \dots, q_N$ , 由这些序列构成序列集合  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}$ 。

**步骤 2** 令  $i$  从 1 到  $N$  变化, 对序列  $q_i$ , 采用 Logistic 映射作为混沌系统生成目标函数式 (1) 的权重系数  $w_1^i = \mu w_1^{i-1} (1 - w_1^{i-1}), \mu \in (2, 4]$ , 并计算目标函数式 (2) 的权重系数  $w_2^i = 1 - w_1^i$ , 执行步骤 3。

**步骤 3** 在序列  $q_i$  中, 首先选择前两个批量进行排序形成 2 个子序列  $q_{i1}^2$  和  $q_{i2}^2$ , 在对目标函数量纲化处理的基础上从中选择待操作序列  $\tilde{q}_i = \min_f \{q_{i1}^2, q_{i2}^2\} (\min_f \{a, b\}$  表示从  $a$  和  $b$  2 个序列中选择使适应度函数值  $f = w_1^i f_1' + w_2^i f_2'$  较小者), 执行步骤 4。

**步骤 4** 令  $h$  从 3 到  $N$  变化, 将第  $h$  个批量插入到序列  $\tilde{q}_i$  中所有可能的  $h$  个位置形成  $h$  个序列  $\{q_{i1}^h, q_{i2}^h, \dots, q_{ih}^h\}$ , 并更新  $\tilde{q}_i = \min_f \{q_{i1}^h, q_{i2}^h, \dots, q_{ih}^h\}$ , 直到  $h = N$ , 则将  $\tilde{q}_i$  经过编码形成第  $i$  个粒子, 若  $h > N$ , 则令  $i \leftarrow i+1$ , 返回执行步骤 2。

### 2.4 不可行粒子的修复

由问题模型可知, 导致粒子不可行的关键因素是钢种优先级约束, 即约束式 (11), 因此, 为了保证算法的有效性, 对违背约束条件式 (11) 的不可行粒子需要设计一定的修复规则进行修复, 从而改善粒子的可行度。对粒子  $x = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ , 若其中的某些批量之间的顺序违背钢种优先级关系, 则采用下述方法进行修复:

确定个体  $x$  中满足条件  $o(g_{z_i}) < o(g_{z_{i+1}}) \wedge s_{z_i z_{i+1}} = 0$  的相邻分量  $z_i$  和  $z_{i+1}$ , 交换  $z_i$  和  $z_{i+1}$  的先后顺序, 继而重复寻找满足条件  $o(g_{z_i}) < o(g_{z_{i+1}}) \wedge s_{z_i z_{i+1}} = 0$  的所有相邻分量并交换先后顺序, 直到不存在任意 2 个相邻分量违背钢种优先级关系。

### 2.5 精英策略

为了避免精英集合中非支配个体的过量增加导致的低运算效率, 需要对精英集合规模进行限

制,即通过设置1个固定的规模数值 $r$ ,规定精英集合规模不超过该数值,即若精英集合为 $A$ ,则有 $|A| \leq r$ 。对粒子群 $P$ 采用精英策略进行优秀个体保留的具体操作为:将种群 $P$ 中的所有非支配解复制到精英集合 $A$ 中,同时删除精英集合中的重复个体和被支配个体,实现对精英集合的更新。集合 $A$ 经过更新操作后,其规模会有所变化,为保证集合的精英特性不被破坏,对 $A$ 进行如下操作:

① 若 $|A| \leq r$ ,则保持 $A$ 不变。

② 若 $|A| > r$ ,则对 $A$ 进行删减操作,即通过一定的个体评价方法选择 $A$ 中的 $|A| - r$ 个体进行删除以使其达到规模 $r$ 。

根据文献[15]中 Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II) 算法的拥挤度的思想,对 $A$ 中的所有个体进行拥挤度计算,并通过拥挤度的大小决定个体优劣,将精英集中密集的劣势个体进行删除从而保留分散个体。

## 2.6 个体极值和全局极值的选取

个体极值和全局极值的选择,不同于单目标粒子群算法中选择目标值最大或最小的解,而是要选择处于 Pareto 前沿的精英解,进而引导粒子向最优非支配前沿进化。

1) 个体极值(pbest)选取策略:个体极值选取采用基于 Pareto 支配关系的选择方法,即将当前粒子 $x_i$ 与个体极值 pbest 进行对比,若 $x_i$ 不被 pbest 支配,则将个体极值更新为 $x_i$ ,即  $\text{pbest} \leftarrow x_i$ ,否则 pbest 保持不变。

2) 全局极值(gbest)选取策略:通过精英策略得到精英集合后,每个粒子的全局极值从精英集合中选择,为了促进粒子向 Pareto 最优前沿分散区域优化,采用文献[16]中的 $\sigma$ 方法,通过计算粒子与精英集合中所有粒子的 $\sigma$ 距离并选择距离最小者作为该粒子的全局极值,实现 gbest 的更新。粒子间的 $\sigma$ 距离计算如下:

计算粒子 $x$ 的 $\sigma$ 值:

$$\sigma(x) = (f_1^2(x) - f_2^2(x)) / (f_1^2(x) + f_2^2(x)) \quad (14)$$

式中: $f_1$ 为最小最大化完工时间; $f_2$ 为最小化订单提前和拖期总时间。

对种群中的粒子 $x_i \in P$ ,其与精英集中的每个粒子 $x_j \in A$ 的 $\sigma$ 距离表示为

$$\bar{\sigma}(x_i, x_j) = |\sigma(x_i) - \sigma(x_j)| \quad (15)$$

## 2.7 基于遗传操作的粒子更新方法

算法编码用对批量进行自然顺序排列的方式,粒子具有离散特征,为有效实现粒子更新,借鉴文献[17]中的更新方法,将粒子对应的个体极

值和全局极值分别进行交叉并对自身进行变异,从交叉和变异后的后代中选择最优者作为更新结果。将第 $t$ 代种群中第 $i$ 个粒子更新到第 $t+1$ 代的公式为

$$x_i^{t+1} = (\text{pbest}_t - x_i^t) + (\text{gbest}_t - x_i^t) + \bar{x}_i^t \quad (16)$$

式中: $x_i^t$ 、 $\text{pbest}_t$ 和 $\text{gbest}_t$ 分别为3个不同的序列, $\text{pbest}_t$ 和 $\text{gbest}_t$ 为 $x_i^t$ 对应的个体极值和全局极值;式中运算符“-”表示其前后2个粒子进行交叉操作;“+”则表示从其前后的粒子中选择处于非支配地位的粒子; $\bar{x}_i^t$ 为 $x_i^t$ 的变异。

## 2.8 算法步骤

求解问题的 IMPSO 算法步骤如下。

### 算法2 IMPSO 算法

#### 步骤1 初始化

步骤1.1 令迭代次数 $t=0$ ,设置种群规模为 $N$ ,精英集规模最大为 $r$ ,变异操作概率 $P_m$ ,设置最大迭代次数为 $\text{Iter}$ 。

步骤1.2 采用基于混沌加权适应度计算的插入式算法(算法1)得到初始粒子群 $P_0 = \{x_1^0, x_2^0, \dots, x_N^0\}$ ,并设置1个空的精英集合 $A = \emptyset$ 。

#### 步骤2 不可行粒子修复

对每个粒子 $x_i^t \in P_t$ ( $P_t$ 和 $x_i^t$ 分别代表第 $t$ 代的种群和种群中第 $i$ 个粒子),根据约束条件式(11)判断其可行性,若不可行,则采用修复策略进行修复。

#### 步骤3 精英集更新

步骤3.1 对 $P_t$ 中的粒子进行优劣对比,确定粒子间的支配关系。

步骤3.2 选择 $P_t$ 中的所有非支配粒子,复制到精英集合 $A$ 中,采用精英策略实现 $A$ 的更新。

#### 步骤4 选取个体极值与全局极值

步骤4.1 将粒子 $x_i^t \in P_t$ 与当前个体极值 $\text{pbest}_t$ 进行对比,选择处于非支配地位的1个作为新的 $\text{pbest}_t$ 。

步骤4.2 根据式(14),计算粒子 $x_i^t \in P_t$ 和精英集合中的每个个体 $x_j \in A$ ( $j=1, 2, \dots, |A|$ )的 $\sigma$ 值,进而按式(15)计算 $x_i^t$ 与 $x_j$ 的 $\sigma$ 距离,选择距离最小者 $x_i^A = \{x_j \in A \mid \min\{\bar{\sigma}(x_i^t, x_j)\}\}$ ,更新 $x_i^t$ 的全局极值,即 $\text{gbest}_t \leftarrow x_i^A$ 。

#### 步骤5 更新粒子群

步骤5.1 将个体 $x_i^t \in P_t$ 与其个体极值 $\text{pbest}_t$ 和全局极值 $\text{gbest}_t$ 分别进行交叉操作,得到4个交叉结果: $\text{pbest}_t - x_i^t = \text{pb}_1, \text{pb}_2$ ;  $\text{gbest}_t - x_i^t = \text{gb}_1, \text{gb}_2$ 。

步骤 5.2 随机生成数值  $r_m \in (0,1)$ , 将其与  $P_m$  比较, 若  $r_m \leq P_m$ , 则对  $x_i^t$  进行变异得到  $\bar{x}_i^t$ , 否则, 不进行变异操作。

步骤 5.3 根据式 (16), 对临时个体  $pb_1, pb_2, gb_1, gb_2, \bar{x}_i^t$  进行优劣对比, 确定支配关系, 选择处于非支配地位的个体对  $x_i^t$  实现更新, 若存在多个处于非支配地位的临时个体, 则从中随机选择一个更新到  $x_i^t$ 。

### 步骤 6 终止条件判断

步骤 6.1 令  $t = t + 1$ , 若  $t > Iter$ , 执行步骤 6.2, 否则返回执行步骤 2。

步骤 6.2 输出精英集合  $A$  中的所有解, 算法结束。

## 3 仿真实验

### 3.1 实验设计

本文采用 Microsoft Visual C# 在 Pentium 4.1/2.90 GHz/2.00 GB/Windows 7 环境中编程实现 IMPSO 算法。结合钢铁企业生产实际, 订单、批量等实验数据以及与问题约束条件相关的生产参数等从国内某特钢企业实际生产数据进行采集筛选。实验数据主要包括产品规格、钢种以及钢种优先级、每个规格对应的热轧机架类型和数量、机器检修维护时间以及机架切换的单位时间 (其中  $t_u = 10 \text{ min}$ ,  $t_d = 5 \text{ min}$ ,  $t_r = 20 \text{ min}$ ) 等, 实验前将这些生产信息整理成模型参数。实验根据批量规模  $k$  的不同分为 6 组实例进行验证:  $k = 10, 20, 30, 50, 100, 150$ , 每组生成 10 个算例。

为了更好地验证 IMPSO 算法的求解性能, 实验中将其与多目标优化算法中应用最为普遍的 NSGA-II 算法和 Decreasing order with First Fit (DFF) 算法<sup>[18]</sup> 进行对比。2 种算法的参数及对比方式设置如下: IMPSO 算法中, 种群规模  $N = 100$ , 精英集合规模最大为  $r = 50$ , 变异操作概率  $P_m = 0.25$ ; 在 NSGA-II 算法中, 种群规模与 IMPSO 算法相同, 初始种群采用随机方式生成, 采用二元锦标赛方法选择个体进入交配池, 交叉、变异等遗

传操作方法与 IMPSO 算法中的相同。以上算法的最大迭代次数为  $Iter = 100$ 。

### 3.2 实验结果与分析

对每个算例, 采用随机方式从算法所得的所有非支配解中选取 1 个解作为其最终结果, 得到的实验结果见表 1, 其中  $f_1$  和  $f_2$  为目标函数。

由表 1 的实验结果可以得到:

1) 针对不同规模的订单和批量数量, 除第 1 组  $k = 10$  的实例外, 目标函数  $f_1$  和  $f_2$  根据 IMPSO 算法均能获得较 NSGA-II 算法更优的解, 能够实现 2 个目标的同时优化。这是因为: 一方面, IMPSO 算法在初始阶段采用一定的优化方法 (算法 1) 获取初始解, 比 NSGA-II 基于随机方式生成的初始解具有一定的个体优越性; 另一方面, IMPSO 和 NSGA-II 虽然都是基于遗传操作实现个体更新, 但 IMPSO 采用个体与极值进行交叉的方式并具有优秀个体筛选的过程, 比 NSGA-II 算法中仅在普通个体间进行交叉更容易得到优秀解。目标函数  $f_1$  和  $f_2$  在其他 2 种算法的求解效果都好于 DFF 算法。

2) 在求解效率上, IMPSO 算法的求解时间要多于 NSGA-II 算法和 DFF 算法, 计算效率相对较低, 这是由于 IMPSO 在进行粒子更新时有对个体极值、全局极值选择以及对遗传操作结果筛选的过程。即便如此, 对于普通规模的批量调度问题 ( $k = 150$ ), 算法仍然能够在 7 min 内实现较满意的求解, 能够满足批量调度的实际应用需求。

由于求解效果的比对, 选取 IMPSO 算法和 NSGA-II 算法进一步说明算法的有效性, 对每组的求解结果分别采用不同的性能评价指标进行评价:

1) 质量指标 ( $\gamma$ ): 用于衡量算法所得的解集逼近 Pareto 最优解的程度。由于问题的 Pareto 最优解无法事先得知, 这里通过将所有参与对比的算法所得的精英集合 (IMPSO 求得的  $A_{\text{IMPSO}}$  和 NSGA-II 求得的  $A_{\text{NSGA-II}}$ ) 进行合并, 并删除重复个

表 1 实验计算结果

Table 1 Results of experimental computation

| $k$ | $n$ | IMPSO |       |       | NSGA-II |       |       | DFF   |       |       |
|-----|-----|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
|     |     | $f_1$ | $f_2$ | $t/s$ | $f_1$   | $f_2$ | $t/s$ | $f_1$ | $f_2$ | $t/s$ |
| 10  | 62  | 54.6  | 1316  | 38    | 52.4    | 2618  | 22    | 63.4  | 1438  | 18    |
| 20  | 151 | 83.2  | 3179  | 105   | 96.6    | 6330  | 95    | 101.2 | 3321  | 76    |
| 30  | 182 | 118.4 | 3524  | 142   | 133.6   | 6868  | 113   | 138.0 | 3678  | 102   |
| 50  | 234 | 206.3 | 3846  | 209   | 233.1   | 7468  | 174   | 263.9 | 4102  | 158   |
| 100 | 552 | 368.1 | 6967  | 346   | 425.1   | 12872 | 237   | 482.9 | 7212  | 211   |
| 150 | 744 | 480.5 | 8396  | 417   | 514.1   | 15874 | 312   | 661.1 | 8541  | 198   |

体和被支配个体,从而形成1个参照 Pareto 最优解集,记为  $D$ 。计算每个算法 (IMPSO 和 NSGA-II) 所得的非支配解数量在  $D$  中的覆盖比例,即为该算法的质量指标。

2) 分布均匀性指标 (SP): 主要用于描述算法求解结果在空间上的分布均匀性,解分布越均匀表明算法求解性能越好。采用文献 [16] 中分布均匀性指标 SP, SP 值越小表明算法的求解结果分布越均匀。

3) 分布广泛性指标 ( $\eta$ ): 用于表述算法求解结果在空间上的分布分散性,解的分散性越好说明算法的求解效果更好。对解集  $D'$  (表示不同算法计算所得的非支配解集  $D_{IMPSO}$  或  $D_{NSGA}$ ) 计算其分布广泛性指标的公式为

$$\eta = \sqrt{\sum_{i=1}^v \max \{ |f_i(x) - f_i(\bar{x})|, x, \bar{x} \in D' \}} \quad (17)$$

表2 算法的性能比较结果

Table 2 Algorithm performance comparison results

| $k$ | $\gamma/\%$ |         | SP       |          | $\eta$  |         |
|-----|-------------|---------|----------|----------|---------|---------|
|     | IMPSO       | NSGA-II | IMPSO    | NSGA-II  | IMPSO   | NSGA-II |
| 10  | 81.8        | 18.2    | 2 804.1  | 3 030.8  | 514.7   | 365.0   |
| 20  | 73.3        | 26.7    | 2 566.4  | 5 879.5  | 792.8   | 435.3   |
| 30  | 90.9        | 9.1     | 2 793.0  | 5 114.6  | 832.5   | 618.0   |
| 50  | 75.0        | 25.0    | 4 374.8  | 10 232.8 | 871.1   | 832.5   |
| 100 | 83.3        | 26.7    | 6 221.6  | 15 287.9 | 1 179.4 | 1 035.9 |
| 150 | 85.7        | 24.3    | 14 463.4 | 16 753.6 | 1 315.4 | 1 147.2 |

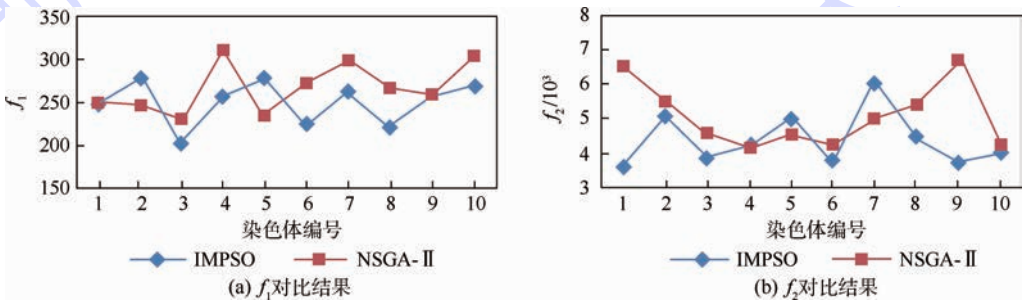


图2 IMPSO 与 NSGA-II 计算所得非支配解分布

Fig. 2 Nondominated solution distribution of IMPSO and NSGA-II

## 4 结论

本文建立了多目标热轧批量调度模型,提出改进多目标粒子群算法实现问题求解。算法采用混沌加权适应度计算的插入式方法生成初始粒子群,设计解码规则对粒子进行解码操作,从而得到问题的完整解。在求解过程中,得到:

- 1) 修复策略对群体中存在的不可行粒子进行修复,保证解在可行域内。
- 2) 精英策略实现优秀个体在迭代过程中的

式中: $v$  为目标函数数量。从式 (17) 可以看出,  $\eta$  值越大表示解集的分布范围越广。

表 2 给出了 2 种算法在不同规模的实例中计算所得结果的指标对比。此外,为了更直观地观察非支配解的分布,以批量规模为  $k = 50$  为例,从 2 种算法所得的所有非支配解 (染色体) 中分别任选 10 个进行目标函数值对比,结果如图 2 所示。

从表 2 的性能指标对比结果可以看出,对所有的算例,IMPSO 算法相较于 NSGA-II 算法均能够获得更多高质量的非支配解,并且具有更好的分布均匀性和广泛性;图 2 中针对  $k = 50$  的算例的求解结果表明,IMPSO 算法的计算结果具有更好的分布性,且相较于 NSGA-II 能够获得更接近 Pareto 最优解的非支配解。因此,IMPSO 算法在求解圆钢热轧批量调度问题上具有较强的优越性,能够取得较好的求解效果。

延续,并为种群中的个体提供多样化的全局极值。  
3) 针对问题的离散特征,使用遗传操作方式进行粒子迭代更新,实现了种群最优化。

最后,以某特钢企业生产数据为基础进行仿真实验,结果表明模型和算法能够有效求解圆钢热轧批量调度问题。

## 参考文献 (References)

[1] 唐立新. 轧钢厂的精轧工序轧制批量调度的优化模型[J]. 东北大学学报(自然科学版), 1998, 19(6): 624-626.  
TANG L X. Optimal model of rolling lot scheduling for the fin-

- ishing operation in rolling mill[J]. Journal of Northeastern University ( Natural Science ), 1998, 19 ( 6 ) : 624-626 ( in Chinese ).
- [ 2 ] 李铁克,郭冬芬. 基于约束满足的热轧批量计划模型与算法[J]. 控制与决策, 2007, 22(4) : 389-393.  
LI T K, GUO D F. Model and algorithm for hot-rolling batch plan based on constraint satisfaction[J]. Control and Decision, 2007, 22(4) : 389-393 ( in Chinese ).
- [ 3 ] TANG L X, HUANG L. Optimal and near-optimal algorithm to rolling batch scheduling for seamless steel tube production[J]. International Journal of Production Economics, 2007, 105(2) : 357-371.
- [ 4 ] 王欣,杨春华,秦斌. 棒线材轧制批量调度多目标混合优化[J]. 控制与决策, 2006, 21(9) : 996-1000.  
WANG X, YANG C H, QIN B. Multi-objective hybrid optimization of lot scheduling for bar mill process[J]. Control and Decision, 2006, 21(9) : 996-1000 ( in Chinese ).
- [ 5 ] SBIHI M, VARNIER C. Single-machine scheduling with periodic and flexible periodic maintenance to minimize maximum tardiness[J]. Computers & Industrial Engineering, 2008, 55(4) : 830-840.
- [ 6 ] LOW C Y, JI M, HSU C J, et al. Minimizing the makespan in a single machine scheduling problems with flexible and periodic maintenance [ J ]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34(2) : 334-342.
- [ 7 ] 李琳,霍佳震. 钢管生产计划中的多目标柔性 Job-shop 调度问题[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(8) : 117-126.  
LI L, HUO J Z. Multi-objective flexible Job-shop scheduling problem in steel tubes production [ J ]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2009, 29(8) : 117-126 ( in Chinese ).
- [ 8 ] LUO H, HUANG G Q, ZHANG Y F, et al. Hybrid flowshop scheduling with batch-discrete processors and machine maintenance in time windows[J]. International Journal of Production Research, 2011, 49(6) : 1575-1603.
- [ 9 ] JIA S J, YI J, YANG G K, et al. A multi-objective optimisation algorithm for the hot rolling batch scheduling problem [ J ]. International Journal of Production Research, 2013, 51(3) : 667-681.
- [ 10 ] SHAN D, XU A J, LU Y M, et al. Research on modeling and optimization algorithm for hot rolling batch planning of DHCR production [ C ] // Proceedings of International Asia Conference on Industrial Engineering and Management Innovation ( IEM2012 ). Berlin : Springer, 2013 : 527-536.
- [ 11 ] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [ C ] // IEEE International Conference on Neural Networks, 1995. Piscataway, NJ : IEEE, 1995, 4 : 1942-1948.
- [ 12 ] TSENG C T, LIAO C J. A discrete particle swarm optimization for lot streaming flowshop scheduling problem [ J ]. European Journal of Operational Research, 2008, 191(2) : 360-373.
- [ 13 ] MOGHADDAM R T, AZARKISH M, BARKOUSARAIE A S. Solving a multi-objective job shop scheduling problem with sequence-dependent setup times by a pareto archive PSO combined with genetic operators and VNS [ J ]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2011, 53(5-8) : 733-750.
- [ 14 ] 李鹏,车阿大. 基于混沌遗传算法的自动化生产单元调度方法[J]. 系统工程, 2008, 26(11) : 75-80.  
LI P, CHE A D. Robotic cells scheduling based on chaos genetic algorithm [ J ]. Systems Engineering, 2008, 26(11) : 75-80 ( in Chinese ).
- [ 15 ] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [ J ]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2) : 182-197.
- [ 16 ] MOSLEHI G, MAHNAME M. A pareto approach to multi-objective flexible job-shop scheduling problem using particle swarm optimization and local search [ J ]. International Journal of Production Economics, 2011, 129(1) : 14-22.
- [ 17 ] NIU Q, JIAO B, GU X S. Particle swarm optimization combined with genetic operators for job shop scheduling problem with fuzzy processing time [ J ]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 205(1) : 148-158.
- [ 18 ] LOW C Y, JI M, HSU C J, et al. Minimizing the makespan in a single machine scheduling problems with flexible and periodic maintenance [ J ]. Applied Mathematical Modeling, 2010, 34(2) : 334-342.

#### 作者简介:

王雷 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 智能优化算法、应急管理。

Tel. : 024-86982210

E-mail: leonwang521@126.com

赵秋红 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 启发式算法、应急管理。

Tel. : 010-82316181

E-mail: qhzhao@buaa.edu.cn

# Hot-rolling batch scheduling in round steel production with flexible maintenance planning

WANG Lei<sup>1,2</sup>, ZHAO Qihong<sup>2,\*</sup>, XU Shaoyun<sup>3</sup>

- (1. Department of Public Order, National Police University of China, Shenyang 110854, China;
2. School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
3. Institute of Microelectronics of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China)

**Abstract:** A hot-rolling batch scheduling problem of round steel with flexible maintenance planning was studied. For obtaining an effective cooperative scheduling with machine maintenance and batch production, a multi-objective integer programming model was built with the objectives to minimize the makespan, the earliness and tardiness of orders. With the consideration on the feature of the model, an improved multi-objective particle swarm optimization (IMPSO) algorithm was proposed to solve the problem. In the proposed algorithm, an insertion algorithm based on fitness assignment with chaos weighting was designed to generate the initial solution. According to the constraints in the model, some rules were proposed to repair unreasonable solutions emerging in the genetic progress of the population. With the elitist strategy, advanced individuals are preserved in evolution process, and the extremums for every individual's updating were also selected from elite set. In addition, with considering the discrete characteristic of variables, genetic operators were introduced to update particles. Experimental results show that the model and algorithm are feasible and effective.

**Key words:** hot-rolling batch scheduling; flexible maintenance planning; multi-objective optimization; particle swarm optimization (PSO); round steel

**Received:** 2015-03-24; **Accepted:** 2015-05-08; **Published online:** 2015-06-03 14:17

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150603.1417.004.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150603.1417.004.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (71271013, 71471006); Social Science Planning Foundation of Liaoning Province in China (L15AGL016)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82316181 E-mail: qhzhao@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0151

# 长期贮存平台惯导系统壳体效应变化行为模型

黄小凯<sup>1,2</sup>, 张超<sup>3,\*</sup>, 胡芳<sup>1,2</sup>, 刘守文<sup>1,2</sup>

(1. 北京卫星环境工程研究所, 北京 100094; 2. 航天机电产品环境可靠性试验技术北京市重点实验室, 北京 100094;

3. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

全下  
文载

**摘 要:** 长期贮存条件下平台惯导系统壳体效应具有与使用状态不同的漂移特性, 其漂移规律与各性能参数退化及其相互耦合特性相关, 在工程应用中往往难以分析贮存条件下壳体效应稳定性水平和合理配置标定维护资源。本文通过全面分析伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起壳体效应漂移的原理及其漂移表达式, 在此基础上深入挖掘了表达式中漂移参数的变化特性, 综合给出了伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起壳体效应漂移的变化行为模型, 并结合实际贮存环境剖面对其进行了长期漂移特性、加速特性和稳定性分析, 分析表明在现有贮存条件下, 伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起的壳体效应在  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  轴的长期漂移特性相近, 与实际使用状态的响应特性不同, 且无加速特性, 具有较好的稳定性水平, 从而为合理安排标定维护资源提供了依据。

**关键词:** 长期贮存; 平台惯导系统; 壳体效应; 伺服电路零位; 干扰力矩

**中图分类号:** V556

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0444-08

壳体效应又称为航向效应, 主要是指平台上的陀螺漂移随平台航向姿态角而变化的现象, 其漂移值为陀螺精度的十几倍甚至几十倍, 其稳定性水平高低难以确定, 是当前国内外平台惯导系统(Inertial Navigation System, INS)导航精度研究的难点<sup>[1-3]</sup>。

壳体效应漂移影响因素众多, 根据其漂移原理主要分为以下 4 类: 伺服电路零位和框架轴上干扰力矩、振动、温度和磁场。目前国内外对壳体效应的研究主要是分析其漂移值随航向角变化的瞬态特性, 并据此设计标定补偿电路来保障壳体效应的使用精度<sup>[4-7]</sup>。但对于具有“长期贮存、一次使用”的导弹平台惯导系统来说, 长期贮存条件下的轴承刚度漂移、材料蠕变和润滑阻尼退化等因素对壳体效应的贮存稳定性影响很大, 各因

素间的相互作用、相互干扰和相应的变化规律及分析过程十分复杂<sup>[8-10]</sup>, 给贮存条件下平台惯导系统壳体效应漂移的标定和维护带来了极大困难, 因此研究其贮存稳定性具有更重要的研究意义。

本文针对伺服电路零位和框架轴上干扰力矩这类影响因素, 通过分析其引起壳体效应漂移的功能原理, 给出了其漂移表达式, 并通过理论和试验相结合的方法对漂移表达式中各参数的变化特性进行了分析, 综合推导了平台惯导系统壳体效应漂移变化行为模型, 并结合实际贮存环境剖面对其进行了长期漂移特性、加速性和稳定性分析, 分析表明在现有贮存条件下伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起的壳体效应在  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  轴的长期漂移特性相近且无加速特性, 与实际使用状

收稿日期: 2015-03-18; 录用日期: 2015-06-19; 网络出版时间: 2015-11-16 15:55

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151116.1555.009.html

基金项目: 国家“973”计划(2014CB046402)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82338917 E-mail: zhangchao303@126.com

**引用格式:** 黄小凯, 张超, 胡芳, 等. 长期贮存平台惯导系统壳体效应变化行为模型[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 444-451. HUANG X K, ZHANG C, HU F, et al. Heading sensitive drift behavior model for platform inertial navigation system under long-term storage[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 444-451 (in Chinese).

态的影响特性不同,从而为合理安排标定维护资源提供了依据。

## 1 壳体效应漂移的影响因素

### 1.1 研究对象

图 1 为本文所研究的平台惯导系统框架结构示意图,主要由方位环、俯仰环、横滚环及其连接结构组成,通过平台框架轴上的姿态角传感器为装置提供导弹姿态控制所必需的俯仰角、滚动角和航向角的测量值<sup>[11]</sup>。

在长期贮存条件下,当材料蠕变或平台航向姿态角改变时,图 1 中所示平台惯导系统伺服电路零位和框架轴上干扰力矩会发生相应变化,从而使陀螺输出与航向姿态角变化有关的附加漂移<sup>[12]</sup>。

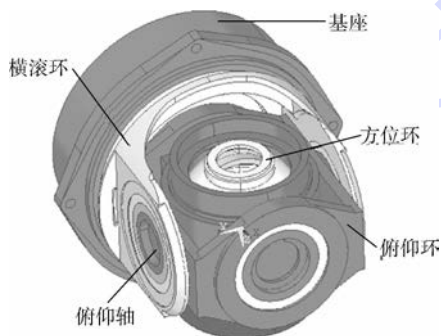


图 1 平台惯导系统框架结构示意图

Fig. 1 Schematic of frame structure of platform inertial navigation system

### 1.2 壳体效应计算

三环三轴平台是靠横滚、俯仰和方位 3 条伺服电路隔离载体的角运动,使平台在惯性空间保持稳定和跟踪。文献[6-7,13]推导得到垂直陀螺稳定平台横滚和俯仰伺服电路、方位陀螺稳定平台方位伺服电路及其自锁回路,并在此基础上给出了伺服电路零位引起的壳体效应弹性漂移为

$$\begin{cases} \omega'_{PX} = \frac{1}{\tau_1 k_1 K_1} (u_x \cos \psi - u_y \sin \psi) - \frac{\Delta k_1}{H k_2 K_1} (u_x \sin \psi + u_y \cos \psi) \\ \omega'_{PY} = \frac{1}{\tau_1 k_2 K_1} (u_x \sin \psi + u_y \cos \psi) - \frac{\Delta k_1}{H k_1 K_1} (u_x \cos \psi - u_y \sin \psi) \\ \omega'_{PZ} = \frac{u_z}{\tau_2 k_3 K_1} - \frac{\Delta k_2}{H} \beta_2 \end{cases} \quad (1)$$

框架轴上干扰力矩引起的壳体效应弹性漂移为

$$\begin{cases} \omega'_{PX} = \frac{1}{\tau_1 S_0} (M_x \cos \psi - M_y \sin \psi) - \frac{\Delta k_1}{H S_0} (M_x \sin \psi + M_y \cos \psi) \\ \omega'_{PY} = \frac{1}{\tau_1 S_0} (M_x \sin \psi + M_y \cos \psi) - \frac{\Delta k_1}{H S_0} (M_x \cos \psi - M_y \sin \psi) \\ \omega'_{PZ} = \frac{M_z}{\tau_2 S_0} - \frac{\Delta k_2}{H} \beta_2 \end{cases} \quad (2)$$

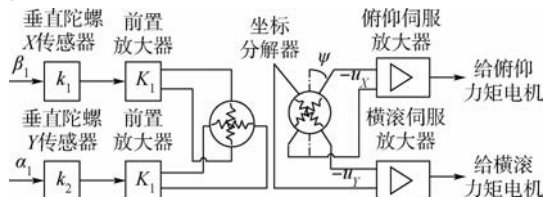
式中: $\tau_1$  和  $\tau_2$  分别为垂直陀螺和方位陀螺时间常数; $K_1$  为前置放大器标度系数; $H$  为陀螺角动量值; $S_0$  为伺服电路刚度系数; $M_x$ 、 $M_y$  和  $M_z$  分别为平台俯仰、横滚和方位轴上的干扰力矩; $u_x$ 、 $u_y$  和  $u_z$  分别为平台俯仰、横滚和方位伺服电路的零位电压; $k_1$ 、 $k_2$  和  $k_3$  分别为垂直陀螺 X 轴、Y 轴和方位陀螺 Y 轴传感器标度系数; $\beta_2$  为方位陀螺转子绕其 Y 轴的偏角; $\Delta k_1$  和  $\Delta k_2$  分别为垂直陀螺和方位陀螺的剩余弹性系数; $\psi$  为航向角。

## 2 壳体效应变化行为模型

工程经验表明,伺服电路零位主要是指解调器输入端的交流干扰和直流放大器的输入零位,均可折合到解调器的输入端进行分析,作用在平台上的框架轴上干扰力矩主要是轴承摩擦力矩<sup>[1,14]</sup>,所以本节通过深入分析解调器输入端零位和轴承摩擦力矩蠕变机理和变化行为特性,并对式(1)和式(2)中各模型参数进行变化行为特性分析,综合推导平台惯导系统壳体效应漂移的变化行为模型。

### 2.1 伺服电路零位变化行为分析

平台惯导系统中,伺服电路中的零位电压漂移机理如图 2 所示(以俯仰和横滚伺服电路为例描述)。



$\beta_1$ —垂直陀螺转子绕其 X 轴的偏角;  
 $\alpha_1$ —垂直陀螺转子绕其 Y 轴的偏角。

图 2 伺服电路零位产生原理

Fig. 2 Production mechanism of servo loop zero

王芳和汤浩<sup>[14]</sup>指出环境温度的变化会引起伺服电路零位的变化,伺服电路中的零位电压  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$  主要是指解调器输入端 19.2 kHz 交流

干扰和直流放大器的输入零位等,这些参数都是模拟电路参数,其变化规律取决于电阻、电容和放大器退化特性。本文通过对试验分析伺服电路关键元件(前置放大器)随时间的变化规律,推导得到某平台惯导系统中伺服零位设计初值  $u_x = u_y = u_z = 10 \text{ mV} = 0.01 \text{ V}$  的变化行为模型为  $u_x = u_y = u_z = 0.01 \times$

$$(17.4132 - 1.04775 \times 10^{-4}t - 0.00139899T + 2.31568 \times 10^{-9}t^2 + 2.35779 \times 10^{-8}T^2 + 2.988810^{-9}tT) \quad (3)$$

式中:  $t$  为时间, h;  $T$  为温度, K。

## 2.2 轴承摩擦力矩变化行为分析

轴承摩擦力矩是指与轴承旋转有关的各种阻尼力矩,不仅涉及轴承结构、尺寸、材料及热处理性能等参数,还与工作载荷、润滑条件及环境等参数有关,各种因素相互作用,相互干扰,分析过程极其复杂<sup>[10-12]</sup>。

轴承摩擦力矩是当前的研究热点,其计算方法总的来说可分为基于 Hertz 弹性接触理论的拟静力学分析方法和基于动摩擦的工程经验公式两大类<sup>[15-17]</sup>。在长期贮存条件下,由于战备值班和测试标定等因素,某型平台惯导系统轴承摩擦力矩具有动摩擦特性,因此可根据经验计算公式,将轴承摩擦力矩分为无载荷时的摩擦力矩和由载荷引起的摩擦力矩两部分<sup>[16]</sup>:

$$M = M_0 + M_1 = 10^{-7} f_0 (\nu n)^{2/3} D_0^3 + \mu_1 f_1 F D_0 / 2 \quad (4)$$

式中:  $M$  为轴承摩擦力矩,  $\text{N} \cdot \text{mm}$ ;  $M_0$  为轴承无载荷时的摩擦力矩,  $\text{N} \cdot \text{mm}$ ;  $M_1$  为由载荷引起的摩擦力矩,  $\text{N} \cdot \text{mm}$ ;  $f_0$  为轴衬类型和润滑类型因数;  $\nu$  为在工作温度下润滑剂基础油的润滑系数,  $\text{mm}^2/\text{s}$ ;  $n$  为轴承转速,  $\text{r}/\text{min}$ ;  $D_0 = (d + D)/2$  为轴承平均直径,  $\text{mm}$ ,  $d$  为轴承内径,  $\text{mm}$ ,  $D$  为轴承外径,  $\text{mm}$ ;  $\mu_1$  为摩擦系数;  $f_1$  为反映载荷方向的因数;  $F = \sqrt{F_r^2 + F_a^2}$  为轴承载荷,  $\text{N}$ ,  $F_r$  为轴承径向载荷,  $\text{N}$ ,  $F_a$  为轴承轴向载荷,  $\text{N}$ 。

某型号平台惯导系统所用的滚子轴承使用结构参数值如表 1 所示。

表 1 SKF 密封球面滚子轴承使用结构参数

Table 1 Structure parameters of SKF sealed spherical roller bearing

| 结构参数                                      | 数值                 |
|---|--------------------|
| 平均转速/( $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ ) | 5                  |
| 轴承内径/mm                                   | 60                 |
| 轴承外径/mm                                   | 95                 |
| 轴向载荷/N                                    | 150                |
| 径向载荷/N                                    | 180                |
| $f_0$                                     | 6                  |
| $f_1$                                     | $5 \times 10^{-4}$ |

长期贮存环境下润滑系数和摩擦系数具有蠕变特性,对轴承摩擦力矩的变化影响很大。

### 1) 润滑系数蠕变规律

平台惯导系统轴承在贮存期内不能再加润滑剂,且要求其既不能缺油又不能有过量油积聚,在温度、时间等长期贮存应力作用下,润滑剂润滑系数发生蠕变,引起轴承摩擦力矩变化。

采用基于 Hagen-Poiseuille 定律的毛细管黏度测量方法,可得某型号平台惯导系统轴承 4123# 润滑油在贮存 20~70℃ 温度范围内,不同温度下润滑系数随时间变化的蠕变规律如图 3 所示。

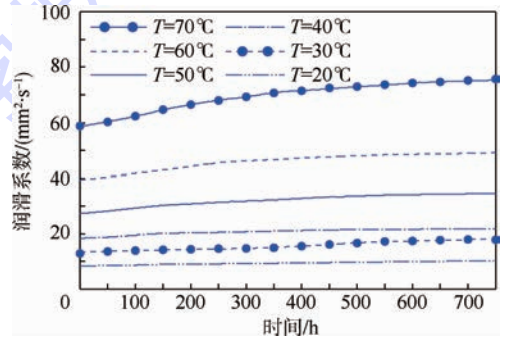


图 3 4123# 润滑油润滑系数蠕变规律

Fig. 3 Creep principle of lubrication coefficients of lubricating oil 4123#

通过系统辨识方法进行曲线拟合,可得图 3 中润滑系数随温度、时间变化的蠕变规律为

$$\nu = 0.05 \times 10^{-3.28+0.0167} \times (0.8351 \lg t + 2.47) \quad (5)$$

### 2) 摩擦系数蠕变规律

轴承摩擦系数受过盈量、材料表面微观组分和表面粗糙度等因素综合影响,机理复杂。

在表 1 中所示轴向和径向载荷条件下,采用逐级加载轴承磨损试验,可得在常温贮存条件下某型号平台惯导系统滚子轴承摩擦系数随时间的蠕变规律如图 4 所示。

通过曲线拟合,可得轴承摩擦系数随时间变化的蠕变方程为

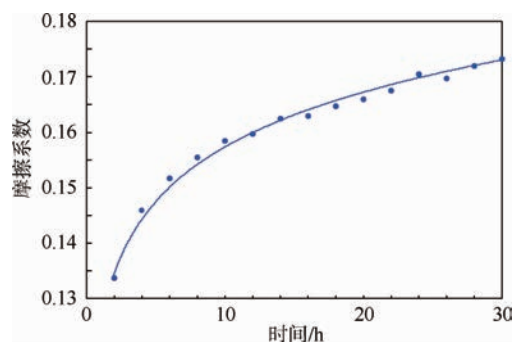


图 4 滚子轴承摩擦系数蠕变规律

Fig. 4 Creep principle of roller bearing friction coefficients

$$\mu_1 = 0.0135 \ln t + 0.1273 \quad (6)$$

结合式(4)~式(6)及表 1 可得,轴承摩擦力矩蠕变机理模型为

$$M = 10^{-7} f_0 (vn)^{2/3} D_0^3 + (\mu f_1 F D_0) / 2 = 0.3659743 \times [10^{-3.28+0.0167} \times (0.8351gt + 2.47)]^{2/3} + 0.0613 \ln t + 0.5779 \quad (7)$$

从式(7)中可以看出,轴承摩擦力矩蠕变近似服从对数变化的规律,即摩擦系数近似单调增大,但增大的速率逐渐趋缓。这一结果表明随着时间的推移,轴承摩擦力矩蠕变对系统稳定性的影响将逐渐减小。

### 2.3 壳体效应漂移模型参数变化行为分析

平台惯导系统中,伺服电路中的零位电压漂移机理如图 2 所示(以俯仰和横滚伺服电路为例描述)。

伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起的壳体效应漂移表达式与  $K_1$ 、 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $H$ 、陀螺时间常数  $\tau$ 、剩余弹性系数  $\Delta k$ 、 $\beta_2$  和  $S_0$  有关,下面依次对这些参数的变化特性进行研究。

#### 1) 前置放大器标度系数

前置放大器标度系数的退化主要与电阻、电容的退化规律相同,根据电子产品加速变化模型特点,类推其加速模型符合阿伦尼斯模型,主要受温度载荷影响<sup>[18]</sup>。

通过试验测量分析前置放大器关键电阻变化特性,可得设计初值为  $K_1 = 50$  的前置放大器标度系数变化行为模型为

$$K_1 = 50 \times (17.4132 - 1.04775 \times 10^{-4}t - 0.00139899T + 2.31568 \times 10^{-9}t^2 + 2.35779 \times 10^{-8}T^2 + 2.9888 \times 10^{-9}tT) \quad (8)$$

#### 2) 传感器标度系数

传感器是一个测量系统,包括敏感元件和测量线路,传感器有多种形式,国内外动力调谐陀螺仪多采用变磁阻电感式传感器<sup>[19]</sup>。

变磁阻电感式传感器系数表达式为<sup>[13]</sup>

$$K_p = \dot{U} / (2\delta_0) \quad (9)$$

式中: $K_p$  为传感器的标度因数; $U$  为电压; $\delta_0$  为初始时刻铁芯与磁导环之间的起始间隙。

工程经验表明传感器标度系数的变化主要与铁芯与导磁环间隙、传感器铁芯中心半径等参数漂移有关,其主要受温度作用下热膨胀系数的影响,但温度作用下热膨胀系数不具有变化特性,所以本文对传感器系数取设计初值为  $k_1 = k_2 = 2.5 \text{ mV}/(^{\circ})$ 。

#### 3) 陀螺角动量

陀螺的动量矩表达式为<sup>[13]</sup>

$$H = J_z \omega \quad (10)$$

式中: $J_z$  为陀螺转子极轴转动惯量; $\omega = \pi f/30$  为陀螺转子的旋转角速度,rad/s, $f$  为陀螺转子的转速,r/min。

可以看出,陀螺角动量主要取决于设计参数,不随时间和温度变化,故取设计初值  $H = 74.088 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{h}$ 。

#### 4) 陀螺时间常数

时间常数计算公式为<sup>[13]</sup>

$$\tau = H/\lambda = J_z / (\xi + \delta_1) \quad (11)$$

式中: $\xi$  为转子气体阻尼系数; $\delta_1$  为挠性接头内耗阻尼系数; $\lambda$  为正交阻尼弹性系数。

从上述参数可知,陀螺时间常数主要受材料阻尼影响,因此可以用材料阻尼系数退化规律来反映陀螺时间常数的退化规律。本文通过引入等效黏性阻尼的概念,将陀螺阻尼折算为等价的黏性阻尼(折算的方法是认为其他阻尼与黏性阻尼在振动一周内所消耗的能量相等),并将其作为陀螺时间常数的加速系数,试验测量分析可得某型平台惯导系统设计初值  $\tau_1 = 1/60 \text{ h}$  的陀螺时间常数变化行为模型为

$$\tau_1 = \tau_2 = 0.015078 \times (0.421652122 \times 10^{-8} e^{19.35 - \frac{18.51}{T}}) \ln t \quad (12)$$

#### 5) 剩余弹性系数

剩余弹性系数的定义为<sup>[13]</sup>

$$\Delta k = K_0 = (a + b - c) N^2 / 2 \quad (13)$$

式中: $K_0$  为陀螺仪弹性刚度系数; $a$ 、 $b$  和  $c$  为中间平衡环绕  $x$ 、 $y$  和  $z$  轴的转动惯量; $N$  为陀螺仪自转角速度。

通常,在挠性支撑结构参数已经确定后,可供调整的参数主要是  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $N$ ,因此剩余弹性系数变化特性主要与陀螺材料的刚度特性有关系。通过对动力调谐陀螺仪的材料刚度特性进行试验分析,可得剩余弹性系数退化轨迹辨识模型为

$$\Delta k_1 = \frac{\pi}{360} \times 10^{-5} \times \frac{1}{\sqrt{2.3275 \times 10^{-16} t \exp(-26.6/8.31T)}} \times \frac{1}{1.75 \times 10^{11}} \quad (14)$$

#### 6) 方位陀螺绕 X 轴的偏角

方位陀螺的 X 轴通过自锁电路作用于台体,因此  $\beta_2$  仅取决于自锁电路的零位和输出等,不随航向角变化。陀螺仪多余轴锁定回路原理方框图如图 5 所示<sup>[13]</sup>。

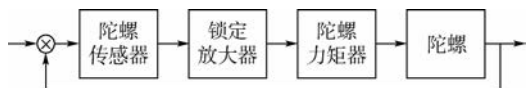


图5 陀螺仪多余轴锁定回路原理方框图

Fig. 5 Principle block diagram of excessive axis lock loop for gyroscope

陀螺传感器将陀螺仪多余输出轴的转角变成电信号,送给锁定放大器,锁定放大器输出与信号成比例的电流给相应的力矩器,力矩器产生力矩使陀螺仪进动,直到陀螺仪的  $H$  轴回到零位。

因此方位陀螺绕转子  $X$  轴的偏角与伺服电路零位的变化行为相同,根据式(3)可得设计初值为  $\beta_2 = 1.5 \times 10^{-6} \text{ rad} = (270/\pi) \times 10^{-6} (^\circ)$  的方位陀螺绕  $X$  轴偏角的变化行为模型为

$$\beta_2 = (270/\pi) \times 10^{-6} \times (17.4132 - 1.04775 \times 10^{-4}t - 0.00139899T + 2.31568 \times 10^{-9}t^2 + 2.35779 \times 10^{-8}T^2 + 2.9888 \times 10^{-9}tT) \quad (15)$$

#### 7) 伺服电路刚度系数

伺服电路刚度的表达式为<sup>[20]</sup>

$$S_\theta(s) = \frac{1}{\varphi(s)} = \frac{M_D(s)}{\theta(s)} = Js^2 + K_g K_m K'_a F(s) / R \quad (16)$$

式中:  $\varphi(s)$  为  $s$  的函数;  $\theta(s)$  为转角;  $K_g = H/C$ ,  $C$  为黏性阻尼系数;  $K_m$  为电机力矩系数;  $R$  为力矩电机总电阻;  $K'_a F(s)$  为伺服放大器传递函数,  $K'_a$  为伺服放大器的总放大倍数,  $F(s)$  为网络传递函数;  $J$  为力矩电机绕输出轴的总转动惯量;  $M_D$  为陀螺力矩。

从式(16)中可以看出,伺服电路刚度的加速规律取决于锁定回路的变化特性,因此与伺服电路零位的退化规律相同,参照式(3),可得设计初值  $S_0 = 5 \times 10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{rad} = (50\pi/18) \text{ kg} \cdot \text{m}/(^\circ)$  的伺服电路刚度系数变化行为模型为

$$S_0 = (50\pi/18) \times (17.4132 - 1.04775 \times 10^{-4}t - 0.00139899T + 2.31568 \times 10^{-9}t^2 + 2.35779 \times 10^{-8}T^2 + 2.9888 \times 10^{-9}tT) \quad (17)$$

#### 2.4 平台惯导系统壳体效应漂移变化行为模型

通过将式(3)~式(17)代入伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起的壳体效应漂移表达式(1)和式(2),并设  $M_{x0} = M_{y0} = M_{z0}$ ,并将各参数单位统一,且为了更形象地描述伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起的壳体效应变化行为模型,本文采用响应面曲面辨识方法,得到伺服电路零位和框架轴上干扰力矩引起的壳体效应变化行为辨识模型为

$$\begin{aligned} \omega_x = \omega_{px} + \omega'_{px} = & 0.013528735853104 - \\ & 1.0606312285 \times 10^{-5}g - 5.537104156 \times \\ & 10^{-6}T - 4.23727461 \times 10^{-7}t + 1.759374 \times \\ & 10^{-9}gT + 7.6329 \times 10^{-11}gt + 2.6142 \times \\ & 10^{-11}Tt + 3.84714339 \times 10^{-7}g^2 + \\ & 5.438001 \times 10^{-9}T^2 + 1.2679 \times 10^{-11}t^2 + \\ & 0.901256402152763 - 8.33169068108 \times \\ & 10^{-4}g - 4.40627696664 \times 10^{-4}T + \\ & 5.279128685 \times 10^{-6}t + 1.47853436 \times \\ & 10^{-7}gT - 1.651471 \times 10^{-9}gt - \\ & 5.43285 \times 10^{-10}Tt + 3.3436136318 \times \\ & 10^{-5}g^2 + 4.70814861 \times 10^{-7}T^2 - \\ & 8.9493 \times 10^{-11}t^2 \quad (18a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_y = \omega_{py} + \omega'_{py} = & 0.013527824455615 - \\ & 1.060631872 \times 10^{-5}g - 5.532447054 \times \\ & 10^{-6}T - 4.23704875 \times 10^{-7}t + 1.759392 \times \\ & 10^{-9}gT + 7.6329 \times 10^{-11}gt + 2.6095 \times \\ & 10^{-11}Tt + 3.84714273 \times 10^{-7}g^2 + \\ & 5.432393 \times 10^{-9}T^2 + 1.2678 \times 10^{-11}t^2 + \\ & 0.901184717331631 - 8.3316907565 \times \\ & 10^{-4}g - 4.4025611517 \times 10^{-4}T + \\ & 5.280729664 \times 10^{-6}t + 1.47853481 \times \\ & 10^{-7}gT - 1.651471 \times 10^{-9}gt - \\ & 5.46192 \times 10^{-10}Tt + 3.3436136301 \times \\ & 10^{-5}g^2 + 4.70355533 \times 10^{-7}T^2 + \\ & 8.9514 \times 10^{-11}t^2 \quad (18b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_z = \omega_{pz} + \omega'_{pz} = & 0.013528314450239 - \\ & 1.0606338982 \times 10^{-5}g - 5.534950528 \times \\ & 10^{-6}T - 4.23717017 \times 10^{-7}t + 1.759454 \times \\ & 10^{-9}gT + 7.6329 \times 10^{-11}gt + 2.612 \times \\ & 10^{-11}Tt + 3.84714404 \times 10^{-7}g^2 + \\ & 5.435407 \times 10^{-9}T^2 + 1.2679 \times 10^{-11}t^2 + \\ & 0.901220595325726 - 8.33169101491 \times \\ & 10^{-4}g - 4.40442088735 \times 10^{-4}T + \\ & 5.279928327 \times 10^{-6}t + 1.47853563 \times \\ & 10^{-7}gT - 1.651471 \times 10^{-9}gt - \\ & 5.44737 \times 10^{-10}Tt + 3.3436136534 \times \\ & 10^{-5}g^2 + 4.70585418 \times 10^{-7}T^2 - \\ & 8.9503 \times 10^{-11}t^2 \quad (18c) \end{aligned}$$

式中:  $g$  为重力加速度。

### 3 壳体效应贮存行为分析

对式(18)进行仿真计算,设贮存条件下航向角为  $0$ ,得到不同温度下平台惯导系统壳体效应在  $10 \text{ a}$  内的漂移值,如图6所示。

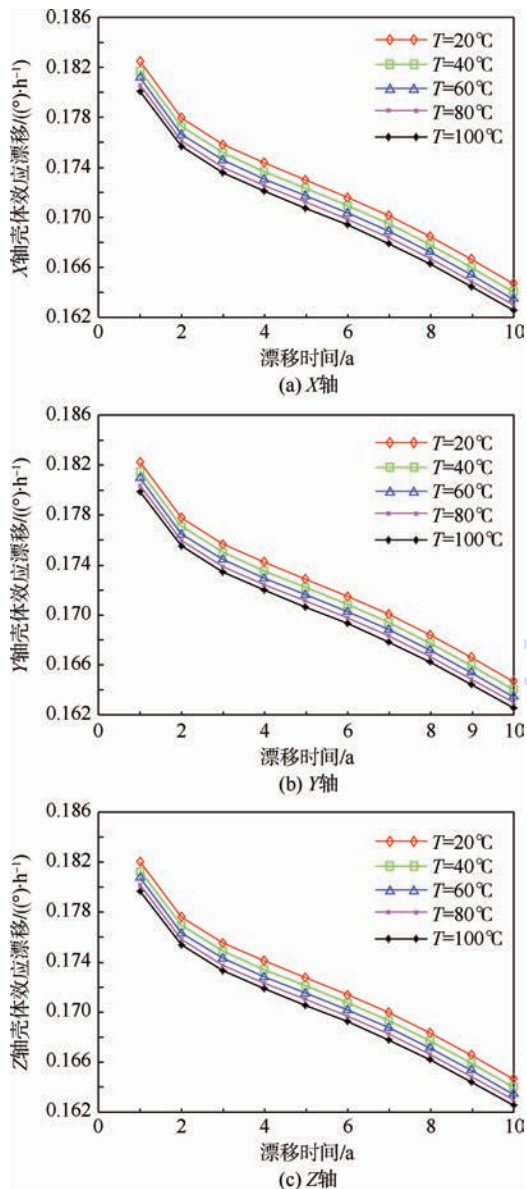


图6 平台惯导系统X、Y和Z轴壳体效应变化规律  
Fig. 6 Heading sensitive drift behavior change law of platform inertial navigation system in X-axis, Y-axis and Z-axis

长期漂移特性分析:从图6中可以看出,在长期贮存条件下壳体效应漂移在X、Y和Z轴方向的大小和规律相近,这与实际使用条件下X、Y轴方向的漂移明显大于Z轴的规律不同<sup>[1]</sup>。

加速特性分析:从图6中可以看出,温度变化对壳体效应漂移的影响不大,但长期温度应力作用下壳体效应漂移变化很明显,说明温度对壳体效应漂移无加速特性。

贮存稳定性分析:某平台惯导系统在库房贮存时的平均温度为20℃,贮存周期为每隔12个月标定测试一次,测试温度为70℃,测试时间为48h,每个周期后仿真计算平台惯导系统壳体效应累积漂移量,分析其稳定性水平,结果如表2所示。

表2 平台惯导系统壳体效应稳定性分析结果

**Table 2 Analysis results of heading sensitive drift behavior stability of platform inertial navigation system**

| 贮存周期/a | X轴稳定性        | Y轴稳定性        | Z轴稳定性        |
|--------|--------------|--------------|--------------|
| 1      | 0.143 043 78 | 0.142 997 68 | 0.143 023 47 |
| 2      | 0.143 492 20 | 0.143 446 08 | 0.143 471 88 |
| 3      | 0.143 702 90 | 0.143 656 80 | 0.143 682 58 |
| 4      | 0.143 852 62 | 0.143 806 48 | 0.143 832 30 |
| 5      | 0.143 988 08 | 0.143 941 94 | 0.143 967 75 |
| 6      | 0.143 993 76 | 0.143 946 62 | 0.143 972 44 |
| 7      | 0.144 002 42 | 0.143 956 29 | 0.143 982 10 |
| 8      | 0.144 018 50 | 0.143 972 31 | 0.143 998 13 |
| 9      | 0.144 034 53 | 0.143 988 39 | 0.144 014 21 |
| 10     | 0.144 050 28 | 0.144 004 14 | 0.144 029 95 |

将表2中X、Y和Z轴的壳体效应累积漂移量拟合成曲线如图7所示。从表2和图7中可以看出,在没有考虑振动、温度和磁场等影响因素的条件下,伺服电路零位和框架轴上引起的壳体效应稳定性虽能满足现有工程规定中1a的稳定性水平为0.2℃/h的阈值要求(最大漂移差值≤0.2℃/h),但仍具有较大漂移值,在壳体效应漂移的资源优化配置中应作为重点考虑因素。

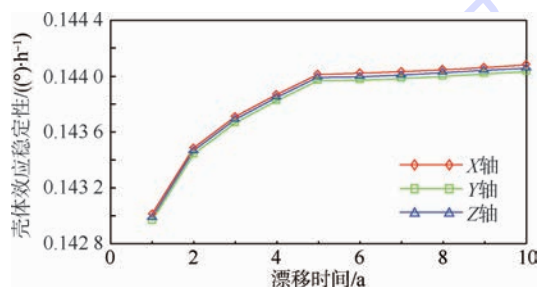


图7 平台惯导系统壳体效应累积漂移曲线  
Fig. 7 Heading sensitive drift behavior accumulation drift curves of platform inertial navigation system

## 4 结论

本文研究内容和结论对指导惯性平台标定以及维护资源配置具有重要的理论意义和实用价值。主要贡献与创新点包括:

1) 首次将轴承刚度漂移、材料蠕变和润滑阻尼退化等因素考虑到贮存条件下的壳体效应漂移研究中,为具有“长期贮存、一次使用”特点的导弹平台惯导系统壳体效应变化行为分析提供了理论支持。

2) 通过将轴承摩擦力矩蠕变机理和壳体效应漂移模型参数的逐层分析,推导了平台惯导系统壳体效应漂移变化行为模型,并通过系统辨识方法形象地展现了壳体效应随温度和时间长期漂移的行为。

通过分析壳体效应漂移贮存行为,可知伺服

电路零位和框架轴上干扰力矩引起的壳体效应漂移无加速特性,长期温度应力对其漂移影响很大,但仍满足长期稳定性要求,对指导实际平台惯导系统标定、维护资源提高战备质量具有重要意义。

### 参考文献 (References)

- [1] 胡平华. 动力调谐陀螺稳定平台航向效应漂移研究[D]. 北京: 中国运载火箭技术研究院, 2000: 50-62.  
HU P H. Heading DTG stable platform drift effects research [D]. Beijing: China Academy of Launch Vehicle Technology, 2000: 50-62 (in Chinese).
- [2] NADEAU F. The CIGTF connection: A story of precision testing at the central inertial guidance test [C] // Proceedings of the 51st Annual Meeting of the Institute of Navigation (1995). Manassas, VA: ION, 1995: 283-292.
- [3] ZHANG D R, YE B. Flight-test performance analysis of the platform inertial navigation system [C] // Proceedings of 2010 International Symposium on Inertial Technology and Navigation. Beijing: CSIT, 2010: 349-354.
- [4] 王东升, 林晓彬, 刘玉峰, 等. 陀螺输出中的 1N 交流成分对平台航向效应的影响 [J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(1): 44-50.  
WANG D S, LIN X B, LIU Y F, et al. Influence of 1N alternating components of DTG's output on platform heading sensitivity [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(1): 44-50 (in Chinese).
- [5] 李方锁, 季德成, 陈柳静. 惯导平台航向效应的标定与补偿 [J]. 战术导弹技术, 2002, 37(2): 23-27.  
LI F S, JI D C, CHEN L J. Calibration and compensation of inertial platform heading effect [J]. Tactical Missile Technology, 2002, 37(2): 23-27 (in Chinese).
- [6] 胡平华, 杜祖良. 正交弹性漂移补偿电路对平台航向效应漂移的补偿作用 [J]. 中国惯性技术学报, 2001, 9(1): 31-35.  
HU P H, DU Z L. Compensation of quadrature spring rate amplifier for platform heading sensitive drift [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2001, 9(1): 31-35 (in Chinese).
- [7] 胡平华, 杜祖良. 伺服电路零位对平台航向效应漂移的影响与补偿 [J]. 战术导弹控制技术, 2003, 42(3): 34-38.  
HU P H, DU Z L. Effect and compensation of servo loop zero to the drift of platform heading-effect [J]. Control Technology of Tactical Missile, 2003, 42(3): 34-38 (in Chinese).
- [8] KANATSU M, OHTA H. Running torque of ball bearings with polymer lubricant (running torque formulas) [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering (Part C), 2005, 71(1): 272-279.
- [9] LEBLANC A, NELIAS D. Ball motion and sliding friction on a four-contact point ball bearing [J]. Journal of Tribology, 2007, 129(4): 801-808.
- [10] 郑传统, 徐绍仁, 杨德卿, 等. 球轴承摩擦力矩的研究现状与发展 [J]. 轴承, 2009(8): 52-56.  
ZHENG C T, XU S R, YANG D Q, et al. State and development on research of friction torque of ball bearings [J]. Bearing, 2009(8): 52-56 (in Chinese).
- [11] 陈永冰, 钟斌. 惯性导航原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 103-106.  
CHEN Y B, ZHONG B. Principles of inertial navigation [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007: 103-106 (in Chinese).
- [12] 林士鄂. 动力调谐陀螺仪 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1988: 60-61.  
LIN S E. Dynamic tuned gyroscope [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1988: 60-61 (in Chinese).
- [13] 潘荣霖. 飞航导弹惯性器件 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 1990: 420-425.  
PAN R L. Cruise missile inertial devices [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 1990: 420-425 (in Chinese).
- [14] 王芳, 汤浩. 伺服电路零位对惯导航向效应影响的研究 [C] // 信号与信息处理技术第三届信号与信息处理全国联合学术会议论文集. 雅安: 中国电视学学会图像分析分会, 2004: 290-293.  
WANG F, TANG H. Study of servo-loop zero drift's effect on inertial navigation heading effect [C] // Proceedings of the 3rd National United Academic Conference on Signal and Information Processing. Ya'an: China Society for Stereology-Image Analysis Branch, 2004: 290-293 (in Chinese).
- [15] SZUMIŃSKI P, KAPITANIAK T. A model for the determination of the resisting torque of the rolling bearing cage motion of slow-speed kinematic pairs [J]. Meccanica, 2005, 40(1): 35-47.
- [16] 李梦魁. 多工位制笔机床小动力头系统轴承摩擦力矩的分析 [J]. 东华大学学报 (自然科学版), 2008, 34(4): 471-474.  
LI M S. Friction moment analysis of bearings in small power unit system of ball-pen machine with multi-station [J]. Journal of Donghua University (Natural Science), 2008, 34(4): 471-474 (in Chinese).
- [17] 朱江红. 低速球轴承摩擦力矩的分析研究 [J]. 导弹与航天运载技术, 2000, 248(6): 20-25.  
ZHU J H. The research of the friction moment of low speed ball bearing [J]. Missiles and Space Vehicles, 2000, 248(6): 20-25 (in Chinese).
- [18] 张伦东, 潘献飞, 吴美平. 机抖激光陀螺检测电路前置放大器的设计与分析 [J]. 光电子技术, 2006, 26(2): 110-114.  
ZHANG L D, PAN X F, WU M P. Design and analysis of pre-amplifier for detection circuit of mechanically dithered ring laser gyroscope [J]. Optoelectronic Technology, 2006, 26(2): 110-114 (in Chinese).
- [19] 金超武, 徐龙祥. 磁悬浮轴承用位移传感器测量误差 [J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(5): 626-632.  
JIN C W, XU L X. Measurement error of displacement sensors for active magnetic bearings [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 41(5): 626-632 (in Chinese).
- [20] 郭富强. 论惯导平台中的振动诱导漂移 [J]. 西北工业大学学报, 1995, 13(1): 92-97.  
GUO F Q. On the vibration induced drift of the inertial navigation platform [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 1995, 13(1): 92-97 (in Chinese).

## 作者简介:

黄小凯 男,博士研究生,工程师。主要研究方向:环境与可靠性试验技术。

Tel.: 010-68113368

E-mail: huangxiaokai511@126.com

张超 男,博士,讲师。主要研究方向:机电产品可靠性。

Tel.: 010-82338917

E-mail: zhangchao303@126.com

## Heading sensitive drift behavior model for platform inertial navigation system under long-term storage

HUANG Xiaokai<sup>1,2</sup>, ZHANG Chao<sup>3,\*</sup>, HU Fang<sup>1,2</sup>, LIU Shouwen<sup>1,2</sup>

(1. Beijing Inertial Navigation System Institute of Spacecraft Environment Engineering, Beijing 100094, China;

2. Beijing Key Laboratory of Environment & Reliability Test Technology for Aerospace Mechanical & Electrical Products, Beijing 100094, China;

3. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The heading sensitive drift of platform inertial navigation system varies with the degradation of performance and the coupling characteristics under long-term storage conditions. Such heading sensitive drift is different from those under working conditions, which makes it difficult to analyze the stability for allocating resources for the calibration and maintenance in engineering application. The theory and expression of heading sensitive drift caused by servo loop zero and structure disturbing torque are firstly presented and derived. Secondly, the drift characteristics of influence parameters are analyzed thoroughly, and the integrated behavioral model of heading sensitive drift under servo loop zero and disturbing torque influence is concluded. And then, the long-time drift characteristic, acceleration performance, as well as the stability of heading sensitive drift behavior are analyzed with actual storage condition profile. Results indicate that heading sensitive drift on the  $X$ ,  $Y$  and  $Z$  axis has the similar long-term drift characteristics without acceleration response, which is different from the response characteristic in actual use and therefore has great significance for allocating resources for the calibration and maintenance of inertial platform system.

**Key words:** long-term storage; platform inertial navigation system; heading sensitive drift behavior; servo loop zero; disturbing torque

Received: 2015-03-18; Accepted: 2015-06-19; Published online: 2015-11-16 15:55

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151116.1555.009.html

Foundation item: National Basic Research Program of China (2014CB046402)

\* Corresponding author. Tel.: 010-82338917 E-mail: zhangchao303@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0155

# 超高频脉冲 GTAW 熔池表面温度分布



杨舟, 齐铂金\*, 杨明轩

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

**摘 要:** 针对 5 mm 厚 Ti-6Al-4V 钛合金平板完成焊接熔池红外热成像监测, 研究分析了超高频脉冲钨极氩弧焊 (UHFP-GTAW) 熔池表面温度分布, 与常规 GTAW (C-GTAW) 熔池表面温度分布进行了比较。结果表明, 在均为定点加热母材 20 s 的条件下, 与 C-GTAW 工艺相比, UHFP-GTAW 电弧 (20 kHz、40 kHz) 作用下的熔池中心表面温度测量值增加了 10 ~ 30 K; 分别以不同温度 (678 K、823 K 和 968 K) 为参考值测量熔池表面的高温扩散区域, UHFP-GTAW 所得试样的高温扩散面积缩小范围为 13% ~ 30%。基于热量、力作用和复合散热等要素构建了熔池模型分析其温度场分布特点, 计算结果与试验数据基本相符。

**关键词:** 超高频脉冲钨极氩弧焊 (UHFP-GTAW); 焊接熔池; 电弧焊; 温度分布; 红外热像

中图分类号: TG402

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2016)03-0452-07

钛合金因其高温力学性能好、抗腐蚀性能强和比刚度高良好的综合性能, 自 20 世纪 50 年代开始作为一种重要的结构材料在各个领域中应用广泛<sup>[1]</sup>。钨极氩弧焊 (Gas Tungsten Arc Welding, GTAW) 是  $\alpha + \beta$  双相 Ti-6Al-4V 钛合金最常用的焊接加工方式, 但常规 GTAW (Conventional, C-GTAW) 工件局部加热现象显著, 易造成 Ti-6Al-4V 钛合金晶粒  $\beta$  长大, 影响钛合金焊缝组织均匀性及接头综合力学性能, 由此可知, 控制钛合金 GTAW 熔池温度扩散成为改善焊缝组织形貌、提升接头力学性能的关键。建模仿真与视觉传感等技术手段可为电弧焊接动态过程提供直接研究依据, 对焊接过程中工件温度分布进行实时监测是支撑钛合金焊缝温度控制的有效途径。有学者在数值处理中将电弧、熔池独立建模<sup>[2-4]</sup>, 同时也有学者采用耦合模型研究电弧、熔池的相互作用<sup>[5-7]</sup>。传感技术是自动化焊接的重要组成部分

分, 可实现焊接过程精确可视化, 反映电磁场、温度场、力场和流场特点<sup>[8]</sup>。焊接动态过程可视化将为深入理解复杂多物理场耦合及相互作用提供有效途径。

本文拟基于 Ti-6Al-4V 钛合金平板研究超高频脉冲 GTAW (Ultra High Frequency Pulsed GTAW, UHFP-GTAW) 焊缝温度分布, 通过试验分析、模型仿真等手段与 C-GTAW 熔池温度场进行比较, 研究高频脉冲焊接熔池温度分布特点及其优势, 该工作对高频脉冲焊接电弧行为、熔池流动基础研究具有重要意义。

## 1 试验方法

UHFP-GTAW 输出电流脉冲频率 1 ~ 80 kHz 可调, 脉冲电流切换速率可达 50 A/ $\mu$ s, 其焊接电源示意图及焊接电流波形如图 1 所示。焊接母材金属为厚度 5 mm 的 Ti-6Al-4V 钛合金轧制平板,

收稿日期: 2015-03-19; 录用日期: 2015-04-30; 网络出版时间: 2015-06-17 11:32

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1132.002.html

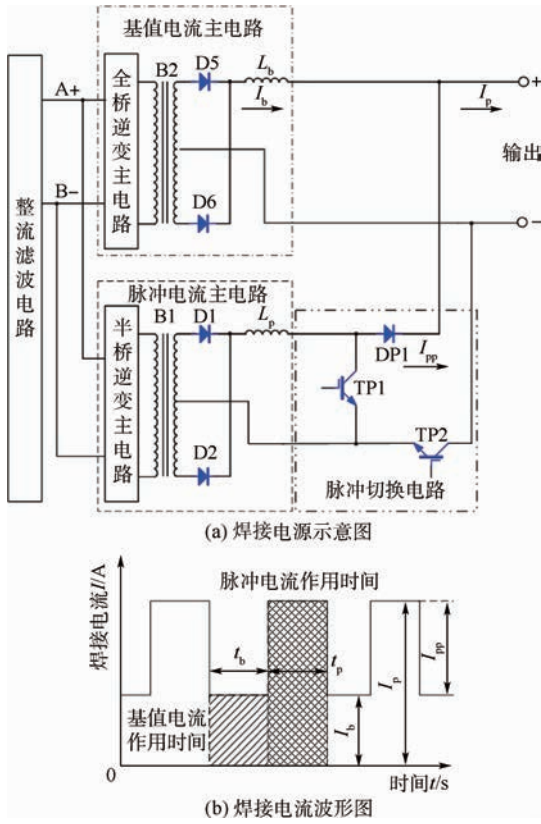
基金项目: 国家自然科学基金 (51405007); 中央高校基本科研业务费专项资金 (YWF-14-JXXY-008)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339961 E-mail: qbj@buaa.edu.cn

引用格式: 杨舟, 齐铂金, 杨明轩. 超高频脉冲 GTAW 熔池表面温度分布[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 452-458.

YANG Z, QI B J, YANG M X. Surface temperature distribution of molten pool by ultra high frequency pulsed GTAW [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 452-458 (in Chinese).

试样尺寸规格为 100 mm × 50 mm,焊前经砂纸打磨去除母材表面氧化膜,后经丙酮、无水乙醇清洗,恒温干燥保存待焊,留存时间不超过 24 h。钨极为铈钨 W-2% Ce,直径 2.4 mm;焊接试验过程弧长恒为 3 mm,保护气体为纯度 99.99% 氩气,气流量为 15 L/min,焊接速度 50 mm/min;试验过程选择 0 kHz(常规直流 GTAW)、20 kHz 和 40 kHz 3 组参数,其工艺参数如表 1 所示。需要指出的是,试验过程平均焊接电流约为 61 A,由表 1 计算焊接电流有效值约为 63 A。本文认为,脉冲焊接电弧作用过程较为复杂,若采用纯组态电弧假设可能存在偏差,故选用平均电流作为参数设计标准。



A+—正输出端;B—负输出端;B1、B2—变压器;  
DP1、D1、D2、D5、D6—二极管;  
TP1、TP2—绝缘栅双极性晶体管(IGBT);  
 $L_b, L_p$ —基值电路、峰值电路的电感;  
 $I_b$ —基值电流;  $I_{pp}$ —脉冲电流;  
 $I_p$ —峰值电流;  $t_b, t_p$ —基值、峰值电流作用时间。

图1 UHFP-GTAW 焊接电源示意图及电流波形

Fig.1 Welding power schematic and current waveform with UHFP-GTAW

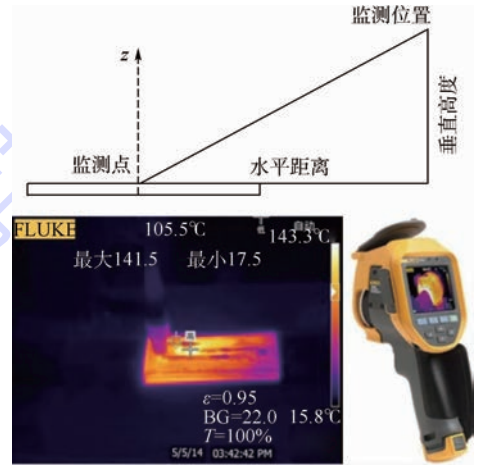
表1 焊接工艺参数

Table 1 Welding parameters

| 试样编号 | $I_b/A$ | $I_p/A$ | $f/kHz$ | $D/\%$ |
|------|---------|---------|---------|--------|
| 1    | 60      |         |         |        |
| 2    | 40      | 80      | 20      | 50     |
| 3    | 40      | 80      | 40      | 50     |

注: $f$ —脉冲频率; $D$ —占空比。

焊接熔池温度场分析通过监测试验与数值模拟完成,其中焊缝温度分布监测由红外实时温度监测系统实现(基于 FLUKE Ti400 红外热成像仪搭建实时焊缝温度监测平台),如图 2 所示。以电弧轴线为对称轴构建熔池二维(2-D)模型如图 3 所示,模型尺寸为  $x \times y: 25 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ ,包含 50 601 个节点,100 600 个面,50 000 个单元,其中 0 点为二维模型底面中心点。



$\epsilon$ —辐射率;BG—环境温度; $T$ —透光率。

图2 热成像可视监测

Fig.2 Observation with thermal imager

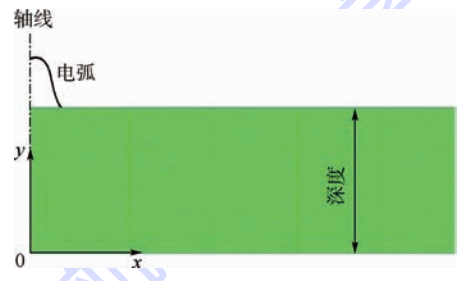


图3 焊接熔池 2-D 模型

Fig.3 Welding molten pool 2-D model

焊接熔池温度场仿真分析遵从熔池二维模型常用假设条件,不再赘述,其边界条件如下。

- 1) 表面:电弧热通量(高斯热源,如式(1)所示),设置表面张力温度系数。
- 2) 底面/右边界:热传导/辐射复合边界,底面换热系数与热输入相关(如式(2)所示),右边界恒为  $2 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,辐射系数分别为 0.5(钛合金),0(空气)。
- 3) 左边界:绝热壁面。

熔化金属内部驱动电磁力以显式添加至  $x, y$  方向动量方程,数值计算过程所需 Ti-6Al-4V 物理属性如表 2 所示。前期结果<sup>[9]</sup>已证明,UHFP-GTAW 轴向电弧压力对焊缝熔深有较大作用,故在模拟过程中,根据不同参数条件的理论计算结

果<sup>[10]</sup>,左边界不同深度分别添加电弧力,需要指出的是,由于本文研究不涉及焊缝熔深,电弧力非主要研究对象,熔深模拟结果仅作为参考。

$$Q = 3\eta UI / (\pi R_{arc}^2) \exp(-3r_0^2/R_{arc}^2) \quad (1)$$

式中: $Q$ 为焊接电弧热输入, $W/m^2$ ; $\eta$ 为效率; $U$ 为电弧电压, $V$ ; $I$ 为焊接电流, $A$ ; $R_{arc}$ 为电弧根部半径, $m$ ; $r_0$ 为电弧内部距轴线的距离, $m$ 。

$$\mu = 0.2Q / (\Delta T S_0) \quad (2)$$

式中: $\mu$ 为换热系数, $W/(m^2 \cdot K)$ ; $S_0$ 为散热面积, $m^2$ ; $\Delta T$ 为温差, $K$ 。

表2 Ti-6Al-4V 物理属性

Table 2 Physical properties of Ti-6Al-4V

| 物理属性  | 数值                    |
|---|-----------------------|
| 液相线温度 $T_l/K$   | 1928                  |
| 固相线温度 $T_s/K$   | 1878                  |
| 密度 $\rho/(kg \cdot m^{-3})$                           | 4450                  |
| 黏度 $\mu'/(kg \cdot m \cdot s^{-1})$                   | 0.0049                |
| 固相有效热传导系数 $k_s/(J \cdot m \cdot s^{-1} \cdot K^{-1})$ | 5.4                   |
| 液相有效热传导系数 $k_l/(J \cdot m \cdot s^{-1} \cdot K^{-1})$ | 15.9                  |
| 固相比热 $C_{ps}/(J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$          | 879                   |
| 液相比热 $C_{pl}/(J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$          | 678                   |
| 热膨胀系数 $\beta/K^{-1}$                                  | 0.00001               |
| 表面张力温度梯度 $\frac{dy}{dT}/(N \cdot m \cdot K^{-1})$     | -0.00028              |
| 真空磁导率 $\mu_0/(N \cdot A^{-2})$                        | $1.26 \times 10^{-6}$ |
| 熔化潜热 $L/(J \cdot kg^{-1})$                            | $3.57 \times 10^5$    |

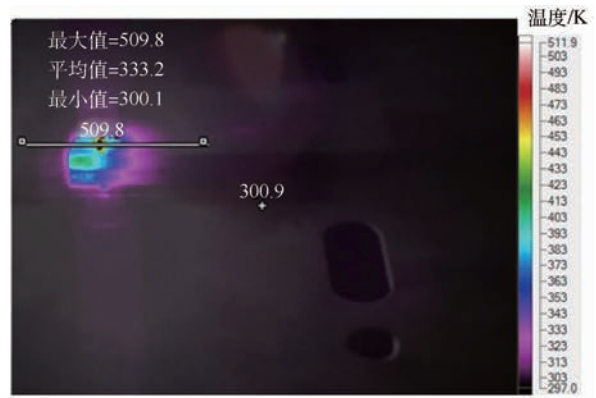
## 2 结果与讨论

### 2.1 UHFP-GTAW 熔池表面温度分布

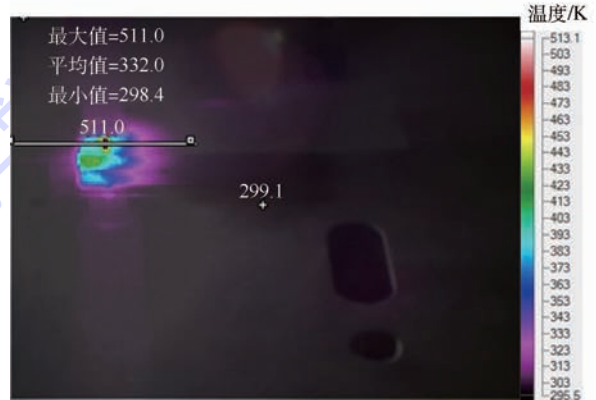
为保证监测过程的连续性及稳定性,批次试验采集数据需要经过2个阶段校正。首先根据滤镜衰减曲线( $y = 4.918x - 1115.46 K, R^2 = 0.999$ )对测量温度进行校正,而后由于熔化金属辐射率一般为0.20~0.35,受量程及连续性限制,试验设定采样辐射率为0.95,由斯蒂芬-玻耳兹曼定律可知,辐射能  $W = \varepsilon_0 \sigma T_0^4 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4$ ,其中: $\varepsilon_0$ 为实际辐射率; $\varepsilon_1$ 为设置辐射率; $\sigma$ 为斯蒂芬-玻耳兹曼常数; $T_0$ 为实际温度; $T_1$ 为显示温度,则被测物表面真实温度将通过  $T_0 = T / [(1 - \Delta\varepsilon/\varepsilon_1)^{1/4}]$  进行校正,从而获得最终的监测结果,其中: $T$ 为实测温度; $\Delta\varepsilon$ 为设定辐射率与实际辐射率的差值。监测试验过程中,所有参数点电弧均定点燃烧20s。

不同参数条件下定点焊接熔池中心表面温度监测如图4所示,所有监测结果均为电弧移动临界时刻捕捉其正下方的熔池中心表面温度分布,图中高温点所示为电弧覆盖区域的最高温度。

由图4可知,不同参数条件下的电弧热影响区域存在较大差别,利用 Smart View 软件提取平



(a) C-GTAW



(b) UHFP-GTAW, 20 kHz



(c) UHFP-GTAW, 40 kHz

图4 定点电弧作用下熔池中心表面温度

Fig. 4 Temperature of molten pool center surface with spot welding

行于焊接方向的熔池表面温度线分布,如图5所示。分别以显示温度320、340和360K为外边界测量标定近似圆,对应测量温度为678、823和968K,即图5中点 $A(T_A, D_A)$ , $B(T_B, D_B)$ , $C(T_C, D_C)$ 位置, $D_i$ 为 $i$ 点的距熔池中心位置的距离。点 $O(T_o, D_o)$ 为熔池中心表面最高温度所在位置,以该点为圆心,分别计算3组工艺参数在不同温度范围所得的高温扩散区半径,如表3所示。同等加热时间条件下,温度为968K时20kHz、40kHz所得熔池表面高温扩散区半径为5.37mm和5.09mm,分别缩小了10.9%和16.2%。

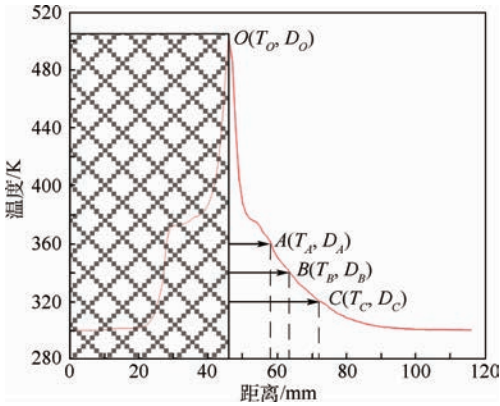


图5 定点电弧作用下熔池表面温度分布

Fig. 5 Surface temperature distribution of molten pool with spot welding

表3 定点电弧作用下熔池表面温度分布

Table 3 Surface temperature distribution in molten pool with spot welding

| 焊接方法              | 熔池表面温度/K | 高温扩散半径/mm |       |       | 扩散面积减小率/% |       |       |
|-------------------|----------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|
|                   |          | 678 K     | 823 K | 968 K | 678 K     | 823 K | 968 K |
| C-GTAW            | 2 055    | 12.65     | 8.78  | 6.05  |           |       |       |
| UHFP-GTAW, 20 kHz | 2 064    | 11.35     | 7.61  | 5.39  | 19.5      | 24.9  | 20.6  |
| UHFP-GTAW, 40 kHz | 2 087    | 11.80     | 7.77  | 5.07  | 13.0      | 21.7  | 29.8  |

前期研究结果<sup>[12]</sup>表明,在电弧内部径向向磁力作用下,高频脉冲焊接电弧形态压缩,电弧挺度、能量密度提高。由焊缝成形分析结果<sup>[13]</sup>可知,随着电弧形态的变化,焊缝高温扩散范围随之缩小,同时由于能量密度增加,电弧加热最高温度增加(上文试验结果已证实),其穿透性增强,从而有利于获得较大的焊缝深宽比。同时,大量研究表明,焊缝热影响区(Heat Affect Zone, HAZ)是Ti-6Al-4V钛合金接头的薄弱区域,常见断裂失效大多集中于该区域,这是由于HAZ晶粒长大显著<sup>[14]</sup>,晶内多为平行针状组织,抗裂纹扩展能力较差,受其影响,C-GTAW工艺所得Ti-6Al-4V钛合金焊接接头延展性较差<sup>[15]</sup>,脉冲电弧焊接母材熔化发生在峰值电流短暂的时间间隔内,而基值电流作用时间内,热量将消散至母材,从而形成较窄的热影响区<sup>[16-17]</sup>。同时,高温影响范围的缩小有利于晶粒细化<sup>[18-19]</sup>,随着晶粒尺寸的减小,Ti-6Al-4V钛合金屈服强度、延展性及抗裂纹扩展能力均得到提升<sup>[20]</sup>,因此,在GTAW焊接过程中,尽可能缩小Ti-6Al-4V焊缝高温影响面积,将在一定程度上改善焊缝显微组织形貌,并有效提升焊接接头综合力学性能。

以上试验及分析表明,UHFP-GTAW电弧形态集中,能量密度显著增加,作用于Ti-6Al-4V钛合金母材金属时,熔化金属表面最高温度增加,高温扩散区域得到较好控制,从而实现在相对小的

表3列举了定点电弧作用下熔池中心表面温度及高温扩散面积的减小幅度。与C-GTAW相比,在同等加热时间条件下,UHFP-GTAW熔池中心表面温度最大提高了32 K,运动电弧作用下的研究发现<sup>[11]</sup>,加热过程、电弧运动过程平均温度提高了50~100 K;同时以不同的温度(678 K、823 K和968 K)为参考点,与C-GTAW工艺下获得的对应高温扩散面积相比,20 kHz、40 kHz条件下钛合金母材金属熔化其高温扩散区域均有不同程度的减小。综上可发现,UHFP-GTAW电弧作用下,熔池中心表面温度有一定程度的增加,其温度扩散面积与C-GTAW相比有较大缩小,这为电弧行为及能量密度研究提供了试验数据支撑。

区域内完成母材金属加热过程。

## 2.2 熔池模型分析

在试验研究的基础上,按照第1节所述方法进行熔池2-D模型数值模拟,各参数条件下的熔池温度分布及熔化状态如图6所示。数值模拟的结果用于验证采用C-GTAW和不同脉冲频率(20 kHz、40 kHz)的UHFP-GTAW工艺时,电弧定点燃烧20 s后Ti-6Al-4V金属材料焊缝区及热影响区的温度变化及高温扩散面积。进一步将模拟计算所得结果与温度监测结果进行比较,发现不同工艺参数下得到的模拟与测量结果变化趋势基本一致。

由图6可知,C-GTAW电弧定点燃烧得到的熔池中心温度为2250 K,与之相比,20 kHz时熔池中心温度为2300 K;40 kHz的熔池中心温度为2310 K。模拟结果表明,与C-GTAW工艺相比,不同脉冲频率下的UHFP-GTAW(见图6(b)、图6(c))熔池中心温度增加了50~60 K;进一步比较3组工艺参数在700、880和980 K温度范围内的高温扩散半径,由于试验监测结果为熔池表面温度,故本小节模拟结果分析主要针对表面高温扩散。模拟结果表明,UHFP-GTAW电弧(20 kHz、40 kHz)作用下的高温扩散区域在C-GTAW工艺的基础上均有不同程度的减小,熔化金属温度分布更为集中。由此可知,高频脉冲焊接熔池表面温度增加,同时高温扩散范围减小,

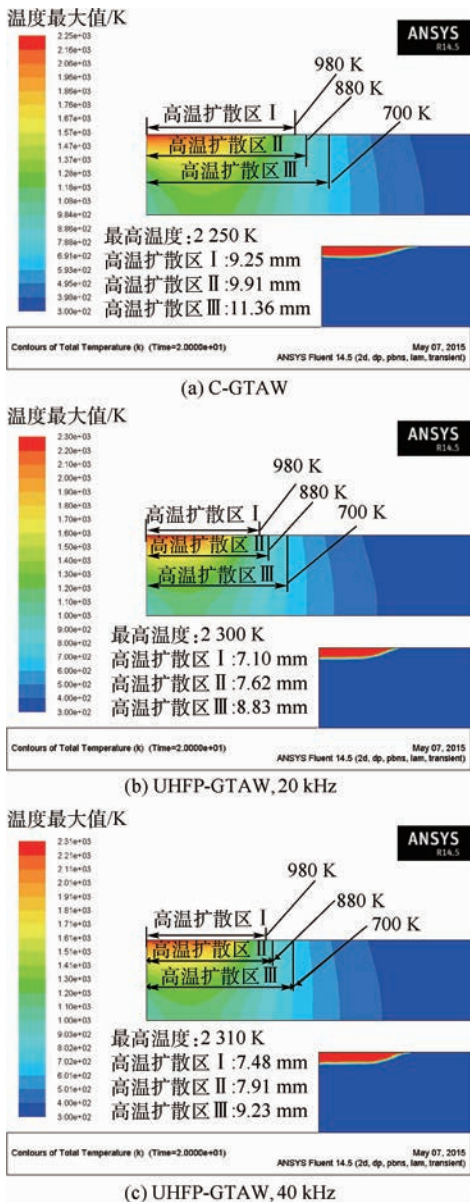


图6 焊接熔池温度分布

Fig. 6 Temperature distribution in welding molten pool

这一模拟结果与第2.1节的试验研究结论具有一致性,将为UHFP-GTAW电弧-熔池耦合及基础理论研究提供理论参考。

结合第2.1节电弧热影响区域的分析发现,与C-GTAW相比,UHFP-GTAW电弧可在同等加热时间内达到较高的加热温度,同时由于电弧挺度增加,作用于焊缝的热扩散范围相应缩小,形成较小的高温影响区域。以上监测试验及模拟结果可解释UHFP-GTAW对Ti-6Al-4V焊缝显微组织的改善作用,这是由于UHFP-GTAW电弧热、力特性发生改变,电弧能量密度提高,电弧作用于母材金属的加热区域减小而加热强度增加造成的,同时这一结果可为Ti-6Al-4V焊缝晶粒细化及接头综合力学性能提高提供数据支撑。

## 2.3 误差分析

温度测量方面,为保证采样连续性、完整性,温度监测采样辐射率为0.95,熔化金属辐射率一般为0.20~0.35(取0.20),因此在进行焊接过程熔池温度监测时,一般需经过采样镜头衰减曲线校正、辐射能公式换算2次修正。由于镜头衰减校正曲线、辐射能公式一般是在黑体条件下获得,故计算得到的熔池最高温度绝对数值可能存在误差,该熔池表面温度采集、校正方案将在后期工作中进一步完善。

模拟仿真方面,与试验监测时的电弧定点加热时间相同,C-GTAW、脉冲频率20 kHz和40 kHz的UHFP-GTAW工艺下获得的熔池中心温度分别为2 250、2 300和2 310 K,而试验测量值分别为2 055、2 064和2 087 K,模拟结果与试验监测结果所得的温度数据存在一定误差,二者之间的差异是由试验测量、时间校正、测量值校准、模型建立和迭代步长等一系列因素共同造成,但整体变化趋势一致,后期模型改进过程中将适当优化模型设计,合理规划误差分布。

## 3 结论

1) 同等条件下(电弧定点加热Ti-6Al-4V钛合金母材20 s),C-GTAW和UHFP-GTAW(20 kHz、40 kHz)工艺下的熔池中心温度测量值分别为2 055、2 064和2 087 K,UHFP-GTAW熔池中心温度增加了10~30 K。

2) 与C-GTAW工艺相比,相同电弧作用时间下的UHFP-GTAW(20 kHz、40 kHz)工艺得到的熔池高温扩散范围缩小,在968 K的温度范围内的熔池表面高温扩散区半径分别为5.37和5.09 mm,分别减小了10.9%和16.2%。

3) 在热量、力作用、复合散热等基础上建立了UHFP-GTAW熔池温分布模型,温度场模拟结果分析表明,UHFP-GTAW电弧可在相同的加热时间内达到较高的加热温度,并可有效控制高温扩散区域面积。

## 参考文献 (References)

- [1] 莱茵斯 C,皮特尔斯 M. 钛与钛合金[M]. 陈振华,等,译. 北京:化学工业出版社,2005:26.  
LEYENS C, PETERS M. Titanium and titanium alloys[M]. CHEN Z H, et al, translated. Beijing: Chemical Industry Press, 2005:26 (in Chinese).
- [2] MORGAN D, PHILIPPE L M, MURIEL C. A model comparison to predict heat transfer during spot GTA welding[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2014, 75: 54-64.

- [ 3 ] FAN H G, TSAI H L, NA S J. Heat transfer and fluid flow in a partially or fully penetrated weld pool in gas tungsten arc welding[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, 44(2):417-428.
- [ 4 ] DONG W, LU S, LI D, et al. GTAW liquid pool convections and the weld shape variations under helium gas shielding[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, 54(7-8):1420-1431.
- [ 5 ] MURPHY A B, TANAKA M, YAMAMOTO K, et al. Modelling of arc welding: The importance of including the arc plasma in the computational domain [J]. *Vacuum*, 2010, 85(5):579-584.
- [ 6 ] TRADIA A, ROGER F. Numerical and experimental study of arc and weld pool behaviour for pulsed current GTA welding [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, 54(9-10):2163-2179.
- [ 7 ] MURPH A B, TANAKA M, YAMAMOTO K, et al. Modelling of thermal plasmas for arc welding: The role of the shielding gas properties and of metal vapour [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2009, 42:194006.
- [ 8 ] SCHNICK M, ZSCHETZSCHE M D J. Visualization and optimization of shielding gas flows in arc welding[J]. *Welding in the World*, 2012, 56(1-2):54-61.
- [ 9 ] 杨明轩, 从保强, 齐铂金, 等. 脉冲电流参数对奥氏体不锈钢电弧行为的影响[J]. *焊接学报*, 2012, 33(10):67-70.  
YANG M X, CONG B Q, QI B J, et al. The influence of pulse current parameters on arc behavior by austenite stainless steel [J]. *Transactions of the China Welding Institution*, 2012, 33(10):67-70 (in Chinese).
- [ 10 ] YANG M X, YANG Z, CONG B, et al. Study on surface depression of molten pool with pulsed welding [J]. *Welding Journal*, 2014, 93(8):312-319.
- [ 11 ] 杨舟, 齐铂金, 杨明轩. 超高频 GTAW 工艺特性分析 [J/OL]. *机械工程学报*, (2015-10-22) [2015-12-14]. <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2187.TH.20151022.1457.004.html>.  
YANG Z, QI B J, YANG M X. Analysis on characteristics of ultra high frequency pulsed gas tungsten arc welding process [J/OL]. *Journal of Mechanical Engineering*, (2015-10-22) [2015-12-14]. <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2187.TH.20151022.1457.004.html> (in Chinese).
- [ 12 ] YANG M X, QI B J, CONG B Q, et al. Study on electromagnetic force of arc plasma with by ultra high frequency pulsed GTAW of Ti-6Al-4V [J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2013, 41(9):2561-2568.
- [ 13 ] 杨舟, 齐铂金, 从保强, 等. 脉冲电流频率对 TC4 钛合金焊缝成形的影响[J]. *焊接学报*, 2013, 34(12):37-40.  
YANG Z, QI B J, CONG B Q, et al. Effect of pulse frequency on weld appearance behavior of TC4 titanium alloys [J]. *Transactions of the China Welding Institution*, 2013, 34(12):37-40 (in Chinese).
- [ 14 ] QI Y L, JU D, QUAN H, et al. Electron beam welding, laser beam welding and gas tungsten arc welding of titanium sheet [J]. *Materials Science and Engineering A*, 2000, 280(1):177-181.
- [ 15 ] BAESLACK W, BANAS C M. A comparative evaluation of laser and gas tungsten arc weldments in high temperature titanium alloys [J]. *Welding Journal*, 1981, 60(7):121-s-130-s.
- [ 16 ] BALASUBRAMANIAN M, JAYABALAN V, BALASUBRAMANIAN V. Developing mathematical models to predict tensile properties of pulsed current gas tungsten arc welded Ti-6Al-4V alloy [J]. *Material and Design*, 2008, 29(1):92-97.
- [ 17 ] BABU N K, RAMAN S G S. Influence of current pulsing on microstructure and mechanical properties of Ti-6Al-4V TIG weldments [J]. *Science and Technology of Welding and Joining*, 2006, 11(4):442-447.
- [ 18 ] GARLAND J G. Weld pool solidification control [J]. *Metal Construction and British Welding Journal*, 1974, 6(4):25.
- [ 19 ] SIMPSON R P. Controlled weld-pool solidification structure and resultant properties with Yttrium inoculation of Ti-6Al-6V-2Sn welds [J]. *Welding Journal*, 1977, 56(3):67-s-77-s.
- [ 20 ] PETERS J O, LUTERJING G. Comparison of the fatigue and fracture of  $\alpha + \beta$  and  $\beta$  titanium alloys [J]. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2001, 32(11):2805-2818.

## 作者简介:

杨舟 女, 博士研究生。主要研究方向: 超高频脉冲钨极氩弧焊工艺及钛合金熔池流动机理。

Tel.: 18810601540

E-mail: yangzhou2103@buaa.edu.cn

齐铂金 男, 博士, 教授。主要研究方向: 先进焊接电源。

Tel.: 010-82339961

E-mail: qbj@buaa.edu.cn

杨明轩 男, 博士, 讲师, 硕士生导师。主要研究方向: 电弧物理现象。

## Surface temperature distribution of molten pool by ultra high frequency pulsed GTAW

YANG Zhou, QI Bojin\*, YANG Mingxuan

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Thermal observation of molten pool was carried out with Ti-6Al-4V plates (with thickness of 5 mm). The molten pool surface temperature distribution of ultra high frequency pulsed gas tungsten arc welding (UHFP-GTAW) was collected and analyzed by infrared imaging monitor. Compared with conventional GTAW (C-GTAW), the test results indicate that the surface temperature of molten pool center increases by 10–30 K with UHFP-GTAW (20 kHz, 40 kHz) after heating the base metal 20 seconds; meanwhile, the areas of the elevated temperature distribution were measured referring to varying temperature (678 K, 823 K, 968 K), which are reduced by the range of 13%–30%. A two-dimensional numerical model of molten pool was established, considering the essential factors such as heat flux, force and mixed heat transfer, to explore the characteristics of the temperature distribution in the molten pool. The calculated results of the above model are basically consistent with the test data.

**Key words:** ultra high frequency pulsed gas tungsten arc welding (UHFP-GTAW); welding molten pool; arc welding; temperature distribution; infrared thermal image

**Received:** 2015-03-19; **Accepted:** 2015-04-30; **Published online:** 2015-06-17 11:32

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1132.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1132.002.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (51405007); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-14-JXXY-008)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82339961 E-mail: qbj@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0153

# 基于多值决策图的温储备系统可靠性建模方法

翟庆庆<sup>1</sup>, 杨军<sup>1,\*</sup>, 彭锐<sup>2</sup>, 赵宇<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100083; 2. 北京科技大学 东凌经济管理学院, 北京 100083)

**摘 要:** 温储备系统是冷储备与热储备系统的推广,在实际中有广泛应用。针对不可修温储备系统的可靠性建模问题,已有基于多值决策图(MDD)的系统可靠性建模方法。该方法以系统中的单元故障为建模对象,分别构建故障级 MDD 与系统级 MDD,进而获得系统可靠度的解析表达式。然而,该表达式中不同维度积分相互混杂,计算给定时刻的系统可靠度需要首先梳理系统可靠度的表达式,以利用数值方法求解其中的积分。为实现系统可靠度的程序化计算,在已有研究基础上提出将系统级 MDD 按故障数分解为一系列子决策图,通过对 MDD 中边的概率重新赋值获得每一子决策图的发生概率,得到系统可靠度的规范形式,形成一套完整的系统可靠度计算方法。

**关键词:** 温储备; 多值决策图(MDD); 系统可靠度; 可靠性建模; 不完全故障覆盖

**中图分类号:** TB114.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0459-06



储备设计是一种常用的提高系统可靠性的设计方法。根据工作机制,储备技术可分为热储备、冷储备与温储备技术<sup>[1]</sup>。热储备切换迅速,常用在对切换速度要求严格的场合。冷储备能耗低,且同等配置的冷储备系统可靠度通常要高于热储备系统。温储备是冷储备与热储备的中间状态,储备状态下能耗低于热储备,而切换速度又高于冷储备。单元在温储备状态下可能失效,但失效率通常低于正常工作情形下的失效率。从可靠度模型的角度,温储备可看作热储备与冷储备的推广,温储备系统的可靠性建模方法一般也可用于冷储备或热储备系统。因此,温储备系统的可靠性建模吸引了一些学者的注意<sup>[2-4]</sup>。

She 和 Pecht<sup>[5]</sup> 及 Amari 等<sup>[2]</sup> 针对单元寿命独立同分布且服从指数分布的  $n$  中取  $k$  温储备系统的可靠性进行了研究,推导了系统可靠度的显式表达式。Peng 等<sup>[6]</sup> 为温储备单元构造一种新的二分决策图(Binary Decision Diagram, BDD)表

示,进而给出了基于 BDD 的  $(n+1)$  中取 1 温储备系统可靠度计算方法。该方法可用于单元寿命服从任意分布的系统。Zhai 等<sup>[7]</sup> 将该方法推广到  $(n+k)$  中取  $k$  温储备系统,但系统 BDD 仅显式给出失效单元的组合,而每一组合可能对应多种失效次序,因此该方法并不完整。Tannous 等<sup>[8]</sup> 针对温储备系统提出一种序贯 BDD,但该方法并不规范,难以编程实现。

Zhai 等<sup>[9]</sup> 针对更为一般的基于需求的温储备系统,以系统中的故障而非系统的单元为对象,提出基于多值决策图(Multi-valued Decision Diagram, MDD)的温储备系统可靠性建模方法。该方法可以给出系统可靠度的解析表达式,但该表达式是不同维度积分的混合,在计算给定时刻处的系统可靠度时需要人工整理,以进一步利用数值积分求解。这就使得系统可靠度的计算无法完全地程序化实现。

为解决该问题,本文进一步发展了这一方法。

收稿日期: 2015-03-18; 录用日期: 2015-06-12; 网络出版时间: 2015-08-03 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.002.html

基金项目: 北京航空航天大学博士研究生创新基金(YWF-14-YJSY-035)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82316003 E-mail: tomyj2001@buaa.edu.cn

**引用格式:** 翟庆庆, 杨军, 彭锐, 等. 基于多值决策图的温储备系统可靠性建模方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 459-464. ZHAI Q Q, YANG J, PENG R, et al. Multi-valued decision diagram based reliability modeling of warm standby systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 459-464 (in Chinese).

在原方法基础上,通过“系统级 MDD 分解”,按故障数将系统级 MDD 分解为一系列子图,系统可靠度可分解为所有子图发生概率的加和。每一子图的发生概率对应于一个特定区域上的积分,积分区域仅依赖于任务时间  $T$ ,因此可以将积分算子与被积函数分离。通过对子图中边的概率重新赋值,根据子图获得相应的被积函数,进而可以利用数值积分方法求解。这样便形成了一套完整的基于 MDD 的温储备系统可靠性建模方法。

## 1 温储备系统模型与 MDD

### 1.1 基于需求的温储备系统

基于需求的温储备系统是  $n$  中取  $k$  温储备系统的推广<sup>[10]</sup>。系统中包含  $n$  个单元  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , 单元的寿命分布本身是独立的,且分布类型可以是任意的。假设单元  $A_i$  在正常工作状态下的寿命分布为  $F_i^o(t)$ , 温储备状态下的寿命分布为  $F_i^s(t)$ 。其中,上标“o”与“s”分别表示正常工作与温储备;若无上标则表示正常工作状态。

单元  $A_i (1 \leq i \leq n)$  在正常工作时有一名义效能  $C_i > 0$ , 而系统的整体效能则是系统中所有工作单元的效能之和。系统的整体效能需要满足某一额定需求  $d$ , 否则认为系统失效。

在零时刻,单元  $A_1, A_2, \dots, A_k$  正常工作,而其他单元处于温储备状态,即假设  $\sum_{i=1}^k C_i \geq d$ 。每当系统中的正常工作单元故障时,一个或多个温储备单元会切换到正常工作状态,以保证系统的整体效能满足给定的需求  $d$ 。温储备单元的切换顺序是给定的:如果单元  $A_i$  未失效,则单元  $A_j$  不会先于  $A_i$  切换到正常工作状态,  $k < i < j \leq n$ 。

### 1.2 MDD

MDD 是 BDD 的一种推广,最初用于多状态系统的可靠性分析<sup>[11-14]</sup>。在 MDD 中,每一节点代表一个多状态单元,而每一分支对应单元的一种可能状态。具体地,一个  $k$  状态单元  $A$  对应的节点有  $k$  个分支,如图 1 所示。其中,终值“1, 2,  $\dots$ ,  $k$ ”分别表示  $A$  处于相应的状态。

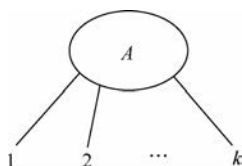


图 1 MDD 中一个  $k$  分支节点表示

Fig. 1 A node with  $k$  branches in MDD

## 2 MDD 的构造

Zhai 等<sup>[9]</sup>给出了基于 MDD 的温储备系统可靠性建模方法。该方法包括 MDD 的构造与系统可靠度的计算 2 个部分,而 MDD 构造部分则包括故障级 MDD 的构造与系统级 MDD 的构造 2 步。从系统可靠度的数值计算出发,本文提出在获得系统级 MDD 后,按故障数对系统级 MDD 进行分解。因此,MDD 构造部分共包括 3 步:

- 1) 故障级 MDD 的构造。
- 2) 系统级 MDD 的构造。
- 3) 系统级 MDD 按故障数进行分解。

### 2.1 故障级 MDD 的构造

在 Zhai 等<sup>[9]</sup>给出的故障级 MDD 的迭代构造方法中,MDD 的节点为系统中的故障,而 MDD 中的边则是相应故障发生后的可能结果。第 1 个故障对应的 MDD 表示如图 2 所示<sup>[9]</sup>,其中,节点 FF 表示第 1 个故障,从左至右  $n$  个分支分别表示第 1 个故障的单元是  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , 而最右分支则表示第 1 个故障没有发生(即系统中没有故障)。左侧  $n$  个分支中,每一分支的终值均为一个二元组  $(W_{i,1}, W_{i,2})$ , 表示当相应单元失效后系统损失的效能  $(W_{i,1})$  与可用效能  $(W_{i,2})$ 。最右分支的终值为一个三元组  $(S_1, S_2, N)$ , 分别表示第 1 个故障不发生时系统的实际效能  $(S_1)$ 、可用效能  $(S_2)$  与故障数  $(N)$ 。可见,这一决策图明确地表示了系统发生第 1 个故障时的所有可能与后果。

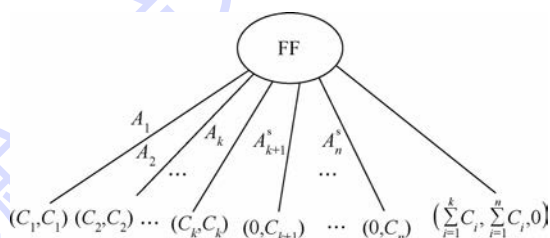


图 2 第 1 个故障对应的 MDD 表示<sup>[9]</sup>

Fig. 2 MDD representation for the first failure<sup>[9]</sup>

通过裁剪、修改第 1 个故障的决策图,可获得第 2 个故障的 MDD。对应于第 1 个故障的 MDD 中的第  $i (1 \leq i \leq n)$  个分支,相应的第 2 个故障的 MDD 可根据下面 4 个步骤得到:

- 1) 移除第  $i$  个分支。

2) 更新最右分支的终值  $S_1 = S_1 - W_{i,1}, S_2 = S_2 - W_{i,2}$ 。若  $S_1 < d$ ,则从左到右依次将  $W_{j,1} = 0$  的分支的  $W_{j,1}$  变为对应的单元的名义效能  $C_j$ , 并令  $S_1 = S_1 + W_{j,1}$ ,直到  $S_1 \geq d$ 。这一过程对应于系

统中的温储备单元的切换过程。设在这一过程中温储备单元 $(A_{j_1}^s, A_{j_2}^s, \dots, A_{j_r}^s)$  ( $1 \leq r \leq n-k$ ), 切换至正常工作状态以替换失效的 $A_i$ 。为显式地表示这一过程, 可将该 MDD 的节点用“ $A_i \rightarrow (A_{j_1}^s, A_{j_2}^s, \dots, A_{j_r}^s), (t_0, t_1)$ ”表示。其中:  $t_0$  为  $A_i$  的起始工作时间;  $t_1$  为  $A_i$  的失效时间。相反地, 如果  $S_1 \geq d$ , 则无需温储备单元切换, 节点直接表示为“ $A_i, (t_0, t_1)$ ”。

3) 针对 MDD 中的每一分支(不包括最右分支), 计算  $S_2 - W_{i,2}$ 。若此值小于  $d$ , 则将该分支移除。

4) 更新最右分支的终值:  $N = N + 1$ 。

通过以上4步, 针对第1个故障的 MDD 中的每一分支(不包括最右分支), 可构造相应的第2个故障的 MDD。同样地, 可以迭代构造第3个故障的 MDD, ……第  $n-1$  个故障的 MDD。这里, 在根据第  $m-1$  个故障的 MDD 构建第  $m$  个故障的 MDD 时, 节点中故障单元的起始工作时间与故障时间可按如下更新:

1) 若该故障对应于某一已切换至正常工作状态的温储备单元, 则需向上遍历找到该单元从温储备切换至正常工作的时间, 并将其作为其在正常工作状态下的起始工作时间; 否则, 起始工作时间为  $t_0$ 。

2) 故障时间更新为  $t_{m-1}$ 。

## 2.2 系统级 MDD 的构造

系统级 MDD 的构造实际上是与故障级 MDD 的构建同时进行的。具体的构造步骤如下:

1) 构建第1个故障的 MDD,  $m=1$ 。

2) 根据第  $m$  个故障的 MDD 构造第  $m+1$  个故障的 MDD 并将其添加到相应的分支。如果第  $m+1$  个故障的 MDD 仅包含一个分支, 即最右分支, 简便起见, 将该分支的终值( $S_1, S_2, N$ ) 替换为  $N$ 。

3)  $m = m + 1$ 。

4) 如果  $m \geq n$  或所有第  $m$  个故障的 MDD 都只包含一个分支, 则迭代停止并获得系统的 MDD, 否则回到步骤2)。

## 2.3 系统级决策图的分解

根据第2.2节步骤获得的系统级 MDD 中, 汇节点  $N$  对应于相应路径上出现的失效单元个数。从计算系统可靠度的角度, 需要按下面步骤, 根据汇节点  $N$  将系统级 MDD 分解为一系列子决策图  $D_N$  ( $1 \leq N \leq N_{\max}$ , 其中:  $N_{\max}$  为系统中最多可能的故障数):

1) 仅保留汇节点  $N$  并删除其他汇节点。

2) 自下而上遍历每一节点, 并删除所有不包含子节点的节点。

3) 通过合并相同子树进一步简化所得 MDD。

## 3 基于 MDD 的系统可靠度计算

子决策图  $D_N$  ( $1 \leq N \leq N_{\max}$ ) 包含了系统发生  $N$  个单元故障时仍能完成任务的所有可能情形。通过计算所有子决策图  $D_N$  对应情形的发生概率, 可以获得系统的可靠度。

### 3.1 MDD 中边的概率密度

对于子决策图  $D_N$ , 为计算其发生概率, 首先需要定义 MDD 中的边的概率。除顶节点(FF)与汇节点外, MDD 中其他节点具有如下标准形式:

$$A_i^* \rightarrow (A_{j_1}^s, A_{j_2}^s, \dots, A_{j_r}^s), (t_1, t_2) \quad (1)$$

表示单元  $A_i^*$  在  $t_1$  时开始工作, 在  $t_2$  处发生故障, 随后温储备单元  $A_{j_1}^s, A_{j_2}^s, \dots, A_{j_r}^s$  切换到正常工作状态。其中, 上标“\*”可以为“o”、“s”或为空。指向该节点的边的概率密度定义为

$$\frac{\prod_{v=1}^r [R_{j_v}^s(t_1) R_{j_v}^o(T-t_1)] f_i^*(t_2-t_1)}{\prod_{v=1}^r R_{j_v}^s(T) R_i^*(T-t_1)} \quad (2)$$

式中:  $f(\cdot)$  与  $R(\cdot)$  分别为概率密度函数与可靠度函数。显然, 当式(2)中  $r=0$  时, 即  $A_i^*$  失效后并无温储备单元接替其工作, 则相应边的概率密度为

$$\frac{f_i^*(t_2-t_1)}{R_i^*(T-t_1)} \quad (3)$$

另外, 定义指向汇节点的边的概率为1。

### 3.2 子决策图的发生概率

当 MDD 中所有边的概率密度指定后, 根据 MDD 的性质, 可以通过下面的递推公式计算得到顶节点(也即该子决策图)的概率密度:

$$\Pr(\text{Node } i) = \sum_j \Pr(\text{Edge}(i, j)) \cdot \Pr(\text{Node } j) \quad (4)$$

式中:  $i$  和  $j$  均为节点编号,  $\text{Edge}(i, j)$  为连接节点  $i$  与节点  $j$  的边,  $j$  取遍节点  $i$  的所有子节点。对于子决策图  $D_N$ , 可以证明, 其发生概率可表示为

$$\Pr(D_N, T) = R_0(T) \int_{s_N^T} G_N(t_1, t_2, \dots, t_N) dt_1 dt_2 \dots dt_N \quad (5)$$

式中:  $R_0(T) = \prod_{i=1}^k R_i(T) \prod_{i=k+1}^n R_i^s(T)$  为一基本项; 积分区域  $S_N^T = \{(t_1, t_2, \dots, t_N) \mid 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_N < T\}$  为一个  $N$  维单纯形;  $N$  维被积函数  $G_N(t_1, t_2, \dots, t_N)$  则是由式(4)得到的顶节点的概率密度。这样, 子决策图  $D_N$  的发生概率即为一个  $N$  维单纯形上的积分, 由于被积函数与积分区域均已知, 因此该积分可以通过数值方法求解<sup>[15-16]</sup>。

### 3.3 温储备系统的可靠度

当获得所有子决策图  $D_N (1 \leq N \leq N_{\max})$  的发生概率后, 给定时刻  $T$  处系统可靠度则可以由式(6)获得

$$R_s(T) = R_0(T) + \sum_{N=1}^{N_{\max}} \Pr(D_N, T) \quad (6)$$

当考虑故障级不完全覆盖效应时<sup>[17-18]</sup>, 即系统中第  $j$  个故障以概率  $c_j$  被覆盖, 且任一未被覆盖的故障均会导致系统失效, 则系统的可靠度为

$$R_s(T) = R_0(T) \left( 1 + \sum_{N=1}^{N_{\max}} \prod_{j=1}^N c_j \cdot \int_{S_N^T} G_N(t_1, t_2, \dots, t_N) dt_1 dt_2 \dots dt_N \right) \quad (7)$$

综上, 基于 MDD 的温储备系统可靠度计算方法的总体流程如图 3 所示。

## 4 算法演示

本节以 Zhai 等<sup>[9]</sup>的三单元温储备系统为例, 着重说明系统级 MDD 的分解以及随后可靠度的计算。该温储备系统中 3 个单元  $A_1$ 、 $A_2$  和  $A_3$  的效能分别为 1、2 和 3, 而对系统的总需求为  $d=3$  (例如, 一个电站共有 3 台发电机, 其功率分别为 1、2 和 3 MW, 对电站的总功率需求是 3 MW)。  $A_1$  和  $A_2$  为初始工作单元,  $A_3$  为温储备单元。 Zhai 等<sup>[9]</sup>给出了该温储备系统的系统级 MDD 表示, 如图 4 所示。

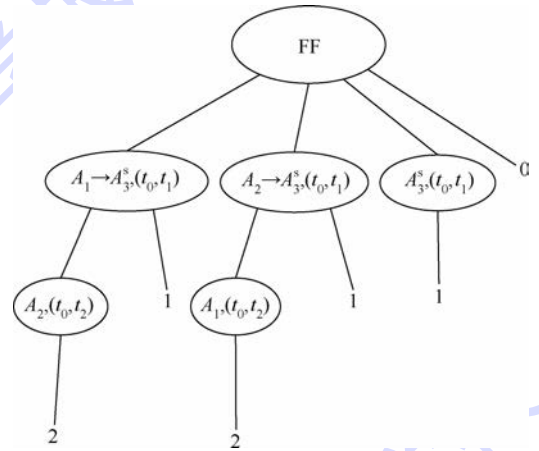


图 4 一个三单元温储备系统的 MDD

Fig. 4 MDD of a three-component warm standby system

根据汇节点的值可见, 系统中可能出现 1 或 2 个故障, 或者无故障。根据第 2.3 节中的步骤, 可以将该系统级 MDD 进行分解, 得到 2 个子决策图  $D_1$  和  $D_2$ , 如图 5 所示。其中, MDD 中各边的概率密度由式(2)获得, 已在图中标注。

根据式(4)中的迭代公式, 可分别得到 2 个子图中顶节点的概率密度:

$$G_1(t_1) = \frac{f_1(t_1) R_3^s(t_1) R_3^o(T - t_1)}{R_1(T) R_3^s(T)} + \frac{f_2(t_1) R_3^s(t_1) R_3^o(T - t_1)}{R_2(T) R_3^s(T)} + \frac{f_3(t_1)}{R_3^s(T)} \quad (8)$$

$$G_2(t_1, t_2) = \frac{f_1(t_1) R_3^s(t_1) R_3^o(T - t_1)}{R_1(T) R_3^s(T)} \cdot \frac{f_2(t_2)}{R_2(T)} + \frac{f_2(t_1) R_3^s(t_1) R_3^o(T - t_1)}{R_2(T) R_3^s(T)} \cdot \frac{f_1(t_2)}{R_1(T)} \quad (9)$$

由式(5)可以得到每一子决策图的发生概率  $\Pr(D_1, T)$  与  $\Pr(D_2, T)$ , 进而据式(6)、式(7)可以获得系统的可靠度。

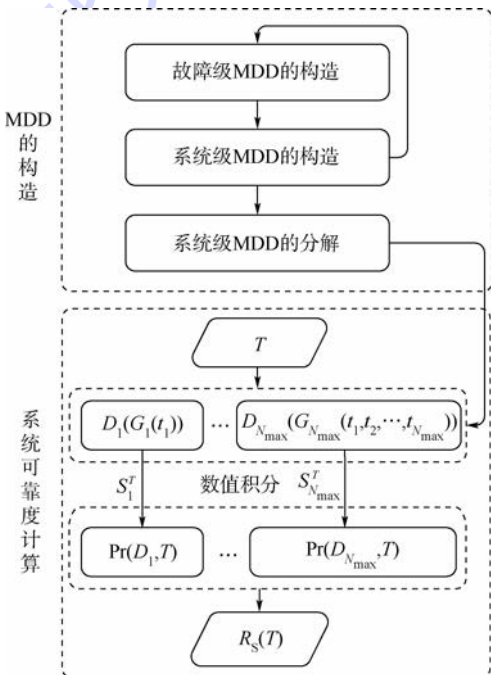
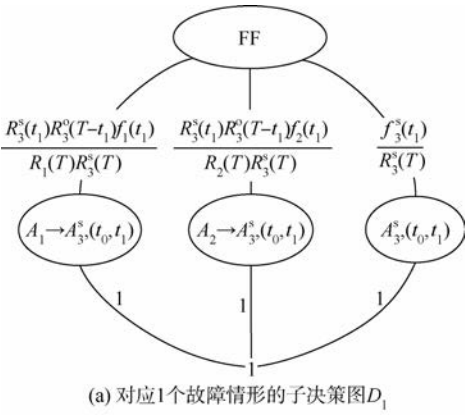
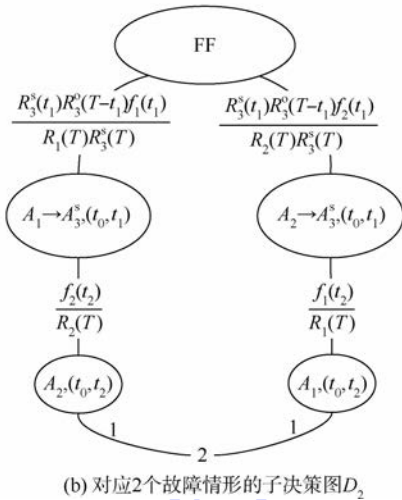


图 3 基于 MDD 的温储备系统可靠度计算方法

Fig. 3 MDD-based system reliability evaluation procedure for warm standby systems



(a) 对应1个故障情形的子决策图 $D_1$



(b) 对应2个故障情形的子决策图 $D_2$

图 5 三单元温储备系统系统级 MDD 分解后的 2 个子决策图

Fig. 5 Two child MDDs derived from system MDD of three-component warm standby system

## 5 结论

本文针对温储备系统的可靠性建模问题,对已有的基于 MDD 的系统可靠性建模方法进行了进一步发展:

1) 在构建系统级决策图后,提出依照故障单元个数对系统级 MDD 进行分解,每一子决策图的发生概率对应一个特定单纯形上的积分。

2) 针对子决策图中的节点,对指向节点的边的概率密度进行了重新赋值,使得子决策图发生概率对应的积分中的被积函数可表示为顶节点的发生概率密度。

3) 每一子决策图的发生概率可由数值积分算法获得,进而可得到给定时刻的系统可靠度。

4) 本文发展的方法关注给定时刻处系统可靠度的计算,可利用计算机编程实现。

## 参考文献 (References)

[ 1 ] AMARI S V, DILL G. A new method for reliability analysis of standby systems [ C ] // Proceedings of Annual Reliability and

Maintainability Symposium ( RAMS2009 ). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 417-422.

[ 2 ] AMARI S V, PHAM H, MISRA R B. Reliability characteristics of  $k$ -out-of- $n$  warm standby systems [ J ]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61 ( 4 ) : 1007-1018.

[ 3 ] TANNOUS O, XING L. Efficient analysis of warm standby systems using central limit theorem [ C ] // Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium ( RAMS2012 ). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 1-6.

[ 4 ] PAPAGEORGIOU E, KOKOLAKIS G. Reliability analysis of a two-unit general parallel system with  $( n - 2 )$  warm standbys [ J ]. European Journal of Operational Research, 2010, 201 ( 3 ) : 821-827.

[ 5 ] SHE J, PECHT M. Reliability of a  $k$ -out-of- $n$  warm-standby system [ J ]. IEEE Transactions on Reliability, 1992, 41 ( 1 ) : 72-75.

[ 6 ] PENG R, ZHAI Q, XING L, et al. Reliability of 1-out-of- $( n + 1 )$  warm standby systems subject to fault level coverage [ J ]. International Journal of Performability Engineering, 2013, 9 ( 1 ) : 117-120.

[ 7 ] ZHAI Q, PENG R, XING L, et al. BDD-based reliability evaluation of  $k$ -out-of- $( n + k )$  warm standby systems subject to fault-level coverage [ J ]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2013, 227 ( 5 ) : 540-548.

[ 8 ] TANNOUS O, XING L, DUGAN J. Reliability analysis of warm standby systems using sequential BDD [ C ] // Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium ( RAMS2011 ). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 1-7.

[ 9 ] ZHAI Q, PENG R, XING L, et al. Reliability of demand-based warm standby systems subject to fault level coverage [ J ]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2015, 31 ( 3 ) : 380-393.

[ 10 ] KUO W, ZUO M J. Optimal reliability modeling: Principles and applications [ M ]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003: 231-280.

[ 11 ] AKERS J, BERGMAN R, AMARI S V, et al. Analysis of multi-state systems using multi-valued decision diagrams [ C ] // Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium ( RAMS2008 ). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 347-353.

[ 12 ] XING L, DAI Y. A new decision-diagram-based method for efficient analysis on multistate systems [ J ]. IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing, 2009, 6 ( 3 ) : 161-174.

[ 13 ] SHRESTHA A, XING L, COIT D W. An efficient multistate multivalued decision diagram-based approach for multistate system sensitivity analysis [ J ]. IEEE Transactions on Reliability, 2010, 59 ( 3 ) : 581-592.

[ 14 ] AMARI S V, XING L, SHRESTHA A, et al. Performability analysis of multistate computing systems using multivalued decision diagrams [ J ]. IEEE Transactions on Computers, 2010, 59 ( 10 ) : 1419-1433.

[ 15 ] BERNTSEN J, ESPELID T O. Error estimation in automatic quadrature routines [ J ]. ACM Transactions on Mathematical Software ( TOMS ), 1991, 17 ( 2 ) : 233-252.

[ 16 ] GENZ A, COOLS R. An adaptive numerical cubature algorithm

for simplices[J]. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), 2003, 29(3):297-308.

- [17] MYERS A F.  $k$ -out-of- $n$ : G system reliability with imperfect fault coverage [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2007, 56(3):464-473.
- [18] AMARI S V, MYERS A F, RAUZY A, et al. Imperfect coverage models: Status and trends [M] // MISRA K B. Handbook of performability engineering. London: Springer, 2008: 321-348.

#### 作者简介:

翟庆庆 男, 博士研究生。主要研究方向: 可靠性建模、敏感性分析及可靠性统计。

E-mail: zhaiqing59@126.com

杨罕 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 可靠性评估与验证及统计质量控制。

Tel.: 010-82316003

E-mail: tomyj2001@buaa.edu.cn

彭锐 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 系统可靠性分析与优化、系统保护与维修。

E-mail: pengrui1988@ustb.edu.cn

赵宇 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 质量科学与工程、可靠性工程及应用统计。

E-mail: zhaoyu@buaa.edu.cn

## Multi-valued decision diagram based reliability modeling of warm standby systems

ZHAI Qingqing<sup>1</sup>, YANG Jun<sup>1,\*</sup>, PENG Rui<sup>2</sup>, ZHAO Yu<sup>1</sup>

(1. School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Donlinks School of Economics and Management, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** As a generalization of cold and hot standby technique, warm standby has been widely used in the system design. This paper focuses on the reliability modeling of warm standby systems and extends a multi-valued decision diagram (MDD) based system reliability modeling approach. By concentrating on the failures in the system, the existing method first constructed the failure level MDD and system MDD, and then obtained the analytical expression for the system reliability based on the system MDD. However, the system reliability expression is a mixture of integrals of different dimensions, which requires some manual rearrangement to calculate the system reliability at given time. Based on the existing work, we suggest an MDD splitting procedure after obtaining the system level MDD and a reassignment for the probabilities of the edges in the system MDD. With this extension, the numerical value for the system reliability at any given time can be easily obtained and the MDD based reliability evaluation approach for warm standby systems is completed.

**Key words:** warm standby; multi-valued decision diagram (MDD); system reliability; reliability modeling; imperfect fault coverage

Received: 2015-03-18; Accepted: 2015-06-12; Published online: 2015-08-03 14:23

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.002.html

Foundation item: the Innovation Foundation of BUAA for PhD Graduates (YWF-14-YJSY-035)

\* Corresponding author. Tel.: 010-82316003 E-mail: tomyj2001@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0161

# 基于多波长同轴数字全息相位恢复算法



李艳, 肖文\*, 潘锋

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 同轴数字全息中固有的共轭像问题会严重影响再现像质量,已有的相位恢复算法需要大量计算才能祛除共轭像,且无法获得连续分布的解包裹相位像。提出一种基于多波长的相位恢复算法,该算法利用4个波长下记录的数字全息图,并在迭代过程中借助光学解包裹原理扩展了测量范围,实现了再现成像面中共轭像祛除的同时获得解包裹的相位分布。同时,由于在物面及记录面添加了约束条件,该方法中所用波长数少于其他已提出的基于多波长原理的相位恢复算法,而且具有更快的迭代收敛速度和更好的共轭像祛除效果。数值仿真和实验结果皆证明了该方法的有效性。

**关键词:** 数字全息术; 共轭像祛除; 相位恢复; 多波长; 图像重建技术

**中图分类号:** O438.1

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0465-07

数字全息作为一种新的相干检测手段,已经凭借其独特的优势使其成功地应用于形貌测量、振动分析、粒子场测试、生物和医学诊断等诸多领域<sup>[1-4]</sup>。它是建立在传统光学全息干涉的理论基础上,利用光电传感器如 CCD/CMOS 等数字记录干涉频谱后,用计算机模拟光学衍射过程来实现记录物体的三维再现。其中采用同轴的记录方式,即物光和参考光沿同一方向入射到全息记录介质中<sup>[5]</sup>,其中被物体信息调制的散射光作为物光,未调制部分作为参考光,由于其光路结构相对简单,所需光学元件较少,并且可以充分利用相机有限的空间带宽积,已被广泛应用于各种检测领域中<sup>[6-9]</sup>。但是由于其再现过程中存在离焦的共轭像,且和直像一起叠加在聚焦的原始像上,恶化了聚焦像质量。

针对同轴共轭像祛除问题,早期提出的数字相减法<sup>[10-11]</sup>、远场记录法<sup>[12]</sup>和叠加法<sup>[13-14]</sup>等只适用于电子全息显微术或者 X 射线全息显微术,

而各种数字信号处理方法,如 DSP 线性滤波<sup>[15]</sup>、逆卷积滤波<sup>[16]</sup>等只能抑制共轭像而无法对其完全消除,严重制约了相位测量的精度。Yamaguchi 和 Zhang<sup>[17]</sup>提出的相移全息技术,即通过连续调节参考光的相位获得多幅全息图后,再采用四则运算方法祛除零级项以及共轭像。相移算法在消除同轴数字全息共轭像的干扰方面确实是一种比较有效的方法,但是相移全息由于要求每次的相移量都要相等,所以它需要高精度的相移装置和稳定的记录条件。相移装置的精密性会直接影响再现像质量,而且很难做到实时观测成像。相位恢复算法是一种比较适用的方法,它通过在物面和记录面之间往复迭代,以在恢复出成像面上的物光复振幅分布的同时达到祛除像面共轭像的效果<sup>[18-20]</sup>。但是现有已提出的相位恢复算法得到的都是包裹相位像,而被测物体的纵向深度通常都是大于单测量波长的,所以鲍鹏等<sup>[21-22]</sup>通过在迭代过程中引入合成相位,实现了在共轭像祛除

收稿日期: 2015-03-23; 录用日期: 2015-04-30; 网络出版时间: 2015-08-03 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(61177006); 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-14-YJSY-038)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339694 Email: xiaow@buaa.edu.cn

**引用格式:** 李艳, 肖文, 潘锋. 基于多波长同轴数字全息的相位恢复算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 465-471.

LI Y, XIAO W, PAN F. Phase retrieval for multiple-wavelength in-line digital holography [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 465-471 (in Chinese).

的同时获取相位连续分布的解包裹相位信息。但是由于这种迭代算法以全息图强度的均方根乘以随机相位做为迭代的初始值,并且在物面不添加任何的收敛限制条件,所以其收敛速度很慢,而且若想得到高质量的再现像,则需要大量的迭代次数以及足够多的记录波长。

本文提出一种基于多波长同轴数字全息图的相位恢复算法,利用角谱法在物面和4个波长下记录的全息面之间进行迭代计算,实现再现成像面中共轭像的祛除。在迭代计算过程中以归一化全息图的幅值作为记录面的约束条件,以物体的吸收系数和相位分布作为物面的约束条件,有效提高了算法的收敛速度以及减少了迭代过程中使用的全息图幅数。同时,由于在迭代过程中引入了合成波长,有效地扩展了测量范围,实现了再现成像面中共轭像祛除的同时获得连续分布的相位信息。数值仿真和实验结果皆证明了该方法的有效性。

## 1 迭代算法

实验装置示意图如图1所示,该实验系统又通常被称为盖伯全息。可调谐激光器出射的偏振光通过扩束准直单元(BE,由空间滤波器以及准直透镜组成)后成为均匀分布的平行光。当平行光透过物体后,经过物体(S)的衍射光作为物光,而周围未经过物体的直通光则作为参考光,物光与参考光在CMOS相机的光敏面上发生干涉形成全息图。CMOS相机被放置在距离物体 $z$ 处,分别在照明波长为 $\lambda_{11}$ 、 $\lambda_{12}$ 、 $\lambda_{21}$ 和 $\lambda_{22}$ 条件下记录4幅数字全息图。这4幅全息图被分为2组,且 $\lambda_{11}$ 和 $\lambda_{21}$ 之间的记录波长间隔应与 $\lambda_{12}$ 和 $\lambda_{22}$ 之间的记录波长间隔相同。

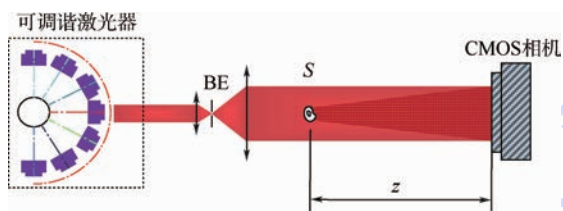


图1 同轴数字全息实验系统光路图

Fig.1 Schematic diagram of the setup for in-line digital holography

迭代算法的具体流程如下:

1) 首先估计2个初始相位值 $\phi_{\lambda_{i1}}(x,y)$  ( $i=1,2$ ),其中 $(x,y)$ 为记录波长为 $\lambda_{i1}$ 时记录面的笛卡儿坐标系。接着 $\exp(j\phi_{\lambda_{i1}}(x,y))$ 乘以各自的归一化全息图强度的平方根,得到记录波长为 $\lambda_{i1}$ 条件下记录面的复振幅分布信息,其中归一化的

全息图是由包含样品的全息图强度 $H_{\lambda_{i1}}(x,y)$ 除在相同实验条件下无样品时记录的背景全息图强度 $G_{\lambda_{i1}}(x,y)$ 后得到的。于是记录面的复振幅分布可以表示为

$$U_{\lambda_{i1}}(x,y) = \sqrt{H_{\lambda_{i1}}(x,y)/G_{\lambda_{i1}}(x,y)} \exp(j\phi_{\lambda_{i1}}(x,y)) \quad (1)$$

2) 用角谱法<sup>[23]</sup>将记录面的复振幅分布 $U_{\lambda_{i1}}(x,y)$ 逆向回传到物面,得到物面的复振幅分布为

$$U_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0) = A_{-z}[U_{\lambda_{i1}}(x,y)] = A_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0) \exp(j\phi_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0)) \quad (2)$$

式中: $(x_0,y_0)$ 为物面的笛卡儿坐标系; $A_{-z}[\ ]$ 为用角谱法逆向传播距离 $z$ ;  $A_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0)$ 和 $\phi_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0)$ 分别为 $U_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0)$ 的振幅和相位信息。由于平行光穿过样品后光波的振幅只会减弱或保持不变,因此,由真实归一化全息图复振幅反向传回物面的幅值分布应不超过1。在相位恢复算法最初迭代过程中,物面波前振幅分布超过1的区域是由离焦共轭像造成的,随着离焦共轭像在迭代过程中被逐渐祛除,最终的物面部分点的振幅分布应不超过1。因此在物面波前振幅分布超过1的区域,其幅值应被替换为1,而相应的相位分布应置为0,于是物面更新后的复振幅分布为

$$U'_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0) = \begin{cases} U_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0) & A_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0) \leq 1 \\ 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

3) 比较2个物面上所获得的相位分布,计算合成相位:

$$\phi'_{\lambda_{A1}}(x_0,y_0) = \begin{cases} \phi'_{\lambda_{11}}(x_0,y_0) - \phi'_{\lambda_{21}}(x_0,y_0) & \phi'_{\lambda_{11}}(x_0,y_0) > \phi'_{\lambda_{21}}(x_0,y_0) \\ \phi'_{\lambda_{11}}(x_0,y_0) - \phi'_{\lambda_{21}}(x_0,y_0) + 2\pi & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\phi'_{\lambda_{A1}}(x_0,y_0)$ 为 $U'_{\lambda_{A1}}(x_0,y_0)$ 的相位值; $\lambda_{A1}$ 为合成波长:

$$\lambda_{A1} = \lambda_{11}\lambda_{21}/(\lambda_{21} - \lambda_{11}) \quad (5)$$

物体的表面形貌高度 $h(x_0,y_0)$ 与合成相位之间的关系为

$$h(x_0,y_0) = \lambda_{A1}\phi'_{\lambda_{A1}}(x_0,y_0)/(2\pi n_{\Delta}) \quad (6)$$

式中: $n_{\Delta} = n - n_0$ 为样品与其周围介质的折射率差。因此,这2组记录波长的选取应使最后获得的合成波长大于物体表面形貌的最大高度,以避免相位包裹。基于式(6),利用合成相位 $\phi'_{\lambda_{A1}}(x_0,y_0)$ 将 $\phi'_{\lambda_{i1}}(x_0,y_0)$ 替换为下一记录波长

$\lambda_{12}$ 对应的相位值,而相应的振幅则不变。

$$\phi_{\lambda_{12}}(x_o, y_o) = \phi'_{\lambda_{A1}}(x_o, y_o) \lambda_{A1} / \lambda_{12} \quad (7)$$

4)  $\lambda_{12}$ 对应物面的复振幅分布应为

$$U_{\lambda_{12}}(x_o, y_o) = |U'_{\lambda_{A1}}(x_o, y_o)| \exp(j\phi_{\lambda_{12}}(x_o, y_o)) \quad (8)$$

5) 用角谱法将  $U_{\lambda_{12}}(x_o, y_o)$  正向传播到记录面,得到记录波长为  $\lambda_{12}$  的记录面的复振幅分布。之后使用该记录面归一化的全息图强度的平方根替换幅值,而保持相位值不变,并做为迭代算法步骤2)的输入值,开始新一轮的迭代。同轴数字全息物面波前重建的精度在迭代传播过程中得到了提升,其共轭像在多次的迭代后最终消除。由于在迭代算法过程中,引入了合成波长进行光学解包裹,因此该算法中所获得的相位值已经是一个连续分布的相位信息,所以可以直接换算得到对应物体的表面形貌分布信息。

## 2 仿真分析

### 2.1 算法仿真结果及比较分析

为了验证本文所提出的算法的可行性,本文首先选了一个简单物体进行仿真实验。该物体是一组在透明背景上的5个字母,这5个字母具有均匀的吸收系数20%和分别为5、8、12、16和20  $\mu\text{m}$  的高度分布,其幅值和相位分布见图2(a)。被检测物体受限于512像素 $\times$ 512像素的方形区域中。模拟的相机为1024像素 $\times$ 1024像素,且每个像素尺寸大小为6.7  $\mu\text{m}$   $\times$  6.7  $\mu\text{m}$ 。模拟的2组照明光波长分别为643.1 nm、644.0 nm以及658.1 nm、659.0 nm,物面到相机的记录距离为140 mm。利用角谱法得到的在记录波长分别为643.1 nm和658.1 nm条件下仿真的归一化后全息图见图2(b)。经过100次迭代之后,所获得的再现结果如图2(c)中所示。物面复振幅分布已经完全消除了共轭像的影响,由图中线扫描可知其幅值和高度分布已经完全恢复到预设值。为了更好地评价这种相位恢复算法,本文选取了鲍鹏等<sup>[22]</sup>的方法,基于双系列的记录面强度值的相位复原(PRDS)算法作为比较。该方法同样采用多波长条件下记录的一系列同轴数字全息图用于反复迭代计算,以复原物面的复振幅分布,但是在记录面以及物面上并未添加任何的约束条件。由于该算法要求每组的记录幅数不少于10幅<sup>[22]</sup>,所以在该算法中模拟的2组照明光波长分别为643.1~644.0 nm及658.1~659.0 nm,间隔距离为0.1 nm,记录距离仍为140 mm。其共轭像祛除效果见图2(d),结果表明在100次迭代后,该算法无法完全去除复振幅分布中共轭像的

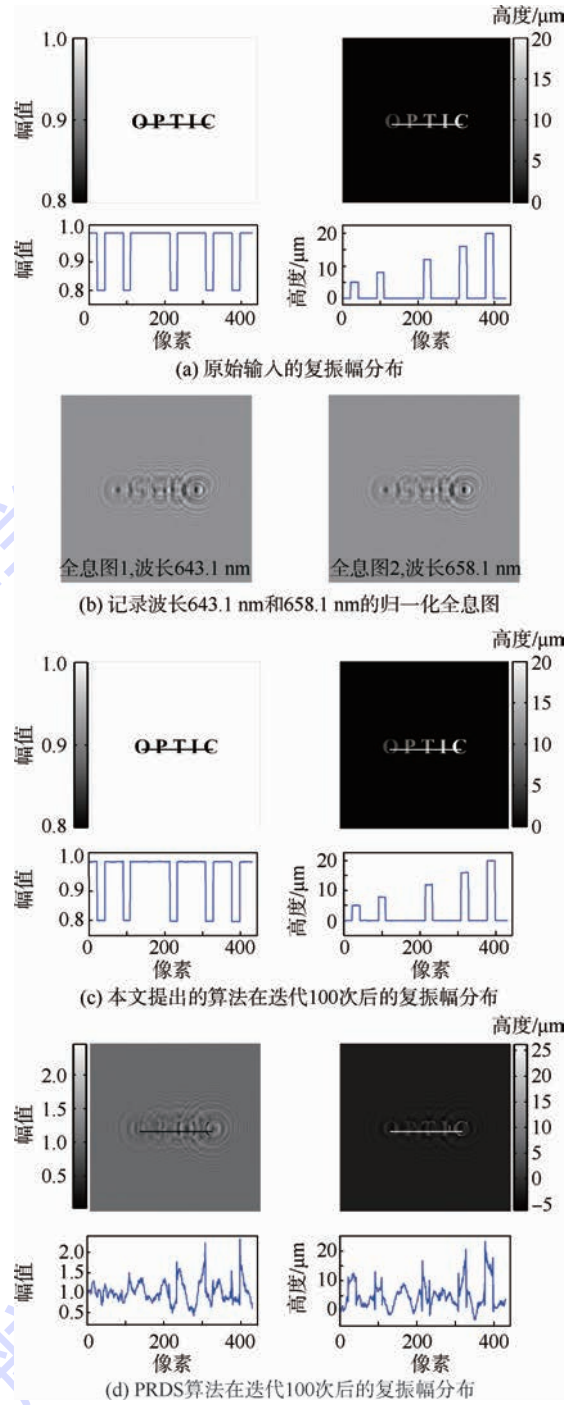


图2 仿真实验结果

Fig. 2 Simulation experimental results

影响,通过线扫描也可以发现物面的幅值和高度没有恢复到预设值。通过对比图2(c)和图2(d)中的结果可知,在相同的迭代次数下,本文提出的算法可以使用较少的记录波长获得更优于PRDS算法的再现像成像质量。

迭代收敛速度是评价相位恢复算法的关键性因素,其可以用均方根误差  $E$  来评估:

$$E^r = \frac{1}{PQ} \sum_{x_o=1}^P \sum_{y_o=1}^Q (\rho^r(x_o, y_o) - \rho_o(x_o, y_o))^2 \quad (9)$$

式中: $\rho(x_o, y_o)$ 为相位恢复后物面得到的幅值或

高度分布;  $\rho_0(x_0, y_0)$  为预设的物面的幅值或高度分布;  $P$  和  $Q$  为物面尺寸;  $r$  为迭代次数。为了更清晰地显示比较效果, 采用均方根误差的  $\lg$  指数表示收敛效果。迭代收敛速度比较结果见图 3, 与 PRDS 算法相比, 本文提出的算法拥有更快的收敛速度, 而且在经过相同的迭代次数之后, 本文提出的算法具有更好的共轭像祛除效果。

限制条件, 使得算法的收敛特性已不再依赖于在迭代过程中所使用的数字全息图的幅数。反观 PRDS 算法, 它要求用于迭代算法中每组的数字全息图的幅数不少于 10 幅<sup>[22]</sup>。所以本文提出的算法可在使用较少的数字全息图的前提下, 达到预期的收敛速度以及祛除效果。该算法在对应不同物体表面最高形貌高度 ( $h_{\max} = 2, 12, 15, 20, 25 \mu\text{m}$ )

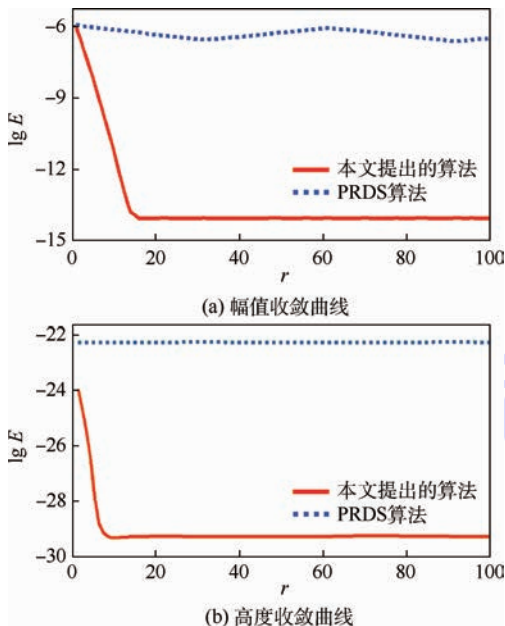


图 3 迭代收敛速度比较

Fig. 3 Comparison of convergence rates

## 2.2 不同参数条件下的收敛特性

对本文提出的算法在对应不同实验参数下的收敛特性予以评估。仿真物体如图 4(a) 所示, 其仍具有均匀的吸收系数 20%, 但是采用“lena”的灰度值分布来表征物体表面形貌高度分布特征。图 4(b) 中的曲线所表示是在该算法中, 对应于不同的波长间隔  $|\lambda_{1i} - \lambda_{2i}|$  分别为 2、5、10、15 和 20 nm 时, 算法在经过相同的迭代次数后的共轭像祛除效果。从曲线中可以看出, 算法在较大的波长间隔时具有更快的收敛速度及更好的祛除效果, 然而当波长间隔分别为 15 nm 及 20 nm 时, 算法具有相同的收敛速度与祛除效果。其原因可能是因为较小的波长间隔引入了更大的合成波长, 从而更进一步地扩大了噪声。所以在该算法中, 波长间隔的选取应使其噪声水平满足于一定的要求。图 4(c) 中表示的是该算法在迭代过程中使用不同幅数的数字全息图时的收敛特性。从曲线中可以看出, 当每一组中的数字全息图的幅数  $M$  从 31 幅降低到 2 幅时, 算法的收敛速度与最终的祛除效果都几乎相同。也就是说, 本文提出的算法, 由于在记录面以及物面上添加了一定的收敛

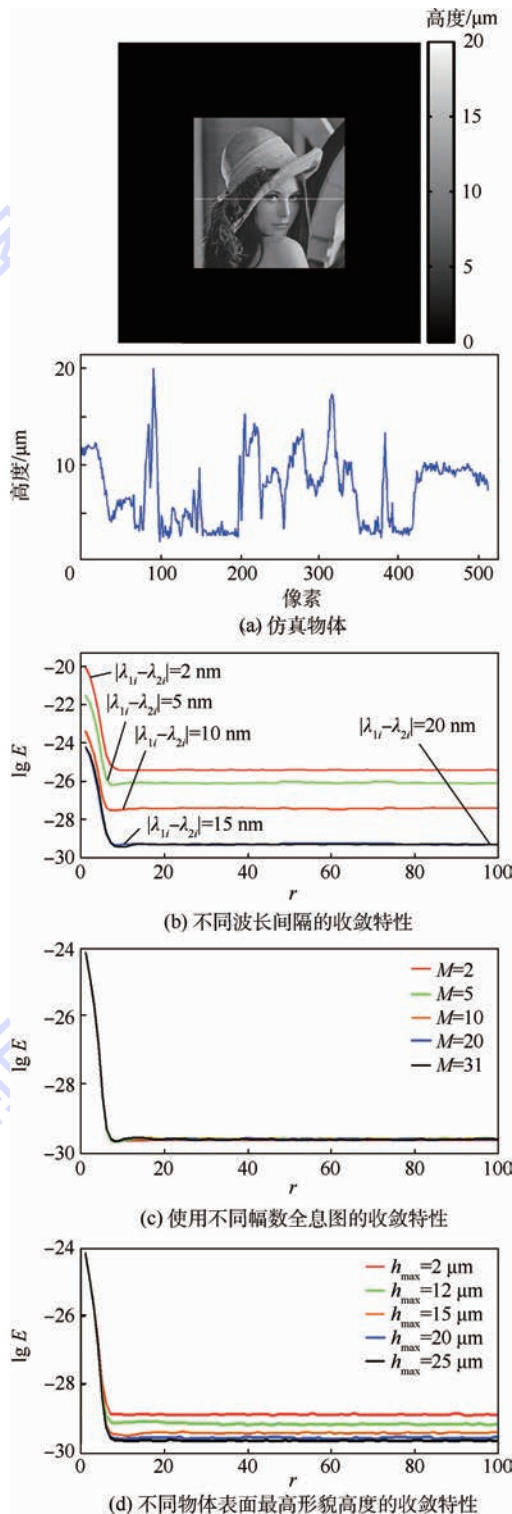


图 4 不同实验参数条件的收敛特性结果

Fig. 4 Convergence performance results under different experimental parameter conditions

时的收敛特性如图4(d)中所示。由图4(d)中的曲线可以得出,随着物体表面最高形貌高度的不同,算法的收敛速度基本一致。但是当物体表面最高形貌高度为 $2\ \mu\text{m}$ 时,算法在相同的迭代次数之后对共轭像的祛除效果并不理想。随着物体表面最高形貌高度逐渐增大,算法在相同的迭代次数之后对共轭像的祛除效果也越加理想,说明该算法更适用于物体表面最高形貌高度较大的情况。

### 3 实验

为了验证迭代算法的正确性,选取相位调制型光栅作为样品。光栅折射率为1.5,其凹槽高

度为 $20\ \mu\text{m}$ ,光栅周期为 $300\ \mu\text{m}$ 。光源为韩国 Nanobase 公司生产的 Xperay-TL 系列的可调谐半导体激光器,输出光功率为 $50\ \text{mW}$ 。CMOS 相机为加拿大 Lumenera 公司生产的 L-125 型号相机,  $1280\ \text{像素} \times 1024\ \text{像素}$ ,单元像素尺寸为 $6.7\ \mu\text{m} \times 6.7\ \mu\text{m}$ 。CMOS 相机被放置到距离物体 $100\ \text{mm}$ 处,相应的背景全息图则在移除物体后进行拍摄获取。实验中在照明光波长为 $643.1\ \sim 644.0\ \text{nm}$ 以及 $658.1\ \sim 659.0\ \text{nm}$ 、间隔距离为 $0.1\ \text{nm}$ 时记录全息图。精确的记录距离可由拉普拉斯二阶微分自聚焦算法自动获取<sup>[24]</sup>。实验结果见图5。图5(a)和图5(b)中所示的是在记录波长为 $643.1\ \text{nm}$ 和 $658.1\ \text{nm}$ ,记录距离为 $100\ \text{mm}$ 时归一

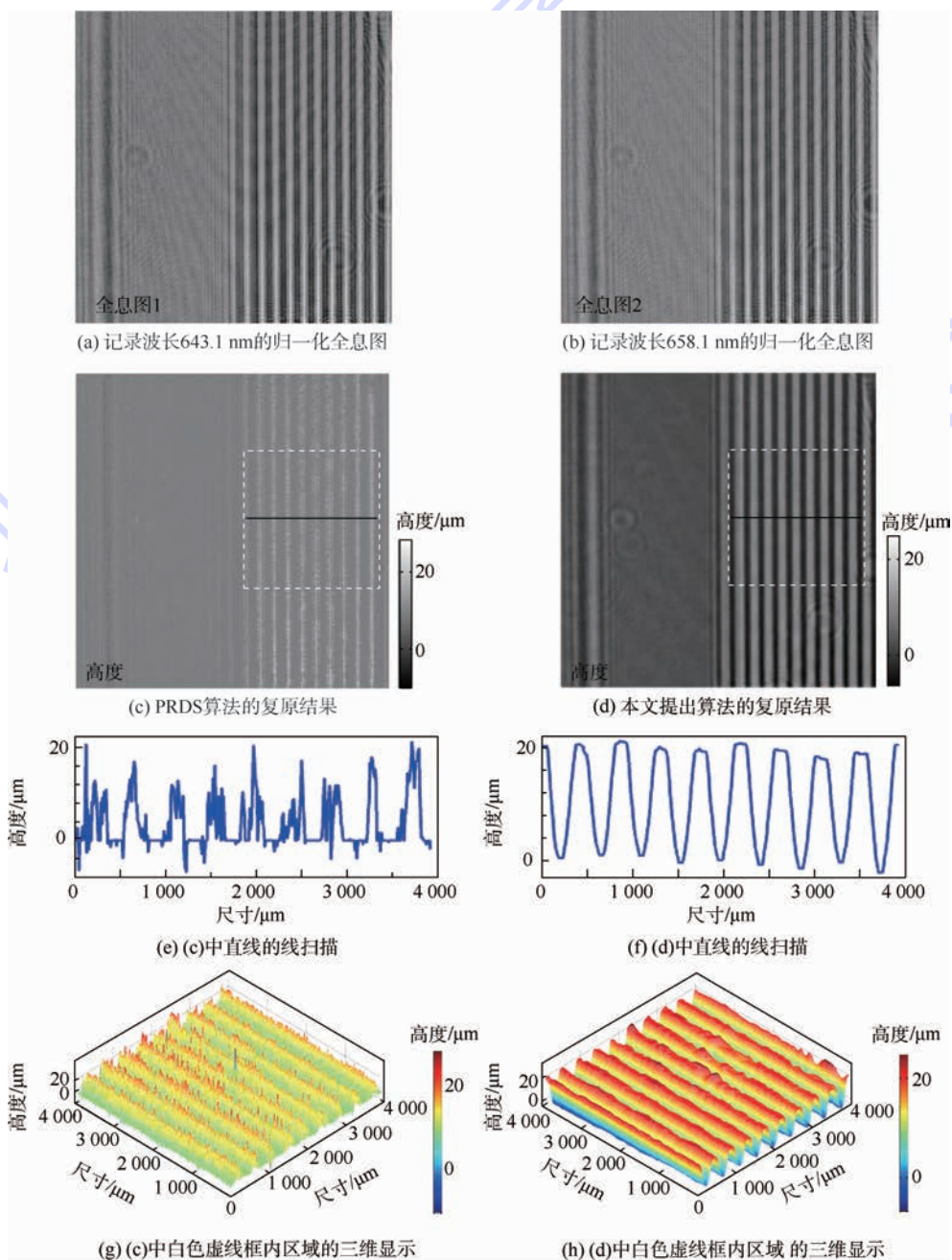


图5 光栅形貌复原结果

Fig.5 Results of binary phase grating

化的数字全息图。PRDS 算法<sup>[22]</sup>中使用全部记录的全息图,其在经过 100 次迭代之后所获得的物体实际表面形貌分布如图 5(c) 中所示。图 5(e) 和图 5(g) 分别为图 5(c) 中直线的线扫描曲线以及白色虚线框内区域的三维显示。图 5(e) 和图 5(g) 中的结果表明,再现图像仍然受共轭像的影响,而且 PRDS 算法的收敛速度很慢,共轭像祛除效果并不理想。而本文提出的算法中只使用记录波长分别为 643.1 nm、644.0 nm 以及 658.1 nm、659.0 nm 的数字全息图,其在经过 100 次迭代之后所获得的物体实际表面形貌分布如图 5(d) 所示。图 5(f) 和图 5(h) 分别为图 5(d) 中直线的线扫描曲线以及白色虚线框内区域的三维显示。从图 5(f) 和图 5(h) 中可以看出,光栅边缘清晰锐利,光栅外部分的背景高度分布均匀,表明共轭像已完全祛除,而且实验所获得的光栅周期与凹槽深度皆与给定的光栅参数相符。从光栅的再现结果可以看出,采用本文所提出的算法进行迭代计算后,物面波前重建已经完全祛除共轭像的影响,物体信息得到了比较好的复原,再现图像质量得到明显提高。

## 4 结 论

针对同轴全息中 3 项混叠的问题,本文提出了一种基于多波长的相位恢复算法以消除共轭像,数值仿真与实验结果表明:

1) 通过在记录面以及物面添加一定的收敛限制条件后,该算法以较少的迭代次数以及较少的记录波长精确地复原物面的复振幅分布,得到了高质量的再现像。

2) 由于在迭代过程中引入了合成波长,所以获得的相位值已经是一个连续分布的相位信息,可以直接换算得到对应物体的表面形貌分布。

3) 通过使用不同实验参数(如波长间隔、全息图幅数以及物体表面最高形貌高度等)对迭代算法的收敛速度以及共轭像祛除效果影响的仿真分析,得出波长间隔的选取会同时影响算法的收敛速度以及共轭像祛除效果,所以波长间隔的选取应使其噪声水平满足于一定的要求。而由于记录面以及物面收敛限制条件的添加,算法的收敛特性已不再依赖于迭代过程中所使用的数字全息图的幅数。物体表面最高形貌高度的不同并不影响算法的收敛速度,但会影响最后的重构精度。

该实验装置结构简单并且无需参考光,可有效降低噪声以及环境对其的影响,提供了一种更为高效的检测手段。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] VIJAY R S, ANAND A. In-line digital holography for dynamic metrology of MEMS[ J ]. Chinese Optics Letters, 2009, 7(12): 1117-1122.
- [ 2 ] DEMOLI N. Real-time monitoring of vibration fringe patterns by optical reconstruction of digital holograms: Mode beating detection[ J ]. Optics Express, 2006, 14(6): 2117-2122.
- [ 3 ] PU S L, ALLANO D, PATTE-ROULAND B, et al. Particle field characterization by digital in-line holography: 3D location and sizing[ J ]. Experiments in Fluids, 2005, 39(1): 1-9.
- [ 4 ] KEMPER B, BALLY G. Digital holographic microscopy for live cell applications and technical inspection[ J ]. Applied Optics, 2008, 47(4): A52-61.
- [ 5 ] NUGENT K A. Twin-image elimination in Gabor holography[ J ]. Optics Communications, 1990, 78(3): 293-299.
- [ 6 ] REN Y, CHEN C, CHEN R, et al. Optimization of image recording distances for quantitative X-ray in-line phase contrast imaging[ J ]. Optics Express, 2011, 19(5): 4170-4181.
- [ 7 ] LEE D J, WEINER A M. Optical phase imaging using a synthetic aperture phase retrieval technique[ J ]. Optics Express, 2014, 22(8): 9380-9394.
- [ 8 ] GAO P, PEDRINI G, ZUO C, et al. Phase retrieval using spatially modulated illumination[ J ]. Optics Express, 2014, 39(12): 3615-3618.
- [ 9 ] LEI T, NICK L, DOMINGUEZ-CABALLERO J A, et al. Quantitative measurement of size and three-dimensional position of fast-moving bubbles in air-water mixture flows using digital holography[ J ]. Applied Optics, 2010, 49(9): 1549-1554.
- [ 10 ] BRAGG W L, ROGER G L. Elimination of the unwanted image in diffraction microscopy[ J ]. Nature, 1951, 167(4240): 190-191.
- [ 11 ] ROGERS G. In-line soft-X-ray holography: The unwanted image[ J ]. Optics Letters, 1994, 19(1): 67.
- [ 12 ] DEVELIS J, PARRENT G, THOMPSON B. Image reconstruction with fraunhofer holograms[ J ]. Journal of the Optical Society of America, 1966, 56(4): 423-427.
- [ 13 ] TONG S, LI H, HUANG H. Energy extension in three-dimensional atomic imaging by electron emission holography[ J ]. Physical Review Letters, 1991, 67(22): 3102-3105.
- [ 14 ] LIN J, COWLEY M. Reconstruction from in-line electron holograms by digital processing[ J ]. Ultramicroscopy, 1986, 19(2): 179-189.
- [ 15 ] ONURAL L, SCOTT P D. Digital decoding of in-line holograms[ J ]. Optical Engineering, 1987, 26(11): 1124-1132.
- [ 16 ] MALEKI M H, DEVANEY A J. Noniterative reconstruction of complex-valued objects from two intensity measurements[ J ]. Optical Engineering, 1994, 33(10): 3243-3253.
- [ 17 ] YAMAGUCHI I, ZHANG T. Phase-shifting digital holography[ J ]. Optics Letters, 1997, 22(16): 1268-1270.
- [ 18 ] KOREN G, JOYEUX D, POLACK F. Twin-image elimination in in-line holography of finite-support complex objects[ J ]. Optics Letters, 1991, 16(24): 1979-1981.
- [ 19 ] ZHANG Y, PEDRINI G, OSTEN W, et al. Whole optical wave

- field reconstruction from double or multi in-line holograms by phase retrieval algorithm [ J ]. *Optics Express*, 2003, 11 ( 24 ) : 3234-3241.
- [ 20 ] LATYCHEVSKAIA T, FINK H. Solution to the twin image problem in holography [ J ]. *Physical Review Letters*, 2007, 98 ( 23 ) : 233901.
- [ 21 ] BAO P, ZHANG F C, PEDRINI G, et al. Phase retrieval using multiple illumination wavelengths [ J ]. *Optics Letters*, 2008, 33 ( 4 ) : 309-311.
- [ 22 ] BAO P, PEDRINI G, OSTEN W. Optical surface profile measurement using phase retrieval by tuning the illumination wavelength [ J ]. *Optics Communications*, 2012, 285 ( 24 ) : 5029-5036.
- [ 23 ] YU L, KIM M K. Wavelength-scanning digital interference holography for tomographic 3D imaging using the angular spectrum method [ J ]. *Optics Letters*, 2005, 30 ( 16 ) : 2092-2094.
- [ 24 ] GUO C S, YUE Q Y, WEI G X, et al. Laplacian differential reconstruction of in-line holograms recorded at two different distances [ J ]. *Optics Letters*, 2008, 33 ( 17 ) : 1945-1947.

**作者简介:**

李艳 女, 博士研究生。主要研究方向: 数字全息。

Tel. : 010-82336739

E-mail: lyx0514@aspe.buaa.edu.cn

肖文 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 数字全息。

Tel. : 010-82339694

E-mail: xiaow@buaa.edu.cn

潘锋 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 数字全息。

E-mail: panfeng@buaa.edu.cn

## Phase retrieval for multiple-wavelength in-line digital holography

LI Yan, XIAO Wen\*, PAN Feng

(School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In-line digital holography, because of its most simplified holographic recording architecture without extra reference beam, has a larger field of view compared with off-axis digital holography. Thus, it has been applied in many fields. However, both the defocused conjugate images and zero-order autocorrelation are superimposed on the real image of the object in the reconstruction process, which blurs the real image and degrades the measurement accuracy. A phase retrieval method is proposed to eliminate the unwanted conjugate image based on four diffraction intensity patterns recorded at different illumination wavelengths for in-line digital holography, in which the appropriate constraints are imposed both on the hologram plane and object plane. A synthetic wavelength is used to retrieve wrap-free phase distributions with a much extended vertical measurement range, thus the reconstructed phase distribution directly provides the height distribution of the surface of the sample after eliminating the twin image. In comparison with previous research, the proposed method requires a fewer number of illumination wavelengths and has a faster rate of convergence, as well as a better elimination effect, which is demonstrated by the simulation and experimental results.

**Key words:** digital holography; conjugate image eliminated; phase retrieval; multiple-wavelength; image reconstruction techniques

**Received:** 2015-03-23; **Accepted:** 2015-04-30; **Published online:** 2015-08-03 14:23

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.003.html

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61177006); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-14-YJSY-038)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-82339694 Email: xiaow@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0189

# 基于改进 Terminal 滑模的导弹大角度机动控制

马悦悦, 唐胜景, 郭杰\*

(北京理工大学 宇航学院, 飞行器动力学与控制教育部重点实验室, 北京 100081)



**摘 要:** 针对空空导弹攻击载机尾后目标的大角度机动控制问题,提出一种基于复合滑模面与扰动抑制机制的非奇异 Terminal 滑模(NTSM)控制器设计方法。首先建立了包含有气动不确定性的直接力控制系统(RCS)空空导弹数学模型,并采用传统 NTSM 控制方法设计了导弹姿态控制律。然后,在此基础上,针对大角度机动时初始状态远离平衡点的问题,设计了一种复合滑模面以加快系统收敛速度。为解决大攻角下的气动不确定性导致的严重抖振问题,引入了扩张状态观测器(ESO)技术,实现了系统不确定量的在线估计与补偿。对所提方法的稳定性分析证明了系统的有限时间收敛特性。最后,将设计的控制器应用于空空导弹的敏捷转弯大角度机动控制,仿真结果表明新方法可以加快系统收敛速度,并能有效削弱未建模动力学造成的抖振现象。

**关键词:** 空空导弹; 大角度机动; Terminal 滑模控制; 复合滑模面; 扩张状态观测器(ESO)

中图分类号: V249.122; TJ765.2

文献标识码: A      文章编号: 1001-5965(2016)03-0472-09

为实现战斗机的全向攻击,空空导弹需要具备攻击载机尾后目标的能力,进而出现了导弹的越肩发射方式。这种方式要求导弹在发射后进行大角度快速转弯以飞向目标。这种大角度敏捷转弯需要大攻角飞行来获得所需的超机动性,但由于大攻角下气动舵控制的无效性,导弹需要采取直接力控制系统(Reaction-jet Control System, RCS)或推力矢量控制(Thrust Vector Control, TVC)获得失速后的控制力。另外,大攻角下的导弹动力学具有快时变性、非线性以及不确定性等特点,特别是大攻角下的气动力具有较大不确定性。基于这些原因,研究者们通常采用非线性的、鲁棒的控制方法设计用于导弹大角度敏捷转弯的控制律。

由于导弹大攻角下的动力学系统的不确定性,自身具有较强的鲁棒性的变结构控制很早就

被用于敏捷转弯的自动驾驶仪设计。文献[1]提出的方法基于滑模控制,使用气动力/直接力复合控制实现了铅垂平面内的 $180^\circ$ 快速调头机动。神经网络可以用于提高不确定非线性系统的近似动态逆控制能力,在文献[2]中该方法被用于基于直接力系统的敏捷导弹自驾仪,仿真给出了典型的导弹对尾后目标拦截的弹道仿真结果。除此之外,其他方法也被用于敏捷导弹的自驾仪设计,如 $H_\infty$ 方法<sup>[3]</sup>、极点配置方法<sup>[4]</sup>和反步法<sup>[5]</sup>等。最近,一种仅使用气动力控制来完成敏捷转弯的新方法<sup>[6]</sup>被提出,文献[7]深入研究了该方法并给出了仿真结果。上述研究在设计自驾仪时往往假设气动力系数是已知信息,通过插值、工程估算或风洞试验得到,但实际上大攻角下的气动系数是高度不可测的,应当在控制器设计时充分考虑气动不确定性的影响<sup>[8]</sup>。

收稿日期: 2015-04-01; 录用日期: 2015-07-03; 网络出版时间: 2015-08-03 17:24

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1724.018.html

基金项目: 国家自然科学基金(11202024); 航空科学基金(2012ZA720002)

\* 通讯作者: Tel.: 010-68912408 E-mail: guojie1981@bit.edu.cn

**引用格式:** 马悦悦, 唐胜景, 郭杰. 基于改进 Terminal 滑模的导弹大角度机动控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 472-480. MA Y Y, TANG S J, GUO J. Large angle maneuvering control for missiles based on improved Terminal sliding mode method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 472-480 (in Chinese).

滑模变结构控制因其理想的鲁棒性而得到广泛关注与应用,而非奇异 Terminal 滑模(Nonsingular Terminal Sliding Mode, NTSM)控制方法的提出解决了传统滑模控制的收敛时间趋于无穷的问题。本文采用 NTSM 方法设计能够实现空空导弹大角度敏捷转弯的姿态控制律。对于 NTSM 方法,当系统在远离平衡点的位置进入滑动模态时会存在收敛缓慢的问题,针对该问题文献[9]对滑模面进行了改进,文献[10]不仅改进了滑模面形式,还利用终端吸引子思想构造了新的趋近律,文献[11]在此基础上设计了一种指数形式的快速 Terminal 滑模面。但文献[9-11]提出的方法都存在收敛停滞的问题,而且对控制参数的选取要求严苛。

另一方面,大攻角飞行空空导弹的动力学具有较大的气动不确定性,而 NTSM 方法依靠自身的鲁棒性来对抗被控对象的不确定性,这会导致抖振现象的产生且会消耗更多的能量。解决该问题的关键在于对系统不确定量的处理。文献[8]设计的敏捷导弹控制律不需要气动数据,将系统动力学方程中与气动力相关的部分作为未知量来处理。文献[12]采用时间滞后自适应律对包含气动不确定性的未建模动力学进行在线预测,但为系统带来了滞后特性,另外该文献处理的是小攻角( $\alpha < 35^\circ$ )的仿真情形。对于空空导弹的大角度机动问题,实时估计不确定量是一种有效提高控制系统性能的方法。

由上述分析可知,将 NTSM 方法直接应用于空空导弹的大角度机动控制系统设计有其弊端,对此本文在 NTSM 方法的基础上设计新的控制律以满足实际需要。首先建立了包含气动不确定性的空空导弹数学模型,基于此设计并分析了导弹的 NTSM 控制律。为提高系统收敛速度,提出了复合滑模面方法,然后在控制系统设计中引入了抗扰机制,有效削弱了大攻角下气动不确定性造成的严重的抖振现象。详细分析了所提方法的稳定性,最后给出的数值仿真结果证明了所提方法的有效性。

## 1 空空导弹数学模型

本文研究的空空导弹采用配有×型尾翼的无翼式布局(见图1),这种干净弹身外形更利于导弹的大攻角飞行。鉴于空空导弹需具备在无滚转条件下实施控制的能力,本文采用推力大小可连续调节的侧向控制发动机<sup>[2,13]</sup>,以实现导弹的大

攻角机动能力。直接力控制装置安装于导弹质心之前,并假设该装置可以分别沿弹体系的 $+Oy_1$ 、 $-Oy_1$ 、 $+Oz_1$ 和 $-Oz_1$ 这4个方向提供直接控制力。空空导弹在发射后进行大角度姿态变化,此阶段导弹攻角会经历迅速增大(可增大至约 $180^\circ$ ),再由大变小,直至完成整个敏捷转弯的过程。由于在大攻角下气动舵效率降低,甚至失效,故本文单独使用直接力控制完成导弹的敏捷转弯。在敏捷转弯后导弹进入中制导以及末制导阶段,可以使用气动舵进行控制,该阶段的控制问题不是本文的研究内容。

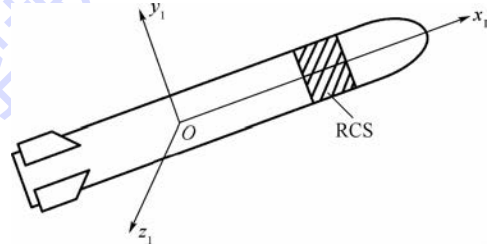


图1 空空导弹外形示意图

Fig. 1 Sketch of air-to-air missile configuration

本文仅针对导弹的俯仰通道进行研究,故只考虑 $Oy_1$ 轴方向上的直接力,其大小记为 $u_R$ ,沿 $+Oy_1$ 轴方向为正。直接力大小可调节且变化连续,定义直接力喷流装置的喷管阀门开度为

$$\delta_R = \frac{u_R}{u_{Rmax}} \quad (1)$$

式中: $u_{Rmax}$ 为直接力喷流装置的最大稳态推力; $\delta_R$ 取值范围为 $[-1, 1]$ 。

描述导弹在纵向平面内运动的非线性数学模型为

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha - X - mg \sin \theta - u_{Rmax} \delta_R \sin \alpha \\ mV \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - mg \cos \theta + u_{Rmax} \delta_R \cos \alpha \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z \\ \frac{dx}{dt} = V \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} = V \sin \theta \\ \alpha = \vartheta - \theta \end{cases} \quad (2)$$

式中: $m$ 为导弹质量; $V$ 为导弹飞行速度; $P$ 为主发动机推力; $X$ 为阻力; $Y$ 为升力; $g$ 为重力加速度; $\theta$ 为弹道倾角; $\vartheta$ 为俯仰角; $\omega_z$ 为俯仰角速度;

$J_z$  为导弹对弹体系  $Oz_1$  轴的转动惯量;  $M_z$  为俯仰力矩;  $x$  和  $y$  为导弹质心相对于地面系的坐标。

在大攻角飞行条件下, 导弹的气动力具有很大的不确定性。研究表明, 当攻角增大至一定程度时(约  $30^\circ \sim 60^\circ$ ), 导弹背风区将产生非对称涡流流动现象, 此时气动力具有明显的随机不确定性<sup>[13]</sup>, 致使导弹的大攻角气动力数据难以预估与建模。为了在导弹数学模型中体现大攻角下的气动不确定性, 本文在适当简化条件下建立的导弹俯仰力矩  $M_z$  的模型为

$$M_z = QSD(m_{za} + m_{zd}) + l_R u_{Rmax} \delta_R \quad (3)$$

式中:  $Q$  为动压;  $S$  为特征面积;  $D$  为特征长度;  $m_{za}$  为俯仰力矩系数近似值;  $m_{zd}$  为俯仰力矩系数扰动值;  $l_R$  为直接力作用点到导弹质心距离。将俯仰力矩系数分为近似值  $m_{za}$  和扰动值  $m_{zd}$ 。近似值采用 Missile Datcom 软件计算得到, 该软件可以给出导弹大攻角下气动数据的大致估计<sup>[14-15]</sup>。扰动值代表气动数据的不确定性, 通过人工设定的方式给出。

## 2 敏捷转弯的 Terminal 滑模控制

导弹实现敏捷转弯的控制策略与方法有很多种, 但无论采用何种方式, 导弹在完成敏捷转弯时, 其弹体指向与速度方向都应该大致指向拦截目标。本文按照文献[7]采用的方式, 对导弹姿态进行控制, 但不同于文献[7]采用的气动舵控制方式, 本文采用直接力控制使弹体指向在短时间内迅速改变方向。与此同时恰当选择主发动机的开机工作时刻, 在主发动机推力的作用下完成速度方向的反转。与控制攻角完成敏捷转弯的方式<sup>[2, 12-13]</sup>相比, 该转弯方式不需要导弹在大攻角机动时实时获取攻角信息, 同时更利于导引头快速捕获目标。

对于本文采用的敏捷转弯方式, 在主发动机工作之前, 弹体姿态已经迅速改变(以  $\vartheta$  增大为例), 此时导弹速度方向变化缓慢( $\dot{\theta} \approx 0$ ), 故有  $\alpha \approx \vartheta$ , 可知攻角会迅速增大。在主发动机开始工作后, 当  $\vartheta$  已趋近于期望值  $\vartheta_c$ , 即  $\omega_z$  趋近于 0, 此时近似有

$$\dot{\alpha} = -\frac{P \sin \alpha}{mV}$$

攻角  $\alpha$  在推力  $P$  的作用下会迅速减小, 而此时在直接力控制的作用下可保持  $\vartheta = \vartheta_c$ 。当  $\alpha$  较小时, 可单独采用气动舵进行控制, 近似满足

$$\dot{\alpha} + \left( \frac{P + QSC_y^\alpha}{mV} \right) \alpha = 0$$

式中:  $C_y^\alpha$  为升力系数对攻角的导数。可知  $\alpha$  最终趋近于 0。这样,  $\vartheta$  与  $\theta$  均趋近于  $\vartheta_c$ , 导弹完成敏捷转弯。

基于此想法, 在设计控制系统时仅考虑导弹的姿态动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta} = \omega_z \\ \dot{\omega}_z = f + \Delta + u \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $f = QSDm_{za}/J_z$ ;  $\Delta = QSDm_{zd}/J_z$ ;  $u = l_R u_{Rmax} \delta_R / J_z$ 。  $f$  与  $\Delta$  分别代表系统中的已知量与未知量, 且满足条件  $|\Delta| \leq l_\Delta$  且  $l_\Delta > 0$ ,  $l_\Delta$  表示系统未知量大小的上界,  $u$  代表系统的控制输入。

对于二阶 SISO 非线性不确定系统式(4), 本节采用传统 NTSM 控制方法设计滑模控制律。采用的滑模面函数  $s$  与控制输入  $u_0$  分别为

$$s = \vartheta - \vartheta_c + \frac{1}{\beta} \omega_z^{p/q} \quad (5)$$

$$u_0 = -\beta \frac{q}{p} \omega_z^{2-p/q} - f - ks - (l_\Delta + \delta) \text{sgn}(s) \quad (6)$$

式中: 期望俯仰角  $\vartheta_c$  为一常值;  $\beta$ 、 $p$ 、 $q$ 、 $k$  和  $\delta$  均为待定的正参数, 其中  $p$  和  $q$  为正奇数, 且  $1 < p/q < 2$ 。

在控制输入  $u$  的作用下, 系统将快速到达滑模面  $s = 0$ , 之后进入滑动模态, 此时有

$$\dot{\vartheta} = -[\beta(\vartheta - \vartheta_c)]^{q/p} \quad (7)$$

对于导弹的大角度机动而言,  $\vartheta$  的初始值(例如  $0^\circ$ )与期望值  $\vartheta_c$ (例如  $180^\circ$ )差距较大, 当系统到达滑模面时仍远离平衡点( $\vartheta_c, 0$ )。而式(7)中  $\vartheta - \vartheta_c$  的指数小于 1, 导致系统的收敛速度较慢。另外, 大攻角下的气动不确定性较严重, 因此  $l_\Delta$  需要较大的取值, 以保证系统的鲁棒性。在控制律式(6)中切换增益的大小直接影响抖振的幅值, 故较大的  $l_\Delta$  取值会使控制输入  $u$  出现明显的抖振现象。

## 3 改进 Terminal 滑模控制律设计

### 3.1 复合滑模面设计

由第 2 节的分析可知, 当系统处于滑动模态时收敛较慢的原因在于  $\vartheta - \vartheta_c$  的指数小于 1。如果当  $|\vartheta - \vartheta_c|$  较大时令指数取值增大, 则  $|\dot{\vartheta}|$  增大, 系统将更快地收敛。基于该想法, 本节采用复合滑模面的方法来加快控制初期的收敛速度, 对于不同的  $\vartheta$  值采用不同的滑模面函数, 进而设计出分阶段的控制律。称此种控制方法为基于复合滑模面的 NTSM(NTSM based on Compound sliding surface, NTSMC)控制方法。对于系统式(4), 定义 2 个滑模面函数:

$$s_1 = \vartheta - \vartheta_c + \frac{1}{\beta} \text{sgn}(\omega_z) |\omega_z|^v \quad (8)$$

$$s_2 = \omega_z + \beta^{1/v} \text{sgn}(\vartheta - \vartheta_c) |\vartheta - \vartheta_c|^w \quad (9)$$

式中: $\beta$ 、 $v$ 和 $w$ 均为待定参数,且满足 $\beta > 0, 1 < v < 2, w > 1$ 。当 $|\vartheta - \vartheta_c| < 1$ 时,控制系统取滑模面为 $s_1 = 0$ ;当 $|\vartheta - \vartheta_c| \geq 1$ 时,控制系统取滑模面为 $s_2 = 0$ 。如图2所示,系统的滑模面具有复合形式。基于复合滑模面,相应的控制律为

$$u_1 = -\frac{\beta}{v} \text{sgn}(\omega_z) |\omega_z|^{2-v} - f - ks_1 - (l_\Delta + \delta) \text{sgn}(s_1) \quad (10)$$

$$u_2 = -w\beta^{1/v} |\vartheta - \vartheta_c|^{w-1} \omega_z - f - ks_2 - (l_\Delta + \delta) \text{sgn}(s_2) \quad (11)$$

当 $|\vartheta - \vartheta_c| < 1$ 时,控制系统取控制律式(10);当 $|\vartheta - \vartheta_c| \geq 1$ 时,取控制律式(11)。易验证控制律式(10)与控制律式(11)非奇异。

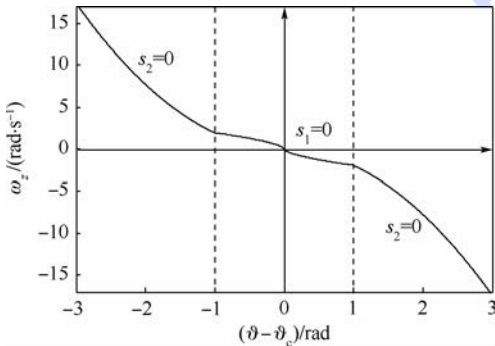


图2 复合滑模面

Fig. 2 Compound sliding surface

### 3.2 基于扩张状态观测器的气动不确定性估计与补偿

抖振现象是滑模控制方法的一大缺陷。对于在大攻角下飞行的导弹,严重的气动扰动是主要的动力学不确定因素,未建模动力学对控制系统的影响十分严重。对于传统 NTSM 控制方法,为消除系统不确定量 $\Delta$ 的影响,控制律式(6)采用切换增益 $l_\Delta$ 来被动地抑制不确定性以实现控制系统的稳定性。但本文研究的被控系统不确定性较大,需要选取较大的 $l_\Delta$ 值,导致控制量的抖振现象十分严重。

为了既能保证控制系统的稳定性与鲁棒性,又能尽可能减小抖振,本节采用扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)来实时估计系统不确定量,并在控制律中予以补偿。ESO理论是中国科学院韩京清<sup>[16]</sup>提出的自抗扰控制方法的核心部分。ESO能在线估计出系统不确定量的大小,它的出现为处理控制系统中的不确定量提供了新的方式,相关研究<sup>[17-18]</sup>已表明ESO突出的

扰动观测能力使其在飞行器控制领域具有巨大的应用价值。对于具有强不确定性的动力学系统,采用这种具有主动抗扰机制的控制器更能满足控制系统的实际需要。

下面采用文献[19]提出的一种非线性ESO形式,构造用于在线估计动力学系统式(4)中不确定量 $\Delta$ 的ESO:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}}_z = \hat{\Delta} + \beta_1 \left( \frac{\omega_z - \hat{\omega}_z}{\varepsilon} \right)^a + f + u \\ \dot{\hat{\Delta}} = \frac{\beta_2}{\varepsilon} \left( \frac{\omega_z - \hat{\omega}_z}{\varepsilon} \right)^{2a-1} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\hat{\omega}_z$ 和 $\hat{\Delta}$ 分别为 $\omega_z$ 和 $\Delta$ 的估计值; $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $a$ 和 $\varepsilon$ 为待定正参数;定义函数 $[\cdot]^a = \text{sgn}(\cdot) |\cdot|^a$ 。ESO将系统中所有未知量的总和作为扩张状态(这里为 $\Delta$ )进行状态观测,由于系统式(4)中状态 $\vartheta$ 与 $\omega_z$ 均是可观测量,故在状态变量中仅选取 $\omega_z$ 作为ESO输入,观测量 $\hat{\Delta}$ 作为ESO输出,构造出二阶ESO。

对于控制系统的设计,在获得ESO在线估计的扰动观测值 $\hat{\Delta}$ 后就可以对不确定量进行补偿,原控制律改为

$$u_3 = -\frac{\beta}{v} \text{sgn}(\omega_z) |\omega_z|^{2-v} - f - \hat{\Delta} - ks_1 - \delta_{\text{ESO}} \text{sgn}(s_1) \quad (13)$$

$$u_4 = -w\beta^{1/v} |\vartheta - \vartheta_c|^{w-1} \omega_z - f - \hat{\Delta} - ks_2 - \delta_{\text{ESO}} \text{sgn}(s_2) \quad (14)$$

式中: $\delta_{\text{ESO}}$ 为ESO的不确定量观测误差上界。分别用控制律式(13)与式(14)替换控制律式(10)与式(11),称此控制方法为基于ESO的NTSMC(NTSMC with ESO, NTSMCE)控制。

### 3.3 稳定性分析

至此,完成了适用于空空导弹大角度机动的改进Terminal滑模控制律的设计。对于不确定非线性系统式(4),当 $|\vartheta - \vartheta_c| < 1$ 时,取控制律为 $u_3$ ,对应的滑模面为 $s_1 = 0$ ;当 $|\vartheta - \vartheta_c| \geq 1$ 时,取控制律为 $u_4$ ,对应的滑模面为 $s_2 = 0$ 。下面对上述控制方法进行稳定性分析。

定义ESO的观测误差为 $e_1 = \omega_z - \hat{\omega}_z, e_2 = \Delta - \hat{\Delta}$ 。用式(4)减去式(12),可得ESO的观测误差动态方程:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_1 \left( \frac{e_2}{\varepsilon} \right)^a \\ \dot{e}_2 = \dot{\Delta} - \frac{1}{\varepsilon} \beta_2 \left( \frac{e_2}{\varepsilon} \right)^{2a-1} \end{cases} \quad (15)$$

在满足一定条件下,ESO的观测量将以有限时间收敛于被观测量的邻域内,关于ESO的收敛

性证明参见文献[19]中的定理2.2。当ESO稳定时,有 $\dot{e}_1=0, \dot{e}_2=0$ ,则观测误差可以表示为

$$\begin{cases} |e_1| = \varepsilon \left| \frac{\varepsilon \dot{\Delta}}{\beta_2} \right|^{\frac{1}{2a-1}} \\ |e_2| = \beta_1 \left| \frac{\varepsilon \dot{\Delta}}{\beta_2} \right|^{\frac{a}{2a-1}} \end{cases} \quad (16)$$

可见观测误差由参数 $\beta_1, \beta_2, a$ 和 $\varepsilon$ 确定。其中最重要的参数是 $\varepsilon$ ,尽管 $\dot{\Delta}$ 是未知的,当 $\varepsilon$ 趋近于零时,  $|e_1|$ 与 $|e_2|$ 分别趋近于零。若 $|e_1|$ 和 $|e_2|$ 被限制到足够小,那么 $\hat{\omega}_z$ 与 $\hat{\Delta}$ 就可以分别收敛于实际状态 $\omega_z$ 与 $\Delta$ 的很小的邻域内。这里假设 $|e_2| \leq \delta_{\text{ESO}}$ 。

对于 $|\vartheta - \vartheta_c| < 1$ 的情况,取滑模面 $s_1 = 0$ 与控制律 $u_3$ 。将滑模面方程式(8)对时间求导,结合动力学方程式(4)与控制律式(13),可得

$$\dot{s}_1 = \dot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_c + \frac{v}{\beta} |\omega_z|^{v-1} \dot{\omega}_z =$$

$$\begin{aligned} \omega_z + \frac{v}{\beta} |\omega_z|^{v-1} (f + \Delta + u_3) = \\ \omega_z + \frac{v}{\beta} |\omega_z|^{v-1} \left( e_2 - \frac{\beta}{v} \text{sgn}(\omega_z) |\omega_z|^{2-v} - \right. \\ \left. ks_1 - \delta_{\text{ESO}} \text{sgn}(s_1) \right) = \\ - \frac{v}{\beta} |\omega_z|^{v-1} [ks_1 + (\delta_{\text{ESO}} \text{sgn}(s_1) - e_2)] \end{aligned}$$

当 $\omega_z \neq 0$ 时,有 $s_1 \dot{s}_1 < 0$ ,满足滑模面到达条件;当 $\omega_z = 0$ 时,有 $\dot{s}_1 = 0$ ,将控制律 $u_3$ 代入系统方程式(4)中,可得

$$\dot{\omega}_z = -ks_1 - (\delta_{\text{ESO}} \text{sgn}(s_1) - e_2)$$

当 $s_1 > 0$ 时,有 $\dot{\omega}_z < 0$ ;当 $s_1 < 0$ 时,有 $\dot{\omega}_z > 0$ 。系统轨迹将穿过直线 $\omega_z = 0$ 而趋向滑模面 $s_1 = 0$  [20]。

综上,系统将类似于指数趋近律的趋近速度趋向滑模面 $s_1 = 0$ ,文献[21]称之为伪指数趋近律。系统到达滑模面 $s_1 = 0$ 后将处于滑动模态,最终以有限时间收敛于平衡点 $(\vartheta_c, 0)$ ,滑动模态上的收敛性证明可参见文献[21]中的定理2。

对于 $|\vartheta - \vartheta_c| \geq 1$ 的情况,取滑模面 $s_2 = 0$ 与控制律 $u_4$ 。将滑模面方程式(9)对时间求导,结合动力学方程式(4)与控制律式(14),可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 = \dot{\omega}_z + w\beta^{1/v} |\vartheta - \vartheta_c|^{w-1} (\dot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_c) = \\ f + \Delta + u_4 + w\beta^{1/v} |\vartheta - \vartheta_c|^{w-1} \omega_z = \\ -ks_2 - (\delta_{\text{ESO}} \text{sgn}(s_2) - e_2) \end{aligned}$$

可知 $s_2 \dot{s}_2 < 0$ ,满足滑模面到达条件,系统趋向于滑模面 $s_2 = 0$ 。

假设在 $|\vartheta - \vartheta_c| > 1$ 的区域,系统到达滑模面 $s_2 = 0$ ,记此时 $\vartheta = \vartheta(t_r)$ ,到达时刻记为 $t_r$ ,即 $t = t_r$ 时, $s_2(t_r) = 0$ 。此后系统将处于滑动模态,假设在 $t = t_r + t_s$ 时刻满足 $|\vartheta(t_r + t_s) - \vartheta_c| = 1$ 。处于滑动模态时有 $s_2 = 0$ ,即

$$\begin{aligned} \omega_z + \beta^{1/v} \text{sgn}(\vartheta - \vartheta_c) |\vartheta - \vartheta_c|^w = 0 \\ \dot{\vartheta} = -\beta^{1/v} \text{sgn}(\vartheta - \vartheta_c) |\vartheta - \vartheta_c|^w \end{aligned} \quad (17)$$

对式(17)进行积分,得

$$\int_{\vartheta(t_r)}^{\vartheta(t_r+t_s)} \text{sgn}(\vartheta - \vartheta_c) |\vartheta - \vartheta_c|^{-w} d\vartheta = \int_{t_r}^{t_r+t_s} -\beta^{1/v} dt \quad (18)$$

式中:

$$t_s = -\frac{1}{\beta^{1/v}(1-w)} (1 - |\vartheta(t_r) - \vartheta_c|^{1-w})$$

由式(18)可知系统于有限时间到达 $|\vartheta - \vartheta_c| = 1$ 处,之后系统将沿滑模面 $s_1 = 0$ 趋近于平衡点 $(\vartheta_c, 0)$ 。进一步分析式(18),若将其看作是以 $w$ 为自变量的函数,取 $\vartheta(t_r)$ 为一任意常数,且满足 $|\vartheta(t_r) - \vartheta_c| > 1$ ,则容易验证 $t_s$ 为不连续的单调减函数, $w = 1$ 为间断点。故当系统处于滑模面上时,本文提出的复合滑模面方法( $\vartheta - \vartheta_c$ 的指数大于1)比传统NTSM方法( $\vartheta - \vartheta_c$ 的指数小于1)具有更大的收敛速度。

假设系统起始点位于 $|\vartheta - \vartheta_c| > 1$ 的区域,当 $|\vartheta - \vartheta_c| = 1$ 时系统尚未到达滑模面 $s_2 = 0$ ,此后系统进入 $|\vartheta - \vartheta_c| < 1$ 的区域,按照滑模面 $s_1 = 0$ 与控制律 $u_3$ 进行控制。如前文所述,系统于有限时间到达滑模面 $s_1 = 0$ ,最终收敛于平衡点 $(\vartheta_c, 0)$ 。

综上所述,在所提新控制律的作用下,系统式(4)具有有限时间收敛特性。

值得注意的是,由于采用了复合滑模面,系统会出现滑模面 $s_2 = 0$ 向 $s_1 = 0$ 以及控制律 $u_4$ 向 $u_3$ 的切换。令 $s_1 = 0, s_2 = 0$ 且 $|\vartheta - \vartheta_c| = 1$ ,易验证复合滑模面是连续的,切换点为 $(\vartheta_c + 1, -\beta^{1/v})$ 和 $(\vartheta_c - 1, \beta^{1/v})$ 。在切换点 $(\vartheta_c + 1, -\beta^{1/v})$ 处,2种控制律分别为

$$u_3 \Big|_{(\vartheta_c+1, -\beta^{1/v})} = \frac{1}{v} \beta^{2/v} - f - \hat{\Delta}$$

$$u_4 \Big|_{(\vartheta_c+1, -\beta^{1/v})} = w\beta^{2/v} - f - \hat{\Delta}$$

在切换点 $(\vartheta_c - 1, \beta^{1/v})$ 处,2种控制律分别为

$$u_3 \Big|_{(\vartheta_c-1, \beta^{1/v})} = -\frac{1}{v} \beta^{2/v} - f - \hat{\Delta}$$

$$u_4 \Big|_{(\vartheta_c-1, \beta^{1/v})} = -w\beta^{2/v} - f - \hat{\Delta}$$

可知切换时控制量不连续,控制量的变化量为

$$\|u_3 - u_4\|_{(\vartheta_c \pm 1, \pm \beta^{1/r})} = \left(w - \frac{1}{v}\right) \beta^{2/r}$$

理想情况下,在切换点处控制律由  $u_4$  直接切换至  $u_3$ ,则系统可以由滑动模态  $s_2 = 0$  直接过渡至滑动模态  $s_1 = 0$ 。但实际的控制系统无法瞬时切换,控制律切换的滞后会导致系统偏离滑模面  $s_1 = 0$  而进入其微小邻域内。但由上文分析可知,在控制律  $u_3$  作用下系统会迅速回到滑模面  $s_1 = 0$  从而进入滑动模态,最终收敛于平衡点  $(\vartheta_c, 0)$ 。

### 4 数值仿真与分析

在本节,采用第3节提出的控制方法,对直接力控制空空导弹进行敏捷转弯的数值仿真研究,模拟典型的攻击尾后目标的掉头机动飞行。假设导弹在铅垂平面内飞行,仿真全程采用直接力控制方式。设导弹初始飞行高度为 5 km,初始马赫数为 0.8,初始俯仰角与攻角均为  $0^\circ$ ,初始俯仰角速度为  $0(^\circ)/s$ ,主发动机推力为 18 kN,直接力喷流装置的最大稳态推力  $u_{Rmax}$  为 3 kN,仿真时间取为 4 s。为完成导弹的  $180^\circ$  转弯,俯仰角指令  $\vartheta_c$  取为  $180^\circ$ ,对于主发动机点火时刻的选择,依据不同选择的仿真结果最终确定,当俯仰角大于  $140^\circ$  时主发动机开始工作。

如第1节所述,导弹在大攻角下飞行存在严重的气动不确定性,故需要在动力学模型中加入气动扰动,并采用人工设定的方式确定其大小。图3为导弹俯仰力矩系数扰动值  $m_{zd}$  随时间的变化情况。在 0~3 s 阶段  $m_{zd}$  按正弦规律变化,结合之后给出的仿真结果可知在 3 s 之后导弹姿态已经稳定地以小攻角飞行,取  $m_{zd} = 0$ 。图4为导弹俯仰角、攻角以及弹道倾角的变化曲线。结果表明,无论是传统 NTSM 方法,还是本文提出的改进 NTSM 方法——NTSMCE 方法,都可以满足俯仰角指令的跟踪要求,且控制性能良好,响应无超调。但采用了复合滑模面与 ESO 的控制方法具有更快的响应速度,上升时间由 NTSM 方法的

1.11 s 缩短为 0.77 s。飞行过程中,2 种方法的最大攻角分别达到  $165^\circ$  (NTSMCE 方法) 与  $161^\circ$  (NTSM 方法),在主发动机推力的作用下 ( $\vartheta > 140^\circ$  时),攻角与弹道倾角剧烈变化,最终攻角趋于  $0^\circ$ ,弹道倾角趋于  $180^\circ$ ,导弹完成敏捷转弯。导弹的俯仰角速度变化曲线如图5所示。由图可知 NTSMCE 方法下的俯仰角速度变化更剧烈。由图6所示的导弹速度的时间历程可知,在攻角急剧变化的过程中 2 种方法下的速度先减小至 15 m/s 左右,后迅速增大。

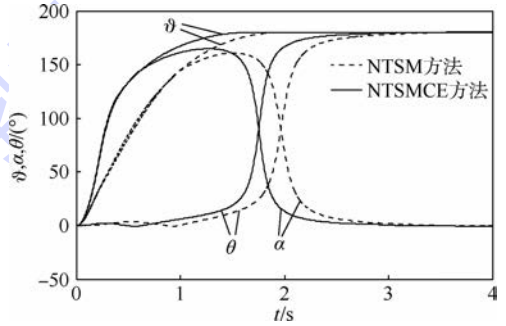


图4  $\vartheta, \alpha$  与  $\theta$  的变化曲线

Fig. 4 Variation curves of  $\vartheta, \alpha$  and  $\theta$

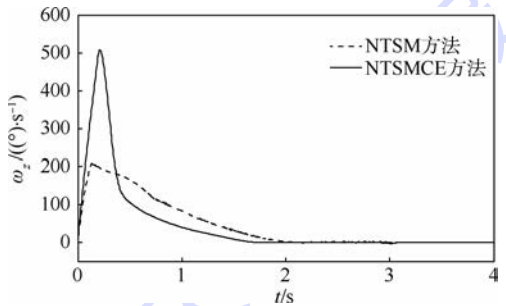


图5 俯仰角速度变化曲线

Fig. 5 Variation curves of pitch angular velocity

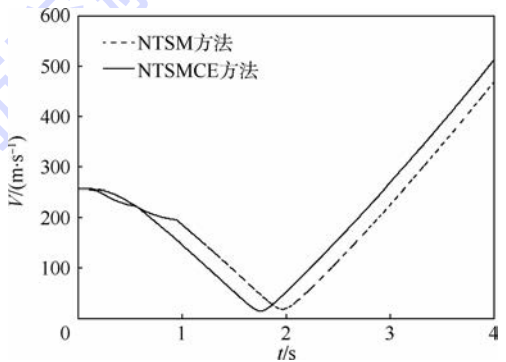


图6 速度变化曲线

Fig. 6 Variation curves of velocity

图7给出了导弹在2种方法下的法向过载的大小,NTSM方法下的过载出现了明显的抖振现象,这是由于该方法下的控制量的抖振造成的,如图8所示。在小攻角飞行条件下,NTSM方法出现了类似于 Bang-Bang 控制的抖振现象(约 3 s

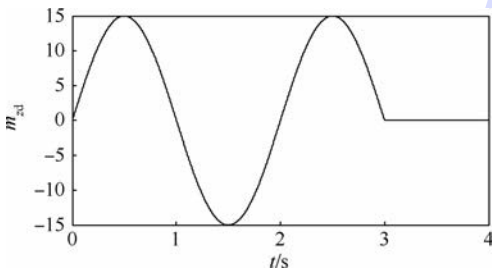


图3 俯仰力矩系数扰动值变化曲线

Fig. 3 Variation curve of disturbed value for pitching moment coefficient

后),而 NTSMCE 方法下的控制量基本无抖振,即使在小攻角下亦是如此,这得益于 ESO 提供的抗扰动机制。ESO 对系统不确定量的在线估计情况如图 9 所示,初期的观测误差较大且变化剧烈,一方面是由于控制饱和导致 ESO 的观测出现偏差,另一方面在于 ESO 中的大增益导致观测误差大时观测量的导数较大,故观测值变化快。

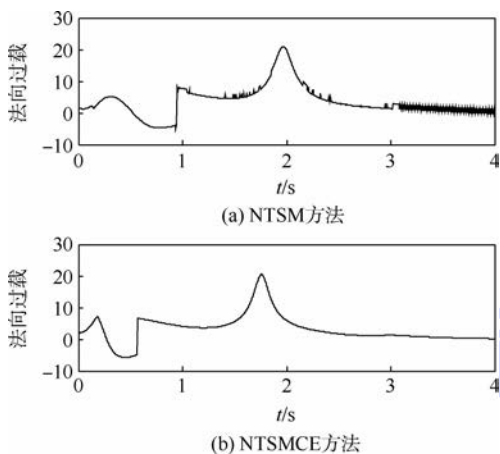


图 7 法向过载变化曲线

Fig. 7 Variation curves of normal overload

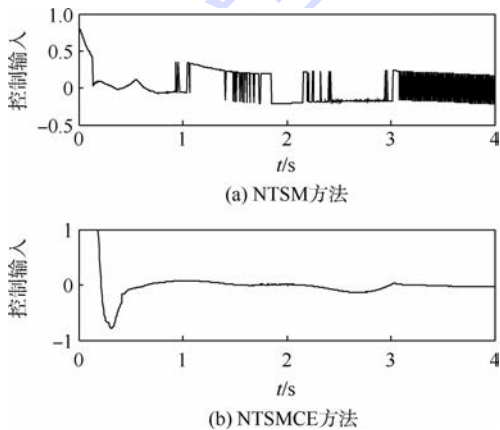


图 8 控制输入变化曲线

Fig. 8 Variation curves of control input

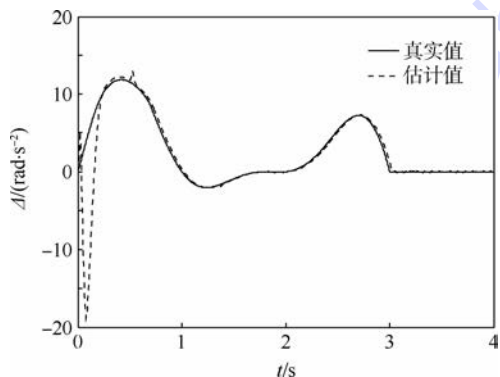


图 9 不确定量的估计

Fig. 9 Estimation of uncertainty

鉴于现阶段推力连续可调 RCS 较难实现,一种技术手段是采用脉宽脉频(Pulse Width Pulse Frequency, PVPF)调制技术<sup>[22]</sup>将连续控制量等效为离散控制量,得到常推力 RCS 工作状态的开关逻辑。图 10 给出了采用经过 PVPF 调制的 RCS 仿真后的控制量输出结果,可近似复现控制律所需的变推力效果。

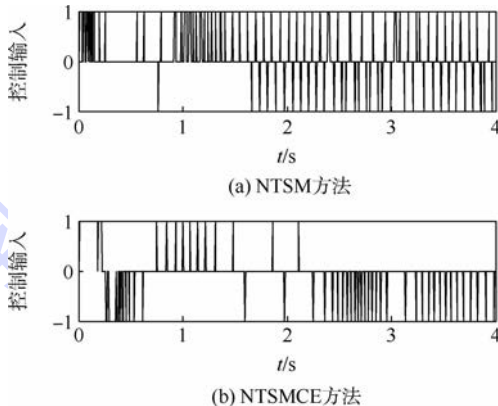


图 10 经 PVPF 调制的控制输入变化曲线

Fig. 10 Variation curves of control input through PVPF modulation

### 5 结 论

本文在传统 NTSM 方法的基础上设计了一种改进控制方法,依靠姿态控制实现了空空导弹的大角度敏捷转弯。与原方法相比,复合滑模面的使用提高了系统的收敛速度,特别适用于空空导弹大角度机动这种初始状态远离平衡点的情况。而使用 ESO 对大攻角下气动不确定量进行在线估计与补偿,使导弹控制系统具备了干扰抑制能力,有效削弱了采用原方法时出现的严重的抖振现象。这样形成了一种基于复合滑模面与 ESO 的非奇异 Terminal 滑模(NTSMCE)控制方法,对该方法的稳定性分析证明了控制系统的有效时间收敛特性,最终通过与传统 NTSM 控制器的对比数值仿真验证了改进方法的有效性。本文所提方法对含有较严重未建模动力学的导弹控制系统的设计具有较好的工程应用价值。

### 参考文献 (References)

[ 1 ] THUKRAL A, INNOCENTI M. A sliding mode missile pitch autopilot synthesis for high angle of attack maneuvering [ J ]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1998, 6(3) :359-371.

[ 2 ] MCFARLAND M B, CALISE A J. Neural networks and adaptive nonlinear control of agile anti-air missiles [ J ]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(3) :547-553.

[ 3 ] KANG S, KIM H J, LEE J I, et al. Roll-pitch-yaw integrated ro-

- bust autopilot design for a high angle-of-attack missile [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32 (5): 1622-1628.
- [4] RYU S M, WON D Y, LEE C H, et al. High angle of attack missile autopilot design by pole placement approach [C] // The 3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 535-539.
- [5] KIM K U, KANG S, KIM H J, et al. Realtime agile-turn guidance and control for an air-to-air missile [C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston: AIAA, 2010.
- [6] RATLIFF R T, RAMSEY J A, WISE K A, et al. Advances in agile maneuvering for high performance munitions [C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston: AIAA, 2009.
- [7] KIM Y, KIM B S, PARK J H. Aerodynamic pitch control design for reversal of missile's flight direction [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2014, 228(9): 1519-1527.
- [8] KIM Y, KIM B S. Pitch autopilot design for agile missiles with uncertain aerodynamic coefficients [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 907-914.
- [9] YANG L, YANG J Y. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(16): 1865-1879.
- [10] 李升波, 李克强, 王建强, 等. 非奇异快速的终端滑模控制方法 [J]. *信息与控制*, 2009, 38(1): 1-8.  
LI S B, LI K Q, WANG J Q, et al. Nonsingular and fast terminal sliding mode control method [J]. *Information and Control*, 2009, 38(1): 1-8 (in Chinese).
- [11] 胡庆雷, 姜博严, 石忠. 基于新型终端滑模的航天器执行器故障容错控制 [J]. *航空学报*, 2013, 34(1): 1-9.  
HU Q L, JIANG B Y, SHI Z. Novel terminal sliding mode based fault tolerant attitude control for spacecraft under actuator faults [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(1): 1-9 (in Chinese).
- [12] LEE C H, KIM T H, TAHK M J. Agile missile autopilot design using nonlinear backstepping control with time-delay adaptation [J]. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 2014, 57(1): 9-20.
- [13] WISE K A, BROY D J. Agile missile dynamics and control [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(3): 441-449.
- [14] SIMON J M, BLAKE W B. Missile Datcom: High angle of attack capability [C] // The 24th Atmospheric Flight Mechanics Conference. Reston: AIAA, 1999.
- [15] ABNEY E J, MCDANIEL M A. High angle of attack aerodynamic predictions using Missile Datcom [C] // The 23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference. Reston: AIAA, 2005, 2: 1111-1129.
- [16] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 31(3): 900-906.
- [17] 马悦悦, 唐胜景, 郭杰, 等. 基于自抗扰与模糊逻辑的大攻角控制系统设计 [J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(8): 1711-1716.  
MA Y Y, TANG S J, GUO J, et al. High angle of attack control system design based on ADRC and fuzzy logic [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(8): 1711-1716 (in Chinese).
- [18] KORI D K, KOLHE J P, TALOLE S E. Extended state observer based robust control of wing rock motion [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2014, 33(1): 107-117.
- [19] GUO B Z, ZHAO Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(6): 420-430.
- [20] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159-2167.
- [21] 张巍巍, 王京. 基于指数趋近律的非奇异 Terminal 滑模控制 [J]. *控制与决策*, 2012, 27(6): 909-913.  
ZHANG W W, WANG J. Nonsingular terminal sliding model control based on exponential reaching law [J]. *Control and Decision*, 2012, 27(6): 909-913 (in Chinese).
- [22] ANTHONY T C, WIE B, CARROLL S. Pulse-modulated control synthesis for a flexible spacecraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1990, 13(6): 1014-1022.

#### 作者简介:

马悦悦 男, 博士研究生。主要研究方向: 飞行器总体设计、飞行动力学与控制。

Tel.: 010-68918678

E-mail: mayy@bit.edu.cn

唐胜景 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 飞行器总体设计、飞行动力学与控制。

Tel.: 010-68918678

E-mail: tangsj@bit.edu.cn

郭杰 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 飞行器总体设计、飞行动力学与控制。

Tel.: 010-68912408

E-mail: guojie1981@bit.edu.cn

# Large angle maneuvering control for missiles based on improved Terminal sliding mode method

MA Yueyue, TANG Shengjing, GUO Jie\*

(Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle of Ministry of Education, School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Based on compound sliding surface and disturbance rejection mechanism, a novel design approach of nonsingular Terminal sliding mode (NTSM) controller is proposed for large angle maneuvering control during an air-to-air missile intercepting a target in the rear hemisphere of the carrier. Firstly, the mathematical model of an air-to-air missile equipped with reaction-jet control system (RCS) is established considering the aerodynamic uncertainties. Subsequently, a missile attitude control law is designed by the traditional NTSM method. On this basis, taking original states far from equilibrium during large angle maneuvering into account, a compound sliding surface is adopted to accelerate the convergence of control system. To solve the problem of severe chattering caused by the aerodynamic uncertainties at high angle of attack, extended state observer (ESO) methodology is introduced to online estimate and compensate the system uncertainties. Furthermore, the stability analysis to the proposed method demonstrates the finite time convergence property of the control system. Eventually, the designed controller is applied to the large angle maneuvering control for agile turn of air-to-air missile. Simulation results reveal that the proposed method is able to make the convergence faster and effectively attenuate chattering caused by unmodeled dynamics.

**Key words:** air-to-air missile; large angle maneuvering; Terminal sliding mode control; compound sliding surface; extended state observer (ESO)

**Received:** 2015-04-01; **Accepted:** 2015-07-03; **Published online:** 2015-08-03 17:24

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1724.018.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1724.018.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (11202024); Aeronautical Science Foundation of China (2012ZA720002)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-68912408 E-mail: guojie1981@bit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0865

# 扭矩辅助型 AMT 有动力升挡控制策略

逯家鹏, 李幼德\*, 韩鹏, 程秀生

(吉林大学 汽车工程学院, 长春 130022)



**摘 要:** 对扭矩辅助型机械自动变速箱 (AMT) 有动力升挡控制策略进行研究。在商用车传统的 AMT 上, 增加了一套由辅助离合器和自动控制装置组成的扭矩辅助机构。搭建了扭矩辅助型 AMT 的动力学模型。结合换挡评价指标, 制定了扭矩辅助型 AMT 有动力升挡控制策略, 基于 2 挡升 3 挡工况进行仿真研究, 并通过整车试验验证该控制策略的有效性。仿真和试验结果表明, 扭矩辅助型 AMT 能够在换挡时输出动力, 改善了换挡品质。

**关键词:** 机械自动变速箱 (AMT); 扭矩辅助; 有动力升挡; 控制策略; 仿真分析

**中图分类号:** U463.212

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0481-08

机械自动变速箱 (Automated Mechanical Transmission, AMT) 存在换挡动力中断问题, 要根本解决这一问题, 需要在传统 AMT 的基础上增加扭矩辅助机构, 作为另一条动力路径传递扭矩。在换挡时, 通过协调控制发动机、变速箱及扭矩辅助机构, 能够在换挡时输出动力, 实现动力不中断换挡。

根据是否增加额外动力源, 扭矩辅助型 AMT 分为 2 种: 无源动力补偿型和有源动力补偿型<sup>[1]</sup>。有源动力补偿装置通常以电机作为动力源, 对原变速箱的结构改动小, 控制简单, 输出扭矩更精确<sup>[2]</sup>, 但是成本较高, 本文采用无源动力补偿方案。

根据换挡时刻发动机的状态不同, 扭矩辅助型 AMT 换挡过程分为 4 种: 有动力升挡、有动力降挡、无动力升挡和无动力降挡<sup>[3-4]</sup>。其中无动力换挡过程中, 辅助离合器不工作, 换挡控制与传统的 AMT 相同。许多专家学者<sup>[5-8]</sup> 对此都做过详尽论述。本文则着重对有动力换挡过程中的升挡控制进行研究。

在传统 AMT 上, 增加了一套由辅助离合器和自动控制装置组成的扭矩辅助机构, 使其在换挡时避免了动力中断。本文建立扭矩辅助型 AMT 的动力学模型, 制定了扭矩辅助型 AMT 有动力升挡控制策略。基于 2 挡升 3 挡工况进行仿真研究, 并通过整车试验验证该控制策略的有效性。

## 1 扭矩辅助型 AMT 结构及工作原理

### 1.1 结构

图 1 为扭矩辅助型 AMT 结构方案。它以 AMT 为基础, 在中间轴和输出轴之间增加扭矩辅助机构, 换挡过程中传递扭矩。该系统有 2 个离合器: 一个是起步离合器, 位于发动机和变速箱之间, 确保汽车平稳起步; 另一个是辅助离合器, 在换挡时传递扭矩。

### 1.2 工作原理

汽车起步时, 起步离合器接合。起步结束后, 起步离合器保持常接合状态。开始换挡时, 辅助离合器的压力不断增加, 传递的扭矩不断增大, 当前挡位齿轮传递的扭矩不断减小。当扭矩减为零

收稿日期: 2015-12-31; 录用日期: 2016-01-15; 网络出版时间: 2016-01-18 10:03

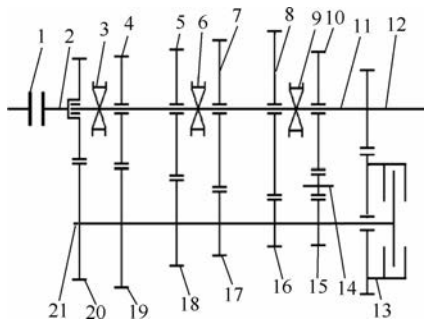
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160118.1003.001.html

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金(20120061110027)

\* 通讯作者: Tel.: 0431-85094999 E-mail: auto\_tcs@jlu.edu.cn

**引用格式:** 逯家鹏, 李幼德, 韩鹏, 等. 扭矩辅助型 AMT 有动力升挡控制策略[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 481-488.  
LU J P, LI Y D, HAN P, et al. Power upshift control strategy of torque-assist AMT[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 481-488 (in Chinese).

时,分离当前挡位的同步器,调整发动机转速,接合目标挡位同步器。当目标挡位齿轮完全接合时,降低辅助离合器压力直至为零,整个换挡过程结束。



1—起步离合器;2—输入轴;3—4、5挡同步器;4—输出轴4挡齿轮;5—输出轴3挡齿轮;6—2、3挡同步器;7—输出轴2挡齿轮;8—输出轴1挡齿轮;9—1挡倒挡同步器;10—输出轴倒挡齿轮;11—输出轴辅助离合器齿轮;12—输出轴;13—辅助离合器;14—倒挡轴;15—中间轴倒挡齿轮;16—中间轴1挡齿轮;17—中间轴2挡齿轮;18—中间轴3挡齿轮;19—中间轴4挡齿轮;20—中间轴5挡齿轮;21—中间轴。

图1 扭矩辅助型AMT结构方案

Fig. 1 Torque-assist AMT structure scheme

图2为扭矩传递示意图,以1挡升2挡为例说明换挡原理。开始换挡时,增大辅助离合器13的压力,使其开始传递扭矩。此时,一部分扭矩由中间轴21,通过辅助离合器13传递给输出轴12。随着辅助离合器扭矩不断增大,输出轴1挡齿轮8传递扭矩不断减小。当输出轴1挡齿轮8传递扭矩变为零时,推动1挡倒挡同步器9,分离输出轴1挡齿轮8,此时辅助离合器13单独传递扭矩。扭矩传递路径如图2黑色虚线所示。调整发动机的转速,当转速下降到2挡对应值时,推动2挡同步器6,输出轴2挡齿轮7接合。然后减小辅助离合器压力,辅助离合器扭矩不断变小,输出轴2挡齿轮7传递的扭矩不断增大,当辅助离合器扭矩为零时,换挡结束。此时的扭矩传递路径如图2红色虚线所示。

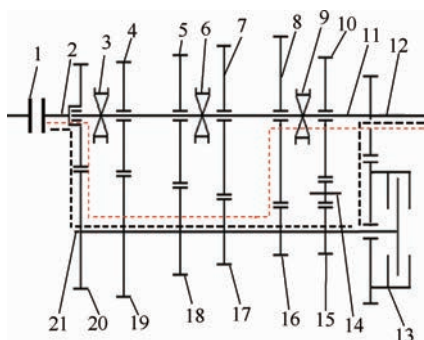


图2 扭矩传递示意图

Fig. 2 Schematic of torque transmission

## 2 动力学模型

### 2.1 发动机模型

发动机的扭矩  $T_e$  可表达为节气门开度  $\alpha$  和转速  $n_e$  的函数,即  $T_e = f(\alpha, n_e)$ 。通过对发动机稳态试验数据进行插值,可以得到发动机的稳态扭矩<sup>[9]</sup>。

但是发动机在实际工作时,通常都处于动态工况,此时气缸内部混合物浓度不断变化,使得输出扭矩偏离稳态扭矩,此时无法通过发动机稳态试验数据拟合得到实际输出扭矩。因此,需要在稳态扭矩  $T_e$  的基础上建立动态模型。发动机的动态输出扭矩  $T_{ed}$  可以表示为<sup>[10]</sup>

$$T_{ed} = T_e \left( 1 - \gamma \frac{d\omega_e}{dt} \right) = T_e (1 - \gamma \varepsilon_0) \quad (1)$$

式中: $\gamma$  为非稳态工况下的发动机扭矩下降系数,本文取 0.03; $\omega_e$  为发动机曲轴角速度; $\varepsilon_0$  为发动机曲轴角加速度。

### 2.2 离合器模型

离合器包括起步离合器和辅助离合器,二者均为湿式离合器。湿式离合器有3种工作模式:完全分离、滑摩和完全接合。完全分离时,湿式离合器的主从动摩擦片之间会产生很小的带排扭矩,本文认为湿式离合器在完全分离的状态下不传递扭矩<sup>[11]</sup>。完全接合时,湿式离合器传递的扭矩是静摩擦扭矩。湿式离合器在完全分离和完全接合之间存在一个中间过渡过程,即滑摩过程,滑摩状态下湿式离合器传递动摩擦扭矩<sup>[12]</sup>。

湿式离合器的滑摩过程非常复杂,油液特性和摩擦副特性都影响其扭矩传递。湿式离合器传递的扭矩  $T_c$  由2个部分组成:粗糙扭矩和黏性扭矩,即<sup>[13-14]</sup>

$$T_c = T_r + T_v \quad (2)$$

式中: $T_r$  为粗糙扭矩; $T_v$  为黏性扭矩。粗糙扭矩  $T_r$  是由摩擦面之间的凸起接触而产生的机械摩擦扭矩,其计算公式为<sup>[15]</sup>

$$T_r = 2\pi Z N_p \frac{r_o^3 - r_i^3}{3} \mu_c P_c \operatorname{sgn}(\omega_{rel}) \quad (3)$$

式中: $Z$  为摩擦副的数量; $N_p$  为有效摩擦面积占总面积的百分比; $r_o$  为摩擦片的外径; $r_i$  为摩擦片的内径; $\mu_c$  为摩擦系数; $P_c$  为接触压力; $\omega_{rel}$  为主从动摩擦片转差。黏性扭矩  $T_v$  是由摩擦面之间的黏性剪切力通过边界油膜传递的扭矩,其计算公式为<sup>[16]</sup>

$$T_v = 2\pi Z N_p \frac{r_o^3 - r_i^3}{4} \eta_c \omega_{rel} \frac{\phi_l - \phi_{fs}}{h} \quad (4)$$

式中: $\eta_c$ 为液压油黏度; $\phi_f$ 和 $\phi_{fs}$ 分别为Patir和Cheng平均流量模型中的流量因数; $h$ 为油膜厚度。

### 2.3 变速齿轮箱模型

扭矩辅助型AMT的变速齿轮箱是普通的平行轴齿轮箱,组成部分包含多对齿轮副和同步器。其中齿轮传动模型<sup>[17]</sup>为

$$\omega_B = \omega_F i_a \quad (5)$$

$$T_B i_a \eta = T_F \quad (6)$$

式中: $\omega_B$ 为输入端转速; $\omega_F$ 为输出端转速; $i_a$ 为变速器速比; $T_B$ 和 $T_F$ 为输入端转矩和输出端转矩; $\eta$ 为齿轮机械效率。

变速器在工作时,通过对同步器施加作用力完成摘挡和挂挡过程。在同步过程中,同步器传递的扭矩为<sup>[18]</sup>

$$T_s = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu_s F_s}{\sin \alpha_s} \left( \frac{R_{so}^3 - R_{si}^3}{R_{so}^2 - R_{si}^2} \right) \quad (7)$$

式中: $\mu_s$ 为同步器同步面摩擦系数; $F_s$ 为同步器上的同步换挡; $R_{si}$ 和 $R_{so}$ 分别为同步器摩擦面的工作内径和外径; $\alpha_s$ 为摩擦面的锥角。

同步时间为

$$t_s = \frac{I_{si} I_{so} (\omega_{si} - \omega_{so})}{\pm T_s (I_{si} + I_{so}) - I_{si} T_{so} + I_{so} T_{si}} \quad (8)$$

式中: $I_{si}$ 和 $I_{so}$ 分别为同步器输入端和输出端转动惯量; $\omega_{si}$ 和 $\omega_{so}$ 分别为同步器输入端和输出端角速度; $T_{si}$ 和 $T_{so}$ 分别为同步器输入端和输出端作用转矩。

### 2.4 轮胎模型

本文使用“Magic Formula”轮胎模型。图3为车轮-轮胎受力图,在水平良好路面上滚动的轮胎受到了纵向力和垂直力, $V_x$ 为轮胎轮心在前进方向的线速度, $\omega$ 为轮胎围绕轮心转动的角速度, $F_z$ 为轮胎在垂直方向受到的负荷, $F_x$ 为轮胎地面接触点纵向力,存在如下力学平衡式<sup>[19]</sup>:

$$T_{drive} + F_x r_w + I_w \bar{\omega} = 0 \quad (9)$$

$$F_x = f(F_z, k) = F_z D \cdot \sin \{ C \cdot \arctan [ Bk - E(Bk - \arctan(Bk)) ] \}$$

式中: $T_{drive}$ 为车轮驱动转矩; $r_w$ 为车轮半径; $I_w$ 为车轮转动惯量; $\bar{\omega}$ 为车轮角加速度; $k$ 为车轮滑移率,可由 $k = V_{sx} / |V_x|$ 得到,其中 $V_{sx}$ 为滑移速度,可由式(10)得到;另外4个系数 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 和 $E$ 依据外倾角和垂直作用力决定。

在纵向 $x$ 方向,轮胎由于受到外力作用,会产生一定程度的滑移,滑移速度为

$$V_{sx} = r_w \omega - V_x \quad (10)$$

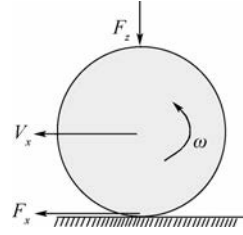


图3 车轮-轮胎受力图

Fig.3 Wheel-tire force diagram

## 3 有动力换挡控制策略

### 3.1 控制策略概述

在有动力换挡过程中,发动机输出正扭矩,由发动机驱动车辆。其特征为目标挡位增加,油门踏板开度增大,车辆速度增大越过换挡线。换挡过程如图4所示,以1挡升2挡为例,整个换挡过程分为3个阶段:摘挡阶段(从 $t_0$ 到 $t_1$ )、发动机调速阶段(从 $t_1$ 到 $t_2$ )和挂挡阶段(从 $t_2$ 到 $t_3$ )。

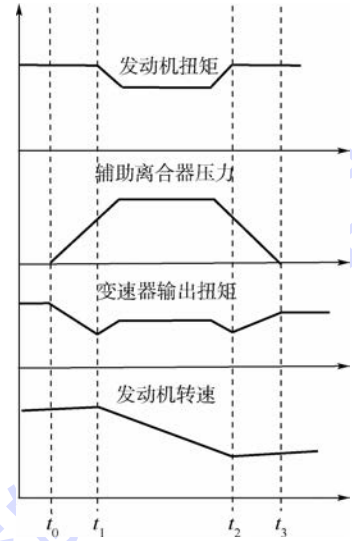


图4 换挡过程示意图

Fig.4 Schematic of upshift process

扭矩辅助型AMT换挡时,起步离合器接合,变速器的输入轴与发动机曲轴刚性连接,且转动惯量较大。由于同步器的扭矩限制,主从动端转速必须精确匹配,再执行换挡;并且换挡过程中滑摩功和冲击度相互影响。因此,制定有动力换挡控制策略,协调控制辅助离合器、发动机和变速器,确保换挡过程迅速、平稳<sup>[20]</sup>。

### 3.2 摘挡阶段控制策略

摘挡力为零时是变速器的最佳摘挡时机。此时变速器内部的接合齿轮处于零扭矩自由状态,既不传递动力,也不传递阻力。在实际换挡过程中,齿轮传递扭矩较小时,也能顺利摘挡。考虑到传感器精度,设定变速器的最佳摘挡时机为

接合齿轮传递扭矩小于  $10 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。传统 AMT 在换挡时,通过分离离合器切断动力,实现顺利换挡。对于扭矩辅助型 AMT,通过精确控制辅助离合器,使得接合齿轮的扭矩逐渐过渡到辅助离合器,实现顺利换挡,同时避免传动系统动力中断<sup>[21]</sup>。

当控制系统发出升挡指令后,增大辅助离合器的压力,辅助离合器的扭矩不断变大,1 挡齿轮传递扭矩不断减小。当 1 挡齿轮传递扭矩接近零时,分离 1 挡齿轮。此时变速器的输出扭矩为  $T_{\text{out}} = i_a T_a + i_1 T_1$ ,其中:  $T_a$  为辅助离合器扭矩;  $i_1$  为 1 挡速比。可得 1 挡齿轮传递扭矩  $T_1 = (T_{\text{out}} - i_a T_a) / i_1$ 。

本文在变速器输出轴上安装了扭矩传感器,可以精确测量变速器输出扭矩  $T_{\text{out}}$ 。而辅助离合器传递的扭矩  $T_a$  可以根据辅助离合器的压力等参数计算得到。结合经验值,设定 1 挡齿轮分离时的临界条件为  $|T_1| = |(T_{\text{out}} - i_a T_a) / i_1| \leq 10$ 。在分离 1 挡齿轮后,进入发动机调速阶段。

### 3.3 发动机调速阶段控制策略

变速器换挡后,发动机通过辅助离合器将扭矩传递到车轮。当升挡时,基于当前车速和目标传动比,降低发动机转速,从而实现顺利换挡。由 Genise 的专利<sup>[22]</sup>可知,当输出轴转速乘以目标挡位传动比与输入轴转速之差小于  $20 \text{ r/min}$  时为最佳换挡转速。在实际控制中,由于换挡执行机构存在时间滞后,需要提前确定换挡转速值。因此,设定转速之差小于  $90 \text{ r/min}$  为最佳换挡转速。

辅助离合器在传递扭矩的过程中,由于摩擦作用会产生热量。并且换挡过程,冲击度和滑摩功相互影响。为了实现最佳换挡性能,根据刘玺<sup>[23]</sup>的研究成果,在发动机调速阶段采用二次型最优控制理论进行最优控制,冲击度和滑摩功作为性能指标函数。

由发动机曲轴状态方程  $J_p^* \dot{\omega}_e = T_e - T_a$ ,可得

$$\dot{\omega}_e = \frac{1}{J_p^*} T_e - \frac{1}{J_p^*} T_a \quad (11)$$

式中:  $J_p^*$  为发动机曲轴转动惯量。

由变速箱输出轴状态方程  $J_v \dot{\omega}_v = i_a T_a - T_1$ ,可得

$$\dot{\omega}_v = \frac{i_a}{J_v} T_a - \frac{1}{J_v} T_1$$

式中:  $T_1$  为负载转矩;  $J_v$  为变速箱输出轴转动惯量;  $\omega_v$  为输出轴角速度。

取状态变量为

$$\begin{cases} x_1 = \omega_e \\ x_2 = \omega_e - i_a \omega_v \\ x_3 = T_a \end{cases}$$

取控制变量为

$$u = \frac{dT_a}{dt}$$

发动机调速阶段的状态方程为

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u + \mathbf{F} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{A}$  为状态矩阵;  $\mathbf{B}$  为控制矩阵;  $\mathbf{F}$  为干扰矩阵。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{J_p^*} \\ 0 & 0 & -\frac{i_a^2}{J_v} - \frac{1}{J_p^*} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{T_e}{J_p^*} \\ \frac{T_e}{J_p^*} + i_a \frac{T_1}{J_v} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = [u]$$

系统的约束条件为

$$\begin{cases} \omega_{\text{emin}} \leq x_1 \leq \omega_{\text{emax}} \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq T_e \\ u \geq 0 \end{cases}$$

式中:  $\omega_{\text{emin}}$  为发动机最低转速;  $\omega_{\text{emax}}$  为发动机最高转速。

系统的初始条件为

$$\begin{cases} x_1(0) = \omega_{e0} \\ x_2(0) = \omega_{e0} - i_a \omega_{v0} \\ x_3(0) = T_{e0} \end{cases}$$

式中:  $\omega_{e0}$  为调速阶段开始时发动机的转速;  $\omega_{v0}$  为调速阶段开始时输出轴转速;  $T_{e0}$  为调速阶段开始时发动机扭矩。

发动机调速阶段结束时,发动机转速与输出轴转速满足挂挡条件,即输出轴转速乘以目标挡位传动比与输入轴转速之差小于  $90 \text{ r/min}$ ,即  $9.42 \text{ rad/s}$ 。

$$N(x(t_f), t_f) = x_2(t_f) = 9.42 \text{ rad/s} \quad (13)$$

根据发动机调速阶段的动力学方程,可得冲击度  $j$  和滑摩功  $L$  为

$$j = i_a \frac{r_w}{i_w J_v} \frac{dT_a}{dt} = i_a \frac{r_w}{i_w J_v} u \quad (14)$$

$$L = \int_0^{t_f} (\omega_e - i_a \omega_v) T_a dt = \int_0^{t_f} x_2 x_3 dt \quad (15)$$

选取发动机调速阶段的最优控制性能指标函数为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (X^T Q x + \eta u^2) dt = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (X_2 X_3 + \eta u^2) dt \quad (16)$$

式中:  $Q$  为正定加权矩阵。

变速器的输出扭矩为  $i_a T_a$ , 其冲击度为

$$j = \frac{d\dot{\omega}_v}{dt} = \left( i_a \frac{dT_a}{dt} - \frac{dT_1}{dt} \right) / J_v \quad (17)$$

根据状态空间方程,使用变分法求得辅助离合器目标扭矩变化率的最优轨迹为

$$u^*(t) = \frac{dT_a}{dt} = - \frac{B^T}{\eta} (P(t)x(t) + M(t) + h(t)) \quad (18)$$

式中:  $P(t)$ 、 $M(t)$ 、 $h(t)$  和  $x(t)$  为待定系数,可以通过逆推法计算这4个系数,根据辅助离合器目标扭矩的变化率和控制周期,即可求得某周期的辅助离合器目标扭矩变化量,通过迭代运算得出辅助离合器目标扭矩。根据辅助离合器目标扭矩和系统的状态方程,即可求得发动机扭矩和辅助离合器主从动盘转速差等其他状态参数。

### 3.4 挂挡阶段控制策略

当发动机转速降低至2挡对应的目标值后,接合2挡齿轮。然后以适当的速度降低辅助离合器的压力,其传递的扭矩随之减小,2挡齿轮传递的扭矩不断增大,变速器的输出扭矩不断增大。辅助离合器压力下降的速度要适当,既不能过快,也不能太慢。增速过快会引起变速器输出扭矩的迅速下降,导致较大冲击;增速过小会延长换挡时间,加剧辅助离合器的磨损。

## 4 仿真及试验分析

### 4.1 仿真分析

为了验证扭矩辅助型AMT有动力升挡控制策略的有效性,根据整车动力性模型建立仿真模型,进行基于2挡升3挡工况的仿真研究,表1为整车参数,设定路面附着系数为0.8,风速为2 m/s,汽车空载,油门踏板开度为0.2。图5为2挡升3挡仿真结果。

汽车在10.6 s开始升3挡,进入2挡摘挡阶段。为了顺利摘挡,不断增加辅助离合器传递的压力,2挡齿轮传递的扭矩不断变小,在10.9 s分离2挡齿轮,换挡过程进入发动机调速阶段。通过协调控制发动机和辅助离合器,使得发动机转速不断下降,在11.55 s发动机转速到达3挡对应的目标值,接合3挡齿轮同步器,换挡过程进入摘

挡阶段,辅助离合器传递的扭矩不断减小,3挡齿轮传递的扭矩不断增加,当辅助离合器完全分离后,换挡过程结束。

表1 整车参数

Table 1 Vehicle parameters

| 参数   | 数值                           |
|--|------------------------------|
| 质量/kg  | 6500                         |
| 轴距/mm  | 4250                         |
| 额定功率 $P/kW$<br>(转速/( $r \cdot \min^{-1}$ ))            | 101(2500)                    |
| 最大扭矩 $T_m/(N \cdot m)$<br>(转速/( $r \cdot \min^{-1}$ )) | 430(1500)                    |
| 变速器传动比   | 6.11, 3.39, 2.05, 1.32, 1.00 |
| 倒档传动比  | 5.22                         |
| 主减速比   | 4.875                        |
| 最高车速/( $km \cdot h^{-1}$ )                             | 99                           |
| 车轮半径/mm  | 406                          |
| 迎风面积/ $m^2$  | 6.5                          |
| 风阻系数   | 0.8                          |
| 滚阻系数   | 0.008                        |

由图5(a)可知,发动机转速在整个换挡过程中变化比较平稳。由图5(b)和图5(c)可知,随着辅助离合器压力的上升,2挡齿轮传递的扭矩不断减小,来自发动机的扭矩由2挡齿轮逐渐向辅助离合器过渡,在10.9 s时,2挡齿轮传递扭矩为0,分离2挡齿轮,换挡过程进入发动机调速阶段。为了降低发动机转速,增大了辅助离合器压力,同时减小了节气门开度,当发动机转速到达3挡对应的转速值时,接合3挡齿轮。辅助离合器压力逐渐下降,3挡齿轮传递的扭矩不断增大,然后进入3挡行驶状态。由图5(d)可知,在整个换挡过程中,变速器都能输出扭矩,从而避免了动力中断。由图5(h)可知,挂挡时刻的冲击度最大,因为起步离合器保持接合,变速器输入轴与发动机刚性连接,转动惯量较大,容易产生冲击。但换挡冲击度绝对值的最大值为  $5.78 m/s^3$ ,可以接受,换挡过程基本平顺。

### 4.2 试验分析

为了验证本文制定的换挡控制策略的有效性,在水平沥青路面上进行整车换挡试验,风速为2 m/s,汽车空载,油门踏板开度为0.2,图6为2挡升3挡的试验结果。为测量变速箱输出轴扭矩和转速,在输出轴安装了扭矩转速传感器,车速由输出轴转速乘以相应系数求得。辅助离合器的压力由压力传感器测量,发动机转速由内置于发动机壳体的转速传感器测量。汽车的纵向加速度由加速度传感器测量,冲击度无法直接测量,由加速度进行微分求解,踏板开度传感器由角位移传感器测量。

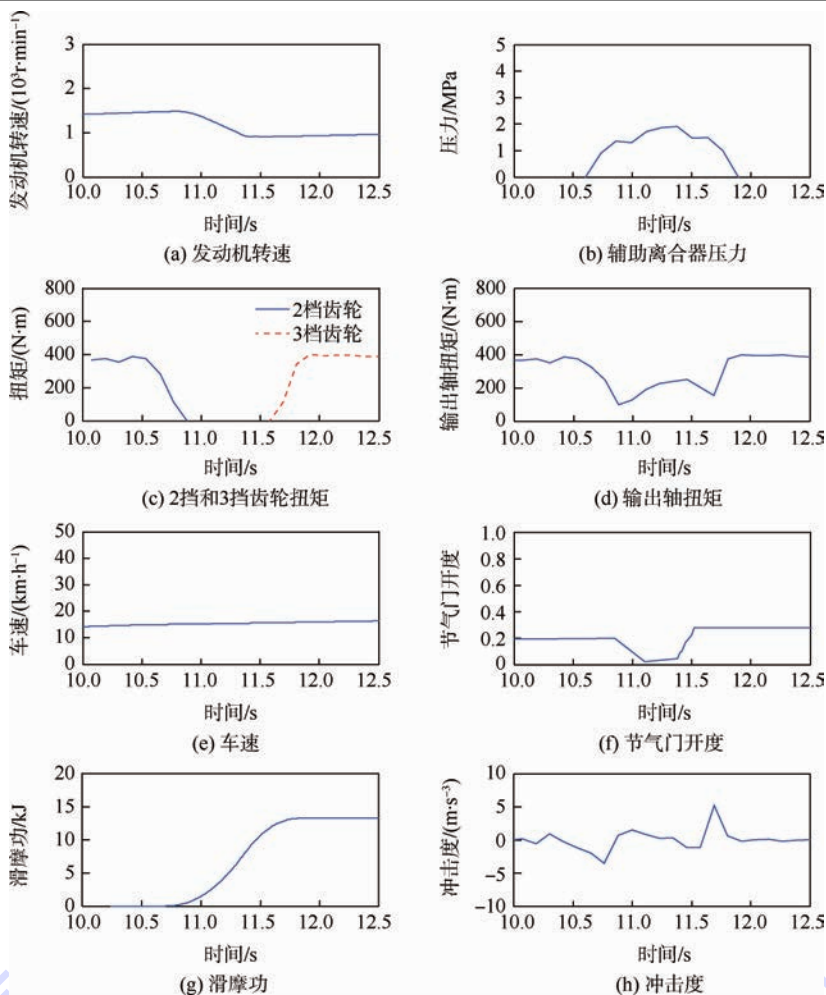


图5 2挡升3挡仿真结果

Fig. 5 Simulation results from the second gear to the third gear

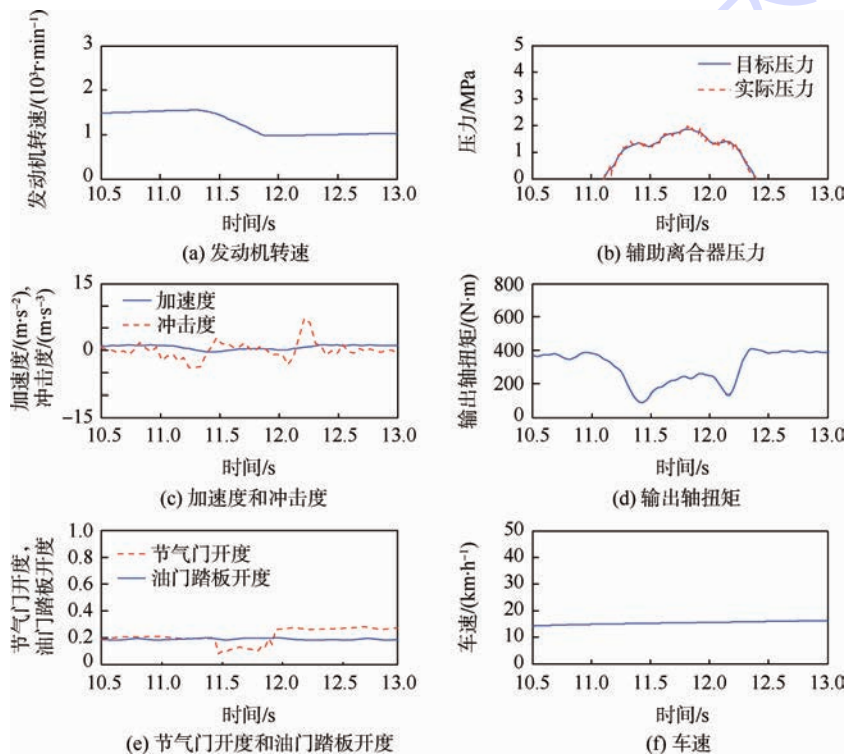


图6 2挡升3挡试验结果

Fig. 6 Test results from the second gear to the third gear

在 11.1 s,汽车开始由 2 挡升 3 挡,此时辅助离合器的压力逐渐上升,辅助离合器传递扭矩不断增大,2 挡齿轮传递扭矩不断变小。在 11.35 s,2 挡齿轮传递扭矩接近零,分离 2 挡齿轮,进入发动机调速阶段。根据目标传动比控制发动机输出扭矩和辅助离合器扭矩,增大辅助离合器压力,减小发动机节气门开度,从而增大发动机与辅助离合器扭矩之差使得发动机转速不断减小,待发动机转速接近目标转速时适当地减小辅助离合器压力,增大节气门开度,从而一定程度上减小发动机与辅助离合器扭矩值差,使得发动机转速尽可能长时间的维持在目标转速附近,为挂 3 挡创造条件。到 12.1 s 时,接合 3 挡齿轮,然后逐渐降低辅助离合器压力,直至为零,升挡过程结束。

由图 6(b)可知,辅助离合器的实际压力能够较好地跟随目标压力,辅助离合器压力智能控制系统能有效控制压力。由图 6(c)可知,在换挡和挂挡时刻产生了一定冲击,因为在这 2 个时间点,变速器的传动比发生改变,容易产生扭矩波动。从图 6(d)可以看出,在换挡过程中变速箱一直输出扭矩,由于辅助离合器传动比较小,因此输出扭矩低于换挡前后的扭矩,但是汽车一直处于加速状态,动力性相对于传统 AMT 得到较大改善。在整个换挡过程中,冲击度绝对值的最大值为  $6.85 \text{ m/s}^3$ ,可以接受,换挡过程基本平顺,保证了较好的换挡品质。

## 5 结 论

本文介绍了扭矩辅助型 AMT 的结构和工作原理,搭建了扭矩辅助型 AMT 的动力学模型,制定了有动力升挡过程的控制策略。基于 2 挡升 3 挡工况,进行了扭矩辅助型 AMT 的仿真研究和整车试验。仿真和试验结果表明:

- 1) 发动机转速、辅助离合器压力、换挡冲击度及车速信号仿真结果与试验结果接近,本文搭建的扭矩辅助型 AMT 车辆模型正确。
- 2) 换挡冲击度参数仿真结果最大值为  $5.78 \text{ m/s}^3$ ,试验结果最大值为  $6.85 \text{ m/s}^3$ ,在精度允许范围内,满足换挡品质要求。
- 3) 换挡过程中有动力输出,换挡冲击度较低。证明本文提出的有动力升挡控制策略可有效提高 AMT 车辆换挡品质。

## 参考文献 (References)

[1] 裴栋. 不分离离合器 AMT 综合控制研究[D]. 长春: 吉林大学, 2009: 5-9.

- PEI D. Research on the integrated control of no separated clutch AMT [D]. Changchun: Jilin University, 2009: 5-9 (in Chinese).
- [2] GALVAGNO E, VELARDOCCIA M, VIGLIANI A. A model for a flywheel automatic assisted manual transmission [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(6): 1294-1305.
- [3] 杨志刚. 汽车自动变速系统智能控制方法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2003: 81-98.
- YANG Z G. Research on the intelligent control method of the automated mechanical transmission of automobile [D]. Chongqing: Chongqing University, 2003: 81-98 (in Chinese).
- [4] 张建国. 双离合式自动变速器控制品质评价与优化[D]. 长春: 吉林大学, 2011: 55-76.
- ZHANG J G. Double clutch transmission control quality evaluation and optimization [D]. Changchun: Jilin University, 2011: 55-76 (in Chinese).
- [5] 王印东. 基于动力传动系统一体化的双离合自动变速器控制技术研究[D]. 长春: 吉林大学, 2012: 49-68.
- WANG Y S. Study on dual clutch transmission based on integrated powertrain control [D]. Changchun: Jilin University, 2012: 49-68 (in Chinese).
- [6] TAGUCHI Y, SOGA Y, MINENO A, et al. Development of an automated manual transmission system based on robust design: SAE 2003-01-0592 [R]. Detroit: SAE, 2003.
- [7] 余志生. 汽车理论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 25-38.
- YU Z S. Automobile theory [M]. Beijing: China Machine Press, 2004: 25-38 (in Chinese).
- [8] MANFRED M, HENNING W, 陈荫三, 等. 汽车动力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 21-45.
- MANFRED M, HENNING W, CHEN Y S, et al. Vehicle dynamics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 21-45 (in Chinese).
- [9] 胡丰宾, 孙冬野, 秦大同, 等. DCT 双离合器联合起步模式建模与仿真 [J]. 江苏大学学报 (自然科学版), 2010, 31(1): 19-25.
- HU F B, SUN D Y, QIN D T, et al. Modeling and simulation for dual clutch launching mode of DCT [J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2010, 31(1): 19-25 (in Chinese).
- [10] 鲁统利, 王衍军. 基于模糊控制的双离合器式自动变速器起步过程仿真研究 [J]. 汽车工程, 2009, 31(8): 746-750.
- LU T L, WANG Y J. A study on the start process simulation of a dual clutch automatic transmission based on fuzzy control [J]. Automotive Engineering, 2009, 31(8): 746-750 (in Chinese).
- [11] ADACHI K, OCHI Y, SEGAWA S, et al. Slip control for a lock-up clutch with a robust control method [C] // SICE 2004 Annual Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004, 1: 744-749.
- [12] BAI S S, MOSES R L, SCHANZ T, et al. Development of a new clutch-to-clutch shift control technology: SAE 2002-01-1252 [R]. Detroit: SAE, 2002.
- [13] 施国标. 电控机械式自动变速器中离合器控制的研究 [D]. 长春: 吉林大学, 1998: 35-49.
- SHI G B. Research on the clutch control of automated mechanical transmission [D]. Changchun: Jilin University, 1998: 35-49

- (in Chinese).
- [14] 胡宏伟. 湿式自动离合器接合过程特性的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2008: 25-38.  
HU H W. Study on the characteristic of automatic wet clutch engagement process[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008: 25-38 (in Chinese).
- [15] 郑磊. 自动变速器的建模与仿真技术研究[D]. 长春: 吉林大学, 2011: 45-61.  
ZHENG L. Research on modeling and simulation technology of automatic transmission[D]. Changchun: Jilin University, 2011: 45-61 (in Chinese).
- [16] 王印东. 双离合式混合动力传动系统模式切换品质仿真研究[D]. 长春: 吉林大学, 2009: 34-51.  
WANG Y S. Simulation research on the mode switching quality of hybrid powertrain with two clutch[D]. Changchun: Jilin University, 2009: 34-51 (in Chinese).
- [17] GOETZ M, LEVESLEY M C, CROLLA D A. Integrated powertrain control of gearshifts on twin clutch transmission; SAE 2004-01-1637 [R]. Detroit: SAE, 2004.
- [18] CHENG X S, LIU X. Research on starting control of wet dual clutch transmission [C] // Proceedings of 2010 International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering (CMCE 2010). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010, 2: 476-479.
- [19] 彼得罗夫 B A. 汽车传动系自动操纵的理论基础[M]. 陆兆风, 译. 北京: 人民交通出版社, 1963: 23-35.  
ПЕТРОВ Б А. Vehicle drive train automatic control theoretical basis[M]. LU Z F, translated. Beijing: China Communications Press, 1963: 23-35 (in Chinese).
- [20] VELARDOCCHIA M, D'ALFIO N, BONISOLI E, et al. Block-oriented models of torque gap filler devices for AMT transmissions; SAE 2008-01-0631 [R]. Detroit: SAE, 2008.
- [21] 陈清洪. AMT\_DCT 自动变速器通用开发平台关键技术研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010: 45-65.  
CHEN Q H. The key control technology research of AMT/DCT automatic transmissions universal development platform [D]. Chongqing: Chongqing University, 2010: 45-65 (in Chinese).
- [22] MANISH K, TAEHYUN S, YI Z. Shift dynamics and control of dual-clutch transmissions [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42 (6) : 168-182.
- [23] 刘玺. 湿式双离合自动变速器换挡关键技术研究[D]. 长春: 吉林大学, 2011: 35-46.  
LIU X. The key control technology research of shift process based on wet dual clutch transmission [D]. Changchun: Jilin University, 2011: 35-46 (in Chinese).

#### 作者简介:

逯家鹏 男, 博士研究生。主要研究方向: 整车性能开发。

Tel. : 0431-81504440

E-mail: lu\_jiapeng@163.com

李幼德 男, 硕士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 汽车地面系统分析与控制。

Tel. : 0431-85094999

E-mail: auto\_tes@jlu.edu.cn

## Power upshift control strategy of torque-assist AMT

LU Jiapeng, LI Youde\*, HAN Peng, CHENG Xiusheng

(College of Automobile Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** The power upshift control strategy of torque-assist automated mechanical transmission (AMT) is researched. A torque-assist mechanism is equipped in the traditional AMT of commercial vehicle, which is made up of an assist clutch and automated control unit. The dynamic model of torque-assist AMT is established. According to the evaluation criterion of the shift process, the power upshift control strategy is developed. The simulation research is carried out based on the state from the second gear to the third gear, and the vehicle test is taken to verify the validity of the control strategy. The simulation and test results show that the torque-assist AMT can output power during the shift process and improve the shift quality.

**Key words:** automated mechanical transmission (AMT); torque-assist; power upshift; control strategy; simulated analysis

Received: 2015-12-31; Accepted: 2016-01-15; Published online: 2016-01-18 10:03

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160118.1003.001.html

Foundation item: Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20120061110027)

\* Corresponding author. Tel. : 0431-85094999 E-mail: auto\_tes@jlu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0142

## 轴向柱塞泵滑靴副传热特征



汤何胜, 阎耀保\*, 李晶

(同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804)

**摘 要:** 为了揭示轴向柱塞泵滑靴底面油膜温度场分布规律, 分析了滑靴副生热机理以及热量传递途径, 在此基础上利用热流量守恒定律建立滑靴副热力学耦合模型, 讨论不同压力和转速工况下滑靴的结构参数对滑靴底面油膜温度的影响。分析结果表明, 滑靴副油膜温度场呈不均匀分布, 沿滑靴半径方向呈递减趋势, 其最大值出现在最薄油膜厚度区域, 容易引起滑靴偏磨磨损, 主要集中在泵的排油区; 恒压高速工况下滑靴内外半径比范围为 1.5 ~ 2.0 之间, 应尽量取较小值, 降低滑靴副油膜温度, 提高滑靴副润滑性能; 恒转速高压工况下阻尼管长度直径比范围为 3.50 ~ 8.75 之间, 应尽量取较小值, 防止滑靴底面油膜温度过高, 改善柱塞泵的散热效果。

**关键词:** 轴向柱塞泵; 滑靴副; 传热特征; 油膜; 温度

**中图分类号:** TH137.5

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0489-08

在高速高压工况下, 轴向柱塞泵滑靴副容易产生泄漏以及黏性摩擦, 滑靴底面油液的发热量增大, 引起油液温度升高, 减小油膜厚度, 缩短轴向柱塞泵的使用寿命<sup>[1-2]</sup>。由于滑靴受到离心力矩以及摩擦力矩的影响, 滑靴与斜盘之间形成楔形油膜, 导致油膜温度场分布不均匀, 引起滑靴表面产生形变, 降低滑靴副润滑性能。同时, 滑靴与油膜之间存在热传导关系, 决定滑靴、斜盘以及油膜之间的热边界条件, 同时滑靴副的传热特征与其润滑特性密切相关, 在这一耦合交互过程中, 滑靴副的热力学参数及其润滑性能直接影响轴向柱塞泵的承载性能及稳定性。

目前, 国外学者围绕滑靴副油膜动力学特性和能量损失机理展开研究<sup>[3-4]</sup>。Schenk 和 Ivantysynova<sup>[5]</sup>考虑滑靴与油膜之间的流固耦合效应, 分析弹性变形对滑靴副能量损失的影响。Kazama<sup>[6]</sup>考虑油液的黏温效应, 建立滑靴副非等

温油膜间隙模型, 结果表明滑靴所受的压紧力和旋转速度是影响油膜温升特性的主要原因。Canbulut等<sup>[7-8]</sup>建立人工神经网络模型分析滑靴副摩擦功率损失, 结果表明滑靴的表面粗糙度、阻尼管直径以及作用面积与滑靴副摩擦功率损失密切相关。Bergada<sup>[9]</sup>和 Kumar等<sup>[10]</sup>围绕滑靴环形密封槽内部流场的动静态特性展开研究, 讨论不同工况下环形槽内流体的运动特征和涡流效应。国内学者对高速高压下轴向柱塞泵滑靴副的润滑机理研究起步较晚<sup>[11-14]</sup>。目前, 大多数研究尚未深入阐释摩擦部件与油膜之间的能量损失特征, 忽略了摩擦部件与油液之间的热传递途径以及温度对固体的物理性能参数的影响, 但这些因素都会引起滑靴底面油膜温度升高, 降低油膜厚度, 影响滑靴的承载性能。

本文分析了滑靴副的功率损失来源以及热量传递途径, 建立滑靴副热力学耦合模型。利用轴

收稿日期: 2015-03-16; 录用日期: 2015-04-18; 网络出版时间: 2015-05-18 20:13

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150518.2013.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(51475332, 51275356)

\* 通讯作者: Tel.: 021-69589736 E-mail: y-yin@tongji.edu.cn

**引用格式:** 汤何胜, 阎耀保, 李晶. 轴向柱塞泵滑靴副传热特征[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 489-496.

TANG H S, YIN Y B, LI J. Heat transfer characteristics of axial piston pump slipper pair[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 489-496 (in Chinese).

向柱塞泵综合性能试验台,开展柱塞泵温度特性试验,并对滑靴副热力学耦合模型的计算结果进行了验证。在此基础上,对比分析滑靴副油膜升温的变化规律,讨论滑靴的结构参数对其热力学特性的影响。

## 1 滑靴副的热力学耦合模型

### 1.1 工作原理

图1所示为轴向柱塞泵结构图。当缸体随主轴旋转时,柱塞沿缸体向左运动时(0°~180°),缸体的工作腔容积减小,促使液压油从配流盘的排油槽流出,为泵的排油区,如A-A视图所示。同理,柱塞沿缸体向右运动时(180°~360°),油液通过配流盘的吸油槽,进入柱塞腔,为泵的吸油区。对滑靴而言,将柱塞腔内高压油经过阻尼管进入滑靴底面以产生液压反推力,平衡滑靴所受压紧力,并提供可靠的流体润滑,减小滑靴表面磨损。

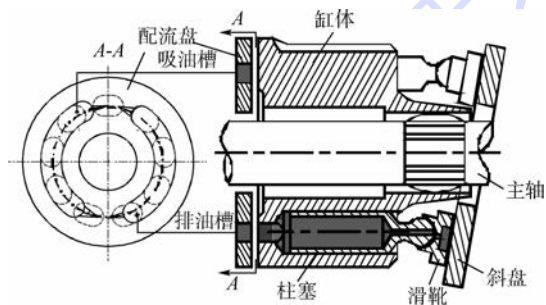


图1 轴向柱塞泵结构图

Fig.1 Structure scheme of axial piston pump

### 1.2 油膜厚度方程

图2所示为滑靴副楔形油膜厚度。滑靴受到倾覆力矩的影响,导致滑靴与斜盘之间形成楔形油膜。其中,滑靴的倾覆角度和中心油膜厚度决定滑靴底面任一点油膜厚度,其表达式为

$$h = h_0 + \alpha r \cos(\theta - \beta) \quad r_0 \leq r \leq R \quad (1)$$

式中: $h$ 为油膜厚度; $h_0$ 为中心油膜厚度; $\alpha$ 为倾覆角度; $\theta$ 为极角; $\beta$ 为倾斜方位角; $r$ 为极径; $r_0$ 为滑靴内径; $R$ 为滑靴外径。

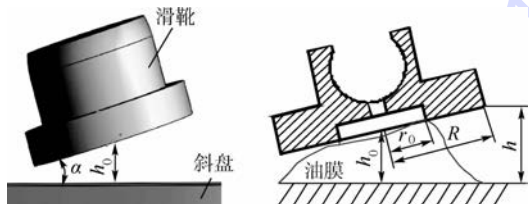


图2 滑靴副楔形油膜厚度

Fig.2 Wedge oil film thickness of slipper pair

### 1.3 油膜压力控制方程

根据 Navier-Stokes 方程和流量连续性方程,

建立滑靴底面油膜压力场,其控制方程为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \cdot \frac{h^3}{\mu} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial p}{\partial \theta} \cdot \frac{h^3}{\mu} \right) = 6v_r \frac{\partial h}{\partial r} + 6v_\theta \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

边界条件为

$$p(r, 0) = p(r, 2\pi), p(r_0, \theta) = p_s, p(R, \theta) = 0$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{(r, 0)} = \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{(r, 2\pi)}$$

式中: $\mu$ 为油液黏度; $v_r$ 为油液的径向速度; $v_\theta$ 为油液的切向速度; $p_s$ 为滑靴油室压力; $p$ 为油膜压力; $t$ 为工作时间。

轴向柱塞泵在工作过程中,柱塞腔内高压油经过滑靴的阻尼管产生压力降后,进入滑靴油室,产生滑靴的支承反力。因此,考虑油液在阻尼管中的压力损失,滑靴油室压力为

$$p_s = p_p - 32\lambda\rho l \frac{Q_s^2}{\pi^2 d^5} \quad (3)$$

式中: $p_p$ 为柱塞腔压力; $l$ 为阻尼管长度; $d$ 为阻尼管直径; $\lambda$ 为沿程阻力系数; $\rho$ 为油液密度; $Q_s$ 为泄漏流量。

### 1.4 温度控制方程

假设滑靴底面油膜处于热力学平衡状态,油膜的能量传递形式主要包括对流换热、传导换热以及热量耗散。忽略油液体积力和热辐射的影响,则油膜的能量方程<sup>[15]</sup>为

$$c_p \rho \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + v_r \frac{\partial T_f}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial T_f}{\partial \theta} \right) = \lambda_o \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} \right) + \mu \left[ \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{4}{3} \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{v_\theta}{r} \right)^2 \right] \quad (4)$$

式中: $\lambda_o$ 为油液热传导系数; $T_f$ 为油膜温度; $c_p$ 为油液的比热容; $z$ 为高度。

除了求解能量方程外,还要求解滑靴和斜盘的热传导方程,其表达式为

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T_s}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} = 0 \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_{sp}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{sp}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T_{sp}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_{sp}}{\partial z^2} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $T_s$ 为滑靴温度; $T_{sp}$ 为斜盘温度。

### 1.5 油液的黏温关系

本文采用32号液压油作为工作介质,温度范围为20~75℃。在常压工况下,压力对油液黏度的影响比较小,这里不考虑。但是油液黏度对温度变化十分敏感。表1所示为不同温度下液压油的实际黏度。液压油的 Reynolds 黏温表达式为

$$\mu = 0.092e^{-0.031T_f} \quad (6)$$

表1 不同温度下液压油的实际黏度

Table 1 Practical hydraulic oil viscosity under different temperatures

| $T_f/^\circ\text{C}$                  | 20   | 30   | 40   | 50   | 60   | 75   |
|---------------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| $\mu/(10^{-2}\text{Pa}\cdot\text{s})$ | 6.75 | 4.19 | 3.19 | 2.21 | 1.57 | 1.21 |

## 2 滑靴副功率损失与热边界条件

### 2.1 滑靴副功率损失

滑靴副泄漏和黏性摩擦是油液温度升高的主要来源。滑靴副受到压力流和剪切流的影响,产生泄漏功率损失和黏性摩擦功率损失,转化成油液内能,表现为油膜温度升高。

图3所示为油液的径向和切向流速。油液流速是影响滑靴副功率损失的主要参数。因此,油液的径向和切向流速为

$$\begin{cases} v_r = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} (z^2 - zh) + \frac{v_{sr}}{h}z \\ v_\theta = \frac{1}{2\mu} (z^2 - zh) + \frac{v_{s\theta}}{h}z \end{cases} \quad (7)$$

式中: $v_{sr}$ 为滑靴的径向运动速度; $v_{s\theta}$ 为滑靴的切向运动速度。

滑靴的径向和切向运动速度为

$$\begin{cases} v_{sr} = \omega r_b \cos \delta \\ v_{s\theta} = \omega r_b \sin \delta - \omega_s r \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\omega$ 为滑靴公转角速度, $\omega = 2\pi nT/60$ , $n$ 为主轴转速, $T$ 为主轴旋转周期; $\omega_s$ 为滑靴自转角速度; $\delta$ 为径向和切向运动速度之间的夹角; $r_b$ 为滑靴支承面任意一点与缸体中心的距离。

滑靴支承面任意一点与缸体中心的距离可表示为

$$\begin{cases} r_b = \sqrt{R_\varphi^2 + R^2 - 2RR_\varphi \cos(180^\circ - \theta)} \\ R_\varphi^2 = (R_d \sin \varphi)^2 + \left(\frac{R_d \cos \varphi}{\cos \beta}\right)^2 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\varphi$ 为缸体转角; $R_\varphi$ 为任意缸体转角下滑靴中心到缸体中心之间的距离; $R_d$ 为柱塞的分布圆半径。

为了计算黏性摩擦功率损失,对油液的径向和切向应力进行求解,即为

$$\begin{cases} \tau_r = \frac{\partial p}{\partial r} \cdot \frac{h}{2} + \mu \frac{v_{sr}}{h} \\ \tau_\theta = \frac{\partial p}{r \partial \theta} \cdot \frac{h}{2} + \mu \frac{v_{s\theta}}{h} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\tau_r$ 为径向应力; $\tau_\theta$ 为切向应力。

摩擦力矩为

$$M_s = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R r_b (\tau_r \cos \delta + \tau_\theta \sin \delta) r dr d\theta \quad (11)$$

黏性摩擦功率损失为

$$W_{s1} = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R (v_r \tau_r + v_\theta \tau_\theta) 2\pi r dr d\theta \quad (12)$$

泄漏流量为

$$Q_s = \int_0^{2\pi} \int_0^h v_r R dz d\theta \quad (13)$$

泄漏流量功率损失为

$$W_{s2} = (p_s - p_c) \int_0^{2\pi} \int_0^h v_r R dz d\theta \quad (14)$$

式中: $W_{s2}$ 为泄漏流量功率损失; $p_c$ 为壳体油腔压力。

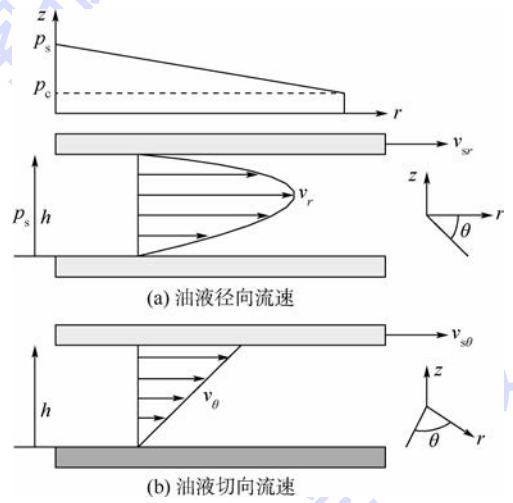
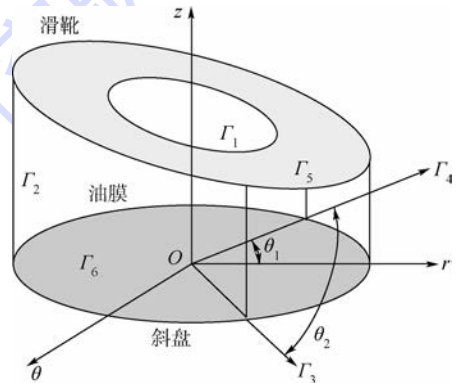


图3 油液径向和切向流速

Fig. 3 Oil radial and tangential velocities

### 2.2 热边界条件

图4所示为滑靴副的热边界条件。滑靴、斜盘与油膜之间的热传导边界包括滑靴表面温度边



- $\Gamma_1$ —滑靴内腔油室与密封带的边界面;
- $\Gamma_2$ —油膜与壳体内腔油液的接触面;
- $\Gamma_3$ — $\theta_1$ 处油膜界面; $\Gamma_4$ — $\theta_2$ 处油膜界面;
- $\Gamma_5$ —滑靴密封带与油膜的接触面;
- $\Gamma_6$ —斜盘与油膜的接触面。

图4 滑靴副的热边界条件

Fig. 4 Thermal boundary conditions of slipper pair

界、斜盘表面温度边界、油膜温度的周向边界和油膜温度的径向边界。

滑靴副的热边界条件如下:

滑靴底面油膜的径向温度边界主要集中在滑靴内腔油室,为入口油液温度,其表达式为

$$T_f \Big|_{r=r_1} = T_{in} \Big|_{r=r_0} \quad (15)$$

式中: $T_{in}$ 为入口油液温度。

滑靴底面油膜温度的周向边界为油膜与壳体腔内腔油液耦合界面,其表达式为

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = \frac{k}{h} (T_f - T_c) \Big|_{r=R} \quad (16)$$

式中: $k$ 为油液换热系数; $T_c$ 为壳体回油温度。

油膜在圆周方向上的热量传递过程可以看作连续热传导过程,其热传导的表达式为

$$\frac{\partial T_f}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_3} = \frac{\partial T_f}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1=0} = \frac{\partial T_f}{\partial \theta} \Big|_{\theta_2=2\pi} \quad (17)$$

滑靴、斜盘与油膜之间的交界面都采用热流量连续边界条件。其中,滑靴与油膜之间的热传导边界主要包括以下3个部分。

1) 滑靴油室与油膜的接触面

$$\frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = k_1 (T_{in} - T_s) \Big|_{r=r_0} \quad (18)$$

式中: $k_1$ 为滑靴热传导系数。

2) 滑靴外径与壳体油液的接触面

$$\frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = \frac{k_1}{h} (T_s - T_c) \Big|_{r=R} \quad (19)$$

3) 滑靴密封带与油膜的接触面

$$\frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = \frac{k_1}{h} (T_s - T_f) \Big|_{z=z_5} \quad (20)$$

斜盘与油膜之间的热传导边界为斜盘与油膜的接触面,其表达式为

$$\frac{\partial T_{sp}}{\partial z} \Big|_{z=z_6} = \frac{k_2}{h} (T_{sp} - T_f) \Big|_{z=z_6} \quad (21)$$

式中: $k_2$ 为斜盘热传导系数。

### 3 理论结果及其分析

本文以 A4VTG90 泵为研究对象,所涉及的主要参数与工况性能为: $R = 12.8 \text{ mm}$ ,  $r_0 = 6.4 \text{ mm}$ ,  $d = 1 \text{ mm}$ ,  $l = 3.5 \text{ mm}$ ,  $k_1 = 98 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $k_2 = 67 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $\rho = 860 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $k = 0.26 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $c_p = 1884 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $p_p = 21 \text{ MPa}$ ,  $n = 1500 \text{ r}/\text{min}$ ,  $T_{in} = 50^\circ\text{C}$ 。为了验证滑靴副热力学耦合模型的准确性,对比分析给定工况下滑靴副油膜温度的变化规律,讨论滑靴半径比和阻尼管长度直径比对油膜温度的影响。

### 3.1 油膜温度对比分析

图5所示为不同柱塞腔压力下滑靴副油膜温度场。从图5(a)可知,滑靴处于排油区时,滑靴受到倾覆力矩的影响,滑靴底面形成楔形油膜,导致油膜温度场呈不均匀分布,且沿滑靴半径呈递减趋势,油膜温度约为  $47.5 \sim 50^\circ\text{C}$ 。其中,颜色较深处为油膜温度的最大值,说明该区域的油膜厚度最薄,容易发生偏磨磨损,而颜色较浅处为滑靴边缘,其原因是油膜与滑靴之间存在热传导过程,油膜温度沿半径方向存在温度差,但是滑靴内腔油室与滑靴边缘之间的温度差不超过  $2.5^\circ\text{C}$ 。从图5(b)可知,当滑靴处于吸油区时,滑靴所受的正向压紧力减小,增强滑靴动压效应,增大滑靴的倾覆角度,此时油膜温度场在半径方向上的温度差发生改变,滑靴边缘处油膜温度为  $46^\circ\text{C}$ 。上述油膜温度变化特征表明滑靴底面油膜温度与柱塞腔压力成正比,随着柱塞腔压力减小,滑靴副泄漏流量和黏性摩擦减少,降低油液内能,表现为油膜温度降低。

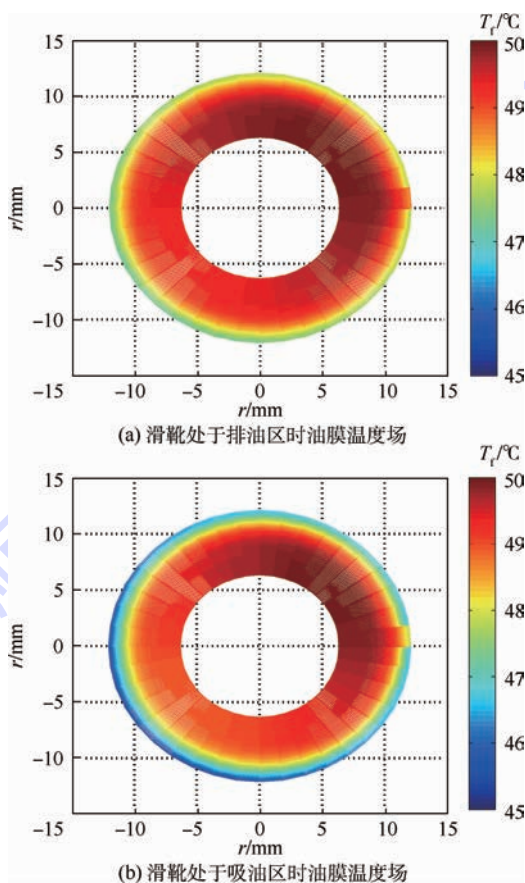


图5 不同柱塞腔压力下滑靴副油膜温度场  
Fig. 5 Oil film temperature field in slipper pair under different piston chamber pressures

图6所示为滑靴副油膜温度变化曲线。计算中,采用文献[16]中所给出的流体和滑靴的初始

参数。结果表明油膜温度随缸体转角变化而发生改变,与试验结果<sup>[16]</sup>的变化趋势接近,数值相差为0.1~0.3℃,由于其采用剩余压紧力法设计了一个斜盘转动而缸体固定的柱塞泵简易装置,在柱塞腔压力为20 MPa和主轴转速为1 650 r/min下测试滑靴底面油膜温度,这个装置的缺点是滑靴因随缸体固定不动而缺少离心力,无法反映滑靴倾覆现象对油膜温升的影响,试验结果只反映滑靴因泄漏和滑动摩擦所造成的油膜温度变化,油膜温度变化趋于平滑,温度波动范围较小。本文考虑了滑靴的动压效应,对压力控制方程进行了修正,计算结果优于前者。当滑靴处于泵的排油区时,油液温度从46℃上升到50℃,这说明滑靴所受的正向压紧力增大,滑靴因泄漏和黏性摩擦产生的功耗损失增大,引起油液温度升高,同时滑靴受到离心力矩和倾覆力矩的影响,滑靴处于持续不稳定的承载状态,油膜温度产生波动。当滑靴处于泵的吸油区时,油液温度从50℃下降到46℃,这说明滑靴的正向压紧力减小,滑靴副功耗损失减小,引起油液温度降低。与文献[16]相比,在滑靴倾覆效应的影响下,理论油膜温度波动更加显著,尤其滑靴处于吸排油交替区时,滑靴底面流体动力压力场增强,楔形油膜厚度急剧下降,温升变化比较剧烈,在某种程度上加剧滑靴表面偏磨磨损。这些特征说明滑靴的动压效应与滑靴副功耗损失密切相关,改变油膜温度,且滑靴的结构参数与油膜温度之间存在映射关系,应予以重视。

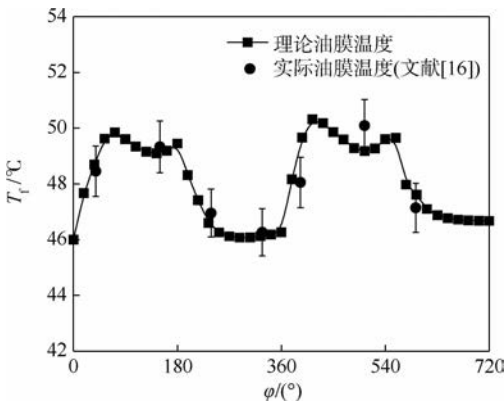


图6 滑靴副油膜温度变化曲线

Fig. 6 Oil film temperature curve in slipper pair

### 3.2 滑靴的半径比对油膜温度的影响

图7为不同柱塞腔压力下滑靴的半径比对油膜温度的影响。从图7可以看出,油膜温度随滑靴的半径比增大而升高,且随柱塞腔压力增大而升高。当滑靴的半径比大于1.5时,随着柱塞腔压力增大,油膜温度的上升幅度明显增加,其原因

是式(11)和式(13)中黏性摩擦力矩项和泄漏流量项与滑靴半径有关;当油液从滑靴的密封带中流出时,泄漏流量因半径比所引起的过流面积增大而明显增加,同时摩擦力矩与滑靴半径成正比,增加泄漏功耗和黏性摩擦功耗损失,最终表现为油膜温度升高,但对相同压力条件下不同滑靴半径比所增加的油膜温升幅度不尽相同。

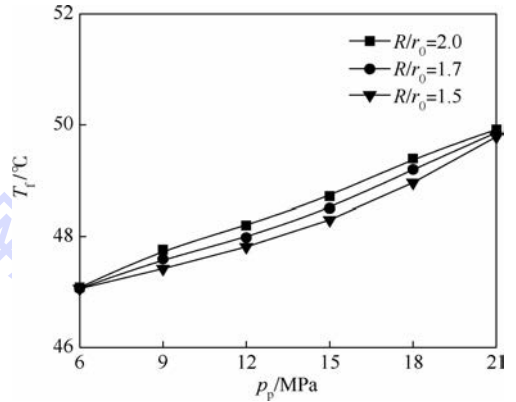


图7 不同柱塞腔压力下滑靴半径比对油膜温度的影响  
Fig. 7 Effects of slipper radius ratio on oil film temperature under different piston chamber pressures

图8为不同主轴转速下滑靴的半径比对油膜温度的影响。从图8可以看出,油膜温度与主轴转速呈单调递增关系,且当主轴转速大于1 200 r/min时,油液温升显著增加,其原因是式(8)中滑靴的径向和切向运动速度与主轴转速呈正相关,影响滑靴底面油液的流动速度,且式(11)和式(13)中黏性摩擦力矩项和泄漏流量项与油液流速以及滑靴半径成正比。当主轴转速增大时,油液流速增加,滑靴副的泄漏功耗与黏性摩擦功耗增大,转化为油液内能,引起油液温度升高。

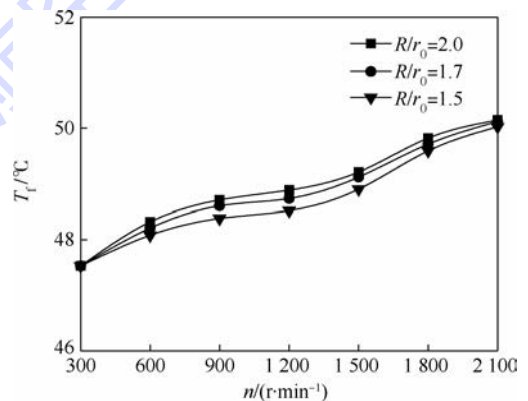


图8 不同主轴转速下滑靴半径比对油膜温度的影响  
Fig. 8 Effects of slipper radius ratio on oil film temperature under different shaft rotational speeds

### 3.3 阻尼管长度直径比对油膜温度的影响

图9为不同柱塞腔压力下阻尼管长度直径比

对油膜温度的影响。阻尼管长度直径比的增大将会引起油膜温度的升高。当阻尼管长度直径比大于 3.50 时,随着柱塞腔压力增大,油膜温度的上升幅度在  $0.2 \sim 0.8^\circ\text{C}$  左右,其原因是式(3)中滑靴油室压力项与阻尼管长度直径比成反比,且滑靴副泄漏流量来自于柱塞腔内高压油,而阻尼管对油液起到节流作用。当阻尼管长度恒定时,泄漏流量随阻尼管直径减小而减小,且滑靴油室压力减小,在某种程度上抑制泄漏功率损失,降低油膜厚度,但是增大油膜的剪切应力,增加黏性摩擦功率损失,导致油膜温度的上升趋势明显加快。

图 10 为不同主轴转速下阻尼管长度直径比对油膜温度的影响。油膜温度与主轴转速呈单调递增关系,不同主轴转速下阻尼管长度直径比对油膜温度的影响较小,其原因是滑靴的泄漏与黏性摩擦功率损失与油液流动速度呈正相关,而阻尼管长度直径比与滑靴油室压力呈负相关,减少

泄漏流量,对油膜温度起到一定的抑制作用。由此可知,阻尼管长度直径比的增大带来的泄漏功耗减少不足以补偿由主轴转速提高所带来的泄漏功耗和黏性摩擦功耗增大,引起油液温度升高。

#### 4 试验结果及其分析

图 11 所示为 A4VTG90 液压泵和液压试验台。由于泵的内部空间紧凑,试验比较困难,且柱塞泵油液温升主要源于摩擦副因泄漏和黏性摩擦产生的发热量、缸体组件的自身发热以及泵的自搅发热,通过泄漏流量进入壳体内腔,所以选择测试泵的回油口温度,分析滑靴的结构参数与柱塞泵回油口温度之间的映射关系。与文献[16]相比,这种试验方法没有破坏滑靴底面油膜特征,考虑了滑靴的动压效应,降低试验难度,所测得的试验结果能反映滑靴结构参数对柱塞泵温升特性的影响。本试验工作介质为 32 号液压油,液压泵的转速范围为  $300 \sim 2\,100 \text{ r/min}$ ,出口压力范围为  $6 \sim 21 \text{ MPa}$ 。

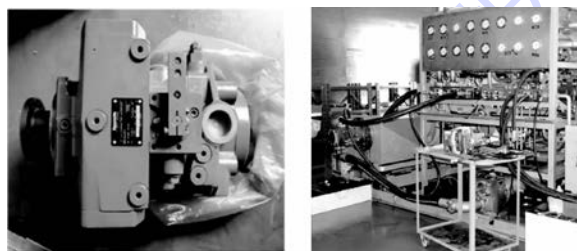


图 11 A4VTG90 液压泵和液压试验台

Fig. 11 A4VTG90 hydraulic pump and hydraulic test bench

图 12 所示为不同柱塞腔压力下油膜温度和回油口温度的对比。当主轴转速为  $1\,500 \text{ r/min}$  时,油膜温度与回油口温度随柱塞腔压力增大而升高,温度变化范围为  $47 \sim 50^\circ\text{C}$ ,这说明柱塞腔压力与油液温度存在耦合效应,柱塞腔压力的增大会增加摩擦副因功率损失所产生的发热量,引起油液温度升高。泵的回油口温度略高于油膜温度,其原因是在建模时只考虑滑靴产生的功率损失,没有涉及柱塞泵内柱塞副、配流副以及轴承发热的影响。不同柱塞腔压力下阻尼管长度直径比对油液温升的影响大于滑靴半径比的影响,当柱塞腔压力为  $12 \text{ MPa}$  时,油液温度的上升幅值为  $0.4 \sim 0.7^\circ\text{C}$ ,这说明恒转速高压工况下阻尼管的长度直径比应取较小值,防止滑靴底面油膜温度过高,影响柱塞泵的散热效果。

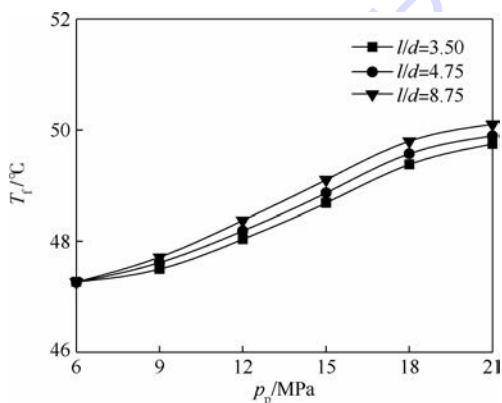


图 9 不同柱塞腔压力下阻尼管长度直径比对油膜温度的影响

Fig. 9 Effects of orifice length diameter ratio on oil film temperature under different piston chamber pressures

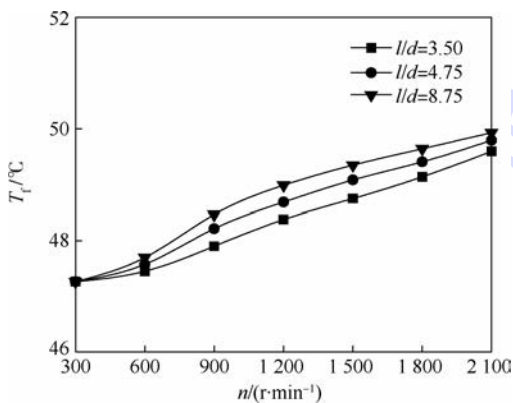


图 10 不同主轴转速下阻尼管长度直径比对油膜温度的影响

Fig. 10 Effects of orifice length diameter ratio on oil film temperature under different shaft rotational speeds

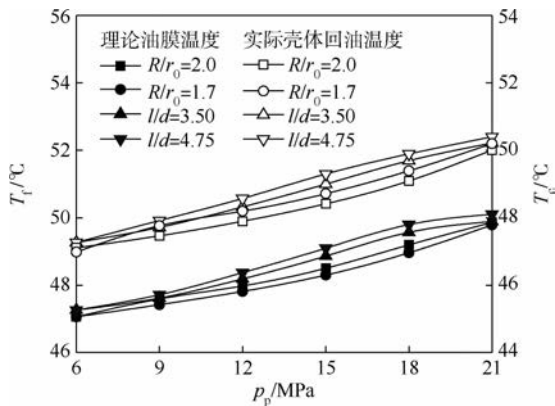


图12 不同柱塞腔压力下油膜温度和回油口温度的对比  
Fig. 12 Comparison of oil film temperature and outlet temperature under different piston chamber pressures

图13所示为不同主轴转速下油膜温度和回油口温度的对比。当柱塞腔压力为21 MPa时,油膜温度与回油口温度随主轴转速增大而升高;但在高转速(大于1200 r/min)范围内,滑靴半径比对油膜温度的影响逐渐超过阻尼管长度直径比的影响,油液温度的上升幅值在0.3~0.7℃左右,其原因是滑靴油室压力与阻尼管长度直径比成反比,式(7)中压力梯度项减小,降低油液流动速度,在一定程度上抑制滑靴的泄漏功耗损失,降低油液温度,而式(12)和式(14)中油液流速项与滑靴半径比呈单调递增关系,增加滑靴副功耗损失,引起油液温度升高,这说明恒压高速工况下滑靴的半径比对滑靴副功率损失的影响更为显著,应尽量取较小值,降低油膜温度,应该引起重视。

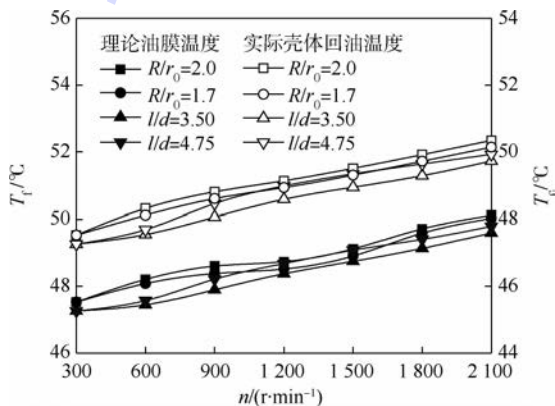


图13 不同主轴转速下油膜温度与回油口温度的对比  
Fig. 13 Comparison of oil film temperature and outlet temperature under different shaft rotational speeds

## 5 结论

1) 滑靴受到倾覆力矩的影响,滑靴与斜盘之间形成楔形油膜,增加滑靴副功率损失,影响滑靴和油膜之间的传热特征,导致油膜温度场呈不均匀分布,且沿滑靴半径方向呈递减趋势。油膜温

度的最大值出现在滑靴底面油膜厚度最薄区域,容易引起滑靴偏磨磨损。油膜温度随柱塞腔压力变化而发生改变,油膜温度的最大值出现在泵的排油区。

2) 恒压高速工况下滑靴半径比与滑靴底面油液流动速度呈单调递增关系,增加滑靴副的泄漏和黏性摩擦功率损失,引起油膜温度的上升幅度在0.3~0.7℃左右。因此,滑靴的半径比范围为1.5~2.0之间,应尽量取较小值,降低油膜温度,提高滑靴副润滑性能。

3) 恒转速高压工况下阻尼管长度直径比与滑靴油室压力呈单调递减关系,降低油膜压力梯度,减小油液流动速度,对油膜温度起到一定的抑制作用,但是黏性摩擦功率损失因油膜厚度变薄而增大,对油膜温度的影响较为显著。因此,阻尼管的长度直径比范围为3.50~8.75之间,应取较小值,防止滑靴底面油膜温度过高,改善柱塞泵的散热效果。

## 参考文献 (References)

- [1] LI C G, JIAO Z X. Thermal-hydraulic modeling and simulation of piston pump [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2006, 19(4): 354-358.
- [2] 付永领,李祝锋,祁晓野,等. 轴向柱塞式电液泵能量转化效率研究[J]. 机械工程学报, 2014, 50(14): 204-211.  
FU Y L, LI Z F, QI X Y, et al. Research on the energy conversion efficiency of axial piston electro-hydraulic pump [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(14): 204-211 (in Chinese).
- [3] DADOUCHE A, FILLON M, BLIGOU D. Experiments on thermal effects in a hydrodynamic thrust bearing [J]. Tribology International, 2000, 33(3-4): 167-174.
- [4] TADEUSZ Z. Testing the heating of the basic components of an axial multipiston pump [J]. Measurement Science Review, 2001, 1(1): 123-126.
- [5] SCHENK A, IVANTYSNOVA M. An investigation of the impact of elastohydrodynamic deformation on power loss in the slipper wash plate interface [C] // Proceedings of 8th JFPS International Symposium on Fluid Power. Tokyo: JFPS, 2011: 228-234.
- [6] KAZAMA T. Thermohydrodynamic lubrication model applicable to a slipper of washplate type axial piston pumps and motors (effects of operating conditions) [J]. Tribology Online, 2010, 5(5): 250-254.
- [7] CANBULUT F, SINANOGLU C, KOC E. Experimental analysis of frictional power loss of hydrostatic slipper bearings [J]. Industrial Lubrication and Tribology, 2012, 61(3): 123-131.
- [8] CANBULUT F, YILDIRIM S, SINANOGLU C. Design of an artificial neural network for analysis of frictional power loss of hydrostatic slipper bearings [J]. Tribology Letters, 2004, 17(4): 887-899.

- [ 9 ] BERGADA J M. Leakage and groove pressure of an axial piston pump slipper with multiple lands[J]. Tribology Transactions, 2008, 51(4):469-481.
- [10] KUMAR S, BERGADA J M, WATTON J. Axial piston pump grooved slipper analysis by CFD simulation of three-dimensional NVS equation in cylindrical coordinates[J]. Computers & Fluids, 2009, 38(6):648-663.
- [11] 刘洪,苑士华,荆崇波,等. 磨损轮廓与弹性变形对滑靴动态特性的影响[J]. 机械工程学报, 2013, 49(5):75-82.  
LIU H, YUAN S H, JING C B, et al. Effects of wear profile and elastic deformation on the slipper's dynamic characteristics [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(5):75-82 (in Chinese).
- [12] 马纪明,李齐林,任春宇,等. 轴向柱塞泵滑靴副润滑磨损的影响因素分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(6):1-6.  
MA J M, LI Q L, REN C Y, et al. Wear analysis of a hydraulic axial pump swash plate/slipper pair[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(6):1-6 (in Chinese).
- [13] 徐兵,李迎兵,张斌,等. 轴向柱塞泵滑靴副倾覆现象数值分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(20):161-168.  
XU B, LI Y B, ZHANG B, et al. Numerical simulation of overturning phenomenon of axial piston pump slipper pair[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(20):161-168 (in Chinese).
- [14] 汤何胜, 阎耀保, 李晶. 柱塞泵滑靴副间隙泄漏及摩擦转矩特性研究[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2014, 42(7):74-79.  
TANG H S, YIN Y B, LI J. Clearance leakage and friction torque of slipper pair in axial piston pump[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2014, 42(7):74-79 (in Chinese).
- [15] SCHENK A, IVANTYSYNOVA M. A transient thermoelasto-hydrodynamic lubrication model of the slipper/swash plate in axial piston machines[J]. Journal of Tribology, 2015, 137(7):031701-1-10.
- [16] KAZAMA T, SUZUKI M, SUZUKI K. Relation between sliding-part temperature and clearance shape of a slipper in swash plate axial piston motors[C]//Proceedings of 9th JFPS International Symposium on Fluid Power. Tokyo: JFPS, 2014:382-389.

#### 作者简介:

汤何胜 男, 博士研究生。主要研究方向: 流体传动与控制。  
E-mail: tanghesheng321200@163.com

阎耀保 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 极端环境下流体传动与控制。

Tel.: 021-69589736

E-mail: y-yin@tongji.edu.cn

## Heat transfer characteristics of axial piston pump slipper pair

TANG Hesheng, YIN Yaobao\*, LI Jing

(College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** To explore the distribution law of oil film temperature field at slipper pair for axial piston pump, a thermodynamic model of slipper pair was built through the conservation law of heat flux after analyzing its transfer mechanism in detail. The effects of slipper structure parameters on film temperature under different piston chamber pressure and shaft rotational speeds were discussed. The results show that the film temperature distribution is non-uniform and show decreasing tendency along slipper radius. The maximum film temperature takes place in the slipper region where oil film thickness is thinnest. The phenomenon occurs mainly in discharge stroke, and causes slipper partial abrasion. When the slipper radius ratio is set from 1.5 to 2.0, the smaller radius ratio is selected to decrease film temperature and improve slipper lubrication performance under high shaft rotational speed. When the orifice length diameter ratio is set from 3.50 to 8.75, the lower orifice length diameter ratio is useful to decrease film temperature and improve the cooling effect of pump.

**Key words:** axial piston pump; slipper pair; heat transfer characteristics; oil film; temperature

Received: 2015-03-16; Accepted: 2015-04-18; Published online: 2015-05-18 20:13

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150518.2013.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51475332, 51275356)

\* Corresponding author. Tel.: 021-69589736 E-mail: y-yin@tongji.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0156

# 基于非参数边缘积分估计的局部特征描述子



郑明国, 吴成东\*, 陈东岳, 贾同, 金勇虎

(东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819)

**摘 要:** 为提高图像匹配性能提出了关于局部区域特征描述子的统计模型。该模型是一种基于梯度模值及方向分布的边缘积分函数模型。在离散梯度方向的边缘积分函数与梯度矢量场的模值累积方向直方图相同。采用基于核函数的非参数估计,估计了该函数,应用于尺度不变特征变换(SIFT)描述子。为了提高描述子的旋转不变性、独特性,降低运算复杂度,将特征点周围的局部区域作为圆形,由径向采样网格划分为8个子区域。在每个子区域估计边缘积分函数,特征向量由每个小块8个方向的函数值组成。实验表明,该描述子能够提高旋转变换的检测率(查全率),降低运算复杂度。

**关键词:** 梯度分布; 非参数估计; 边缘积分; 尺度不变特征变换(SIFT); 图像匹配

**中图分类号:** V249.32<sup>+</sup>5; TP391.4

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0497-09

基于局部区域描述的图像匹配方法广泛地应用于视觉导航、前景合成、图像检索以及目标跟踪等<sup>[1-3]</sup>。其中基于局部区域一阶梯度分布的特征描述子被广泛研究,例如尺度不变特征变换(Scale Invariant Feature Transform, SIFT)描述子<sup>[4]</sup>、梯度方向直方图(Histogram of Oriented Gradient, HOG)描述子<sup>[5]</sup>和梯度定位与方向直方图(Gradient Location and Orientation Histogram, GLOH)描述子<sup>[6]</sup>等。SIFT描述子在一些范围内具有尺度、旋转、仿射、光照和压缩不变性。旋转以仿射不变性是视觉导航过程中很重要的因素。构建基于一阶梯度分布的特征算子的关键在于局部特征提取算法、采样网格的方式以及直方图统计算法。其中局部特征主要为梯度主方向或一阶梯度分布。采样网格的设计主要针对算子的不变性需求。例如,为了提高SIFT的旋转不变性,研究人员提出了基于旋转变换的直角坐标采样网

格<sup>[7]</sup>、极坐标采样网格<sup>[6]</sup>和环采样网格<sup>[8]</sup>等方法;针对仿射变换的采样网格方法则大体包括基于图像仿射变换的直角坐标采样网格<sup>[9]</sup>和径向采样网格<sup>[3]</sup>等。关于组成直方图的方法,除SIFT使用的传统直方图统计算法外,文献[10]提出了一种统计模型,设梯度方向分布为圆形正态分布,并在此基础上使用参数估计方法描述局部特征。但该算法没有考虑梯度模值,只提到梯度方向,且特征向量维数比SIFT算法的维数增加了3倍,因此运算速度较慢。

为了提高基于图像梯度分布的局部特征描述子的不变性、实时性及准确性,提出了一种新的梯度分布统计模型。用模值累积梯度方向直方图作为离散边缘积分函数,使用非参数估计方法实现该函数的精确估计。针对视觉导航应用中十分重要的图像匹配算法的旋转不变性问题,提出了基于径向采样网格的SIFT描述子,降低特征向量维

收稿日期: 2015-03-19; 录用日期: 2015-07-17; 网络出版时间: 2015-10-30 16:05

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1605.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(61273078)

\* 通讯作者: Tel.: 024-83687146 E-mail: wuchengdong@ise.neu.edu.cn

**引用格式:** 郑明国, 吴成东, 陈东岳, 等. 基于非参数边缘积分估计的局部特征描述子[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 497-505. ZHENG M G, WU C D, CHEN D Y, et al. Local feature descriptor based on nonparametric marginal integration estimation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 497-505 (in Chinese).

数和运算复杂度。

## 1 模值累积方向直方图的统计模型

直方图是一种概率密度函数的离散形式,对它的估计方法分为2种:参数估计和非参数估计。若在局部领域内像素的梯度方向分布形态已知,则估计称为参数估计,反之则称为非参数估计。如设方向分布为方向统计学的混合正态分布,方向分布估计为参数估计<sup>[10]</sup>。本文设分布函数形态是未知的,用非参数估计方法描述特征向量,这种情况下不仅考虑到梯度方向,而且也考虑到梯度模值。

### 1.1 关于模值累积梯度方向直方图的数学模型

设 $D$ 为连续图像局部领域, $\xi$ 和 $\eta$ 分别为局部领域内像素点的梯度模值和方向。 $\xi$ 的变化区间为 $\Omega_1 = [0, M]$ , $\eta$ 的变化区间为 $\Omega_2 = [0, 2\pi]$ 。记 $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$ , $\zeta = (\xi, \eta)$ 为概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上的二维随机变量,联合分布函数为

$$F(x, y) = P\{\xi < x, \eta < y\} = \iint_{00}^{xy} f(s, t) ds dt \quad (1)$$

式中: $x$ 和 $y$ 为随机变量 $\xi$ 和 $\eta$ 取的实数值,联合概率密度函数 $f(x, y)$ 是未知的。将边缘积分算子定义为

$$g(y) = \int_{x \in \Omega_1} m(x, y) f(x, y) dx \quad (2)$$

式中: $m(x, y)$ 为可积函数; $g(y)$ 为关于 $y$ 的边缘积分函数。

设 $m(x, y) = x$ 时,边缘积分函数为

$$g(y) = \int_{x \in \Omega_1} xf(x, y) dx \quad (3)$$

本文将模值累积梯度方向直方图作为式(3)的边缘积分函数 $g(y)$ 。假如 $m(x, y) = 1$ , $g(y)$ 是边缘概率密度函数,而且是只考察方向的直方图。当 $m(x, y)$ 为 $x$ 与边缘概率密度函数 $f_\eta(y)$ 之比时, $g(y)$ 为 $\eta$ 的条件数学期望。由于联合概率密度函数 $f(x, y)$ 未知,用像素的梯度模值和方向角估计边缘积分函数。所以边缘积分函数估计就是非参数估计。

### 1.2 边缘积分函数的非参数估计

设 $(X_i, Y_i)$ 为样本向量, $X_i$ 为像素的梯度模值, $Y_i$ 为方向角, $N$ 为样本容量。式(3)中,关于联合概率密度函数 $f(x, y)$ 和边缘积分函数的估计量用核函数法<sup>[11]</sup>可得到

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{Nh_x h_y} \sum_{i=1}^N K_x\left(\frac{x - X_i}{h_x}\right) K_y\left(\frac{y - Y_i}{h_y}\right) \quad (4)$$

式中: $K_x$ 和 $K_y$ 为核函数; $h_x, h_y$ 为窗口的宽,且为常量。

核函数是一元函数,必须满足下面的条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_x(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} K_y(u) du = 1 \quad (5)$$

由式(3)和式(4)可知,关于边缘积分函数的估计量为

$$\hat{g}(y) = \frac{1}{Nh_x h_y} \sum_{i=1}^N K_y\left(\frac{y - Y_i}{h_y}\right) \int_{x \in \Omega_1} x K_x\left(\frac{x - X_i}{h_x}\right) dx \quad (6)$$

若核函数满足下面的条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} u K_x(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} u K_y(u) du = 0 \quad (7)$$

则边缘积分函数的估计量可为

$$\hat{g}(y) = \frac{1}{Nh_y} \sum_{i=1}^N K_y\left(\frac{y - Y_i}{h_y}\right) X_i \quad (8)$$

## 2 基于离散边缘积分函数的 SIFT 特征向量描述

一般 SIFT 算法运算复杂度较大,其中描述子计算时间大约占总运算时间的 40%。本文提出一种基于径向采样网格和边缘积分值估计的 SIFT 描述子,目的在于提高匹配效率而降低运算复杂度。

### 2.1 径向采样

特征点提取及主方向计算和 SIFT 算法相同,但采样网格以及特征向量结构并不一样。标准 SIFT 算法将局部区域选取为正方形<sup>[12-15]</sup>,通过直角坐标采样网格,将特征点周围的区域划分为 $d \times d$ (一般 $4 \times 4$ )个子区域。将局部区域坐标轴旋转至主方向后,组成对每个子区域的 8 个方向梯度直方图。坐标轴旋转公式为

$$\begin{cases} u' = u \cos \theta - v \sin \theta \\ v' = u \sin \theta + v \cos \theta \end{cases} \quad (9)$$

式中: $u$ 和 $v$ 为旋转前局部区域内采样点的坐标; $u'$ 和 $v'$ 为坐标轴旋转后新坐标; $\theta$ 为旋转角度。图 1(a)显示坐标轴旋转结果。对求出的 $u'$ 和 $v'$ 的值进行四舍五入时,会产生误差。图上白色点的坐标变换结果不正确。 $\theta$ 在 $15^\circ \sim 45^\circ$ 区间变化时,白色点的占有率由 5% ~ 18% 单调递增。其他区间也一样。因此,计算基于种子点和像素点之间距离的权重时会产生误差。

结果,全图片的旋转角度为 $30^\circ$ 以上时,基于直角坐标采样网格的 SIFT 算法的匹配效率下降。

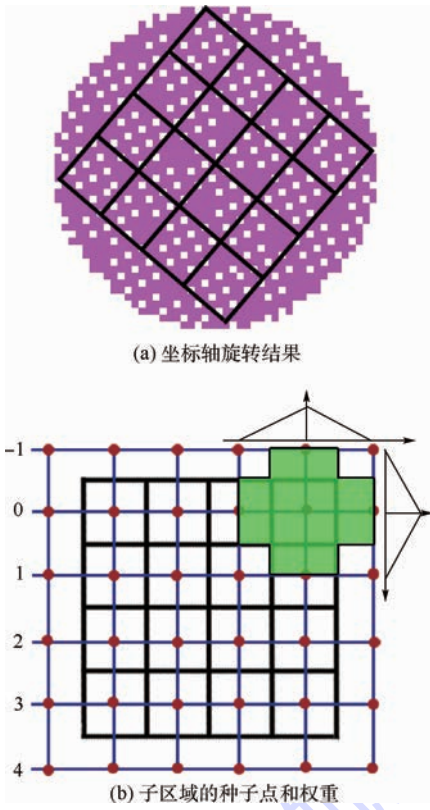


图1 SIFT局部区域  
Fig.1 SIFT local region

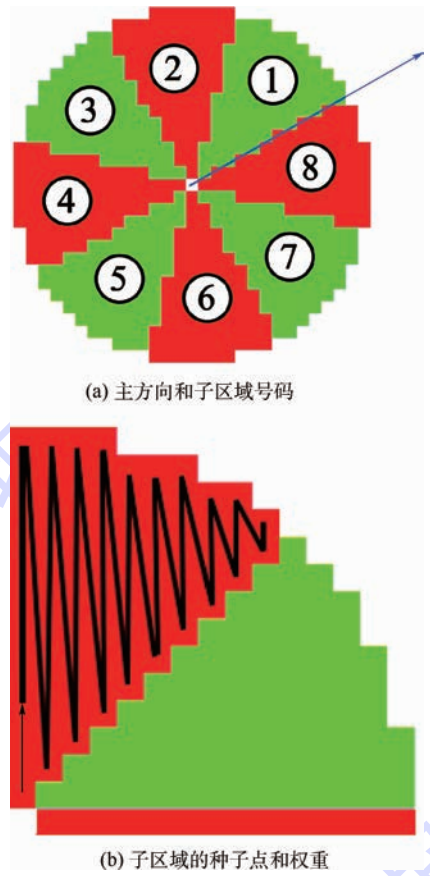


图2  $M=8$ , 半径14的径向采样网格  
Fig.2  $M=8$ , radial sampling grid of radius 14

为了提高 SIFT 算法的旋转不变性,有研究提出极坐标采样网格及环采样网格,但径向采样网格最适合用来实现局部区域的梯度分布特性。具体来说,极坐标采样方法采用 17 个子区域的 16 方向直方图构成 272 维特征向量。随后,用主成分分析(PCA)将维数降低为 128 维。弱点是每个子区域的像素数目不同,而此前进行关于图像数据库的 PCA 运算,要得到本特征向量,所以若图像数据库不同,则匹配效果下降。环采样网格方法将局部区域划分为 8 个环形区域,计算关于 8 个环子区域的 8 维梯度方向直方图,每个子区域的像素数目不同而且较小,因此,不能表明统计特性,独特性下降。本文提出径向采样网格,局部区域选取为圆形区域。圆形区域的径向采样网格有 3 个优点:

- 1) 轻易选定对关键点的局部区域,其与图像旋转及主方向无关,不需要坐标轴旋转变换。
- 2) 使局部区域跟主方向计算过程中的圆形区域一致。
- 3) 用圆的对称性轻易决定像素点存在于哪个子区域。

每个子区域的像素数目一致,不仅满足旋转不变性,而且有可能扩展到椭圆形区域来满足仿射不变性。图 2 显示径向采样网格。

如局部区域大小不同,独特性和运算复杂度也不同。SIFT 算法<sup>[3-4]</sup>采用大小为  $W \times W$  的正方形区域,实际上,每组内 3 个层的局部区域大小平均为  $24 \times 24$ 、 $32 \times 32$  及  $36 \times 36$ 。文献[3]用 brisenham 运算来实现径向采样,局部区域大小可变。将 3 个层的局部区域设定成半径为 11、14 和 17 的圆形区域。为了决定像素点存在于哪个子区域,需计算像素点的圆心角。设该角度为  $\beta$ 。运行程序之前,如图 2(b)所示,对一个子区域内的像素采用“之”字型的排列方法,计算每个像素点的  $\beta$  角,记录在程序里。运行时,用圆的对称性得到其他子区域内所有像素点的  $\beta$  角。设主方向为  $\alpha$ ,径向采样数为  $M$ ,像素点存在的子区域号码为  $m$ 。设  $\alpha$  和  $\beta$  的取值在  $[-180, 180)$  时:

$$m = \begin{cases} \left\lceil \left[ \frac{M}{2\pi}(\beta - \alpha) \right] + 1 \right\rceil & 0 \leq \beta - \alpha \\ \left\lceil \left[ \frac{M}{2\pi}(\beta - \alpha + 2\pi) \right] + 1 \right\rceil & \beta - \alpha < 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\lceil \cdot \rceil$ 为取整数维。最后子区域号码确定需要一次乘运算和一次减运算。

## 2.2 特征描述

设梯度方向和局部区域主方向为  $y$ ,在式(8)中将该变量离散得到特征向量。设径向采样子区

域为  $D_m (m = 1, 2, \dots, M)$ , 边缘积分函数为  $g_m(y)$ 。

由于每个子区域的函数估计方法一致, 不失一般性, 只在一个子区域上估计离散边缘积分函数  $g(y)$ 。设对  $N$  个子区域内像素点的样本向量为  $(X_i, Y_i)$ 。

首先采用式 (11) 来变换  $Y_i, y_i$  属于区间  $[0, 8)$ 。

$$y_i = \frac{2\pi Y_i}{K} \quad (11)$$

随后, 估计在离散点  $y = y_k^c$  的边缘积分值。由式 (12) 的  $y_k^c$  量化为  $K$  个值。

$$y_k^c = k \quad k=0, 1, \dots, K-1 \quad (12)$$

设  $h_x = h_y = 1$ , 核函数  $K_x$  和  $K_y$  分别为

$$K_x(u) = \begin{cases} 1 & |u| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

$$K_y(u) = \begin{cases} 1 & |u| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

该核函数满足条件式 (5) 和式 (7), 由式 (8)、式 (11) 及式 (12), 估计在离散点  $y_k^c$  的边缘积分值。该估计量为

$$\hat{g}(y_k^c) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i K_y(y_i - y_k^c) \quad (15)$$

该估计量不仅是无偏估计量, 而且是相合估计量 (证明略)。若核函数  $K_y$  为式 (16), 它和 SIFT 的方向权重一致。

$$K_y(u) = \begin{cases} 1+u & -1 \leq u < 0 \\ 1-u & 0 \leq u \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

由式 (15), 能够得到  $M$  个子区域的离散边缘积分函数, 即模值累积梯度方向直方图。最后将所有子区域的直方图连接成为  $M \times K$  维的特征向量。

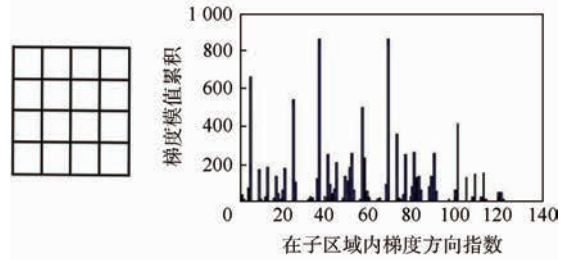
$$\mathbf{r} = (g_1(1), g_1(2), \dots, g_1(K), g_2(1), g_2(2), \dots, g_2(K), \dots, g_M(1), g_M(2), \dots, g_M(K)) \quad (17)$$

因此特征向量维数为  $M \times K$ 。设  $M = 8, K = 8$ , 得到 64 维特征向量。

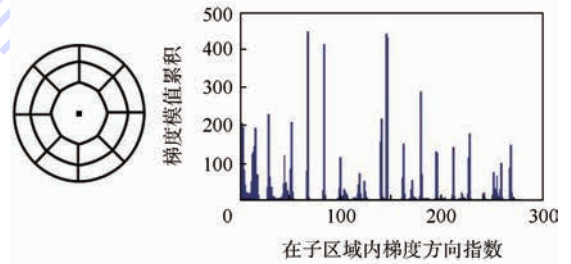
为了适应光照变化进行规范化处理, 将上限设为  $T_r = 0.25$  时其效果最好。标准 SIFT、GLOH 和 Ring<sup>[8]</sup> 以 0.2、0.23 和 0.35 为描述最合理。图 3 依次表示直角坐标采样网格 (SIFT<sup>[9]</sup>)、极坐标采样网格 (GLOH)、环采样网格 (Ring) 和径向采样网格 (本文) 区域标准化之前的梯度方向直方图。



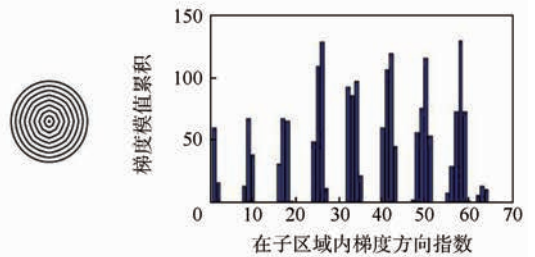
(a) 特征点



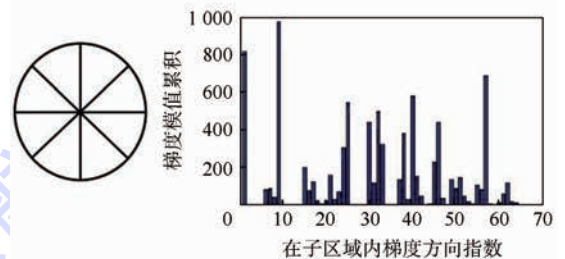
(b) 直角坐标采样网格的直方图



(c) 极坐标采样网格的直方图



(d) 环采样网格的直方图



(e) 径向采样网格的直方图

图 3 在同一特征点关于不同描述子的直方图

Fig. 3 Histogram for different descriptors at the same feature point

从图 3 可以看出, 在 GLOH 中 1~16 的成分值较大而在 Ring 中循环性较强。本文的目的在于提高独特性而得到较高的查全率, 所以没考虑去除掉错误匹配对, 只考察基于  $l_1$  距离的穷举匹配基准。将参考图像特征向量  $\mathbf{z}_i$  的集合设为  $Z$ , 测试图像的特征向量设为  $\mathbf{r}$ , 2 个向量之间的距离  $l_1$  设为  $d(\mathbf{r}, \mathbf{z}_i)$ , 那么  $M_r$  为

$$M_r = \frac{d(\mathbf{r}, \mathbf{z}_k)}{\min\{d(\mathbf{r}, \mathbf{z}_i) \mid \mathbf{z}_i \in Z \setminus \{\mathbf{z}_k\}\}}$$

$$k = \arg \min_i (d(\mathbf{r}, \mathbf{z}_i)) \quad (18)$$

若其值小于某种阈值  $T_M$ ,  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{z}_i$  被认为匹配对。图4表示按照大小顺序排列的对于参考图像特征点的测试图像特征点的穷举匹配基准。可以看出匹配对与非匹配对之间的穷举匹配基准差距越大,对匹配对分类的正确率越高。

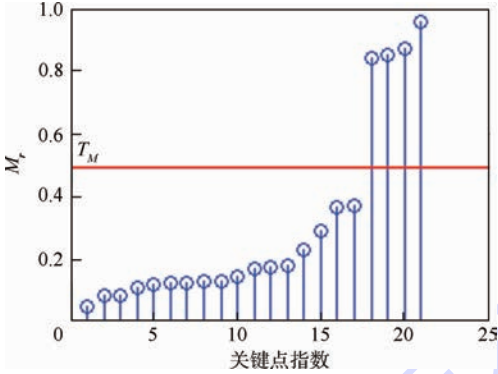


图4 顺序排列的穷举匹配基准

Fig.4 Ordered exhaustion matching criterion

### 3 实验结果

本文采用2类图像数据:①牛津建视觉几何数据库(<http://www.robots.ox.ac.uk/>);②目的在于遥感图像与航空图像一起匹配的图像数据。其参考图像为<http://map.baidu.com/>提供的遥感图像,而测试图像为在3D-google earth软件中得到的模拟航空图像及CSUAV数据库(<https://www.sdms.afrl.af.mil/>)。所有算法均在Windows7,32位操作系统下运行,电脑配置为内存2G,AMD,X2 B24 CPU3G。本文及其他描述子则使用作者提供的源代码在VC++2008平台运行,也在MATLAB2012(a)平台运行来显示了中间计算结果。

#### 3.1 按照旋转角的描述子的匹配指标

基于视角的导航与定位一定要满足在描述阶段中旋转变换及仿射变换的鲁棒性,特别是对于  $-180^\circ \sim 180^\circ$  之间旋转变换的不变性。本文考虑到描述子的对称性,所以只考察  $0^\circ \sim 180^\circ$  的范围。参考图像与测试图像特征点的提取方法跟SIFT一致,而通过选择不同的描述子,决定特征向量,在匹配阶段要抓住正确的匹配对,所以没有采用RANSAC或OSRA来除掉匹配后的错误匹配,只是采用基于  $l_1$  距离的穷举匹配法。

实际上正确的匹配对设为正匹配对,而其个数设为  $N_p$ ,分类后正匹配对个数为  $N_{TP}$ ,没有成为

正匹配对的个数设为  $N_{FN}$ ,此时  $N_p = N_{TP} + N_{FN}$ 。在匹配方法不变的情况下,描述子的描述能力越强,正匹配对个数越多。其指标作为查全率  $t_p$ ,而其计算公式为

$$t_p = \frac{N_{TP}}{N_{TP} + N_{FN}} \quad (19)$$

本文关注关于旋转变换的描述子的查全率。首先选择在1m分辨率的遥感图像(参考图像)及旋转  $180^\circ$  的模拟航空图像(测试图像)中恰当的区域而选取较少个数的特征点,然后采用最新版本的SIFT<sup>[9]</sup>与本文的方法来得到有顺序的穷举匹配指标进行对比,如图5所示。



(a) 遥感图像



(b) 180°的模拟航空图像

图5 遥感图像和模拟航空图像

Fig.5 Remote sensing image and simulated aerial image

阈值与SIFT一致设为  $T_M = 0.4971$ 。若穷举匹配指标小于阈值,其被认为匹配。图6顺序的穷举匹配指标的对比,由图6得知,与已有的SIFT相比,在旋转角较大的情况下,正匹配对个数有一定增加,从而提高查全率。

采用2种参考图像(图7(a)和图7(b))的旋转图像(图7(c)和图7(d)),跟随旋转角的典型描述子的查全率如图8所示。测试结果显示,最新版本SIFT和本文的查全率较高,2种方法之间的平均查全率差距为20%。GLOH的尺度不变性及压缩鲁棒性较好,但  $10^\circ$  以上的范围内旋转变换的鲁棒性很差<sup>[6]</sup>。

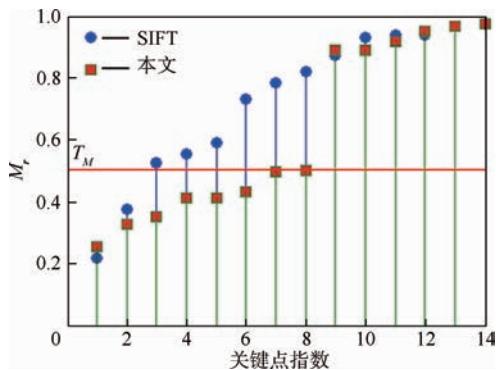


图6 顺序的穷举匹配指标对比

Fig. 6 Comparison for ordered exhaustion matching value



(a) 参考图像1

(b) 参考图像2



(c) 旋转图像1



(d) 旋转图像2

图7 参考图像与旋转图像

Fig. 7 Reference image and rotated image

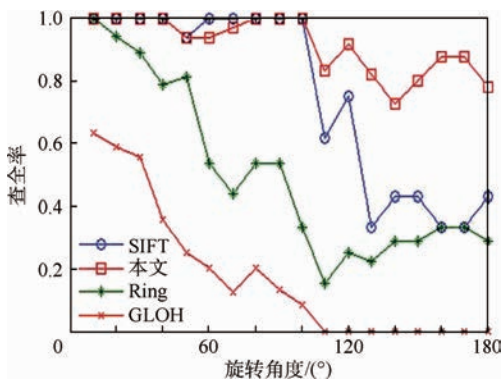


图8 关于旋转角度的查全率

Fig. 8 Recall for rotation angle

图9为从CSUAV数据库得到的遥感图像(参考图像)和无人机实拍的图像(测试图像)。图9(a)上3个四边形区域对应图9(b)中3幅图像。

如图9所示,对于测试图像,除了旋转变换之外,影子、噪声、光照及尺度变化的影响也比较大。此时,本文算法的查全率下降为42%~63%,而最新版本SIFT查全率为16%~28%,2种算法的差距为23%。还需要别的匹配方法。



(a) 遥感图像



(b) 无人机实拍的图像

图9 遥感图像和无人机实拍的图像

Fig. 9 Remote sensing image and UAV image

### 3.2 描述子的描述指标及查全率

基于局部区域统计特性的描述子的描述能力,与该描述子的特征向量包括多少非相关成分有关。采用基于方差极大值化的主成分分析,从特征向量提取非相关成分。假设按照某一个描述子得到 $p$ 维特征向量 $r_i, i = 1, 2, \dots, N_d$ 。其中 $N_d$ 为特征点的个数。以其特征向量为行向量组

成  $N_d \times p$  矩阵。对于其输入矩阵的列进行归一化,设为  $\mathbf{R}$ 。 $\mathbf{R}\mathbf{R}^T$  的本征值按大小排列而得到  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ 。用式(20)来计算具有 80% 以上的贡献率的主成分个数。

$$q = \min \left\{ k \mid \sum_{i=1}^k \frac{\lambda_i}{p} \geq 0.8 \right\} \quad (20)$$

$q/p$  比率越近于 1,在特征向量中不需要的成分越少。另一方面,在随着  $p$  增加而  $q$  也增加的情况下,基于描述子得到的特征向量中说明变量的个数也越大。因此,加权主成分个数设为描述指标。其公式为

$$Q = q \times \frac{q}{p} = \frac{q^2}{p} \quad (21)$$

其次,一定要对于其输入矩阵的列进行归一化。采用图像数据库,得到 15 800 个特征向量,其描述指标计算结果如表 1 所示。较大的描述指标不一定提高查全率,但却是提高查全率的必要条件之一。较小的描述子是不能期待较高的查全率的。

表 1 描述指标计算结果

Table 1 Computational result of description indicator

| 算法         | $p$ | $q$ | $Q$   |
|------------|-----|-----|-------|
| GLOH       | 272 | 110 | 44.48 |
| 本文         | 64  | 32  | 16    |
| SIFT-(4×4) | 128 | 38  | 11.3  |
| Ring       | 64  | 20  | 6.25  |
| SIFT-(2×2) | 32  | 14  | 6.125 |

### 3.2 描述子的运算复杂度

标准 SIFT 描述方法一般将正方形局部区域划分为  $4 \times 4$  个子区域,在每个子区域将方向直方图描述为 8 维向量。此时,由图 2(b)可知,除子区域之外,也考虑到它的上下左右的小区域。基于像素点与种子点之间的距离,像素点与特征点之间的距离及梯度方向,得到梯度模值的权重。因此,计算一个像素的权重时,需要 13 次乘运算。GLOH 描述算法除对每个像素需 8 次乘运算以外,还需要 128 次乘运算来进行主成分变换。环采样需一次乘运算。本文提出了径向采样,只需要 2 次。由于特征点向量的维数也降低为 64 维,降低匹配的运算复杂度及运算时间。

对图 10 显示的图像提取 SIFT 特征点,得到关于各种算法的描述时间(表 2)。

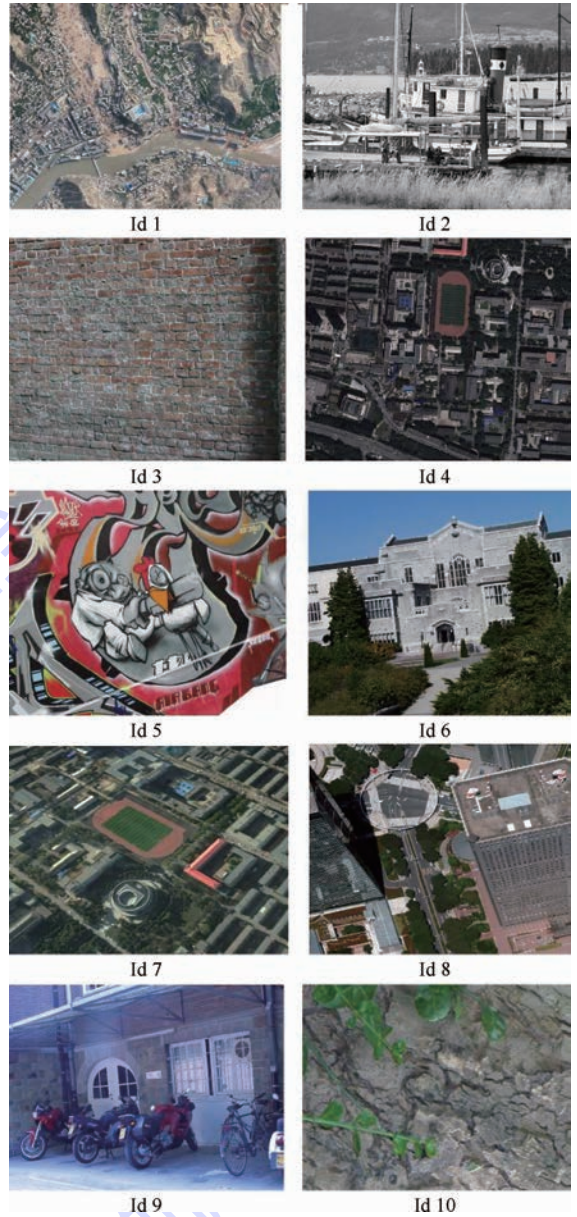


图 10 描述时间计量图像

Fig. 10 Image for measuring description time

表 2 各种算法的描述时间

Table 2 Description times of different methods

| Id | 特征点数  | 描述时间/s |       |       |       |
|----|-------|--------|-------|-------|-------|
|    |       | SIFT   | GLOH  | 本文    | Ring  |
| 1  | 2 025 | 1.235  | 1.358 | 1.078 | 1.008 |
| 2  | 1 853 | 1.219  | 1.275 | 1.053 | 1.054 |
| 3  | 1 329 | 1      | 1.137 | 0.906 | 0.897 |
| 4  | 1 237 | 0.937  | 1.082 | 0.828 | 0.831 |
| 5  | 1 126 | 0.875  | 0.897 | 0.781 | 0.774 |
| 6  | 902   | 0.723  | 0.816 | 0.662 | 0.652 |
| 7  | 784   | 0.614  | 0.593 | 0.532 | 0.498 |
| 8  | 522   | 0.359  | 0.341 | 0.328 | 0.307 |
| 9  | 368   | 0.265  | 0.254 | 0.218 | 0.220 |
| 10 | 235   | 0.219  | 0.206 | 0.187 | 0.190 |

## 4 结 论

本文在建立模值累积梯度方向直方图的统计模型基础上,提出了一种新的 SIFT 描述子,得到以下结果:

1) 实验结果表明基于径向采样网格与边缘积分值的特征描述运算可实现较为优异旋转不变性,例如  $10^{\circ} \sim 100^{\circ}$  之间的查全率为 98%,在全区间的是 91%。

2) 该运算降低了复杂度,能够实现实时性。

3) 提出的特征向量包括较多的非相关成分,匹配可能性较大。

4) 特征向量维数较少,会提高图像检索速度。

为使本文提出的算法能处理各种类型的图片,仍需要优化预备工作和检索实现过程的各项参数。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] WU H Y, CAI Z H, WANG Y X. Vision-based auxiliary navigation method using augmented reality for unmanned aerial vehicles[ C ] // IEEE International Conference on Digital Object Identifier. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 520-525.
- [ 2 ] KOUSKOURICLAS R, BADEKAS E, GASTERATOS A. Simultaneous visual object recognition and position estimation using SIFT[ C ] // Proceedings Second International Conference on Intelligent Robotics and Applications. Berlin: Springer-Verlag, 2009: 866-875.
- [ 3 ] ZHENG M G, WU C D, CHEN D Y, et al. Rotation and affine-invariant SIFT descriptor for matching UAV images with satellite images[ C ] // Proceedings of IEEE Chinese Guidance Navigation and Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 2624-2628.
- [ 4 ] LOWE D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[ J ]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110.
- [ 5 ] DALAL N, TRIGGS B. Histograms of oriented gradients for human detection[ C ] // Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 886-893.
- [ 6 ] MIKOLAJCZYK K, SCHMID C. A performance evaluation of local descriptors[ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(10): 1615-1630.
- [ 7 ] VEDALDI A. An open implementation of the SIFT detector and descriptor: UCLA-CSD-070012 [ R ]. Los Angeles: UCLA, 2007.
- [ 8 ] ZHAO J, XIN F T. Improved SIFT features in image retrieval using[ C ] // International Conference on Computer Research and Development. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 393-397.
- [ 9 ] MOREL J M, YU G. ASIFT: A new framework for fully affine invariant image comparison[ J ]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 438-469.
- [ 10 ] TANG H, TANG F. AH-SIFT: Augmented histogram based SIFT descriptor[ C ] // IEEE International Conference on Image Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 2357-2360.
- [ 11 ] WU J, CUI Z, SHENG V S, et al. A comparative study of SIFT and its variants[ J ]. Measurement Science Review, 2013, 13(3): 122-131.
- [ 12 ] LOWE D G. Method and apparatus for identifying scale invariant features in an image and use of same for locating an object in an image: US 6711293[ P ]. 2004-03-24.
- [ 13 ] BROWN M, GANG H, WINDER S. Discriminative learning of local image descriptors[ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(1): 43-57.
- [ 14 ] GIL A, MOZOS O M, BALLESTA M, et al. A comparative evaluation of interest point detectors and local descriptors for visual SLAM[ J ]. Machine Vision and Applications, 2010, 21(6): 905-920.
- [ 15 ] TAKEZAWA K. Introduction to nonparametric regression[ M ]. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2006: 103-230.

#### 作者简介:

郑明国 男, 博士研究生。主要研究方向: 视觉导航、模式识别、数字信号处理。

Tel.: 024-83687415

E-mail: 15840514543@163.com

吴成东 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 图像智能处理、机器人智能导航。

Tel.: 024-83687146

E-mail: wuchengdong@ise.neu.edu.cn

## Local feature descriptor based on nonparametric marginal integration estimation

ZHENG Mingguo, WU Chengdong\*, CHEN Dongyue, JIA Tong, JIN Yonghu

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

**Abstract:** A statistical model for the feature descriptor of local region was suggested to improve the image matching performance. This model is a marginal integration function model based on the gradient magnitude and orientation distribution. The marginal integration function on the discrete gradient orientations is the same as the magnitude accumulation orientation histogram of gradient vector field. Using the nonparametric estimator based on kernel function, we estimated this function and applied it to scale invariant feature transform (SIFT) descriptor. To enhance rotation invariance and distinctiveness and to reduce computational complexity for descriptor, local region around the feature point was selected as circle and partitioned to the 8 sub-regions by radial sampling grid. The marginal expectation functions are estimated in each sub-region and the feature vector consists of the function values on the 8 orientations for 8 sub-regions. Experiments show that this descriptor can improve detective rate (recall) for rotation and reduce computational complexity.

**Key words:** gradient distribution; nonparametric estimation; marginal integration; scale invariant feature transform (SIFT); image matching

**Received:** 2015-03-19; **Accepted:** 2015-07-17; **Published online:** 2015-10-30 16:05

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1605.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1605.002.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (61273078)

\* **Corresponding author.** Tel.: 024-83687146 E-mail: wuchengdong@ise.neu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0166

# 基于可拓规则推理的故障诊断方法



文天柱, 许爱强\*, 王怡莘

(海军航空工程学院 科研部, 烟台 264001)

**摘 要:** 针对产生式规则推理方法存在的推理效率低、知识获取困难以及难以用于多故障诊断等问题, 研究基于可拓规则推理的故障诊断方法。首先将基元理论和产生式规则相结合, 得到可拓规则的基元表示; 然后给出可拓规则匹配度计算公式, 并提出按前件基元类型和属性数据类型不同对可拓规则进行分层匹配, 对所有匹配成功的可拓规则, 提出先删减再排序的冲突消解策略, 在算法分析中讨论可拓规则推理的时间复杂度; 最后通过应用案例说明可拓规则表示、匹配、推理和冲突消解的全过程, 结果表明该方法适用于机载设备的多故障诊断。

**关键词:** 可拓学; 规则推理; 故障诊断; 规则匹配; 冲突消解

**中图分类号:** V240.2; TP182

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0506-08

故障诊断技术是提高复杂军用装备综合保障能力的关键技术, 目前普遍采用故障树和故障字典等方法, 虽然它们使用简单, 易于工程实现, 但也存在受人工干预影响、不具备学习和推理能力等弊端<sup>[1]</sup>。基于知识的故障诊断技术是目前的研究热点, 其中知识表示和推理是解决问题的关键, 现有的知识表示方法主要包括产生式规则、案例、框架和语义网络等<sup>[2]</sup>。其中基于产生式规则的知识表示方法以其结构简单、语法清晰和语义自然等优势在故障诊断领域得到广泛关注, 如文献[3]采用基于规则的正向推理, 通过故障模式分析和故障树设计等手段, 构建大型无人机电源系统的故障诊断专家系统; 文献[4]运用规则推理与 Hash 算法相结合的综合推理方式构建航电设备的故障诊断专家系统等。但由于军用装备的结构越来越复杂, 诊断知识越来越丰富, 使得产生式规则不能描述结构性知识的缺点越来越突出。

将可拓学与产生式规则相结合, 不仅能够形

式化地描述结构性知识和不确定知识, 使知识表示更完善, 还能够运用可拓逻辑进行可拓推理, 减小传统逻辑推理对知识完整性要求高的限制。采用传统逻辑推理时, 推理规则一旦确定就不能修改, 但在诊断过程中, 经验知识常常是不完备的, 即使采用不确定性推理<sup>[5]</sup>, 也存在缺乏变通性和创造性的弊端, 而以可拓展性为基础的可拓推理, 在形式化和模拟人类思维的变通性等方面是一种具有创造力的推理方法<sup>[6]</sup>, 因此采用可拓推理可以使推理方式更灵活、智能化程度更高。文献[7]研究了基于可拓规则的故障诊断专家系统推理机, 文献[8]研究了基于可拓规则和案例推理的混合专家系统, 文献[9]研究了基于 Web 的可拓专家系统, 但它们在推理机中都采用顺序匹配, 推理效率低, 而且没有研究冲突消解策略, 不适用于解决多故障诊断问题, 为此, 本文首先给出可拓规则表示的一般形式; 然后设计可用于多故障诊断的可拓规则推理方法; 最后通过应用案例

收稿日期: 2015-03-24; 录用日期: 2015-06-19; 网络出版时间: 2015-08-03 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.004.html

基金项目: “泰山学者”建设工程专项经费

\* 通讯作者: Tel.: 0535-6635482 E-mail: hy\_xuaiqiang@163.com

**引用格式:** 文天柱, 许爱强, 王怡莘. 基于可拓规则推理的故障诊断方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 506-513.

WEN T Z, XU A Q, WANG Y P. Fault diagnosis method based on extension rule-based reasoning[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 506-513 (in Chinese).

说明采用可拓规则推理解决故障诊断问题的全过程。

## 1 可拓规则表示

产生式规则的一般形式为  $P \rightarrow Q$ , 其含义是如果前件  $P$  被满足, 则可推出结论  $Q$  或执行  $Q$  所规定的操作, 也可记为  $\text{if } P \text{ then } Q$ 。将产生式规则的前件  $P$  和后件  $Q$  用基元表示得到可拓规则的一般形式为

$$\text{ER} : M_p \rightarrow M_Q \quad (1)$$

$$\text{式中: } M_p = \begin{bmatrix} P & c_{p1} & v_{p1} \\ & c_{p2} & v_{p2} \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{pm} & v_{pm} \end{bmatrix} \text{ 和 } M_Q = \begin{bmatrix} Q & c_{q1} & v_{q1} \\ & c_{q2} & v_{q2} \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{qn} & v_{qn} \end{bmatrix}$$

分别为前件  $P$  和后件  $Q$  的基元模型,  $c_{pi}$  和  $c_{qj}$  分别为前件  $P$  和后件  $Q$  的属性,  $v_{pi}$  和  $v_{qj}$  为对应的属性值,  $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, m$  和  $n$  分别为前件和后件基元属性个数。

可拓规则的前件属性主要包括诊断时提供的激励需求和测试点的测量结果, 后件属性主要包括诊断结果和维修建议。可拓规则多个属性之间符合“与”逻辑, 即只有前件  $P$  的属性  $c_{pi}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 全部被满足, 才能得到后件  $Q$  的全部属性  $c_{qj}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 成立。对于需要“或”逻辑描述的知识, 可通过拆分得到多条满足式(1)的可拓规则; 对于需要“非”逻辑描述的知识, 可通过修改属性值得到满足式(1)的可拓规则。

可拓规则  $M_p \rightarrow M_Q$  还可以用可拓推理句<sup>[10]</sup>表示为  $M_p \vdash M_Q$ , 两者的含义是一致的, 都表示由前件基元  $M_p$  能够得到后件基元  $M_Q$ , 不同之处在于, 可拓推理句研究的是推理句在对与错之间的变换, 而可拓规则推理研究的是如何根据更少的已知信息得到更多的结论, 所以两者虽然有一些基本概念是相通的, 但研究内容并不相同。

采用可拓规则进行故障诊断时, 可借用推理句中正确度的概念定义可拓规则中由前件基元导致的后件基元的故障概率: 给定可拓规则集  $W = \{\text{ER} \mid \text{ER} : M_p \rightarrow M_Q\}$ , 以  $c_0$  为评价特征, 在  $W$  上建立可拓规则可拓集

$$\tilde{E}(\text{ER})(T) =$$

$$\{(\text{ER}, y, y') \mid \text{ER} \in T_w W,$$

$$y = K(\text{ER}), y' = K'(\text{ER}, T)\}$$

称  $y = K(\text{ER}) = k(c_0(\text{ER}))$  为可拓规则  $\text{ER}$  的静态故障率,  $y' = K'(\text{ER}, T) = T_k K(T_{\text{ER}} \text{ER}) =$

$T_k k(c_0(T_{\text{ER}} \text{ER}))$  为可拓规则  $\text{ER}$  在变换  $T$  下的可拓故障率, 其中变换  $T = (T_w, T_k, T_{\text{ER}})$ 。

## 2 可拓规则推理

文献[11]讨论了故障诊断专家系统中的可拓知识表示和匹配, 在此基础上, 本文研究可拓规则推理算法, 包括给出可拓规则匹配度的计算公式, 设计可用于多故障诊断的推理机, 并针对推理过程中可能出现的匹配冲突问题, 提出冲突消解策略。

### 2.1 可拓规则匹配

可拓规则匹配是可拓规则推理的基础, 实质是将待诊断知识与可拓规则中描述的经验知识进行比较, 从而找出能够用于诊断该对象的可拓规则。根据可拓规则的一般形式(式(1))可知, 对于待诊断知识  $M_k$ , 在判断其与可拓规则是否匹配时, 首先要计算待诊断知识属性与可拓规则前件属性的相似度, 设待诊断知识  $M_k$  的属性  $c_{ki}$  与可拓规则前件属性的相似度为  $\text{sim}(x_{ki}, v_{pi})$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), 则待诊断知识与可拓规则的匹配度定义为

$$D = \min_{i=1,2,\dots,m} (\text{sim}(x_{ki}, v_{pi}))$$

当匹配度  $D \geq 0$  时表示匹配成功, 当匹配度  $D < 0$  时表示匹配失败。

可拓规则前件的基元之间可以采用“与”和“或”2种逻辑运算符。当可拓规则前件的多个基元必须同时满足才能得到后件结论时, 可采用“与”逻辑运算, 将可拓规则表示为

$$M_{p1} \cap M_{p2} \cap \dots \cap M_{pt} \rightarrow M_Q$$

计算待诊断知识  $M_k$  与可拓规则前件中基元  $M_{p1}, M_{p2}, \dots, M_{pt}$  的匹配度分别为  $D_1, D_2, \dots, D_t$ , 则待诊断知识与可拓规则的匹配度为

$$D = \min(D_1, D_2, \dots, D_t)$$

式中:  $t$  表示可拓规则前件中“与”基元的个数。

当可拓规则前件的多个基元中, 只要有一个满足就能得到后件结论时, 可采用“或”逻辑运算, 将可拓规则表示为

$$M_{p1} \cup M_{p2} \cup \dots \cup M_{pt} \rightarrow M_Q$$

计算待诊断知识  $M_k$  与可拓规则前件中基元  $M_{p1}, M_{p2}, \dots, M_{pt}$  的匹配度分别为  $D_1, D_2, \dots, D_t$ , 则待诊断知识与可拓规则的匹配度为

$$D = \max(D_1, D_2, \dots, D_t)$$

### 2.2 推理机设计

在诊断之前为获取更多的可拓规则, 对可拓规则进行可拓推理<sup>[6]</sup>, 即对可拓规则前件基元进

行可拓变换,导致可拓规则后件基元发生相应的传导变换,从而得到新的可拓规则。

可拓规则的可拓推理过程描述为:假设存在可拓规则  $ER: M_p \rightarrow M_Q$ , 其中  $M_p = (O_p, C_p, V_p)$  和  $M_Q = (O_q, C_q, V_q)$  分别表示前件和后件基元,  $y = K(ER)$  为可拓规则  $ER$  的静态故障率,若对可拓规则前件采用主动变换  $T_p M_p = M'_p$ , 则可拓规则后件发生传导变换  ${}_p T_Q M_Q = M'_Q$ , 其中  ${}_p T_Q$  是由前件  $M_p$  的主动变换导致的后件传导变换,可拓推理后得到新的可拓规则  $ER': M'_p \rightarrow M'_Q$ ,  $y' = K'(ER, T_p) = {}_p T_K K(ER')$  为  $ER$  在变换  $T_p$  下的可拓故障率,也是可拓规则  $ER'$  的静态故障率。

对于单故障诊断问题,可拓规则推理的任务是找到与已知条件最相符的一条可拓规则;而对于多故障诊断问题,可拓规则推理的任务是找到所有与已知条件相符的可拓规则。可拓规则推理采用正向推理算法,即从可拓规则前件入手,通过计算匹配度得到匹配的可拓规则,再将得到可拓规则的后件属性作为新的已知属性继续匹配,直到没有匹配的可拓规则为止<sup>[12]</sup>。可拓规则前件包括激励和测量 2 类基元,其中激励基元表示诊断时采取的准备活动,在无需准备情况下可以省略;测量基元表示诊断时采取的测试活动。在可拓规则匹配时,应先对激励基元进行匹配,再对测试基元进行匹配<sup>[11]</sup>,同时,为提高匹配效率,提出根据属性数据类型的不同,首先计算布尔型和枚举型属性的相似度,再计算数值型、区间型和结构型属性的相似度,如果布尔型和枚举型属性匹配失败,则当前可拓规则匹配失败,提取下一可拓规则重新计算匹配度。可拓规则前件的匹配流程如图 1 所示。

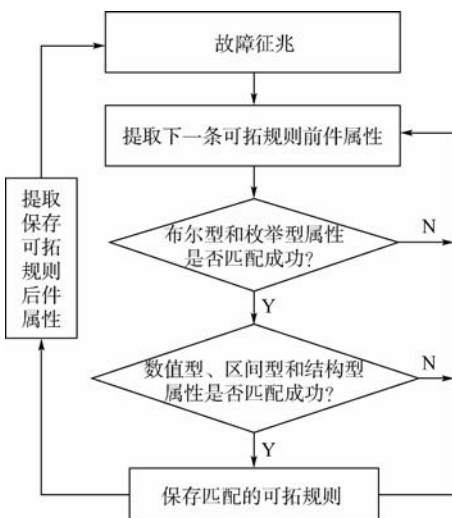


图 1 可拓规则前件匹配流程

Fig. 1 Matching flowchart of antecedent in extension rule

优先对布尔型和枚举型属性进行匹配是因为它们的相似度计算公式简单、匹配效率高,而且在匹配过程中不存在歧义,即只存在匹配成功和失败 2 种情况。当没有新匹配成功的可拓规则时可拓推理结束,但保存的所有匹配规则还不能作为最后的诊断结果,因为多条可拓规则之间可能存在冲突,此时需要对可拓规则进行冲突消解。

### 2.3 冲突消解策略

冲突消解是指在进行可拓规则匹配后,若同时有 2 条以上的可拓规则匹配成功,则需要对这些可拓规则对应的后件基元进行分析,给出最终的诊断结果<sup>[13-14]</sup>。冲突消解策略即执行冲突消解过程所依据的原则,根据故障诊断的特点提出 2 步冲突消解策略,首先对诊断结果为相同故障模块的可拓规则进行删减,然后对诊断结果为不同故障模块的可拓规则进行排序。

假设存在满足式(1)的 2 条可拓规则

$$ER_1: M_{p1} \rightarrow M_{Q1}$$

式中:  $M_{p1} = (O_{p1}, C_{p1}, V_{p1})$  和  $M_{Q1} = (O_{q1}, C_{q1}, V_{q1})$  分别为前件和后件基元。

$$ER_2: M_{p2} \rightarrow M_{Q2}$$

式中:  $M_{p2} = (O_{p2}, C_{p2}, V_{p2})$  和  $M_{Q2} = (O_{q2}, C_{q2}, V_{q2})$  分别为前件和后件基元。

#### 1) 可拓规则删减原则

**原则 1** 当可拓规则后件基元中的故障模块和故障概率都相同时,删除前件基元属性集是其他基元属性集父集的可拓规则。

在可拓规则  $ER_1$  和  $ER_2$  中,  $y_1 = K(ER_1)$  和  $y_2 = K(ER_2)$  分别表示由前件基元导致的后件基元的故障概率,  $O_{q1}$  和  $O_{q2}$  表示故障模块,当  $O_{q1} = O_{q2}$ 、 $y_1 = y_2$  时,如果两者的前件基元属性集满足  $C_{p1} \supseteq C_{p2}$ , 则根据原则 1 删除  $ER_1$ , 这是因为可拓规则前件基元属性是父集的可以被子集所替代,当父集匹配成功时,子集一定匹配成功,且子集属性个数小于父集属性个数,可以提高匹配效率。

**原则 2** 当可拓规则后件中的故障模块相同,但故障概率不同时,删除故障概率小的可拓规则。

可拓规则  $ER_1$  和  $ER_2$  中,  $y_1 = K(ER_1)$  和  $y_2 = K(ER_2)$  分别表示由前件基元导致的后件基元的故障概率,  $O_{q1}$  和  $O_{q2}$  表示故障模块,当  $O_{q1} = O_{q2}$ 、 $y_1 \leq y_2$  时,根据原则 2 删除  $ER_1$ , 这是因为在故障模块相同的情况下,故障概率大的诊断结果更有意义。如根据可拓规则已经确定待诊断对象发生故障的概率是 100%, 则另一条认为发生故障是 80% 的可拓规则可以删除。

2) 可拓规则排序原则

**原则 3** 当可拓规则后件中的故障模块不同时,匹配度大的可拓规则优先级高。

在可拓规则  $ER_1$  和  $ER_2$  中,  $O_{q_1}$  和  $O_{q_2}$  表示故障模块,当  $O_{q_1} \neq O_{q_2}$  时,如果现有知识与可拓规则  $ER_1$  的匹配度  $D_1$  大于与可拓规则  $ER_2$  的匹配度  $D_2$ ,则根据原则 3 将  $ER_1$  排在  $ER_2$  之前。

**原则 4** 当可拓规则后件中的故障模块不同,但可拓规则的匹配度相同时,根据先验知识,包含故障模块发生故障概率大的可拓规则优先级高。

在可拓规则  $ER_1$  和  $ER_2$  中,  $O_{q_1}$  和  $O_{q_2}$  表示故障模块,当  $O_{q_1} \neq O_{q_2}$ ,但匹配度  $D_1 = D_2$  时,如果可拓规则  $ER_1$  对应故障模块发生故障的概率  $P(O_{q_1})$  大于可拓规则  $ER_2$  对应故障模块发生故障的概率  $P(O_{q_2})$ ,则根据原则 4 将  $ER_1$  排在  $ER_2$  之前。

冲突消解后的可拓规则可用于故障诊断,当冲突消解后仅得到一条可拓规则时,说明待诊断模块发生单故障;当冲突消解后得到多条可拓规则时,说明待诊断模块发生多故障,且排在前面的可拓规则的诊断结果优先级高。

2.4 算法分析

对于可拓规则库中的任意一条可拓规则  $ER_i, i = 1, 2, \dots, N$ , 设其前件中共包含子基元  $t_i$  个,其中激励类基元  $a_i$  个,测量类基元  $b_i$  个,则  $a_i + b_i = t_i$ 。每个子基元中包含  $m_i$  个属性,其中布尔型和枚举型属性共  $e_i$  个,数值型、区间型和结构型属性共  $f_i$  个,所以如果对可拓规则库中的所有基元的所有属性进行匹配,则时间复杂度为

$$O\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{t_i} m_i\right)$$

本文设计的可拓推理机提出首先对激励类基元进行匹配,再对测量类基元进行匹配,如果激励类基元匹配失败,则无需匹配测量类基元,所以时间复杂度变为

$$O\left(\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^{a_i} m_i + \sum_{j=1}^{b_i} m_i \cdot p_{i1}\right)\right)$$

式中:  $p_{i1}$  表示可拓规则  $ER_i$  前件中激励类基元匹配成功的概率。由于激励基元个数小于等于全部子基元个数,即  $a_i \leq t_i$ , 所以算法的时间复杂度降低。

在此基础上,本文设计的可拓推理机还提出先对可拓规则前件子基元中的布尔型和枚举型属性进行匹配,再对数值型、区间型和结构型属性进行匹配,则时间复杂度变为

$$O\left(\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^{a_i} e_i + \sum_{j=1}^{a_i} f_i \cdot p_{i2} + \sum_{j=1}^{b_i} e_i \cdot p_{i1} + \sum_{j=1}^{b_i} f_i \cdot p_{i1} \cdot p_{i2}\right)\right)$$

式中:  $p_{i2}$  表示可拓规则  $ER_i$  子基元中布尔型和枚举型属性匹配成功的概率。由于布尔型和枚举型属性个数小于等于全部属性个数,即  $e_i \leq m_i$ , 所以算法的时间复杂度进一步降低。

为进一步说明本文设计的可拓推理机对降低算法时间复杂度的作用,利用 MATLAB 软件进行仿真实验,设可拓规则库中含有 100 条可拓规则,即  $N = 100$ , 每条可拓规则的前件都包含 1 个激励基元和 1 个测量基元,即  $a_i = 1, b_i = 1$ , 且每个子基元都包含 5 种类型的属性各 1 个,即  $e_i = 2, f_i = 3$ 。取激励类基元匹配成功概率  $p_{i1}$  以及布尔型和枚举型属性匹配成功概率  $p_{i2}$  为  $[0, 1]$  内服从均匀分布的随机数,采用蒙特卡罗方法分别仿真 100、300 和 500 次,得到全匹配(方案 1)、区分子基元匹配(方案 2)、区分属性数据类型匹配(方案 3)以及区分子基元和属性数据类型匹配(方案 4) 4 种方式的平均时间复杂度见表 1。

表 1 4 种匹配方案平均时间复杂度比较

Table 1 Average time complexity comparison of four matching schemes

| 仿真次数 | 平均时间复杂度 |      |      |      |
|------|---------|------|------|------|
|      | 方案 1    | 方案 2 | 方案 3 | 方案 4 |
| 100  | 1000    | 749  | 698  | 526  |
| 300  | 1000    | 749  | 699  | 523  |
| 500  | 1000    | 750  | 700  | 525  |

根据 MATLAB 仿真结果可知,在可拓规则推理时,如果采用方案 2,则与方案 1 相比,时间复杂度降低 25% 左右;如果采用方案 3,则与方案 1 相比,时间复杂度降低 30% 左右;如果采用方案 4,则与方案 1 相比,时间复杂度降低 47% 左右。

根据仿真数据的设置可知,  $p_{i1}$  和  $p_{i2}$  均为  $[0, 1]$  内服从均匀分布的随机数,进行大量仿真实验时  $p_{i1} \approx 0.5, p_{i2} \approx 0.5$ 。方案 2 与方案 1 相比,有  $1 - p_{i1} \approx 0.5$  的概率不用匹配测量类基元,而测量类基元占全部基元的比例为  $b_i / (a_i + b_i) = 0.5$ , 所以平均时间复杂度应降低 25%;同样的分析方法可以得到,方案 3 与方案 1 相比,平均时间复杂度应降低 30%;方案 4 与方案 1 相比,平均时间复杂度应降低 47.5%。所以理论分析结果与仿真实验结果一致。

### 3 应用案例

电子综合指示器是飞机航空电子系统的主要设备之一,按功能可将某型飞机电子综合指示器分为电源单元、数据采集单元、图形控制单元和显示接口单元,其原理框图如图2所示。

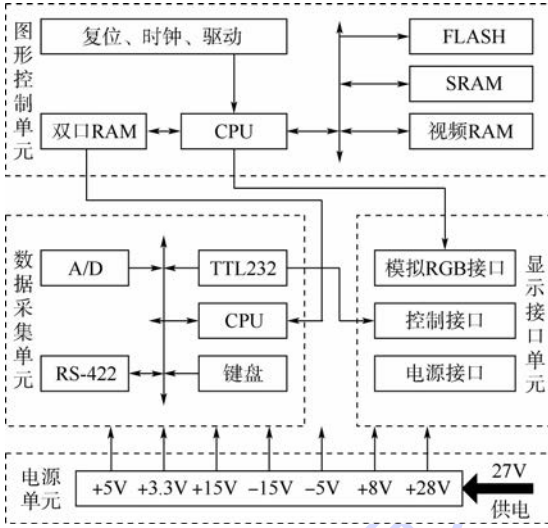


图2 电子综合指示器原理框图

Fig.2 Principle block diagram of electronic integrated indicator

通过部队调研、阅读使用维修手册和测试需求文档,得到用于某型飞机电子综合指示器故障诊断的先验知识:

1) 供电电源输出电压为26~28V,电流小于1A时,电源单元正常,否则故障。用可拓规则表示为

$$ER_1: M_{p1} \rightarrow M_{q1} \quad (2)$$

式中:  $M_{p1} = \begin{bmatrix} P & U & (26,28)V \\ & I & (0,1)A \end{bmatrix}$ ,  $P$  表示供电,

$U$  表示电压,  $I$  表示电流;  $M_{q1} = \begin{bmatrix} UUT_1 & R & normal \\ & S & none \end{bmatrix}$ ,  $UUT_1$  表示电源单元,  $R$  表示诊断结果,  $S$  表示维修建议, 故障率  $\gamma_1 = K(ER_1) = 0$ 。

对  $ER_1$  前件基元  $M_{p1}$  进行属性值变换:

$$T_v M_{p1} = M'_{p1} = \begin{bmatrix} P & U & (0,26) \cup (28, +\infty)V \\ & I & (1, +\infty)A \end{bmatrix}$$

则后件基元  $M_{q1}$  发生传导变换:

$${}_v T_Q M_{q1} = M'_{q1} = \begin{bmatrix} UUT_1 & R & fault \\ & S & replacement \end{bmatrix}$$

得到可拓规则

$$ER_2: M'_{p1} \rightarrow M'_{q1} \quad (3)$$

故障率  $\gamma_2 = K'(ER_1, T_v) = {}_v T_k K(ER_2) = 1$ 。

对  $ER_2$  前件基元  $M'_{p1}$  进行分解变换

$$T_{\oplus} M'_{p1} = M'_{p11} \oplus M'_{p12}$$

式中:  $M'_{p11} = (P, U, (0, 26) \cup (28, +\infty) V)$ ;  $M'_{p12} = (P, I, (1, +\infty) A)$ , 则后件基元  $M'_{q1}$  发生传导变换:

$$\oplus T(M'_{q1}) = M'_{q11} = M'_{q12} =$$

$$\begin{bmatrix} UUT_1 & R & fault \\ & S & replacement \end{bmatrix}$$

由于传导变换  $\oplus T$  为么变换, 所以得到可拓规则

$$ER_3: M'_{p11} \rightarrow M'_{q11} \quad (4)$$

$$ER_4: M'_{p12} \rightarrow M'_{q12} \quad (5)$$

故障率分别为

$$\gamma_3 = K'(ER_2, T_{\oplus}) = \oplus T_k K(ER_3) = 1$$

$$\gamma_4 = K'(ER_2, T_{\oplus}) = \oplus T_k K(ER_4) = 1$$

2) 电源单元正常时, 如果照明灯正常发亮, 则显示接口单元正常, 否则故障, 维修建议是更换备件。用可拓规则表示为

$$ER_5: M_{q1} \cap M_{p2} \rightarrow M_{q2} \quad (6)$$

式中:  $M_{p2} = (L, S_{hine}, no)$ ,  $L$  表示照明灯,  $S_{hine}$  表示是否发亮;  $M_{q2} = \begin{bmatrix} UUT_2 & R & fault \\ & S & replacement \end{bmatrix}$ ,  $UUT_2$  表示显示接口单元, 故障率  $\gamma_5 = K(ER_5) = 1$ 。

对  $ER_5$  前件基元  $M_{p2}$  进行属性值变换:

$$T_v M_{p2} = M'_{p2} = (L, S_{hine}, yes)$$

则后件基元  $M_{q2}$  发生传导变换:

$${}_v T_Q M_{q2} = M'_{q2} = \begin{bmatrix} UUT_2 & R & normal \\ & S & none \end{bmatrix}$$

得到可拓规则

$$ER_6: M_{q1} \cap M'_{p2} \rightarrow M'_{q2} \quad (7)$$

故障率  $\gamma_6 = K'(ER_5, T_v) = {}_v T_k K(ER_6) = 0$ 。

3) 电源单元正常时, 通过 RS-422 串口发送供油箱油量数据为 2000 kg, 如果显示器中显示供油箱油量数据为 2000, 则数据采集单元正常, 否则有 50% 的概率故障, 维修建议是更换备件。用可拓规则表示为

$$ER_7: M_{q1} \cap M_{com} \cap M_{p3} \rightarrow M_{q3} \quad (8)$$

式中:  $M_{p3} = (C_{check}, O_{2000}, no)$ ,  $C_{check}$  表示通信检查,  $O_{2000}$  表示供油箱油量显示 2000;  $M_{q3} = \begin{bmatrix} UUT_3 & R & fault \\ & S & replacement \end{bmatrix}$ ,  $UUT_3$  表示数据采集单

$$元; M_{com} = \begin{bmatrix} S_{set} & b_{rate} & 9600 \\ & D_{bit} & 8 \\ & P_{arity} & none \\ & S_{bit} & 1 \\ & O_{supply} & 2000 \text{ kg} \end{bmatrix}, S_{set} \text{ 表示串口发}$$

送设置,  $b_{rate}$  表示波特率,  $D_{bit}$  表示数据位,  $P_{arity}$  表示奇偶校验,  $S_{bit}$  表示停止位,  $O_{supply}$  表示发送供油箱油量, 故障率  $\gamma_7 = K(ER_7) = 0.5$ 。

对  $ER_7$  前件基元  $M_{p3}$  进行属性值变换:

$$T_v M_{p3} = M'_{p3} = (C_{check}, O_{2000}, yes)$$

则后件基元  $M_{Q3}$  发生传导变换:

$${}_v T_Q M_{Q3} = M'_{Q3} = \begin{bmatrix} UUT_3 & R & normal \\ & S & none \end{bmatrix}$$

得到可拓规则:

$$ER_8 : M_{Q1} \cap M_{com} \cap M'_{p3} \rightarrow M'_{Q3} \quad (9)$$

故障率  $\gamma_8 = K'(ER_7, T_v) = {}_v T_k K(ER_8) = 0.5$ 。

对  $ER_7$  前件基元  $M_{p3}$  进行属性变换  $T_c M_{p3} = M''_{p3} = (C_{check}, A_{6000}, no)$ ,  $A_{6000}$  表示全机油量显示 6000, 同时对串口设置基元  $M_{com}$  进行属性值变换:

$$T_v(M_{com}) = M'_{com} = \begin{bmatrix} S_{set} & b_{rate} & 9600 \\ & D_{bit} & 8 \\ & P_{arity} & none \\ & S_{bit} & 1 \\ & A_{supply} & 6000 \text{ kg} \end{bmatrix}$$

式中:  $A_{supply}$  表示发送全机油量, 则后件  $M_{Q3}$  发生传导变换:

$${}_v T_Q M_{Q3} = M''_{Q3} = \begin{bmatrix} UUT_3 & R & fault \\ & S & replacement \end{bmatrix}$$

得到可拓规则:

$$ER_9 : M_{Q1} \cap M'_{com} \cap M''_{p3} \rightarrow M''_{Q3} \quad (10)$$

故障率  $\gamma_9 = K'(ER_7, T_c) = {}_c T_k K(ER_9) = 0.5$ 。

对  $ER_8$  的前件基元  $M'_{p3}$  进行增加变换:

$$T_{add}(M'_{p3}) = M_{p4} = \begin{bmatrix} C_{check} & O_{2000} & yes \\ & A_{6000} & yes \end{bmatrix}$$

同时对串口设置基元  $M_{com}$  进行增加变换:

$$T_{add}(M_{com}) = M''_{com} = \begin{bmatrix} S_{set} & b_{rate} & 9600 \\ & D_{bit} & 8 \\ & P_{arity} & none \\ & S_{bit} & 1 \\ & O_{supply} & 2000 \text{ kg} \\ & A_{supply} & 6000 \text{ kg} \end{bmatrix}$$

则可拓规则后件  $M'_{Q3}$  发生传导变换:

$${}_{add} T_Q M'_{Q3} = M_{Q4} = \begin{bmatrix} UUT_3 & R & normal \\ & S & none \end{bmatrix}$$

得到可拓规则:

$$ER_{10} : M_{Q1} \cap M''_{com} \cap M_{p4} \rightarrow M_{Q4} \quad (11)$$

故障率  $\gamma_{10} = K'(ER_8, T_{add}) = {}_{add} T_k K(ER_{10}) = 0$ 。

对  $ER_{10}$  前件基元  $M_{p4}$  进行属性值变换:

$$T_v M_{p4} = M'_{p4} = \begin{bmatrix} C_{check} & O_{2000} & no \\ & A_{6000} & no \end{bmatrix}$$

则后件基元  $M_{Q4}$  发生传导变换

$${}_v T_Q M_{Q4} = M'_{Q4} = \begin{bmatrix} UUT_3 & R & fault \\ & S & replacement \end{bmatrix}$$

得到可拓规则

$$ER_{11} : M_{Q1} \cap M''_{com} \cap M'_{p4} \rightarrow M'_{Q4} \quad (12)$$

故障率  $\gamma_{11} = K'(ER_{10}, T_v) = {}_v T_k K(ER_{11}) = 1$ 。

根据可拓规则  $ER_1, ER_2, \dots, ER_{12}$  对某型飞机的电子综合指示器进行故障诊断, 人机操作记录, 见表 2。

表 2 人机操作记录

Table 2 Record of man-machine operation

| 操作          | 结果                       |
|-------------|--------------------------|
| 供电电压回读      | 27.3 V                   |
| 供电电流回读      | 0.7 A                    |
| 亮度调节是否连续变化  | 否                        |
| 配置串口        | 波特率 9600、数据位 8、无校验、停止位 1 |
| 串口发送供油箱油量   | 2000 kg                  |
| 观察显示器上供油箱油量 | 1000                     |
| 串口发送全机油量    | 6000 kg                  |
| 观察显示器上全机油量  | 3000                     |

由表 2 可知, 回读电压为 27.3V, 回读电流为 0.7A, 根据文献[15]中区间型属性的相似度计算公式, 得到可拓规则  $ER_1$  的匹配度  $D_1 = 0.4 > 0$ , 说明匹配成功, 诊断结果为电源单元正常。将  $ER_1$  的后件基元  $M_{Q1}$  作为新的属性继续匹配, 由于  $M_{Q1}$  是其他可拓规则前件中的激励基元, 所以先对  $M_{Q1}$  进行匹配, 由于  $M_{Q1}$  匹配成功, 且亮度调节没有连续变化, 根据文献[15]中布尔型属性的相似度计算公式, 得到可拓规则  $ER_5$  的匹配度  $D_5 = 1$ , 说明匹配成功, 诊断结果为显示接口单元故障, 故障概率 100%, 维修建议为更换备件。对 RS-422 串口参数进行设置后, 观察显示器上供油箱油量为 1000, 全机油量为 3000, 根据文献[15]中数值型和结构型属性的相似度计算公式, 先计算数值型属性的匹配度, 再计算结构型属性的匹配度, 得到可拓规则  $ER_7$ 、 $ER_9$  和  $ER_{11}$  的匹配度  $D_7 = D_9 = D_{11} = 1$ , 说明这 3 条可拓规则都匹配成功, 此时需要进行冲突消解, 根据原则 2, 由于可拓规则  $ER_7$  和  $ER_9$  的故障率低, 所以删除, 剩余可拓规则  $ER_5$  和  $ER_{11}$ , 再根据原则 4, 由于两者的匹配度相同, 但根据先验知识显示接口单元发生故障的概率高, 所以将其排在前面, 最终的诊断结果为电子综合指示器发生多故障, 故障模块是显示接口单元和数据采集单元。

## 4 结 论

本文将可拓学与产生式推理相结合,提出了基于可拓规则推理的故障诊断方法,经算法分析和应用案例表明:

1) 采用基元表示产生式规则中的前件和后件,使得知识表示更清晰,同时利用基元的可拓变换实现可拓规则的传导变换,解决知识获取瓶颈。

2) 在可拓推理机中按基元类型和数据类型进行分层匹配,不仅推理方式灵活、推理效率高,而且还适用于多故障诊断。

3) 先删除再排序的冲突消解策略有助于实现多个可拓规则匹配成功之后的冲突消解。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] TOCZEK W, CZAJA Z. Diagnosis of fully differential circuits based on a fault dictionary implemented in the microcontroller systems[J]. *Microelectronics Reliability*, 2011, 51(8): 1413-1421.
- [ 2 ] BARUA A, KHORASANI K. Hierarchical fault diagnosis and fuzzy rule-based reasoning for satellites formation flight[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(4): 2434-2450.
- [ 3 ] 张秦岭, 郭宏, 姜旭. 大型无人机电源系统故障诊断专家系统[J]. *北京航空航天大学学报*, 2013, 39(8): 1026-1030.  
ZHANG Q L, GUO H, JIANG X. Fault diagnosis expert system for electric power system of large-scale UAVs[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2013, 39(8): 1026-1030 (in Chinese).
- [ 4 ] 王玉刚, 杨建新. 航电设备故障诊断专家系统[J]. *计算机系统应用*, 2012, 21(12): 26-28.  
WANG Y G, YANG J X. Certain diagnostic expert system for the aerial electronic instruments[J]. *Computer System & Application*, 2012, 21(12): 26-28 (in Chinese).
- [ 5 ] LI J, SHEN S T. Research on the algorithm of avionic device fault diagnosis based on fuzzy expert system[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2007, 20(3): 223-229.
- [ 6 ] 陈文伟, 杨春燕, 黄金才. 可拓知识与可拓知识推理[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2006, 38(7): 1094-1096.  
CHEN W W, YANG C Y, HUANG J C. Extension knowledge and extension knowledge reasoning[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2006, 38(7): 1094-1096 (in Chinese).
- [ 7 ] ZHOU D X, ZHANG W L, XIE X M. Research on the application of extension rule on fault diagnosis expert system inference engine[C]// *International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 1569-1572.
- [ 8 ] 豆增发. 基于可拓规则和案例推理的混合专家系统[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2007: 13-22.  
DOU Z F. A novel hybrid expert system based on extension rule and case-based reasoning[D]. Xi'an: Xidian University, 2007: 13-22 (in Chinese).
- [ 9 ] 张海涛, 董春游. 基于 Web 的可拓专家系统研究[J]. *智能系统学报*, 2009, 4(2): 175-179.  
ZHANG H T, DONG C Y. An extendable expert system based on the web[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2009, 4(2): 175-179 (in Chinese).
- [ 10 ] YANG C Y, CAI W. *Extenics: Theory, method and application* [M]. Beijing: Science Press, 2013: 87-100.
- [ 11 ] 文天柱, 许爱强, 汪定国. 故障诊断专家系统的可拓知识表示和匹配研究[J]. *计算机测量与控制*, 2014, 22(6): 1670-1673.  
WEN T Z, XU A Q, WANG D G. Study on extension knowledge representation and matching of fault diagnosis expert system[J]. *Computer Measurement & Control*, 2014, 22(6): 1670-1673 (in Chinese).
- [ 12 ] 齐怡. 军用电子设备故障诊断专家系统研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2003: 26-49.  
QI Y. The research of the diagnostic expert system for military electronic equipments[D]. Beijing: Beihang University, 2003: 26-49 (in Chinese).
- [ 13 ] OZGÜR M, CAVCAR A. A knowledge-based conflict resolution tool for en-route air traffic controllers[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2008, 80(6): 649-656.
- [ 14 ] AHN B S, CHOI S H. Conflict resolution in a knowledge-based system using multiple attribute decision-making[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(9): 11552-11558.
- [ 15 ] 文天柱. 基于可拓学的机载电子设备智能诊断方法及其应用研究[D]. 烟台: 海军航空工程学院, 2015: 85-100.  
WEN T Z. The research on intelligent diagnosis methods of airborne electronic equipment based on extenics and their application[D]. Yantai: Naval Aeronautical and Astronautical University, 2015: 85-100 (in Chinese).

#### 作者简介:

文天柱 男, 博士研究生。主要研究方向: 电子装备智能诊断方法。

Tel.: 0535-6635465

E-mail: wentianzhu1987@aliyun.com

许爱强 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 复杂电子装备自动测试技术与综合保障。

Tel.: 0535-6635482

E-mail: hy\_xuaiqiang@163.com

# Fault diagnosis method based on extension rule-based reasoning

WEN Tianzhu, XU Aiqiang\*, WANG Yiping

(Department of Scientific Research, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** Aimed at low inference efficiency, difficult knowledge acquisition and unsuitability for multi-fault diagnosis in production rule reasoning method, the fault diagnosis method based on extension rule-based reasoning is studied. Firstly, the expression of extension rule is obtained by combining basic-element theory with production rule. Secondly, the matching degree formula of extension rules is given, and the hierarchical matching method according to the difference of antecedent mode and data type is proposed. Furthermore, the conflict resolution strategy of "first cut, then sort" is put forward for all extension rules which are matched successfully, and the time complexity of this method is discussed. Finally, the whole process of expression, matching, reasoning and conflict resolution for extension rules is explained by an application case, and the results show that this method can be used for the multi-fault diagnosis of airborne equipment.

**Key words:** extenics; rule-based reasoning; fault diagnosis; rule matching; conflict resolution

**Received:** 2015-03-24; **Accepted:** 2015-06-19; **Published online:** 2015-08-03 14:23

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.004.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.004.html)

**Foundation items:** Weapons and Equipment Pre-Research Foundation of the PLA General Equipment Department; Special Foundation for "Taishan Scholars" Construction Project

\* **Corresponding author.** Tel. : 0535-6635482 E-mail: [hy\\_xuaiqiang@163.com](mailto:hy_xuaiqiang@163.com)

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0168

# 基于非线性直方图变换的对比度畸变图像校正



高明, 秦世引\*

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 在实际成像过程中, 因受多种因素影响而导致图像对比度畸变, 使其质量下降。为了改善图像质量并增强视觉效果, 提出了一种基于非线性直方图变换与参数优化的降质图像对比度畸变校正方法。首先, 针对常规直方图均衡方法的局限性, 通过人眼视觉感知特性分析, 引入图像直方图的先验约束条件, 建立了非线性直方图变换模型; 进而, 从校正效果的最优化角度考虑, 运用遗传算法的进化寻优进行校正参数的优化, 从而形成了一种高性能的对比度畸变校正算法。一系列在不同场景拍摄的对比度严重畸变图像的校正实验结果表明, 本文方法校正结果的客观质量评价测算指标和实际视觉效果都有显著提升, 和常规校正方法相比具有明显优势。

**关键词:** 对比度畸变图像校正; 人眼视觉感知特性; 非线性直方图变换; 遗传算法; 校正参数优化

**中图分类号:** TP391.41

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0514-08

在实际成像的过程中, 由于受到成像装置自身硬件的限制、复杂恶劣的成像环境(如夜晚成像)、拍摄工作者对相机参数的设置等多种因素的影响, 造成图像质量下降, 视觉效果差, 捕获的图像场景许多目标细节部分淹没。由此而产生的对比度畸变图像给后续分析和识别也带来了困难。图像对比度畸变校正主要有2个目的: 一是提高图像的视觉质量, 使得图像质量更符合人类视觉的感知机制; 二是将图像通过优化校正, 以便获取更多的图像细节内容。例如, 在遥感图像成像中, 由于各方面的成像条件(如光照、大气雾霾等)的影响, 很难识别出我们感兴趣的目标, 如机场、港口、跑道和建筑物等, 经过图像对比度畸变校正处理, 可以将重要目标以及感兴趣区域细节纹理部分凸显出来。图像对比度畸变校正技术在不同领域应用中都显得至关重要, 例如数字摄影、医学图像分析、卫星遥感图像及改善红外成像图

像视觉效果等。因此, 图像对比度畸变校正是图像处理的一个重要研究内容<sup>[1]</sup>。

当前, 针对图像对比度畸变问题, 常用的处理方法有2大类: 空域方法和频域方法。一般空域方法是直接对图像的像素进行处理操作, 又可以分为像素点操作法和空间滤波法。基于像素点操作法主要有灰度变换和直方图均衡等方法, 它的目的是扩大图像动态范围或者图像的对比度, 使其图像直方图尽量均匀分布。基于空域滤波法是使用滤波器来抑制图像的一些特征(如噪声)或者增强图像的一些特征(如边缘), 常用的方法有均值滤波、中值滤波以及各种平滑滤波、拉普拉斯锐化算子等。频域方法一般是先将图像进行变换(如快速傅里叶变换、小波变换等), 然后在频域空间中进行处理, 一般认为图像的平滑区域对应低频部分, 图像的边缘区域和噪声对应高频部分, 最后再进行反变换来得到处理后图像, 常用的方

收稿日期: 2015-03-24; 录用日期: 2015-06-26; 网络出版时间: 2015-08-03 17:17

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1717.016.html

基金项目: 国家自然科学基金(61273350, U1435220)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82314331 E-mail: qsy@buaa.edu.cn

**引用格式:** 高明, 秦世引. 基于非线性直方图变换的对比度畸变图像校正[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 514-521.

GAO M, QIN S Y. Correction of contrast distortion image based on nonlinear transform of histogram[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 514-521 (in Chinese).

法有低通滤波器和高通滤波器等<sup>[2]</sup>。

直方图均衡方法是空域方法最流行的处理方法之一,它是一种简单实用的图像对比度增强方法,在图像处理中得到了广泛应用与研究<sup>[3]</sup>。直方图均衡方法虽然简单有效,但在许多工程应用中不一定能够得到理想的结果。为此,众多学者提出了许多改进的直方图均衡方法,例如,双直方图均衡方法<sup>[4]</sup>依据图像局部灰度均值将图像划分为2个子图,然后分别对它们进行直方图均衡,最终用来改变图像的平均亮度变化。Wang等<sup>[5]</sup>用区域的中值亮度来替代均值亮度,提出等面积二元子图像的直方图均衡方法。针对图像的部分灰度级,尤其是那些少量的表达图像细节的灰度级被过多的合并,从而导致图像部分细节信息被丢失使得局部变得模糊的问题,扈佃海等<sup>[6]</sup>提出了一种改进的直方图均衡处理算法。另外,普遍众多的直方图均衡方法统计的是一维灰度直方图,往往没有考虑图像空间邻域之间的相关信息,Turgay和Tarti<sup>[7]</sup>考虑图像的上下文信息,提出二维直方图优化模型,大大改善了图像的增强效果。类似, Lee等<sup>[8]</sup>利用灰度等级相邻之间的差异信息建立二维直方图来对图像进行增强变换,相对于常规的图像直方图均衡方法有较大的优势。Arici等<sup>[9]</sup>提出一种可修改直方图均衡的总体框架,在此框架下,引入图像直方图均匀分布先验约束作为惩罚项,将对对比度增强问题转换为一个最小化目标函数的优化问题,实验结果表明了此方法的有效性。Wu<sup>[10]</sup>提出了一种图像对比度-色调映射线性规划优化方法,并且可以添加约束条件来进行调控,以达到预期的视觉效果。吴成茂<sup>[11-12]</sup>从直方图均衡的数学模型出发,对其进行研究和解释,同时引入一些图像先验知识约束条件,例如信息熵,提出了可调直方图均衡正则化方法。

此外,为了产生相对较理想的效果,所给场景的对比度畸变图像校正参数往往需要依据操作者实际经验来进行多次试验。Hashemi等<sup>[13]</sup>提出一种基于遗传算法的图像对比度增强方法,用简单新颖的染色体结构和遗传算子来增强低照度图像的细节和对比度,实验结果表明增强的图像适用于消费电子产品。康杰红和马苗<sup>[14]</sup>运用分段线性变换函数,把图像对比度质量函数作为适应度函数,利用蛙跳算法自适应地搜索变换函数的分段区间点,提出一种基于改进蛙跳算法的图像对比度增强算法。文献[15]针对红外图像的增强优化处理问题,运用非完全Beta变换函数,利用多个粒子去寻找全局最优解,提出了一种多粒

子群优化算法的红外图像对比度增强,仿真实验结果表明算法具有较好的通用性和推广价值。

本文提出非线性直方图变换与参数优化的对比度畸变图像校正方法,分析直方图均衡方法的局限性,引入直方图先验约束条件和校正参数,结合人眼视觉系统感知特性,采用对数函数变换进一步削弱图像直方图峰值带来的影响,使输出图像直方图平滑,增强图像视觉效果,针对实际应用,综合考虑图像特性测量准则,设计一个合理的适应度函数,运用遗传算法的进化寻优实现校正参数的优化,从而形成了一种高性能的对比度畸变校正算法。

## 1 对比度畸变图像的直方图均衡效果与局限性分析

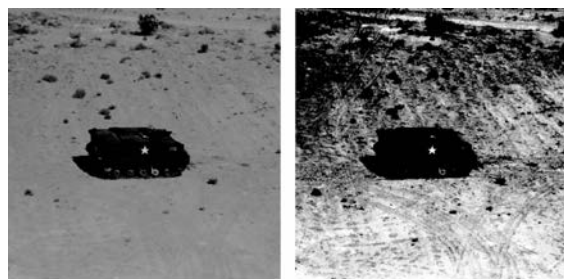
### 1.1 常规直方图均衡的处理效果

直方图均衡方法思想就是使得变换后图像的直方图尽可能地分布于整个灰度级空间,以达到扩展图像的灰度动态范围的目的。基于图像直方图的对比度处理技术是利用图像灰度直方图获得一个单一索引的映射函数来改变图像的灰度值。假设给定大小为 $m \times n$ 的灰度图像,则直方图均衡方法的灰度级映射表达式为

$$\begin{cases} p(i) = \frac{c_i}{mn} \\ T(i) = (L-1) \sum_{j=0}^i p(j) \end{cases} \quad 0 \leq i \leq L-1 \quad (1)$$

式中: $L$ 为图像的灰度等级; $c_i$ 为灰度级 $i$ 在图像中出现的次数; $p(i)$ 为概率质量函数; $T(i)$ 为映射变换函数。

虽然常规直方图均衡方法计算简单,并且在图像处理中得到广泛的应用,但是在实际的工程应用中,它处理的结果并不是那么的令人满意,甚至会出现比处理前图像的视觉效果更不理想的情况。如图1所示,图1(a)表示一辆装甲运兵车在白天日光下野外场景成像的图像。图1(b)是通过直方图均衡方法对图1(a)的处理结果,从显示



(a) 原始图像 (b) 直方图均衡处理结果

图1 直方图均衡效果示例

Fig. 1 Illustration of image histogram equalization

结果来看,图像明显存在着过暗和过亮的现象,图像的细节信息严重丢失,如车轮等。

常规直方图均衡方法存在以下几点不足:

1) 当灰度直方图中存在一个非常大的峰值,即图像中绝大部分像素值集中于某一灰度等级时,这时通过式(1)可以得知,  $T(i) - T(i-1) = (L-1)p(i)$ ,在灰度等级  $i$  与其相邻的灰度等级之间,将会有有一个非常大的“突变”,这样会导致变换后的图像对比度过度拉伸、图像结构内容不自然等现象。

2) 直方图均衡方法在校正图像的对比度时,尤其是对欠曝光的低对比度图像,很有可能会增强图像噪声成分,从而降低图像质量。

3) 由于常规的直方图均衡没有任何参数,它是一个全自动的算法,因而对比度畸变校正的程度不能够得到很好的控制。

### 1.2 均匀分布直方图优化及其校正效果分析

尽管直方图均衡应用广泛,但是一直很少用一些数学理论来阐述其公式的物理意义。吴成茂<sup>[11-12]</sup>从数学模型角度出发,揭示直方图均衡的本质,并把它认定为一个经典的不适定数学问题。具体的数学模型可描述为

$$h^* = \arg \min_h \|h - h_i\|_2^2 \quad (2)$$

式中:  $h_i$  为输入图像的灰度直方图,其实为了满足上述数学模型,通常取  $h^* = h_i$ ,而在实际应用中,这往往并不是理想中的结果,从这一点也可以合理地解释常规直方图的局限性。

针对常规直方图均衡方法存在的一些问题, Arici 等<sup>[9]</sup>提出一种面向均匀分布的直方图优化模型,将输入图像的直方图与图像直方图的均匀分布先验知识两大准则结合起来,建立一个可调控的直方图优化框架。这种方法能够很好地改善图像质量、调节图像对比度畸变校正程度以及抑制噪声。面向均匀分布的直方图优化模型如下:

$$h^* = \arg \min_h \|h - h_i\|_2^2 + \lambda \|h - U\|_2^2 \quad (3)$$

式中:  $U \in \mathbf{R}^{256 \times 1}$  表示均匀分布直方图;  $\lambda$  为正则化控制参数,它可以用来调控图像直方图。优化模型式(3)相对于数学模型式(2)而言,仅仅是在目标函数中引入了一个图像直方图先验条件约束项。对优化模型式(3)求其偏导数并令其等于0,则获得对应解的算式为

$$h^* = \beta h_i + (1 - \beta) U \quad (4)$$

式中:  $\beta = 1/(1 + \lambda) \in (0, 1]$ , 当  $\beta = 1$  时,显然有  $h^* = h_i$ , 则该模型就相当于上述的数学模型式(2),即变成了常规直方图均衡方法;当  $\beta \rightarrow 0$  时,则校正后的图像直方图趋向于均匀分布。因

此,面向均匀分布的直方图优化方法可以通过参数  $\beta$  来调控输出图像的直方图,可以解决常规直方图均衡方法增强结果中出现的过亮或过暗问题。

面向图像均匀分布的直方图优化方法的举例说明如图2所示,当可调参数  $\beta = 0.5$  时,处理结果如图2(a)所示,相比于图1(b)直方图均衡方法,过亮或者过暗问题有所缓解,图2(c)的曲线也能够很好地反映出来。随着  $\beta$  值的减小,均匀分布约束条件的权重越来越大,图2(c)的曲线也反映输出图像的直方图趋向于均匀分布,同时,图像校正的程度将逐步减弱。图2(b)为  $\beta = 0.09$  时处理的结果,对照图1(a)的原始图像,几乎没有太多的变化。

从图2(c)的曲线可以明显看出,尽管面向图像均匀分布的直方图优化方法可以调控输出图像的直方图,削弱直方图峰值的影响,但是得到的直方图不够平滑,相邻灰度等级间存在着很大的跳跃,这是不符合人眼视觉系统的,在复杂的场景条件下,将会导致图像质量下降。因此,需要建立更加合理的直方图变换模型来解决上述问题。

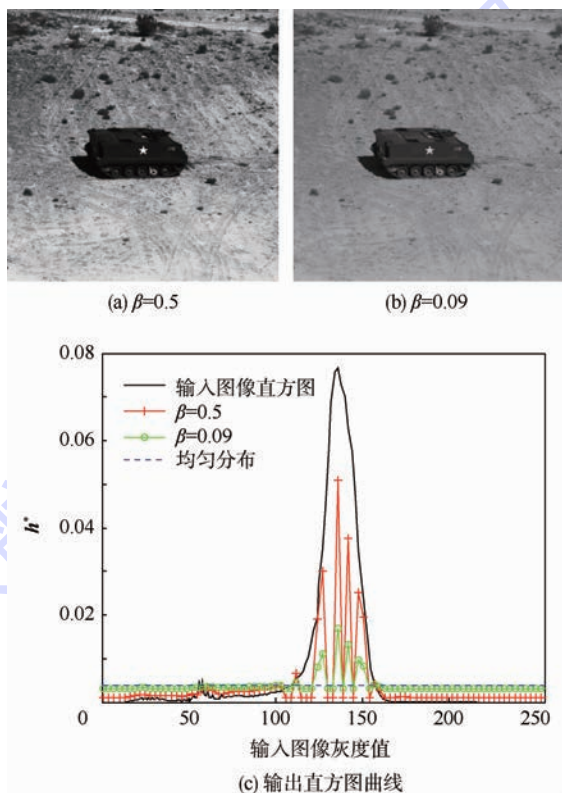


图2 不同参数均匀分布直方图的比较

Fig. 2 Comparison of uniform distribution histogram with different parameters

## 2 非线性直方图变换及其参数优化

### 2.1 变换模型及其特性分析

如何建立合理的直方图变换模型,基于以下

几点考虑:

1) 在1.2节直方图优化模型的基础上,利用图像直方图的先验知识,考虑人眼对图像主观感知偏好条件,在变换模型中引入控制参数。

2) 在实际工程应用中,某一灰度等级聚集造成图像灰度直方图峰值的情况会经常出现,采用对数函数变换可以进一步削弱直方图峰值的影响,同时可以使输出直方图变得平滑,在文献[16]中,Drago等验证了对数函数可以很好地映射高对比度场景图像。

3) 程光权等<sup>[17]</sup>从生理学和心理学方面对视觉系统进行了详细的阐述,表明人眼所感觉到的亮度并不是客观强度的简单函数,而是非线性的对数函数。

综合上述考虑,本文引入对数函数,构建图像直方图变换模型,称其为非线性直方图变换模型,具体变换算式如下:

$$h^* = \frac{\lg(\max(\mathbf{h}_i) \cdot \mathbf{h}_i \cdot 10^{-\alpha} + 1)}{\lg(u \cdot 10^{-\alpha} + 1)} \quad (5)$$

式中: $\alpha$ 为图像对比度校正控制参数; $u$ 为常量,一般取图像灰度值大于设定阈值的总数目。在微小的 $x$ 情况下,有 $\lg(x+1) \approx x$ 的性质,当 $\alpha$ 较大时, $10^{-\alpha}$ 的值显得较小,则式(5)的近似等价式为

$$h^* \approx \frac{\max(\mathbf{h}_i)}{u} \mathbf{h}_i \quad (6)$$

由式(6)可以得知, $h^*$ 近似正比于 $h_i$ ,使得输出图像的直方图倾向于直方图均衡方法。另一方面,当 $\alpha$ 较小时, $10^{-\alpha}$ 的值显得较大,则式(5)的近似等价式为

$$h^* \approx \frac{\lg(\max(\mathbf{h}_i) \cdot 10^{-\alpha})}{\lg(u \cdot 10^{-\alpha})} \quad (7)$$

由式(7)可以得知, $h^*$ 几乎与 $h_i$ 无关,使得输出的直方图倾向于均匀分布。

为了更好地阐述上述提出模型的特性,进行了具体的举例说明。如图3所示。图3(a)给出了模型如何根据参数的变化来改变输入图像的直方图,显然变换后的直方图能够削弱输入直方图峰值,并且相比于图2(c),输出的直方图变得较平滑。图3(b)画出了相应的映射变换函数曲线。当 $\alpha=8$ 时,图3(b)显示映射变换函数的曲线与直方图均衡方法的曲线非常接近。尤其是方法在处理输入图像140~255灰度空间的像素时,映射输出的像素值仅为255,导致图像的细节信息丢失。随着 $\alpha$ 值的逐步变小,图3(a)显示削弱输入直方图峰值的能力越来越强,输出的直方图也渐渐的趋向于均匀分布。当 $\alpha=2$ 时,所提出的模

型能够较好地扩大对比度范围,能够较好地提升输入图像0~140灰度空间的像素,并且在140~255灰度空间可以较好地保持图像细节。因此,可以调控参数 $\alpha$ 来校正图像对比度畸变,得到人眼视觉感到比较理想的图像。

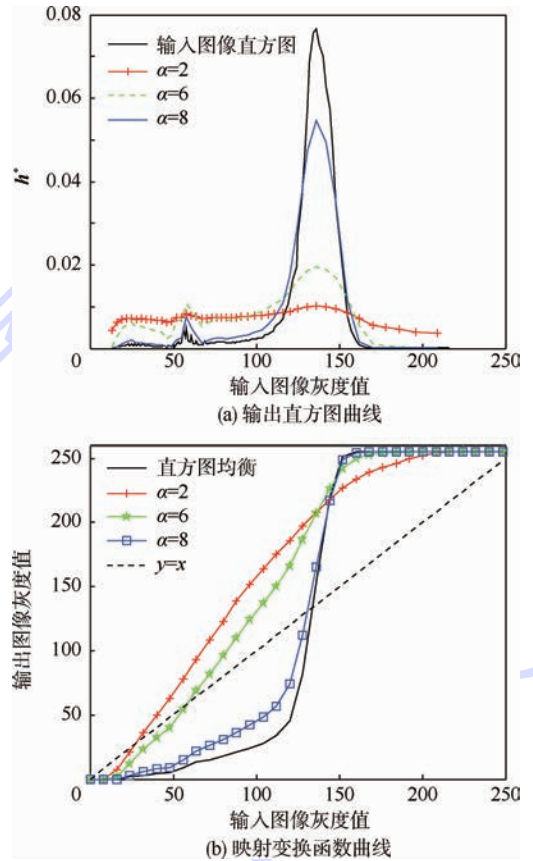


图3 图像非线性直方图变换关系示例

Fig. 3 Illustration of nonlinear transform relationship of image histogram

## 2.2 变换参数的遗传算法优化

在非线性直方图变换的对比度畸变校正模型中,仅有一个重要调控参数 $\alpha$ ,它的变化决定着变换后图像质量的好坏。通常根据操作者的实际经验来进行手动调节,而这种人工选取的参数方式不但费时费力,而且并不一定能够得到理想的结果。因此,为了不需要人为干预并没有增加额外的外部参数,模型运用遗传算法(Genetic Algorithms, GAs)自适应寻找对比度畸变校正的最优参数。

遗传算法是一种借鉴自然生物进化机制的智能优化算法,其具有强大的隐并行、全局搜索能力,在组合优化、工程控制和模式识别等领域得到了广泛的应用<sup>[18]</sup>。非线性直方图变换模型的参数通过遗传优化算法的选择、交叉、变异操作逐步迭代产生最优的解,从而自适应地完成对比度畸变图像校正。

个体的选择是在适应度值的基础上来完成的,选择的概率与适应度值是密切相关的,一般正比或者反比于适应度值。在这个过程中,更合适的个体就有更大的生存概率到下一代,而那些较弱小的个体会有一小概率来选择。因此,适应度函数的设计是十分关键的,它是进行自然选择的依据,评价个体好坏的标准,决定着最优解搜索方向。而在图像对比度畸变校正处理中,校正增强之后图像的评估主要依靠图像质量评价标准。因此,一个合理的图像对比度畸变校正适应度函数主要依靠一些度量准则,它应当可以反映人眼视觉系统对图像的感知质量和接收程度。

对于图像对比度畸变校正的度量准则可以从以下几点考虑:

1) 基于图像梯度信息的测量。图像梯度法在图像增强中是较为普遍的处理方式,相比于原始图像,对比度校正后的图像应当具有高强度的图像边缘。图像的梯度计算式如下:

$$E(I) = \sum_i \sum_j \sqrt{I_h(i,j)^2 + I_v(i,j)^2} \quad (8)$$

式中: $j$ 为图像的灰度值; $I_h$ 和 $I_v$ 分别为水平和垂直方向的梯度,梯度算子采用 Sobel 算子。同时,还应考虑图像边缘的数量 $\eta(I)$ ,相比于对比度畸变图像而言,一个质量较好的图像应当具有更多数量的图像边缘。

2) 基于图像信息的测量。由于图像在通过对比度畸变校正后,图像的细节信息将会增加,而单方面地考虑边缘的数量和强度还不足以有效地描述图像对比度好坏,例如,对于一个二值图像,只存在着大量数量的黑和白之间的急剧跳跃。图像信息熵计算公式如下:

$$H(I) = - \sum_{j=0}^{255} p(j) \lg(p(j)) \quad (9)$$

式中: $p(j)$ 为图像中各像素点灰度值为 $j$ 的概率。

3) 基于图像对比度的测量。图像质量关系到图像最终面向的对象,即人的感知。因此,考虑人眼视觉系统特性,依据文献[19]的图像对比度测量法则,衡量灰度图像对比度变化情况。具体算式如下:

$$V(I) = - \frac{1}{k_1 k_2} \sum_{l=1}^{k_2} \sum_{k=1}^{k_1} 20 \ln \left( \frac{I_{\max;k,l} - I_{\min;k,l}}{I_{\max;k,l} + I_{\min;k,l}} \right) \quad (10)$$

式中:图像被分成 $k_1 k_2$ 个块, $I_{\max;k,l}$ 和 $I_{\min;k,l}$ 分别为给定块中的灰度最大值和最小值。

基于以上几点的考虑,综合自然图像本身特征和人眼视觉系统特性来衡量图像质量,设计一个有效的适应度函数,即

$$F(x) = \frac{\eta(x) \cdot \lg(\lg(E(x) + \varepsilon)) \cdot e^{H(x)} \cdot V(x)}{mn} \quad (11)$$

式中: $\varepsilon$ 为一个小的正实参数,其作用是防止对数函数的奇异性。非线性直方图变换参数的遗传算法优化的详细过程归纳于算法1。

**算法1** 非线性直方图变换参数的遗传算法优化

输入:待处理对比度畸变图像 $I$ 。

输出:校正后图像 $C$ 。

初始化:设定个体数目、最大遗传代数 $N$ 、待优化参数范围、交叉概率和变异概率。确定编码方式,随机生成初始染色体,创建初始种群。校正参数的迭代优化:

for Iter = 1, 2, ..., N do

1) 针对种群中每个染色体,根据式(5),计算出直方图以及对应的图像;

2) 根据式(11)分配适应度权重值;

3) 通过选择算子、交叉算子和变异算子产生相应的后代;

4) 用新产生的子代替当前种群中的父代染色体,得到新的种群。同时,记录每代的最优变量以及序号。

end

后计算:从记录的每代最优变量集合中取得最优解,进行映射校正。

### 3 基于非线性直方图变换与参数优化的校正实验效果分析

#### 3.1 校正实验的内容与目的

为了验证算法的性能和有效性,本文所提出的算法与常规直方图均衡方法、文献[9]提出的改进直方图均衡方法、文献[7]提出的上下文变分对比度(CVC)方法以及采用文献[14]中运用的适应度函数进行比较分析。首先,从对比度校正程度、图像结构信息保真度等方面进行视觉效果对比,通过人眼视觉主观上对结果进行对比分析。其次,为了进一步说明所提方法在性能上的优越性,同时为了互补主观评价,衡量那些人眼观察不出来的图像细微差异,采用盲图像质量评价方法(BRISQUE)<sup>[20]</sup>和GM\_LOG<sup>[21]</sup>来对图像结果进行定量评估。

#### 3.2 校正实验结果的评价与比较分析

针对上述校正实验的内容与目的,本文采用一些实拍的对比度畸变图像作为实验的处理对象。图4(a)是待处理图像,其中上面的图像为在模拟星空以及光照条件下,实拍的月球车模型,场

景背景简单,黑色的星空背景在图像中占据主导地位。下面的图像是在欠曝光条件下拍摄的室内场景图像,场景相对较复杂,图像还受到环境噪声的影响。2幅图像都存在对比度畸变降质问题,因此,需要对图像进行对比度畸变校正。

图4(b)是常规直方图均衡方法处理的结果,校正后的图像都出现了过亮现象,这一点在图5和图6的映射变换函数曲线中也体现出来。月球车图像整个背景都没有得到较好的抑制,月球车的细节信息丢失,例如月球车的天线。室内场景图像还出现了明显的颗粒噪声。

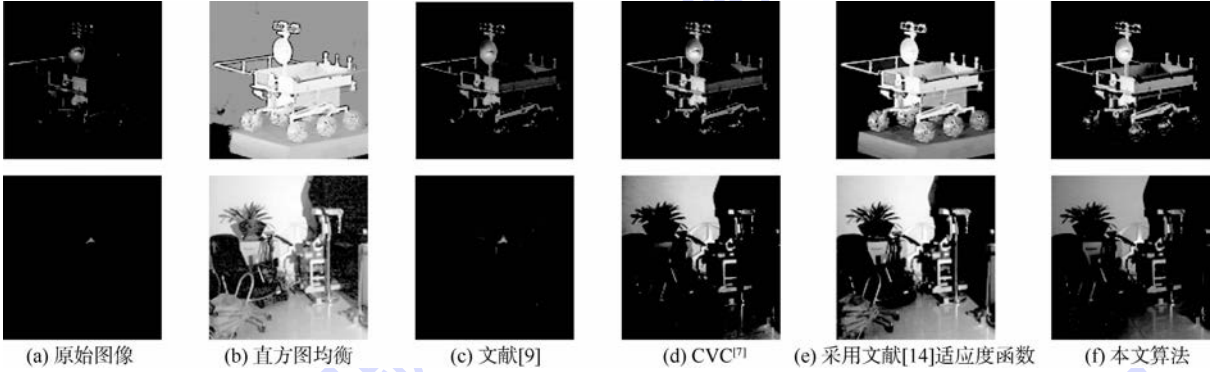


图4 不同对比度校正方法实验结果的比较

Fig. 4 Comparison of experimental results of various contrast correction methods

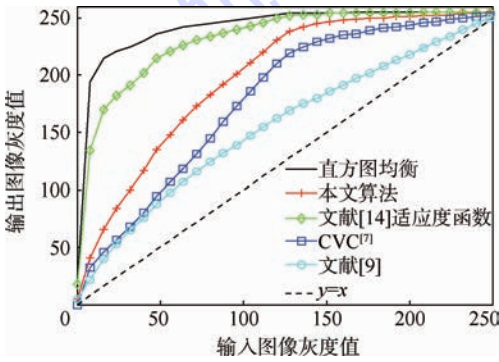


图5 月球车图像映射变换函数曲线

Fig. 5 Mapping transformation functions curves of lunar rover image

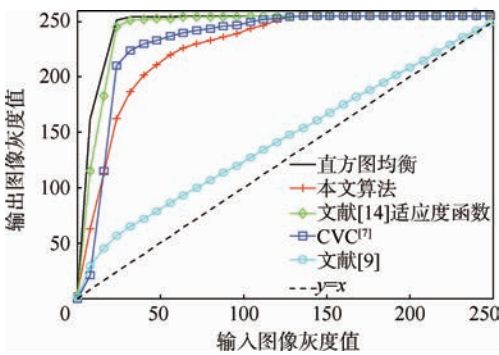


图6 室内场景图像映射变换函数曲线

Fig. 6 Mapping transformation functions curves of indoor scene image

图4(c)和图4(d)结果相比于常规直方图均衡方法,视觉效果上有一些改进,但是与图4(f)结果比较发现,本文提出的算法具有更大的优势,校正后的图像对比度更强,图像纹理和边缘更凸显,场景背景以及噪声能够得到较好的抑制,总体视觉效果更好。

图4(e)是采用文献[14]中的适应度函数进行处理的结果,总体视觉效果出现过亮的现象,图5和图6显示的映射变换曲线接近于常规直方图均衡曲线表明,设计一个合理的适应度函数在校正参数优化过程中是相当关键的。

月球车和室内场景图像的客观测评指标的比较结果分别见表1和表2,其中,BRISQUE指标值越小,表示图像质量越好;GM\_LOG指标值越大,表示图像质量越好。根据表1和表2中的各项指标可看出,所提出的方法相比与其他方法,都有显著的提高,图像质量改善较显著。其中,BRISQUE指标平均提高19%,GM\_LOG指标平均提高8.4%。

表1 月球车对比度畸变图像校正处理结果定量测评

Table 1 Quantitative assessment of correction results for contrast distortion image of lunar rover

| 评价方法    | 输入    | 直方图均衡 | 文献[9] | CVC <sup>[7]</sup> | 文献[14]适应度函数 | 本文算法  |
|---------|-------|-------|-------|--------------------|-------------|-------|
| BRISQUE | 61.60 | 53.10 | 47.04 | 42.83              | 43.94       | 38.93 |
| GM_LOG  | 78.60 | 78.47 | 84.01 | 83.07              | 75.17       | 84.91 |

表2 室内场景对比度畸变图像校正处理结果定量测评

Table 2 Quantitative assessment of correction results for contrast distortion image of indoor scene

| 评价方法    | 输入    | 直方图均衡 | 文献[9] | CVC <sup>[7]</sup> | 文献[14]适应度函数 | 本文算法  |
|---------|-------|-------|-------|--------------------|-------------|-------|
| BRISQUE | 34.54 | 38.52 | 32.42 | 20.16              | 37.58       | 15.42 |
| GM_LOG  | 78.38 | 76.55 | 80.96 | 85.56              | 79.30       | 89.91 |

因此,本文所提的方法比较其他方法,无论在

主观视觉效果上,还是客观指标定量测算方面,都具有明显的优势。

## 4 结 论

针对图像对比度畸变降质的实际工程问题,研究和分析当前对比度畸变校正方法的不足,改进直方图均衡方法,提出非线性直方图变换模型。在实际应用中,对比度畸变校正程度通常是根据操作者的人工经验来进行手动调节参数,进而,利用遗传算法自适应寻找对比度畸变校正模型的最优参数。实验结果表明,本文方法能够很好地改善图像视觉效果,提高图像质量,适合于对比度畸变降质图像校正的工程背景与技术需求。

### 参考文献 (References)

- [1] 谢凤英,赵丹培,李露,等. 数字图像处理及应用[M]. 北京:电子工业出版社,2014:87.  
XIE F Y, ZHAO D P, LI L, et al. Digital image processing and application [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2014: 87 (in Chinese).
- [2] 吴炜. 基于学习的图像增强技术[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2013:25.  
WU W. Image enhancement technique based on learning[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2013: 25 (in Chinese).
- [3] 李乐鹏,孙水发,夏冲,等. 直方图均衡技术综述[J]. 计算机系统应用,2014,23(3):1-8.  
LI L P, SUN S F, XIA C, et al. Survey of histogram equalization technology [J]. Computer Systems & Applications, 2014, 23(3): 1-8 (in Chinese).
- [4] KIM Y T. Contrast enhancement using brightness preserving bi-histogram equalization [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1997, 43(1): 1-8.
- [5] WANG Y, CHEN Q, ZHANG B M. Image enhancement based on equal area dualistic sub-image histogram equalization method [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1999, 45(1): 68-75.
- [6] 扈佃海,吕绪良,文刘强. 一种改进的直方图均衡化图像增强方法[J]. 光电技术应用,2012,27(3):65-68.  
HU D H, LV X L, WEN L Q. Image enhancement method using improved histogram equalization [J]. Electro-Optic Technology Application, 2012, 27(3): 65-68 (in Chinese).
- [7] TURGAY C, TARTI T. Contextual and variational contrast enhancement [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(12): 3431-3441.
- [8] LEE C, KIM C S, LEE C W. Contrast enhancement based on layered difference representation of 2D histograms [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(12): 5372-5384.
- [9] ARICI T, DIKBAS S, ALTUNBASAK Y. A histogram modification framework and its application for image contrast enhancement [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(9): 1921-1935.
- [10] WU X L. A linear programming approach for optimal contrast-tone mapping [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(5): 1262-1272.
- [11] 吴成茂. 可调直方图均衡化的正则解释及其改进[J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1278-1284.  
WU C M. Regularization explanation of adjustable histogram equalization and its improvement [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1278-1284 (in Chinese).
- [12] 吴成茂. 直方图均衡化的数学模型研究[J]. 电子学报, 2013, 41(3): 598-602.  
WU C M. Studies on mathematical model of histogram equalization [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(3): 598-602 (in Chinese).
- [13] HASHEMI S, KIANI S, NOROOZI N, et al. An image contrast enhancement method based on genetic algorithm [J]. Pattern Recognition Letters, 2010, 31(13): 1816-1824.
- [14] 康杰红,马苗. 基于改进蛙跳算法的图像对比度增强方法[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(11): 171-175.  
KANG J H, MA M. Image contrast enhancement method based on improved shuffled frog leaping algorithm [J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(11): 171-175 (in Chinese).
- [15] 赵仁涛,王友余,李华德,等. 多粒子群优化算法的远红外图像对比度增强[J]. 计算机仿真, 2014, 31(1): 361-364.  
ZHAO R T, WANG Y Y, LI H D, et al. Far infrared image contrast enhancement based on multi-particle swarm optimization [J]. Computer Simulation, 2014, 31(1): 361-364 (in Chinese).
- [16] DRAGO F, MYSZKOWSKI K, ANNEN T, et al. Adaptive logarithmic mapping for displaying high contrast scenes [J]. Computer Graphics Forum, 2003, 22(3): 419-426.
- [17] 程光权,成礼智,赵侠. 基于几何特征的图像处理与质量评价[M]. 北京:国防工业出版社,2013:17-27.  
CHENG G Q, CHENG L Z, ZHAO X. Image processing and quality assessment based on the geometric features [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2013: 17-27 (in Chinese).
- [18] 史峰,王辉,胡斐,等. Matlab 智能算法 30 个案例分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2011:17-20.  
SHI F, WANG H, HU F, et al. Intelligent algorithm Matlab 30 case analysis [M]. Beijing: Beihang University Press, 2011: 17-20 (in Chinese).
- [19] AGAIAN S S, SILVER B, PANETTA K A. Transform coefficient histogram-based image enhancement algorithms using contrast entropy [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(3): 741-758.
- [20] MITTAL A, MOORTHY A K, BOVIK A C. No-reference image quality assessment in the spatial domain [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(12): 4695-4708.
- [21] XUE W, MOU X, ZHANG L, et al. Blind image quality assessment using joint statistics of gradient magnitude and laplacian features [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(11): 4850-4862.

## 作者简介:

高明 男,博士研究生。主要研究方向:图像对比度校正,超分辨率重建。

E-mail: minggao818@163.com

秦世引 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:图像处理,模式识别与人工智能。

Tel.: 010-82314331

E-mail: qsy@buaa.edu.cn

## Correction of contrast distortion image based on nonlinear transform of histogram

GAO Ming, QIN Shiyin\*

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In the practical imaging, the image contrast is distorted due to influence of multi-factors, which degrades image quality greatly. A contrast correction method is presented based on nonlinear transform of histogram and parameter optimization in order to improve image quality and enhance the visual effect. Firstly, in view of the limitation of conventional histogram equalization method, a nonlinear transform model of histogram was established based on the prior constraints of image histogram through the analysis of human visual perception characteristics. Then the parameters of transform model are optimized with the evolutionary searching of genetic algorithms to achieve optimal corrective effect so that a high performance contrast distortion correction algorithm emerged. A series of correction experimental results for real images with severe contrast distortion from different scenes demonstrate that the proposed algorithm outperforms the conventional correction methods in both of objective quality assessment and subjective visual effect and is provided with distinct advantages.

**Key words:** correction of contrast distortion image; human visual perception characteristics; nonlinear transform of histogram; genetic algorithms; correction parameter optimization

**Received:** 2015-03-24; **Accepted:** 2015-06-26; **Published online:** 2015-08-03 17:17

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1717.016.html

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61273350, U1435220)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82314331 E-mail: qsy@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0175

# 基于退化数据与故障数据的导弹竞争故障预测



丛林虎<sup>1</sup>, 徐廷学<sup>1,\*</sup>, 王骞<sup>2</sup>, 董琪<sup>1</sup>

(1. 海军航空工程学院 兵器科学与技术系, 烟台 264001; 2. 71687 部队, 新乡 453000)

**摘 要:** 针对具有多元退化量的导弹竞争故障预测问题, 分析了导弹退化特性, 并在考虑突发故障与退化故障相关性的基础上, 建立了具有多元退化量的导弹竞争故障预测模型。对导弹性能退化数据与突发故障数据进行统计推断, 确定了数据的分布类型, 在此基础上对竞争故障预测模型的参数进行了求解。针对导弹性能退化数据分布参数存在非线性、小样本等问题, 运用最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 预测模型对性能退化数据的分布参数进行了预测, 得到了性能退化数据未来某一时刻的分布函数; 针对退化量与突发故障的相关性, 应用位置-尺度模型分析了退化量与突发故障的关系, 得出了突发故障与退化量的相关参数, 进而根据导弹竞争故障预测模型得到了导弹未来一段时间内的竞争故障概率。以贮存状态下的整批导弹为例, 实现了导弹竞争故障预测, 并与其他预测方法进行了对比, 结果验证了方法的合理性与有效性。

**关键词:** 竞争故障; 性能退化; 导弹; 最小二乘支持向量机 (LS-SVM); 位置-尺度模型

中图分类号: TJ760

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2016)03-0522-10

贮存状态下的导弹通常具有退化故障和突发故障 2 种故障模式。退化故障是指导弹在使用或贮存过程中, 由于某些部件在各种应力的作用下, 其性能随时间的推移逐渐下降并最终超出阈值而产生的故障。该类故障通常具有一定的规律性, 因此可通过初期的状态监测数据进行预测和防止。突发故障是指导弹整体或某一部分突然发生功能丧失, 例如部件断裂、电容爆浆以及误操作导致的装备损伤等。该类故障通常发生的较为突兀, 且具有一定的破坏性与突然性, 因此无法根据初期的监测数据进行预测与防止。由于导弹同时具有这 2 种故障模式, 即导弹在性能退化过程中也可能发生突发故障, 因此其故障是不同故障模式间竞争的结果<sup>[1]</sup>。在贮存状态下, 导弹的故障

是由最早出现的故障模式导致的。

近年来, 竞争故障预测问题已引起了国内外专家的广泛关注。Huang 和 Dietrich 在文献[2]中基于威布尔分布建立了退化量的可靠性模型, Huang 和 Askin 在文献[3]中运用串联模型分析了突发故障与退化故障不相关时的竞争故障建模方法。文献[4]基于竞争故障模型评估了舰船柴油机的可靠性。Bedford<sup>[5]</sup>在统计学相关理论的基础上分析了各竞争失效评估模型的适用性与特点。Lehmann<sup>[6]</sup>运用退化阈值冲击 (Degradation-Threshold-Shock, DTS) 模型分析了突发故障、退化故障以及环境因素之间的相互关系。Li 和 Pham<sup>[7]</sup>对多故障模式下复杂多态系统的可靠性评估问题进行了研究。文献[8]针对竞争故障问

收稿日期: 2015-03-26; 录用日期: 2015-05-08; 网络出版时间: 2015-06-17 11:32

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1132.001.html

基金项目: 国防预研项目 (401080102)

\* 通讯作者: Tel.: 0535-6635875 E-mail: xtx-yt@163.com

**引用格式:** 丛林虎, 徐廷学, 王骞, 等. 基于退化数据与故障数据的导弹竞争故障预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 522-531. CONG L H, XU T X, WANG Q, et al. Missile competing fault prediction based on degradation data and fault data[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 522-531 (in Chinese).

题,采用了线性退化模型的半更新过程设计了一种非参数估计方法。目前国内对于竞争故障相关领域的研究较少,赵建印等<sup>[9]</sup>运用参数回归模型对竞争故障问题进行了分析,苏春和张恒<sup>[10]</sup>利用退化量来表示突发故障的分布函数并建立了竞争故障可靠性评估模型,王华伟等<sup>[11]</sup>引入混合威布尔模型量化了退化故障对突发故障的影响,并由此实现了航空发动机的剩余寿命预测。

目前大部分文献在对竞争故障问题进行分析研究时,大都假设突发故障与退化故障不相关,且在建立竞争故障模型时仅考虑一种突发故障和单一退化量的单边退化,对于含有多元退化量的竞争故障问题少有涉及。通常,导弹随着性能退化程度的增加其发生突发故障的概率越来越大,因此有必要考虑突发故障与退化故障的相关性。导弹的性能退化过程是由多个退化量共同导致的,且多数退化量为双向退化,若仅考虑单一退化量建立导弹竞争故障预测模型则过于简单。针对上述问题,本文基于导弹退化特性建立了具有多元退化量的导弹竞争故障预测模型。在模型参数求解过程中,针对导弹性能退化数据分布参数存在小样本、非线性等特点,运用最小二乘支持向量机(Least Squares Support Vector Machine, LS-SVM)预测算法对性能退化数据的分布参数进行了预测;考虑退化量与突发故障的相关性,运用位置-尺度模型分析了退化量与突发故障的关系,进而求解出突发故障与退化量的相关参数。

## 1 导弹突发与退化竞争故障预测

导弹在服役期间突发故障与退化故障均可能发生。通常,导弹在贮存伊始其性能就开始不断退化,该过程是必然的,而突发故障在导弹性能退化过程中则可能发生也可能不发生,因此导弹故障是突发故障与退化故障竞争的结果。

### 1.1 导弹竞争故障预测模型

设导弹有  $n$  个退化特征参数,第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 个退化特征参数对应的退化量、退化上阈值和退化下阈值分别记为  $x_i$ 、 $U_i$  和  $L_i$ 。在  $t$  时刻对导弹进行了一次测试,其退化量  $x_i(t)$  的分布函数为  $G(x, \beta_i)$  (其中  $\beta_i = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$  为该分布的参数向量),对应的概率密度函数  $g(x, \beta_i)$  可表示为

$$g(x, \beta_i) = \frac{\partial G(x, \beta_i)}{\partial x} \quad (1)$$

所有退化特征参数的退化量均由工业部门给出了阈值范围和标准值,若超出阈值则可判定为

故障。记  $T_s^i$  为第  $i$  个特征参数发生退化故障的时间,则第  $i$  个特征参数在  $t$  时刻的退化故障概率为

$$\begin{aligned} F_s^i(t) &= P(T_s^i \leq t) = \\ &= P((X_i > U_i) \cup (X_i < L_i)) = \\ &= 1 - G(U_i, \beta_i) + G(L_i, \beta_i) = \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{U_i} g(x, \beta_i) dx + \int_{-\infty}^{L_i} g(x, \beta_i) dx \quad (2) \end{aligned}$$

考虑到导弹具有  $n$  个退化特征参数,任一参数的退化故障均会引起导弹故障,因而导弹的退化故障可看做是由  $n$  个退化特征参数的退化故障竞争导致的。假设导弹各退化特征参数间相互独立,则导弹在  $t$  时刻的退化故障概率为

$$\begin{aligned} F_s(t) &= P(T_s^1 \leq t \cup T_s^2 \leq t \cup \dots \cup T_s^n \leq t) = \\ &= P([(x_1 > U_1) \cup (x_1 < L_1)] \cup \\ &= [(x_2 > U_2) \cup (x_2 < L_2)] \cup \dots \cup \\ &= [(x_n > U_n) \cup (x_n < L_n)]) = \\ &= 1 - P((L_1 < x_1 < U_1) \cap \\ &= (L_2 < x_2 < U_2) \cap \dots \cap (L_n < x_n < U_n)) = \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n P(L_i < x_i < U_i) = \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} g(x, \beta_i) dx \quad (3) \end{aligned}$$

突发故障不仅与时刻  $t$  有关,还与  $t$  时刻某退化特征参数的退化量  $x_i(t)$  相关。假设导弹所有退化量均与突发故障相关,只是影响突发故障的程度不同。

记  $T_h$  为导弹发生突发故障的时间,  $\lambda^i(t, x)$  为与退化量  $x_i(t)$  相关时  $T_h$  的失效率函数,则  $T_h$  的可靠度函数可表示为

$$R_h(t | x) = P(T_h > t | x_i) = e^{-\int_0^t \lambda^i(\tau, x) d\tau} \quad (4)$$

导弹在  $t$  时刻的突发故障概率可表示为

$$\begin{aligned} F_h(t | x) &= P(T_h \leq t | x_i) = \\ &= 1 - R_h(t | x) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda^i(\tau, x) d\tau} \quad (5) \end{aligned}$$

导弹故障是突发故障与退化故障竞争的结果,根据以上分析,导弹在  $t$  时刻的竞争故障概率可表示为

$$\begin{aligned} F(t) &= P(T \leq t) = \\ &= P((T_h \leq t \cup T_s^1 \leq t \cup \\ &= T_s^2 \leq t \cup \dots \cup T_s^n \leq t) = \\ &= 1 - P(T_h > t, (L_1 < x_1 < U_1) \cap \\ &= (L_2 < x_2 < U_2) \cap \dots \cap (L_n < x_n < U_n)) = \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} R_h(t | x) dG(x, \beta_i) = \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} e^{-\int_0^t \lambda^i(\tau, x) d\tau} g(x, \beta_i) dx \quad (6) \end{aligned}$$

## 1.2 导弹竞争故障预测流程

由 1.1 节可知,对贮存状态下的导弹进行竞争故障预测,首先要在一定置信度下对性能退化数据与突发故障数据进行统计分析,即通过分布类型假设、参数估计和分布拟合检验来确定性能退化数据与突发故障数据的分布规律;其次,利用 LS-SVM 预测算法对退化模型中的未知参数进行预测,得到未来某一时刻的分布函数,考虑突发故障与退化量的相关性,利用位置-尺度模型求解出突发故障模型的未知参数;最后利用式(6)建立导弹竞争故障预测模型,对导弹退化与突发竞争故障概率进行预测。导弹竞争故障预测建模流程如图 1 所示。

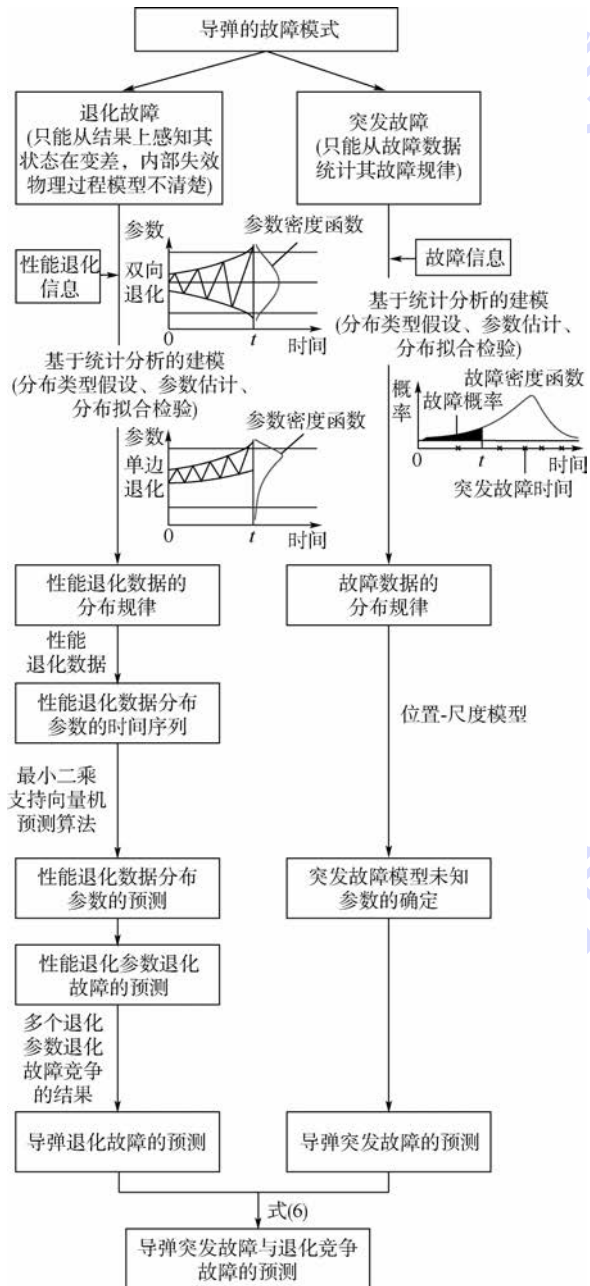


图 1 导弹竞争故障预测流程

Fig. 1 Flowchart of missile competing failure prediction

## 2 数据分布类型的确定

对于数据分布类型的确定,在概率论与数理统计中常采用分布拟合检验的方法,主要有  $\chi^2$  拟合检验、概率纸检验和 Колмогоров 检验等。概率纸检验方法主要依靠直观观察,大多为定性分析,判断结果往往因人而异,不够精确。Колмогоров 检验当总体为一维且理论分布完全已知时相对于  $\chi^2$  检验更有优势。因而,本文采用 Колмогоров 检验方法对性能退化数据与突发故障数据的分布类型进行检验。

对于性能退化数据,假设其分布函数  $G(x, \beta)$  的分布类型与时间  $t$  无关,只是参数向量  $\beta$  随着时间  $t$  的变化而改变。显然,分布  $G(x, \beta)$  可看作  $\beta$  与时间  $t$  的函数,可记为  $G(x, \beta(t))$ 。因此,若确定了  $G(x, \beta(t))$  的分布类型,又通过性能退化数据估计出了  $\beta(t)$  的估计值  $\hat{\beta}$ ,就可得出性能退化数据的分布函数  $G(x, \hat{\beta})$ 。在确定  $G(x, \beta(t))$  的分布类型时,可首先根据工程经验假设其可能的分布类型,然后对其进行参数估计与分布拟合检验,最终确定出  $G(x, \beta(t))$  的分布类型。

双向退化与单边退化是导弹特征参数的 2 种主要退化趋势。双向退化是指随着时间的推移,特征参数的性能退化数据波动性变大,对应于性能退化数据的方差变大;单边退化是指随着时间的推移,特征参数的性能退化数据逐渐偏离标准值并有接近上阈值或下阈值的趋势,对应于性能退化数据的均值偏离标准值的程度变大。综合考虑这 2 种退化趋势,假定其性能退化数据服从正态分布  $N(x; \mu, \sigma^2)$ ,则分布密度函数为

$$g(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (7)$$

式中:  $\mu$  和  $\sigma^2$  分别为  $t$  时刻性能退化数据的均值和方差。

若特征参数的性能退化数据服从正态分布,则其参数向量  $\beta = (\mu, \sigma^2)$ 。设在某一时刻  $t$ ,特征参数的性能退化数据  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的一个样本,则  $\mu$  和  $\sigma^2$  的无偏估计<sup>[12]</sup>可表示为

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \bar{X} \\ \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \end{cases} \quad (8)$$

在工程上通常假定导弹的性能退化数据服从正态分布,对其进行的拟合检验为正态性检验,可利用样本  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  来检验总体分布是否服

从  $N(\mu, \sigma^2)$ 。  $N(\mu, \sigma^2)$  中含有未知参数  $\mu$  和  $\sigma^2$ , 无法直接采用 Колмогоров 检验方法<sup>[13]</sup>, 为此本文利用其无偏估计量  $\hat{\mu}$  和  $\hat{\sigma}^2$  进行替换, 则 Колмогоров 检验中的假设变为

$$H_0: F(x) = F_0(x; \hat{\mu}, \hat{\sigma}^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\hat{\mu})^2}{2\hat{\sigma}^2}} dt \quad (9)$$

检验统计量为

$$\hat{D}_n = \sup_{-\infty < x < \infty} |F_0(x; \hat{\mu}, \hat{\sigma}^2) - F_n(x)| \quad (10)$$

式中:  $F_n(x)$  为经验分布函数, 其与  $F_0(x; \hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$  均为  $x$  的单调非降函数, 因此偏差  $|F_0(x; \hat{\mu}, \hat{\sigma}^2) - F_n(x)|$  的上确界可在  $n$  个点  $X_{(i)}$  处求得, 即

$$d_i = \max \left\{ \left| F_0(X_{(i)}) - \frac{i-1}{n} \right|, \left| \frac{i}{n} - F_0(X_{(i)}) \right| \right\} \quad (11)$$

检验统计量  $\hat{D}_n$  的值即为  $n$  个  $d_i$  中的最大值, 可表示为

$$\hat{D}_n = \max \{d_1, d_2, \dots, d_n\} \quad (12)$$

在确定的显著性水平  $\alpha$  下, 检验规则为: 若  $\hat{D}_n > \hat{D}_{n,\alpha}$ , 则拒绝  $H_0$ , 否则接受  $H_0$ 。  $\hat{D}_{n,\alpha}$  的值可通过查询临界值表获取。

威布尔分布是基于串联模型或最弱环原理提出的, 近年来在装备可靠性领域得到了迅猛发展, 其在表示产品故障方面具有很强的适应性与灵活性, 常用来表征电子设备故障的指数分布即为威布尔分布的一种特殊形式。因而, 本文根据相关工程经验假设突发故障数据服从威布尔分布, 并采用 Колмогоров 检验方法对其进行验证, 检验过程与性能退化数据分布类型的检验相类似, 只是参数估计方法略有不同<sup>[14]</sup>。

### 3 模型参数的求解

#### 3.1 退化故障分布参数预测

由导弹退化故障预测模型可知, 导弹退化故障预测的实质是对性能退化数据分布函数的预测。由于假设性能退化数据的分布类型与时间无关, 相关的仅为分布的参数向量, 即性能退化数据分布函数预测的重点是对其分布参数的预测。采用第2节的方法可以确定出性能退化数据的分布类型, 从而得出性能退化数据的分布参数。根据退化特征参数的历史性能退化数据求解其分布参数的历史值, 并基于该历史值选用适当的预测算法预测未来某一时刻的分布参数, 即可得到未来该时刻性能退化数据的分布函数, 进而根据式(3)预测导弹的退化故障概率。

贮存状态下的导弹采取定期检测方式, 通过测试获得的性能退化数据为一系列与时间相关的数值, 相应的分布参数也随时间变化, 因此可将其看作时间序列。通过上述分析, 导弹的退化故障预测就转变为性能退化数据分布参数时间序列的预测。目前常用的时间序列预测方法主要有时间序列分析、神经网络、回归分析和支持向量机等<sup>[15]</sup>。导弹性能退化数据分布参数具有小样本、非线性等特点, 而目前在处理小样本预测和估计问题时, 统计学理论一般被认为是最佳理论。支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 以统计学理论的 Vapnik-Chervonenkis (VC) 维理论和结构最小化原则为理论基础, 是一种新兴的机器学习算法。SVM 利用结构最小化原则替代了传统统计学中的经验风险最小化原则, 在处理小样本、高维数的非线性问题方面具有很强的适用性, 并有效克服了局部极值和维数灾难等问题, 目前在时间序列预测、函数拟合、模式识别等领域的应用取得了很好的效果<sup>[16-17]</sup>。

SVM 算法的实质是求解凸二次优化问题, 能保证求得的极值解即为全局最优解, 但算法的复杂度与样本量密切相关, 随着样本量的增大, 运算速度会显著降低。LS-SVM 采用等式约束替代了 SVM 中的不等式约束, 同时将风险由误差的一范数变为二范数<sup>[18]</sup>, 进而将二次优化问题的求解简化为一次方程组的求解, 既减少了计算时间又有效降低了计算复杂度。因此, 在预测性能退化数据的分布参数时间序列时, 本文选用 LS-SVM 预测模型。

给定时间序列  $\{x_t\}$  ( $t = 1, 2, \dots, N$ ), 采用前  $n$  ( $n < N$ ) 个数据来确定预测器的拓扑结构并估计模型的相关参数, 剩余数据用来检验模型的预测效果。相空间重构前  $n$  个数据并得出嵌入维数  $m$  与输入输出样本对后, 即可开始训练 LS-SVM, 进而得到其回归函数为

$$y_t = \sum_{i=1}^{n-m} \alpha_i K(x_t, x_i) + b \quad t = m+1, m+2, \dots, n \quad (13)$$

式中:  $\alpha_i$  为拉格朗日乘子;  $K$  为核函数;  $b \in \mathbf{R}$  为常数。由于  $x_{n-m+1} = \{x_{n-m+1}, x_{n-m+2}, \dots, x_n\}$ , 则 1 步预测模型可表示为

$$y_{n+1} = \sum_{i=1}^{n-m} \alpha_i K(x_i, x_{n-m+1}) + b \quad (14)$$

令  $y_{n+1} = \hat{x}_{n+1}$ , 将其加入原时间序列得到  $x_{n-m+2} = \{x_{n-m+2}, x_{n-m+3}, \dots, x_n, \hat{x}_{n+1}\}$ , 则可得 2 步预测模型。依次类推, 第  $k$  步 LS-SVM 预测模

型可表示为

$$y_{n+k} = \sum_{i=1}^{n-m} \alpha_i K(x_i, x_{n-m+k}) + b \quad (15)$$

式中:  $x_{n-m+k} = \{x_{n-m+k}, \dots, \hat{x}_{n+1}, \dots, \hat{x}_{n+k-1}\}$ 。

### 3.2 突发故障分布参数求解

突发故障不仅与时间有关,还与退化特征参数的退化量相关。为更好地表示突发故障时间与退化量间的关系,可将突发故障时间当作响应变量,退化量看作回归变量,则可在回归模型中对突发故障时间与退化量的关系进行明确表示。位置-尺度模型是回归分析中的一类重要模型<sup>[19]</sup>,其在确定的退化量  $x$  的基础上对  $Y = \ln T$  ( $T$ 为突发故障时间)的分布进行研究,模型可表示为

$$Y = \mu(x) + \sigma \cdot e \quad (16)$$

式中:  $\mu(x)$  为位置参数;  $\sigma > 0$  为不变的尺度参数;  $e$  的分布与  $x$  无关。给定  $x$ 、 $Y$  的可靠度函数

形如  $H\left(\frac{y - \mu(x)}{\sigma}\right)$ ,  $H(e)$  为  $e$  的可靠度函数。

对于突发故障时间  $T_h$ , 利用  $Y_h = \ln T_h$  的分布, 则  $T_h = \exp Y_h$  的可靠度函数可表示为

$$R_h(t | x) = H\left(\frac{\ln t - \mu(x)}{\sigma}\right) = S\left(\left(\frac{t}{\alpha(x)}\right)^\delta\right) \quad (17)$$

式中:  $\alpha(x) = \exp(\mu(x))$ ;  $\delta = 1/\sigma$ ;  $S(w) = H(\ln(w))$ 。利用该模型, 式(6)可进一步表示为

$$F(t) = 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} R_h(t | x) dG(x, \beta_i) = 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} S\left(\left(\frac{t}{\alpha_i(x)}\right)^{\delta_i}\right) g(x, \beta_i) dx \quad (18)$$

由第2节的分析可知, 导弹突发故障时间  $T_h$  服从威布尔分布。威布尔分布中含有尺度参数  $\eta$  和形状参数  $v$ , 在运用位置-尺度模型分析突发故障时间与退化量关系时, 通常假设形状参数  $v$  与退化量  $x$  不相关, 而尺度参数是退化量  $x$  的函数  $\eta(x)$ 。

现对给定退化量  $x$  下  $Y_h = \ln T_h$  的分布进行分析, 由于  $T_h$  服从威布尔分布, 则  $Y_h = \ln T_h$  服从极值分布, 其密度函数可表示为

$$f_y(y | x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left[\frac{y - \mu(x)}{\sigma} - \exp\left(\frac{y - \mu(x)}{\sigma}\right)\right] \quad (19)$$

式中: 位置参数  $\mu(x) = \ln \eta(x)$ ; 尺度参数  $\sigma = 1/v$ , 若采用标准极值分布进行表示, 则

$$Y_h = \mu(x) + \sigma \cdot e \quad (20)$$

$e$  具有标准极值分布, 其密度函数为  $\exp(e - \exp(e))$ 。为满足大多数应用,  $\mu(x)$  通常取线性形式, 令

$$\mu(x) = \gamma_1 + \gamma_2 \cdot x$$

$$\sigma = \gamma_3$$

则式(19)可表示为

$$f_y(y | x) = \frac{1}{\gamma_3} \exp\left\{\frac{y - (\gamma_1 + \gamma_2 \cdot x)}{\gamma_3} - \exp\left[\frac{y - (\gamma_1 + \gamma_2 \cdot x)}{\gamma_3}\right]\right\} \quad (21)$$

通过分析  $Z$  枚导弹突发故障数据可知, 发生突发故障的导弹均伴随有一个突发故障时间  $t_j$  ( $j=1, 2, \dots, Z$ ) 和一个与其相对应的退化量  $x_{ji}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 则基于突发故障数据的似然函数可表示为

$$L(\gamma_1^i, \gamma_2^i, \gamma_3^i) = \prod_{j=1}^Z \frac{1}{\gamma_3^i} \exp\left\{\frac{y_j - (\gamma_1^i + \gamma_2^i \cdot x_{ji})}{\gamma_3^i} - \exp\left[\frac{y_j - (\gamma_1^i + \gamma_2^i \cdot x_{ji})}{\gamma_3^i}\right]\right\} \quad (22)$$

对式(22)取对数并求关于  $\gamma_1^i$ 、 $\gamma_2^i$  和  $\gamma_3^i$  的偏导且令其为 0, 则可得

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L(\gamma_1^i, \gamma_2^i, \gamma_3^i)}{\partial \gamma_1^i} = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\gamma_1^i, \gamma_2^i, \gamma_3^i)}{\partial \gamma_2^i} = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\gamma_1^i, \gamma_2^i, \gamma_3^i)}{\partial \gamma_3^i} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

解方程组(23)可得到  $\gamma_1^i$ 、 $\gamma_2^i$  和  $\gamma_3^i$  的估计值, 但由于这是 3 个超越方程, 难以得到解析解, 只能采用数值解法, 文献[20]对此进行了分析研究, 本文采用极大似然估计法对其进行求解。

## 4 实例分析

以某岸导部队贮存状态下整批导弹为研究对象, 随机抽取 10 枚导弹作为样本进行故障预测。贮存状态下的导弹采取定期检测的方式, 每年测试一次, 其测试信息从 2004 年开始记录到 2014 年, 测试信息主要包括性能退化数据与突发故障数据, 因此可根据 2004—2012 年的测试信息预测导弹 2013 年和 2014 年的故障概率, 并将预测结果与导弹实际故障情况进行对比, 以检验本文设计方法的合理性与有效性。

### 4.1 数据的分布类型

根据工程经验, 可假设导弹某特征参数的性能退化数据服从正态分布。以抽取的 10 枚导弹某特征参数 2004 年的性能退化数据为例, 采用第 2 节的方法对该性能退化数据进行分布拟合检验以确定其分布类型。

通过整理测试信息可知,抽取的 10 枚导弹某特征参数 2004 年测试时的性能退化数据分别为: 10.21, 11.37, 9.79, 11.13, 10.23, 10.74, 11.66, 11.00, 10.90, 12.84。设该性能退化数据为  $X$ , 则检验  $X$  服从正态分布与否就变为检验假设  $H_0: X \sim N(\mu, \sigma^2)$  是否成立, 这是一个正态性检验。将  $X$  代入式(8)可得参数  $\mu$  和  $\sigma^2$  的无偏估计为

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{10}(10.21 + 11.37 + \dots + 12.84) = 10.9870$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2 = 0.7480 = 0.8649^2$$

按升序排列性能退化数据, 并对其进行 Kolmogorov 检验, 检验过程如表 1 所示。其中:  $\Phi(u_i)$  为标准正态分布函数。

表 1 性能退化数据的正态性检验

Table 1 Normality testing of performance degradation data

| $i$ | $X_{(i)}$ | $u_i = \frac{X_{(i)} - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}$ | $\Phi(u_i)$ | $\frac{i-1}{n}$ | $\frac{i}{n}$ | $ \Phi(u_i) - \frac{i-1}{n} $ | $ \frac{i}{n} - \Phi(u_i) $ | $d_i$  |
|-----|-----------|--|-------------|-----------------|---------------|-------------------------------|-----------------------------|--------|
| 1   | 9.79      | -1.3840  | 0.0832      | 0               | 0.1           | 0.0832                        | 0.0168                      | 0.0832 |
| 2   | 10.21     | -0.8984  | 0.1845      | 0.1             | 0.2           | 0.0845                        | 0.0155                      | 0.0845 |
| 3   | 10.23     | -0.8752  | 0.1907      | 0.2             | 0.3           | 0.0093                        | 0.1093                      | 0.1093 |
| 4   | 10.74     | -0.2856  | 0.3876      | 0.3             | 0.4           | 0.0876                        | 0.0124                      | 0.0876 |
| 5   | 10.90     | -0.1006  | 0.4599      | 0.4             | 0.5           | 0.0599                        | 0.0401                      | 0.0599 |
| 6   | 11.00     | 0.0150   | 0.5060      | 0.5             | 0.6           | 0.0060                        | 0.0940                      | 0.0940 |
| 7   | 11.13     | 0.1653   | 0.5656      | 0.6             | 0.7           | 0.0344                        | 0.1344                      | 0.1344 |
| 8   | 11.37     | 0.4428   | 0.6710      | 0.7             | 0.8           | 0.0290                        | 0.1290                      | 0.1290 |
| 9   | 11.66     | 0.7781   | 0.7817      | 0.8             | 0.9           | 0.0183                        | 0.1183                      | 0.1183 |
| 10  | 12.84     | 2.1424   | 0.9839      | 0.9             | 1.0           | 0.0839                        | 0.0161                      | 0.0839 |

由表 1 可得, 检验统计量  $\hat{D}_{10} = 0.1344$ 。若取显著性水平  $\alpha = 0.1$ , 则通过查阅  $\hat{D}_n$  的临界值表<sup>[12]</sup>可得  $\hat{D}_{10,0.1} = 0.2390$ 。由于  $\hat{D}_{10} < \hat{D}_{10,0.1}$ , 因此在显著性水平  $\alpha = 0.1$  下接受  $H_0$ , 即可确定 2004 年测试时导弹某特征参数性能退化数据的分布类型为正态分布。

分别对抽取的 10 枚导弹某特征参数 2005—2012 年的性能退化数据进行正态性检验, 检验结果表明这 8 年的性能退化数据均服从正态分布, 由此可判定该特征参数的性能退化数据服从正态分布, 只是其分布参数  $\mu$  和  $\sigma^2$  随时间的变化而改变。采用相同的方法可对导弹其余特征参数的性能退化数据进行正态性检验, 检验结果表明在显著性水平  $\alpha = 0.1$  下, 其余特征参数的性能退化数据的分布类型同样为正态分布。

同样, 可根据工程经验假设导弹的突发故障数据服从威布尔分布。采用 Kolmogorov 方法对其分布类型进行检验, 该过程与性能退化数据的检验过程相类似, 结果表明导弹的突发故障数据服从威布尔分布。

#### 4.2 分布参数的预测与求解

由 4.1 节分析可知, 导弹性能退化数据服从正态分布, 因此在预测性能退化数据的分布参数时, 仅需预测均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  即可。2004—2014 年抽取的 10 枚导弹某特征参数的性能退化数据的均值和方差的时间序列分别记为: (10.9870, 10.8220, 10.7160, 10.8160, 10.7960, 10.8240,

10.7530, 10.8000, 11.0870, 11.0020, 10.9340) 和 (0.7480, 0.6132, 0.3534, 0.3771, 0.6871, 0.5370, 0.5003, 0.4050, 1.0234, 0.5728, 0.5980)。首先预测均值  $\mu$ , 根据最终预测误差 (Final Prediction Error, FPE) 准则<sup>[16]</sup>, 选取嵌入维数  $m = 1$ , 相空间重构均值时间序列的前 9 个数据, 可得输入输出样本对为  $X_\mu = [10.9870 \ 10.8220 \ 10.7160 \ 10.8160 \ 10.7960 \ 10.8240 \ 10.7530 \ 10.8000]^T$ ,  $Y_\mu = [10.8220 \ 10.7160 \ 10.8160 \ 10.7960 \ 10.8240 \ 10.7530 \ 10.8000 \ 11.0870]^T$ 。选取高斯径向基函数作为核函数, 并采用交叉检验和网格搜索算法求解 LS-SVM 中的核函数宽度参数  $\sigma^2$  与正则化参数  $\gamma$ , 求得最优参数  $\sigma^2 = 3.8279$ ,  $\gamma = 117.1561$ 。利用 LS-SVM 训练输入输出样本对, 可得均值  $\mu$  的预测回归曲线如图 2 所示。

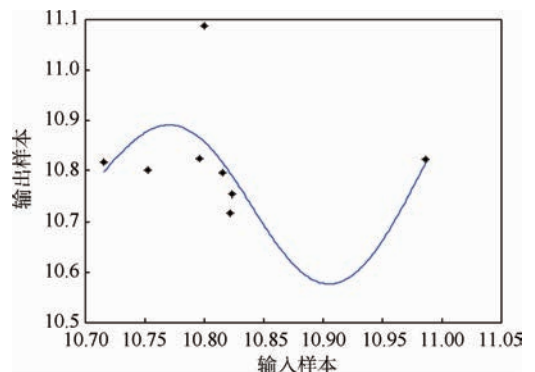


图 2 均值预测回归曲线

Fig. 2 Regression curve of mean value prediction

得到训练完毕的 LS-SVM 回归函数之后,即可开始预测输入样本  $X_{\mu}^* = [10.9870 \ 10.8220 \ 10.7160 \ 10.8160 \ 10.7960 \ 10.8240 \ 10.7530 \ 10.8000 \ 11.0870]^T$ , 预测结果如图 3 所示, 预测值和误差如表 2 所示。同理, 可预测性能退化数据的方差时间序列, 其预测相关数值如表 3 所示。

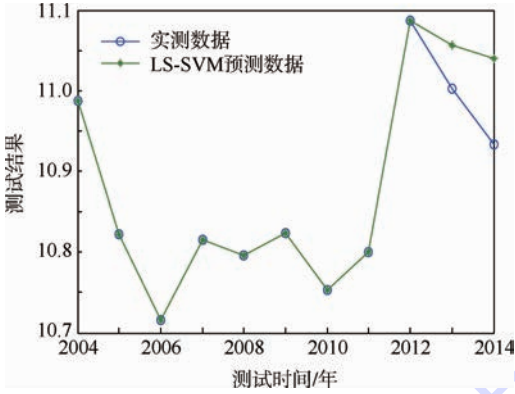


图 3 LS-SVM 均值预测结果

Fig. 3 Result of LS-SVM mean value prediction

表 2 均值预测与实测值对比

Table 2 Contrast between mean value prediction and actual value

| 测试时间   | 预测值      | 实测值      | 绝对误差     | 相对误差    |
|--------|----------|----------|----------|---------|
| 2013 年 | 11.056 1 | 11.002 0 | -0.054 1 | 0.004 9 |
| 2014 年 | 11.040 5 | 10.934 0 | -0.106 5 | 0.009 7 |

表 3 方差预测与实测值对比

Table 3 Contrast between variance prediction and actual value

| 测试时间   | 预测值     | 实测值     | 绝对误差     | 相对误差    |
|--------|---------|---------|----------|---------|
| 2013 年 | 0.518 4 | 0.572 8 | 0.054 4  | 0.094 9 |
| 2014 年 | 0.637 4 | 0.598 0 | -0.039 4 | 0.065 8 |

由图 2、图 3、表 2 和表 3 可以看出, LS-SVM 预测模型具有较高的预测精度, 可对性能退化数据相关分布参数进行较好的短期预测。采用 LS-SVM 预测模型对其余特征参数性能退化数据的分布参数进行预测, 即可得到 2013 年和 2014 年导弹特征参数性能退化数据的分布函数。

分析导弹 2004—2012 年的故障数据可以发现, 抽取的 10 枚导弹在 2005—2012 年均均有突发故障记录, 其故障个数为 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2。由于导弹每年测试一次, 因此若以年为时间单位, 那么抽取的 10 枚导弹的突发故障时间可以表示为 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9。以某退化特征参数的退化量  $x_i$  为例, 其与突发故障时间的对应关系如表 4 所示。

表 4 突发故障与相关退化量的对应关系

Table 4 Correspondence relationship between sudden fault and related degradation data

| 导弹突发故障时间 | 退化量 $x_i$ |
|----------|-----------|
| 2        | 9.79      |
| 3        | 10.61     |
| 4        | 10.82     |
| 5        | 10.72     |
| 6        | 10.98     |
| 6        | 12.60     |
| 7        | 10.73     |
| 7        | 10.08     |
| 8        | 12.28     |
| 8        | 10.83     |
| 9        | 10.38     |
| 9        | 10.22     |

将表 4 中的数据代入式 (23), 即可求得突发故障与退化量  $x_i$  相关时的参数  $\gamma_1^i$ 、 $\gamma_2^i$  和  $\gamma_3^i$  的估计值分别为 10.330 6、0.356 8 和 0.790 6, 从而得到尺度参数  $\eta_i = \exp(10.330 6 + 0.356 8x_i)$  和形状参数  $m_i = 1.264 8$ 。同理可求得导弹突发故障与其余退化量相关时的参数值。

#### 4.3 预测结果分析

确定了数据的分布类型以及相关参数后, 即可根据式 (18) 对导弹在 2013 年的故障概率进行预测, 结果为

$$\begin{aligned}
 F(t) &= 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} R_h(t|x) dG(x, \beta_i) = \\
 &= 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} S\left(\left(\frac{t}{\alpha_i(x)}\right)^{\delta_i}\right) g(x, \beta_i) dx = \\
 &= 1 - \prod_{i=1}^n \int_{L_i}^{U_i} \exp\left(-\left(\frac{x}{\gamma_1^i + \gamma_2^i x}\right)^{\frac{1}{\gamma_3^i}}\right) g(x, \beta_i) dx = \\
 &= 0.169 6
 \end{aligned}$$

即该批导弹在 2013 年发生故障的概率为 0.169 6, 同理可预测得到 2014 年的故障概率为 0.184 3。对该批导弹 2013 年和 2014 年的实际状态进行评估<sup>[21]</sup>, 可得该批导弹 2013 年和 2014 年的实际故障概率分别为 0.164 2 和 0.176 5。实际评估结果与本文设计方法的预测结果基本一致, 因此表明导弹竞争故障预测模型是合理的。

为了更好地检验本文设计方法的有效性, 分别采用只考虑性能退化的故障预测方法、只考虑突发故障的故障预测方法、假设突发故障与退化故障相互独立的竞争故障预测方法和本文设计的方法对导弹 2013 年和 2014 年的故障概率进行预测, 各方法预测结果对比如表 5 所示。

表5 各方法预测结果对比

Table 5 Contrast results of each prediction method

| 预测方法                        | 导弹故障<br>概率预测值 |        | 导弹故障<br>概率实际评估值 |        | 平均<br>相对误差 |
|-----------------------------|---------------|--------|-----------------|--------|------------|
|                             | 2013年         | 2014年  | 2013年           | 2014年  |            |
|                             | 只考虑<br>性能退化   | 0.1367 | 0.1492          |        |            |
| 只考虑<br>突发故障                 | 0.1496        | 0.1528 | 0.1642          | 0.1765 | 0.1116     |
| 假设突发<br>故障与<br>退化故障<br>相互独立 | 0.1723        | 0.1934 |                 |        | 0.0725     |
| 本文方法                        | 0.1696        | 0.1843 |                 |        | 0.0385     |

由表5可知,在只考虑性能退化或突发故障情况下对导弹故障概率进行预测时,虽然在对比结果中误差不大,但从表中可以看出,这2种方法对导弹故障概率的预测值均低于导弹故障概率的实际值,即存在着低估导弹故障概率的可能。对于导弹这类高可靠性的系统而言,一旦发生故障会造成严重的军事与经济损失,单纯考虑导弹贮存过程中的退化故障或突发故障,均会导致重大安全隐患。第3种方法忽略了突发故障与退化故障的相关性,假设突发故障与退化故障相互独立,此时竞争故障模型就变为可靠性分析中的串联模型。由于该方法未考虑性能退化对突发故障的影响,因此在对导弹故障概率预测时,相对于本文设计的方法可能会过高地估计导弹发生故障的概率,这将会对有效控制导弹维修成本与提高导弹利用率造成不利影响。通过比较各预测方法的平均相对误差,本文设计的方法预测精度更高且综合考虑了维修成本与故障风险,其预测结果更加合理有效。

## 5 结论

贮存状态下的导弹既具有突发故障模式也具有退化故障模式,其故障是由二者竞争引起的。本文通过分析导弹退化特性,在考虑突发故障与退化量相关性的基础上建立了具有多元退化量的导弹竞争故障预测模型,主要结论如下:

1) 利用数理统计的方法分别确定了导弹性能退化数据与突发故障数据的分布类型,其中性能退化数据服从正态分布,突发故障数据服从威布尔分布。

2) 在求解退化故障预测模型相关参数时,针对性能退化数据分布参数存在小样本、非线性等特点,应用LS-SVM预测算法对性能退化数据的

分布参数进行了预测,预测结果表明该预测方法具有较高的拟合精度,可对相关参数进行较好的短期预测。

3) 对突发故障预测模型相关参数求解时,考虑了退化量与突发故障的相关性,并运用位置-尺度模型分析了退化量与突发故障的关系,进而求解出突发故障与退化量的相关参数。

4) 通过实例分析,并与其他预测方法进行对比,结果验证了本文设计方法的合理性与有效性。

## 参考文献 (References)

- [1] 赵建印. 基于性能退化数据的可靠性建模与应用研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2005:61-64.  
ZHAO J Y. Reliability modeling and application study based on the data of performance degradation [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005: 61-64 (in Chinese).
- [2] HUANG W, DIETRICH D L. An alternative degradation reliability modeling approach using maximum likelihood estimation [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(2): 310-317.
- [3] HUANG W, ASKIN R G. Reliability analysis of electronic devices with multiple competing failure modes involving performance aging degradation [J]. Quality and Reliability Engineering International, 2003, 19(3): 241-254.
- [4] BOCCHETTI D, GIORGIO M, GUIDA M, et al. A competing risk model for the reliability of cylinder liners in marine diesel engines [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94(8): 1299-1307.
- [5] BEDFORD T. Competing risk modeling in reliability [M] // Modern statistical and mathematical methods in reliability. New Jersey: World Scientific Publisher, 2006: 23-40.
- [6] LEHMANN A. Joint modeling of degradation and failure time data [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2009, 139(5): 1693-1706.
- [7] LI W, PHAM H. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(2): 297-303.
- [8] BAGDONAVICIUS V, BIKELIS A, KAZAKEVICIUS V, et al. Analysis of joint multiple failure mode and linear degradation data with renewals [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2007, 137(7): 2191-2207.
- [9] 赵建印, 刘芳, 奚文俊. 退化失效与突发失效共存下产品可靠性模型与评估方法研究 [J]. 兵工学报, 2011, 32(9): 1136-1139.  
ZHAO J Y, LIU F, XI W J. Reliability model and evaluation method of products in competing failure modes [J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(9): 1136-1139 (in Chinese).
- [10] 苏春, 张恒. 基于性能退化数据和竞争失效分析的可靠性评估 [J]. 机械强度, 2011, 33(2): 196-200.  
SU C, ZHANG H. Reliability assessment based on performance degradation data and competing failure analysis [J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(2): 196-200 (in Chinese).
- [11] 王华伟, 高军, 吴海桥. 基于竞争失效的航空发动机剩余寿

- 命预测[J]. 机械工程学报, 2014, 50(6):197-205.
- WANG H W, GAO J, WU H Q. Residual remaining life prediction based on competing failures for aircraft engines[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(6):197-205 (in Chinese).
- [12] 吴翔, 李永乐, 胡庆军. 应用数理统计[M]. 北京: 国防科技大学出版社, 2008:112-120.
- WU Y, LI Y L, HU Q J. Application mathematical statistic [M]. Beijing: National University of Defence Technology Press, 2008:112-120 (in Chinese).
- [13] 丛林虎, 徐廷学, 杨继坤, 等. 导弹退化故障预测方法研究[J]. 电光与控制, 2014, 21(5):78-82.
- CONG L H, XU T X, YANG J K, et al. A method for missile degradation fault prediction[J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(5):78-82 (in Chinese).
- [14] 金良琼. 两参数 Weibull 分布的参数估计[D]. 昆明: 云南大学, 2010:6-16.
- JIN L Q. Two parameter estimation for Weibull distribution [D]. Kunming: Yunnan University, 2010:6-16 (in Chinese).
- [15] 张广明, 袁宇浩, 龚松建. 基于改进最小二乘支持向量机方法的短期风速预测[J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(8):1125-1129.
- ZHANG G M, YUAN Y H, GONG J S. A predictive model of short-term wind speed based on improved least squares support vector machine algorithm [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2011, 45(8):1125-1129 (in Chinese).
- [16] 尉询楷, 李应红, 张朴, 等. 基于支持向量机的时间序列预测模型分析与应用[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(3):529-532.
- WEI X K, LI Y H, ZHANG P, et al. Analysis and applications of time series forecasting model via support vector machines [J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(3):529-532 (in Chinese).
- [17] 洪杰, 韩磊, 苗学问, 等. 基于支持向量机的滚动轴承状态寿命评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(8):896-899.
- HONG J, HAN L, MIAO X W, et al. Assessment based on support vector machine for rolling bearing grade-life[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(8):896-899 (in Chinese).
- [18] 唐杰明, 刘俊勇, 杨可, 等. 基于灰色模型和最小二乘支持向量机的电力短期负荷组合预测[J]. 电网技术, 2009, 33(3):63-68.
- TANG J M, LIU J Y, YANG K, et al. Short-term load combination forecasting by grey model and least square support vector machine [J]. Power System Technology, 2009, 33(3):63-68 (in Chinese).
- [19] LAWLESS J F. 寿命数据中的统计模型与方法[M]. 茆诗松, 译. 北京: 中国统计出版社, 1998:40-50.
- LAWLESS J F. Statistical models and methods for lifetime data [M]. MAO S S, translated. Beijing: China Statistical Publishing House, 1998:40-50 (in Chinese).
- [20] 温艳清, 刘保亮. 完全数据下 Weibull 分布参数的极大似然估计[J]. 应用数学, 2008, 21(增刊):67-70.
- WEN Y Q, LIU B L. Complete data parameters estimation under Weibull distribution [J]. Mathematica Applicata, 2008, 21(S):67-70 (in Chinese).
- [21] 姚云峰, 伍逸夫, 冯玉光. 装备健康状态评估方法研究[J]. 现代防御技术, 2012, 40(5):156-161.
- YAO Y F, WU Y F, FENG Y G. Health condition assessment of equipment [J]. Modern Defence Technology, 2012, 40(5):156-161 (in Chinese).

#### 作者简介:

丛林虎 男, 博士研究生. 主要研究方向: 装备综合保障。

Tel.: 0535-6635061

E-mail: 342743812@qq.com

徐廷学 男, 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 装备综合保障。

Tel.: 0535-6635875

E-mail: xtx-yt@163.com

# Missile competing fault prediction based on degradation data and fault data

CONG Linhu<sup>1</sup>, XU Tingxue<sup>1,\*</sup>, WANG Qian<sup>2</sup>, DONG Qi<sup>1</sup>

(1. Department of Ordnance Science and Technology, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. Unit 71687 of PLA, Xinxiang 453000, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of missile competing fault prediction which has multivariate degradation data, the characteristics of missile degradation are analyzed and missile competing fault prediction model which has multivariate degradation data is established considering the correlation between sudden fault and degradation fault. The distribution patterns of performance degradation data and sudden fault data are determined through statistical inference, and on this basis the parameters for competing fault prediction model are solved. Aiming at the distribution parameters of performance degradation data having the feature of small sample and nonlinearity, least square support vector machine (LS-SVM) prediction algorithm is used to predict the distribution parameters of performance degradation data in order to get the future distribution function. Aiming at the correlation between sudden fault and degradation data, the correlation parameters of sudden fault and degradation data are obtained using location-scale model to analyze the relations between sudden fault and degradation data. Furthermore, the future missile competing fault probability can be obtained according to the missile competing fault prediction model. The efficiency and validity of missile competing fault prediction model are verified by case analysis and contrasting with other prediction methods.

**Key words:** competing fault; performance degradation; missile; least squares support vector machine (LS-SVM); location-scale model

**Received:** 2015-03-26; **Accepted:** 2015-05-08; **Published online:** 2015-06-17 11:32

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1132.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1132.001.html)

**Foundation item:** National Defense Pre-Research Foundation of China (401080102)

\* **Corresponding author.** Tel.: 0535-6635875 E-mail: [xtx-yt@163.com](mailto:xtx-yt@163.com)

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0192

# 升力式再入飞行器体襟翼姿态控制方法



王之<sup>1</sup>, 李惠峰<sup>1,\*</sup>, 包为民<sup>1,2</sup>

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083; 2. 中国航天科技集团公司, 北京 100048)

**摘 要:** 针对升力式再入飞行器体襟翼控制三通道时的非最小相位问题,设计了一种姿态输出跟踪控制方法。选择合理的局部微分同胚,将姿态输入-输出模型转换为正则形式并得到内动态。通过对内动态进行稳定性分析并提出系统非最小相位特性的判据,采用此判据可判定当存在副翼反效时该输出跟踪控制问题为非最小相位控制问题。针对该问题,首先依据内动态与外部动态的线性相关度将正则模型分解为最小相位子系统(纵向通道)和非最小相位子系统(横侧向通道),然后运用动态逆控制技术对2个子系统分别设计状态反馈控制器,最后基于Lyapunov方程和最小范数控制策略在非最小相位子系统中引入非线性辅助控制项以镇定整个姿态控制回路。仿真结果表明了在仅有体襟翼控制的情况下该控制方法能够精确跟踪控制指令并镇定内动态。

**关键词:** 升力式再入飞行器; 体襟翼姿态控制; 非最小相位特性判据; 副翼反效; 最小范数控制策略

**中图分类号:** V448.2

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0532-10

升力式再入飞行器通常具有飞行状态跨度大、飞行环境恶劣及动力学特性复杂等特点<sup>[1]</sup>,为适应不同飞行环境,通常配备了反作用力控制系统(RCS)和多种气动舵面,如体襟翼、副翼、升降舵、V形垂尾等。以HTV-2为代表的升力式再入飞行器,出于任务要求只配置了左右体襟翼和RCS,主要依靠体襟翼完成姿态控制(考虑到经济性和有效性,RCS一般作为辅助实现控制)。左右体襟翼只能通过同向偏转、差动偏转实现等效于升降舵和副翼的控制,直接作用到俯仰通道和滚转通道,无法实现对偏航通道的直接控制。一般来说再入姿态控制选取攻角和倾侧角作为跟踪指令<sup>[2]</sup>,以倾侧角为输出、副翼为输入时横侧向通道将存在内动态,通常引入零动态来考察内动态的稳定性<sup>[3]</sup>。对飞行器而言,其动力学特性决

定了在飞行包线内系统极易出现零动态不稳定的情况,此时系统表现为非最小相位特性。而对于非最小相位系统,若不处理不稳定零动态,用传统的控制方法实现跟踪控制将需要无限大的控制能力<sup>[4]</sup>,这给控制器的设计提出了很大的挑战。

为解决非最小相位系统的控制问题,均需要考虑如何处理不稳定零动态。文献[5]综述了目前非线性非最小相位系统的研究成果,并对其镇定、轨迹跟踪及路径跟踪等控制方法进行了分析比较。国内外对非最小相位系统轨迹跟踪的研究主要可分为近似线性化、输出重定义、动态滑模控制、MIMO系统分解方法和最小范数控制策略等。Benvenuti等<sup>[6]</sup>通过去除线性化后原系统右半平面的一个零点,来局部重新定义一个输出,使得新的系统是最小相位。这种方法处理弱非最小相位

收稿日期: 2015-04-02; 录用日期: 2015-08-06; 网络出版时间: 2015-09-08 09:58

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150908.0958.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(61174221,11272062)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339276 E-mail: lihuifeng@buaa.edu.cn

**引用格式:** 王之, 李惠峰, 包为民. 升力式再入飞行器体襟翼姿态控制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 532-541.

WANG Z, LI H F, BAO W M. Body-flap attitude control method for lifting re-entry vehicle [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 532-541 (in Chinese).

系统结果尚可,却无法解决强非最小相位系统问题。Martin等<sup>[7]</sup>为解决强非最小相位系统问题,提出了输出重定义方法。通过选择合适的输出,可以使响应的系统不含零动态或内动态,进而实现全状态反馈线性化,但由于无法总结出系统的方法选择合适的输出,故实施起来需要不断尝试。文献[8-9]基于动态滑模方法研究了非最小相位系统的输出跟踪,这种方法结合了传统滑模控制和动态补偿的优点,性能比静态反馈更强,但对被控对象的形式需要做出较强的假设,而且控制律非连续,可能引起输出抖振。文献[10]利用坐标变换把非最小相位系统的输出跟踪问题转变成跟踪误差的镇定问题,再运用系统分解方法把原系统分为最小相位子系统和非最小相位子系统分别设计镇定控制器,可以极大降低设计控制律的难度。文献[11]应用最小范数控制策略设计了由线性静态反馈项、切换项和非线性辅助输入项组成的跟踪控制器,确保输出跟踪误差与内动态具有鲁棒镇定特性。此外,神经网络控制<sup>[12]</sup>、模糊滑模控制<sup>[13]</sup>以及迭代学习控制方法<sup>[14]</sup>均被用来实现非最小相位系统的跟踪控制。

考虑到系统分解的思路与升力式再入飞行器三通道耦合控制问题的相似性,引入系统分解可降低待求解问题的维数。而动态逆和状态反馈技术成熟,可以很方便地实现线性化系统的控制。同时运用最小范数控制策略可以辅助解决整个闭环系统的镇定问题,本文综合上述各项技术,针对升力式再入飞行器模型,提出了一种仅利用体襟翼完成三通道控制的姿态控制方法。首先选定合适的局部微分同胚将原系统转换为正则形式,并对得到的内动态进行稳定性分析,提出系统非最小相位特性的判据。运用此判据可判定在副翼反效的飞行状态下该系统为非最小相位系统。针对这一问题,依据与内动态是否线性相关把系统的外部动态分为两部分,其中线性相关的外部动态和内动态组合在一起形成新的非最小相位子系统,剩余与内动态线性无关的部分为最小相位子系统。运用动态逆控制技术对这2个子系统分别设计镇定控制器,并基于Lyapunov方程和最小范数控制策略在非最小相位子系统中引入一个非线性辅助控制输入来镇定整个姿控回路。仿真结果表明,该控制器在仅用体襟翼实现三通道姿态控制的情况下对跟踪控制指令具有良好的跟踪效果并能够镇定内动态。

## 1 问题描述

### 1.1 姿态输入-输出模型正则形式

升力式再入飞行器姿态运动方程组<sup>[2]</sup>为

$$\dot{\alpha} = -p \cos \alpha \tan \beta + q - r \sin \alpha \tan \beta + \frac{g}{V \cos \beta} \cos \phi_v \cos \gamma - \frac{L}{mV \cos \beta} \quad (1a)$$

$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{g}{V} \sin \phi_v \cos \gamma + \frac{Y}{mV} \quad (1b)$$

$$\dot{\phi}_v = p \cos \alpha \frac{1}{\cos \beta} + r \sin \alpha \frac{1}{\cos \beta} + \frac{L \tan \beta}{mV} - \frac{g \tan \beta}{V} \cos \phi_v \cos \gamma + \frac{\tan \gamma}{mV} (Y \cos \phi_v + L \sin \phi_v) \quad (1c)$$

$$\dot{p} = \frac{I_{xz}(I_x - I_y + I_z)pq + (I_y I_z - I_z^2 - I_{xz}^2)qr}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} + \frac{I_{xz} N_\beta + I_{xz} L_\beta}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \beta + \frac{I_{xz} N_{\delta_a} + I_{xz} L_{\delta_a}}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \delta_a \quad (1d)$$

$$\dot{q} = \frac{(I_z - I_x)pr + I_{xz}(r^2 - p^2)}{I_y} + \frac{M_\alpha \Delta \alpha + M_{\delta_e} \delta_e}{I_y} \quad (1e)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}(-I_x + I_y - I_z)qr + (I_x^2 - I_x I_y + I_{xz}^2)pq}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} + \frac{I_x N_\beta + I_{xz} L_\beta}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \beta + \frac{I_x N_{\delta_a} + I_{xz} L_{\delta_a}}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \delta_a \quad (1f)$$

式中: $L$ 、 $D$ 、 $Y$ 为升力、阻力、侧力; $I_x$ 、 $I_y$ 、 $I_z$ 为惯性矩; $I_{xz}$ 为惯性积; $\gamma$ 为航迹倾角;选定状态向量 $\mathbf{x} = [\alpha \ \beta \ \phi_v \ p \ q \ r]^T$ ,分别表示攻角、侧滑角、倾侧角、滚转角速率、俯仰角速率和偏航角速率。由于重力加速度 $g$ 、速度 $V$ 的变化较攻角、俯仰角速率等状态量慢得多,因此将它们视为常值。同时假设阻尼力矩项和气动舵面引起的气动力各项均为零,具体原因参见文献[15];控制量 $\mathbf{u} = [\delta_e \ \delta_a]^T$ , $\delta_e$ 为升降舵偏角, $\delta_a$ 为副翼偏角; $L_\beta$ 为滚转力矩对侧滑角的偏导数; $M_{\delta_e}$ 为俯仰力矩对升降舵的偏导数,其他与此类似不再赘述。

用 $\Delta \alpha = \alpha - \alpha_T$ 、 $\Delta \delta_e = \delta_e - \delta_{eT}$ 表示实测攻角与配平攻角、实测升降舵偏角与配平升降舵的偏差。由于在姿态控制研究的过程中,从轨迹上所选的工作点均为配平状态下的工作点,这样就有

$$M_\alpha \alpha + M_{\delta_e} \delta_e = M_\alpha \Delta \alpha + M_{\delta_e} \Delta \delta_e$$

为方便控制器的推导,这里定义

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \cdots \ f_6(\mathbf{x})]^T \\ f_1(\mathbf{x}) &= -p \cos \alpha \tan \beta + q - r \sin \alpha \tan \beta + \frac{g}{V \cos \beta} \cos \phi_v \cos \gamma - \frac{L}{mV \cos \beta} \end{aligned} \quad (2a)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{g}{V} \sin \phi_v \cos \gamma + \frac{Y}{mV} \quad (2b)$$

$$f_3(\mathbf{x}) = p \cos \alpha \frac{1}{\cos \beta} + r \sin \alpha \frac{1}{\cos \beta} + \frac{L \tan \beta}{mV} - \frac{g \tan \beta}{V} \cos \phi_v \cos \gamma + \frac{\tan \gamma}{mV} (Y \cos \phi_v + L \sin \phi_v) \quad (2c)$$

$$f_4(\mathbf{x}) = \frac{I_{xz}(I_x - I_y + I_z)pq + (I_y I_z - I_z^2 - I_{xz}^2)qr}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} + L'_\beta \beta \quad (2d)$$

$$f_5(\mathbf{x}) = \frac{(I_z - I_x)pr + I_{xz}(r^2 - p^2)}{I_y} + M'_\alpha \Delta \alpha \quad (2e)$$

$$f_6(\mathbf{x}) = \frac{I_{xz}(-I_x + I_y - I_z)qr + (I_x^2 - I_x I_y + I_{xz}^2)pq}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} + N'_\beta \beta \quad (2f)$$

输入矩阵可写成

$$g(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & M'_{\delta_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L'_{\delta_a} & 0 & N'_{\delta_a} \end{bmatrix}^T$$

其中:

$$L'_\beta = \frac{I_{xz} N_\beta + I_z L_\beta}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \quad L'_{\delta_a} = \frac{I_{xz} N_{\delta_a} + I_z L_{\delta_a}}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}}$$

$$M'_\alpha = \frac{M_\alpha}{I_y} \quad M'_{\delta_c} = \frac{M_{\delta_c}}{I_y}$$

$$N'_\beta = \frac{I_x N_\beta + I_{xz} L_\beta}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \quad N'_{\delta_a} = \frac{I_x N_{\delta_a} + I_{xz} L_{\delta_a}}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}}$$

控制量可以写成  $\mathbf{u} = [\Delta \delta_c \quad \delta_a]^T$ , 这样可将式(1) 写为

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (3)$$

通常制导系统将攻角和倾侧角作为指令信号 传给控制系统, 选定系统输出为

$$\mathbf{y} = h(\mathbf{x}) = [\Delta \alpha \quad \phi_v]^T \quad (4)$$

将式(3)和式(4)组成一个姿态输入-输出 模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (5)$$

从式(1)、式(4)中不难看出向量的相对阶为 [2 2], 系统的相对阶为  $r = 4$ , 小于状态量个数, 说明系统存在内动态。此时存在一个局部微分同胚:  $\phi(\mathbf{x}): \mathbf{x} \rightarrow (\xi, \eta)$ , 将式(5)转化为正则形式<sup>[16]</sup>, 转化后的正则形式可表示为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1^1 = \xi_2^1 = \Delta \dot{\alpha} \\ \dot{\xi}_2^1 = \Delta \ddot{\alpha} = \dot{f}_1(\mathbf{x}) \\ \dot{\xi}_1^2 = \xi_2^2 = \dot{\phi}_v \\ \dot{\xi}_2^2 = \ddot{\phi}_v = \dot{f}_3(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (6a)$$

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \dot{\beta} \\ \dot{\eta}_2 = \frac{\dot{p}}{L'_{\delta_a}} - \frac{\dot{r}}{N'_{\delta_a}} \end{cases} \quad (6b)$$

式中:  $\eta$  表示内动态, 有

$$\dot{\eta} = \Gamma(\xi, \eta) \quad (7)$$

### 1.2 系统非最小相位特性判据

为验证该正则模型为非最小相位系统, 引入 零动态来考察该系统的内动态稳定性

$$\dot{\eta} = \Gamma(\mathbf{0}, \eta)$$

选取某一工作状态, 有

$$(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_1^2, \xi_2^2)^T = \mathbf{0} \quad (8)$$

假定  $\alpha = \alpha_0, \gamma \approx 0, q \approx 0$ , 将式(8)代入式 (6a)和式(6b)中, 可得

$$\dot{\eta}_2 = \left( \frac{L'_\beta}{L'_{\delta_a}} - \frac{N'_\beta}{N'_{\delta_a}} \right) \eta_1 \quad (9)$$

$$\dot{\eta}_1 = \frac{L'_{\delta_a} N'_{\delta_a}}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0} \eta_2 \quad (10)$$

对式(9)求一阶导并将式(10)代入, 有

$$\ddot{\eta}_2 = \frac{L'_\beta N'_{\delta_a} - N'_\beta L'_{\delta_a}}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0} \eta_2 = K_c \eta_2 \quad (11)$$

当系数  $K_c \leq 0$  时, 式(11)对应二阶系统有 2 个零根或一对纯虚根, 处于临界稳定的状态; 当  $K_c > 0$  时, 式(11)对应二阶系统有一个正根一个 负根, 说明此时内动态  $\eta_2$  不稳定, 系统为非最小 相位系统。可以得出如下判据。

判据 当飞行器的工作状态满足

$$K_c = \frac{L'_\beta N'_{\delta_a} - N'_\beta L'_{\delta_a}}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0} > 0 \quad (12)$$

飞行器此时表现为非最小相位特性。

注意到

$$K_c = \frac{L'_\beta N'_{\delta_a} - N'_\beta L'_{\delta_a}}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0} = \frac{-LCDP}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0}$$

通常来说式(12)中分母为正,  $K_c$  的正负主 要取决于横向操纵偏航发散参数(LCDP)<sup>[17]</sup>的 极性。对于  $K_c > 0$ , 有  $LCDP < 0$ , 飞行器副翼反 效, 主要表现为当试图获得向左(或右)的滚转 机动时飞行器开始缓慢向正确的方向滚转, 然 后转而向反方向快速滚转。这与经典单输入单 输出非最小相位系统中的“负调”现象类似。这 种情况如不能及时发现, 无论是驾驶员还是自 动驾驶仪均无法做出正确的机动。对应第3节 中仿真结果, 内动态无控的控制器的控制即 是针对输出状态进行反馈线性化完成状态反 馈后设计的控制器, 可以看出开始该控制器能 够对指令有正确的响应, 随着副翼进一步响 应, 由于此时工作在内动态不稳定的状态(对 应LCDP为

负),倾侧角向反方向发散,侧滑开始振荡,最终引起攻角的振荡,飞行器失控。此判据可预判飞行器的非最小相位特性,与LCDP有判断副翼反效有着相似的作用。与LCDP不同的是,判据从系统的内动态稳定性角度出发判定了是否为非最小相位系统,是非线性控制理论体系下的结论,而LCDP是基于飞行器横侧向线性化模型从飞行力学角度出发推得,二者有异曲同工之妙。

## 2 姿态输出跟踪控制器

1.2节中已根据式(12)的判据判定了系统式(6)为非最小相位系统,本节针对该系统设计姿态输出跟踪控制器。首先运用系统分解方法将原系统分解为最小相位子系统和非最小相位子系统,然后基于动态逆技术分别对2个子系统设计状态反馈控制器,最后依据最小范数控制策略在非最小相位子系统的控制器中增加非线性辅助控制项用来镇定整个姿控回路。

### 2.1 系统分解

对最小相位系统来说运用传统的状态反馈控制器即可很好地实现跟踪控制,而对高阶非最小相位系统来说,由于内动态的不可观测,用状态反馈控制需要完成很复杂的调参工作<sup>[3]</sup>。系统分解的好处就在于能够将原系统拆分为最小相位和非最小相位子系统,针对子系统分别设计控制器使内动态局部稳定。这可以降低非最小相位系统的阶数,把原问题变成一个更容易求解的非最小相位问题。

通常系统分解采取如下分解步骤<sup>[5]</sup>:基于正则形式,①把外部动态分为和内动态线性相关、线性无关的两部分,把内动态和与之线性相关的外部动态组合成一个新的子系统,为非最小相位子系统,另一部分为最小相位子系统;②分别设计镇定控制器,确保子系统的稳定性。

对式(7)进行处理,将其线性部分从非线性形式中分离出,即

$$\dot{\eta} = A_{\xi} \xi + A_{\eta} \eta + \hat{\Gamma}(\xi, \eta) \quad (13)$$

式中:

$$A_{\xi} = \frac{\partial \Gamma(\xi, \eta)}{\partial \xi}(0, 0)$$

$$A_{\eta} = \frac{\partial \Gamma(\xi, \eta)}{\partial \eta}(0, 0)$$

$$\hat{\Gamma}(\xi, \eta) = \Gamma(\xi, \eta) - A_{\xi} \xi - A_{\eta} \eta$$

这样可以将式(13)具体写为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{g}{V} \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_{\xi}} \begin{bmatrix} \xi_1^1 \\ \xi_2^1 \\ \xi_1^2 \\ \xi_2^2 \end{bmatrix} + \\ &\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{L'_{\delta_a} N'_{\delta_a}}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0} \\ \frac{L'_{\beta}}{L'_{\delta_a}} - \frac{N'_{\beta}}{N'_{\delta_a}} & 0 \end{bmatrix}}_{A_{\eta}} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

式中:

$$\Gamma_1 = \frac{1}{c_{\text{den}}(\xi_1^1)} \left( c_{\text{num}}(\xi_1^1) \xi_2^2 \sin \eta_1 + \frac{Y}{mV} - c_{\text{num}}(\xi_1^1) c_{\text{temp}}(\eta_1, \xi_1^2) \sin \eta_1 \right)$$

$$\Gamma_2 = \frac{c_p(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_2^2, \eta_2) c_q(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_2^2, \eta_1)}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \left( \frac{c_{p,pq}}{L'_{\delta_a}} - \frac{c_{r,pq}}{N'_{\delta_a}} \right) + \frac{c_q(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_2^2, \eta_1) c_r(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_2^2, \eta_2)}{I_x I_z - I_{xz} I_{xz}} \left( \frac{c_{p,qr}}{L'_{\delta_a}} - \frac{c_{r,qr}}{N'_{\delta_a}} \right)$$

其中:

$$c_{\text{den}}(\xi_1^1) = L'_{\delta_a} \cos(\xi_1^1 + \alpha_T) + N'_{\delta_a} \sin(\xi_1^1 + \alpha_T)$$

$$c_{\text{temp}}(\eta_1, \xi_1^2) = \frac{L}{mV} \tan \eta_1 - \frac{g}{V} \tan \eta_1 \cos \xi_1^2 \cos \gamma + \frac{\tan \gamma}{mV} (Y \cos \xi_1^2 + L \sin \xi_1^2)$$

$$c_{\text{num}}(\xi_1^1) = L'_{\delta_a} \sin(\xi_1^1 + \alpha_T) - N'_{\delta_a} \cos(\xi_1^1 + \alpha_T)$$

$$c_{p,pq} = I_{xz} (I_x - I_y + I_z)$$

$$c_{r,pq} = (I_x^2 - I_x I_y + I_z^2)$$

$$c_{p,qr} = (I_y I_z - I_x^2 - I_z^2)$$

$$c_{r,qr} = I_{xz} (-I_x + I_y - I_z)$$

$$c_p(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_2^2, \eta_2) = \frac{1}{c_{\text{den}}(\xi_1^1)} (L'_{\delta_a} N'_{\delta_a} \eta_2 \sin(\xi_1^1 + \alpha_T) +$$

$$L'_{\delta_a} \xi_2^2 \sin \eta_1 - L'_{\delta_a} c_{\text{temp}}(\eta_1, \xi_1^2) \sin \eta_1)$$

$$c_r(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_2^2, \eta_2) = \frac{1}{c_{\text{den}}(\xi_1^1)} (N'_{\delta_a} \xi_2^2 \sin \eta_1 -$$

$$L'_{\delta_a} N'_{\delta_a} \eta_2 \cos(\xi_1^1 + \alpha_T) - N'_{\delta_a} c_{\text{temp}}(\eta_1, \xi_1^2) \sin \eta_1)$$

$$c_q(\xi_1^1, \xi_2^1, \xi_2^2, \eta_1) = \xi_2^1 - \frac{g}{V} \sec \eta_1 \cos \xi_1^2 \cos \gamma +$$

$$\frac{L}{mV} \sec \eta_1 + \frac{\tan \eta_1}{c_{\text{den}}(\xi_1^1)} (L'_{\delta_a} \xi_2^2 \sin \eta_1 \cos(\xi_1^1 + \alpha_T) -$$

$$L'_{\delta_a} c_{\text{temp}}(\eta_1, \xi_1^2) \sin \eta_1 \cos(\xi_1^1 + \alpha_T) +$$

$$N'_{\delta_a} \xi_2^2 \sin \eta_1 \sin(\xi_1^1 + \alpha_T) -$$

$$N'_{\delta_a} c_{\text{temp}}(\eta_1, \xi_1^2) \sin \eta_1 \sin(\xi_1^1 + \alpha_T))$$

从式(14)中 $A_{\xi}$ 可看到,内动态与 $\xi_1^1$ 、 $\xi_2^1$ 线性无关,与 $\xi_1^2$ 、 $\xi_2^2$ 线性相关。据此将正则形式(6)拆

分为最小相位子系统式(15a)和非最小相位子系统式(15b):

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1^1 = \xi_2^1 \\ \dot{\xi}_2^1 = v_1 \\ y_1 = \xi_1^1 \end{cases} \quad (15a)$$

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1^2 = \xi_2^2 \\ \dot{\xi}_2^2 = v_2 \\ y_2 = \xi_1^2 \\ \dot{\eta}_1 = \frac{g}{V} \cos \gamma \xi_1^2 + \frac{L'_{\delta_a} N'_{\delta_a}}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0} \eta_2 + \Gamma_1 \\ \dot{\eta}_2 = \left( \frac{L'_{\beta}}{L'_{\delta_a}} - \frac{N'_{\beta}}{N'_{\delta_a}} \right) \eta_1 + \Gamma_2 \end{cases} \quad (15b)$$

式中:  $v_1$  和  $v_2$  为分解后 2 个子系统的伪控制量。

## 2.2 状态反馈控制器设计

针对 2 个子系统式(15a)、式(15b)的伪控制量分别设计状态反馈控制器实现对指令的跟踪控制,然后利用动态逆控制技术即可建立起伪控制量和控制量之间的关系。下面分别求取 2 个子系统伪控制量的状态反馈控制律。

### 2.2.1 纵向通道控制器(最小相位子系统)

将最小相位子系统式(15a)写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1^1 \\ \dot{\xi}_2^1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} \xi_1^1 \\ \xi_2^1 \end{bmatrix} + \mathbf{B}_m v_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1^1 \\ \xi_2^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_1$$

选取增益矩阵  $\mathbf{K}_m = [k_1 \quad k_2]$ ,设计纵向通道控制器为

$$v_1 = -\mathbf{K}_m [\xi_1^1 \quad \xi_2^1]^T \quad (16)$$

其中  $k_1$  和  $k_2$  满足 Hurwitz 多项式

$$s^2 + k_2 s + k_1 = 0$$

### 2.2.2 横侧向通道控制器(非最小相位子系统)

对于非最小相位子系统式(15b),选取变量  $\mathbf{z} = [\xi_1^2 \quad \xi_2^2 \quad \eta_1 \quad \eta_2]^T$ ,将其写成矩阵形式<sup>[18]</sup>:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_n \mathbf{z} + \mathbf{B}_n v_2 + \tilde{\Gamma} \quad (17)$$

式中:

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{g}{V} \cos \gamma & 0 & 0 & \frac{L'_{\delta_a} N'_{\delta_a}}{L'_{\delta_a} \cos \alpha_0 + N'_{\delta_a} \sin \alpha_0} \\ 0 & 0 & \left( \frac{L'_{\beta}}{L'_{\delta_a}} - \frac{N'_{\beta}}{N'_{\delta_a}} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{di} = \begin{bmatrix} f_1 c_{\alpha}^{\dot{\alpha}} + f_2 c_{\alpha}^{\dot{\beta}} + f_3 c_{\alpha}^{\dot{\phi}_v} + f_4 c_{\alpha}^{\dot{\rho}} + f_5 + f_6 c_{\alpha}^{\dot{i}} + M'_{\alpha} \alpha_T - \ddot{\alpha}_T \\ f_1 c_{\phi_v}^{\dot{\alpha}} + f_2 c_{\phi_v}^{\dot{\beta}} + f_3 c_{\phi_v}^{\dot{\phi}_v} + f_4 c_{\phi_v}^{\dot{\rho}} + f_6 c_{\phi_v}^{\dot{i}} - \ddot{\phi}_{vT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{di1} \\ B_{di2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix}$$

为消去式(17)中的非线性项  $\tilde{\Gamma}$  从而实现  $\mathbf{z}$  的线性反馈、镇定内动态,令  $v_2 = v_n - \mathbf{K}_n \mathbf{z}$ ,选取合适的增益矩阵  $\mathbf{K}_n$  使得  $\tilde{\mathbf{A}}_n = \mathbf{A}_n - \mathbf{B}_n \mathbf{K}_n$  为 Hurwitz 矩阵。此时式(17)变为

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}_n \mathbf{z} + \mathbf{B}_n v_n + \tilde{\Gamma} \quad (18)$$

对任意给定的对称正定矩阵  $\mathbf{Q}$ ,存在  $\mathbf{P}$  使得 Lyapunov 方程成立

$$\tilde{\mathbf{A}}_n \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}_n = -\mathbf{Q} \quad (19)$$

对式(18)选取 Lyapunov 函数

$$V_{Lya} = \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{z} \quad (20)$$

对式(20)求一阶导并将式(19)代入,有

$$\dot{V}_{Lya} = -\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + 2\mathbf{z}^T \mathbf{P} (\mathbf{B}_n v_n + \tilde{\Gamma})$$

选取  $\mathbf{z}^T \mathbf{P} (\mathbf{B}_n v_n + \tilde{\Gamma}) = 0$ ,则有

$$\dot{V}_{Lya} = -\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} < 0$$

子系统式(15b)镇定。

考虑到  $\mathbf{z}^T \mathbf{P} (\mathbf{B}_n v_n + \tilde{\Gamma}) = 0$  中  $v_n$  解不唯一,基于最小范数控制策略,有

$$v_n = -\frac{(\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_n)^T \mathbf{z}^T \mathbf{P} \tilde{\Gamma}}{(\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_n)(\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_n)^T} \quad (21)$$

式(21)作为非线性辅助输入项引入控制器中<sup>[19]</sup>,最终横侧向通道控制器设计为

$$v_2 = -\frac{(\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_n)^T \mathbf{z}^T \mathbf{P} \tilde{\Gamma}}{(\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_n)(\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_n)^T} - \mathbf{K}_n \mathbf{z} \quad (22)$$

可以看出,式(21)对模型的准确性要求较高,该控制方法的鲁棒性主要依靠状态反馈项  $\mathbf{K}_n \mathbf{z}$  实现,这个在仿真结果中得以体现。式(16)、式(22)分别代表 2 个子系统式(15a)、式(15b)对伪控制量的控制器,运用动态逆技术将伪控制量和控制量之间的关系建立如下。

对原系统式(1a)、式(1c)两边求导得

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}_{di}^{-1} (\mathbf{v} - \mathbf{B}_{di}) \quad (23)$$

式中:

$$\mathbf{v} = [v_1 \quad v_2]^T \quad \mathbf{u} = [\Delta \delta_e \quad \delta_a]^T$$

$$\mathbf{A}_{di} = \begin{bmatrix} M'_{\delta_e} & L'_{\delta_a} c_{\alpha}^{\dot{\rho}} + N'_{\delta_a} c_{\alpha}^{\dot{i}} \\ 0 & L'_{\delta_a} c_{\phi_v}^{\dot{\rho}} + N'_{\delta_a} c_{\phi_v}^{\dot{i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{di11} & A_{di12} \\ 0 & A_{di22} \end{bmatrix}$$

其中:

$$c_{\alpha}^{\dot{\alpha}} = p \sin \alpha \tan \beta - r \cos \alpha \tan \beta$$

$$c_{\alpha}^{\dot{\beta}} = -p \cos \alpha \sec^2 \beta - r \sin \alpha \sec^2 \beta + \frac{g}{V} \sec \beta \tan \beta \cos \phi_v \cos \gamma - \frac{L}{mV} \sec \beta \tan \beta$$

$$c_{\alpha}^{\dot{\phi}_v} = -\frac{g}{V \cos \beta} \sin \phi_v \cos \gamma$$

$$c_{\alpha}^{\dot{\gamma}} = -\cos \alpha \tan \beta$$

$$c_{\alpha}^{\dot{\gamma}} = -\sin \alpha \tan \beta$$

$$c_{\phi_v}^{\dot{\alpha}} = -p \sin \alpha \sec \beta + r \cos \alpha \sec \beta$$

$$c_{\phi_v}^{\dot{\beta}} = p \cos \alpha \sec \beta \tan \beta + r \sin \alpha \sec \beta \tan \beta + \frac{L \sec^2 \beta}{mV} - \frac{g \sec^2 \beta}{V} \cos \phi_v \cos \gamma$$

$$c_{\phi_v}^{\dot{\phi}_v} = \frac{g \tan \beta}{V} \sin \phi_v \cos \gamma + \frac{\tan \gamma}{mV} (-Y \sin \phi_v + L \cos \phi_v)$$

$$c_{\phi_v}^{\dot{\gamma}} = \cos \alpha \sec \beta$$

$$c_{\phi_v}^{\dot{\gamma}} = \sin \alpha \sec \beta$$

将式(16)、式(22)代入式(23)中,可得原系统的姿态输出跟踪控制器:

$$\begin{cases} \Delta \delta_e = -A_{di11}^{-1} (k_1 \xi_1^1 + k_2 \xi_2^1 + B_{di1}) + A_{di11}^{-1} A_{di12} A_{di22}^{-1} \left[ \frac{(z^T P B_n)^T z^T P \tilde{\Gamma}}{(z^T P B_n)(z^T P B_n)^T} + K_n z + B_{di2} \right] \\ \delta_a = -A_{di22}^{-1} \left[ \frac{(z^T P B_n)^T z^T P \tilde{\Gamma}}{(z^T P B_n)(z^T P B_n)^T} + K_n z + B_{di2} \right] \end{cases} \quad (24)$$

从控制器的设计过程可知,该控制方法并未对原系统进行三通道解耦,只是根据正则形式中状态量之间的线性相关度对原系统进行了分解,对分解后的最小相位子系统和非最小相位子系统分别进行反馈控制。同时充分考虑内动态的非线性,基于 Lyapunov 方程和最小范数控制策略,增加了非线性辅助控制输入项式(21)来镇定姿态控制回路,这与高超声速飞行器再入过程中强耦合、非线性的特点是吻合的。最终得到的姿态输出跟踪控制器通过调节  $K_m$ 、 $K_n$ ,将各偏差量反馈到升降舵和副翼,实现对飞行器的姿态控制。

### 3 仿真结果

选择飞行器状态:速度为 1341.7 m/s,高度为 34.07 km 时进行仿真验证该控制器,选定初始攻角  $\alpha = 8^\circ$ ,初始侧滑角  $\beta = 0^\circ$ ,初始倾侧角  $\phi_v = 0^\circ$ ,对阶跃指令进行跟踪,令攻角指令  $\alpha_c = 18^\circ$ ,倾侧角指令  $\phi_{vc} = 10^\circ$ ,保持零侧滑角  $\beta_c = 0^\circ$ 。经过检验,飞行器此时 LCDP 为 -0.0145,符合判据式(12)中  $K_c > 0$  的情况,说明此时系统为非最小

相位系统。为进一步验证飞行器内动态的不稳定并与本文所设计的控制器做对比,选取式(15)中的 4 个状态量(不包括内动态),用  $w = [\xi_1^1 \ \xi_2^1 \ \xi_1^2 \ \xi_2^2]^T$  表示。将式(15)中与  $w$  相关的公式用矩阵形式表示为

$$\dot{w} = A_w w + B_w v$$

式中:

$$A_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设计内动态无控的控制器为  $v = -K_w w$ ,其中参数选取

$$K_w = \begin{bmatrix} 30 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 50 \end{bmatrix}$$

此时极点为  $(-2.5 \pm 4.8734 i, -0.4033, -49.5967)$  均在虚轴左半平面。对本文中所提出的控制方法,选取控制器参数为

$$K_m = [120 \ 57]$$

$$K_n = [-5 \ 5 \ 100 \ 7]$$

子系统式(15a)、式(15b)的极点为

$$\text{Pole}_{\text{minimum}} = (-2.1894, -54.8106)$$

$$\text{Pole}_{\text{non-minimum}} =$$

$$(-2.2595 \pm 4.4515 i, -0.2406 \pm 0.3949 i)$$

同样在虚轴左半平面。

将内动态无控的控制器与本文所设计的姿态输出跟踪控制器做对比,如图 1~图 4 所示。

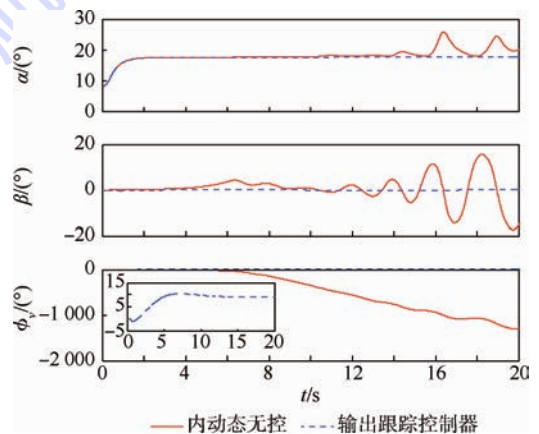


图 1 攻角、侧滑角和倾侧角响应曲线

Fig.1 Response curves of angle of attack (AOA), sideslip angle and bank angle

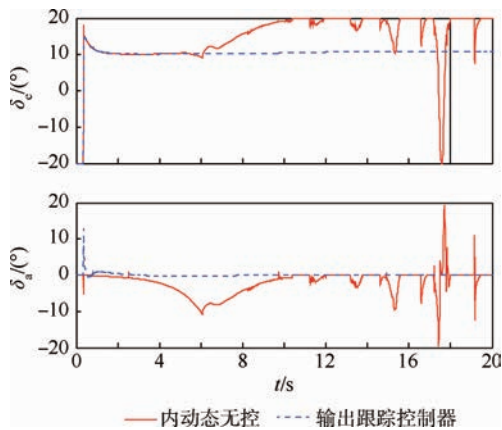


图2 升降舵、副翼偏转角

Fig. 2 Deflection angles of elevator and aileron

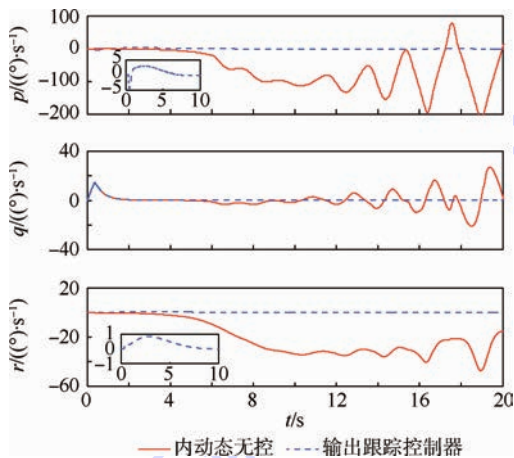


图3 姿态角速率响应曲线

Fig. 3 Response curves of attitude angle rates

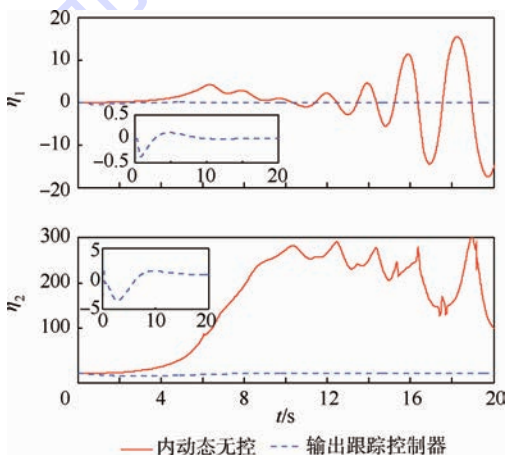


图4 内动态响应曲线

Fig. 4 Response curves of internal dynamics

图1为攻角、侧滑角和倾侧角的跟踪曲线。可以看出在当前控制器参数下,本文提出的控制器可以实现攻角、倾侧角指令的跟踪,同时镇定侧滑角,且从图1中可看出倾侧角开始有“负调”现象;而对内动态不加控制的极点配置方法,开始攻角指令响应良好,在5s时由于侧滑角(内动态 $\eta_1$ )不稳定,首先引起了倾侧角的负向持续增大,

然后随着侧滑角进一步振荡发散,在15s前后由于运动耦合诱发了攻角的振荡,最终攻角发散。

图2为升降舵、副翼随时间变化的曲线。在经过3s之后用姿态输出跟踪控制器升降舵已稳定,副翼为 $0^\circ$ ;而对内动态无控的控制来说,在5s之后升降舵突然发生变化,直到15s之后和副翼交替突变,飞行器失控。

图3表示飞行器三通道角速率 $p$ 、 $q$ 、 $r$ 随时间的变化。对于姿态输出跟踪控制器来说,滚转角速率 $p$ 和偏航角速率 $r$ 均在10s内稳定,俯仰角速率 $q$ 更是在3s内稳定;而对内动态无控的控制来说,5s之内 $q$ 基本稳定,而 $p$ 和 $r$ 均出现了较大的数值,对应内动态 $\eta_2$ 开始发散。5s之后 $p$ 、 $q$ 、 $r$ 均开始振荡,由于惯性耦合,起初振荡只表现在偏航通道的侧滑角上,侧滑角的进一步振荡诱发了运动耦合,攻角随即振荡发散。

图4为飞行器2个内动态 $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 随时间的变化。其中可明显看出,在内动态无控的情况下 $\eta_1$ 和 $\eta_2$ 均已发散,而本文设计的控制器很好地获得了稳定的内动态。其中 $\eta_2$ 开始表现为负值,这与图3中 $p$ 和 $r$ 在仿真初期的正负是相关的。

为验证该控制器的鲁棒性,另选一组飞行状态:速度为4170m/s,高度为50km。选定初始攻角 $\alpha = 8^\circ$ ,初始侧滑角 $\beta = 0^\circ$ ,初始倾侧角 $\phi_r = 0^\circ$ ,同样对阶跃指令进行跟踪,令攻角指令 $\alpha_c = 18^\circ$ ,倾侧角指令 $\phi_{rc} = 50^\circ$ ,保持零侧滑角 $\beta_c = 0^\circ$ ,飞行器此时LCDP为-0.1255。表1中给出了再入飞行器蒙特卡罗仿真所用的不确定性参数模型。无气动扰动时与蒙特卡罗100组的仿真结果对比如图5~图8所示,其中红色曲线表示无扰动时的仿真结果,蓝色曲线表示100组气动、大气密度扰动情况下的蒙特卡罗仿真结果。

表1 再入飞行器不确定性参数模型

Table 1 Uncertainty parameters model of re-entry vehicle

| 不确定性种类 | 分布类型 | 误差大小( $3\sigma$ )/% |
|--------|------|---------------------|
| 气动力系数  | 正态分布 | 30                  |
| 气动力矩系数 | 正态分布 | 50                  |
| 大气密度   | 正态分布 | 30                  |

选取攻角指令稳态跟踪误差 $\alpha_{\text{error}}$ 和倾侧角指令稳态跟踪误差 $\phi_{r-\text{error}}$ 作为蒙特卡罗仿真评估标准,依据工程经验选取 $\alpha_{\text{error}} \leq 0.5^\circ$ 和 $\phi_{r-\text{error}} \leq 2^\circ$ 作为干扰情况下可以接受的指令跟踪结果。通过分析仿真结果可以发现,100组中共有87组在上述选定范围内,可以说明该控制方法在所选扰动情况下具有较强的鲁棒性。

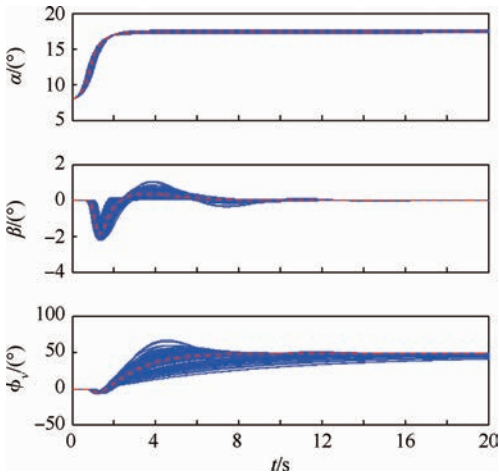


图5 气动扰动情况下攻角、侧滑角和倾侧角响应曲线

Fig.5 Response curves of AOA, sideslip angle and bank angle with aerodynamic disturbances

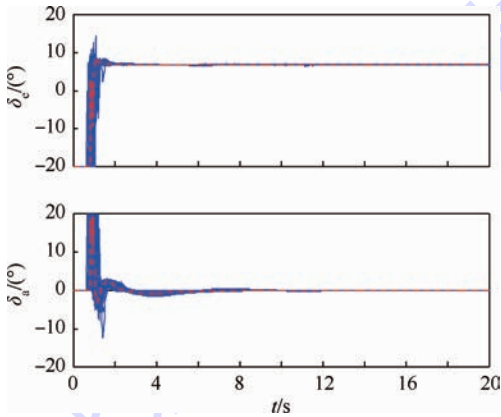


图6 气动扰动情况下升降舵、副翼偏转角

Fig.6 Deflection angles of elevator and aileron with aerodynamic disturbances

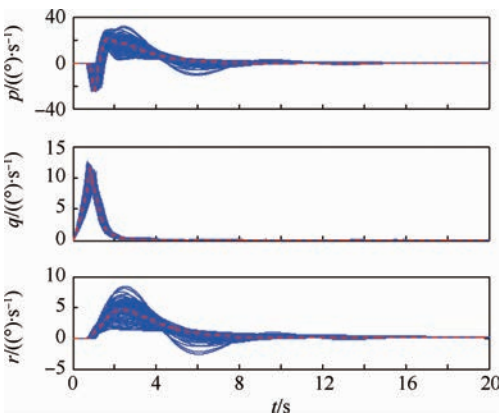


图7 气动扰动情况下姿态角速率响应曲线

Fig.7 Response curves of attitude angle rates with aerodynamic disturbances

从蒙特卡罗仿真结果可以看出,飞行器在该控制器作用下,在马赫数为12左右时可以实现指令跟踪,对大的倾侧角指令( $50^\circ$ )同样能够很好地跟踪且不失快速性,同时在气动参数和大气密

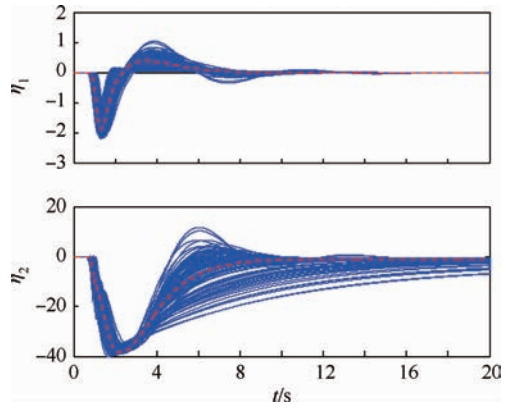


图8 气动扰动情况下内动态响应曲线

Fig.8 Response curves of internal dynamics with aerodynamic disturbances

度受扰的情况下该控制方法具有较强的鲁棒性。此外通过仿真发现, $v_n$  的量级较小,相较于式(22)中的 $K_n z$ 来说是小量,说明该控制器的鲁棒性主要由 $K_n z$ 实现。

## 4 结论

本文针对升力式再入飞行器提出了一个判定非线性系统为非最小相位系统的判据,并针对非最小相位系统的姿态控制问题,给出了一种仅用体襟翼控制三通道的姿态输出跟踪控制方法。

1) 本文提出的系统非最小相位特性判据判定了副翼反效与非最小相位特性之间的关联性:若飞行器副翼反效,则当前系统为非最小相位系统。

2) 通过与内动态无控的控制器对比,该控制方法能够镇定非线性系统的内动态,并对控制指令起到了预期的跟踪效果。

3) 该方法降低了非最小相位特性模型的复杂度,同时引入了非线性辅助控制输入项进一步镇定了整个姿态控制回路,蒙特卡罗仿真验证了该控制方法具有一定的鲁棒性。

## 参考文献 (References)

[1] 包为民. 航天飞行器控制技术研究现状与发展趋势[J]. 自动化学报, 2013, 39(6): 697-702.  
BAO W M. Present situation and development tendency of aerospace control techniques [J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(6): 697-702 (in Chinese).  
[2] 李惠峰. 高超声速飞行器制导与控制技术[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2012: 518-536.  
LI H F. Hypersonic aircraft guidance and control technology [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2012: 518-536 (in Chinese).  
[3] ISIDORI A. Nonlinear control systems [M]. Beijing: Publish

House of Electronics Industry, 2006:127-135.

- [ 4 ] SLOTINE J E. Applied nonlinear control [ M ]. Beijing: China Machine Press, 2006:144-152.
- [ 5 ] 苏善伟,朱波,向锦武,等. 非线性非最小相位系统的控制研究综述 [ J ]. 自动化学报, 2015, 41 ( 1 ): 9-21.  
SU S W, ZHU B, XIANG J W, et al. A survey on the control of nonlinear non-minimum phase systems [ J ]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41 ( 1 ): 9-21 ( in Chinese ).
- [ 6 ] BENVENUTI L, DI BENEDETTO M D, GRIZZLE J W. Approximate output tracking for nonlinear non-minimum phase systems with an application to flight control [ J ]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1994, 4 ( 3 ): 397-414.
- [ 7 ] MARTIN P, DEVASIA S, PADEN B. A different look at output tracking: Control of a VTOL aircraft [ J ]. Automatica, 1996, 32 ( 1 ): 101-107.
- [ 8 ] SIRA-RAMIREZ H. A dynamical variable structure control strategy in asymptotic output tracking problems [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1993, 38 ( 4 ): 615-620.
- [ 9 ] SHTESSEL Y B. Nonlinear output tracking in conventional and dynamic sliding manifolds [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42 ( 9 ): 1282-1286.
- [ 10 ] AL-HIDDABI S A, MCCLAMROCH N H. Tracking and maneuver regulation control for nonlinear nonminimum phase systems: Application to flight control [ J ]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10 ( 6 ): 780-792.
- [ 11 ] ZHU B, WANG X H, CAI K Y. Approximate trajectory tracking of input-disturbed PVTOL aircraft with delayed attitude measurements [ J ]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2010, 20 ( 14 ): 1610-1621.
- [ 12 ] TALEBI H A, PATEL R V, KHORASANI K. A neural network controller for a class of nonlinear non-minimum phase systems with application to a flexible-link manipulator [ J ]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2005, 127 ( 2 ): 289-294.
- [ 13 ] BABAEI A R, MORTAZAVI M, MORADI M H. Fuzzy sliding mode autopilot design for nonminimum phase and nonlinear UAV [ J ]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2013, 24 ( 3 ): 499-509.
- [ 14 ] 刘山, 吴铁军. 基于稳定逆的非最小相位系统的迭代学习控制 [ J ]. 控制理论与应用, 2003, 20 ( 6 ): 831-837.  
LIU S, WU T J. Stable-inversion based iterative learning control for non-minimum phase plants [ J ]. Control Theory and Applications, 2003, 20 ( 6 ): 831-837 ( in Chinese ).
- [ 15 ] 史丽楠, 张冉, 李昭莹, 等. 基于输出重定义的再入飞行器动态逆姿态控制 [ J ]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40 ( 9 ): 1291-1298.  
SHI L N, ZHANG R, LI Z Y, et al. Inverse dynamic attitude control for re-entry vehicle based on output redefinition [ J ]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40 ( 9 ): 1291-1298 ( in Chinese ).
- [ 16 ] WALLNER E M, WELL K H. Attitude control of a reentry vehicle with internal dynamics [ J ]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26 ( 6 ): 846-854.
- [ 17 ] LUTZE F H, DURHAM W C, MASON W H. Unified development of lateral-directional departure criteria [ J ]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19 ( 2 ): 489-493.
- [ 18 ] SU S W, LIN Y. Robust output tracking control for a velocity-sensorless vertical take-off and landing aircraft with input disturbances and unmatched uncertainties [ J ]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2013, 23 ( 11 ): 1198-1213.
- [ 19 ] HUANG C S, YUAN K. Output tracking of a nonlinear non-minimum phase PVTOL aircraft based on nonlinear state feedback control [ J ]. International Journal of Control, 2002, 75 ( 6 ): 466-473.

#### 作者简介:

王之 男, 博士研究生。主要研究方向: 高超声速飞行器动力学与控制技术。

Tel. : 010-82339527

E-mail: bjwangz@buaa.edu.cn

李惠峰 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 高超声速飞行器制导与控制技术。

Tel. : 010-82339276

E-mail: lihui Feng@buaa.edu.cn

## Body-flap attitude control method for lifting re-entry vehicle

WANG Zhi<sup>1</sup>, LI Huifeng<sup>1,\*</sup>, BAO Weimin<sup>1,2</sup>

(1. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100048, China)

**Abstract:** An attitude output tracking control method is proposed for a lifting re-entry vehicle with a non-minimum phase property. Such problem is caused by body flaps which are the only actuators to be used for controlling three-channel. By using local differential homeomorphism, the attitude input-output model is transformed into normal form, and internal dynamics are obtained. A criterion of non-minimum phase is developed by analyzing the internal dynamics' stability, and this criterion is used to predict the non-minimum phase phenomena when aileron reversal exists. To solve this problem, the normal form is decomposed into a minimum phase subsystem (longitudinal channel) and a non-minimum phase subsystem (lateral-directional channel). And then, dynamics inversion is used to design the state-feedback controllers for these two subsystems. Moreover, a nonlinear auxiliary control input is introduced to stabilize the overall attitude control loop by both Lyapunov function and a minimum-norm control strategy. Simulation results demonstrate that in the case where body flap actuators are employed for attitude control, the control commands can be tracked and internal dynamics can be stabilized by the proposed method.

**Key words:** lifting re-entry vehicle; body-flap attitude control; criterion of non-minimum phase; aileron reversal; minimum-norm control strategy

**Received:** 2015-04-02; **Accepted:** 2015-08-06; **Published online:** 2015-09-08 09:58

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150908.0958.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150908.0958.001.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61174221,11272062)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-82339276 E-mail: lihuifeng@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0196

# 多级固体运载火箭分级多学科设计优化



马树微, 李静琳, 陈曦, 陈万春\*

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

**摘 要:** 为了解决固体运载火箭总体优化过程中学科耦合性强、计算复杂、设计效率低等问题,建立了多级固体运载火箭的几何外形、质量、气动、推进、弹道/制导等学科模型,将多级运载火箭分成若干个子级火箭,并通过级间飞行状态连续性条件连接到一起,形成系统级和子系统级的框架。设计了并行方式和串行方式2种子系统的优化流程,以起飞总重最小为目标进行了多学科设计优化(MDO)。结果显示,这2种分级优化的方法与多学科可行(MDF)方法相比能减小优化过程中的迭代次数,得到更好的优化结果,从而验证了分级优化方法在多级固体运载火箭MDO的可行性与优越性。

**关键词:** 多级; 固体运载火箭; 多学科设计优化(MDO); 分级; 并行; 串行

**中图分类号:** V241.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0542-09

运载火箭的研制成本高、周期长、风险大,在总体概念设计的初期对火箭进行任务仿真、优化设计是提升火箭设计效率、火箭整体性能的重要途径<sup>[1]</sup>。然而,运载火箭的设计是一个系统工程,需要考虑的因素很多,比如飞行速度差异大,包括低声速、跨声速、高声速和高超声速;飞行状态复杂,包括爬升段、真空飞行段等;飞行环境复杂,气动系数以及气动热的计算也相当困难;多级火箭还需要考虑级与级之间的约束和分离等。在根据任务规划进行迭代设计的时候,涉及到的学科众多,如气动、结构、弹道、控制、推进等<sup>[2]</sup>。想要得到实用的优化设计的结果,需要考虑多个学科之间的耦合,在大范围的设计空间内进行寻优。多学科设计优化(MDO)正是一种通过充分探索和利用系统中的相互作用的协同机制来设计复杂系统和子系统的方法<sup>[3,4]</sup>,故而在运载火箭的设计中有着广泛的应用。多学科可行(MDF)方法则是解决MDO问题中的最普遍、最经典的方法,即建立分析对象整体的多学科模型之后,采用遗

传算法<sup>[5,6]</sup>、序列二次规划(SQP)方法<sup>[7]</sup>等系统优化器,以起飞重量最轻或者成本最低等为目标函数进行优化,得到设计结果。

然而运载火箭整体多学科设计模型包含的参数较多,极大地增加了MDF方法的计算复杂度,使得优化过程相当的耗时,导致该方法难于被应用于大规模的工程系统中。为了提高优化过程的效率,学科协调一致性要求,满足文献[8]提出一种含序贯策略的改进协同优化方法,以改进系统优化中存在的大量迭代甚至无解现象。而文献[9]则是将火箭总体设计和多级固体发动机设计分成系统级总体优化和并行的子系统的优化,采用物理规划的思想进行套嵌循环,这样可以缩减每一个子系统的寻优的规模,以提高效率。文献[10]以液体运载火箭为研究对象进行横向分解,单独建立每一级火箭的多学科优化模型,并针对液体运载火箭的特点对学科建模和约束进行了一定简化,提出了一种能够较好地解决液体运载火箭多学科优化问题的方法。

收稿日期: 2015-04-07; 录用日期: 2015-07-03; 网络出版时间: 2015-07-17 14:48

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150717.1448.001.html

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339769 E-mail: wanchun\_chen@buaa.edu.cn

**引用格式:** 马树微, 李静琳, 陈曦, 等. 多级固体运载火箭分级多学科设计优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 542-550. MA S W, LI J L, CHEN X, et al. Stage-wise multidisciplinary design optimization for multi-stage solid launch vehicle[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 542-550 (in Chinese).

基于以上方法,本文提出将分级优化策略与固体运载火箭的总体优化设计结合,以固体运载火箭为研究对象,对其几何外形学科、气动学科、推进学科、质量学科、弹道/制导学科进行建模<sup>[11-12]</sup>,并分成若干子系统,通过级间飞行状态连续性条件连接到一起,以起飞质量最轻为目标函数,分别采用并行、串行 2 种分级优化的方法对三级固体火箭进行优化设计。由于固体运载火箭具有推力不可调、耗尽关机等特点,其推力时间曲线约束严格,飞行过程相对复杂,导致总体优化计算效率低,总体优化设计技术难度更高。本文考虑了上述固体运载火箭特有的约束并通过将约束与目标函数组合的方式,在不影响优化结果的前提下,消除约束,简化了优化算法。与 MDF 方法相比,采用分级优化的多级运载火箭,其每一个子级都相当于一个单级运载火箭的 MDF 设计优化,减少了总体多学科建模的工作量,得到了更好的优化结果。

## 1 多级运载火箭学科模型

对运载火箭的多学科建模是优化的基础,本文以美国 MINOTAUR IV 火箭为研究对象进行建模分析。MINOTAUR IV 是以和平卫士洲际弹道导弹为基础研制的新型四级固体运载火箭,其构型如图 1 所示,采用惯性制导,地基发射,具有保守设计余量、结构系统先进、组装和测试简便、电子设备模块化等特点,性能可靠<sup>[13]</sup>。



图 1 MINOTAUR IV 运载火箭外形示意图

Fig. 1 Schematic of shape of MINOTAUR IV launch vehicle

### 1.1 几何外形学科建模

几何外形学科采用 CATIA 进行建模,如图 1 所示。

运载火箭整流罩采用直径为  $D_f$  的 OGIVE 外形,将几何外形进行参数化,给定具体的参数即可完全确定运载火箭的形状。本文选取的外形参数为直径  $D_f$ ,整流罩长度  $L_f$ ,运载火箭每一级长度  $L_i$ 。

为了减少设计变量,本文固定其火箭长度,选取直径为设计变量。

### 1.2 质量学科建模

运载火箭各部件的质量大小与部件设计有关,在设计过程中,质量会随之变化。本文在进行运载火箭质量的计算时将其质量分成 2 类:一类是不随时间变化的质量,称其为固定质量;一类是

随时间变化的质量,称其为非固定质量,如图 2 所示。

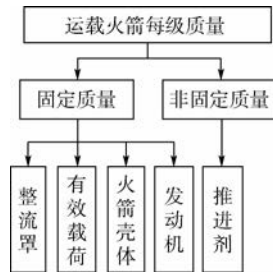


图 2 质量分类

Fig. 2 Classification of mass

有效载荷和每一级发动机为给定集中质量,火箭壳体视为薄壁圆筒,质量计算为

$$M_i = S_i e \rho_i \quad (1)$$

式中: $\rho_i$  为壳体密度; $S_i$  为壳体表面积, $S_i = \pi D_f L_i$ ;  $e$  为火箭壳体厚度。

整流罩的表面积表达式为

$$S_f = \frac{\pi D_f}{12 L_f^2} \left\{ \left[ \left( \frac{D_f}{2} \right)^2 + 4 L_f^2 \right]^{\frac{3}{2}} - \left( \frac{D_f}{2} \right)^3 \right\} \quad (2)$$

整流罩的质量计算公式为

$$M_f = S_f e_f \rho_f \quad (3)$$

式中: $e_f$  为整流罩厚度(与火箭壳体厚度相等); $\rho_f$  为整流罩密度。

推进剂的总体质量为设计变量,推进剂质量随着工作时间而变化。

经过上述简化建模,减少了不必要的变量和参数,降低了总体优化的复杂程度,能有效提高计算效率。

### 1.3 气动学科建模

气动计算一直都是运载火箭多学科设计优化的瓶颈之一。运载火箭飞行环境复杂并且多级火箭每一次级间分离导致几何外形的改变,给运载火箭的气动计算带来很大的困难。在本文中采用专用导弹空气动力估算软件 MISSLE DATCOM 进行气动阻力系数的计算。

本文考虑飞行高度在 80 km 以下,攻角范围为  $0^\circ \sim 18^\circ$ ,马赫数范围为  $0 \sim 7$ ,建立阻力系数与攻角、马赫数的三维插值表。

图 3 是运载火箭第一级在海平面阻力系数随攻角和马赫数变化的示意图。

### 1.4 推进学科建模

MINOTAUR IV 前三级均采用固体火箭发动机,本文采用理想固体火箭发动机<sup>[14]</sup>,如图 4 所示。

发动机推力的表达式为

$$F = \dot{m} v_2 + (P_2 - P_3) A_2 \quad (4)$$

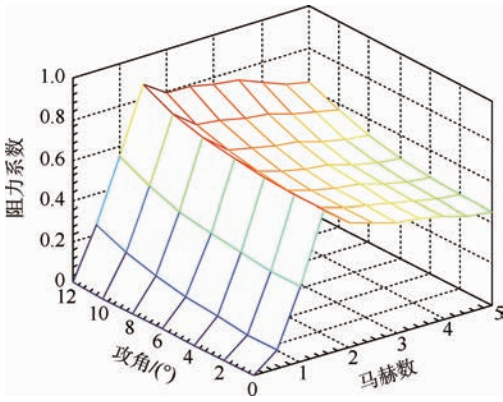
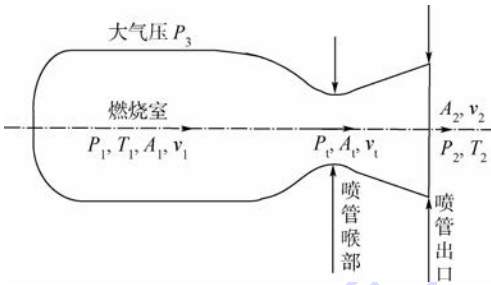


图3 阻力系数

Fig.3 Drag coefficients



$P_1, T_1, A_1, v_1$ —发动机燃烧室压强、温度、面积和气流速度;  $P_2, T_2, A_2, v_2$ —喷管出口压强、温度、面积和气流速度;  $P_3$ —外部大气压强;  $P_1, A_1, v_1$ —喉道压强、面积和气流速度。

图4 理想火箭发动机构型

Fig.4 Constitution of ideal rocket engine

式中:  $\dot{m}$  为推进剂质量流量。

发动机秒流量可以计算为

$$\dot{m} = A_1 P_1 \sqrt{\frac{k}{RT_1}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (5)$$

式中:  $k$  为燃烧产物比热比;  $R = 8314$  为气体常数。

特征排气速度可以表示为

$$c^* = \sqrt{\frac{RT_1}{k}} \left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (6)$$

由式(4)、式(5)可以得出

$$\dot{m} = P_1 A_1 / c^* \quad (7)$$

对于比热比为常数的情况下,有喷管出口的速度:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + v_1^2 \quad (8)$$

当燃烧室温度即喷管进口温度时,在等熵条件下它与滞止温度  $T_0$  或(对于化学火箭)燃烧温度差别很小,因此可以简化排气速度的表达式为

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_0 \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (9)$$

滞止温度和马赫数之间的关系可以表示为

$$T_0 = T \left[ 1 + \frac{1}{2} (k-1) Ma^2 \right] \quad (10)$$

式中:  $Ma$  为马赫数。

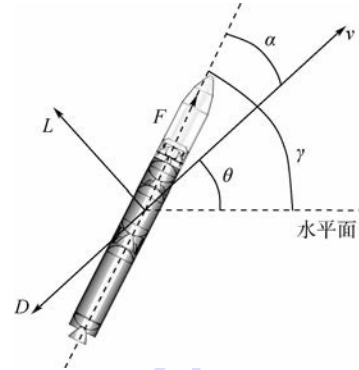
由式(9)得出修正后的推力公式为

$$F = A_1 P_1 \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + (P_2 - P_3) A_2 \quad (11)$$

由于固体运载火箭是耗尽关机,且推进剂的燃烧速度由装药截面尺寸和形状等决定,推力不可调节,其推力时间曲线是固定的。相比于推力可调的液体运载火箭,固体运载火箭的总体优化难度高,具体的处理方式在后文介绍。

### 1.5 弹道/制导学科建模

出于对运载火箭飞行高度的考虑,将地球视为圆球,采用极坐标系对运载火箭进行建模,如图5所示。



$\theta$ —弹道倾角;  $\alpha$ —攻角;  $\gamma$ —俯仰角;  
 $L$ —升力;  $D$ —阻力;  $F$ —推力;  $v$ —飞行速度。

图5 运载火箭动力学模型

Fig.5 Dynamic model of launch vehicle

弹道微分方程<sup>[15]</sup>为

$$\begin{cases} \dot{r} = v \sin \theta \\ \dot{v} = \frac{F}{m} \cos \alpha - g \sin \theta - D \\ \dot{\theta} = \left( \frac{v}{r} - \frac{g}{v} \right) \cos \theta + \frac{F \sin \alpha}{mv} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $r$  为飞行半径;  $m$  为飞行质量;  $g$  为重力加速度,随高度变化,且有  $D = \frac{1}{2} \rho \frac{S_{ref} C_D}{m} v^2$ ,  $\rho$  为空气密度,  $S_{ref}$  为飞行器的参考面积,  $C_D$  为飞行器的阻力系数。

纵向过载表达式为

$$n_t = \left( F - \frac{1}{2} \rho S_{ref} v^2 C_D \cos \alpha \right) / (mg) \quad (13)$$

文中运载火箭制导方式采用方案制导,选择程序角输入,在运载火箭飞行的总时间  $t$  中,选择

10个节点  $t_i$ ,将火箭俯仰角离散到这10个点上,见图6。整个飞行过程的俯仰角由插值得到。

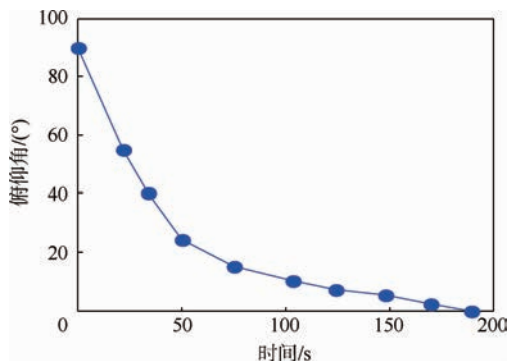


图6 俯仰角指令曲线

Fig.6 Profile of pitch angle command

该运载火箭的目标轨道为  $740\text{ km} \times 740\text{ km}$  圆轨道,入轨方式选择为 Hohmann 转移,如图7所示。

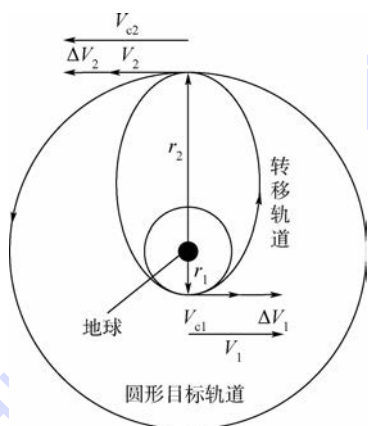


图7 Hohmann 转移

Fig.7 Hohmann transfer

运载火箭的目标轨道为半径为  $r_2$  的圆轨道,中间经过椭圆转移轨道,长半轴为

$$a = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) \quad (14)$$

飞行半径为  $r_1$  的圆轨道速度为

$$V_{cl} = \sqrt{\mu/r_1} \quad (15)$$

运载火箭在椭圆轨道  $r_1$  处的速度为

$$V_1 = \sqrt{2\mu/r_1 - \mu/a} \quad (16)$$

式中:  $\mu = GM$ , 万有引力常量  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ , 地球质量  $M = 5.976 \times 10^{24} \text{ kg}$ 。

本文将计算飞行终点高度与飞行终点速度关系,使其满足进入转移轨道约束。

## 2 多学科分级优化

应用于运载火箭最传统的多学科设计优化方法是 MDF,本文采用分级优化的方法,按照多级

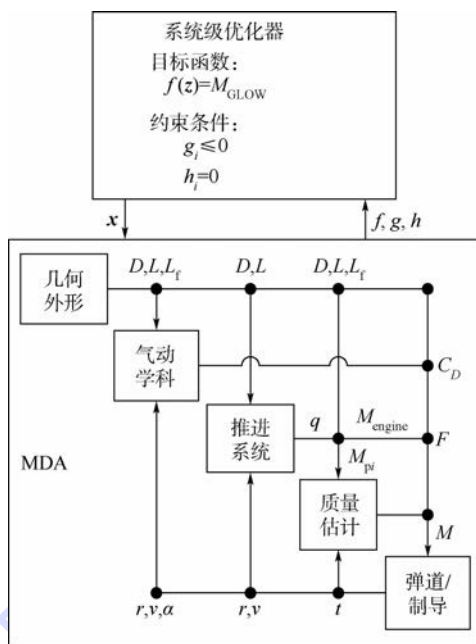
运载火箭飞行阶段进行分段,对每一级火箭单独使用 MDF 方法进行优化,通过飞行状态参数的连续性条件让各段“拼接”起来,从而得到整体的优化结果。

### 2.1 分级优化思想

#### 2.1.1 经典多学科方法——MDF

MDF 是解决 MDO 问题中的最普遍、最经典的方法,它包括多学科分析(MDA)与系统优化器。MDA 是多学科分析的过程,它用来分析各学科之间的耦合关系。在每一次迭代过程中都需要调用一次 MDA,这样如果增加该系统学科的复杂度,会使 MDA 过程相当地耗时,极大地增加了 MDF 的计算复杂度。在系统优化器中经常采用遗传算法进行优化计算。

图8是 MDF 流程示意图,可是看出在 MDA 中集合了多级火箭多学科的耦合分析,工程庞大。



$M_{CLOW}$ —运载火箭起飞质量;

$M_{p_i}$ —各级推进剂质量;  $M_{engine}$ —发动机质量。

图8 MDF 流程图

Fig.8 Process of MDF

#### 2.1.2 分级优化方法

采用运载火箭分级优化就要将所有的参数按照级数进行分解,其中最主要的是状态变量的分解。

##### 1) 飞行过程分段

对于多级运载火箭而言,整条弹道分成了不同的飞行阶段,而又被级间分离状态连续条件约束着,所有的状态变量中只有质量不是连续变化的。

对固体运载火箭进行分段处理后,每一段是

一个子优化问题,可以单独使用 MDF 方法进行优化,在保证飞行的可行性和连续性的前提下,有效简化了运载火箭飞行的程序,在一定程度上克服了总体多学科优化变量多、耦合性强的缺点。

状态变量按照不同的飞行阶段分解如图 9 所示。图 9 中  $t_{fi}$  为第  $i$  级飞行阶段结束的时间,  $z$  为设计变量,  $\mathbf{u}(z, t)$  为制导规律,  $\mathbf{x}_{i0}$  (同  $\mathbf{u}_{i0}$ ) 为状态变量第  $i$  级飞行阶段的初始条件,  $\mathbf{x}_i(t_{fi})$  (同  $\mathbf{u}_i(t_{fi})$ ) 为状态变量在第  $i$  级飞行阶段的终止结果。为了保持弹道的连续性,在每一级计算中都要满足飞行状态变量连续,包括飞行高度、飞行速度、飞行弹道倾角以及质量突变。

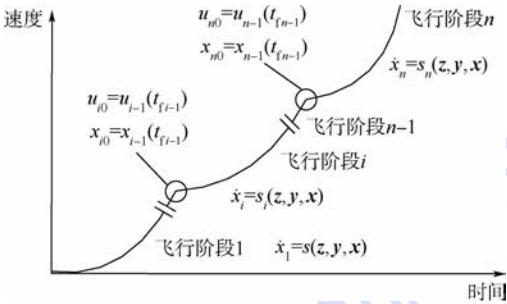


图 9 多级运载火箭飞行过程分段

Fig. 9 Flight process division of multi-stage launch vehicle

## 2) 优化算法

分级优化分为 2 个不同层次的优化器,用于系统级优化的为主优化器,其他各学科内部的优化在子优化器中优化。本文中主优化器即系统级优化过程中采用遗传算法,遗传算法在多学科优化设计中应用最为广泛。在子优化器即子级优化过程中采用 SQP 方法,这是较快解算含有非线性约束条件的最有效的方法之一。

## 2.2 MDF 方法

在三级固体运载火箭中, MDF 优化方法数学建模如下。

目标函数:

$$f(z) = \sum_{i=1}^3 (M_{pi} + M_{di}) + M_{upper} \quad (17)$$

式中:  $M_{di}$  为推进剂以外的其他质量,包括结构质量、发动机、燃料储箱等;  $M_{upper}$  为上面级质量(包括有效载荷、整流罩等)。

设计变量:

$$z = \{M_{pi}, P_{ci}, P_{ei}, A_{ei}, \varepsilon_i, D_b, \gamma_{ij}\} \quad i=1, 2, 3$$

式中:  $P_{ci}$  为燃烧室压强;  $P_{ei}$  为喷管出口压强;  $A_{ei}$  为喷管出口面积;  $\varepsilon_i$  为发动机喷管出口面积与喉部面积比;  $D_b$  为运载火箭弹体直径;  $\gamma_{ij}$  为每一级的俯仰角。

值得说明的是,弹体长度是根据推进剂装药

量、弹体直径、长细比等求得的,是一个间接的优化变量。

约束条件:

$$g_{1-3} : |\alpha_{\max}| - 15^\circ \leq 0 \quad (18)$$

$$g_{4-6} : 0.4 - \frac{P_{ei}}{P(r)} \leq 0 \quad (19)$$

$$g_{7-9} : D_{nei} - 0.8D_i \leq 0 \quad (20)$$

$$h_1 : r_f - r_{orbit} = 0 \quad (21)$$

$$h_2 : v_f - v_{orbit} = 0 \quad (22)$$

$$h_3 : \theta_f - \theta_{orbit} = 0 \quad (23)$$

式中:  $\alpha_{\max}$  为最大攻角;  $P(r)$  为不同高度处的大气压强;  $D_{nei}$  为各级发动机喷管出口直径;  $r_f$ 、 $v_f$  和  $\theta_f$  分别为终端的飞行极半径、飞行速度和弹道倾角;  $r_{orbit}$ 、 $v_{orbit}$  和  $\theta_{orbit}$  分别为入轨极半径、速度和弹道倾角。

同时由于固体运载火箭耗尽关机的特点,还应满足:

$$M_{if} = M_{irest} \quad (24)$$

即当火箭当前质量  $M_i$  等于该级燃料耗尽时的剩余质量  $M_{irest}$  时,立即结束该级飞行程序并分离。

在应用遗传算法进行优化时,等式约束难以满足,于是将等式约束换算到目标函数中,这样目标函数就变为

$$f(z) = \frac{M_{GLOW}}{M} + \left| \frac{r_f - r_{orbit}}{R} \right| + \left| \frac{v_f - v_{orbit}}{V} \right| + \left| \frac{\theta_f - \theta_{orbit}}{\Lambda} \right| \quad (25)$$

式中:  $M$ 、 $R$ 、 $V$  和  $\Lambda$  为各参数不同的归一系数。

## 2.3 分级优化方法

在三级固体运载火箭中,本文采用 2 种分级优化方式:并行计算方式和串行计算方式。

### 2.3.1 并行方式

在三级固体运载火箭中,并行分级方式流程如图 10 所示。

该方式优化方法数学建模如下<sup>[2]</sup>。

1) 系统级

目标函数:

$$f_0 = M_{GLOW} \quad (26)$$

设计变量:

$$z_{sh} = \{D_b\}$$

$$y = \{x_{sys1f}, x_{sys2f}, \gamma_{sys1f}, \gamma_{sys2f}, M_{usys1}, M_{usys2}\}$$

约束条件:

$$c_{01} : M_{usys1} - M_{u1}^* = 0 \quad (27)$$

$$c_{02} : M_{usys2} - M_{u2}^* = 0 \quad (28)$$

式中:  $z_{sh}$  为所有的对其他飞行阶段有影响的设计变量,即多级共用设计变量;  $y$  为耦合变量;  $x_{sysif} =$

$\{r_{\text{sysif}}, v_{\text{sysif}}, \theta_{\text{sysif}}, M_{\text{sysif}}\}$ , 包括各级终端飞行极半径、速度、弹道倾角和质量,需要在系统级进行估计; $\gamma_{\text{sysif}}$  和  $\gamma_{\text{syszf}}$  为系统级飞行俯仰角; $M_{\text{usys1}}$  和  $M_{\text{usys2}}$  为系统级有效载荷质量; $M_{\text{u1}}^*$  和  $M_{\text{u2}}^*$  为系统级有效载荷质量的上限。

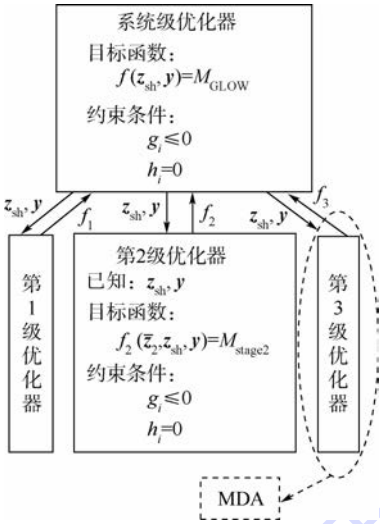


图 10 并行方式分级优化流程图

Fig. 10 Parallel stage-wise optimization process

2) 第  $i$  子系统级

已知:

$$z_{\text{sh}}, y$$

目标函数:

$$f_i(\bar{z}_i, z_{\text{sh}}, y) = M_{\text{di}} + M_{\text{pi}} + M_{\text{usysi}} \quad (29)$$

设计变量:

$$\bar{z}_i = \{M_{\text{pi}}, P_{\text{ci}}, P_{\text{ei}}, A_{\text{ei}}, \varepsilon_i, \theta_{ij}\}$$

约束条件:

$$g_{i1}: |\alpha_{\text{maxi}}| - 15^\circ \leq 0 \quad (30)$$

$$g_{i2}: 0.4 - \frac{P_{\text{ei}}}{P(r)} \leq 0 \quad (31)$$

$$g_{i3}: D_{\text{nei}} - 0.8D_i \leq 0 \quad (32)$$

$$h_{if}: x_{\text{sysif}} - x_{if} \quad (33)$$

其中最后一级子系统要满足火箭入轨条件。在系统级中存在等式约束,在子系统级中飞行阶段状态变量的末值难以满足等式约束,于是在优化过程中将等式约束消除,改变其目标函数。

由于分级优化的每个子系统都相当于单级运载火箭以起飞质量为目标函数的 MDO 问题,根据这一特点,将子系统设计在 MATLAB 中设计成通用的模块。

同理,在具体优化算法实现过程中将系统级目标函数改变为

$$f_0 = \frac{M_{\text{GLOW}}}{M} + \sum_{i=1}^3 \left| \frac{x_{\text{sysif}} - x_{if}}{\Pi_j} \right| + \sum_{i=1}^2 \left| \frac{M_{\text{usysi}} - M_{\text{ui}}}{M'} \right| \quad (34)$$

式中: $M$ 、 $\Pi_j$  和  $M'$  为各参数不同的归一系数。

子系统级目标函数变为

$$f_i(\bar{z}_i, z_{\text{sh}}, y) = M_{\text{di}} + M_{\text{pi}} + M_{\text{usysi}} + \left| \frac{x_{\text{sysif}} - x_{if}}{\Pi_j} \right| \quad (35)$$

该分级优化是并行计算方式,然而在优化过程中需要处理等式约束,这样就导致了优化的误差,为了改变这一状况,将子系统优化给以一定的顺序,变为串行分级优化方式。

2.3.2 串行方式

与并行方式不同,串行方式不再将每一级的起飞质量作为系统级的设计变量,而是根据多级运载火箭的特点,按照一定的顺序对子级进行优化。如图 11 所示,从第 3 级到第 1 级依次进行优化,并将上一级的优化结果作为下一级的已知量。

下面对该方式分级方法进行数学建模。

1) 系统级

与并行方式不同在于设计变量中没有  $M_{\text{usys1}}$  和  $M_{\text{usys2}}$ 。

2) 子系统级

for  $i = 3: 1$

已知:

$$z_{\text{sh}}, y, f_{j, j > i}$$

子级优化中与并行方式相同,目标函数中的  $M_{\text{usysi}}$  由  $f_{j, j > i}$  代替。

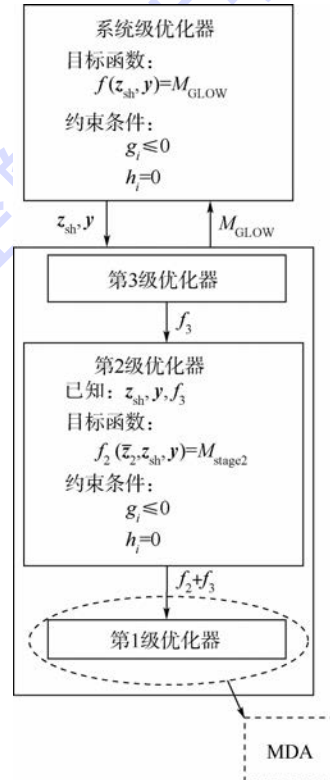


图 11 串行方式分级优化流程图

Fig. 11 Serial stage-wise optimization process

end

同理,系统级目标函数变为

$$f_0 = \frac{M_{\text{GLOW}}}{M} + \sum_{i=1}^3 \left| \frac{\mathbf{x}_{\text{sysif}} - \mathbf{x}_{\text{if}}}{\Pi_j} \right| \quad (36)$$

子系统级目标函数变为

$$f_i(\bar{\mathbf{z}}_i, \mathbf{z}_{\text{sh}}, \mathbf{y}) = M_{\text{di}} + M_{\text{pi}} + M_{\text{ui}} + \left| \frac{\mathbf{x}_{\text{sysif}} - \mathbf{x}_{\text{if}}}{\Pi_j} \right| \quad (37)$$

### 3 优化方法对比及结果分析

#### 3.1 设计优化规模

本文评判运载火箭设计优化规模包括设计变量个数、不等式约束个数和等式约束个数随运载火箭级数增加的变化。在分级优化中,考虑系统优化级的规模。

图12~图14是MDF和分级优化设计变量个数、不等式约束个数和等式约束个数随着运载火箭级数变化的情况。

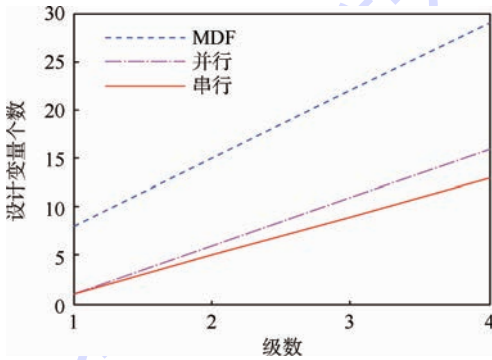


图12 设计变量个数随运载火箭级数变化

Fig. 12 Number of design variable changing with stages of launch vehicle

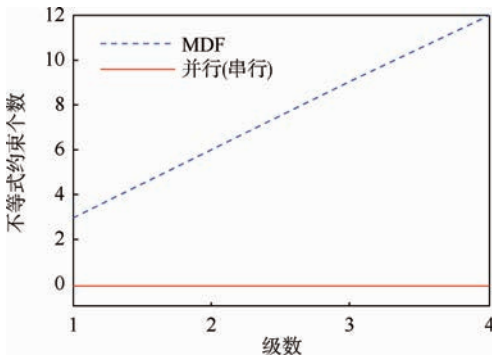


图13 不等式约束个数随运载火箭级数变化

Fig. 13 Number of inequality constraints changing with stages of launch vehicle

通过对运载火箭的分级,系统级的规模缩小,设计变量的搜索空间相应减小,这样使得其设计变量相互影响程度相对MDF小,而MDF在系统

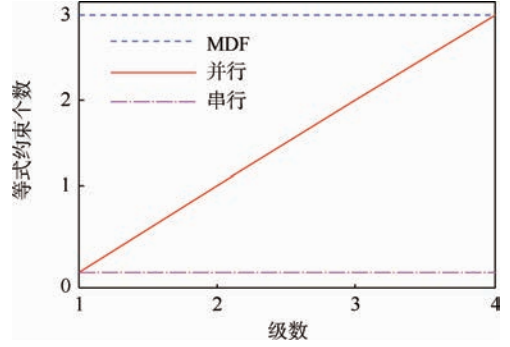


图14 等式约束个数随运载火箭级数变化

Fig. 14 Number of equality constraints changing with stages of launch vehicle

级要控制所有的变量,设计规模相应要大一些。而串行的分级优化在设计规模上有了进一步的提高。总之,随着运载火箭级数的增加,分级优化器在MDF上的优越性体现得更加明显。

#### 3.2 优化结果对比

MDF和分级优化结果如表1所示。可以看出分级优化起飞质量比MDF小,有效地降低了运载火箭的起飞质量,尤其对起飞质量较大的固体运载火箭意义重大。而且,结果中的状态变量的连续误差都在5%以内,在运载火箭设计的初级阶段是可以被接受的。

表1 MDF和分级优化结果对比

Table 1 Results comparison between MDF and stage-wise optimization

| 优化方法 | 目标函数         |           |
|------|--------------|-----------|
|      | 达到目标函数最优迭代次数 | 起飞质量/kg   |
| MDF  | 97           | 87 299.16 |
| 并行   | 47           | 86 635.79 |
| 串行   | 34           | 86 203.01 |

由于分级优化设计规模减小,目标最优值的迭代次数比MDF少。由于条件限制,分级优化并行方式是在一台电脑上完成,若采用多台电脑则可以提高计算效率。

图15是分级优化的弹道示意图,这里未给出MDF和串行分级优化方式的结果弹道,MDF优化主动段结束时飞行高度比较低,在85 km左右,这样就需要足够大的速度来满足进入Hohmann转移的要求,这样就需要比较大的发动机推力,同时增加了上面级发动机压力。而分级优化并行方式飞行高度在150 km左右,串行方式飞行高度在250 km左右,降低了发动机推力要求。

通过以上的对比表明,分级优化将运载火箭按照质量突变分段,减少了设计规模,提高了效率,尤其体现在多级运载火箭的多学科优化应用中。将分级优化并行方式改为串行计算之后,稍

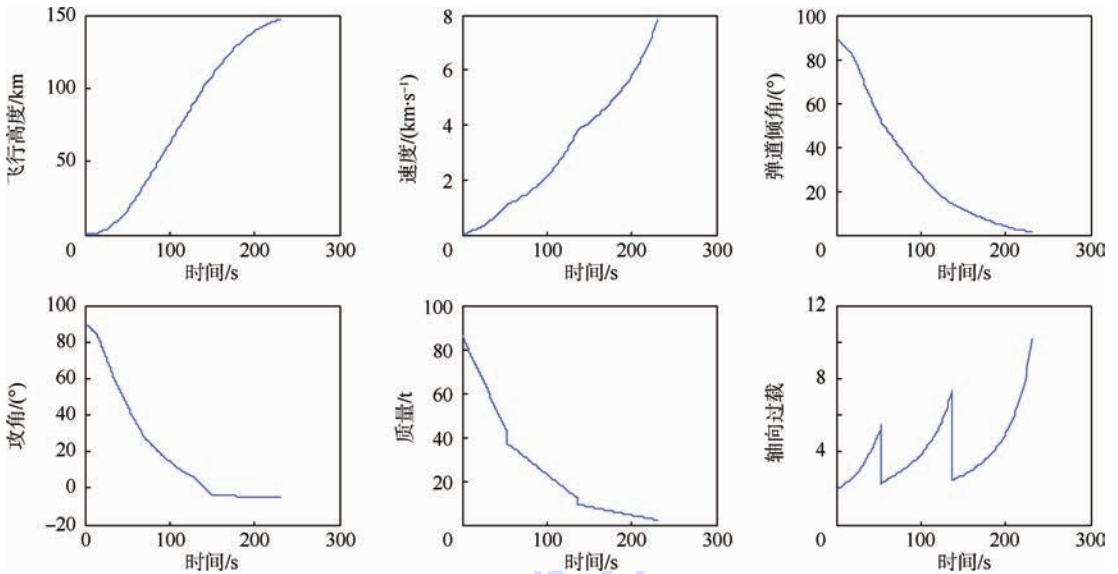


图15 分级优化结果弹道

Fig. 15 Trajectory results of stage-wise optimization

稍降低了效率,但是根据火箭级与级之间的特点,减少了约束条件,提高了精度。2种分级优化方式都体现了其优越性。

## 4 结论

本文结合固体火箭的特点,针对 MINOTAUR IV 固体运载火箭的前三级完成了多学科建模,分别用 MDF 和并行、串行 2 种分级优化方式对其进行了设计优化,将几种方法进行了设计规模和优化结果的对比,证明了分级优化的可行性和应用在多级固体运载火箭上的优越性,为固体运载火箭总体优化提供了一种有效的新方法。

不同级数的运载火箭应用分级优化从设计变量个数、约束条件个数与传统的 MDF 相比有所减小,以运载火箭起飞质量为目标函数,由于分级优化级与级之间连接的飞行状态变量在系统级统一控制,所以存在一些可以接受的误差。由此可见,将多级运载火箭按照质量突变进行分级的方式可以很好地应用于运载火箭的多学科设计优化中。

## 参考文献 (References)

- [1] 甘楚雄. 弹道导弹与运载火箭总体设计[M]. 北京:国防科技图书出版社,1993:53-54.  
GAN C X. Design of ballistic missile and launch vehicle[M]. Beijing:National Defense Science and Technology Press,1993:53-54 (in Chinese).
- [2] 吴魁,华楠,弓川锦,等. 运载火箭总体多学科协同优化平台方案研究[J]. 宇航学报,2009,30(6):2072-2076.  
WU K, HUA N, GONG C J, et al. A MDO platform resolution for launch vehicle system design[J]. Journal of Astronautics, 2009,30(6):2072-2076 (in Chinese).
- [3] 许林,陈小前,王振国. 飞航导弹总体设计 MDO 问题表述研究[J]. 弹箭与制导学报,2008,28(6):1-10.  
XU L, CHEN X Q, WANG Z G. Research on MDO formulation of cruise missile design[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2008,28(6):1-10 (in Chinese).
- [4] 王振国,陈小前. 飞行器多学科设计优化理论与应用研究[M]. 北京:国防工业出版社,2006:32-33.  
WANG Z G, CHEN X Q. Research on the theory and application of multidisciplinary design optimization of flight vehicles[M]. Beijing:National Defence Industry Press,2006:32-33 (in Chinese).
- [5] 龚春林,顾振芳,赵吉松,等. 基于整体级概念的多级固体运载火箭设计与优化[J]. 固体火箭技术,2009,32(1):1-5.  
GONG C L, GU Z F, ZHAO J S, et al. Design and optimization of multi-stage solid launch rocket based on integrated stage concept[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2009,32(1):1-5 (in Chinese).
- [6] BAYLEY D J. Design optimization of space launch vehicles using a genetic algorithm[D]. Alabama:the Graduate Faculty of Auburn University,2007:15-20.
- [7] 龚春林,谷良贤,栗华. 亚轨道重复使用运载器总体多学科优化方法[J]. 固体火箭技术,2012,35(1):5-10.  
GONG C L, GU L X, LI H. Multidisciplinary design optimization method for suborbital reusable launch vehicle[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2012,35(1):5-10 (in Chinese).
- [8] 杨希祥,张为华. 基于改进协同优化方法的固体运载火箭多学科设计优化[J]. 固体火箭技术,2011,34(6):671-676.  
YANG X X, ZHANG W H. Multidisciplinary design optimization of solid launch vehicles based on collaborative optimization[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2011,34(6):671-676 (in Chinese).
- [9] 宣颖,张为华,张育林. 基于物理规划的固体运载火箭多学科设计优化[J]. 宇航学报,2009,30(2):669-674.  
XUAN Y, ZHANG W H, ZHANG Y L. Physical programming based multidisciplinary design, optimization of solid launch

- vehicle[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(2): 669-674 (in Chinese).
- [10] BALESDENT M, BÉREND N, DÉPINCÉ P. Optimal design of expendable launch vehicles using stage-wise MDO formulation [C]// *Proceedings of AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis Optimization Conferences*. Reston: AIAA, 2010: 9324-9341.
- [11] CASTELLINI F, LAVAGNA M R, RICCARDI A, et al. Multidisciplinary design optimization models and algorithms for space launch vehicles [C]// *Proceedings of AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis Optimization Conferences*. Reston: AIAA, 2010: 9086-9109.
- [12] CASTELLINI F, RICCARDI A, LAVAGNA M, et al. Global and local multidisciplinary design optimization of expendable launch vehicles [C]// *Proceedings of Structures, Structural Dynamics, and Materials Conferences*. Reston: AIAA, 2011: 1901-1916.
- [13] 世界航天运载器大全编委会. 世界航天运载器大全 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2007: 117-121.  
The World Encyclopedia of Aerospace Vehicle. The world launch vehicles [M]. Beijing: China Aerospace Press, 2007: 117-121 (in Chinese).
- [14] 萨顿 G P, 比布拉兹 O. 火箭发动机基础 [M]. 洪鑫, 等, 译. 北京: 科学出版社, 2003: 256-312.  
SUTTON G P, BIBLARZ O. Rocket engine base [M]. HONG X, et al, translated. Beijing: Science Press, 2003: 256-312 (in Chinese).
- [15] BALESDENT M, DÉPINCÉ P, BÉREND N. Optimisation multidisciplinaire de lanceurs [J]. *Journées des Thèses*, 2010, 19(2): 225-237.

#### 作者简介:

马树微 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 导弹总体设计与气动分析。

Tel.: 010-82313302

E-mail: shuwei\_ma@buaa.edu.cn

陈万春 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 飞行力学, 制导、导航与控制。

Tel.: 010-82339769

E-mail: wanchun\_chen@buaa.edu.cn

## Stage-wise multidisciplinary design optimization for multi-stage solid launch vehicle

MA Shuwei, LI Jinglin, CHEN Xi, CHEN Wanchun\*

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Because of the strong coupling of multi-disciplines and the complicated algorithm and the low design efficiency, the integral optimization design of solid launch vehicle is a difficult, but important problem. To solve this problem, the multidisciplinary models of a multi-stage solid launch vehicle, including geometry, mass, aerodynamic, propulsion and trajectory/guidance systems, were established. Then, the multi-stage solid launch vehicle was divided into several sub-stages which were connected by the continuous requirements of the flight states. Thus, the system-level and subsystem-level solution frameworks were constructed. Furthermore, two types of optimization processes, named parallel and serial methods, were presented to solve the multidisciplinary design optimization (MDO) problem where the objective function is to minimize the gross weight. The results show that via the stage-wise formulation, the number of iterations can be reduced and better results can be obtained, compared with the traditional multidisciplinary feasible (MDF) method, and thus we verify the feasibility and superiority of the proposed approach applied to MDO problems for multi-stage solid launch vehicles.

**Key words:** multi-stage; solid launch vehicle; multidisciplinary design optimization (MDO); stage-wise; parallel; serial

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0197

# 适用于混合网格的改进雅可比迭代法及其应用

黄宇<sup>1</sup>, 阎超<sup>1,\*</sup>, 袁武<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国科学院计算机网络信息中心 超级计算中心, 北京 100190)

**摘 要:** LU-SGS 因有较高的鲁棒性和小的内存需求而得到广泛应用, 然而用于混合网格计算前需要进行网格排序和分组来实现算法并行; 此外, LU-SGS 格式收敛效率不高。针对这些缺点, 本文提出了一种改进的适用于复杂混合网格的雅可比迭代方法, 无需网格排序和分组就可实现算法的并行化, 且有较快的收敛速度。该方法编程实现简单, 易于采用 OpenMP 实现并行。算例研究表明, 相比于 LU-SGS 格式, 在各来流条件下, 本文提出的方法收敛速度更快, 鲁棒性好, 并行和串行结果一致, 且内存需求增加很少。

**关键词:** 混合网格; 隐式算法; 并行计算; OpenMP; 雅可比迭代; 网格排序

**中图分类号:** V221+.3; TB553

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0551-11



计算流体力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 已得到广泛应用。随着需要模拟的外形越来越复杂, 混合网格由于其能充分利用非结构网格的生成优势和对复杂外形的强大适应能力, 已得到越来越多的使用。然而, 由于混合网格单元间的无序性和复杂的数据结构, 相比于结构网格其计算效率较低且存储需求较大<sup>[1]</sup>。另一方面, 显式格式如 Runge-Kutta 法等虽实现简单, 计算量小, 然而在高雷诺数流动计算中, 由于稳定性限制, 时间步长不能过大, 计算效率不高。由于上述原因, 为了在混合网格上提高计算效率, 隐式方法如 Gauss-Seidel、LU-SGS、BLU-SGS 和 GMRES 等格式在近年来得到广泛的研究和应用<sup>[1-15]</sup>。

由于 LU-SGS 鲁棒性较好, 存储需求低, 其在非结构/混合网格上得到了广泛的应用<sup>[3,5,7,9]</sup>。然而, 由于近似处理, LU-SGS 收敛速度相对较低。另外, 在混合网格上应用 LU-SGS, 必须预先对网格进行重新排序以减小系数矩阵带宽<sup>[6,9,16]</sup>, 为了并行计算, 网格单元也需预先进行分组。Luo 等<sup>[6]</sup>为了提高计算效率, 提出了应用于混合网格

上的基于共享内存 OpenMP 并行模式的 GMRES + LU-SGS 隐式格式。为了并行化, 该格式事先也需以某种方法对网格进行分组, 并将网格在处理器多个进程间划分。但该方法改变了串行程序执行顺序, 造成串行、并行结果不一致, 且实现复杂。此外当采用动网格计算时, 网格排序和分组需反复进行, 为求解带来了额外的时间消耗。

为了克服上述问题, 本文提出了一种无需网格排序和分组的改进雅可比迭代方法。将每个单元同其相邻单元作为独立的块处理, 并行地直接求解各块相应的方程组; 为了使算法并行化, 抛弃了 LU-SGS 中的前扫描和后扫描模式, 依次扫描各个单元块, 并用内迭代加速收敛。在构造每个独立块的雅可比矩阵时, 采用了基于重构变量的近似通量函数, 降低了计算复杂性, 并能保证对角占优特性。

本文提出的方法实现简单, 数值算例表明, 相比于 LU-SGS 格式, 具有更高的收敛效率和鲁棒性, 并行和串行结果一致, 且内存需求增加很少。

收稿日期: 2015-04-07; 录用日期: 2015-07-10; 网络出版时间: 2015-10-14 15:09

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1509.002.html

\* 通讯作者: Tel.: 010-82317019 E-mail: yanchao@buaa.edu.cn

**引用格式:** 黄宇, 阎超, 袁武. 适用于混合网格的改进雅可比迭代法及其应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 551-561.  
HUANG Y, YAN C, YUAN W. Improved Jacobi iterative method for hybrid grid and its application[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 551-561 (in Chinese).

## 1 格心有限体积法

三维非定常可压 Navier-Stokes 方程守恒积分形式为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{W} d\Omega + \int_S \mathbf{F}_c \cdot \mathbf{n} dS - \int_S \mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{W}$  为守恒变量;  $\Omega$  和  $S$  分别为控制体和表面;  $\mathbf{F}_c$  和  $\mathbf{F}_v$  分别为对流通量和黏性通量;  $\mathbf{n}$  为面法矢量。各项具体形式参见文献[16]。本文中对流通量采用 Roe<sup>[17]</sup> 格式离散, 控制面两侧重构变量采用 Barth<sup>[18]</sup> 提出的分段线性重构获得, 单元中心梯度采用最小二乘法计算, 用 Venkatakrishnan<sup>[19]</sup> 限制器抑制振荡, 黏性通量采用中心格式离散, 湍流方程与平均方程解耦求解, 湍流模型为一方程 SA 模型<sup>[20]</sup>。

对一个固定控制体  $i$ , 采用向后差分, 方程(1)的半离散形式可写为

$$\Omega_i \frac{\Delta \mathbf{W}_i^n}{\Delta t_i} = -\mathbf{R}_i^{n+1} \quad (2)$$

式中:  $\Delta$  为变量在时间步  $n+1$  和时间步  $n$  的差;  $\mathbf{R}$  为右端项。式(2)右端残差项为

$$-\mathbf{R}_i^{n+1} = -\sum_{j \in n(i)} (\mathbf{F}_{c,ij}^{n+1} - \mathbf{F}_{v,ij}^{n+1}) \cdot d\mathbf{S}_{ij} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{S}_{ij}$  为面积矢量 ( $\mathbf{S}_{ij} \cdot \mathbf{n}$ );  $ij$  为单元  $i$  的第  $j$  个面, 该面被单元  $i$  和其第  $j$  个相邻单元共享。用第  $n$  时间步残差线性化式(3), 可得

$$\mathbf{R}_i^{n+1} \approx \mathbf{R}_i^n + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{W}} \right)_i^n \Delta \mathbf{W}^n \quad (4)$$

式中:  $\partial \mathbf{R} / \partial \mathbf{W}$  为通量雅可比矩阵, 其包含了无黏通量和黏性通量对守恒变量的导数。将式(4)代入式(2), 整理可得

$$\left[ \frac{\Omega_i}{\Delta t_i} + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{W}} \right)_i^n \right] \Delta \mathbf{W}^n = -\mathbf{R}^n \quad (5)$$

式(5)左端方括号内称为系数矩阵, 该项为一个不对称大型稀疏分块矩阵, 存储量需求很大。在 LU-SGS 中, 对该项做了若干近似处理, 以减小存储和计算量。

## 2 改进的时间方法

### 2.1 原始 LU-SGS 格式

系数矩阵可分解为一个严格下三角矩阵  $\mathbf{L}$ 、一个严格上三角矩阵  $\mathbf{U}$  和一个纯对角矩阵  $\mathbf{D}$ 。Jameson 和 Yoon<sup>[4]</sup> 提出的 LU-SGS 的基本思想是: 通过近似求解来避免繁杂的矩阵求逆运算。在 LU-SGS 格式中, 系数矩阵  $\mathbf{A}$  被近似为

$$\mathbf{A} = (\mathbf{D} + \mathbf{L})\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{U}) - \mathbf{L}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{U} \approx (\mathbf{D} + \mathbf{L})\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{U}) \quad (6)$$

则式(5)变为

$$(\mathbf{D} + \mathbf{L})\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{U})\Delta \mathbf{W}^n = -\mathbf{R}_i^n \quad (7)$$

在计算通量雅可比矩阵时, LU-SGS 采用如下 1 阶通量函数:

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{1}{2} [\mathbf{F}(\mathbf{W}_i) + \mathbf{F}(\mathbf{W}_j) - |\lambda_{ij}|(\mathbf{W}_j - \mathbf{W}_i)] \mathbf{S}_{ij} \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{F}$  为通量函数;  $\lambda_{ij}$  为雅可比矩阵的谱半径, 表示为

$$\lambda_{ij} = |\mathbf{V}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}| + C_{ij} + \frac{\mu_{ij} + \mu_{1,ij}}{\rho_{ij} |\mathbf{r}_{ij}|} \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{n}_{ij}$  为面  $ij$  的面法矢量;  $\mathbf{V}_{ij}$ 、 $C_{ij}$ 、 $\rho_{ij}$ 、 $\mu_{ij}$  和  $\mu_{1,ij}$  分别为面上的速度矢量、声速、密度、分子黏性系数和湍流黏性系数;  $\mathbf{r}_{ij}$  为单元  $i$  到单元  $j$  体心的距离。另外, 在一个封闭的控制体上, 有

$$\sum_{j \in n(i)} \frac{\partial \mathbf{R}_i^n}{\partial \mathbf{W}_i} \mathbf{S}_{ij} = 0 \quad (10)$$

最终, 对角阵  $\mathbf{D}$  可写为容易求逆的形式:

$$\mathbf{D} = \frac{\Omega_i}{\Delta t} \mathbf{I} + \sum_{j \in n(i)} \frac{1}{2} |\lambda_{ij}| \mathbf{S}_{ij} \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。则式(5)的 LU-SGS 求解步骤可写为如下 2 步:

$$\begin{cases} \mathbf{D}\Delta \mathbf{W}^* = -\mathbf{R}_i^n - \mathbf{L}\Delta \mathbf{W}^* \\ \Delta \mathbf{W}^n = \Delta \mathbf{W}^* - \mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}\Delta \mathbf{W}^* \end{cases} \quad (12)$$

### 2.2 改进的雅可比迭代方法

由第 2.1 节可见, 原始 LU-SGS 格式中存在 2 个近似处理。其一, 忽略了  $\mathbf{L}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}$  项, 用  $(\mathbf{D} + \mathbf{L})\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{U})$  代替系数矩阵; 其二, 在计算系数矩阵时利用 1 阶通量函数构造雅可比矩阵, 使得式(5)左端项同右端项不匹配。这些近似处理导致 LU-SGS 格式收敛效率不高。

#### 2.2.1 改进的算法流程

在本文方法中, 不对系数矩阵近似处理。对于每个单元, 将式(5)中的系数矩阵分解为对角矩阵  $\mathbf{D}$  和非对角矩阵  $\mathbf{O}$  之和, 则式(5)变为

$$\mathbf{D}_i \Delta \mathbf{W}_i^n + \sum_{j \in n(i)} \mathbf{O}_i \Delta \mathbf{W}_j^* = -\mathbf{R}_i^n \quad (13)$$

注意到, 式(13)实际上把 LU-SGS 中上、下三角矩阵合并成非对角矩阵  $\mathbf{O}$ 。三维时,  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{O}$  皆是  $5 \times 5$  矩阵。通过对矩阵  $\mathbf{D}$  求逆, 可求得

$$\Delta \mathbf{W}_i^n = \mathbf{D}_i^{-1} \left( -\mathbf{R}_i^n - \sum_{j \in n(i)} \mathbf{O}_i \Delta \mathbf{W}_j^* \right) \quad (14)$$

式(14)实际上是雅可比迭代的矩阵形式。对各个单元对应的方程组皆采用式(14)求解, 由于雅可比迭代在迭代完毕后才更新变量, 因此各单元互不关联, 求解可以并行执行。

为了将式(14)的解推进到足够的精度以达到较高的收敛速度, 在每个时间步内, 需要执行若干次内迭代。为了算法可并行, 采用顺序扫描各

个单元。完整的求解流程如下:

```

 $\Delta W^0 = 0$ 
do  $k = 1, N_{\text{sweep}}$ 
  parallel do  $i = 1, N_{\text{cell}}$ 
     $\Delta W_i^k = D_i^{-1} (-R_i^n - O_j \Delta W_j^{k-1})$ 
  end parallel do
  if (accuracy of  $\Delta W^k < \varepsilon$ ) then Exit
enddo
 $\Delta W^n = \Delta W^k$ 

```

其中: $k$ 为内迭代步数; $N_{\text{sweep}}$ 为最大内迭代步数; $\varepsilon$ 为内迭代收敛精度,表示为

$$\|\Delta W^k - \Delta W^{k-1}\| / \|\Delta W^1\| \leq \varepsilon \quad (15)$$

当达到这2个条件时,内迭代停止。

由于抛弃了LU-SGS中的前后扫描模式,且需求解的式(14)仅对应于各个单元,由上述流程可见,求解过程同网格的顺序无关,因此对于本文方法,网格排序步骤可以省略。

### 2.2.2 通量雅可比矩阵计算

原则上,构造通量雅可比矩阵时,应采用同空间格式相同精度的通量函数。由于本文使用2阶Roe格式计算通量,按上述原则,通量函数为

$$R = \frac{1}{2} [F(W_L) + F(W_R) - |A_{\text{roe}}| (W_R - W_L)] + F_v \quad (16)$$

式中: $A_{\text{roe}}$ 为Roe矩阵;下标L和R表示界面左和右。然而采用式(16)计算通量雅可比矩阵的计算量很大,再考虑到保证对角占优,本文提出用如下通量函数构造雅可比矩阵:

$$R = \frac{1}{2} [F(W_L) + F(W_R) - |\lambda_{ij}| (W_R - W_L)] \quad (17)$$

式(17)与式(8)的区别在于使用了重构的变量  $W_L$  和  $W_R$ ,其表示为

$$\begin{cases} W_L = W_i + \Phi_i (\nabla W_i \cdot r_L) \\ W_R = W_j + \Phi_j (\nabla W_j \cdot r_R) \end{cases} \quad (18)$$

式中: $\Phi$ 为限制器函数; $\nabla W$ 为单元中心梯度; $r$ 为单元中心到面的距离。对式(17)进行线性化,可得到通量雅可比矩阵为

$$\begin{cases} \frac{\partial R_i}{\partial W_L} = \frac{1}{2} (J(W_L) + |\lambda_{ij}| I) \\ \frac{\partial R_i}{\partial W_R} = \frac{1}{2} (J(W_R) - |\lambda_{ij}| I) \end{cases} \quad (19)$$

式中: $J$ 为对流通量雅可比矩阵。系数矩阵中的对角阵和非对角阵可表示为

$$\begin{cases} D_i = \sum_{j \in n(i)} \frac{1}{2} (J(W_L) + |\lambda_{ij}| I) + \frac{\Omega_i}{\Delta t_i} \\ O_i = \frac{1}{2} (J(W_R) + |\lambda_{ij}| I) \quad j \in n(i) \end{cases} \quad (20)$$

由式(20)可见,由于采用了重构的变量,与式(11)中对角阵相比, $J(W_L)$ 项被保留下来,增大了对角占优特性。相比式(16),采用式(17)计算通量雅可比矩阵的计算量和复杂性较小,在第3.1节中可以看到,采用式(17)中的通量函数对本文方法收敛性和稳定性都没有影响。

## 3 算例及讨论

### 3.1 NACA0012 翼型跨声速无黏绕流

本算例对比了本文方法和LU-SGS格式的收敛效率,LU-SGS格式采用排序后网格计算。来流条件为:马赫数为0.8,攻角为 $1.25^\circ$ 。计算网格见图1。将翼型沿展向拉伸为三维,共包含161个壁面节点,7168个六面体单元,第一层网格高度为翼型弦长的 $1 \times 10^{-2}$ 倍。

图2和图3分别为流场马赫数云图和壁面压力系数  $C_p$  分布。可见,翼型上下部激波清晰,流场结构合理,表明本文方法获得的结果正确。

图4为LU-SGS格式在不同CFL数下的残差收敛曲线。可见当CFL数大于50后,残差收敛速度已不随CFL数增加显著下降。而对于本文方法,由图5可见,CFL数大于700仍能加速残差收敛速度,且CFL数为70000时仍能保证稳定。图6为相同CFL数下本文方法和LU-SGS格式残

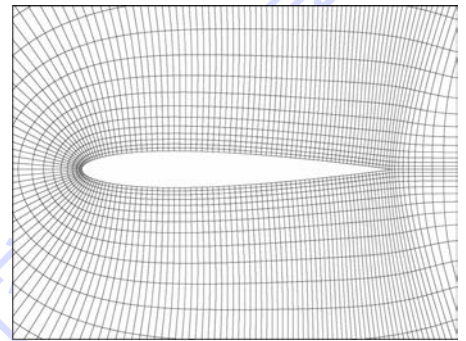


图1 NACA0012翼型计算网格

Fig.1 Computational grid of NACA0012 airfoil

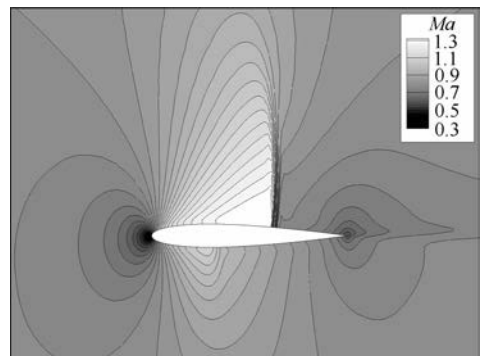


图2 流场马赫数云图

Fig.2 Mach contour of flow field

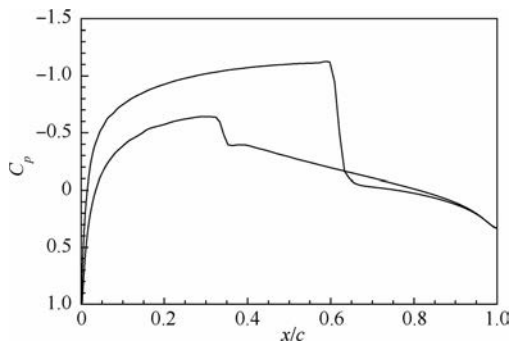


图3 NACA0012翼型壁面压力系数  $C_p$  分布  
Fig.3 Pressure coefficient  $C_p$  distribution on wall of NACA0012 airfoil

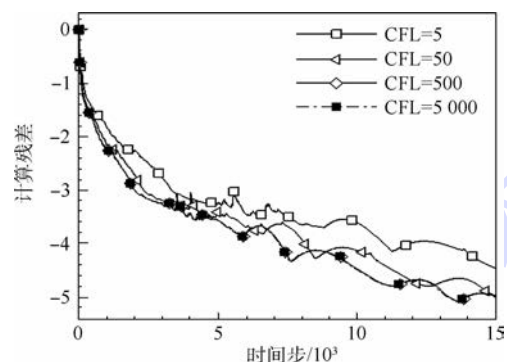


图4 不同 CFL 数下 LU-SGS 格式残差收敛曲线  
Fig.4 Residual convergence curves of LU-SGS scheme for different CFL numbers

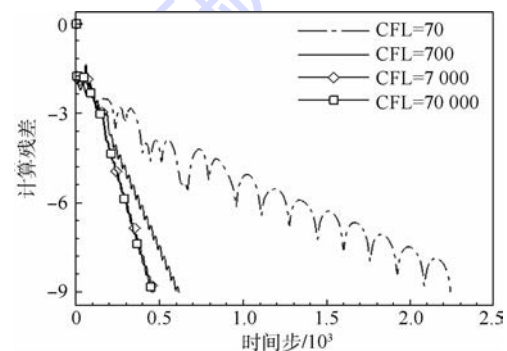


图5 不同 CFL 数下本文方法残差收敛曲线  
Fig.5 Residual convergence curves of proposed method for different CFL numbers

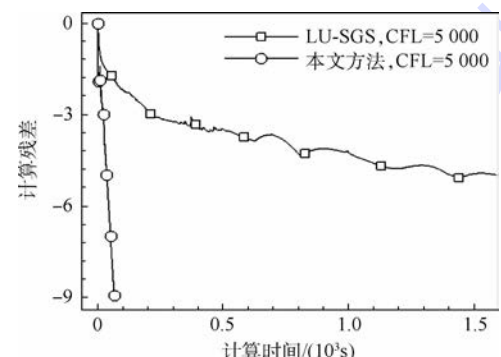
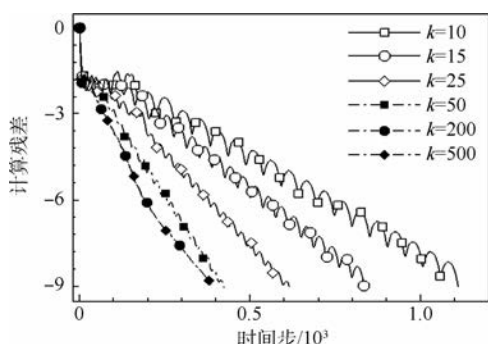


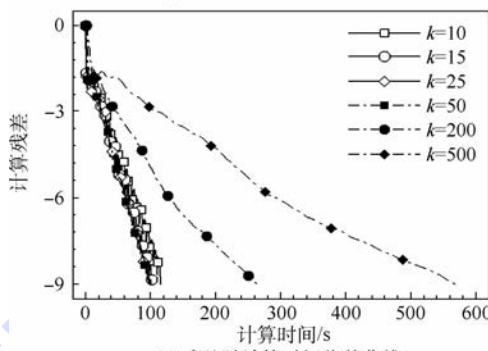
图6 LU-SGS 格式和本文方法残差随计算时间变化对比  
Fig.6 Comparison of residual convergence histories versus CPU time between LU-SGS scheme and proposed method

差收敛曲线随计算时间的变化。由图4~图6可见,对本算例采用本文方法收敛迭代时间和迭代步数显著少于LU-SGS格式。

图7为本文方法采用不同内迭代步数时残差收敛曲线随时间步和计算时间的变化。由图7(a)可见,随着每个时间步中内迭代步数由10增加200,收敛速度显著提高。当内迭代步数增加到200后,收敛速度不进一步随内迭代步数增加而增加。显然,内迭代步数增加能减少收敛的时间步数,但会增加每个时间步的计算时间。图7(b)为不同内迭代步数下残差收敛曲线随计算时间的变化曲线。由图7(a)和图7(b)可见,当内迭代步数大于50后,虽然外迭代步数减少,但计算时间反而增加。



(a) 残差随时间步收敛曲线



(b) 残差随计算时间收敛曲线

图7 采用不同内迭代步数时残差随时间步和计算时间收敛曲线

Fig.7 Residual convergence curves versus time steps and CPU time for different inner iteration numbers

下面讨论采用不同通量函数构造雅可比矩阵对本文方法收敛性和稳定性的影响。图8为采用式(16)和式(17)中通量函数计算雅可比矩阵下残差随时间步的收敛曲线。可见,对本文方法使用同空间格式匹配的通量函数和使用本文近似的通量函数来构造雅可比矩阵,残差收敛速度差别不大。由于采用重构变量能保证对角占优,当CFL数等于700时,计算仍能保持稳定。

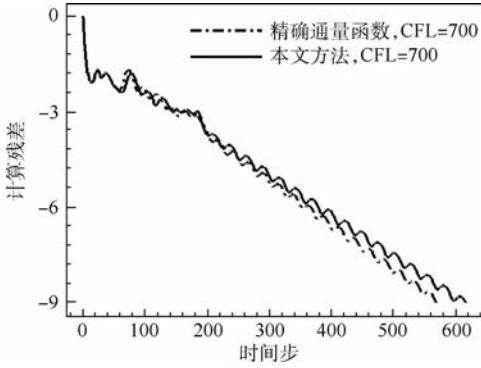


图8 不同通量函数构造雅可比矩阵对残差收敛影响  
Fig. 8 Influence of Jacobi matrix constructed by different flux functions on residual convergence

### 3.2 RAE2822 翼型黏性绕流

计算来流马赫数为 0.734, 攻角为  $2.79^\circ$ , 单位雷诺数为  $6.5 \times 10^6$ 。计算网格见图 9, 将翼型沿展向拉伸为三维, 网格包含壁面节点 246 个, 分别有 17 080 个六面体单元和 15 876 个三棱柱单元, 第一层网格高度为弦长的  $1 \times 10^{-5}$  倍。翼型壁面压力系数  $C_p$  分布见图 10, 可见数值计算结果与实验结果非常吻合, 表明计算结果正确。

图 11(a) 和图 11(b) 分别为网格排序前和排序后系数矩阵非零元素分布。可见, 未排序网格系数矩阵带宽大, 元素分布无规律, 网格排序后矩阵带宽显著减小。

对于 LU-SGS 格式, 采用未排序网格进行计

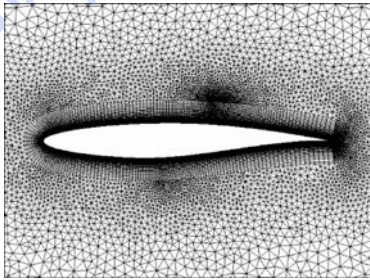


图9 RAE2822 翼型计算网格

Fig. 9 Computational grid of RAE2822 airfoil

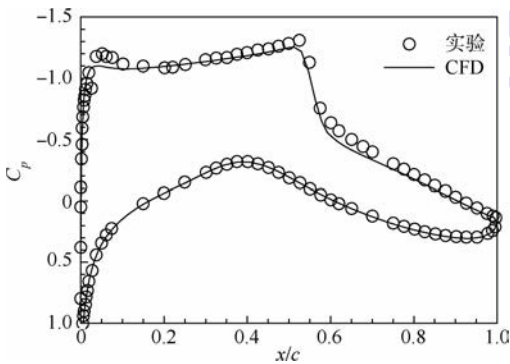
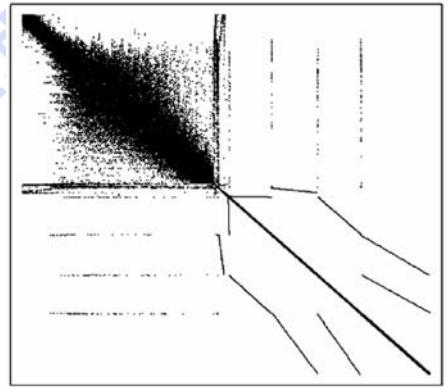


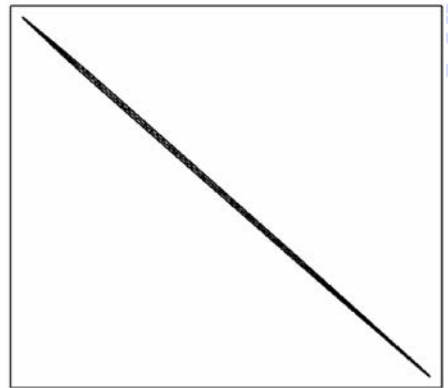
图10 RAE2822 翼型壁面压力系数  $C_p$  分布

Fig. 10 Pressure coefficient  $C_p$  distribution on wall of RAE2822 airfoil

算往往会降低收敛速度, 或导致计算发散。考察 LU-SGS 格式在未排序网格上的计算效果。图 12 为 LU-SGS 格式在未排序网格上计算残差收敛情况。计算中发现, CFL 数大于 0.6 时, 迭代过程中出现大量非物理解, 表明计算稳定性变差。当 CFL 数较大时, 迭代若干步后计算突然发散 (CFL 数为 1.2 时, 约在 6000 步左右发散, 未在图 12 中画出); 当 CFL 数很小时, 计算能够继续, 但收敛十分缓慢, 且残差下降一两个量级就开始振荡。可见网格排序对 LU-SGS 格式在非结构/混合网



(a) 网格排序前系数矩阵非零元素分布



(b) 网格排序后系数矩阵非零元素分布

图11 网格排序前后系数矩阵非零元素分布

Fig. 11 Coefficient matrix non-zero elements distribution on non-reordered and reordered grid

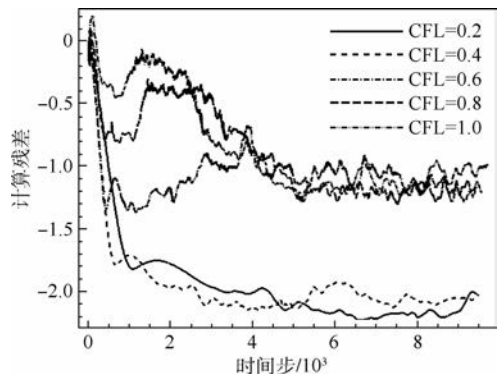


图12 LU-SGS 格式在未排序网格上计算残差收敛情况

Fig. 12 Residual convergence histories by LU-SGS scheme computation on non-reordered grid

格上的稳定性至关重要。本文后续 LU-SGS 计算结果中,皆采用了超平面排序对单元和面分组排序<sup>[9]</sup>,以提高收敛性及稳定性。

图 13 为本文方法采用未排序和排序后网格进行计算的残差收敛曲线。可见,本文方法在未排序网格上也能获得较高的收敛速度,收敛速度和在排序网格上的没有明显差别。后续算例若未特殊说明,本文方法皆在未排序网格上进行。

图14(a)和图14(b)为本文方法与LU-SGS

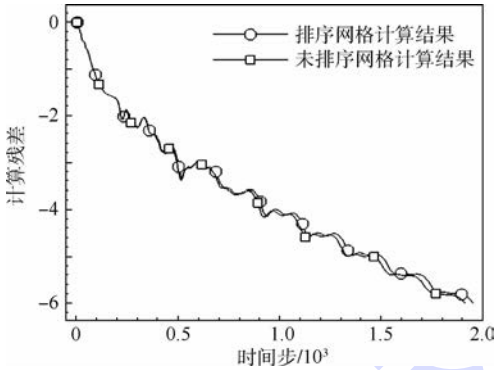
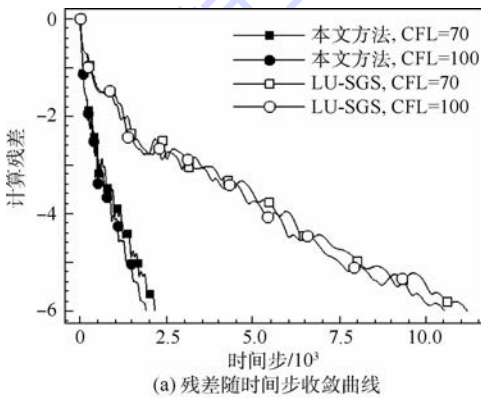
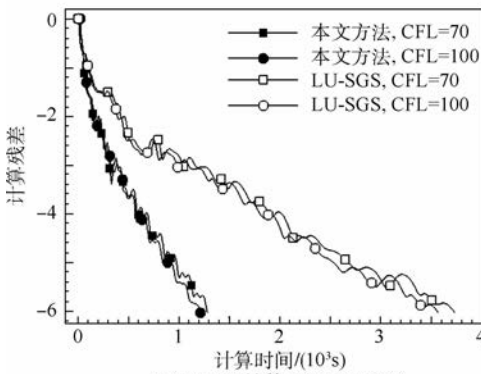


图 13 本文方法在排序网格和未排序网格上计算残差收敛情况

Fig. 13 Residual convergence histories by proposed method computation on non-reordered and reordered grid



(a) 残差随时间步收敛曲线



(b) 残差随计算时间收敛曲线

图 14 本文方法与 LU-SGS 格式残差随时间步和计算时间的收敛情况对比

Fig. 14 Comparison of residual convergence histories versus time steps and CPU time between proposed method and LU-SGS scheme

格式随时间步和计算时间变化的残差收敛情况对比。LU-SGS 格式在排序网格上计算,本文方法内迭代步数取 15。可见,对于黏性计算,本文方法的收敛速度仍快于 LU-SGS 格式。在内迭代步数为 15 的情况下,达到相同残差,LU-SGS 格式时间步比本文方法多 4 倍左右,花费时间比本文方法多 3 倍左右。

### 3.3 ONERA-M6 机翼绕流模拟

通过本算例考察本文方法并行计算的结果。机翼壁面 and 对称面网格见图 15,共包含 2 249 296 个棱柱、四面体和六面体单元。边界层内有 30 层棱柱,第一层网格高度为弦长的  $1 \times 10^{-6}$  倍。来流马赫数为 0.84,攻角为  $3.06^\circ$ ,相对于平均气动弦长的来流雷诺数为  $1.172 \times 10^7$ 。

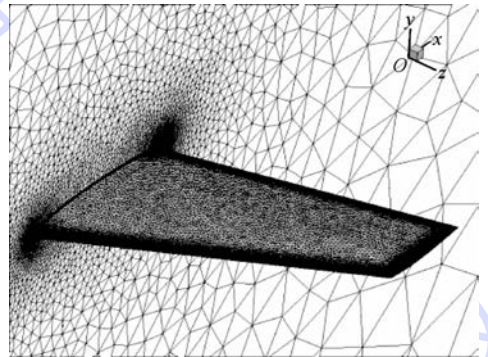


图 15 ONERA-M6 机翼对称面及壁面网格

Fig. 15 Grid of ONERA-M6 wing on symmetry and wall surface

图 16(a)为对称面和壁面上的等密度线分布,图 16(b)和图 16(c)分别为机翼 65% 展向站位处和 90% 展向站位处的壁面压力系数  $C_p$  计算结果与实验值的对比。结果为并行计算完成。由图 16(a)可见陡峭的  $\lambda$  激波结构;由图 16(b)、图 16(c)可见,壁面压力系数分布的计算结果与实验结果吻合较好,前缘吸力峰值和激波位置的捕捉十分准确,表明本文方法计算结果可信。

图 17 为本文方法与 LU-SGS 格式残差收敛对比。LU-SGS 格式采用排序后网格计算,本文方法采用排序前网格计算,图中皆为串行计算。可见,在 CFL 数为 70 时,本文方法计算残差在 3000 步左右下降了 6 个量级,而且残差基本线性下降。同样 CFL 数下,LU-SGS 格式残差在下降 4 个量级后就开始振荡,难以进一步收敛。表明本文方法不仅收敛速度快于 LU-SGS 格式,收敛性能也较 LU-SGS 格式稳定和可靠。

由于本文方法采用分块求解各单元变量,统一更新数据,因此各单元间数据非关联,并行无需事先进行网格分组;且从计算流程上可见本文方法十分容易并行化。采用 OpenMP 对本文方法并

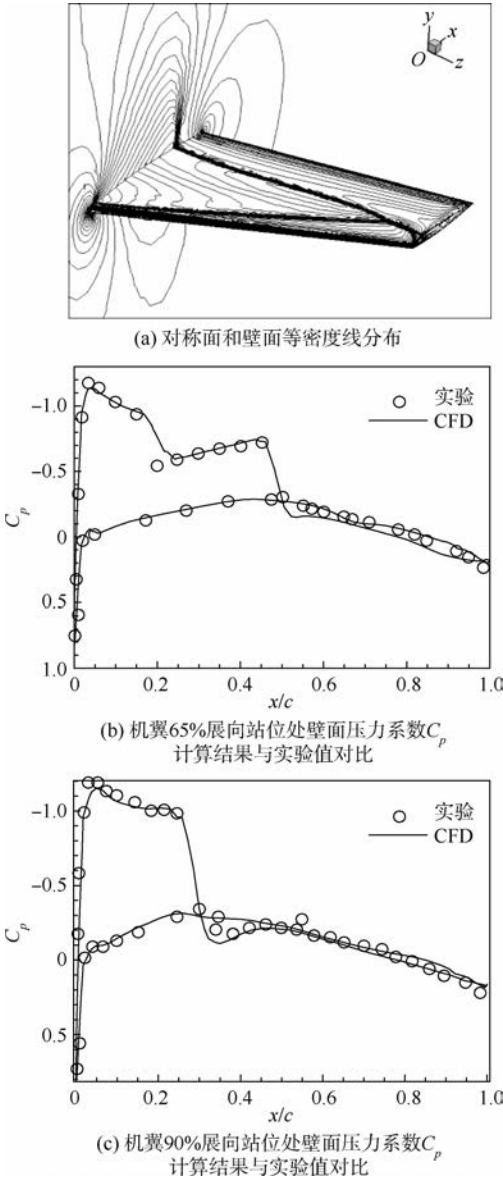


图16 对称面和壁面上等密度线分布及不同站位处壁面压力系数 $C_p$ 与实验值对比

Fig.16 Density contour on symmetry and wall surface and comparison of pressure coefficient  $C_p$  on wall with experimental data on different sections

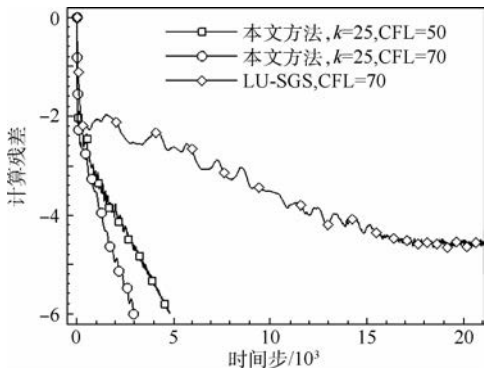


Fig.17 Comparison of residual convergence histories between proposed method and LU-SGS scheme

行处理,由于求解器中部分其他代码未并行化处理,因此未关注整个求解过程的并行加速比,而主要关注并行和串行结果是否一致。

图18为ONERA-M6机翼在未分组网络上串/并行计算残差收敛过程,采用未分组网络进行串行计算和6进程并行计算。可见,串行与并行计算的残差收敛曲线完全一致,表明本文方法采用未分组网络并行计算不会对结果有所影响,因此网格分组步骤可以省略。

表1为采用LU-SGS格式、本文方法串行及并行计算ONERA-M6机翼共使用内存数。虽然本文方法相比LU-SGS每个单元多存储了 $5 \times 5$ 的对角矩阵和非对角矩阵,但是这2个矩阵仅在单元被扫描到时才存在;此外,在构造雅可比矩阵的非对角阵时,本文方法要额外存储单元及其相邻单元的顺序关系。因此,本文方法的内存需求比LU-SGS格式略大。尽管如此,从整体来看,本文方法总内存需求只比LU-SGS格式增加了不到10%。

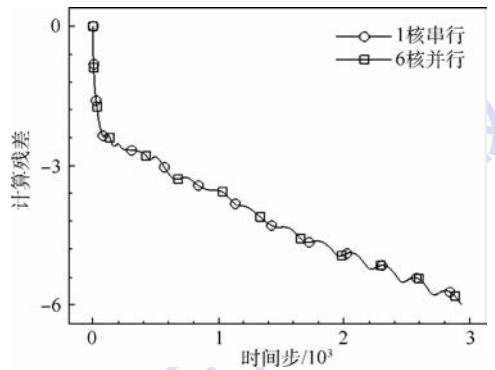


图18 ONERA-M6机翼在未分组网络上串/并行计算残差收敛过程  
Fig.18 Residual convergence histories for serial/parallel computation of ONERA-M6 wing on non-reordered grid

表1 ONERA-M6机翼不同格式总内存使用  
Table 1 Memory usage for different temporal schemes with ONERA-M6 wing

| 计算方法   | LU-SGS 串行 | 本文方法串行 | 本文方法并行 |
|--------|-----------|--------|--------|
| 总内存/GB | 2.71      | 2.98   | 2.98   |

### 3.4 DLR-F6翼身组合体绕流模拟

本算例为DPW会议标准计算模型之一<sup>[21]</sup>。下面用该外形考察对于复杂网格本文方法的计算效率及稳定性。计算外形的壁面 and 对称面网格见图19。为了捕捉壁面黏性效应,飞行器壁面附近为45层六面体网格,空间采用四面体和五面体单元填充,共约包含280万个单元。第一层网格高度为 $6 \times 10^{-4}$  m,来流马赫数为0.75,相对平均气动弦长的雷诺数为 $3 \times 10^6$ ,攻角为 $0.4^\circ$ ,以使得

升力系数为0.5,采用SA湍流模型。

图20(a)为对称面和壁面上的压力系数  $C_p$  分布,图20(b)和图20(c)分别为机翼15%展向

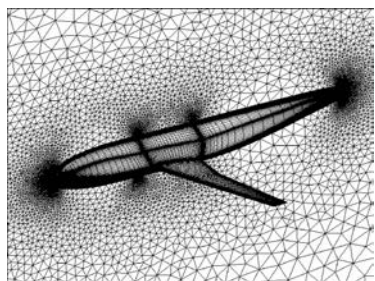
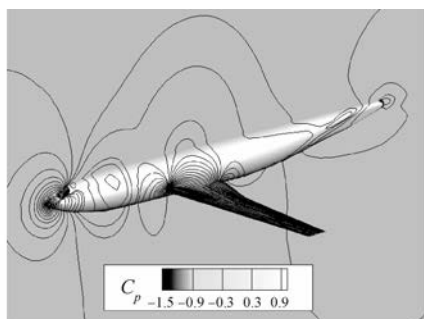
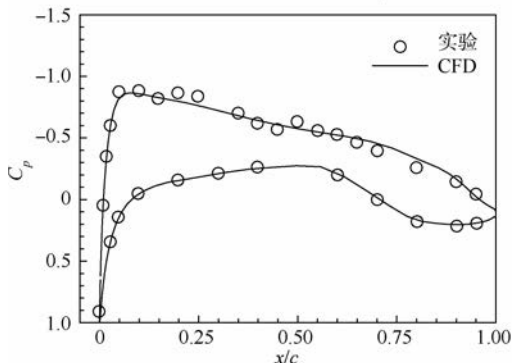


图19 DLR-F6翼身组合体对称面及壁面网格

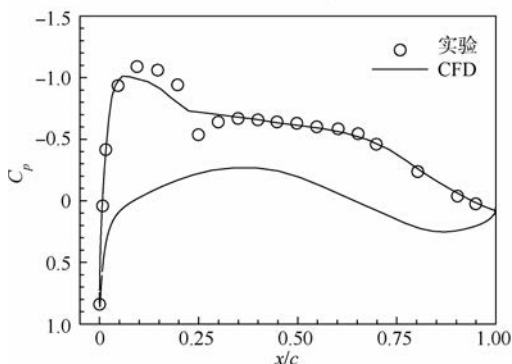
Fig. 19 Grid of DLR-F6 wing body on symmetry and wall surface



(a) 对称面和壁面压力系数  $C_p$  分布



(b) 15%展向站位处壁面压力系数  $C_p$  计算结果与实验值对比



(c) 84.7%展向站位处壁面压力系数  $C_p$  计算结果与实验值对比

图20 对称面和壁面压力系数  $C_p$  分布及不同站位处壁面压力系数  $C_p$  与实验值对比

Fig. 20 Distribution of pressure coefficient  $C_p$  on symmetry and wall surface and comparison of  $C_p$  on wall with experimental data on different sections

和84.7%展向站位处的  $C_p$  计算结果与实验值对比。可以看出,除翼尖激波捕捉稍有偏差,其余位置均与实验值吻合良好,表明本文方法计算结果可信。

图21为本文方法与LU-SGS格式残差收敛情况对比,皆采用排序后网格计算,本文方法内迭代步数皆取20。当CFL数为5时,本文方法计算残差在35000步左右下降了9个量级,且基本为线性下降;LU-SGS格式残差下降5个量级后开始振荡,难以进一步收敛,且达到相同残差需要更多的时间步。当CFL数增加为50时,本文方法计算残差约在13000步下降9个量级,收敛效率进一步提高。

图22为升力系数  $C_L$  收敛情况对比。当CFL数为5时,LU-SGS格式计算获得的  $C_L$  为0.50083,本文方法获得的  $C_L$  为0.49931;当CFL数为50时,本文方法获得的  $C_L$  为0.499022,各方法计算结果差异不大。可见,当CFL数为5时,2种方法升力系数约在10000步左右达到收敛,当CFL数为50时,本文方法可使升力系数在4000步左右达到收敛。残差和升力系数收敛情况表明,本文方法对于复杂网格仍有较好的效率和稳定性。

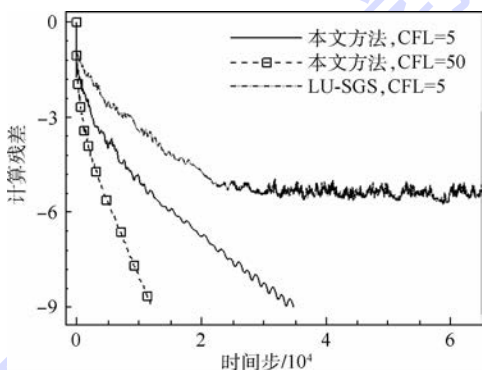


图21 本文方法与LU-SGS格式残差收敛情况对比  
Fig. 21 Comparison of residual convergence histories between proposed method and LU-SGS scheme

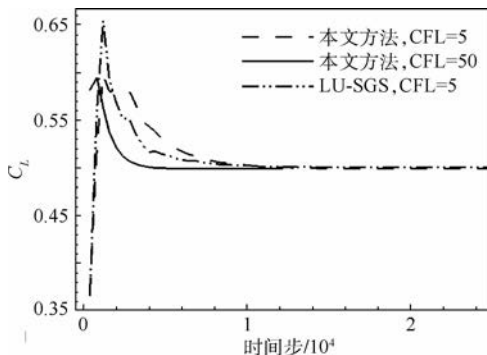


图22 升力系数  $C_L$  收敛情况对比  
Fig. 22 Comparison of lift coefficient  $C_L$  convergence histories

### 3.5 超声速轴对称压缩拐角模拟

本算例是典型的超声速算例<sup>[22]</sup>。下面用其考察超声速流动下本文方法的计算效率及稳定性。计算网格见图23。壁面附近为六面体网格,空间采用棱柱单元,共约包含30500个单元,第一层网格高度为 $5 \times 10^{-3}$  m。来流马赫数为5,特征长度 $L=0.252$  m,对应雷诺数为 $0.38 \times 10^6$ ,采用层流计算,内迭代步数为20,LU-SGS格式计算采用排序后网格,本文方法采用未排序网格。模型尺寸及具体参数见文献[22]。

图24为密度纹影图。可见,空间流场合理,符合流动基本规律。图25为使用来流压力 $p_a$ 进行无量纲化的壁面无量纲压力计算结果和实验结果对比,除了压力峰值有较大区别(该处与文献[22]中计算结果一致),其他位置计算和实验结果吻合较好。

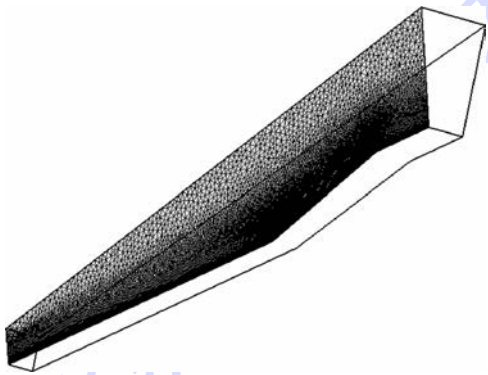


图23 超声速轴对称压缩拐角计算网格

Fig. 23 Computational grid of supersonic axial symmetry compress hollow corner



图24 密度纹影图

Fig. 24 Schlieren of density

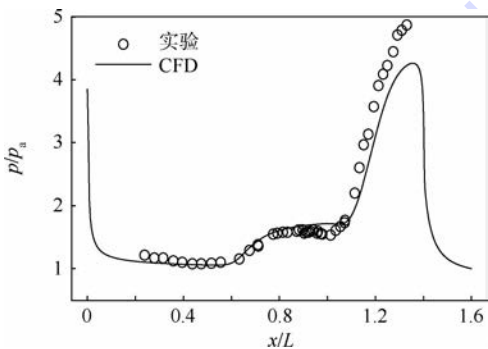


图25 壁面无量纲压力计算结果与实验结果对比

Fig. 25 Comparison of dimensionless pressure on wall between computational and experimental results

图26为不同CFL数下本文方法与LU-SGS格式残差收敛情况对比。可见,当CFL数为20时,本文方法在时间步4000左右残差下降6个量级,而LU-SGS格式需要13000步左右。当CFL数大于20后,相比LU-SGS格式,本文方法加速幅度更大。对流场建立过程分析发现,本算例流场的大致结构很容易建立,因此在迭代开始阶段残差迅速下降;而当流场基本建立后,压缩拐角处分离区域向前发展十分缓慢,导致残差收敛变慢。

图27为不同CFL数下本文方法与LU-SGS格式残差随计算时间对比。可见,当内迭代步数取20,收敛到同样精度,本文方法计算时间约为LU-SGS格式的一半。结果表明,对于超声速流动,本文方法仍具有较好的计算效率及鲁棒性。

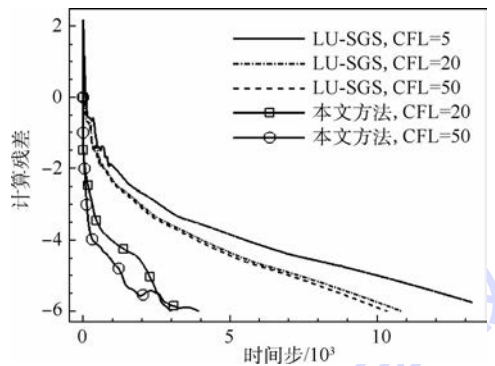


图26 不同CFL数下本文方法与LU-SGS格式残差收敛情况对比

Fig. 26 Comparison of residual convergence histories between proposed method and LU-SGS scheme for different CFL numbers

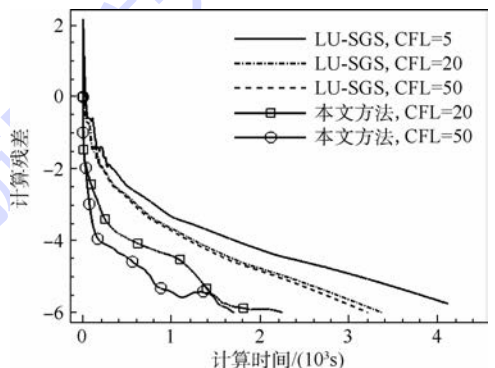


图27 不同CFL数下本文方法及LU-SGS格式残差随计算时间对比

Fig. 27 Comparison of residual convergence histories versus CPU time between proposed method and LU-SGS scheme for different CFL numbers

## 4 结论

本文提出一种适于复杂混合网格的改进雅可比迭代方法,研究结果表明:

1) 通过改进方法流程,本文方法无需预先进行网格排序即能达到较好的收敛性能;也无需进行网格分组即可实现算法并行化。

2) 采用基于共享内存的 OpenMP 方法实现并行计算,简单方便,并行结果与串行结果一致。

3) 相对于 LU-SGS 格式,本文方法内存需求增加不大。采用本文方法计算 ONERA-M6 机翼复杂外形,共计 220 万混合网格,内存需求比 LU-SGS 格式仅增加了 9.9%。

4) 采用基于重构变量的近似通量函数构造通量雅可比矩阵,有利于满足矩阵对角占优,且不会影响方法的收敛性能。算例表明,在各来流条件下,相比于 LU-SGS 格式,本文方法稳定性及鲁棒性较好,收敛速度更快。

基于本文的工作,下一步将结合混合网格重叠模块,把本文方法应用到复杂外形的多体分离运动非定常数值模拟中去。

### 参考文献 (References)

- [1] 阎超,于剑,徐晶磊,等. CFD 模拟方法的发展成就与展望[J]. 力学进展,2011,41(5):562-589.  
YAN C, YU J, XU J L, et al. On the achievements and prospects for the methods of computational fluid dynamics[J]. Advances in Mechanics, 2011, 41(5):562-589 (in Chinese).
- [2] VENKATAKRISHNAN V, MAVRIPLIS D J. Implicit solvers for unstructured meshes [J]. Journal of Computational Physics, 1993, 105(1):83-91.
- [3] KNIGHT D D. A fully implicit Navier-Stokes algorithm using an unstructured grid and flux difference splitting; AIAA-1993-0875 [R]. Reston: AIAA, 1993.
- [4] JAMESON A, YOON S. Lower upper implicit scheme with multiple grids for the Euler equations [J]. AIAA Journal, 1987, 25(7):929-935.
- [5] MAVRIPLIS D J. On convergence acceleration techniques for unstructured meshes; AIAA-1998-2966 [R]. Reston: AIAA, 1998.
- [6] SHAROV D, LUO H, BAUM J D, et al. Implementation of unstructured grid GMRES + LU-SGS method on shared-memory, cache-based parallel computers; AIAA-2000-0927 [R]. Reston: AIAA, 2000.
- [7] CHEN R F, WANG Z J. Fast, block lower-upper symmetric Gauss Seidel scheme for arbitrary grids [J]. AIAA Journal, 2000, 38(12):2238-2245.
- [8] TOMARO R F, STRANG W Z, SANKAR L N. An implicit algorithm for solving time dependent flows on unstructured grids; AIAA-1997-0333 [R]. Reston: AIAA, 1997.
- [9] SHAROV D, NAKAHASHI K. Reordering of 3-D hybrid unstructured grids for vectorized LU-SGS Navier-Stokes computations; AIAA-1997-2102 [R]. Reston: AIAA, 1997.
- [10] LUO H, BAUM J D, LÖHNER R. A fast, matrix-free implicit

method for compressible flows on unstructured grids [J]. Journal of Computational Physics, 1998, 146(2):664-690.

- [11] SAAD Y. GMRES: A generalized minimum residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems [J]. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1986, 7(3):856-869.
- [12] ZHANG L P, CHANG X H, DUAN X P, et al. A block LU-SGS implicit unsteady incompressible flow solver on hybrid dynamic grids for 2D external bio-fluid simulations [J]. Computers & Fluids, 2009, 38(2):290-308.
- [13] LUCAS P, BIJL H, VAN ZUIJLEN A H. Efficient unsteady high Reynolds number flow computations on unstructured grids [J]. Computers & Fluids, 2010, 39(2):271-282.
- [14] WANG G, JIANG Y W, YE Z Y. An improved LU-SGS implicit scheme for high Reynolds number flow computations on hybrid unstructured mesh [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2012, 25(1):33-41.
- [15] 蒋跃文,叶正寅,王刚. 基于非结构网格的高效求解方法研究[J]. 计算力学学报, 2012, 29(2):217-223.  
JIANG Y W, YE Z Y, WANG G. Efficient solution of Euler/NS equations on unstructured grids [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2012, 29(2):217-223 (in Chinese).
- [16] BLAZEK J. Computational fluid dynamics: Principles and applications [M]. Oxford: Elsevier, 2001:16-17.
- [17] ROE P L. Approximate riemann solvers, parameter vectors and difference schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1981, 43(2):357-372.
- [18] BARTH T J. A 3-D upwind Euler solver for unstructured meshes; AIAA-1991-1548 [R]. Reston: AIAA, 1991.
- [19] VENKATAKRISHNAN V. Convergence to steady state solutions of the Euler equations on unstructured grids with limiters [J]. Journal of Computational Physics, 1995, 118(1):120-130.
- [20] SPALART P R, ALLMARAS S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows; AIAA-1992-0439 [R]. Reston: AIAA, 1992.
- [21] LEE-RAUSCH E M, FRINK N T, MAVRIPLIS D J, et al. Transonic drag prediction on a DLR-F6 transport configuration using unstructured grid solvers; AIAA-2004-0554 [R]. Reston: AIAA, 2004.
- [22] BENAY R, CHANETZ B, MANGIN B, et al. Shock wave transitional boundary-layer interactions in hypersonic flow [J]. AIAA Journal, 2006, 44(6):1243-1254.

### 作者简介:

黄宇 男,博士研究生。主要研究方向:计算流体力学、混合网格数值方法。

Tel.: 010-82338071

E-mail: huangyu@buaa.edu.cn

阎超 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:计算流体力学、空气动力学。

Tel.: 010-82317019

E-mail: yanchao@buaa.edu.cn

# Improved Jacobi iterative method for hybrid grid and its application

HUANG Yu<sup>1</sup>, YAN Chao<sup>1,\*</sup>, YUAN Wu<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Super Computing Center, Computer Network Information Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** LU-SGS scheme is widely used today because of its robustness and cheap memory cost. However, the original LU-SGS shows less competitive convergence rate; in order to apply paralleled codes on hybrid unstructured grid, the grid reordering and regrouping procedure must be carried out beforehand. In this paper, an improved implicit method suitable for complex hybrid grid is developed to achieve fast convergence rate and to parallelize the algorithm without grid reordering and regrouping procedure. This method is simple for coding and easy to use OpenMP for code parallelization. The numerical results of Euler and viscous flows show that the method has a reliable performance, and it is able to achieve a significant efficiency improvement over implicit counterparts such as LU-SGS scheme with less requirement of extra memory, and parallel computation produce exactly the same result as serial case.

**Key words:** hybrid grid; implicit method; parallel computation; OpenMP; Jacobi iteration; grid reorder

**Received:** 2015-04-07; **Accepted:** 2015-07-10; **Published online:** 2015-10-14 15:09

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1509.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1509.002.html)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82317019 E-mail: yanchao@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0218

# 基于视觉引导的工业机器人示教编程系统

倪自强, 王田苗\*, 刘达

(北京航空航天大学 机械工程与自动化学院, 北京 100083)



**摘 要:** 针对目前工业机器人所采用的编程方式的局限性, 提出了基于视觉引导的工业机器人示教编程方式。首先采用奇异值分解(SVD)法建立双目视觉系统与机器人的坐标映射关系, 通过双目视觉系统识别和提取特定的示教工具末端位姿, 以得到规划机器人运动所需的位姿数据。然后解析机器人控制器可执行文件的格式, 将位姿数据转化为机器人可以执行的文件。最后通过试验验证了视觉引导示教方式的可行性, 并对示教跟踪精度进行了分析, 结果表明, 跟踪误差最大为  $-1.18\text{ mm}$ , 均方根误差为  $0.47\text{ mm}$ 。

**关键词:** 工业机器人; 示教编程; 视觉; 焊接; 奇异值分解(SVD)

**中图分类号:** V221+.3; TB553

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0562-07

工业机器人是一种在编程和控制下完成重复性工作的机械装置, 已在焊接、搬运和喷绘等工业生产中得到广泛应用<sup>[1]</sup>。但由于普通的工业机器人不具备环境感知和交互的能力, 且其编程方式也比较繁琐, 极大地限制了工业机器人进一步大规模应用。特别是在电子制造和装配行业中, 大部分重复性的工作还是由人工来完成, 其主要原因是当前工业机器人需花费较长时间编程和调试。即使是在焊接行业中, 机器人也只应用于循环生产周期较长的环节中, 否则将大幅度增加投资成本。

当前工业机器人的编程方式主要有 2 种: 示教编程和离线编程。示教编程需要示教者利用手持编程器在线设定机器人的运行轨迹, 其优点为操作直接, 但只能进行直线、圆弧组成的轨迹的编程, 对于复杂轨迹, 示教过程将相当繁琐, 也很难实现高精度的示教再现轨迹。离线编程不需要在线对机器人进行编程, 它利用 CAD 技术建立机器人和工件的三维几何模型, 再通过机器人真实的

运动学参数模拟机器人运行轨迹, 然后将运行轨迹转化为机器人可以执行的程序, 以达到机器人编程的目的。离线编程的缺点是需要较高精度机器人和工件的三维模型及二者的相对位置关系, 一旦焊件位置与原始位置出现偏差, 将严重影响焊接质量<sup>[2-3]</sup>。另外, 由于示教编程和离线编程方式要花费大量的时间调试和测试, 在实际工作中往往会限制生产效率。

为解决工业机器人应用的局限性, 研究人员尝试为机器人配备更多的传感器, 以获得更多的环境感知信息, 使其实现机器人自主编程和运动, 从而简化机器人编程调试过程。目前使用最多的是视觉传感器, 通过视觉传感器采集图像, 利用图像处理算法提取所需信息, 然后获取机器人目标路径数据, 以实现机器人的自主移动。West 最早开发了基于双目立体视觉的机器人路径规划系统, 通过对跟踪目标三维视觉建模, 实现焊接机器人对焊机轨迹的自主追踪<sup>[4]</sup>。随着光照、材质的改变, 即使是同一形状的焊缝, 在图像上也表现出

收稿日期: 2015-04-13; 录用日期: 2015-05-08; 网络出版时间: 2015-06-17 15:17

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1517.007.html

基金项目: 国家“863”计划(2013AA041201); 国家自然科学基金(61175104)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82338271 E-mail: itm@buaa.edu.cn

**引用格式:** 倪自强, 王田苗, 刘达. 基于视觉引导的工业机器人示教编程系统[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 562-568.  
NI Z Q, WANG T M, LIU D. Vision guide based teaching programming for industrial robot [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 562-568 (in Chinese).

很大的差异,这使得单纯以视觉传感器对机器人进行路径规划的方式很难获得广泛应用。为此研究人员尝试用激光、结构光辅助的方式降低直接通过视觉检测的难度<sup>[5-7]</sup>。除了增加成本外,对于复杂的工件,激光和结构光很容易发生遮挡,使得这种方式的使用受到一定程度的限制。另外,当前研究中,以视觉传感器对机器人路径规划的过程中,提取的信息只包括目标路径的位置信息,即只能对机器人末端的位置自主控制,而不能对其姿态自主给定,这也在一定程度上降低了机器人自主移动的灵活性。

为此,本文提出了一种基于双目视觉引导的示教编程方式,以实现目标路径信息位置和姿态的示教编程。这种编程方式不需要操作人员对机器人有很深入的了解,也不需要掌握相关的编程知识,极大地降低了机器人操作的门槛,也降低了机器人运行和维护的成本。另外,由于双目视觉系统不是直接从环境中提取信息,而是通过识别特定的示教工具,这将极大降低图像处理的复杂性,所以也在一定程度上保证了系统的鲁棒性。

## 1 双目视觉引导

首先通过双目视觉系统完成对示教工具的识别与追踪,然后建立双目视觉空间与机器人空间的坐标映射关系,从而完成示教工具对机器人的引导。

### 1.1 双目视觉系统

所使用的双目视觉系统为加拿大 Clearm 公司的 MicronTracker,该双目视觉系统定义了一个相机坐标系,如图 1 所示,坐标系的  $Z$  轴垂直于 2 个摄像头所在的平面向外, $X$  轴指向左侧的摄像头, $Y$  轴符合右手规则。通过图像处理算法, MicronTracker 可以精确地定位由黑白棋盘格组成的特定图案。黑白棋盘格的交点定义为  $X_{\text{point}}$ 。在  $X_{\text{point}}$  处相交的 2 条线中,从  $X_{\text{point}}$  向外看,左边为黑、右边为白的线定义为  $BW X_{\text{line}}$ ,反之则定义为  $WB X_{\text{line}}$ (见图 2(b))。若其中一个  $X_{\text{point}}$  处的  $BW X_{\text{line}}$  沿着另一个  $X_{\text{point}}$  的  $WB X_{\text{line}}$ ,则可定义一个向量 Vector(见图 2(c))。已知不共线的 2 个向量可以确定一个平面,如图 2(a) 所示,首尾相接的 2 个模不相等的向量即可确定一个坐标系。坐标系的原点位于模较大向量的中点, $z$  轴定义为垂直于 2 个向量所在平面向里, $x$  轴沿着模较大向量, $y$  轴由右手法则确定,则按照以上设计

原则,将确定了坐标系的棋盘格图案定义为 Marker,按照规定,2 个向量需具有不同的长度<sup>[8]</sup>。

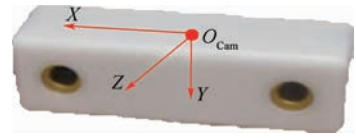


图 1 MicronTracker 双目视觉系统  
Fig. 1 MicronTracker stereo vision system

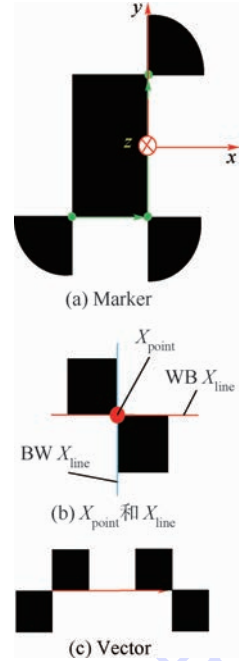


图 2 识别模板  
Fig. 2 Detection template

### 1.2 示教工具的识别

按照 Marker 的设计原则,设计合适的棋盘格图案就可以被 MicronTracker 所识别。图 3 为示教系统中采用的示教工具,工具上粘贴了特定尺寸的 Marker。由 Marker 确定了一个坐标系  $O$ ,其坐标轴方向如图 3 所示。示教系统中,通过提取示教工具的末端位姿信息作为机器人路径规划的依据。为了由 Marker 获取示教工具的末端位姿,引入了一个新的棋盘格图案 TT Block。TT Block 由 2 个交叉的向量构成,2 个向量的交点处可确定一个垂直于向量所在平面过交叉点的向量集合  $s$ 。当示教工具末端垂直于 TT Block 且过交叉点时,即  $s$  平行于 Marker 坐标系  $x$  轴,规定坐标原点为交叉点  $Q$ , $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴方向分别为坐标系  $O$  的  $y$  轴、 $-z$  轴和  $-x$  轴方向,则坐标系  $Q$  即为末端变量标记的坐标系。通过坐标转换即可求得末端变量标记在 MicronTracker 下的位姿信息。

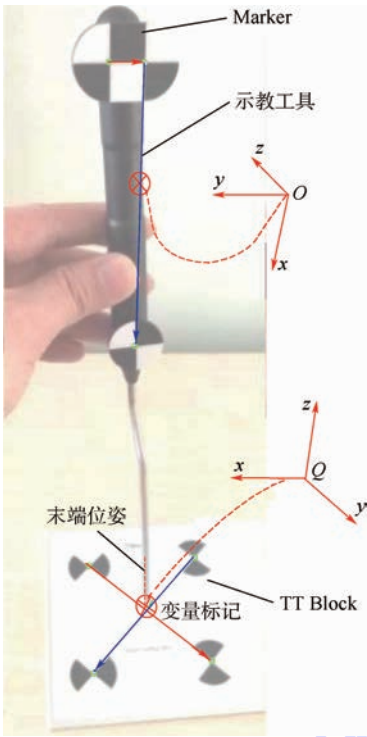


图3 工具识别和坐标系的定义

Fig. 3 Tool detection and coordinate definition

## 2 坐标映射

为求得双目视觉系统空间到机器人空间的坐标变换矩阵,可以利用坐标奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)法求解<sup>[9]</sup>。设  $P$  和  $Q$  分别为同一点集在双目视觉和机器人空间下的坐标表示,点集数为  $N(3 \times N$  矩阵),  $p_i$  和  $q_i$  分别为点集  $P$  和  $Q$  下的第  $i$  个点的三维坐标( $3 \times 1$  列向量),设 2 个坐标系之间的映射矩阵为  $T(R, t)$ ,其中  $R$  为旋转矩阵,  $t$  为平移向量,则求解方程最优化问题就可求出  $R$  和  $t$ 。

$$\min \sum_{i=1}^N \|p_i - (R \cdot q_i + t)\|^2 \quad (1)$$

利用 SVD 法进行求解,具体的算法流程如下:

1) 计算  $P$  和  $Q$  的重心。

$$p_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i \quad (2)$$

$$q_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i \quad (3)$$

2) 构造  $P$  和  $Q$  的协方差矩阵。

$$H = \sum_{i=1}^N [(p_i - p_0)(q_i - q_0)^T] \quad (4)$$

3) 设  $H$  的 SVD 为  $H = UAV^T$ , 令

$$S = \begin{cases} I & \det(H) > 0 \\ \text{diag}(1, 1, -1) & \det(H) < 0 \end{cases} \quad (5)$$

另外,当  $H$  不满秩时,  $S$  的取值为

$$S = \begin{cases} I & \det(U) \det(V) = 1 \\ \text{diag}(1, 1, -1) & \det(U) \det(V) = -1 \end{cases} \quad (6)$$

4) 可得到  $R = VSU^T$ ,  $t = p_0 - R \times q_0$ 。

以上算法可以求出满足条件的  $R$  和  $t$ ,从而得到映射矩阵  $T$  为

$$T = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 3 示教程序自动生成

普通的在线示教编程过程是由手持编程器控制机器人依次移动至示教点位置,然后插入相应的示教指令,待示教编程结束,运行生成的示教程序就可重复之前的示教路径。根据此思路,在示教点位姿已知的情况下,即可以自动生成示教程序。另外,只要示教点足够稠密(试验过程中,相邻 2 个示教点的间隔不大于 1 mm),可以忽略示教曲线的特征,即不论是直线、圆弧还是其他不规则的曲线,都采用逐点直线插值的方式进行,这也解决了普通示教编程只能针对直线和圆弧示教的缺陷。

在示教过程中,需要示教者尽量匀速移动示教工具,在示教工具的引导下会形成一条三维轨迹点集。如果不加处理直接利用这些点集进行示教,将导致大量数据冗余。为提高精度并减少数据点个数,利用直方图方法对采集到的轨迹点数据进行时间分布密度统计处理,然后用中值滤波算法对轨迹点集做优化,最后将处理后的数据点转化为机器人控制器可以执行的文件。

### 3.1 示教轨迹预处理

由于人为因素或者数据采样速率的波动,示教工具移动过程中单位时间内采集到的坐标点数目并不相等,则轨迹点集的直方图可表示为

$$F(\Delta_i) = n_i$$

式中:  $\Delta_i$  为第  $i$  个时间间隔;  $n_i$  为  $\Delta_i$  时间内数据点的个数;  $F$  为直方图函数。根据实际情况对  $\Delta_i$  的值进行调整。

设在  $\Delta_i$  时刻内所包含的轨迹点集样本为  $x(j-N), x(j-N+1), \dots, x(j), \dots, x(j+N)$ , 且已按照大小顺序排列,则取中心位置的 1 个或若干个对其求均值,得到  $\Delta_i$  时刻轨迹点集滤波后的值。滤波后点集数据即可作为机器人的位姿数据进行示教。

### 3.2 JOB 文件生成

将机器人末端位姿数据转化为机器人可以执行的文件,然后将可执行文件载入机器人控制器,以达到对机器人实时控制的目的。以 MOTOMAN

机器人为例,其控制器可执行的文件为.JOB类型的文件<sup>[10-11]</sup>,JOB文件格式如下:

```

/JOB
//NAME **
//POS
//NPOS C, BC, EC, PO, BP, EX
//TOOL N
//POSTYPE **
//
PT *** = X, Y, Z, Rx, Ry, Rz
BC **** = XO, YO, ZO
.....
//INST
//DATE YYYY/MM/DD HH:MM
//ATTR SC, RW
//GROUP1 RB1
NOP
MOVL PT **, V = ** PL = **
.....
END

```

通过示教工具提取的数据即为变量PT所代表的位置和方向数据,对PT赋值,并对MOVL指令中的其他变量进行设置,即可完成示教程序自动生成。

## 4 试验验证和误差分析

本文以安川公司的MOTOMAN HP3型机器人作为示教编程研究对象。机器人为6轴。负载为3 kg的臂型垂直关节的工业机器人常用于焊接、搬运和分拣等工业生产过程中。试验中,在示教工具的引导下,控制机器人完成对空间曲线的追踪,并验证这种示教方式的精度。

### 4.1 试验方案

首先在一张A4纸上打印一个半径为80 mm的黑色圆及其圆心,然后将这张A4白纸粘贴在一个与水平面有一定夹角的平板上,用示教工具沿着曲线进行示教,如图4所示。示教结束以后,自动生成示教程序,然后将程序下载到机器人控制器对机器人进行控制。为了便于观察示教结果,在机器人末端安装了一支红色的水彩笔作为末端执行器,机器人执行完示教程序后会在白纸上留下红色的轨迹(见图5)。最后通过分析,红色曲线到黑色圆圆心的差值即可作为评估示教程序精度的依据。

### 4.2 求映射矩阵T

机器人坐标系和双目视觉系统坐标系之间高



图4 利用示教工具进行示教

Fig. 4 Teaching with teaching tool



图5 机器人执行示教程序

Fig. 5 Robot executing teaching program

精度的映射矩阵是系统获取高精度的关键。采用SVD法求2个刚体坐标系之间的变换矩阵,根据算法原理,所选取的用于计算变换矩阵的点(称为基准点)数目越多,其变换矩阵精度越高,但由于基准点自身定位精度的限制,当基准点数目增加到10个左右时,变换矩阵的精度不再进一步提高<sup>[12]</sup>。试验中,在摄像头空间和机器人空间各选一一对应的8组基准点对,用于求映射矩阵T。

选择的基准点对如表1所示。

表1 基准点坐标

Table 1 Fiducial points coordinates

| 坐标空间  | x/mm        | y/mm         | z/mm        |
|-------|-------------|--------------|-------------|
| 摄像头空间 | 91.903 256  | -96.666 10   | 628.639 9   |
|       | 126.583 750 | 32.459 04    | 538.616 6   |
|       | 113.081 520 | -57.800 70   | 580.787 4   |
|       | 100.987 710 | -16.970 80   | 664.810 6   |
|       | 100.267 250 | -58.895 60   | 692.267 3   |
|       | 71.121 134  | -146.694 00  | 748.033 2   |
|       | 88.195 925  | -73.025 70   | 776.247 9   |
|       | 125.181 000 | 15.282 76    | 738.980 9   |
| 机器人空间 | 594.063 475 | -157.225 966 | 322.797 628 |
|       | 581.325 489 | 1.551 304    | 348.461 613 |
|       | 582.653 762 | -99.276 822  | 350.217 200 |
|       | 584.792 773 | -100.864 280 | 256.164 144 |
|       | 579.309 419 | -149.879 246 | 250.264 059 |
|       | 593.787 355 | -255.967 798 | 236.468 432 |
|       | 577.895 234 | -200.807 907 | 180.335 079 |
|       | 552.693 035 | -100.741 871 | 177.916 597 |

计算所得的从摄像头空间到机器人空间的映

射矩阵为

$${}_{\text{Cam}}^{\text{Robot}} T = (R, t) =$$

$$\begin{bmatrix} -0.986949 & 0.123061 & 0.103863 & 783.863 \\ 0.0644565 & 0.892954 & -0.44551 & 189.968 \\ -0.14757 & -0.433001 & -0.889232 & 828.774 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}_{\text{Robot}}^{\text{Cam}} T = (R, t) =$$

$$\begin{bmatrix} -0.986949 & 0.0644565 & -0.14757 & 664.176 \\ 0.123061 & 0.892954 & -0.433001 & 149.069 \\ 0.103863 & -0.44551 & -0.889232 & 934.903 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将基准点代入所求得的映射矩阵,即可求出基准点的映射误差。例如,取摄像头空间下的某个基准点坐标代入映射矩阵即可求出对应机器人空间下的基准点坐标,则机器人空间下新获得的基准点与原基准点之间的距离定义为基准点的映射误差。虽然基准点映射误差不能用于预测待求点的映射误差,但可以在一定程度上反映映射矩阵精度的大致范围<sup>[13]</sup>,如图6所示,基准点映射误差最小为0.15 mm,最大为0.39 mm。

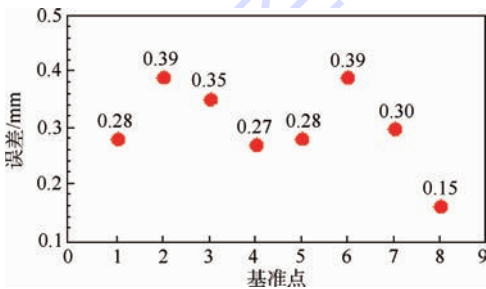


图6 基准点误差

Fig. 6 Fiducial points error

### 4.3 示教数据预处理

通过示教工具可获得大量的轨迹点数据,在用这些数据对机器人进行示教之前需要先对其进行预处理,即先对数据进行直方图分析,然后采用中值滤波做优化处理,处理前后的轨迹数据如图7所示。

### 4.4 误差分析

运行完示教程序后,机器人末端的水彩笔便在A4纸留下红色轨迹线,比较红色轨迹和灰色轨迹之差就可评估机器人示教精度。为了简化运算,提高测量的精度,试验中采用分辨率较高的单目彩色摄像头对轨迹进行测量。图8(a)为机器人运动的目标轨迹,图8(b)为经过示教工具引导后机器人运动的实际轨迹,图8(c)为将实际轨迹利用形态学 Skeleton 算法细化后得到的轨迹上的骨干点<sup>[14-15]</sup>。通过求每一个骨干点到圆心的距

离,距离与半径(试验中圆的半径为80 mm)之差即为机器人示教轨迹的精度。

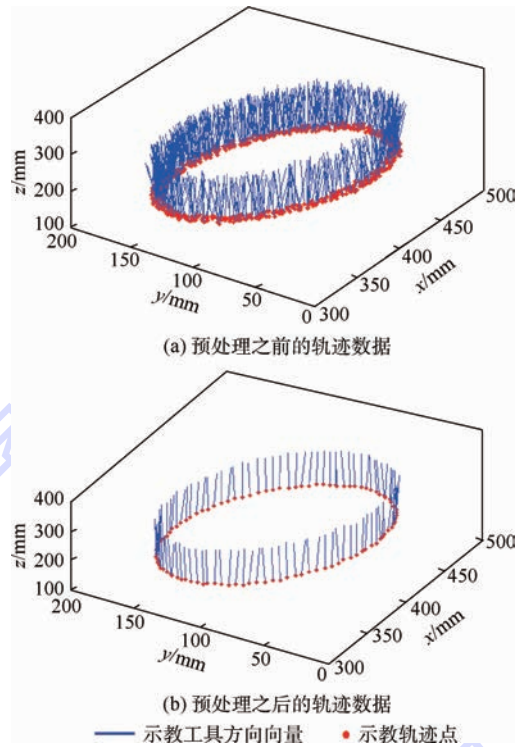
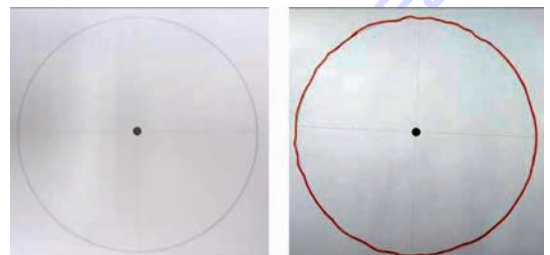


图7 轨迹示意图

Fig. 7 Schematic of trajectory



(a) 示教前目标轨迹

(b) 示教后的实际轨迹



(c) Skeleton算法细化后的示教轨迹

图8 示教前后及细化后的轨迹

Fig. 8 Teaching trajectories under different situations

图9为示教编程的轨迹误差示意图。误差值最大为-1.18 mm,经计算其均方根误差为0.47 mm。虽然所求的误差不能完全等同于整个机器人示教系统的绝对定位精度,但可以近似代替系统定位精度的范围。

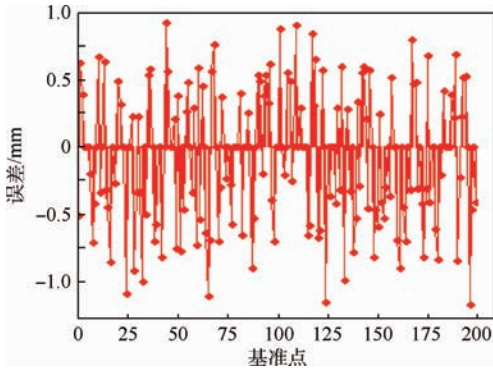


图9 示教编程的轨迹误差

Fig.9 Error of teaching programming trajectory

## 5 结论

1) 结合工业机器人目前常用的示教编程和离线编程的优缺点,利用双目视觉引导的方式实现示教编程,极大提高了示教编程效率。

2) 所采用的示教方法不但可以对目标轨迹点位置进行示教,还可以对轨迹点处的姿态进行示教,提高了机器人工作的灵活性。

3) 借助示教工具,减少了机器人工作内容对示教编程的影响,由于示教工具的特殊设计,也最大限度地降低了工作环境中光照对示教编程的影响。

4) 试验中,机器人在双目视觉引导下完成对特定轨迹的示教编程,轨迹跟踪误差最大为  $-1.18\text{ mm}$ ,均方根误差为  $0.47\text{ mm}$ 。通过分析,人手本身的抖动和偏移给整个系统带来了很大程度的误差。在高精度的应用场合,如实际焊接应用中,为了减少人为因素对示教工具末端精度的影响,可根据不同的焊缝宽度将示教工具末端设计成相应直径的球,以使得示教工具末端卡在焊缝从而达到提高精度的目的。

## 参考文献 (References)

- [1] 许燕玲,林涛,陈善本. 焊接机器人应用现状与研究发展趋势[J]. 金属加工(热加工),2010(8):32-36.  
XU Y L, LIN T, CHEN S B. An overview on weld robot[J]. MW Metal Forming, 2010(8):32-36 (in Chinese).
- [2] PAN Z, POLDEN J, LARKIN N, et al. Recent progress on programming methods for industrial robots[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2012, 28(2):87-94.
- [3] KOHRT C, STAMP R, PIPE A G, et al. An online robot trajectory planning and programming support system for industrial use[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(1):71-79.
- [4] CHEN S B, QIU T, LIN T, et al. Intelligent technologies for robotic welding[M] // TZYH-JONG T, SHAN-BEN C, ZHOU C J. Robotic welding, intelligence and automation. Berlin: Springer,

er, 2004:123-143.

- [5] CHEN S B, ZHANG Y, LIN T, et al. Welding robotic systems with visual sensing and real-time control of dynamic weld pool during pulsed GTAW[J]. International Journal of Robotics and Automation, 2004, 19(1):28-35.
- [6] 鞠益兰,程金松. 结构光式激光视觉传感器的焊缝跟踪系统[J]. 电焊机, 2002, 32(5):9-11.  
JU Y L, CHENG J S. Seam track system of laser optical sensor with structured light[J]. Electric Welding Machine, 2002, 32(5):9-11 (in Chinese).
- [7] HUANG W, KOVACEVIC R. Development of a real-time laser-based machine vision system to monitor and control welding processes[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 63(1-4):235-248.
- [8] Claron Technology Inc. MicronTracker developer's manual[M]. Toronto: Claron Technology Inc., 2006:25-36.
- [9] KALMAN D. A singularly valuable decomposition: The SVD of a matrix[J]. College Math Journal, 1996, 27(1):2-23.
- [10] 李燕青, 计时鸣. MOTOMAN 机器人实时控制的方法研究[J]. 机电工程, 2007, 24(7):78-81.  
LI Y Q, JI S M. Research on real-time control of MOTOMAN robot[J]. Mechanical & Electrical Engineering Magazine, 2007, 24(7):78-81 (in Chinese).
- [11] 胡中华, 陈焕明, 许明星, 等. 弧焊机器人 MOTOMAN 示教编程方法[J]. 电焊机, 2006, 36(3):40-42.  
HU Z H, CHEN H M, XU M X, et al. Programming method for arc welding robot of MOTOMAN teaching[J]. Electric Welding Machine, 2006, 36(3):40-42 (in Chinese).
- [12] WEST J B, FITZPATRICK J M, TOMS S A, et al. Fiducial point placement and the accuracy of point-based, rigid body registration[J]. Neurosurgery, 2001, 48(4):810-816.
- [13] SEGNER A. Rigid-body point-based registration; The distribution of the target registration error when the fiducial registration errors are given[J]. Medical Image Analysis, 2011, 15(4):397-413.
- [14] RAFAEL C G, RICHARD E W. Digital image processing[M]. 3rd ed. New York: Pearson Education Inc., 2010:671-675.
- [15] National Instruments Corporation. NI vision concept manual[M]. Texas: National Instruments Corporation, 2007:155-186.

### 作者简介:

倪自强 男, 博士研究生。主要研究方向: 机器视觉。

Tel.: 010-82338271

E-mail: e-pi@163.com

王田苗 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 工业机器人。

Tel.: 010-82338271

E-mail: itm@buaa.edu.cn

刘达 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 医疗机器人。

Tel.: 010-82338271

E-mail: dlriuda@buaa.edu.cn

# Vision guide based teaching programming for industrial robot

NI Ziqiang, WANG Tianmiao\*, LIU Da

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Most industrial robots used in manufacture are based on teaching programming and offline programming. The shortcomings of these two programming methods limit the further application of industrial robots. A vision guide based programming method was introduced to solve the problem. The singular value decomposition (SVD) algorithm was used to calculate the registration matrix between computer vision space and robot space. The positions and orientations of robot's end-actuator were obtained by measuring the teaching tool, which is the key process to realize vision guide programming. Analytical the format of executable file which running on robot controller, and then transform the positions and orientations' data into executable file. An experiment was introduced to verify the feasibility and reliability of the programming method. The results indicate that the maximum error of trajectory tracking is  $-1.18$  mm, and the root mean square error is  $0.47$  mm.

**Key words:** industrial robot; teaching programming; vision; weld; singular value decomposition (SVD)

**Received:** 2015-04-13; **Accepted:** 2015-05-08; **Published online:** 2015-06-17 15:17

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1517.007.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1517.007.html)

**Foundation items:** National High-tech Research and Development Program of China (2013AA041201); National Natural Science Foundation of China (61175104)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82338271 E-mail: itm@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0226

# 修理工带休假的 $n$ 部件冷贮备可修系统

温艳清<sup>1,2</sup>, 崔利荣<sup>3,\*</sup>, 刘宝亮<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072; 2. 山西大同大学 数学与计算机科学学院, 大同 037009;

3. 北京理工大学 管理与经济学院, 北京 100081)



**摘 要:** 对由 1 个修理工和  $n$  个部件组成的冷贮备可修系统的可靠性进行了研究, 当系统中没有故障部件时, 修理工可以进行多重休假, 休假时间是一个随机变量; 在修理工休假期间, 如果系统中在线工作的部件出现了故障, 则其中一个冷贮备部件立即代替故障部件成为在线工作部件, 故障部件必须等待修理工从休假返回才能得到修理。假定部件的工作时间、部件故障后的修理时间以及修理工的休假时间均为位相型 (PH) 分布。通过运用 Kronecker 算子和马尔可夫过程理论, 分别推导出系统在瞬态和稳态情况下的几个可靠性指标: 可靠度、可用度、故障频度以及修理工忙的概率。通过数值算例对所得结论进行了验证。

**关键词:** 可修系统; 多重休假; 可靠性; 位相型分布; 故障频度

**中图分类号:** O213; O211.62

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0569-07

在工程实践中, 为了提高系统的可靠性, 对系统的各个运行部件进行贮备是经常被工程实践者和科研人员使用的方法。一般地, 贮备分为热贮备、温贮备和冷贮备。冷贮备意味着系统在运行的过程中, 贮备部件不会出现故障。可修系统是实际工程中常见的一类系统。在可修系统中, 如果系统所涉及的分布均为指数分布时, 可以通过适当定义系统的状态, 用马尔可夫过程理论来研究该系统, 即马尔可夫可修系统。指数分布虽然具有易于进行解析处理的优点, 但在一定情形下与工程实际并不符合。

为了克服以上困难, Neuts<sup>[1]</sup> 在 1981 年提出位相型 (Phase-type, PH) 分布, 对任何非负随机变量, 总可以用一个 PH 分布把它近似到任意需要的精度。由于 PH 分布具有良好的解析性、通用性以及可计算性, 使得其在排队系统分析、交通系

统分析与优化、统计信号分析和可靠性建模<sup>[2-9]</sup> 等领域获得了广泛的应用。以往学者在研究可修系统时, 大多假定修理工的职责就是对该系统进行维修, 但是如果系统处于正常工作状态时, 修理工就闲置在旁, 好像是多余的, 这实际上是对人力资源的浪费, 未能充分利用修理工的价值。事实上, 在系统正常工作的这段时间内, 可以适当给修理工安排一些其他任务, 例如对生产车间进行卫生维护等, 即“休假”。在排队论中, 服务员的休假问题很早就得到了学者们的关注, 然而在可靠性领域, 国内外关于修理工具有休假策略的可靠性系统研究近十年来才出现了一些研究成果<sup>[10-16]</sup>, 学者们运用马尔可夫过程理论和补充变量法对修理工具有休假策略的系统可靠性进行了研究<sup>[17-23]</sup>。Pérez-Ocón 和 Montoro-Cazorla<sup>[3]</sup> 对由 1 个修理工和  $n$  个部件冷贮备可修系统的

收稿日期: 2015-04-14; 录用日期: 2015-07-10; 网络出版时间: 2015-09-17 16:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.008.html

基金项目: 国家自然科学基金(71371031)

\* 通讯作者: Tel.: 010-68940780 E-mail: Lirongcui@bit.edu.cn

**引用格式:** 温艳清, 崔利荣, 刘宝亮. 修理工带休假的  $n$  部件冷贮备可修系统[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 569-575.  
WEN Y Q, CUI L R, LIU B L. Cold standby  $n$ -component repairable system with repairman vacation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 569-575 (in Chinese).

可靠性进行了研究,假设部件的工作时间和修理时间均为 PH 分布,运用矩阵分析法推导出了系统的一些可靠性指标。其后,他们又对由 1 个修理工和  $n$  个部件热贮备可修系统的可靠性进行了研究,假设部件的工作时间和修理时间均为 PH 分布,热贮备部件的寿命服从指数分布<sup>[4]</sup>。不过文献[3-4]都没有考虑修理工的休假问题。

基于此,本文对修理工具有多重休假的  $n$  部件冷贮备可修系统的可靠性进行了研究,假定在线部件的工作时间、部件故障后的修理时间以及修理工的休假时间用不同的 PH 分布表示,运用 Kronecker 算子和马尔可夫过程理论推导出系统的一些可靠性指标。

## 1 系统模型建立

考虑由  $n$  个部件和 1 个修理工组成的可修系统,修理工可以进行多重休假。系统的假设如下:

1) 在时刻  $t = 0$ ,所有部件是完好的,1 个部件在线开始工作,其余  $n - 1$  个部件在冷贮备。当系统开始工作后,修理工立即去休假,他遵循多重休假策略,休假时间是一个随机变量;当在线工作部件出现了故障,冷贮备部件立即替换它成为在线工作部件。

2) 当修理工从休假返回系统中,他可能面临 3 种情况:

① 系统中所有部件均完好,则他立即进行第 2 次休假。

② 系统中有且仅有 1 个故障的部件等待修理,其余部件均完好,则他立即修理这个故障的部件,且修复如新,当这个部件修理完成时,如果系统中再没有故障的部件,则他立即进行第 2 次休假,否则继续修理故障的部件,直到系统中所有部件都完好,他才进行第 2 次休假。

③ 系统中至少有 2 个故障的部件,则他立即修理先出现故障的部件,然后按照先坏先修的原则再修理其他故障的部件,直到系统中所有部件都完好,他才进行第 2 次休假。

3) 假设部件的工作时间是一个随机变量且分布为  $\text{PH}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{T})$ ,其工作时间位相的阶数为  $m$ ;部件故障后的修理时间也是一个随机变量,服从阶数为  $n_1$  的 PH 分布,表示为  $\text{PH}(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{S})$ ;修理工

的休假时间服从阶数为  $k$  的 PH 分布,表示为  $\text{PH}(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{L})$ 。其中: $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$  和  $\boldsymbol{\gamma}$  分别为工作时间、修理时间和休假时间的初始向量; $\boldsymbol{T}, \boldsymbol{S}$  和  $\boldsymbol{L}$  分别为工作时间、修理时间和休假时间瞬态之间的转移概率矩阵。假设以上 3 个分布相互独立。

基于以上假设,系统可以用一个连续时间马尔可夫过程  $\{X(t), t \geq 0\}$  来描述,其状态空间为  $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$ ,其中: $S_1, S_2, S_3, S_4$  和  $S_5$  为宏状态,下面给出这些宏状态表示的具体意义。

$S_1 = \{(0, i, l), 1 \leq i \leq m, 1 \leq l \leq k\}$  表示 1 个部件在线工作,其余  $n - 1$  个部件处于冷贮备,修理工正在休假。 $(0, i, l)$  表示系统中故障部件数为 0,在线部件工作时间的位相为  $i$ ,修理工休假时间的位相为  $l$ 。

$S_2 = \{(r, i, l), 1 \leq r \leq n - 1, 1 \leq i \leq m, 1 \leq l \leq k\}$  表示系统中有  $r$  个部件出现了故障,而修理工正处于休假,在线部件工作时间的位相为  $i$ ,修理工休假时间的位相为  $l$ 。

$S_3 = \{(r, i, j), 1 \leq r \leq n - 1, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n_1\}$  表示系统中有  $r$  个部件出现了故障,修理工按照先坏先修的原则正在修理最先出现故障的部件,其余故障部件排队等待修理,在线部件工作时间的位相为  $i$ ,修理时间的位相为  $j$ 。

$S_4 = \{(n, l), 1 \leq l \leq k\}$  表示系统中所有部件都出现了故障,都排队等待修理,修理工正在进行休假,修理工休假时间的位相为  $l$ 。

$S_5 = \{(n, j), 1 \leq j \leq n_1\}$  表示系统中所有部件都出现了故障,修理工按照先坏先修的原则正在修理最先出现故障的部件,其余故障部件排队等待修理,修理时间的位相为  $j$ 。

系统的宏状态还可以表示为  $S = \{0, 1_v, 1_r, 2_v, 2_r, \dots, n_v, n_r\}$ ,其中: $0$  表示系统中没有故障的部件,即系统中所有部件都完好,修理工正在休假; $i_v (i = 1, 2, \dots, n)$  表示系统中故障部件数为  $i$  且修理工正在休假; $i_r (i = 1, 2, \dots, n)$  表示系统中故障部件数为  $i$  且修理工正在修理最先出现故障的部件。很显然,  $S_1 = \{0\}$ ,  $S_2 = \{1_v, 2_v, \dots, (n - 1)_v\}$ ,  $S_3 = \{1_r, 2_r, \dots, (n - 1)_r\}$ ,  $S_4 = \{n_v\}$ ,  $S_5 = \{n_r\}$ 。

基于以上分析,系统的转移率矩阵表示为  $\boldsymbol{Q}$ ,其是一个分块矩阵,每一块相应于  $S = \{0, 1_v, 1_r, 2_v, 2_r, \dots, n_v, n_r\}$  中状态之间的转移,即

$$\mathbf{Q} = \begin{matrix} & 0 & 1_v & 1_r & 2_v & 2_r & \cdots & (n-2)_v & (n-2)_r & (n-1)_v & (n-1)_r & n_v & n_r \\ \begin{matrix} 0 \\ 1_v \\ 1_r \\ 2_v \\ 2_r \\ \vdots \\ (n-2)_v \\ (n-2)_r \\ (n-1)_v \\ (n-1)_r \\ n_v \\ n_r \end{matrix} & \left( \begin{array}{cccccccccccc} \mathbf{A} & \mathbf{B}_0 & & & & & & & & & & & \\ & \mathbf{C}_1 & \mathbf{D} & \mathbf{B}_1 & & & & & & & & & \\ \mathbf{E}_1 & & \mathbf{F}_1 & & \mathbf{G}_1 & & & & & & & & \\ & & & \mathbf{C}_2 & \mathbf{D} & & & & & & & & \\ & & & & \mathbf{E} & & \mathbf{F}_2 & & & & & & \\ & & & & & \ddots & & \ddots & & \ddots & & & \\ & & & & & & & & \mathbf{C}_{n-2} & \mathbf{D} & \mathbf{B}_{n-2} & & \\ & & & & & & & & & \mathbf{F}_{n-2} & & \mathbf{G}_{n-2} & \\ & & & & & & & & & & \mathbf{C}_{n-1} & \mathbf{D} & \mathbf{B}_{n-1} \\ & & & & & & & & & \mathbf{E} & & \mathbf{F}_{n-1} & \mathbf{G}_{n-1} \\ & & & & & & & & & & & \mathbf{C}_n & \tilde{\mathbf{D}} \\ & & & & & & & & & & & \tilde{\mathbf{E}} & \mathbf{F}_n \end{array} \right) \end{matrix}$$

在矩阵  $\mathbf{Q}$  中,元素是 0 的地方没有表示出来。为了得到矩阵  $\mathbf{Q}$  的明确表达式,只需注意转移发生的原因:①在线工作的部件出现了故障;②修理工的一次休假结束返回系统;③正在修理的部件修理完成。通过概率分析,可以得到

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \mathbf{T} \oplus \mathbf{L} + \mathbf{I}_m \otimes \mathbf{L}^0 \boldsymbol{\gamma} \\
 \mathbf{B}_i &= \mathbf{T}^0 \boldsymbol{\alpha} \otimes \mathbf{I}_k \quad 0 \leq i \leq n-2 \quad \mathbf{B}_{n-1} = \mathbf{T}^0 \otimes \mathbf{I}_k \\
 \mathbf{C}_i &= \mathbf{T} \oplus \mathbf{L} \quad 0 \leq i \leq n-1 \quad \mathbf{C}_n = \mathbf{L} \\
 \mathbf{D} &= \mathbf{I}_m \otimes \mathbf{L}^0 \boldsymbol{\beta} \quad \tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{L}^0 \boldsymbol{\beta} \\
 \mathbf{G}_i &= \mathbf{T}^0 \boldsymbol{\alpha} \otimes \mathbf{I}_{n_1} \quad 1 \leq i \leq n-2 \quad \mathbf{G}_{n-1} = \mathbf{T}^0 \otimes \mathbf{I}_{n_1} \\
 \mathbf{E}_1 &= \mathbf{I}_m \otimes \mathbf{S}^0 \boldsymbol{\gamma} \quad \mathbf{E} = \mathbf{I}_m \otimes \mathbf{S}^0 \boldsymbol{\beta} \quad \tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{S}^0 \boldsymbol{\alpha} \otimes \boldsymbol{\beta} \\
 \mathbf{F}_i &= \mathbf{T} \oplus \mathbf{S} \quad 1 \leq i \leq n-1 \quad \mathbf{F}_n = \mathbf{S}
 \end{aligned}$$

下面证明转移率矩阵  $\mathbf{Q}$  中的这些分块元素如何得到。

分块矩阵  $\mathbf{A}$  相应于  $0 \rightarrow 0$ , 和的第 1 项相应于工作时间位相变化而休假时间位相不变化,或者休假时间位相变化而工作时间位相不变化;和的第 2 项相应于修理工的休假时间以向量  $\mathbf{L}^0$  结束,所有部件都完好,修理工立即以向量  $\boldsymbol{\gamma}$  进行第 2 次休假,而工作时间的位相不变化,所以和的第 2 项为  $\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{L}^0 \boldsymbol{\gamma}$ 。

转移  $0 \rightarrow 1_v$  和  $i_v \rightarrow (i+1)_v$  分别对应的分块矩阵为  $\mathbf{B}_0$  和  $\mathbf{B}_i (i=1, 2, \dots, n-2)$ , 相应于在线工作的部件以向量  $\mathbf{T}^0$  故障发生,处于冷贮备的部件以向量  $\boldsymbol{\alpha}$  替代故障部件在线工作,修理工的休假时间位相不变化。

转移  $(n-1)_v \rightarrow n_v$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{B}_{n-1} = \mathbf{T}^0 \otimes \mathbf{I}_k$ , 相应于在线工作的部件以  $\mathbf{T}^0$  故障发生,系统里没有冷贮备的部件,即所有部件都成为故

障部件,修理工的休假时间位相不变化。

转移  $i_v \rightarrow i_v$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{C}_i = \mathbf{T} \oplus \mathbf{L}$ ,  $0 \leq i \leq n-1$ , 相应于工作时间位相变化而休假时间位相不变化,或者休假时间位相变化而工作时间位相不变化。

转移  $n_v \rightarrow n_v$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{C}_n$ , 相应于修理工休假时间位相之间变化。

转移  $i_v \rightarrow i_r$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{D}$ , 相应于修理工以向量  $\mathbf{L}^0$  结束休假,发现系统中有故障的部件等待修理,立即以向量  $\boldsymbol{\beta}$  开始修理最先出现故障的部件,在线工作部件的工作时间位相不变化。

转移  $i_r \rightarrow (i+1)_r$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{G}_i = \mathbf{T}^0 \boldsymbol{\alpha} \otimes \mathbf{I}_{n_1}$ ,  $1 \leq i \leq n-2$ , 相应于在线工作部件以向量  $\mathbf{T}^0$  发生故障,处于冷贮备的部件立即以向量  $\boldsymbol{\alpha}$  替代故障部件在线工作,修理工的修理时间位相不变化。

转移  $(n-1)_r \rightarrow n_r$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{G}_{n-1} = \mathbf{T}^0 \otimes \mathbf{I}_{n_1}$ , 相应于在线部件以向量  $\mathbf{T}^0$  发生故障,系统中没有贮备部件,修理工的修理时间位相不变化。

转移  $1_r \rightarrow 0$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{E}_1 = \mathbf{I}_m \otimes \mathbf{S}^0 \boldsymbol{\gamma}$ , 相应于修理工修理时间以向量  $\mathbf{S}^0$  完成了对故障部件的修理,系统中没有故障的部件,修理工以向量  $\boldsymbol{\gamma}$  开始休假,在线工作部件的工作时间位相不变化。

转移  $i_r \rightarrow (i-1)_r$  对应的分块矩阵为  $\mathbf{E}$ , 相应于修理工修理时间以向量  $\mathbf{S}^0$  完成了对故障部件的修理,他按照修理规则立即以向量  $\boldsymbol{\beta}$  修理等待修理的部件,在线工作部件的工作时间位相不变化。

转移  $n_r \rightarrow (n-1)_r$  对应的分块矩阵为  $\tilde{E}$ , 相应于修理工修理时间以向量  $S^0$  完成对故障部件的修理, 修理完好的这个部件以向量  $\alpha$  开始在线工作, 修理工按照先坏先修的原则以向量  $\beta$  对其他排队等待修理的部件进行修理。

转移  $i_r \rightarrow i_r$  对应的分块矩阵为  $F_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ , 相应于工作时间位相变化而修理时间位相不变化, 或者修理时间位相变化而工作时间位相不变化。

转移  $n_r \rightarrow n_r$  对应的分块矩阵为  $F_n$ , 相应于修理工修理时间位相之间变化。

## 2 系统的可靠性指标

### 2.1 系统的瞬态可靠性指标

本节讨论系统的可用度、可靠度、故障频度以及修理工忙的概率等瞬态性能度量指标。

$$Q_{ww} = \begin{matrix} & 0 & 1_v & 1_r & 2_v & 2_r & \cdots & (n-2)_v & (n-2)_r & (n-1)_v & (n-1)_r \\ \begin{matrix} 0 \\ 1_v \\ 1_r \\ 2_v \\ 2_r \\ \vdots \\ (n-2)_v \\ (n-2)_r \\ (n-1)_v \\ (n-1)_r \end{matrix} & \left( \begin{array}{cccccccc} A & B_0 & & & & & & & & & \\ & C_1 & D & B_1 & & & & & & & \\ E_1 & & F_1 & & G_1 & & & & & & \\ & & & C_2 & D & & & & & & \\ & & E & & F_2 & & & & & & \\ \vdots & & & \ddots & & \ddots & & \ddots & & \ddots & \\ C_{n-2} & & & & D & & B_{n-2} & & & & \\ & & & & F_{n-2} & & & & G_{n-2} & & \\ & & & & & & C_{n-1} & & D & & \\ & & & & E & & & & & & F_{n-1} \end{array} \right) \end{matrix}$$

则系统的可靠度为

$$R(t) = (\alpha \otimes \gamma, 0, 0, \dots, 0)_{1 \times [nmk + (n-1)mn_1]} \cdot \exp(Q_{ww} t) e_{nmk + (n-1)mn_1}$$

### 3) 故障频度

时刻  $t$  在线部件的故障频度为

$$v_1(t) = (\alpha \otimes \gamma) P_{00}(t) (T^0 \otimes e_k) + \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha \otimes \gamma) P_{0i_v}(t) (T^0 \otimes e_k) + \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha \otimes \gamma) P_{0i_r}(t) (T^0 \otimes e_{n_1})$$

系统的故障频度也是一个重要的可靠性指标, 其被定义为单位时间内系统出现不工作的次数。系统的不工作宏状态为  $n_v$  和  $n_r$ , 系统能够从宏状态  $(n-1)_v$  或者  $(n-1)_r$  转移到不工作宏状态, 所以系统的故障频度为

$$v_2(t) = (\alpha \otimes \gamma) P_{0(n-1)_v}(t) (T^0 \otimes e_k) + (\alpha \otimes \gamma) P_{0(n-1)_r}(t) (T^0 \otimes e_{n_1})$$

### 1) 可用度

系统的瞬时可用度定义为系统在时刻  $t$  处于工作状态的概率。由于系统以概率向量  $\alpha \otimes \gamma$  运行, 所以时刻  $t$  系统占用宏状态  $0, 1_v, 1_r, 2_v, 2_r, \dots, (n-1)_v, (n-1)_r$  的概率分别为

$$(\alpha \otimes \gamma) P_{00}(t) e_{mk}, (\alpha \otimes \gamma) P_{01_v}(t) e_{mk}, (\alpha \otimes \gamma) P_{01_r}(t) e_{mn_1}, (\alpha \otimes \gamma) P_{02_v}(t) e_{mk}, (\alpha \otimes \gamma) P_{02_r}(t) e_{mn_1}, \dots, (\alpha \otimes \gamma) P_{0(n-1)_v}(t) e_{mk}, (\alpha \otimes \gamma) P_{0(n-1)_r}(t) e_{mn_1}$$

所以系统的可用度为

$$A(t) = (\alpha \otimes \gamma) P_{00}(t) e_{mk} + \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha \otimes \gamma) P_{0i_v}(t) e_{mk} + \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha \otimes \gamma) P_{0i_r}(t) e_{mn_1}$$

### 2) 可靠度

为了求得系统的可靠度  $R(t)$ , 把马尔可夫系统  $\{X(t), t \geq 0\}$  的所有故障状态看作为吸收状态, 且令

### 4) 修理工忙的概率

当系统处于宏状态  $1_r, 2_r, \dots, (n-1)_r, n_r$  时, 修理工正在维修故障部件, 所以修理工忙的概率为

$$p_w(t) = \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha \otimes \gamma) P_{0i_r}(t) e_{mn_1} + (\alpha \otimes \gamma) P_{0n_r}(t) e_{n_1}$$

### 2.2 系统的稳态可靠性指标

本节讨论系统的可用度、可靠度、故障频度以及修理工忙的概率等稳态性能度量指标, 这些指标都可以由瞬态时相应的指标取极限得到。

令  $\pi = (\pi_0, \pi_{1_v}, \pi_{1_r}, \pi_{2_v}, \pi_{2_r}, \dots, \pi_{n_v}, \pi_{n_r})$  表示稳态时系统处于各个宏状态的概率向量, 则它满足矩阵方程  $\pi Q = 0$  和正则化条件  $\pi e = 1$ , 即

$$\begin{aligned} \pi_0 A + \pi_{1_r} E_1 &= 0 \\ \pi_0 B_0 + \pi_{1_v} C_1 &= 0 \\ \pi_{i_v} B_i + \pi_{(i+1)_v} C_{i+1} &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned}$$

$$\pi_{1_v} D + \pi_{1_r} F_1 + \pi_{2_r} E = 0$$

$$\pi_{i_r} G_i + \pi_{(i+1)_v} D_{i+1} + \pi_{(i+1)_r} F_{i+1} + \pi_{(i+2)_r} E = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, n - 3$$

$$\pi_{(n-2)_r} G_{n-2} + \pi_{(n-1)_v} D + \pi_{(n-1)_r} F_{n-1} + \pi_{n_r} \tilde{E} = 0$$

$$\pi_{(n-1)_r} G_{n-1} + \pi_{n_v} \tilde{D} + \pi_{n_r} F_n = 0$$

$$\pi_0 + \pi_{1_v} + \pi_{1_r} + \pi_{2_v} + \pi_{2_r} + \dots + \pi_{n_v} + \pi_{n_r} = 1$$

1) 稳态可用度

稳态可用度表示稳态时系统处于工作状态的时间比例,即

$$A = \pi_0 e_{mk} + \sum_{i=1}^{n-1} \pi_{i_v} e_{mk} + \sum_{i=1}^{n-1} \pi_{i_r} e_{mn_1}$$

2) 稳态故障频度

在线部件的稳态故障频度为

$$v_1 = \pi_0 (T^0 \otimes e_k) + \sum_{i=1}^{n-1} \pi_{i_v} (T^0 \otimes e_k) + \sum_{i=1}^{n-1} \pi_{i_r} (T^0 \otimes e_{n_1})$$

系统的稳态故障频度为

$$v_2 = \pi_{(n-1)_v} (T^0 \otimes e_k) + \pi_{(n-1)_r} (T^0 \otimes e_{n_1})$$

3) 修理工忙的概率

系统处于稳态时,修理工忙的概率为

$$p_{\text{Busy}} = \sum_{i=1}^{n-1} \pi_{i_r} e_{mn_1} + \pi_{n_r} e_{n_1}$$

4) 系统 2 次故障之间的平均时间

系统 2 次故障之间的时间服从 PH( $f, Q_{\text{WW}}$ ), 且  $f = (\alpha \otimes \gamma, 0, 0, \dots, 0)_{1 \times [nmk + (n-1)mn_1]}$ , 因此系统 2 次故障之间的平均时间为

$$\mu = -f Q_{\text{WW}}^{-1} e_{nmk + (n-1)mn_1}$$

### 3 数值算例

考虑由 1 个修理工和 5 个部件组成的冷贮备可修系统,假设在线部件工作时间的分布为

$$\alpha = (1, 0) \quad T = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.25 \\ 0.30 & -0.4 \end{bmatrix} \quad T^0 = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.10 \end{bmatrix}$$

部件故障后修理工的修理时间为

$$\beta = (1, 0) \quad S = \begin{bmatrix} -1.2 & 0.75 \\ 0.75 & -1.2 \end{bmatrix} \quad S^0 = \begin{bmatrix} 0.45 \\ 0.45 \end{bmatrix}$$

修理工的休假时间为

$$\gamma = (1, 0) \quad L = \begin{bmatrix} -1.5 & 0.95 \\ 0.95 & -1.5 \end{bmatrix} \quad L^0 = \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.55 \end{bmatrix}$$

运用第 2 节的理论结果,可以得到如下稳态概率向量:

$$\pi_0 = (0.1449, 0.0795, 0.1192, 0.0671)$$

$$\pi_{1_v} = (0.0440, 0.0367, 0.0188, 0.0167)$$

$$\pi_{1_r} = (0.0776, 0.0400, 0.0482, 0.0277)$$

$$\pi_{2_v} = (0.0121, 0.0114, 0.0042, 0.0041)$$

$$\pi_{2_r} = (0.0545, 0.0352, 0.0270, 0.0188)$$

$$\pi_{3_v} = (0.0031, 0.0030, 0.0010, 0.0010)$$

$$\pi_{3_r} = (0.0268, 0.0194, 0.0114, 0.0088)$$

$$\pi_{4_v} = (0.0007, 0.0007, 0.0002, 0.0002)$$

$$\pi_{4_r} = (0.0113, 0.0085, 0.0035, 0.0031)$$

$$\pi_{5_v} = (0.0002, 0.0002)$$

$$\pi_{5_r} = (0.0047, 0.0043)$$

所以系统的稳态可用度为  $A = 0.9906$ , 系统在各种情况下的稳态故障频度分别为  $v_1 = 0.1343, v_2 = 0.1928$ 。在系统达到稳态情形下,修理工忙的概率为  $p_{\text{Busy}} = 0.5680$ 。同样可以得到系统连续 2 次故障的平均时间为  $\mu = 353.8283$ 。

运用第 2.1 节所得到的表达式,可以构建出表 1。表 1 分别给出了系统可用度、故障频度以及修理工忙的概率在不同时刻的值,最后一行是这些指标达到稳态后的值。从表 1 可以看出,系统在时刻  $t = 20$  之后就已经达到稳态了。

表 1 1 个修理工有多重休假的  $n$  部件冷贮备可修系统的性能测度

Table 1 Performance measures for cold standby  $n$ -component repairable system with one repairman having multiple vacations

| $t$      | $A(t)$ | $v_1(t)$ | $v_2(t)$ | $p_w(t)$ |
|----------|--------|----------|----------|----------|
| 0        | 1      | 0        | 0        | 0        |
| 5        | 0.9937 | 0.0426   | 0.0673   | 0.0750   |
| 15       | 0.9929 | 0.0622   | 0.0920   | 0.2692   |
| 20       | 0.9913 | 0.0907   | 0.1454   | 0.4081   |
| 25       | 0.9906 | 0.1098   | 0.1928   | 0.5680   |
| 50       | 0.9906 | 0.1343   | 0.1928   | 0.5680   |
| $\infty$ | 0.9906 | 0.1343   | 0.1928   | 0.5680   |

### 4 结论

1) 把修理工可以进行多重休假的思想引入系统建模,使修理工这个人力资源得到充分利用,可以为企业节约成本。

2) 任何非负随机变量服从的分布都可以用 PH 分布逼近,假定部件的工作时间、故障部件的维修时间以及修理工的休假时间用不同的 PH 分布表示,使得模型更具有有一般性。

3) 运用矩阵分析的方法推导系统的瞬态和稳态可靠性指标,与以往的概率分析法相比较,方法更简单。

### 参考文献 (References)

[1] NEUTS M F. Matrix-geometric solution in stochastic models: An algorithmic approach[M]. Baltimore: Johns Hopkins University

- Press, 1981:10-12.
- [ 2 ] PÉREZ-OCÓN R, CASTRO J E R. Two models for a repairable two-system with phase-type sojourn time distributions [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 84 ( 3 ) : 253-260.
- [ 3 ] PÉREZ-OCÓN R, MONTORO-CAZORLA D. A multiple system governed by a quasi-birth-and-death process [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 84 ( 2 ) : 187-196.
- [ 4 ] PÉREZ-OCÓN R, MONTORO-CAZORLA D. A multiple warm standby system with operation and repair times following phase-type distributions [ J ]. European Journal of Operational Research, 2006, 169 ( 1 ) : 178-188.
- [ 5 ] MONTORO-CAZORLA D, PÉREZ-OCÓN R. Replacement times and costs in a degrading system with several types of failure: The case of phase-type holding times [ J ]. European Journal of Operational Research, 2006, 175 ( 2 ) : 1193-1209.
- [ 6 ] MONTORO-CAZORLA D, PÉREZ-OCÓN R. A deteriorating two-system with two repair modes and sojourn times phase-type distributed [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2006, 91 ( 1 ) : 1-9.
- [ 7 ] MONTORO-CAZORLA D, PÉREZ-OCÓN R, SEGOVIA M C. Shock and wear models under policy  $N$  using phase-type distributions [ J ]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33 ( 1 ) : 543-554.
- [ 8 ] RUIZ-CASTRO J E. A preventive maintenance policy for a standby system subject to internal failures and external shocks with loss of units [ J ]. International Journal of Systems Science, 2015, 46 ( 9 ) : 1600-1613.
- [ 9 ] RUIZ-CASTRO J E. Preventive maintenance of a multi-state device subject to internal failure and damage due to external shocks [ J ]. IEEE Transactions on Reliability, 2014, 63 ( 2 ) : 646-660.
- [ 10 ] JIA J S, WU S M. A replacement policy for a repairable system with its repairman having multiple vacations [ J ]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 57 ( 1 ) : 156-160.
- [ 11 ] YUAN L, XU J. A deteriorating system with its repairman having multiple vacations [ J ]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 217 ( 10 ) : 4980-4989.
- [ 12 ] YUAN L, MENG X Y. Reliability analysis of a warm standby repairable system with priority in use [ J ]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35 ( 9 ) : 4295-4303.
- [ 13 ] YUAN L. Reliability analysis for a  $k$ -out-of- $n$ ;  $G$  system with redundant dependency and repairmen having multiple vacations [ J ]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218 ( 24 ) : 11959-11969.
- [ 14 ] YU M M, TANG Y H, LIU L P, et al. A phase-type geometric process repair model with spare device procurement and repairman's multiple vacations [ J ]. European Journal of Operational Research, 2013, 225 ( 2 ) : 310-323.
- [ 15 ] MONTORO-CAZORLA D, PÉREZ-OCÓN R. Matrix stochastic analysis of the maintainability of a machine under shocks [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 121 : 11-17.
- [ 16 ] MONTORO-CAZORLA D, PÉREZ-OCÓN R. A reliability system under different types of shock governed by a Markovian arrival process and maintenance policy  $K$  [ J ]. European Journal of Operational Research, 2014, 235 ( 3 ) : 636-642.
- [ 17 ] WU W Q, TANG Y H, YU M M, et al. Reliability analysis of a  $k$ -out-of- $n$ ;  $G$  repairable system with single vacation [ J ]. Applied Mathematical Modelling, 2014, 38 ( 24 ) : 6075-6097.
- [ 18 ] 唐应辉, 梁晓军.  $c$  个修理工同步多重休假的  $k/n(G)$  表決可修系统 [ J ]. 系统工程理论与实践, 2013, 33 ( 9 ) : 2330-2338.
- TANG Y H, LIANG X J. The  $k/n(G)$  repairable system with multiple synchronous vacations of  $c$  repairmen [ J ]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2013, 33 ( 9 ) : 2330-2338 ( in Chinese ).
- [ 19 ] 唐应辉, 刘晓云. 修理工带休假的单部件可修系统的可靠性分析 [ J ]. 自动化学报, 2004, 30 ( 3 ) : 466-470.
- TANG Y H, LIU X Y. Reliability analysis of one unit repairable system with repairman vacation [ J ]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30 ( 3 ) : 466-470 ( in Chinese ).
- [ 20 ] 吴文青, 唐应辉, 姜颖. 修理工多重休假且修理设备可更换的  $k/n(G)$  表決可修系统研究 [ J ]. 系统工程理论与实践, 2013, 33 ( 10 ) : 2604-2614.
- WU W Q, TANG Y H, JIANG Y. Study on a  $k$ -out-of- $n$ ;  $G$  repairable system with multiple vacations and one replaceable repair facility [ J ]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2013, 33 ( 10 ) : 2604-2614 ( in Chinese ).
- [ 21 ] 唐应辉, 刘晓云. 一种新型的单部件可修系统 [ J ]. 系统工程理论与实践, 2003, 23 ( 7 ) : 106-111.
- TANG Y H, LIU X Y. A new one unit repairable system [ J ]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2003, 23 ( 7 ) : 106-111 ( in Chinese ).
- [ 22 ] 余妙妙, 唐应辉, 陈胜兰. 离散时间单重休假两部件并联可修系统的可靠性分析 [ J ]. 系统科学与数学, 2009, 29 ( 5 ) : 617-629.
- YU M M, TANG Y H, CHEN S L. Reliability analysis of discrete time two-unit parallel repairable system with single vacation [ J ]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2009, 29 ( 5 ) : 617-629 ( in Chinese ).
- [ 23 ] WU W Q, TANG Y H, YU M M, et al. Computation and profit analysis of a  $k$ -out-of- $n$ ;  $G$  repairable system under  $N$ -policy with multiple vacations and one replaceable repair facility [ J ]. Rairo-Operations Research, 2015, 49 ( 4 ) : 717-734.

#### 作者简介:

温艳清 女, 博士研究生, 讲师。主要研究方向: 可靠性、随机建模。

E-mail: oryqwen@163.com

崔利荣 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 可靠性、随机建模。

Tel.: 010-68940780

E-mail: Lirongcui@bit.edu.cn

刘宝亮 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 可靠性、随机建模。

E-mail: baoliang521@163.com

## Cold standby $n$ -component repairable system with repairman vacation

WEN Yanqing<sup>1,2</sup>, CUI Lirong<sup>3,\*</sup>, LIU Baoliang<sup>2</sup>

(1. School of Mechatronical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. College of Mathematics and Computer Science, Shanxi Datong University, Datong 037009, China;

3. School of Management and Economics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The reliability for a cold standby  $n$ -component repairable system with a repairman having multiple vacations is studied. If all of units are in normal state, the repairman may take his vacations, and the vacation time is a random variable. During the repairman's vacation, if a unit online fails to work, one of cold standby components becomes the component online immediately the failure unit will not be repaired until the repairman comes back from his vacation. The operational time of the unit online, the repair time and the vacation time of repairman are governed by different phase-type (PH) distributions, respectively. The system is studied in a transient and stationary regime. The reliability, availability, rate of occurrence of failures and busy probability of repairman are derived by Kronecker operator and Markov process theory. A numerical example is given to illustrate the results obtained.

**Key words:** repairable system; multiple vacations; reliability; phase-type distribution; rate of occurrence of failures

**Received:** 2015-04-14; **Accepted:** 2015-07-10; **Published online:** 2015-09-17 16:50

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.008.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.008.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(71371031)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-68940780 E-mail: Lirongcui@bit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0459

# 非线性步进加速退化数据的可靠性评估方法

蔡忠义, 陈云翔\*, 张诤敏, 项华春

(空军工程大学 装备管理与安全工程学院, 西安 710051)



**摘 要:** 针对步进应力加速退化试验(SSADT)场合下的非线性退化数据,考虑个体之间的性能退化差异,提出了基于 Wiener 过程的退化数据可靠性评估方法。首先,分析了步进应力加速退化试验过程及其性能退化数据模型。然后,运用非线性 Wiener 过程描述产品的非线性退化过程,采用时间尺度变换模型进行线性变换;将 Wiener 过程的漂移系数随机化处理,提出考虑了个体差异的非线性退化数据建模;根据所收集的步进应力加速退化数据,采用两步极大似然估计法确定模型中的未知参数。最后,结合某激光器的实例对比分析表明,所建模型的拟合性较好,评估结果真实准确。

**关键词:** 加速退化建模; 可靠性评估; Wiener 过程; 非线性退化数据; 个体退化差异

**中图分类号:** TB114.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0576-07

随着加速试验技术的快速发展,利用加速退化建模技术获取产品性能退化数据、外推产品寿命信息成为当前可靠性工程领域的研究热点。类似常规应力退化建模,加速应力退化建模技术主要有基于退化轨迹、退化量分布和随机过程的建模<sup>[1-5]</sup>。

基于退化轨迹和退化量分布 2 种建模技术使用最早且较为成熟,但因其将产品性能退化描述为确定性过程,未考虑产品个体随时间发生退化的随机性,使其工程应用范围受限。以 Wiener 过程为代表的随机过程模型,充分考虑了产品在正常工作或试验环境中所发生性能退化的随机性和动态性,可以较好地描述产品的真实退化过程,成为当前加速退化建模的重要技术手段。

Wiener 过程是一种具有平稳、便于计算与分析特性的随机过程模型,具有广泛的应用前景。当产品的性能退化过程总体均匀变化,而个体差异随时间增加而逐步增大时,都可用 Wiener 过程

来描述<sup>[6-7]</sup>。目前,基于 Wiener 过程的加速退化建模的重点及难点主要在于以下 2 点:

1) 如何处理非线性数据。主要解决方法是进行坐标变换,将非线性数据组变换为线性数据组。Whitmore 和 Schenkelberg<sup>[8]</sup>最早提出 2 类时间尺度变换模型来解决 Wiener 过程在非线性退化数据建模中的问题,实例表明了模型具有较好的实用性。在此基础上,文献[9-11]采用时间尺度变换模型,进一步开展了基于非线性 Wiener 过程的加速退化数据建模与应用研究。

2) 如何考虑个体之间的性能退化差异。由于产品在制造、材料及环境中受随机因素的影响表现出个体之间退化速率不一,存在一定差异性,因此需要研究个体差异对产品寿命评估的影响。主要方法是对 Wiener 过程的系数进行随机化处理。文献[12-13]对 Wiener 过程的 2 个系数都进行随机化处理,假定扩散系数服从逆伽马分布的前提下漂移系数服从正态分布,但假定的分布类

收稿日期: 2015-07-08; 录用日期: 2015-10-10; 网络出版时间: 2015-12-17 10:41

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151217.1041.004.html

基金项目: 国防预研项目

\* 通讯作者: Tel.: 029-84789664 E-mail: cyx87793@163.com

**引用格式:** 蔡忠义, 陈云翔, 张诤敏, 等. 非线性步进加速退化数据的可靠性评估方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 576-582. CAI Z Y, CHEN Y X, ZHANG Z M, et al. Reliability assessment method of nonlinear step-stress accelerated degradation data[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 576-582 (in Chinese).

型未经分布假设检验,通过最大期望(Expectation Maximization, EM)算法估计参数,计算复杂,难以推广;文献[14-15]仅将 Wiener 过程的漂移系数看作服从正态分布的随机变量,给出了考虑个体差异的产品寿命模型,模型拟合性好,便于计算。

基于此,本文在步进应力加速退化试验场合下,采用时间尺度变换模型将非线性退化数据转换为线性数据,将 Wiener 过程的漂移系数随机化处理,建立考虑个体差异的加速退化数据模型,采用两步极大似然估计法确定模型中的未知参数,较 EM 算法更适合处理加速退化场合下的退化数据。

## 1 基于 Wiener 过程的退化模型

假设产品的性能退化过程  $X(t)$  可以用 Wiener 过程进行描述:

$$X(t) = \lambda t + \sigma_B B(t) \quad (1)$$

式中:  $\lambda$  为漂移系数;  $\sigma_B$  为扩散系数;  $B(t)$  为标准布朗运动。

由于  $X(t)$  符合齐次马尔可夫过程,  $X(t)$  的均值和方差都是时间的线性函数,因此, Wiener 过程一般用于描述产品线性退化过程,即退化量  $X(t)$  与时间  $t$  呈线性关系。

设产品退化失效的阈值为  $l$ 。当  $X(t)$  首次达到  $l$  时,认定产品失效,则产品寿命  $T$  满足:

$$T = \inf\{t \mid X(t) \geq l\} \quad (2)$$

经推导可知,首次达到  $l$  时的寿命服从逆高斯分布,则产品的可靠度和概率密度函数分别为

$$R(t) = \Phi\left(\frac{l - \lambda t}{\sigma_B \sqrt{t}}\right) - \exp\left(\frac{2\lambda l}{\sigma_B^2}\right) \Phi\left(\frac{-l - \lambda t}{\sigma_B \sqrt{t}}\right) \quad (3)$$

$$f(t) = \frac{l}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2 t^3}} \exp\left[-\frac{(l - \lambda t)^2}{2\sigma_B^2 t}\right] \quad (4)$$

式中:  $\Phi(\cdot)$  为标准正态分布函数。

## 2 步进应力加速退化试验

### 2.1 试验假设

1) 试样在一组加速应力(即温度)作用下性能发生退化且退化过程不可逆。

2) 试样在各加速应力下的退化失效机理、模式都保持不变。

3) 试样在各加速应力下的性能退化参数仅有一个且测量间隔和次数相同。

4) 某时刻试样的剩余寿命仅与该时刻已累计退化失效水平和当时应力有关。

### 2.2 试验过程

根据试验方案,预先确定一组高于正常应力  $S_0$  的加速应力  $S_1 < S_2 < \dots < S_n$ , 试验初期,将若干试样放置在初始应力  $S_1$  下进行试验并记录相关性能退化参数,达到时刻  $t_1$  后将应力提高至  $S_2$  下继续试验,达到时刻  $t_2$  后将应力提高至下一应力,如此进行,直到将应力提高至  $S_n$  下完成试验,其中,  $t_{i-1}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 为应力  $S_{i-1}$  到  $S_i$  的转换时刻。试验应力施加过程如图 1 所示。

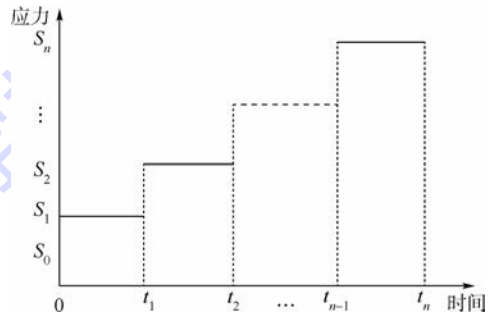


图1 步进应力加速退化试验载荷历程

Fig. 1 Step-stress accelerated degradation test loading process

### 2.3 试验数据

已知现有  $m$  个样本在  $n$  个加速应力下进行步进应力加速退化试验,每个应力水平下各测量  $K$  次性能退化参数,则在应力  $S_i$  下第  $j$  个试样第  $k$  次测量时刻为  $t_{i,k}^j$ ,性能退化量为  $X(t_{i,k}^j)$ 。

经步进应力加速退化过程分析可知(见图 2),第  $j$  个试样在应力  $S_i$  下的性能退化量初始值是前一步应力下性能退化量的末尾值,即  $X(t_{i,0}^j) = X(t_{i-1,K}^j)$ ,则基于 Wiener 过程的步进应力加速退化数据建模如下:

$$X(t_{i,k}) = \begin{cases} \lambda_1 t_{i,k} + \sigma_B B(t_{i,k}) & 0 \leq t_{i,k} < t_{1,K} \\ \lambda_1 (t_{i,k} - t_{1,K}) + \lambda_1 t_{1,K} + \sigma_B B(t_{i,k}) & t_{2,0} \leq t_{i,k} < t_{2,K} \\ \vdots & \vdots \\ \lambda_n (t_{i,k} - t_{n-1,K}) + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i (t_{i,k} - t_{i-1,K}) + \sigma_B B(t_{i,k}) & t_{n,0} \leq t_{i,k} < t_{n,K} \end{cases} \quad (5)$$

在应力  $S_i$  下第  $j$  个试样第  $k$  次测量的性能退化量较第  $k-1$  次测量的性能退化量增加了  $\Delta X(t_{i,k}^j) = X(t_{i,k}^j) - X(t_{i,k-1}^j)$ ,时间增量为  $\Delta t_{i,k}^j = t_{i,k}^j - t_{i,k-1}^j$ ,则根据 Wiener 过程性质可知:

$$\Delta X(t_{i,k}^j) \sim N(\lambda_i \Delta t_{i,k}^j, \sigma_B^2 \Delta t_{i,k}^j) \quad (6)$$

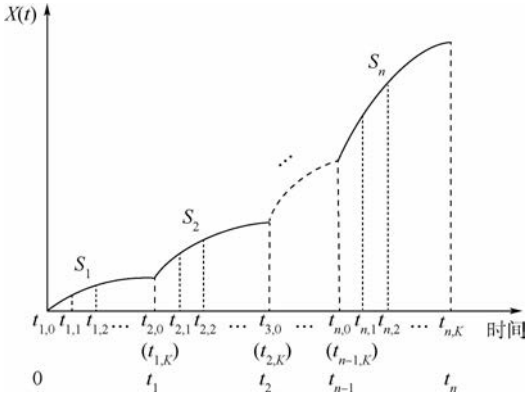


图2 步进应力加速退化过程

Fig. 2 Step-stress accelerated degradation process

### 3 非线性退化数据建模

#### 3.1 可靠度函数

对于非线性退化数据,可采用时间尺度变换模型,将其转换为线性数据。Whitmore 和 Schenkelberg<sup>[8]</sup>首次提出了时间尺度变换模型应为时间  $t$  的非负单调递增函数,常见函数为

$$\tau = \Lambda(t) = t^c \quad (\text{模型 I})$$

式中: $c$  为非负待定常数。当  $0 < c < 1$  时,样本退化趋势为凸型;当  $c > 1$  时,样本退化趋势为凹型。上述退化数据都呈现出非线性特征;当  $c = 1$  时,样本的退化趋势为线型,都是线性数据。随着样本中出现非线性数据, $c$  值开始偏离 1。非线性数据越多, $c$  值越偏离 1,说明时间尺度变换模型可以处理非线性数据与线性数据并存的情况。

本文采用时间尺度变换模型,将非线性数据组  $[t, X(t)]$  转换为线性数据组  $[\tau, Y(\tau)]$ ,则可将式(1)改写为

$$Y(\tau) = \lambda\tau + \sigma_B B(\tau) \quad (7)$$

则产品变换后的可靠度和概率密度函数分别为

$$R(\tau) = \Phi\left(\frac{l - \lambda\tau}{\sigma_B \sqrt{\tau}}\right) - \exp\left(-\frac{2\lambda l}{\sigma_B^2}\right) \Phi\left(\frac{-l - \lambda\tau}{\sigma_B \sqrt{\tau}}\right) \quad (8)$$

$$f(\tau) = \frac{l}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2\tau^3}} \exp\left[-\frac{(l - \lambda\tau)^2}{2\sigma_B^2\tau}\right] \quad (9)$$

令  $\tau = \Lambda(t)$ ,  $Y(\tau) = X(t)$ , 则产品的寿命可靠度和概率密度函数分别为

$$R(t) = R(\Lambda(t)) = \Phi\left(\frac{l - \lambda\Lambda(t)}{\sigma_B \sqrt{\Lambda(t)}}\right) - \exp\left(-\frac{2\lambda l}{\sigma_B^2}\right) \Phi\left(\frac{-l - \lambda\Lambda(t)}{\sigma_B \sqrt{\Lambda(t)}}\right) \quad (10)$$

$$f(t) = -\frac{dR(\Lambda(t))}{d\Lambda(t)} \cdot \frac{d\Lambda(t)}{dt} = f(\tau) \frac{d\Lambda(t)}{dt} = \frac{l}{\sqrt{2\pi\sigma_B^2(\Lambda(t))^3}} \exp\left[-\frac{(l - \lambda\Lambda(t))^2}{2\sigma_B^2\Lambda(t)}\right] \frac{d\Lambda(t)}{dt} \quad (11)$$

为了体现出试样个体之间的差异化,将漂移系数  $\lambda$  随机化处理,即假定  $\lambda$  服从正态分布  $N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$ , 可将式(8)改写为

$$Y(\tau) = \lambda\tau + \sigma_B B(\tau) \quad \lambda \sim N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2) \quad (12)$$

则考虑个体差异的产品可靠度和概率密度函数为

$$R_T(t) = \Phi\left(\frac{l - \mu_\lambda \Lambda(t)}{\sqrt{\sigma_B^2 \Lambda(t) + \sigma_\lambda^2 (\Lambda(t))^2}}\right) - \exp\left[\frac{2l}{\sigma_B^2} \left(\lambda + \frac{\sigma_\lambda^2}{\sigma_B}\right)\right] \cdot \Phi\left(-\frac{2\sigma_\lambda^2 l \Lambda(t) + \sigma_B^2 (l + \mu_\lambda \Lambda(t))}{\sigma_B^2 \sqrt{\sigma_B^2 \Lambda(t) + \sigma_\lambda^2 (\Lambda(t))^2}}\right) \quad (13)$$

$$f(t) = \frac{l}{\sqrt{2\pi(\Lambda(t))^3 (\sigma_B^2 + \sigma_\lambda^2 \Lambda(t))}} \cdot \exp\left[-\frac{(l - \lambda\Lambda(t))^2}{2\Lambda(t) (\sigma_B^2 + \sigma_\lambda^2 \Lambda(t))}\right] \frac{d\Lambda(t)}{dt} \quad (14)$$

#### 3.2 加速退化模型

对于步进应力加速退化试验而言,一般认为 Wiener 过程的漂移系数  $\lambda$  与应力  $S$  有关,而扩散系数  $\sigma$  与应力  $S$  无关,则加速退化模型一般可表示为<sup>[16]</sup>

$$\lambda = \exp(a + b\varphi(S)) \quad (15)$$

式中: $a, b$  为待定常数; $\varphi(S)$  为应力  $S$  的函数,对于温度应力的 Arrhenius 模型,  $\varphi(S) = 1/S$ , 对于电应力的逆幂律模型,  $\varphi(S) = \ln S$ 。

则温度应力下的步进应力加速退化模型为

$$\lambda_i = a \exp(-b/S_i) \quad (16)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $S_i$  为第  $i$  步温度应力; $\lambda_i$  为温度应力  $S_i$  下的漂移系数。

分析式(16)可知,同一温度应力作用下的试样退化速度并无差异。而考虑到试样个体之间的差异客观存在,应采用基于随机变量的 Arrhenius 模型来描述试样个体之间的退化差异性,则在应力  $S_i$  下第  $j$  个试样的加速退化模型可表示为

$$\lambda_i^j = a_j \exp(-b/S_i) \quad (17)$$

令  $a \sim N(\mu_a, \sigma_a^2)$ , 则应力  $S_i$  下的考虑了个体差异的漂移系数  $\lambda_i$  可表示为

$$\lambda_i \sim N(\mu_a \exp(-b/S_i), \sigma_a^2 \exp(-b/S_i)) \quad (18)$$

若不考虑个体差异,令  $\sigma_a^2 = 0$ , 则式(17)变为传统的 Arrhenius 模型。

#### 3.3 两步极大似然估计

针对经时间尺度变换模型变换后的、考虑个体差异的线性退化数据  $[\tau, Y(\tau)]$ , 由式(6)可知:

$$\Delta Y(\tau_{i,k}^j) \sim N(\lambda_i^j \Delta \tau_{i,k}^j, \sigma_B^2 \Delta \tau_{i,k}^j) \quad (19)$$

式中:

$$\begin{cases} \Delta Y(\tau_{i,k}^j) = Y(\tau_{i,k}^j) - Y(\tau_{i,k-1}^j) \\ \Delta \tau_{i,k}^j = \tau_{i,k}^j - \tau_{i,k-1}^j \\ \tau_{i-1,K}^j = \tau_{i,0}^j \\ \tau_{1,0}^j = 0 \\ i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (20)$$

其中:  $\Delta \tau_{i,k}^j$  为应力  $S_i$  下第  $j$  个试样第  $k$  次测量时间增量变换值;  $\Delta Y(\tau_{i,k}^j)$  为对应的性能退化增量。

根据式(19)、式(20), 建立极大似然估计函数:

$$\begin{aligned} \ln L(\Theta) = & -\frac{mnK}{2}(\ln(2\pi) + \ln \sigma_B^2) - \\ & \frac{m}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \ln(\Delta \tau_{i,k}^j) - \\ & \frac{1}{2\sigma_B^2} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \frac{(\Delta Y(\tau_{i,k}^j) - \lambda_i^j \Delta \tau_{i,k}^j)^2}{\Delta \tau_{i,k}^j} \end{aligned} \quad (21)$$

采用时间尺度变换模型 I, 将  $\tau = t^c$ 、 $\Delta Y(\tau_{i,k}^j) = \Delta X(t_{i,k}^j)$  与式(17)代入式(21), 可得

$$\begin{aligned} \ln L(\Theta) = & -\frac{mnK}{2}(\ln(2\pi) + \ln \sigma_B^2) - \\ & \frac{m}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \ln[(t_{i,k}^j)^c - (t_{i,k-1}^j)^c] - \\ & \frac{1}{2\sigma_B^2} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \{ \Delta X(t_{i,k}^j) - a_j \exp(-b/S_i) \cdot \\ & [(t_{i,k}^j)^c - (t_{i,k-1}^j)^c] \}^2 / [(t_{i,k}^j)^c - (t_{i,k-1}^j)^c] \end{aligned} \quad (22)$$

式中:  $\Theta = \{a_j, b, c, \sigma_B^2\} (j = 1, 2, \dots, m)$  为未知参数集合;  $\ln L(\Theta)$  为 fminsearch 函数所取的最大值。

分别令式(22)关于  $a_j, \sigma_B^2$  的 1 阶偏导数为零, 即

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L(\Theta)}{\partial a_j} = 0 \\ \frac{\partial \ln L(\Theta)}{\partial \sigma_B^2} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

则

$$\hat{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \Delta X(t_{i,k}^j) \exp(-b/S_i)}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \exp(-2b/S_i) [(t_{i,k}^j)^c - (t_{i,k-1}^j)^c]} \quad (24)$$

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{1}{mnK} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \{ \Delta X(t_{i,k}^j) - \hat{a}_j \exp(-b/S_i) \cdot$$

$$[(t_{i,k}^j)^c - (t_{i,k-1}^j)^c] \}^2 / [(t_{i,k}^j)^c - (t_{i,k-1}^j)^c] \quad (25)$$

理论上, 根据收集到的数据组  $[t_{i,k}^j, X(t_{i,k}^j)]$  及所建的模型, 可以解出式(24)、式(25), 求出  $\hat{a}_j, \hat{\sigma}_B^2$ 。但进一步分析可知, 式(24)、式(25)的求解其实依赖于  $b, c$  的取值。因此, 采用两步极大似然估计法来求解未知参数  $\Theta$ 。

**第 1 步** 估计  $\hat{b}, \hat{c}$ 。采用 MATLAB 软件中的 fminsearch 函数可解决上述问题。以  $b, c$  为变量,  $\ln L(\Theta)$  为优化函数, 分别先给  $b, c$  赋初值  $b_0, c_0$ , 然后进行二维遍历搜索, 直到函数  $\ln L(\Theta)$  取得最大值时停止搜索, 此时所返回的  $b, c$  值即为所求的  $\hat{b}, \hat{c}$ 。

**第 2 步** 估计  $\hat{a}_j (j = 1, 2, \dots, m), \hat{\sigma}_B^2$ 。将第 1 步中所确定的  $\hat{b}, \hat{c}$  代入式(24)、式(25)中, 即可求出  $\hat{a}_j, \hat{\sigma}_B^2$ 。同时,  $\hat{\mu}_a, \hat{\sigma}_a^2$  估计公式如下:

$$\begin{cases} \hat{\mu}_a = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_j \\ \hat{\sigma}_a^2 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (a_j - \hat{\mu}_a)^2 \end{cases} \quad (26)$$

## 4 实例分析

将文献[17]进行步进应力加速退化试验激光器的数据信息记为真实值, 经仿真得到的性能退化数据见表 1, 性能退化轨迹见图 3。已知激光器以电流为其性能特征参数, 在工作过程中受温度应力影响较为敏感, 其性能退化速度与温度之间的关系符合 Arrhenius 模型。激光器的正常工作温度为 25℃, 现有 12 个试样进行步进应力加速退化试验, 步进温度应力分别为 25、50 和 75℃, 每个温度应力下分别测量 5 次数据, 每次测量时间间隔为 150 h。当激光器工作电流增加量达到规定阈值 ( $l = 10$  mA) 时, 可认定其退化失效。

### 1) 判断标准

将本文提出的考虑个体差异且可处理非线性数据的方法记为 M1; 将文献[14]提出的考虑个体差异且只适用于线性数据的方法记为 M2; 将文献[18]提出的未考虑个体差异且只适用于线性数据的方法记为 M3。

依据赤池信息量准则 (Akaike Information Criterion, AIC) 和总体均方误差 (TMSE) 判断各方法的优劣<sup>[14]</sup>。当 AIC 或 TMSE 的值越小时, 说明方法的拟合程度越好, 计算公式如下:

表1 激光器仿真退化数据

Table 1 Simulation degradation data of laser

| 试样 | 25℃退化量 |       |       |       |       | 50℃退化量 |        |        |        |        | 75℃退化量 |        |        |        |        |
|----|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    | 150 h  | 300 h | 450 h | 600 h | 750 h | 900 h  | 1050 h | 1200 h | 1350 h | 1500 h | 1650 h | 1800 h | 1950 h | 2100 h | 2250 h |
| 1  | 0.296  | 0.636 | 0.954 | 1.240 | 1.500 | 2.152  | 2.954  | 3.811  | 4.329  | 5.057  | 6.542  | 7.726  | 9.014  | 10.219 | 11.213 |
| 2  | 0.489  | 1.018 | 1.653 | 1.994 | 2.551 | 3.447  | 4.488  | 5.386  | 6.417  | 7.277  | 8.974  | 10.598 | 12.382 | 13.776 | 15.415 |
| 3  | 0.156  | 0.534 | 0.718 | 1.142 | 1.456 | 2.061  | 2.539  | 3.325  | 3.904  | 4.589  | 5.803  | 7.253  | 8.492  | 9.734  | 10.924 |
| 4  | 0.386  | 0.898 | 1.169 | 1.737 | 1.842 | 2.459  | 3.391  | 4.288  | 5.094  | 5.762  | 7.013  | 8.473  | 9.640  | 11.096 | 12.214 |
| 5  | 0.344  | 0.600 | 0.798 | 1.238 | 1.443 | 2.291  | 2.795  | 3.553  | 4.329  | 4.962  | 6.206  | 7.535  | 8.779  | 9.820  | 11.272 |
| 6  | 0.411  | 0.827 | 1.069 | 1.455 | 1.785 | 2.442  | 3.042  | 3.965  | 4.438  | 5.081  | 6.084  | 7.039  | 8.277  | 9.153  | 10.224 |
| 7  | 0.361  | 0.767 | 1.204 | 1.500 | 2.186 | 2.872  | 3.629  | 4.291  | 4.841  | 5.526  | 6.596  | 7.687  | 8.962  | 10.181 | 11.413 |
| 8  | 0.117  | 0.432 | 0.658 | 0.883 | 1.331 | 1.754  | 2.172  | 2.624  | 3.167  | 3.603  | 4.363  | 5.327  | 5.860  | 6.587  | 7.236  |
| 9  | 0.522  | 0.832 | 1.336 | 1.521 | 2.110 | 2.853  | 3.417  | 3.927  | 4.646  | 5.044  | 6.382  | 7.572  | 8.555  | 9.893  | 11.212 |
| 10 | 0.428  | 0.453 | 0.720 | 1.127 | 1.489 | 2.116  | 2.769  | 3.317  | 3.806  | 4.446  | 5.350  | 6.332  | 7.247  | 8.393  | 9.638  |
| 11 | 0.111  | 0.302 | 0.520 | 0.755 | 0.990 | 1.661  | 2.243  | 2.875  | 3.484  | 4.221  | 5.034  | 6.221  | 7.468  | 8.878  | 9.971  |
| 12 | 0.280  | 0.285 | 0.554 | 1.021 | 1.392 | 2.180  | 2.899  | 3.589  | 4.184  | 4.628  | 5.946  | 6.967  | 8.130  | 9.170  | 10.073 |

$$AIC = 2p - 2\ln L(\Theta) \quad (27)$$

式中： $p$  为  $\Theta$  中未知参数的个数。

$$TMSE = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q (F_0(t_i) - F(t_i))^2 \quad (28)$$

式中： $q$  为所取的测量点个数； $F_0(t_i)$  为  $t_i$  处的寿命分布函数真实值； $F(t_i)$  为  $t_i$  处的寿命分布函数的模型估计值。

2) 两步极大似然估计

令 Arrhenius 模型中参数  $b$  的初值为 2600, 时间尺度变换模型 I 中参数  $c$  的初值为 1, 采用 MATLAB 软件中的 fminsearch 函数进行遍历搜索, 再将所返回的  $b$ 、 $c$  值代入式(24)~式(26), 求得未知参数  $\Theta$ , 见表 2。

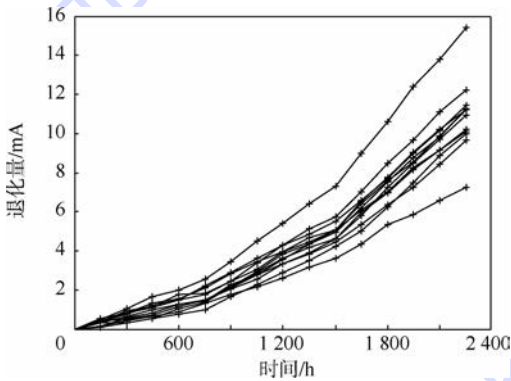


图3 步进应力加速退化轨迹

Fig. 3 Step-stress accelerated degradation trajectories

表2 两步极大似然估计结果

Table 2 Two-step maximum likelihood estimation results

| 方法  | $\mu_a$ | $\sigma_a^2$ | $b$  | $c$   | $\ln L(\Theta)$ |
|-----|---------|--------------|------|-------|-----------------|
| 真实值 | 12.54   | 7.723        | 2600 | 1.000 |                 |
| M1  | 12.91   | 7.183        | 2390 | 1.035 | 200.3           |
| M2  | 11.44   | 4.689        | 2505 |       | 197.2           |
| M3  | 10.19   |              | 2516 |       | 162.4           |

由表2可知, 当  $c$  取 1.035 时, 可将非线性退

化数据转换为线性退化数据。同时, 采用 CvM 检验法<sup>[19]</sup>, 对转换前后的性能退化增量数据, 进行显著水平为 0.05 的正态分布假设检验, 结果表明, 仅有转换后的数据接受假设, 进一步验证了对非线性退化数据进行转换的必要性。

3) 评估结果

根据本文所建模型, 计算出 Wiener 过程的漂移系数、扩散系数、产品寿命的点估计值 (MTTF) 和置信度为 95% 的区间估计 (CI), 见表 3。

表3 不同方法的评估结果

Table 3 Assessment results of different methods

| 方法  | $\mu_\lambda / 10^{-4}$ | $\sigma_\lambda^2 / 10^{-7}$ | $\sigma_b^2 / 10^{-4}$ | MTTF/h | CI(95%) /h   |
|-----|-------------------------|------------------------------|------------------------|--------|--------------|
| 真实值 | 2.037                   | 2.039                        | 1.094                  | 4909   | [3338, 8843] |
| M1  | 2.097                   | 1.976                        | 0.778                  | 4766   | [3293, 8179] |
| M2  | 1.859                   | 1.238                        | 1.024                  | 5379   | [3809, 8752] |
| M3  | 1.641                   |                              | 1.924                  | 6092   | [4903, 7485] |

4) 模型优劣判断

分别计算出不同方法的 AIC 值 (见表 4), 发现 M1 的 AIC 最小, 说明 M1 的模型拟合性更好。在时间 0 ~ 10 000 h 内分别取 10、100、1 000 个测量点, 计算不同方法的 TMSE 的值 (见表 4), 发现 M1 的 TMSE 值始终最小, 说明 M1 的寿命估计值更接近真实值。

表4 不同方法的 TMSE 和 AIC 值

Table 4 TMSE and AIC of different methods

| 方法 | TMSE/10 <sup>-3</sup> |           |            | AIC    |
|----|-----------------------|-----------|------------|--------|
|    | $q = 10$              | $q = 100$ | $q = 1000$ |        |
| M1 | 0.59                  | 0.59      | 0.59       | -392.6 |
| M2 | 5.35                  | 5.37      | 5.38       | -388.4 |
| M3 | 38.32                 | 38.51     | 38.53      | -318.8 |

另外, 从可靠度曲线 (见图 4) 可以看出, M1 可靠度曲线早期几乎与真实值曲线重合且低于 M2 和 M3 可靠度曲线; 中期低于真实值、M2 和 M3 可靠度曲线; 末期略低于真实值和 M2 曲线,

略高于M3可靠度曲线,说明M1的模型拟合性较好且可靠性评估略保守,与工程实践做法相符。

从概率密度曲线(见图5)可以看出,M1概率密度曲线较M2概率密度曲线更接近于真实值曲线,而M3概率密度曲线较真实值曲线偏差较大,与3种方法所计算出的TMSE值相符,说明3种方法的模型拟合优劣排序为:M1,M2,M3,M1最优。

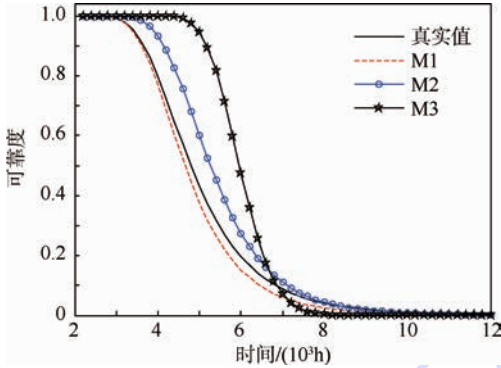


图4 不同方法的可靠度曲线

Fig.4 Reliability curves of different methods

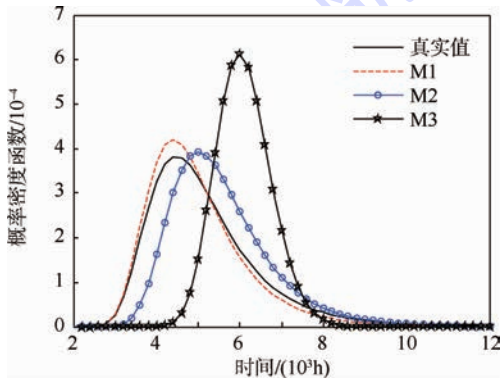


图5 不同方法的概率密度曲线

Fig.5 Probability density curves of different methods

## 5 结论

1) 考虑了个体退化差异,将Wiener过程中的漂移系数随机化处理并假定为正态分布,这种处理方法较传统未考虑个体差异和未进行漂移系数随机化处理的方法更优。

2) 采用两步极大似然估计法,对模型中未知参数进行估计,可以较好地克服传统极大似然估计法的局限性,求解未知参数的最优值。

3) 优先采用时间尺度变换模型对非线性退化数据进行线性化处理,使得处理后的数据更符合Wiener过程特性。

4) 实例分析中,从3种不同方法的AIC值、TMSE值、可靠度曲线以及概率密度曲线进行对比分析,验证了本文所提出的方法的优势,具有一

定的工程应用价值。

## 参考文献 (References)

- [1] TANG S, GUO X, YU C, et al. Accelerated degradation tests modeling based on the nonlinear Wiener process with random effects [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014(4):1-11.
- [2] WANG X. Wiener processes with random effects for degradation data [J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2010, 101(2):340-351.
- [3] 贾占强,蔡金燕,梁玉英,等.基于步进加速退化试验的电子产品可靠性评估技术[J].*系统工程理论与实践*,2010,30(7):1279-1285.  
JIA Z Q, CAI J Y, LIANG Y Y, et al. Reliability assessment technology for electronic equipment based on step-up-stress accelerated degradation testing [J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2010, 30(7):1279-1285 (in Chinese).
- [4] XIA X T. Forecasting method for product reliability along with performance data [J]. *Journal of Failure Analysis and Prevention*, 2012, 12(5):532-540.
- [5] TSAI C C, TSENG S T, BALAKRISHNAN N. Mis-specification analyses of gamma and Wiener degradation processes [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2011, 141(12):3725-3735.
- [6] 潘正强,周纶伦,孙权.基于Wiener过程的步进应力加速退化建模[J].*系统工程与电子技术*,2011,33(4):963-968.  
PAN Z Q, ZHOU J L, SUN Q. Step-stress accelerated degradation modeling based on Wiener process [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(4):963-968 (in Chinese).
- [7] TANG J, SU T S. Estimating failure time distribution and its parameters based on intermediate data from a Wiener degradation model [J]. *Naval Research Logistics*, 2008, 55(3):265-276.
- [8] WHITMORE G A, SCHENKELBERG F. Modeling accelerated degradation data using Wiener diffusion with a time scale transformation [J]. *Lifetime Data Analysis*, 1997, 3(1):27-45.
- [9] SI X S, WANG W B, HU C H, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(1):50-67.
- [10] 王小林,郭波,程志君.基于非线性漂移Wiener过程的产品实时可靠性评估[J].*中南大学学报(自然科学版)*,2013,44(8):3203-3209.  
WANG X L, GUO B, CHENG Z J. Real-time reliability evaluation for product with nonlinear drift-based Wiener process [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2013, 44(8):3203-3209 (in Chinese).
- [11] 王浩伟,徐廷学,张鑫.基于步进加速退化试验的某型电连接器可靠性评估[J].*电光与控制*,2014,21(9):104-107.  
WANG H W, XU T X, ZHANG X. Reliability assessment for a certain type of electrical connector based on step-stress accelerated degradation test [J]. *Electronics Optics & Control*, 2014, 21(9):104-107 (in Chinese).
- [12] WANG X L, BALAKRISHNAN N, GUO B. Residual life estimation based on a generalized Wiener degradation process [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2014, 124:13-23.

- [13] 王小林,郭波,程志君.融合多源信息的维纳过程性能退化产品的可靠性评估[J].电子学报,2012,40(5):977-982.  
WANG X L, GUO B, CHENG Z J. Reliability assessment of products with Wiener process degradation by fusing multiple information[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(5):977-982 (in Chinese).
- [14] 唐圣金,郭晓松,周召发,等.步进应力加速退化试验的建模与剩余寿命估计[J].机械工程学报,2014,50(16):33-40.  
TANG S J, GUO X S, ZHOU Z F, et al. Step stress accelerated degradation process modeling and remaining useful life estimation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(16):33-40 (in Chinese).
- [15] TANG S J, YU C Q, WANG X, et al. Remaining useful life prediction of Lithium-ion batteries based on the Wiener process with measurement error[J]. Energies, 2014, 7(2):520-547.
- [16] 姜同敏.可靠性试验技术[M].北京:北京航空航天大学出版社,2012:202-204.  
JIANG T M. Reliability test technology[M]. Beijing: Beihang University Press, 2012:202-204 (in Chinese).
- [17] MEEKER W Q, ESCOBAR L A. Statistical methods for reliability data[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 1998:56-63.
- [18] PENG C Y, TSENG S T. Mis-specification analysis of linear degradation models[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(3):444-455.
- [19] 孙权,周星,冯静,等.寿命分布的参数 Bootstrap 拟合优度

检验方法[J].国防科技大学学报,2014,36(3):112-116.  
SUN Q, ZHOU X, FENG J, et al. Goodness-of-fittest for life distributions based on parametric Bootstrap[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(3):112-116 (in Chinese).

#### 作者简介:

蔡忠义 男,博士研究生。主要研究方向:装备可靠性与系统工程。

Tel.: 029-84789661

E-mail: afeuczy@163.com

陈云翔 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:装备发展论证、装备维修保障。

Tel.: 029-84789664

E-mail: cyx87793@163.com

张诤敏 女,硕士,教授,硕士生导师。主要研究方向:装备系统工程。

Tel.: 029-84789646

E-mail: 646297491@qq.com

项华春 男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:装备可靠性与系统工程。

Tel.: 029-84789661

E-mail: xhc09260926@163.com

## Reliability assessment method of nonlinear step-stress accelerated degradation data

CAI Zhongyi, CHEN Yunxiang\*, ZHANG Zhengmin, XIANG Huachun

(Equipment Management & Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract:** Aiming at nonlinear degradation data in the occasion of step-stress accelerated degradation test (SSADT), a reliability assessment method for degradation data based on Wiener process is put forward in consideration of individual performance degradation variation. Firstly, the process and performance degradation data model of SSADT are analyzed. Secondly, the nonlinear Wiener process is used to describe the nonlinear degradation process of products. The time scale model is used to change nonlinear data into linear data, and the drift coefficient of Wiener process is regarded as a random variable. A lifetime model of nonlinear degradation data is built in consideration of individual variation. According to the collected SSADT data, the two-step maximum likelihood estimation method is used to determine the unknown parameters in the lifetime model. Finally, an example of laser degradation data is analyzed to show that the presented model is matching well and the assessment result is more accurate.

**Key words:** accelerated degradation modeling; reliability assessment; Wiener process; nonlinear degradation data; individual degradation variation

Received: 2015-07-08; Accepted: 2015-10-10; Published online: 2015-12-17 10:41

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151217.1041.004.html

Foundation item: Defense Advanced Research Project

\* Corresponding author. Tel.: 029-84789664 E-mail: cyx87793@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0140



# 颞骨蜂房气化程度对血管性耳鸣的影响

杨洁萌<sup>1,2,3,4</sup>, 王丽珍<sup>1,2,3</sup>, 田山<sup>1,2,3</sup>, 刘兆会<sup>5</sup>, 樊瑜波<sup>1,2,3,4,\*</sup>

(1. 北京航空航天大学 生物与医学工程学院, 北京 100083;

2. 北京航空航天大学 生物力学与力生物学教育部重点实验室, 北京 100083;

3. 北京航空航天大学 虚拟现实技术与系统国家重点实验室, 北京 100083;

4. 国家康复辅具研究中心, 北京 100176; 5. 首都医科大学附属北京同仁医院 放射科, 北京 100730)

**摘 要:** 为了研究颞骨蜂房气化程度与血管性耳鸣之间的生物力学关系, 本文基于典型的血管性耳鸣患者的数据进行了计算分析。首先, 基于血管性耳鸣患者 CT 图像分别建立颞骨蜂房的基础气化和过度气化 2 种气化程度的三维几何模型。然后, 将三维几何模型分别导入 Hypermesh 软件中并以四面体单元进行网格划分, 生成可计算的三维有限元 (FE) 模型。再将三维有限元模型导入 Virtual Lab Acoustics 软件中, 加载相同速度边界条件, 计算模型的声压幅值响应。最后, 以前庭处检测的声压幅值作为计算结果。由 2 个模型生物力学数值模拟计算的结果, 可以发现频率为 250 Hz 时经气化模型产生的声压幅值比基础模型的值低 3.02 dB。经过气化模型产生的声压幅值小于基础模型, 且在相同频率下 2 个模型间的声压幅值差异可被血管性耳鸣患者察觉。这一结论可以尝试为临床创新治疗血管性耳鸣提供新的理论依据。

**关键词:** 血管性耳鸣; 乙状窦; 颞骨蜂房; 气化程度; 影响

**中图分类号:** R318.01

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0583-05

耳鸣 (tinnitus) 一词起源于拉丁语 (tinnere), 最初意为耳部响铃样的声音。过去的 40 余年里曾有 4 个国家分别进行了 37 次大规模耳鸣流行病学调查, 结果显示成人耳鸣的患病率为 10.1% ~ 14.5%, 如果将偶尔耳鸣也包括在内的话, 患病率将提高到 22% ~ 32%<sup>[1]</sup>。长时间的耳鸣会导致失眠、焦虑和烦躁等症状并因此严重影响人们的日常生活, 40% 的耳鸣患者还会产生严重的心理疾病甚至引起抑郁或自杀<sup>[2]</sup>。

人们对于耳鸣这种疾病的研究从古埃及时代就已开始, 相关记录一直延续到文艺复兴期间, 在我国历史上早在《黄帝内经》上就有关于耳鸣的论述, 此后历代医家不断完善<sup>[3]</sup>。清朝时期许克

昌和毕法也曾合撰《外科证治全书》, 对耳鸣的临床症状进行了详细地总结<sup>[4]</sup>。这说明在人类历史上耳鸣早已引起了人们的重视, 并且人们一直在进行不懈地探索。搏动性耳鸣, 指患者感受到的耳鸣声音的频率与心跳或脉搏频率一致或相近<sup>[5]</sup>, 因其声音为血管搏动声, 亦称为血管性耳鸣<sup>[6]</sup>。虽然血管性耳鸣的发生率只有 4%, 但对于庞大的发病群体来说, 已对人类的健康和生

活质量造成了极大的负面影响<sup>[7]</sup>。迄今为止, 文献中对于血管性耳鸣的发生机制尚不能完全解释清楚。许多耳科医生和学者对血管性耳鸣患者的临床病例进行了充分地总结和研究。他们发现乙状窦解剖结构或乙状窦内血液

收稿日期: 2015-03-13; 录用日期: 2015-04-17; 网络出版时间: 2015-05-22 15:31

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150522.1531.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(81371545, 81171311, 11421202); 首都医科大学基础-临床科研合作基金(13JL03)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339861 E-mail: yubofan@buaa.edu.cn

**引用格式:** 杨洁萌, 王丽珍, 田山, 等. 颞骨蜂房气化程度对血管性耳鸣的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 583-587. YANG J M, WANG L Z, TIAN S, et al. Effect of pneumatization degree of temporal bone air cell on vascular pulsatile tinnitus [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 583-587 (in Chinese).

流速异常<sup>[8,9]</sup>、乙状窦旁骨板缺损<sup>[5,10]</sup>和颞骨蜂房气化<sup>[11]</sup>可能是导致血管性耳鸣的主要病因。从人体生理结构分析,颞骨蜂房位于耳鸣声音传导通路的必经之路上。文献[12]在对一名71岁的男性耳鸣患者的研究中发现患者左侧颈内动脉和耳蜗间的颞骨蜂房存在着广泛气化,而通过对患者的听力图观察发现其患有双侧高频听力损失,但搏动性耳鸣仅发生在气化侧<sup>[12]</sup>。在文献[11]的研究中也发现一位42岁的男性血管性耳鸣患者左侧颞骨蜂房气化程度较大,而其他的生理检查没有发现任何异常<sup>[11]</sup>。他们推测颞骨蜂房中过度气化的空气在声音的传播中起到了重大的作用,增加了声音的共振,因此应该将颞骨蜂房的气化视为血管性耳鸣的发生条件。

但学者们并未证明颞骨蜂房气化程度与血管性耳鸣之间的生物力学影响机制。因此在本文中期望通过建立颞骨蜂房模型的方法来阐述二者间的力学关系。在实验中,选取了一名典型的血管性耳鸣患者的CT数据进行计算。这个实验的结果证明了在相同条件下颞骨蜂房气化程度与血管性耳鸣确实存在着生物力学关系,当患者颞骨蜂房气化程度越低时患者感受到的耳鸣声音越明显。

## 1 实验方法

通过在患者的耳部改变颞骨蜂房的气化程度来进行实验研究无疑是非常困难的,因此需要借助于计算机建立模型并分析计算。有限元分析方法在生物力学分析中得到了广泛的重视,已成为解决复杂力学问题的有效途径。因此可通过建立三维有限元模型并进行数值计算的方法来解决实验问题。在本实验之前,田山等<sup>[13]</sup>通过生物力学计算获得了在血管性耳鸣病人骨板完全缺损情况下的血管壁振动速度。由于这个振动速度是直接作用于颞骨蜂房内的气体上,如图1所示,所以在计算时将这个速度作为统一的边界条件加载到需要计算的模型上。

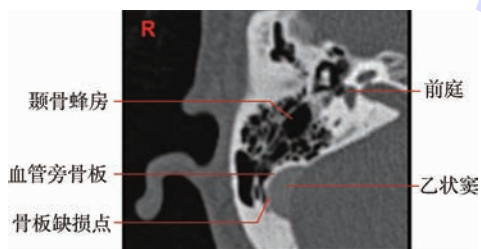


图1 血管性耳鸣患者CT断层图像

Fig. 1 CT tomographic image of vascular pulsatile tinnitus patient

为了使实验的结果能更加客观准确,在典型患者CT图像的选取中选择了与田山等<sup>[13]</sup>的实验中同一位患者(女,37岁)的数据源。

### 1.1 建立颞骨蜂房三维有限元模型

基于这位患者的CT图像,利用灰度值的差异分别建立了2个颞骨蜂房模型。设立第1个模型为基础模型,第2个模型为气化模型。实验中以可见颞骨蜂房内的松质骨时的灰度值阈值为标准建立基础模型(I),即模拟患者真实颞骨蜂房,如图2(a)所示。同时以不可见颞骨蜂房内的松质骨时的灰度值阈值为标准建立气化模型(II),如图2(b)所示。明显可以发现模型II的气化程度大于模型I。基于SimpleWare软件的良好性能,选择其作为建模软件,图3为模型I的三维几何模型。为方便后期实体模型的实验,部分外耳道被保留。

然后将模型I和模型II的三维几何模型分别导入Hypermesh软件中并以四面体单元进行网格划分,生成可计算的三维有限元模型。

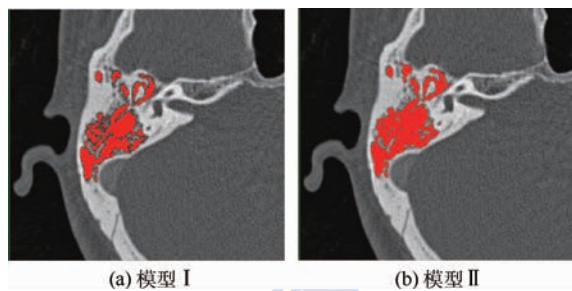


图2 同一CT断层面的2种气化程度的颞骨蜂房三维模型建模蒙版图

Fig. 2 Different 3D model building masks depending on two degrees of pneumatization of temporal bone air cell at same CT layer

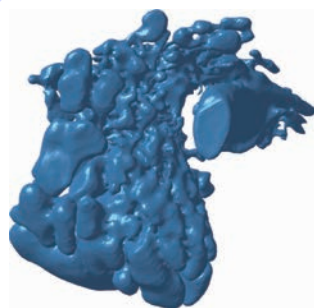


图3 模型I的三维几何模型

Fig. 3 3D geometric model of model I

### 1.2 声学响应计算

将模型I和模型II的三维有限元模型分别导入Virtual Lab Acoustics软件中求解振动速度的声压幅值响应。这个软件可以建立声学有限元模型并具有强大的计算分析能力,还可以和其他

CAE 软件进行数据交互<sup>[14]</sup>。首先将模型定义为声学网格并生成声学包络网格,所有的计算和求解均在包络网格上进行。然后定义 2 个模型的材料属性均为空气属性(具体数值见表 1)。在骨板完全缺损部位加载振动速度  $3 \mu\text{m/s}$ ,在前庭处监测声压级幅值响应。在耳鸣声波的作用下产生的声扰动会引起压强的改变,其改变量为声压<sup>[15]</sup>。与此同时前庭对压力的变化极为敏感<sup>[16]</sup>,当监测面积一定时,可视为前庭对声压的变化非常敏感,因此实验中选择在前庭处进行监测。为使结果更为简洁,用对数标度来度量声压即声压级,单位用分贝(dB)表示。因此,分别计算在加载同样边界条件下的 2 种气化模型前庭处的声压级幅值结果。

表 1 模型 I 和 II 的材料属性值

Table 1 Material property value of model I and II

| 模型    | 声速/( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) | 密度/( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ), 37°C |
|-------|---------------------------------------|--|
| I, II | 340                                   | 1.139  |

## 2 实验结果

经 Virtual. Lab Acoustics 软件计算后可获得不同频率下的声压幅值的有效值(RMS)。软件的算法已经考虑了声的反射、衍射和折射等效应<sup>[17]</sup>。图 4 为模型 I 和 II 在前庭处测得的频域声压幅值(有效值)图。通过对比可以发现,过度气化模型的声压幅值 RMS 明显小于患者基础模型。

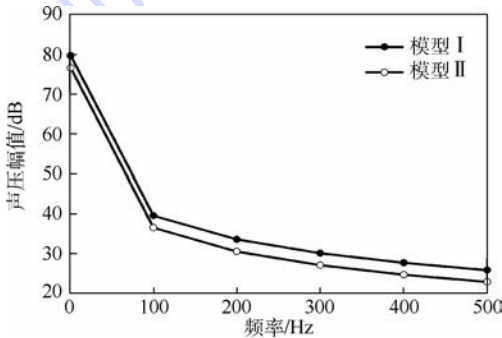


图 4 模型 I 和 II 在前庭监测点声压幅值(有效值)图  
(参考压强  $2 \times 10^{-5}$  Pa)

Fig. 4 Sound intensity amplitude (RMS) of model I and II at vestibule point (reference pressure  $2 \times 10^{-5}$  Pa)

为了进一步对比模型气化体积的变化对声压的影响,使用 RapidForm 分别对模型 I 和 II 的体积进行了测量,结果如表 2 所示。通过比较可以发现模型 II 的气化体积比模型 I 约大了  $9.94 \text{ cm}^3$ 。模型 I 和 II 在频率为 250 Hz 时声压幅值 RMS 的差值为 3.02 dB。250 Hz 是经 Fluent 计算得到的与乙状窦内血液流动产生的振动等效的简谐波振动频率。依据文献<sup>[18]</sup>,40 岁左右的人

群对于听觉强度的辨别阈为 0.44 dB。因此颞骨蜂房过度气化导致前庭处的声压强度变化可以被血管性耳鸣患者明显感觉到。

表 2 不同气化程度对前庭处声压幅值(有效值)影响对比

Table 2 Comparison of sound intensity amplitude (RMS) at vestibule in different pneumatization degrees

| 模型 | 颞骨蜂房模型<br>体积/ $\text{mm}^3$ | 前庭处声压<br>幅值 RMS/dB |
|----|-----------------------------|--------------------|
| I  | 7168.01                     | 31.68              |
| II | 17104.65                    | 28.66              |

在文献<sup>[13]</sup>的实验结果中骨板缺损处在 250 Hz 振动频率下的声压为 30 dB。本实验中在相同频率下骨板缺损处监测得到声压幅值 RMS 为 30.36 dB,与田山等<sup>[13]</sup>的实验结果相近。图 5(a)为模型 I(即患者模型)在频率为 250 Hz 时的声压幅值 RMS 云图,此时在前庭处检测点的声压幅值的有效值为 31.68 dB,此频率下声压幅值的峰值为 44.8 dB,临床上对此患者的耳鸣匹配检查结果为 250 Hz,45 dB,由此验证了该模型的有效性。图 5(b)为模型 II(即过度气化模型)在频率为 250 Hz 时的声压幅值 RMS 云图,在前庭处检测点测得的声压幅值 RMS 为 28.66 dB。因此,可以证明颞骨蜂房气化体积增大会导致耳鸣声音减小且声音强度的变化可以被血管性耳鸣患者感知。

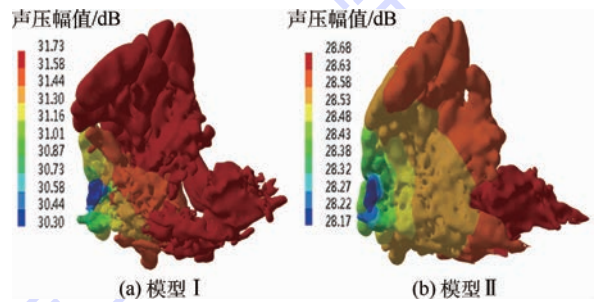


图 5 250 Hz 颞骨蜂房声压幅值(RMS)分布云图  
Fig. 5 Sound intensity amplitude (RMS) contours in temporal bone air cell at 250 Hz

## 3 讨论

本文针对颞骨蜂房气化程度与血管性耳鸣之间的生物力学机制进行了研究。由于在人体或动物实验模型上都难以根据需求建立不同的实验条件对血管性耳鸣的发生机制进行研究,必须寻找新的技术手段辅助完成。因此在研究过程中选择了通过三维建模来进行模拟计算的方法。实验中基于同一名患者的 CT 图像建立了基础模型和过度气化模型。通过 2 个模型计算结果的比较得到了颞骨蜂房过度气化可以使血管性耳鸣患者感受到的

声音强度减小的结论。

实验结果与之前的文献报道和临床数据进行了对比,实验误差在允许范围内。而且实验过程是采用同一患者的数据进行,客观因素导致的差异也基本可被排除,因此实验结论可以被接受。但是此次实验在一些方面仍存在不足,可以在进一步的研究中加以改进。例如在文献[19-20]的报告中均介绍了对于颞骨蜂房气化程度的分级方法,如按此方法分级本实验中的患者应属于三度气化(气化程度较大),再增加蜂房气化程度声压幅值变化量可能相对较小。若能与颞骨蜂房为一度气化的血管性耳鸣患者模型进行实验对比将能更好地验证本文的结论。

血管性耳鸣发生机制的研究可以帮助耳科医生更清楚地了解患者的个体化病因。目前手术<sup>[21-22]</sup>是临床上治疗血管性耳鸣的主要方法,若可预先针对患者的情况规划个性化手术策略,将非常有利于提高手术疗效,减少术后并发症。因此血管性耳鸣发生机制的研究是十分有意义的。

## 4 结 论

1) 通过计算机的仿真计算可以发现在同样的生理条件下,颞骨蜂房的体积增加了138.62%时,患者感受到的耳鸣声音强度下降9.53%。

2) 通过仿真结果分析可以得出颞骨蜂房过度气化会导致血管性耳鸣的声音强度减小。这一结论将为临床创新治疗血管性耳鸣提供新的理论依据。

### 参考文献 (References)

- [1] 杨东,周慧芳. 耳鸣的发病率与病因分析[J]. 中国医药科学,2014,4(11):39-42.  
YANG D,ZHOU H F. Incidence and etiological analysis of tinnitus[J]. China Medical Science,2014,4(11):39-42 (in Chinese).
- [2] XENELLIS J,NIKOLOPOULOS T P,FELEKIS D, et al. Pulsatile tinnitus:A review of the literature and an unusual case of iatrogenic pneumocephalus causing pulsatile tinnitus[J]. Otolaryngology & Neurology,2005,26(6):1149-1151.
- [3] 李华,李云英. 古代中医对耳鸣、耳聋的认识[J]. 吉林中医药,2004,23(12):1-3.  
LI H,LI Y Y. Cognization of tinnitus, deafness in ancient Chinese medicine[J]. Jilin Journal of Traditional Chinese Medicine,2004,23(12):1-3 (in Chinese).
- [4] 王永华,甘雨,丁水耿. 耳鸣的虚实辨证及声学特征分析[J]. 中国中西医结合耳鼻喉科杂志,1996,4(3):129.  
WANG Y H,GAN Y,DING S G. Deficiency and excess of tinnitus syndrome and analysis of acoustic characteristics[J]. Chinese Journal of Otorhinolaryngology of Integrated Traditional and Western Medicine,1996,4(3):129 (in Chinese).
- [5] WANG G P,ZENG R,LIU Z H, et al. Clinical characteristics of pulsatile tinnitus caused by sigmoid sinus diverticulum and wall dehiscence:A study of 54 patients[J]. Acta Oto-Laryngologica,2014,134(7):7-13.
- [6] XUE J,LI T,SUN X, et al. Focal defect of mastoid bone shell in the region of the transverse-sigmoid junction:A new cause of pulsatile tinnitus[J]. The Journal of Laryngology & Otology,2012,126(4):409-413.
- [7] 李宝民,曹向宇,刘新峰,等. 血管源性搏动性耳鸣的介入诊断和治疗研究[J]. 中华耳科学杂志,2014,12(2):190-197.  
LI B M,CAO X Y,LIU X F, et al. Diagnosis and interventional therapy of pulsatile tinnitus caused by vascular[J]. Chinese Journal of Otology,2014,12(2):190-197 (in Chinese).
- [8] 王涛,谭毅. 搏动性耳鸣的病因检查诊断及治疗[J]. 中国临床新医学,2012,5(11):1097-1100.  
WANG T,TAN Y. Pulsatile tinnitus: Etiology, assessment and treatment[J]. Chinese Journal of New Clinical Medicine,2012,5(11):1097-1100 (in Chinese).
- [9] GOLOGORSKY Y,MEYER S A,POST A F, et al. Novel surgical treatment of a transverse-sigmoid sinus aneurysm presenting as pulsatile tinnitus: Technical case report[J]. Neurosurgery,2009,64(2):393-394.
- [10] EISENMAN D J. Sinus wall reconstruction for sigmoid sinus diverticulum and dehiscence: A standardized surgical procedure for a range of radiographic findings[J]. Otolaryngology & Neurology,2011,32(7):1116-1119.
- [11] TOPAL O,ERBEK S S,ERBEK S. Subjective pulsatile tinnitus associated with extensive pneumatization of temporal bone[J]. European Archives of Oto-Rhino-Laryngology,2008,265(1):123-125.
- [12] TÜZ M,DOĞRU H,YESILDAG A. Subjective pulsatile tinnitus associated with extensive pneumatization of temporal bone[J]. Auris Nasus Larynx,2003,30(2):183-185.
- [13] TIAN S,MAO R,LIU Z H, et al. The relationship of coloboma of cortical plate attaching sigmoid sinus and vascular pulsatile tinnitus:A numerical study[C] // IFMBE Proceedings. Berlin: Springer International Publishing,2015,47:72-75.
- [14] 李增刚,詹福良. 声学仿真计算高级应用实例[M]. 北京:国防工业出版社,2014:3-4.  
LI Z G,ZHAN F L. Senior application examples of acoustic simulation computation[M]. Beijing: National Defense Industry Press,2014:3-4 (in Chinese).
- [15] BRITTON B H,薛君武. 压力变化所致的前庭反应[J]. 国外医学:耳鼻咽喉科学分册,1987(4):216-218.  
BRITTON B H,XUE J W. Vestibular response caused by pressure change[J]. Foreign Medical Sciences: Section of Otolaryngology Foreign Medical,1987(4):216-218 (in Chinese).
- [16] 杜功焕,朱哲民,龚秀芬. 声学基础[M]. 3版. 南京:南京大学出版社,2012:108-127.  
DU G H,ZHU Z M,GONG X F. Fundamentals of acoustics[M]. 3rd ed. Nanjing: Nanjing University Press,2012:108-127 (in Chinese).
- [17] 詹福良,徐俊伟. Virtual. Lab Acoustics 声学仿真计算从入门到精通[M]. 西安:西北工业大学出版社,2013:16-17.  
ZHAN F L,XU J W. Virtual. Lab Acoustics, acoustic simulation

from entry to master [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2013: 16-17 (in Chinese).

[18] 罗维之,梁之安. 人听觉辨别阈和听阈的加龄变化[J]. 声学学报, 1998, 23(2): 157-162.

LUO W Z, LIANG Z A. Auditory discrimination threshold and changes in auditory discrimination threshold as people get older [J]. Acta Acustica, 1998, 23(2): 157-162 (in Chinese).

[19] HAN S J, SONG M H, KIM J, et al. Classification of temporal bone pneumatization based on sigmoid sinus using computed tomography [J]. Clinical Radiology, 2007, 62(11): 1110-1118.

[20] 刘兆会,王振常,龚树生,等. 乙状窦源性耳鸣颞骨气化程度的CT研究[J]. 中国耳鼻咽喉头颈外科, 2011, 18(4): 171-173.

LIU Z H, WANG Z C, GONG S S, et al. CT study of pneumatization of the temporal bone in cases with pulsatile tinnitus caused by sigmoid sinus abnormalities [J]. Chinese Archives of Otolaryngology-Head and Neck Surgery, 2011, 18(4): 171-173 (in Chinese).

[21] OTTO K J, HUDGINS P A, ABDELKAFY W, et al. Sigmoid

sinus diverticulum: A new surgical approach to the correction of pulsatile tinnitus [J]. Otolology & Neurotology, 2007, 28(1): 48-53.

[22] AIKOYE A A, TANG T Y, MEYER F J. Local anaesthetic surgical treatment of severe objective pulsatile tinnitus: A useful technique [J]. Annals of the Royal College of Surgeons of England, 2012, 94(4): 139-140.

#### 作者简介:

杨洁萌 女, 硕士研究生. 主要研究方向: 生物力学。

E-mail: yjmaline@163.com

刘兆会 男, 博士. 主要研究方向: 头颈部影像学。

E-mail: lzhrhos@163.com

樊瑜波 男, 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 生物力学及力生物学、康复工程等。

Tel.: 010-82339861

E-mail: yubofan@buaa.edu.cn

## Effect of pneumatization degree of temporal bone air cell on vascular pulsatile tinnitus

YANG Jiemeng<sup>1,2,3,4</sup>, WANG Lizhen<sup>1,2,3</sup>, TIAN Shan<sup>1,2,3</sup>, LIU Zhaohui<sup>5</sup>, FAN Yubo<sup>1,2,3,4,\*</sup>

(1. School of Biological Science and Medical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Key Laboratory for Biomechanics and Mechanobiology of Ministry of Education, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

3. National Key Lab of Virtual Reality Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

4. National Research Center for Rehabilitation Technical Aids, Beijing 100176, China;

5. Department of Radiology, Beijing Tongren Hospital, Capital Medical University, Beijing 100730, China)

**Abstract:** To quantify the biomechanical relationship between the degree of pneumatization in the temporal bone air cell and vascular pulsatile tinnitus, the numerical simulation upon a typical vascular pulsatile tinnitus patient's data were conducted in this study. First, the two 3D geometric models of temporal bone air cell, including the basic model and the over-pneumatization model, were developed based on the same patient's CT images individually. Second, the models were meshed with tetrahedral elements by Hypermesh, and computed 3D finite element (FE) models were generated. Then two FE models were imported into Virtual. Lab Acoustics. Third, the same velocity boundary condition was loaded, and then the sound intensity of vibration response was achieved by Virtual. Lab Acoustics. Finally, the sound intensity amplitude at the vestibule was computed. A comparative analysis of two models was done based on the biomechanical numerical simulations. It was shown that the sound intensity amplitude of the over-pneumatization model was 3.02 dB lower than the basic one at 250 Hz. It was found that the difference of amplitude between two models could be perceived by vascular pulsatile tinnitus patient under the condition of same frequency. These would provide a new theoretical basis for innovative treatment of vascular pulsatile tinnitus.

**Key words:** vascular pulsatile tinnitus; sigmoid sinus; temporal bone air cell; pneumatization degree; effect

Received: 2015-03-13; Accepted: 2015-04-17; Published online: 2015-05-22 15:31

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150522.1531.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (81371545, 81171311, 11421202); Cooperation Foundation for Basic and Clinical Research of Capital Medical University (13JL03)

\* Corresponding author. Tel.: 010-82339861 E-mail: yubofan@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0141

# 进动锥体目标散射特性仿真及实验分析

叶桃杉<sup>1</sup>, 黄沛霖<sup>1,\*</sup>, 束长勇<sup>1</sup>, 王英<sup>1</sup>, 彭尧坤<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国人民解放军 93617 部队, 北京 101400)

**摘 要:** 目标微动及结构参数的获取有助于弹道目标的识别。准确获得进动锥体目标散射特性的时频分布(TFD)、一维距离像及二维逆合成孔径雷达(ISAR)像分布是获取锥体目标微动及结构参数的关键。分析了进动锥体在窄带及宽带条件下的目标散射特性,总结了锥体目标强散射源在时频分布、距离像序列和 ISAR 像序列中的理论表现形式,并分析了存在锥面镜面散射时锥体目标散射特性,构建了进动锥体目标电磁回波仿真方法及微波暗室动态测试系统,通过仿真及测试数据得到了典型条件下锥体目标的散射特性,对比表明仿真及测试结果均与本文散射特性理论分布相一致,说明了本文所提散射特性理论分布与散射特性分析方法的正确性,可为分析弹道目标散射特性研究提供参考。

**关键词:** 进动; 时频分布(TFD); 距离像序列; ISAR 像; 微波暗室

**中图分类号:** TN953

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0588-08

弹道目标进动及结构参数估计技术主要通过目标散射特性的时频分布<sup>[1-4]</sup>、距离像<sup>[5-7]</sup>及逆合成孔径雷达(Inverse Synthetic Aperture Radar, ISAR)像<sup>[8-11]</sup>分布获得目标的微动及结构参数,并以此来识别真假目标。弹道目标的一维距离像及 ISAR 像分布由目标宽带回波获得,时频变换则对带宽不限,由窄带雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)序列也可以获得目标完整的时频分布。通过信号分解等方法<sup>[12-15]</sup>可以有效分离出不同散射源的微多普勒信息。宽带条件下,通过距离像序列中不同距离单元的回波序列的时频变换,可以提取出不同散射源独立的微多普勒曲线;但如果一个距离单元中包含多个散射源或单个散射源分布在不同的距离单元中,则将得到包含多条微多普勒曲线的时频分布或提取出的单个微多普勒曲线存在部分消隐的情况。

本文锥体目标的时频分布仅分析窄带散射条

件下的情况,距离像、ISAR 像分布则以宽带为主。对弹道目标而言,将距离像扩展为距离像序列更有利于目标进动及结构参数估计。本文分析了进动锥体在窄带及宽带条件下的目标散射特性,总结了锥体目标强散射源在时频分布、距离像序列和 ISAR 像序列中的理论表现形式,并着重分析了存在锥面镜面散射时锥体目标散射特性,构建了进动锥体目标电磁回波仿真方法及微波暗室动态测试系统,通过仿真及测试数据得到了典型条件下锥体目标的散射特性,对中段目标识别具有重要的参考意义。

## 1 进动锥体目标等效散射点模型

目标的进动是由绕自身对称轴旋转的自旋运动和绕空间某轴旋转的锥旋运动复合而成<sup>[16]</sup>。图 1 为锥体目标的进动模型。以雷达位置为原点建立雷达坐标系  $Oxyz$ ,参考坐标系  $O'uvw$  与雷达

收稿日期: 2015-03-16; 录用日期: 2015-06-12; 网络出版时间: 2015-08-03 17:14

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1714.015.html

基金项目: 国家自然科学基金(51307004)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82317503 E-mail: peilin\_h@buaa.edu.cn

**引用格式:** 叶桃杉, 黄沛霖, 束长勇, 等. 进动锥体目标散射特性仿真及实验分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 588-595. YE T S, HUANG P L, SHU C Y, et al. Scattering characteristics simulation and experimental analysis of precession cone target[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 588-595 (in Chinese).

坐标系平行,本体坐标系  $O'u'v'w'$  固连在锥体目标上,以锥体目标旋转对称轴为  $O'w'$  轴,参考坐标系和雷达坐标系都以弹头进动轴与自旋轴交点为原点。不失一般性,假设目标的轨道运动已经被补偿,即参考坐标系原点与雷达坐标系原点重合,令  $R_{ini}$  为初始欧拉旋转矩阵,  $R_{coni}(t)$  为  $t$  时刻的进动旋转矩阵<sup>[17]</sup>,锥体目标上任意点  $Q$  在本体坐标系下的坐标为  $r_Q$ ,则其在雷达坐标系下的坐标为

$$R_Q(t) = R_{coni}(t) R_{ini} r_Q \quad (1)$$

由高频散射理论可知,当目标的尺寸与雷达波长相比足够大时,目标的后向散射可以看成是由某些特殊点的散射组成。当电磁波照射静止锥体目标时,其后向散射主要由锥顶  $A$  及锥底边缘处散射中心  $B、C$  组成,其中  $B、C$  为入射面与锥底边缘的交点。由于弹道锥体目标做进动运动,  $B、C$  2 点在锥底边缘是滑动的,所以该模型为滑动型散射中心模型<sup>[16]</sup>。

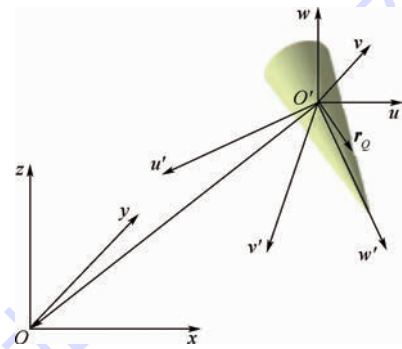


图 1 锥体目标进动模型

Fig. 1 Model of precession cone target

## 2 进动锥体目标散射特性

### 2.1 强散射源微多普勒理论表达式

窄带散射特性主要考虑目标回波的时频分布,已有许多学者针对时频变换算法及微多普勒参数化提取做出了分析,所以本文着重分析存在锥面镜面散射时的时频分布。

文献[16]对锥体目标微动特性进行建模,分析得到了锥顶及锥底滑动型散射中心微多普勒的理论表达式。对锥顶散射源  $A$ ,有

$$f_{Ad} = 2\hat{\omega}l_1 \sin \theta \sin \alpha \cos(\hat{\omega}t + \varphi_0) / \lambda \quad (2)$$

对锥底滑动型散射源  $B、C$ ,有

$$f_{B(C)d} = 2\hat{\omega} \sin \theta \sin \alpha \{ (l_2 \pm a \cos \theta \cos \alpha / \sqrt{1 - \cos^2 \theta \cos^2 \alpha}) \cos(\hat{\omega}t + \varphi_0) \pm a \sin \theta \sin \alpha (3 - \cos \theta \cos \alpha) \cdot \sin(2\hat{\omega}t + 2\varphi_0) / [8\sqrt{1 - \cos^2 \theta \cos^2 \alpha} \cdot (1 - \cos \theta \cos \alpha)] \} / \lambda \quad (3)$$

式中:  $\hat{\omega}$  为锥旋角频率;  $\theta$  为目标进动角;  $\alpha$  为反雷达视向与锥旋轴之间的夹角;  $\lambda$  为波长;  $l_1$  为锥体质心至锥顶的距离;  $l_2$  为锥体质心至锥底中心的距离;  $a$  为锥底圆面半径;  $\varphi_0$  为目标的初始旋进角。

只有当雷达视向垂直于锥面时,锥面镜面散射才出现。图 2 为锥面镜面散射的 2 种情况。故  $\alpha$  需满足式(4)才可能在进动过程中观察到镜面散射:

$$90^\circ - \gamma - \theta \leq \alpha \leq 90^\circ - \gamma + \theta \quad (4)$$

式中:  $\gamma$  为半锥角。设镜面散射出现的时间为  $t_0$ , 此时有

$$\langle -\text{LOS}, OA(t_0) \rangle + \gamma = 90^\circ \quad (5)$$

式中: LOS 为雷达视线角。

$$OA(t_0) = l_1 (\sin \theta \cos(\hat{\omega}t_0 + \varphi_0),$$

$$\sin \theta \sin(\hat{\omega}t_0 + \varphi_0), \cos \theta)$$

在锥面镜面散射出现的瞬时,其在时频分布中表现为一条连续的竖线,该竖线的数学表达式为

$$t = t_0$$

$$f_d \in [\min(f_A(t_0), f_B(t_0)), \max(f_A(t_0), f_B(t_0))] \quad (6)$$

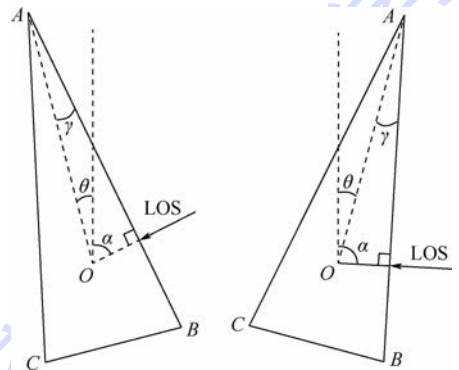


图 2 锥体的镜面散射

Fig. 2 Specular scatterings of cone

### 2.2 锥体目标宽带散射特性

锥体目标宽带散射特性主要为距离像及 ISAR 像特性分析。距离像及 ISAR 像包含目标的结构信息,而连续的距离像序列及 ISAR 像序列由于进动的影响则包含了进动引起的调制信息,因此基于弹道目标距离像序列或 ISAR 像序列分析可以实现锥体目标进动及结构参数的联合估计。弹道目标 ISAR 成像方法一直是研究的热点,传统成像方法主要基于距离多普勒算法,但是高分辨的图像需要足够大的带宽和转角,然而弹道目标距雷达较远,相对雷达视线转角变化缓慢,实际的雷达往往无法满足高分辨图像所需的驻留

时间。此外,弹道目标的微动对回波相位产生调制会引起聚焦困难,影响成像质量。但各散射点的多普勒频率在任一瞬时都是确定的,为此只要估得目标各散射源处的瞬时多普勒频率就可得到同时刻目标的距离瞬时多普勒像。非线性时频变换能获得更好的时频聚集性,但交叉项的影响很难避免,所以本文利用 Gabor 变换获取目标的时频分布。

2.2.1 锥体目标距离像及 ISAR 像

假设雷达发射线性调频信号,回波信号经解调并在快时间域做傅里叶变换,忽略剩余视频项和包络斜置项,可得距离像域表达式为

$$S(t_m, f) = \sum_i \rho_i T_p \text{sinc} \left( T_p \left( f + \frac{2k}{c} R_{\Delta i}(t_m, \hat{t}) \right) \right) \cdot \exp \left( j \frac{4\pi f_c}{c} R_{\Delta i}(t_m, \hat{t}) \right) \quad (7)$$

式中: $c$ 为光速; $\rho_i$ 为第*i*个散射点的电磁散射系数; $T_p$ 为脉冲宽度; $f_c$ 为载频; $k$ 为调频斜率; $t_m$ 为慢时间; $R_{\Delta i}(t_m, \hat{t}) = R_i(t_m, t) - R_0, R_i(t_m, t)$ 为第*i*个散射点到雷达的径向距离, $R_0$ 为参考距离。对所有距离单元做 Gabor 变换,把不同距离单元内某时刻的结果组合起来即可得到相应时刻的成像结果。以锥体质心到雷达的径向距离为参考距离,则对锥体上任意点  $Q$  有

$$R_{\Delta Q}(t) = R_{\text{com}}(t) R_{\text{mit}} r_Q \quad (8)$$

本文针对旋转对称锥体,目标的自旋运动对雷达回波没有影响,所以锥体目标的进动退化为锥旋运动,故在  $t$  时刻  $Q$  点引起的回波多普勒可简化为

$$f_Q = \frac{2f_c}{c} \cdot \frac{dR_{\Delta Q}}{dt} = \frac{2f_c}{c} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[(R_{\Delta Q} + \omega \Delta t \times r_Q) - R_{\Delta Q}] \cdot \eta}{\Delta t} \quad (9)$$

式中: $\omega$ 为锥旋转动矢量; $\eta$ 为雷达视向单位向

量。不考虑平动,则雷达视向保持不变,式(9)可化为

$$f_Q = \frac{2f_c}{c} (\omega \times r_Q) \cdot \eta \quad (10)$$

图3显示了锥体目标 ISAR 成像平面。图中:RLOS 为雷达视线。坐标原点与锥体质心重合,根据右手螺旋法则建立坐标系,其中  $y$  轴垂直于锥体转动矢量  $\omega$  并与雷达视向共面, $z$  轴与锥体转动矢量  $\omega$  共向,则成像平面由雷达视向与  $x$  轴确定。假设雷达视向与进动轴夹角  $\alpha$  为已知,式(10)可进一步整理为

$$f_Q = \frac{2f_c}{c} (\eta \times \omega) \cdot r_Q = \frac{2f_c}{c} \hat{\omega} \sin \alpha \mathbf{i}_x \cdot r_Q = \frac{2f_c}{c} \hat{\omega} x_Q \sin \alpha \quad (11)$$

式中: $\mathbf{i}_x$ 为  $x$  轴方向的单位向量; $x_Q$ 为点  $Q$  的  $x$  轴坐标。由式(11)可知,当进动周期为已知或能够准确估计时,ISAR 成像平面横向可据  $x_Q = cf_Q / (2\hat{\omega} \sin(\alpha))$  进行定标。距离像序列及 ISAR 像序列获取流程如图4所示。

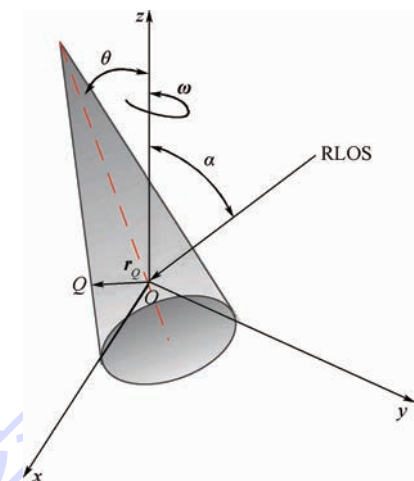


图3 锥体目标 ISAR 成像平面

Fig.3 ISAR imaging plane of cone target

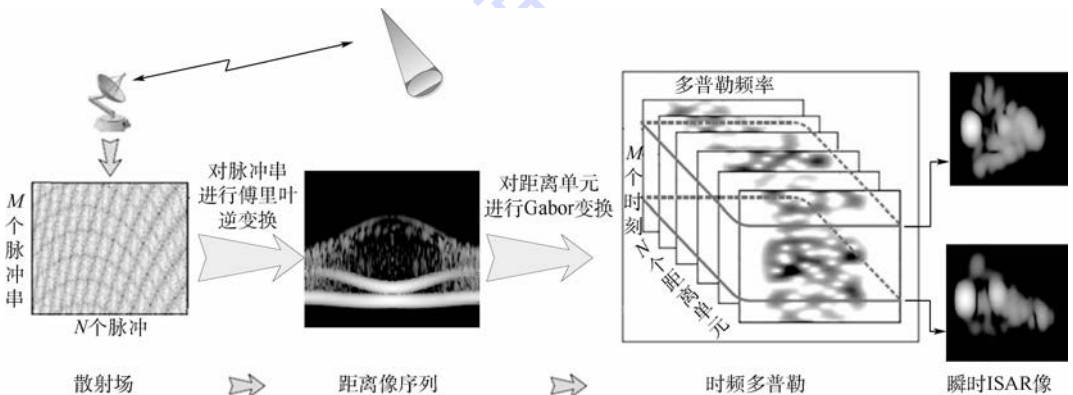


图4 距离像序列及 ISAR 像序列获取流程

Fig.4 Process of obtaining range profiles and ISAR images profiles

2.2.2 强散射源在距离像序列中的理论分布

进动锥体的进动轴与旋转对称轴的交点为其质心,假设目标的弹道运动已被补偿,ISAR像原点即为质心 $O$ ,设锥顶为 $A$ ,锥底中心为 $O_1$ ,则旋转对称锥体目标的微动及结构参数分别为:进动周期 $T$ 、进动角 $\theta$ 、锥体底面半径 $r$ 、质心相对于锥顶及锥底的距离 $|OA|$ 和 $|OO_1|$ 。对旋转对称锥体目标而言,任意时刻的强散射源在雷达视向上的投影仅由雷达视向与锥体极轴 $OA$ 之间的夹角决定,锥体目标强散射源在距离像上的投影可表示为

$$l_A(t) = l_o + |OA| \cos \alpha \tag{12}$$

$$l_B(t) = l_o - |OO_1| \cos \alpha - r \sin \alpha \tag{13}$$

$$l_C(t) = l_o - |OO_1| \cos \alpha + r \sin \alpha \tag{14}$$

式中: $l_o$ 为雷达视向参考坐标。如图3所示,当 $\alpha = \pi/2 - \theta - \gamma$ 或 $\alpha = \pi/2 + \theta - \gamma$ 时,即锥面镜面散射出现时,不难发现此时 $l_A = l_B$ 。

2.2.3 强散射源在 ISAR 像中的理论分布

由文献[18]可知,锥顶散射源 $A$ 及锥底滑动型散射源 $B$ 和 $C$ 在成像平面上的投影点坐标为

$$\mathbf{r}_{A_{ij}} = |OA| \sin \theta \sin \psi \mathbf{i} + |OA| (-\sin \theta \cos \psi \sin \alpha + \cos \theta \cos \alpha) \mathbf{j} \tag{15}$$

$$\mathbf{r}_{B(C)_{ij}} = [ |OO_1| \sin \theta \sin \psi \pm r(\sin \psi \cos \psi \sin^2 \theta \sin \alpha - \sin \psi \sin \theta \cos \theta \cos \alpha) / F(\psi) ] \mathbf{i} + \{ |OO_1| \cos \alpha \cos \theta - |OO_1| \sin \theta \cos \psi \sin \alpha \pm r[1 - (\cos \psi \sin \theta \sin \alpha - \cos \theta \cos \alpha)^2] / F(\psi) \} \mathbf{j} \tag{16}$$

式中: $\mathbf{i}$ 为距离向单位向量; $\mathbf{j}$ 为距离横向单位; $\psi$ 为旋进角。因子 $F(\psi)$ 的表达式为

$$F(\psi) = (\sin^2 \alpha \cos^2 \theta + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \theta \cos \theta \cos \psi + \sin^2 \psi \sin^2 \theta + \cos^2 \alpha \cos^2 \psi \sin^2 \theta)^{0.5} \tag{17}$$

2.3 电磁回波仿真方法

本文采用物理光学法和等效电磁流法计算锥体目标回波特性,并考虑了电磁散射的遮挡判断,由于锥体目标为“凸目标”,无需通过面元景深来判断遮挡,仅通过面元法向与雷达视向的夹角足以判断遮挡,由此提高了算法效率。

3 微波暗室动态测试系统

根据弹道中段锥体目标进动特性设计了进动锥体目标动态测试实验。进动锥体目标实验装置如图5所示。该装置由锥体模型、锥旋电机、自旋电机、电压转换器、锥/自旋电机调速仪、导电滑

环、吸波材料及支架构成,可以动态、独立地模拟锥旋和自旋2种微动。除了锥旋和自旋外,图6显示了该装置的另外3处自由度。第1处可以通过更换不同长度的转轴改变锥体目标的位置;第2处可以通过沿连杆方向的位移改变锥体目标的位置;第3处的旋转可以改变进动角,所以该装置可以控制锥旋和自旋角速率、进动角以及自旋轴与锥旋轴的交点。

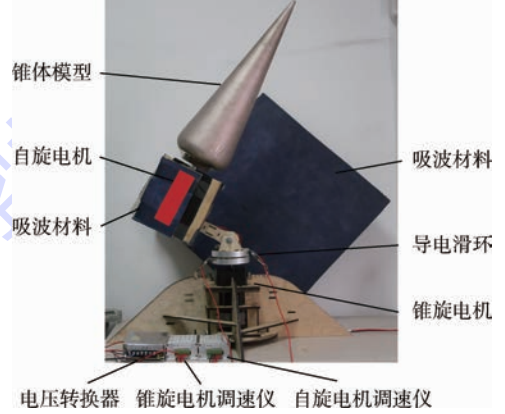


图5 进动锥体目标实验装置

Fig. 5 Experimental devices of precession cone target

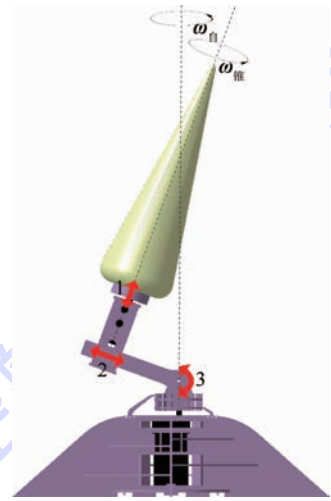


图6 实验装置自由度示意图

Fig. 6 Schematic of degrees of freedom for experimental devices

实验装置的支架是木质的,散射较低,为了避免电机及部分金属部件自身散射对测试的影响,实验时用吸波材料将自旋电机包裹起来,并用吸波材料将导电滑环及锥旋电机遮挡起来。测量仪器采用 Agilent 网络分析仪 8363X 系列,实验中要求网络分析仪模拟雷达的测试功能,在目标进动时连续地记录每一次回波,该功能可通过扩展网络分析仪编写动态数据记录软件来实现。据其性能分析,在采用频率为 10 GHz 的单频连续波测量目标时,调制中频带宽可以获得有效的采样率,而

在用频率扫描范围为 9 ~ 11 GHz 的步进频信号测量目标时,由于硬件性能限制,即便调整中频带宽高至 1.5 kHz,脉冲重复频率约为 68 Hz,这远不能满足利用距离瞬时多普勒算法获取 ISAR 像的要求。所以通过动态测试获取的数据不能够有效地获取距离像及 ISAR 像,但微多普勒是可以获取的。图 7 是实验装置在微波暗室进行实验的情况。

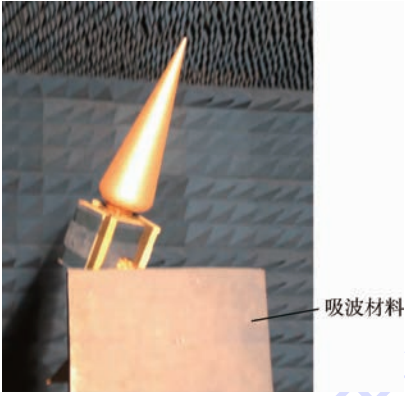


图 7 进动锥体目标微波暗室动态测量场景

Fig.7 Dynamic measurement scene of precession cone target in anechoic chamber

## 4 仿真及实验分析

首先分析窄带情况下锥体目标的时频分布特性,网络矢量仪发射频率为 10 GHz 的单频连续波,动态测试中锥旋角频率  $\dot{\omega} = \pi$ ,雷达视向与锥旋轴之间的夹角  $\alpha = 90^\circ$ ,目标进动角  $\theta = 35^\circ$ ,设自旋轴与锥旋轴的交点为  $O$ ,调整锥体模型位置,使点  $O$  至锥顶的距离  $l_1 = 0.405$  m,至锥底中心的距离  $l_2 = 0.095$  m,锥底圆面半径  $a = 0.084$  m,目标的初始旋进角  $\varphi_0 = 50^\circ$ 。结合式(2)和式(3)可得到理论解,图 8(a)和图 8(b)分别给出了上述条件下的测试结果及仿真结果与理论值的对比(为了更好地显示仿真结果及测试结果,理论值仅显示了在整个仿真及测试过程中的一半)。散射中心  $A$  由于在锥体的对称轴上,雷达回波主要受到弹体微动的调制,呈现出简单的正弦规律,而对于散射中心  $B(C)$ ,它的微动规律同时受到弹体本身进动和雷达视线与锥轴所确定的平面变化的影响,呈现出偏离正弦规律的复杂变化形式,这可以从式(16)中看出。总之,实验结果及仿真结果与理论值是高度一致的,说明了本文所提实验方法及仿真方法的正确性。

下面分析宽带条件下的进动锥体目标的散射特性。由本节的分析可知,通过动态测试获取的数据不能够有效地获取距离像及 ISAR 像,由此

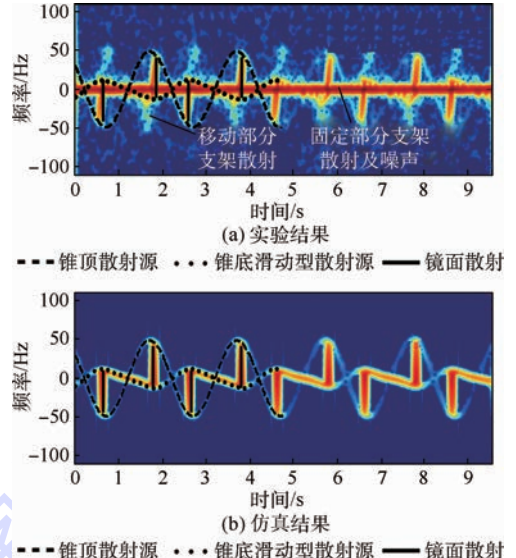


图 8 进动锥体目标时频分布的实验及仿真结果

Fig.8 Experimental and simulation results of time-frequency distribution for precession cone target

宽带条件下的散射特性均由仿真获得。

为了增加散射源的可区分性,采用尺寸为实验模型 3 倍的锥体模型进行仿真。设仿真时锥体质心至锥顶的距离  $l_1 = 1.125$  m,锥体质心至锥底中心的距离  $l_2 = 0.375$  m,锥底圆面半径  $a = 0.252$  m,取  $\theta = 15^\circ$ ,锥旋角频率  $\dot{\omega} = \pi$ ,雷达带宽为 2 GHz,中心频率为 10 GHz,脉冲重复频率为 1625 Hz,脉冲宽度为 615  $\mu$ s,信噪比为 15 dB,由电磁仿真分别算得  $\alpha = 45^\circ/135^\circ$  时的目标回波。对回波数据在距离、方位维进行  $10 \times 10$  倍快速傅里叶变换插值后,采用距离-瞬时多普勒算法得到目标的瞬时 ISAR 像序列,图像提取间隔为  $1/16$  个进动周期。为了验证仿真及投影轨迹理论公式的正确性,据式(12)~式(14)和式(15)~式(17)将相应的强散射源绘于距离像序列及 ISAR 像序列中,成像结果如图 9 和图 10 所示。

距离像序列中的实线为锥顶散射源  $A$  的理论轨迹,虚线为锥底滑动型散射源  $B$  的理论轨迹,点线为锥底滑动型散射源  $C$  的理论轨迹;ISAR 像中的圆点代表锥顶散射源  $A$ ,三角点为锥底滑动型散射源  $B$  的理论轨迹,倒三角点为锥底滑动型散射源  $C$  的理论轨迹。图 9 及图 10 分别显示了 3 个散射中心可见与 2 个散射中心可见的情形,仿真结果可以看出,散射源在距离像序列及成像平面上投影的理论值与仿真获得的结果中的强散射源中心的位置吻合较好,说明了成像算法及散射源投影轨迹公式的准确性。

## 5 结论

1) 本文分析了进动锥体目标在窄带及宽带条件下的电磁散射特性,其中,窄带条件下主要分析了存在镜面反射的时频分布,宽带条件下则主要针对距离像和 ISAR 像。

2) 总结了锥体目标强散射源在距离像序列和 ISAR 像的理论分布。

3) 构建了锥体目标电磁回波仿真方法以及微波暗室动态测试系统。

4) 对比了仿真结果及测试数据,发现与理论分布基本一致,充分说明了本文提出的散射特性理论分布与分析方法的正确性,可以为弹道目标散射特性分析提供参考。

## 参考文献 (References)

- [1] 韩勋, 杜兰, 刘宏伟. 基于窄带雷达组网的空间锥体目标特征提取方法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(12): 2956-2962.  
HAN X, DU L, LIU H W. Feature extraction of space cone-shaped target based on narrow-band radar networks[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(12): 2956-2962 (in Chinese).
- [2] LEI P, SUN J P, WANG J, et al. Micromotion parameter estimation of free rigid targets based on radar micro-Doppler[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(10): 3776-3786.
- [3] 邹小海, 艾小锋, 李永祯, 等. 进动圆锥弹头双基地微多普勒特性分析[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(3): 609-615.  
ZOU X H, AI X F, LI Y Z, et al. Bistatic micro-doppler feature of the precessing cone-shaped warhead[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(3): 609-615 (in Chinese).
- [4] 邹小海, 艾小锋, 李永祯, 等. 自旋尾翼弹头的双基地微多普勒研究[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(9): 2122-2127.  
ZOU X H, AI X F, LI Y Z, et al. Bistatic micro-Doppler of the spinning warhead with fins[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(9): 2122-2127 (in Chinese).
- [5] 贺峰, 刘承兰, 朱国富, 等. 基于距离和差值序列的复杂运动目标微动特征提取[J]. 电子学报, 2012, 40(3): 422-428.  
HE F, LIU C L, ZHU G F, et al. Micro-motion signature extraction of targets with complex motions based on summation and difference sequence of ranges[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(3): 422-428 (in Chinese).
- [6] 姚汉英, 孙文峰, 马晓岩. 基于高分辨距离像序列的锥柱体目标进动和结构参数估计[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(3): 537-544.  
YAO H Y, SUN W F, MA X Y. Precession and structure parameters estimation of cone-cylinder target based on the HRRPs[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(3): 537-544 (in Chinese).

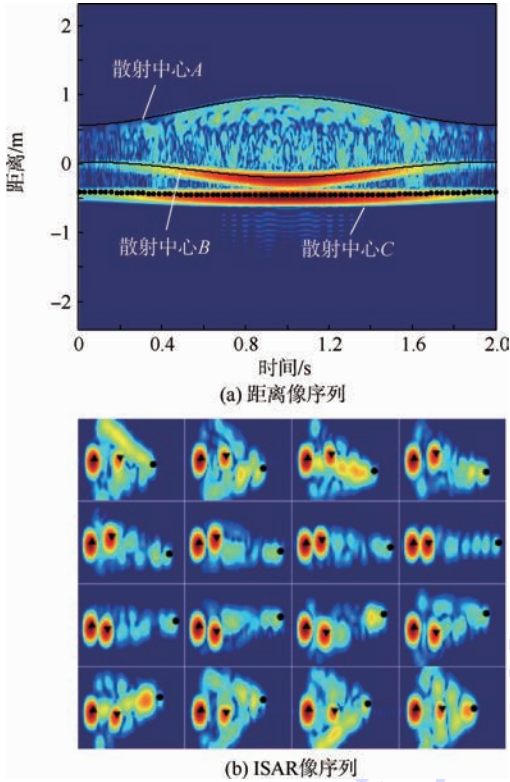


图9  $\alpha = 45^\circ$ 时进动锥体目标的距离像序列及 ISAR 像序列

Fig.9 Range profiles and ISAR images profiles of precession cone target when  $\alpha = 45^\circ$

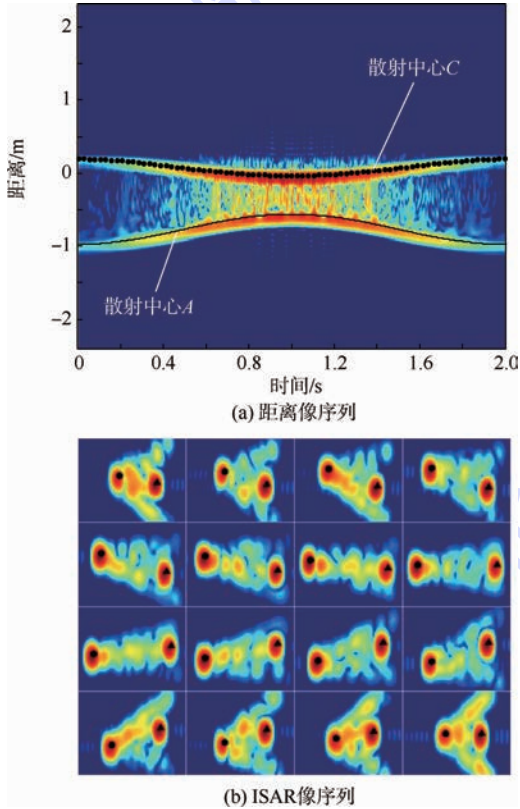


图10  $\alpha = 135^\circ$ 时进动锥体目标的距离像序列及 ISAR 像序列

Fig.10 Range profiles and ISAR images profiles of precession cone target when  $\alpha = 135^\circ$

- [7] 贺思三,赵会宁,冯存前.多视角距离像序列弹道目标的进动参数估计[J].信号处理,2013,29(8):1027-1035.  
HE S S,ZHAO H N,FENG C Q. Precession parameter estimation for ballistic targets based on multi-aspect range-profile sequence[J]. Journal of Signal Processing, 2013, 29(8): 1027-1035(in Chinese).
- [8] WANG Z L,YAN F X, HE F, et al. Missile target automatic recognition from its decoys based on image time-series[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(6): 2157-2164.
- [9] 金光虎,高勋章,黎湘,等.基于图像配准的弹道目标 ISAR 图像横向定标[J].系统工程与电子技术,2010,32(12): 2565-2569.  
JIN G H,GAO X Z,LI X, et al. ISAR image cross scaling method for ballistic target based on image registration[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(12): 2565-2569(in Chinese).
- [10] 金光虎,高勋章,黎湘,等.基于 ISAR 像序列的弹道目标进动特征提取[J].电子学报,2010,38(6):1233-1238.  
JIN G H,GAO X Z,LI X, et al. Precession feature extraction of ballistic targets based on dynamic ISAR image sequence[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(6): 1233-1238(in Chinese).
- [11] NAISHADHAM K,PIOU J E. A robust state space model for the characterization of extended returns in radar target signatures[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2008, 56(6): 1742-1751.
- [12] 杨有春,童宁宁,冯存前,等.弹道中段目标回波平动补偿与微多普勒提取[J].中国科学:信息科学,2013,43(9): 1172-1182.  
YANG Y C,TONG N N,FENG C Q, et al. Translation compensation and micro-Doppler extraction by echoes of the ballistic target in mid-course[J]. Scientia Sinica Informationis, 2013, 43(9): 1172-1182(in Chinese).
- [13] 邵长宇,杜兰,李飞,等.基于多目标跟踪的空间锥体目标微多普勒频率提取方法[J].电子与信息学报,2012, 34(12):2972-2977.  
SHAO C Y,DU L,LI F, et al. Micro-Doppler extraction from space cone target based on multiple target tracking[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(12): 2972-2977(in Chinese).
- [14] 杨有春,童宁宁,冯存前,等.利用最强散射点信息的平动补偿与微多普勒提取[J].西安电子科技大学学报(自然科学版),2012,39(6):147-153.  
YANG Y C,TONG N N,FENG C Q, et al. Translation compensation and micro-Doppler extraction by using the information on the strongest scatterer[J]. Journal of Xidian University(Natural Science), 2012, 39(6): 147-153(in Chinese).
- [15] 李飞,纠博,邵长宇,等.目标微动参数估计的曲线跟踪算法[J].电波科学学报,2013,28(2):278-284.  
LI F,JIU B,SHAO C Y, et al. Curve tracking based parameter estimation of micro-motion[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2013, 28(2): 278-284(in Chinese).
- [16] 马梁,刘进,王涛,等.旋转对称目标滑动型散射中心的微 Doppler 特性[J].中国科学:信息科学,2011,41(5): 605-616.  
MA L,LIU J,WANG T, et al. Micro-Doppler characteristics of the sliding scattering of the rotationally symmetric target[J]. Scientia Sinica Informationis, 2011, 41(5): 605-616(in Chinese).
- [17] XU S K,LIU J H,WEI X Z, et al. Wideband electromagnetic characteristics modeling and analysis of missile targets in ballistic midcourse[J]. Science China-Technological Sciences, 2012, 55(6): 1655-1666.
- [18] 束长勇,陈世春,吴洪筹,等.基于 ISAR 像序列的锥体目标进动及结构参数估计[J].电子与信息学报,2015,37(5): 1078-1084.  
SHU C Y,CHEN S C,WU H Q, et al. Precession and structure parameters estimation of precession cone target based on ISAR image sequence[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(5): 1078-1084(in Chinese).

#### 作者简介:

**叶桃杉** 男,硕士研究生。主要研究方向:雷达成像。

Tel.: 010-82317503

E-mail: 18683283897@163.com

**黄沛霖** 男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:飞行器总体隐身。

Tel.: 010-82317503

E-mail: peilin\_h@buaa.edu.cn

# Scattering characteristics simulation and experimental analysis of precession cone target

YE Taoshan<sup>1</sup>, HUANG Peilin<sup>1,\*</sup>, SHU Changyong<sup>1</sup>, WANG ying<sup>1</sup>, PENG Yaokun<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. 93617 Troops of the CPLA, Beijing 101400, China)

**Abstract:** The micro-motion and structural parameters of the ballistic target play an important role in ballistic target recognition. And correctly acquiring scattering characteristics of precession targets is essential to obtain these parameters, such as time-frequency distribution (TFD), range profiles and inverse synthetic aperture radar (ISAR) images. Scattering characteristics of the precession cone target under narrowband and wideband are analyzed, especially on the case where the specular scattering exists, and the theoretical expressions of TFD, range profiles and ISAR images with respect to strong scattering centers of the target are given briefly. In addition, a dynamic measuring system in anechoic chamber was established to collect the electromagnetic response from the precession target. The simulation and experimental results are verified with theoretical deductions, and so as for the feasibility of the proposed model and imaging algorithm.

**Key words:** precession; time-frequency distribution (TFD); range profiles; ISAR images; anechoic chamber

**Received:** 2015-03-16; **Accepted:** 2015-06-12; **Published online:** 2015-08-03 17:14

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1714.015.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1714.015.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (51307004)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82317503 E-mail: peilin\_h@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0186

# 基于改进人工神经网络的航天器电信号分类方法

李可<sup>1,\*</sup>, 王全鑫<sup>1</sup>, 宋世民<sup>2</sup>, 孙毅<sup>2</sup>, 王浚<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国空间技术研究院, 北京 100094)



**摘 要:** 根据航天器系统级电性能测试工作中数据量大、任务繁重的特点,设计了基于人工神经网络的智能分类系统,对原始测试数据进行智能化分类,将非线性的调试经验以数据的形式储备,可在减少测试工作中对人为经验依赖的同时为航天器信号识别快速提供专家知识。考虑到经典的人工神经网络系统有训练时间长和对网络初始权值的依赖程度高等不足,利用主成分分析对数据进行压缩和自动编码技术对网络权值进行初始化。实验数据测试表明:与传统方法相比,本文提出的改进学习系统的分类准确率、稳定性和响应速度均得到显著提高。

**关键词:** 故障诊断; 人工神经网络; 模式识别; 自动编码; 电信号; 梯度下降法

**中图分类号:** V557.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0596-06

航天器的结构越来越复杂,且内部的每个元器件的耦合高度非线性化,这为航天器测试中的分类识别带来了困难。中国对航天器故障信号的诊断在一定程度上还依赖于专家的经验 and 知识<sup>[1-2]</sup>。不同领域的专家往往就同一个故障给出不同的判断,这样很难满足航天器故障检测的实时性<sup>[3-5]</sup>。把不同专家的经验以知识库的形式储存,借助于模式识别算法,进而实现对航天器故障判断的实时性和高效性。

人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN)具有大规模并行运算、自组织性和自学习等特点,理论上可以任意精度拟合非线性模型,在模式识别领域有着非常成功的应用<sup>[6-10]</sup>。但与其他算法相比较,人工神经网络的分类准确率对初始权值的依赖程度高<sup>[11-12]</sup>;此外,原始数据一般含有冗长的无用信息且线性不可分<sup>[13-14]</sup>,所以有必要通过数据压缩技术提取原始数据的主要特征。本文以误差反向传播(Back Prorogation, BP)算法为理论

基础,利用主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)法对原始数据进行特征提取,并利用自动编码对权值进行初始化;设计了已知故障类型情况下的改进人工神经网络故障诊断学习系统。

## 1 系统流程及算法

### 1.1 系统流程

航天器信号检测时,数据采集速率快,每秒高达 30 MB;种类繁多,如某航天器一共检测 50 路数据流。而其中某几路数据流才得到关注,却把其他数据存入 Oracle 数据库中以备后续研究。结合 BP 神经网络需要训练的特点,提出图 1 所示的学习系统流程。可知,流程主要包括获取数据、电信号模式识别以及网络训练 3 个部分。整个过程可以实时进行网络训练,也可调用已经训练好的网络进行故障诊断,加入对网络参数合理性的判断环节,便可实现智能化的电信号模式识别。

收稿日期: 2015-03-31; 录用日期: 2015-07-30; 网络出版时间: 2015-10-30 16:18

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1618.003.html

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-14-HKXY-017); 航空科学基金(2012XX1043)

\* 通讯作者: Tel.: 13810609687 E-mail: like@buaa.edu.cn

**引用格式:** 李可, 王全鑫, 宋世民, 等. 基于改进人工神经网络的航天器电信号分类方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 596-601. LI K, WANG Q X, SONG S M, et al. Spacecraft electrical signal classification method based on improved artificial neural network [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 596-601 (in Chinese).

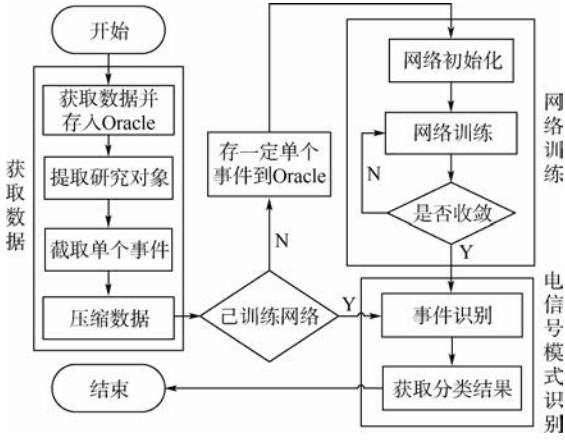


图 1 学习系统流程

Fig. 1 Learning system flowchart

1.2 算法

1.2.1 网络结构

人工神经网络不需要建立复杂的数学模型,只要选取合理的参数且通过足够数据的训练就能以任一精度拟合复杂的非线性问题。航天器信号诊断所采集的时域上的信号是高度非线性的,而且同一单个事件的信号相关性较高,所以适合用人工神经网络来进行信号诊断。本文用到的人工神经网络拓扑如图 2 所示,该网络包括输入层、隐藏层以及输出层。输入层的神经元个数由数据特征数决定;隐藏层节点数可由经验公式得到,本文利用实验的方法获取;输出层为 3 个神经元。图 2 中:  $X_n$  为训练样本;  $W_{mn}$  和  $W_{km}$  为权值;  $Y_k$  为输出;  $n$  为训练样本维数;  $m$  为隐藏层神经元的个数;  $k$  为输出层神经元的个数。隐藏层的激励函数选取 Sigmoid 函数,如式(1)所示:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (1)$$

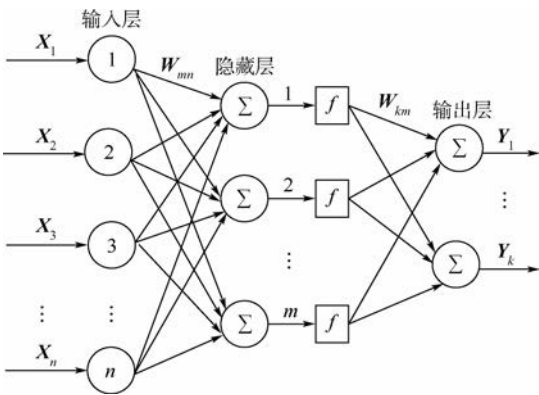


图 2 人工神经网络拓扑结构

Fig. 2 Topology of artificial neural network

1.2.2 网络训练

**Step 1** 获取在线或离线数据,滤波并提取单个事件的信号。

**Step 2** 随机产生小于 1 的初始权值。

**Step 3** 重复下述过程直至收敛(对各样本依次计算,其中  $j$  和  $i$  分别表示第  $j$  层和该层第  $i$  个神经元,其上限分别由神经网络总层数及每层神经元个数决定)。

正向计算各单元的输出值  $Out_j$ :

$$Out_j = \frac{1}{1 - e^{-\sum_i w_{ij}x_i}} \quad (2)$$

对输出层计算中间变量  $\sigma_j$ :

$$\sigma_j = (y - Out_j) Out_j (1 - Out_j) \quad (3)$$

对隐藏层计算中间变量  $\sigma_j$ :

$$\sigma_j = Out_j (y - Out_j) \sum_i w_{ji} \sigma_i \quad (4)$$

对各权值进行修正并保存第  $t$  次修正值  $\Delta w_{ij}(t)$ :

$$\Delta w_{ij}(t) = \alpha \Delta w_{ij}(t - 1) + \eta \sigma_j Out_j \quad (5)$$

修正权值  $w_{ij}(t + 1)$ :

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}(t) + \rho [w_{ij}(t) - w_{ij}(t - 1)] \quad (6)$$

式中:  $\rho$  为动量学习率;  $\alpha$  和  $\eta$  分别为惯性系数和步长。可以积累前训练经验,加快网络收敛过程。

1.3 算法改进

人工神经网络算法本身决定了误差函数一般存在多个局部极小点<sup>[15]</sup>。算法能否快速收敛到全局最小值点在很大程度上依赖于网络初始权值。初始权值选择不合理将导致网络收敛至局部极小值点,使网络训练失败。在其他参数不变的情况下,随机产生 200 组初始权值对网络进行训练得到分类准确率随循环次数变化曲线,如图 3 所示。可知,在其他参数不变的情况下,测试样本的分类准确率也会因为网络初始权值随机产生而发生明显且没有规律的变化,这样很难保证网络重新训练后分类准确率的改变保持在很小的范围内。因此,测试的分类准确率和网络初始权值之间的关系很难用数学模型描述。深度学习技术中

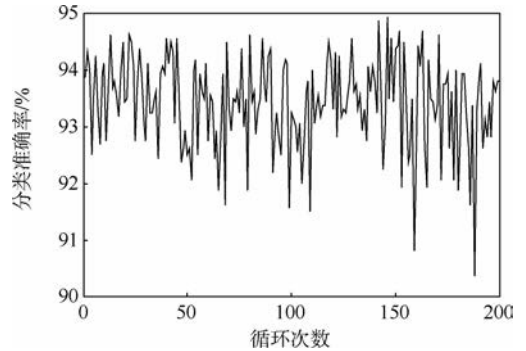


图 3 分类准确率随循环次数变化曲线

Fig. 3 Curve of classification accuracy varying with cycle times

的自动编码方法可以根据原始数据对网络权值进行初始化,使网络初始权值能更好地映射出原始数据中的关键特征。自动编码的基本思想是:将原始信号通过编码器编译成代码,再用译码器将代码转化成重构信号,最后用重构信号与原始信号的误差反向调整编码器与译码器的参数<sup>[16-17]</sup>。根据该思想,对已有稀疏自动编码进行改进,提出适合浅层人工神经网络的自动编码算法,其流程和拓扑如图4所示。图中: $X_n$ 为训练样本; $W_{mn}$ 为编码器权值; $W1_{nm}$ 为译码器权值; $Y_n$ 为译码数据; $O_m$ 为编码器输出; $\xi$ 为惩罚因子。

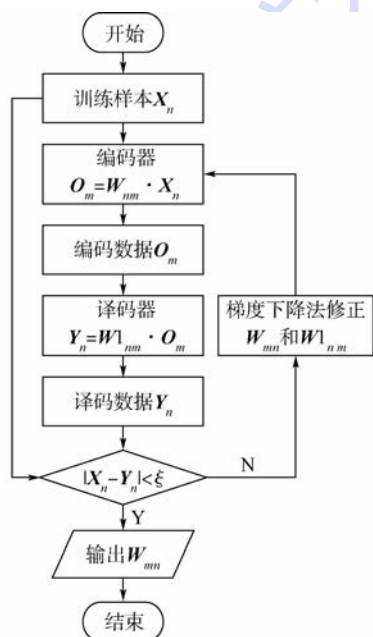
$$O_m = W_{mn} \cdot X_n \quad (7)$$

$$Y_n = W1_{nm} \cdot O_m \quad (8)$$

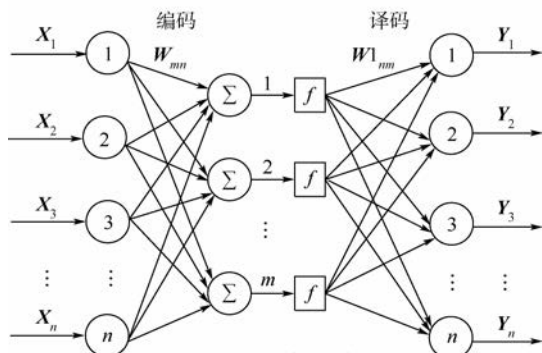
可选择训练样本与重构数据的误差作为网络的惩罚函数:

$$\text{error} = \sum_{i=1}^n |X_i - Y_i| \leq \xi \quad (9)$$

当总误差小于等于惩罚因子时,网络停止训练。



(a) 自动编码流程



(b) 自动编码拓扑

图4 自动编码原理示意图

Fig.4 Schematic of auto-encoder principle

网络基本训练流程如下:

**Step 1** 训练样本作为自动编码的原始数据输入网络。

**Step 2** 通过编码器将训练样本的维度降至与隐藏层神经元个数相同的编码数据。

**Step 3** 通过译码器将编码数据转化为重构数据,重构数据的维数要与原始数据的维数相同。

**Step 4** 计算训练样本与重构数据的总误差,作为调整编码器和译码器权值的惩罚量。

**Step 5** 利用梯度下降法调整编码器和译码器的参数。

**Step 6** 重复 Step 1 ~ Step 5,使总误差达到能够容忍的程度。

**Step 7** 输出  $W_{mn}$  作为原人工神经网络输入层至隐藏层的初始权值。

## 2 仿真实验

### 2.1 训练数据获取

1) 用3种不同类型信号(分别表示航天器滚转、俯仰和偏航)作为原始数据,并俯仰和偏航信号模拟故障信号。分割成单个信号并打乱原有排序后共获取1800个单事件信号,其中滚转、俯仰和偏航的分类编号分别为1、2和3。

2) 前1000组数据用于训练,后800组数据用于测试。数据输入网络前用主成分分析法进行主成分提取。

### 2.2 隐藏层神经元个数抉择及训练循环次数估计

对于不同的数据集合,隐藏层神经元个数的最优值往往不同;训练时,循环次数过少不能使网络收敛到稳定状态,过多又会增加训练时间。为此,选择122-15-3、122-20-3、122-30-3网络结构,分别在循环次数增加的情况下,得到如图5所示

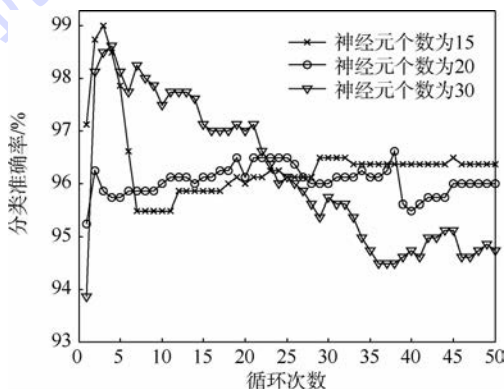


图5 隐藏层神经元个数不同时分类准确率随循环次数变化曲线

Fig.5 Curves of classification accuracy varying with cycle times when number of hidden layer neurons changes

的变化曲线。可以看出,神经元个数为20的隐藏层能很快收敛到稳定值,故选取122-20-3网络结构。在该网络结构下,循环次数大于15时,可以使网络收敛到稳定状态。为了保证每次训练都达到稳定,且又不延长训练时间,本系统选择的最大循环次数为25。

### 2.3 学习率选择

学习率对系统训练过程的稳定性影响很大。学习率过大,导致训练时网络权值修正量过大,进而使网络不能收敛;但学习率过小会使训练时间过长,并有陷入局部最小值的可能。为了获得最优的学习率,本文设计了在保证分类准确率大于98%的情况下,训练时间随学习率变化的实验,得到的曲线如图6所示。

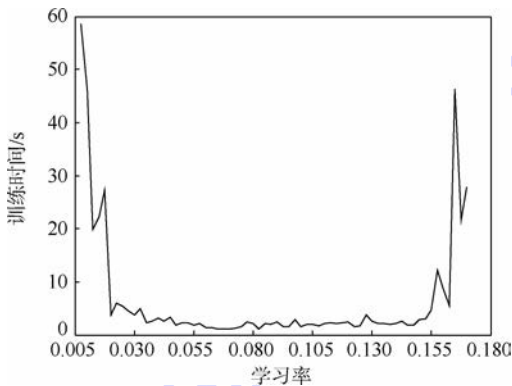


图6 训练时间随学习率的变化曲线

Fig. 6 Curve of training time varying with learning rate

由图6可知,当学习率小于0.015或者大于0.150时,训练时间明显增加;学习率为0.050左右时,训练时间短且比较稳定。故本系统选取0.050作为学习率。

## 3 实验结果分析

### 3.1 算法改进前后结果比对

算法改进前后,得到分类总误差随循环次数的变化如图7所示。可知,初始权值优化后,待网络达到稳定,虽然分类总误差增加(优化后分类总误差约为432,而未优化的网络分类总误差可以达到150以下);但与未优化前相比,网络能很快收敛到稳定状态(优化后只需不到100次循环就能使网络稳定,而未优化网络循环1000多次还未能达到稳定)。

因此,优化后的网络能使训练时间更短;而分类总误差只是作为权值修正的依据,网络稳定后的分类总误差大并不会导致分类准确率下降。本文设计如下实验进行验证:

分别用100组,每组1800个单个事件的测试

样本对优化前后且训练好的网络进行测试,结果如图8所示。图中,横坐标表示分类准确率所在区间,纵坐标表示分类准确率在某区间的组数占总组数的百分比。可知,初始权值随机产生时,分类准确率集中在96%~100%范围内;而当初始权值用自动编码优化后,分类准确率范围缩小至97%~99%。网络优化前后分类准确率的平均值分别为98.18%和98.2%。因此,初始权值优化后网络的分类准确率没有下降,而稳定性和收敛速率显著提高。

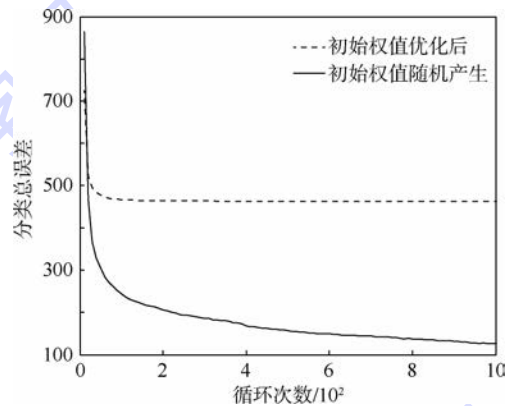


图7 算法改进前后分类总误差随循环次数变化

Fig. 7 Classification total error changing with cycle times of original and improved algorithms

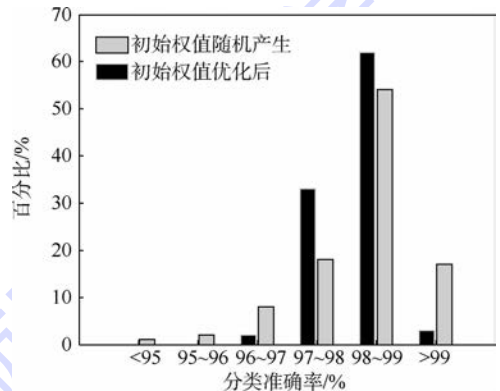


图8 算法改进前后分类准确率分布

Fig. 8 Classification accuracy distribution of original and improved algorithms

### 3.2 算法比较

除了稳定性和收敛速率,分类准确率是评价神经网络优劣的另一个重要标志。分别用K最近邻(K-nearest neighbor)、朴素贝叶斯(naive Bayesian)和本文提供的自动编码神经网络对200组,每组4500个样本进行分类,得到的结果如图9所示。图中,纵坐标表示分类准确率所在区间,横坐标表示分类准确率在某区间的组数占总组数的百分比。

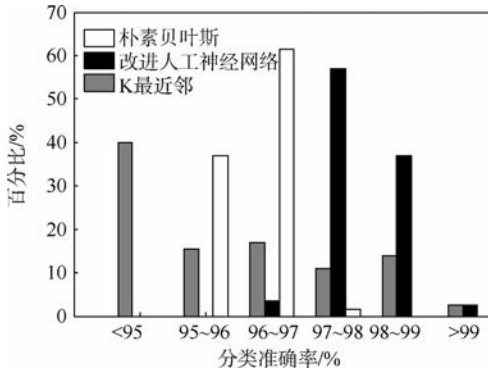


图9 不同算法分类准确率分布

Fig.9 Classification accuracy distribution of different algorithms

在稳定性方面:200组测试数据中,朴素贝叶斯分类准确率集中在95%~97%,分类准确率为97%~98%的只有7组;改进人工神经网络分类准确率则集中在97%~99%。因此,朴素贝叶斯和改进的人工神经网络稳定性比K最近邻略高。在分类准确率方面:改进人工神经网络、朴素贝叶斯及K最近邻的分类准确率平均值分别为97.87%、96.13%和95.1%,数据表明,改进人工神经网络的分类准确率更高。

## 4 结论

本文提出了对航天器信号进行诊断的一般流程;利用主成分分析提取原始数据的主要特征;并用自动编码对原人工神经网络算法进行了改进。实验数据表明:算法的稳定性、收敛速率及分类准确率都得到了提高。由于该算法仿真采用的是某航天器的原始数据,所以可直接运用于航天器信号分类识别。人工神经网络算法设计简便,在处理具体规则模糊的数据上有很大的灵活性和自适应性。对人工神经网络和其他算法融合做进一步研究,即可提高航天器故障信号识别准确率和实时性。本文设计的自动编码算法相对简单,还有很大的改进空间,后期可做进一步研究。

### 参考文献 (References)

- [1] LI K, LIU W K, WANG J, et al. An intelligent control method for a large multi-parameter environmental simulation cabin[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(6): 1360-1369.
- [2] LIU Y, LI K, SONG S, et al. The research of spacecraft electrical characteristics identification and diagnosis using PCA feature extraction signal processing[C]// International Conference on Signal Processing (ICSP). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 1413-1417.
- [3] LIU Y, LI K, HUANG Y, et al. Spacecraft electrical characteris-

tics identification study based on offline FCM clustering and on-line SVM classifier[C]// Multisensor Fusion and Information Integration for Intelligent Systems (MFI). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 1-4.

- [4] LI K, LIU W K, WANG J, et al. Multi-parameter decoupling and slope tracking control strategy of a large-scale high altitude environment simulation test cabin[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(6): 1390-1400.
- [5] 杨天社, 杨开忠, 李怀祖. 基于知识的卫星故障诊断与预测方法[J]. 中国工程科学, 2003, 5(6): 64-67.  
YANG T S, YANG K Z, LI H Z. Research on knowledge-based method for satellite fault diagnosis and prediction[J]. Engineering Science, 2003, 5(6): 64-67 (in Chinese).
- [6] 韩立群. 人工神经网络[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2006: 20-66.  
HAN L Q. Artificial neural networks[M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2006: 20-66 (in Chinese).
- [7] 冯伟兴, 梁洪, 王臣业. Visual C++ 数字图像模式识别典型案例详解[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012: 50-63.  
FENG W X, LIANG H, WANG C Y. Visual C++ digital image pattern recognition detailed typical case[M]. Beijing: China Machine Press, 2012: 50-63 (in Chinese).
- [8] 秦振汉. 人工神经网络专家系统在卫星故障诊断中的应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2005: 8-12.  
QIN Z H. Application of neural network expert system in satellite fault diagnosis[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2005: 8-12 (in Chinese).
- [9] HUANG H, ZHU Y W, YANG L P, et al. Stability and shape analysis of relative equilibrium for three-spacecraft electromagnetic formation[J]. Acta Astronautica, 2014, 94(1): 116-131.
- [10] KENIG S, BEN-DAVID A, OMER M, et al. Control of properties in injection molding by neural networks[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2001, 14(6): 819-823.
- [11] 戴文战, 姜海川, 杨爱萍. 非线性系统人工神经网络预测控制研究进展[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(5): 521-530.  
DAI W Z, LOU H C, YANG A P, et al. An overview of neural network predictive control for nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(5): 521-530 (in Chinese).
- [12] 姚健, 纪志成, 黄言平. 基于人工神经网络的非线性多模型自适应控制[J]. 控制工程, 2014, 21(2): 172-177.  
YAO J, JI Z C, HUANG Y P. Nonlinear multi-model adaptive control based on neural networks[J]. Control Engineering of China, 2014, 21(2): 172-177 (in Chinese).
- [13] LEE C Y, LEE J J. Adaptive control for uncertain nonlinear systems based on multiple neural networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2004, 34(1): 325-333.
- [14] VRABIE D, LEWIS F. Neural network approach to continuous-time direct adaptive optimal control for partially unknown nonlinear systems[J]. Neural Networks, 2009, 22(3): 237-246.
- [15] 林海明, 杜子芳. 主成分分析综合评价应该注意的问题[J]. 统计研究, 2013, 30(8): 25-31.  
LIN H M, DU Z F. Some problems in comprehensive evaluation in the principal component analysis[J]. Statistical Research,

2013,30(8):25-31(in Chinese).

- [16] SCHÖLKOPF B, PLATT J, HOFMANN T. Greedy layer-wise training of deep networks [C] // Proceedings of the 2006 Conference, Advances in Neural Information Processing Systems. Cambridge: MIT Press, 2007, 19: 153-160.
- [17] HINTON G E, OSINDERO S, TEH Y W. A fast learning algorithm for deep belief nets [J]. Neural Computation, 2006, 18(7): 1527-1554.

作者简介:

李可 男,博士,讲师。主要研究方向:智能控制和模式识别。  
Tel.: 13810609687  
E-mail: like@buaa.edu.cn

王全鑫 男,硕士研究生。主要研究方向:高光谱数据挖掘。  
Tel.: 13220115884  
E-mail: xin20071261@sina.com

## Spacecraft electrical signal classification method based on improved artificial neural network

LI Ke<sup>1,\*</sup>, WANG Quanxin<sup>1</sup>, SONG Shimin<sup>2</sup>, SUN Yi<sup>2</sup>, WANG Jun<sup>1</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;  
2. China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

**Abstract:** To solve the problem of multiple data and arduous task in the aircraft test and intellectualize the management of the testing work, an intelligent classification system based on artificial neural networks was designed. The system can classify the original test data intelligently, reduce the workload and reliance on testing experience and store the nonlinear debugging experience in the form of expert database. This system has many deficiencies, such as, long training time and high dependence on the initial threshold. To this end, the principal component analysis was used to compress the raw data and auto-encoder in deep learning was applied to initialize the network weights. Experimental data indicates that compared with traditional methods, the accuracy, stability and response speed of the improved learning system are significantly increased.

**Key words:** fault diagnosis; artificial neural network; pattern recognition; auto-encoder; electrical signal; gradient descent method

Received: 2015-03-31; Accepted: 2015-07-30; Published online: 2015-10-30 16:18

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1618.003.html

Foundation items: Aeronautical Science Foundation of China (2012XX1043); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-14-HKXY-017)

\* Corresponding author. Tel.: 13810609687 E-mail: like@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0201

# Heusler 合金 $M_2\text{CoA}$ ( $M = \text{Mn}, \text{Ti}; A = \text{Al}, \text{Si}$ ) 的第一性原理



林道斌<sup>1</sup>, 萨百晟<sup>2</sup>, 周健<sup>3,\*</sup>, 司晨<sup>3</sup>, 孙志梅<sup>3</sup>

(1. 厦门大学 材料学院, 厦门 361005; 2. 福州大学 材料科学与工程学院, 福州 350100;

3. 北京航空航天大学 材料科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 采用基于密度泛函理论(DFT)的第一性原理计算方法,研究了  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$ 、 $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ 、 $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  的电子结构和磁学性质。发现 Heusler 合金  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$  是亚铁磁性自旋无带隙半导体,  $\text{Mn}_2\text{CoSi}$  与  $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  是亚铁磁性自旋半金属, 而  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  是铁磁性自旋半金属。它们的总自旋磁矩均为整数,符合 Slater-Pauling 规则。然后,在分析电子能带结构和态密度的基础上,探讨了自旋无带隙半导体与半金属性的根源。最后,声子谱和弹性常数计算结果表明所有  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金在晶格动力学和力学上均是稳定的。

**关键词:** Heusler 合金; 第一性原理; 自旋无带隙半导体; 半金属; Slater-Pauling 规则  
**中图分类号:** V252.2; O469

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0602-08

Heusler 合金是一类包含超过 1500 个成员的独特金属间化合物材料,它的化学通式为  $XYZ$  (通常称为半 Heusler) 或者  $X_2YZ$  (全 Heusler), 其中  $X, Y$  是过渡金属元素,  $Z$  为主族元素<sup>[1]</sup>。很多 Heusler 合金的性质可以通过简单地计算价电子数来预测<sup>[2]</sup>, 例如, 价电子数约为 27 的非磁性 Heusler 合金是超导体<sup>[2]</sup>。自从 1903 年 Heusler 等<sup>[3]</sup>发现 Heusler 合金开始, 一个多世纪来 Heusler 合金仍然受到研究者的广泛关注。近年来, Heusler 化合物在半金属铁磁体<sup>[4-7]</sup>、补偿铁磁性材料<sup>[8]</sup>、形状记忆合金<sup>[9-11]</sup>、超导体<sup>[12-13]</sup>、热电材料<sup>[14-15]</sup>和拓扑绝缘体<sup>[16-17]</sup>等领域中均表现出了优异的性能。此外, 单一 Heusler 合金可以实现 2 种甚至多种功能的复合, 比如磁光<sup>[18]</sup>、磁致热<sup>[19]</sup>和磁构<sup>[9]</sup>材料。具有独特电子结构的自旋

半金属磁电 Heusler 合金的导带电子的自旋极化率接近 100%, 是一类非常适合应用于自旋电子学<sup>[12]</sup>中的新材料<sup>[1]</sup>。这类自旋半金属材料中, 一种自旋方向的电子结构呈现半导体特性, 而另一种相反自旋方向的电子结构则会表现出金属性。1983 年, Heusler 合金  $\text{MnNiS}$ <sup>[20]</sup>、 $\text{Co}_2\text{MnSn}$  和  $\text{Co}_2\text{MnAl}$ <sup>[21]</sup> 先后被研究人员发现具有自旋半金属性。在随后的理论研究中, 一些 Co 基<sup>[22]</sup>、Mn 基<sup>[23]</sup>、Cr 基<sup>[24]</sup>、V 基<sup>[25]</sup>和 Fe 基<sup>[26]</sup> Heusler 合金也被预测出具有自旋半金属性。基于这些理论研究, 研究者们开展了大量的实验研究, 并将 Heusler 合金应用于自旋电子器件中。例如,  $\text{Co}_2\text{FeAl}$  可以应用到磁隧道结中<sup>[27]</sup>,  $\text{Co}_2\text{MnGe}$  则被应用到电流垂直平面巨磁阻自旋阀中的铁磁层材料中<sup>[28]</sup>。

收稿日期: 2015-04-08; 录用日期: 2015-05-29; 网络出版时间: 2015-06-05 15:48

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150605.1548.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(51225205, 61274005); 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-14-RSC-100)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339256 E-mail: jzhou@buaa.edu.cn

**引用格式:** 林道斌, 萨百晟, 周健, 等. Heusler 合金  $M_2\text{CoA}$  ( $M = \text{Mn}, \text{Ti}; A = \text{Al}, \text{Si}$ ) 的第一性原理[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 602-609. LIN D B, SA B S, ZHOU J, et al. First-principles investigation of Heusler alloys  $M_2\text{CoA}$  ( $M = \text{Mn}, \text{Ti}; A = \text{Al}, \text{Si}$ ) [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 602-609 (in Chinese).

在这些 Heusler 合金中,  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$  最初被 Xing<sup>[29]</sup> 和 Liu<sup>[23]</sup> 等预测为半金属,但是在 2013 年被 Ouardi 等<sup>[30]</sup> 证实为一种新型的自旋无带隙半导体(SGS)。与半金属不同,SGS 中一个自旋方向的电子结构表现出半导体特性,而另一个自旋方向的导带底和价带顶在费米能级相接触而具有零带隙特征<sup>[31]</sup>。在 SGS 中,不仅导带中激发态电子的自旋极化率接近 100%,价带中空穴的自旋极化也接近 100%。这一特性导致了 Heusler 合金  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$  具有高电导率、高居里温度、反常霍尔效应小和大磁矩等独特的输运性能。因此这种 Heusler 合金是应用于自旋电子学研究的理想材料,有望被应用到自旋探测器、电磁辐射产生器、自旋二极管和自旋图像探测器中<sup>[29,32]</sup>。在 Heusler 合金中,  $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ <sup>[29,33]</sup>、 $\text{Ti}_2\text{CoAl}$ <sup>[34]</sup> 和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$ <sup>[35]</sup> 被预测为半金属,在自旋电子学应用领域有巨大潜力<sup>[33,36-37]</sup>。由于  $M_2\text{CoA}$  ( $M = \text{Mn, Ti}; A = \text{Al, Si}$ ) 型 Heusler 合金在自旋电子学领域中具有巨大应用潜力<sup>[38]</sup>,系统性地研究该系列自旋无带隙 Heusler 合金的电子结构具有十分重要的意义。

本文采用基于密度泛函理论的第一性原理计算方法,系统性地开展了  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$ 、 $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ 、 $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  的自旋无带隙电子结构特征与磁学性质研究,为该系列 Heusler 合金在自旋电子学中的应用提供理论基础。

## 1 计算方法

本研究基于密度泛函理论的第一性原理方法,采用计算软件包(VASP)进行计算<sup>[39]</sup>。交换关联能采用基于投影缀加平面波方法(PAW)生成的广义梯度近似(GGA)<sup>[40]</sup>的 Perdew-Burke-Ernzerhof(PBE)<sup>[41]</sup> 赝势来处理。Mn、Ti、Co、Al 和 Si 的价电子结构分别为  $3d^64s^1$ 、 $3d^34s^1$ 、 $3d^84s^1$ 、 $3s^23p^1$  和  $3s^23p^2$ 。结合能计算采用 Blöchl 四面体法修正。经过收敛性测试,平面波的截断能设置为 450 eV,豫驰和静态计算以及态密度和能带结构计算均采用 Monkhorst-Pack 方法产生的  $8 \times 8 \times 8$  k 点网格。离子和电子豫驰收敛标准分别为能量差小于  $1 \times 10^{-7}$  和  $1 \times 10^{-8}$  eV。

## 2 结果与讨论

### 2.1 晶体结构与自旋特性

$M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金具有  $\text{Hg}_2\text{CuTi}$  型非中

心对称立方结构<sup>[1]</sup>,其空间群号为 216 号,空间群符号为  $F\bar{4}3m$ ,其晶体结构如图 1(a)所示, $M$  原子占据 Wyckoff 坐标系中的  $4a(0,0,0)$  (标为  $M_A$ ) 和  $4d\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$  (标为  $M_B$ ) 原子位置,而 Co 和 A 原子分别占据 Wyckoff 坐标系中的  $4b\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  和  $4c\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$  原子位置<sup>[30]</sup>。 $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金的晶体结构也可以看做是 4 个 fcc 格子沿 (111) 方向依次平移  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  而得到,其原胞可以表示为图 1(b)的形式。

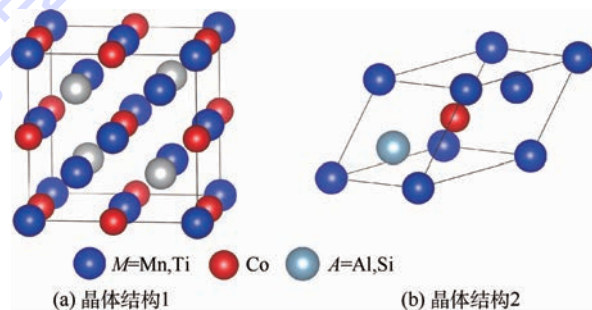


图 1  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金的晶体结构

Fig. 1 Crystal structures of  $M_2\text{CoA}$  type Heusler alloy

经过结构弛豫后  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金的晶格常数  $a$  列在表 1 中,文献报道  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$  的晶格常数实验值为  $0.5798 \text{ nm}$ <sup>[30]</sup>,而  $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ 、 $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  仅有理论预测的晶格常数,分别为  $0.565 \text{ nm}$ <sup>[29]</sup>、 $0.614 \text{ nm}$ <sup>[34]</sup> 和  $0.603 \text{ nm}$ <sup>[35]</sup>,可以看到,本文的计算结果与文献结果十分吻合。表 1 中还列出了  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金的原子磁矩。可以看到在这 4 种合金中,A 位原子 Al 与 Si 的磁矩很小,可以认为对总磁矩没有贡献。在  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$  与  $\text{Mn}_2\text{CoSi}$  中,2 个 Mn 原子的自旋方向是相反的,而它们的磁矩大小不同,所以  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Mn}_2\text{CoSi}$  表现出亚铁磁性的特征。而在  $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  中 2 个 Ti 原子的自旋方向相同,其中  $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  中 Co 原子与 Ti 原子的磁矩方向不同,表现出亚铁磁性的特征; $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  中 Co 原子与 Ti 原子的磁矩方向相同,表现出铁磁性的特征。据 Skafrouros<sup>[42]</sup> 和 Galanakis<sup>[43]</sup> 等报道,Heusler 合金的总自旋磁矩遵循 Slater-Pauling 规则,即  $M_t = Z_t - 24$  或  $M_t = Z_t - 18$ ,其中,  $M_t$  和  $Z_t$  分别为单原胞的总自旋磁矩以及总价电子数。 $\text{Mn}_2\text{CoAl}$ 、 $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ 、 $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  的总价电子数为 26、27、20 和 21,计算得到的总自旋磁矩分别为  $2.0 \mu_B$ 、 $3.0 \mu_B$ 、 $2.0 \mu_B$  和  $3.0 \mu_B$ ,  $\mu_B$  为玻

尔磁子,因此,  $Mn_2CoAl$  和  $Mn_2CoSi$  的总磁矩遵循  $M_t = Z_t - 24$ ,  $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的遵循  $M_t = Z_t - 18$ ,即它们遵循 Slater-Pauling 规则,该结论与 Meinert 等<sup>[44]</sup>报道的结果一致。

表 1  $M_2CoA$  型 Heusler 合金的晶体结构与磁矩分布

Table 1 Crystal structures and magnetic moments for  $M_2CoA$  type Heusler alloy

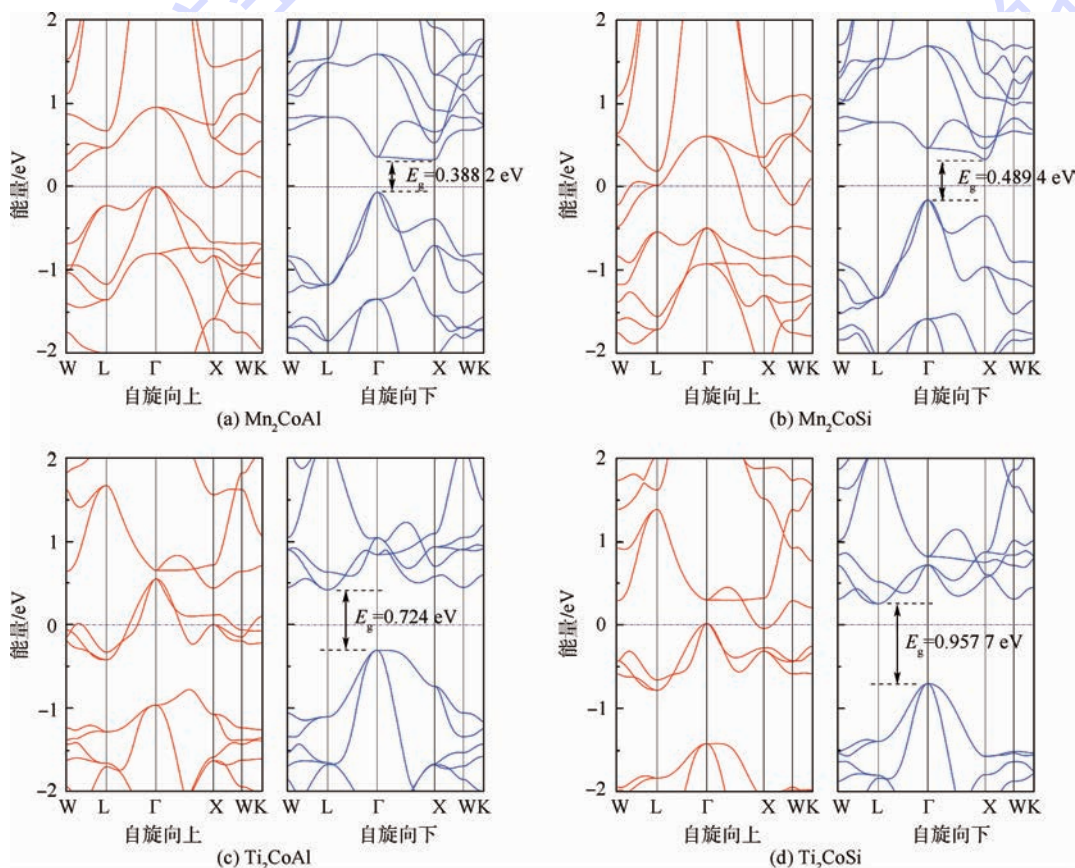
| 化合物        | a/<br>nm | Ti 或<br>$Mn_A/\mu_B$ | Ti 或<br>$Mn_B/\mu_B$ | Co/<br>$\mu_B$ | Si 或 Al/<br>$\mu_B$ | 总磁矩/<br>$\mu_B$ |
|------------|----------|----------------------|----------------------|----------------|---------------------|-----------------|
| $Mn_2CoAl$ | 0.5728   | -1.54                | 2.63                 | 0.95           | -0.01               | 2.00            |
| $Mn_2CoSi$ | 0.5615   | -0.51                | 2.62                 | 0.86           | 0.01                | 3.00            |
| $Ti_2CoAl$ | 0.6126   | 1.41                 | 0.82                 | -0.20          | -0.01               | 2.00            |
| $Ti_2CoSi$ | 0.6013   | 1.73                 | 0.92                 | 0.39           | -0.02               | 3.00            |

## 2.2 电子结构

为了研究  $M_2CoA$  型 Heusler 合金的电子结构,本文计算了沿第一布里渊区高对称点 W-L- $\Gamma$ -X-W-K 展开的能带结构。计算得到的  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的能带结构分别如图 2 所示。

图 2 中水平虚线表示费米能级 ( $E_f = 0$  eV)。从图 2 可以看出,  $M_2CoA$  型 Heusler 合金在不同自旋态下电子的能带结构分布是不一样的。对于自

旋向下的电子,  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  中均具有带隙,表现出半导体的特征,其 PBE 计算带隙分别为 0.388 2、0.489 4、0.724 和 0.957 7 eV。而对于自旋向上的电子,这几种化合物的能带结构差别较大。如图 2(a) 所示,在  $Mn_2CoAl$  自旋向上的能带结构中可以看到,其价带顶 (VBM) 在  $\Gamma$  点接触费米能级,而导带底 (CBM) 则在 X 点处接触费米能级,最终形成一种间接零带隙半导体。由于具有这种自旋向上能带结构中的零带隙特征与自旋向下能带结构中的开放带隙特征,  $Mn_2CoAl$  是一种自旋无带隙半导体<sup>[31]</sup>而不是一种普通的半金属亚铁磁体<sup>[23,29]</sup>,这与 Ouardi 等的实验结果<sup>[30]</sup>一致。根据图 2(b) 与图 2(c),  $Mn_2CoSi$  与  $Ti_2CoAl$  自旋向上的能带结构均表现出导电的金属特性。结合它们自旋向下的宽阔带隙的能带结构,  $Mn_2CoSi$  与  $Ti_2CoAl$  为自旋半金属。图 2(d) 中  $Ti_2CoSi$  自旋向上的能带结构表现出了与  $Mn_2CoAl$  相似的特征,即其 VBM 在  $\Gamma$  点接触费米能级,而 CBM 在 X 点处穿过费米能级,表现出半金属特性。



$E_g$ —禁带宽度。

图 2  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的能带结构

Fig. 2 Band structures of  $Mn_2CoAl$ ,  $Mn_2CoSi$ ,  $Ti_2CoAl$  and  $Ti_2CoSi$

为了更加清楚地理解  $M_2CoA$  型 Heusler 合金的自旋相关零带隙-宽带隙特性的形成机理,本文计算了  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的总态密度和分波态密度,如图3所示。图3中通过  $0\text{ eV}$  的垂直虚线表示费米能级  $E_f$ ,符号  $\uparrow$  和  $\downarrow$  分别代表自旋向上电子和自旋向下电子。从图3可以看出, $M_2CoA$  型 Heusler 合金总态密度中的低能量部分(对于  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  分别为  $-6$ 、 $-8$ 、 $-5$  和  $-8\text{ eV}$  以下)主要

来自  $A$  ( $A = Al, Si$ ) 原子的  $s$  态电子分波态密度的贡献。因而  $A$  原子的  $s$  电子对无带隙半导体的零带隙和宽带隙的形成几乎没有影响。总态密度中的部分能量区域( $Mn_2CoAl$  的  $-6 \sim -5\text{ eV}$  能量区域,  $Mn_2CoSi$  的  $-7 \sim -6\text{ eV}$  能量区域,  $Ti_2CoAl$  的  $-5 \sim -4\text{ eV}$  能量区域,  $Ti_2CoSi$  的  $-6 \sim -5\text{ eV}$  能量区域)主要来自  $A$  原子的  $p$  电子的贡献。而总态密度中  $-4 \sim 4\text{ eV}$  的区域主要由  $M$  ( $M = Mn, Ti$ ) 和  $Co$  原子的  $d$  电子所贡献。在 Heusler 化合

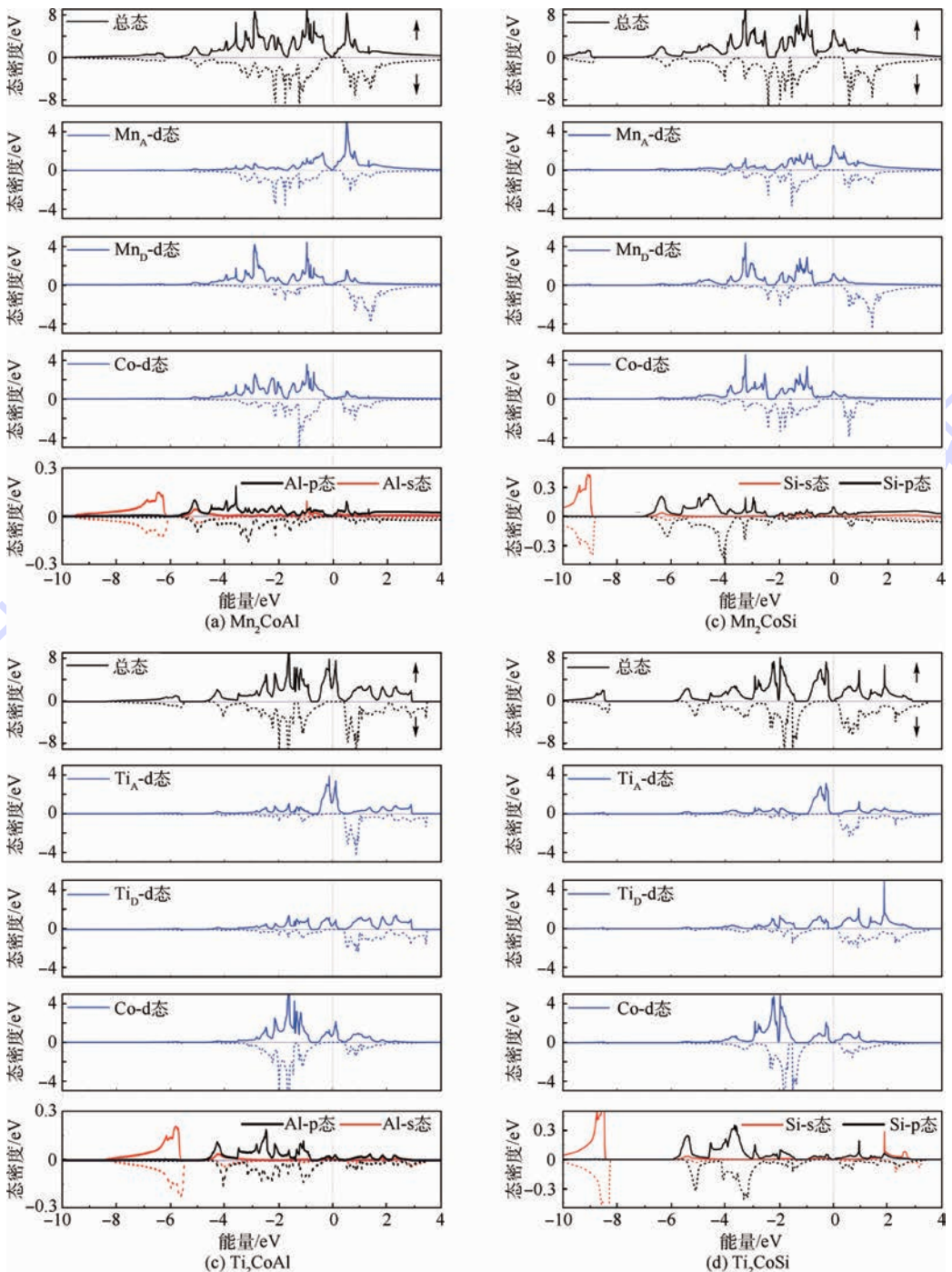


图3  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的总态密度和分波态密度

Fig. 3 Total densities of states and partial densities of states of  $Mn_2CoAl$ ,  $Mn_2CoSi$ ,  $Ti_2CoAl$  and  $Ti_2CoSi$

物  $Mn_2CoAl$  的自旋向上电子的态密度中,费米能级附近存在 4 个较强杂化峰。其中,位于  $-2 \sim -0.5$  eV 能量区域的 2 个杂化峰主要由  $Mn_D$ -d 和 Co-d 电子的轨道杂化作用贡献,而靠近费米能级附近 ( $-0.5 \sim 1$  eV) 的 2 个杂化峰则主要由  $Mn_A$ -d 电子贡献。在  $Mn_2CoAl$  的自旋向下电子的态密度中,费米能级附近存在 5 个较强杂化峰。其中位于费米能级以下 ( $-2 \sim 0$  eV) 的 2 个杂化峰主要由  $Mn_A$ -d 和 Co-d 电子的轨道杂化作用贡献,另外位于  $0 \sim 1$  eV 能量区域的 2 个杂化峰则来自  $Mn_A$  原子、 $Mn_D$  原子和 Co 原子的 d 电子间的强烈相互作用,剩下位于  $1 \sim 2$  eV 能量区域的杂化峰则来自  $Mn_D$  原子的 d 电子贡献。因此  $Mn_2CoAl$  无带隙半导体的零带隙和宽带隙的特征源于  $Mn_A$  原子、 $Mn_D$  原子与 Co 原子的 d 电子间的强烈相互作用,这与 Heusler 合金中半金属性带隙的产生类似<sup>[23]</sup>。对比图 3(b)、图 3(c) 和图 3(d),可以看到,在  $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  自旋向下电子的态密度中,费米能级附近 ( $-1.5 \sim 1.5$  eV) 存在若干个较强杂化峰。位于费米能级以上 ( $0 \sim 1.5$  eV) 的杂化峰来自 Mn/Ti 原子与 Co 的 d 电子的贡献。而费米能级以下 ( $-1.5 \sim 0$  eV),  $Mn_2CoSi$  的杂化峰主要由  $Mn_A$ -d 和 Co-d 电子的轨道杂化作用贡献, $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的杂化峰

则主要由 Co-d 电子贡献。所以  $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  宽阔带隙的形成与  $Mn_2CoAl$  类似,源于 Mn/Ti 原子与 Co 的 d 电子间的贡献强烈杂化作用。总而言之, $M_2CoA$  型 Heusler 合金的自旋相关零带隙-宽带隙的产生均源于  $M_A$  原子、 $M_D$  原子和 Co 原子的 d 电子间的强烈相互作用。

为了进一步确定  $M_2CoA$  型 Heusler 合金的结构稳定性,本文首先研究了它们的晶格动力学性质,图 4 给出了  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的声子谱。从图中可以看到, $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  具有较为类似的晶格动力学特征,它们的声子谱中均不存在振动频率为负值的虚频。也就是说  $M_2CoA$  型 Heusler 合金在晶格动力学上是稳定的。本文进一步采用应力-应变法<sup>[45]</sup> 计算了  $M_2CoA$  型 Heusler 合金的弹性常数来表征它们的力学性能稳定性。计算结果列于表 2 中。立方晶系的  $M_2CoA$  型 Heusler 合金总共有 3 个独立弹性常数,分别为  $c_{11}$ 、 $c_{12}$  和  $c_{44}$ 。立方晶系 3 个独立弹性常数的 Born 力学稳定性判据<sup>[46]</sup> 分别是:  $c_{11} > 0$ ,  $c_{44} > 0$ ,  $c_{11} > |c_{12}|$ ,  $(c_{11} + 2c_{12}) > 0$ 。可以看出,  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  均能够满足立方晶系的 Born 力学稳定性判据。所以  $M_2CoA$  型 Heusler 合金的在力学上也是稳定的。

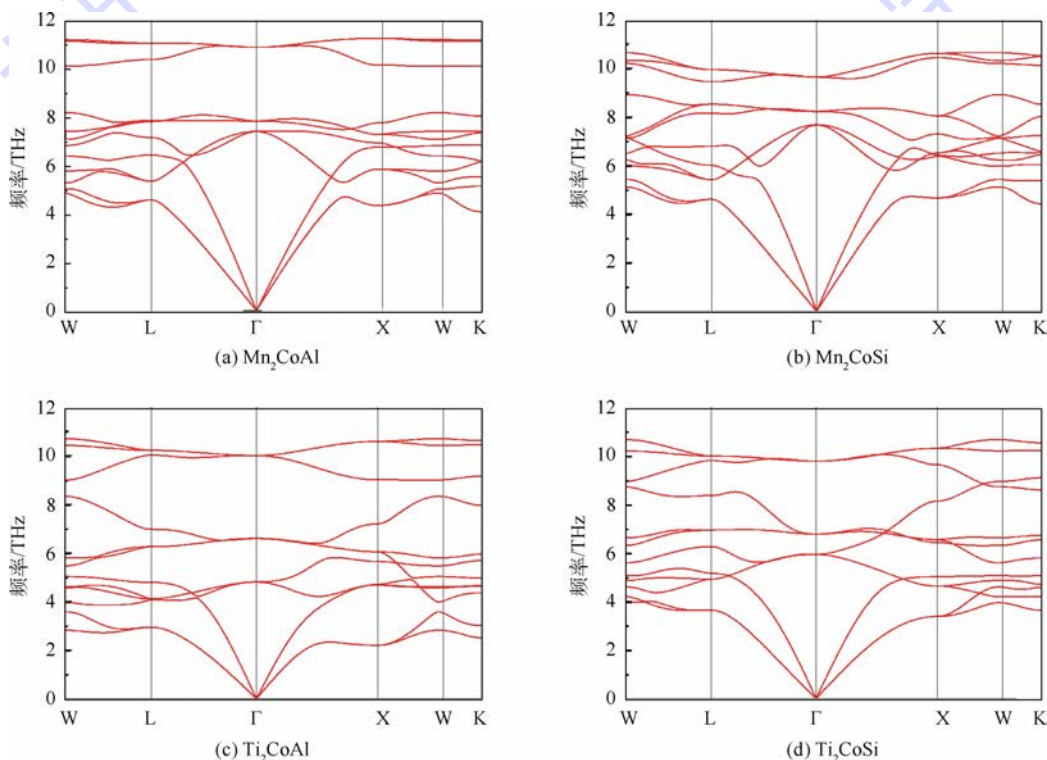


图 4  $Mn_2CoAl$ 、 $Mn_2CoSi$ 、 $Ti_2CoAl$  和  $Ti_2CoSi$  的声子谱

Fig. 4 Phonon dispersion spectrum of  $Mn_2CoAl$ ,  $Mn_2CoSi$ ,  $Ti_2CoAl$  and  $Ti_2CoSi$

表 2  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金的弹性常数Table 2 Elastic constants for  $M_2\text{CoA}$  type Heusler alloy

| 化合物                      | GPa      |          |          |
|--------------------------|----------|----------|----------|
|                          | $c_{11}$ | $c_{12}$ | $c_{44}$ |
| $\text{Mn}_2\text{CoAl}$ | 241.8    | 112.1    | 153.9    |
| $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ | 285.4    | 181.2    | 154.3    |
| $\text{Ti}_2\text{CoAl}$ | 185.2    | 111.2    | 96.1     |
| $\text{Ti}_2\text{CoSi}$ | 236.5    | 120.6    | 93.5     |

### 3 结 论

本文采用第一性原理方法对  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$ 、 $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ 、 $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  进行了系统性的研究,并详细分析了它们的电子结构、磁学性能与晶格动力学稳定性。主要结论如下:

1) 在基态下,  $\text{Mn}_2\text{CoAl}$  表现为自旋无带隙半导体,而  $\text{Mn}_2\text{CoSi}$ 、 $\text{Ti}_2\text{CoAl}$  和  $\text{Ti}_2\text{CoSi}$  表现为自旋半金属特征。

2)  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金的自旋相关零带隙-宽带隙的产生均源于  $M_A$  原子,  $M_B$  原子和 Co 原子的 d 电子间的强烈相互作用。

3) 计算得到的  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金的总磁矩符合 Slater-Pauling 规则。

4)  $M_2\text{CoA}$  型 Heusler 合金在晶格动力学和力学上均具有良好的稳定性。

### 参考文献 (References)

- [1] GRAF T, FELSER C, PARKIN S S P. Simple rules for the understanding of Heusler compounds[J]. Progress in Solid State Chemistry, 2011, 39(1): 1-50.
- [2] FELSER C, FECHER G H, BALKE B. Spintronics: A challenge for materials science and solid-state chemistry[J]. Angewandte Chemie International Edition, 2007, 46(5): 668-699.
- [3] HEUSLER F, STARCK W, HAUPT E. Magnetisch-chemische studien[J]. Verh DPG, 1903, 5: 220-223.
- [4] WU Y, WU B, WEI Z, et al. Structural, half-metallic and elastic properties of the half-Heusler compounds  $\text{NiMnM}$  ( $M = \text{Sb, As}$  and  $\text{Si}$ ) and  $\text{IrMnAs}$  from first-principles calculations[J]. Intermetallics, 2014, 53: 26-33.
- [5] AHMADIAN F, SALARY A. Half-metallicity in the inverse Heusler compounds  $\text{Sc}_2\text{MnZ}$  ( $Z = \text{C, Si, Ge, and Sn}$ ) [J]. Intermetallics, 2014, 46: 243-249.
- [6] SHAN R, SUKEGAWA H, WANG W H, et al. Demonstration of half-metallicity in Fermi-level-tuned Heusler alloy  $\text{Co}_2\text{FeAl}_{0.5}\text{Si}_{0.5}$  at room temperature[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(24): 246601.
- [7] BOMBOR D, BLUM C G F, VOLKONSKIY O, et al. Half-metallic ferromagnetism with unexpectedly small spin splitting in the Heusler compound  $\text{Co}_2\text{FeSi}$  [J]. Physical Review Letters, 2013, 110(6): 066601.
- [8] PICKETT W E. Single spin superconductivity [J]. Physical Review Letters, 1996, 77(15): 3185-3188.
- [9] KAINUMA R, IMANO Y, ITO W, et al. Magnetic-field-induced shape recovery by reverse phase transformation [J]. Nature, 2006, 439(7079): 957-960.
- [10] MANOSA L, GONZALEZ-ALONSO D, PLANES A, et al. Giant solid-state barocaloric effect in the Ni-Mn-In magnetic shape-memory alloy [J]. Nature Materials, 2010, 9(6): 478-481.
- [11] BISWAS A, SINGH G, SARKAR S K, et al. Hot deformation behavior of Ni-Fe-Ga-based ferromagnetic shape memory alloy—A study using processing map [J]. Intermetallics, 2014, 54: 69-78.
- [12] SEAMAN C L, DILLEY N R, DE ANDRADE M C, et al. Superconductivity and magnetism in the Heusler alloys  $\text{MPd}_2\text{Pb}$  ( $M = \text{rare earth, Th, and U}$ ) [J]. Physical Review B, 1996, 53(5): 2651-2657.
- [13] WINTERLIK J, FECHER G H, FELSER C, et al. Ni-based superconductor: Heusler compound  $\text{ZrNi}_2\text{Ga}$  [J]. Physical Review B, 2008, 78(18): 184506.
- [14] FU C, XIE H, LIU Y, et al. Thermoelectric properties of FeVSb half-Heusler compounds by levitation melting and spark plasma sintering [J]. Intermetallics, 2013, 32: 39-43.
- [15] KIM S W, KIMURA Y, MISHIMA Y. High temperature thermoelectric properties of TiNiSn-based half-Heusler compounds [J]. Intermetallics, 2007, 15(3): 349-356.
- [16] CHADOV S, QI X, KUBLER J, et al. Tunable multifunctional topological insulators in ternary Heusler compounds [J]. Nature Materials, 2010, 9(7): 541-545.
- [17] LIN H, WRAY L A, XIA Y, et al. Half-Heusler ternary compounds as new multifunctional experimental platforms for topological quantum phenomena [J]. Nature Materials, 2010, 9(7): 546-549.
- [18] VAN ENGEN P G, BUSCHOW K H J, JONGEBREUR R.  $\text{PtMnSb}$ , a material with very high magneto-optical Kerr effect [J]. Applied Physics Letters, 1983, 42(2): 202-204.
- [19] KRENKE T, DUMAN E, ACET M, et al. Inverse magnetocaloric effect in ferromagnetic Ni-Mn-Sn alloys [J]. Nature Materials, 2005, 4(6): 450-454.
- [20] DE GROOT R A, MUELLER F M, VAN ENGEN P G, et al. New class of materials: Half-metallic ferromagnets [J]. Physical Review Letters, 1983, 50(25): 2024-2027.
- [21] KUBLER J, WILLIAMS A R, SOMMERS C B. Formation and coupling of magnetic moments in Heusler alloys [J]. Physical Review B, 1983, 28(4): 1745-1755.
- [22] BARTH J, FECHER G H, BALKE B, et al. Itinerant half-metallic ferromagnets  $\text{Co}_2\text{TiZ}$  ( $Z = \text{Si, Ge, Sn}$ ): Ab initio calculations and measurement of the electronic structure and transport properties [J]. Physical Review B, 2010, 81(6): 064404.
- [23] LIU G D, DAI X F, LIU H Y, et al.  $\text{Mn}_2\text{CoZ}$  ( $Z = \text{Al, Ga, In, Si, Ge, Sn, Sb}$ ) compounds: Structural, electronic, and magnetic properties [J]. Physical Review B, 2008, 77(1): 014424.
- [24] GALANAKIS I, ÖZDOĞAN K, ŞAŞIOĞLU E, et al. Ab initio design of half-metallic fully compensated ferrimagnets: The case of  $\text{Cr}_2\text{MnZ}$  ( $Z = \text{P, As, Sb, and Bi}$ ) [J]. Physical Review B, 2007, 75(17): 172405.

- [25] XING N, GONG Y, ZHANG W, et al. First-principle prediction of half-metallic properties for the Heusler alloys  $V_2YSb$  ( $Y = Cr, Mn, Fe, Co$ ) [J]. *Computational Materials Science*, 2009, 45(2):489-493.
- [26] LUO H, ZHU Z, MA L, et al. Electronic structure and magnetic properties of  $Fe_2YSi$  ( $Y = Cr, Mn, Fe, Co, Ni$ ) Heusler alloys: A theoretical and experimental study [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2007, 40(22):7121-7127.
- [27] WANG W, LIU E, KODZUKA M, et al. Coherent tunneling and giant tunneling magnetoresistance in  $Co_2FeAl/MgO/CoFe$  magnetic tunneling junctions [J]. *Physical Review B*, 2010, 81(14):140402.
- [28] NIKOLAEV K, KOLBO P, POKHIL T, et al. "All-Heusler alloy" current-perpendicular-to-plane giant magnetoresistance [J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 94(22):222501.
- [29] XING N, LI H, DONG J, et al. First-principle prediction of half-metallic ferrimagnetism of the Heusler alloys  $Mn_2CoZ$  ( $Z = Al, Ga, Si, Ge$ ) with a high-ordered structure [J]. *Computational Materials Science*, 2008, 42(4):600-605.
- [30] OUARDI S, FECHER G H, FELSER C, et al. Realization of spin gapless semiconductors: The Heusler compound  $Mn_2CoAl$  [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(10):100401.
- [31] WANG X L. Proposal for a new class of materials: Spin gapless semiconductors [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(15):156404.
- [32] PICOZZI S, CONTINENZA A, FREEMAN A J.  $Co_2MnX$  ( $X = Si, Ge, Sn$ ) Heusler compounds: An ab initio study of their structural, electronic, and magnetic properties at zero and elevated pressure [J]. *Physical Review B*, 2002, 66(9):094421.
- [33] SINGH M, SAINI H S, THAKUR J, et al. Disorder dependent half-metallicity in  $Mn_2CoSi$  inverse Heusler alloy [J]. *Journal of Solid State Chemistry*, 2013, 208:71-77.
- [34] BAYAR E, KERVAN N, KERVAN S. Half-metallic ferrimagnetism in the  $Ti_2CoAl$  Heusler compound [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2011, 323(23):2945-2948.
- [35] BIRSAN A, PALADE P, KUNCSEK V. Prediction of half metallic properties in  $Ti_2CoSi$  Heusler alloy based on density functional theory [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2013, 331:109-112.
- [36] CHEN Y, WU B, YUAN H, et al. The defect-induced changes of the electronic and magnetic properties in the inverse Heusler alloy  $Ti_2CoAl$  [J]. *Journal of Solid State Chemistry*, 2015, 221:311-317.
- [37] FENG Y, WU B, YUAN H, et al. Magnetism and half-metallicity in bulk and (1 0 0) surface of Heusler alloy  $Ti_2CoAl$  with  $Hg_2CuTi$ -type structure [J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2013, 557:202-208.
- [38] SKAFTOUROUS S, ÖZDOĞAN K, ŞAŞIOĞLU E, et al. Search for spin gapless semiconductors: The case of inverse Heusler compounds [J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102(2):022402.
- [39] HAFNER J. Ab-initio simulations of materials using VASP: Density-functional theory and beyond [J]. *Journal of Computational Chemistry*, 2008, 29(13):2044-2078.
- [40] PERDEW J P, BURKE K, WANG Y. Generalized gradient approximation for the exchange-correlation hole of a many-electron system [J]. *Physical Review B*, 1996, 54(23):16533-16539.
- [41] PERDEW J P, WANG Y. Accurate and simple analytic representation of the electron-gas correlation energy [J]. *Physical Review B*, 1992, 45(23):13244-13249.
- [42] SKAFTOUROUS S, ÖZDOĞAN K, ŞAŞIOĞLU E, et al. Generalized Slater-Pauling rule for the inverse Heusler compounds [J]. *Physical Review B*, 2013, 87(2):024420.
- [43] GALANAKIS I, DEDERICHS P H, PAPANIKOLAOU N. Slater-Pauling behavior and origin of the half-metallicity of the full-Heusler alloys [J]. *Physical Review B*, 2002, 66(17):174429.
- [44] MEINERT M, SCHMALHORST J-M, REISS G. Exchange interactions and Curie temperatures of  $Mn_2CoZ$  compounds [J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2011, 23(11):116005.
- [45] SUN Z M, AHUJA R, LOWTHER J E. Mechanical properties of vanadium carbide and a ternary vanadium tungsten carbide [J]. *Solid State Communications*, 2010, 150(15-16):697-700.
- [46] WU Z, ZHAO E, XIANG H, et al. Crystal structures and elastic properties of superhard  $IrN_2$  and  $IrN_3$  from first principles [J]. *Physical Review B*, 2007, 76(5):054115.

#### 作者简介:

林道斌 男, 硕士研究生。主要研究方向: 材料设计及应用。

Tel.: 18020765058

E-mail: dabin@stu.xmu.edu.cn

周健 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 金属间化合物。

Tel.: 010-82339256

E-mail: jzhou@buaa.edu.cn

# First-principles investigation of Heusler alloys $M_2CoA$ ( $M = Mn, Ti; A = Al, Si$ )

LIN Daobin<sup>1</sup>, SA Baisheng<sup>2</sup>, ZHOU Jian<sup>3,\*</sup>, SI Chen<sup>3</sup>, SUN Zhimei<sup>3</sup>

(1. College of Materials, Xiamen University, Xiamen 361005, China;

2. School of Materials Science and Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350100, China;

3. School of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The electronic structure and magnetic properties of the  $M_2CoA$  type Heusler alloys  $Mn_2CoAl$ ,  $Mn_2CoSi$ ,  $Ti_2CoAl$  and  $Ti_2CoSi$  were systematically investigated using first-principles calculations based on the density functional theory. The results show that  $Mn_2CoAl$  is a ferrimagnetic spin gapless semiconductor;  $Mn_2CoSi$  and  $Ti_2CoAl$  are ferrimagnetic spin half-metals, while  $Ti_2CoSi$  is a ferromagnetic spin half-metal. The total spin magnetic moments of the  $M_2CoA$  type Heusler alloys are integers, obeying the Slater-Pauling rule. By analyzing the band structures and electronic density of states, the origin of spin gapless semiconductor as well as half-metal were revealed. The calculation results of phonon dispersion curves and elastic constants show that all the  $M_2CoA$  type Heusler alloys are stable in the lattice dynamics and mechanics.

**Key words:** Heusler alloy; first-principles; spin gapless semiconductor; half-metal; Slater-Pauling rule

**Received:** 2015-04-08; **Accepted:** 2015-05-29; **Published online:** 2015-06-05 15:48

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150605.1548.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150605.1548.001.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (51225205,61274005); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-14-RSC-100)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-82339256 E-mail: jzhou@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0208

# 基础振动诱发的流体-管道轴向耦合振动特性

刘森<sup>1</sup>, 张怀亮<sup>1,2,\*</sup>, 彭欢<sup>1</sup>

(1. 中南大学 机电工程学院, 长沙 410083; 2. 中南大学 高性能复杂制造国家重点实验室, 长沙 410083)

**摘 要:** 针对轴向基础振动对管道和流体波动的影响, 运用轴向基础振动下液压直管道轴向耦合振动数学模型, 推导了4种不同管端约束方式下的边界条件, 并采用特征线法对不同约束方式下基础振动诱发的管内流体波动进行了研究, 分析了管端约束方式、约束刚度、基础振动参数、结构参数对管道出口压力波动幅值的影响。结果表明: 与两端固定约束相比, 出口轴向自由和入口轴向自由时出口流体压力波动幅值分别增大了很多, 且出口处约束刚度越大, 压力波动幅值越小; 基础振动频率越大, 流固耦合作用越剧烈; 压力波动幅值随基础振动幅值增大而线性增大; 流体流经管道的距离越长, 流体波动越剧烈。分析结果能为制定相应的管道振动控制策略提供理论依据。

**关键词:** 基础振动; 液压管道; 流固耦合; 压力波动; 特征线法

**中图分类号:** TH113.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0610-09

处于恶劣工况环境下的工程装备, 如全断面硬岩掘进机、矿山机械等, 在工作过程中载荷突变会使机器基础产生强烈的振动, 液压管道作为液压系统的重要元件之一, 安装在机器基础上, 剧烈的基础振动会加剧管道振动和引起管内流体产生流速和压力的巨大波动, 波动的流体会对下游液压系统造成大的冲击, 严重影响液压元件的性能和寿命。因此, 有必要以处于基础振动环境下的液压管道为研究对象, 对基础振动诱发的管道-流体耦合振动特性进行研究, 为制定相应的管道振动控制策略提供理论依据。

近年来, 较多国内外学者围绕管道-流体耦合振动问题已进行了一些研究, 多集中在流体瞬变诱发的输流管道振动<sup>[1-3]</sup>和充液管道在冲击载荷下的流体振动方面<sup>[4-6]</sup>, 杨超<sup>[7]</sup>研究了阀门突然关闭时水锤作用对管道轴向振动响应的影响, 分析了连接耦合、泊松耦合、结构阻尼等对流体响应的影响规律; Perotti等<sup>[8]</sup>以充液的复合材料管道

为对象, 通过实验和仿真研究了管内流体冲击诱发的管道流固耦合振动响应情况, 分析了复合材料纤维缠绕角度对流体振动的影响。Kucienska等<sup>[9]</sup>研究了由阀门突然关闭引发的水锤作用下管道的切应力响应问题, 深入分析了切应力响应的变化步骤及其影响因素。Rocha等<sup>[10]</sup>运用广义线性混合模型(GLIMM)方法数值求解了管道流固耦合轴向振动响应, 得到了流体在冲击载荷下的动态响应。Zhu等<sup>[11]</sup>运用CFD软件仿真研究了三通管内流体压力和流速分布的流动特性, 并分析了入口流速、分支管径和分支角度对流体流动特性和管道切应力及变形的影响。

综上, 对管道-流体耦合振动的研究中, 其振动诱发因素主要来自于流体瞬变引起的水锤作用, 如阀门突然关闭、管端受锤击、液体受冲击载荷等<sup>[12-15]</sup>, 但以处于基础振动环境下的输流管道为研究对象, 对基础振动诱发的管道-流体耦合振动进行研究鲜见报道。

收稿日期: 2015-04-10; 录用日期: 2015-04-24; 网络出版时间: 2015-06-03 14:12

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150603.1412.003.html

基金项目: 国家“973”计划(2013CB035404)

\* 通讯作者: Tel.: 0731-88876810 E-mail: zhl2001@csu.edu.cn

**引用格式:** 刘森, 张怀亮, 彭欢. 基础振动诱发的流体-管道轴向耦合振动特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 610-618.  
LIU S, ZHANG H L, PENG H. Fluid-pipe coupling axis vibration characteristics induced by foundation vibration[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 610-618 (in Chinese).

针对轴向基础振动对液压管道内流体的影响,将液压管道简化为两端受约束的输流管道单元,研究轴向基础振动下流体-管道耦合振动特性,分析系统参数对管道出口流体波动的影响规律,为管道抗振策略的制定提供理论指导。

## 1 输流管道轴向流固耦合振动模型建立

### 1.1 假设条件

①管内流体为无黏性、无内外能量交换的一维流动;②不考虑径向惯性力;③忽略初始应力的影响;④管道材料各向同性;⑤仅研究流体扰动沿轴向的变化;⑥考虑结构阻尼与流体的黏性摩擦力;⑦不考虑流体内部阻尼;⑧在基础振动环境中,安装管道的基础在外界轴向激励作用下做简谐运动。基础振动的表达式为: $N_1 = N \sin \omega_1 t$ ,其中: $N$ 为轴向基础振动幅值; $\omega_1$ 为轴向基础振动频率; $t$ 为时间。

### 1.2 轴向振动数学模型

考虑轴向基础振动的作用,并结合流固耦合轴向运动4-方程模型<sup>[16]</sup>,得到简谐基础振动下的输流管道流固耦合轴向运动数学模型,即

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho_f} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = - \frac{\lambda_f (V - u_z) |V - u_z|}{4R}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \left( \frac{1}{K} + \frac{2R}{Ee} \right) \frac{\partial P}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{C_p}{\rho_p A_p} u_z = \frac{\lambda_f \rho_f (V - u_z) |V - u_z|}{4\rho_p e} + N\omega^2 \sin(\omega_1 t)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} - \frac{\nu R}{Ee} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

式中: $P$ 和 $V$ 分别为流体的压力和流速; $\rho_f$ 和 $\rho_p$ 分别为流体密度和管道密度; $\lambda_f$ 为流体的摩擦系数; $u_z$ 和 $\sigma_z$ 分别为管道轴向速度和轴向应力; $R$ 和 $e$ 分别为管道内半径和管壁厚度; $K$ 为流体体积压缩模量; $E$ 为管道弹性模量; $\nu$ 为泊松比; $C_p$ 为管道材料黏性阻尼系数; $z$ 为轴向坐标值; $A_p$ 为管道截面面积。

## 2 耦合模型特征线法求解

### 2.1 特征线方程推导

为方便求解,将方程组写成统一矩阵形式:

$$\mathbf{A} \frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\Phi}(z, t) + \mathbf{B} \frac{\partial}{\partial z} \boldsymbol{\Phi}(z, t) = \mathbf{r}(z, t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 均为方程的系数矩阵; $\boldsymbol{\Phi}(z, t)$ 为未知

变量构成的矢量; $\mathbf{r}(z, t)$ 为方程右端的组成矢量:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\rho_f c_f^2)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \nu R (E\delta)^{-1} & 0 & -(\rho_f c_p^2)^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \rho_f^{-1} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho_p^{-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Phi}(z, t) = \begin{bmatrix} V \\ P \\ u_z \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}(z, t) = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda_f (V - u_z) |V - u_z|}{4R} \\ 0 \\ \frac{\lambda_f \rho_f (V - u_z) |V - u_z|}{4\rho_p e} + N\omega_1^2 \sin(\omega_1 t) - \frac{C_p}{\rho_p A_p} u_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中: $c_f^2 = \left[ \frac{\rho_f}{K} + (1 + \nu) \frac{2\rho_f R}{Ee} \right]^{-1}$ ;  $c_p^2 = \frac{E}{\rho_p}$ ;  $\delta$ 为管道厚度。

方程式(1)的特征值方程为 $|\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}| = 0$ ,即: $\lambda^4 - \gamma^2 \lambda^2 + c_f^2 c_p^2 = 0$ ,其中: $\lambda$ 为特征值; $\gamma^2 = 1 + 2\nu^2 \frac{\rho_f}{\rho_p} \cdot \frac{R}{e} c_f^2 + c_p^2$ 。

计算得到特征值为

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[ \gamma^2 - (\gamma^4 - 4c_f^2 c_p^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$\lambda_{3,4}^2 = \frac{1}{2} \left[ \gamma^2 + (\gamma^4 - 4c_f^2 c_p^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

并引入转换矩阵 $\mathbf{S}$ 与变量 $\boldsymbol{\eta}(z, t)$ ,以对耦合方程进行解耦: $\boldsymbol{\Phi}(z, t) = \mathbf{S} \boldsymbol{\eta}(z, t)$ ,其中: $\mathbf{S} = (\mathbf{T} \mathbf{A})^{-1}$ , $\mathbf{T}$ 的定义为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_1 \\ 1 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{12} = \begin{bmatrix} 2\nu \frac{\lambda_1^2}{c_p^2 - \lambda_1^2} & 2\nu \frac{c_p^2 \lambda_1}{c_p^2 - \lambda_1^2} \\ 2\nu \frac{\lambda_2^2}{c_p^2 - \lambda_2^2} & 2\nu \frac{c_p^2 \lambda_2}{c_p^2 - \lambda_2^2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{21} = \begin{bmatrix} \rho_f \frac{\nu}{E} \cdot \frac{R}{e} \cdot \frac{c_f^2 \lambda_3^2}{c_f^2 - \lambda_3^2} & \rho_f \frac{\nu}{E} \cdot \frac{R}{e} \cdot \frac{c_f^2 \lambda_3^3}{c_f^2 - \lambda_3^2} \\ \rho_f \frac{\nu}{E} \cdot \frac{R}{e} \cdot \frac{c_f^2 \lambda_4^2}{c_f^2 - \lambda_4^2} & \rho_f \frac{\nu}{E} \cdot \frac{R}{e} \cdot \frac{c_f^2 \lambda_4^3}{c_f^2 - \lambda_4^2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{22} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_3^2}{c_p^2} & \lambda_3 \\ \frac{\lambda_4^2}{c_p^2} & \lambda_4 \end{bmatrix}$$

代入式(1):  $AS \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial t} + BS \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial z} = \mathbf{r}$ , 左乘  $S^{-1}A^{-1}$  可得

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\eta}(z, t) + \mathbf{A} \frac{\partial}{\partial z} \boldsymbol{\eta}(z, t) = S^{-1}A^{-1} \mathbf{r}$$

其中:  $\mathbf{A} = S^{-1}A^{-1}BS$ ,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \lambda_3 & \\ & & & \lambda_4 \end{bmatrix},$$

$\lambda_i$  为特征方程  $|\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}| = 0$  的特征值,  $i = 1, 2, 3, 4$ 。进而得到式(1)的解耦形式为

$$\frac{\partial \boldsymbol{\eta}_i(z, t)}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial \boldsymbol{\eta}_i(z, t)}{\partial z} = (S^{-1}A^{-1} \mathbf{r})_i$$

沿特征方向:  $\frac{dz}{dt} = \lambda_i$

将  $\boldsymbol{\eta}$ 、 $S$  及式(1)中的  $\mathbf{A}$  代入, 得到常微分方程组:

$$\begin{cases} \alpha_i \left( \frac{dV}{dt} \right) \pm \beta_i \left( \frac{dP}{dt} \right) + \gamma_i \left( \frac{du_z}{dt} \right) \pm \delta_i \left( \frac{d\sigma_z}{dt} \right) = q_i \\ \frac{dz}{dt} = \lambda_i = \pm \bar{c}_i \quad i = 1, 2 \\ \alpha_i \left( \frac{dV}{dt} \right) \pm \beta_i \left( \frac{dP}{dt} \right) + \gamma_i \left( \frac{du_z}{dt} \right) \pm \delta_i \left( \frac{d\sigma_z}{dt} \right) = q_i \\ \frac{dz}{dt} = \lambda_i = \pm \bar{c}_p \quad i = 3, 4 \end{cases} \quad (2)$$

式中:

$$\alpha_i = 1; \beta_i = \lambda_i (\rho_i c_i^2)^{-1} + 2\nu \frac{c_p^2 \lambda_i}{c_p^2 - \lambda_i^2} \nu R (E\delta)^{-1}$$

$$\gamma_i = 2\nu \frac{\lambda_i^2}{c_p^2 - \lambda_i^2} \quad \delta_i = -2(\rho_i c_i^2)^{-1} \nu \frac{c_i^2 \lambda_i}{c_p^2 - \lambda_i^2}$$

$$q_i = -\frac{\lambda_i (V - u_z) |V - u_z|}{4R} + 2\nu \frac{\lambda_i^2}{c_p^2 - \lambda_i^2} \cdot$$

$$\left( \frac{\lambda_i \rho_i (V - u_z) |V - u_z|}{4\rho_p e} + N\omega_1^2 \sin(\omega_1 t) - \frac{C_d}{\rho_p A_p} u_z \right)$$

$i = 1, 2$

$$\alpha_i = \rho_i \frac{\nu}{E} \cdot \frac{R}{e} \cdot \frac{c_i^2 \lambda_i^2}{c_i^2 - \lambda_i^2}$$

$$\beta_i = \rho_i \frac{\nu}{E} \cdot \frac{R}{e} \cdot \frac{c_i^2 \lambda_i^3}{c_i^2 - \lambda_i^2} (\rho_i c_i^2)^{-1} + \lambda_i \nu R (E\delta)^{-1}$$

$$\gamma_i = \frac{\lambda_i^2}{c_p^2} \quad \delta_i = -(\rho_i c_i^2)^{-1} \lambda_i$$

$$q_i = -\frac{\lambda_i (V - u_z) |V - u_z|}{4R} \rho_i \frac{\nu}{E} \cdot \frac{R}{e} \cdot \frac{c_i^2 \lambda_i^2}{c_i^2 - \lambda_i^2} +$$

$$\frac{\lambda_i^2}{c_p^2} \left[ \frac{\lambda_i \rho_i (V - u_z) |V - u_z|}{4\rho_p e} +$$

$$N\omega_1^2 \sin \omega_1 t - \frac{C_d}{\rho_p A_p} u_z \right] \quad i = 3, 4$$

式中:  $\bar{c}_i$  和  $\bar{c}_p$  均为特征线算法计算中的斜率。

将式(2)中的第1个和第3个方程用差分形式表示, 并沿各自的特征线积分, 得到:

$$(u_z)_{S'} = \left[ \int_{B_1}^{S'} q_i dt + \int_{B_2}^{S'} q_i dt - \frac{\alpha_i}{\alpha_1} \left( \int_{A_1}^{S'} q_i dt + \int_{A_2}^{S'} q_i dt \right) - (f(A_1) + f(A_2) + f(B_1) + f(B_2)) \right] / (2\gamma_i - 2\gamma_i \frac{\alpha_i}{\alpha_1})$$

$$(V)_{S'} = \left[ \int_{B_1}^{S'} q_i dt + \int_{B_2}^{S'} q_i dt - (f(B_1) + f(B_2) + 2\gamma_i (u_z)_{S'}) \right] / (2\alpha_i)$$

$$(\sigma_z)_{S'} = \left[ \int_{B_1}^{S'} q_i dt - \int_{B_2}^{S'} q_i dt - \frac{\beta_i}{\beta_1} \left( \int_{A_1}^{S'} q_i dt - \int_{A_2}^{S'} q_i dt \right) - (f(B_1) - f(B_2) + \frac{\alpha_i}{\alpha_1} \cdot \frac{\beta_i}{\beta_1} f(A_1) - \frac{\alpha_i}{\alpha_1} \cdot \frac{\beta_i}{\beta_1} f(A_2)) \right] / (2\delta_i - 2\delta_i \frac{\beta_i}{\beta_1})$$

$$(P)_{S'} = \left[ \int_{B_1}^{S'} q_i dt - \int_{B_2}^{S'} q_i dt - (f(B_1) - f(B_2) + 2\delta_i (\sigma_z)_{S'}) \right] / (2\beta_i)$$

式中:

$$f(A_1) = \frac{\alpha_i}{\alpha_1} (\alpha_1 V(A_1) + \beta_1 P(A_1) + \gamma_1 u_z(A_1) + \delta_1 \sigma_z(A_1))$$

$$f(A_2) = \frac{\alpha_i}{\alpha_1} (\alpha_1 V(A_2) - \beta_1 P(A_2) + \gamma_1 u_z(A_2) - \delta_1 \sigma_z(A_2))$$

$$f(B_1) = -(\alpha_i V(B_1) + \beta_1 P(B_1) + \gamma_i u_z(B_1) + \delta_i \sigma_z(B_1))$$

$$f(B_2) = -(\alpha_i V(B_2) - \beta_1 P(B_2) + \gamma_i u_z(B_2) - \delta_i \sigma_z(B_2))$$

其中:  $S'$ 、 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $B_1$  和  $B_2$  为时间空间坐标系内的节点。

求解过程中, 沿管道轴向和时间方向按最小波速划分计算网格, 由于结构中纵波速度  $c_p$  和流体中的声波  $c_f$  不同, 特征线与空间坐标轴的交点并不是网格节点, 因此如图 1(a) 中的  $A_1$ 、 $A_2$  与图 1(b) 中的  $B_1$ 、 $B_2$  点上的参数值需要插值获得。根据不同空间步长:  $\Delta z = c_f \Delta t$  和  $\Delta z = c_p \Delta t$  划分网格单元, 可以分为时间插值计算和空间插值计算 2 种。由于空间插值在处理边界附近的数据时, 要对边界数据进行插值, 从而增大了数值计算的误差, 而时间插值则可直接获得边界条件数据进

行计算,因此采用先空间插值计算,当得到满足时间插值计算的数据时,再采用时间插值计算,即设波速比  $c_p/c_f = M + N'$ , 其中  $M$  为整数部分,  $N'$  为小数部分。从  $t = 0$  时刻开始,利用初始条件,并结合边界条件,使用空间插值网格计算得到  $t = \Delta t, 2\Delta t, \dots, M\Delta t$  时刻线上的参数值,然后从  $t = (M + 1)\Delta t$  时刻开始采用时间插值网格求解。

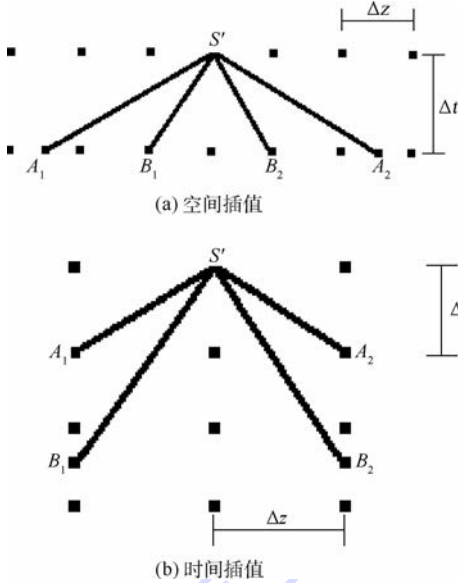


图1 空间插值和时间插值特征线

Fig.1 Spatial interpolation and time interpolation characteristic line

## 2.2 算例模型和基本参数确定

算例模型参照文献[16]的试验装置,如图2所示,液压系统由变量恒压泵-直管-电磁换向阀组成。油液由油泵送出,经溢流阀、蓄能器流入管道,在管道出口处用流量控制阀调节流量,以设置管道出口流体流速恒定;蓄能器保证管道入口处压力恒定。

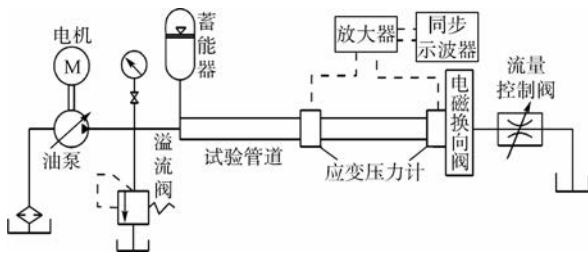


图2 算例模型系统简图

Fig.2 System schematic of example model

管道约束模型如图3所示,管道两端用弹性元件进行固定,当  $K_1$  或  $K_2$  为  $\infty$  时,表示该端固定;当  $K_1$  或  $K_2$  为 0 时,表示该端自由;介于两者之间表示该端弹性约束。基本参数设定如下:管长  $L = 2\text{ m}$ ;  $R = 0.019\text{ m}$ ;  $e = 0.003\text{ m}$ ;  $E = 210\text{ GPa}$ ;

$\rho_f = 890\text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_p = 7800\text{ kg/m}^3$ ;  $\nu = 0.3$ ; 入口压力  $P_{z=0} = 10\text{ MPa}$ ; 出口流速  $V_{z=L} = 3\text{ m/s}$ ;  $\lambda_f = 0.023$ ;  $K = 1.4888\text{ GPa}$ 。

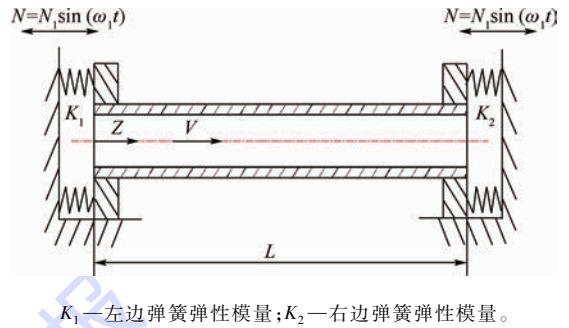


图3 管道约束模型

Fig.3 Model of pipe constraint

## 2.3 初始条件和边界条件推导

初始时管道内流速恒定,管道轴向振动速度为零,忽略模型方程式(1)中的时间相关项并对各式积分,在根据管道两端边界条件确定积分常数,得到初始条件为

$$V_f = 3\text{ m/s} \quad P = P_0 - \lambda_f \rho_f \frac{V_f^2}{4R} z$$

$$u_z = 0\text{ m/s} \quad \sigma_z = -\lambda_f \rho_f \frac{V_f^2}{8} \cdot \frac{(L-z)}{e}$$

考虑4种不同管道约束方式:①  $K_1 = \infty$ ,  $K_2 = 0$  时,入口固定出口轴向自由;②  $K_1 = 0$ ,  $K_2 = \infty$  时,出口固定入口轴向自由;③  $K_1 = K_2 = \infty$  时,两端固定;④  $K_1 = \infty$ ,  $K_2 = k$  时,入口固定,出口弹性约束。

4种方式中,边界上的4个参数并不都是已知的,对于未知的量要通过式(2)和已知的参数得到。

1) 入口固定出口轴向自由

入口边界条件:

$$P(0, t) = P_0 = 10\text{ MPa}$$

$$u_z(0, t) = -N\omega_1 \sin(\omega_1 t)$$

$$f(B_1) = \left[ 2 \left( \beta_f \frac{\delta_f}{\delta_f} - \frac{\beta_f \delta_f}{\delta_f} \right) P(0, t) + \right.$$

$$2 \left( \frac{\gamma_f \alpha_f}{\alpha_f} - \gamma_f \right) u_z(0, t) +$$

$$\left. \left( \frac{\delta_f}{\delta_f} + \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \right) f(B_2) + 2 \frac{\alpha_f}{\alpha_f} f(A_2) \right] / \left( \frac{\delta_f}{\delta_f} - \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \right)$$

$$V_f(0, t) = \frac{-(f(B_1) + f(B_2) + 2\gamma_f u_z(0, t))}{2\alpha_f}$$

$$f(A_1) = -f(A_2) - f(B_1) - f(B_2) +$$

$$2 \left( \gamma_f - \frac{\gamma_f \alpha_f}{\alpha_f} \right) u_z(0, t)$$

$$\sigma_z(0,t) = \frac{-f(B_1) + f(B_2) - \alpha_f \beta_f (f(A_1) - f(A_2))}{2(\alpha_f \beta_f) \left( \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\alpha_f} \right)}$$

出口边界条件:

$$f(A_2) = \left[ 2 \left( \alpha_f \frac{\gamma_f}{\gamma_f} - \alpha_f \right) V(L,t) + \frac{2(\delta_f \beta_f - \delta_f \beta_f)}{\beta_f + \delta_f} P(0,t) - 2f(B_1) - \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \left( \frac{\gamma_f}{\gamma_f} + 1 \right) f(A_1) \right] / \left[ \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \left( \frac{\gamma_f}{\gamma_f} - 1 \right) \right]$$

$$f(B_2) = 2 \left( \alpha_f \frac{\gamma_f}{\gamma_f} - \alpha_f \right) V(L,t) - \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \cdot \frac{\gamma_f}{\gamma_f} f(A_1) - \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \cdot \frac{\gamma_f}{\gamma_f} f(A_2) - f(B_1)$$

$$u_z(L,t) = \frac{-(f(A_1) + f(A_2) + f(B_1) + f(B_2))}{2 \left( \gamma_f - \gamma_f \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \right)}$$

$$\sigma_z(L,t) = \frac{-f(B_1) + f(B_2) - \alpha_f \beta_f (f(A_1) - f(A_2))}{2\alpha_f \beta_f \left( \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\alpha_f} \right)}$$

$$V_z(L,t) = V_0 = 3 \text{ m/s}$$

$$P(L,t) = \frac{-f(B_1) + f(B_2) - 2\delta_f \sigma_z(L,t)}{2\delta_f}$$

2) 出口固定入口轴向自由

出口边界条件:

$$u_z(L,t) = -N\omega_1 \sin(\omega_1 t)$$

$$V_z(L,t) = V_0 = 3 \text{ m/s}$$

$$\sigma_z(L,t) = \left[ -\alpha_f \beta_f f(A_1) / (\alpha_f \beta_f) - f(B_1) + \right.$$

$$V_z(L,t) \left( \frac{\alpha_f \beta_f}{\beta_f} - \alpha_f \right) +$$

$$\left. u_z(L,t) \left( \frac{\gamma_f \beta_f}{\beta_f} - \gamma_f \right) \right] / \left( \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\alpha_f} \right)$$

$$P(L,t) = \left[ -f(B_1) - \alpha_f V_z(L,t) - \gamma_f u_z(L,t) + \delta_f \sigma_z(L,t) \right] / \beta_f$$

入口边界条件:

$$P(0,t) = P_0 = 10 \text{ MPa}$$

$$f(B_1) = f(B_2) - 2(\beta_f + \delta_f) P(0,t) + 2\delta_f P(L,t)$$

$$f(A_1) = \left\{ -f(B_1) + f(B_2) + \frac{\alpha_f \beta_f}{\alpha_f \beta_f} f(A_2) - \right.$$

$$\left. 2 \left[ \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\beta_f} (P(0,t) - P(L,t)) \right] \right\} / \frac{\alpha_f \beta_f}{\alpha_f \beta_f}$$

$$u_z(0,t) = \frac{-(f(A_1) + f(A_2) + f(B_1) + f(B_2))}{2 \left( \gamma_f - \gamma_f \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \right)}$$

$$V_f(0,t) = \frac{-(f(B_1) + f(B_2) + 2\gamma_f u_z(0,t))}{2\alpha_f}$$

$$\sigma_z(0,t) = \left[ -f(B_1) + f(B_2) - \alpha_f \beta_f (f(A_1) - f(A_2)) \right] / \left[ 2\alpha_f \beta_f \left( \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\alpha_f} \right) \right]$$

3) 两端固定

入口边界条件:

$$P(0,t) = P_0 = 10 \text{ MPa}$$

$$u_z(0,t) = -N\omega_1 \sin(\omega_1 t)$$

$$f(B_1) = \left[ 2 \left( \beta_f - \frac{\beta_f \delta_f}{\delta_f} \right) P(0,t) + 2 \left( \frac{\gamma_f \alpha_f}{\alpha_f} - \gamma_f \right) u_z(0,t) + \left( \frac{\delta_f}{\delta_f} + \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \right) f(B_2) + 2 \frac{\alpha_f}{\alpha_f} f(A_2) \right] / \left( \frac{\delta_f}{\delta_f} - \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \right)$$

$$V_f(0,t) = \frac{-(f(B_1) + f(B_2) + 2\gamma_f u_z(0,t))}{2\alpha_f}$$

$$f(A_1) = -f(A_2) - f(B_1) - f(B_2) + 2 \left( \gamma_f - \frac{\gamma_f \alpha_f}{\alpha_f} \right) u_z(0,t)$$

$$\sigma_z(0,t) = \left[ -f(B_1) + f(B_2) - \alpha_f \beta_f (f(A_1) - f(A_2)) \right] / \left[ 2\alpha_f \beta_f \left( \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\alpha_f} \right) \right]$$

出口边界条件:

$$u_z(L,t) = -N\omega_1 \sin(\omega_2 t)$$

$$V_z(L,t) = V_0 = 3 \text{ m/s}$$

$$\sigma_z(L,t) = \left[ -\alpha_f \beta_f f(A_1) / (\alpha_f \beta_f) - \right.$$

$$f(B_1) + V_z(L,t) \left( \frac{\alpha_f \beta_f}{\beta_f} - \alpha_f \right) +$$

$$\left. u_z(L,t) \left( \frac{\gamma_f \beta_f}{\beta_f} - \gamma_f \right) \right] / \left( \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\alpha_f} \right)$$

$$P(L,t) = (-f(B_1) - \alpha_f V_z(L,t) - \gamma_f u_z(L,t) + \delta_f \sigma_z(L,t)) / \beta_f$$

4) 入口固定,出口弹性约束

入口边界条件

$$P(0,t) = P_0 = 10 \text{ MPa}$$

$$u_z(0,t) = -N\omega_1 \sin(\omega_1 t)$$

$$V_f(0,t) = \frac{-(f(B_1) + f(B_2) + 2\gamma_f u_z(0,t))}{2\alpha_f}$$

$$\sigma_z(0,t) = \left[ -f(B_1) + f(B_2) - \alpha_f \beta_f (f(A_1) - f(A_2)) \right] / \left[ 2\alpha_f \beta_f \left( \delta_f - \delta_f \frac{\beta_f}{\alpha_f} \right) \right]$$

出口边界条件

$$\frac{\partial u_z(L,t)}{\partial t} - \frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{C_d}{\rho_p A_p} u_z(L,t) =$$

$$k \left( \int_0^t u_z(L,t) dt - N_1 \sin(\omega t) \right) +$$

$$\frac{\lambda \rho_f (V(L,t) - u_z(L,t)) | V(L,t) - u_z(L,t) |}{4\rho_p e}$$

$$\frac{\partial u_z(L,t)}{\partial z} - \frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma_z(L,t)}{\partial t} - \frac{\nu R}{Ee} \cdot \frac{\partial P(L,t)}{\partial t} = 0$$

$$V_z(L,t) = V_0 = 3 \text{ m/s}$$

### 3 系统参数对流固耦合振动特性影响

#### 3.1 约束方式对流体振动响应的影响

3种不同的管道约束方式的出口流体压力振动响应如图4所示。

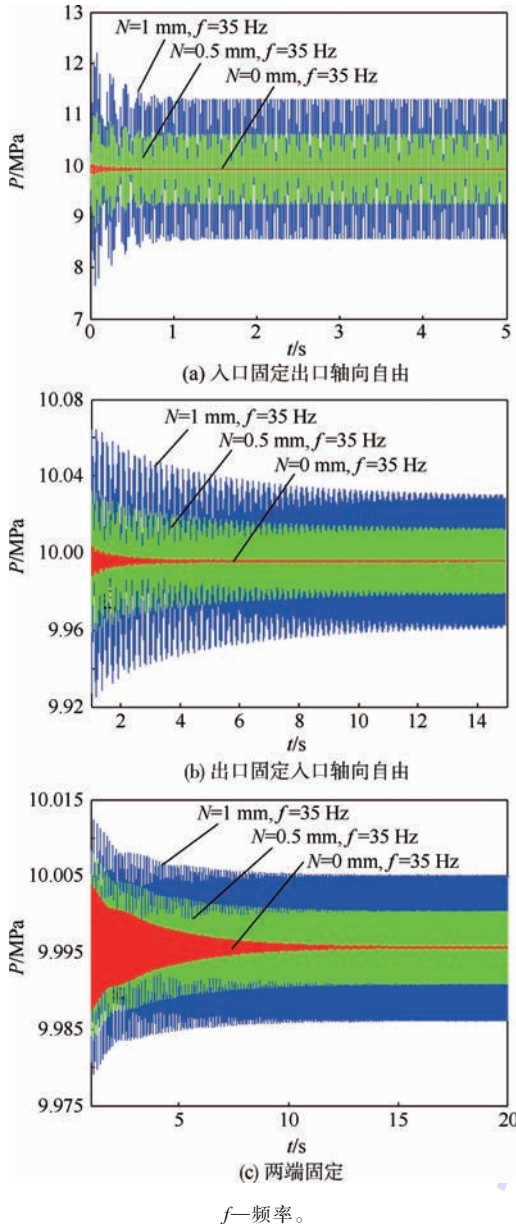


图4 入口固定出口轴向自由,出口固定入口轴向自由和两端固定时出口压力的振动响应

Fig. 4 Vibration response of outlet pressure with inlet fixed and outlet axial free, outlet fixed and inlet axial free, both ends fixed

由图4可知,轴向基础振动下,由于流固耦合作用,管道出口流体压力会出现波动,且其平均值会因为压力损失而略小于进口压力值。对于3种

不同的管端约束,入口固定出口轴向自由时,管道出口处流体压力波动幅值最大,基础振动幅值为1 mm 时其值达到1.32 MPa,入口轴向自由时次之,为0.035 MPa,两端固定时出口压力波动最小,波动幅值只有0.009 MPa,跟两端固定约束方式相比,出口轴向自由和入口轴向自由时出口流体压力波动幅值分别增大了3个和2个数量级,这是因为在基础振动的作用下,管道发生剧烈的轴向振动,并由于流体和管壁之间的相互耦合,使流体产生压力波动,压力波动反过来又影响着管道的振动,彼此间相互作用使振动能量在流体和固体间相互传递。管端轴向自由时,会因管道轴向变形和泊松耦合加剧,流体压能和管壁振动能量之间的转换程度变得更强,更多的基础振动能量流入到流体中,因此压力波动幅值比两端固定约束时大,同时,入口固定出口轴向自由约束时,管道出口附近的管壁轴向运动是轴向基础振动和轴向变形的叠加,在流固耦合中有更多流向流体的转化能量,所以表现出比出口固定入口轴向自由约束时的流体压力波动幅值大。

同时,从同一管端约束的3组不同基础振动来看,基础振动幅值越大,出口流体压力波动越强。单独讨论入口固定出口轴向自由的管道,相同频率(35 Hz)、幅值为1 mm 的基础振动作用下的出口流体压力波动幅值是幅值为0.5 mm 下波动幅值的1.34倍。这一方面是由于基础振动幅值的增大使管道系统的总振动能量输入增多,从而使传递到流体的振动能量增大,另一方面是因为基础振动幅值的增大加大了流体与管道之间的相对运动,从而加剧了流固耦合的程度,使流体-管道之间的传递能量增多。

#### 3.2 基础振动对流体振动响应的影响

以入口固定出口自由约束管道为例,分析基础振动参数对出口流体压力振动响应的影响规律。图5(a)和图5(b)分别给出了出口流体压力波动幅值基础振动幅值和频率的变化规律。

可以看到,波动幅值随频率的变化先增大后减小,在约40 Hz 时达到最大值,此时管道流体出现共振,耦合作用最剧烈。随着频率进一步增大,波动幅值又有增大的趋势,说明基础振动频率越大,管道与流体之间的振动能量传递就越多,大的振动频率不利于流体的稳定性,也表明基础振动频率不仅会因为共振而引起管道振动加剧,从而增大流体波动,还会通过改变流固耦合的作用程度而影响流体波动,另外,压力波动幅值随着基础振动幅值增大而线性增大,35 Hz 基础振动频率

下,振幅每增大 1 mm,压力波动幅值增大 1.36 MPa。与 2 mm 振幅相比,5 mm 振幅下的出口压力波动幅值增大了 2.43 倍。

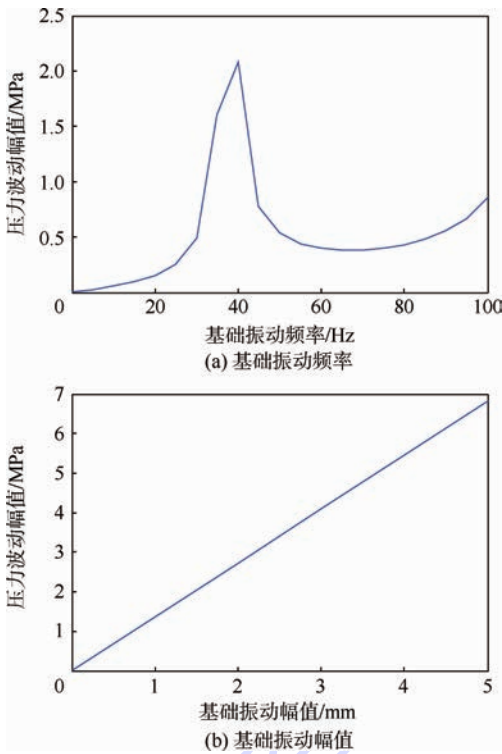


图 5 基础振动频率和基础振动幅值对压力波动幅值的影响

Fig.5 Influence of foundation vibration frequency and foundation vibration amplitude on pressure fluctuation amplitude

### 3.3 约束刚度对流体振动响应的影响

以其他参数为定值,改变约束条件为入口固定出口弹性约束 ( $K_1 = \infty, K_2 = k$ ) 时的弹性刚度  $k$ ,分析约束刚度对管道出口流体波动的影响。

引入相对弹簧刚度  $\bar{k} = kL/(EA_p)$ ,则基础振幅不同时管道出口流体压力波动幅值随相对弹簧刚度  $\bar{k}$  的变化规律如图 6 所示。

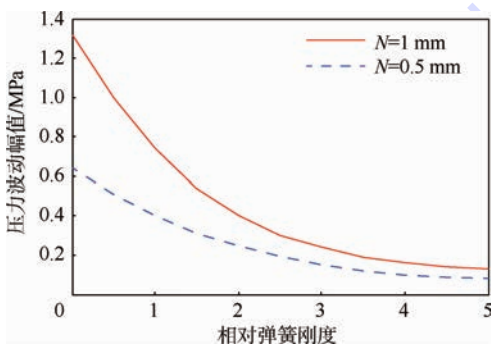


图 6 弹性约束刚度对压力波动幅值的影响

Fig.6 Influence of elastic constraint stiffness on pressure fluctuation amplitude

由图 6 可知,随着约束刚度的增大,出口流体压力波动幅值减小,且其减小率越来越小,当相对弹簧刚度  $\bar{k} > 5$  时波动幅值基本保持不变,并且越来越接近同一参数设定下两端固定时的值,可认为此时的管道变为两端固定约束。

### 3.4 结构参数对流体振动响应的影响

根据液压管道的实际尺寸范围,以出口固定入口轴向自由管道为例,研究管道长度在 1 ~ 5 m、厚度在 2 ~ 10 mm 范围内,管道长度和厚度对出口流体压力振动响应的影响,结果如图 7 (a) 和图 7 (b) 所示。

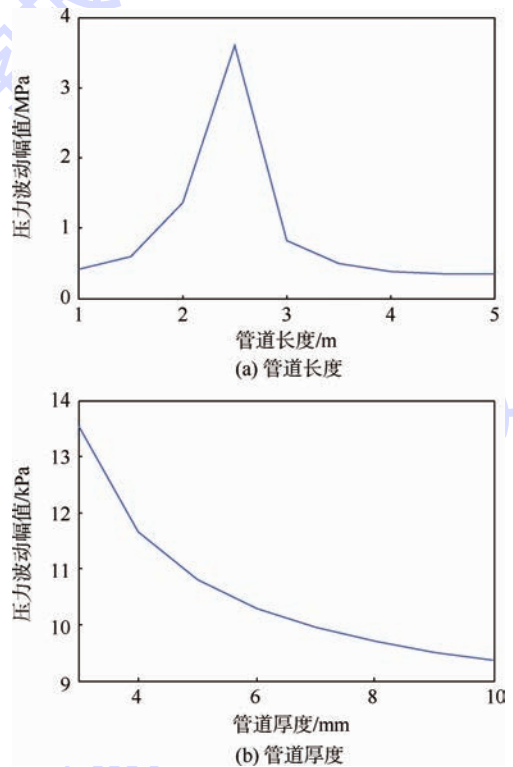


图 7 管道长度和管道厚度对压力波动幅值的影响

Fig.7 Influence of pipe length and pipe thickness on pressure fluctuation amplitude

结果表明:在 1 ~ 5 m 范围内,随管道长度的增大,压力波动幅值先增大后减小,在约 2.5 m 处达到最大,这是由于管道约为 2.5 m 时,管道的固有频率跟仿真时所设定的基础振动频率接近,管道发生共振,使流固耦合程度迅速增强,从而导致流体压力波动幅值显著增大。

随着管壁厚度增加,管道刚度的增大会使管道自由端截面轴向运动速度减小,流固耦合程度和流体-管道之间能量的传递将减小,从而引起出口流体压力波动幅值减小,且厚度越大波动幅值的减小率越小。

### 3.5 泊松比对流体振动响应的影响

泊松耦合是管道和流体之间能量传递和转换

的重要因素,对管道动态特性的影响极为明显;同时流体和固体的耦合长度也会直接影响到流体的动态特性,因此,对于一定长度的管道,其从入口到出口不同截面上的流体受耦合距离的不同,会出现不同的波动幅值,图8给出了3种泊松比下入口端自由出口端固定约束管道流体压力的波动幅值随不同截面的变化情况。

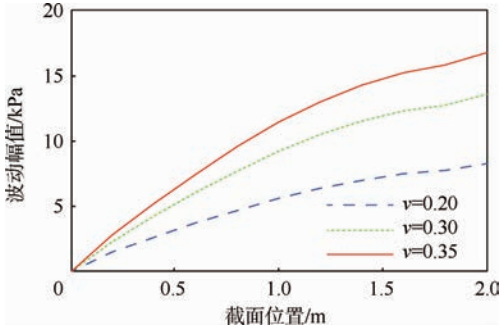


图8 不同泊松比下各截面位置的压力波动

Fig.8 Pressure fluctuation of each section with different Poisson's ratio

结果显示,流体流经管道的距离越长,流体压力波动幅值越大,这是因为大的流经长度增加了流体与管道之间的能量转换的时间和空间,流体获得了更多的振动能量,从而加大了流体的波动。但流体的波动幅值随截面位置的变化并非严格的线性增大,而是越接近出口其增长率越小,特别是到出口附近时,受出口边界条件的限制,会使曲线出现小幅度下凹。从不同泊松比的角度来看,泊松比越大,同一截面上流体的波动幅值越大,与泊松比 $\nu=0.20$ 相比,泊松比为0.30和0.35时管道出口处流体压力的波动幅值分别增大了1.74倍和2.15倍,说明泊松耦合对管道的影响不能被忽略。

## 4 结论

1) 跟两端固定约束相比,出口轴向自由和入口轴向自由时流体出口压力波动幅值分别增大了3个和2个数量级,且出口处约束刚度越大,压力波动幅值越小。

2) 入口端自由出口端固定时,流体流经管道的距离越长,流体波动越剧烈;泊松比越大,同一截面上流体的波动幅值越大,泊松耦合对管道的影响不能被忽略。

### 参考文献 (References)

[1] TIJSSELING A S. Water hammer with fluid-structure interaction in thick-walled pipes[J]. Computers and Structures, 2007, 85(1):844-851.

[2] JEONG H Y, INABA K. Fluid-structure interaction in water-filled thin pipes of anisotropic composite materials[J]. Journal of Fluids and Structures, 2013, 36(2):162-173.

[3] RIEDELMEIER S, BECKER S, SCHLUCKER E. Measurements of junction coupling during water hammer in piping systems[J]. Journal of Fluids and Structures, 2014, 48(2):156-168.

[4] HAN J H, KIMA Y J, KARKOY M. Wave propagation modeling of fluid-filled pipes using hybrid analytical/two-dimensional finite element method[J]. Wave Motion, 2014, 51(1):1193-1208.

[5] 吕海艳. 输流管道流固耦合振动的频域分析[D]. 南京: 河海大学, 2006:10-18.  
LV H Y. Analysis of fluid-structure interaction effect on frequency domain in delivery pipeline[D]. Nanjing: Hehai University, 2006:10-18 (in Chinese).

[6] 杨超, 范士娟. 输流管道流固耦合振动的数值分析[J]. 振动与冲击, 2009, 28(6):2148-2157.  
YANG C, FAN S J. Numerical analysis of fluid-structure coupling vibration of fluid-conveying[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(6):2148-2157 (in Chinese).

[7] 杨超. 非恒定流充液管系统耦合振动特性及振动抑制[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007:9-16.  
YANG C. Vibration characteristics of unsteady-fluid-filled pipe system and vibration restrain[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2007:9-16 (in Chinese).

[8] PEROTTI L E, DEITERDING R, INABA K, et al. Elastic response of water-filled fiber composite tubes under shock wave loading[J]. International Journal of Solids and Structures, 2013, 50(7):473-486.

[9] KUCIENSKA B, SEYNHAEVE J M, GIOT M. Friction relaxation model for fast transient flows application to water hammer in two-phase flow—The WAHA code[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2008, 34(1):188-205.

[10] ROCHA R G, DE FREITAS RACHID F B. Numerical solution of fluid-structure interaction in piping systems by Glimm's method[J]. Journal of Fluids and Structures, 2012, 28(2):392-415.

[11] ZHU H J, ZHANG W L, FENG G, et al. Fluid structure interaction computational analysis of flow field shear stress distribution and deformation of three-limb pipe[J]. Engineering Failure Analysis, 2014, 42(1):252-262.

[12] 谢敬华. 盾构液控系统流固耦合长管道效应研究[D]. 长沙: 中南大学, 2010:12-15.  
XIE J H. Long pipeline effect of the shield machine based on fluid-structure interaction[D]. Changsha: Central South University, 2014:12-15 (in Chinese).

[13] 李松, 马建中, 高李霞, 等. 水锤引起的管道振动特性分析[J]. 核动力工程, 2008, 29(6):25-29.  
LI S, MA J Z, GAO L X, et al. Analysis of pipeline vibration induced by water hammer[J]. Nuclear Power Engineering, 2008, 29(6):25-29 (in Chinese).

[14] 李飞, 孙凌玉, 张广越, 等. 圆柱壳结构入水过程的流固耦合仿真与试验[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(9):1117-1120.  
LI F, SUN L Y, ZHANG G Y, et al. Simulation and experiment

of cylinder shell structure dropping into water based on fluid structure interaction[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(9): 1117-1120 (in Chinese).

[15] ARICI M E. Heat transfer analysis for a concentric tube heat exchanger including the wall axial conduction[J]. Heat Transfer Engineering, 2010, 35(2): 152-159.

[16] 何永森, 刘邵英. 机械管内流体数值预测[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 76-85.

HE Y S, LIU S Y. Numerical prediction of fluid in mechanical pipe[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999: 76-85 (in Chinese).

#### 作者简介:

刘森 男, 硕士研究生。主要研究方向: 液压系统动力学。

Tel.: 18207400567

E-mail: 25344291@qq.com

张怀亮 男, 博士, 教授。主要研究方向: 液压系统动力学。

Tel.: 0731-88876810

E-mail: zhl2001@csu.edu.cn

彭欢 男, 硕士研究生。主要研究方向: 液压系统动力学。

Tel.: 15200898981

E-mail: 450159658@qq.com

## Fluid-pipe coupling axis vibration characteristics induced by foundation vibration

LIU Sen<sup>1</sup>, ZHANG Huailiang<sup>1,2,\*</sup>, PENG Huan<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

2. State Key Laboratory of High Performance and Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** In view of the effect of axial foundation vibration on pipe and fluid fluctuation, an axial coupling vibration mathematical model of direct hydraulic pipeline was used to deduce boundary conditions under four different pipe end constraints, and method of characteristics was adopted to study the fluid fluctuation in pipe induced by foundation vibration under different constraints. The influences of bound manner, restraint stiffness, foundation vibration parameters and structural parameters on pipe outlet pressure fluctuation amplitude were analyzed. The results indicate that the outlet pressure fluctuation amplitudes increase a lot respectively when export axial and entrance axial are free, compared with fixed constraints of both ends. And the greater the exit restraint stiffness is, the smaller the pressure fluctuation amplitude is; the higher vibration frequency is, the stronger fluid-solid interaction is; the pressure fluctuation amplitude increases linearly with the increase of foundation vibration amplitude; the longer the distance of fluid flowing through the pipe is, the severer the fluid fluctuating is. The analysis results could provide a theoretical basis for the formulation of corresponding pipe vibration control strategy.

**Key words:** foundation vibration; hydraulic pipe; liquid-solid interaction; pressure fluctuation; method of characteristics

**Received:** 2015-04-10; **Accepted:** 2015-04-24; **Published online:** 2015-06-03 14:12

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150603.1412.003.html

**Foundation item:** National Basic Research Program of China (2013CB035404)

\* **Corresponding author.** Tel.: 0731-88876810 E-mail: zhl2001@csu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0219

# LD30 铝合金与 304 不锈钢低温钎焊润湿性研究

熊欢, 曲文卿\*

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)



**摘 要:** 采用 LD30 铝合金与 304 不锈钢低温钎焊工艺进行润湿性研究。通过润湿性研究对比, 选用了 60Sn-40Pb、Sn-3.5Ag 和 35Sn-40Pb-25Bi 3 种适用于 LD30 铝合金和 304 不锈钢的低熔点钎料, 并针对每种钎料选取与之相匹配的钎剂。分析了接头的微观组织、化合物相成分和 X 射线探伤。结果表明: 60Sn-40Pb 和 35Sn-40Pb-25Bi 与  $H_3PO_4$  组合在 304 不锈钢上润湿性很好; 不锈钢与镀镍层铝合金钎焊试验时, 60Sn-40Pb 和 35Sn-40Pb-25Bi 与 50%  $H_3PO_4$  + 50% 乙二醇组合润湿性很好; Sn-3.5Ag 钎料润湿性相对较差。

**关键词:** LD30 铝合金; 304 不锈钢; 润湿性; 低温钎焊; 钎料

**中图分类号:** TG454

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0619-06

环路热管作为一种新型热控技术, 是一种两相的高效传热装置<sup>[1]</sup>。它具有传热温差小、传热性能好、可靠性好、远距离传输热量和控温特性良好等优点, 已逐渐应用到航天器热控制系统中, 其核心部分-蒸发器由铝合金集热座和内衬毛细芯的不锈钢管钎焊连接组成。目前, 开展铝合金集热座与不锈钢管的软钎焊技术研究并获取质量和性能优异的钎焊结构已成为该领域内的关键技术<sup>[2-4]</sup>。

铝合金与不锈钢 2 种材料在物理、化学和力学性能上存在巨大差异, 给铝合金与不锈钢的焊接带来一定的困难, 如容易出现焊接接头性能差, 易产生裂纹、夹渣和大变形等焊接缺陷<sup>[5-7]</sup>。本文中, 要求控制适当的温度 (170 ~ 250℃) 进行 2 种材料的钎焊连接, 故采用铝合金和不锈钢的低温钎焊连接技术<sup>[8]</sup>。

本文重点研究了 LD30 铝合金与 304 不锈钢的软钎焊润湿性。结合不锈钢和铝合金的钎焊性, 对不锈钢和铝合金工件进行前期的表面处理, 选择合适的钎料钎剂, 进行润湿性试验对比, 并

进行了钎焊接头的 X 射线探伤、化合物相成分及微观组织分析。本文工作对环路热管的发展有很好的指导和评价意义, 为新一代航天飞行器热控制系统的研制和生产提供了理论依据和试验基础。

## 1 试验材料与方法

### 1.1 试验材料

大量的研究表明铝的钎焊性不好, 通过镀镍的方法可以降低铝合金表面的摩擦系数, 改善润湿性, 改善铝合金的焊接性, 并且可以避免界面处的腐蚀<sup>[9-12]</sup>。本试验采用 304 不锈钢和表面镀镍的 LD30 铝合金进行钎焊试验。

液相线温度低于 250℃ 的钎料合金中常用的元素有锡、铅、银、铋、铜、铈和镉, 由于锡元素容易与多种金属元素形成良好的结合, 且其合金的熔点较低, 因此, 锡合金是本试验最理想的钎料<sup>[13-14]</sup>。本试验采用 3 种钎料: 60Sn-40Pb、Sn-3.5Ag 和 35Sn-40Pb-25Bi。

铝的软钎剂目前可分为 2 种: 无机反应型铝

收稿日期: 2015-04-13; 录用日期: 2015-05-22; 网络出版时间: 2015-08-03 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.007.html

\* 通讯作者: Tel.: 010-82317702 E-mail: quwenqing@buaa.edu.cn

**引用格式:** 熊欢, 曲文卿. LD30 铝合金与 304 不锈钢低温钎焊润湿性研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 619-624.

XIONG H, QU W Q. Low-temperature brazing wettability research of LD30 aluminum alloy and 304 stainless steel[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 619-624 (in Chinese).

软钎剂和有机型铝软钎剂。无机反应型铝软钎剂的基质是重金属盐,加入一些氟化物做破膜剂,但焊点周围较脏,清洗不干净容易引起腐蚀;有机型铝软钎剂主要由氟硼酸盐和有机胺组成<sup>[15]</sup>。

根据技术要求和母材的处理工艺,试验分别选用7种钎剂钎焊LD30铝合金和304不锈钢,其成分分别见表1和表2。按照表1和表2中的成分配置每种钎剂各10g。

表1 不锈钢钎剂

Table 1 Solder flux of stainless steel

| 钎剂代号 | 主要成分  |
|------|---|
| A    | 100wt% $H_3PO_4$  |
| B    | 50wt% $H_3PO_4$ , 50wt% $H_2O$                                    |
| C    | 10wt% $CdCl_2$ , 5wt% $SnCl_2$ , 41wt% $H_2O$ , 40wt% 甘油, 4wt% 盐酸 |
| D    | 50wt% 乙二醇, 25wt% $H_3PO_4$ , 25wt% 盐酸乙二胺                          |
| E    | 90wt% $ZnCl_2$ , 8wt% $NH_4Cl$ , 2wt% NaF                         |
| F    | 75wt% $ZnCl_2$ , 23wt% $NH_4Cl$ , 2wt% NaF                        |
| G    | 75wt% $ZnCl_2$ , 25wt% $NH_4Cl$                                   |

表2 铝合金钎剂

Table 2 Solder flux of aluminum alloy

| 钎剂代号 | 主要成分                                       |
|------|--|
| a    | 50wt% $H_3PO_4$ , 50wt% $H_2O$             |
| b    | 40wt% $H_3PO_4$ , 60wt% $H_2O$             |
| c    | 35wt% $H_3PO_4$ , 65wt% $H_2O$             |
| d    | 30wt% $H_3PO_4$ , 70wt% $H_2O$             |
| e    | 25wt% $H_3PO_4$ , 5wt% 盐酸乙二胺, 70wt% $H_2O$ |
| f    | 75wt% $ZnCl_2$ , 25wt% $NH_4Cl$ , 加酒精调成糊状  |
| g    | 50wt% $H_3PO_4$ , 50wt% 乙二醇                |

## 1.2 试验方法

焊前将LD30铝合金与304不锈钢进行超声波清洗,将3种钎料与7种钎剂(A~G)分别组合,进行钎料在不锈钢304试片表面的润湿性试验。铝合金在镀镍后将3种钎料与7种钎剂(a~g)分别组合,在铝合金试片表面进行润湿试验。

将试样放进电阻炉中,加热至230℃,钎缝间隙为0.5mm,然后进行炉中钎焊。采用X射线探伤仪对钎缝进行探伤,采用Olympus BX51M金相显微镜对钎缝金相组织进行观测,采用JSM-5800扫面电镜对化合物成分进行分析,判断钎缝质量。

## 2 试验结果与分析

### 2.1 润湿性试验

通过对LD30铝合金和304不锈钢的焊接性分析,选择的钎料共有3种:60Sn-40Pb, Sn-3.5Ag, 35Sn-40Pb-25Bi,针对这3种钎料,分别配制了适用于LD30铝合金和304不锈钢的钎剂

各7种。每种钎剂配以同等质量的钎料,计算铺展面积进行对比。

为了优化钎料组分,选择出1种或2种最适于钎焊铝合金与不锈钢的焊料组合,使钎焊接头具有最优的性能,需要对选择的钎料和钎剂组合进行润湿性试验。

#### 2.1.1 304 不锈钢试片上润湿试验结果

图1为3种钎料在不锈钢钎剂表面润湿效果。

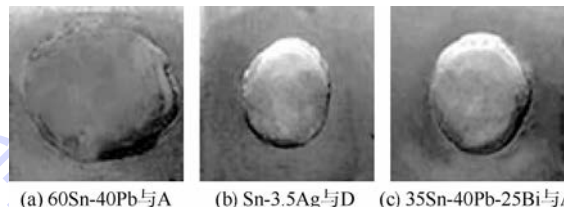


图1 不同钎料钎剂组合在不锈钢钎剂表面的润湿效果

Fig. 1 Wetting effects of different solder and solder flux combinations on solder flux of stainless steel surface

用划分网格的方法对润湿试验后的钎料铺展面积进行计算,得出表3的数据。

表3 不锈钢试片上钎料的铺展面积

Table 3 Brazing material spreading area on stainless steel specimens  $cm^2$

| 钎料             | 钎剂种类 |      |      |      |      |      |      |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
|                | A    | B    | C    | D    | E    | F    | G    |
| 60Sn-40Pb      | 1.80 | 1.10 | 1.02 | 1.50 | 1.32 | 1.10 | 0.77 |
| Sn-3.5Ag       | 0.70 | 0.60 | 0.78 | 1.30 | 0.70 | 0.90 |      |
| 35Sn-40Pb-25Bi | 1.60 | 1.22 | 0.80 | 1.39 | 1.24 | 1.10 | 0.71 |

60Sn-40Pb钎料在230℃时与7种钎剂组合,在不锈钢表面均能润湿,有着较Sn-3.5Ag和35Sn-40Pb-25Bi好的润湿性,铺展面积大,钎料表面具有光亮的金属光泽,由图1(a)可以看出,其焊点平整、规则,边界整齐,润湿性能良好。

Sn-3.5Ag钎料在230℃时与A~F这6种钎剂组合,在不锈钢表面均能润湿,清洗后钎料表面光洁,润湿性不及60Sn-40Pb,铺展面积最小,焊点较高。由图1(b)可以看出,焊点平整、规则,边界整齐,润湿性能较好,与G钎剂组合出现不润湿现象。35Sn-40Pb-25Bi钎料在230℃时与7种钎剂组合,在不锈钢表面均能润湿,由图1(c)可以看出,焊点平整、规则,边界整齐,润湿性能良好,铺展面积稍低于60Sn-40Pb钎料,但由于加入了Bi元素,使其熔点更低,故更适于低温软钎焊试验。

A~F这6种钎剂均能与3种钎料组合,润湿不锈钢表面,润湿效果各异,润湿效果最好的钎剂为A( $H_3PO_4$ ),焊后残留物最少,且为液态,容易清洗;钎剂B由于其中磷酸含量的降低,润湿效

果较 A 差,活性时间短,但残留物更少、状态与 A 相同;钎剂 C、E 和 F 在 3 种钎料的试验温度下活性均不能达到最佳,试片冷却后在表面留有难于去除的固态残留;钎剂 C 和 G 的作用效果相近,钎料的铺展面积最小,且有黑色残留物。

### 2.1.2 镀镍铝合金试片上润湿试验结果

在镀镍 LD30 铝合金钎剂表面,3 种钎料的铺展润湿效果如图 2 所示。



(a) 60Sn-40Pb与g (b) Sn-3.5Ag与g (c) 35Sn-40Pb-25Bi与g

图2 不同钎料钎剂组合在铝合金钎剂表面的润湿效果  
Fig.2 Wetting effects of different solder and solder flux combinations on solder flux of aluminum alloy surface

同样,用划分网格的方法对润湿试验后的钎料铺展面积进行计算,得出表 4 的数据。

表 4 热镀镍铝合金试片上钎料的铺展面积

Table 4 Brazing material spreading area on hot nickel plating aluminum alloy specimens  $\text{cm}^2$

| 钎料             | 钎剂种类 |      |      |      |      |      |      |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
|                | a    | b    | c    | d    | e    | f    | g    |
| 60Sn-40Pb      | 1.41 | 1.37 | 0.90 | 0.75 | 0.80 | 0.48 | 1.31 |
| Sn-3.5Ag       | 0.58 | 0.51 | 0.46 | 0.40 | 0.46 | 0.34 | 0.59 |
| 35Sn-40Pb-25Bi | 1.28 | 1.27 | 0.68 | 0.52 | 0.55 | 0.40 | 1.24 |

3 种钎料与 a ~ g 这 7 种钎剂分别组合进行润湿性试验,从表 4 中可以看出,它们均能在热镀镍铝合金试片表面润湿。如图 2 所示,焊点形状规则、铺展面积稳定,钎料表面整齐光洁,热镀镍层在钎剂的作用下不易破坏。Sn-3.5Ag 钎料在热镀镍铝合金表面润湿性较差,铺展面积仅为 35Sn-40Pb-25Bi 和 60Sn-40Pb 钎料铺展面积的一半,但焊点光亮,形状为规则的圆形,如图 2(b) 所示。

a ~ g 这 7 种钎剂与 3 种钎料组合,在热镀镍铝合金试片表面润湿效果各异,其中 a、b 和 g 润湿效果相差不大,残留物少,且为液态,容易去除。在钎剂作用的区域,LD30 铝合金表面的热镀镍层无破坏现象。

综合以上试验分析结果,无论是在 304 不锈钢表面,还是在 LD30 铝合金表面,60Sn-40Pb 都有着最好的润湿性,但钎焊温度略高,与  $\text{H}_3\text{PO}_4$  组合可以在不锈钢表面有良好的润湿性,同样在镀镍铝合金表面也能达到使用要求;35Sn-40Pb-25Bi 具有试验温度低的特点,润湿性

试验结果比 60Sn-40Pb 稍差一点,但也满足使用要求;Sn-3.5Ag 的润湿性最差。

### 2.2 钎焊试件内部缺陷检测

钎剂选择  $\text{H}_3\text{PO}_4$  (预涂不锈钢表面) 和 50% 磷酸 + 50% 乙二醇 (钎焊铝合金和不锈钢),对采用 3 种不同钎料钎焊后的试样件,采用 X 射线进行内部焊接质量的检验。试样件接头为铝合金与不锈钢管接头。工艺采用的是钎焊温度  $230^\circ\text{C}$ 、钎焊间隙为 0.5 mm,LD30 铝合金采用了化学热镀方式镀镍层。由于钎缝间隙过小,组织中容易出现气孔等缺陷,钎缝间隙过大,毛细现象不能保证完全填满钎缝,综合考虑选择钎缝间隙是 0.5 mm。

图 3 为 Sn-3.5Ag 钎焊工件内部探伤照片。从探伤图中可以看出,钎焊接头内部存在较大面积的焊接缺陷以及未焊接的孔洞,难于修补。

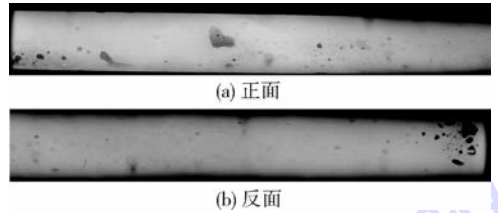


图3 Sn-3.5Ag 钎焊工件内部探伤照片  
Fig.3 Internal inspection photographs of brazing welding workpieces with Sn-3.5Ag

图 4 为 60Sn-40Pb 钎焊工件内部探伤照片。从图中可以看出钎焊接头内部质量较好,尽管单个缺陷依然存在,但钎着率和单个空泡的尺寸都可以满足技术要求。

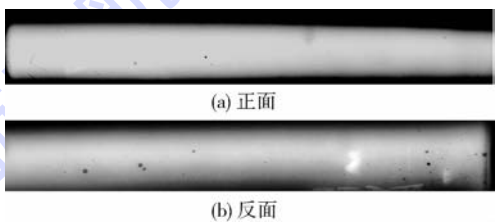


图4 60Sn-40Pb 钎焊工件内部探伤照片  
Fig.4 Internal inspection photographs of brazing welding workpieces with 60Sn-40Pb

图 5 为 35Sn-40Pb-25Bi 钎焊工件内部探伤照片。从图中可以看出钎焊接头内部质量极佳,内部几乎没有缺陷;对比图 4 中所示的工艺照片,这是因为铋元素的添加大大减小了钎料的凝固收缩,使得钎焊接头的液态钎料在凝固过程中缩孔产生的降低。

通过对 3 种不同钎料 Sn-3.5Ag、60Sn-40Pb 和 35Sn-40Pb-25Bi 钎焊效果的比较,可以看出钎

料润湿性的好坏对钎焊质量有很大的影响, 35Sn-40Pb-25Bi钎料相对比较理想。

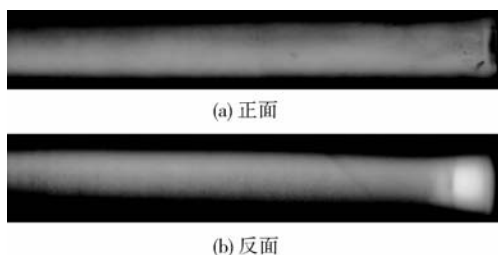


图5 35Sn-40Pb-25Bi钎焊工件内部探伤照片  
Fig. 5 Internal inspection photographs of brazing workpieces with 35Sn-40Pb-25Bi

### 2.3 钎焊接头微观组织分析

选用润湿性好的 35Sn-40Pb-25Bi 钎料, 通过扫描电镜观察该钎料钎焊接头, 进行微观组织图以及各相成分分析。

图6为35Sn-40Pb-25Bi钎料钎焊铝合金与不锈钢的钎焊接头微观组织图。可以看出35Sn-40Pb-25Bi钎料与304不锈钢表面和LD30铝合金的镀镍面均形成良好的连接, 无气孔、夹渣和裂纹等焊接缺陷。钎料与LD30铝合金镀镍层之间的过渡区不明显。



图6 35Sn-40Pb-25Bi的钎焊接头  
Fig. 6 35Sn-40Pb-25Bi braze welding head

钎料之所以能在母材表面润湿, 形成连接, 主要是因为元素的相互扩散<sup>[16-17]</sup>, 由图7钎料与镀镍层的结合面线分析可看出, 钎料中的3种元素向镀镍层中略有扩散, 镀镍层中的铜元素向钎料中扩散, 镍向钎料中的扩散相对较少。图8为钎料与不锈钢之间过渡层的成分分析, 发现Cr元素含量由高到低是一个突然下降的过程, 说明不锈钢中的Cr元素向钎料中扩散一部分, 比起不锈钢中的量要少得多, 所以在界面上出现很明显的陡降现象; 同时, 钎料中的Sn、Pb和Bi均向不锈钢中渗透, 钎料与不锈钢结合良好。

图9为钎焊接头35Sn-40Pb-25Bi钎料与镀镍层过渡区微观组织, 过渡区存在2种组织, 暗色部分和亮色部分, 对该区域成分进行点分析, 点1位置在亮色处, 能谱仪(EDS)检测得到的主要成分

元素见表5。结合相图可知主要成分为Bi、 $\beta$ -BiPb<sub>3</sub>、金属间化合物 $\eta$ -Cu<sub>6</sub>Sn<sub>5</sub>和 $\alpha$ -Sn; 点2位置在暗色处, EDS检测得到的主要成分元素见表6, 主要为金属间化合物 $\eta$ -Cu<sub>6</sub>Sn<sub>5</sub>和少量 $\delta$ -Ni<sub>3</sub>Sn<sub>4</sub>,  $\alpha$ -Sn。

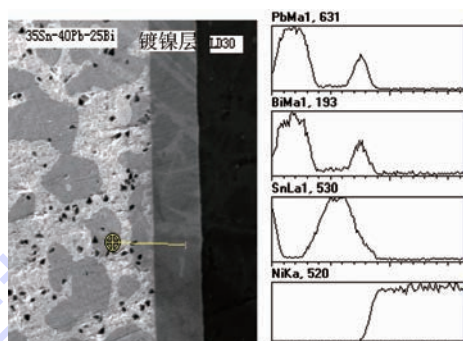


图7 35Sn-40Pb-25Bi钎料与镀镍层的结合面线分析  
Fig. 7 Line analysis of 35Sn-40Pb-25Bi solder and nickel plating layer

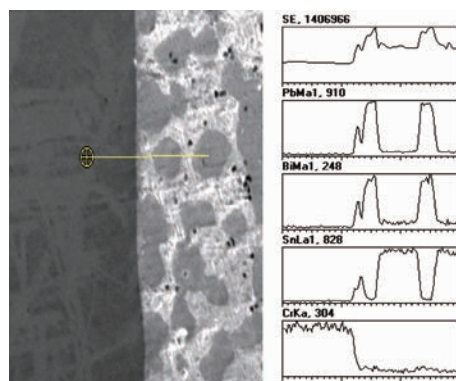


图8 35Sn-40Pb-25Bi钎料与不锈钢层的结合面线分析  
Fig. 8 Line analysis of 35Sn-40Pb-25Bi solder and stainless steel layer

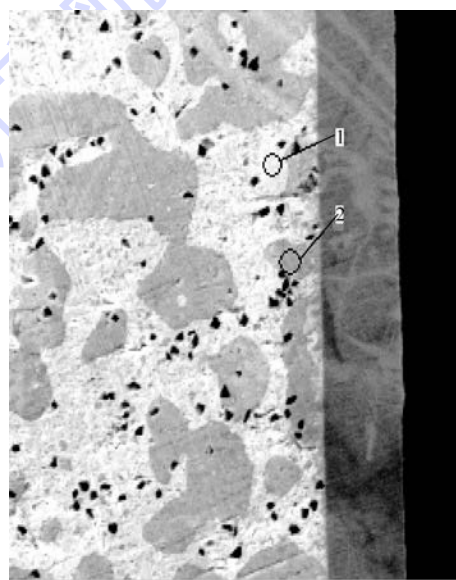


图9 35Sn-40Pb-25Bi钎料与镀镍层的结合面点分析  
Fig. 9 Point analysis of 35Sn-40Pb-25Bi solder and nickel plating layer

表 5 点 1 成分分析结果

Table 5 Point 1 composition analysis results

| 元素 | 元素占比/% | 原子占比/at% |
|----|--------|----------|
| Ni | 2.51   | 5.63     |
| Cu | 14.42  | 29.94    |
| Sn | 24.55  | 27.28    |
| Pb | 38.28  | 24.37    |
| Bi | 20.25  | 12.78    |

表 6 点 2 成分分析结果

Table 6 Point 2 composition analysis results

| 元素 | 元素占比/% | 原子占比/at% |
|----|--------|----------|
| Ni | 2.46   | 4.17     |
| Cu | 20.20  | 31.714   |
| Sn | 74.89  | 62.94    |
| Pb | 0.79   | 0.38     |
| Bi | 1.67   | 0.80     |

35Sn-40Pb-25Bi 钎料是一种不常用的非共晶三元合金<sup>[18]</sup>,组织如图 10 所示,也存在亮色区域和暗色区域 2 种相差较大的区域,其中亮色区域(点 3)的主要成分见表 7,主要为 Bi 和化合物  $\beta$ -BiPb<sub>3</sub>,暗色区域(点 4)EDS 检测得到的主要成分见表 8,组织主要为锡固溶体。

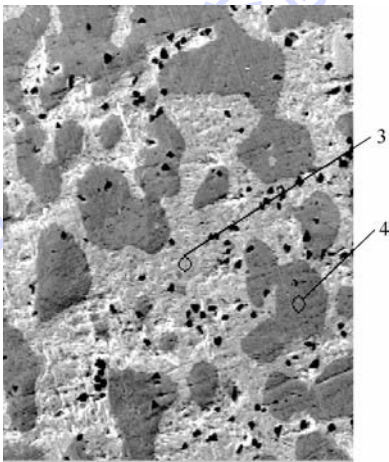


图 10 35Sn-40Pb-25Bi 合金组织状态

Fig. 10 35Sn-40Pb-25Bi alloy organization state

表 7 35Sn-40Pb-25Bi 钎料点 3 成分分析结果

Table 7 35Sn-40Pb-25Bi solder point 3 composition analysis results

| 元素 | 元素占比/% | 原子占比/at% |
|----|--------|----------|
| Sn | 2.8    | 4.8      |
| Pb | 65.29  | 64.12    |
| Bi | 31.91  | 31.07    |

表 8 35Sn-40Pb-25Bi 钎料点 4 成分分析结果

Table 8 35Sn-40Pb-25Bi solder point 4 composition analysis results

| 元素 | 元素占比/% | 原子占比/at% |
|----|--------|----------|
| Sn | 95.90  | 97.63    |
| Bi | 4.10   | 2.37     |

由上可知,润湿性好的 35Sn-40Pb-25Bi 钎料钎焊形成的接头存在少许元素扩散形成的金属间化合物,但整体钎缝连接良好。

### 3 结论

1) 60Sn-40Pb 钎料在不锈钢试片表面及镀镍铝合金试片表面都具有良好的润湿性,流动性好,铺展面积大。35Sn-40Pb-25Bi 钎料的熔点低,在钎焊温度下润湿性接近 60Sn-40Pb。Sn-3.5Ag 润湿性相对较差,不适于 304 不锈钢与镀镍层 LD30 铝合金钎焊工艺性试验。

2) 60Sn-40Pb 钎料和 35Sn-40Pb-25Bi 钎料匹配磷酸钎剂在不锈钢上的润湿性较好,60Sn-40Pb 钎料和 35Sn-40Pb-25Bi 钎料匹配 50% 磷酸 + 50% 乙二醇化学热镀镍的铝合金表面润湿性较好。

3) 35Sn-40Pb-25Bi 钎料与 304 不锈钢表面和 LD30 铝合金的镀镍面均形成良好的连接,无气孔、夹渣和裂纹等焊接缺陷。钎料与 LD30 铝合金镀镍层之间的过渡区不明显,钎料与母材及镀层之间部分元素互相扩散。

### 参考文献 (References)

- [1] 向艳超,侯增祺,张加迅. 环路热管技术(LHP)的发展现状[J]. 工程热物理学报,2004,25(4):682-684.  
XIANG Y C, HOU Z Q, ZHANG J X. The development status of the loop heat pipe technology[J]. Journal of Engineering Thermal Physics, 2004, 25(4): 682-684 (in Chinese).
- [2] 曲文卿. 铝合金同其它金属连接技术研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2002,21(3):22-24.  
QU W Q. Aluminum alloy and other metal connection technology research[D]. Beijing: Beihang University, 2002, 21(3): 22-24 (in Chinese).
- [3] 王文亭. 铝与不锈钢钎焊及其钎缝脆相研究[J]. 焊接通讯,1981(4):24-28.  
WANG W T. Aluminum and stainless steel brazing and soldering seam brittle phase study [J]. Welding Technology, 1981(4): 24-28 (in Chinese).
- [4] 曲文卿,董峰,齐志刚. 异种材料的连接[J]. 航天制造技术,2006(3):44-49.  
QU W Q, DONG F, QI Z G. The connection of dissimilar materials[J]. Aerospace Manufacturing Technology, 2006(3): 44-49 (in Chinese).
- [5] 张洪涛,何鹏. 铝钢异种材料焊接研究现状与发展[J]. 焊接,2006(12):7-12.  
ZHANG H T, HE P. The research status and development of aluminum steel welding of dissimilar materials [J]. Welding, 2006(12): 7-12 (in Chinese).
- [6] 吕学勤,杨尚磊,吴毅. 铝合金与不锈钢的过渡层钎焊[J]. 焊接学报,2006,25(1):95-99.

- LV X Q, YANG S L, WU Y. Transition layer of the aluminum alloy and stainless steel brazing[J]. Journal of Welding, 2006, 25(1):95-99 (in Chinese).
- [7] FUKUMOTO S, TSUBAKINO H, OKITA K. Amorphization by friction welding between 5052 aluminum alloy and 304 stainless steel[J]. Scripta Materialia, 2010, 42(8):807-812.
- [8] ATABAKI M M, IDRIS J. Low-temperature partial transient liquid phase diffusion bonding of Al/Mg<sub>2</sub>Si metal matrix composite to AZ91D using Al-based interlayer[J]. Materials and Design, 2012, 34:832-841.
- [9] 张启运, 庄鸿寿. 钎焊手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008:131-135.
- ZHANG Q Y, ZHUANG H S. Brazing handbook[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2008:131-135 (in Chinese).
- [10] 卢洁红. 铝合金与不锈钢热管软钎焊技术研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2008:50-70.
- LU J H. Aluminum alloy and stainless steel tube soft brazing technology research[D]. Beijing: Beihang University, 2008:50-70 (in Chinese).
- [11] SYEY A. Reliability and Au embrittlement of lead free solders for BGA applications[J]. Properties and Interfaces, 2011(17):143-147.
- [12] 郭志刚. 铝和铝合金镀镍及其前处理[J]. 电镀与涂饰, 1995, 14(2):22-24.
- GUO Z G. Aluminum and aluminum alloy plating nickel and its pretreatment[J]. Journal of Electroplating & Finishing, 1995, 14(2):22-24 (in Chinese).
- [13] COOKE K O, KHAN T I, OLIVER G D. Transient liquid phase diffusion bonding Al-6061 using nano-dispersed Ni coatings[J]. Materials and Design, 2011, 33:469-475.
- [14] 万春芬, 周明召. 铝-钢异种材料焊接工艺的研究进展[J]. 热加工工艺, 2014, 24(1):9-14.
- WAN C F, ZHOU M Z. Aluminum and steel dissimilar materials welding process[J]. The Research Progress of Thermal Processing, 2014, 24(1):9-14 (in Chinese).
- [15] 李红, 韩静涛. 不锈钢-铝蜂窝夹芯板的液相扩散连接[J]. 北京科技大学学报, 2006, 28(2):138-143.
- LI H, HAN J T. Stainless steel aluminium honeycomb sandwich panel of liquid phase diffusion bonding[J]. Journal of Beijing University of Science and Technology, 2006, 28(2):138-143 (in Chinese).
- [16] 董义. 铝/不锈钢接触反应钎焊试验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2002, 25(1):45-49.
- DONG Y. Aluminium/stainless steel contact reaction brazing experiment research[D]. Harbin: Harbin Industrial University, 2002, 25(1):45-49 (in Chinese).
- [17] MATSUGI K, WANG Y, HATAYAMA. Application of electric discharge process in joining aluminum and stainless steel sheets[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2003, 135(1):75-82.
- [18] FARIDI H R. Flux-free ultrasonic soldering of aluminum and stainless steel[D]. Mississippi: University of Pierre and Marie Curie, 1988:85-89.

#### 作者简介:

熊欢 男, 硕士研究生。主要研究方向: 钎焊及扩散焊工艺研究。

Tel.: 13161518842

E-mail: 282525705@qq.com

曲文卿 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 先进连接技术、焊接工艺基础理论。

Tel.: 010-82317702

E-mail: quwenqing@buaa.edu.cn

## Low-temperature brazing wettability research of LD30 aluminum alloy and 304 stainless steel

XIONG Huan, QU Wenqing\*

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** LD30 aluminum alloy with 304 stainless steel using low temperature brazing was performed in the wettability research. Through wettability study contrast, three kinds of low melting point solders 60Sn-40Pb, Sn-3.5Ag and 35Sn-40Pb-25Bi which were suitable for LD30 aluminum alloy and 304 stainless steel were chosen, and solder flux was selected. The joint of microstructure, phase composition, X-ray inspection were analyzed. Results show that the 60Sn-40Pb and 35Sn-40Pb-25Bi combine with H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> have good wettability on 304 stainless steel; the 60Sn-40Pb and 35Sn-40Pb-25Bi combine with 50% H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> and 50% glycol have good wettability in the brazing experiment and the Sn-3.5Ag has relatively poor wettability.

**Key words:** LD30 aluminum alloy; 304 stainless steel; wettability; low-temperature brazing; solder

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0222

# 大型空间折展机构简化模型的热传导分析



杨君坦, 邱志平\*, 吕峥, 李琦

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 基于热传导效应和等效的热学参数,对空间伸展臂结构及所处热环境进行了简化处理。将边界温度条件进行傅里叶级数展开,利用一维热传导模型,分别计算了在边界上施加各阶展开分量作用时,简化伸展臂结构的瞬态温度响应,进而利用叠加原理得到了结构总体的近似热响应。建立了伸展臂热学分析的有限元模型,计算了伸展臂在相应条件下的动态热响应,验证了本文分析结果的合理性,为伸展臂结构的分析设计尤其是概念设计阶段的热性能评估提供了一定的工程参考。

**关键词:** 空间折展机构; 有限元法; 热传导; 叠加原理; 温度场

**中图分类号:** O551; V447

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)03-0625-07

折展机构指的是从收拢状态能够可控地展开到期望的或预定的结构形式,且能承受相应载荷的一类机构<sup>[1]</sup>。航天事业的不断发展,使得实际工程中越来越多地应用到了各种大型在轨结构,但是由于火箭内部容积的限制,能够发射到太空的非折展结构的尺寸往往无法满足实际的需求,各种类型的空间折展机构便得到了快速发展与广泛应用<sup>[2]</sup>。本文所研究的折展机构指的是空间伸展臂,它是研究最早、形式最为丰富和应用最普遍的一种空间折展机构<sup>[1]</sup>。伸展臂结构在空间轨道运行时所处热环境不断发生变化,结构内部温度场也受此影响而发生相应的变化。大的温变率会影响伸展臂结构的寿命,此外,结构内部的温度差异会导致热变形与热应力,从而影响伸展臂结构的定位精度以及姿态稳定性。因此,分析伸展臂结构在热环境下的响应,得到结构内的温变率、热分布状况,对于伸展臂结构的设计与优化具有极其重要的意义<sup>[3-6]</sup>。

目前有不少国内外学者较为深入地研究了空间折展机构的热、结构性能。Boley 和 Weiner<sup>[7]</sup>分析了热环境下结构的变形问题,并提出了“耦合系数”以衡量热与结构相互耦合作用的强弱。针对哈勃望远镜太阳能帆板的热环境,Thornton 等基于一维梁理论,讨论了考虑热效应的帆板支撑杆的弯曲变形<sup>[8]</sup>和扭转失稳<sup>[9]</sup>。继 Thornton 等的研究后,丁勇等<sup>[10]</sup>针对同样的复合材料杆件结构,考虑杆件截面周向的温度分布,对其进行傅里叶展开,结合有限元方法,对结构的瞬态温度场进行了分析。Tamma 等<sup>[11]</sup>基于热分析的 Laplace 变换解,构造了一种新的一维有限元单元,并应用到了相应的工程问题中。朱敏波<sup>[12]</sup>针对可展开天线的具体特点,从全轨道层面对不同工况下星载天线瞬态温度场进行了分析计算,并对天线的相关热参数进行了优化。刘锦贤<sup>[13]</sup>基于试验所测得的热参数,利用有限元数值模拟分析了薄壁杆件框架支撑结构的温度分布,并进一步讨论了

收稿日期: 2015-04-14; 录用日期: 2015-05-14; 网络出版时间: 2015-06-17 17:35

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1735.010.html

基金项目: “111”计划(B07009); 国家重大科学仪器设备开发专项(2011YQ140145)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339628 E-mail: zpqiu@buaa.edu.cn

**引用格式:** 杨君坦, 邱志平, 吕峥, 等. 大型空间折展机构简化模型的热传导分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 625-631. YANG J T, QIU Z P, LYU Z, et al. Heat conduction analysis for simplified model of large scale space deployable structure [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 625-631 (in Chinese).

相应的热应力与热变形。杨玉龙<sup>[14]</sup>采用热有限元法,分析了桁架式可展开反射天线的总体热特性,并考虑了热控涂层退化对极值温度指标的影响。目前国内对于索杆铰接式伸展臂这一特定结构形式的热分析相对不多;工程中现有的热分析通常都是基于有限元法等数值方法,对于时间历程较长的大型结构的热分析,往往会遇到文件过大以及迭代误差积累等困难。

本文以索杆铰接式伸展臂为研究对象,针对所关心的轴向热量传递与温度分布,提出了相应的简化模型。将边界条件进行傅里叶展开并分别求出各阶展开项作用下结构的瞬态温度响应,进而利用叠加原理得出了简化伸展臂总体的瞬态响应。通过与有限元结果的对比,验证了相关结论的合理性,对于概念设计阶段从总体上把握结构的热特性具有较好的实际参考意义。

## 1 基本模型

本文研究的伸展臂结构的实际结构如图1所示,其主体主要由横、纵杆组成,纵杆轴线与伸展臂长度方向平行,横杆轴线与伸展臂长度方向垂直,每相邻2层横杆及其之间的纵杆所构成的正方体结构称之为一个折展单元。折展单元外侧面的对角线上存在着拉索结构以提高结构刚度,拉索直径很细且由热控材料包裹,因此忽略其对热传导的影响。横、纵杆都是由环氧树脂基碳纤维复合材料编制成的空心圆管,每根杆件长度相等,均为700 mm,杆件横截面外径均为15 mm,壁厚1.2 mm,由于管壁较薄,认为横杆、纵杆的温度不随厚度变化。杆件沿长度轴线方向的热传导系数为 $8.16 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,沿截面圆周切线方向的热传导系数为 $2.52 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,杆件材料密度为 $1800 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,定压比热容为 $1081 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。上述参数均为基于纤维/基体体积比以及结构铺层等效后的参数。

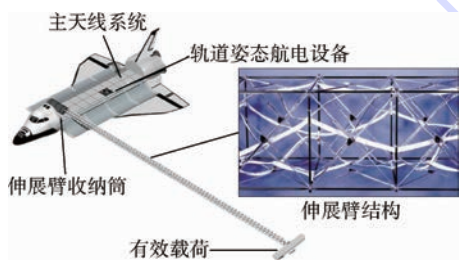


图1 空间伸展臂结构

Fig.1 Space cable-strut deployable articulated mast

在轨状态下端部有效载荷结构所处热环境的变化,会引起伸展臂端部温度条件的改变,本文主

要考虑这一因素对伸展臂结构的影响。用如图2所示的90 min周期的动态温度循环模拟伸展臂端部边界的温度(仅显示了2个周期);伸展臂另一端(即根部)与载体航天器内部相连接,由于航天器热容较大且有热控措施,认为其温度恒定为 $0^\circ\text{C}$ <sup>[15-16]</sup>。初始时刻,结构所有位置处的温度均为 $T_{\text{init}}=0^\circ\text{C}$ 为初始温度值。不考虑热辐射,即主要关心端部热环境因素对伸展臂结构本身的作用。

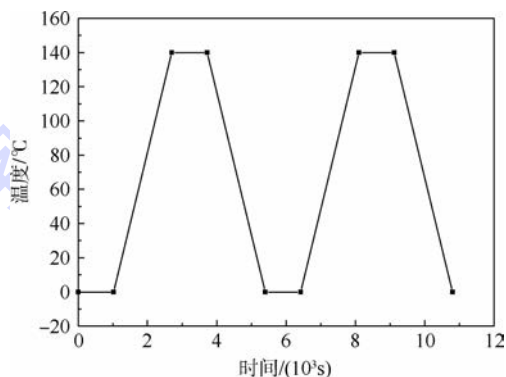


图2 端部边界处温度循环

Fig.2 Boundary temperature cycle at tip

由于端部边界条件对伸展臂的影响主要表现为沿伸展臂长度轴线方向上总体的热量传递和温度分布,本文相应的分析中将伸展臂结构最终简化为了一维结构<sup>[2]</sup>。设伸展臂的长度为 $L$ ,根据展开状态的不同,长度 $L$ 可以取10、30、60 m等不同值,由于模型尺度较大时有限元模型也相应较复杂,为方便对比本文中取 $L=10 \text{ m}$ 。以伸展臂轴线方向为 $x$ 轴,其承受循环温度边界的一端为原点,伸展臂的另一端(根部与载体航天器连接处)为 $x=L$ 的位置,该处为恒定温度条件。

## 2 理论分析

### 2.1 边界温度处理

根据线性叠加原理(独立作用原理),对于一个线性系统,由各种主动因素(不依赖于过程的表征量)即强迫外源、边界条件和初始扰动引起的响应可以进行线性分解,即可以看作是这些主动因素各自独立作用引起的响应的叠加<sup>[17]</sup>。基于上述原理,同时考虑到伸展臂端部温度若直接表示,只能写成分段函数形式,不便于理论分析求解,本文采用傅里叶级数将边界温度分解为若干个三角函数的和的形式以便求解。为了简化计算,只取前几阶傅里叶级数而忽略高频变化的温度循环,因为由于固体材料的热惯性,低频率的温度循环对结构温度影响较显著,而较高频率的温度载

荷对除边界附近的杆内温度的影响基本可以忽略。

设伸展臂端部温度循环为  $f(t)$ ,  $^{\circ}\text{C}$ , 其中  $t$  为时间,  $\text{s}$ 。显然  $f(t)$  是满足 Dirichlet 条件的周期函数, 则  $f(t)$  的傅里叶级数展开一定收敛到原函数。即有

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi}{l}t + b_n \sin \frac{n\pi}{l}t \right) \quad (1)$$

式中:  $a_n$  和  $b_n$  为展开系数, 且有

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(t) \cos \frac{n\pi}{l}t dt & n=0, 1, \dots \\ b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(t) \sin \frac{n\pi}{l}t dt & n=1, 2, \dots \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $l=T_p/2$ ,  $T_p=5400\text{ s}$  为温度循环的周期。图2中的温度循环可表示为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1020 \\ t/12 - 85 & 1020 < t \leq 2700 \\ 140 & 2700 < t \leq 3720 \\ -t/12 + 450 & 3720 < t \leq 5400 \\ \vdots & \vdots \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)计算可得各傅里叶展开系数(如表1所示), 将相应项的系数代入式(1), 即可获得原边界条件的三角函数表示, 做出其对应的图像易知取16阶展开时已能较精确地反映边界上的温度循环。分别求解伸展臂结构在  $f(t)$  的各展开项作用下的温度响应, 将所得的各个响应叠加即可得结构总体的温度响应。

表1 边界温度的傅里叶展开系数

Table 1 Fourier expansion coefficients of boundary temperature

| 编号 $n$ | $a_n/^{\circ}\text{C}$    | $b_n/^{\circ}\text{C}$    |
|--------|---------------------------|---------------------------|
| 1      | -62.675                   | -42.275                   |
| 2      | $1.5987 \times 10^{-14}$  | $7.1054 \times 10^{-15}$  |
| 3      | -0.43798                  | 2.0606                    |
| 4      | $-7.1054 \times 10^{-15}$ | $5.3291 \times 10^{-15}$  |
| 5      | -3.5376                   | 0.62377                   |
| 6      | $8.8818 \times 10^{-16}$  | $-8.8818 \times 10^{-16}$ |
| 7      | -0.52260                  | -0.83633                  |
| 8      | $-1.1102 \times 10^{-16}$ | $-8.8818 \times 10^{-15}$ |
| 9      | 0.53535                   | -0.38895                  |
| 10     | $4.4409 \times 10^{-16}$  | $2.2204 \times 10^{-16}$  |
| 11     | -0.70952                  | -0.17690                  |
| 12     | $3.5527 \times 10^{-15}$  | $8.8818 \times 10^{-16}$  |
| 13     | $-1.0451 \times 10^{-2}$  | $-7.4364 \times 10^{-2}$  |
| 14     | $4.4409 \times 10^{-16}$  | $-8.8818 \times 10^{-16}$ |
| 15     | -0.30396                  | 0.17549                   |
| 16     | $3.3307 \times 10^{-16}$  | $1.8041 \times 10^{-16}$  |

## 2.2 热响应分析

### 2.2.1 恒定分量下的响应

对于恒定分量  $\frac{a_0}{2} = 70^{\circ}\text{C}$ , 显然在这一分量的作用下, 经过足够长的时间后, 伸展臂结构温度分

布会达到某一稳定状态。下面分析从初始时刻达到稳定状态的过程, 即瞬态热响应。简化伸展臂的热响应定解问题:

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = 0 \\ T(0,t) = a_0/2 \\ T(L,t) = 0 \\ T(x,0) = T_{\text{init}} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $T(x,t)$  为  $x$  位置处  $t$  时刻的温度;  $a^2 \equiv k/\rho c_p$  为热扩散系数,  $k$  为热传导系数,  $\rho$  为材料密度,  $c_p$  为比热容;  $T_{\text{init}}$  为初始时刻温度。先对边界条件进行齐次化处理, 设方程式(4)的解为  $T_0(x,t) = V(x,t) + W(x,t)$ , 其中  $W(x,t) = \frac{a_0}{2} \left(1 - \frac{x}{L}\right)$ , 且  $V(0,t) = V(L,t) = 0$ , 代入式(4)可得到关于  $V(x,t)$  的齐次方程, 易求得相应解为

$$V(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{L} \int_0^L 70 \frac{x}{L} \sin \frac{n\pi}{L}x dx - \frac{140}{n\pi} [1 - (-1)^n] \right\} e^{-\left(\frac{n\pi a}{L}\right)^2 t} \sin \frac{n\pi}{L}x \quad (5)$$

则式(4)的解为

$$T_0(x,t) = 70 \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{L} \int_0^L 70 \frac{x}{L} \sin \frac{n\pi}{L}x dx - \frac{140}{n\pi} [1 - (-1)^n] \right\} e^{-\left(\frac{n\pi a}{L}\right)^2 t} \sin \frac{n\pi}{L}x \quad (6)$$

由此便得到了恒定温度分量作用下伸展臂结构的瞬态温度响应。

图3中显示的是伸展臂一端边界为恒定分量时, 结构的瞬态温度响应。不难看出, 随着时间的推移, 结构整体的温度逐渐上升, 且越靠近端部边界的位置处温度上升越快。结构最终达到稳定状态, 此时结构中温度梯度为恒定值, 各点温度也保持不变。

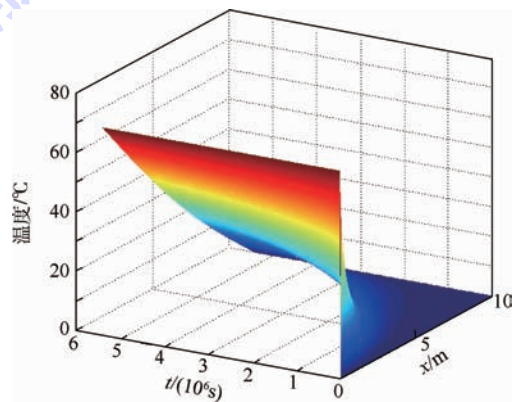


图3 稳态分量边界条件下结构瞬态温度响应  
Fig. 3 Transient temperature response under constant boundary temperature

2.2.2 简谐分量下的响应

前述温度响应计算中采用了分离变量解法,但缺憾是所求问题的边界条件和热源这2类非齐次项不能随时间变化<sup>[17]</sup>。为了求解更一般的问题,可以采用积分变换法或 Duhamel 卷积。本文将采用 Laplace 变换法求简谐温度边界下伸展臂的热响应。对于傅里叶展开所得的余弦温度边界,相应的定解问题可表达为

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = 0 \\ T(0,t) = a_n \cos \frac{n\pi}{l} t \\ T(L,t) = 0 \\ T(x,0) = T_{\text{init}} \end{cases} \quad (7)$$

控制方程中对时间变量  $t$  取 Laplace 变换:

$$sU(x,s) - U(x,0) = a^2 \frac{d^2 U(x,s)}{dx^2} \quad (8)$$

设  $L\left[ a_n \cos \frac{n\pi}{l} t \right] = \phi(s)$ , 其中:  $L[*]$  代表对 \* 求 Laplace 变换,  $U(x,s)$  为与  $T(x,t)$  对应的象函数。结合初始条件, 易得式(8)的解为

$$U(x,s) = \phi(s) \frac{e^{\frac{\sqrt{s}}{a}(L-x)} - e^{\frac{\sqrt{s}}{a}(L-x)}}{e^{\frac{\sqrt{s}}{a}L} - e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}L}} \quad (9)$$

式中:  $e$  为自然常数。

整理式(9)可得

$$\begin{aligned} U(x,s) &= \phi(s) \left[ e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}x} - e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}(2L-x)} \right] \frac{1}{1 - e^{-\frac{2\sqrt{s}}{a}L}} = \\ &= \phi(s) \left[ e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}x} - e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}(2L-x)} \right] \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\frac{2\sqrt{s}}{a}mL} = \\ &= \phi(s) \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}(2mL+x)} - e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}[(2m+2)L-x]} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

令  $v = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}(2mL+x)} - e^{-\frac{\sqrt{s}}{a}[(2m+2)L-x]} \right\}$ , 则由

Laplace 逆变换的线性性质对其各项分别进行逆变换:

$$\begin{aligned} L^{-1}(v(x,s)) &= \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{(2m+1)L-x}{2a\sqrt{\pi t^3}} e^{-\frac{(2mL+x)^2}{4a^2t}} - \right. \\ &\quad \left. \frac{(2m+1)L+x}{2a\sqrt{\pi t^3}} e^{-\frac{[(2m+2)L-x]^2}{4a^2t}} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

设  $T_{a_n}(x,t)$  为式(7)的解, 由  $U(x,s) = \phi(s)v$ , 取 Laplace 逆变换并利用其卷积性质, 有  $T_{a_n}(x,t) = L^{-1}[U(x,s)] = L^{-1}[\phi(s)v]$ , 整理可得

$$T_{a_n}(x,t) =$$

$$\int_0^t a_n \cos \frac{n\pi}{l} \tau \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{2mL+x}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)^3}} e^{-\frac{(2mL+x)^2}{4a^2(t-\tau)}} - \frac{(2m+2)L-x}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)^3}} e^{-\frac{[(2m+2)L-x]^2}{4a^2(t-\tau)}} \right\} \right\} d\tau \quad (12)$$

同理对于傅里叶展开所得的正弦温度边界, 可利用同样方法求得对应解  $T_{b_n}(x,t)$  为

$$\begin{aligned} T_{b_n}(x,t) &= \int_0^t b_n \sin \frac{n\pi}{l} \tau \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{2mL+x}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)^3}} e^{-\frac{(2mL+x)^2}{4a^2(t-\tau)}} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{(2m+2)L-x}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)^3}} e^{-\frac{[(2m+2)L-x]^2}{4a^2(t-\tau)}} \right\} \right\} d\tau \end{aligned} \quad (13)$$

综合式(12)和式(13)可得简谐边界条件引起的温度响应  $T'(x,t)$  为

$$\begin{aligned} T'(x,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} [T_{a_n}(x,t) + T_{b_n}(x,t)] = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^t \left( a_n \cos \frac{n\pi}{l} \tau + b_n \sin \frac{n\pi}{l} \tau \right) \cdot \\ &\quad \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{2mL+x}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)^3}} e^{-\frac{(2mL+x)^2}{4a^2(t-\tau)}} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{(2m+2)L-x}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)^3}} e^{-\frac{[(2m+2)L-x]^2}{4a^2(t-\tau)}} \right\} \right\} d\tau \end{aligned} \quad (14)$$

由式(14)得出的解满足所有边界条件与初始条件, 是简化后伸展臂结构温度场的精确解, 但式(14)涉及到多重无穷级数以及复杂积分, 不易直观看出温度响应的特点。为简化表达式, 考虑如下问题: 伸展臂为半无限长, 沿伸展臂轴线方向为  $x$  轴, 其端部为原点, 对应的边界条件为前述的简谐温度循环, 另一端为无限长, 热参数等其他条件与前述相同。利用 Duhamel 积分容易求得此时第  $n$  阶简谐分量边界条件下伸展臂结构的瞬态温度响应:

$$\begin{aligned} T_n(x,t) &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cdot \\ &= e^{-x\sqrt{\frac{n\pi}{2a^2l}}} \sin \left[ \frac{n\pi}{l} \left( t - \frac{x^2}{4a^2\eta^2} \right) + \varphi_n \right] + \\ &\quad \frac{2a_n}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4a^2l}}} e^{-\eta^2} \cos \frac{n\pi}{l} \left( t - \frac{x^2}{4a^2\eta^2} \right) d\eta + \\ &\quad \frac{2b_n}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4a^2l}}} e^{-\eta^2} \sin \left[ \frac{n\pi}{l} \left( t - \frac{x^2}{4a^2\eta^2} \right) \right] d\eta \end{aligned} \quad (15)$$

式中:  $\varphi_n$  和  $\eta$  为简化表达所引入的变量, 其定义为

$$\varphi_n = \arctan \frac{a_n}{b_n}$$

$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4a^2(t-\tau)}}$$

式(15)后2项均反映的是瞬态过程, 经过较

长时间后,即  $t$  很大时,后 2 项均趋向于 0。另外由式(15)第 1 项可得,距离端部  $x$  处的结构点温度循环幅值随  $x$  的增大而迅速呈指数衰减。当  $x=L$  时,相应点处的温度循环的幅值几乎可以忽略,因此可以近似认为半无限伸展臂在  $x=L$  时总是满足  $T=0$  的边界条件,从而实际计算时可以利用上述半无限伸展臂在  $0 \sim L$  段内的温度响应来近似伸展臂结构的温度响应。

图 4 给出的是简谐边界条件下 2 个周期内的瞬态温度响应,显然在远离边界的位置处结构温度几乎恒为初始值,靠近边界的位置,结构温度为与边界温度周期相同的动态循环,但随着与边界距离的增大,其幅值逐渐衰减,与边界温度的相位差逐渐增大。

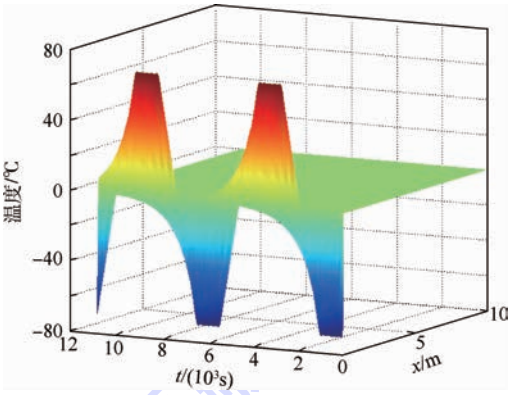


图 4 简谐边界下的瞬态温度响应

Fig.4 Transient temperature response under harmonic boundary temperature

综上可得,端部有效载荷处热环境作用下简化伸展臂结构的温度响应为

$$T(x, t) = T_0(x, t) + T'(x, t) = 70\left(1 - \frac{x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{L} \int_0^L 70 \frac{x}{L} \sin \frac{n\pi}{L} x dx - \frac{140}{n\pi} [1 - (-1)^n] \right\} e^{-\left(\frac{n\pi a}{L}\right)^2 t} \cdot \sin \frac{n\pi}{L} x + \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cdot e^{-x \sqrt{\frac{n\pi}{2a^2 t}}} \sin \left[ \frac{n\pi}{l} \left( t - \frac{x^2}{4a^2 \eta^2} \right) + \varphi_n \right] + \frac{2a_n}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4a^2 t}}} e^{-\eta^2} \cos \frac{n\pi}{l} \left( t - \frac{x^2}{4a^2 \eta^2} \right) d\eta + \frac{2b_n}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4a^2 t}}} e^{-\eta^2} \sin \left[ \frac{n\pi}{l} \left( t - \frac{x^2}{4a^2 \eta^2} \right) \right] d\eta \quad (16)$$

图 5 表示简化伸展臂结构总体的瞬态温度响应,显然总体上结构温度逐渐上升,而越靠近动态温度边界的位置,温度的波动就越大,总体温度响应同时反映了恒定分量和简谐分量作用时的响应效果。

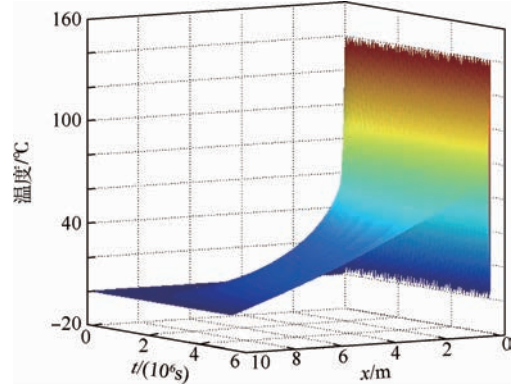


图 5 简化伸展臂总体的瞬态温度响应

Fig.5 Overall transient temperature response of simplified deployable articulated mast

### 3 数值分析对比

为验证第 2 节结论的合理性,建立如图 6 所示的有限元模型,利用二维壳单元模拟伸展臂。有限元模型中横、纵杆件,材料属性、边界条件等均与上述分析中一致,进行瞬态热分析得到了结构的瞬态温度响应。图 7 分别给出了  $x=0.3 \text{ m}$  处结点温度时间响应的有限元结果和本文方法计算的结果。

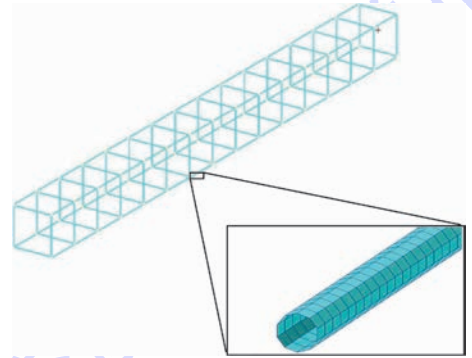


图 6 有限元模型

Fig.6 Finite element model

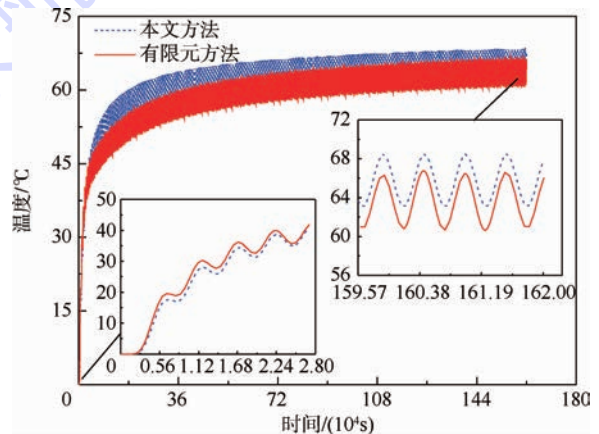


图 7 本文方法与有限元方法结果的对比

Fig.7 Comparison of results obtained by proposed method and finite element method

由图7可以看出,本文方法所计算的结果与有限元分析结果总体趋势、最终状态是比较一致的,2种方法所得结果的温度波动的周期、幅值基本相同。在分析时间段内的中后期,本文方法计算的温度响应的整体升温速率要比有限元结果稍快,这是由于伸展臂结构的横杆的热传导会影响结构的温度响应,本文方法未考虑这一影响,这也是后续研究中需要考虑的问题。

## 4 结 论

1) 基于傅里叶展开并利用叠加原理,能很好地模拟结构端部的热环境,且在本文所述情形下能较好地简化边界温度循环所致热响应的计算。

2) 本文方法所得响应的总体趋势、波动幅值和周期等均与有限元方法所得的结果较为一致,因此本文相关处理是较为合理的,且较好地解决了有限元计算时步长选取以及迭代误差等问题。

3) 本文研究的是  $L = 10\text{ m}$  状态的伸展臂响应,随着其长度的增加,有限元模型的复杂程度也增加,此时本文方法相对更有优势。

本文方法对索杆铰接式伸展臂端部热环境作用下的热分析提供了一定的参考,为得出更精确的解,仍需对横杆热传导等因素做更加细致的处理。

## 参考文献 (References)

[1] 郭宏伟,刘荣强,邓宗全.空间索杆铰接式伸展臂性能参数分析与设计[J].北京航空航天大学学报,2008,34(10):1186-1190.  
GUO H W, LIU R Q, DENG Z Q. Performance parameters analysis and design of space cable-strut deployable articulated mast [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(10): 1186-1190 (in Chinese).

[2] 邓宗全.空间折展机构设计[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2013:261-264.  
DENG Z Q. Design of space deployable structures [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2013: 261-264 (in Chinese).

[3] BARCLAY D L, BROGREN E W, FOSTH D C, et al. Large space structures—Configuration, packaging, and response studies; NASA-CR-158928 [R]. Carpinteria: NASA, 1978.

[4] BROGREN E W, BARCLAY D L, STRAAYER J W. Simplified thermal estimation techniques for large space structures; NASA-CR-145253 [R]. Carpinteria: NASA, 1977.

[5] 杨玉龙,关富玲,张淑杰.可展桁架天线温度场和热变形分析[J].空间科学学报,2005,25(3):235-240.  
YANG Y L, GUAN F L, ZHANG S J. Thermal-structural analysis of deployable truss antenna [J]. Chinese Journal of Space Science, 2005, 25(3): 235-240 (in Chinese).

[6] MAHANEY J, STRODE K B. Fundamental studies of thermal-structural effects on orbiting trusses [J]. AIAA Paper, 1982, 82(2): 49-59.

[7] BOLEY B A, WEINER J H. Theory of thermal stresses [M]. Chicago: Courier Corporation, 2012: 243-251.

[8] THORNTON E A, KIM Y A. Thermally induced bending vibrations of a flexible rolled-up solar array [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1993, 30(4): 438-448.

[9] CHUNG P W, THORNTON E A. Torsional buckling and vibrations of a flexible rolled-up solar array [J]. AIAA Paper, 1995, 95(3): 1654-1664.

[10] 丁勇,薛明德,程乐锦,等.空间结构瞬态温度场的 Fourier—有限元分析[J].清华大学学报(自然科学版),2002,42(2):198-202.  
DING Y, XUE M D, CHENG L J, et al. Fourier-finite element analysis of temperature fields in space structures [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2002, 42(2): 198-202 (in Chinese).

[11] TAMMA K, SPYRAKOS C, LAMBI M A. Thermal/structural dynamic analysis via a transform-method based on finite-element approach [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1987, 24(3): 219-226.

[12] 朱敏波.星载大型可展开天线热分析技术研究[D].西安:西安电子科技大学,2007:37-42.  
ZHU M B. Research on thermal analysis technology for the large deployable antenna [D]. Xi'an: Xidian University, 2007: 37-42 (in Chinese).

[13] 刘锦贤.空间可展天线支撑结构热—结构分析[D].上海:上海交通大学,2013:40-44.  
LIU J X. Thermal-structural analysis for support structure of deployable space antenna [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2013: 40-44 (in Chinese).

[14] 杨玉龙.空间展开桁架结构设计理论与热控制研究[D].杭州:浙江大学,2007:49-55.  
YANG Y L. Structure design theory and thermal control study for space deployable truss structure [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007: 49-55 (in Chinese).

[15] 张晓宁.空间飞行器多层隔热系统传热特性的研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007:29-34.  
ZHANG X N. Research of heat transfer in multilayer insulation for space vehicles [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007: 29-34 (in Chinese).

[16] 安翔,张铎.太阳电池阵瞬态非线性温度场的精细算法[J].中国空间科学技术,2001,21(2):7-12.  
AN X, ZHANG D. Precise computation for nonlinear transient temperature distribution of solar array [J]. Chinese Space Science & Technology, 2001, 21(2): 7-12 (in Chinese).

[17] 胡汉平.热传导理论[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2010:102-103.  
HU H P. Heat conduction theory [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2010: 102-103 (in Chinese).

## 作者简介:

杨君坦 男,硕士研究生。主要研究方向:复合材料结构优化设计、计算固体力学、结构健康监测。

E-mail: yangjuntan@buaa.edu.cn

邱志平 男,博士,教授。主要研究方向:不确定力学、结构优化设计、计算固体力学、力学中的非线性问题。

Tel.: 010-82339628

E-mail: zpqi@buaa.edu.cn

## Heat conduction analysis for simplified model of large scale space deployable structure

YANG Juntan, QIU Zhiping\*, LYU Zheng, LI Qi

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on heat conduction and the equivalent thermal parameters, the space cable-strut deployable articulated mast and its ambient thermal environment were simplified. The dynamic boundary temperature was expanded into harmonic components adopting Fourier series, and the corresponding transient thermal response of the simplified mast under each component was calculated using one-dimensional heat conduction model, respectively. The overall transient response was then obtained via superposition principle. The thermal response under the same setup was estimated using a finite element model, by which the reasonability of aforementioned calculation was verified. The method presented in this paper could be a useful reference for thermal analysis of similar structures, particularly in conceptual design.

**Key words:** space deployable structure; finite element method; heat conduction; superposition principle; temperature fields

**Received:** 2015-04-14; **Accepted:** 2015-05-14; **Published online:** 2015-06-17 17:35

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150617.1735.010.html

**Foundation items:** "111" Project (B07009); National Special Fund for Major Research Instrument Development (2011YQ140145); Defense Industrial Technology Development Program (A0820132001, NA0420132101)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82339628 E-mail: zpqi@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0351

# 电脉冲除冰系统电磁脉冲力仿真分析



袁起航, 林贵平, 李广超\*, 申晓斌, 卜雪琴

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 为了获得更精确的电脉冲除冰(EIDI)系统中电磁力在飞机蒙皮上的分布及其随时间变化的情况,针对系统的工作原理与工作过程进行了仿真研究。计算分析了EIDI系统电路中电流随时间变化的关系;通过麦克斯韦方程组的求解完成了EIDI系统电磁场的仿真;计算分析了电磁力随时间变化的规律,获得了蒙皮上的磁感应强度分布、涡电流密度分布和瞬态电磁力密度分布。考虑线圈工作时蒙皮对其电感的影响,建立了更接近真实电路的激励加载方法,得到了准确的电磁力变化趋势;考虑趋肤效应对蒙皮厚度方向上涡电流密度、电磁力密度分布的影响,用有限元分析方法使蒙皮上电磁力分布的计算更为全面合理。

**关键词:** 电脉冲除冰系统;麦克斯韦方程;趋肤效应;电磁力分布;有限元分析

**中图分类号:** V244.15

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)03-0632-07

从早期的飞行活动开始,飞机积冰一直是威胁安全飞行的一种重要危险因素。大量实践证明<sup>[1]</sup>,机翼等关键部位少量的结冰,就会使飞机的升力急剧下降,阻力显著增大,由此引起飞机的操纵性和稳定性品质恶化,因此对机翼等部件进行防除冰十分重要<sup>[2]</sup>。电脉冲除冰(Electro-Impulse De-Icing, EIDI)系统作为一种电动-机械除冰系统,具有耗能低、质量小、易维护和可靠性高等优点,有很大的应用发展空间<sup>[3]</sup>。由于现代飞机对低能耗装置的要求,从减少能量使用的角度,EIDI系统的优越性和发展前景是显而易见的<sup>[4-5]</sup>。

EIDI是一种电动-机械除冰方式,由线圈产生的电磁力作用于表面附有冰层的蒙皮上,使其产生振动,破坏冰层结构,达到去除冰层的目的。对EIDI系统的研究主要包括电磁场研究、结构动力学研究和除冰效果预测3步。电磁场研究主要解决“发生电路—线圈—蒙皮”除冰模型在电流

激励下产生脉冲力的问题,包括对脉冲力造成影响的各种因素的研究等;结构动力学研究分析由脉冲力所产生的结构变形及振动特性;除冰效果预测根据结构变形及振动的动力学特性,建立一套预测除冰的评价准则。

电磁场研究是EIDI系统研究中的重要组成部分,是蒙皮结构动力学分析及除冰效果预测的基础。EIDI系统需要获得电磁脉冲力来进行性能分析,由线圈产生的脉冲力大小及其在蒙皮上的分布情况来确定各种电路参数、部件几何形状及结构因素等对脉冲力的影响规律。尤其是运行电路(电容器的电容、电容器的初始电压和线圈电流等)及线圈的静态参数(几何尺寸、电导率和匝数等),它们是整个EIDI系统的核心要素。因此需要建立计算模型,对EIDI系统的电磁场进行仿真。

国外对EIDI系统的研究源于20世纪80年代。美国国家航空航天局(NASA)的Lewis<sup>[6]</sup>运

收稿日期: 2015-05-29; 录用日期: 2015-09-18; 网络出版时间: 2015-10-30 16:43

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1643.006.html

基金项目: 民用飞机电脉冲除冰系统技术研究项目(MJ-S-2012-06); 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-14-HKXY-008)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339235 E-mail: liguangchao@buaa.edu.cn

**引用格式:** 袁起航, 林贵平, 李广超, 等. 电脉冲除冰系统电磁脉冲力仿真分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(3): 632-638. YUAN Q H, LIN G P, LI G C, et al. Simulation and analysis on electromagnetic impulse force of electro-impulse de-icing system [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(3): 632-638 (in Chinese).

用汉克尔以及拉氏变换,采用有限差分方法解决电磁场磁矢位问题;Henderson<sup>[7]</sup>建立了电磁场的汉克尔空间传递模型;威奇塔州立大学的 Bernhart 和 Schrag<sup>[8]</sup>首次运用有限元的思想分析电磁场,建立了 Bernhart-Schrag 模型,通过计算线圈与试验蒙皮的电感来求得磁感应强度,进而求出蒙皮受到的电磁力大小。国内对 EIDI 系统的研究起步较晚且研究成果较少,所见研究方法基本与 Zumwalt<sup>[3]</sup>和 Schrag<sup>[8]</sup>等保持一致。

目前的研究中,进行 EIDI 系统电磁场仿真时,线圈中的电流多采用等效的正弦波或既定输入<sup>[9]</sup>,即先计算出电流波形再将其作为电磁场仿真的激励。此过程未考虑 EIDI 系统其他部分对电路参数的反馈,如忽略了线圈与蒙皮之间存在的互感会影响线圈电感值等,这与真实情况存在一定区别。求解电磁力分布时,未关注蒙皮厚度方向上涡电流密度、电磁力密度的变化,仅将蒙皮厚度方向视作一层求解其受力,也会产生误差。

本文在求解电磁力分布时,使用有限元方法对电磁场进行仿真研究,考虑系统其他部分对电路的影响,获得了更精确的电磁力随时间变化的趋势;在求解电磁力分布时,考虑趋肤效应的影响,在蒙皮厚度方向上进行了更详细的分析。使用有限元方法进行仿真采用了更少的假设条件,使求解电磁力分布不仅限于平板线圈之间,还可以进行机翼蒙皮的电磁力分布求解,利于工程应用。

## 1 EIDI 系统组成及仿真方法

### 1.1 系统组成

飞机 EIDI 系统的原理示意图见图 1。在飞机蒙皮的下方安装用铜导线绕制的脉冲电感线圈。当有除冰需求时,启动控制系统以导通脉冲除冰电路,供电电容器向脉冲电路放电,电感线圈短时间内流过上千安的脉冲电流,这一变化电流在线圈周围激发出磁场,使蒙皮中形成感应涡电

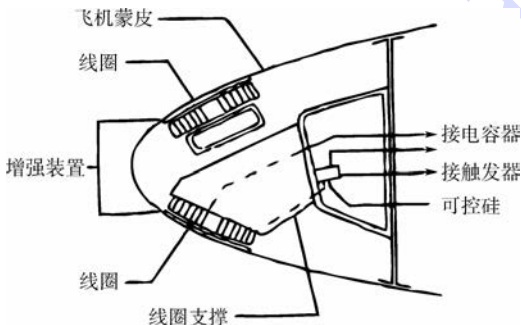


图1 EIDI 系统原理示意图

Fig. 1 Schematic of EIDI system principle

流,从而在蒙皮上产生巨大的电磁力,该瞬态电磁脉冲力引起了蒙皮小振幅高加速度的振动,以此除掉蒙皮表面的冰层。

### 1.2 脉冲力求解原理与方法

本文通过麦克斯韦方法来完成脉冲力的求解,微分形式的麦克斯韦方程组为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{H}$ 为磁场强度; $\mathbf{D}$ 为位移电流; $\mathbf{J}$ 为电流密度; $\mathbf{E}$ 为电场强度; $\mathbf{B}$ 为磁感应强度; $\rho$ 为电荷密度。

式(1)表达了求解域内每点处的电磁场状态。在求解麦克斯韦方程组时,还需要用到如下本构关系:

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\varepsilon$ 、 $\mu$ 和 $\sigma$ 为材料本身的物理属性。 $\varepsilon$ 为介电常数(电容率),代表了电介质响应外电场而产生电极化的程度, $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ , $\varepsilon_0$ 为真空介电常数, $\varepsilon_r$ 为相对介电常数。类似地, $\mu$ 为磁导率,其表示在磁场中导通磁力线的能力, $\mu = \mu_0 \mu_r$ , $\mu_0$ 为真空磁导率, $\mu_r$ 为相对磁导率。 $\sigma$ 为电导率,在介质中其与电场强度之积等于传导电流密度,电导率的值与同种材料的电导率与电阻率互为倒数。

图2所示为电磁场中的某一个单元(立方体),其电流密度 $\mathbf{J}$ 与流经此处电流 $\mathbf{I}$ 的关系为: $\mathbf{I} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}$ ,其中, $\mathbf{S}$ 为立方体上与电流密度 $\mathbf{J}$ 垂直面的截面积。

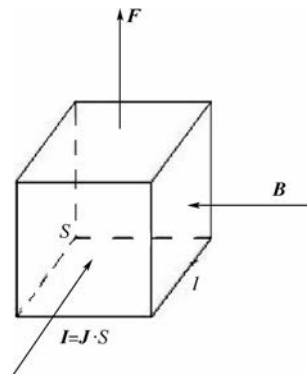


图2 单元电流密度、磁感应强度及受力示意图

Fig. 2 Schematic of current and magnetic flux density with force of an element

根据磁场对电流的作用,电磁脉冲力的表达式为

$$F = I \times B \cdot l \tag{3}$$

因此,对于小立方体有

$$F = I \times B \cdot l = J \cdot S \times B \cdot l = J \times B \cdot \Delta V \tag{4}$$

式中: $l$ 为 $J$ 方向上的立方体长度; $\Delta V = Sl$ 为立方体的体积。由此可知,如果已知某一立方体处的电流密度 $J$ 、磁感应强度 $B$ ,即可得到此立方体所受到的电磁力。平板上的电流密度与磁感应强度矢量的外积决定了电磁力 $F$ 的方向垂直于平板。

使用麦克斯韦方法对 EIDI 系统进行电磁场分析时,分别将系统中的线圈、蒙皮以及其周围的空间进行单元划分,将其分成有限个立方体(有限元,尺寸形状不一定相同)。EIDI 系统工作时,线圈的每一个有限元都是一个小电流元,根据麦克斯韦方程,电流元的电场在空间内激发产生磁场,并在不远处的蒙皮中感生出涡电流,涡电流本身也可以分解为一个个小电流元(用该点处的电流密度 $J$ 表示)。利用这点处的磁感应强度及电流密度,由式(4)可以求出该点处受到的电磁力。对蒙皮上各点的受力情况进行积分便可得到整个蒙皮上的受力情况。

## 2 麦克斯韦电磁场有限元求解

### 2.1 电磁力随时间变化的计算

为便于说明电磁力的计算原理,先将蒙皮与线圈的组合简化成平板与线圈的形式,见图3。

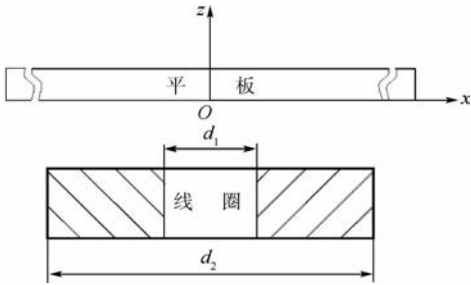


图3 平板与线圈组成的 EIDI 系统电磁场分析几何模型

Fig. 3 Geometric model of EIDI system electromagnetic field analysis made up of plate and coil

由于 EIDI 系统在工作时,平板中感生出的涡电流可以等效为多个半径不同的同轴圆环<sup>[11]</sup>,因此线圈与平板之间存在互感 $M$ 。在 EIDI 系统的电路中,线圈与平板的相对位置情况类似于 2 个串联的电感 $L_1$ 、 $L_2$ ,其等效总电感值为 $L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$ ,其中,当 2 个电感器产生的磁场方向相同时,取“+”,反之,取“-”。易知,当电路中电

流值增大时,线圈磁感应强度增大,此时平板中感生出的电磁场与线圈电磁场反向,因此取“-”,此时电路中的等效电感 $L_{eq}$ 要小于线圈自身的电感 $L$ ;反之,在电流值减小时,平板感生出的电磁场与线圈电磁场同向,因此取“+”,此时电路中的等效电感 $L_{eq}$ 要大于线圈自身的电感 $L$ 。

由式(1)中的 $\nabla \times E = -\partial B/\partial t$ 可知,线圈中电流激励通过激发的电场对磁感应强度的变化率产生影响,电路中电感值变小会导致电路响应时间变短。图4为有、无平板在线圈旁时仿真得到的电路响应。在有平板存在时,等效电感减小,导致电路中的感抗减小,电路电流峰值变大,而等效电感的减小也会导致电路频率升高,峰值提前到来。由于 EIDI 系统的发生电路中等效电阻值很小,因此该电路属于 RLC 电路中的欠阻尼情况<sup>[11]</sup>,电路中的电流会随时间产生振荡,其振荡频率为

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \tag{5}$$

式中: $L$ 、 $C$ 分别为电路中的总电感、电容值。

图5为本文加载的激励电流与文献数据的对比。可知,在峰值与实验电流相同的基础上,使用本文方法仿真的电流波形与实验中线圈产生的电流波形更为接近。

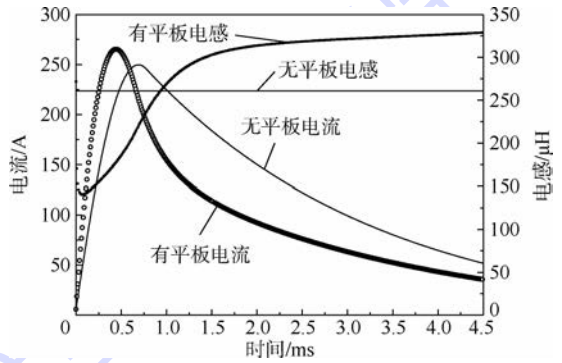


图4 仿真过程中电路电流、线圈电感随时间的变化  
Fig. 4 Current and coil inductance time history in simulation process

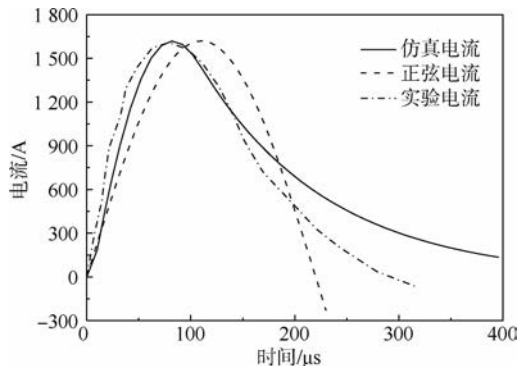


图5 线圈中的电流随时间的变化  
Fig. 5 Time history of current in coil

## 2.2 平板电磁力在空间的分布

电磁力为体积力,其密度会在平板的  $x$  方向及  $z$  方向(见图3)上均有变化。 $x$  方向上的变化是由线圈尺寸、位置不同而产生的,一般距线圈中心  $x = (d_1 + d_2)/2$  处附近的电磁力密度最大;在  $z$  方向上,由于导体有趋肤效应,距离线圈较近的一侧平板内涡电流密度会比另一侧大,同时这一侧磁感应强度也较大,因此产生的电磁力较大,反之,远离线圈一侧的平板产生电磁力较小。

通常,用趋肤深度对导体趋肤效应进行度量,其表达式为

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} \quad (6)$$

从式(6)可知,发生电路的频率越高,平板的趋肤深度越浅。图6中的J1、J2分别为2种不同电路参数下的平板上下表面电流密度随位置的变化曲线。仿真设定的平板厚度为2 mm, J2所对应的发生电路初始参数为  $L = 30 \mu\text{H}$ ,  $C = 200 \mu\text{F}$ , 平板的电导率和真空磁导率分别为  $3.8 \times 10^7 \text{ S/m}$  和  $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 。由式(5)、式(6)计算出这种条件下平板的趋肤深度约为1.8 mm, 小于平板厚度, 平板上的电流密度随离线圈距离的增加而降低, 因此在远离线圈一侧的感生涡电流密度下降明显。而J1所对应的发生电路的初始参数为  $L = 30 \mu\text{H}$ ,  $C = 800 \mu\text{F}$ , 计算得到其趋肤深度约为2.55 mm, 大于平板厚度, 因此平板的  $z$  方向各处电流密度变化不明显。需要注意在J1条件下, 根据毕奥-萨伐尔定律, 平板上下表面的磁感应强度的差异依然存在, 因此2个表面上的电磁力密度大小仍然有明显区别。

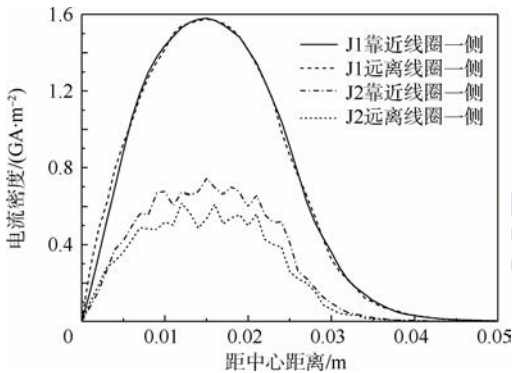


图6 电流峰值时刻平板上下表面电流密度随位置变化  
Fig.6 Current density on both sides of plate changes with position at peak current

图7为平板上下表面的磁感应强度随位置变化的分布。随着平板与线圈间距离增大,空间中感生磁场的磁感应强度下降明显,远离线圈一侧的磁感应强度远小于靠近线圈一侧。

为了更充分地利用平板的厚度产生电磁力,可以对电路静态参数(电容  $C$ 、电感  $L$ )进行调整,以此改变电路响应频率  $f$ ,从而使趋肤深度与平板厚度匹配。

图8清晰展示了在图6的J2参数条件下,平板上下表面电磁力密度的差别,上下表面间的电磁力密度介于图中实线与虚线之间。在距中心  $x$  处不同的厚度位置上,  $z$  方向上电磁力密度的变化并不一致(见图9)。因此,选择平板任何一层

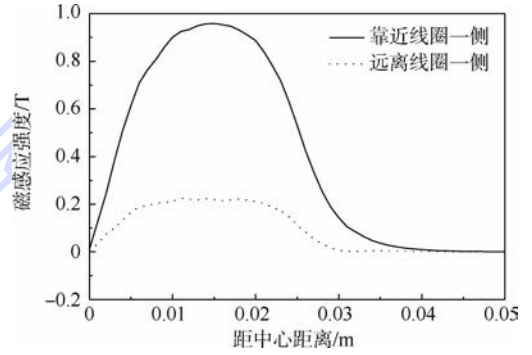


图7 电流峰值时刻平板上下表面磁感应强度随位置变化

Fig.7 Magnetic flux density on both sides of plate changes with position at peak current

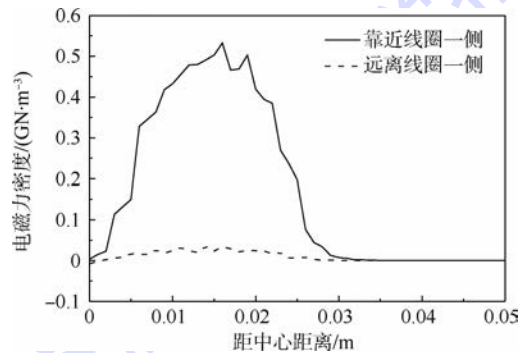


图8 峰值时刻平板上下表面电磁力密度随位置变化

Fig.8 Electromagnetic force density on both sides of plate changes with position at peak current

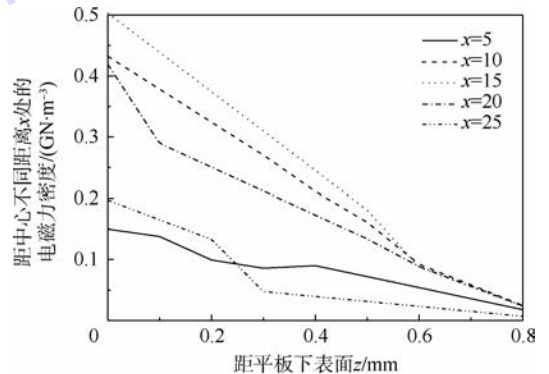


图9 电磁力密度随  $z$  坐标变化

Fig.9 Electromagnetic force density changes with  $z$  coordinate

上的电磁力乘以一个系数来代替整体受力都会造成误差。

### 3 仿真结果与分析

#### 3.1 计算模型验证

取相同状态的矩形平板为对象进行分析,将本文计算得到的电路及电磁场响应随时间变化结果与文献[12]结果进行比较。图10显示了本文方法与文献[12]中电磁力随时间的变化结果对比。可见,2种仿真方法的结果响应时间比较一致,本文得到的电磁力比文献[12]中的略小。电磁压力空间分布结果计算出的压强与文献[13]结果的比较见图11。可见,本文结果与文献[13]的值吻合较好。本文结果在平板中心位置偏大。通过电磁力随时间变化、空间分布的比较可知,本文计算模型具有较好的计算精度。

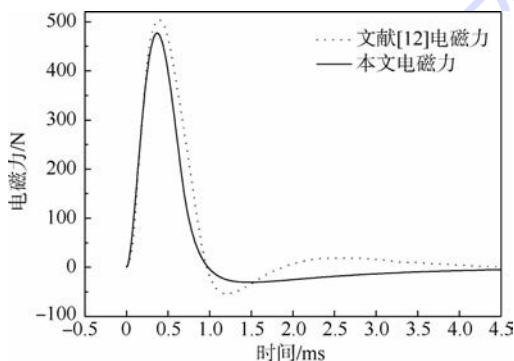


图10 2种不同方法求解随时间变化的电磁力  
Fig. 10 Calculated electromagnetic force time history in two different ways

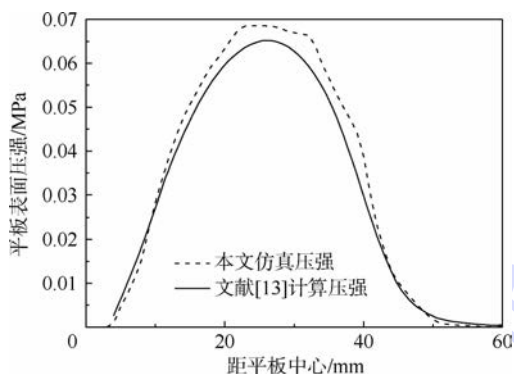


图11 2种不同方法平板上的电磁压强对比  
Fig. 11 Contrast of electromagnetic pressure on plate in two different ways

#### 3.2 平板电磁力分布结果后处理

通过仿真可以得到电磁力密度在时间、空间上的分布,分析时需要将仿真结果进行后处理<sup>[14-15]</sup>。在平板表面各区域内,不同颜色代表不同电磁力密度(单位为 $\text{N}/\text{m}^3$ ),见图12,整理成

表1。 $d$ 为该处距平板中心的距离, $P_{\max}$ 为平板表面最大电磁力密度转化成的压强。将结果表示成压强随时间的变化规律(见表2,为 $0.1P_{\max}$ 对应区域),加载到平板上进行结构动力学分析。

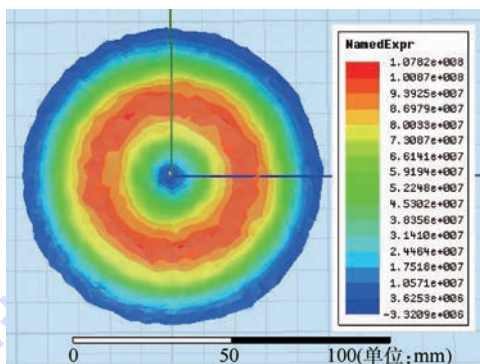


图12 电磁力密度在平板上的分布

Fig. 12 Distribution of electromagnetic force density on plate

表1 平板上随区域变化的压强

Table 1 Pressure on plate changes with zone

| $d/\text{mm}$ | $p$           |
|---------------|---------------|
| 7 ~ 12        | $0.3P_{\max}$ |
| 12 ~ 17       | $0.5P_{\max}$ |
| 17 ~ 22       | $0.7P_{\max}$ |
| 22 ~ 27       | $0.9P_{\max}$ |
| 27 ~ 32       | $0.7P_{\max}$ |
| 32 ~ 37       | $0.5P_{\max}$ |
| 37 ~ 42       | $0.3P_{\max}$ |
| 42 ~ 47       | $0.1P_{\max}$ |

表2 平板上压强随时间的变化

Table 2 Pressure on plate changes with time

| $t/\text{s}$ | $p/\text{MPa}$ |
|--------------|----------------|
| 0.000 05     | 0.162 921      |
| 0.000 10     | 0.483 311      |
| 0.000 15     | 0.802 171      |
| 0.000 20     | 1.006 672      |
| 0.000 25     | 1.043 409      |
| 0.000 30     | 0.917 433      |
| 0.000 35     | 0.698 893      |
| 0.000 40     | 0.521 213      |
| 0.000 45     | 0.385 084      |
| 0.000 50     | 0.280 305      |
| 0.000 55     | 0.199 474      |
| 0.000 60     | 0.137 065      |
| 0.000 65     | 0.088 894      |
| 0.000 70     | 0.051 771      |
| 0.000 75     | 0.023 249      |
| 0.000 80     | 0              |

#### 3.3 带曲率的蒙皮算例结果

使用求解麦克斯韦方程组进行仿真的优点之一是在计算时未假设线圈与平板间距离一致,因此可以将平板上使用的方法直接推广到带有曲率的蒙皮上。按照图13建立仿真模型,黄色是线

圈,外径为 58 mm,内径为 40 mm,厚度为 7 mm,匝数为 32;蓝色是蒙皮,在  $x$ 、 $y$  方向上的投影长度分别为 245 mm、260 mm,线圈与蒙皮之间的最大距离为 10.16 mm。电路参数设置为:线圈等效电感为  $62 \mu\text{H}$ ,电路等效电阻为  $0.5 \Omega$ ,电容为  $200 \mu\text{F}$ ,初始放电电压为 1000 V。

图 14(a) 为某时刻蒙皮上的磁感应强度分布,单位为 T;图 14(b) 为某时刻蒙皮上的电磁力密度分布,单位为  $\text{N}/\text{m}^3$ 。可以看到,与平板不同,有曲率蒙皮表面的磁感应强度、电磁力密度并没

有呈规则圆环分布。原因在于平板上以板中心为圆心,任意半径的圆上各点距线圈中心的距离都相同,因此磁感应强度等物理量会以圆环形式分布;但在带有曲率的蒙皮表面上,距线圈中心等距离的各点并未分布在同一平面内,因此物理量会出现未以圆环形式分布的状态。图 14(a) 中,红色区域代表磁感应强度绝对值较大处,这是与线圈距离较小造成的。同理,图 14(b) 中,相同位置出现了电磁力密度的极大值,也是由于此处与线圈距离小。

## 4 结 论

1) 使用有限元分析方法对 EIDI 系统的电磁场进行研究,考虑系统工作时其他部分对线圈电感的影响,并对电流响应进行了优化,分析趋肤效应对蒙皮电磁力求解的影响,并对电磁力分布进行了计算与分析。

2) 使用的有限元分析方法解决了曲面上电磁力等物理量分布的计算问题,对求解真实蒙皮上电磁力分布有重要意义。

3) 求解蒙皮上全部各有限元的电磁力仿真时间较长,为提高效率,需要对求解进行简化;在仿真中未考虑蒙皮在受力时发生的形变,这会对电磁力的求解产生影响,今后研究中需要考虑结构与电磁力的耦合作用。

## 参考文献 (References)

- [1] THOMAS S K, CASSONI R P, MACARTHUR C. Aircraft anti-icing and deicing techniques and modeling; AIAA-1996-0390 [R]. Reston: AIAA, 1996.
- [2] 何舟东. 飞机电脉冲除冰系统参数设计 [J]. 航空科学技术, 2014, 25(6): 33-37.  
HE Z D. Parameter design of electro-impulse de-icing [J]. Aeronautical Science & Technology, 2014, 25(6): 33-37 (in Chinese).
- [3] ZUMWALT G. Electromagnetic emissions from an electro-impulse deicing system in a composite wing equipped with lightning protection; DOT/FAA/CT-TN90/32 [R]. Cambridge: FAA, 1991.
- [4] LI Q Y, ZHU C L, BAI T. Numerical simulation and experimental verification of the electro-impulse de-icing system; AIAA-2012-1992 [R]. Reston: AIAA, 2012.
- [5] LABEAS G N, DIAMANTAKOS I D, SUNARIC M M. Simulation of the electro-impulse de-icing process of aircraft wings [J]. Journal of Aircraft, 2006, 43(6): 1876-1885.
- [6] LEWIS G J. The electro-dynamic operation of electro-impulse de-icing systems; AIAA-1986-0547 [R]. Reston: AIAA, 1986.
- [7] HENDERSON R A. Theoretical analysis of the electrical aspect of the basic electro-impulse problem in aircraft de-icing appli-

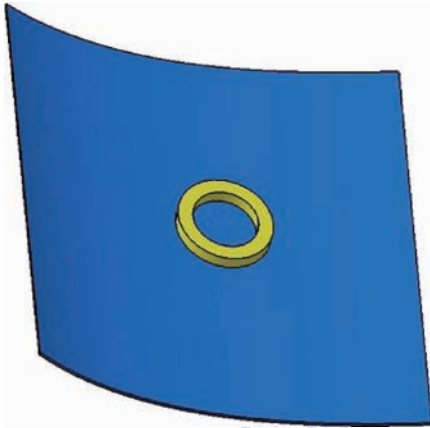


图 13 蒙皮仿真几何模型示意图

Fig. 13 Schematic of skin geometry model for simulation

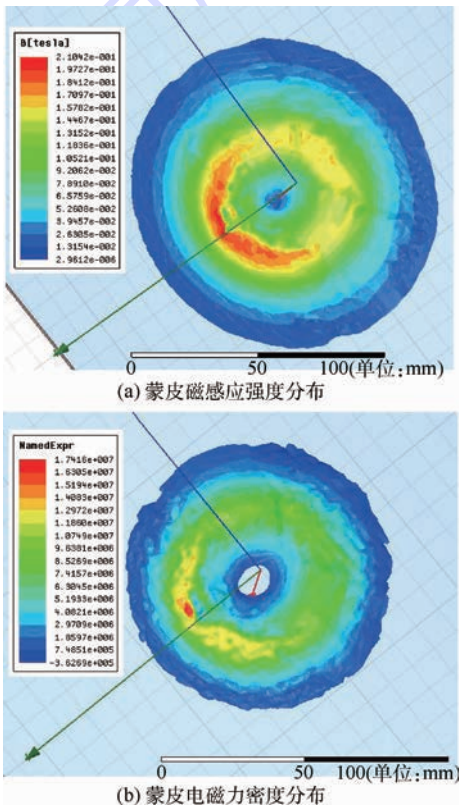


图 14 蒙皮磁感应强度分布和电磁力密度分布  
Fig. 14 Distribution of magnetic flux density and electromagnetic force density on skin

- cation[D]. Wichita:Wichita State University,1986:11-20.
- [ 8 ] BERNHART W D, SCHRAG R L. Electro-impulse de-icing electro-dynamic solution by discrete elements; AIAA-1988-0018 [R]. Reston: AIAA, 1988.
- [ 9 ] 李清英,朱春玲,白天. 电脉冲除冰系统除冰激励的简化与影响因素[J]. 航空学报,2012,33(8):1384-1393.  
LI Q Y, ZHU C L, BAI T. Simplification of de-icing excitation and influential factors of the electro-impulse de-icing system [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33 ( 8 ) : 1384-1393 (in Chinese).
- [10] 邹澎,周晓萍. 电磁场与电磁波[M]. 北京:清华大学出版社,2008:20-26.  
ZOU P, ZHOU X P. Electromagnetic field and electromagnetic wave[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 20-26 (in Chinese).
- [11] 李广超. 电脉冲除冰系统建模与实验研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2014:32-58.  
LI G C. Electro-impulse de-icing system modeling and experimental research [D]. Beijing: Beihang University, 2014: 32-58 (in Chinese).
- [12] 李清英. 电脉冲除冰系统的实验、理论与设计研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2012:55-66.  
LI Q Y. Research on the experiments, theories, and design of the electro-impulse de-icing system [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012: 55-66 (in Chinese).
- [13] 李清英,白天,朱春玲. 电脉冲除冰系统除冰激励的仿真研究[J]. 系统仿真学报,2011,23(12):2799-2804.  
LI Q Y, BAI T, ZHU C L. Simulation of deicing excitation of electro-impulse deicing system [J]. Journal of System Simulation, 2011, 23 (12) : 2799-2804 (in Chinese).
- [14] 蒋大青. 瞬变电磁法全程正演模拟研究[D]. 重庆:重庆大学,2012:31-41.  
JIANG D Q. The whole course forward modeling for transient electromagnetic method [D]. Chongqing: Chongqing University, 2012: 31-41 (in Chinese).
- [15] 刘国强,赵凌志,蒋继娅. Ansoft 工程电磁场有限元分析[M]. 北京:电子工业出版社,2005:219-225.  
LIU G Q, ZHAO L Z, JIANG J Y. Ansoft finite elements analysis of electromagnetic field engineering [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2005: 219-225 (in Chinese).

#### 作者简介:

袁起航 男,硕士研究生。主要研究方向:电脉冲除冰技术。

Tel.: 010-82338600

E-mail: nevercollapse@sina.cn

李广超 男,博士,讲师。主要研究方向:电脉冲除冰技术。

Tel.: 010-82339235

E-mail: liguangchao@buaa.edu.cn

## Simulation and analysis on electromagnetic impulse force of electro-impulse de-icing system

YUAN Qihang, LIN Guiping, LI Guangchao\*, SHEN Xiaobin, BU Xueqin

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In order to calculate the electro-magnetic force on skin and changes with time more accurately, the working mechanism and process of the electro-impulse de-icing (EIDI) system were studied. The current in circuit of the system was calculated and analyzed. The electromagnetic field of the system was simulated by solving the Maxwell equations. Electromagnetic force time history was calculated and analyzed. The distribution of flux density, eddy current density and transient electromagnetic force density on skin was acquired. Meanwhile, it was accurately acquired how electromagnetic force changed with time by simulating the real circuit working whose inductance was influenced by skin. Moreover, considering that skin effect affects the eddy current and electromagnetic force density, finite element method is more reasonable for calculating the distribution of electromagnetic force on skin.

**Key words:** electro-impulse de-icing system; Maxwell equations; skin effect; distribution of electromagnetic force; finite element analysis

Received: 2015-05-29; Accepted: 2015-09-18; Published online: 2015-10-30 16:43

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1643.006.html

Foundation items: Civil Airplane Electric Impulse Deicing System Technical Research (MJ-S-2012-06); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-14-HKXY-008)

\* Corresponding author. Tel.: 010-82339235 E-mail: liguangchao@buaa.edu.cn

## 《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行人,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

### 1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

### 2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码,中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5~8 个),中图分类号,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词,引言,正文,参考文献。首、末页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

### 3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100083 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部

办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间

电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426

E-mail: jbuaa@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

http://www.buaa.edu.cn

《北京航空航天大学学报》  
第五届编辑委员会

主任(主编): 赵沁平

(以下按姓氏笔划为序)

副主任(副主编): 丁希仑 王少萍 孙志梅 李秋实 李焕喜 杨嘉陵  
苗俊刚 相艳 徐立军 钱德沛 曹晋滨

编委: 马殿富 王琪 王聪 邓小燕 王青云 王荣明 刘宇  
刘红 江洁 刘强 闫鹏 朱天乐 刘铁钢 齐铂金  
陈万春 邹正平 苏东林 杨世春 沈成平 邱志平 宋知人  
杨树斌 张晓林 杨晓奕 杨继萍 李惠峰 吴新开 张瑞丰  
杨照华 宋凝芳 周锐 林宇震 林贵平 战强 姚仰平  
胡庆雷 赵秋红 段海滨 赵巍胜 席平 郭宏 徐洁  
徐世杰 郭洪波 康锐 翟锦 熊华钢

北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

(原《北京航空学院学报》)

(月刊 1956年创刊)

第42卷第3期 2016年3月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS  
(JBUA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.42 No.3 March 2016

主管单位 中华人民共和国工业和信息化部

主办单位 北京航空航天大学

主编 赵沁平

编辑出版 《北京航空航天大学学报》  
编辑部

邮编 100083

地址 北京市海淀区学院路37号

印刷 北京科信印刷有限公司

发行 北航文化传媒集团

发行范围 国内外发行

联系电话 (010) 82315594 82338922  
82314839

电子信箱 jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information  
Technology of the People's Republic of China

Sponsored by Beijing University of Aeronautics  
and Astronautics (BUAA)  
(Beijing 100083, P. R. China)

Chief Editor Zhao Qinping

Edited and Published by Editorial Board of JBUA

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

Distributed by BUAA Culture Media Group Limited

Telephone (010) 82315594 82338922  
82314839

E-mail jbuaa@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

刊号 ISSN 1001-5965  
CN 11-2625/V

国内定价 20.00元/期

ISSN 1001-5965



9 771001 596168