

北航学报  
赠阅

ISSN 1001-5965  
CODEN BHHDE8



# 北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



**2016-04**

Vol.42 No.4

## 目 次

- 考虑弹体弹性的导弹半物理仿真方法与影响分析 ..... 刘莉, 王岩松, 周思达, 张武龙 (639)
- 基于航空环境的面齿轮磨珩复合磨削加工方法 ..... 王廷忠, 赵洪铺, 兰州, 侯良威, 钟扬 (646)
- 空气系统双腔模型的压力动态特性分析 ..... 丁水汀, 车巍巍, 刘传凯 (654)
- 前列腺癌粒子植入机器人运动学建模和仿真 ..... 张永德, 梁艺, 毕津滔, 许勇 (662)
- 带有攻击角约束的无抖振滑模制导律设计 ..... 周卫东, 陈沿远, 熊少锋 (669)
- 碳纳米管薄膜传感器及其应变传感特性 ..... 聂鹏, 张大国, 陈彦海, 卢少微, 韩娇 (677)
- 飞机驾驶舱显示界面脑力负荷判别预测生理模型 ..... 陆崑, 卫宗敏, 庄达民, 完颜笑如 (685)
- 空间绳系拖拽系统摆动特性与平稳控制 ..... 赵国伟, 张兴民, 唐斌, 孙亮 (694)
- 基于自适应反步的 DGMSMG 框架伺服系统控制方法 ..... 李海涛, 闫斌 (703)
- 基于细胞吸引子选择机制的网络选择算法 ..... 夏海英, 曾诚, 蔡凤田, 周炜 (711)
- MIMO 仿射型极值搜索系统的输出反馈滑模控制 ..... 左斌, 张雷, 李静 (718)
- 实时流媒体 P2P 可收敛反馈网络结盟算法 ..... 沈孟如, 张晋豫 (728)
- 无人机定向天线自跟踪系统研究 ..... 查长流, 丁希仑, 俞玉树, 王学强 (737)
- 预载荷作用下管路结构动强度评估方法 ..... 王帅, 张明明, 刘桢, 贾亮, 荣克林 (745)
- 低速冲击下复合材料加筋板的损伤阻抗性能 ..... 冀赵杰, 关志东, 黎增山 (751)
- 一种用于实时数字稳像的全分辨率运动补偿方法 ..... 翟博, 郑锦, 王越 (762)
- 一种单旋翼复合式直升机性能特性 ..... 曹飞, 陈铭 (772)
- 面向多威胁的无人机智能目标跟随策略设计 ..... 祁晓明, 魏瑞轩, 周凯 (780)
- 单人行走运动参数估计方法 ..... 孙忠胜, 王俊, 孙进平, 张耀天, 袁常顺, 向洪 (789)
- 一种高效计算各类基于方差灵敏度指标的方法 ..... 员婉莹, 吕震宙, 牟珊珊 (796)
- 基于简单 WENO-间断 Galerkin 的 Euler 方程自适应计算 ..... 吴泽艳, 王立峰, 武哲 (806)
- 多种失效模式履带车辆扭力轴可靠性稳健设计 ..... 刘喆, 陶凤和, 贾长治 (815)
- 跨介质运动物体的附加质量 ..... 张晓强, 冯金富, 吝科, 胡俊华 (821)
- 基于奇异谱分析的空间环境数据插补方法 ..... 刘帅, 李智, 龚建村, 林瑞淋, 马志昊 (829)
- 基于流动显示的翼尖涡不稳定频率测量 ..... 薛栋, 潘肿, 李广超 (837)
- 基于 MDP 的诊断策略构建方法 ..... 梁雅俊, 肖明清, 宋海方, 杨召, 梁鹏 (844)
- 基于 Bayesian-MCMC 估计的隐身飞机 RCS 模型优化 ..... 代小霞, 曹晨, 冯圆 (851)
- 乏信息空间机械臂随机振动信号的灰自助评估 ..... 汪启跃, 王中宇, 王岩庆, 姚贞建 (858)

CONTENTS

Hardware-in-the-loop simulation method and influence analysis of missiles considering body elasticity  
..... LIU Li, WANG Yansong, ZHOU Sida, ZHANG Wulong (639)

Method of face gear grinding-honing machining based on aviation environment  
..... WANG Yanzhong, ZHAO Hongpu, LAN Zhou, HOU Liangwei, ZHONG Yang (646)

Dynamic pressure characteristics analysis for double-cavity model of air system  
..... DING Shuiting, CHE Weiwei, LIU Chuankai (654)

Kinematics modeling and simulation of seed implantation robot for prostate tumors  
..... ZHANG Yongde, LIANG Yi, BI Jintao, XU Yong (662)

Chattering-free sliding mode guidance law with impact angle constraint  
..... ZHOU Weidong, CHEN Yankui, XIONG Shaofeng (669)

Carbon nanotubes thin film sensor and characterization of its strain sensing  
..... NIE Peng, ZHANG Daguo, CHEN Yanhai, LU Shaowei, HAN Jiao (677)

Integrated physiological model for mental workload assessment and prediction of aircraft flight deck display interface  
..... LU Kun, WEI Zongmin, ZHUANG Damin, WANYAN Xiaoru (685)

Properties of pendulum motion of tether tugging system and its stable control  
..... ZHAO Guowei, ZHANG Xingmin, TANG Bin, SUN Liang (694)

Adaptive backstepping control method used in DCMSGMC gimbal servo system  
..... LI Haitao, YAN Bin (703)

Network selection algorithm based on cell attractor selection scheme  
..... XIA Haiying, ZENG Cheng, CAI Fengtian, ZHOU Wei (711)

Output-feedback sliding mode control for MIMO affine extremum seeking systems  
..... ZUO Bin, ZHANG Lei, LI Jing (718)

Alliance algorithm of converging feedback network on P2P real-time media streaming  
..... SHEN Mengru, ZHANG Jinyu (728)

Research on automatic tracking system for directional antenna of UAV  
..... ZHA Changliu, DING Xilun, YU Yushu, WANG Xueqiang (737)

Dynamic strength valuation method of pipeline structures under preload  
..... WANG Shuai, ZHANG Mingming, LIU Zhen, JIA Liang, RONG Kelin (745)

Damage resistance property of stiffened composite panels under low-velocity impact  
..... JI Zhaojie, GUAN Zhidong, LI Zengshan (751)

A full-resolution motion compensation method used for real-time digital image stabilization  
..... ZHAI Bo, ZHENG Jin, WANG Yue (762)

Performance characteristics of single rotor compound helicopter  
..... CAO Fei, CHEN Ming (772)

Intelligent target following strategy design for UAV against multi-threats  
..... QI Xiaoming, WEI Ruixuan, ZHOU Kai (780)

Motion parameters estimation method of single walking human  
..... SUN Zhongsheng, WANG Jun, SUN Jinping, ZHANG Yaotian, YUAN Changshun, XIANG Hong (789)

An efficient method for estimating various variance-based sensitivity indices  
..... YUN Wanying, LYU Zhenzhou, MU Shanshan (796)

Adaptive simple WENO limiter-discontinuous Galerkin method for Euler equations  
..... WU Zeyan, WANG Lifeng, WU Zhe (806)

Reliability robust design of tracked vehicle torque axis with multiple failure modes  
..... LIU Zhe, TAO Fenghe, JIA Changzhi (815)

Added mass of trans-media moving object  
..... ZHANG Xiaoqiang, FENG Jinfu, LIN Ke, HU Junhua (821)

Gap filling method for space environment data based on singular spectrum analysis  
..... LIU Shuai, LI Zhi, GONG Jiancun, LIN Ruilin, MA Zhihao (829)

Frequency measurement of wing-tip vortex instability by flow visualization  
..... XUE Dong, PAN Chong, LI Guangchao (837)

Diagnostic strategy building method based on MDP  
..... LIANG Yajun, XIAO Mingqing, SONG Haifang, YANG Zhao, LIANG Peng (844)

Optimization on stealth aircraft RCS models using Bayesian-MCMC estimation  
..... DAI Xiaoxia, CAO Chen, FENG Yuan (851)

Estimation of space manipulator random vibration signals with poor information based on grey bootstrap method  
..... WANG Qiyue, WANG Zhongyu, WANG Yanqing, YAO Zhenjian (858)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0245

# 考虑弹体弹性的导弹半物理仿真方法与影响分析

刘莉<sup>1,\*</sup>, 王岩松<sup>1</sup>, 周思达<sup>1</sup>, 张武龙<sup>2</sup>

(1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081; 2. 航天系统仿真重点实验室 北京仿真中心, 北京 100854)

**摘 要:** 随着对导弹速度和精度等性能要求的提高, 弹性特性已成为导弹动力学分析与设计中不可忽略的因素。弹性振动将对导弹的飞行特性和控制精度产生较大的影响。因此, 在对弹性体导弹进行半物理仿真时, 考虑弹体弹性振动所产生的影响, 有利于提高仿真的真实度。本文发展了考虑弹体弹性的导弹飞行动力学数学仿真框架, 建立了弹性体导弹半物理仿真系统各环节的数学模型, 实现了半物理环节动力学模型在数学仿真框架中的集成与一体化仿真, 并在此基础上分析了弹性振动和仿真设备在弹性体导弹半物理仿真中的影响, 数值仿真结果表明, 研究结果可以为考虑弹体弹性的导弹半物理仿真提供一定的理论基础。

**关键词:** 导弹动力学; 弹性; 数学仿真; 半物理仿真; 转台动力学

**中图分类号:** V219

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0639-07

半物理仿真是一种在导弹等武器系统研制领域中得到广泛应用的仿真技术。通过半物理仿真, 可以及时地判断设计的可行性, 降低研制周期和研究成本。传统的导弹半物理仿真通常以刚体动力学为基础, 忽略了弹体弹性振动的影响。对于高精度、大长径比导弹, 由于刚体运动、弹性振动以及气动力和控制系统之间的耦合, 导弹的飞行特性和控制精度将受到一定的影响, 弹性特性成为仿真分析过程中不可忽略的因素。同时, 对弹性体导弹进行半物理仿真时, 转台等设备的动力学特性可能对仿真产生一定的影响。因此, 对弹性体导弹进行半物理仿真时, 考虑弹体弹性振动的影响, 具有一定的理论意义和应用价值。

国内外关于弹性振动对大长径比弹箭飞行特性的影响已经有了比较深入的研究。Beal<sup>[1]</sup>将弹筒化成在尾部施加推力的均匀自由梁, 分析了在定常和脉冲推力的情况下, 推力和长径比对系

统稳定性的影响; 王良明<sup>[2]</sup>提出了大长径比弹箭弹体柔性弯曲的动力学模型和有限元模型, 分析了长径比和速度等参数对弹性变形的影响; 杨超和吴志刚<sup>[3]</sup>分别利用细长体理论和气动导数方法计算了导弹的非定常气动力, 并对导弹气动伺服稳定性及稳定裕度进行了分析; 臧涛成和胡焕性<sup>[4]</sup>对大长细比弹箭弹性效应研究进行了综述; 高强<sup>[5]</sup>对弹性体导弹振动进行了主动控制研究; 李家文<sup>[6]</sup>对大型捆绑火箭进行了建模、设计与分析; Du等<sup>[7]</sup>建立了“战神”火箭的动力学模型并进行了飞行仿真。但目前对于弹性特性在半物理仿真中的实现与可能带来的影响却很少涉及。本文将探讨考虑弹体弹性的导弹半物理仿真方法, 建立弹性体导弹半物理仿真的数学模型, 并对刚性体和弹性体导弹的数学仿真模型和半物理仿真模型进行仿真对比, 分析弹性振动和转台动力学特性在弹性体导弹半物理仿真中的影响。

收稿日期: 2015-04-21; 录用日期: 2015-06-05; 网络出版时间: 2015-06-16 14:43

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150616.1443.001.html

基金项目: 国家重点实验室基金(9140C600205130C60)

\* 通讯作者: Tel.: 010-68914534 E-mail: liuli@bit.edu.cn

**引用格式:** 刘莉, 王岩松, 周思达, 等. 考虑弹体弹性的导弹半物理仿真方法与影响分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 639-645. LIU L, WANG Y S, ZHOU S D, et al. Hardware-in-the-loop simulation method and influence analysis of missiles considering body elasticity[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 639-645 (in Chinese).

# 1 弹性体导弹的动力学模型

## 1.1 参考系及转换矩阵

为了便于描述导弹在空间中的运动,定义惯性参考系  $O_{xyz}$  和弹体参考系  $O_b x_b y_b z_b$  分别如图1所示。惯性参考系的原点  $O$  取在导弹发射点,  $Ox$  轴与地球表面相切且指向目标方向,  $Oy$  轴垂直于地面,以向上为正,  $Oz$  轴垂直于  $Oxy$  平面,其方向根据右手定则确定。弹体参考系的原点  $O_b$  位于导弹质心,  $O_b x_b$  轴与弹体纵轴重合且指向弹头方向,  $O_b y_b$  轴在弹体纵向对称平面内且垂直于  $O_b x_b$  轴,其方向以向上为正,  $O_b z_b$  轴垂直于  $O_b x_b y_b$  平面,其方向按右手定则确定。

根据欧拉角  $(\vartheta, \psi, \gamma)$ <sup>[8]</sup>, 可以确定弹体参考系相对于惯性参考系的转换矩阵。

$$C_{(B|I)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $C_{(B|I)}$  为正交矩阵, 即  $C_{(I|B)} = C_{(B|I)}^{-1} = C_{(B|I)}^T$ 。

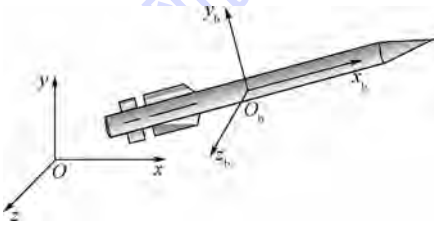


图1 参考系系统

Fig. 1 Reference coordinate systems

## 1.2 动力学方程

弹性体导弹在空间中的运动包括大范围平动、弹体的转动和弹性振动,类似文献[9-10]建立弹性体导弹的动力学方程。为便于程序实现,将方程写成矩阵形式:

$$\begin{cases} m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_{ex} - m\tilde{\omega}\mathbf{v} \\ \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{M}_{ex} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{M}_q\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{D}_{ex} - \mathbf{C}_q\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_q\mathbf{q} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $m$  为导弹的总质量;  $\mathbf{J}$  为导弹的惯性张量矩阵;  $\mathbf{v} = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  和  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  分别为导弹在弹体参考系下的平动速度和转动角速度,“ $\sim$ ”表示计算2个张量叉积的旋转矩阵;  $\mathbf{q}$  为弹性振动的模态坐标;  $\boldsymbol{\Phi}$  为弹体的模态振型的平动分量;  $\mathbf{F}_{ex}$  和  $\mathbf{M}_{ex}$  分别为导弹所受到的合外力和

外力矩;  $\mathbf{D}_{ex} \in \mathbf{R}^{3n \times 1}$  为外力沿弹轴的分布力矩阵,其可通过将导弹划分为  $n$  个单元,计算每个单元上的外力得到;  $\mathbf{M}_q$ 、 $\mathbf{C}_q$  和  $\mathbf{K}_q$  分别表示模态质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵(若忽略结构阻尼,则  $\mathbf{C}_q = \mathbf{0}$ )。

作用在导弹上的外力包括重力、空气动力和推力,且

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{ex} = \mathbf{C}_{(B|I)} m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{ae} + \mathbf{F}_i \\ \mathbf{M}_{ex} = \mathbf{M}_{ae} + \mathbf{M}_i \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{g} = [0 \ -g \ 0]^T$  为惯性参考系下的重力加速度;  $\mathbf{F}_i$  和  $\mathbf{M}_i$  分别为作用在导弹上的推力和推力矩,且有

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} P \\ P\boldsymbol{\Phi}_{\varphi_z}^{(t)}\mathbf{q} \\ -P\boldsymbol{\Phi}_{\varphi_y}^{(t)}\mathbf{q} \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ x^{(t)}P\boldsymbol{\Phi}_{\varphi_y}^{(t)}\mathbf{q} \\ x^{(t)}P\boldsymbol{\Phi}_{\varphi_z}^{(t)}\mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中:  $P$  为发动机推力;  $x^{(t)}$  为推力作用点  $t$  的坐标;  $\boldsymbol{\Phi}_{\varphi_y}^{(t)}$  和  $\boldsymbol{\Phi}_{\varphi_z}^{(t)}$  分别表示推力作用点  $y_b$  方向和  $z_b$  方向的模态振型的转动分量。

$\mathbf{F}_{ae}$  和  $\mathbf{M}_{ae}$  分别为空气动力和空气动力矩,包括定常气动载荷和弹性振动引起的非定常气动载荷。其中,定常气动载荷有

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{aeR} = [-c_A \ c_N \ c_Z]^T QS \\ \mathbf{M}_{aeR} = [-m_{xb} \ m_{yb} \ m_{zb}]^T QSb \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $Q$  为动压;  $S$  和  $b$  分别为导弹的参考面积和参考长度;  $c_A$ 、 $c_N$  和  $c_Z$  分别为导弹的轴向、法向和侧向气动力系数;  $m_{xb}$ 、 $m_{yb}$  和  $m_{zb}$  分别为导弹的3个弹轴方向的力矩系数,气动力系数和力矩系数都为攻角、侧滑角、马赫数及舵偏角的函数。

弹性振动引起的非定常气动载荷可划分为弹身、弹翼和舵面分别计算,其中弹身上的非定常气动力可利用细长体理论计算<sup>[3,11]</sup>,单位长度上的纵向气动压力为

$$\Delta F = \rho_a \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_m \frac{\partial}{\partial x} \right) \left[ s(x) \left( \frac{\partial u}{\partial t} + V_m \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] \quad (6)$$

式中:  $\rho_a$  为空气密度;  $V_m$  为导弹的速度;  $s(x)$  为导弹横截面面积;  $u$  为弹性位移。

令

$$\begin{aligned} C_{aeD} = \rho_a L \left[ V_m^2 \left( S \frac{\partial^2 \boldsymbol{\Phi}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}_y}{\partial x} \right) \mathbf{q} + \right. \\ \left. V_m \left( 2S \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}_y}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial x} \boldsymbol{\Phi}_y \right) \dot{\mathbf{q}} + S \boldsymbol{\Phi}_y \ddot{\mathbf{q}} \right] \quad (7) \end{aligned}$$

式中:  $\mathbf{S} = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n)$ ,  $s_n$  为单元  $n$  的横截面积;  $\mathbf{L} = \text{diag}(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)$ ,  $\Delta x_n$  为单元  $n$  的长度;  $\boldsymbol{\Phi}_y$  为弹体  $y_b$  方向的模态振型的平动分

量。则导弹弹体纵向平面内的非定常气动力、气动力矩和模态空气动力分别为

$$\begin{cases} F_{aeD,L,y} = C_n C_{aeD} \\ M_{aeD,L,z} = \rho_0 C_{aeD} \\ Q_{aeD,L,l} = \Phi_y^T C_{aeD} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $C_n = (1, 1, \dots, 1)$ ,  $n$  个 1;  $\rho_0 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_n$  为单元的  $x_b$  方向坐标。

同理可得到侧向平面内的非定常气动力  $F_{aeD,L,z}$ 、气动力矩  $M_{aeD,L,y}$  和模态空气动力  $Q_{aeD,L,2}$ 。则弹身上的非定常气动载荷为

$$\begin{cases} F_{aeD,L} = (0, F_{aeD,L,y}, F_{aeD,L,z})^T \\ M_{aeD,L} = (0, M_{aeD,L,y}, M_{aeD,L,z})^T \\ Q_{aeD,L} = Q_{aeD,L,1} + Q_{aeD,L,2} \end{cases} \quad (9)$$

对于弹翼和舵面,由弹性变形产生的附加攻角、侧滑角和舵偏角分别为

$$\begin{cases} \alpha_p = \frac{\partial \Phi_y^{(f)}}{\partial x} q - \frac{\Phi_y^{(f)}}{V_m} \dot{q} \\ \beta_p = -\frac{\partial \Phi_z^{(f)}}{\partial x} q + \frac{\Phi_z^{(f)}}{V_m} \dot{q} \\ \delta_{p,z} = \frac{\partial \Phi_y^{(r)}}{\partial x} q, \quad \delta_{p,y} = -\frac{\partial \Phi_z^{(r)}}{\partial x} q \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $\Phi_y^{(f)}$ 、 $\Phi_y^{(r)}$ 、 $\Phi_z^{(f)}$  和  $\Phi_z^{(r)}$  分别为弹翼和舵面处  $y_b$  和  $z_b$  方向的模态振型的平动分量。则舵面和弹翼上的附加气动载荷分别为

$$\begin{cases} F_{aeD,f} = [0 \quad C_N^{\alpha(f)} \alpha_p \quad C_Z^{\beta(f)} \beta_p]^T QS \\ F_{aeD,r} = [0 \quad C_N^{\delta_z(r)} \delta_{p,z} \quad C_Z^{\delta_y(r)} \delta_{p,y}]^T QS \\ M_{aeD,f} = \begin{bmatrix} 0 \\ -x^{(f)} C_Z^{\beta(f)} \beta_p \\ x^{(f)} C_N^{\alpha(f)} \alpha_p \end{bmatrix} QS \\ M_{aeD,r} = \begin{bmatrix} 0 \\ -x^{(r)} C_Z^{\delta_y(r)} \delta_{p,y} \\ x^{(r)} C_N^{\delta_z(r)} \delta_{p,z} \end{bmatrix} QS \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $C_N^{\alpha(f)}$  和  $C_Z^{\beta(f)}$  分别为弹翼上法向气动力系数对攻角的偏导和侧向气动力系数对侧滑角的偏导;  $C_N^{\delta_z(r)}$  和  $C_Z^{\delta_y(r)}$  分别为舵面处法向气动力系数和侧向气动力系数对舵偏角的偏导;  $x^{(f)}$  和  $x^{(r)}$  分别为弹翼和舵面位置的坐标。

则弹性振动引起的非定常气动力为

$$\begin{cases} F_{aeD} = F_{aeD,L} + F_{aeD,f} + F_{aeD,r} \\ M_{aeD} = M_{aeD,L} + M_{aeD,f} + M_{aeD,r} \\ Q_{aeD} = Q_{aeD,L} + \Phi^{(f)T} F_{aeD,f} + \Phi^{(r)T} F_{aeD,r} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\Phi^{(f)}$  和  $\Phi^{(r)}$  分别为弹翼和舵面处的模态振型的平动分量。

综合以上各式得到弹性体导弹的动力学方

程为

$$\begin{cases} m\dot{v} = C_{(B|I)} mg + F_t + F_{aeR} + F_{aeD} - m\tilde{\omega} v \\ J\dot{\omega} = M_t + M_{aeR} + M_{aeD} - \tilde{\omega} J \omega \\ M_q \ddot{q} = \Phi^T D_{ex} + Q_{aeD} - K_q q \end{cases} \quad (13)$$

### 1.3 控制方程

仅考虑导弹纵向平面内运动,若导弹采用过载自动驾驶仪,其控制方程可以表示为<sup>[12-13]</sup>

$$U_z = \begin{cases} 0 & t < t_1 \\ K_1(a_c - k_a I_a - k_g I_\omega) & t \geq t_1 \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $I_a = a_y = \dot{v}_y + x^{(a)} \dot{\omega}_z$  为加速度信号,  $v_y$  和  $a_y$  分别为  $y$  方向的速度和加速度;  $\omega_z$  为  $z$  方向的角速度;  $K_1$ 、 $k_a$  和  $k_g$  分别为自动驾驶仪、加速度计和角速度陀螺的放大系数。  $I_\omega = \omega_z$  为角速度信号;  $x^{(a)}$  为加速度计到质心的距离;当采用比例导引法制导时,指令信号  $a_c$  为

$$a_c = NV_r I_{\dot{q}} \quad (15)$$

式中:  $I_{\dot{q}}$  为视线角速度信号;  $N$  为导引系数;  $V_r$  为导弹与目标间的相对速度。

在弹性体导弹飞行过程中,由于弹体的弹性振动,导弹上敏感器件所测量的信号将受到干扰,实际测量到的角速度信号和加速度信号分别为

$$\begin{cases} I_\omega^* = I_\omega + \Phi_{\varphi_z}^{(g)} \dot{q} \\ I_a^* = I_a + \Phi_y^{(a)} \dot{q} \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $\Phi_{\varphi_z}^{(g)}$  和  $\Phi_y^{(a)}$  分别为角速率陀螺处的模态振型的转动分量和加速度计位置处的模态振型的平动分量。则弹性体模型的控制方程为

$$U_z = \begin{cases} 0 & t < t_1 \\ K_1(a_c - k_a I_a^* - k_g I_\omega^*) & t \geq t_1 \end{cases} \quad (17)$$

通过结合式(13)和式(17),就建立了弹性体导弹的数学仿真模型。为了便于后文中对导弹的弹性体和刚性体模型进行仿真对比分析,通过消去弹性项,可以建立刚性体导弹的数学仿真模型。

## 2 半物理仿真系统数学模型

本节将建立导弹半物理仿真系统的数学模型,分别包括仿真计算机、三轴转台、角速率陀螺、加速度计、自动驾驶仪、舵机和导引头,仿真流程如图2所示<sup>[14]</sup>。

对于弹性体导弹,在半物理仿真时模拟弹体弹性特性对弹上惯性器件的影响,有利于提高仿真精度。但直接利用转台模拟弹体的弹性振动较难实现,可采用数字注入的方式将弹性振动量叠

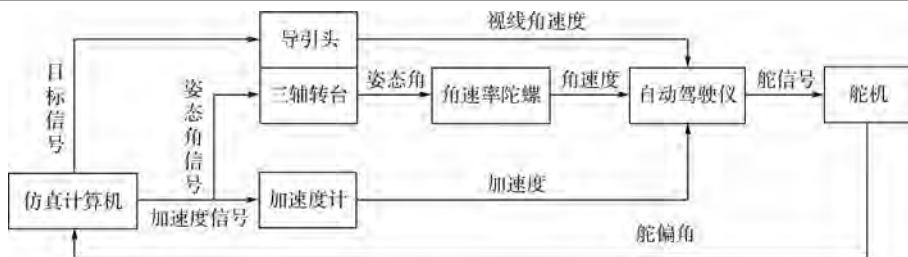


图2 半物理仿真流程

Fig. 2 Flowchart of hardware-in-the-loop simulation

加在角速率陀螺和加速度计的测量信号之上,以代替受弹性振动干扰的敏感器件测量信号。

## 2.1 仿真计算机

仿真计算机中包含第1.2节中建立的导弹的动力学方程以及目标的运动方程。通过采集舵信号,解算导弹的各状态参数,并将目标信号、姿态角信号和加速度信号分别传递给导引头、转台和加速度计<sup>[15]</sup>。

## 2.2 自动驾驶仪

自动驾驶仪的数学模型即第1.3节中建立的控制方程,刚性体模型和弹性体模型分别对应式(14)和式(17)。与数学仿真模型不同的是,半物理仿真模型输入的加速度信号、角速度信号和指令信号均为经加速度计、角速度陀螺和导引头测量的信号,应分别包含加速度计、角速度陀螺和导引头的动力学环节。

## 2.3 转台

转台的输入信号为 $\vartheta$ ,输出为 $\phi$ ,其传递函数可以简化为二阶环节,

$$G_t(s) = \frac{\phi(s)}{\vartheta(s)} = \frac{K_t}{T_t^2 s^2 + 2\xi_t T_t s + 1} \quad (18)$$

式中: $K_t$ 、 $T_t$ 和 $\xi_t$ 分别为转台传递函数的增益、固有周期和阻尼比。

## 2.4 弹上器件<sup>[8]</sup>

### 1) 角速率陀螺仪

输入信号为转台框架的转动角速度 $\omega_\phi$ ,其传递函数为

$$G_g(s) = \frac{I_\omega(s)}{\omega_\phi(s)} = \frac{K_g}{T_g^2 s^2 + 2\xi_g T_g s + 1} \quad (19)$$

式中: $K_g$ 、 $T_g$ 和 $\xi_g$ 分别为加速度计传递函数的增益、固有周期和阻尼比。

对于弹性体模型,注入弹性量,得到 $I_\omega^* = I_\omega + \Phi_{\varphi z}^{(g)} \dot{q}$ 。

### 2) 加速度计

输入信号为仿真计算机仿真计算出的加速度 $a_y$ ,其传递函数为

$$G_a(s) = \frac{I_a(s)}{a_y(s)} = \frac{K_a}{T_a^2 s^2 + 2T_a \xi_a s + 1} \quad (20)$$

式中: $K_a$ 、 $T_a$ 和 $\xi_a$ 分别为加速度计传递函数的增益、固有周期和阻尼比。

对于弹性体模型,注入弹性量,使 $I_a^* = I_a + \Phi_y^{(a)} \ddot{q}$ 。

### 3) 导引头

输入信号为视线角 $q_s$ ,输出信号为视线角速度信号 $I_{\dot{q}}$ ,其传递函数为

$$G_s(s) = \frac{I_{\dot{q}}(s)}{q_s(s)} = \frac{K_s s}{T_s^2 s^2 + 2T_s \xi_s s + 1} \quad (21)$$

式中: $K_s$ 、 $T_s$ 和 $\xi_s$ 分别为导引头传递函数的增益、固有周期和阻尼比。

### 4) 舵机

输入信号为控制系统传来的控制信号 $U_z$ ,输出为舵面实际偏转的舵偏角 $\delta_z$ ,其传递函数简化为惯性环节,

$$G_r(s) = \frac{\delta_z(s)}{U_z(s)} = \frac{K_r}{T_r s + 1} J_\omega^* \quad (22)$$

式中: $K_r$ 和 $T_r$ 分别为舵机传递函数的增益和固有周期。

## 2.5 半物理仿真的状态空间模型

第2.1~2.4节各个半物理仿真设备的传递函数可以改写为统一的状态空间方程形式:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ Y &= CX + Du \end{aligned} \quad (23)$$

式中: $X$ 为状态量; $Y$ 为仿真设备的输出量; $A$ 、 $B$ 、 $C$ 和 $D$ 为系数矩阵; $u$ 为仿真设备的输入量。通过将弹性体导弹的动力学方程和仿真设备的状态方程联立,就建立了弹性体导弹的半物理仿真模型,通过消去弹性项可以建立刚性体导弹的半物理仿真模型。后文将以上建立的4种模型集成到整体的仿真框架中,实现考虑半物理仿真设备动力学特性的一体化仿真。

## 3 算例

为了分析弹体弹性特性和转台动力学特性在弹性体导弹半物理仿真中的影响,需要分别得到第1节和第2节所建立4种模型的仿真结果,并

进行对比分析。为方便表述,定义如表1所示的4种工况。

表1 算例工况描述

Table 1 Case description of example

编号	工况	符号
1	刚性体数学仿真模型	RMS
2	弹性体数学仿真模型	FMS
3	刚性体半物理仿真模型	RHILS
4	弹性体半物理仿真模型	FHILS

为简化算例,本文仅对导弹铅垂平面内的运动进行仿真,目标匀速在2 km高度的水平面内飞行,算例导弹的基本参数如表2所示,经有限元计算,其前三阶频率依次为13.1、34.3和58.7 Hz。分别对RMS、FMS、RHILS和FHILS 4种工况进行仿真,为说明仿真设备在刚性体和弹性体仿真中所起作用的不同,首先对比RMS和RHILS的仿真结果,得到RMS和RHILS 2种工况的弹道曲线、俯仰角曲线和俯仰角速度曲线如图3所示。可以看到2种工况的3条曲线差别极小,说明对于刚性体导弹,其半物理仿真模型的仿真结果与纯数学仿真模型的仿真结果并没有较大差别,转台等仿真设备能够较好地响应输入信号,对仿真结果的影响很小。

表2 算例导弹基本参数

Table 2 Main parameters of missile example

参数	数值	参数	数值
导弹质量/kg	304	弹翼根弦长/m	0.68
导弹长度/m	4.64	弹翼梢弦长/m	0.53
弹身直径/m	0.25	弹翼展长/m	0.44
头部长度/m	0.58	舵面弦长/m	0.18
尾部长度/m	0.32	舵面展长/m	0.44

对比FMS、RHILS和FHILS 3种工况的仿真结果,得到一系列曲线如图4所示。

图4中,RHILS和FHILS 2种工况的3条仿真曲线具有较大的差别,其误差如图5所示。其中弹道曲线的最大误差为282 m,FHILS的俯仰角曲线和俯仰角速度曲线呈现了明显的弹性振动现象,俯仰角速度曲线在4 s后趋于发散。2种工况的仿真结果表明,弹性特性在半物理仿真中产生了较大影响,在大长径比导弹的半物理仿真中考虑弹性特性是具有现实意义的。

对比FMS和FHILS 2种工况,可以看到弹性体模型的半物理仿真和数学仿真的弹道曲线具有一定的差别,俯仰角曲线和俯仰角速度曲线具有相近的变化趋势,但半物理仿真模型的俯仰角速

度的振动幅值大于数学仿真模型。如图6所示,导弹在3 s后的变形曲线与二阶振型相近,同时对图4(c)中FMS工况的俯仰角速度曲线进行频域分析,其最大峰值处的频率为34.2 Hz(如图7所示)。这说明3 s后第2阶频率(34.3 Hz)在弹性振动中起主导作用,而转台的截止频率为32.6 Hz,说明转台动力学与弹性体导弹动力学产生了耦合效应,使半物理仿真中弹性振动现象得到放大。因此对弹性体导弹进行半物理仿真时,应该考虑仿真设备动力学特性的影响,仿真设备可能将放大或削弱弹性振动效应,影响半物理仿真的精度。

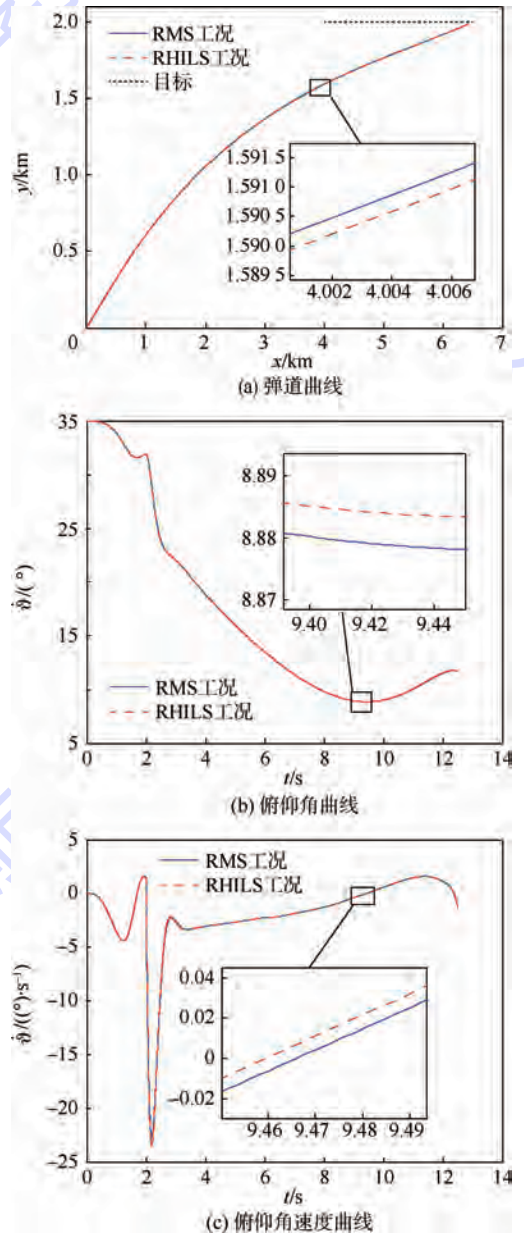


图3 RMS和RHILS 2种工况的弹道、俯仰角及俯仰角速度曲线

Fig. 3 Curves of trajectory, pitching angle, and pitching angular velocity of two examples of RMS and RHILS

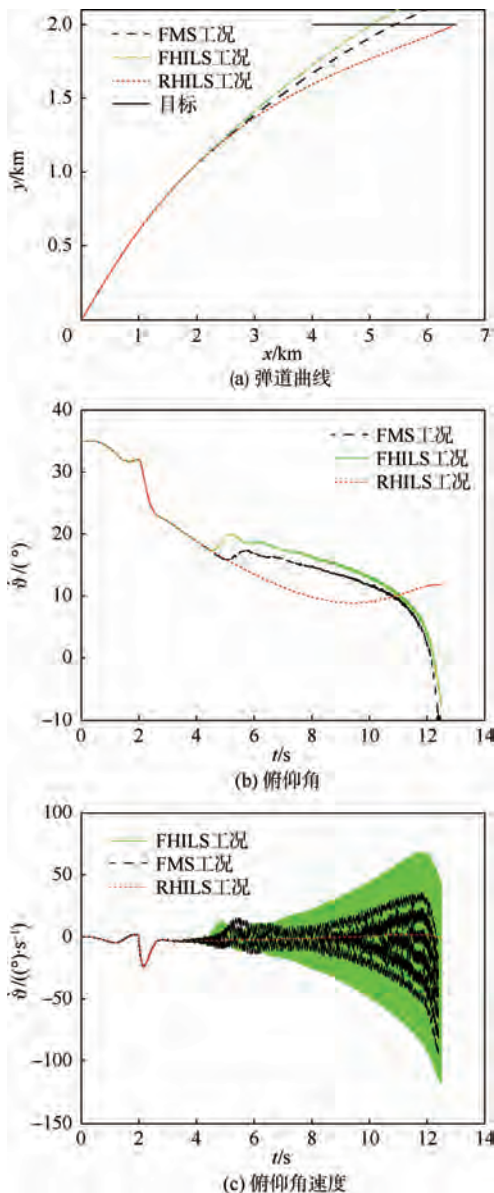


图4 FMS、RHILS 和 FHILS 3 种工况的弹道、俯仰角及俯仰角速度曲线

Fig.4 Curves of trajectory, pitching angle, and pitching angular velocity of three examples of FMS, RHILS and FHILS

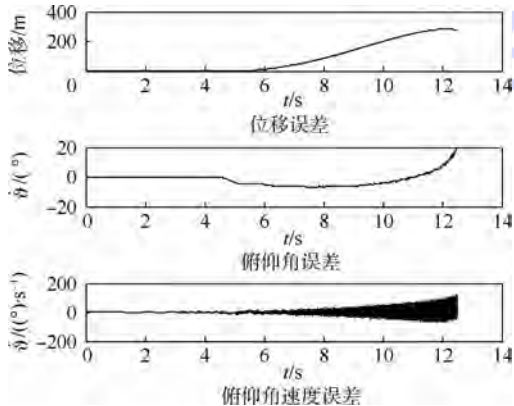


图5 RHILS 和 FHILS 误差曲线

Fig.5 History of errors between RHILS and FHILS

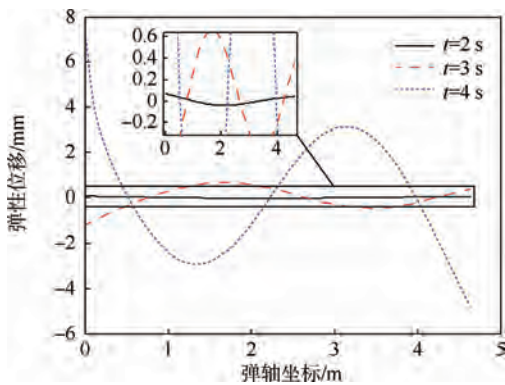


图6 导弹各时刻变形曲线

Fig.6 Deformed curves of missile at each moment

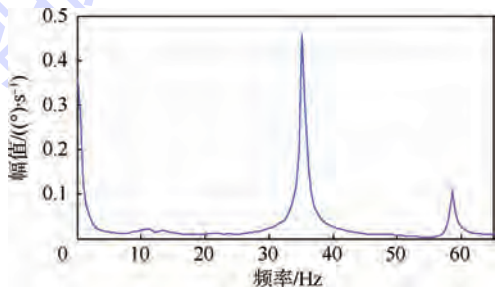


图7 3s 之后俯仰角速度的频率特性曲线

Fig.7 Curve of pitching angular velocity in frequency domain after 3 s

### 4 结论

1) 对大长径比导弹进行半物理仿真时,其弹性特性不可以被忽略,考虑弹性振动有利于提高大长径比导弹半物理仿真的精度。

2) 在半物理仿真中,转台等仿真设备的动力学特性会对弹体的弹性振动效应产生影响。因此,在对弹性体导弹进行半物理仿真实验时,应该考虑转台动力学特性的影响,采用合适带宽的转台有利于半物理仿真精度的提高。

3) 由于高精度、大长径比导弹研发需求的提高,实现考虑弹体弹性的导弹半物理仿真的新方法和新途径可能会成为未来弹性飞行器领域的研究热点之一。

### 参考文献 (References)

[ 1 ] BEAL T R. Dynamic stability of a flexible missile under constant and pulsating thrusts [ J ]. AIAA Journal, 1965, 3 ( 3 ) : 486-494.

[ 2 ] 王良明. 大长径比火箭在飞行时的柔性变形特性分析 [ J ]. 兵工学报, 2000, 21 ( 2 ) : 108-111.

WANG L M. An analysis on the flexibility in flight of projectiles or rockets having high L/D ratios [ J ]. Acta Armamentarii, 2000, 21 ( 2 ) : 108-111 ( in Chinese ).

[ 3 ] 杨超, 吴志刚. 导弹气动伺服弹性稳定性分析 [ J ]. 飞行力

- 学,2000,18(4):1-5.
- YANG C, WU Z G. Aeroelastic stability of missile [J]. *Flight Dynamics*, 2000, 18(4): 1-5 (in Chinese).
- [4] 臧涛成,胡煥性. 大长细比火箭弹性效应研究综述[J]. *弹道学报*, 1999, 11(3): 89-93.
- ZANG T C, HU H X. A review of great slenderness ratio projectile elastic effect research [J]. *Journal of Ballistics*, 1999, 11(3): 89-93 (in Chinese).
- [5] 高强. 弹性体导弹振动主动控制研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009: 1-55.
- GAO Q. Active vibration control of flexible missiles [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2009: 1-55 (in Chinese).
- [6] 李家文. 大型捆绑火箭姿态控制系统的建模、设计与分析 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011: 1-147.
- LI J W. Modeling, design and analysis of large strap-on launch vehicle's attitude control system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011: 1-147 (in Chinese).
- [7] DU W, WIE B, WHORTON M. Dynamic modeling and flight control simulation of a large flexible launch vehicle [C] // *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2008. Reston: AIAA, 2008: AIAA-2008-6620.
- [8] 孟秀云. 导弹制导与控制系统原理 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2003: 35-91.
- MENG X Y. Principle of missile guidance and control system [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2003: 35-91 (in Chinese).
- [9] WASZAK M R, SCHMIDT D K. Flight dynamics of aeroelastic vehicles [J]. *Journal of Aircraft*, 1988, 25(6): 563-571.
- [10] SCHMIDT D K, RANEY D L. Modeling and simulation of flexible flight vehicles [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2001, 24(3): 530-546.
- [11] CHAE S, HODGES D H. Dynamics and aeroelastic analysis of missiles [C] // *Proceedings of 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Reston: AIAA, 2003: AIAA-2003-1968.
- [12] 李玉林, 李晖, 杨树兴. 过载自动驾驶仪分析研究 [J]. *战术导弹技术*, 2008(5): 63-68.
- LI Y L, LI X, YANG S X. Analysis of lateral acceleration autopilot [J]. *Tactical Missile Technology*, 2008(5): 63-68 (in Chinese).
- [13] 魏先利, 夏群力, 祁载康. 姿态及过载自动驾驶仪比例导引对比研究 [J]. *弹箭与制导学报*, 2003, 23(4): 5-8.
- WEI X L, XIA Q L, QI Z K. Comparison study of proportional navigation guidance law of attitude and acceleration autopilot [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2003, 23(4): 5-8 (in Chinese).
- [14] 单家元, 孟秀云, 丁艳. 半实物仿真 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 18.
- SHAN J Y, MENG X Y, DING Y. Hardware-in-the-loop simulation [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 18 (in Chinese).
- [15] 毕业. 导弹半实物仿真系统误差分析 [D]. 西安: 西北工业大学, 2006: 19-20.
- BI Y. Error analysis of missile's hardware-in-the-loop simulation system [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006: 19-20 (in Chinese).

## 作者简介:

刘莉 女, 博士, 教授. 主要研究方向: 飞行器总体设计.

Tel.: 010-68914534

E-mail: liuli@bit.edu.cn

## Hardware-in-the-loop simulation method and influence analysis of missiles considering body elasticity

LIU Li<sup>1,\*</sup>, WANG Yansong<sup>1</sup>, ZHOU Sida<sup>1</sup>, ZHANG Wulong<sup>2</sup>

(1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Beijing Simulation Center, Science and Technology on Space System Simulation Laboratory, Beijing 100854, China)

**Abstract:** With the increasing requirements of velocity and accuracy, the elasticity has been a non-ignorable factor in the dynamic analysis and design of missiles, which could evidently influence the flight performance and control accuracy. In this case, considering the elastic vibration of missiles would improve the precision while running a hardware-in-the-loop simulation of a flexible missile. A flight dynamic model considering the elasticity was developed, and the model of hardware-in-the-loop simulation system was established at the same time. The integrated simulation of math simulation model and hardware-in-the-loop simulation model was realized, based on which, the influences of the elastic vibration and the simulation equipment were analyzed. The results could provide a theoretical basis for the future hardware-in-the-loop simulation of missiles considering the elasticity.

**Key words:** missile dynamics; elasticity; math simulation; hardware-in-the-loop simulation; dynamics of turntable

Received: 2015-04-21; Accepted: 2015-06-05; Published online: 2015-06-16 14:43

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150616.1443.001.html

Foundation item: National Key Laboratory Foundation (9140C600205130C60)

\* Corresponding author. Tel.: 010-68914534 E-mail: liuli@bit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0260

# 基于航空环境的面齿轮磨珩复合磨削加工方法

王延忠\*, 赵洪铺, 兰州, 侯良威, 钟扬

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)



**摘 要:** 面齿轮传动由于其独特的传动优点,成为航空传动的主要研究方向。根据面齿轮传动原理,得到了面齿轮齿面方程。针对面齿轮的精密加工技术问题,提出了面齿轮磨珩复合磨削加工方法;基于面齿轮专用数控磨床,建立特殊磨削加工坐标系,根据砂轮磨削对面齿轮表面质量的影响规律、开槽技术及珩齿理论,研制了面齿轮专用斜槽磨削刀具和柔性珩齿刀具结构,进而得到磨珩复合磨削刀具;在此基础上进行了面齿轮磨珩复合磨削加工实验,并对样件进行表面粗糙度、残余应力及微观纹理检测,验证面齿轮磨珩复合磨削加工方法的可行性。

**关键词:** 面齿轮; 磨珩复合磨削; 柔性结构; 加工实验; 表面检测

**中图分类号:** TH132.429

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0646-08

面齿轮具有重量轻、结构紧凑、低振动及噪声、分流效果好等优势,在航空工业领域具有广阔的应用前景。美国 NASA 公司、Boeing 公司和加拿大的 North Star 公司对面齿轮进行了深入研究,能够制造出精度达 AGMA12 级的面齿轮,并且已将其应用到某型号直升机主减速器上<sup>[1-4]</sup>。但是在国内,面齿轮作为一种新型的传动方式,其精密加工制造技术是制约其发展的一个瓶颈。国内科研单位对面齿轮的研究主要集中在理论研究方面<sup>[5-6]</sup>,面齿轮的精密加工制造还亟待深入研究。赵宁和刘常青<sup>[7]</sup>对面齿轮磨削加工机床结构做过较深入的分析,李大庆<sup>[8]</sup>在面齿轮的碟形砂轮磨削加工及齿面修形技术上做了较深入的研究。面齿轮珩齿加工在国内外都鲜有提及。

本文基于面齿轮专用数控磨床,对面齿轮的磨珩复合磨削加工技术进行了深入研究,研制了面齿轮磨珩复合磨削刀具,并进行了实验验证,为面齿轮精密加工制造奠定了重要的技术基础。

## 1 面齿轮齿面方程

面齿轮传动是一种圆柱齿轮与圆锥齿轮相啮合的齿轮传动,面齿轮齿面方程是由圆柱齿轮齿面方程通过加工坐标变换得到的<sup>[9-11]</sup>。图 1 为圆柱齿轮齿面参数,则圆柱齿轮齿面方程为

$$\mathbf{r}_s(u_s, \theta_s) = \begin{bmatrix} \pm r_{bs} [\sin(\theta_{os} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{os} + \theta_s)] \\ -r_{bs} [\cos(\theta_{os} + \theta_s) + \theta_s \sin(\theta_{os} + \theta_s)] \\ u_s \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

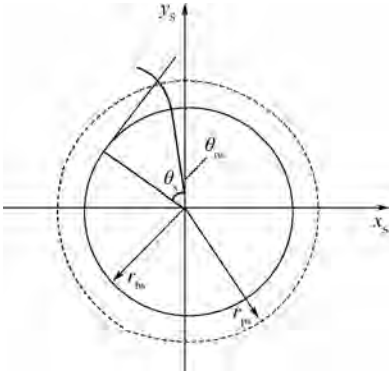
式中: $r_{bs}$ 为铲形轮齿面渐开线基圆半径; $u_s$ 为铲形轮齿面上一点的轴向参数; $\theta_s$ 为铲形轮齿面渐开线参数; $\theta_{os} = \frac{\pi}{2Z_1} - (\tan \alpha_1 - \alpha_1)$ 为铲形轮齿面渐开线上一点的角度参数, $Z_1$ 为铲形轮齿数, $\alpha_1$ 为铲形轮压力角。

收稿日期: 2015-04-28; 录用日期: 2015-08-06; 网络出版时间: 2015-11-16 15:00

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151116.1500.001.html

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339035 E-mail: yzwang63@126.com

**引用格式:** 王延忠, 赵洪铺, 兰州, 等. 基于航空环境的面齿轮磨珩复合磨削加工方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 646-653. WANG Y Z, ZHAO H P, LAN Z, et al. Method of face gear grinding-honing machining based on aviation environment [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 646-653 (in Chinese).



$r_{ps}$ —铲形轮齿面渐开线分度圆半径。

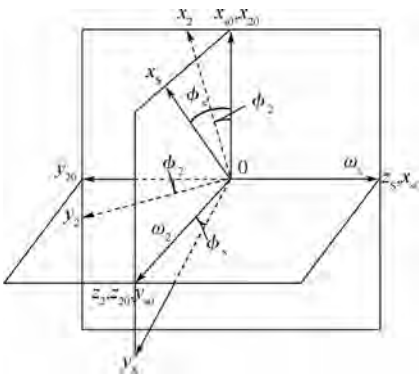
图1 圆柱齿轮齿面参数

Fig. 1 Parameters of cylindrical gear tooth surface

面齿轮加工一般采用4个坐标系,如图2所示:与刀具一同转动的坐标系  $S_s(x_s, y_s, z_s)$ ,与面齿轮一同转动的坐标系  $S_2(x_2, y_2, z_2)$ ,与刀具初始位置固联的坐标系  $S_{s0}(x_{s0}, y_{s0}, z_{s0})$ ,与面齿轮初始位置固联的坐标系  $S_{20}(x_{20}, y_{20}, z_{20})$ 。通过坐标变换可得变换矩阵为

$$M_{2s} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 \cos \phi_s & -\cos \phi_2 \sin \phi_s & -\sin \phi_2 & 0 \\ -\sin \phi_2 \cos \phi_s & \sin \phi_2 \sin \phi_s & -\cos \phi_2 & 0 \\ \sin \phi_s & \cos \phi_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\phi_2$ 为与面齿轮初始位置固联的坐标系  $S_{20}$ 到面齿轮转动坐标系  $S_2$ 的转角; $\phi_s$ 为与刀具初始位置固联的坐标系  $S_{s0}$ 到刀具转动坐标系  $S_s$ 的转角。



$\omega_s$ —刀具转动坐标系的转速;  
 $\omega_2$ —面齿轮转动坐标系的转速。

图2 面齿轮加工坐标系

Fig. 2 Machining coordinate system of face gear

$$r_2(u_s, \theta_s, \phi_s) = M_{2s}(\phi_s) r_s(u_s, \theta_s) \quad (3)$$

式中: $r_2$ 为圆柱齿轮在坐标系  $S_2$ 中的齿面方程。

根据空间曲面啮合原理得

$$n_s \cdot v^{(2s)} = 0 \quad (4)$$

式中: $n_s$ 为刀具齿面的法向向量; $v^{(2s)}$ 为相对速度矢量。联立式(3)和式(4),可得面齿轮型面方程:

$$r_2(\phi_s, \theta_s) = \begin{bmatrix} r_{bs} [\cos \phi_2 (\sin \xi_s \mp \theta_s \cos \xi_s)] - \frac{\sin \phi_2}{m_{2s} \cos \xi_s} \\ -r_{bs} [\sin \phi_2 (\sin \xi_s \mp \theta_s \cos \xi_s)] + \frac{\cos \phi_2}{m_{2s} \cos \xi_s} \\ -r_{bs} (\cos \xi_s \pm \theta_s \sin \xi_s) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

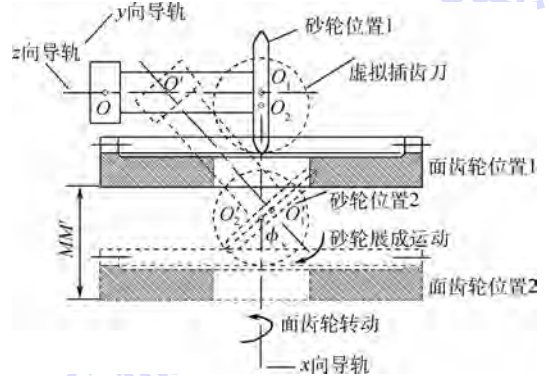
$$\xi_s = \phi_s \pm (\theta_s + \theta_{os})$$

式中: $m_{2s} = \frac{\omega_2}{\omega_s}$ 为传动比。

## 2 基于面齿轮磨床的精密制造原理

### 2.1 面齿轮磨齿加工原理

基于五轴专用数控磨齿机床,根据面齿轮成形原理,建立面齿轮磨削加工原理图如图3所示。



$O$ —刀柄在位置1时的中心; $O_1$ —砂轮在位置1时的砂轮中心;  
 $O_2$ —虚拟插齿刀在位置1时的中心位置;  
 $O'$ —刀柄在位置2时的中心; $O'_1$ —砂轮在位置2时的砂轮中心;  
 $O'_2$ —虚拟插齿刀在位置2时的中心位置;  
 $MM'$ —面齿轮在位置2时与位置1时的距离。

图3 面齿轮磨削加工原理

Fig. 3 Grinding machining principle of face gear

针对面齿轮齿面形成原理,以实现齿面精密展成加工为目标,进行面齿轮磨床加工运动分析。其加工过程涉及到3个坐标系:砂轮坐标系  $O_{s1}(x_{s1}, y_{s1}, z_{s1})$ ,插齿刀坐标系  $O'_s(x'_s, y'_s, z'_s)$ ,面齿轮坐标系  $O_2(x'_2, y'_2, z'_2)$ 。在面齿轮展成加工运动中:

- 1) 砂轮沿面齿轮径向方向做进给运动。
- 2) 面齿轮沿自身坐标系  $z'_2$ 轴做进给运动。

3) 砂轮沿插齿刀坐标系  $y'_s$  轴的展成摆动, 砂轮沿自身坐标系  $x_{s1}$  轴的转动与面齿轮沿自身坐标系  $z'_2$  轴的转动形成联动, 实现面齿轮的齿面展成加工, 其中砂轮的展成运动速度和面齿轮的转动速度比受理论插齿刀和面齿轮的传动比约束。

## 2.2 面齿轮珩齿加工原理

在齿轮加工中, 珩齿工艺通常是一种对淬硬齿轮进行表面光整加工的方法, 主要用于修整磨后齿面纹理, 提高表面质量和降低噪声水平。珩齿的切削运动规律不同于磨齿, 它是依靠珩磨轮齿面无数的固态磨粒与被加工齿轮相对滑动实现切削运动的, 并且其滑动速度主要由齿向滑移速度和齿廓滑移速度 2 个部分组成, 从而形成人字形切削纹理<sup>[12-15]</sup>。

目前, 面齿轮珩齿加工技术在国内外国外都还鲜有学者进行研究, 但是基于其啮合方式, 珩齿加工对于面齿轮是一种可行的齿面光整加工技术。针对面齿轮的啮合方式, 本论文设计了一种外啮合的珩齿加工方式, 其加工运动如图 4 所示。

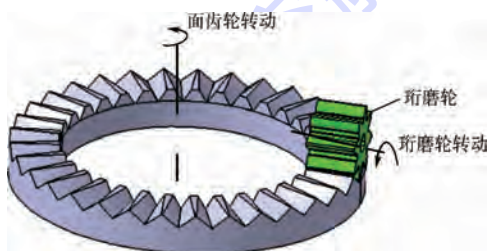


图 4 面齿轮珩齿加工运动

Fig. 4 Honing machining motion of face gear

面齿轮的啮合齿轮为相同模数的渐开线直齿轮, 其运动为相交角转动, 在珩齿加工过程中, 珩磨轮带动面齿轮转动, 实现珩齿加工, 其目的在于对磨后面齿轮齿面进行光整加工。

## 3 面齿轮磨珩复合磨削刀具研制

基于面齿轮专用精密磨削加工机床, 综合考虑磨齿加工和珩齿加工的优点, 研究能够显著改善面齿轮表面质量的磨珩复合磨削加工方法是本文的目的, 其中关键问题是面齿轮磨珩复合磨削刀具的研制。

### 3.1 面齿轮专用斜槽磨削砂轮

#### 1) 沟槽参数选取

砂轮刀具开槽能够将磨削液充分导入磨削区, 并能够加快磨粒的自锐速度, 通过断续磨削, 改善散热、冷却效果, 降低磨削加工热损伤

和提高磨削效率。斜槽的设计可以大大减小由于断续磨削所造成的受迫振动, 改善表面质量<sup>[16-18]</sup>。针对珩后齿面质量指标, 刀具磨粒要求比普通磨削时更高, 所以刀具结构上的改进愈加重要。

沟槽因子是为了衡量断续磨削稳定性所设立的关键参数。沟槽因子定义为

$$\eta = \frac{b_{1n}}{b_{1n} + b_{2n}} \quad (6)$$

式中:  $b_{1n}$  和  $b_{2n}$  分别为砂轮凸出部分和凹入部分的法向宽度。相比于直槽刀具, 斜角开槽刀具能够降低受迫振动。资料表明, 沟槽因子取值在 0.6 ~ 0.8 时, 加工后的综合表面质量最好, 斜角取值在 30° 左右时能够使接触面积在加工过程中保持动态恒定, 从而进一步改善加工质量。

#### 2) 斜槽磨削刀具型面方程

磨削砂轮的型面计算涉及到 3 个坐标系: 砂轮坐标系  $O_{s1}(x_{s1}, y_{s1}, z_{s1})$ , 铲形轮坐标系  $O_s(x_s, y_s, z_s)$ , 辅助坐标系  $O_3(x_3, y_3, z_3)$ 。根据加工运动建立磨削刀具的加工坐标系如图 5 所示, 图中:  $E_{s1}$  为面齿轮磨削刀具和铲形轮中心的距离;  $\Phi_{s1}$  为面齿轮磨削刀具的转角。

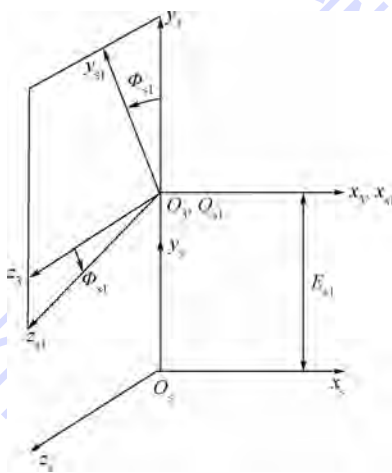


图 5 磨削加工坐标系

Fig. 5 Coordinate system of grinding machining

根据图 5 得到从铲形轮坐标系到面齿轮磨削刀具坐标系的坐标转换矩阵为

$$M_{s1,s}(\Phi_{s1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi_{s1} & \sin \Phi_{s1} & -E_{s1} \cos \Phi_{s1} \\ 0 & -\sin \Phi_{s1} & \cos \Phi_{s1} & E_{s1} \sin \Phi_{s1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

插齿刀的型面方程与圆柱齿轮齿面方程相同, 通过坐标变换原理可得到磨削刀具型面方程

$$r_{s1}(u_s, \theta_s, \Phi_{s1}) = M_{s1,s}(\Phi_{s1}) \cdot r_s(u_s, \theta_s) = \begin{bmatrix} \pm r_{bs} [\sin(\theta_{os} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{os} + \theta_s)] \\ -r_{bs} \cos \Phi_{s1} [\cos(\theta_{os} + \theta_s) + \theta_s \sin(\theta_{os} + \theta_s)] + u_s \sin \Phi_{s1} - E_{s1} \cos \Phi_{s1} \\ r_{bs} \sin \Phi_{s1} [\cos(\theta_{os} + \theta_s) + \theta_s \sin(\theta_{os} + \theta_s)] + u_s \cos \Phi_{s1} + E_{s1} \sin \Phi_{s1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

3) 斜槽磨削刀具设计

磨珩复合磨削刀具基本参数如表1所示。

表1 磨珩复合磨削刀具基本参数

Table 1 Basic parameters of tool used for grinding-honing

$N_2$	$N_s$	$m$	$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$Z$
42	23	4	20	30	20

注:  $N_2$ —面齿轮齿数;  $N_s$ —刀具理论齿数;  $m$ —面齿轮模数;  $\alpha$ —压力角;  $\beta$ —斜角;  $Z$ —开槽数。

根据磨削刀具型面方程, 计算给定参数下所对应的面齿轮斜槽磨削刀具型面点坐标, 并利用三维软件进行砂轮整体设计。为了提高刀具耐用度和加工效率, 磨珩复合磨削刀具采用电镀立方氮化硼(CBN)磨粒的方式进行制造, 根据面齿轮珩后表面质量要求确定CBN磨粒粒度为180#, 其实体如图6所示。

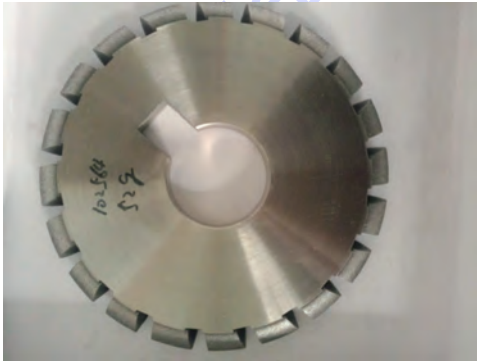


图6 磨珩复合磨削刀具

Fig. 6 Tool used for grinding-honing

3.2 面齿轮柔性珩磨刀具

1) 面齿轮珩磨轮设计

根据面齿轮的型面特征和空间曲面啮合原理可知, 面齿轮型面方程是根据铲形轮型面方程通过坐标变换得到的, 珩齿加工过程中珩磨轮的运动与铲形轮运动相同, 所以珩磨轮的齿面方程与铲形轮齿面方程相同。

面齿轮传动过程中一般是采用点接触传动, 但是由于安装和制造误差的影响, 面齿轮传动接触迹会发生偏移, 所以在面齿轮珩磨过程中, 为了使面齿轮整个接触区域的表面质量都能够得到显著改善, 面齿轮珩磨轮和面齿轮需保持线接触传动, 珩磨轮齿数与铲形轮齿数相等, 比实际啮合齿

轮多1~3个齿。

面齿轮珩磨轮设计基本参数如表2所示。根据面齿轮珩磨轮的基本参数要求, 利用三维软件进行三维模型设计。珩磨轮采用钢基电镀CBN磨粒的方式进行制造, 以减小在珩齿加工过程中, 偏心误差等对珩磨轮的使用寿命和面齿轮齿面的几何精度的影响<sup>[19]</sup>, 其实体模型如图7所示。

表2 珩磨轮设计基本参数

Table 2 Basic design parameters of honing gear

$m/\text{mm}$	$Z_2$	$\alpha/(\circ)$	$A/\#$	$B/\text{mm}$
4	23	25	200	0.06

注:  $Z_2$ —珩磨轮齿数;  $A$ —粒度号;  $B$ —镀层厚度。



图7 珩磨轮

Fig. 7 Honing gear

2) 柔性连接装置设计

传统珩齿加工采用刚性传动, 加工过程中产生的安装误差会对珩齿加工产生不利影响, 严重时不仅达不到光整的效果, 甚至会破坏面齿轮珩后精度。本文根据面齿轮数控机床结构特点, 设计了带有隔振器的柔性珩磨结构装置, 如图8所示。装置的一端与机床主轴相连, 另一端上安装

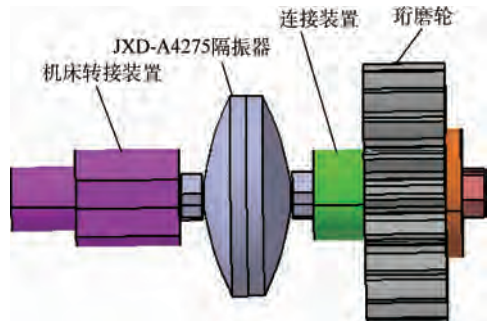


图8 柔性珩磨结构三维模型

Fig. 8 Three-dimensional model of flexible honing structure

珩磨轮。整个装置水平放置,通过机床带动珩磨轮转动,实现珩磨加工。采用带有隔振器的珩磨装置可以减少由于工件安装误差,齿面加工误差引起的振动和冲击,提高珩磨加工质量。

### 3.3 面齿轮磨珩复合磨削刀具结构

通过设计斜槽磨削刀具和柔性珩齿刀具,基于面齿轮专用磨削机床,设计得到的面齿轮磨珩复合磨削刀具如图9所示。



图9 面齿轮磨珩复合磨削刀具结构

Fig.9 Structure of tool used for face gear grinding-honing

这种磨珩复合磨削刀具能够在面齿轮磨床上实现面齿轮磨削加工和珩齿加工,并且在大大提高加工效率的同时,显著降低了安装误差等对面齿轮珩齿加工的不利影响。

## 4 航空面齿轮磨珩复合磨削实验分析

### 4.1 面齿轮磨珩复合磨削加工

基于面齿轮专用磨削机床,利用研制的磨珩复合磨削刀具进行面齿轮磨珩复合磨削加工。经过参数选择,得到了面齿轮磨珩复合磨削加工样件。图10为面齿轮磨珩复合磨削加工过程,图11为磨珩复合磨削加工的面齿轮样件。



图10 面齿轮磨珩复合磨削加工过程

Fig.10 Process of face gear grinding-honing machining

### 4.2 面齿轮样件表面质量检测

本文对加工后的面齿轮表面质量进行了粗糙度检测、残余应力检测和表面微观纹理观测,并与磨削面齿轮相关检测参数进行对比,以完成对磨



图11 面齿轮磨珩复合磨削加工样件

Fig.11 Sample of face gear grinding-honing machining

珩复合磨削加工方法的验证。图12为线切割后的面齿轮单齿图,图13为面齿轮残余应力检测过程,图14为面齿轮粗糙度检测的数据图,图15为面齿轮齿面微观纹理观测过程,图16为面齿轮样件的表面微观纹理。表3为面齿轮在不同磨削速度下的表面粗糙度数据,表4为磨珩复合磨削加

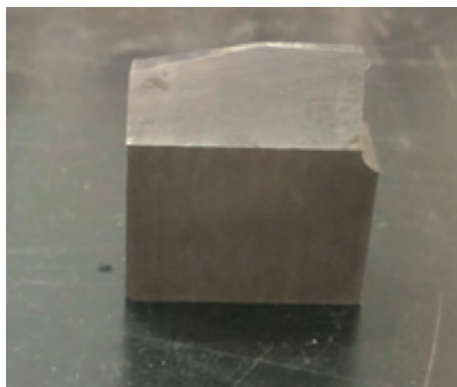


图12 线切割后面齿轮单齿

Fig.12 Single tooth of face gear by line cutting



图13 面齿轮齿面残余应力检测

Fig.13 Residual stress detection of face gear tooth surface

工后的面齿轮表面粗糙度数据,表面粗糙度均值为  $0.539 \mu\text{m}$ ,方差为  $0.0006 \mu\text{m}$ ,表5为轮齿表面残余应力分布数据。

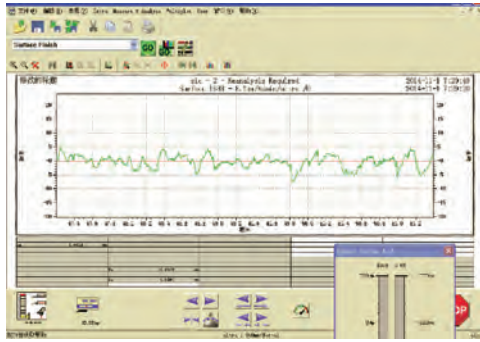


图14 面齿轮粗糙度检测数据

Fig. 14 Test data of roughness on face gear

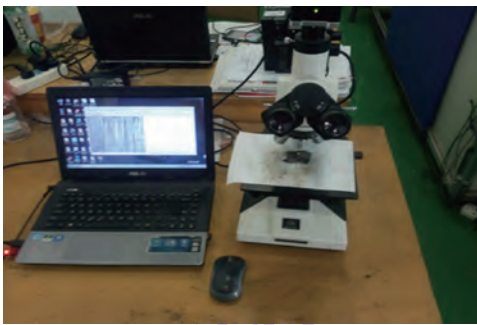
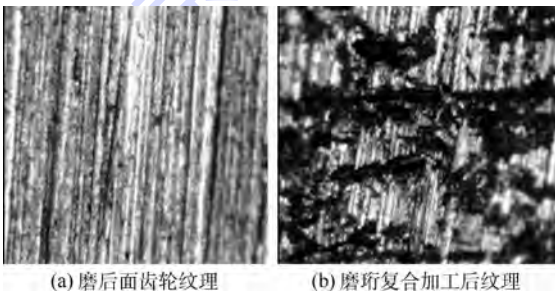


图15 面齿轮齿面微观纹理观测

Fig. 15 Micro texture observation of face gear tooth surface



(a) 磨后面齿轮纹理 (b) 磨珩复合加工后纹理

图16 面齿轮样件表面微观纹理

Fig. 16 Micro texture of face gear sample surface

表3 不同磨削速度下的面齿轮齿面粗糙度

Table 3 Tooth surface roughness of face gear at different grinding speed

$v / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	28	26	24
$Ra / \mu\text{m}$	0.784	0.801	0.807

注: $v$ —磨削速度; $Ra$ —表面粗糙度。

表4 磨珩复合磨削面齿轮齿面粗糙度

Table 4 Tooth surface roughness of face gear in grinding-honing

$\alpha$	1	2	3	4	5
$Ra / \mu\text{m}$	0.460	0.558	0.571	0.554	0.504

注: $\alpha$ —轮齿号。

表5 轮齿表面残余应力分布

Table 5 Residual stress distribution of tooth surface

$b$	$P_1 / \text{MPa}$	$P_2 / \text{MPa}$
1	-115.4	-119.2
2	-125.0	-184.6
3	-151.4	-186.7
4	-54.5	-62.5
5	-84.8	-114.8

注: $b$ —齿面检测点; $P_1$ —磨后轮齿残余应力值; $P_2$ —磨珩复合磨削加工后轮齿残余应力值。

X射线应力测试仪、粗糙度检测仪和 sagon 显微图像分析系统的面齿轮表面质量检测结果主要有3个方面:

1) 表层残余应力均为压应力,磨珩复合磨削加工对于面齿轮齿面残余应力改善有较为显著的效果,其残余压应力值比磨后面齿轮齿面要大,这能够显著提高面齿轮在工作中的疲劳寿命。

2) 面齿轮磨削后的表面质量能够达到  $Ra0.8$ ,磨削速度的变化对其改变比较规律但是并不明显,磨珩复合磨削加工后的面齿轮齿面粗糙度有明显的改善,能够达到  $Ra0.539$ ,方差显示不同轮齿之间有一定的波动,其值较小,其原因主要是柔性结构的珩磨轮能够降低安装误差及振动等对加工过程的影响,珩磨轮采用粒度号为200#的磨粒,比磨削刀具的磨粒要更为细密,使得粗糙度降低较为明显。粗糙度的显著降低能够大幅改善面齿轮的接触应力分布,从而延缓点蚀等齿面磨损情况的出现。

3) 珩齿加工后面齿轮齿面纹理变化明显,除了磨削形成的齿宽方向的纹理外,珩磨轮磨粒形成了齿高方向的无序纹理,虽然因为珩齿加工速度影响了其疏密程度,但是其对纹理的改变是非常明显的。

## 5 结论

1) 根据面齿轮专用磨床结构,通过建立特殊加工坐标系,完成面齿轮专用磨削刀具型面方程计算,进而设计得到面齿轮专用斜槽磨削刀具。

2) 针对传统珩齿中由于刚性传动带来的加工隐患,设计面齿轮柔性珩齿加工结构,进而得到面齿轮磨珩复合磨削刀具结构。

3) 利用研制的磨珩复合磨削刀具,进行面齿轮磨珩复合磨削加工实验,得到了理想的实验样件,通过检测结果可知面齿轮磨珩复合磨削加工能够显著改善面齿轮的表面质量,进而提高其使用寿命,是一种可行性较高的新型面齿轮复合精密加工制造方法。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] LITVIN F L, WANG J C, BOSSLER R B, et al. Application of face gear drives in helicopter transmission; NASA-TM\_105655 [ R ]. Washington, D. C. : NASA, 1992.
- [ 2 ] LITVIN F L, WANG J C, BOSSIER R B, et al. Application of face gear drives in helicopter transmissions [ J ]. ASME Journal of Mechanical Design, 1994, 116 ( 13 ) : 672-676.
- [ 3 ] LITVIN F L, EGELJA A, TAN J, et al. Computerized design, generation and simulation of meshing of orthogonal offset face gear drive with a spur involute pinion with localized bearing contact [ J ]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33 ( 12 ) : 87-102.
- [ 4 ] HEATH G F, FILLER R R, TAN J. Development of face gear technology for industrial and aerospace power transmission; NASA/CR-2002-211320 [ R ]. Washington, D. C. : NASA, 2002.
- [ 5 ] 李政民卿, 朱如鹏. 正交面齿轮齿廓的几何设计和根切研究 [ J ]. 华南理工大学学报, 2008, 36 ( 2 ) : 78-82.  
LI Z M Q, ZHU R P. Research on the geometric design of tooth profile and undercut of orthogonal face gear [ J ]. Journal of South China University of Technology, 2008, 36 ( 2 ) : 78-82 ( in Chinese ).
- [ 6 ] 赵宁, 曾晓春, 郭辉, 等. 直齿面齿轮齿形及承载接触分析 [ J ]. 航空动力学报, 2008, 23 ( 11 ) : 2142-2146.  
ZHAO N, ZENG X C, GUO H, et al. The analysis of modification and bearing contact of face gear [ J ]. Journal of Aviation Power, 2008, 23 ( 11 ) : 2142-2146 ( in Chinese ).
- [ 7 ] 赵宁, 刘常青. 关于面齿轮磨削加工机床的研究 [ J ]. 机械设计与制造, 2007 ( 10 ) : 151-152.  
ZHAO N, LIU C Q. Research on the grinding machine tool for face gear [ J ]. Mechanical Design and Manufacturing, 2007 ( 10 ) : 151-152 ( in Chinese ).
- [ 8 ] 李大庆. 直齿面齿轮啮合性能预控及碟形砂轮磨齿关键技术研究 [ D ]. 镇江: 江苏大学, 2013: 63-74.  
LI D Q. Research on pre-control method of meshing behavior and key technologies for grinding face gear by dish wheel [ D ]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2013: 63-74 ( in Chinese ).
- [ 9 ] LITVIN F L, FUENTES A. Face gear drive with helical involute pinion geometry, generation by a shaper and a worm, avoidance of singularities and stress analysis; NASA/CR-2005-213443 [ R ]. Washington, D. C. : NASA, 2005.
- [ 10 ] LIU C C, TSAY C B. Contact characteristics of beveloid gears [ J ]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37 ( 4 ) : 333-350.
- [ 11 ] 贺鹏. 直齿面齿轮齿面生成方法与啮合仿真 [ D ]. 西安: 西北工业大学, 2007: 12-23.  
HE P. Generation method and meshing simulation of face gear tooth surface [ D ]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2007: 12-23 ( in Chinese ).
- [ 12 ] 沈玉梅, 韩玉梅. 齿轮的珩齿工艺及珩磨轮制作 [ J ]. 一重技术, 2003 ( 3 ) : 34-35.  
SHEN Y M, HAN Y M. Gear honing and honing wheel production [ J ]. A Heavy Technology, 2003 ( 3 ) : 34-35 ( in Chinese ).
- [ 13 ] 高晓旭. 超声辅助珩齿加工的理论分析与实验研究 [ D ]. 太原: 太原理工大学, 2010: 5-8.  
GAO X X. Theoretical analysis and experimental research of ultrasonic assisted gear honing [ D ]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2010: 5-8 ( in Chinese ).
- [ 14 ] 张满栋. 电镀 CBN 硬珩轮珩齿机理及动态仿真分析 [ D ]. 太原: 太原理工大学, 2010: 41-91.  
ZHANG M D. Honing mechanism and dynamic simulation analysis of honing wheel electroplating CBN [ D ]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2010: 41-91 ( in Chinese ).
- [ 15 ] 凌文锋, 王小椿, 姜虹. 螺旋锥齿轮珩齿技术的研究与珩磨轮的优化设计 [ J ]. 北京交通大学学报, 2007, 31 ( 1 ) : 50-54.  
LING W F, WANG X C, JIANG H. Research on spiral bevel gear honing technology and optimization design of honing wheel [ J ]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2007, 31 ( 1 ) : 50-54 ( in Chinese ).
- [ 16 ] 宋振武, 高航. 螺旋槽砂轮磨削性能的试验研究 [ J ]. 磨料磨具与磨削, 1985 ( 6 ) : 1-5.  
SONG Z W, GAO H. Experimental study on grinding performance of spiral groove grinding wheel [ J ]. Abrasive and Grinding, 1985 ( 6 ) : 1-5 ( in Chinese ).
- [ 17 ] 邓朝晖, 伍俏平, 张高峰, 等. 新型砂轮研究进展及其展望 [ J ]. 中国机械工程, 2010, 21 ( 21 ) : 2632-2638.  
DENG C H, WU Q P, ZHANG G F, et al. Research progress and prospect of new type grinding wheel [ J ]. China Mechanical Engineering, 2010, 21 ( 21 ) : 2632-2638 ( in Chinese ).
- [ 18 ] 傅玉灿, 孙方宏, 徐鸿钧. 缓进给断续磨削时射流冲击强化磨削弧区换热的实验研究 [ J ]. 南京航空航天大学学报, 1999, 31 ( 2 ) : 151-155.  
FU Y C, SUN F H, XU H J. Experimental study on the heat transfer in the arc area of the jet impingement in the creep feed grinding [ J ]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1999, 31 ( 2 ) : 151-155 ( in Chinese ).
- [ 19 ] WANG Y Z, LAN Z, HOU L W, et al. A precision generating grinding method for face gear using CBN wheel [ J ]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 79 ( 9 ) : 1839-1848.

## 作者简介:

王延忠 男, 博士, 教授。主要研究方向: 齿轮传动分析及数控装备制造。

Tel. : 010-82339035

E-mail: yzwang63@126.com

赵洪铺 男, 硕士研究生。主要研究方向: 面齿轮传动设计及数控加工。

Tel. : 13401176805

E-mail: zxs545995942@126.com

## Method of face gear grinding-honing machining based on aviation environment

WANG Yanzhong\*, ZHAO Hongpu, LAN Zhou, HOU Liangwei, ZHONG Yang

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Face gear drives become the main direction of research for aeronautical drives because of their special advantages. The equation of face gear tooth surface was established based on the face gear transmission theory. For improving the precision machining technology of face gear, the method of face gear grinding-honing machining was put forward. The applied coordinate systems of face gear were set up and then the special grinding tool for face gear was developed based on special face gear numerical control grinding machine, influence of face gear grinding, slotted technique and the honing theory of traditional gear. In addition, flexible honing tool was designed. And then the tool used for grinding-honing parts machining was manufactured. The special tool was used to do face gear grinding-honing machining experiment, and then surface quality inspection on face gear was conducted, such as the detection of surface roughness, residual stress testing and observation of surface micro texture. The analysis of the surface quality detection results proves this method is reliable.

**Key words:** face gear; grinding-honing; flexible structure; machining experiment; surface inspection

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0256

# 空气系统双腔模型的压力动态特性分析



丁水汀<sup>1,2,3,\*</sup>, 车巍巍<sup>3</sup>, 刘传凯<sup>4</sup>

(1. 北京市航空器/发动机复杂系统安全性重点实验室, 北京 100083;

2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100083;

3. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083; 4. 北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 当发动机突然加速或发生突发失效时, 空气系统在短时间内由容腔效应和管道流体惯性所形成的压力波动将对某些空气系统零部件产生负面影响。在经过验证的模块化瞬态空气系统仿真程序的基础上, 分析了双腔模型的管道不同部位和容腔的压力变化。重点考虑了关键元件的尺寸对压力变化的影响规律。结果表明, 此瞬变过程中出现的压力波动与空气系统的几何结构尺寸密切相关。此模型分析方法可以作为研究整机空气系统瞬变过程的基础。

**关键词:** 空气系统; 双腔模型; 压力波动; 影响规律; 发动机

**中图分类号:** V228.3

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0654-08

空气系统贯穿于整个航空发动机, 承担着热端部件的冷却、密封、平衡轴向力、间隙主动控制和除冰等作用, 直接关系到发动机能否安全、可靠地运行。尤其是当发动机发生突发失效等突发情况, 空气系统腔室的容积效应和管道可压缩流体的惯性力诱发的耦合振荡在短时间内可能导致某些复杂的、继发性的危险瞬态载荷。另外, 空气系统短时间内的瞬变特性与内部元件的几何偏差密切相关。此部件尺寸的差别对瞬变压力波动的影响也是本文需要关注的内容。所以, 对于空气系统强瞬变过程的模拟及对一些元件尺寸影响的分析, 对避免航空发动机局部突发失效等引起整机的安全性问题, 实现被动安全设计有一定的指导意义。

系统内的非定常流动, 在瞬变条件发生初始会出现极短时间的大幅高频振荡特性, 称之为瞬变流, 视其幅值大小、频率高低和时间长短, 分为

强瞬变和弱瞬变 2 类<sup>[1-2]</sup>。对于发动机来说, 弱瞬变一般指发动机的常规加减速过程, 气路参数的瞬变周期持续数 s 以上, 远大于气流扰动在空气系统网络中的传播时间。而对于强瞬变过程, 如发动机的突发失效, 气路参数往往发生剧烈振荡, 瞬变周期只有数 ms 到几百 ms, 与气流扰动在空气系统网络的传播时间同等量级。此时, 强瞬变容易发生, 在此瞬变过程中, 空气系统高压力的气流扰动将在空气系统管路系统中传播和反射。空气系统强瞬变特性主要受容腔和管路的耦合振荡所主导, 并且与容腔和管路几何参数密切相关, 所以通过合适的几何参数的选择可以避免或削弱此强瞬变过程。而容腔和管道基本模型的准确建立是此强瞬变研究的基础。Dutton 和 Coverdill<sup>[3]</sup>针对非定常、可压缩气体的单腔充放气进行了实验, 在阻塞和未阻塞的工作条件下对比了绝热模型和等熵模型的区别。2007 年,

收稿日期: 2015-04-24; 录用日期: 2015-09-06; 网络出版时间: 2015-09-15 19:24

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150915.1924.001.html

基金项目: 教育部长江学者创新团队“航空发动机复杂系统安全性”(IRT0905)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82317435 E-mail: dst@buaa.edu.cn

**引用格式:** 丁水汀, 车巍巍, 刘传凯. 空气系统双腔模型的压力动态特性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 654-661.  
DING S T, CHE W W, LIU C K. Dynamic pressure characteristics analysis for double-cavity model of air system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 654-661 (in Chinese).

Thornicroft 等<sup>[4]</sup>建立了1个可以预测在充放气过程中箱内压力和温度变化的模型。模拟空气是个多变过程。通过模型和实验过程相比较经验确定多变指数  $n$  约为 1.17。直到 2009 年, Calcagni 和 Gallar<sup>[5-7]</sup>建立了瞬态空气系统模型。将系统看成是一系列腔和管道组成的。分别对于管道、单腔、双腔和 De Halle 模型用流体网络法建立了模型并进行了瞬态下压力变化的计算,结果与实验数据吻合的很好。并分析了轴失效条件下的轴向力变化。但是,并没有考虑容腔管道耦合下的管道压力波动。

国内吕亚国等<sup>[8]</sup>发展了一种全新的航空发动机空气系统通用分析软件,网络具有自动识别技术,并考虑了网络的换热情况。然而关于空气系统的瞬态研究比较少,侯升平和陶智<sup>[9-11]</sup>做了关于压力修正方法和积分方法的非稳态空气系统求解,但是关于瞬态容腔和管道内压力波动的分析很少。刘传凯等<sup>[12]</sup>针对强瞬变空气系统,提出了一种模块化的建模方法,并且通过双腔和 De Halle 模型验证了算法的准确性。另外压力瞬变的强度与时间和元件的几何尺寸有很大的影响。基于这方面的考虑,为了分析发动机容腔和管道内的压力变化强度和变化时间,就需要对瞬变过程下的压力变化规律有很好的预测。所以,本文将建立由容腔、管道组成的空气系统基本瞬变单元,针对突发失效下的强瞬变过程进行研究,在模型校验的基础上,给出管道不同位置的的压力变化。然后,分析几何偏差对空气系统强瞬变特性的影响规律。为发动机在突发情况下的瞬变强度提供参考。

## 1 建模方法

本文在之前国内传统的稳态流体网络法<sup>[13-14]</sup>基础上增加了描述容积效应和流体惯性力的控制方程,同时,基于模块化的建模思想将空气系统分为节点元件、容腔元件、管道元件和节流元件 4 类。各元件的控制方程如下。

1) 管道元件 管道元件具有一定的体积,所以在瞬变过程时,管道内气体的惯性和压缩性可能导致沿程气体参数出现剧烈突变。假设管道各截面处的面积相等。则质量方程为

$$w_i - w_o = \frac{dm}{dt} \quad (1)$$

式中:  $w_i$  为进口质量流量;  $w_o$  为出口质量流量;  $m$  为气体质量;  $t$  为时间。

能量方程一般为

$$Q - W_s - W_p + w_i h_i - w_o h_o = \frac{d}{dt} \left( um + \frac{1}{2} mv^2 + mgZ \right) \quad (2)$$

式中:  $Q$  为与外界的能量交换;  $W_s$  为剪切功;  $W_p$  为管道体积变化下压力所做的功;  $um$  为内能,  $u$  为单位气体内能;  $\frac{1}{2} mv^2$  为系统的动能,  $v$  为管道内气体平均速度;  $mgZ$  为系统的势能,  $g$  为重力加速度,  $Z$  为相对位置;  $h_i$  和  $h_o$  分别为元件进、出口单位气体总焓。在此管道开口系统中,不考虑与外界的热量交换和功交换,并且在计算时不考虑系统中的势能和体积的变化。所以能量方程简化为

$$w_i h_i - w_o h_o = \frac{d}{dt} \left( um + \frac{1}{2} mv^2 \right) \quad (3)$$

动量方程为

$$(p_i - p_o)A \pm \frac{1}{2} f \rho v^2 A + w_i v_i - w_o v_o = \frac{d(mv)}{dt} \quad (4)$$

式中:左端第 1 项为压力项,  $p_o$  为出口静压力,  $p_i$  为进口静压力;左端第 2 项为阻力项,  $A$  为管道的横截面积,阻力系数  $f = f_1 \frac{L}{D_e} + f_2$ ,  $L$  为管道长度,  $f_1$  为摩擦阻力系数,  $D_e$  为管道的当量直径,  $f_2$  为局部阻力系数<sup>[15-16]</sup>,主要考虑管道进出口截面突然扩张或收敛造成的总压损失,另外,“+”表示逆流,即与预定的方向相反,“-”表示顺流,即与预定的方向相同;左端第 3 项为进出口的单位时间动量之差,  $v_o$  和  $v_i$  分别为出口速度和进口速度;右端表示管道内气体动量的变化率。

2) 节流元件 空气系统中的菟齿封严、小孔和缝,轴向间隙等阻力单元的内部空间微小,容积和气体惯性均可以忽略。节流元件在顺流和逆流状态下的进、出口质量流量与气体参数的定性关系可分别表示为式(5)的通用形式:

$$\begin{cases} w_i = w_o = f(p_i^*, p_o^*, T_i^*) \\ w_i = w_o = f(p_i^*, p_o^*, T_o^*) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $p_i^*$  和  $p_o^*$  分别为节流元件上游和下游节点总压,分别取值相邻容腔元件或节点元件的试给总压;  $T_i^*$  和  $T_o^*$  分别为节流元件上游和下游的来流总温。

3) 节点元件 一般为虚拟连接点,包括内部节点和边界节点。节点元件一般不考虑体积,因此方程是不带时间项的质量和能量平衡方程。假设内部节点与  $M$  个支路连接,其方程为

$$\sum_{j=1}^M w_j = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^M w_j h_j = 0 \quad (7)$$

式中:  $w_j$  和  $h_j$  分别为节点元件第  $j$  个支路的质量流量和单位气体总焓。而边界节点则需考虑边界流量和能量,只需在上述方程中添加 1 项即可。

$$\sum_{j=1}^M w_j + w_b = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^M w_j h_j + w_b h_b = 0 \quad (9)$$

式中:  $w_b$  为边界质量流量;  $h_b$  为边界单位气体总焓。

4) 容腔元件 一般为空气系统内体积较大的容腔。容腔内部气体参数只与时间有关,与空间无关。由于有容腔效应的影响,会造成容腔的质量和能量的存储,所以连续方程、能量方程与节点元件不同。假设容腔元件与  $M$  个支路连接,其方程为

$$\sum_{j=1}^M w_j + w_b = \frac{dm}{dt} \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^M w_j h_j + w_b h_b = \frac{d}{dt}(um) \quad (11)$$

此节简要说明了各个元件的建模思路及控制方程。详细的建模思路可参考文献[12]。

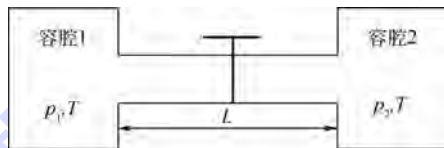
## 2 双腔模型研究

流体网络法是计算发动机空气系统的基本方法,本文在传统网络法的基础上增加容腔与管道元件,在 Visual Studio 2010 上编写的面向对象的空气系统可压缩流的网络法程序。鉴于容腔元件的容腔效应和管道元件内可压缩流体的惯性是压力波动的主要原因,所以这里简单的将压气机盘腔和涡轮盘腔通过管道连接组成双腔耦合模型进行研究。采用文献[6]中的双腔模型进行建模,并通过瞬变过程的对比来验证算法的准确性。管道动力系统中非定常流动工况是不可避免的,并且在一定条件下,具有压力波动的特性。所以,本文在此基础上考虑了管道不同位置的压力变化,并且对影响此压力波动的关键几何参数进行了分析。为了方便建模,模型基于绝热条件建立,并且没有考虑内部换热影响。主要原因是因为换热所需时间较长,而压力波动的动态变化过程也就在几 ms 到几百 ms 之间,鉴于换热在这段时间内的效果不明显,所以在分析时不考虑换热影响。

### 2.1 双腔模型验证及分析

空气系统是由很多容腔和其他元件组成的。盘腔、卸荷腔等都可以用容腔元件模拟;空气系统

中的管道、长轴间隙等都可以用管道元件来模拟。当发动机快速加速或发生突发失效时,由于容腔元件的容腔效应与管道元件中可压缩流体的惯性在一定条件下会产生压力波动。此压力波动可能影响某些部件的强度或使轴向力突然逆向、产生波动,可能会造成某些部件的损坏。因此,这里针对容腔和管道组成的双腔模型进行研究,了解其压力波动变化的规律。双腔模型如图 1 所示。



$p_1, p_2$ —容腔 1 和容腔 2 的压力;  $T$ —温度。

图 1 双腔模型

Fig. 1 Double-cavity model

在文献[12]中,已经对此双腔模型进行了验证,容腔压力  $p_c$  的对比结果见图 2。其中关键的几何参数如下:容腔 1 的初始压力为 600 kPa,容腔 2 的初始压力为 520 kPa,温度为 600 K,容腔的体积为  $0.1 \text{ m}^3$ ,管道流通面积为  $0.005 \text{ m}^2$ ,长度为  $0.6 \text{ m}$ ,模型为绝热模型。此结果基本吻合,并且将作为之后几何参数影响对比的基本结果。另外,容腔的压力发生波动,且需要经过一段时间的振荡才会慢慢稳定下来,最终达到初始压力的中间值。此压力的波动可能造成某些继发性安全问题,而压力波的最大幅值将是本文关注的一个重要参数。基于此考虑,这里定义压力波动幅值的无量纲量来表征压力波动的强弱:

$$a = \frac{|p_{wm} - p_s|}{p_s} \quad (12)$$

式中:  $p_{wm}$  为压力波的最大幅值;  $p_s$  为压力最终稳定的值。  $a$  越大表示压力波峰值越大,越容易发生不安全问题。由图 2 中的压力变化结果求得  $a = 0.028$ 。

另外对于瞬态模型的计算,时间步长的选取很重要。步长太长,不易描述其完整的动态响应

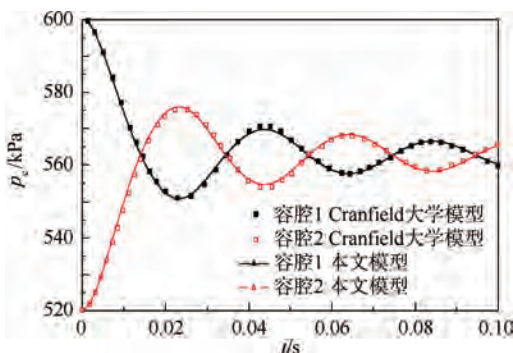


图 2 容腔压力的变化对比<sup>[12]</sup>

Fig. 2 Comparison of pressure changes of cavities<sup>[12]</sup>

过程,步长太短又影响计算效率,所以合理的时间步长的选取很重要。文献[5]中,在管道模型的计算时,给出了管道的时间步长选取范围:

$$\Delta t \leq \text{CFL} \cdot \frac{\Delta x}{|v_0| + \phi} = t_p \quad (13)$$

式中: $\phi$  为声速; $v_0$  为初始速度; $0.5 \leq \text{CFL} < 1$ ;  $t_p$  为管道的特征时间常数; $\Delta x$  为管道单元之间的长度。对于容腔来说,由状态方程  $pV = mRT$ ,  $p$  为静压力,  $R$  为气体常数,  $V$  为容腔的体积,对时间微分后,可得

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{V} \left( mR \frac{dT}{dt} + RT \frac{dm}{dt} \right) = \frac{p}{T} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{RT}{V} w \quad (14)$$

式中:质量流量  $w = \rho Av$ ,  $\rho$  为密度。

对于绝热过程,温度和压力的关系为

$$T p^{\frac{1-k}{k}} = \text{常数} \quad (15)$$

式中: $k$  为绝热指数。

将式(15)微分后,代入式(14),则

$$\frac{dp}{dt} = k \frac{RTw}{V} \quad (16)$$

$w = \rho Av$  代入式(16),可得

$$\frac{dp}{p} = \frac{kAv}{V} dt \quad (17)$$

$$p = C e^{\frac{kAv}{V} t} \quad (18)$$

式中: $C$  为常数。

可见容腔的特征时间常数  $t_c = \frac{V}{kA|v_0 + \phi|}$ 。

因此,对于此双腔模型的时间步长为

$$\Delta t \leq \min \{ t_p, t_c \} \quad (19)$$

管道动力系统中非定常流动工况是不可避免的,并且在一定条件下,具有压力波动的特性。管道内可压缩流体的惯性力在某条件下将导致压力产生脉动,形成压力波。压力波动的形状与可压缩流体的惯性力有关。惯性力直接取决于质量的大小,质量越大,惯性越大,反之,惯性越小。在某些工程问题中,管道中压力的变化也是很重要的观察对象。但是,文献中并没有管道中压力的变化规律。本文采用将管道元件离散化的方法,分成20段管道元件,管道元件之间用节点元件连接。这样就可以观察管道不同位置的静压变化。模型如图3所示。

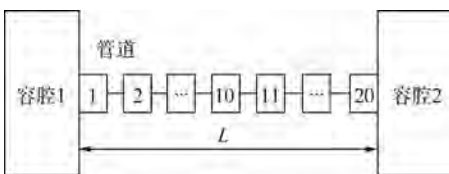


图3 管道离散化双腔模型

Fig.3 Double-cavity model with pipe discretization

假设规定流体的运动方向为从左向右。设  $x$  为沿流动方向的位移,则管道内初始压力为

$$p(x) = \begin{cases} 600 \text{ kPa} & 0 \leq x < \frac{L}{2} \\ 560 \text{ kPa} & x = \frac{L}{2} \\ 520 \text{ kPa} & \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases} \quad (20)$$

在  $t=0$  时刻打开阀门,观察管道内管道1、管道10、管道11和管道20 4个不同位置的静压变化,结果如图4所示。

从图4结果可以看出,此系统在短时间内,管道静压力同样发生了波动,且不同位置的波动幅度不同,两端的波动幅度明显比中间位置的大,此时,  $\alpha = 0.021$ 。中间位置的静压力经过很短的时间就会稳定。另外刚开始管道中压力的下降主要是由于管道平均速度的快速增加造成的(见图5)。刚开始,速度很快到最大值,导致管道11和管道20的总压的增加比速度增加的慢,所以其静压力一开始是下降的,速度的快速增加,导致其压力下降更快。

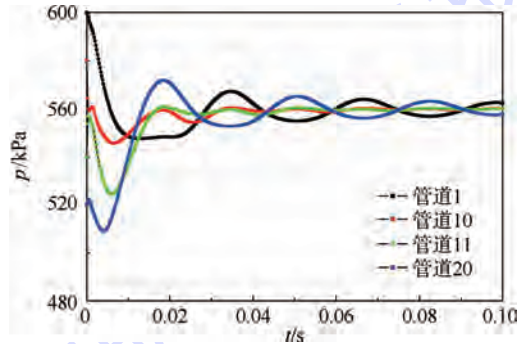


图4 管道不同位置的静压变化

Fig.4 Static pressure changes in different positions of pipe

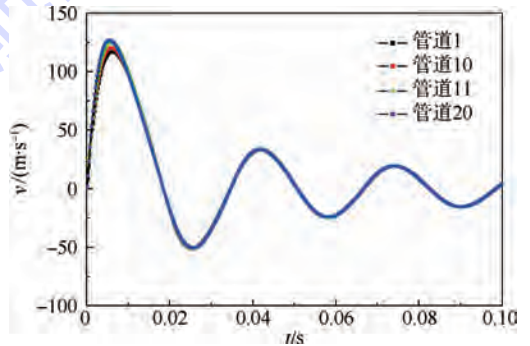


图5 管道不同位置的平均速度变化

Fig.5 Mean velocity changes in different positions of pipe

## 2.2 影响因素分析

上述分析的压力波动主要与容腔元件的容积效应和管道元件内的流体惯性有关。容积效应主

要与容腔的体积有关。流体惯性主要与管道内气体的质量有关,即与管道的几何流通面积和几何长度有关。因此,这里重点分析此3个几何参数对压力变化的影响。

### 2.2.1 管道长度影响分析

将每段管道长度减小为原来的1/10,总管道长度为0.06 m,其他参数不变。按同样的方法计算,观察管道长度对容腔压力和管道静压的变化,结果如图6和图7所示。

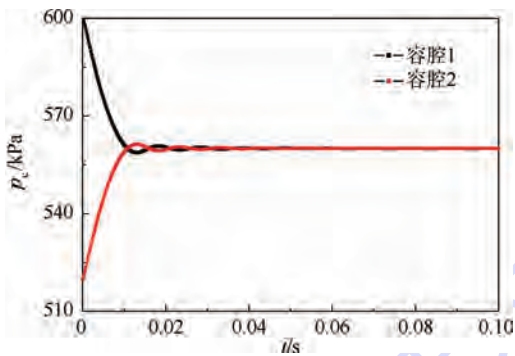


图6 管道长度变化后容腔压力的变化

Fig. 6 Pressure changes of cavities after change of pipe length

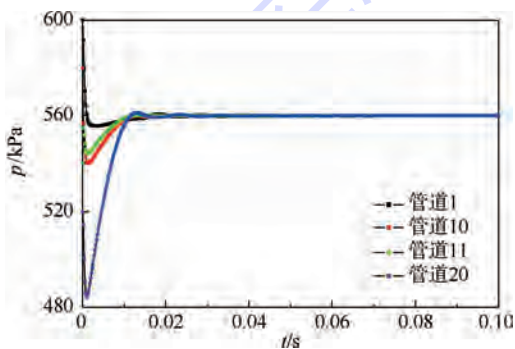


图7 管道长度变化后管道不同位置的静压变化

Fig. 7 Static pressure changes in different positions of pipe after change of pipe length

图6中 $a=0.0025$ ,图7中 $a=0.0021$ ,相比于图2和图4中的 $a$ 值小了一个数量级。可见,管道长度减小时,管道内的流体惯性大幅减小,所以容腔和管道的压力波动幅度很小,并且很快达到平衡。如果管道长度继续减小,则压力波就不会产生了。管道内的静压只是在刚开始时有很大的不同,此主要受管道平均速度的影响。所以,管道长度的减小会减小压力波动的幅度,波动时间也大幅减小,进而可以削弱此强瞬变。

### 2.2.2 管道流通面积影响分析

将每段管道元件的流通面积减为 $5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ,其他参数全都不变,按同样的方法计算,观察其流通面积对容腔压力及管道静压的变化,

结果如图8和图9所示。

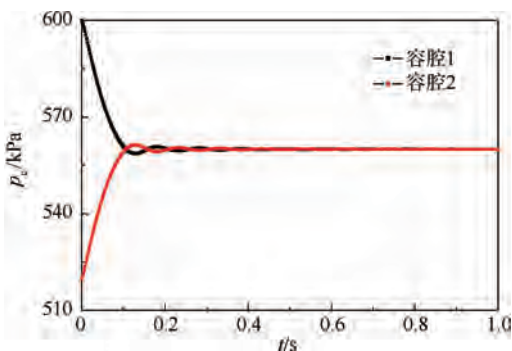


图8 管道流通面积变化后容腔压力的变化

Fig. 8 Pressure changes of cavities after change of pipe flow area

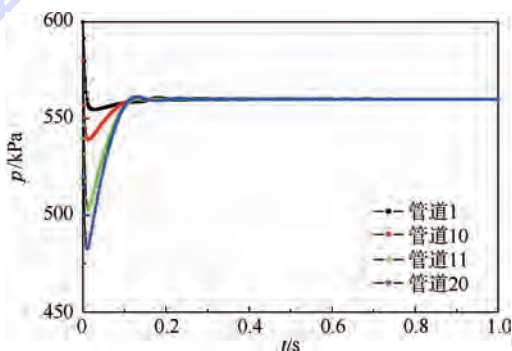


图9 管道流通面积变化后管道不同位置的静压变化

Fig. 9 Static pressure changes in different positions of pipe after change of pipe flow area

图8中 $a=0.0024$ ,图9中 $a=0.0022$ ,相比于图2和图4中的 $a$ 值减小。仿真结果反映出管道流通面积的缩小,可以减小振荡幅度,但是会增加达到平衡的时间。这主要是由于管道流通面积缩小时,管道中流体的质量减小,惯性较小,所以压力振荡幅度减小。同样如果管道流通面积减小到一定程度,则压力波不再产生。此外,管道流通面积的减小影响到管道的进口速度变小,从而需要较长的时间达到稳定。所以,管道流通面积越小,惯性越小,压力波振荡幅度越小,达到稳定的时间越长。

### 2.2.3 容腔体积影响分析

将容腔元件的体积都减小为 $0.001 \text{ m}^3$ ,其他参数不变,按同样的方法计算,观察其体积对容腔压力及管道静压的变化,结果如图10和图11所示。

图10中 $a=0.049$ ,图11中 $a=0.047$ ,相比于图2和图4中的 $a$ 值,明显增大。所以容腔体积的减小增加了容腔和管道压力的波动幅度,并且从图中10可以看出压力的波动频率明显增加,达到稳定的时间明显缩短。另外,图11的管道

11 和管道 20 初始段压力已经不再下降,反而增加。主要是速度的增加已经落后于总压的增加速率。

空气系统中的容腔肯定不尽相同,只将容腔 2 的体积减小为  $0.001 \text{ m}^3$ ,其他参数不变。如图 12 所示。

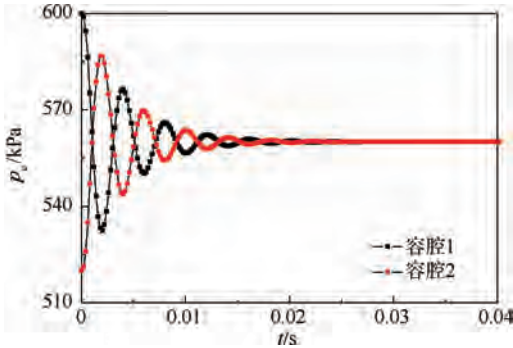


图 10 两容腔体积都变化后容腔压力的变化  
Fig. 10 Pressure changes of cavities after change of both cavity volume

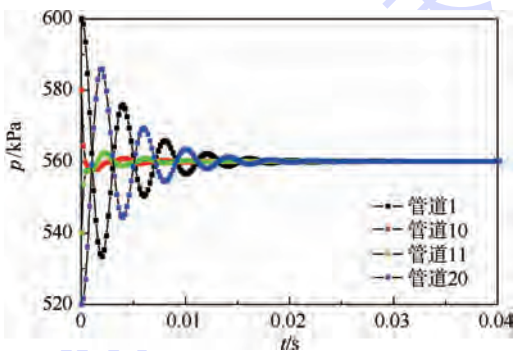


图 11 两容腔体积都变化后管道不同位置的静压变化  
Fig. 11 Static pressure changes in different positions of pipe after change of both cavity volume

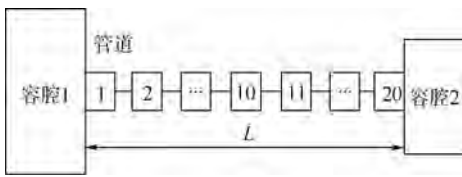


图 12 容腔体积不相等的双腔模型

Fig. 12 Double-cavity model with different cavity volume

按同样的方法计算,观察容腔体积对容腔压力及管道静压的变化,结果如图 13、图 14 所示。

图 13 中  $a = 0.173$ ,图 14 中  $a = 0.171$ ,相比与图 2 和图 4 的  $a$  值,明显增大。可见容腔 2 体积的减小,使系统波动幅度增大。两容腔的体积不再相等,导致两容腔的压力波动有很大的不同,容腔 1 的波动幅度变的很小,很快达到稳定,容腔 2 的波动幅度反而变的很大。管道不同位置的波动幅度不一样,管道 1 靠近容腔 1,其波动与容腔 1 类似,沿着流动正方向,其波动幅度越来越大。

说明容腔体积的减小,对容腔和管道的压力波动有很大的影响。体积小的一端,压力波动大,越靠近此容腔的管道压力波动幅度大。反之,体积大的一端,波动幅度小。另外,振荡频率有所不同,达到稳定的时间略有减小。

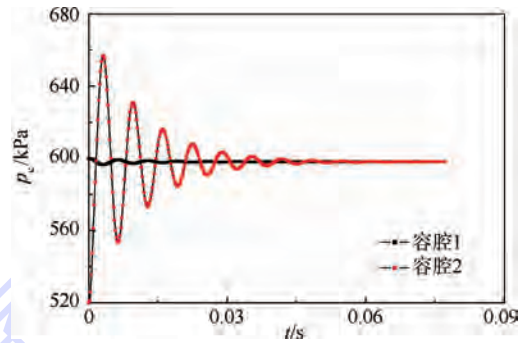


图 13 容腔 2 体积变化后容腔压力的变化

Fig. 13 Pressure changes of cavities after volume change of cavity 2

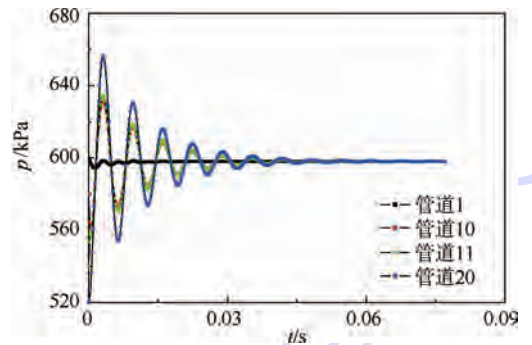


图 14 容腔 2 体积变化后管道不同位置的静压变化  
Fig. 14 Static pressure changes in different positions of pipe after volume change of cavity 2

以上模型的计算可以看出所建立的流体网络法可以模拟空气系统瞬变的特性,为以后整机空气系统瞬变特性的研究奠定了基础。另外,为避免发动机失效时空气系统内压力波动的产生,或者是减小压力波动的振荡幅度,空气系统在设计时应注意这 3 个参数。合理的设计可以避免压力的波动,从而可以提高空气系统的可靠性和安全性。

### 3 结论

本文针对瞬变空气系统,在 Visual Studio 平台上发展了具有面向对象的瞬变空气系统网络法程序,对管道元件与容腔元件组成的双腔模型进行了强瞬变过程分析。在与文献中数据基本吻合的情况下,将管道离散化处理,分析了管道不同位置的静压变化,并分析了关键元件的几何偏差对压力变化的影响。

1) 管道中可压缩流体的流动惯性和容腔效

应是瞬变压力波动的主要原因,管道长度越小,惯性越小,振荡幅度越小,可见波动强度越弱。

2) 管道流通面积越小,惯性越小,振荡幅度越小,可见波动强度越弱。

3) 若两容腔体积相等,则体积越小,则管道和容腔的压力波动振荡幅度越大,频率越快,达到稳定的时间越短。若两容腔体积不相等,则体积小的一端压力波动频率快,幅度大;体积大的一端,压力变化幅度小,频率小。通过模型分析的结论,采取合理的尺寸设计控制波动强度,为空气系统的安全防护提供一种新方法。

所建立的模型可以很好地模拟基本空气系统的瞬态压力变化规律,为以后整机空气系统的建模以及准确预测各截面的参数提供了很好的方法。

### 参考文献 (References)

- [1] 徐晓菊. 动力系统中瞬变流动的特性研究[J]. 机械管理开发, 2010, 25(5): 50-52.  
XU X J. On characteristic research of transient flow in dynamic system[J]. Mechanical Management and Development, 2010, 25(5): 50-52 (in Chinese).
- [2] 郭建明. 管道动力系统中非定常流动特性[J]. 科技情报开发与经济, 2006, 16(9): 179-181.  
GU J M. The characters of the unsteady flow in the dynamical system of the pipeline [J]. SCI-TECH Information Development & Economy, 2006, 16(9): 179-181 (in Chinese).
- [3] DUTTON J C, COVERDILL R E. Experiments to study the gaseous discharge and filling of vessels[J]. International Journal of Engineering Education, 1997, 13(2): 123-134.
- [4] THORNCROFT G P, GORDON J S, GORDON R. Modeling compressible air flow in a charging or discharging vessel and assessment of polytropic exponent [C] // Proceedings of ASEE Annual Conference and Exposition, 2007. Chantilly, VA: American Society for Engineering Education, 2007: AC 2007-2695.
- [5] CALCAGNI C, GALLAR L. Development of a one dimensional dynamic gas turbine secondary air system model-Part I: Tool components development and validation [C] // Proceeding of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land Sea and Air. New York: ASME Press, 2009, 4: 457-465.
- [6] CALCAGNI C, GALLAR L. Development of a one dimensional dynamic gas turbine secondary air system model-Part II: Assembly and validation of a complete network [C] // Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air. New York: ASME Press, 2009, 4: 435-443.
- [7] GALLAR L, CALCAGNI C. Time accurate modelling of the secondary air system response to rapid transients [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2011, 225(8): 946-958.
- [8] 吕亚国, 刘振侠, 黄生勤. 航空发动机内流空气系统通用分析软件开发 [C] // 全国博士生学术论坛. 北京: 计算机仿真出版社, 2009: 99-103.  
LV Y G, LIU Z X, HUANG S Q. General analysis software design of aero-engine internal air system [C] // National Doctoral Academic Forum. Beijing: Computer Simulation Press, 2009: 99-103 (in Chinese).
- [9] 候升平, 陶智. 非稳态流体网络方法在发动机空气冷却系统中的应用 [J]. 航空动力学报, 2009, 24(3): 494-498.  
HOU S P, TAO Z. Study on application of unsteady fluid network to the air system in engine [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(3): 494-498 (in Chinese).
- [10] 陶智, 候升平. 流体网络法在发动机空气冷却系统设计中的应用 [J]. 航空动力学报, 2009, 24(1): 1-6.  
TAO Z, HOU S P. Study on application of fluid network to the design of air system in engine [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(1): 1-6 (in Chinese).
- [11] 候升平, 陶智. 非稳态流体网络模拟新方法及其应用 [J]. 航空动力学报, 2009, 24(6): 1253-1257.  
HOU S P, TAO Z. New simulation approach to the unsteady fluid network and the application [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(6): 1253-1257 (in Chinese).
- [12] 刘传凯, 刘海明, 李艳茹, 等. 强瞬变空气系统的模块化仿真建模 [J]. 航空动力学报, 2015, 30(8): 1826-1833.  
LIU C K, LIU H M, LI Y R, et al. Modularized simulation of air. Modularized simulation of air system with fast transient [J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(8): 1826-1833 (in Chinese).
- [13] 吴丁毅. 内流系统的网络计算法 [J]. 航空学报, 1996, 17(6): 653-657.  
WU D Y. Network technique of internal system [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1996, 17(6): 653-657 (in Chinese).
- [14] 倪维斗, 苟建兵, 孙愈. 热动力系统流体网络及算法处理 [J]. 系统仿真学报, 1997, 9(3): 78-83.  
NI W D, GOU J B, SUN X. Research on fluid network in thermal power system [J]. Journal System Simulation, 1997, 9(3): 78-83 (in Chinese).
- [15] 陈卓, 周萍. 传递过程原理 [M]. 长沙: 中南大学出版社, 2011: 75-78.  
CHEN Z, ZHOU P. Principle of transport processes [M]. Changsha: Central South University Press, 2011: 75-78 (in Chinese).
- [16] 王华阁. 航空发动机设计手册-空气系统及传热 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2001: 76-77.  
WANG H G. Aero engine design manual-air system and heat transfer [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2001: 76-77 (in Chinese).

#### 作者简介:

车巍巍 男, 博士研究生。主要研究方向: 发动机瞬态空气系统及总体性能。

Tel.: 13716745697

E-mail: cww861028925@163.com

丁水汀 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 燃气轮机热端旋转部件流动与换热机理及航空发动机适航性设计与验证技术。

Tel.: 010-82317435

E-mail: dst@buaa.edu.cn

## Dynamic pressure characteristics analysis for double-cavity model of air system

DING Shuiting<sup>1,2,3,\*</sup>, CHE Weiwei<sup>3</sup>, LIU Chuankai<sup>4</sup>

1. Beijing Key Laboratory on Safety of Integrated Aircraft and Propulsion System, Beijing 100083, China;

2. Co-Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100083, China;

3. School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

4. School of Transportation Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** When the engine slam accelerates or suddenly fails, the pressure wave formed by cavity effect and pipe fluid inertia in a short time will have negative impact on some components of air system. On the basis of the simulation program of the modular transient air system, the pressure variation of cavity and different parts of pipe in the double-cavity model is analyzed. The influence law analysis of the size of the key components for pressure wave is mainly considered. Results show that the pressure wave produced in the transient state is closely related to the geometric structure size of the air system. The analysis method of this model can be used as a basis for fast transient research of air system of the integrated engine.

**Key words:** air system; double-cavity model; pressure wave motion; influence law; engine

**Received:** 2015-04-24; **Accepted:** 2015-09-06; **Published online:** 2015-09-15 19:24

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150915.1924.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150915.1924.001.html)

**Foundation item:** Innovation Plan of Aero Engine Complex System Safety by the Ministry of Education Chang Jiang Scholars of China (IRT0905)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-82317435 E-mail: dst@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0288

# 前列腺癌粒子植入机器人运动学建模和仿真

张永德<sup>1,\*</sup>, 梁艺<sup>1</sup>, 毕津滔<sup>1</sup>, 许勇<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨理工大学 智能机械研究所, 哈尔滨 150080; 2. 中国人民解放军总医院 泌尿外科, 北京 100039)

**摘 要:** 基于测量的人体前列腺会阴部操作空间和手术过程量化分析, 研究了一种 3-PCR 并联式前列腺癌粒子植入机器人。对于这种对称少自由度并联机构作为位置调整机构, 其运动学特性需要深入研究。采用封闭矢量法和 Beout 消元法建立 3-PCR 并联机构运动学正、逆运动学方程, 通过数值计算验证了正、反解模型的正确性。利用 MATLAB 进行  $p$  点为空间旋量曲线时的运动学仿真, 仿真结果表明机构具有较好的运动稳定性, 便于实时控制。通过极限边界搜索法求解了该机构姿态为  $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ$  下的工作空间,  $x = 0$  时的 YOZ 工作空间截面为  $15\,674\text{ mm}^2$  能满足临床手术的要求。

**关键词:** 前列腺癌; 粒子植入机器人; 并联机构; 运动学建模; 工作空间

**中图分类号:** V19; TP242.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0662-07

由于前列腺癌放射性粒子植入具有靶向性强、无副作用、创伤小和疗效确切的特点, 在美国已成为治疗早期前列腺癌的标准手段。传统短距离放射治疗 (brachytherapy treatment) 是在超声的引导下, 借助于固定在超声支架上的导向板, 临床医生使用手动粒子植入器将 20 ~ 120 颗镍钛合金包裹的  $^{125}\text{I}$  (144Gy) /  $^{103}\text{Pd}$  (120Gy) 粒子植入靶区部位, 连续低剂量放射  $\gamma$  射线对肿瘤细胞进行杀死<sup>[1-2]</sup>。一般医生疲劳和抖动会造成粒子位置放置误差, 另外, 手术环境高辐射和高感染性问题, 都严重制约了前列腺手术治疗效果和前列腺治疗手术技术的发展。将机器人技术和放射性治疗技术相结合会克服上述放射性治疗术的缺点, 放射性粒子植入机器人系统正是上述技术结合的典范。

前列腺癌粒子植入机器人的研究始于 21 世纪初期, 文献[3-5]采用的都是直角坐标式结构, 借助导向模板较易完成粒子定向放置。由  $X$ 、 $Y$

和  $Z$  移动关节简单叠加, 组成直角坐标悬臂式结构会降低整体刚度, 其自身占用空间较大, 运动响应能力也欠佳。文献[6-7]采用并联式结构, 这种设计的优势可以调整穿刺针姿态进入目标靶点, 而且不需要用导向模板辅助。

本文沿用并联机器人思想, 以设计的 3-PCR 并联式前列腺癌粒子植入机构为例, 研究其运动学方程和工作空间, 以实现机器人控制和满足临床手术对工作空间的要求。

## 1 粒子植入器机构分析

### 1.1 机器人构型

针对测量的人体前列腺会阴部位粒子植入手术的操作空间尺寸如图 1 所示, 会阴处左右操作尺寸为 60 mm, 如图 1(a) 所示, 图中:  $e = 100 \sim 120\text{ mm}$ 。进针深度为 350 mm、高度为 60 mm, 如图 1(b) 所示, 图中:  $a = 450 \sim 600\text{ mm}$ ;  $b = 420 \sim 500\text{ mm}$ 。机器人布置患者双腿间, 植入过程中病

收稿日期: 2015-05-07; 录用日期: 2015-07-31; 网络出版时间: 2015-10-19 16:36

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151019.1636.012.html

基金项目: 国家自然科学基金(51205093); 高等学校博士学科点专项科研基金(20122303110006)

\* 通讯作者: Tel.: 0451-86390581 E-mail: zhangyd@hrbust.edu.cn

**引用格式:** 张永德, 梁艺, 毕津滔, 等. 前列腺癌粒子植入机器人运动学建模和仿真[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 662-668. ZHANG Y D, LIANG Y, BI J T, et al. Kinematics modeling and simulation of seed implantation robot for prostate tumors[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 662-668 (in Chinese).

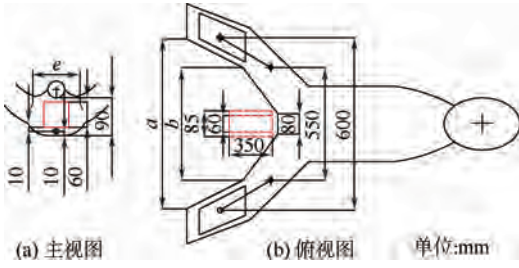


图1 机器人近距离放射性治疗植入工作空间

Fig.1 Workspace for robotic insertion of brachytherapy

人处于仰卧状态,整个操作空间为长方体状。一般前列腺癌粒子植入手术,需要植入 30 ~ 120 颗直径 0.8 mm 粒子重复性操作。对手术过程的量化分析,穿刺针的定位需要 3 个平动自由度,末端粒子的放置需要一个移动自由度。考虑穿刺针在前列腺肿瘤靶点定位的安全性问题,设计初定位机构,将穿刺针把沿穿刺针轴线调整到目标高度(初定位),接近会阴正前方 5 cm 处,末端粒子植入装置添加一个独立冗余的移动关节,独立的移动关节再将穿刺针平稳运行到靶点。

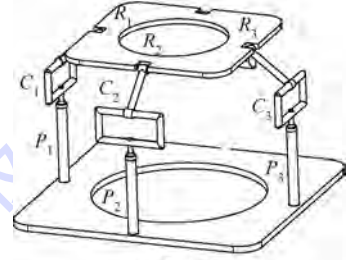
若初定位机构采用直角坐标式,整体结构偏大,不适应在狭小的会阴处操作,也不太适合 30 ~ 120 次快速重复性操作。整体构成悬臂会导致末端刚度降低,也会影响末端的植入精度。本文选用一种 PCR( $P$ 为移动副, $C$ 圆柱副, $R$ 圆柱副)支链组成的具有空间三维平动的组合形式,如图 2 所示。选用(a)和(c)方案,前者是欠驱动输入,后者是冗余输入,这 2 种方式都会使机构控制变得复杂。特别是冗余运动链会使机构产生奇异点而失去控制。本文选用(b)方案,机构自由度等于驱动数,机构具有确定的运动形式,整体结构也比较对称。

末端粒子植入装置设计成独立的二自由度移动结构如图 3 所示,其中内、外针采用双丝杆螺母驱动形式,初定位机构可以把末端粒子植入装置的外针放置到靶点的目标高度,然后采用丝杆螺母机构将外针微调至靶点,为了避免放射性粒子对手术环境的核辐射,采用封闭式粒子库接收装置如图 3(b)所示,粒子弹匣可快速插入到粒子库接收装置中,放射性粒子始终处于封闭的机械部件中。

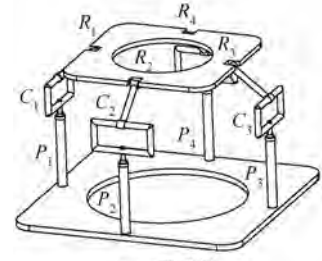
另外,前列腺两侧有耻骨,对于前列腺肿瘤较大的患者,在穿刺时容易扎到耻骨,从而造成医疗事故。在外针的前支撑端设计了 Nano17 力矩传感器,这样在穿刺反馈控制中,可以减少对患者持续穿刺伤害。



(a) 2条支链



(b) 3条支链



(c) 4条支链

图2 不同 PCR 支链结构简图

Fig.2 Structure diagram of different types of PCR branched chain

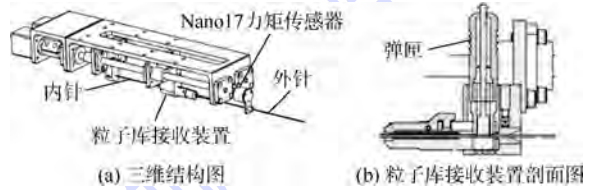


图3 粒子植入装置结构示意图

Fig.3 Structure schematic diagram of seed implantation mechanism

1.2 自由度的性质和主动副的选取

建立各个分支坐标为  $B_i-X_iY_iZ_i$ ,  $Z_i$  轴沿  $P_i$  副轴线方向,  $X_i$  轴沿  $C_i$  副轴线方向,  $Y_i$  轴由右手准则确定如图 4 所示,  $i = 1, 2, 3$ 。根据约束旋量理论<sup>[8]</sup>, 得到第  $i$  支链的运动旋量为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i1} = [0, 0, 0, ; 0, 1, 0] \\ \mathcal{S}_{i2} = [0, 0, 0, ; 1, 0, 0] \\ \mathcal{S}_{i3} = [1, 0, 0, ; 0, y_{i3}, z_{i3}] \\ \mathcal{S}_{i4} = [1, 0, 0, ; 0, y_{i4}, z_{i4}] \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $y_{ij}, z_{ij}$  为  $\mathcal{S}_{ij}$  轴线在  $B_i-X_iY_iZ_i$  下的坐标, 则各支链在该坐标系下的约束旋量系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i1}^r = [0, 0, 0, ; 0, 1, 0] \\ \mathcal{S}_{i2}^r = [0, 0, 0, ; 0, 0, 1] \end{cases} \quad (2)$$

由图4(a)约束旋量系可知,这2个约束旋量是沿Y、Z轴方向的2个约束力偶 $S_{i1}^r$ 和 $S_{i2}^r$ ,限制了动平台绕Y、Z轴的2个转动自由度。由于各支链结构相同,其他2个支链也都对动平台提供2个约束力偶,则3条支链共施加6个约束力偶。其中3个沿竖直方向,平行于Z轴,是竖直方向的一个公共约束力偶 $S_{i1}^r$ ;另外3个约束力偶 $S_{i2}^r$ 共面,最大线性无关组是2,将约束掉绕平行于该平面所有轴线的转动。因此绕Z轴旋转也被限制。此机构有公共约束且不是瞬时机构,即 $\lambda = 1$ ;机构中存在虚约束 $\nu = 1$ ;没有局部约束 $\zeta = 0$ ;机构阶数 $d = 5$ ;构件数 $n = 11$ ;运动副 $g = 12$ 。

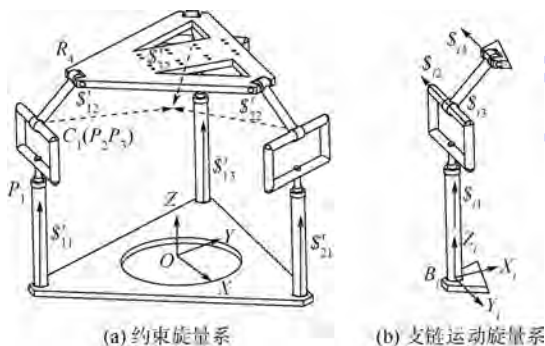


图4 3-PCR旋量系

Fig. 4 Screw system of 3-PCR

将以上参数代入到修正的Kutzbach-Grubler公式<sup>[8]</sup>中:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_i^g f_i + \nu - \zeta = 5 \times (11 - 12 - 1) + 3 \times 4 + 1 = 3 \quad (3)$$

式中: $M$ 为机构自由度; $f_i$ 为第 $i$ 个运动副相对自由度。

将基座上3个 $P_{i1}$ 副刚化,那么新机构的运动旋量系可以重新表示为

$$\begin{cases} S_{i2} = [0, 0, 0, ; 1, 0, 0] \\ S_{i3} = [1, 0, 0, ; 0, y_{i3}, z_{i3}] \\ S_{i4} = [1, 0, 0, ; 0, y_{i4}, z_{i4}] \end{cases} \quad (4)$$

则各支链在该坐标系下的约束旋量系为

$$\begin{cases} S_{i1}^r = [0, 0, 0, ; 0, 1, 0] \\ S_{i2}^r = [0, 0, 0, ; 0, 0, 1] \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可以求出约束旋量系和该机构没有刚化前一致,也就是说支链中缺少3个 $P_{i1}$ 副也不会改变该机构动平台受到的约束力偶。进一步将参数带入式(3)求解得到 $M = 0$ ,即满足主动副判断准则<sup>[9]</sup>,故采用基座上的3个 $P_{i1}$ 副作为主动副是合理的。整体的方案如图5所示,基座安装在手术台上,且置于导向模板的正前方,基座上安装

3个驱动气缸作为驱动,这种布局将连杆处关节驱动电机的质量转移到基座上,降低了等效动平台的质量,提高了机器人末端的有效负载比。另外,动平台的下方安装二自由度粒子植入装置,机器人复位时,可以保证穿刺针始终处于初定位机构的内部,易于防护。

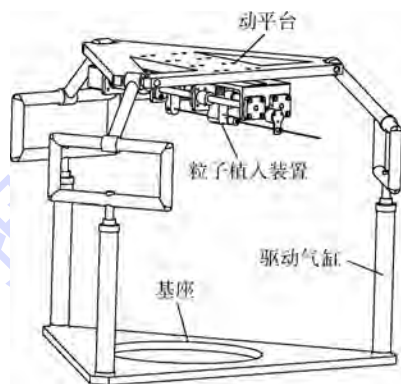


图5 粒子植入机器人整体结构示意图

Fig. 5 Whole structure diagram of seed implantation robot

## 2 运动学建模

### 2.1 逆运动学方程

初定位机构上的运动副相对初始位置如图6所示,基坐标系为 $O-XYZ$ , $X$ 轴沿 $C_1$ 副轴线方向, $Z$ 轴沿 $P_{i1}$ 副轴线, $Y$ 轴由右手定则确定。动坐标系 $p-xyz$ ,支链参考坐标系为 $B_i-X_i Y_i Z_i$ ,各轴方向如图4所述。 $R_B$ 和 $R_M$ 分别为基座和动平台外接圆半径, $l_i$ 为 $P_{i1}$ 副的输入, $d_i$ 为 $P_{i1}$ 副参考点 $A_i$ 偏移尺寸, $L$ 为连杆 $A_i P_i$ 长度, $\theta_i$ 为连杆 $A_i P_i$ 与水平面夹角。

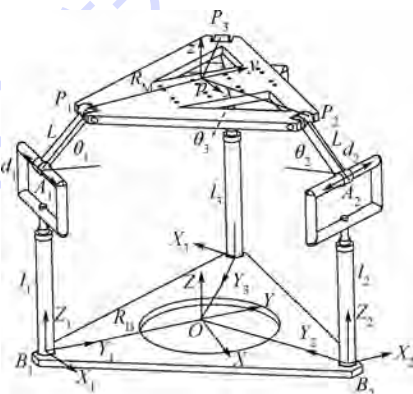


图6 3-PCR机构简图

Fig. 6 Diagram of 3-PCR mechanism

支链参考坐标系到基坐标系的方向余弦矩阵为 ${}^0_{Bi}T$ ,则有

$${}^0_{Bi}T = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $\alpha_i = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$ 。

动平台上点  $p_i$  在支链参考坐标系下的坐标为  ${}^{Bi}\mathbf{p}$ , 根据初始几何关系有

$${}^{Bi}\mathbf{p} = [X_{pi} \quad Y_{pi} \quad Z_{pi}] = \begin{bmatrix} -d_i \frac{\sqrt{3}M}{3} + L \cos \theta \cdot l_i + L \sin \theta \end{bmatrix}$$

在基坐标系下的坐标为  ${}^0\mathbf{p}$ , 那么转化矩阵为  ${}^0\mathbf{p} = {}^0_{Bi}\mathbf{T}{}^{Bi}\mathbf{p} + {}^0\mathbf{B}_i$  (7)

将式(6)和  ${}^{Bi}\mathbf{p}$  代入式(7)中, 求得该机构第  $i$  支链的约束位置方程为

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{pi} \\ Y_{pi} \\ Z_{pi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{oi} \\ Y_{oi} \\ Z_{oi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -d_i \\ \sqrt{3}M/3 + L \cos \theta_i \\ l_i + L \sin \theta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{oi} \\ Y_{oi} \\ Z_{oi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $[X_{Bi} \quad Y_{Bi} \quad Z_{Bi}]^T$  为  $B_i$  点在基坐标系下的坐标, 代入式(6)为

$${}^0\mathbf{B}_1 = [0 \quad -\sqrt{3}R_B/3 \quad 0]^T$$

$${}^0\mathbf{B}_2 = [R_B \quad \sqrt{3}R_B/6 \quad 0]^T$$

$${}^0\mathbf{B}_3 = [-R_B/2 \quad \sqrt{3}R_B/6 \quad 0]^T$$

结合式(8)化简求得  $l_i$  的解析式为

$$l_i = Z_p \pm \sqrt{L^2 - (H + \cos \alpha_i Y_p - \sin \alpha_i X_p)^2} \quad (9)$$

式中:  $H = \sqrt{3}R_B/3 - \sqrt{3}R_M/3$ 。

由式(9)可知, 若给定动坐标系  $p-xyz$  相对于基坐标系  $O-XYZ$  的位姿状态  ${}^0\mathbf{p} = [X_p \quad Y_p \quad Z_p]^T$  时, 每一组  $l_i (i=1 \sim 3)$  有 8 组解, 按图 6 中, 在确定的  $l_i$  范围类有确定的解。

### 2.2 正运动学方程

代入  $\alpha_i$  到式(9)可得关于  $X_p, Y_p$  和  $Z_p$  三元二次方程组为

$$\begin{cases} l_1 = Z_p \pm \sqrt{L^2 - (H + Y_p)^2} \\ l_2 = Z_p \pm \sqrt{L^2 - \left(H - \frac{1}{2}Y_p - \frac{\sqrt{3}}{2}X_p\right)^2} \\ l_3 = Z_p \pm \sqrt{L^2 - \left(H - \frac{1}{2}Y_p + \frac{\sqrt{3}}{2}X_p\right)^2} \end{cases} \quad (10)$$

采用 Bezout 消元法<sup>[10-11]</sup> 求解该机构三元二次方程组的解析解, 进一步简化式(10)得

$$a_1 Y_p^2 + b_1 Y_p + c_1 = 0 \quad (11)$$

$$a_2 X_p^2 + b_2 Y_p + c_2 = 0 \quad (12)$$

$$a_3 X_p^2 + b_3 Y_p + c_3 = 0 \quad (13)$$

式中:  $a_1 = 1; a_2 = a_3 = 3/4; b_1 = 2H; b_2 = R_B + R_M + \sqrt{3}Y_p/2; b_3 = \sqrt{3}(H - Y_p/2); c_1 = H^2 + (Z_p - l_1)^2 -$

$$L^2; c_2 = (H - Y_p)^2 + (Z_p - l_2)^2 - L^2; c_3 = (H - Y_p)^2 + (Z_p - l_3)^2 - L^2。$$

分别将式(12)  $\times a_2$  - 式(13)  $\times a_3$  和式(13)  $\times c_2$  - 式(12)  $\times c_3$  这 2 个方程, 用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} a_2 b_3 - b_2 a_3 & a_2 c_3 - c_2 a_3 \\ c_2 a_3 - a_2 c_3 & c_2 b_3 - b_2 c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)表示关于  $X_p$  和 1 的 2 个线性方程, 其系数矩阵行列式为零, 则有

$$(a_2 c_3 - c_2 a_3)^2 + (a_2 b_3 - b_2 a_3)(c_2 b_3 - b_2 c_3) = 0 \quad (15)$$

为了消除  $Y_p$ , 将式(15)重新定义为

$$\lambda_1 Y_p^4 + \lambda_2 Y_p^3 + \lambda_3 Y_p^2 + \lambda_4 Y_p + \lambda_5 = 0 \quad (16)$$

式中: 各系数  $\lambda_i$  为关于  $Z_p$  的二次多项式。

式(16)  $\times \lambda_1 Y_p^2$  - 式(11)  $\times a_1$ , 可以得到

$$(b_1 \lambda_1 - a_1 \lambda_2) Y_p^3 + (c_1 \lambda_1 - a_1 \lambda_3) Y_p^2 - a_1 \lambda_4 Y_p - a_1 \lambda_5 = 0 \quad (17)$$

式(16)  $\times (\lambda_1 Y_p^3 + \lambda_2 Y_p^2)$  - 式(11)  $\times (a_1 Y_p + b_1)$ , 可以得到

$$(a_1 \lambda_3 - \lambda_1 c_1) Y_p^3 + (a_1 \lambda_4 + b_1 \lambda_3 - \lambda_2 c_1) Y_p^2 + (a_1 \lambda_5 + b_1 \lambda_4) Y_p + b_1 \lambda_5 = 0 \quad (18)$$

然后, 式(11)  $\times Y_p$ , 则有

$$a_1 Y_p^3 + b_1 Y_p^2 + c_1 Y_p = 0 \quad (19)$$

式(11)、式(17) ~ 式(19)可被认为是关于变量  $Y_p^3, Y_p^2, Y^1$  以及 1 的 4 个齐次线性方程构成特征方程, 其系数行列式为零, 那么

$$\begin{vmatrix} b_1 \lambda_1 - a_1 \lambda_2 & c_1 \lambda_1 - a_1 \lambda_3 & -a_1 \lambda_4 & -a_1 \lambda_5 \\ a_1 \lambda_3 & a_1 \lambda_4 + b_1 \lambda_3 - \lambda_2 c_1 & a_1 \lambda_5 + b_1 \lambda_4 & b_1 \lambda_5 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 \\ 0 & a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (20)$$

通过 3.1 节式(21)可以得到关于  $Z_p$  的 8 次多项式, 这也意味着  $Z_p$  最多有 8 个解。当给定  $Z_p$  时,  $Y_p$  和  $X_p$  可以通过式(12)和式(13)求解得到, 同时  $X_p, Y_p$  和  $Z_p$  解的总数为 32 组解。尽管有如此多组解, 但是考虑机构几何约束条件, 仅能找到最合适的一组解。

## 3 仿真分析

### 3.1 数值验证

3-PCR 并联机构实际几何结构参数如下:  $R_B = 259.8 \text{ mm}, R_M = 147.7 \text{ mm}, L = 100 \text{ mm}$ 。通过输入 4 组合适  $P_{ii}$  副的参数  $[l_1 \quad l_2 \quad l_3]$  如表 1 所示, 将这些参数分别代入式(21)可以得到关于  $Z_p$

的8次多项式为<sup>[12]</sup>

$$k_1 Z_p^8 + k_2 Z_p^6 + k_3 Z_p^4 + k_4 Z_p^2 + k_5 = 0 \quad (21)$$

式中： $k_i$ 为常数项系数。

每组 $[l_1 \ l_2 \ l_3]$ 输入下, $Z_p$ 理论上8个解,根据结构约束条件取最合适的解,然后分别代入式(11)和式(12)可以得到4组 $[x \ y \ z]^T$ 。为了进一步验证逆运动学方程的正确性,将所获得4组 $[x \ y \ z]^T$ 代入式(10)中,计算得到动平台 $p$ 点的位姿状态 $[X_p \ Y_p \ Z_p]^T$ 。对比 $[x \ y \ z]^T$ 和 $[X_p \ Y_p \ Z_p]^T$ 数值计算如表1所示,其结果具有很好的一致性,故所建立的方程可以很好地表示机构运动状态。

表1 正、逆运动学方程的数值计算

Table 1 Numerical calculation of forward and reverse kinematics equations

组	类型	$l_1/\text{mm}$	$l_2/\text{mm}$	$l_3/\text{mm}$	$x/\text{mm}$	$y/\text{mm}$	$z/\text{mm}$
1	正解	225.00	225.00	225.00	0.002	0.001	301.654
	反解	225.07	225.03	225.02			
2	正解	230.00	210.00	300.00	40.00	0.002	305.02
	反解	229.89	209.95	299.96			
3	正解	215.00	255.00	220.00	-17.40	-17.70	302.02
	反解	214.97	254.99	220.004			
4	正解	190.00	210.00	240.00	11.87	-27.54	284.118
	反解	190.04	210.03	239.98			

### 3.2 运动学仿真

在速度反解求解过程中,各式中 $v_i (i=1,2,3)$ 表示 $P_{ii}$ 副中驱动杆的移动速度, $v_{px}$ 、 $v_{py}$ 和 $v_{pz}$ 为动坐标系原点 $p$ 在基坐标系 $O-XYZ$ 各轴速度分量。将式(9)两边同时对时间求导可得

$$v_i = v_{p_z} \pm [L^2 - (H + \cos \alpha_i Y_p - \sin \alpha_i X_p)^2]^{-\frac{1}{2}} \cdot (H + \cos \alpha_i Y_p - \sin \alpha_i X_p) (\sin \alpha_i v_{py} + \cos \alpha_i v_{px}) \quad (22)$$

使 $p$ 点的位姿状态 ${}^0\mathbf{p} = [X_p, Y_p, Z_p]^T$ 的运动轨迹为空间螺旋曲线,其运动方程 $X_p = 30 \cos(2t)$ , $Y_p = 30 \sin(2t)$ , $Z_p = 100 + 2t$ ,采用时间为10s,仿真步骤为100步。将这些参数化方程代入式(10)、式(22)进行求解,可以得到 $P_{ii}$ 副 $l_i$ 和 $P_{ii}$ 副的移动速度 $v_i$ 关于时间的函数式,通过MATLAB运动学仿真得到驱动副 $P_{ii}$ 位移和速度变化规律如图7所示。

由图7知该机构驱动副 $P_{ii}$ 位移和速度变化曲线光滑,说明机构没有受到惯性冲击,也具有较好运动稳定性,便于实时控制。

### 3.3 工作空间仿真

建立目标搜索空间为圆柱体,结合机构几何约束条件,给出圆柱坐标系:

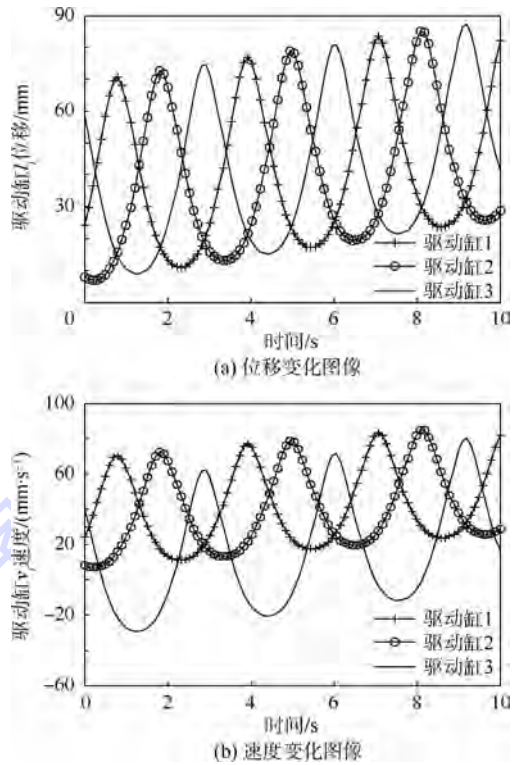


图7  $p$ 点为空间螺旋曲线时驱动副 $P_{ii}$ 运动规律

Fig. 7 Law of motion of active joints  $P_{ii}$  under helical curve in space with point  $p$

$$\begin{cases} X_p = r \cos \theta \\ Y_p = r \sin \theta \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad 200 \leq z \leq 400 \\ Z_p = z \end{cases} \quad (23)$$

基于位置反解求解3-PCR并联机构的工作空间,还需要考虑机构的几何约束条件<sup>[13]</sup>。由式(10)定义取“+”时,驱动杆 $P_{ii}$ 副输入取最大极值 $l_{\max} = 312 \text{ mm}$ ,取“-”时为最小极值 $l_{\min} = 100 \text{ mm}$ 这2种情况。其 $P_{ii}$ 副约束范围为 $l_{\min} \leq l_i \leq l_{\max}$ 。由式(8)得到圆柱副转角约束方程为 $\theta_i = \pm \arcsin((Z_p - l_i)/L)$ ,当连杆 $A_i P_i$ 到最高点时,取“+”时的最大值 $\theta_{\max} = 60^\circ$ ,到最低点时取“-”的最小值 $\theta_{\min} = -60^\circ$ ,上下极限位置范围 $\theta_{\min} \leq \theta_i \leq \theta_{\max}$ 。

偏移 $d_i$ 的约束方程为

$$\begin{cases} d_1 = -X_p \\ d_2 = 2X_p - R_B + R_M + \sqrt{3}L \cos \theta_2 \\ d_3 = 2X_p + R_B - R_M - \sqrt{3}L \cos \theta_3 \end{cases} \quad (24)$$

连杆 $A_i P_i$ 移动范围有左右2种极限位置,取“+”时,即运动到最右边时 $d_{\max} = 30 \text{ mm}$ ;取“-”时,即运动到最左边时 $d_{\min} = -30 \text{ mm}$ 。左右极限位置范围 $d_{\min} \leq d_i \leq d_{\max}$ 。

给定机构几何参数 $R_B = 259.8 \text{ mm}$ , $R_M = 147.7 \text{ mm}$ , $L = 100 \text{ mm}$ , $100 \text{ mm} \leq l_i \leq 312 \text{ mm}$ ,

$-60^\circ \leq \theta_i \leq 60^\circ$ ,  $-30 \text{ mm} \leq d_i \leq 30 \text{ mm}$ 。利用运动学反解式(10)和几何约束条件,采用极限边界搜索法<sup>[14]</sup>在目标工作空间式(23)下,求解得到了动平台在固定姿态  $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ$  时的工作空间如图8所示。

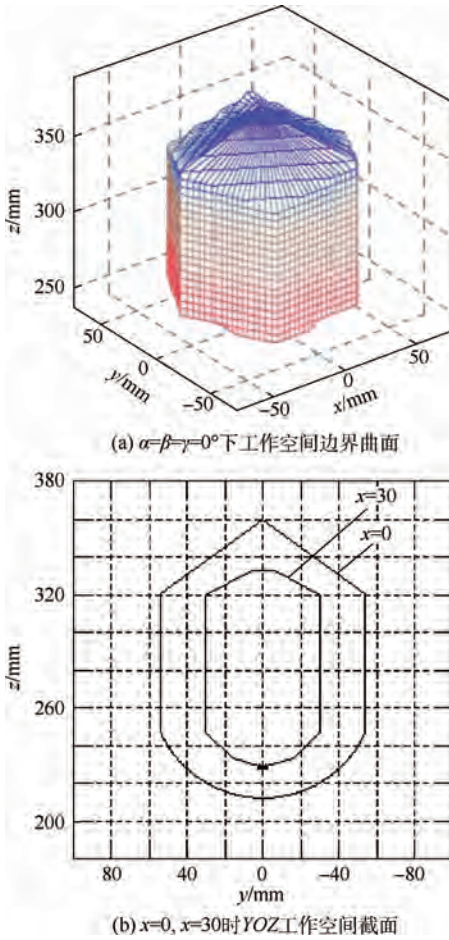


图8 3-PCR 并联机构的工作空间

Fig. 8 Workspace of 3-PCR parallel-chain mechanism

由图8(a)可知,该机构工作空间上部分近似三棱锥,这部分受驱动杆  $P_{ii}$  最大杆长限制产生的上边界,下部为近似倒置圆锥,这部分驱动杆  $P_{ii}$  最小杆长限制产生的下边界,中间部分六棱柱形状。图(b)是  $x=0, x=30$  时 YOZ 工作空间截面,其中  $x=0$  下截面面积为  $15\,674 \text{ mm}^2$ 。临床中的导向模板的面积为  $60 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ ,另外前列腺上缘至耻骨联合上缘皮肤表面距离为  $57 \text{ mm}$ ,前列腺下缘至会阴部皮肤表面距离为  $30.1 \text{ mm}$ ,前列腺上下径为  $24.3 \text{ mm}$ <sup>[15]</sup>。所以临床采用该并联机构对前列腺进行粒子放置完全能满足操作空间要求。

## 4 结论

基于测量的人体前列腺会阴部操作空间和手术过程量化分析,研究一种适合前列腺癌粒子植

入机器人 3-PCR 并联式构型,并对其进行了运动学建模和仿真,得到:

1) 通过旋量理论分析了该机构具有三维平动,以及确定了  $P_{ii}$  副作为主动输入。采用封闭矢量法和 Bezout 消元法建立了该机构正、逆运动学方程,采用 4 组数值计算验证了所建立运动学方程的正确性。

2) 利用 MATLAB 对  $p$  点为空间旋量时驱动副  $P_{ii}$  运动规律进行仿真分析,仿真结果显示该机构运动平稳。

3) 利用极限边界搜索法求解得到该机构在固定姿态下工作空间,其结果能完全满足临床前列腺粒子植入手术工作范围的要求。

## 参考文献 (References)

[1] LIAO A Y, WANG J J, WANG J D, et al. Relative biological effectiveness and cell-killing efficacy of continuous low-dose-rate  $^{125}\text{I}$  seeds on prostate carcinoma cells in vitro [J]. Integrative Cancer Therapies, 2010, 9(1): 59-65.

[2] 王俊杰, 黄毅, 冉维强, 等.  $^{125}\text{I}$  粒子近距离前列腺癌临床应用[J]. 中华放射医学与防护, 2012, 24(2): 509-512.

WANG J J, HUANG Y, RAN W Q, et al. Clinical application of transperineal  $^{125}\text{I}$ -seed implantation guided by ultrasonography in prostate cancer [J]. Chinese Journal of Radiological Medicine and Protection, 2012, 24(2): 509-512 (in Chinese).

[3] ZHANG Y D, PODDER T K, NG W S. Semi-automated needling and seed delivery device for prostate brachytherapy [C] // 2006 IEEE/RJS International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 1279-1284.

[4] YU Y, PODDER T, ZHANG Y D, et al. Robot-assisted prostate brachytherapy [J]. Computer Aided Surgery, 2007, 12(6): 366-370.

[5] PODDER T K, NG W S, YU Y. Multi-channel robotic system for prostate brachytherapy [C] // 2007 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 1233-1236.

[6] VAIDA C, PLITEA N, GHERMAN A, et al. Structural analysis and synthesis of parallel robots for brachytherapy [J]. New Trends in Medical and Service Robots, 2014, 16: 191-204.

[7] JIANG S, GUO J, LIU S, et al. Kinematic analysis of a 5-DOF hybrid-driven MR compatible robot for minimally invasive prostatic interventions [J]. Robotica, 2012, 30(7): 1147-1156.

[8] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 116-118.

HUANG Z, ZHAO Y S, ZHAO T S. Higher spatial mechanism [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 116-118 (in Chinese).

[9] 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2003: 47-48.

YANG T L. Topology structure design of robot mechanisms [M]. Beijing: China Machine Press, 2003: 47-48 (in Chinese).

[10] LUKANIN V. Inverse kinematics, forward kinematics and work-

- ing space determination of 3DOF parallel manipulator with S-P-R joint structure [J]. Periodica Polytechnica, 2005, 49(1):39-61.
- [11] 黄昔光, 廖启征, 魏世民, 等. 一般 6-6 型平台并联机构位置正解代数消元法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1):56-61. HUANG X G, LIAO Q Z, WEI S M, et al. Forward kinematics analysis of the general 6-6 platform parallel mechanism based on algebraic elimination [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(1):56-61 (in Chinese).
- [12] YANG M L, QING S X. Design, analysis and applications of a class of new 3-DOF translational parallel manipulators [M]. Vienna: I-Tech Education and Publishing, 2005:464-467.
- [13] 黄田, 汪劲松. Stewart 并联机器人位置空间解析[J]. 中国科学(E 辑), 1998, 28(2):136-145. HUANG T, WANG J S. Analysis location spatially of Stewart parallel manipulator[J]. Science in China (Series E), 1998, 28(2):136-145 (in Chinese).
- [14] 李浩, 张玉茹, 王党校. 6-RSS 并联机构工作空间优化算法对比分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(13):61-67. LI H, ZHANG Y R, WANG D X. Comparative analysis of optimization algorithms in workspace optimization of parallel mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(13):61-67 (in Chinese).
- [15] 杨亚汝, 姜露莹, 许小云, 等. 实时三维超声测量模拟前列腺体积的实验研究[J]. 临床超声医学, 2008, 10(1):5-6. YANG Y R, JIANG L Y, XU X Y, et al. Experiment study on imitative measurement of prostate volume with real-time three-dimensional ultrasound [J]. Journal of Ultrasound in Clinical Medicine, 2008, 10(1):5-6 (in Chinese).

#### 作者简介:

张永德 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 医疗机器人、机器人机构与控制。

Tel.: 0451-86390581

E-mail: zhangyd@hrbust.edu.cn

梁艺 男, 博士研究生。主要研究方向: 医疗机器人、机器人机构学。

Tel.: 0451-86390581

E-mail: liangyi09@126.com

## Kinematics modeling and simulation of seed implantation robot for prostate tumors

ZHANG Yongde<sup>1,\*</sup>, LIANG Yi<sup>1</sup>, BI Jintao<sup>1</sup>, XU Yong<sup>2</sup>

(1. Intelligent Machine Institute, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China;

2. Department of Urology, The General Hospital of Chinese People's Liberation Army, Beijing 100039, China)

**Abstract:** We developed a 3-PCR parallel-chain type of seed implantation robot for prostate tumors, based on measurement workspace in the perineum of prostate and quantitative analysis of the surgery procedure. For this kind of symmetry less degrees of freedom of parallel-chain mechanisms as position adjustment device, the kinematics characteristics need further research. The forward and reverse kinematics equations of 3-PCR parallel-chain mechanisms were established by the closed vector method and Bezout elimination, and forward and reverse model was verified by numerical calculation to be correct. The kinematics simulation was performed under the helical cure in space with point  $p$  by MATLAB software, and simulation results provide evidence that this parallel-chain mechanism has better movement stability and is convenient for real-time control. The limit boundary searching method was used to solve the workspace of this mechanism under the posture with  $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ$ , and workspace with  $YOZ$  section was  $15\ 674\ \text{mm}^2$  under  $x = 0$ , which also meets the requirements of clinical surgery.

**Key words:** prostate cancer; seed implantation robot; parallel-chain mechanisms; kinematics modeling; workspace

Received: 2015-05-07; Accepted: 2015-07-31; Published online: 2015-10-19 16:36

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151019.1636.012.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51205093); Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20122303110006)

\* Corresponding author. Tel.: 0451-86390581 E-mail: zhangyd@hrbust.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0290

# 带有攻击角约束的无抖振滑模制导律设计

周卫东<sup>1,\*</sup>, 陈沿逵<sup>1</sup>, 熊少锋<sup>2,3</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001; 2. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083;  
3. 北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100083)

**摘 要:** 考虑到自动驾驶仪的动态延迟问题和攻击角度约束问题, 根据寻的导弹拦截逃逸机动目标设计了一种新的无抖振的滑模制导律。首先, 对视线角进行三次微分可得到制导系统的状态方程; 其次, 根据制导系统状态方程设计滑模算法, 通过选取满阶终端滑模 (TSM) 滑动流形避免了 TSM 的奇异问题, 在控制输入的导数项中引入切换函数项进行扰动补偿, 有效消除了控制器中的抖振现象; 最后, 将提出的控制算法应用到制导律的设计中, 保证了视线角在有限时间内收敛到期望值。通过与现存的有限时间制导律对比, 本文设计的制导律不仅能够补偿自动驾驶仪的动态延迟而且能够有效消除控制器中的抖振现象。数字仿真验证了所提出的控制算法在制导律设计中的有效性。

**关键词:** 制导律; 终端滑模; 无抖振; 自动驾驶仪延迟; 攻击角度约束

**中图分类号:** V448.13

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0669-08

现代战争中, 机动目标的战斗部越来越具有威胁性, 为了有效地拦截这种目标, 应用现代控制思想设计相应的制导律也快速发展。

对于执行机动飞行的目标, 其制导系统中由于存在未知的目标加速度项, 从而不利于制导律的设计。非线性控制领域中的滑模控制理论以其较好的鲁棒性和简单的设计方法, 越来越引人注目<sup>[1]</sup>, 在制导律设计中滑模控制算法的应用也越来越广泛。文献[2]设计了一种有限时间收敛的非奇异快速终端滑模应用于制导环节; 文献[3]根据目标的高机动性, 设计了2种有限时间收敛的非奇异终端滑模制导律用来导引拦截器; 针对静态目标、匀速以及机动目标, 文献[4]提出了基于终端滑模的有限时间收敛的制导律, 但是该制导律在足够小的误差内没有解决奇异性问题, 容易引起控制器输出饱和; 文献[5]将自适应滑模

控制与反步控制理论结合设计了一种攻击机动目标的制导律, 但是反步法的使用导致控制项中出现了不可测的高阶导数项, 通过省略控制项中的不可测部分, 设计的制导律精度有所降低; 文献[6]通过设计的渐近稳定观测器对未知扰动项进行补偿, 从而得到光滑的制导律; 文献[7]将视线角及其导数作为已知信息设计了新的积分滑动流形, 并应用非线性扰动观测器 (Nonlinear Disturbance Observer, NDOB) 估计未知目标加速度扰动量, 并将估计值作为补偿项融入制导律设计中, 有效降低了符号函数项在控制器中的比重, 从而大幅减弱了抖振; 文献[8]依据超螺旋算法原理设计了一种光滑二阶滑模控制算法 (SSOMC) 应用于双回路的导弹制导和控制一体化设计; 文献[9]考虑到拦截器制导阶段攻击角度约束问题, 选取非奇异终端滑模面设计了一种二阶滑模控制

收稿日期: 2015-05-08; 录用日期: 2015-05-29; 网络出版时间: 2015-08-03 17:26

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1726.019.html

基金项目: 国家自然科学基金(61102107, 61374208)

\* 通讯作者: Tel.: 0451-82518814 E-mail: zhouweidong@hrbeu.edu.cn

**引用格式:** 周卫东, 陈沿逵, 熊少锋. 带有攻击角约束的无抖振滑模制导律设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 669-676. ZHOU W D, CHEN Y K, XIONG S F. Chattering-free sliding mode guidance law with impact angle constraint[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 669-676 (in Chinese).

算法应用于导弹攻击机动目标的制导律设计,该算法采用重构系统状态的方法进行稳定性证明显得过于复杂,而且笔者没有考虑导弹自动驾驶仪的动态延迟特性。

虽然传统滑模有诸多优点,但是抖振现象一直是滑模控制难以摆脱的缺陷。目前减弱抖振的常用方法有2种:一种是用饱和函数代替符号函数,但是这种方法会使滑模的鲁棒性降低,如文献[2-5];另一种是设计扰动观测器来观测未知的扰动项,然后将估计值作为补偿项,减小符号项在控制器中的比重,如文献[6-7]。但是这2种方法都不能彻底消除抖振,只能减弱抖振的发生。高阶滑模控制技术不仅保持了传统滑模的优点,抑制了抖振,而且消除了相对阶的限制,提高了控制精度<sup>[10]</sup>,因此在理论研究和工程应用领域引起了科研人员的高度关注。但是高阶滑模控制算法的设计比较复杂,目前制导律的设计采用高阶滑模的文献并不多见。虽然文献[8-9]中采用高阶滑模控制算法设计的制导律能够大幅减弱抖振的产生,但是其控制器中仍存在较小的符号函数项,所以抖振问题并没有完全消除。

针对文献[2-9]中存在的抖振问题,本文提出一种新的滑模控制算法,该算法不仅能有效消除抖振的产生而且保持了传统滑模鲁棒性的优点,算法中通过将符号函数项引入控制输入的导数中,直接避免了控制器抖振的产生,因此,更便于推广应用。本文将自动驾驶仪的动态延迟特性近似为一阶惯性环节,通过对视线角的多次求导建立终端滑模面,应用本文设计的无抖振滑模算法对导弹攻击逃逸机动目标的制导回路进行设计,仿真结果表明所设计的制导律在满足攻击角度约束的条件下具有较高的制导精度。

## 1 拦截运动学方程

图1为拦截器与目标的二维拦截几何示意图,其中 $Oxy$ 为笛卡儿惯性坐标系,将导弹和目标视为质点,它们之间的连线称为视线(Line Of Sight, LOS)。标记导弹和目标分别为M和T;  $V_M$ 和 $V_T$ 分别为导弹和目标的的速度;  $a_M$ 和 $a_T$ 分别为导弹和目标的法向加速度;  $\gamma_M$ 和 $\gamma_T$ 分别为导弹和目标的飞行路径角;  $\lambda$ 为弹目的视线角;  $r$ 为弹目距离。

忽略重力的影响并假设导弹和目标速度变化不大,弹目运动学方程在关于导弹极坐标系( $r, \lambda$ )下可表示为<sup>[11]</sup>

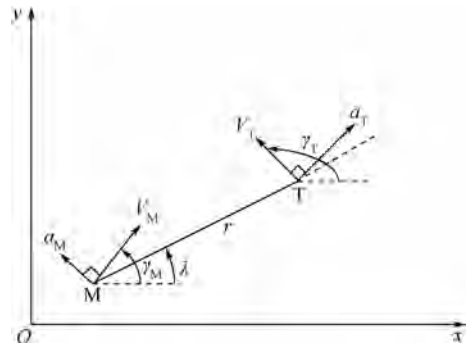


图1 导弹-目标二维拦截几何示意图

Fig.1 Schematic of missile-target planar interception geometry

$$\dot{r} = V_r \quad (1)$$

$$\dot{\lambda} = V_\lambda / r \quad (2)$$

$$V_\lambda = V_M \sin(\lambda - \gamma_M) - V_T \sin(\lambda - \gamma_T) \quad (3)$$

$$V_r = -V_M \cos(\lambda - \gamma_M) + V_T \cos(\lambda - \gamma_T) \quad (4)$$

式中:  $V_r$ 和 $V_\lambda$ 为弹目相对速度在视线的切向和法向分量。  $\gamma_M$ 和 $\gamma_T$ 定义为

$$\dot{\gamma}_M = \frac{a_M}{V_M} \quad (5)$$

$$\dot{\gamma}_T = \frac{a_T}{V_T} \quad (6)$$

对式(3)和式(4)求导得

$$\dot{V}_\lambda = -\frac{V_r V_\lambda}{r} + a_T \cos(\lambda - \gamma_T) - a_M \cos(\lambda - \gamma_M) \quad (7)$$

$$\dot{V}_r = \frac{V_\lambda^2}{r} + a_T \sin(\lambda - \gamma_T) - a_M \sin(\lambda - \gamma_M) \quad (8)$$

式中:

$$A_{Tr} = a_T \sin(\lambda - \gamma_T)$$

$$A_{T\lambda} = a_T \cos(\lambda - \gamma_T)$$

**注意1** 制导律设计中认为,导弹拦截碰撞发生在 $r \neq 0$ 并且 $r = r^0$ ,但是 $r^0 \in (r_{\min}, r_{\max})$ 区间内<sup>[12]</sup>,  $r_{\min}$ 和 $r_{\max}$ 取决于目标的尺寸。因此,以下的不等式在整个拦截过程中成立 $r^0 < r < r(t_0)$ ,  $r^0 = [0.1, 0.25]$ ,  $r(t_0)$ 为弹目初始距离,  $t_0$ 为初始时刻。

**假设1** 假设 $A_{Tr} \leq A_{Tr}^{\max}$ ,  $A_{T\lambda} \leq A_{T\lambda}^{\max}$ 以及 $\dot{A}_{T\lambda} \leq \dot{A}_{T\lambda}^{\max}$ ,即目标加速度为有界值<sup>[13]</sup>。

## 2 制导律设计目标

记 $\lambda_d$ 为期望的视线角常量,在导弹追踪目标过程中视线角速率的导数项保持零值,才能保证导弹以零脱靶量击中目标<sup>[14]</sup>,为了确保终端攻击角度约束,必须满足 $\lambda(t_f) = \lambda_d$ ,  $t_f$ 为弹目碰撞时

刻,即制导结束时刻。

因此,制导设计目标必须同时满足以上2个目标: $\lambda \rightarrow \lambda_d$  和  $\dot{\lambda} \rightarrow 0$ 。

**注意2** 在整个拦截场景中  $|\lambda - \gamma_M| \neq \pi/2$ , 因为拦截器的速度垂直于视线角将导致弹体没有机动能力,无法完成拦截任务<sup>[15]</sup>。

### 3 新的滑模制导律

#### 3.1 高阶非线性系统滑模控制

考虑一类高阶非线性系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u + d(\mathbf{x}, t) \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $n$  为高阶非线性系统的阶次;  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$  为系统的状态向量;  $f(\mathbf{x}, t)$  和  $b(\mathbf{x}, t) \neq 0$  为已知的光滑函数并且  $\mathbf{x}$  和  $u$  是可测的,  $u$  为控制输入; 函数  $d(\mathbf{x}, t)$  为系统不确定项, 并且满足  $|d(\mathbf{x}, t)| \leq d_{\max}$ ,  $d_{\max}$  为正常数。

针对非线性系统式(9)设计滑模控制器(SMC), 首先设计理想的滑动流形, 然后根据滑动流形选择 Lyapunov 函数设计控制器。系统式(9)选择的终端滑模(TSM)滑动流形为

$$S = \dot{x}_n + c_n \operatorname{sgn}(x_n) |x_n|^{\alpha_n} + \dots + c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \quad (10)$$

式中:  $c_i$  和  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 都为正常数,  $c_i$  的选择取决于多项式  $p(q) = q^n + c_n q^{n-1} + \dots + c_2 p + c_1$ , 多项式是 Hurwitz 稳定的, 即  $p(q)$  的特征值全部分布在复平面的左半平面内,  $p$  和  $q$  为辅助变量。  $\alpha_i$  的选择由式(11)决定:

$$\begin{cases} \alpha_{n+1} = 1 \\ \alpha_n = \alpha \\ \alpha_{i-1} = \frac{\alpha_i \alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - \alpha_i} \quad i = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\alpha \in (1 - \varepsilon, 1)$ , 并且  $\varepsilon \in (0, 1)$ 。一旦理想滑动模态建立  $S = 0$ , 系统式(9)等效为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = -c_n \operatorname{sgn}(x_n) |x_n|^{\alpha_n} - \dots - c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} - c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \end{cases} \quad (12)$$

因此对于任何初始条件  $\mathbf{x}(0) \neq 0$ , 系统

式(12)的状态都能在有限时间内沿着 TSM 滑动流形收敛到平衡原点<sup>[16]</sup>。

**假设2**  $d(\mathbf{x}, t)$  的一阶导数项在系统式(9)中为有界函数, 即为  $|\dot{d}(\mathbf{x}, t)| \leq k_d$ ,  $k_d$  为正常数, 在实际控制系统的应用中以上假设是合理的。

**定理1** 非线性系统式(9)会在有限时间内到达滑动面  $S$ , 系统状态也会在有限时间内沿着滑动流形收敛到平衡原点, 如果系统的滑动面选择使用式(10), 非线性系统的控制输入的设计为  $u = b^{-1}(\mathbf{x}, t)(u_{\text{eq}} + u_x)$  (13)

式中:

$$u_{\text{eq}} = -(f(\mathbf{x}, t) + c_n \operatorname{sgn}(x_n) |x_n|^{\alpha_n} + \dots + c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1}) \quad (14)$$

$$\dot{u}_x + T u_x = v \quad (15)$$

$$v = -\eta \operatorname{sgn}(S) \quad (16)$$

$$u_x(t_0) = 0 \quad (17)$$

其中:  $u_{\text{eq}}$  为等效控制器;  $u_x$  和  $v$  为辅助控制器;  $T \geq 0$ ;  $\eta$  的取值满足如下条件  $\eta > k_d$ 。

**证明:** 根据系统式(9)以及式(10)滑动面  $S$  可写为

$$S = f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u + d(\mathbf{x}, t) + c_n \operatorname{sgn}(x_n) |x_n|^{\alpha_n} + \dots + c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \quad (18)$$

根据定理1将式(13)和式(14)代入式(18)得

$$S = f(\mathbf{x}, t) + d(\mathbf{x}, t) + u_{\text{eq}} + u_x + c_n \operatorname{sgn}(x_n) |x_n|^{\alpha_n} + \dots + c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} = d(\mathbf{x}, t) + u_x \quad (19)$$

由式(15)解微分方程可得

$$u_x(t) = u_x(t_0) e^{-T(t-t_0)} + \frac{v}{T} (1 - e^{-T(t-t_0)}) \quad (20)$$

对式(19)求一阶导数可得

$$\dot{S} = \dot{d}(\mathbf{x}, t) + \dot{u}_x = \dot{d}(\mathbf{x}, t) + v - T u_x \quad (21)$$

这里选取的 Lyapunov 函数为  $V = S^2/2$ , 那么对其求导可得

$$\dot{V} = S \dot{S} = S(\dot{d}(\mathbf{x}, t) + v - T u_x) \quad (22)$$

将式(16)、式(17)和式(20)代入式(22)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S(\dot{d}(\mathbf{x}, t) + v e^{-T(t-t_0)}) = S(\dot{d}(\mathbf{x}, t) - \eta \operatorname{sgn}(S) e^{-T(t-t_0)}) = S \dot{d}(\mathbf{x}, t) - \eta |S| e^{-T(t-t_0)} \leq \\ &|S| |\dot{d}(\mathbf{x}, t)| - \eta |S| e^{-T(t-t_0)} \leq \\ &|S| (k_d - \eta e^{-T(t-t_0)}) \end{aligned} \quad (23)$$

只要  $k_d - \eta e^{-T(t-t_0)} < 0$ , 即  $t < \frac{1}{T} \left( \ln \left( \frac{\eta}{k_d} \right) + t_0 \right)$ , ( $\eta > k_d$ ); 那么  $\dot{V} < 0$  对于  $S \neq 0$  恒成立, 因此只要  $T$

和  $\eta$  选取适当的值,非线性系统就会在有限时间内到达滑动面  $S$ ,假设到达滑动面时刻为  $t_1$ ,那么  $t_1 < \frac{1}{T} \left( \ln \left( \frac{\eta}{k_d} \right) + t_0 \right)$ 。当系统到达滑动面  $S = 0$ ,系统等效为式(12),那么系统状态自然在有限时间内到达平衡点。 **证毕**

**注意3** 在式(13)~式(17)中,除了滑动流形  $S$  外,其他变量都是可测的,因为变量  $\dot{x}_n$  是不确定量。因此,为了求得式(16)的符号函数项,定义函数<sup>[17]</sup>

$$g(t) = \int_{t_0}^t S(t) dl = x_n(t) - x_n(t_0) + \int_{t_0}^t (c_n \operatorname{sgn}(x_n) |x_n|^{\alpha_n} + \dots + c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1}) dl \quad (24)$$

式中:  $l$  为可积变量。

因为  $S(t) = \lim_{h \rightarrow 0} (g(t) - g(t-h))/h$ ,  $h$  为较小的正常数;因此,符号函数项可表示为  $\operatorname{sgn}(S(t)) = g(t) - g(t-h)$  (25)

由定理1可知,符号函数项没有直接引入控制器的设计中,而是间接地出现在控制器设计中,从而有效地消除了控制中出现的抖振现象。

### 3.2 滑模制导律设计

在制导场景下,拦截器产生的加速度指令  $a_M$  需要弹体的自动驾驶仪跟踪,但是,自动驾驶跟踪过程中追踪指令与制导指令之间会不可避免地产生时间延迟,因此,有必要在制导设计环节中考虑自动驾驶仪动态延迟环节以此提高弹体制导性能。本文将导弹自动驾驶仪的动态特性近似成一阶惯性环节来描述<sup>[18]</sup>:

$$\dot{a}_M = -\frac{1}{\tau} a_M + \frac{1}{\tau} u_a \quad (26)$$

式中:  $\tau$  为弹体自动驾驶仪的时间常数;  $u_a$  为自动驾驶仪的控制输入。

拦截模型选取式(1)~式(4)描述的非线性运动方程,这里选取状态变量为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \lambda - \lambda_d \\ \dot{x}_2 = \dot{\lambda} \\ \dot{x}_3 = \ddot{\lambda} \end{cases} \quad (27)$$

于是联合式(1)~式(8)以及式(26)可得

$$x_3 = \frac{\dot{V}_\lambda}{r} - \frac{V_r V_\lambda}{r^2} \quad (28)$$

$$\dot{x}_3 = f_1(\mathbf{x}, t) + b_1 u_a + \Delta \quad (29)$$

式中:

$$f_1(\mathbf{x}, t) = \frac{6V_r^2 V_\lambda - 2V_\lambda^3}{r^3} +$$

$$\frac{3a_M (V_\lambda \sin(\lambda - \gamma_M) + V_r \cos(\lambda - \gamma_M))}{r^2} +$$

$$\frac{a_M \cos(\lambda - \gamma_M)}{\tau r} - \frac{a_M \dot{\gamma}_M \sin(\lambda - \gamma_M)}{r}$$

$$b_1 = -\frac{\cos(\lambda - \gamma_M)}{\tau r}$$

$$\Delta = \frac{\dot{A}_{T\lambda}}{r} - \frac{3V_r A_{T\lambda}}{r^2} - \frac{2V_\lambda A_{T\lambda}}{r^2}$$

由假设1可知  $\Delta$  为连续有界函数,因此  $\Delta$  的导数也为有界函数。

由式(27)和式(29)可得考虑自动驾驶仪动态特性的制导系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = f_1(\mathbf{x}, t) + b_1 u_a + \Delta \end{cases} \quad (30)$$

因而系统式(30)完全符合非线性系统式(9)描述的状态方程。

针对系统式(30),可根据式(10)选取终端滑动流形为

$$S_1 = \dot{x}_3 + c_3 \operatorname{sgn}(x_3) |x_3|^{\alpha_3} + c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1} \quad (31)$$

制导律的设计根据定理1可得

$$u_a = b_1^{-1} (u_{eq3} + u_3) \quad (32)$$

式中:

$$u_{eq3} = - (f_1(\mathbf{x}, t) + c_3 \operatorname{sgn}(x_3) |x_3|^{\alpha_3} + c_2 \operatorname{sgn}(x_2) |x_2|^{\alpha_2} + c_1 \operatorname{sgn}(x_1) |x_1|^{\alpha_1}) \quad (33)$$

$$\dot{u}_3 + T_3 u_3 = v_3 \quad (34)$$

$$v_3 = -\eta_3 \operatorname{sgn}(S_1) \quad (35)$$

$$u_3(t_0) = 0 \quad (36)$$

制导律的证明类同于定理1,这里不再赘述。

由式(27)和式(28)可知,系统式(30)中状态变量  $x_1, x_2$  是可测的,但是系统状态  $x_3$  是不可测的。因此,需要对不可测状态变量进行精确估计,本文选取 Levant 在文献[10]中提出的任意阶精确鲁棒微分器对  $x_3$  进行估计,假设估计记为  $\hat{x}_3$ ,二阶精确鲁棒微分器形式为

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = v_0 \\ v_0 = -3L^{1/3} |z_0 - f(t)|^{2/3} \operatorname{sgn}(z_0 - f(t)) + z_1 \\ \dot{z}_1 = v_1 \\ v_1 = -1.5L^{1/2} |z_1 - v_0|^{1/2} \operatorname{sgn}(z_1 - v_0) + z_2 \\ \dot{z}_2 = -1.1L \operatorname{sgn}(z_2 - v_1) \end{cases} \quad (37)$$

式中:  $f(t)$  为微分器的输入函数,这里取  $x_2$ ,而且  $|f^{(3)}| < L$ 。经微分器估计后可得  $\hat{x}_3 = z_1$ ,然后用  $\hat{x}_3$  代替  $x_3$ ,进行制导应用。

**注意4** 当出现大的初始航向角偏差时,存在  $i > 0$ , 制导指令或许不能操纵导弹转换到碰撞路径上来, 导致脱靶, 为了解决这个问题, 式(32)中的制导指令可以改写为<sup>[19]</sup>

$$u_a = - \frac{\tau r}{|\cos(\lambda - \gamma_M)|} (u_{eq3} + u_3) \quad (38)$$

由式(38)可知, 当  $|\lambda - \gamma_M| = \pi/2$  时, 会导致制导指令趋于无穷大, 而且导弹实际提供的加速度值也是有限的, 因此有必要对制导指令进行限幅处理:

$$\begin{cases} u_a = A_{\max} \operatorname{sgn}(u_a) & |u_a| > A_{\max} \\ u_a = u_a & |u_a| \leq A_{\max} \end{cases} \quad (39)$$

式中:  $A_{\max}$  为弹体实际所能提供的最大加速度值。

### 4 数字仿真

本节进行数字仿真以验证本文提出的制导律的有效性。导弹和目标的速度分别为  $V_M = 380 \text{ m/s}$ ,  $V_T = 180 \text{ m/s}$ ; 导弹的初始加速度为  $a_M(0) = 0 \text{ m/s}^2$ ; 导弹在惯性坐标系中的初始坐标为  $(0, 0) \text{ m}$ ; 初始弹目距离  $r(0) = 2000 \text{ m}$ ; 初始视线角  $\lambda(0) = 28.5^\circ$ ; 导弹的初始飞行路径角为  $\gamma_M(0) = 15^\circ$ ; 目标执行正弦机动加速度为  $a_T = 3 \times 9.81 \cdot \sin(t) \text{ m/s}^2$ ; 重力加速度为  $9.81 \text{ m/s}^2$ ;

自动驾驶仪的时间常数取  $\tau = 0.1$ ; 弹体实际提供的最大加速度为  $A_{\max} = 20g$ 。

为了进一步验证文中制导律的优越性, 这里将对孙胜等在文献[5]提出的制导律一并进行仿真实验; 仿真初始条件与本节第1部分提到的相同。仿真实验在目标进行机动逃逸的情况下设计了2种理想的视线角作为期望的攻击角度进行。记本文设计的制导律为 CFSMC 制导律, 文献[5]提出的制导律为 CASMC 制导律。

第1种场景: 目标作正弦机动逃逸, 目标的初始飞行路径角为  $\gamma_T(0) = -5^\circ$ , 理想的视线角取  $\lambda_d = 30^\circ$ 。

仿真结果如图2所示, 图2(a)中 M 和 T 分别表示导弹和目标。在 CFSMC 制导律作用下, 导弹攻击时间为  $9.59 \text{ s}$ , 攻击角度为  $30.0645^\circ$ , 脱靶量为  $4.5568 \times 10^{-4} \text{ m}$ , 对于 CASMC 制导律, 导弹攻击时间为  $9.58 \text{ s}$ , 攻击角度为  $30.0465^\circ$ , 脱靶量为  $0.0013 \text{ m}$ 。

第2种场景: 目标作正弦机动逃逸, 目标的初始飞行路径角为  $\gamma_T(0) = 10^\circ$ , 理想的视线角取为  $\lambda_d = 50^\circ$ 。

仿真结果如图3所示, 图3(a)中 M 和 T 分别表示导弹和目标。在 CFSMC 制导律作用下, 导弹攻击时间为  $9.99 \text{ s}$ , 攻击角度为  $50.1612^\circ$ , 脱靶

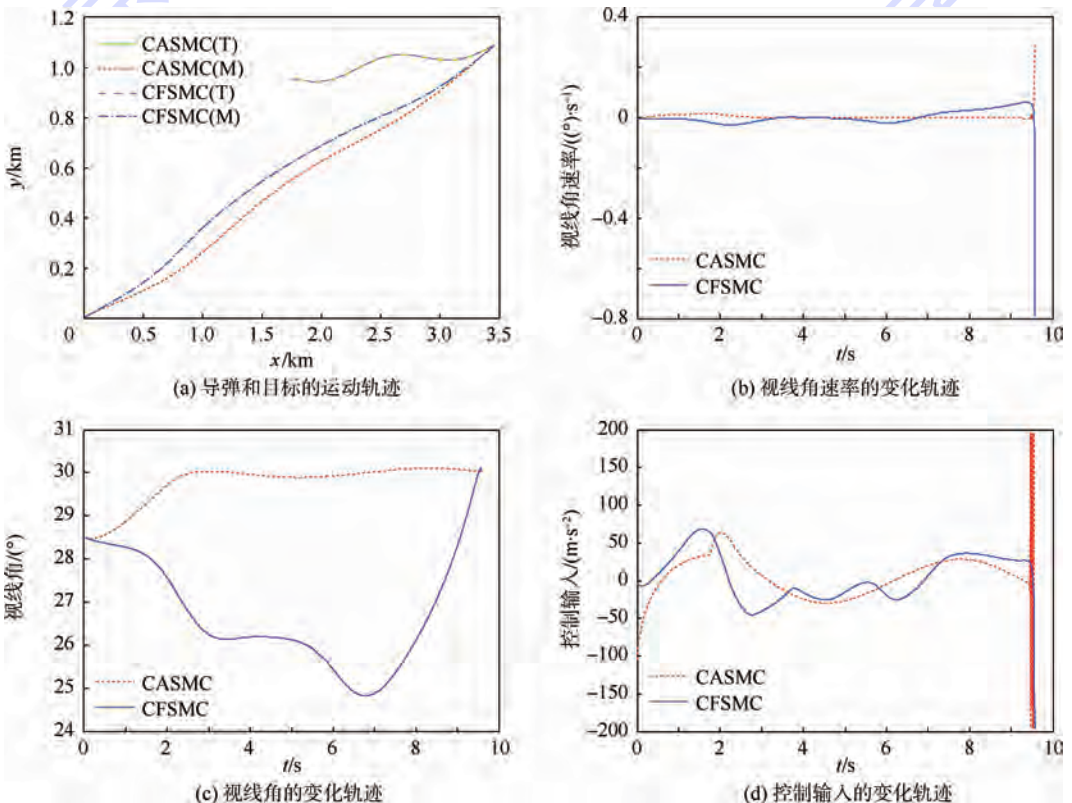


图2 场景1的仿真结果

Fig.2 Results of simulation for case 1

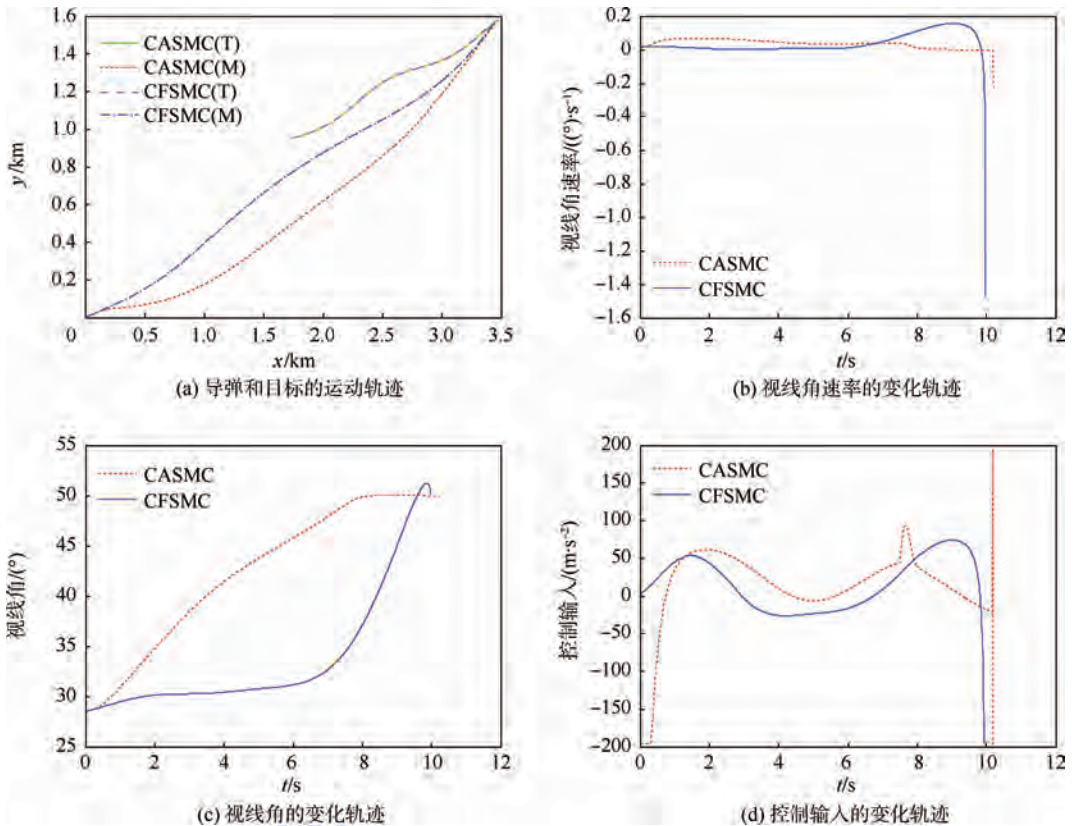


图3 场景2的仿真结果

Fig.3 Results of simulation for case 2

量为 0.0193 m; 对于 CASMC 制导律, 导弹攻击时间为 10.22 s, 攻击角度为  $49.8828^\circ$ , 脱靶量为 0.0022 m. 由图 3(a) 可知, 在 CFSMC 制导律作用下导弹可以更快地打击机动目标, 由图 3(b) 可知, 在这种情况下导弹视线角速率偏离零值比在 CASMC 制导律作用下稍大从而导致脱靶量增大, 但是仿真数据显示 CFSMC 制导律产生的脱靶量也完全符合制导要求。

由仿真数据可知, 第 1 种场景下 CFSMC 制导方法与 CASMC 制导方法在终端攻击角度、脱靶量以及攻击角度方面相差不大, 都有较高制导精度; 第 2 种场景下, 2 种方法获得的终端攻击角度都比较精确, 虽然 CASMC 制导方法在脱靶量上较小, 但是其攻击时间相对较长。从图 2(d) 与图 3(d) 可知, CASMC 制导方法在临近制导结束时刻控制器出现了大幅抖振, 这非常不利于自动驾驶仪的跟踪; 相反 CFSMC 制导方法在整个制导过程中其输入指令都很平滑, 利于提高自动驾驶仪的跟踪精度。综上可知, 本文应用的无抖振滑模制导律相较于传统滑模制导律, 不仅制导精度高而且易于自动驾驶仪实现跟踪。

## 5 结论

本文将导弹自动驾驶仪动态延迟特性与攻击

角度约束问题结合, 推导了新的制导状态方程, 进一步研究了导弹制导环节的设计。

1) 根据需要提出了一种恰当的滑模控制算法应用于制导律的设计, 通过仿真实验验证了其有效性。

2) 仿真数据说明了本文设计的制导律有较好的攻击角度约束性能以及较小的脱靶量, 因此获得了较高的制导精度; 对比实验的仿真图像显示要想获得同样的制导精度, 控制器就要以产生大量的抖振为代价, 进一步验证了本文设计的制导律的优越性。

3) 仿真图像显示本文设计控制器没有出现传统滑模仿真出现的抖振问题, 验证了本文设计的无抖振滑模算法的有效性, 同时利于导弹自动驾驶仪实现跟踪控制, 为导弹制导与控制的整体设计奠定了良好基础。

下一步的研究工作可以考虑将本文方法推广到导弹制导与控制一体化设计。

## 参考文献 (References)

- [1] UTKIN V, GULDNER J, SHI J. Sliding mode control in electro-mechanical systems[M] // 2nd ed. Automation and Control Engineering Series. Boca Raton, FL: CRC Press, 2009: 1114-1115.

- [ 2 ] 熊少锋,王卫红,王森. 带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模导律[J]. 控制理论与应用,2014,31(3):269-278.  
XIONG S F, WANG W H, WANG S. Nonsingular fast terminal sliding-mode guidance with intercept angle constraint[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(3):269-278 (in Chinese).
- [ 3 ] 周慧波,宋申民,刘海坤. 具有攻击角约束的非奇异终端滑模导引律设计[J]. 中国惯性技术学报,2014,22(5):606-618.  
ZHOU H B, SONG S M, LIU H K. Nonsingular terminal sliding mode guidance law with impact angle constraint[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(5):606-618 (in Chinese).
- [ 4 ] KUMAR S R, RAO S, GHOSE D. Sliding mode guidance and control for all-aspect interceptor with terminal angle constraints [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4):1230-1246.
- [ 5 ] 孙胜,张华明,周获. 考虑自动驾驶仪动态特性的终端角度约束滑模导引律[J]. 宇航学报,2013,34(1):69-78.  
SUN S, ZHANG H M, ZHOU D. Sliding mode guidance law with autopilot lag for terminal angle constrained trajectories [J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(1):69-78 (in Chinese).
- [ 6 ] SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I A, BROWN M D J. An asymptotic second-order smooth sliding mode control [J]. Asian Journal of Control, 2003, 5(4):498-504.
- [ 7 ] ZHANG Z X, LI S H, LUO S. Composite guidance laws based on sliding mode control with impact angle constraint and autopilot lag [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2013, 35(6):764-776.
- [ 8 ] SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I A, LEVANT A. Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application [J]. Automatica, 2007, 43(8):1470-1476.
- [ 9 ] HE S M, LIN D F, WANG J. Continuous second-order sliding mode based impact angle guidance law [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 41:199-208.
- [ 10 ] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control [J]. International Journal of Control, 2003, 76(9/10):924-941.
- [ 11 ] TAL S, MOSHE I, ODED M G. Sliding mode control for integrated missile autopilot guidance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(2):250-260.
- [ 12 ] SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I A, LEVANT A. Guidance and control of missile interceptor using second-order sliding modes [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45:110-124.
- [ 13 ] SHTESSELY B, TOURNES C H. Integrated higher-order sliding mode guidance and autopilot for dual-control missiles [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(1):79-94.
- [ 14 ] WU P, YANG M. Integrated guidance and control design for missile with terminal impact angle constraint based on sliding mode control [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(4):623-628.
- [ 15 ] SHIMA T. Intercept-angle guidance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(2):484-492.
- [ 16 ] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability [J]. Mathematics of Control, Signals and Systems, 2005, 17(2):101-127.
- [ 17 ] FENG Y, HAN F L, YU X H. Chattering free full-order sliding mode control [J]. Automatica, 2014, 50(4):1310-1314.
- [ 18 ] ZARCHAN P. Tactical and strategic missile guidance [M]. 3rd ed. Reston: AIAA, 1997:11-33, 130-134.
- [ 19 ] KUMAR S R, RAO S, GHOSE D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4):1230-1246.

## 作者简介:

周卫东 男,博士,教授。主要研究方向:导航制导与控制。  
Tel.: 0451-82518814  
E-mail: zhouweidong@hrbeu.edu.cn

陈沿逵 男,硕士研究生。主要研究方向:飞行器制导与控制。  
E-mail: 2008chenyankui@163.com

熊少锋 男,博士研究生。主要研究方向:导航制导与控制。

# Chattering-free sliding mode guidance law with impact angle constraint

ZHOU Weidong<sup>1,\*</sup>, CHEN Yankui<sup>1</sup>, XIONG Shaofeng<sup>2,3</sup>

(1. School of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

3. Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Taking into account both the autopilot dynamics and impact angle constraint, a novel chattering-free sliding mode control guidance law for homing missile to intercept a target performing evasive maneuvers was proposed. Firstly, we establish the guidance system state equation by differentiating the line-of-sight (LOS) angle three times. Secondly, a new sliding mode control system is put forward based on guidance system state equation, and we choose full-order TSM (terminal sliding mode) manifold to avoid the singularity of TSM, and introduce the sliding mode switching term compensating the unknown bounded disturbance in the derivative of controller to eliminate the chattering phenomenon. Finally, we apply the new sliding mode control in designing the guidance law, which enforces the LOS angle convergence to desired value in finite time. Compared with the existing finite time guidance laws, this guidance law can not only compensate for the effects of the autopilot lag but also eliminate chattering phenomenon of controller effectively. The numerical simulation verifies the effectiveness of the proposed method in the design of guidance law.

**Key words:** guidance law; terminal sliding mode; chattering-free; autopilot lag; impact angle constraint

**Received:** 2015-05-08; **Accepted:** 2015-05-29; **Published online:** 2015-08-03 17:26

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1726.019.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1726.019.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61102107, 61374208)

\* **Corresponding author.** Tel.: 0451-82518814 E-mail: zhouweidong@hrbeu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0271

# 碳纳米管薄膜传感器及其应变传感特性

聂鹏\*, 张大国, 陈彦海, 卢少微, 韩娇

(沈阳航空航天大学 机电工程学院, 沈阳 110136)



**摘 要:** 碳纳米管薄膜可作为应变传感器用于结构损伤的健康监测。采用机械搅拌、超声处理和高速离心等分散工艺将多壁碳纳米管单分散后,通过真空吸滤法制备碳纳米管薄膜。对碳纳米管薄膜传感器进行了深入的研究,设计了一种高灵敏度的碳纳米管薄膜应变传感器,与结构基体一体成型。弯曲应变传感实验表明碳纳米管薄膜传感器在不同的应变范围、不同的循环次数、不同的温度范围等条件下都具有较好的应变传感特性。结果表明碳纳米管薄膜传感器灵敏度较高,灵敏度系数为  $188.31(0 \sim 22\,500 \mu\epsilon)$ ,且具有较好的应变传感可逆性和可重复性。

**关键词:** 真空吸滤; 碳纳米管薄膜; 传感器; 应变传感; 监测结构损伤

**中图分类号:** TB33; V218

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0677-08

目前飞行器的大部分结构件均由复合材料制作而成,这些结构件的应变损伤直接影响到其服役寿命,同时还威胁到飞行器的飞行安全,故精确监测结构件的应变损伤具有十分重要的意义<sup>[1-2]</sup>。近几年,研究者开始考虑将碳纳米管作为纳米级填充物添加到聚合物基体内形成导电网络,使得绝缘的聚合物基体具有一定的导电性,当基体发生形变时,通过测量电阻变化,即可实现基体的应变损伤的检测<sup>[3-9]</sup>。利用碳纳米管导电网络进行损伤监测面临的主要困难是如何在粘性的树脂体系内分散碳纳米管的问题,因为碳纳米管含量较高时具有较强的自团聚趋势<sup>[10-11]</sup>。

为解决碳纳米管在粘性树脂体系内难分散问题,国内外学者开始考虑用其他方法在复合材料体系内添加碳纳米管电传导网络。其中,将碳纳米管涂层在纤维表面,嵌入到复合材料体系中形成导电网络是一种常用的方式<sup>[12-13]</sup>。用碳纳米管涂层在纤维表面埋入聚合物内形成导电网络,

利用其对应变的电学响应来监测复合材料的健康状况,成为了复合材料健康监测的重要方法。将碳纳米管涂层纤维埋入聚合物基复合材料结构内,形成碳纳米管传感网络,提高了碳纳米管含量,同时保持了原有结构的完整性,然而上述材料与本体结构间在大变形时存在协同变形问题,影响监测精度,同时该方法较难实现复合材料的全结构健康监测。

为解决碳纳米管涂层的协同变形和全结构监测等问题,国内外学者提到了用碳纳米管薄膜做为传感器的概念,来检测复合材料的健康状况<sup>[14-15]</sup>。本文采用手工铺层/真空袋成型法,与基体共固化一体成型制备碳纳米管薄膜传感器,并研究其弯曲/应变传感特性,为航空领域的健康监测提供了一种新的方法。

## 1 应变传感机理

碳纳米管薄膜的应变传感机理符合由 Kaiser

收稿日期: 2015-04-29; 录用日期: 2015-05-29; 网络出版时间: 2015-06-24 16:46

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150624.1646.001.html

基金项目: 国防“十二五”科研项目(A352001106); 航空科学基金(2013ZA54012); 辽宁省教育厅项目(L2013074)

\* 通讯作者: Tel.: 18040036088 E-mail: 17823718@qq.com

**引用格式:** 聂鹏, 张大国, 陈彦海, 等. 碳纳米管薄膜传感器及其应变传感特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 677-684. NIE P, ZHANG D G, CHEN Y H, et al. Carbon nanotubes thin film sensor and characterization of its strain sensing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 677-684 (in Chinese).

等提出的异类丝状模型 (hereogeneous fibrillar model)<sup>[16-19]</sup>。模型指出碳纳米管薄膜有 2 个电阻来源:①碳纳米管由于自身结构所引起的本征电阻  $R_1$ ;②碳纳米管薄膜内部碳纳米管之间纵横交错形成的接触节点处的接触电阻  $R_2$ 。碳纳米管薄膜与树脂基体一体成型后,内部孔隙被树脂分子填充,接触电阻  $R_2$  的产生主要由碳纳米管之间的隧穿类型的连接引起,即当碳纳米管之间的树脂厚度相当小时,在电子隧道效应的作用下,碳纳米管壁上的自由电子会穿越到临近的碳纳米管壁上,从而在连接处产生接触电阻  $R_2$ 。碳纳米管具有较高的弹性模量和抗拉强度,碳纳米管薄膜传感器在受到外力作用时,碳纳米管自身的变形很小,主要依靠碳纳米管之间的相对位置的改变而引起形变,所以碳纳米管薄膜的电阻因应变而发生变化时,其内部接触电阻  $R_2$  的变化起到主要作用,本征电阻  $R_1$  的影响可以忽略不计<sup>[20]</sup>。因此研究碳纳米管薄膜的应变传感机理时,主要研究接触电阻的传感机制。碳纳米管薄膜对于外界温度具有一定的电阻热敏特性,当外界温度变化时,碳纳米管薄膜的电阻会随温度而变化。由异类丝状模型可知,碳纳米管薄膜的电阻  $R$  由碳纳米管本征电阻  $R_1$  和碳纳米管薄膜内部碳纳米管之间纵横交错形成的接触电阻  $R_2$  串联构成:

$$R = g_1 R_1 + g_2 R_2 \quad (1)$$

式中: $g_1$  和  $g_2$  分别为碳纳米管薄膜本征电阻和接触节点电阻在总电阻中所占的权重。

由模型得知:

$$g_i = L_i / A_i \quad (2)$$

$$R_1 = A \exp\left(-\frac{\eta \omega_0}{K_B T}\right) \quad (3)$$

$$R_2 = B \exp\left(\frac{J_1}{T + J_0}\right) \quad (4)$$

式中: $L_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为碳纳米管本身和碳纳米管接触节点处参与导电的有效长度; $A_i$  为其材料参与导电部分的有效典型面积; $T$  为温度; $R_1$  的模型为电子频率为  $\omega_0$  (其值选为 2 kF) 的一维连续的金属型电阻; $J_1$  与碳纳米管结处的隧道势垒的高度相关; $J_0$  与碳纳米管结处的隧道势垒的宽度相关; $K_B$  为玻耳兹曼常数; $\eta$  为材料属性有关的常数。

研究表明,碳纳米管薄膜的电阻和温度之间存在着一定关系:

$$R(T) = R_m \exp\left(-\frac{J_m}{T}\right) + R_l \exp\left(\frac{J_l}{T + J_0}\right) \quad (5)$$

式中: $R_m$ 、 $J_m$  和  $R_l$  均为常数。

结合  $R_1$  和  $R_2$  的实验规律,得到碳纳米管薄膜电阻与温度的简化公式:

$$R(T) = \alpha T + \beta T^{-\gamma} \quad (6)$$

式中: $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma$  均为常数,且  $\gamma > 0$ ,碳纳米管薄膜内部碳纳米管之间的接触方式决定了  $\gamma$  的大小。

式(6)中,等式右边第 1 项代表了碳纳米管的本征电阻,等式右边第 2 项代表了碳纳米管接触节点电阻,二者共同影响着碳纳米管薄膜的电阻,当碳纳米管本征电阻占据主导时,碳纳米管薄膜的电阻与温度成正比,随温度的升高而增大,反之,当碳纳米管接触节点电阻占据主导时,碳纳米管薄膜的电阻与温度总体成反比,随温度的升高而减小。此种情况下,电阻变化率也随温度的升高而减小,即

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{R(T) - R_0}{R_0} \approx \frac{\beta T^{-\gamma} - R_0}{R_0} = \frac{\beta T^{-\gamma}}{R_0} - 1 \quad (7)$$

本文实验中制备的碳纳米管薄膜,碳纳米管相互交织分散的非常均匀(见 2.3 节),形成了大量的碳纳米管接触节点,其接触电阻影响远大于碳纳米管的本征电阻,所以接触节点电阻占据主导,碳纳米管薄膜的电阻随温度的升高而减小(见 3.3 节)。

## 2 实验

### 2.1 实验材料

多壁碳纳米管(直径 20 ~ 30 nm,长度 10 ~ 30  $\mu\text{m}$ ,纯度大于 98%)由北京德科岛金科技有限公司提供;聚氧乙烯醇,通称曲拉通(Triton X-100, TX-100)由阿法埃莎(Alfa Aesar)化学有限公司提供;去离子水;环氧树脂,型号:E51,由江苏三木集团有限公司提供;2-乙基-4-甲基咪唑,由阿拉丁公司提供。

### 2.2 碳纳米管溶液的制备

碳纳米管的单分散工艺:

1) 分别量取 1 000 mL 去离子水和 10 mL TX-100,混合均匀后进行机械搅拌 4 h,配制成浓度为 1% 的曲拉通去离子水溶液。

2) 用电子秤称取 600 mg 多壁碳纳米管加入曲拉通去离子水溶液里,再进行机械搅拌 7 h,然后通过超声波细胞破碎仪,在 200 W 功率条件下进行超声处理 50 min。

3) 之后将超声处理后的碳纳米管水溶液放入台式离心机中,在 10 000  $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$  的离心转速下,进行离心 40 min。

4) 取离心处理后的上清溶液,上清溶液就是分散均匀的多壁碳纳米管溶液。

### 2.3 碳纳米管薄膜及复合材料制备

对离心处理的上清液进行真空吸滤,将吸滤后的碳纳米管薄膜和滤膜一同放入真空干燥箱内在 80℃ 条件下保温 3 h,取出直接剥离混纤膜制成厚度为 20  $\mu\text{m}$  的碳纳米管薄膜。图 1 为碳纳米管薄膜的宏观图像和扫描电镜(SEM)照片。从显微图像可以看出薄膜中碳纳米管分散均匀,形成大量的接触节点。

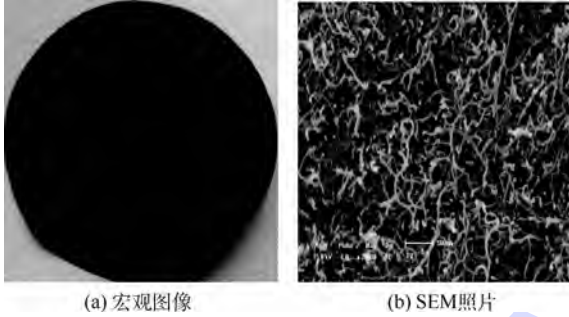


图 1 碳纳米管薄膜的宏观图像和 SEM 照片

Fig. 1 Macro image and SEM photograph of carbon nanotubes thin film

### 2.4 传感器的制备

由于制备的碳纳米管薄膜仅仅 20  $\mu\text{m}$  厚,如果直接对其进行弯曲测试,那么碳纳米管薄膜会发生卷曲、变形等能够引起碳纳米管薄膜电阻变化,对弯曲测试极为不利。因此本文采用与基体一体成型方法制备应变传感测试试样,通过基体作为刚性支撑以排除测试中形变的影响。

首先通过剪裁机将薄膜裁剪成 30 mm  $\times$  10 mm 大小的试样,分别用电子秤称取 2-乙基-4 甲基咪唑 2 g 和环氧树脂 50 g 混合,然后加入适量丙酮,搅拌均匀至液态状,取 10 层玻璃纤维布作为增强体,将液态状的树脂混合物用手涂法均匀地涂抹在玻璃纤维布上,使其浸润均匀后,将裁剪好的碳纳米管薄膜试样铺放在玻璃纤维布的外表面,一同放入真空袋中进行抽真空,然后放入真空干燥箱中保温 2 h,温度设定为 90℃,与基体共固化成型。最后通过导电银浆(XLT-001,上海聚拢电子公司)将 4 根电极连接到碳纳米管薄膜传感器上,导电银浆的固化条件为 135℃ 保温 20 min。制备完成后的碳纳米管薄膜弯曲应变传感器试样见图 2。



图 2 弯曲试样

Fig. 2 Bending test sample

### 2.5 传感器性能测试

将传感器弯曲试样放入到热动态机械分析仪 Q800(DMA)中,进行三点弯曲测试,采样频率为 0.5  $\text{s}^{-1}$ ,同时使用 RTS-8 型四探针电阻测量仪(广州四探针公司)对传感器电阻进行同步测量,每隔 2 s 测试一次。弯曲循环实验具体变量参数如表 1 所示。

表 1 弯曲循环实验具体变量参数

Table 1 Bending loop experimental parameters

不同条件下的循环实验	循环次数	应变范围/ $\mu\text{e}$	温度条件/ $^{\circ}\text{C}$
保证循环次数和温度条件相同的情况下不同应变范围的循环实验	4	0 ~ 200	室温(25)
	4	0 ~ 1000	室温(25)
	4	0 ~ 1800	室温(25)
	4	0 ~ 2600	室温(25)
保证应变范围和温度条件相同的情况下不同循环次数的循环实验	15	0 ~ 1800	室温(25)
	50	0 ~ 1800	室温(25)
	100	0 ~ 1800	室温(25)
	500	0 ~ 1800	室温(25)
保证循环次数和应变范围相同的条件下不同温度条件的循环实验	4	0 ~ 1800	室温(25)
	4	0 ~ 1800	40
	4	0 ~ 1800	100
	4	0 ~ 1800	150

将弯曲试样和光纤布拉格光栅传感器(Fiber Bragg Grating sensor, FBG sensor)一起悬空放置在真空干燥箱中,从 20℃ 开始升温到 150℃。通过光栅传感器监测弯曲试样的温度变化,同时同步利用四探针电阻测量仪对电阻进行测量,每隔 2 s 测试一次。

## 3 结果与分析

### 3.1 应变范围对电阻变化率的影响

图 3 为不同应变范围内碳纳米管薄膜传感器的应变与电阻变化率的关系曲线,由图可见,在弯曲循环实验的加载/卸载过程中,碳纳米管薄膜的电阻变化率  $\Delta R/R_0$  随形变而变化,在每个循环中,当应变增加时,碳纳米管薄膜的电阻变化率随之增加,而当应变减小时,电阻变化率也随之减小,而且在增加和减小过程中均表现出了良好的线性趋势,以 0 ~ 1000  $\mu\text{e}$  区间内第 1 个加载/卸载循环为例,当应变从最小值 0 增加到最大值 1000  $\mu\text{e}$  时,碳纳米管薄膜的电阻变化率也从最小值 0 增加到最大值,之后随着应变减小到最小值 0,电阻变化率也线性地减小到最小值 0,该实验现象表明碳纳米管薄膜有着良好的弯曲应变传感特性。碳纳米管薄膜在同一区间内 4 组循环的电阻变化率的变化规律基本一致,同时其在 4 个不同的应变区间内循环应变作用下,电阻变化率均

表现出了良好的线性响应。该实验现象表明碳纳米管薄膜在弯曲应变传感方面有着较好的可逆性和可重复性。

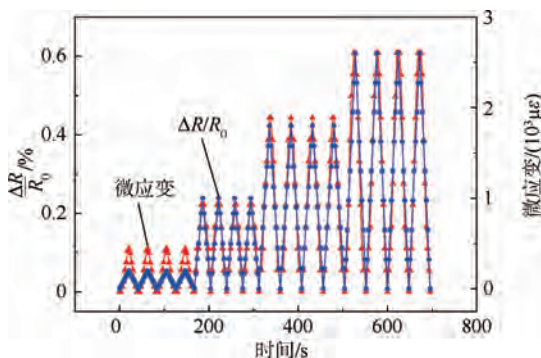


图3 不同应变范围对碳纳米管薄膜传感器电阻变化率的影响

Fig. 3 Influence of different strain ranges on resistance variation of carbon nanotubes thin film sensor

需要注意的是在 0 ~ 200  $\mu\epsilon$  微小应变范围内,应变传感会出现过敏现象,这是由于在加载过程中会出现机械滞后现象,停止加载后还会继续变形并引起电阻变化,在作为传感器件使用时应当加以修正。

### 3.2 循环次数对电阻变化率的影响

因碳纳米管薄膜在各应变区间内都具有良好的应变传感特性,现选取 0 ~ 1800  $\mu\epsilon$  区间来讨论不同的循环次数对碳纳米管薄膜对应变传感特性的影响,循环次数分别为 15、50、100 和 500 次,为确保实验过程中变量的单一性,采用同一弯曲试样进行弯曲循环实验。通过实验测得碳纳米管薄膜电阻变化率的变化关系曲线见图 4。

由图 4 可以看出,在前 165 次循环中碳纳米管薄膜在加载/卸载过程中对弯曲应变表现出了良好的机电响应,电阻变化率随时间的不断推移,随着加载/卸载而变化,每次加载/卸载循环的过程中电阻变化率的起始点和终止点一致,表明碳纳米管薄膜在多次循环中仍具有较好的稳定性,在后 500 次循环中,碳纳米管薄膜电阻变化率的变化范围总体呈现出下降的趋势,这是由于伴随着多次加载/卸载,使得机械能转化为热能,使原子运动加剧,同时碳纳米管薄膜内部有电流不断的通过,由于电阻的存在,共同使得碳纳米管薄膜内部温度上升,而碳纳米管对温度敏感<sup>[21]</sup>,导致碳纳米管薄膜的电阻变化率的变化范围呈下降趋势(如式(7)所示),在使用时可以通过温度补偿系数进行修正以消除温度对传感器稳定性的影响。

### 3.3 温度对电阻变化率的影响

现讨论不同温度对碳纳米管薄膜电阻变化率

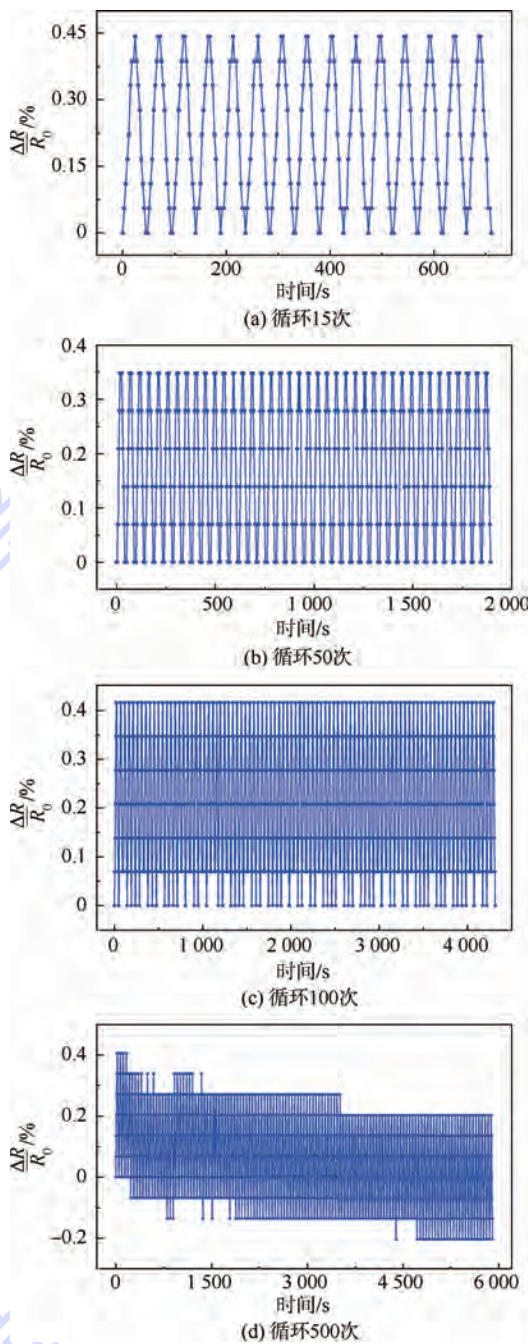


图4 不同循环次数对碳纳米管薄膜传感器电阻变化率的影响

Fig. 4 Influence of different cycling times on resistance variation of carbon nanotubes thin film sensor

的影响(0 ~ 1800  $\mu\epsilon$ )。分别在室温、40℃、100℃和 150℃ 温度条件下,进行 4 组弯曲循环实验,得到碳纳米管薄膜在 4 个温度范围的机电响应,见图 5。

从图 5(a)可以看到在室温条件下,碳纳米管薄膜电阻变化率基本与形变同步,说明碳纳米管薄膜与应变具有较好的机电响应。图 5(b)为 40℃ 时碳纳米管薄膜电阻变化率随应变的变化关系,也表现出了非常好的机电响应,只是与室温时的变化规律相比,电阻变化率的变化范围稍微变

小,但不影响其传感特性。图5(c)为100℃时碳纳米管薄膜电阻变化率随应变的变化关系,与室温条件下相比,加载和卸载过程中的电阻变化率的变化明显不同,而且电阻变化率的变化范围整体呈下降趋势,因为100℃高于了基体的玻璃化转变温度<sup>[22]</sup>,本文中用环氧树脂基体的玻璃化转变温度为95℃。由于温度高于其玻璃化转变温度后,树脂分子链段开始运动,基体开始出现松弛,在每次循环中,基体在卸载后,由于弹性形变不能快速恢复到加载前的起始位置,在下次循环时造成形变累积,所以出现图中电阻变化率

变化范围整体呈下降趋势,此温度下,碳纳米管薄膜已经不能用于应变传感器使用。图5(d)为150℃时弯曲试样的电阻变化率与之前相比又出现了差异,由于150℃时,基体内被冻结在空穴内的绝缘有机小分子(残余的溶剂、固化剂等)热运动加剧,不断充斥于碳纳米管孔隙之间,使碳纳米管之间的接触节点减少,弯曲试样的整体电阻增加(如图6所示),所以弯曲试样在150℃每次循环后的电阻变化率的变化范围整体呈上升趋势。

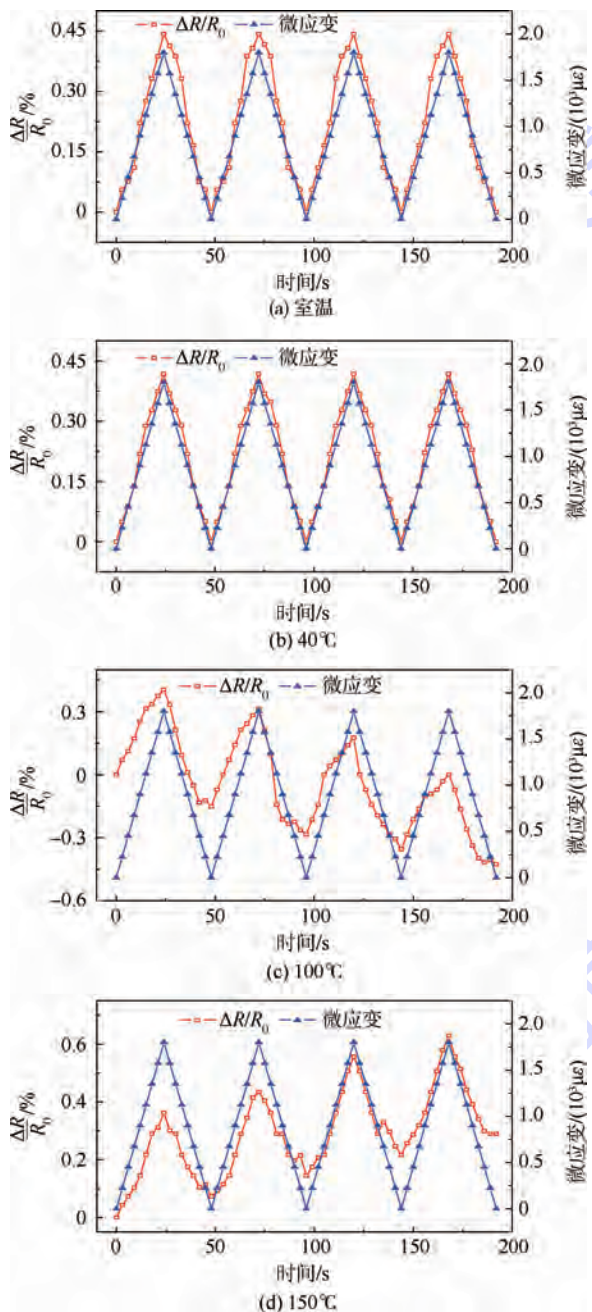


图5 不同温度对碳纳米管薄膜传感器电阻变化率的影响

Fig.5 Influence of different temperature on

resistance variation of carbon nanotubes thin film sensor

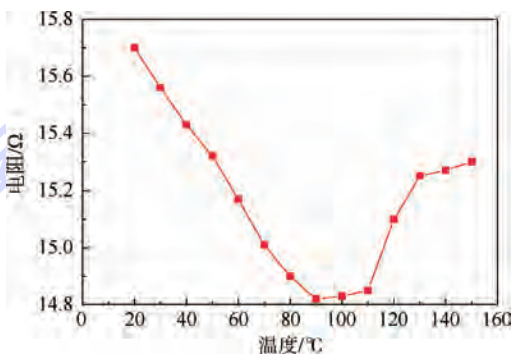


图6 碳纳米管薄膜的温度-电阻曲线

Fig.6 Temperature-resistance curve of carbon nanotubes thin film sensor

由此可见,玻璃化转变温度决定了碳纳米管薄膜传感器作为一种可靠和稳定的应变传感器的最高使用温度,由于温度的影响导致传感器试样的电阻变化率的变化范围总体呈现下降趋势,但每个循环周期内,电阻变化率的变化范围大致相同。故可以通过温度补偿系数进行修正,以避免碳纳米管薄膜传感器在作为应变传感器使用时的温度影响。

### 3.4 传感器弯曲变形过程中的灵敏度

在完成3.2节循环实验之后,在室温条件下持续对弯曲试样施加应变直到试样断裂。碳纳米管薄膜在弯曲应变状态下的应变-电阻变化率关系见图7。从图7可以看出,碳纳米管薄膜在弯曲实验中,与应变具有较好的线性关系,随应变增加,ΔR/R₀基本按线性规律增加,应变大于22 500 με后,试样发生断裂,电阻变化率趋于无穷大。通过拟合得到碳纳米管薄膜的弯曲应变传感方程:

$$\Delta R/R_0 = 188.31 \varepsilon - 0.3 \quad (0 \sim 22\,500 \mu\varepsilon) \quad (8)$$

得到碳纳米管薄膜在0~22 500 με弯曲变形范围内的灵敏度系数为188.31。

### 3.5 传感器弯曲变形过程中的形态

通过碳纳米管薄膜弯曲变形过程的SEM照片(见图8)可以看出,当未对碳纳米管薄膜传感器施加应变时,碳纳米管薄膜的表面光滑平整,薄

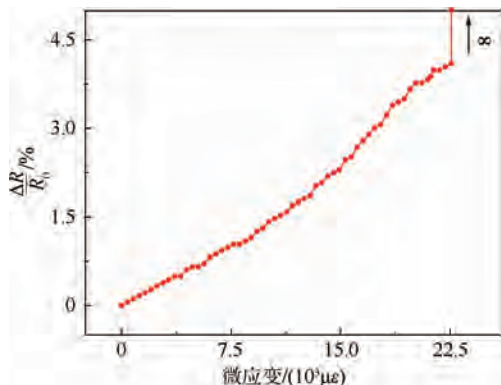


图7 碳纳米管薄膜传感器弯曲变形下的应变-电阻变化率关系曲线

Fig.7 Strain-resistance variation curve of carbon nanotubes thin film sensor under the bending deformation

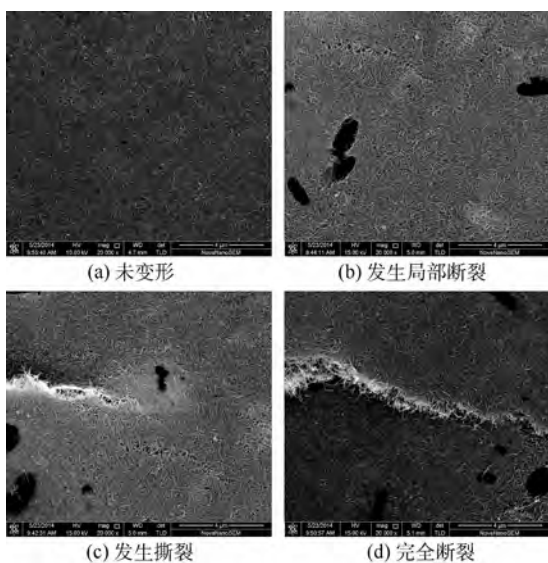


图8 碳纳米管薄膜传感器弯曲变形过程中的SEM照片

Fig.8 SEM photographs of carbon nanotubes thin film sensor in process of bending deformation

膜表面没有发现变形、裂纹(见图8(a))。而当碳纳米管薄膜传感器受弯曲应变 $15\,000\ \mu\epsilon$ 后,碳纳米管薄膜内部碳纳米管和碳纳米管之间的距离在受力方向上逐渐增大,碳纳米管薄膜局部出现断裂现象(见图8(b)),从而引发碳纳米管薄膜的电阻变化率增大。随着弯曲应变的持续增加,当弯曲应变变为 $20\,000\ \mu\epsilon$ 时,碳纳米管薄膜发生撕裂现象(见图8(c)),进一步引起碳纳米管薄膜的电阻变化率增加。继续加载当弯曲应变达到 $22\,500\ \mu\epsilon$ 时,碳纳米管薄膜发生完全断裂(见图8(d)),碳纳米管薄膜的电阻变化率趋于无穷大。

## 4 结论

1) 弯曲循环实验表明碳纳米管薄膜传感器对弯曲应变有着良好的线性关系、可逆性和可重

复性。

2) 在不同的应变范围内以及在不同的循环次数下,碳纳米管薄膜仍保持了良好的传感特性,保证了碳纳米管薄膜传感器的稳定性和使用寿命。

3) 由于温度的影响导致碳纳米管薄膜的电阻变化率的变化范围总体呈现下降趋势,但每个循环周期内,电阻变化率的变化范围大致相同,故可以通过温度补偿系数进行修正,以排除碳纳米管薄膜在作为应变传感器使用时的温度影响。

## 参考文献 (References)

- [1] POLIMENO U, MEO M. Detecting barely visible impact damage detection on aircraft composites structures[J]. *Composite Structures*, 2009, 91(4):398-402.
- [2] DIAMANTI K, SOUTIS C. Structural health monitoring techniques for aircraft composite structures[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2010, 46(8):342-352.
- [3] SHINDO Y, KURONUMA Y, TAKEDA T, et al. Electrical resistance change and crack behavior in carbon nanotube/polymer composites under tensile loading[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2012, 43(1):39-43.
- [4] 卢少微,冯春林,聂鹏,等. 碳纳米管用于聚合物基复合材料健康监测的研究进展[J]. *航空材料学报*, 2015, 35(2):12-20.  
LU S W, FENG C L, NIE P, et al. Progress on carbon nanotubes in health monitoring of polymer composites[J]. *Journal of Aeronautical Materials*, 2015, 35(2):12-20 (in Chinese).
- [5] LI C Y, CHOU T W. Modeling of damage sensing in fiber composites using carbon nanotube networks[J]. *Composites Science and Technology*, 2008, 68(15-16):3373-3379.
- [6] ZHAO J H, DAI K, LIU C G, et al. A comparison between strain sensing behaviors of carbon black/polypropylene and carbon nanotubes/polypropylene electrically conductive composites[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2013, 48:129-136.
- [7] OLIVA-AVILÉS A I, AVILÉS F, SOSA V. Electrical and piezoresistive properties of multi-walled carbon nanotube/polymer composite films aligned by an electric field[J]. *Carbon*, 2001, 49(9):2989-2997.
- [8] KANG I, KHALEQUE M A, YOO Y, et al. Preparation and properties of ethylene propylene diene rubber/multiwalled carbon nanotube composites for strain sensitive materials[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2011, 42(6):623-630.
- [9] KANG M H, CHOI J H, KWEON J H. Fatigue life evaluation and crack detection of the adhesive joint with carbonnanotubes[J]. *Composite Structures*, 2014, 108:417-422.
- [10] CHEN H Y, JACOBS O, WU W, et al. Effect of dispersion method on tribological properties of carbon nanotube reinforced epoxy resin composites[J]. *Polymer Testing*, 2007, 26(3):351-360.

- [11] SANDLER J K W, KIRK J E, KINLOCH I A, et al. Ultra-low electrical percolation threshold in carbon-nanotube-epoxy composites[J]. *Polymer*, 2003, 44(19):5893-5899.
- [12] ZHANG R, DENG H, VALENCA R, et al. Carbon nanotube polymer coatings for textile yarns with good strain sensing capability[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2012, 179:83-91.
- [13] LIU L, MA P C, XU M, et al. Strain-sensitive Raman spectroscopy and electrical resistance of carbon nanotube-coated glass-fibre sensors[J]. *Composites Science and Technology*, 2012, 72(13):1548-1555.
- [14] LEE D, HONG H P, LEE M J, et al. A prototype high sensitivity load cell using single walled carbon nanotube strain gauges[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2012, 180:120-126.
- [15] 卢少微,冯春林,聂鹏,等. 喷射吸滤成型法制备碳纳米纸及其应变/温度传感特性研究[J]. *航空学报*, 2015, 36(9):3187-3194.
- LU S W, FENG C L, NIE P, et al. Fabrication of multi-walled carbon nanotube buckypaper by spray-vacuum filtration method and characteratation of its strain and temperature sensing properties [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(9):3187-3194(in Chinese).
- [16] KAISER A B, DUSBERG G, ROTH S. Heterogeneous model for conduction in carbon nanotubes[J]. *Physical Review B*, 1998, 57(3):1418-1421.
- [17] HIEROLD C, JUNGEN A, STAMPFER C, et al. Nano electro-mechanical sensors based on carbon nanotubes[J]. *Sensors Actuators A: Physical*, 2007, 136(1):51-61.
- [18] WANG W L, LIAO K J, LI Y, et al. Piezoresistive effect of doped carbon nanotubes/cellulose film [J]. *Chinese Physical Letters*, 2003, 20(9):1544-1547.
- [19] 王永田,刘宗德,易军,等. 多壁碳纳米管薄膜的压阻效应分析[J]. *物理学报*, 2012, 61(5):1-6.
- WANG Y T, LIU Z D, YI J, et al. Study on the piezoresistive effect of the multiwalled carbon nanotube films[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(5):1-6(in Chinese).
- [20] LI C, THOSTENSON E T, CHOU T W. Dominant role of tunneling resistance in the electrical conductivity of carbon nanotube-based composites [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91:22311-22314.
- [21] TUNGKAVET T, SEETAPAN N, PATTAVARAKORN D, et al. Electromechanical properties of multi-walled carbonnanotube/gelatin Hydrogel composites: Effects of aspect ratios, electric field, and temperature[J]. *Materials Science and Engineering: C*, 2015, 41:281-289.
- [22] KANG J H, PARK C, SCHOLL J A, et al. Piezoresistive characteristics of single wall carbon nanotube/polyimide nanocomposites[J]. *Journal of Polymer Science. Part B: Polymer Physics*, 2009, 47(10):994-1003.

**作者简介:**

张大国 男,硕士研究生。主要研究方向:纳米复合材料评价体系的建立。

Tel.: 13390101451

E-mail: 1074567394@qq.com

聂鹏 男,博士,教授,硕士生导师。主要研究方向:机电测试技术。

Tel.: 18040036088

E-mail: 17823718@qq.com

## Carbon nanotubes thin film sensor and characterization of its strain sensing

NIE Peng\*, ZHANG Daguo, CHEN Yanhai, LU Shaowei, HAN Jiao

(College of Electromechanical Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

**Abstract:** Due to the aviation accident caused by structure deformation occurring frequently, the health monitoring of aircraft's structure has become one of the effective means of prevention. Carbon nanotubes thin film can be used as strain sensor for health monitoring of structure damage. The dispersion techniques such as mechanical agitation, ultrasonic processing and centrifugal processing had been combined for realizing the monodispersion of carbon nanotubes in aqueous medium. Carbon nanotubes thin films was fabricated with monodispersion solution of multi-walled carbon nanotubes through vacuum filtration method for strain sensing. We designed a carbon nanotubes thin film sensor which was formed with matrix of structure for strain sensing. Bending strain sensing experiment shows that carbon nanotubes thin film sensors in different strain ranges and different cycling times and different temperature conditions has good strain sensing characteristic. The response and sensitivity to strain of carbon nanotubes thin film were investigated. The sensing mechanism of carbon nanotubes film shows that the resistance of the carbon nanotubes thin film increases with the increase of strain. The results indicate that carbon nanotubes thin film sensor has a very high strain sensitivity in the strain range of 0-22 500  $\mu\epsilon$  with gauge factor of 188.31 and has excellent reversible and repetition characteristics.

**Key words:** vacuum filtration; carbon nanotubes thin films; sensor; strain sensing; monitoring of structural damage

**Received:** 2015-04-29; **Accepted:** 2015-05-29; **Published online:** 2015-06-24 16:46

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150624.1646.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150624.1646.001.html)

**Foundation items:** Defense Industrial Technology Development Program of China (A35201106); Aeronautical Science Foundation of China (2013ZA54012); Program of the Education Department of Liaoning Province (L2013074)

\* **Corresponding author.** Tel.: 18040036088 E-mail: 17823718@qq.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0254

# 飞机驾驶舱显示界面脑力负荷判别预测生理模型

陆崑<sup>1</sup>, 卫宗敏<sup>1,\*</sup>, 庄达民<sup>2</sup>, 完颜笑如<sup>2</sup>

(1. 中国民航管理干部学院 航空器适航审定系, 北京 100102; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 针对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷的客观判别预测问题, 综合采用事件相关电位(ERP)、心电图(ECG)和眼电图(EOG)3类生理测量技术, 结合主观测评法和绩效测评法, 在同一飞行实验任务中开展脑力负荷的实验测量与数学建模研究。实验结果表明: 随着脑力负荷的增加, ERP测量技术中的失匹配负波(MMN)成分的峰值幅度(在Fz电极处)显著增加, P3a成分的峰值(在Fz电极处)显著降低; ECG测量技术中的心率变异性指标全部窦性心搏RR间期(简称RR间期)的标准差(SDNN)的数值显著降低; EOG测量技术中的眨眼次数显著降低。在此基础上, 基于Bayes判别方法构建了脑力负荷判别预测生理综合评估模型, 并将生理综合评估模型判别结果与NASA任务负荷指数(NASA\_TLX)量表判别结果进行了比较, 生理综合评估模型判别结果略高于NASA\_TLX判别结果。该模型为飞机驾驶舱显示界面脑力负荷状态的客观、实时判定和预测提供了一种新的方法, 同时也为中国正在研发的新型战斗机和大型客机驾驶舱显示界面中的人为因素适航审定工作提供了新的符合性验证工具。

**关键词:** 驾驶舱; 显示界面; 脑力负荷; 生理测量; 预测模型; 适航审定

**中图分类号:** V857.1; B842.1

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0685-09

飞机驾驶舱显示界面是为飞行员提供飞行信息的重要人机交互接口, 其设计必须能够提供合适的脑力负荷水平, 否则将严重影响飞行安全<sup>[1-2]</sup>。在飞机驾驶舱显示界面设计的早期阶段, 飞机设计人员需要采取相应的评估指标和评估模型来判别、预测显示界面不同设计方案下飞行员的脑力负荷水平, 以便及时调整脑力任务设计, 进而优化驾驶舱显示界面的设计方案。在航空器初始适航审定工作中, 审定人员需要量化的验证方法用于验证设计的适航符合性<sup>[3]</sup>。

在传统的脑力负荷评估方法中, 应用最为广泛的是NASA任务负荷指数(NASA\_TLX)量表主观评价方法<sup>[4-7]</sup>。NASA\_TLX量表能够从脑力需

求、体力需求、时间需求、努力程度、业绩水平及受挫程度等6个维度对脑力负荷进行全面评估<sup>[8-9]</sup>。然而NASA\_TLX量表主观评价方法需要在飞行试验之后才能进行, 这给早期飞机驾驶舱人机交互系统设计的测评工作带来困难, 一旦发现问题, 必须对系统进行重新设计, 再次试飞后开展NASA\_TLX量表主观评价, 这一现象必将造成人力、财力及物力的极大浪费和消耗。此外, 在NASA\_TLX量表主观评价方法中, 由于个体间差异较大, 评定结果容易混淆<sup>[2]</sup>。

生理测量方法也是量估飞机驾驶舱显示界面脑力负荷的另一类重要方法。生理测量指标具有客观性和实时性等优势, 因而日益受到重视。生

收稿日期: 2015-04-24; 录用日期: 2015-05-29; 网络出版时间: 2015-10-30 16:24

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1624.004.html

基金项目: 国家“973”计划(2010CB734104); 民航安全能力建设资金(MHRD20141010)

\* 通讯作者: Tel.: 010-58250631 E-mail: weizongmin8411@163.com

**引用格式:** 陆崑, 卫宗敏, 庄达民, 等. 飞机驾驶舱显示界面脑力负荷判别预测生理模型[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 685-693. LU K, WEI Z M, ZHUANG D M, et al. Integrated physiological model for mental workload assessment and prediction of aircraft flight deck display interface[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 685-693 (in Chinese).

理测量方法主要有3大类,分别是脑电图(EEG)、眼电图(EOG)和心电图(ECG)<sup>[10]</sup>。前期在飞行模拟机上的研究结果表明事件相关电位(ERP)测量方法中的失匹配负波(MMN)指标和P3a指标<sup>[2]</sup>,以及ECG测量方法中的时域指标RR间期的标准差(SDNN)指标<sup>[11]</sup>均能够有效反映不同难度飞行任务下被试者的脑力负荷状态。

然而,现有的研究表明任何单一的生理测量指标在评估脑力负荷方面都有其优势与局限性<sup>[11-13]</sup>。脑力负荷本身具有多维度特性,不同的生理测量指标可能适用于评估某一维度的脑力负荷水平,但可能无法全面地评估不同飞行任务条件下的脑力负荷状况。因而,综合采集多种生理测量指标对脑力负荷做综合评估以替代基于单一生理测量指标的评估是比较合理的选择,也可能是未来脑力负荷评估方法的发展趋势之一。

本文在前期研究的基础上,综合采用ERP、ECG和EOG3类生理测量方法,在飞行模拟任务条件下开展脑力负荷的实验测量与理论建模研究,并最终建立脑力负荷判别预测的生理综合评估模型,以达到对飞机驾驶舱人机交互过程中的脑力负荷等级变化进行准确、实时、客观预测的目的。

## 1 实验方法

### 1.1 被试者

被试者为14名来自北京航空航天大学航空科学与工程学院的研究生(男性,22~28岁,平均年龄24.6岁),右利手,视力或矫正视力正常,听力正常。实验前所有被试者均在地面飞行模拟器上接受过良好培训。其中一名被试者实验数据采集缺失,未进行数据统计分析。

### 1.2 实验任务

被试者需要在飞行模拟器上完成完整的动态飞行过程(包括起飞、巡航、下降、进近以及着陆等)。由于不同被试者在进行起飞或降落手动作业时会在操作时间上有少许差异,故一次飞行模拟实验时间大约在820~915s之间。实验通过设定所需监视的仪表数量、异常信息的呈现时间和间隔时间来控制被试者的脑力负荷水平。要求被试者在飞行模拟过程中监视平视显示器上的仪表显示状态,并对异常信息进行识别、判断及响应操作。当空速、俯仰角、气压高度、滚转角、航向角和方向舵状态等异常飞行信息出现时,被试者按照实验前培训要求,在外接的数字键盘上按键1~6分别对相应的异常信息进行响应。异常信息的设

定范围如表1所示。

表1 不同脑力负荷水平下的异常飞行指示范围设置  
Table 1 Scope setup for abnormal flight indicators under different mental workload levels

仪表信息	异常设置	脑力负荷		
		对照	低	高
1—空速	超过400 kn	0	1	1
2—俯仰角	超过20°	0	1	1
3—气压高度	超过3.048 km	0	1	1
4—滚转角	超过20°	0	0	1
5—航向角	超过50°	0	0	1
6—方向舵状态	Abnormal	0	0	1

注:“0”—不需要被试者保持监视;“1”—需要被试者保持监视。

在高脑力负荷条件下,需要被试者保持监视的仪表信息数量为6个(包括:俯仰角、空速、气压高度、航向角、滚转角和方向舵状态),异常信息的平均呈现时间为1.5s,间隔时间随机;在低脑力负荷下,需要被试者保持监视的仪表信息数量为3个(包括:俯仰角、空速和气压高度),异常信息的平均呈现时间为2s,间隔时间随机;在对照脑力负荷条件下,无异常信息出现,被试者保持监视的仪表信息数量为0。

### 1.3 实验设计

实验对每个被试者单独进行。实验前,被试者完成一次完整的飞行任务(无异常信息出现),以这次飞行任务的生理数据作为被试者的飞行任务生理数据的基础测量值(baseline)。接着开始正式飞行任务实验。飞行任务分高、低2种任务复杂水平,2种任务水平的实验顺序在被试者之间做了平衡。为了记录EEG、EOG以及ECG数据,整个实验过程中所有的被试者都要佩戴EEG电极帽、心电电极以及眼电电极。每次实验间隔15~30min,其间被试者完成NASA\_TLX主观评价量表。

### 1.4 实验数据记录与分析

实验数据包括3部分,分别是飞行作业绩效数据、生理反应数据以及主观评价数据。

#### 1.4.1 飞行作业绩效数据

通过计算机编程,由系统自动记录被试者对异常信息的正确操作率和反应时间作为绩效评价指标。

#### 1.4.2 生理反应数据

采用FX-7402十二道自动分析心电图机同步记录ECG信号,所记录的数据为每5min内被试者的RR间期时间序列,电极位置按导联为导联II放置。采样频率为0.05~150Hz。波形记录速度为25mm/s。前期研究表明,心率变异性

(HRV)的SDNN能够有效反映脑力负荷的敏感程度<sup>[11]</sup>。因此本研究将分析HRV的SDNN。

本研究将采用Neuroscan Neuamps系统记录被试者的脑电信号。前期研究表明,ERP指标中的MMN成分的峰值和P3a成分的峰值对与飞行任务相关的脑力负荷的变化较为敏感<sup>[2]</sup>。因而本实验在对ERP指标进行分析时,将继续使用偏差刺激的ERP减去标准刺激的ERP,得到由声音频率变化所诱发的MMN和P3a,并对其峰值进行分析。

相关研究结果表明EOG测量中指标中的眨眼次数指标与脑力负荷水平密切相关<sup>[14]</sup>,因而本研究将同时采集被试者水平眼电和垂直眼电,从而获得被试者在不同难度飞行任务下的眨眼次数,进而研究眨眼次数这一指标对脑力负荷的敏感性及其在判别预测模型中的使用情况。

#### 1.4.3 主观评价数据

采用NASA\_TLX进行主观评价。为便于被试者在每次实验结束后能够快速有效地完成主观评价分值,故本研究将原始NASA\_TLX每一条目的刻度线数值化改为分值为0~100,0表示最低,100表示最高。被试者根据自己对飞行任务脑力负荷程度的主观感受对每一条目进行打分,然后将6个条目进行两两比较,选出每对中对总脑力负荷贡献更大的那一条目,根据每一条目被选中的次数确定该条目对总脑力负荷的权重,对6个条目进行排序;最后对6个条目进行加权平均求出总脑力负荷。分值越大,表示脑力负荷越大。

采用SPSS 17.0统计软件包对飞行作业绩效数据、3类生理反应数据以及主观评价数据分别进行单因素重复测量的方差分析。

## 2 实验结果

### 2.1 飞行作业绩效测评结果

在高、低2种不同脑力负荷状态下,被试者对飞行异常信息的正确操作率和反应时间如表2所示。

表2 高、低脑力负荷下被试者的正确操作率和反应时间

Table 2 Operation accuracy and reaction time of the subjects under high and low mental workloads

脑力负荷	正确操作率/%	反应时间/ms
高	74.14 ± 5.67	862.47 ± 52.67
低	97.88 ± 1.75	809.18 ± 67.52

单因素重复测量的方差分析结果表明,脑力负荷的主效应显著( $P < 0.001$ )。具体表现为随着脑力负荷的增加,被试者的正确操作率显著下

降,方差齐性检验 $F(1, 12) = 217.303, P < 0.001$ ,反应时间显著延长, $F(1, 12) = 12.464, P = 0.004$ 。

### 2.2 主观测评结果

表3给出了基于NASA\_TLX的主观测评结果。对其做单因素重复测量的方差分析,结果表明脑力负荷主效应显著( $P < 0.001$ )。具体表现为随着脑力负荷的增加,NASA\_TLX的主观评价分值显著增高, $F(1, 12) = 74.813, P < 0.001$ 。

表3 高、低脑力负荷下被试者的主观测评结果

Table 3 Subjective measurement results of the subjects under high and low mental workloads

脑力负荷	主观评价分值/%
高	65.39 ± 5.27
低	57.10 ± 4.78

### 2.3 生理测量指标测评结果

各生理测量指标在3种不同脑力负荷等级下的测量值如表4所示。

表4 各生理指标在不同脑力负荷等级下的测量值

Table 4 Measurement values of various physiological indexes under different mental workload levels

测量指标	脑力负荷		
	对照	低	高
MMN/ $\mu V$	-2.17 ± 2.30	-3.04 ± 2.39	-4.29 ± 2.94
P3a/ $\mu V$	4.27 ± 4.94	1.68 ± 1.61	0.42 ± 2.17
SDNN	58.38 ± 15.53	49.23 ± 13.51	40.77 ± 10.73
眨眼次数	129.92 ± 88.00	113.69 ± 96.92	61.15 ± 55.27

在脑电评价指标中,对于MMN成分(Fz电极处)的峰值而言,单因素重复测量的方差分析方法结果显示,脑力负荷的主效应显著, $F(2, 24) = 5.880, P = 0.008$ 。进一步成对比较结果显示,对照组脑力负荷状态下MMN成分(Fz电极处)的峰值幅度低于( $P = 0.171$ )低脑力负荷状态下MMN成分(Fz电极处)的峰值幅度,对照组脑力负荷状态下MMN成分(Fz电极处)的峰值幅度显著低于( $P = 0.013$ )高脑力负荷状态下MMN成分(Fz电极处)的峰值幅度,低脑力负荷下MMN成分(Fz电极处)的峰值幅度显著低于( $P = 0.035$ )高脑力负荷下MMN成分(Fz电极处)的峰值幅度。

对于P3a成分(Fz电极处)的峰值而言,单因素重复测量的方差分析方法结果显示,脑力负荷的主效应显著, $F(2, 24) = 5.448, P = 0.011$ 。进一步成对比较结果显示,对照组脑力负荷状态下P3a成分(Fz电极处)的峰值高于( $P = 0.09$ )低脑力负荷状态下P3a成分(Fz电极处)的峰值,对照组脑力负荷状态下P3a成分(Fz电极处)的峰值

显著高于 ( $P = 0.021$ ) 高脑力负荷状态下 P3a 成分 (Fz 电极处) 的峰值, 低脑力负荷下 P3a 成分 (Fz 电极处) 的峰值显著高于 ( $P = 0.008$ ) 高脑力负荷下 P3a 成分 (Fz 电极处) 的峰值。

在心电评价指标中, 对于 SDNN 成分而言, 单因素重复测量的方差分析方法结果显示, 脑力负荷的主效应显著,  $F(2, 24) = 11.163, P < 0.001$ 。进一步成对比较结果显示, 对照组脑力负荷状态下 SDNN 成分的值显著高于 ( $P = 0.023$ ) 低脑力负荷状态下 SDNN 成分的值, 对照组脑力负荷状态下 SDNN 成分的值显著高于 ( $P = 0.002$ ) 高脑力负荷状态下 SDNN 成分的值, 低脑力负荷下 SDNN 成分的值显著高于 ( $P = 0.013$ ) 高脑力负荷下 SDNN 成分的值。

在眼电评价指标中, 对于眨眼次数指标而言, 单因素重复测量的方差分析方法结果显示, 脑力负荷的主效应显著,  $F(2, 24) = 8.588, P = 0.002$ 。进一步成对比较结果显示, 对照组脑力负荷状态下眨眼次数的值高于 ( $P = 0.374$ ) 低脑力负荷状态下眨眼次数的值, 对照组脑力负荷状态下眨眼次数的值显著高于 ( $P = 0.004$ ) 高脑力负荷状态下眨眼次数的值, 低脑力负荷下眨眼次数的值显著高于 ( $P = 0.003$ ) 高脑力负荷下眨眼次数的值。

### 3 建模

#### 3.1 建模方法

分别选取被试者在 2 种不同脑力负荷状态下的各个单一生理测量指标 (共 4 个)、各生理测量指标之间两两组合 (共 6 个)、三生理测量指标组合 (共 4 个) 以及四生理测量指标组合 (1 个), 分别采用基于 Fisher 思想的 Bayes 判别方法, 构建基于生理测量指标的飞机驾驶舱显示界面脑力负荷判别预测生理综合评估模型。

在 Bayes 判别方法中, 首先需要计算样本的先验概率, 然后在先验概率的基础上, 利用判别函数所提供的信息对先验概率进行调整, 最后得到某个样本属于哪个类别的概率估计。具体如下<sup>[15]</sup>:

1) 计算样本点  $X$  属于总体  $G_i (i = 1, 2, \dots, k)$  的概率, 记为  $p(G_i | X)$ 。

2) 根据  $k$  个概率值的大小决策, 样本点  $X$  应属于概率最大的类别 (总体)。

计算  $p(G_i | X)$  时, 需考虑以下 3 个方面:

1) 计算先验概率。这里, 先验概率是指随机抽取一个样本属于总体  $G_i (i = 1, 2, \dots, k)$  的概率, 记为  $p(G_i)$ , 可将其视为先验知识, 设  $k$  个总

体  $G_1, G_2, \dots, G_k$  的先验概率分别为  $q_1, q_2, \dots, q_k$ 。先验概率可以根据样本直接获得, 也可以根据熵最大原则, 令  $q_1 = q_2 = \dots = q_k$ 。

2) 计算样本似然。这里, 样本似然是指在总体  $G_i (i = 1, 2, \dots, k)$  中抽到样本  $X$  的概率或概率密度, 记为  $p(G_i | X)$ 。

以 2 个总体为例。如果判别变量服从多元正态分布, 且各总体 (类别) 的协方差矩阵相等, 则在总体  $G_i$  中抽到样本  $X$  的概率密度  $p(G_i | X)$ , 即为多元正态分布的密度函数:

$$p(G_i | X) = \frac{1}{|\omega| \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-(1/2)(X - \mu^{(1)})'(\omega)^{-1}(X - \mu^{(1)})\right] \quad (1)$$

式中:  $|\omega|$  为协方差矩阵的行列式值, 称为广义方差; 中括号部分为马氏距离  $D_1^2$ , 于是有

$$p(G_i | X) = \frac{1}{|\omega| \sqrt{2\pi}} \exp\left[-(1/2)D_1^2\right] \quad (2)$$

同理, 在总体  $G_2$  中抽到样本  $X$  的概率密度:

$$p(G_i | X) = \frac{1}{|\omega| \sqrt{2\pi}} \exp\left[-(1/2)D_2^2\right] \quad (3)$$

3) 计算样本属于总体  $G_i (i = 1, 2, \dots, k)$  的概率  $p(G_i | X)$ 。

根据 Bayes 定义, 用判别函数的信息调整先验概率, 有

$$p(G_i | X) = \frac{q_i p(X | G_i)}{\sum_{j=1}^k q_j p(X | G_j)} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (4)$$

由于  $p(X | G_i)$  与  $\exp(-1/2)D_i^2$  成比例, 因此, Bayes 判别函数为

$$p(G_i | X) = \frac{q_j \exp(-1/2)D_i^2}{\sum_{j=1}^k q_j \exp(-1/2)D_j^2} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

样本  $X$  应属于  $p(G_i | X)$  最大的类。

#### 3.2 模型的确立及使用说明

采用眼电指标眨眼次数 (Eye Blink) 和脑电指标 P3a 所构建的判别方程组如下:

$$y_1 = 0.019x_1 - 0.515x_2 - 2.215 \quad (6)$$

$$y_2 = 0.010x_1 - 0.144x_2 - 1.032 \quad (7)$$

式中:  $y_1$  为低脑力负荷状态的判别函数值;  $y_2$  为高脑力负荷状态的判别函数值;  $x_1$  为眼电指标眨眼次数;  $x_2$  为脑电指标 P3a 的峰值。根据  $x_1$  和  $x_2$  的值分别进行计算和比较  $y_1$  和  $y_2$  的值, 若  $y_1$  的值大, 则认为处于低脑力负荷状态; 若  $y_2$  的值大, 则认为处于高脑力负荷状态。

### 3.3 各类模型判别预测准确率的检验

采用回代检验法和交叉检验法2种方法,来检验所构建的15个Bayes的Fisher线性判别函数对相应实验条件下脑力负荷等级的判别预测准确率。回代检验法是将所测的26组被试者样本数据回代到所构建的判别函数中,以便评价等级判定和预测的准确率,验证结果如表5所示。交叉检验法是在其中25个样本数据的基础上建立判别预测模型,并用该模型预测剩余1个样本类别变量的取值,所有样本依次循环检验1次,共进行26次,其检验结果如表6所示。

表5 基于回代检验法的各类模型判别预测准确率比较

Table 5 Results of prediction accuracy of various models based on original validation method

评估指标	预测脑力负荷的准确率/%		
	低	高	平均
SDNN	46.15	61.54	53.85
MMN	61.54	46.15	53.85
Eye Blink	46.15	69.23	57.69
P3a	69.23	53.85	61.54
(SDNN, MMN)	76.92	69.23	73.08
(SDNN, Eye Blink)	61.54	76.92	69.23
(SDNN, P3a)	61.54	61.54	61.54
(MMN, Eye Blink)	61.54	53.85	57.69
(MMN, P3a)	76.92	69.23	73.08
(Eye Blink, P3a)	76.92	84.62	80.77
(SDNN, MMN, Eye Blink)	69.23	84.62	76.92
(SDNN, MMN, P3a)	76.92	69.23	73.08
(MMN, Eye Blink, P3a)	69.23	69.23	69.23
(Eye Blink, P3a, SDNN)	61.54	84.62	73.08
(SDNN, MMN, Eye Blink, P3a)	69.23	84.62	76.92

表6 基于交叉检验法的各类模型判别预测准确率比较

Table 6 Results of prediction accuracy of various models based on cross validation method

评估指标	预测脑力负荷的准确率/%		
	低	高	平均
SDNN	46.15	61.54	53.85
MMN	61.54	46.15	53.85
Eye Blink	46.15	69.23	57.69
P3a	69.23	53.85	61.54
(SDNN, MMN)	69.23	69.23	69.23
(SDNN, Eye Blink)	61.54	76.92	69.23
(SDNN, P3a)	61.54	61.54	61.54
(MMN, Eye Blink)	53.85	53.85	53.85
(MMN, P3a)	69.23	46.15	57.69
(Eye Blink, P3a)	69.23	76.92	73.08
(SDNN, MMN, Eye Blink)	61.54	69.23	65.38
(SDNN, MMN, P3a)	76.92	69.23	73.08
(MMN, Eye Blink, P3a)	69.23	46.15	57.69
(Eye Blink, P3a, SDNN)	61.54	69.23	65.38
(SDNN, MMN, Eye Blink, P3a)	61.54	69.23	65.38

回代检验法表明,对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷等级进行判别预测时,采用单个生理测量

指标模型进行判别预测时,脑电指标P3a的判别预测准确率最高,其对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为53.85%和69.23%,平均判别预测准确率为61.54%。采用双生理测量指标综合模型进行判别时,眼电指标Eye Blink和脑电指标P3a组合的判别预测准确率最高,该组合对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为84.62%和76.92%,平均判别预测准确率为80.77%。采用三生理测量指标综合模型进行判别时,心电指标SDNN、脑电指标MMN及眼电指标Eye Blink组合的判别预测准确率最高,该组合对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为84.62%和69.23%,平均判别预测准确率为76.92%。采用四生理测量指标综合模型的判别方法中,心电指标SDNN、脑电指标MMN和P3a及眼电指标Eye Blink对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为84.62%和69.23%,平均判别预测准确率为76.92%。

交叉检验法表明,对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷等级进行判别预测时,采用单个生理测量指标模型进行判别预测时,脑电指标P3a的判别预测准确率最高,其对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为53.85%和69.23%,平均判别预测准确率为61.54%。采用双生理测量指标综合模型进行判别时,眼电指标Eye Blink和脑电指标P3a组合的判别预测准确率最高,该组合对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为76.92%和69.23%,平均判别预测准确率为73.08%。采用三生理测量指标综合模型进行判别时,心电指标SDNN、脑电指标MMN和P3a组合的判别预测准确率最高,该组合对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为69.23%和76.92%,平均判别预测准确率为73.08%。采用四生理测量指标综合模型的判别方法中,心电指标SDNN、脑电指标MMN和P3a及眼电指标Eye Blink对高、低2种脑力负荷的判别预测准确率分别为69.23%和61.54%,平均判别预测准确率为65.38%。

从总体判别预测准确率来看,2种检验方法均表明,采用眼电指标Eye Blink和脑电指标P3a所建立的双指标生理综合评估模型的对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷等级的判别预测准确率最高。基于回代检验法的检验结果,该综合评估模型的对于高负荷和低负荷的判别预测准确率分别为84.62%和76.92%,平均判别预测准确率为80.77%;基于交叉检验法的检验结果,该综合评

估模型的判别预测准确率在 69.23% ~ 76.92% 之间,平均判别预测准确率为 73.08%。

### 3.4 生理综合评估模型与 NASA\_TLX 量表的比较

为检验所建立的双生理测量指标综合评估模型的工程应用价值,将综合采用回代检验法和交叉检验法对双生理评估指标综合评估模型与工程领域常用的 NASA\_TLX 量表的判别预测结果进行对比,结果如表 7 和表 8 所示。

表 7 基于回代检验法的生理测量指标综合评估模型与 NASA\_TLX 量表评估结果的比较

Table 7 Evaluation results of physiological indicators and NASA\_TLX of integrated evaluation model based on original validation method

实际类别	基于生理模型的预测类别	基于 NASA_TLX 的预测类别	实际类别	基于生理模型的预测类别	基于 NASA_TLX 的预测类别
1	2	1	2	2	2
1	1	2	2	1	2
1	1	2	2	2	2
1	1	1	2	2	2
1	1	1	2	2	1
1	1	1	2	2	2
1	2	1	2	2	1
1	1	1	2	2	2
1	1	1	2	1	2
1	1	1	2	2	2
1	1	2	2	2	2
1	2	1	2	2	2
1	1	1	2	2	1

注:“1”—在低脑力负荷水平;“2”—在高脑力负荷水平。

表 8 基于交叉检验法的生理指标综合评估模型与 NASA\_TLX 量表评估结果的比较

Table 8 Evaluation results of physiological indicators and NASA\_TLX of integrated evaluation model based on cross validation method

实际类别	基于生理模型的预测类别	基于 NASA_TLX 的预测类别	实际类别	基于生理模型的预测类别	基于 NASA_TLX 的预测类别
1	2	1	2	2	2
1	1	2	2	1	2
1	1	2	2	2	2
1	1	1	2	2	2
1	1	1	2	2	1
1	1	1	2	2	2
1	2	1	2	2	1
1	2	1	2	2	2
1	1	1	2	1	2
1	1	1	2	2	2
1	1	2	2	2	2
1	2	1	2	2	2
1	1	1	2	2	1

注:“1”—在低脑力负荷水平;“2”—在高脑力负荷水平。

从表 7 所示的比较结果可知,回代检验法的检验结果表明,采用双生理测量指标综合评估模型和 NASA\_TLX 量表 2 种方法的平均判别预测准确率分别为 80.77% 和 76.92%。其中对于低负荷的判别预测,2 种方法的判别预测准确率相同,均为 76.92%。对于高负荷的判别预测,基于双生理测量指标的综合评估模型的判别预测准确率略高于基于 NASA\_TLX 量表的判别预测准确率,两者的判别预测准确率分别为 84.62% 和 76.92%。

从表 8 所示的比较结果可知,交叉检验法的检验结果表明,2 种方法的平均判别预测准确率相同,均为 76.92%。其中对于低负荷的判别预测,基于 NASA\_TLX 量表的判别预测准确率略高于基于双生理测量指标的综合评估模型的判别预测准确率,两者的判别预测准确率分别为 76.92% 和 69.23%。对于高负荷的判别预测,基于生理测量指标的综合评估模型的判别预测准确率略高于基于 NASA\_TLX 量表的判别预测准确率,两者的判别预测准确率分别为 84.62% 和 76.92%。

从总体分类判别准确来看,采用双生理测量指标综合评估模型和 NASA\_TLX 量表 2 种方法对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷等级的平均判别准确率接近,分别为 78.85% 和 76.92%。上述 2 种检验方法也表明采用这 2 种方法均可在一定精确度范围内对高、低 2 种不同难度的飞机驾驶舱显示界面飞行任务中的脑力负荷水平进行等级划分。

由此可见,采用双生理测量指标综合评估模型对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷作综合评估总体上有可能替代 NASA\_TLX 量表评估方法。多生理测量指标综合评估模型不仅可以用于判别,更可有效用于实时客观预测,从而可能更适用于对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷的等级评价。

## 4 讨论

### 4.1 3 类评估指标对脑力负荷变化的敏感性

在本研究中,NASA\_TLX 量表的分值随着任务难度的增加而逐级显著增加,这与 Lehrer<sup>[16]</sup>、Sohn<sup>[17]</sup> 和 Karavidas<sup>[18]</sup> 等对与飞行任务相关的研究结果一致。这一结果也充分说明,从被试者主观的角度来看,本实验中不同飞行任务难度之间的脑力负荷等级设置是有差异的,是符合实验设置预期的。

在本研究中,被试者的飞行作业绩效随着任务难度的增加而逐级显著下降,具体表现为飞行

作业正确操作率逐级显著下降,反应时间逐级显著延长。这一研究结果与前期研究结果一致<sup>[2,9,11]</sup>,也印证了 Williges 和 Wierwille 所提出的假设,他们提出在脑力负荷的研究中可以通过控制任务的难度来改变任务负荷水平,并通过作业绩效指标检测任务难度的变化<sup>[19]</sup>。

在本文3类生理指标中,在脑电指标方面,随着脑力负荷的增加,MMN成分的峰值(在Fz电极处)显著增加,P3a成分的峰值(在Fz电极处)显著降低;在心电指标方面,随着脑力负荷的增加,SDNN的数值显著降低;在眼电指标方面,随着脑力负荷的增加,眨眼次数显著降低。

#### 4.2 各模型评估结果

各种组合的判别预测准确率检验结果表明,基于多生理测量指标综合评估模型对脑力负荷水平的判别预测准确率总体上要高于单项生理测量指标的判别准确率,这说明采用多维综合评估模型对脑力负荷进行判别总体上比采用单一指标判别更为有效。

但是,通过上述2种检验方法,本研究同时发现,在所构建的各类生理综合评估模型中,由眼电指标 Eye Blink 和脑电指标 P3a 组合,所建立的双生理测量指标综合评估模型对飞机驾驶舱显示界面脑力负荷等级的判别预测准确率高于一生理测量指标综合评估模型和四生理测量指标综合评估模型。这一数学建模结果说明,在选择不同生理测量指标建立综合评估模型的过程中,并非所选择的生理评估指标越多模型的预测准确率就越高,而应根据具体的飞机驾驶舱显示界面和脑力负荷飞行任务,建立多种不同组合的生理综合评估模型,通过比较各个模型的判别预测准确率方能得出更优的生理数学模型。

#### 4.3 研究的意义

在飞机驾驶舱显示界面设计的早期阶段,飞机设计人员需要采取相应的评估指标和评估模型来判别、预测显示界面不同设计方案下飞行员的脑力负荷水平,以便及时调整脑力任务设计,进而优化驾驶舱显示界面的设计方案,有效提高设计效率,节约设计成本。在初始适航审定工作中,审定人员需要量化的验证方法用于验证设计的适航符合性,从而有助于提高适航审定效率,促进适航审定工作的顺利开展。本研究由通过设置动态飞行过程中所需监视的仪表数量和异常信息任务,综合采用多种生理测量指标测量开展飞行脑力负荷的实验测量与数学建模研究,并最终基于多生理测量指标建立了脑力负荷判别预测模型。从而

为飞机设计人员和适航审定人员提供了帮助。

根据飞行过程中实时采集的 ERP、ECG 和 EOG 等生理测量指标,结合飞机驾驶舱脑力负荷判别预测生理综合评估模型,能够实现对飞行员脑力负荷状态的实时监控、分析以及预测,从而针对预期可能出现的飞行员脑力负荷超载情况提出实时、有效的解决方案,降低航空事故或事故征候的发生概率。

本文所建立的数学模型,为中国正在研发的新一代大型战斗机和大型客机驾驶舱显示界面中的人为因素适航审定人员提供了新的量化的适航符合性验证方法,以提高审定的效率和针对性,从而促进了人为因素适航审定工作的顺利开展。

## 5 结 论

本文综合采用飞行作业绩效测量法、主观评价法和3类不同的生理测量方法,在飞行模拟条件下开展脑力负荷实验测量与理论建模研究,结果表明:

1) 脑电指标(MMN成分的峰值、P3a成分的峰值)、心电指标(心率变异性指标SDNN)和眼电指标(Eye Blink)这3类指标均可较准确地反映飞机驾驶舱显示界面脑力负荷变化特性。

2) 基于多生理测量指标综合评估模型对脑力负荷水平的判别预测准确率总体上要高于单项生理测量指标的判别准确率。

3) 在选择不同生理测量指标建立综合评估模型的过程中,并非所选择的生理测量指标越多模型的预测准确率就越高,而应根据具体的飞机驾驶舱显示界面和脑力负荷飞行任务,建立多种不同组合的生理综合评估模型,通过比较各个模型的判别预测准确率方能得出更优的生理数学模型。

4) 本文提出的双生理测量指标综合评估模型与NASA\_TLX量表对脑力负荷的判别准确率接近,从而为飞机驾驶舱显示界面脑力负荷等级的客观、实时判定提供了一种新的方法。

**致谢** 感谢北京航空航天大学505教研室刘晨和张欢2位硕士研究生在实验过程中给予的协助和支持。

#### 参考文献 (References)

- [1] 郭小朝,刘宝善,马雪松,等.新型歼击机滑出/起飞阶段飞行员信息使用需求[J].人类工效学,2002,8(2):1-7.

- by advanced fighter pilots for displays in taxiing take-off [J]. Chinese Journal of Ergonomics, 2002, 8(2): 1-7 (in Chinese).
- [ 2 ] 卫宗敏, 完颜笑如, 庄达民. 飞机座舱显示界面脑力负荷测量与评价 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(1): 86-91. WEI Z M, WANYAN X R, ZHUANG D M. Measurement and evaluation of mental workload for aircraft cockpit display interface [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(1): 86-91 (in Chinese).
- [ 3 ] 卫宗敏. 飞机驾驶舱显示界面脑力负荷实验测量与数学建模 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2014: 7-8. WEI Z M. The experimental measurement and mathematical modeling of mental workload of aircraft cockpit display interface [D]. Beijing: Beihang University, 2014: 7-8 (in Chinese).
- [ 4 ] AKYEAMPONG J, UDOKA S, CARUSO G, et al. Evaluation of hydraulic excavator human-machine interface concepts using NASA-TLX [J]. International Journal of Industrial Ergonomics, 2014, 44(3): 374-382.
- [ 5 ] CAO A, CHINTAMANI K K, PANDYA A K, et al. NASA-TLX; Software for assessing subjective mental workload [J]. Behavior Research Methods, 2009, 41(1): 113-117.
- [ 6 ] BYRNE A, TWEED N, HALLIGAN C. A pilot study of the mental workload of objective structured clinical examination examiners [J]. Medical Education, 2014, 48(3): 262-267.
- [ 7 ] BORGHINI G, ASTOLFI L, VECCHIATO G, et al. Measuring neurophysiological signals in aircraft pilots and car drivers for the assessment of mental workload, fatigue and drowsiness [J]. Neuroscience & Biobehavioral Reviews, 2014, 44: 58-75.
- [ 8 ] HART S G, STAVELAND L E. Development of NASA-TLX (task load index): Results of empirical and theoretical research [J]. Advances in Psychology, 1988, 52(6): 139-183.
- [ 9 ] WEI Z M, ZHUANG D M, WANYAN X R, et al. A theoretical model of mental workload in pilots based on multiple experimental measurements [M] // HARRIS D. Engineering Psychology and Cognitive Ergonomics. Berlin: Springer International Publishing, 2014: 104-113.
- [ 10 ] URSIN H, URSIN R. Physiological indicators of mental workload [M] // MORAY N. Mental workload. New York: Springer US, 1979: 349-365.
- [ 11 ] WEI Z M, ZHUANG D M, WANYAN X R, et al. A model for discrimination and prediction of mental workload of aircraft cockpit display interface [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(5): 1070-1077.
- [ 12 ] MIYAKE S, YAMADA S, SHOJI T, et al. Physiological responses to workload change. A test/retest examination [J]. Applied Ergonomics, 2009, 40(6): 987-996.
- [ 13 ] 康卫勇, 袁修干, 柳忠起. 基于脑力负荷飞机座舱视觉显示界面优化设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(7): 782-785. KANG W Y, YUAN X G, LIU Z Q. Optimization design of vision display interface in plane cockpit based on mental workload [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(7): 782-785 (in Chinese).
- [ 14 ] CAIN B. A review of the mental workload literature [J]. Defence Research & Development, 2007, 9(4): 1-34.
- [ 15 ] 薛薇. SPSS 统计分析方法及应用 [M]. 3 版. 北京: 电子工业出版社, 2013: 295-298. XUE W. SPSS statistical analysis and application [M]. 3rd ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2013: 295-298 (in Chinese).
- [ 16 ] LEHRER P, KARAVIDAS M, LU S E, et al. Cardiac data increase association between self-report and both expert ratings of task load and task performance in flight simulator tasks: An exploratory study [J]. International Journal of Psychophysiology, 2010, 76(2): 80-87.
- [ 17 ] SOHN S Y, JO Y K. A study on the student pilot's mental workload due to personality types of both instructor and student [J]. Ergonomics, 2003, 46(15): 1566-1577.
- [ 18 ] KARAVIDAS M K, LEHRER P M, LU S E, et al. The effects of workload on respiratory variables in simulated flight: A preliminary study [J]. Biological Psychology, 2010, 84(1): 157-160.
- [ 19 ] WILLIGES R C, WIERWILLE W W. Behavioral measures of aircrew mental workload [J]. Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, 1979, 21(5): 549-574.

#### 作者简介:

陆崑 男, 硕士, 副教授。主要研究方向: 航空器适航审定技术。

Tel.: 010-58250631

E-mail: lukun@camic.cn

卫宗敏 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 航空事故分析方法、适航审定技术与管理、人机工效学。

Tel.: 010-58250631

E-mail: weizongmin8411@163.com

# Integrated physiological model for mental workload assessment and prediction of aircraft flight deck display interface

LU Kun<sup>1</sup>, WEI Zongmin<sup>1,\*</sup>, ZHUANG Damin<sup>2</sup>, WANYAN Xiaoru<sup>2</sup>

(1. Development of Aircraft Airworthiness Certification, Civil Aviation Management Institute of China, Beijing 100102, China;

2. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** This paper focuses on the objective discrimination and prediction of mental workload of the aircraft flight deck display interface. By three physiological measurement methods of event-related potentials (ERP), electrocardiograph (ECG) and electro-oculogram (EOG), as well as subjective evaluation and performance evaluation, both experimental measurement and mathematical modeling of mental workload were carried out under the same flight simulation task conditions. The experimental results indicate that as the mental workload increased, the peak amplitude of the mismatch negativity (MMN) at Fz significantly increased, while the peak amplitude of P3a at Fz, the standard deviation of normal-to-normal RR intervals (SDNN) value, and the eye blink numbers significantly decreased. Based on the results of experimental measurement, the Bayesian discrimination analysis method was employed to construct the mental workload discrimination model of the aircraft flight deck display interface. The integrated physiological model showed a higher accuracy in the discrimination and prediction of mental workload compared with NASA\_TLX. Thus, this model provides not only a new approach for the objective and real-time discrimination and prediction of mental workload of the aircraft cockpit display interface, but also a new compliance verification tool for the human factor airworthiness certification of flight deck display interface of the new generation fighter aircraft and large passenger aircraft.

**Key words:** flight deck; display interface; mental workload; physiological measurement; prediction model; airworthiness certification

**Received:** 2015-04-24; **Accepted:** 2015-05-29; **Published online:** 2015-10-30 16:24

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1624.004.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1624.004.html)

**Foundation items:** National Basic Research Program of China (2010CB734104); Civil Aviation Security Capacity Building Funds (MHRD20141010)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-58250631 E-mail: weizongmin8411@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0286

# 空间绳系拖拽系统摆动特性与平稳控制



赵国伟\*, 张兴民, 唐斌, 孙亮

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

**摘 要:** 考虑了任务星与废星的姿态运动以及系统组合体的面内外姿态运动,建立了绳系拖拽离轨系统动力学与控制模型,以切向常值推力下绳系拖拽轨道转移为任务过程,分析了任务星在喷气和零动量轮的姿态反馈控制条件下飞行时,废星姿态摆动、系统组合体面内外摆动和任务星姿态运动的规律及相互影响关系。采用留位和阻尼控制相结合的绳系张力复合控制方法,并结合任务星姿态控制,确保绳系拖拽转移安全平稳进行。仿真结果表明:常值推力下绳系拖拽轨道转移时,牵挂点偏置诱发的废星姿态周期性摆动会激发绳系组合体的面内外同频率高阶摆动,星体姿态运动是任务星姿态扰动力矩产生的主要因素;采用张力复合控制可有效消除废星姿态摆动并保持星间相对距离,结合任务星姿态控制,可实现离轨过程的平稳与安全,大幅减少任务星的姿控能耗。

**关键词:** 绳系系统; 轨道转移; 摆动特性; 动力学; 张力控制

**中图分类号:** V412.4

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0694-09

随着空间技术的深入发展,航天器不断被送入太空,同时废弃航天器停留在轨道上形成了越来越多的空间垃圾,导致在役航天器与空间垃圾碰撞的可能性正逐年增加。2009年2月11日,俄罗斯废弃卫星(简称废星)“宇宙2251”和美国“铱星33”在太空相撞并产生几千块碎片<sup>[1]</sup>,成为人类历史上首次卫星相撞事故,这表明废弃航天器所形成的空间垃圾已经严重威胁到航天活动,空间碎片清理亟待解决。

空间绳系拖拽离轨是利用系绳与任务星相连的空间绳网/抓爪等捕获废弃卫星后,由任务星机动,实现对废弃卫星拖拽转移的新概念在轨操作技术<sup>[2-3]</sup>,可将地球静止轨道(GEO)废弃卫星拖拽转移至坟墓轨道,从而释放轨道资源。与动辄几千米到几十千米距离的传统绳系系统<sup>[4]</sup>和电

动力绳系系统<sup>[5]</sup>相比,空间绳系拖拽离轨系统具有系绳短(约10~200 m)、需在主动的集中推力下进行轨道机动的特点。由于采用柔绳连接,如何在轨道转移时避免系绳松弛造成缠绕、系绳张力过大造成断裂或两星接近发生碰撞,实现平稳的控制十分重要。作为近年一项新兴的在轨操作概念,目前对此问题的理论研究还不广泛。其中,文献[6]对张力作用下,绳系机器人捕获目标后构成的复合体的姿态控制问题进行了研究。而针对自身完全不具备控制能力的废星的拖拽转移问题,具有代表性的研究有:文献[7]针对绳系相对运动的3种风险的避免问题,提出了由加速、平衡、旋转和返回构成的4阶段绳系拖拽离轨方案;文献[8]提出了一种优化轨道转移方案,利用最优控制设计连续推力,从而实现绳系系统圆轨间

收稿日期: 2015-05-06; 录用日期: 2015-09-11; 网络出版时间: 2015-10-09 15:47

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151009.1547.006.html

基金项目: 国家自然科学基金(11572016)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339067 E-mail: zhaoguowei@buaa.edu.cn

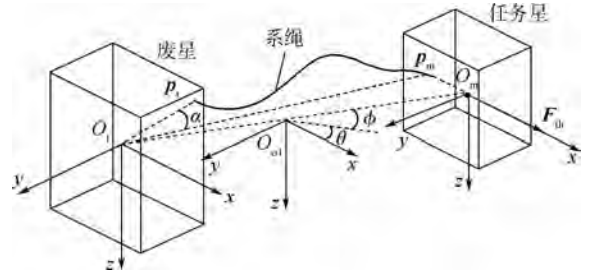
**引用格式:** 赵国伟, 张兴民, 唐斌, 等. 空间绳系拖拽系统摆动特性与平稳控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 694-702. ZHAO G W, ZHANG X M, TANG B, et al. Properties of pendulum motion of tether tugging system and its stable control[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 694-702 (in Chinese).

的转移;文献[9-10]推导了沿多种方向常值推力作用下离轨绳系系统的一阶摆动解析解,并分析了系统的摆动特性以及摆振耦合特性;文献[11]推导了系绳处于张紧状态时离轨绳系系统姿态的平衡位置解析解,并设计了基于分层滑模的张力控制方法以解决绳系系统机动过程中的姿态跟踪问题。前述研究揭示了拖拽离轨中的绳系系统动力学特性,并为控制策略提出了新的思路,研究中主要沿袭了传统绳系的建模方法,采用将星体视为质点的哑铃模型进行绳系组合体姿态研究。但当在模型中考虑星体姿态运动后,结果表明星体姿态摆动将激发出系统的高阶摆动<sup>[12-13]</sup>,直接影响到绳系系统尤其是短距离绳系系统姿态稳定;文献[14]通过仿真分析得出废星的面内姿态摆动会对任务星面内姿态产生扰动力矩,增加姿态稳定控制消耗,并提出了一种用于废星面内姿态摆动抑制与绳长保持的张力控制方法。而在考虑更具一般性的星体三维姿态运动时,离轨系统运动状况更为复杂,需进一步研究其运动规律与控制方法。在离轨过程中,绳系系统需满足安全与平稳两方面的要求,其中,安全是指拖拽过程中,任务星与废星需保持足够大的相对距离,以避免碰撞;而平稳一方面要求两星保持稳定的星间距,另一方面要求任务星姿态、废星姿态以及组合体系统面内外摆角处于稳定状态,以降低拖拽转移风险,并为组合体轨道转移精度和效率的提高提供条件。

本文针对切向连续常值推力作用下的废星绳系拖拽离轨问题,考虑了两星姿态运动,建立了绳系拖拽离轨系统动力学与控制模型,分析了废星姿态摆动、组合体面内外摆动和任务星姿态运动变化规律及其相互影响关系;将文献[14]中提出的张力控制方法由轨道面内推广至三维空间,并通过仿真验证了利用该方法结合任务星姿态控制进行绳系拖拽转移安全、稳定控制的有效性。

## 1 系统描述

离轨操作中绳系拖拽系统由任务星、废星和连接两星体的系绳三部分组成,连接关系如图1所示。任务星上系绳牵挂点在其本体坐标系 $x$ 轴,废星上系绳牵挂点偏离其本体坐标系 $x$ 轴。任务星利用喷气与动量轮控制实现三轴姿态稳定,废星姿态不能自控。任务星上施加切向连续常值推力,实现轨道转移。



$O_{o1}-xyz$ —第二轨道坐标系;  $O_1-xyz$ —废星本体坐标系;  $O_m-xyz$ —任务星本体坐标系;  $p_m$ —本体坐标系下任务星系绳牵挂点矢量;  $p_1$ —本体坐标系下废星系绳牵挂点矢量;  $\alpha$ — $O_1p_1$ 到 $O_1p_m$ 的夹角;  $\theta$ —系统面内摆角;  $\phi$ —系统面外摆角;  $F_{th}$ —任务星上施加的轨控推力。

图1 绳系拖拽系统组成与连接关系

Fig.1 Composition and connection of tether tugging system

## 2 系统建模

### 2.1 相关坐标系

1) 地心惯性坐标系  $O-XYZ$ : 原点位于地球质心,  $X$ 轴指向春分点,  $Z$ 轴沿地球自转轴指向北极,  $Y$ 轴由右手规则定义, 三轴向用矢量  $i, j$  和  $k$  表示。

2) 第二轨道坐标系  $O_{o1}-xyz$ : 原点位于系统绳系组合体质心,  $z$ 轴指向地心,  $x$ 轴在轨道平面内指向飞行方向,  $y$ 轴按照右手规则定义, 三轴向用矢量  $i_{o1}, j_{o1}$  和  $k_{o1}$  表示。

3) 任务星/废星本体坐标系  $O_m-xyz/O_1-xyz$ : 原点位于星体质心, 三坐标轴与星体惯量主轴重合。

### 2.2 系绳张力模型

拖拽离轨操作中系绳长度较短, 其质量(百克量级)远小于星体质量(百千克以上量级), 建模中采用无抗压能力的弹性杆模型<sup>[15]</sup>, 不计系绳的质量、阻尼, 系绳有纵向弹性变形, 不能抗压, 系绳只存在拉应力。系绳张力只与形变量  $\Delta L$  相关。定义星体上两系绳牵挂点连线矢量  $L_{tm}$ , 方向由废星牵挂点指向任务星牵挂点, 则有

$$L_{tm} = C_{mbi}^{-1} p_m - C_{1bi}^{-1} p_1 + r_m - r_1 \quad (1)$$

式中:  $C_{mbi}$  和  $C_{1bi}$  分别为地心惯性坐标系到任务星和废星本体坐标系的姿态转移矩阵;  $r_m$  和  $r_1$  分别为任务星、废星质心在地心惯性坐标系中的位置矢量。则

$$\Delta L = \begin{cases} |L_{tm}| - L & |L_{tm}| > L \\ 0 & |L_{tm}| \leq L \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $L$  为系绳松弛时的原长, 即零应变长度。

系绳张紧方向为系绳张力方向, 则系绳张力为

$$\mathbf{F}_T = \frac{\pi D^2 E}{4} \cdot \frac{\Delta L}{L} \cdot \frac{\mathbf{L}_{tm}}{|\mathbf{L}_{tm}|} \quad (3)$$

式中:  $D$  为系绳直径;  $E$  为系绳弹性模量。

### 2.3 质心动力学模型

绳系拖拽系统动力学建模中, 主要考虑影响系统摆动的主要因素。系统所受外力中除任务星轨控推力和地球中心引力外, 可忽略其他外部摄动; 由于短期内任务星燃耗质量远小于任务星质量, 任务星质量变化对绳系系统摆动特性的影响可以忽略。由此, 地心惯性坐标系下任务星和废星质心动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}}_m = -\mu \mathbf{r}_m / r_m^3 + (\mathbf{F}_{th} - \mathbf{F}_T) / M_m \quad (4)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_t = -\mu \mathbf{r}_t / r_t^3 + \mathbf{F}_T / M_t \quad (5)$$

式中:  $\mu$  为地球引力常数;  $M_m$  和  $M_t$  分别为任务星、废星质量;  $r_m$  为  $\mathbf{r}_m$  的模;  $r_t$  为  $\mathbf{r}_t$  的模。

则系统质心位置与速度为

$$\mathbf{R} = (M_m \mathbf{r}_m + M_t \mathbf{r}_t) / (M_m + M_t) \quad (6)$$

$$\mathbf{V} = (M_m \dot{\mathbf{r}}_m + M_t \dot{\mathbf{r}}_t) / (M_m + M_t) \quad (7)$$

第二轨道坐标系三轴向量可表示为

$$\mathbf{k}_{o1} = -\mathbf{R} / |\mathbf{R}| \quad (8)$$

$$\mathbf{j}_{o1} = \mathbf{k}_{o1} \times (\mathbf{V} / |\mathbf{V}|) \quad (9)$$

$$\mathbf{i}_{o1} = \mathbf{j}_{o1} \times \mathbf{k}_{o1} \quad (10)$$

地心惯性坐标系到第二轨道坐标系的姿态转移矩阵可以表示为

$$\mathbf{C}_{o1i} = [\mathbf{i}_{o1} \quad \mathbf{j}_{o1} \quad \mathbf{k}_{o1}]^T \quad (11)$$

第二轨道坐标系下废星质心到任务星质心连线矢量为

$$\mathbf{r}_o = \mathbf{C}_{o1i} (\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_t) \quad (12)$$

定义系统面内摆角  $\theta$ 、面外摆角  $\phi$  为

$$\theta = \arctan(-r_{oz} / r_{ox}) \quad (13)$$

$$\phi = \arctan(r_{oy} / \sqrt{r_{ox}^2 + r_{oz}^2}) \quad (14)$$

### 2.4 星体姿态动力学模型

忽略任务星与废星的柔性, 将其视为刚体, 则可采用动量矩定律建立任务星与废星姿态动力学方程:

$$\mathbf{I}_m \dot{\boldsymbol{\omega}}_m + \boldsymbol{\omega}_m \times (\mathbf{I}_m \boldsymbol{\omega}_m) = \mathbf{p}_m \times (-\mathbf{C}_{mbi} \mathbf{F}_T) + \mathbf{T}_c \quad (15)$$

$$\mathbf{I}_t \dot{\boldsymbol{\omega}}_t + \boldsymbol{\omega}_t \times (\mathbf{I}_t \boldsymbol{\omega}_t) = \mathbf{p}_t \times (\mathbf{C}_{tbi} \mathbf{F}_T) \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{I}_m$  和  $\mathbf{I}_t$  分别为任务星、废星的转动惯量矩阵;  $\boldsymbol{\omega}_m$  和  $\boldsymbol{\omega}_t$  分别为两星体角速度在各自本体坐标系下的投影;  $\mathbf{T}_c$  为任务星姿态控制力矩。

### 2.5 姿态四元数与欧拉角

绳系拖拽过程中, 不排除星体姿态剧烈变化的情况, 为了防止模型中出现奇点, 采用四元数描述星体姿态运动方程。设四元数  $\mathbf{Q} = q_0 + \mathbf{q}$ ,  $q_0$  为

四元数标量项,  $\mathbf{q}$  为矢量项,  $\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$ , 则姿态运动学方程为

$$\dot{\mathbf{q}}_{m0} = -1/2 \mathbf{q}_m^T \boldsymbol{\omega}_m \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_m = 1/2 [q_{m0} \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\mathbf{q}_m \times]] \boldsymbol{\omega}_m \quad (18)$$

$$\dot{q}_{t0} = -1/2 \mathbf{q}_t^T \boldsymbol{\omega}_t \quad (19)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_t = 1/2 [q_{t0} \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\mathbf{q}_t \times]] \boldsymbol{\omega}_t \quad (20)$$

式中:  $\mathbf{Q}_m$  为任务星姿态四元数;  $\mathbf{Q}_t$  为废星姿态四元数;  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  为单位矩阵;  $[\mathbf{q}_m \times]$  和  $[\mathbf{q}_t \times]$  为叉乘矩阵。

根据姿态四元数可得到姿态转移矩阵:

$$\mathbf{C}_{mbi} = \mathbf{I}_{3 \times 3} - 2q_{m0} [\mathbf{q}_m \times] + 2[\mathbf{q}_m \times][\mathbf{q}_m \times] \quad (21)$$

$$\mathbf{C}_{tbi} = \mathbf{I}_{3 \times 3} - 2q_{t0} [\mathbf{q}_t \times] + 2[\mathbf{q}_t \times][\mathbf{q}_t \times] \quad (22)$$

则第二轨道坐标系到两星体本体坐标系的姿态转移矩阵为

$$\mathbf{C}_{mbo1} = \mathbf{C}_{mbi} \mathbf{C}_{o1i}^{-1} \quad (23)$$

$$\mathbf{C}_{tbo1} = \mathbf{C}_{tbi} \mathbf{C}_{o1i}^{-1} \quad (24)$$

记第二轨道坐标系到任务星和废星本体坐标系的四元数分别为  $\mathbf{Q}_{1m}$  和  $\mathbf{Q}_{1t}$ , 则有

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{1m} = f(\mathbf{C}_{mbo1}) \\ \mathbf{Q}_{1t} = f(\mathbf{C}_{tbo1}) \end{cases} \quad (25)$$

式中: 函数

$$f(\mathbf{C}) = \begin{bmatrix} \sqrt{1 + \text{trace}(\mathbf{C})} / 2 \\ (C_{2,3} - C_{3,2}) / (2\sqrt{1 + \text{trace}(\mathbf{C})}) \\ (C_{3,1} - C_{1,3}) / (2\sqrt{1 + \text{trace}(\mathbf{C})}) \\ (C_{1,2} - C_{2,1}) / (2\sqrt{1 + \text{trace}(\mathbf{C})}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

由第二轨道坐标系以 3-2-1 的顺序转动到任务星和废星本体坐标系, 所对应的欧拉旋转角  $\gamma$ 、 $\beta$  和  $\psi$  分别为

$$\begin{cases} \gamma_m = \arctan \{ 2(q_{1m1} q_{1m2} + q_{1m3} q_{1m0}) / [1 - 2(q_{1m3}^2 + q_{1m2}^2)] \} \\ \beta_m = \arcsin [ -2(q_{1m1} q_{1m3} - q_{1m0} q_{1m2}) ] \\ \psi_m = \arctan \{ 2(q_{1m2} q_{1m3} + q_{1m0} q_{1m1}) / [1 - 2(q_{1m1}^2 + q_{1m2}^2)] \} \\ \gamma_t = \arctan \{ 2(q_{1t1} q_{1t2} + q_{1t3} q_{1t0}) / [1 - 2(q_{1t3}^2 + q_{1t2}^2)] \} \\ \beta_t = \arcsin [ -2(q_{1t1} q_{1t3} - q_{1t0} q_{1t2}) ] \\ \psi_t = \arctan \{ 2(q_{1t2} q_{1t3} + q_{1t0} q_{1t1}) / [1 - 2(q_{1t1}^2 + q_{1t2}^2)] \} \end{cases} \quad (27)$$

### 2.6 任务星姿态控制模型

在任务星控制律的设计中, 用姿态误差四元数和误差角速度来描述姿态运动<sup>[16]</sup>, 则有

$$\mathbf{Q}_e = \mathbf{Q}_d^{-1} \otimes \mathbf{Q}_{1m} = \begin{bmatrix} q_{1m0} & -\mathbf{q}_{1m}^T \\ \mathbf{q}_{1m} & q_{1m0} \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\mathbf{q}_{1m} \times] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{d0} \\ \mathbf{q}_d \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega}_d - \boldsymbol{\omega}_m \quad (29)$$

式中: $\boldsymbol{Q}_d$ 为任务星期望姿态四元数; $\boldsymbol{Q}_e$ 为姿态误差四元数, $\boldsymbol{Q}_e = q_{e0} + \boldsymbol{q}_e$ ;  $\boldsymbol{\omega}_d$ 为任务星相对系统质心第二轨道坐标系的期望角速度; $\boldsymbol{\omega}_e$ 为误差角速度。

### 1) 喷气控制系统模型

采用限制姿态反馈 PD 控制,控制律为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{mjc} &= -K_{jp} \boldsymbol{L}_{jp}(\boldsymbol{q}_e) - K_{jd} \boldsymbol{\omega}_e \quad (30) \\ \boldsymbol{L}_{jp}(q_{e,i}) &= \begin{cases} q_{e,i} & |q_{e,i}| < L_{jpmax,i} \\ \text{sgn}(q_{e,i}) L_{jpmax,i} & |q_{e,i}| \geq L_{jpmax,i} \end{cases} \quad i=1,2,3 \end{aligned} \quad (31)$$

式中: $L_{jpmax}$ 为姿态反馈限制系数; $K_{jp}$ 和  $K_{jd}$ 为反馈增益; $\boldsymbol{u}_{mjc}$ 为控制信号。

喷气系统为开关控制,连续的控制信号需转换为开关信号来决定喷气推进的开关。各喷气推进的开关信号与控制信息的关系为

$$\text{sig}(u_i) = \begin{cases} 1 & u_i \geq d_{p,i} \\ 0 & -d_{p,i} < u_i < d_{p,i} \\ -1 & u_i \leq -d_{p,i} \end{cases} \quad i=1,2,3 \quad (32)$$

喷气控制力矩为

$$\boldsymbol{T}_{mjc,i} = \text{sig}(u_{mjc,i}) \boldsymbol{T}_{p,i} \quad i=1,2,3 \quad (33)$$

式中: $\boldsymbol{T}_p$ 为三轴喷气控制力矩配置向量; $d_p$ 为喷气机构开关阈值。

### 2) 零动量轮控制系统模型

在任务星本体坐标系的3个轴上各安装一个反作用轮。采用 PD 控制律

$$\boldsymbol{T}_{mMc} = -K_{Mp} \boldsymbol{q}_e - K_{Md} \boldsymbol{\omega}_e \quad (34)$$

式中: $K_{Mp}$ 和  $K_{Md}$ 为反馈增益; $\boldsymbol{T}_{mMc}$ 为任务星本体坐标系下的动量轮控制力矩。

则任务星上姿态控制力矩为

$$\boldsymbol{T}_c = \boldsymbol{T}_{mjc} + \boldsymbol{T}_{mMc} \quad (35)$$

## 3 绳系拖拽离轨系统摆动特性分析

地球同步轨道废弃卫星的离轨操作是绳系拖拽技术的典型应用目标,通常拖拽转移的要求是在轨道面内将其轨道提高 300 km 左右至坟墓轨道。

由此,拟定 GEO 轨道上一个绳系拖拽离轨系统,其中任务星质量  $M_m = 1\,000\text{ kg}$ ,惯量  $\boldsymbol{I}_m = \text{diag}\{1\,000, 1\,000, 1\,000\}\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,废星质量  $M_l = 2\,000\text{ kg}$ ,惯量  $\boldsymbol{I}_l = \text{diag}\{2\,000, 2\,000, 2\,000\}\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ;两星体质心初始距离为 52.8 m,两星体初始角速度为零,初始系统摆角为零;初始时刻系绳为松弛状态,张力为零,系绳直径  $D = 0.001\text{ m}$ ,弹性模量  $E =$

$7 \times 10^9\text{ N/m}^2$ ,初始绳长 49.8 m;系绳在两星体上牵挂点在各自己本体坐标系下的矢量为  $\boldsymbol{p}_m = [-1\ 0\ 0]^T\text{ m}$ ,  $\boldsymbol{p}_l = [2\ 0.8165\ -0.8165]^T\text{ m}$ 。

零时刻开始在任务星上施加沿轨道正切向的连续常值离轨推力  $F_m = 60\text{ N}$ 。为保证离轨推力准确施加及系统安全飞行,需进行任务星姿态稳定控制,使任务星本体坐标系  $x$  轴与系统质心第二轨道坐标系  $x$  轴重合,故给出任务星相对于系统质心第二轨道坐标系的期望姿态四元数  $\boldsymbol{Q}_d = [1\ 0\ 0\ 0]^T$ ;喷气开关信号  $\boldsymbol{d}_p = [4\ 4\ 4]^T$ ,三轴喷气控制力矩为  $\boldsymbol{T}_p = [15\ 20\ 25]^T\text{ N} \cdot \text{m}$ ,限制姿态反馈控制参数  $\boldsymbol{L}_{jpmax} = [0.8\ 0.8\ 0.8]^T$ ,  $K_{jp} = 6\,000$ ,  $K_{jd} = 1\,200$ ;动量轮控制参数  $K_{Mp} = 120$ ,  $K_{Md} = 24$ 。

利用所建立的动力学与控制模型进行拖拽仿真,结果如图 2~图 7 所示。

可以看出离轨过程中废星姿态、组合体系统面内外摆角及任务星姿态周期性变化,为便于分析,将废星姿态、系统面内外摆角、任务星所受扰动力矩和任务星姿态进行快速傅里叶变换(FFT)到频域,如图 8~图 11 所示。

从图 2 和图 8 可以看出,由于牵挂点偏置,废星姿态作大幅度往复摆动,其摆动频率为 0.027 1 Hz。

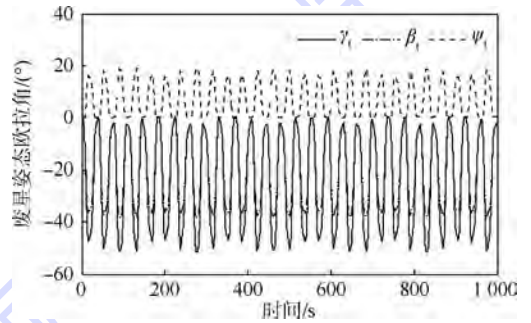


图2 废星姿态

Fig. 2 Attitude of abandoned satellite

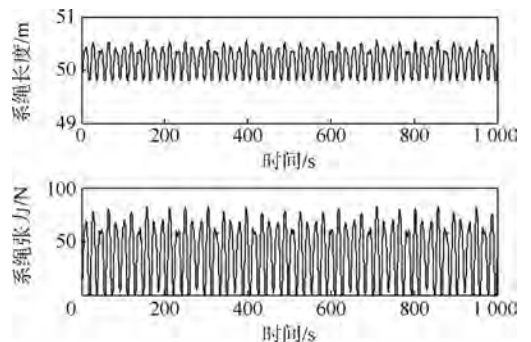


图3 系绳长度和系绳张力

Fig. 3 Tether length and tether tension

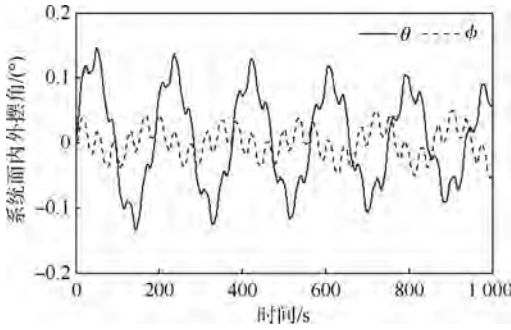


图4 绳系拖拽系统面内外摆角

Fig.4 In-plane angle and out-plane angle of tether tugging system

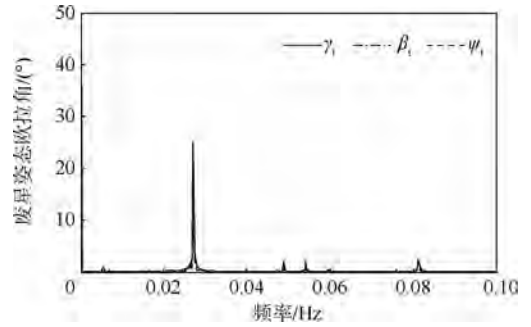


图8 废星姿态欧拉角 FFT

Fig.8 FFT of Euler attitude angles of abandoned satellite

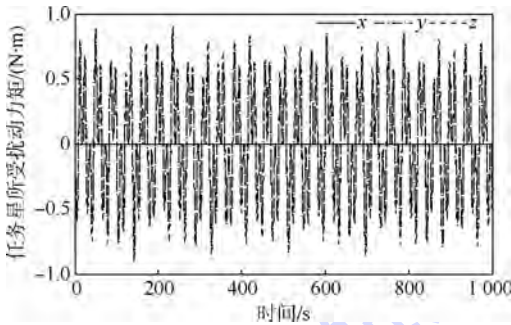


图5 任务星所受扰动力矩

Fig.5 Disturbance torque to mission satellite

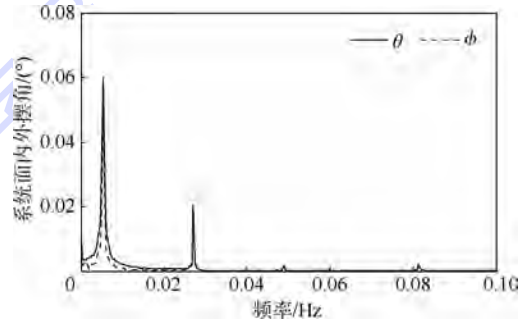


图9 绳系拖拽系统面内外摆角 FFT

Fig.9 FFT of in-plane angle and out-plane angle of tether tugging system

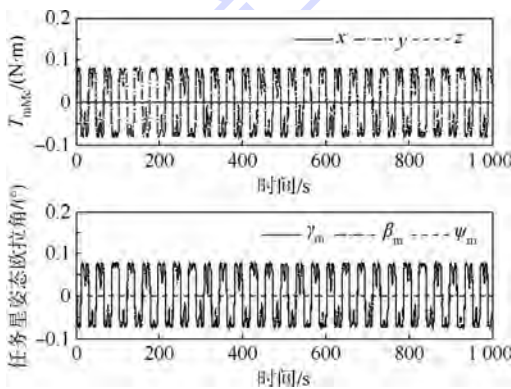


图6 动量轮控制力矩和任务星姿态

Fig.6 Momentum wheel control torque and attitude of mission satellite

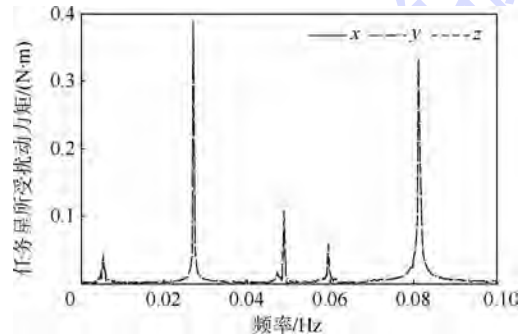


图10 任务星所受扰动力矩 FFT

Fig.10 FFT of disturbance torque to mission satellite

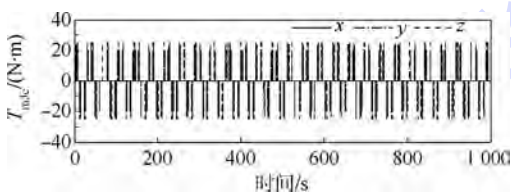


图7 喷气控制力矩

Fig.7 Jet control torque

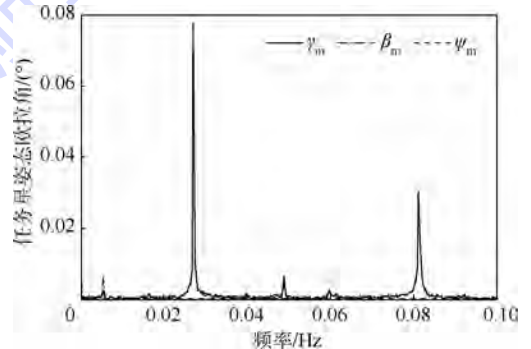


图11 任务星姿态欧拉角 FFT

Fig.11 FFT of Euler attitude angles of mission satellite

从图4和图9可以看出系统面内外摆动既包含低阶摆动也包含着高阶摆动,其低阶摆动频率为0.0054 Hz,与文献[10]所述系统面内外一阶摆动频率一致,另一频率点为0.0271 Hz,与废星

姿态摆动频率一致,表明废星姿态摆动激发了组合体系统面内外高阶摆动。

从图3~图7可以看出摆动的系绳和变化的

系绳张力对任务星产生扰动力矩,任务星需要频繁开启喷气控制和动量轮控制协同将姿态稳定在 $\pm 0.08^\circ$ 范围内,喷气时间占空比为0.014。

从图10和图11看出,任务星所受扰动力矩及姿态运动有2个峰值频率,分别为0.0271 Hz和0.0812 Hz,较高峰值频率对应废星摆动。

综上可知星体姿态摆动是影响拖拽过程稳定性的主要因素,废星姿态处于无控状态,其摆动会同时引起组合系统面内外高阶摆动,扰动任务星姿态,增加姿态控制喷气能耗,不利于进行长时间的安全稳定离轨操作。

如果转移过程不采用喷气控制,则任务星摆角变化曲线如图12所示。

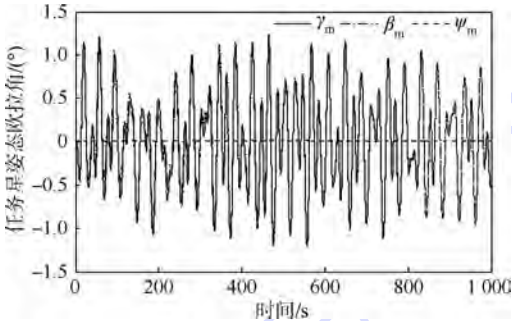


图12 不加喷气控制下的任务星姿态

Fig.12 Attitude of mission satellite without jet control

可以看出,在不施加喷气控制的情况下,拖拽机动中仅采用动量轮难以实现任务星姿态的稳定控制,不仅不利于系统的飞行安全,而且无法保证轨道转移推力矢量的方向稳定。因此要实现轨道转移推力的精确施加,安全平稳地完成轨道转移过程,需要消除废星姿态摆动,保持任务星姿态稳定。

#### 4 废星姿态摆动抑制方法

由于废星无自主调节控制能力,要对其进行姿态稳定控制,只能通过对系绳张力的调节来实现。与传统绳系系统一样,可在任务星上配置响应灵敏的系绳收放装置,用于调节系绳张力<sup>[17]</sup>。将文献[14]中结合留位控制和阻尼控制的张力控制方法推广应用于废星三维姿态摆动抑制与绳长保持,实现系绳张力的复合控制。

考虑到短时间内废星做近似平面摆动,故动力学方程可以简化为

$$I\dot{\omega} = T_{F_T} \quad (36)$$

式中: $I$ 为废星垂直于摆动面且过质心的摆动轴上的转动惯量; $\omega$ 为废星摆动角速度; $T_{F_T}$ 为系绳张力作用力矩在摆动轴上的分量。此外,夹角 $\alpha$

应近似满足

$$\ddot{\alpha} \approx \dot{\omega} \quad (37)$$

则式(36)又可简化为

$$I\ddot{\alpha} \approx -F_T p_1 \sin \alpha \quad (38)$$

式中: $p_1$ 为废星牵挂矢量长度; $F_T$ 为系绳张力大小。

则有

$$\ddot{\alpha} \approx -\frac{p_1}{I} F_T \sin \alpha \quad (39)$$

基于二阶阻尼系统,姿态抑制控制律可设计为

$$F'_T = \begin{cases} k_1 \dot{\alpha} (\sin \alpha)^{-1} + k_2 & \alpha \neq 0 \\ k_2 & \alpha = 0 \end{cases} \quad (40)$$

式中: $k_1$ 为摆角增益参数; $k_2$ 为常值反馈参数。

为了避免星体间的碰撞,系绳长度应被控制在期望值上,故设计距离保持补偿控制律为

$$F''_T = k_3 \dot{l} + k_4 (l - l_0) \quad (41)$$

式中: $l_0$ 为系绳期望长度; $l$ 为系绳当前长度; $k_3$ 为系绳长度速率反馈增益; $k_4$ 为系绳长度反馈增益。则复合控制器可以表述为

$$F_{Tc} = F'_T + F''_T \quad (42)$$

#### 5 绳系拖拽离轨平稳控制方法验证

在第3节典型案例的仿真模型中增加张力复合控制。取摆角反馈增益 $k_1 = 39$ ,常值反馈 $k_2 = 40$ ,系绳期望长度 $l_0 = 50.16$  m,系绳长度速率反馈增益 $k_3 = 15$ ,系绳长度反馈增益 $k_4 = 10$ 。在初始时刻系绳松弛状态下,拖拽转移过程仿真结果如图13~图18所示。

从仿真结果可以看出,系绳张力快速稳定在40 N,系绳长度保持在期望长度50.16 m左右,废星的偏航角、俯仰角和滚转角被控制在 $-22.2^\circ$ 、 $-20.6^\circ$ 和 $4.2^\circ$ 左右;夹角 $\alpha$ 被抑制在 $0.18^\circ$ 左右,对系统的影响属于小量;系统面内外摆角在

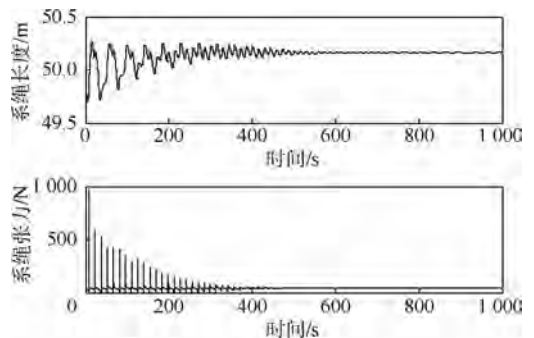


图13 张力控制下的系绳长度和系绳张力

Fig.13 Tether length and tether tension under tension control

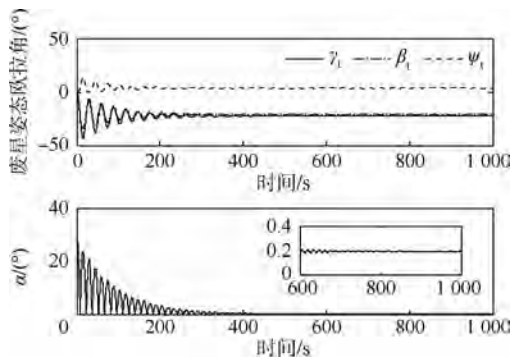


图 14 张力控制下的废星姿态和夹角  $\alpha$   
Fig. 14 Attitude of abandoned satellite and  $\alpha$  angle under tension control

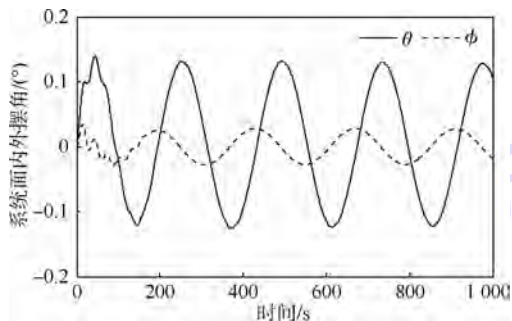


图 15 张力控制下的绳系拖拽系统面内外摆角  
Fig. 15 In-plane angle and out-plane angle of tether tugging system under tension control

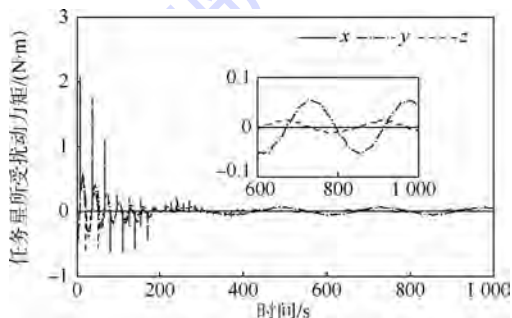


图 16 张力控制下的任务星所受扰动力矩  
Fig. 16 Disturbance torque to mission satellite under tension control

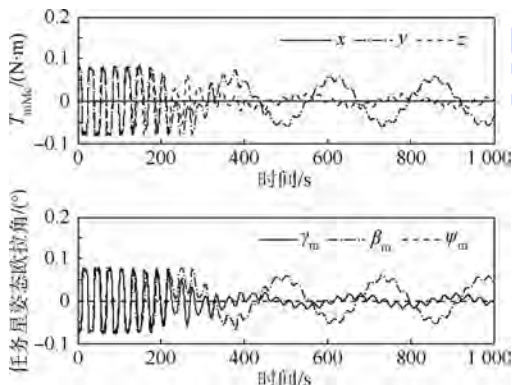


图 17 张力控制下的动量轮控制力矩和任务星姿态  
Fig. 17 Momentum wheel control torque and attitude of mission satellite under tension control

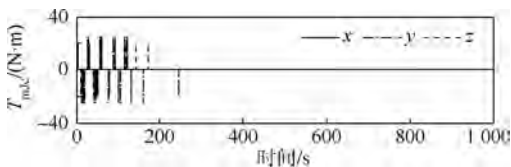


图 18 张力控制下的喷气控制力矩  
Fig. 18 Jet control torque under tension control

$\pm 0.15^\circ$ 和 $\pm 0.04^\circ$ 范围内,由废星姿态摆动引起的高阶摆动得到了抑制,但组合系统面内外摆动仍然存在,并未消除。

系绳对任务星的扰动力矩被控制在 $\pm 0.06 \text{ N} \cdot \text{m}$ 范围内;喷气控制次数明显减小,截止到275s喷气时间占空比为0.0045,相比复合控制之前减少了67.8%,并且在275s之后任务星姿态只需要动量轮控制,相比文献[14],适当增大动量轮控制参数后,控制效果更好,燃耗更低。

## 6 结 论

1) 在绳系拖拽转移过程中,若废星姿态处于无控状态,废星姿态、组合系统面内外摆角和任务星姿态呈周期性运动,其中废星上系绳牵挂点的偏置诱发的废星姿态周期性摆动是影响拖拽离轨安全平稳进行的主要因素,不仅会激发组合系统面内外高阶摆动,且会导致系绳张力对任务星产生较大幅度的姿态扰动力矩,任务星须增加额外的控制力矩以保证其姿态的平稳。

2) 采用留位和阻尼控制相结合的系绳张力复合控制方法,可有效抑制废星姿态摆动,极大地减弱废星姿态摆动对任务星姿态以及组合系统面内外摆动的影响,尽管对组合系统面内外摆动抑制不明显,但仍然可以使离轨过程更加平稳可靠,并减少任务星姿控能耗,延长任务星的工作寿命。

## 参考文献 (References)

[ 1 ] 邴启军,冯书兴. 基于卫星相撞事件的空间安全新思考 [ J ]. 装备指挥技术学院学报, 2009, 20 ( 5 ): 63-67.  
BING Q J, FENG S X. Reflection on space security concerning the satellites collision [ J ]. Journal of the Academy of Equipment Command & Technology, 2009, 20 ( 5 ): 63-67 ( in Chinese ).  
[ 2 ] XU W F, LIANG B, GAO D, et al. A space robotic system used for on-orbit servicing in the geostationary orbit [ C ] // 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems ( IROS ). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 4089-4094.  
[ 3 ] MANKALA K K, AGRAWAL S K. Dynamic modeling and sim-

- ulation of impact in tether net/gripper systems [J]. *Multibody System Dynamics*, 2004, 11(3): 235-250.
- [4] 朱仁璋, 林华宝. 论绳系卫星系统的运动中心 [J]. *中国空间科学技术*, 1998, 18(5): 7-12.  
ZHU R Z, LIN H B. The motion center of tethered satellite systems [J]. *Chinese Space Science and Technology*, 1998, 18(5): 7-12 (in Chinese).
- [5] PELAEZ J, LORENZINI E C, LOPEZ-REBOLLAL O, et al. A new kind of dynamic instability in electrodynamic tethers [C] // *Advances in the Astronautical Sciences*. San Diego: AAS, 2000, 105: 1367-1386.
- [6] 王东科, 黄攀峰, 孟中杰, 等. 空间绳系机器人抓捕后复合体姿态协调控制 [J]. *航空学报*, 2013, 34(8): 1998-2006.  
WANG D K, HUANG P F, MENG Z J, et al. Coordinate attitude of the combination system after target capture by a tethered space robot [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(8): 1998-2006 (in Chinese).
- [7] 刘海涛, 杨乐平, 张青斌, 等. 地球静止轨道废弃卫星绳系拖曳离轨研究 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2012, 42(7): 780-787.  
LIU H T, YANG L P, ZHANG Q B, et al. An investigation on tether-tugging de-orbit of defunct geostationary satellites [J]. *Science China Technological Sciences*, 2012, 42(7): 780-787 (in Chinese).
- [8] CHO S, MCCLAMROCH N H. Optimal orbit transfer of a spacecraft with fixed length tether [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2003, 51(2): 195-204.
- [9] ZHAO G W, SUN L, TAN S P, et al. Librational characteristics of a dumbbell modeled tethered satellite under small, continuous, constant thrust [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2013, 227(5): 857-872.
- [10] 孙亮, 赵国伟, 黄海, 等. 面内轨道转移过程中的绳系系统摆振特性研究 [J]. *航空学报*, 2012, 33(7): 1245-1254.  
SUN L, ZHAO G W, HUANG H, et al. Analysis of librational and vibrational characteristics for tethered systems during orbital transfer in plane [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(7): 1245-1254 (in Chinese).
- [11] SUN L, ZHAO G W, HUANG H. Stability and control of tethered satellite with chemical propulsion in orbital plane [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 74(4): 1113-1131.
- [12] SANTANGELO A. Optimal attitude control of a tethered end mass in the earth's upper atmosphere: AIAA-1997-0533 [R]. Reston: AIAA, 1997.
- [13] 王晓宇, 金栋平. 计入姿态的绳系卫星周期振动 [J]. *振动工程学报*, 2010, 23(4): 361-365.  
WANG X Y, JIN D P. Quasi-periodic oscillation of a tethered subsatellite with attitude [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2010, 23(4): 361-365 (in Chinese).
- [14] ZHAO G W, TANG B, SUN L, et al. Effect and control of pendular motion of abandoned satellite on tether drag system [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 513: 3900-3906.
- [15] 钟睿, 徐世杰. 基于直接配点法的绳系卫星系统变轨控制 [J]. *航空学报*, 2010, 31(3): 572-578.  
ZHONG R, XU S J. Orbit-transfer control for TSS using direct collocation method [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010, 31(3): 572-578 (in Chinese).
- [16] 刘海颖. 微小卫星姿态控制系统关键技术研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2008: 23-30.  
LIU H Y. Research on attitude control system key technologies for micro-satellite [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008: 23-30 (in Chinese).
- [17] MENON C, KRUIJFF M, VAVOULIOTIS A. Design and testing of a space mechanism for tether deployment [J]. *Journal of Spacecraft & Rockets*, 2007, 44(4): 927-939.

## 作者简介:

赵国伟 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 航天飞行器设计、航天飞行器动力学与控制、在轨操作系统。

Tel.: 010-82339067

E-mail: zhaoguowei@buaa.edu.cn

张兴民 男, 硕士研究生。主要研究方向: 在轨操作系统动力学与控制。

Tel.: 010-82339194

E-mail: bhzhangxingmin@126.com

## Properties of pendulum motion of tether tugging system and its stable control

ZHAO Guowei<sup>\*</sup>, ZHANG Xingmin, TANG Bin, SUN Liang

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Taking account of the attitude motion of tethered system, mission satellite and abandoned satellite, dynamics and control models of tethered system are established. According to the flight process under a constant thrust in the tangential direction, an attitude control of mission satellite is adopted on the basis of thrusters and momentum wheels; then, the characteristics of the oscillation of abandoned satellite, the pendulum motion of tethered system and the attitude motion of mission satellite are studied and effects among each other are analyzed. In order to ensure the flight safety of tethered system, the tether tension control which includes damp control law and position-keeping control law, and mission satellite attitude control are adopted. Numerical simulation results indicate that the regular oscillation of abandoned satellite at a specific angular frequency which caused by the offset of hanging position may arouse high order pendulum motion of tethered system during deorbiting under a constant thrust. Furthermore, the attitude motions of satellites are the main factors which bring disturbance torque to mission satellite. In addition, the oscillation of abandoned satellite is damped out and the distance between satellites is maintained by the adopted tension controller, which guarantees the flight safety and stability of tethered system combining with mission satellite attitude control and also reduces energy consuming of mission satellite.

**Key words:** tethered system; orbital transfer; pendulum characteristics; dynamics; tension control

**Received:** 2015-05-06; **Accepted:** 2015-09-11; **Published online:** 2015-10-09 15:47

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151009.1547.006.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151009.1547.006.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11572016)

**\* Corresponding author.** Tel.: 010-82339067 E-mail: zhaoguowei@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0282

# 基于自适应反步的 DGMSCMG 框架伺服系统 控制方法



李海涛<sup>1,2,\*</sup>, 闫斌<sup>1,2</sup>

(1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083;

2. 北京航空航天大学 新型惯性仪表与导航系统技术国防重点学科实验室, 北京 100083)

**摘 要:** 针对双框架磁悬浮控制力矩陀螺 (DGMSCMG) 内、外框架伺服系统耦合力矩及传动机构的非线性传动特性影响框架角速率精度的问题, 提出一种基于自适应反步的非线性鲁棒控制器的设计方法。首先分别就双框架伺服系统耦合力矩及框架传动机构的非线性传动特性对系统稳定性和角速率精度的影响进行分析; 其次利用反步理论, 通过构造适当的 Lyapunov 函数并逐级反推得到控制律, 保证参数估值的收敛性和系统的全局稳定性; 最后通过仿真分析并以小型 DGMSCMG 系统为对象进行实验, 结果表明: 与电流前馈控制比较, 所提出的自适应反步控制方法, 既增强双框架伺服系统的扰动抑制能力, 又提高框架角速率精度。

**关键词:** 双框架磁悬浮控制力矩陀螺 (DGMSCMG); 自适应反步控制法; 传动机构; 框架角速率; 耦合力矩

**中图分类号:** TP394.1; TH691.9

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0703-08

控制力矩陀螺 (Control Moment Gyroscope, CMG) 是大型航天器长期运行必不可少的姿态控制执行机构<sup>[1]</sup>。与单框架 CMG 相比, 由于双框架 CMG 可以同时提供 2 个自由度的输出力矩而具有综合性能优势。较机械轴承支承的 CMG, 双框架磁悬浮控制力矩陀螺 (Double Gimbal Magnetically Suspended Control Moment Gyroscope, DGMSCMG) 又具有高速转子与定子之间无摩擦的优点, 它在寿命和精度上也有很大的优势<sup>[2-3]</sup>。因此 DGMSCMG 是 CMG 发展的重要方向之一。

框架伺服系统是 DGMSCMG 的重要组成部分, 其角速率的稳定性及精度决定着陀螺的输出力矩的稳定性和精度<sup>[4]</sup>。在 DGMSCMG 输出力矩时, 陀螺效应引起的内、外框架之间非线性强耦合力矩将直接影响整个陀螺系统的稳定性和

精度。为了减小框架伺服系统的体积和质量, DGMSCMG 一般要加入减速机构对力矩进行放大。由于谐波传动具有精度高、承载力大、效率高、体积小和质量轻等优点, 特别是其可以在真空和介质辐射的条件下进行工作, 因此谐波传动是 DGMSCMG 框架传动机构的最佳选择。但由于其结构的特点, 谐波减速器也存在非线性传动特性, 这严重影响了框架伺服系统的角速率精度<sup>[5]</sup>。

DGMSCMG 框架伺服系统的扰动可分为内扰和外扰, 其中内扰主要包括伺服电机的力矩脉动、轴系的摩擦力矩、传动部件的误差及反馈部件的误差, 外扰主要是内、外框架之间的耦合力矩。针对内、外框架由于陀螺效应引起的耦合力矩, 文献[6]提出一种针对耦合力矩进行补偿的电流前馈方法, 但模型过于简单, 解耦效果不明显。文

收稿日期: 2015-05-06; 录用日期: 2015-08-06; 网络出版时间: 2015-09-17 16:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.011.html

基金项目: 国家自然科学基金(61203112)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339273 E-mail: haitaoli@buaa.edu.cn

**引用格式:** 李海涛, 闫斌. 基于自适应反步的 DGMSCMG 框架伺服系统控制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 703-710. LI H T, YAN B. Adaptive backstepping control method used in DGMSCMG gimbal servo system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 703-710 (in Chinese).

献[7]采用自适应逆方法对 DGMSCMG 的内、外框架伺服系统进行解耦,并进行了仿真验证,但该方法由于系统未引入谐波减速器仍然需要比较精确的数学模型,具体实现难度较大。针对框架伺服系统的伺服电机的力矩脉动、轴系的摩擦力矩、传动部件的误差及反馈部件的误差,文献[1]提出一种三相直流无刷力矩电机的自适应电流控制方法,抑制了电机的转矩脉动。文献[4]提出一种角速度估计方法对由角位置获取角速率带来的噪声进行抑制。针对谐波减速器这种非线性传动部件,文献[8]分别针对谐波减速器的非线性摩擦、传动误差及非线性扭转刚度进行了建模,但模型复杂,实际应用较难。文献[9-10]分别采用重复控制和复合闭环控制的方法对谐波减速器引起的误差进行补偿,提高了系统的角位置精度,能够较好地适用于转速较高的系统,但很难适用于 CMG 框架伺服系统这种低速率系统。文献[11]对谐波减速器的非线性摩擦进行建模,并在双框架控制力矩陀螺的框架伺服系统中采用前馈方式对摩擦进行补偿。

从 1991 年 Kokotovic 提出反步控制理论以来,这种方法已经成为解决参数不确定的非线性系统鲁棒控制的有效途径之一,并且在工业、航天和机器人等领域得到了广泛的应用<sup>[12-15]</sup>。文献[16]采用自适应反步控制方法对感应电机的摩擦进行补偿。文献[17]针对交流伺服系统负载惯量和负载力矩的变化设计了自适应反步控制器,并在 DSP 硬件系统上进行验证。本文基于反步控制理论对框架伺服系统进行动力学分析,推导耦合力矩、谐波减速器的非线性扭转刚度及非线性阻尼这些未知参数的自适应律,并在每步的设计过程中选用合适的 Lyapunov 函数保证了系统的稳定性。

## 1 系统建模与问题描述

DGMSCMG 包括磁悬浮高速转子系统和内、外框架伺服系统。框架转动强制改变高速转子角动量方向而输出陀螺力矩,高速转子的角动量  $H_r = J_r \omega_r$ ,  $J_r$  为转子的转动惯量,  $\omega_r$  为高速转子的角速度。若内框架和外框架的合成角速度为  $\omega$ ,则 DGMSCMG 对外输出力矩为  $M = H_r \times \omega$ 。图 1 为 DGMSCMG 的工作原理示意图,定义坐标系如下:惯性坐标系为  $Ox_i y_i z_i$ ;与 CMG 外框相连的坐标系为  $Ox_j y_j z_j$ ;与 CMG 内框相连的坐标系为  $Ox_g y_g z_g$ ;  $\theta_d$  为内框相对外框的转动角度;  $\varphi_d$  为外框相对惯性系的转动角度;  $\omega_g$  为内框架的角速度。

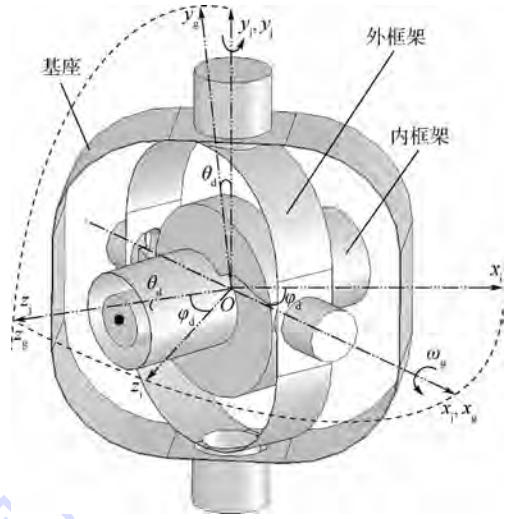


图 1 DGMSCMG 工作原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of coordinates definition of DGMSCMG

陀螺正常工作后转子高速自转,高速转子绕  $z$  轴旋转的角动量  $H_{rz}$  达到较大值时,根据坐标变换与欧拉方程化简可以得到 DGMSCMG 内、外框架伺服系统的动力学方程<sup>[18]</sup>:

$$\begin{cases} p_{gx} = J_{gx} \ddot{\theta}_d + H_{rz} \dot{\varphi}_d \cos \theta_d \\ p_{jy} = J_{jy} \ddot{\varphi}_d - H_{rz} \dot{\theta}_d \cos \theta_d \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $p_{gx}$  为作用在内框架负载轴上沿  $x_g$  方向的力矩;  $p_{jy}$  为外框架负载轴上沿  $y_j$  方向的力矩;  $J_{gx}$  为内框架沿  $x$  轴的转动惯量;  $J_{jy}$  为外框架沿  $y$  轴的转动惯量。

由式(1)可知,由于陀螺效应的存在导致内、外框架伺服系统之间存在耦合力矩项,且耦合力矩项中不仅包含内、外框架的角速度项还包含内框架转角的余弦项,因此该耦合力矩是非线性时变的。从上述分析可以看出,陀螺效应引起的内、外框架伺服系统之间耦合力矩项将影响框架角速率的精度。

此外,本系统通过引入谐波减速器对电机输出到负载的力矩进行放大。由于内、外框架伺服系统的结构相似,这里仅给出内框架的结构原理,如图 2 所示。

综合考虑谐波减速器的非线性扭转刚度及非线性阻尼对传动力矩的影响,对内框架电机端建立力矩平衡方程:

$$J_m \ddot{\theta}_m = K_m I_m - (K_t \Delta \theta - C_t \Delta \dot{\theta}) - T_{th} \quad (2)$$

式中:  $J_m$  为内框架电机端转动惯量;  $\theta_m$  为内框架电机端角位置;  $K_m$  为电机力矩系数;  $I_m$  为电机绕组电流;  $K_t$  为谐波减速器的扭转刚度;  $\Delta \theta = \theta_m -$

$i\theta_d$ ,  $i$  为谐波减速器减速比;  $C_i$  为谐波减速器的阻尼系数;  $T_{lh}$  为内框架电机端负载力矩,  $T_{lh} = T_{lz}/i$ ,  $T_{lz}$  为谐波减速器端负载力矩。

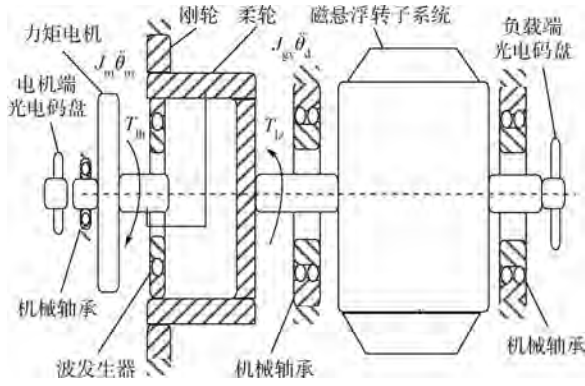


图2 内框架伺服系统结构

Fig.2 Structure of inner gimbal servo system

由式(2)可知,作用到内框架负载轴上的耦合力矩:

$$T_{lz} = H_{rz} \dot{\varphi}_d \cos \theta_d \quad (3)$$

综合式(1)~式(3),考虑内框架伺服系统负载端传动机构的非线性影响,可以得到内框架伺服系统负载轴上沿  $x_g$  方向的力矩:

$$p_{gx} = i(K_i \Delta\theta - C_i \Delta\dot{\theta}) = J_{gx} \ddot{\theta}_d + T_{lz} \quad (4)$$

令  $x_1 = \theta_d$ ,  $x_2 = \dot{\theta}_d$ ,  $x_3 = \Delta\theta$ ,  $x_4 = \Delta\dot{\theta}$ , 式(2)和式(4)的状态方程可表述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 i (K_i x_3 - C_i x_4) - a_1 T_{lz} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = - (a_0 + i^2 a_1) (K_i x_3 - C_i x_4) + a_0 K_m I_m + (a_1 i - a_0 / i) T_{lz} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $a_0 = 1/J_m$  和  $a_1 = 1/J_{gx}$  都为常数。

## 2 自适应反步控制方法设计

控制器设计的目标是在谐波减速器的扭转刚度  $K_i$ 、阻尼系数  $C_i$  及负载轴上的扰动力矩  $T_{lz}$  未知的情况下使框架负载端角位置  $\theta_d$  能够快速准确地跟踪参考指令角位置  $\theta_d^*$ 。因此本节采用反步控制方法逐步递推各层控制变量及未知变量的自适应律,并设计适当的 Lyapunov 函数保证系统的稳定性。

由于谐波减速器的输入及输出端角位置可测,角速率可间接计算,且假定期望角位置输出  $\theta_d^*$  有界、可微,  $K_i$ 、 $C_i$  及  $T_{lz}$  有界。

### 第1步 位置跟踪控制

令  $e_1 = \theta_d - \theta_d^*$ , 则对位置误差  $e_1$  求导可得

$$\dot{e}_1 = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}_d^* = x_2 - \dot{\theta}_d^* \quad (6)$$

选取 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (7)$$

求其微分可得

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (x_2 - \dot{\theta}_d^*) \quad (8)$$

设  $x_2$  的期望值为  $\eta_1$ , 选择控制律  $\eta_1 = -k_1 e_1 + \dot{\theta}_d^*$ ,  $k_1$  为正常数,令  $e_2 = x_2 - \eta_1$ , 考虑式(6)和式(8)可以得到

$$\dot{e}_1 = -k_1 e_1 + e_2 \quad (9)$$

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 \quad (10)$$

因此,若  $e_2 \rightarrow 0$ , 则  $\dot{V}_1 < 0$ 。

### 第2步 速度跟踪控制

对  $e_2$  求导可得

$$\dot{e}_2 = ia_1 (K_i x_3 - C_i x_4) - a_1 T_{lz} - k_1^2 e_1 + k_1 e_2 - \ddot{\theta}_d^* \quad (11)$$

对于谐波减速器来说,其扭转刚度  $K_i$  可以分解为平均扭转刚度与时变扭转刚度之和,即:  $K_i = K_{ic} + \Delta K_i$ ,  $K_{ic}$  为平均扭转刚度,是一个恒定的常量,  $\Delta K_i$  为与负载有关的非线性时变量。阻尼系数  $C_i$  为时变阻尼系数。因此式(11)可以写为

$$\dot{e}_2 = ia_1 (\Delta K_i x_3 - C_i x_4) + ia_1 K_{ic} x_3 - a_1 T_{lz} - k_1^2 e_1 + k_1 e_2 - \ddot{\theta}_d^* \quad (12)$$

选取 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (13)$$

则由式(10)和式(12)可得  $V_2$  的微分为

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 [\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 - \ddot{\theta}_d^* + ia_1 (\Delta K_i x_3 - C_i x_4) + ia_1 K_{ic} x_3 - a_1 T_{lz}] \quad (14)$$

式中:  $\lambda_1 = 1 - k_1^2$ ;  $\lambda_2 = k_1 + k_2$ ,  $k_2 > 0$ ;  $K_{ic}$ 、 $\lambda_1$  及  $\lambda_2$  都是常量,由于  $\Delta K_i$  和  $C_i$  为未知变量,  $T_{lz}$  为未知扰动力矩,因此选取其估计值来代替。设  $x_3$  的期望值为  $\eta_2$ , 选择控制律:

$$\eta_2 = \lambda_3 [\ddot{\theta}_d^* + a_1 \hat{T}_{lz} - \lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2 + ia_1 (\hat{C}_i x_4 - \Delta \hat{K}_i x_3)] \quad (15)$$

式中:  $\lambda_3 = \frac{1}{ia_1 K_{ic}}$ 。

将式(15)代入式(12)可得

$$\dot{e}_2 = -e_1 - k_2 e_2 - a_1 \tilde{T}_{lz} - ia_1 \tilde{C}_i x_4 + ia_1 \Delta \tilde{K}_i x_3 \quad (16)$$

式中:  $\tilde{T}_{lz} = T_{lz} - \hat{T}_{lz}$ ,  $\hat{T}_{lz}$  为  $T_{lz}$  的估计值;  $\Delta \tilde{K}_i = \Delta K_i - \Delta \hat{K}_i$ ,  $\Delta \hat{K}_i$  为  $\Delta K_i$  的估计值;  $\tilde{C}_i = C_i - \hat{C}_i$ ,  $\hat{C}_i$

为  $C_1$  的估计值。

在  $V_2$  的基础上,选取增广 Lyapunov 函数:

$$V'_2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\Delta\tilde{K}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{C}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_3}\tilde{T}_{lz}^2 \quad (17)$$

式中:  $\gamma_1 > 0; \gamma_2 > 0; \gamma_3 > 0$ 。

将式(9)和式(16)代入  $V'_2$  的微分:

$$\begin{aligned} \dot{V}'_2 = & e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 - \frac{1}{\gamma_1}\Delta\tilde{K}_1\dot{\Delta\tilde{K}}_1 - \\ & \frac{1}{\gamma_2}\tilde{C}_1\dot{\tilde{C}}_1 - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{T}_{lz}\dot{\tilde{T}}_{lz} = \\ & -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 + \frac{1}{\gamma_1}\Delta\tilde{K}_1(\gamma_1ia_1e_2x_3 - \dot{\Delta\tilde{K}}_1) - \\ & \frac{1}{\gamma_2}\tilde{C}_1(\gamma_2ia_1e_2x_4 + \dot{\tilde{C}}_1) - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{T}_{lz}(\gamma_3a_1e_2 + \dot{\tilde{T}}_{lz}) \end{aligned} \quad (18)$$

因此,若存在自适应控制律使得  $\tilde{T}_{lz} \rightarrow 0$ 、 $\Delta\tilde{K}_1 \rightarrow 0$  及  $\tilde{C}_1 \rightarrow 0$ ,则可保证  $\dot{V}'_2 = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 < 0$  负定,使得  $e_1, e_2$  都趋近于零。

### 第3步 电流控制及参数自适应律

令  $x_3$  与其期望值  $\eta_2$  之间的误差为

$$e_3 = x_3 - \eta_2 \quad (19)$$

则由式(5)、式(9)、式(15)和式(16)可以得到  $e_3$  的微分:

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 = & x_4 - \lambda_3(\ddot{\theta}_d^* + a_1\dot{\tilde{T}}_{lz} - \lambda_1\dot{e}_1 - \lambda_2\dot{e}_2 + \\ & ia_1\dot{\tilde{C}}_1x_4 + ia_1\hat{C}_1\dot{x}_4 - ia_1\dot{\Delta\tilde{K}}_1x_3 - ia_1\Delta\tilde{K}_1\dot{x}_3) = \\ & x_4 - \lambda_3\{\ddot{\theta}_d^* + a_1\dot{\tilde{T}}_{lz} - \lambda_1(-k_1e_1 + e_2) - \\ & \lambda_2(-e_1 - k_2e_2 - a_1\tilde{T}_{lz} - ia_1\tilde{C}_1x_4 + ia_1\Delta\tilde{K}_1x_3) + \\ & ia_1\dot{\tilde{C}}_1x_4 + ia_1\hat{C}_1[a_0K_mI - \lambda_4(K_{tc}x_3 + \Delta\tilde{K}_1x_3 + \\ & \Delta\tilde{K}_1x_3 - \hat{C}_1x_4 - \tilde{C}_1x_4) + \lambda_5\tilde{T}_{lz} + \lambda_5\dot{\tilde{T}}_{lz}] - \\ & ia_1\dot{\Delta\tilde{K}}_1x_3 - ia_1\Delta\tilde{K}_1\dot{x}_4\} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{式中: } \lambda_4 = ia_1 + \frac{a_0}{i}; \lambda_5 = ia_1 - \frac{a_0}{i}.$$

为得到使系统稳定的控制输入  $I$  及不确定参数的自适应律,在  $V'_2$  的基础上选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_3 = V'_2 + \frac{1}{2}e_3^2 \quad (21)$$

则由式(18)和式(20)可以得到  $V_3$  的微分如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & \dot{V}'_2 + e_3\dot{e}_3 = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 - k_3e_3^2 + \\ & e_3\{x_4 + k_3e_3 - \lambda_3[\ddot{\theta}_d^* + a_1\dot{\tilde{T}}_{lz} - \\ & \lambda_1(-k_1e_1 + e_2) - \lambda_2(-e_1 - k_2e_2) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ia_1\dot{\tilde{C}}_1x_4 + ia_1\hat{C}_1(a_0K_mI - \lambda_4(K_{tc}x_3 + \Delta\tilde{K}_1x_3 - \\ & \hat{C}_1x_4) + \lambda_5\dot{\tilde{T}}_{lz}) - ia_1\dot{\Delta\tilde{K}}_1x_3 - ia_1\Delta\tilde{K}_1\dot{x}_4] + \\ & \Delta\tilde{K}_1\left(ia_1e_2x_3 - \frac{1}{\gamma_1}\dot{\Delta\tilde{K}}_1 + \frac{e_3}{K_{tc}}\lambda_2x_3 + \frac{e_3}{K_{tc}}\hat{C}_1\lambda_4x_3\right) + \\ & \tilde{C}_1\left(-ia_1e_2x_4 - \frac{1}{\gamma_2}\dot{\tilde{C}}_1 - \frac{e_3}{K_{tc}}\lambda_2x_4 - \frac{e_3}{K_{tc}}\hat{C}_1\lambda_4x_4\right) + \\ & \tilde{T}_{lz}\left(-a_1e_2 - \frac{1}{\gamma_3}\dot{\tilde{T}}_{lz} - \frac{e_3}{iK_{tc}}\lambda_2 - \frac{e_3}{K_{tc}}\hat{C}_1\lambda_5\right) \end{aligned} \quad (22)$$

式中:  $k_3$  为正的设计参数。由式(22)得到控制律为

$$\begin{aligned} I_m = & \frac{K_{tc}}{\hat{C}_1a_0K_m}\{x_4 + k_3e_3 - \lambda_3[\ddot{\theta}_d^* + a_1\dot{\tilde{T}}_{lz} - \\ & \lambda_1(-k_1e_1 + e_2) - \lambda_2(-e_1 - k_2e_2) + \\ & ia_1\dot{\tilde{C}}_1x_4 + ia_1\hat{C}_1(-\lambda_4(K_{tc}x_3 + \Delta\tilde{K}_1x_3 - \hat{C}_1x_4) + \\ & \lambda_5\dot{\tilde{T}}_{lz}) - ia_1\dot{\Delta\tilde{K}}_1x_3 - ia_1\Delta\tilde{K}_1\dot{x}_4]\} \end{aligned} \quad (23)$$

参数的自适应律为

$$\dot{\Delta\tilde{K}}_1 = \gamma_1\left(ia_1e_2x_3 + \frac{e_3}{K_{tc}}\lambda_2x_3 + \frac{e_3}{K_{tc}}\hat{C}_1\lambda_4x_3\right) \quad (24)$$

$$\dot{\tilde{C}}_1 = \gamma_2\left(-ia_1e_2x_4 - \frac{e_3}{K_{tc}}\lambda_2x_4 - \frac{e_3}{K_{tc}}\hat{C}_1\lambda_4x_4\right) \quad (25)$$

$$\dot{\tilde{T}}_{lz} = \gamma_3\left(-a_1e_2 - \frac{e_3}{iK_{tc}}\lambda_2 - \frac{e_3}{K_{tc}}\hat{C}_1\lambda_5\right) \quad (26)$$

由式(23)~式(26)可以得到

$$\dot{V}_3 = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 - k_3e_3^2 \leq 0 \quad (27)$$

由此可知  $V_3$  是有界的且  $e_i (i=1,2,3)$  为平方可积的,即  $e_1, \Delta\tilde{K}_1, \tilde{C}_1$  和  $\tilde{T}_{lz}$  都是有界的。因  $\Delta K_1, C_1$  和  $T_{lz}$  皆为常数,从而  $\Delta\tilde{K}_1, \tilde{C}_1$  和  $\tilde{T}_{lz}$  也都是有界的,易知  $\dot{e}_i$  为有界的。应用 Barbalat 引理<sup>[19]</sup>可得误差的渐近收敛性。所以内框架伺服系统能够渐近稳定地跟踪期望的位置轨迹。

## 3 系统仿真研究

文献[5]提出采用电流前馈的方式可以有效抑制内、外框架耦合力矩引起的框架角速率波动,因此分别以电流前馈控制方法和自适应反步控制方法对 DGMSCMG 的框架伺服系统进行仿真,系统参数如表 1 所示。

假定内、外框架初始位于正交位置,内框架给定角位置信号为斜坡信号,角速率为 0.087 rad/s(5(°)/s),外框架给定角速率信号为 0 rad/s(0(°)/s),采样频率为 10 kHz。利用电流前馈控制方法和自适应反步控制方法对系统进行仿真,仿真结果如图 3 和图 4 所示。

表1 系统参数

Table 1 System parameters

参数	数值
$J_m / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.000 46
$J_{gx} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.045
$J_{gy} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.081
$K_m$	0.72
$C_e$	0.074
$K_{ic} / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	3 800
$i$	100

注: $C_e$ —力矩电机反电势系数。

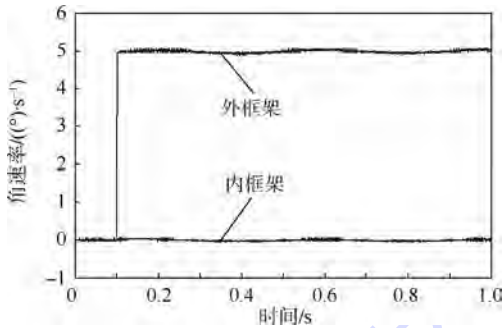


图3 电流前馈控制下内框架启动外框架角速率波形  
Fig.3 Waveform of outer gimbal angular speed based on current feed-forward control and inner gimbal starting

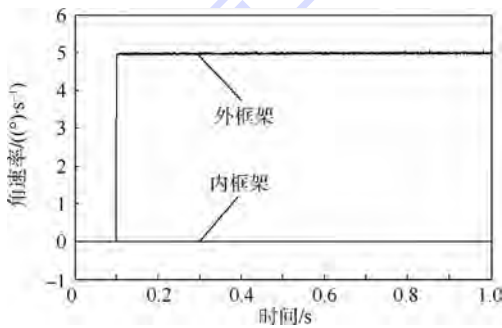


图4 自适应反步控制下内框架启动外框架角速率波形  
Fig.4 Waveform of outer gimbal angular speed based on adaptive backstepping control and inner gimbal starting

由图3可知,利用电流前馈控制方法能够消除耦合力矩的影响,但由于谐波减速器运动误差的影响会出现  $0.3(^{\circ})/s$  的速率波动。由图4可知,利用自适应反步设计的控制器进行控制,最大的速率波动量为  $0.0072(^{\circ})/s$ ,实验表明所设计的自适应反步控制器具有较强的抗干扰能力。

角速率带宽是 DGMSCMG 很重要的一个指标。给定角速率参考为  $3\text{ Hz}$  的正弦信号,以外框架伺服系统为被控对象,分别采用电流前馈控制方法和自适应反步控制方法得到了外框架角速率跟踪正弦波形如图5和图6所示。

由图5和图6可以得出,采用自适应反步控

制方法,系统在  $1/4$  个正弦周期后能够完全跟踪  $3\text{ Hz}$  的角速率指令。而采用电流前馈控制方法时,系统的调节速度比较慢,实际速率在幅值上有  $19.8\%$  的衰减,相位上有  $32.4^{\circ}$  的相位滞后。

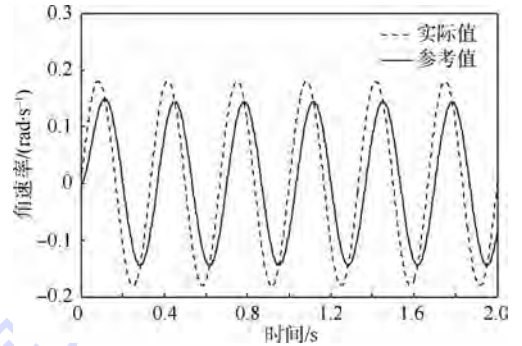


图5 电流前馈控制下外框架角速率跟踪正弦波形  
Fig.5 Outer gimbal angular speed tracking sine waveform under current feed-forward control

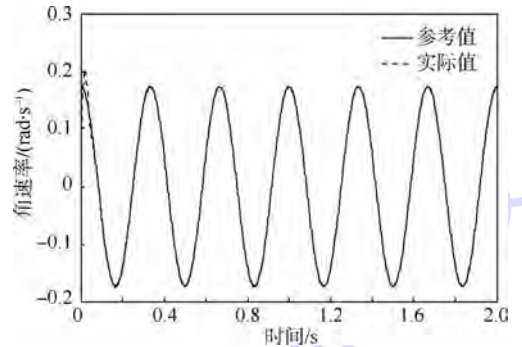


图6 自适应反步控制下外框架角速率跟踪正弦波形  
Fig.6 Outer gimbal angular speed tracking sine waveform under adaptive backstepping control

## 4 系统实验研究

为了验证所设计的自适应反步控制器的有效性,以北京航空航天大学新型惯性仪表与导航系统技术国防重点学科实验室2008年研制的小型 DGMSCMG 系统为对象进行实验研究,小型 DGMSCMG 系统如图7所示。

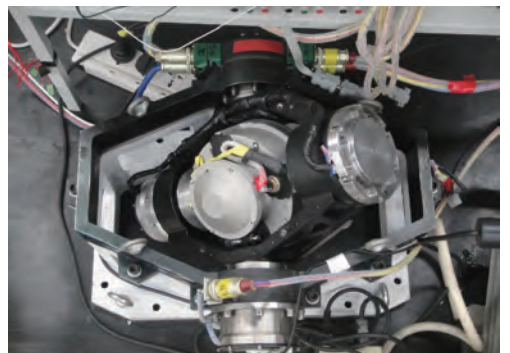


图7 DGMSCMG 实验系统

Fig.7 DGMSCMG experimental system

采用基于 DSP(TMS320VC33) 与 FPGA 的数字控制系统,利用 DSP(TMS320VC33) 的高速浮点运算能力实现内外框架的控制算法,利用 FPGA 实现控制系统中的逻辑运算,设计方案如图 8 所示。

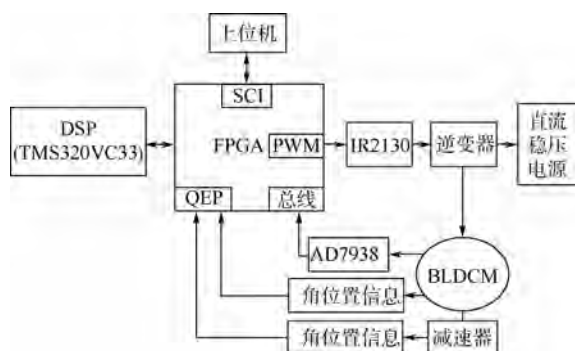


图 8 控制器结构框图

Fig. 8 Structure block diagram of controller

为了验证自适应反步算法在扰动抑制及提高框架的转速精度方面的优越性,在转子 30 000 r/min,内外框架初始位于正交位置时,给定内框架速率指令  $5(^{\circ})/s$ ,外框架保持静止状态。则在电流前馈控制方法和自适应反步控制方法下得到 2 组角速率波形如图 9 和图 10 所示。

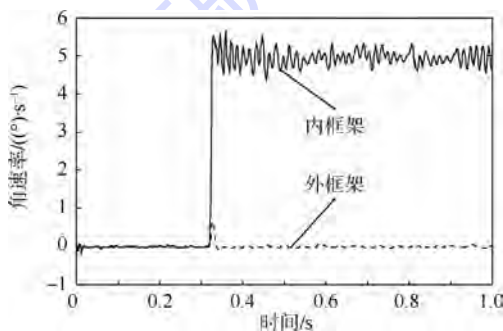


图 9 电流前馈控制下双框架角速率波形

Fig. 9 Waveform of double gimbal angular speed under current feed-forward control

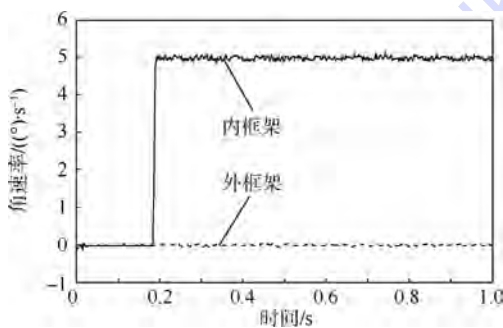


图 10 自适应反步控制下双框架角速率波形

Fig. 10 Waveform of double gimbal angular speed under adaptive backstepping control

如图 9 所示,当内框架以  $5(^{\circ})/s$  的速率阶跃时,由于耦合力矩的存在,用电流前馈控制方法时内框架出现了峰值为  $1.4(^{\circ})/s$  的速率波动。如图 10 所示,当采用自适应反步控制方法时,外框架没有产生速率波动。而且当内框架以  $5(^{\circ})/s$  稳速时,用电流前馈控制方法下的速率波动范围为  $4.3 \sim 5.7(^{\circ})/s$ ,而采用自适应反步控制时外框架速率波动为  $4.9 \sim 5.05(^{\circ})/s$ 。

比较自适应反步控制器与电流前馈控制的动态响应,在转子 30 000 r/min 的情况下,给定外框架幅值  $10(^{\circ})/s$ 、频率 3 Hz 的正弦指令,则在电流前馈控制方法和自适应反步控制方法下的外框架角速率跟踪正弦波形如图 11 和图 12 所示。

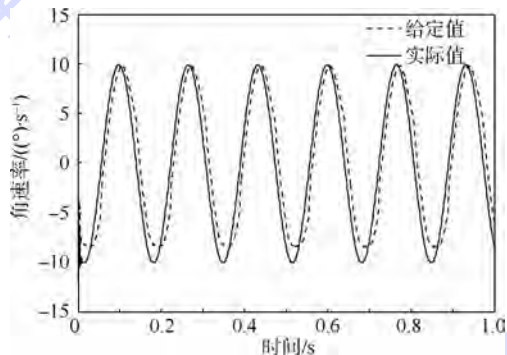


图 11 电流前馈控制下外框架角速率跟踪正弦波形

Fig. 11 Outer gimbal angular speed tracking sine waveform under current feed-forward control

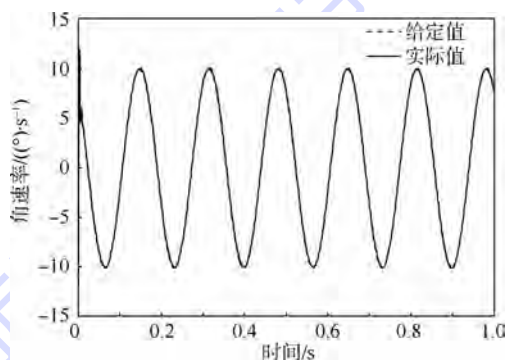


图 12 自适应反步控制下外框架角速率跟踪正弦波形

Fig. 12 Outer gimbal angular speed tracking sine waveform under adaptive backstepping control

从图 11 中可知,在电流前馈控制下,外框架角速率在相位和幅值上都不能跟踪上给定角速率指令,由图 12 可知,在自适应反步控制方法下,外框架角速率能够较好地跟踪速率指令。

## 5 结论

DGMSCMG 内、外框架耦合力矩、谐波传动是影响框架角速率的稳定性和精度的主要因素,本文提出了一种基于反步的系统自适应控制器设计

方法,并通过构造适当的 Lyapunov 函数并逐级反推得到控制律。通过仿真及实验与电流前馈控制进行比较,得出如下主要结论:

1) 在框架角速率稳定性方面,自适应反步控制方法具有更强的抗干扰能力。

2) 在框架角速率跟踪精度方面,自适应反步控制方法显著提高了框架角速率的跟踪精度。

### 参考文献 (References)

- [1] FANG J C, LI H T, HAN B C. Torque ripple reduction in BLDC torque motor with nonideal back EMF[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2012, 27(11): 4630-4637.
- [2] FANG J C, ZHENG S Q, HAN B C. AMB vibration control for structural resonance of double-gimbal control moment gyro with high-speed magnetically suspended rotor [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(1): 32-43.
- [3] 魏彤, 郭蕊. 自适应卡尔曼滤波在无刷直流电机系统辨识中的应用[J]. 光学精密工程, 2012, 20(10): 2308-2313.  
WEI T, GUO R. Application of adaptive Kalman filtering in system identification of brushless DC motor[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(10): 2308-2313 (in Chinese).
- [4] 李海涛, 房建成. 自适应角速度估计器在磁悬浮控制力矩陀螺框架伺服系统中的应用[J]. 光学精密工程, 2008, 16(1): 97-102.  
LI H T, FANG J C. Application of adaptive angle-rate estimator to gimbal of MCGMG[J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(1): 97-102 (in Chinese).
- [5] 房建成, 陈萌, 李海涛. 磁悬浮控制力矩陀螺框架系统谐波减速器的迟滞建模[J]. 光学精密工程, 2014, 22(11): 2950-2958.  
FANG J C, CHEN M, LI H T. Hysteresis modeling for harmonic drive in DGMSCMG gimbal system [J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(11): 2950-2958 (in Chinese).
- [6] 魏彤, 房建成, 刘珠荣. 双框架磁悬浮控制力矩陀螺动框架效应补偿方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(2): 159-165.  
WEI T, FANG J C, LIU Z R. Moving-gimbal effects compensation of double gimbal magnetically suspended control moment gyroscope based on compound control[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(2): 159-165 (in Chinese).
- [7] 陈晓岑, 周东华, 陈茂银. 基于逆系统方法的 DGMSCMG 框架伺服系统解耦控制研究[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 502-509.  
CHEN X C, ZHOU D H, CHEN M Y. Decoupling control of gimbal servo system of DGMSCMG based on dynamic inverse system method[J]. Acta Automatic Sinica, 2013, 39(5): 502-509 (in Chinese).
- [8] TUTTLE T D, SEERING W P. A nonlinear mode 1 of a harmonic drive gear transmission[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(3): 368-374.
- [9] GODLER I, OHNISHI K, YAMASHITA T. Repetitive control to reduce speed ripple caused by strain wave gearing [C] // Proceedings of the 20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994, 2: 1034-1038.
- [10] GANDHI P, GHORBEL F. Closed loop compensation of kinematic error in harmonic drives for precision control applications [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(6): 759-768.
- [11] 韩邦成, 马纪军, 李海涛. 谐波减速器的非线性摩擦建模及补偿[J]. 光学精密工程, 2011, 19(5): 1095-1103.  
HAN B C, MA J J, LI H T. Modeling and compensation of nonlinear friction in harmonic driver [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(5): 1095-1103 (in Chinese).
- [12] CHEN M, JIANG C S, WU Q X. Backstepping control for a class of uncertain nonlinear systems with neural network [J]. International Journal of Nonlinear Science, 2007, 3(2): 137-143.
- [13] LIN F J, TENG L T, SHIEH P H. Intelligent adaptive backstepping control system for magnetic levitation apparatus [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(5): 2009-2018.
- [14] LIN F J, WAI R J, CHOU W D, et al. Adaptive backstepping control using recurrent neural network for linear induction motor drive [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2002, 49(1): 134-146.
- [15] JIA Q Z, LIU Y S, LIU Z Z. Backstepping design for nonlinear control system with uncertainties [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(21): 5002-5007.
- [16] TAN Y L, CHANG J, TAN H. Adaptive friction compensation for induction motors with inertia and load uncertainties [C] // Proceedings of the American Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000: 615-620.
- [17] CHANG J, TAN Y L, YU J T. Backstepping approach of adaptive control, gain selection and DSP implementation for AC servo system [C] // IEEE 38th Annual Power Electronics Specialists Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 535-541.
- [18] 李红, 杭影, 韩邦成, 等. DGCMG 框架伺服系统摩擦力矩建模与辨识. [J]. 振动、测试与诊断, 2014, 12(5): 1001-1007.  
LI H, HANG Y, HAN B C, et al. Analysis of friction torque model of DGCMG gimbal servo system with its identification [J]. Journal of Vibration Measurement and Diagnosis, 2014, 12(5): 1001-1007 (in Chinese).
- [19] 闵颖颖, 刘允刚. Barbalat 引理及其在系统稳定性分析中的应用. [J]. 山东大学学报(工学版), 2007, 37(1): 51-55.  
MIN Y Y, LIU Y G. Barbalat lemma and its application in analysis of system stability [J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2007, 37(1): 51-55 (in Chinese).

#### 作者简介:

李海涛 男, 博士, 讲师, 硕士生导师。主要研究方向: 电机伺服控制、非线性控制等。

Tel.: 010-82339273

E-mail: haitaoli@buaa.edu.cn

闫斌 男, 硕士研究生。主要研究方向: 电机伺服控制、非线性控制。

Tel.: 010-82339273

E-mail: zowrvyhk@buaa.edu.cn

# Adaptive backstepping control method used in DGMSCMG gimbal servo system

LI Haitao<sup>1,2,\*</sup>, YAN Bin<sup>1,2</sup>

(1. School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Fundamental Science on Novel Inertial Instrument and Navigation System Technology Laboratory,  
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** To overcome the problem of the precision of gimbal angular speed control brought by the coupling torque between inner and outer gimbal of double gimbal magnetically suspended control moment gyroscope (DGMSCMG) and the nonlinear transmission characteristics of the transmission gear, a nonlinear robust controller based on adaptive backstepping control method is proposed. Firstly, the effects of the double gimbal coupling torque and the nonlinear transmission characteristics of the transmission gear on the stability of the system and the precision of gimbal angular speed are analyzed. Secondly, based on backstepping theory, the control law is recursively deduced by constructing the suitable Lyapunov function, which ensures convergence of parameter estimation and global stability of the adaptive system. Finally, simulation analysis and experiment with small DGMSCMG show that the disturbance restraint ability of double gimbal servo system and the precision of gimbal angular speed are significantly improved by the proposed method, compared with current feed-forward control.

**Key words:** double gimbal magnetically suspended control moment gyroscope (DGMSCMG); adaptive backstepping control method; transmission gear; gimbal angular speed; coupling torque

**Received:** 2015-05-06; **Accepted:** 2015-08-06; **Published online:** 2015-09-17 16:50

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.011.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.011.html)

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (61203112)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82339273 E-mail: [haitaoli@buaa.edu.cn](mailto:haitaoli@buaa.edu.cn)

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0278

# 基于细胞吸引子选择机制的网络选择算法



夏海英, 曾诚, 蔡凤田\*, 周炜

(交通运输部公路科学研究院, 北京 100088)

**摘 要:** 随着无线通信技术的发展, 物联网、车联网和体联网等不同类型的无线网络之间共存、相互补充和异构融合。任何单一的通信技术不能完全满足人们对网络服务的多样化需求。如何在移动过程中选择可靠高效的网络连接成为学术和工业界的研究热点。基于细胞吸引子选择模型, 提出了一种面向群体终端网络选择的决策方法, 并通过车联网环境数值实验比较了该生物启发式决策方法与基于效用函数方法的性能, 结果表明: 基于细胞吸引子选择机制的生物启发式决策方法在网络选择决策中具有较好的性能。

**关键词:** 网络选择; 吸引子选择; 车联网; 物联网; 微生物

**中图分类号:** U491.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0711-07

异构无线网络选择面临来自终端应用程序服务质量(QoS)需求多样性、无线网络环境异构性和动态性以及群体终端并发性资源竞争等方面的挑战。例如, 在异构车联网应用场景中, 车载终端上不同的应用对车路通信的需求互不相同<sup>[1]</sup>; 在车联网安全应用方面, 车辆安全信息的传输要求无线网络具备低时延、高可靠的通信性能; 在交通管控方面, 车载终端需要将车辆的实时状态信息(如尾气排放量、燃油消耗量等)传输到后台数据中心, 以供在线诊断分析, 这要求通信网络能为实时数据提供高数据速率、充足带宽的传输性能; 在非安全应用方面, 诸如在线视频播放、语音传输、网页浏览或者收发 E-mail 等实时或非实时的车载信息娱乐应用对网络的 QoS 需求也互不相同<sup>[2]</sup>。另一方面, 随着移动终端在无线网络信号覆盖区域的流进与流出, 网络可用带宽随着用户数量的变化而动态变化, 同时, 网络 QoS 特性也会因为部署环境的扰动而动态改变。由此, 异构无线网络的动态特性增加了网络选择的复杂性。

此外, 在移动终端比较密集的情况下, 终端上大量的应用程序并发性地访问网络资源, 引起激烈的无线资源竞争现象, 这给无线网络资源的管理、分配带来困难。

文献[3-4]的研究指出, 网络系统与生物系统具有许多相似特征: 系统规模复杂且巨大, 系统要素动态演变, 环境资源有限且资源竞争十分激烈等; 生物体对动态变化的生存环境具有自学习、自调控机制, 对外界环境扰动具有较好的自适应性和鲁棒性。生物启发式的网络选择决策方法是一种崭新而十分重要的研究思路, 本文通过数值实验对比分析该方法与基于效用函数的方法<sup>[5-8]</sup>, 从保障群体终端全局 QoS 满意度、网络资源分配的全局公平性和效益角度, 说明了细胞吸引子选择的生物启发机制在网络选择中的应用优势和潜力。

## 1 细胞吸引子选择机制

大自然中的生物机制在解决复杂的网络工程

收稿日期: 2015-05-05; 录用日期: 2015-07-31; 网络出版时间: 2016-03-25 09:24

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160325.0924.001.html

基金项目: 国家科技支撑计划(2009BAG13A04)

\* 通讯作者: Tel.: 010-61585022 E-mail: ft.cai@rioh.cn

**引用格式:** 夏海英, 曾诚, 蔡凤田, 等. 基于细胞吸引子选择机制的网络选择算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 711-717. XIA H Y, ZENG C, CAI F T, et al. Network selection algorithm based on cell attractor selection scheme[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 711-717 (in Chinese).

问题以及设计新型网络技术等方面表现出巨大的应用潜力,生物启发式理论及其模型已成为人工智能领域新的研究热点,并已经在路由优化、拓扑控制和拥塞控制等方向取得重要进展<sup>[3-4]</sup>。生物启发式方法是网络技术研究的重要途径。发表在《Science》和《Nature》等学术期刊上的研究成果表明<sup>[9-11]</sup>,在生存环境动态变化以及环境噪声、基因表达噪声干扰情况下,微生物细胞可以通过改变自身的基因表达行为,调控蛋白质的合成与分解,并利用蛋白质作为催化媒介,通过酶促反应调节物质代谢等活动,从而使细胞自身适应新的生存环境。

在上述研究基础上,Kashiwagi等<sup>[12]</sup>以大肠杆菌为对象,利用动力系统刻画细胞在不同的稳定遗传程序之间切换、适应环境变化的行为,提出带噪声扰动的细胞吸引子选择模型,并通过实际观测与模型的数值实验,揭示细胞根据动态环境条件改变基因表达和调控物质代谢的生物机制。他们采用绿色荧光蛋白和红色荧光蛋白研究大肠杆菌细胞体内基因调控网络的动态行为,分析了细胞体内部2个相互抑制操纵子之间的“双稳态切换”现象。针对细胞活跃度 $A$ 的计算,采用典型的细胞生长模型,将 $A$ 与表示操纵子转录生成的2种信使核糖核酸(messenger Ribonucleic Acid, mRNA)浓度的变量 $m_i (i = 1, 2)$ 联系起来,定义如下<sup>[13]</sup>:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{P}{\prod_{i=1}^2 \left[ \left( \frac{N_{\text{thr}_i}}{m_i + N_i} \right)^{n_i} + 1 \right]} - CA \quad (1)$$

式中: $P$ 和 $C$ 均为正实数系数; $N_i (i = 1, 2)$ 为由外部环境补充的 $m_i (i = 1, 2)$ 含量; $N_{\text{thr}_i} (i = 1, 2)$ 为触发细胞活跃度 $A$ 增加的2种mRNA浓度阈值; $n_i (i = 1, 2)$ 为2种mRNA浓度的灵敏性系数<sup>[13]</sup>。

细胞吸引子选择模型是一种噪声驱动下非线性的动力系统,其利用状态变量 $m_i (i = 1, 2)$ 来表示受基因表达调控的细胞代谢表型(如mRNA浓度或蛋白质水平)。为了将代谢表型与细胞的生长联系起来,模型中引入细胞活跃度 $A$ 的概念, $A$ 的增加或减少将影响动力系统吸引子的选择行为。细胞吸引子选择机制的主要过程为:当动态环境的改变引起细胞活跃度 $A$ 降低时(例如,生存环境中细胞生长所需的物质含量减小,当前基因调控下的代谢模式不再适合变化后的物质条件),吸引子稳定性降低;当系统状态受到严重的随机扰动时,吸引子的稳定性被打破,系统随机切

换到其他吸引子状态。当细胞基因表达较好地适应新的环境条件,促进细胞生长,细胞活跃度 $A$ 开始增加,系统状态所处的吸引子稳定性变大,系统稳定在该高稳定性的吸引子状态。无论细胞初始的基因表达如何,细胞基因表达过程在外部和内部噪声干扰下,动态趋向于具有高稳定性的吸引子状态,而该吸引子所对应的基因表达模式和细胞代谢表型能够使细胞更好地在变化的环境中适应并生存下来。

细胞吸引子选择模型作为一种新型的生物启发式计算模型,已被成功应用于网络拓扑控制算法<sup>[14]</sup>、保障QoS的鲁棒路由算法<sup>[15-16]</sup>、自适应多径路由算法<sup>[17]</sup>、错误容忍网络的覆盖控制<sup>[18]</sup>和机器人控制<sup>[19]</sup>的研究中。这些研究成果表明,细胞吸引子选择机制在优化、控制和决策方面具备有效性以及传统方法无法比拟的自适应性和鲁棒性。通过设计合理的数理模型,将具体问题的解映射为细胞吸引子选择模型的系统状态,并将动态变化的条件以及解的量化性能与细胞活跃度关联起来,可为研究动态环境下的优化、控制和决策问题提供一种新框架<sup>[20-21]</sup>。

## 2 分布式网络选择方法

文献[22]将细胞吸引子选择模型应用于网络资源分配中。针对移动终端上不同应用程序的网络接入问题,假设移动终端具备多个网络接口且终端可以同时接入多个不同类型的无线网络,本文采用终端控制方式(Mobile Control Handover, MCH),将每一个移动终端视为一个细胞体,基于细胞吸引子选择模型设计一种面向多终端、多应用程序的分布式无线网络选择方法。设异构无线网络环境中每个移动终端可用的无线网络数量为 $M$ ,且存在运行的网络应用程序数量为 $N$ ,则针对终端上某一个应用程序的状态向量记为 $\mathbf{m}_i$ :

$$\mathbf{m}_i = (m_{i,1} \quad m_{i,2} \quad \cdots \quad m_{i,j} \quad \cdots \quad m_{i,M}) \quad (2)$$

式中: $1 \leq i \leq N$ 。

将细胞吸引子选择模型从二维状态空间推广到多维状态空间,建立细胞吸引子选择模型为

$$\frac{dm_{i,j}}{dt} = \frac{s(\alpha)}{1 + \left( \max_{1 \leq k \leq M} (m_{i,k}) \right)^2 - m_{i,j}^2} - d(\alpha)m_{i,j} + \eta_{i,j} \quad (3)$$

式中: $\eta_{i,j} (1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M)$ 为均值为0、标准偏差为 $\sigma (\sigma > 0)$ 的高斯白噪声因子; $\alpha$ 为与 $A$ 相对应的细胞活跃度参数。定义 $s(\alpha)$ 和 $d(\alpha)$ 如下:

$$\begin{cases} s(\alpha) = \alpha(\beta\alpha^\gamma) + 1/\sqrt{2} \\ d(\alpha) = \alpha \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\beta$ 为正常数; $\gamma$ 为正整数。

在细胞吸引子选择模型式(3)中,细胞活跃度表征参数 $\alpha$ 是决策的核心参数之一,该参数作为网络选择决策的反馈输入,用以表征决策解的综合优化性能。为了保障移动终端的QoS效益,文献[22]以移动终端QoS满意度作为决策因素,采用Sigmoid型的效用函数、加权平均方法以及迟滞函数模型将移动终端QoS满意度映射到参数 $\alpha$ 上。在细胞活跃度参数 $\alpha$ 的驱动下,求解细胞吸引子选择模型式(3)得到平衡解的状态向量,最终以状态向量中最大分量对应的网络作为目标网络 $j_i^*$ ,即

$$j_i^* = \arg \max_{1 \leq j \leq M} (m_{i,j}) \quad (5)$$

上述方法仅从用户个体的角度展开建模分析,本文所设计的动力系统模型式(3)主要针对终端个体上多个应用的选网问题,这种分布式的网络选择缺乏移动终端之间的信息交互,无线资源分配的公平性主要通过移动终端自由竞争来实现,不能有效、可靠地保障资源全局分配的公平性和全局使用效益。

针对异构无线网络资源分配和群体终端的网络选择,本文从群体终端的全局QoS满意度、异构无线网络的资源分配全局公平性和效益3个角度出发,提出一种基于细胞吸引子选择模型的群体终端网络选择方法。假设移动终端 $i(1 \leq i \leq N)$ 在异构无线网络环境中的可用网络总数为 $W$ ,其决策状态向量为

$$\mathbf{X}_i = (x_{i,1} \ x_{i,2} \ \cdots \ x_{i,j} \ \cdots \ x_{i,w})^T$$

根据细胞吸引子选择机制,建立如下动力系统决策模型:

$$\frac{dx_{i,j}}{dt} = \frac{\text{syn}(\alpha)}{1 + (\max_{1 \leq j \leq W} (x_{i,j}) - x_{i,j})^2} - \text{deg}(\alpha)x_{i,j} + \eta_{i,j} \quad (6)$$

本文采用类似于式(4)的计算结构表示 $\text{syn}(\alpha)$ 和 $\text{deg}(\alpha)$ :

$$\begin{cases} \text{syn}(\alpha) = \alpha(\beta\alpha^\gamma + \alpha_0) \\ \text{deg}(\alpha) = \alpha \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\alpha_0$ 为正常数。

为了将群体终端的全局QoS满意度、网络资源分配效益和全局公平性映射到参数 $\alpha$ ,首先建立全局QoS满意度、网络资源分配全局公平性和效益的计算模型。

假设具备多模式通信能力的移动终端在每一个时刻只能接入一个无线网络,利用该网络为终端上多个应用提供服务。记接入无线网络 $j$ 的移

动终端构成集合 $MTSet_j$ ,所有移动终端构成集合 $MT$ ,无线环境中网络构成集合 $NetSet$ 。采用文献[23]计算移动终端与无线网络关联性的方法,计算移动终端个体 $i(i \in MTSet_j)$ 的QoS满意度,记为 $QoS_i$ 。进一步,群体终端的全局QoS满意度效用函数为

$$G_{qos} = 1 - \prod_{j \in NetSet} \prod_{i \in MTSet_j} (1 - QoS_i) \quad (8)$$

设移动终端 $i$ 总的带宽需求上限指标为 $MTUpB_i$ ,无线网络 $j$ 的总带宽容量为 $Ca_j$ ,则全局带宽资源效用函数为

$$G_{ub} = \prod_{j \in NetSet} \left[ \frac{2}{1 + e^{-g \min(0, (Ca_j - \sum_{i \in MTSet_j} MTUpB_i))}} \right] \quad (9)$$

式中: $g$ 为正常数。

假设移动终端 $i$ 总的带宽需求下限为 $MTLowB_i$ ,其所接入的无线网络 $j$ 提供给集合 $MTSet_j$ 中移动终端的可用带宽为 $\text{currentNetB}_j$ ( $i \in MTSet_j$ ),采用文献[24]提出的资源分配公平指数计算公式计算参数FI:

$$\begin{cases} FI = \frac{\left( \sum_{j \in NetSet} \sum_{i \in MTSet_j} \vartheta \right)^2}{|MT| \left( \sum_{j \in NetSet} \sum_{i \in MTSet_j} \vartheta^2 \right)} \\ \vartheta = \frac{\min(\text{currentNetB}_j, MTUpB_i) - MTLowB_i}{MTUpB_i - MTLowB_i} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $|MT|$ 为集合 $MT$ 的元素总数。

在参数FI的基础上,采用如式(11)所示的效用函数结构,计算全局带宽资源分配公平性指标量化值:

$$GFI = \begin{cases} 0 & FI \leq 0 \\ \frac{(2FI)^n}{1 + (2FI)^n} & 0 < FI \leq 0.5 \\ 1 - \frac{(1 - 2FI)^n}{1 + (1 - 2FI)^n} & 0.5 < FI \leq 1 \\ 1 & FI > 1 \end{cases} \quad (11)$$

式中: $n$ 为满足 $n > 2$ 的正整数。

在式(8)、式(9)和式(11)的基础上,采用文献[16]给出的微分方程模型,将参数 $G_{qos}$ 、 $G_{ub}$ 和 $GFI$ 映射到综合参数 $\alpha$ :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \delta [ (\beta_1 \cdot G_{qos} + \beta_2 \cdot GFI) G_{ub} - \alpha ] \quad (12)$$

式中: $\beta_i(i = 1, 2)$ 为满足 $\beta_1 + \beta_2 = 1$ 的正实数; $\delta$ 为 $(0, 1)$ 范围内的正实数。

参数 $\alpha$ 作为模型式(6)的反馈信息,使动力系统的平衡解能够动态地根据变化决策信息进行调整。利用 $\alpha$ 驱动求解模型式(6)得到平衡状态

向量,从而可以得到目标网络  $j_i^*$ 。

$$j_i^* = \arg \max_{1 \leq j \leq W} (x_{i,j}) \quad (13)$$

基于细胞吸引子选择模型的网络选择决策框架如图 1 所示。

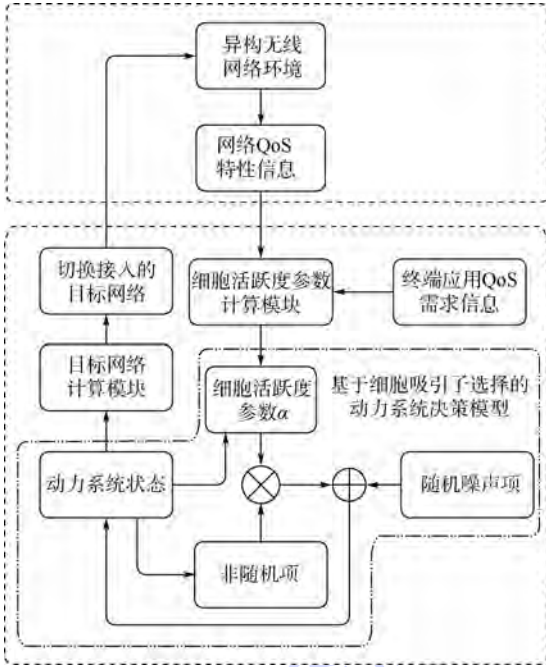


图 1 基于细胞吸引子选择模型的网络选择决策框架

Fig. 1 Network selection architecture based on cell attractor selection model

### 3 实验

本文以车联网应用作为背景,主要考虑由 DSRC(采用 IEEE 802. 11p 标准)、WiFi(采用 IEEE 802. 11g 标准)和 Cellular(采用 CDMA 标准)3 种无线网络构成的网络环境;用于实现网络选择决策的因素主要为 QoS 特性参数,具体包括可用带宽、时延和丢包率。在仿真实验中,设置的 QoS 特性参数如表 1 所示。通过设计数值实验,以 Hasswa 等提出的基于效用函数的决策方法<sup>[5-7]</sup>作为比较对象,对比分析生物启发式决策方法与传统决策方法的不同。

表 1 3 种网络的 QoS 特性参数仿真设置

Table 1 QoS parameters setting of three types of networks in simulation

无线网络	容量/ (Mb · s <sup>-1</sup> )	时延/ms	丢包率/%	覆盖半径/m
DSRC	4	50	2.5	200
WiFi	20	110	3	100
Celluar	2	100	2	1000

本文考虑 3 种应用:语音业务、视频业务和数据流业务。这 3 种应用对网络的 QoS 需求指标如

表 2 所示。根据表 2 随机产生每一个终端的应用,且每一个车载终端上运行的应用数量不超过 3 个。

设算法仿真迭代的步长为 dt,表 3 给出了基于细胞吸引子选择模型涉及的参数设置。此外,基于效用函数的决策方法涉及的可用带宽、时延和丢包率 3 个决策因素权重分别设置为 0.4、0.3 和 0.3。

表 2 仿真实验中不同应用的 QoS 需求

Table 2 QoS requirements in simulations

QoS 需求指标	上下限	语音	视频	数据流
带宽/ (Kb · s <sup>-1</sup> )	上限	64	128	500
	下限	9	30	128
时延/ms	上限	150	150	120
	下限	1	5	5
丢包率/%	上限	8	3	8
	下限	2	1	2

表 3 基于细胞吸引子选择模型的参数设置

Table 3 Parameters setting based on cell attractor selection model

参数	数值	参数	数值
$\sigma$	1	$g$	10
$\beta$	8	$\beta_1$	0.75
$\gamma$	4	$\beta_2$	0.25
$\alpha_0$	10	$\delta$	0.1
$n$	5	dt/s	0.5

采用文献[23]给出的方法,得到仿真过程中移动终端带宽效用指标、时延效用指标以及丢包率效用指标。此外,为了进行对比分析,采用 3 种量化指标。

1) 群体终端全局 QoS 满意度指标。

$$GIGS = (\beta_1 \cdot G_{qos} + \beta_2 \cdot GF1) Gub \quad (14)$$

2) 网络资源分配效益指标<sup>[23]</sup>。

$$ERA = \frac{\sum_{i \in MT} QoS_i \times MTU_p B_i}{\sum_{i \in MT} MTU_p B_i} \quad (15)$$

3) 网络资源分配全局公平性指标。可由 Jain 等<sup>[24]</sup>的资源分配公平性公式计算得到

$$GFIGS = \frac{\left( \sum_{i \in MT} QoS_i \right)^2}{|MT| \sum_{i \in MT} (QoS_i)^2} \quad (16)$$

图 2 给出了该移动终端不同决策指标的仿真变化情况。可知,决策方法在带宽效用、时延效用和丢包率效用 3 个方面的总体水平优于基于效用函数的方法。

图 3 从群体终端全局 QoS 满意度、网络资源

分配效益和全局公平性的角度给出了 2 种决策方法的对比结果。可知,2 种方法的指标随着时间的推而呈增长趋势,这是由于在仿真过程中移动终端不断驶出网络覆盖区域,网络环境中移动终端总数逐渐减少,资源竞争程度逐渐减弱。此外,图 3 中结果说明,基于细胞吸引子选择模型的网络选择决策方法虽然不能保证移动终端在每一个决策时刻都能接入最优的目标网络,但从全局效益的角度和整个仿真过程来看,采用细胞吸引子选择机制的决策方法能够更好地保障群体终端和网络的全球利益,体现了生物启发式机制在网络选择决策中的应用优势。

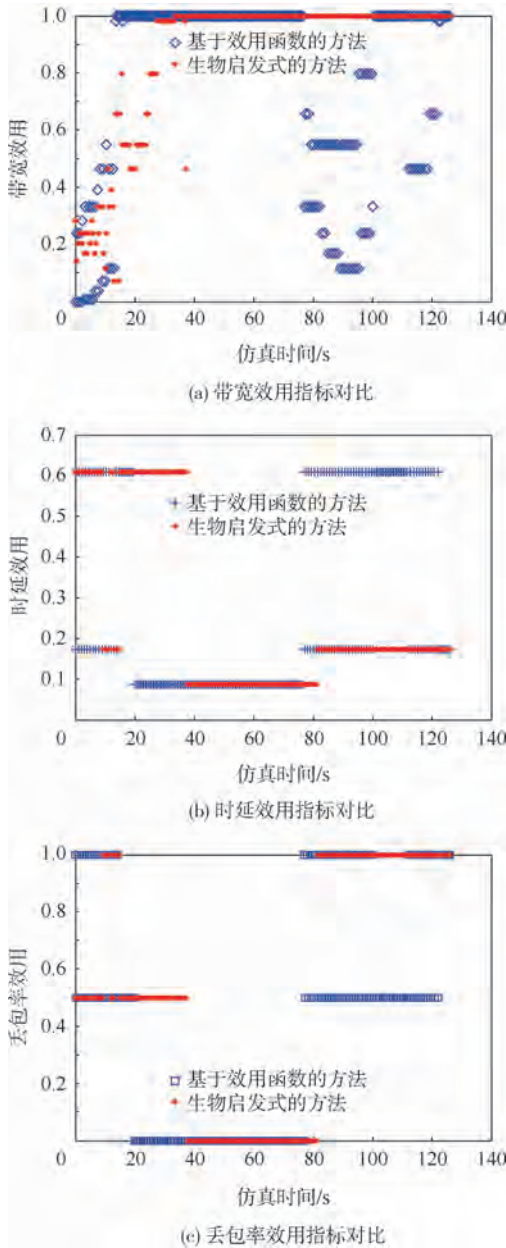


图 2 移动终端网络选择决策指标对比分析  
Fig. 2 Comparison analysis of mobile terminal network selection decision index

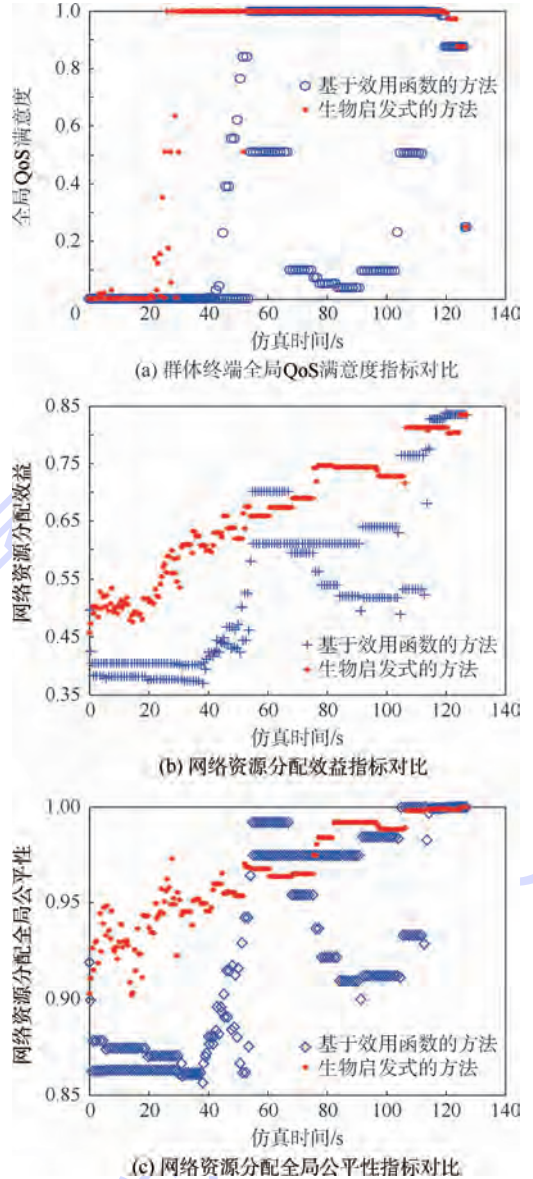


图 3 群体终端与网络全局指标对比分析  
Fig. 3 Comparison analysis of swarm terminals and global network index

## 4 结束语

计算生物学领域的研究成果已充分揭示了细胞吸引子选择机制对动态环境的自适应特性,且已有的生物启发式研究成果体现了该生物机制在网络技术中的应用潜力。本文以异构车联网为应用背景,基于细胞吸引子选择机制提出一种面向群体终端的网络选择决策方法。下一步将设计更为复杂的异构无线网络选择实验,研究该生物启发式机制在不同异构无线网络环境中的适用性。

## 参考文献 (References)

[ 1 ] HOSSAIN E, CHOW G, LEUNG V, et al. Vehicular telematics over heterogeneous wireless networks: A survey [ J ]. Computer

- Communications, 2010, 33(7):775-793.
- [ 2 ] GERLA M, KLEINROCK L. Vehicular networks and the future of the mobile internet [ J ]. Computer Networks, 2011, 55(2): 457-469.
- [ 3 ] MEISEL M, PAPPAS V, ZHANG L X. A taxonomy of biologically inspired research in computer networking [ J ]. Computer Networks, 2010, 54(6): 901-916.
- [ 4 ] DRESSLER F, AKAN O B. A survey on bio-inspired networking [ J ]. Computer Networks, 2010, 54(6): 881-900.
- [ 5 ] NASSER N, HASSWA A, HASSANEIN H. Handoffs in fourth generation heterogeneous networks [ J ]. IEEE Communications Magazine, 2006, 44(10): 96-103.
- [ 6 ] JIANG D, DELGROSSI L. IEEE 802. 11p: Towards an international standard for wireless access in vehicular environments [ C ] // Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 2036-2040.
- [ 7 ] KOUNDOURAKIS G, AXIOTIS D I, THEOLOGOU M. Network-based access selection in composite radio environments [ C ] // Proceedings of IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 3880-3886.
- [ 8 ] HE D J, CHI C X, CHAN S, et al. A simple and robust vertical handoff algorithm for heterogeneous wireless mobile networks [ J ]. Wireless Personal Communications, 2011, 59(2): 361-373.
- [ 9 ] DERISI J L, IYER V R, BROWN P O. Exploring the metabolic and genetic control of gene expression on a genomic scale [ J ]. Science, 1997, 278(5338): 680-686.
- [ 10 ] ROSENFELD N, YOUNG J W, ALON U, et al. Gene regulation at the single-cell level [ J ]. Science, 2005, 307(5717): 1962-1965.
- [ 11 ] ELOWITZ M B, LEVINE A J, SIGGIA E D, et al. Stochastic gene expression in a single cell [ J ]. Science, 2002, 297(5584): 1183-1186.
- [ 12 ] KASHIWAGI A, URABE I, KANEKO K, et al. Adaptive response of a gene network to environmental changes by fitness-induced attractor selection [ J ]. PLoS ONE, 2006, 1(1): e49.
- [ 13 ] NIELSEN J, VILLADSEN J. Bioreaction engineering principles [ M ]. New York: Plenum Press, 1994: 278-358.
- [ 14 ] KOIZUMI Y, MIYAMURA T, ARAKAWA S, et al. Adaptive virtual network topology control based on attractor selection [ J ]. Journal of Lightwave Technology, 2010, 28(11): 1720-1731.
- [ 15 ] LEIBNITZ K J, WAKAMIYA N, MURATA M. Self-adaptive ad-hoc/sensor network routing with attractor selection [ C ] // Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'06). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 1-5.
- [ 16 ] LEIBNITZ K J, WAKAMIYA N, MURATA M. A bio-inspired robust routing protocol for mobile ad hoc network [ C ] // Proceedings of the 16th International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN 07). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 321-326.
- [ 17 ] LEIBNITZ K J, WAKAMIYA N, MURATA M. Biologically inspired self-adaptive multi-path routing in overlay network [ J ]. Communications of the ACM, 2006, 49(3): 63-67.
- [ 18 ] IWAI T, WAKAMIYA N, MURATA M. Error-tolerant coverage control based on bio-inspired attractor selection model for wireless sensor networks [ C ] // Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Computer and Information Technology (CIT2010). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 723-729.
- [ 19 ] FUKUYORI I, NAKAMURA Y, MATSUMOTO Y, et al. Control method for a robot based on the adaptive attractor selection model [ C ] // Proceedings of the 4th International Conference on Autonomous Robots and Agents. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 531-536.
- [ 20 ] LEIBNITZ K J, MURATA M. Attractor selection and perturbation for robust networks in fluctuating environments [ J ]. IEEE Network, 2010, 24(3): 14-18.
- [ 21 ] MOTOYOSHI G, LEIBNITZ K, MURATA M. Proposal and evaluation of a future mobile network management mechanism with attractor selection [ J ]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2012(259): 1-13.
- [ 22 ] KAJIOKA S, WAKAMIYA N, MURATA M. Autonomous and adaptive resource allocation among multiple nodes and multiple applications in heterogeneous wireless networks [ J ]. Journal of Computer and System Sciences, 2012, 78(6): 1673-1685.
- [ 23 ] PIRMEZ L, CARVALHO J C, DELICATO F C, et al. SUTIL: Network selection based on utility function and integer linear programming [ J ]. Computer Networks, 2010, 54(13): 2117-2136.
- [ 24 ] JAIN R, CHIU D M, HAWE W R. A quantitative measure of fairness and discrimination for resource allocation in shared computer system: DEC-TR-301 [ R ]. [ S. 1. ]: DEC Research Report, 1984: 1-31.

#### 作者简介:

夏海英 女, 学士, 工程师。主要研究方向: 交通信息系统。

E-mail: hy\_xia@rioh.cn

曾诚 男, 硕士, 副研究员。主要研究方向: 汽车运用工程。

E-mail: c. zeng@rioh.cn

蔡凤田 男, 硕士, 研究员。主要研究方向: 道路运输节能减排。

Tel.: 010-61585022

E-mail: ft\_cai@rioh.cn

周炜 男, 博士, 研究员。主要研究方向: 汽车电子与无线智能交通控制技术。

E-mail: w. zhou@rioh.cn

## Network selection algorithm based on cell attractor selection scheme

XIA Haiying, ZENG Cheng, CAI Fengtian\*, ZHOU Wei

(Research Institute of Highway Ministry of Transport, Beijing 100088, China)

**Abstract:** With the development of mobile communication, there are many different kinds of wireless networks, such as the internet of things, vehicular networks, and body networks. These mobile networks need the reliable seamless roaming among a multitude of access network technologies. Any single communication technology cannot satisfy the requirement of multi-kinds of network services. How to choose a stable network in the moving environment has become a hot subject in the academic field and industry. A network selection algorithm based on the attractor selection is proposed in this paper. In order to demonstrate the strengths in bio-inspired mechanism and provide a deep insight into the difference between attractor selection based and utility function based solutions, a group decision making method for vehicular network selection is proposed in our work. In addition, simulation experiment is performed to verify as well as to highlight the potential of bio-inspired solution based on attractor selection.

**Key words:** network selection; attractor selection; vehicular networks; internet of things; microbiology

**Received:** 2015-05-05; **Accepted:** 2015-07-31; **Published online:** 2016-03-25 09:24

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160325.0924.001.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160325.0924.001.html)

**Foundation item:** National Key Technology Research and Development Program of China (2009BAG13A04)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-61585022 E-mail: ft.cai@rioh.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0297

# MIMO 仿射型极值搜索系统的输出反馈滑模控制

全文  
下载

左斌<sup>1,\*</sup>, 张雷<sup>2</sup>, 李静<sup>3</sup>

(1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083; 2. 海军航空工程学院 研究生管理大队, 烟台 264001;  
3. 海军航空工程学院 战略导弹工程系, 烟台 264001)

**摘 要:** 针对一类多输入多输出(MIMO)仿射型非线性极值搜索系统的控制问题, 提出了一种输出反馈滑模控制方法。将原系统分解为若干个单输入单输出(SISO)极值搜索子系统, 并针对每个极值搜索子系统, 考虑到系统状态量不可测的特点, 以斜坡函数作为新系统输出量的参考跟踪信号, 采用输出跟踪误差以及该误差符号函数的积分值建立切换函数, 设计得到基于输出反馈的滑模极值搜索控制律。稳定性分析证明: 在任意初始条件下, 本文方法可使系统的输出量全局收敛至期望极值的任意小邻域内, 并且所有状态量均一致范数有界。仿真结果验证了本文方法的有效性。

**关键词:** 仿射型非线性系统; 极值搜索系统; 输出反馈; 滑模控制; 一致有界

**中图分类号:** TP273.23

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0718-10

极值搜索系统是一类广泛存在于工业生产和军事应用领域的实际系统, 涵盖了非线性分布式参数控制系统<sup>[1-2]</sup>、极限环运动控制系统<sup>[3-4]</sup>、生化反应控制系统<sup>[5-6]</sup>和可变环境中极值功率输出控制系统<sup>[7-8]</sup>等诸多方面。不同类型极值搜索控制方法<sup>[9-14]</sup>的出现解决了一些状态量可测的极值搜索系统的控制问题。然而, 在某些极值搜索系统中, 由于实际工作条件的限制, 导致系统的状态量是不易测量或者不可测量的, 则现有基于状态反馈的极值搜索控制方法将无法解决此类极值搜索系统的控制问题。

针对状态不可测的多输入多输出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)仿射型非线性极值搜索系统, 为了在不增加控制系统设计难度的情况下实现对被控对象的极值控制, 提出了一种输出反馈滑模控制方法。该方法不要求被控对象的

状态量可测, 将 MIMO 仿射型非线性极值搜索系统分解为若干个单输入单输出(Single-Input Single-Output, SISO)极值搜索子系统, 并以新建子系统的输出量作为反馈控制量, 利用斜坡函数作为输出量的参考跟踪信号, 以输出跟踪误差以及该误差符号函数的积分值构建切换函数, 从而设计得到系统的滑模极值搜索控制律。该输出反馈滑模控制方法不仅可以实现对被控对象的极值控制, 更可以提高控制方法的鲁棒性。稳定性分析证明: 无论在何初始条件下, 该方法都可使系统的输出量全局收敛至其期望极值的任意小邻域内, 且所有状态量均一致范数有界。

## 1 问题阐述

针对如下 MIMO 仿射型非线性极值搜索系统:

收稿日期: 2015-05-11; 录用日期: 2015-06-05; 网络出版时间: 2015-08-03 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.008.html

基金项目: 国家自然科学基金(60674090); 中国博士后科学基金(2013M542480)

\* 通讯作者: Tel.: 010-66349446 E-mail: zuobin97117@163.com

**引用格式:** 左斌, 张雷, 李静. MIMO 仿射型极值搜索系统的输出反馈滑模控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 718-727. ZUO B, ZHANG L, LI J. Output-feedback sliding mode control for MIMO affine extremum seeking systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 718-727 (in Chinese).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\bar{\mathbf{x}}) + g_1(\bar{\mathbf{x}})u_1 + \mathbf{d}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = f_2(\bar{\mathbf{x}}) + g_2(\bar{\mathbf{x}})u_2 + \mathbf{d}_2 \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{x}}_m = f_m(\bar{\mathbf{x}}) + g_m(\bar{\mathbf{x}})u_m + \mathbf{d}_m \\ \mathbf{y} = h(\bar{\mathbf{x}}) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\bar{\mathbf{x}} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T \in \mathbf{R}^{\sum_{i=1}^m n_i}$  为不可测量的状态量,  $\mathbf{x}_i = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{in_i}]^T, 1 \leq i \leq m$ ;  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T \in \mathbf{R}^m$  为输入量;  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T \in \mathbf{R}^p$  为可测的输出量, 且存在极值  $\mathbf{y}^* = [y_1^* \ y_2^* \ \dots \ y_p^*]^T$ , 不失一般性, 假设输出量  $\mathbf{y}$  具有极大值  $\mathbf{y}^*$ ;  $f_i(\cdot)$  和  $g_i(\cdot) (1 \leq i \leq m)$  为非线性光滑函数;  $h(\bar{\mathbf{x}}) = [h_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}) \ h_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}) \ \dots \ h_p(x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn_p})]^T$  为关于状态量  $\bar{\mathbf{x}}$  的光滑极值函数, 且函数  $h_i(\cdot)$  中的状态量互不重复,  $\sum_{j=1}^p h_j \leq \sum_{i=1}^m n_i$ ;  $\bar{\mathbf{d}} = [\mathbf{d}_1 \ \mathbf{d}_2 \ \dots \ \mathbf{d}_m]^T \in \mathbf{R}^{\sum_{i=1}^m n_i}$  为系统参数扰动或外界干扰引起的不确定项。

**假设1** 针对MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1)), 存在输入量  $\mathbf{u}$  使得状态量  $\bar{\mathbf{x}}$  和输出量  $\mathbf{y}$  均稳定且有界。

**假设2** 在MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1))中, 光滑函数  $g_i(\bar{\mathbf{x}})$  存在非零下界, 即  $0 < G_i \leq \|g_i(\bar{\mathbf{x}})\|$ , 其中,  $G_i$  为下界值,  $1 \leq i \leq m$ 。

**假设3** 对于MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1)), 存在极值点  $\bar{\mathbf{x}}^*$ , 使得输出量  $\mathbf{y}$  取得极大值  $\mathbf{y}^*$ , 因此,  $\frac{\partial h_j(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i} \Big|_{\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i^*} = 0$ ,

$\frac{\partial^2 h_j(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i^2} \Big|_{\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i^*} < 0 (i \in [1, 2, \dots, m], j \in [1, 2, \dots, p])$ , 且对于给定的常数  $\Delta > 0$ , 总是存在一个常数  $H_1(\Delta) > 0$ , 使得  $H_1(\Delta) \leq \|H'(\bar{\mathbf{x}})\|$ ,

$\forall \bar{\mathbf{x}} \notin D_\Delta := \{\bar{\mathbf{x}} : \|\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}^*\| < \Delta/2\}$ , 其中,

$H'(\bar{\mathbf{x}}) =$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_1} & \frac{\partial h_1(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_2} & \dots & \frac{\partial h_1(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_m} \\ \frac{\partial h_2(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_1} & \frac{\partial h_2(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_2} & \dots & \frac{\partial h_2(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_p(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_1} & \frac{\partial h_p(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_2} & \dots & \frac{\partial h_p(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_m} \end{bmatrix}$$

$D_\Delta$  为关于极值点  $\bar{\mathbf{x}}^*$  的  $\Delta$  邻域。显然, 常数  $H_1(\Delta)$  将随着  $\Delta$  的变化而变化。为方便描述,  $H_1(\Delta)$  简写为  $H_1$ 。

**假设4** 在MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1))中, 信号  $\bar{\mathbf{d}}$  存在上确界, 即满足  $\|\bar{\mathbf{d}}\| \leq d_{\max}, d_{\max}$  为已知值。

既定控制目标: 针对MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1)), 设计一种输出反馈滑模控制方法, 使得闭环控制系统稳定, 且系统的状态量和输出量均一致范数有界, 输出量  $\mathbf{y}$  全局收敛至极大值  $\mathbf{y}^*$  的有界邻域内。

为了实现既定的控制目标, 对MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1))进行一定转换, 重新构建  $m$  个子系统, 其中, 第  $i (1 \leq i \leq m)$  个极值搜索子系统的模型为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_i = \hat{f}_i(\hat{\mathbf{x}}_i, \check{\mathbf{x}}_i) + \hat{g}_i(\hat{\mathbf{x}}_i, \check{\mathbf{x}}_i)u_i + \hat{\mathbf{d}}_i \\ \hat{\mathbf{y}} = -(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*)^T(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) = \\ \quad - (h(\bar{\mathbf{x}}) - \mathbf{y}^*)^T(h(\bar{\mathbf{x}}) - \mathbf{y}^*) \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\hat{\mathbf{x}}_i = [\mathbf{x}_i^T \ \mathbf{y}^T]^T \in \mathbf{R}^{n_i+p}$  为第  $i$  个极值搜索子系统的状态量;  $\check{\mathbf{x}}_i$  为在状态量  $\bar{\mathbf{x}}$  中除去  $\mathbf{x}_i$  以外的其余状态量;  $\hat{\mathbf{y}}$  为输出量,  $\hat{\mathbf{y}} \in \mathbf{R}$ 。

$$\hat{f}_i(\hat{\mathbf{x}}_i, \check{\mathbf{x}}_i) = \begin{bmatrix} f_i(\mathbf{x}_i, \check{\mathbf{x}}_i) \\ \frac{\partial h(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i} f_i(\mathbf{x}_i, \check{\mathbf{x}}_i) \end{bmatrix}$$

$$\hat{g}_i(\hat{\mathbf{x}}_i, \check{\mathbf{x}}_i) = \begin{bmatrix} g_i(\mathbf{x}_i, \check{\mathbf{x}}_i) \\ \frac{\partial h(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i} g_i(\mathbf{x}_i, \check{\mathbf{x}}_i) \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{d}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \frac{\partial h(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i} \mathbf{d}_i \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial h(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial h_1(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial h_1(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{in_i}} \\ \frac{\partial h_2(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial h_2(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial h_2(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{in_i}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_p(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial h_p(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial h_p(\bar{\mathbf{x}})}{\partial x_{in_i}} \end{bmatrix}$$

当分析第  $i$  个极值搜索子系统(见式(2))时, 可假设其他子系统的状态量均有界, 这也符合一般系统的设计要求, 而且本文设计的输入量必须确保所有极值搜索子系统的状态量有界。

通过分解得到的极值搜索子系统(见式(2))

属于 MIMO 仿射型非线性极值搜索系统(见式(1))的子系统,同样具有输出极大值,因此也满足假设3的条件:对于给定的常数  $\Delta_i > 0 (\Delta_i < \Delta)$ ,总是存在一个常数  $\underline{H}_{2i}(\Delta_i) > 0$ ,使得

$$\underline{H}_{2i}(\Delta) \leq \left\| \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \right\|$$

$$\forall \bar{x}_i \notin \hat{D}_{i\Delta} := \{\bar{x}_i : \|\bar{x}_i - \bar{x}_i^*\| < \Delta_i/2\} \quad (3)$$

式中:  $\hat{D}_{i\Delta}$  为关于极值点  $\bar{x}_i^*$  的  $\Delta_i$  邻域,且  $\hat{D}_{i\Delta} \subset D_{\Delta}$ 。

**假设5** 存在已知的  $K_\infty$  函数  $\alpha_1^i$  和  $\alpha_2^i$ , 即  $\alpha_1^i, \alpha_2^i \in K_\infty$ , 使得 Lipschitz 连续函数  $f_i(x_i, \check{x}_i)$  和  $h(\bar{x})$  满足如下条件:

$$\|f_i(x_i, \check{x}_i)\| \leq \alpha_1^i(\|\bar{x}\|) \quad (4)$$

$$\left\| \frac{\partial h(\bar{x})}{\partial x_i} \right\| \leq \alpha_2^i(\|\bar{x}\|) \quad (5)$$

由于极值搜索子系统(见式(2))属于 MIMO 仿射型非线性极值搜索系统(见式(1))的子系统,根据既定的控制目标,可转换得到新的控制子任务:设计一种输出反馈滑模控制方法,使得闭环控制系统(见式(2))全局渐近稳定,且该系统的状态量和输出量均一致范数有界,输出量  $\hat{y}$  全局收敛至极大值  $\hat{y}^*$  的有界邻域内。

## 2 方法设计

针对第  $i$  个极值搜索子系统(见式(2))的模型,定义  $e$  为输出量  $\hat{y}$  的跟踪误差,其具体形式为

$$e = \hat{y} - y_r \quad (6)$$

式中:  $y_r$  为输出量的参考信号,其初值为  $y_{r0}$ ,其形式为斜坡函数,即

$$\dot{y}_r = k_r \quad (7)$$

其中:  $k_r > 0$  为设计参数。

对跟踪误差  $e$  求取 1 阶微分,并将式(2)、式(7)代入,可得

$$\dot{e} = \dot{\hat{y}} - \dot{y}_r = \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \dot{\bar{x}}_i - k_r = \varphi_0^i(\bar{x}_i, \check{x}_i) + \varphi_1^i(\bar{x}_i, \check{x}_i)u_i + d_\varphi^i - k_r \quad (8)$$

式中:

$$\varphi_0^i(\bar{x}_i, \check{x}_i) = \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \hat{f}_i(\bar{x}_i, \check{x}_i) \in \mathbf{R}$$

$$\varphi_1^i(\bar{x}_i, \check{x}_i) = \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \hat{g}_i(\bar{x}_i, \check{x}_i) \in \mathbf{R}$$

$$\frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} =$$

$$\left[ 2(y^* - y)^T \frac{\partial h(\bar{x})}{\partial x_{i1}} \quad 2(y^* - y)^T \frac{\partial h(\bar{x})}{\partial x_{i2}} \quad \dots \right]$$

$$2(y^* - y)^T \frac{\partial h(\bar{x})}{\partial x_{in_i}} \quad 2(y_1^* - h_1(\bar{x}))$$

$$2(y_2^* - h_2(\bar{x})) \quad \dots \quad 2(y_p^* - h_p(\bar{x})) \quad ]$$

$$d_\varphi^i = \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \hat{d}_i \in \mathbf{R}$$

根据  $\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \bar{x}}$  的定义可知

$$\left\| \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \right\| \leq 2(\|h(\bar{x})\| + \|y^*\|) \cdot$$

$$\max\left(\left\| \frac{\partial h(\bar{x})}{\partial x_i} \right\|, 1\right) \leq \alpha_3^i(\|\bar{x}\|) \alpha_4^i(\|\bar{x}\|) \quad (9)$$

式中:  $\alpha_3^i(\|\bar{x}\|) = 2\|h(\bar{x})\| + 2\|y^*\|$ ;  $\alpha_4^i(\|\bar{x}\|) = \max(\alpha_2^i(\|\bar{x}\|), 1)$ ,  $\alpha_3^i$  和  $\alpha_4^i$  为  $K_\infty$  函数。

根据式(4)和式(9),可得

$$\|\varphi_0^i(\bar{x}_i, \check{x}_i)\| \leq \left\| \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \right\| \|\hat{f}_i(\bar{x}_i, \check{x}_i)\| \leq$$

$$\alpha_3^i(\|\bar{x}\|) \alpha_4^i(\|\bar{x}\|) \alpha_1^i(\|\bar{x}\|) \cdot$$

$$\max\left(\left\| \frac{\partial h(\bar{x})}{\partial x_i} \right\|, 1\right) \leq$$

$$\alpha_3^i(\|\bar{x}\|) (\alpha_4^i(\|\bar{x}\|))^2 \alpha_1^i(\|\bar{x}\|) \leq$$

$$\frac{1}{4}(\alpha_1^i)^4 + \frac{1}{4}(\alpha_3^i)^4 + \frac{1}{2}(\alpha_4^i)^4 \quad (10)$$

根据假设4和式(9),可知

$$|d_\varphi^i| \leq \left\| \frac{\partial \hat{h}(\bar{x}_i, \check{x}_i)}{\partial \bar{x}_i} \right\| \|\hat{d}_i\| \leq$$

$$\alpha_3^i(\|\bar{x}\|) \alpha_4^i(\|\bar{x}\|) d_{\max} \leq$$

$$\frac{1}{4}(\alpha_3^i)^4 + \frac{1}{4}(\alpha_4^i)^4 + \frac{1}{2}d_{\max}^2 \quad (11)$$

根据假设2、假设3和式(3),对于  $\bar{x}_i \notin \hat{D}_{i\Delta}$ , 可知

$$0 < k_\varphi^i \leq \|\varphi_1^i(\bar{x}_i, \check{x}_i)\| \quad (12)$$

式中:  $k_\varphi^i$  为满足  $k_\varphi^i \leq \underline{H}_{2i} \min(G_i, \underline{H}_1 G_i)$  的已知下界值。

针对非线性极值搜索子系统(见式(2)),设计基于输出反馈滑模控制的输入量  $u_i$  为

$$u_i = \rho_i \operatorname{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi \sigma(t)}{\varepsilon}\right)\right] \quad (13)$$

式中:  $\rho_i$  为调节函数;  $\sigma(t)$  为切换函数;  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数;  $\varepsilon > 0$  为设计常数。

调节函数  $\rho_i$  设计为

$$\rho_i = \frac{1}{k_\varphi^i} \left( \frac{1}{4}(\alpha_1^i)^4 + \frac{1}{2}(\alpha_3^i)^4 + \frac{3}{4}(\alpha_4^i)^4 + \frac{1}{2}d_{\max}^2 + k_r + \gamma \right) + |\hat{y}| e^{-\beta t} + \delta \quad (14)$$

式中:  $\gamma > 0$  为设计常数;  $\beta > 0$  为衰减指数;  $\delta > 0$  为设计的任意小常数。

切换函数  $\sigma(t)$  设计为

$$\sigma(t) = e(t) + \gamma \int_0^t \text{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (15)$$

对切换函数  $\sigma(t)$  求取 1 阶微分,并将式(8)

代入,可得

$$\dot{\sigma}(t) = \dot{e}(t) + \gamma \text{sgn}(e(t)) = \varphi_0^i(\hat{x}_i, \check{x}_i) + \varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)u_i + d_\varphi^i - k_r + \gamma \text{sgn}(e(t)) \quad (16)$$

评注 虽然  $K_\infty$  函数  $\alpha_1^i, \alpha_2^i, \alpha_3^i$  和  $\alpha_4^i$  涉及到状态量  $\bar{x}$ ,但是根据极值搜索子系统(见式(2)),应用所设计的输入量  $u_i$ (见式(13))和范数观测器,可以在无需状态量  $\bar{x}$  可测的情况下,实现函数  $\alpha_1^i, \alpha_2^i, \alpha_3^i$  和  $\alpha_4^i$ 。

### 3 控制系统的稳定性分析

针对非线性极值搜索子系统(见式(2)),当采取式(13)~式(15)所示的基于输出反馈滑模控制的输入量  $u_i$  时,构成的闭环控制系统如图 1 所示。

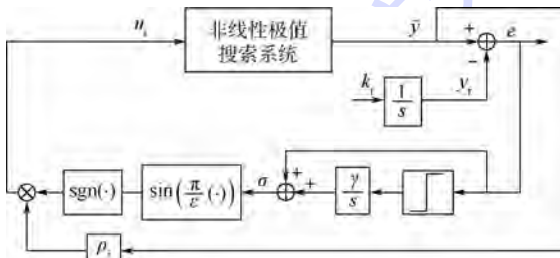


图 1 非线性极值搜索闭环控制系统框图  
Fig. 1 Frame of nonlinear extremum seeking closed-loop control system

**定理 1** 针对非线性极值搜索子系统(见式(2)),采用输入量  $u_i$  如式(13)~式(15)所示,则在有限的时间内,系统的状态量  $\hat{x}_i$ 、输出量  $\hat{y}$  和切换函数信号  $\sigma(t)$  都不会出现发散现象,且切换函数  $\sigma(t)$  会运动到滑模面  $k\varepsilon$ ,即  $\sigma(t) = k\varepsilon$ ,其中  $k$  为正整数。

**证明** 积分型函数  $S_1(\sigma(t))$  和  $S_2(\sigma(t))$  设计如下:

当  $\sigma(t) \geq 0$  时,

$$S_1(\sigma(t)) = \int_0^\sigma \text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi\tau}{\varepsilon}\right)\right] d\tau \quad (17)$$

当  $\sigma(t) < 0$  时,

$$S_1(\sigma(t)) = \int_\sigma^0 \text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi\tau}{\varepsilon}\right)\right] d\tau \quad (18)$$

此外,

$$S_2(\sigma(t)) = \varepsilon - S_1(\sigma(t)) \quad (19)$$

函数  $S_1(\sigma(t))$  和  $S_2(\sigma(t))$  的曲线如图 2 所示。可知,函数  $S_1(\sigma(t))$  和  $S_2(\sigma(t))$  始终满足

$S_1(\sigma(t)) \geq 0, S_2(\sigma(t)) \geq 0$ ,且关于零点都具有对称性,在此主要对式(17)和式(19)进行分析。

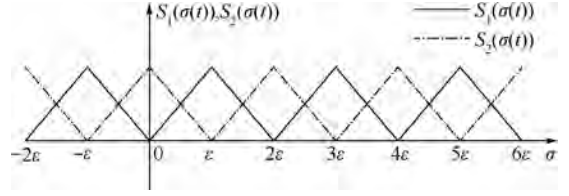


图 2 函数  $S_1(\sigma(t))$  和  $S_2(\sigma(t))$  的曲线

Fig. 2 Curves of functions  $S_1(\sigma(t))$  and  $S_2(\sigma(t))$

对  $S_1(\sigma(t))$  和  $S_2(\sigma(t))$  分别求取 1 阶微分,并代入式(8)和式(13),可得

$$\dot{S}_1(\sigma(t)) = \text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi}{\varepsilon}\sigma(t)\right)\right] \dot{\sigma}(t) = \varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\rho_i + (\varphi_0^i(\hat{x}_i, \check{x}_i) + d_\varphi^i - k_r + \gamma \text{sgn}(e(t))) \text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi}{\varepsilon}\sigma(t)\right)\right] \quad (20)$$

$$\dot{S}_2(\sigma(t)) = -\dot{S}_1(\sigma(t)) \quad (21)$$

当  $\text{sgn}(\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)) < 0$  时,考虑到调节函数  $\rho_i \geq 0$  和  $-\|\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\| < -k_\varphi^i$ ,并代入式(10)、式(11)和式(14),可得

$$\begin{aligned} \dot{S}_1(\sigma(t)) &\leq \varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\rho_i + \|\varphi_0^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\| + |d_\varphi^i| + k_r + \gamma \leq \\ &- \frac{1}{4}(\alpha_1^i)^4 - \frac{1}{2}(\alpha_3^i)^4 - \frac{3}{4}(\alpha_4^i)^4 - \frac{1}{2}d_{\max}^2 - k_r - \gamma - k_\varphi^i|\hat{y}|e^{-\beta t} - k_\varphi^i\delta + \\ &\frac{1}{4}(\alpha_1^i)^4 + \frac{1}{4}(\alpha_3^i)^4 + \frac{1}{2}(\alpha_4^i)^4 + \frac{1}{4}(\alpha_3^i)^4 + \frac{1}{4}(\alpha_4^i)^4 + \frac{1}{2}d_{\max}^2 + k_r + \gamma \leq \\ &- k_\varphi^i(|\hat{y}|e^{-\beta t} + \delta) \end{aligned} \quad (22)$$

当  $\text{sgn}(\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)) > 0$  时,存在

$$\dot{S}_2(\sigma(t)) \leq -\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\rho_i + \|\varphi_0^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\| + |d_\varphi^i| + k_r + \gamma \leq -k_\varphi^i(|\hat{y}|e^{-\beta t} + \delta) \quad (23)$$

针对切换函数  $\sigma(t)$  是否发散的命题,采用反证法进行分析。首先假设在时刻  $t_1 \in [0, \infty)$  时,切换函数  $\sigma(t)$  会出现发散现象,则根据  $\sigma(t)$  的定义式(15)可知,跟踪误差  $e(t)$  和输出量  $\hat{y}(t)$  都会出现发散现象。因此,假设存在时刻  $t_2 \in [0, t_1)$ ,使得在  $[t_2, t_1)$  区间内,  $|\hat{y}(t)| \geq e^{\beta t}(\delta_1 - \delta k_\varphi^i)/k_\varphi^i$  成立,其中  $\delta_1$  为任意小的正数。将  $|\hat{y}(t)| \geq e^{\beta t}(\delta_1 - \delta k_\varphi^i)/k_\varphi^i$  代入式(22)和式(23),可得  $\dot{S}_1(\sigma(t)) \leq -\delta_1, \dot{S}_2(\sigma(t)) \leq -\delta_1$ 。

由于假设当  $t \geq t_1$  时,切换函数  $\sigma(t)$  已发生了发散现象,并且考虑到切换函数  $\sigma(t)$  的连续性,则存在时刻  $t_3 \in [t_2, t_1)$  和整数  $k_\sigma$ ,使得

$\Sigma(t_3) = k_\sigma \varepsilon$ 。由图 2 可知,当  $k_\sigma$  为偶数时,  $S_1(\sigma(t_3)) = 0$ ; 当  $k_\sigma$  为奇数时,  $S_2(\sigma(t_3)) = 0$ 。考虑到  $S_1(\sigma(t)) \geq 0, S_2(\sigma(t)) \geq 0, \dot{S}_1(\sigma(t)) \leq -\delta_1, \dot{S}_2(\sigma(t)) \leq -\delta_1$  和  $\delta_1 > 0$ , 则存在  $S_1(\sigma(t)) \dot{S}_1(\sigma(t)) \leq -\delta_1 S_1(\sigma(t)) \leq 0$  和  $S_2(\sigma(t)) \dot{S}_2(\sigma(t)) \leq -\delta_1 S_2(\sigma(t)) \leq 0$ 。由此可知,对于任意时刻  $t \in [t_3, t_1), S_1(\sigma(t)) = 0$  或者  $S_2(\sigma(t)) = 0$ , 此时切换函数  $\sigma(t) = k_\sigma \varepsilon$ 。

由于切换函数  $\sigma(t)$  是连续函数,而结论“当  $t \in [t_3, t_1)$  时,  $\sigma(t) = k_\sigma \varepsilon$ ”与前提假设“在时刻  $t_1 \in [0, \infty)$  时,切换函数  $\sigma(t)$  会出现发散现象”是相互矛盾的。因此该假设不成立,  $\sigma(t), \hat{x}_i(t)$  和  $\hat{y}(t)$  在有限时间内都不会出现发散现象。

由于  $|\hat{y}|e^{-\beta t}$  是随时间变化的指数递减函数,根据上述分析可知,存在  $t_a \geq 0$ ,使得  $\dot{S}_i(\sigma(t)) \leq -\delta_a (i=1,2)$  和  $|\hat{y}|e^{-\beta t} \rightarrow 0$ , 其中  $0 < \delta_a < k_\sigma^i \delta$ 。根据文献[15]的相关引理可知,对于  $t \geq t_a$ ,存在  $S_i(\sigma(t)) \leq -\delta_a(t - t_a) + S_i(\sigma(t_a))$  (24)

针对式(24),当  $t \geq t_a$  时,存在  $S_i(\sigma(t)) = 0$ 。当  $S_i(\sigma(t)) = 0$  时,存在  $\sigma(t) = k\varepsilon$ 。由于在  $\sigma(t) = k\varepsilon$  的邻域内,当  $k$  为偶数时,  $\text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi\sigma(t)}{\varepsilon}\right)\right] = \text{sgn}(\sigma(t) - k\varepsilon)$ ; 当  $k$  为奇数时,  $\text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi\sigma(t)}{\varepsilon}\right)\right] = -\text{sgn}(\sigma(t) - k\varepsilon)$ 。

定义 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{(\sigma(t) - k\varepsilon)^2}{2} \quad (25)$$

对式(25)求取 1 阶微分,并将式(13)和式(16)代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & (\sigma(t) - k\varepsilon)\dot{\sigma}(t) = \\ & \varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\rho_i \text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi\sigma(t)}{\varepsilon}\right)\right](\sigma(t) - k\varepsilon) + \\ & (\sigma(t) - k\varepsilon)\varphi_0^i(\hat{x}_i, \check{x}_i) + (\sigma(t) - k\varepsilon)d_\varphi^i - \\ & (\sigma(t) - k\varepsilon)k_r + \gamma(\sigma(t) - k\varepsilon)\text{sgn}(e(t)) \end{aligned} \quad (26)$$

根据切换函数  $\sigma(t)$  的定义式(15)可知,当  $\text{sgn}(\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)) < 0$  时,切换函数  $\sigma(t)$  会运动至  $\sigma(t) = k\varepsilon$ , 其中  $k$  为偶数,此时  $\text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi\sigma(t)}{\varepsilon}\right)\right] = \text{sgn}(\sigma(t) - k\varepsilon)$ , 将其与式(10)、式(11)和式(14)代入式(26),当  $t \geq t_a$  时,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -|\rho_i| \|\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\| |\sigma(t) - k\varepsilon| + \\ & \|\varphi_0^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\| |\sigma(t) - k\varepsilon| + \\ & |d_\varphi^i| |\sigma(t) - k\varepsilon| + k_r |\sigma(t) - k\varepsilon| + \end{aligned}$$

$$\gamma |\sigma(t) - k\varepsilon| \leq -k_\sigma^i \delta |\sigma(t) - k\varepsilon| \leq 0 \quad (27)$$

当  $\text{sgn}(\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)) > 0$  时,切换函数  $\sigma(t)$  也会运动至  $\sigma(t) = k\varepsilon$ , 其中  $k$  为奇数,此时  $\text{sgn}\left[\sin\left(\frac{\pi\sigma(t)}{\varepsilon}\right)\right] = -\text{sgn}(\sigma(t) - k\varepsilon)$ , 同理可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -|\rho_i| \|\varphi_1^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\| |\sigma(t) - k\varepsilon| + \\ & \|\varphi_0^i(\hat{x}_i, \check{x}_i)\| |\sigma(t) - k\varepsilon| + \\ & |d_\varphi^i| |\sigma(t) - k\varepsilon| + k_r |\sigma(t) - k\varepsilon| + \\ & \gamma |\sigma(t) - k\varepsilon| \leq -k_\sigma^i \delta |\sigma(t) - k\varepsilon| \leq 0 \end{aligned} \quad (28)$$

由于  $V \geq 0$ , 且  $\dot{V} \leq 0$ , 根据 Lyapunov 稳定性理论可知,存在  $\sigma(t) = k\varepsilon$ 。由此说明,在有限时间内,切换函数  $\sigma(t)$  总会趋于一个滑模面  $\sigma(t) = k\varepsilon$ , 其中  $k$  为整数。 证毕

**定理 2** 针对非线性极值搜索子系统(见式(2)),满足假设 1~假设 5,如果采用输入量  $u_i$  如式(13)~式(15)所示,则状态量  $\hat{x}_i$  将在有限时间内全局收敛至邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内,并且对于足够小的  $H_{2i}$ , 输出量  $\hat{y}$  在极大值  $\hat{y}^*$  附近的振荡幅值是关于参数  $\varepsilon$  的无穷小量,即  $|\hat{y} - \hat{y}^*| = O(\varepsilon)$ , 同时状态量  $\hat{x}_i$  以及输出量  $\hat{y}$  都一致范数有界。

**证明** 1) 采用反证法,证明状态量  $\hat{x}_i$  将在有限时间内全局收敛至邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内。

首先假设状态量  $\hat{x}_i$  在所有时间内都不能进入邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内,则根据定理 1 可知,存在时刻  $t_s > 0$ , 使得切换函数的变化率  $\dot{\sigma}(t) = 0$ 。根据切换函数  $\sigma(t)$  的定义式(15)可知,  $\forall t \geq t_s, \dot{e}(t) = -\gamma \text{sgn}(e(t))$ 。由此可知,跟踪误差  $e = \hat{y} - y_r$  将趋近于零,由于  $k_r > 0$ , 则随着参考轨迹  $y_r$  的严格递增,输出量  $\hat{y}$  也会逐渐增加。由于已知输出量  $\hat{y}$  具有极大值  $\hat{y}^*$ , 因此当时间  $t$  足够大时,总会使得输出量  $\hat{y}$  趋近于极大值  $\hat{y}^*$ , 此时状态量  $\hat{x}_i$  进入邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内。

显然,结论“当时间  $t$  足够大时,状态量  $\hat{x}_i$  进入邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内”与前提条件“状态量  $\hat{x}_i$  在所有时间内都不能进入邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内”是相互矛盾的。因此,状态量  $\hat{x}_i$  必将在有限时间内全局收敛至邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内,输出量  $\hat{y}$  也将趋于极大值  $\hat{y}^*$  的很小邻域内。

随着  $\hat{y}$  趋于极大值  $\hat{y}^*$ , 依据  $\hat{y} = -(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*)^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{y}^*)$ , 可知  $\mathbf{y}$  会收敛于  $\mathbf{y}^*$ , 根据假设 3 可知,  $\frac{\partial h(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i} \rightarrow 0, \frac{\partial h(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}_i} g_i(\mathbf{x}_i, \check{\mathbf{x}}_i) \rightarrow 0$ 。针对式(2),

当控制矩阵  $\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \mathbf{x}_i} g_i(\mathbf{x}_i, \tilde{\mathbf{x}}_i) \rightarrow 0$  时,系统对  $\mathbf{y}$  的控制作用将越来越弱,直至失去控制作用,则  $\hat{y}$  将围绕极大值  $\hat{y}^*$  进行振荡。在此振荡过程中,切换函数  $\sigma(t)$  将从一个滑模面  $k\varepsilon$  转换到另一个滑模面  $(k+1)\varepsilon$ 。为此,进一步证明输出量  $\hat{y}$  在极大值  $\hat{y}^*$  附近的振荡幅值是关于参数  $\varepsilon$  的无穷小量。

2) 证明输出量  $\hat{y}$  在极大值  $\hat{y}^*$  附近的振荡幅值是关于参数  $\varepsilon$  的无穷小量。

针对输出量  $\hat{y}$  在极大值  $\hat{y}^*$  附近的振荡问题,分2种情况进行讨论:①情况1:状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  一直在邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内进行振荡运动;②情况2:状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  的振荡运动会逃出邻域  $\hat{D}_{\Delta}$ ,然后再返回进入邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内。

①情况1:如果状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  一直在邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内进行振荡运动,则通过选取合适的  $\underline{H}_{2i}$ ,可以使得  $\Delta$  任意小,从而满足  $|\hat{y} - \hat{y}^*| = O(\varepsilon)$ 。

②情况2:如果状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  的振荡运动会逃出邻域  $\hat{D}_{\Delta}$ ,然后再返回进入邻域  $\hat{D}_{\Delta}$ ,则需要证明输出量  $\hat{y}$  在此以外的振荡范围也是关于参数  $\varepsilon$  的无穷小量。

由于参考轨迹  $y_r$  是严格递增的,且输出量  $\hat{y}$  存在极大值  $\hat{y}^*$ ,则一定存在时间  $t^* > 0$ ,使得  $\text{sgn}(e(t)) = -1$ 。由切换函数  $\sigma(t)$  的定义式(15),可得

$$\sigma(t) = \hat{y}(t) - y_r(t) - \gamma t + \gamma t^* + \gamma \int_0^{t^*} \text{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (29)$$

假设当时刻  $t = t_1 (t_1 > t^*)$  时,状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  从邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内运动到其边缘处。对于  $\forall t > t_1$ ,存在

$$\sigma(t_1) = \hat{y}(t_1) - y_r(t_1) - \gamma t_1 + \gamma t^* + \gamma \int_0^{t^*} \text{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (30)$$

$$\sigma(t) = \hat{y}(t) - y_r(t) - \gamma t + \gamma t^* + \gamma \int_0^{t^*} \text{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (31)$$

将式(30)与式(31)相减,可得

$$\tilde{\sigma}(t) = \tilde{y}(t) - k_r(t - t_1) - \gamma(t - t_1) \quad (32)$$

$$\tilde{\sigma}(t) = \sigma(t) - \sigma(t_1)$$

$$\tilde{y}(t) = \hat{y}(t) - \hat{y}(t_1)$$

由式(32)可得

$$|\tilde{y}(t)| \leq |\tilde{\sigma}(t)| + k_r(t - t_1) + \gamma(t - t_1) \quad (33)$$

设定  $t_2 (t_2 > t_1)$  为切换函数  $\sigma(t)$  达到下一个

滑模面的时刻,  $t_3 (t_3 > t_1)$  为切换函数  $\sigma(t)$  从邻域  $D_{\Delta}$  外部再次返回到邻域  $D_{\Delta}$  边缘的时刻。

①如果  $t_3 > t_2$ ,则可将时间分为2个阶段:  $t \in [t_1, t_2)$  和  $t \in [t_2, t_3]$ 。

当  $t \in [t_1, t_2)$  时,切换函数  $\sigma(t)$  并不处于滑模面上,即  $k\varepsilon < \sigma(t) < (k+1)\varepsilon$ ,则  $|\tilde{\sigma}(t)| = |\sigma(t) - \sigma(t_1)| = O(\varepsilon)$ 。

根据式(8)、式(13)和式(16),同时考虑到  $t^*$  可以适当大,使得  $|\hat{y}| e^{-\beta t} \rightarrow 0$ ,可得

$$\delta \leq \varphi_1^i(\hat{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{x}}_i) u_i - \|\varphi_0^i(\hat{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{x}}_i)\| - |d_{\varphi}^i| - k_r + \gamma \leq \|\varphi_0^i(\hat{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{x}}_i) + \varphi_1^i(\hat{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{x}}_i) u_i + d_{\varphi}^i - k_r + \gamma \text{sgn}(e(t))\| \leq |\dot{\sigma}(t)| \quad (34)$$

切换函数  $|\sigma(t)|$  是递增的,对于  $\forall t \in [t_1, t_2)$ ,存在

$$t - t_1 \leq \frac{|\tilde{\sigma}(t)|}{\delta} \quad (35)$$

由式(33)、式(35)以及  $|\tilde{\sigma}(t)| = |\sigma(t) - \sigma(t_1)| = O(\varepsilon)$  可知,  $|\tilde{y}(t)| = O(\varepsilon)$ 。

当  $t \in [t_2, t_3]$  时,切换函数  $\sigma(t)$  处于滑模面上,  $\dot{\sigma}(t) = 0$ 。根据时刻  $t_2$  和  $t_3$  的定义可知,在  $t \in [t_2, t_3]$  时,  $\dot{\hat{y}} = k_r + \gamma > 0$ ,则输出量  $\hat{y}(t)$  是单调递增运动,它将从滑模面上朝着极大值  $\hat{y}^*$  方向运动,因此说明与  $\hat{y}(t_1)$  距离最远的位置是  $\hat{y}(t_2)$ ,而由于已证明得知  $|\hat{y}(t_2) - \hat{y}(t_1)| = O(\varepsilon)$ ,所以  $\forall t \in [t_2, t_3]$ ,存在  $|\hat{y}(t) - \hat{y}(t_1)| = O(\varepsilon)$ 。

综合  $t \in [t_1, t_2)$  和  $t \in [t_2, t_3]$  的分析情况,可以得到对于  $\forall t \in [t_1, t_3]$ ,  $|\hat{y}(t) - \hat{y}(t_1)| = O(\varepsilon)$ 。

②如果  $t_2 \geq t_3 > t^*$ ,分析输出量  $\hat{y}$  从  $t_1$  运动到  $t_3$  的情况,由于此时切换函数  $\sigma(t)$  不处于滑模面上,则对于  $\forall t \in [t_1, t_3]$ ,输出量  $\hat{y}$  的运动情况可以类比于①中  $t \in [t_1, t_2)$  的情况,因而,可知此时  $|\hat{y}(t) - \hat{y}(t_1)| = O(\varepsilon)$ 。

对于  $\forall t \in [t_3, t_2)$ ,由于状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  已处于邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内,此时通过选取合适的  $\underline{H}_{2i}$ ,可以使得  $\Delta$  任意小,从而满足  $|\hat{y}(t) - \hat{y}(t_1)| = O(\varepsilon)$ 。

由于状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  会收敛至邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内,因此  $\hat{\mathbf{x}}_i$  也是一致范数有界的。此外,由于输出函数  $\hat{y} = \hat{h}(\hat{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{x}}_i)$  是连续函数,当状态量  $\hat{\mathbf{x}}_i$  一致范数有界性时,输出量  $\hat{y}$  也是一致范数有界的。证毕

由于非线性极值搜索子系统(见式(2))属于MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1))的任意子系统,因此根据定理2,可得到如下推论。

**推论1** 针对MIMO仿射型非线性极值搜索系统(见式(1)),满足假设1~假设5,如果输入

量  $u_i (1 \leq i \leq m)$  采取如式(13) ~ 式(15)所示, 则状态量  $\bar{x}$  将在有限时间内全局收敛至邻域  $D_\Delta$  内, 并且对于足够小的  $H_1$ , 输出量  $y$  在极大值  $y^*$  附近的振荡幅值是关于参数  $\sqrt{\varepsilon}$  的无穷小量, 即  $\|y - y^*\| = O(\sqrt{\varepsilon})$ , 同时状态量  $\bar{x}$  和输出量  $y$  都一致范数有界。

**证明** 根据定理 2 可知, 对于 MIMO 仿射型非线性极值搜索系统 (见式(1)) 中的第  $i (1 \leq i \leq m)$  个极值搜索子系统 (见式(2)), 当采取如式(13) ~ 式(15)所示的输入量  $u_i$  时, 状态量  $\hat{x}_i$  可在有限时间内全局收敛至邻域  $\hat{D}_{\Delta}$  内时, 即存在  $\|x_i - x_i^*\| < \Delta_i/2$  与  $|\hat{y} - \hat{y}^*| < \Delta_i/2$ 。因此, 当采取与定理 2 相类似的控制条件时, MIMO 仿射型非线性极值搜索系统 (见式(1)) 的状态量  $\bar{x}$  都能在有限时间内全局收敛至  $\|\bar{x} - \bar{x}^*\| < \Delta/2$ , 根据假设 3 可知, 此时状态量  $\bar{x}$  处于邻域  $D_\Delta$  内。此外, 由于函数  $y = h(\bar{x})$  是连续函数, 当状态量  $\bar{x}$  一致范数有界性时, 输出量  $y$  也是一致范数有界的。

根据定理 2 可知,  $|\hat{y} - \hat{y}^*| = O(\varepsilon)$ , 由于已知极大值  $\hat{y}^* = 0$ , 则根据  $\hat{y} = -(y - y^*)^T (y - y^*)$ , 可得

$$\begin{aligned} |-(y - y^*)^T (y - y^*)| &= \|y - y^*\|^2 = O(\varepsilon) \Rightarrow \\ \|y - y^*\| &= O(\sqrt{\varepsilon}) \end{aligned}$$

采用式(13) ~ 式(15)所示的输入量  $u_i$ , 可得第  $i$  个极值搜索子系统 (见式(2)) 中的状态量  $\hat{x}_i$  是一致范数有界的, 这也是分析其他极值搜索子系统的前提条件, 从而说明了采用本文提出的方法是确保状态量  $\bar{x}$  和输出量  $y$  一致范数有界的充分条件。 **证毕**

### 4 仿真分析

考虑一类纳什均衡解的搜索控制问题, 该问题具有如下系统模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + (x_1 + 0.5\cos t)x_2 + \\ \quad (1 + 0.2\sin t)u_1 + d_1 \\ \dot{x}_2 = -4x_2 + (1.1 + 0.8\cos^2 t)u_2 + d_2 \\ y_1 = -6x_1^2 + 12 \\ y_2 = -8x_2^2 + 10 \end{cases} \quad (36)$$

式中:  $x = [x_1 \ x_2]^T$  为系统的状态量;  $u = [u_1 \ u_2]^T$  和  $y = [y_1 \ y_2]^T$  分别为系统的输入量和输出量, 分别表示代价输入量和惩罚函数输出量;  $d = [d_1 \ d_2]^T$  为系统建模不完善所引起的干扰。通过分析该模型可知, 当  $x_1 = 0$  和  $x_2 = 0$  时, 输出量  $y_1$  和  $y_2$  才具有极大值  $y_1^* = 12$  和  $y_2^* = 10$ 。此

例的控制目标是利用所设计的基于输出反馈滑模控制的输入量  $u$ , 使得输出量  $y_1$  和  $y_2$  全局收敛至各自的极大值  $y_1^*$  和  $y_2^*$ , 且状态量  $x_1$  和  $x_2$  均有界。

应用本文方法, 设计控制参数分别为:  $k_i = 1$ ,  $\gamma = 0.3$ ,  $\beta = 3$ ,  $\delta = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.02$ 。考虑干扰项  $d_1 = 0, d_2 = 0$ , 当系统状态量的初始条件分别为  $x_1(0) = 3$  和  $x_2(0) = 2$  时, 得到的仿真结果分别如图 3 ~ 图 8 所示。

通过上述仿真结果可知, 在控制输入量  $u$  的作用下, 输出量  $y_1$  和  $y_2$  能很快地收敛至极大值  $y_1^* = 12$  和  $y_2^* = 10$  (见图 5 和图 6), 此时状态量  $x_1$  和  $x_2$  也分别收敛至  $x_1^*$  和  $x_2^*$  的有界邻域内 (见图 3 和图 4)。由于滑模控制自身的性质, 控制输入量  $u$  存在来回切换的问题, 为了弱化其影

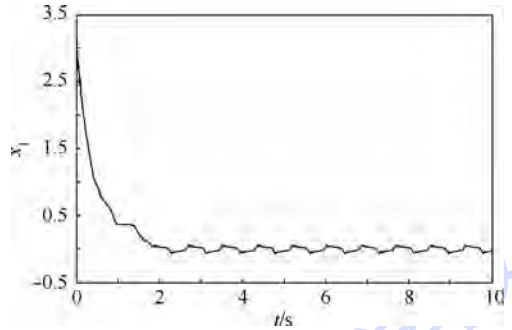


图 3 不存在干扰时状态量  $x_1$  的仿真结果

Fig. 3 Simulation result of state  $x_1$  without interference

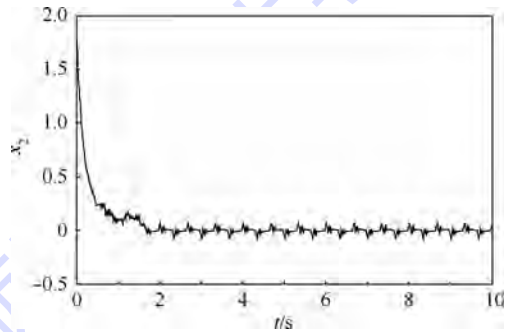


图 4 不存在干扰时状态量  $x_2$  的仿真结果

Fig. 4 Simulation result of state  $x_2$  without interference

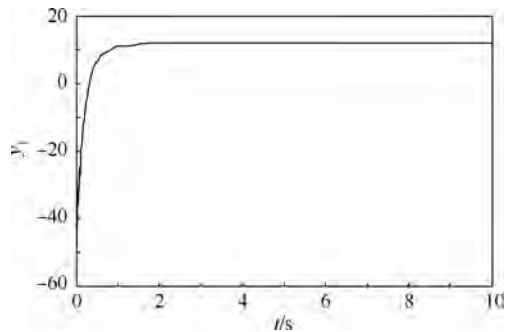


图 5 不存在干扰时输出量  $y_1$  的仿真结果

Fig. 5 Simulation result of output  $y_1$  without interference

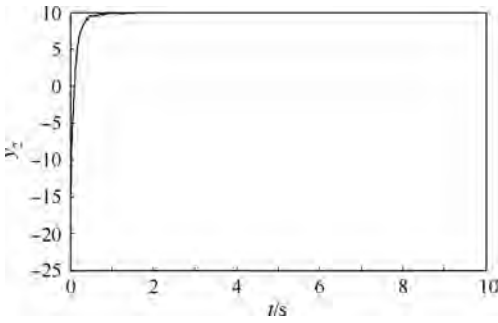


图6 不存在干扰时输出量  $y_2$  的仿真结果

Fig.6 Simulation result of output  $y_2$  without interference

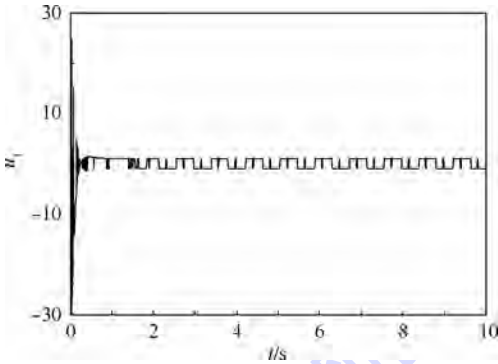


图7 不存在干扰时控制输入量  $u_1$  的仿真结果

Fig.7 Simulation result of control input  $u_1$  without interference

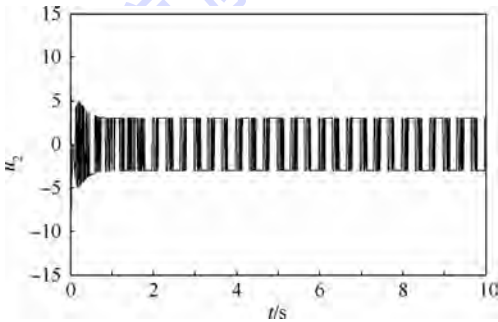


图8 不存在干扰时控制输入量  $u_2$  的仿真结果

Fig.8 Simulation result of control input  $u_2$  without interference

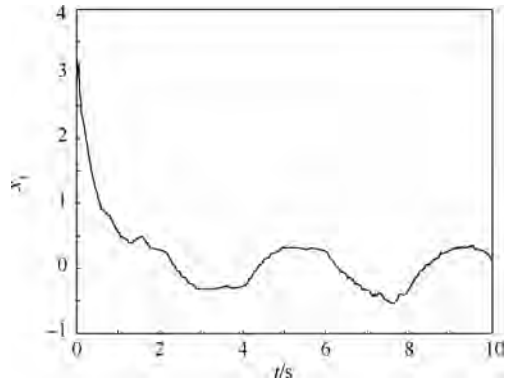


图9 存在干扰时状态量  $x_1$  的仿真结果

Fig.9 Simulation result of state  $x_1$  with interference

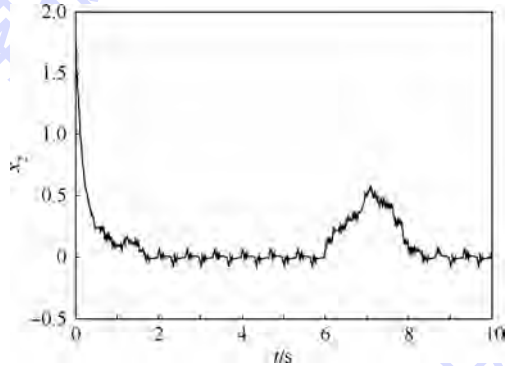


图10 存在干扰时状态量  $x_2$  的仿真结果

Fig.10 Simulation result of state  $x_2$  with interference

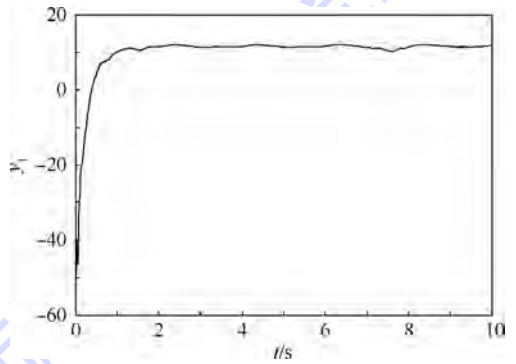


图11 存在干扰时输出量  $y_1$  的仿真结果

Fig.11 Simulation result of output  $y_1$  with interference

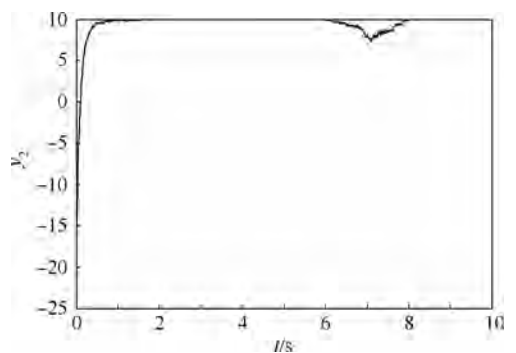


图12 存在干扰时输出量  $y_2$  的仿真结果

Fig.12 Simulation result of output  $y_2$  with interference

响,可以采取双曲正切函数代替符号函数的方法。

为了进一步验证本文方法的鲁棒性,分别假设干扰项  $d_1$  为单位幅值的正弦周期信号,干扰项  $d_2$  为在工作时间 6~7s 内的 2 倍幅值脉冲信号,同时状态量的初始值和设计参数均保持不变,得到的仿真结果分别如图 9~图 14 所示。

通过上述仿真结果可知,当系统(见式(36))在遭受不同形式的干扰时,利用原有控制器的作用,输出量  $y_1$  和  $y_2$  仍然能较快地收敛至各自极大值  $y_1^*$  和  $y_2^*$  的有界邻域内,由此说明本文方法确实具有很好的鲁棒性。

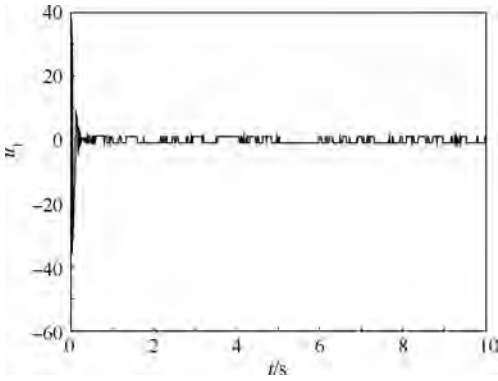


图 13 存在干扰时控制输入量  $u_1$  的仿真结果

Fig.13 Simulation result of control input  $u_1$  with interference

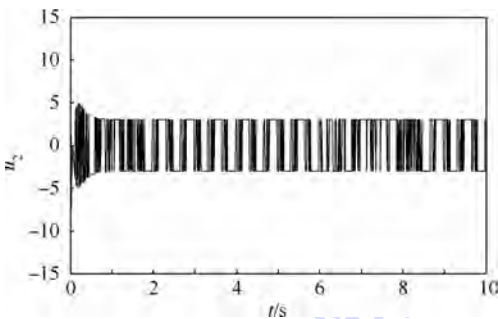


图 14 存在干扰时控制输入量  $u_2$  的仿真结果

Fig.14 Simulation result of control input  $u_2$  with interference

## 5 结 论

本文综合分析了当状态量不可测时的 MIMO 仿射型非线性极值搜索系统,提出了一种输出反馈滑模控制方法,稳定性分析及仿真验证表明:

1) 该控制方法可在任何初始条件下使系统的输出量全局收敛至其期望极值的任意小邻域内,且所有状态量均一致范数有界。

2) 该控制方法确保了切换函数在任何时刻都可以全局收敛至滑模面上,提升了控制方法的鲁棒性。

3) 该方法属于一种在线反馈控制方法,在许多状态量不易测量或者不可测量的 MIMO 极值搜索系统中有着广泛的应用前景。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] DEHAAN D, GUAY M. Extremum-seeking control of state-constrained nonlinear systems [ J ]. *Automatica*, 2005, 41 ( 9 ): 1567-1574.
- [ 2 ] CENTIOLI C, IANNONE F, MAZZA G, et al. Extremum seeking applied to the plasma control system of the Frascati tokamak upgrade [ C ] // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision Control/European Control Conference 2005*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 8227-8232.
- [ 3 ] KRSTIC M, BANASZUK A. Multivariable adaptive control of

instabilities arising in jet engines [ J ]. *Control Engineering Practice*, 2006, 14 ( 7 ): 833-842.

- [ 4 ] PETERSON K S, STEFANOPOULOU G. Extremum seeking control for soft landing of an electromechanical valve actuator [ J ]. *Automatica*, 2004, 40 ( 6 ): 1063-1069.
- [ 5 ] BASTIN G, NESIC D, TAN Y, et al. On automatic seeking of optimal steady-states in biochemical processes [ C ] // *7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*. Pretoria: Curran Associates, Inc., 2007: 814-819.
- [ 6 ] DEWASME L, VANDE W A. Adaptive extremum-seeking control applied to productivity optimization in yeast fed-batch cultures [ C ] // *Proceedings of the 17th World Congress and the International Federation of Automatic Control*. Seoul: Curran Associates, Inc., 2008: 9713-9718.
- [ 7 ] ZHONG Z D, HUO H B, ZHU X J, et al. Adaptive maximum power point tracking control of fuel cell power plants [ J ]. *Journal of Power Sources*, 2008, 176 ( 1 ): 259-269.
- [ 8 ] GWAK K W. Application of extremum seeking control to turbodynamic blood pumps [ J ]. *ASAIO Journal*, 2007, 53 ( 4 ): 403-409.
- [ 9 ] KRSTIC M. Toward faster adaptation in extremum seeking control [ C ] // *Proceeding of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1999: 4766-4771.
- [ 10 ] TAN Y, NESIC D, MAREELS I. On stability properties of a simple extremum seeking scheme [ C ] // *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 2807-2812.
- [ 11 ] 左斌, 李静, 胡云安. 极值搜索算法研究及其应用 [ M ]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 1-10.
- ZUO B, LI J, HU Y A. Research on extremum seeking algorithm and its application [ M ]. Beijing: National Defence Industry Press, 2014: 1-10 ( in Chinese ).
- [ 12 ] ARIYUR K B, KRSTIC M. Slope seeking: A generalization of extremum seeking [ J ]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2004, 18 ( 1 ): 1-22.
- [ 13 ] 左斌, 胡云安, 李静. 基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法及其应用研究 [ J ]. *电子学报*, 2009, 37 ( 12 ): 2651-2656.
- ZUO B, HU Y A, LI J. Research on extremum seeking algorithm based on chaotic annealing recurrent neural network with parameter disturbances and its application [ J ]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37 ( 12 ): 2651-2656 ( in Chinese ).
- [ 14 ] OLIVEIRA T R, LIU H, PEIXOTO A J. Output feedback global tracking for unknown control direction plants with application to extremum-seeking control [ J ]. *Automatica*, 2011, 47 ( 6 ): 2029-2038.
- [ 15 ] FILIPPOV A F. Differential equations with discontinuous right-hand side [ J ]. *American Mathematical Society Translations*, 1964, 42 ( 2 ): 199-231.

### 作者简介:

左斌 男, 博士, 助理研究员。主要研究方向: 非线性控制、智能控制、遥感信息应用技术。

Tel.: 010-66349446

E-mail: zuobin97117@163.com

张雷 男,博士研究生。主要研究方向:非线性控制、极值搜索控制。

E-mail: zhanglei090@aliyun.com

李静 男,博士,讲师。主要研究方向:智能控制、自适应控制、迭代学习控制。

E-mail: lijing7292013@163.com

## Output-feedback sliding mode control for MIMO affine extremum seeking systems

ZUO Bin<sup>1,\*</sup>, ZHANG Lei<sup>2</sup>, LI Jing<sup>3</sup>

(1. School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

3. Department of Strategic Missile Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** An output-feedback sliding mode control method is proposed for a class of multi-input multi-output (MIMO) affine nonlinear extremum seeking systems. Firstly, the original MIMO affine nonlinear extremum seeking system is decomposed into several single-input single-output (SISO) extremum seeking subsystems. Considering the subsystem's states are unmeasurable, the control method uses a simple ramp time function as the reference signal of the subsystem's output, constructs the sliding mode manifold by the output tracking error and the integral of the sign function of the tracking error, and designs the output-feedback extremum seeking control law with sliding mode. The stability analysis shows that the MIMO nonlinear seeking extremum system with the proposed control method is possible to achieve an arbitrarily small neighborhood of the desired optimal point under all initial conditions, and all the states in the closed-loop system remain uniformly bounded. Simulation results are presented to illustrate the effectiveness of the control method.

**Key words:** affine nonlinear systems; extremum seeking systems; output-feedback; sliding mode control; uniformly bounded

**Received:** 2015-05-11; **Accepted:** 2015-06-05; **Published online:** 2015-08-03 14:23

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.008.html

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (60674090); China Postdoctoral Science Foundation (2013M542480)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-66349446 E-mail: zuobin97117@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0300

# 实时流媒体 P2P 可收敛反馈网络结盟算法

沈孟如<sup>1</sup>, 张晋豫<sup>2,\*</sup>

(1. 北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044; 2. 北京交通大学 计算机与信息技术学院, 北京 100044)

**摘 要:** 客户端贡献的不公平性严重影响系统的服务质量和提供服务的能力, 本文提出了一个基于距离汇聚的结盟算法, 在动态业务量环境中通过实现可收敛反馈网络, 有效消除了随机结盟、内容相似驱动结盟和带宽相似驱动结盟中存在的业务量不合理问题。实现了基于公网 IP 的静态距离算法和基于探测包的动态距离测量法的混合节点间距离评估机制, 较好地解决了探测包测距受业务量波动影响较大、客户端感知测距实时性较差以及 IP 包测距误差较大的问题。引入了一个具有位置意识的基于 Polling 的均匀流周期请求协同机制, 在保持推—拉周期请求机制开销小优点的同时, 提高对抗 Serving Peer 传输劣化和失败的弹性。仿真结果表明: 该机制可以减少业务量不合理和用户不贡献恶意行为的概率, 当节点较多时, 其能够提供比其他结盟算法更好的时延、丢包率和到达率性能。

**关键词:** 流媒体; 对等网络; 服务质量; 反馈网络; 结盟算法

**中图分类号:** TP913

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0728-09

客户端贡献的不公平性是导致 P2P 流媒体系统中“搭便车 (free-ride)”<sup>[1]</sup> 等作弊行为存在的主要原因, 其严重影响了系统的服务质量和提供服务的能力。随机结盟法、内容相似驱动结盟法<sup>[2]</sup> 和带宽相似驱动结盟法是目前消除用户间不公平性的通用方法, 其通过把单向的无约束服务关系变为同盟内双向的强制服务关系, 消除了享受服务但不做出贡献的不公平行为, 但都因缺乏考虑距离因素而无法得到满意的性能<sup>[3]</sup>。

本文提出了一个 P2P 流媒体反馈网络实现机制, 即基于静态计算和动态测量结合的距离估算混合算法, 并提出了一个基于距离汇聚的结盟算法。通过把业务量汇聚到近距离节点上, 双向同步服务的约束提高了用户间的公平性, 通过减少数据包的平均传输距离提高了媒体的传输质量。

## 1 距离驱动 P2P 流媒体结盟机制

### 1.1 距离估算混合算法

#### 1.1.1 基于公网 IP 的静态距离算法

公网 IP 地址的划分具有很好的计划性, 互联网名称与数字地址分配机构 (the Internet Corporation for Assigned Names and Numbers, ICANN) 负责整个国际的公网 IP 地址的规划<sup>[3-5]</sup>。基于公网 IP 地址具有显著的地域和位置特点<sup>[6]</sup>, 本文提出了一个节点间物理距离的估计算法:

$$D_j^i(\text{IP}) = k \left[ \sum_{x=1}^{32(128)} (|\text{IP}_i(x) - \text{IP}_j(x)| 2^{x-1}) \right]$$

式中:  $D_j^i(\text{IP})$  为节点  $i$  和节点  $j$  之间的距离, 用时间单位表示;  $\text{IP}_i(x)$  为节点  $i$  的公网 IP 地址二进制表示的第  $x$  段 (从右开始计算); IPv4 地址总段数为 32, IPv6 的总段数为 128;  $k$  为单位 IP 差值对

收稿日期: 2015-05-12; 录用日期: 2015-08-29; 网络出版时间: 2015-12-23 17:30

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151223.1730.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(61071077); 中央高校基本科研业务费专项资金(2015JBM055)

\* 通讯作者: Tel.: 010-51688223 E-mail: zjy@bjtu.edu.cn

**引用格式:** 沈孟如, 张晋豫. 实时流媒体 P2P 可收敛反馈网络结盟算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 728-736.  
SHEN M R, ZHANG J Y. Alliance algorithm of converging feedback network on P2P real-time media streaming [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 728-736 (in Chinese).

应的时延值,可表示为

$$k = \frac{\sum_{IP} D}{\sum_{IP} D_1} = \frac{1}{133\ 674.628}$$

其中: $D$ 为不存在拥塞的情况下,IP 具有很好计划和位置特征的实验网络中 2 个节点之间的探测包的时延; $D_1$ 为相应的 2 个节点 IP 差值。

### 1.1.2 基于探测包的距离动态测量法

客户端在选定 Serving Peer 后,向它发出一个探测包,探测包中含有发出的时间  $t$ ,Serving Peer 收到后,把收到的时间加到探测包中并返送给客户端,客户端收到后,解析出发送和接收时戳,并计算出节点  $i$  和节点  $j$  之间的往返时延,用  $R_j^i(t)$  表示。

### 1.1.3 距离估算混合算法的提出

根据第 1.1.1 节和第 1.1.2 节论述,当节点的 IP 不服从位置计划分布时, $D_j^i(\text{IP})$  和真实距离具有较大的误差。当探测包所通过的网络路径出现拥塞或业务量过大时, $R_j^i(t)$  也存在较大的误差。为此,需要把两者结合起来。本文提出了一个距离估算混合算法。设

$$V(x) = xu(x)$$

$$\text{式中:} u(x) \text{ 为单位函数, } u(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

混合估算距离可表示为

$$d_j^i(t) = \frac{R_j^i(t) V(L_1 - R_j^i(t))}{2} + \frac{D_j^i(\text{IP}) V(R_j^i(t) - L_2)}{2} \quad (1)$$

式中: $d_j^i(t)$ 为节点  $i$  和节点  $j$  之间的混合估算距离,用时间单位表示; $L_1$  和  $L_2$  为 2 个时间门限:关门门限  $L_1$  和达标门限  $L_2$  ( $L_1 > L_2$ )。当往返时延  $R_j^i(t) \geq L_1$  时,由于单位函数的屏蔽作用,式(1)变为: $d_j^i(t) = D_j^i(\text{IP}) V(R_j^i(t) - L_2)/2$ 。客户端发出探测包后,设置一个关门定时器,值为  $L_1$ ,当时间超过关门门限时,认为探测包遭遇了拥塞或过分延迟,于是不再等返回包,用静态公网 IP 计算值作为距离值。当  $R_j^i(t) \leq L_2$  时,同样由于单位函数的屏蔽作用,式(1)变为: $d_j^i(t) = R_j^i(t) V(L_1 - R_j^i(t))/2$ 。设置一个达标定时器,值为  $L_2$ ,当在达标门限之前返回时,认为网络正常,此时,用探测包的往返时延表示距离值。关门门限和达标门限的设置确保了式(1)具有较高的实时性。往返时延  $R_j^i(t)$  越大, $L_1 - R_j^i(t)$  越小, $R_j^i(t) - L_2$  越大,式(1)中  $R_j^i(t)$  的作用越小, $D_j^i(\text{IP})$  越大,静态公网 IP 计算值起到显性作用;同样, $R_j^i(t)$  越小, $L_1 - R_j^i(t)$  越大, $R_j^i(t) - L_2$  越小,式(1)中  $R_j^i(t)$  的作用

越大, $D_j^i(\text{IP})$  越小,探测的往返测量值起到显性作用。

$L_1$  通常参考国际间公网 IP 值相差最大时的  $D_j^i(\text{IP})$  定义<sup>[7]</sup>,通过实验得到的值为: $L_1 = 600 \text{ ms}$ 。 $L_2$  通常参考国内公网 IP 值相差最大时的  $D_j^i(\text{IP})$  定义,通过实验得到的值为: $L_2 = 213 \text{ ms}$ 。

综上所述,式(1)能够在网络拥塞或业务量较大时,使基于公网 IP 的静态距离算法发挥主导作用,从而减少业务量波动的影响。当网络正常时,使基于探测包的距离动态测量法发挥作用,从而减少 IP 位置分布异常的影响。因此,式(1)兼有实时性和准确性的优点。

## 1.2 具有位置意识的基于 Polling 的流媒体传输机制和 Serving Peer 选择算法

### 1.2.1 基于 Polling 的流媒体传输机制

由于流媒体是时基媒体,用户边下载边播放,播放以后就删除,节点不保存内容<sup>[8-9]</sup>,因此,节点中可共享的内容就是已经下载并存放在缓存中但没有播放的内容。所以在流畅播放的情况下,无论对直播或者点播流媒体,登录时间相近的节点缓存中的内容相似。

流媒体播放器大多构造可复用的环形缓存,如 Cold Streaming<sup>[10]</sup>。本文构造重复可用的环形缓存,总长度为  $T_b$ ,正常情况下,对节点  $x$ ,设其登录时刻为  $t_s^x$ ,则在  $[t_s^x, t_s^x + T_b]$  时间内登录的节点具有它需要的内容,这些节点作为候选节点。

假设流媒体服务器的登录时间一直定义为当前时间,因此可成为所有登录节点的候选节点,保证任何节点不会被拒绝。 $T_b$  通常为几十秒,因此,候选节点不会很多。

假设流媒体的播放速率为  $W_p$ ,局域网中 2 个节点之间流媒体可用的平均传输带宽为  $W_{\text{LAN}}$ ,市民平均的国际带宽为  $W_{\text{INTER}}$  (认为 IP 差距最大 (255.255.255.255),即距离为最远  $D_{\text{max}}(\text{IP}) = k \left( \sum_{x=1}^{32(128)} 2^x \right)$  时的带宽)。一个节点能支持的最大子流数为  $N_i$ ,对流媒体服务器节点,支持的最大子流数  $N_i$  不受限制。本文提出了一个具有位置意识的 Serving Peer 提供的子流传输带宽算法:

$$W_j^i = \left( W_{\text{LAN}} - \frac{W_{\text{LAN}} - W_{\text{INTER}}}{D_{\text{max}}} d_j^i \right) / N_i \quad (2)$$

### 1.2.2 Serving Peer 选择算法

假设 P2P 流媒体系统中为每一个客户端分配  $m$  个 Serving Peer,对节点  $i$ ,在所有已登录的候选节点中寻找节点  $j$ ,使其满足:

$$W_j^i \geq W_p / m \quad (3)$$

1) 分配节点:从满足式(3)的所有节点中(Media Server(MS)除外)按照  $W_j^i$  从大到小选出不大于  $m$  个候选节点作为 Serving Peer 节点。如果选出的候选节点数小于  $m$ , MS 替补进来成为 Serving Peer。这里 MS 为流媒体服务器(也可以是高级父节点或者超级节点)。

2) 任务(子流数)分配算法:给每一个 Serving Peer 分配一个子流。如果 Serving Peer 数目小于  $m$ , 则把多于节点数的子流按照  $W_j^i$  从大到小的顺序依次分配给任务不饱和(提供的总子流数小于  $N_i$ )的除 MS 以外的节点。如果除 MS 以外的所有节点任务都饱和但仍有子流未分出,则将这些剩余的子流全部委派给 MS。因为 MS 的子流数不受限制,所以任务分配算法不会失败。把 MS 作为候补的任务分配算法可以降低 MS 的负担,消除 MS 瓶颈,使系统能接纳更多的节点。

3) 子流序号分配算法:按照 Serving Peer 的登录时间  $t_s^i$  由早到晚顺序由小到大分配子流序号。如果同一个 Serving Peer 被分配了多个子流,则这些子流序号连续<sup>[11]</sup>。由于认为 MS 登录时间最晚(当前时间),因此肯定分配序号最大的子流。原因在于:在同一个 Polling 周期中,子流序号越小,数据包次序越靠前,其数据最早播放,因此,需要最早被下载。而 Serving Peer 登录时间  $t_s^i$  越早,下载数据越多,数据越可靠,给登录早的 Serving Peer 分配小的子流号,可以提高抵抗传输失败的弹性。

给每一个子流分配  $W_p/m$  的传输带宽,则一个节点的下载速度等于播放速度,并在动态业务量环境中,通过控制机制使下载速率围绕  $W_p/m$  波动,就可实现下载和删除的动态平衡,在可复用缓存中的下载内容既不因增长过快而覆盖下载未播放的内容,产生剪辑,也不会因增长过慢而使播放器没有内容播放,产生停顿。

为了处理网路波动和网络异常,在 P2P 流媒体系统中周期请求机制被广泛采用。如 Cold Streaming 子流传输速率恒定(均匀流)的周期申请机制<sup>[12]</sup>,其实现了推-拉传输(一次请求(拉),连续传输(推)),简化了申请开销;缺点是不能实现量力而为,参与门限高。Peer Streaming 采用变子流传输速率(非均匀流)的周期申请机制<sup>[13]</sup>,其实现了量力而为的自适应传输,降低了参与门限;缺点是维持每个流的信息和周期请求的开销大,实现复杂<sup>[14]</sup>。当 Polling 周期大小恒定时,增加节点可以减少单个节点的任务量(包数),从而提高节点完成任务的概率,提高系统的

可靠性。结合以上 2 个机制的优点和 Polling P2P 协同机制的优点,本文提出了一个基于 Polling 的 P2P 均匀流周期请求协同机制,如图 1 所示。

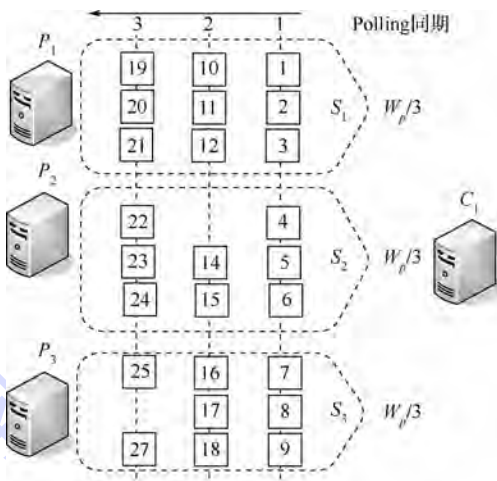


图 1 基于 Polling 的均匀流周期请求协同机制  
Fig. 1 Uniform flow cycle request collaborative mechanism based on Polling

图 1 中,客户端  $C_1$  有 3 个 Serving Peer:  $P_1$ 、 $P_2$  和  $P_3$ , 产生 3 个对应的子流:  $S_1$ 、 $S_2$  和  $S_3$ , 它们的传输速率都是  $W_p/3$ 。选择均匀流可方便节点间的结盟。

以 IP 包为任务分配的基本单位,一个 Polling 周期中每个流包含的 IP 包个数称为作业任务(Task of Assignment, TOA)。图 1 中,  $S_1$ 、 $S_2$  和  $S_3$  的 TOA 为 3 个包。 $S_2$  的第 2 个 Polling 周期和  $S_3$  的第 3 个 Polling 周期发生丢包,丢包 ID 分别为 13 和 26。选用 IP 包作为媒体的基本体积,可以选择用户数据报协议(User Datagram Protocol, UDP)作为节点间数据交换协议,省去了媒体的分割、同步和组装的开销,简化了传输协议的实现<sup>[15]</sup>。

### 1.3 基于距离汇聚的结盟算法

本文提出了基于距离汇聚的结盟算法,如图 2 所示。

基于距离汇聚的结盟算法描述如下:依次登录的不同节点  $i$ 、 $j$  和  $k$ , 如图 2(a) 所示,如果满足:

$$\begin{cases} d_k^i \geq d_j^i \cap d_i^k \geq d_j^k \\ t_s^i - t_s^j \leq T_s - T_a \leq T_b, T_a \in [0, T_s] \end{cases} \quad (4)$$

则:①如果同盟成员数不等于子流总数,父节点  $i$  提供给节点  $k$  的最新子流被节点  $j$  代替;②如果同盟成员数等于子流总数,父节点  $i$  提供给节点  $k$  的序号不大于  $k$ (同盟序号)的最新子流被节点  $j$  代替。

节点  $j$  和节点  $k$  的结盟如图 2(c) 所示。如果父节点  $i$  被替代的子流是节点  $k$  提供给节点  $j$  的子流,父节点  $k$  提供给节点  $j$  的子流被节点  $i$  取代

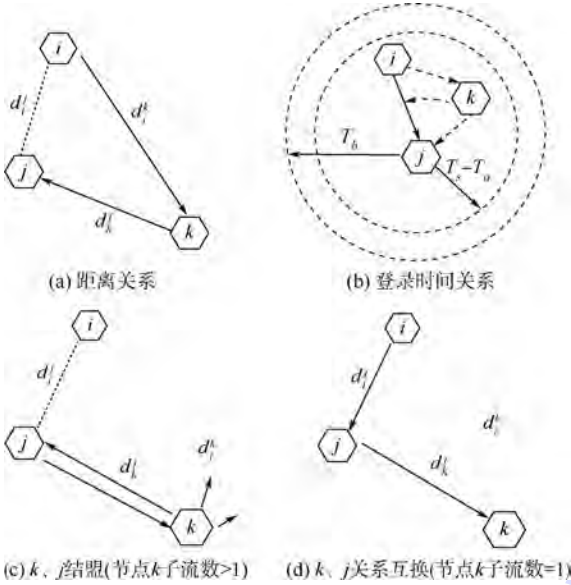


图2 基于距离汇聚的结盟算法  
Fig. 2 Alliance algorithm based on distance-convergence

(见图2(d)),则节点j成为节点k的父节点。

基于距离汇聚的结盟算法说明如下:

1) 式(4)中第1个式子表示新加入的节点j要比父节点k离节点i的距离近,同时离节点k的距离要比节点i近,这是距离汇聚的前提。

2) 式(4)中第2个式子表示节点j和节点i之间登录时间之差小于门限值  $T_s - T_a$ ,  $T_s - T_a$  表示同步门限。证明如下:

为了实现数据同步,节点i,j和k的登录时间必须在一个环形缓存周期  $T_b$  内,如图2(b)所示的外侧圆。当节点k用新节点j替代节点i时,为了实现数据同步,节点j需要花费  $t_s^j - t_s^k + (t_s^k - t_s^i)$  时间去下载节点k中已有内容,只有当这段时间小于播放点和下载点之间的缓冲带  $T_s$  时,节点k的播放点才能在还没有赶上下载点时从节点j下载到新内容,播放不会出现停顿。为了处理网络异常,还需要增加  $T_a$  的缓冲时间,回馈门限为  $T_s - T_a$ 。

以上关系表示为:  $t_s^j - t_s^k + (t_s^k - t_s^i) \leq T_s - T_a$ 。即:  $t_s^j - t_s^i \leq T_s - T_a$ 。即如图2(b)所示的内侧圆。

选择序号较大的子流是因为替代节点j是刚登录的,本身没有内容,替换序号较大(在Polling周期比较后)的子流可以减少内容同步的压力。

基于距离汇聚的结盟算法通过距离汇聚引导数据流从物理距离比较近的节点下载,不但有效消除业务量不合理(数据重叠和数据流折返)的问题,还可提高媒体的传输质量。

## 2 网络异常处理和反馈网络汇聚

### 2.1 基于距离汇聚的结盟算法的反馈网络

通过具有距离意识的 Serving Peer 选择机制

使一个节点距离近的候选节点成为 Serving Peer,下面通过科学归纳法证明,通过基于距离汇聚的结盟算法,可以使近距离节点结盟并形成反馈网络<sup>[16]</sup>。

1)  $m = 2$

$P_1$  和  $P_2$  是依次登录的近距离节点,图3为二子流结盟算法。

二子流结盟算法执行前(见图3(a)), $P_1$  登录,因为只有MS存在,所以  $S_1$  和  $S_2$  都选流媒体服务器, $P_2$  登录,根据 Serving Peer 选择算法,选择  $P_1$  和MS作为 Serving Peer。由于假设流媒体服务器的登录时间始终为最晚(当前时刻),根据子流分配算法和子流序号分配算法,从  $P_1$  选择  $S_1$ ,从MS选择  $S_2$ 。当  $P_1$  和  $P_2$  距离比较近时,认为  $P_1$  和  $P_2$  到MS的距离相等, $P_2$  和  $P_1$  满足二子流结盟算法条件,启动结盟过程: $P_2$  向  $P_1$  提供  $S_2$ ,MS到  $P_1$  的  $S_2$  流取消,如图3(b)所示。

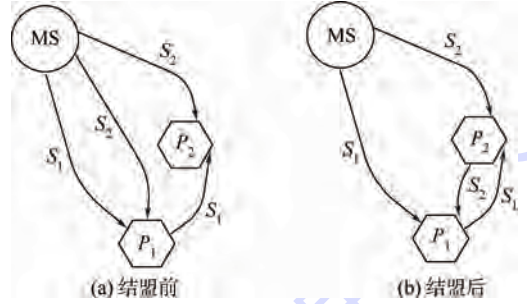


图3 二子流结盟算法  
Fig. 3 2 subflow alliance algorithm

最终,MS把2个不同的子流分别分配给  $P_1$  和  $P_2$ , $P_1$  和  $P_2$  彼此从对方下载不同的流,反馈网络形成。

2)  $m = k$

假设可以形成反馈网络,图4为k子流反馈网络。

3)  $m = k + 1$

假设  $P_1 \sim P_{k+1}$  节点依次到达,当  $P_1 \sim P_k$  到达后,根据 Serving Peer 选择算法, $P_1 \sim P_k$  序号最大的子流  $S_{k+1}$  都指派给MS。

由于同盟的节点数等于子流数  $m = k + 1$ ,式(4)中第2个式子被满足:  $\forall x \in [1, k], P_x$  的  $S_{k+1}$  子流号因大于其同盟号  $x$ ,所以不会被取代。

前k个节点通过结盟形成k子流反馈网络,如图5(a)所示。

此时, $P_{k+1}$  节点登录,按照  $P_1 \sim P_k$ 、MS 的登录次序依次选择子流并支配子流序号:

从  $P_1 \sim P_k$  选择的子流依次为  $S_1 \sim S_k$ ,从MS选择的子流为  $S_{k+1}$ 。

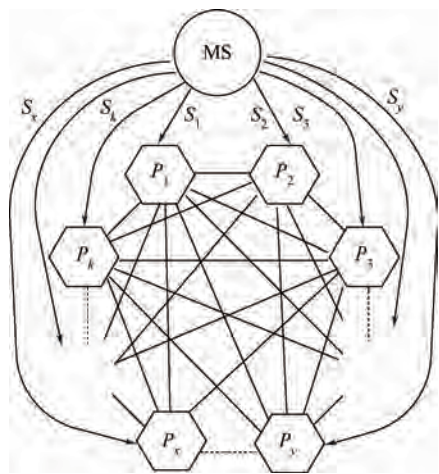


图4 k子流反馈网络

Fig. 4 k subflow feedback network

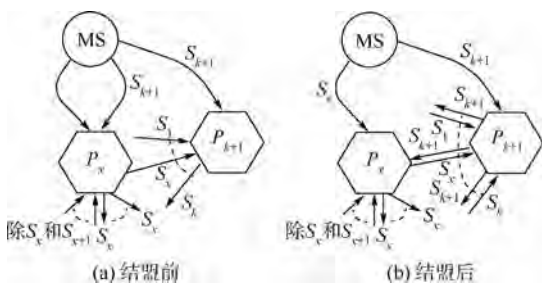


图5 k+1子流反馈网络形成过程

Fig. 5 Formation of k+1 subflow feedback network

启动结盟进程:对  $P_{k+1}$  节点,由于  $S_{k+1}$  是节点序号不大于其结盟序号  $k+1$  的最新子流,按照基于距离汇聚的结盟算法,把它回馈给  $P_1 \sim P_k$ ,  $P_1 \sim P_k$  到 MS 的  $S_{k+1}$  被取消,  $k+1$  子流反馈网络形成,如图 5(b) 所示。

因此,在动态环境中,通过基于距离汇聚的结盟算法实现反馈网络。

### 2.2 动态环境中的基于距离汇聚的结盟算法

图 2 描述的算法主要涉及 3 个节点。对依次登录的  $P_1$ 、 $P_2$  和  $P_3$  节点,只有当  $P_2$  和  $P_3$  距离比较接近时,即  $d_1^2 < d_3^2$  时,  $P_2$  和  $P_3$  才满足结盟条件,它们的位置关系如图 6 所示。图中:阴影部分是满足  $d_1^2 < d_3^2$  的  $P_3$  存在的区域。

下面用科学归纳法证明基于距离汇聚的结盟算法可以消除  $P_1$ 、 $P_2$  和  $P_3$  之间的业务量不合理。

1)  $m = 1$

$P_2$  登录,只有  $P_1$  在线,因此选择  $P_1$ ,  $P_3$  登录,由于到  $P_2$  距离比到  $P_1$  近,选择  $P_2$ ,折返流出现,发生业务量不合理现象。

$P_1$  到  $P_3$  的距离小于到  $P_2$  的距离,大于  $P_3$  到  $P_2$  的距离,且  $P_2$  和  $P_3$  满足式(4)中第 1 个式子,基于距离汇聚的结盟算法执行,  $P_2$  和  $P_3$  结盟。  $P_3$  向  $P_2$  提供子流,  $P_1$  向  $P_2$  发出的子流断

开。由于  $P_3$  向  $P_2$  提供的子流和  $P_1$  向  $P_2$  断开的子流是同一个子流,按照基于距离汇聚的结盟算法,  $P_1$  向  $P_3$  提供该子流,  $P_2$  向  $P_3$  提供的子流断开(见图 6(b)),折返流消失消除。

2)  $m = k (k > 1)$

假设基于距离汇聚的结盟算法可以消除折返流和重复流,如图 7 所示。

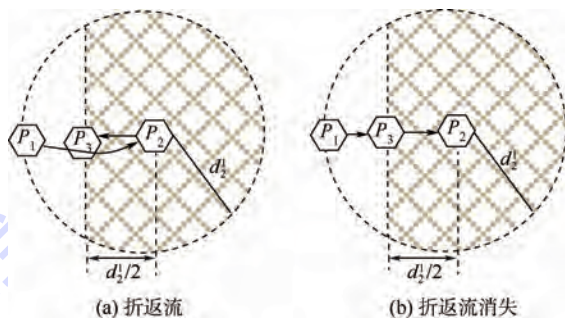


图 6 基于距离汇聚的结盟算法消除业务量不合理现象  
Fig. 6 Alliance algorithm based on distance-convergence to eliminate unreasonable traffic phenomenon

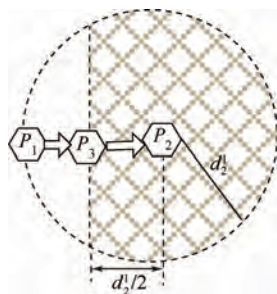


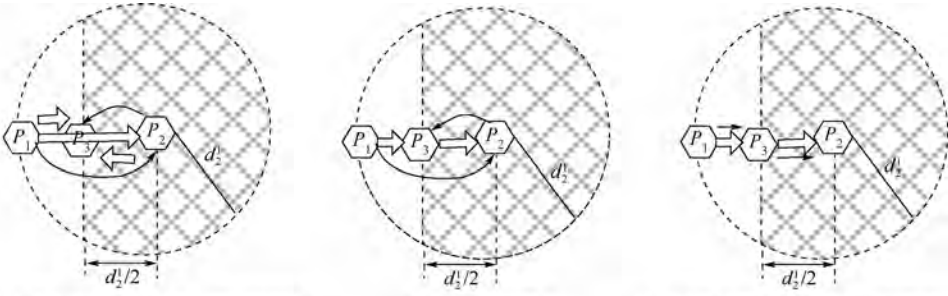
图 7 k子流基于距离汇聚的结盟算法消除业务量不合理现象  
Fig. 7 k subflow alliance algorithm based on distance-convergence to eliminate unreasonable traffic phenomenon

3)  $m = k + 1$

$k+1$  子流的情况如图 8 所示。

$P_2$  先登录,从  $P_1$  选择  $k+1$  条流,  $P_3$  登录,根据 Serving Peer 选择算法,其可以从  $P_1$  和  $P_2$  选择流,由于  $P_2$  登录时间晚,  $S_{k+1}$  流一定从  $P_2$  选择。节点选择后的情况如图 8(a) 所示,折返流和重复流都出现,业务量不合理现象发生。

先对前  $k$  个子流执行基于距离汇聚的结盟算法,消除了前  $k$  条流中的重复流和折返流,如图 8(b) 所示。对  $S_{k+1}$  流,当  $k+1 = 3$  时,满足式(4)中第 2 个式子,此时对  $P_3$ ,  $S_3$  是不大于节点在同盟中序号 3 的序号最大的子流,可对其执行基于距离汇聚的结盟算法。当  $k+1 > 3$  时,满足式(4)中第 1 个式子,此时对  $P_3$ ,  $S_{k+1}$  是最新的流,可对其执行基于距离汇聚的结盟算法。对  $S_{k+1}$  执



(a)  $k+1$ 子流结盟算法前-重复流和折返流 (b) 前 $k$ 子流结盟后 (c)  $k+1$ 子流结盟算法后-重复流和折返流消失

图8  $k+1$ 子流基于距离汇聚的结盟算法消除业务量不合理现象

Fig.8  $k+1$  subflow alliance algorithm based on distance-convergence to eliminate unreasonable traffic phenomenon

行基于距离汇聚的结盟算法与  $m=1$  过程相同, 结果如图8(c)所示,重复流和折返流都消失了。

因此,基于距离汇聚的结盟算法可以消除重复流和折返流业务量不合理问题。

### 3 实验结果及讨论

#### 3.1 参数配置

##### 3.1.1 网络仿真环境参数

参与者节点的 IP 采用 IPv4 版本,共产生 50 000 个节点,节点 IP 的 32 位二进制位数随机产生:

第 1 个字段[1~254]:

$\text{Math. abs}(\text{new Random}().\text{nextInt}())\%254+1$

后 3 个字段[0~255]:

$\text{Math. abs}(\text{new Random}().\text{nextInt}())\%255$

为保证 IP 不重复,要作重复过滤,保证:

$\sum_{x=1}^4 \text{String. valueOf}(\text{IP}_x)$  唯一。

登录时间:早上 8:00 到 24:00 之间的随机

值,用  $ms$  表示。设  $\ell = 16 \times 60 \times 60 \times 1000 + 1$ 。

$\text{Math. abs}(\text{new Random}()).\text{nextInt}()\% \ell$

初始缓存  $T_s = 5$  s,包含 20 个 Polling 周期,  $N_s = 20$ 。一个节点支持的最大子流数  $N_t = 6$ ,同盟中的节点数  $m = 6$ 。局域网的传输带宽平均为 8 Mb/s,其中用于流媒体传输的设为:  $W_{\text{LAN}} = 2$  Mb/s,国际互联网平均带宽设为:  $W_{\text{INTER}} = 2.75$  Kb/s。 $S_p = 256$  B。

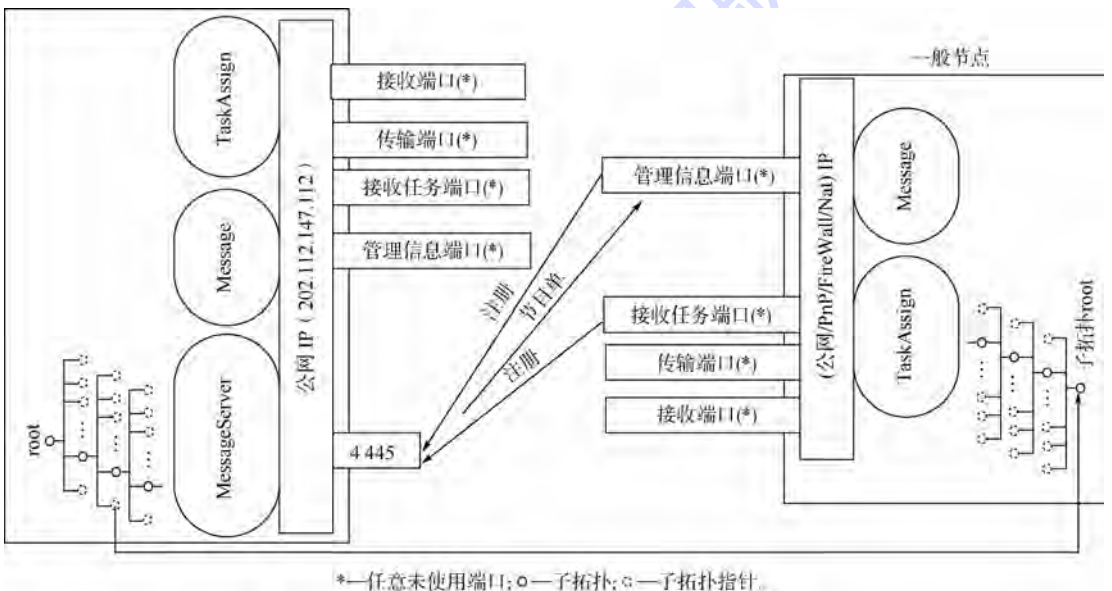
##### 3.1.2 流媒体服务器和视频

流媒体服务器的 IP 为:202.112.147.112,测试文档为:《倚天屠龙记》06. rmvb,  $W_p = 420 000$  bit/s。

##### 3.1.3 P2P 流媒体系统配置

$k = 1/133 674. 628$ ,  $L_1 = 600$  ms,  $L_2 = 213$  ms,  $\text{TOA}_{\text{polling}} = 52$ ,总环形缓存长度为 200 个 Polling 周期,定义淘汰异常门限为 20 个 Polling 周期:  $T_{\text{idle}} = 1040$  ms。  $T_a$  包含 5 个 Polling 周期:  $T_a = 260$  ms。

本文开发了基于 Mesh 的 P2P 流媒体业务平台,如图 9 所示。



\*—任意未使用端口;○—子拓扑;◉—子拓扑指针。

图9 实验的软件构架和网络配置

Fig.9 Software architecture and network configuration in experiment

### 3.2 距离估算混合算法的验证

通过 Ping 得到某大学主机(211.71.76.113)到测试主机的时延,将一天内测得的多次时延的平均值作为距离的标准,与不同的测距模型进行比较。

#### 3.2.1 公网 IP 静态距离公式

公网 IP 静态距离公式的理论值和实际值对比结果如图 10 所示。

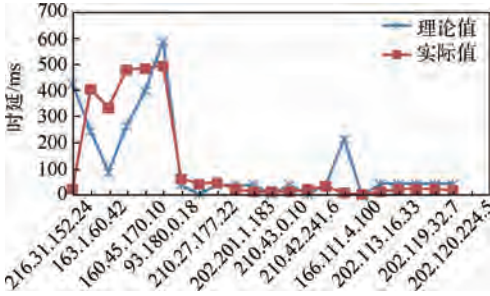


图 10 公网 IP 静态距离公式理论值和实际值对比  
Fig.10 Comparison between theoretical value of public network IP static distance formula and actual situation

结果表明,计算的网路距离与测量的统计平均网路时延在国内和国外(80.66.177.63为界)大部分节点都符合得很好,但也有部分符合得不好,不够精确。

#### 3.2.2 基于距离汇聚的结盟算法的仿真实验

使用第 2.1 节描述的基于距离汇聚的结盟算法,重复和第 3.2.1 节相同的实验,结果如图 11 所示。

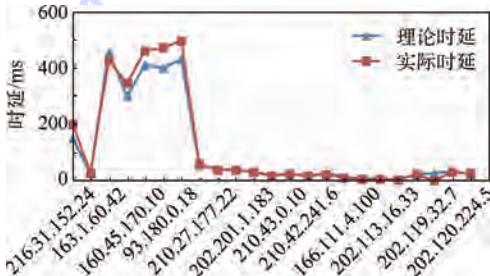


图 11 基于距离汇聚的结盟算法的理论值和实际值对比  
Fig.11 Comparison between theoretical value of alliance algorithm of distance-convergence and actual situation

结果表明,几乎所有节点的测量距离都与用统计平均时延表示的距离非常接近,说明本文提出的算法可以克服 IP 包测距不够精确的缺点,克服探测包测距受业务量波动影响较大的缺点,克服客户端感知测距实时性差的缺点。

### 3.3 性能比较

#### 3.3.1 不同结盟方式下时延的比较

不同结盟方式下时延比较结果如图 12 所示。图中,时延是所有节点的所有包多次测量值的平

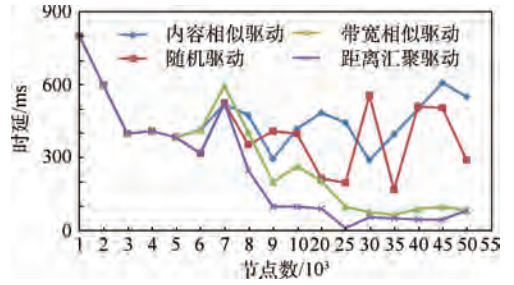


图 12 不同结盟方式下时延比较

Fig.12 Comparison of delay in different alliance ways

均值。

仿真结果显示,在节点数小于 4000 时,4 种结盟驱动机制的平均时延相同,且都线性减小。随着节点数的增多,距离汇聚驱动模式和带宽相似驱动模式的时延都显著降低,其中距离汇聚驱动模式的时延最小,说明节点之间的距离最小。当节点数多于 10000 时,距离汇聚驱动模式和带宽相似驱动模式的优化效果逐渐减缓。距离汇聚驱动模式的优化饱和点(9000)要低于基于带宽的结盟模式(25000),说明其距离汇聚能力强。

#### 3.3.2 不同结盟方式下丢包率和到达率的比较

不同结盟方式下丢包率的对比结果如图 13 所示,到达率比较结果如图 14 所示。图 13 和图 14 中的丢包率和到达率为所有节点的平均值。

仿真结果显示,节点数少于 3000 时,网络的丢包率直线上升,数据包的到达率直线下降。随

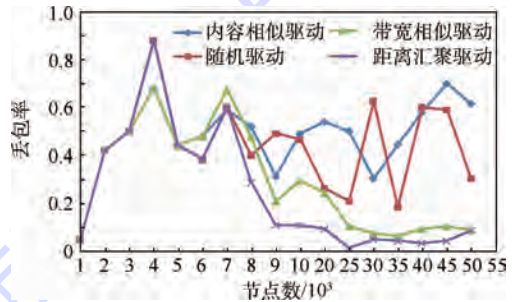


图 13 不同结盟方式下丢包率比较

Fig.13 Comparison of packet loss rate in different alliance ways

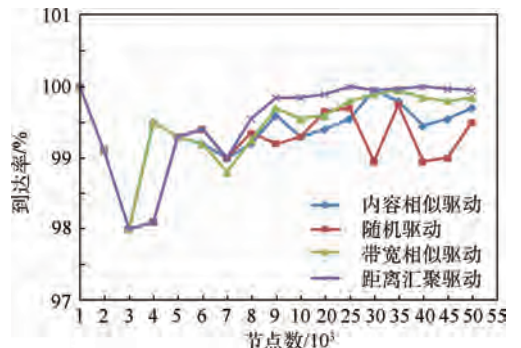


图 14 不同结盟方式下到达率比较

Fig.14 Comparison of arrival rate in different alliance ways

着节点数的增加,所有结盟方式的丢包率开始减少,到达率开始上升,结盟优化效果开始显现。

当参与者节点数大于 5 000 时,基于距离的结盟模式和基于带宽的结盟模式的丢包率开始减小,到达率上升,其中基于距离的结盟模式减少最多。当节点数大于 10 000 时,基于距离和带宽的结盟模式的优化趋势逐渐变缓,基于距离的结盟模式的优化饱和点(9 000)要低于基于带宽的结盟模式的优化饱和点(25 000)。

### 3.3.3 消除用户不贡献恶意为验证

用户之间的“搭便车”、“联合作弊增加积分”等不贡献行为主要是由贡献和付出不对等造成的,本文仿真了在不同参与节点场景下,使用结盟和不结盟机制时,所有节点上传和下载相等概率的平均值,如图 15 所示。

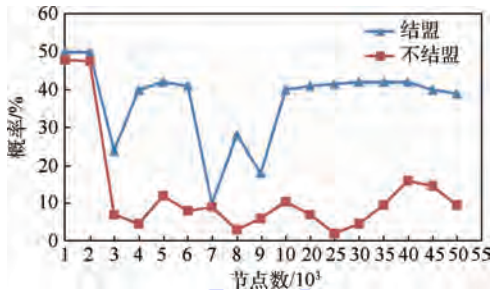


图 15 上传和下载相等概率

Fig. 15 Equal probability of upload and download

仿真结果显示,在节点数较少时,结盟和不结盟机制都有较高的概率,主要原因在于节点数目少,所有节点都要参与服务。节点数目较多时,结盟机制的概率要比不结盟机制高很多,说明节点之间的公平性提高了,节点参与贡献的概率提高了,从而不贡献恶意为减少。

## 4 结 论

本文的主要研究成果及结论有以下几个方面:

1) 提出了一个距离驱动的 P2P 流媒体反馈网络实现机制,通过使距离接近的节点间基于距离汇聚的结盟,提高媒体的传输质量和优化网络的业务量。

2) 提出了一个静态计算和动态测量相结合的距离估算混合算法,并通过实验证明了其与用统计平均时延表示的节点间距离具有较好的一致性。该算法较好解决了 IP 包测距不够精确,探测包测距受网络实时业务量影响较大的缺点,克服了客户端感知测距缺乏实时性和开销过大的缺点。

3) 实现了一个具有位置意识的基于 Polling

的流媒体协同机制,通过基于内容相似的候选节点选择机制、距离接近的 Serving Peer 定义机制、基于 Polling 的具有能者多劳意识的任务(子流)指派机制和基于具有登录早者靠前意识的子流顺序分配机制,提高了流媒体的服务质量保证能力。

4) 提出了一个基于距离汇聚的结盟算法,证明了其可以通过将业务流汇聚到近距离节点上,实现反馈网络,并证明了其在动态业务量场景下可以有效消除业务量不合理现象。

此外,在本文开发的基于 Polling 的 P2P 流媒体系统基础上创建了随机的仿真环境,并通过仿真实验与内容相似驱动结盟、随机结盟和带宽相似驱动结盟进行了比较。结果显示,本文提出的机制可以有效减少业务量不合理和用户不贡献恶意的概率,在参与者节点数据较大时,其在时延、丢包率和到达率方面都比其他机制优越。

在未来的研究中,需要进一步通过实验来优化距离算法的系数,以使其和统计平均时延表示的节点间互联网物理距离更加一致。

## 参考文献 (References)

- [1] PURANDARE D, GUHA R. An alliance based peering scheme for P2P live media streaming[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2007, 9(8): 1633-1644.
- [2] XIE S S, KEUNG G Y, LI B. A measurement of a large-scale peer-to-peer live video streaming system[C] // Packet Video 2007. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 153-162.
- [3] FRANCIS P, JAMIN S, JIN C, et al. ID maps: A global internet host distance estimation service[J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2001, 9(5): 525-540.
- [4] RATNASAMY S, HANDLEY M, KARP R, et al. Topologically-aware overlay construction and server selection[C] // 21st Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002: 1190-1199.
- [5] LIU X, VUONG S T. A cost-effective peer-to-peer architecture for large-scale on-demand media streaming[J]. Journal of Multimedia, 2006, 1(2): 38-49.
- [6] LI J. PeerStreaming: An on-demand peer-to-peer media streaming solution based on a receiver-driven streaming protocol[C] // 2005 IEEE 7th Workshop on Multimedia Signal Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 1-4.
- [7] KUMAR M G, RAM K A, ANANYA A R. Controlling free riders in peer to peer networks by intelligent mining[C] // 2009 International Conference on Computer Engineering and Technology. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 267-271.
- [8] XIE S S, LI B, KETING G Y, et al. Coolstreaming: Design, theory, and practice[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2007, 9(8): 1661-1671.
- [9] PARK H, VAN DER SCHAAR M. Coalition-based resource reciprocity strategies for P2P multimedia broadcasting[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2008, 54(3): 557-567.

- [10] ENDO R, TAKAYAMA K, SAKATA Y, et al. Neighbor selection method based on sending capacity for P2P live streaming with layer coding [C] // Processing of 9th International Conference on Ubiquitous Intelligence & Computing and 9th International Conference on Autonomic & Trusted Computing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 264-271.
- [11] TAKAYAMA K, FUJIMOTO T, ENDO R, et al. Neighbor selection based on transmission bandwidth on P2P live streaming service [C] // 2012 26th International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (WAINA). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 105-110.
- [12] LI B, XIE S S, QU Y, et al. Inside the new coolstreaming: Principles, measurements and performance implications [C] // Processing of the 27th IEEE Conference on Computer Communications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1705-1713.
- [13] CHEN G, WU G X. A client peer adjustment policy for peer-to-peer media streaming [C] // 1st International Conference on Hybrid Information Technology. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 98-102.
- [14] LI B, KEUNG G Y, XIE S S, et al. An empirical study of flash crowd dynamics in a P2P-based live video streaming system [C] // Processing of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 08). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1-5.
- [15] QUEVEDO G P L, OCAMPO R M, FESTIN C A M. Evaluating the effects of peer localization on a bit torrent-based P2P video-on-demand network [C] // 2012 IEEE Region Conference TENCON. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 1-5.
- [16] GONG S F, YAN Y. A small-world fault-tolerant model for P2P media streaming network [C] // 2011 International Conference on Computer Science and Service System. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 114-117.

## 作者简介:

沈孟如 女, 博士, 讲师。主要研究方向: 电子商务与信息管理。

Tel.: 010-51684680

E-mail: mrshen@bjtu.edu.cn

张晋豫 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 计算机网络。

Tel.: 010-51688223

E-mail: zjy@bjtu.edu.cn

## Alliance algorithm of converging feedback network on P2P real-time media streaming

SHEN Mengru<sup>1</sup>, ZHANG Jinyu<sup>2,\*</sup>

(1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. School of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** Quality of service and the services providing ability of system are deeply influenced by unfairness of client contributions, a alliance algorithm based on distance-convergence was proposed by implementing the converging feedback network in dynamic traffic condition, and it can avoid the unreasonable traffic which cannot be eliminated by the random-alliance, content-likeness driven alliance and bandwidth-likeness driven alliance. A node mix distance algorithm was implemented, which combines IP static range algorithm and dynamic packet probe ranging method. The node mix distance algorithm can overcome the drawbacks that packet probing range is easily affected by the traffic fluctuation, the real-time feature cannot be ensured by the client perception range, and the IP-based range algorithm lacks precision. Moreover, a uniform flow cycle request collaborative mechanism based on Polling was introduced, which not only keeps the lower-offset merit of the pushing-pulling periodic requesting mechanism, but also provides enough resilience against transport ability decline and transport failure. The simulation results show that our mechanism can reduce the probabilities of unreasonable traffic and the vice behavior of non-contribution, and can provide better performance of delay, packet loss rate and packet arriving rate than other alliance mechanisms in larger scale.

**Key words:** media streaming; peer to peer; quality of service; feedback network; alliance algorithm

**Received:** 2015-05-12; **Accepted:** 2015-08-29; **Published online:** 2015-12-23 17:30

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151223.1730.002.html

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61071077); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2015JBM055)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-51688223 E-mail: zjy@bjtu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0268



# 无人机定向天线自跟踪系统研究

查长流<sup>1,2</sup>, 丁希仑<sup>1,\*</sup>, 俞玉树<sup>1</sup>, 王学强<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 机器人研究所, 北京 100083; 2. 中国兵器工业计算机应用技术研究所, 北京 100089)

**摘 要:** 为了满足无人机(UAV)远距离通信的需要,设计研制了以无人机位置信息为引导的地面定向天线自跟踪系统。基于实时获取定向天线载车位置、速度、方位和俯仰角等信息,实现了定向天线在运动中对目标进行自动跟踪的能力,提高了系统的机动性和隐蔽性。针对目前利用2点位置来计算目标角的方法存在需要通过相对位置才能确定实际目标角的不足,提出了一种不需要考虑2点相对位置就能直接计算出目标角的计算方法,为工程应用带来了方便。针对定向天线地面载车在机动时GPS信号容易受干扰,从而造成跟踪目标丢失,以及因无人机位置信息更新频率较低而造成的跟踪系统运动抖动、跟踪误差较大等问题,提出了一种基于速度对位置进行预测平滑的控制策略,有效解决了以上问题,并显著提高了跟踪精度。设计研制了定向天线自跟踪系统的软硬件,并进行了测试,结果表明:研制的定向天线具有机动跟踪能力和较高的跟踪精度,能满足无人机对定向天线自跟踪的需要。

**关键词:** 定向天线; 自跟踪; 目标角; 预测平滑; 无人机(UAV)

**中图分类号:** V249.1

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0737-08

随着无人机(UAV)技术的快速发展,其应用越来越广泛,在气象观测、农业耕作、治安监控、军事侦察和人员营救等领域都有着广阔的应用前景<sup>[1-3]</sup>。在许多应用中,无人机与地面控制系统间有大量的观测、控制数据需要实时传输,为了保证数据收发准确可靠,同时提高接收增益和抗干扰能力,这种远距离、高带宽的通信通常采用定向天线<sup>[4-5]</sup>。定向天线工作时,只有发射天线和接收天线主瓣对准时,才有较高的增益<sup>[6-8]</sup>。如果不能保证定向天线实时对准,将使无人机与地面控制系统间信号中断,这不仅会丢失观测数据,影响任务的完成,还会造成无人机的失控,可能导致无人机丢失、坠毁等严重事故,因此,需要保证定向天线实时对准。实现定向天线对准跟踪主要有人工跟踪和自动跟踪。人工跟踪存在误差大、实

时性差等不足。自动跟踪是定向天线根据目标的运动,自动实现对目标的跟踪,是目前主要的跟踪方式<sup>[5,7]</sup>。根据目标角确定方法的不同,定向天线自动跟踪(以下简称定向天线自跟踪)可分为2种主要方式:①最常用的是通过信号相位关系来进行目标角判断,这需要一套复杂的天线伺服反馈系统,成本很高,此外,该方法抗干扰能力较差;②利用无人机实时发送给地面站的GPS位置信息,根据无人机和定向天线的相对位置来确定跟踪目标角。由于GPS位置信号具有比前者跟踪信号更加稳定、实现简单等特点,因此,两者相比,后者更有优势<sup>[8]</sup>。但在研制过程中,发现此方法存在以下不足:根据无人机和定向天线的相对位置来确定跟踪目标角,目前有多种方法,但或为了降低计算的复杂性,进行了简化处理<sup>[5,7,9]</sup>,

收稿日期: 2015-04-29; 录用日期: 2015-05-08; 网络出版时间: 2015-06-24 16:46

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150624.1646.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(50975008); 国家杰出青年科学基金(51125020)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82338005 E-mail: xlding@buaa.edu.cn

**引用格式:** 查长流, 丁希仑, 俞玉树, 等. 无人机定向天线自跟踪系统研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 737-744.

ZHA C L, DING X L, YU Y S, et al. Research on automatic tracking system for directional antenna of UAV[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 737-744 (in Chinese).

或在计算中需要根据定向天线和无人机的相对位置来判断真实的方位角所在象限,在象限边界处容易引起歧义,增加了控制系统实现的复杂度<sup>[6,8,10-11]</sup>。由于通信链路传输能力以及低成本GPS接收机动态特性的限制,通常无人机发送给地面控制系统的位置更新频率较低,在近距离跟踪时,跟踪角度变化波动较大,容易造成跟踪系统运动波动和较大的跟踪误差,显著增加系统磨损。随着无人机的广泛应用,在许多应用领域需要定向天线自跟踪系统具有机动跟踪能力,以提高系统的机动性和隐蔽性。但在机动过程中,定向天线的GPS位置信息容易受隧道、树木和建筑等干扰,造成位置信息不准,从而导致跟踪目标丢失。

本文设计并研制了以无人机和定向天线相对位置作为跟踪引导,具有机动跟踪能力的定向天线自跟踪系统。阐述了定向天线自跟踪系统工作原理,提出了一种基于相对位置计算目标角的新方法,与现有方法相比,其更易于工程实现。该方法不仅可以用来实现对飞机的自动跟踪,还可广泛应用于已知相对位置的汽车、导弹等自动跟踪。随着GPS定位系统的广泛应用,特别是中国北斗定位系统的快速发展,该方法的应用越来越广泛。对由于GPS位置信息干扰导致目标无人机丢失,以及近距离自动跟踪和过顶跟踪过程中存在运动波动、跟踪误差较大和系统磨损严重等一些实际问题进行了讨论,提出了解决方案。对控制系统的硬件电路和软件设计进行了详细描述。测试和应用结果表明:研制的定向天线具有机动跟踪能力和较高的跟踪精度,运行平稳,能够满足定向天线对无人机跟踪的需要。

## 1 系统组成及工作原理

### 1.1 系统组成

定向天线自跟踪系统主要由主控制器、GPS接收机、电机驱动电路、电机及减速器、方位和俯仰角测量仪、人机交互操作面板、无人机地面控制系统、角度传感器和机械本体等组成,如图1所示。整个系统核心部分是由主控制器、电机驱动电路、GPS接收机和角度传感器等构成的定向天线自跟踪系统的控制系统。控制系统的主要功能是接收无人机和定向天线的位置、速度等信息,计算天线目标角和当前角,运行控制算法驱动电机等。为了满足不同工作需求,且方便使用,定向天线有多种工作模式,如自动跟踪、手动跟踪、预置位设置和快速搜索等。人机交互操作面板是人机交互接口,通过该面板可以实现定向天线工作模

式切换、手动跟踪等操作。定向天线的位置信息和速度信息是通过GPS接收机来获取的,无人机的位置信息和速度信息通过无人机地面控制系统中的数据链接收,并转发给定向天线控制系统。方位和俯仰角测量仪测量载车的当前方位和俯仰角,而控制系统中角度传感器测量的方位和俯仰角则是定向天线相对于载车且需要结合载车当前角度才能获取的定向天线需要转动的相对角度。电机驱动电路是把主控制器生成的电机指令转换为驱动电机的实际信号。

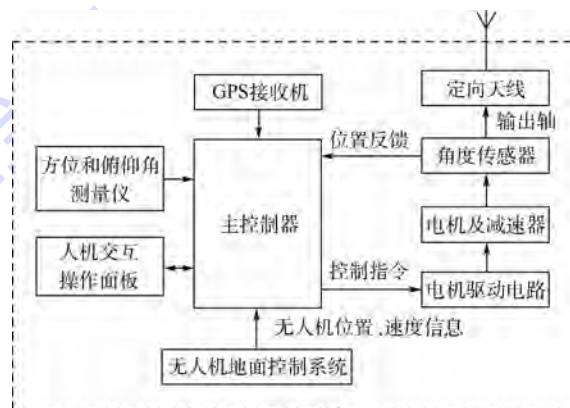


图1 定向天线自跟踪系统组成

Fig. 1 Directional antenna automatic tracking system composition

### 1.2 工作原理

自动跟踪时,控制系统根据定向天线和无人机的当前位置信息和速度信息计算出定向天线的目标方位角、俯仰角以及定向天线和无人机两者的相对速度。利用载车的方位与俯仰角,结合角度传感器测量值,计算出定向天线的当前方位与俯仰角。控制系统根据当前角与目标角,按照一定的控制算法,驱动电机平稳、快速地到达目标位置,即目标角,从而实现定向天线对目标无人机的自动跟踪。速度信息主要是用来对位置进行预测平滑和实现无人机飞过定向天线顶点时对方位运动增加前馈的判断条件。定向天线自跟踪系统利用GPS接收机、方位和俯仰角测量仪实时获取定向天线的当前位置、方位和俯仰角等信息,因此,当定向天线运动时,仍然可以计算出目标角和当前角等信息,从而实现定向天线在运动中对目标的自动跟踪能力。手动跟踪模式与自动跟踪模式的区别在于:手动跟踪时,目标角不是根据无人机位置、速度等信息来计算,而是操作人员通过人机交互操作面板输入的。预置位设置是通过按键实现定向天线转动到预先设定的某一位置,如水平位置、垂直位置等,该功能在一些特殊情况下非常实用,如设备的快速复位、回收等。快速搜索模式

是定向天线自动按一定的速度转动,当通信信号强度达到最大位置时,自动锁定该位置,从而实现目标的搜索。

## 2 目标角的计算

为了方便工程中的应用,规定系统方位角以正北为  $0^\circ$ ,顺时针方向为  $[0, \pi]$ ,逆时针方向为  $[0, -\pi]$ 。规定俯仰角水平面以上为正,水平面以下为负,如图 2 所示。图中:C 表示定向天线当前位置;N 轴为北向;E 轴为东向;D 轴为当地垂线向下方向。

目标方位角  $\psi_T$ 、载车方位角  $\psi_C$  和天线方位转动角  $\alpha$  的关系如图 3 所示。图中:T 表示无人机当前位置; $(L_C, \lambda_C, h_C)$  和  $(L_T, \lambda_T, h_T)$  分别为载车和无人机位置的经度、纬度和海拔高度; $P_E$  和  $P_N$  分别为定向天线与无人机在东向和北向水平距离。

$$\alpha = \psi_T - \psi_C \quad (1)$$

目标俯仰角  $\theta_T$ 、载车俯仰角  $\theta_C$  和天线俯仰转动角  $\beta$  的关系如图 4 所示。图中: $P_D$  为定向天线与无人机在垂直方向的距离。

$$\beta = \theta_T - \theta_C \quad (2)$$

目标方位角  $\psi_T$  和目标俯仰角  $\theta_T$  的具体计算方法如下:根据 GPS 接收机获得的定向天线经度、纬度,计算出参考椭球地球模型的子午面曲率半径  $R_N$  和横向曲率半径  $R_E$  为<sup>[12]</sup>

$$\begin{pmatrix} R_N \\ R_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \lambda_C)^{\frac{3}{2}}} \\ R \\ \frac{R}{(1 - e^2 \sin^2 \lambda_C)^{\frac{1}{2}}} \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中: $R = 6\,378\,137.0\text{ m}$  为地球长半轴; $e = 0.081\,819\,190\,842\,6$  为地球椭球偏心率。利用  $R_N$  和  $R_E$ ,计算无人机相对于定向天线在当地地理导航坐标系(以定向天线当前位置为原点,北向为 N 轴,东向为 E 轴,当地垂线向下方向为 D 轴)上的相对距离( $P_N$ 、 $P_E$  和  $P_D$ ),如图 4 所示,具体计算为<sup>[13-14]</sup>

$$\begin{pmatrix} P_N \\ P_E \\ P_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_N + h_T)(\lambda_T - \lambda_C) \\ (R_E + h_T) \cos \lambda_C (L_T - L_C) \\ -(h_T - h_C) \end{pmatrix} \quad (4)$$

利用式(4)计算出相对距离( $P_N$ 、 $P_E$  和  $P_D$ ),就可以利用式(5)计算目标方位角  $\psi_T$  和目标俯仰角  $\theta_T$ 。

$$\begin{pmatrix} \psi_T \\ \theta_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan 2(P_E, P_N) \\ \arctan(-P_D, \sqrt{P_N^2 + P_E^2}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

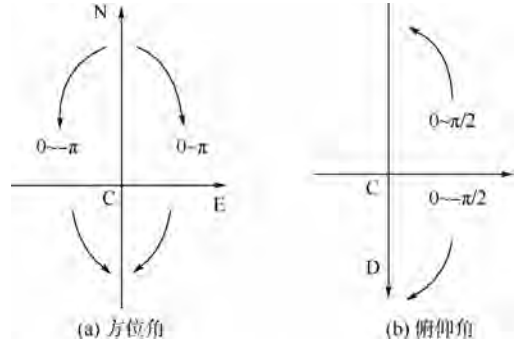


图 2 角度方向

Fig. 2 Definition of angles

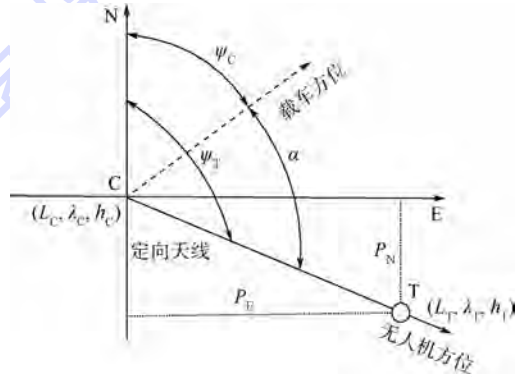


图 3 方位角关系

Fig. 3 Relationship of azimuth angles

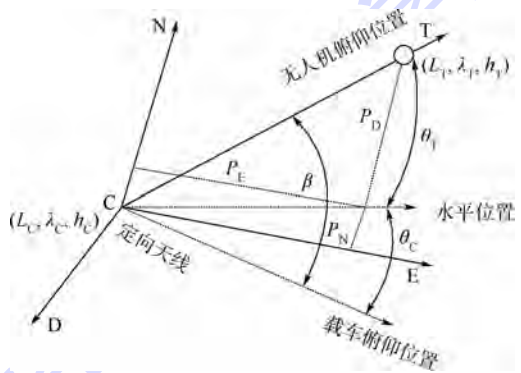


图 4 俯仰角关系

Fig. 4 Relationship of pitch angles

式中: $\sqrt{\cdot}$  为平方根函数。

由式(5)计算出的  $\psi_T$  和  $\theta_T$  符合本文规定的方位角和俯仰角范围,不存在多样性。采用此方法,无需再通过定向天线和无人机的相对位置来确定目标角的真实值,为工程应用带来了方便。

## 3 运动控制算法

定向天线的运动控制主要采用 PID 控制器来实现。PID 控制器具体设计可参考文献[15-17],这里不再赘述,仅作简单介绍。本节主要对克服运动波动、减小跟踪误差和系统磨损等一些实际问题的解决方法进行详细说明。定向天线运动控

制框图如图 5 所示。

控制系统根据目标角  $y_T(k)$  和当前角  $y_C(k)$  的差值  $\sigma(k)$ , 采用 PID 控制器, 计算出控制电机驱动指令量 PWM 和 DIR。其中, PWM 为脉宽调制信号, 用来控制电机运行速度; DIR 为一个或高或低的逻辑信号, 用来控制电机运行方向, 从而实现定向天线的精确位置控制。

通过理论计算和实际测试发现, 跟踪目标角度变化剧烈时, 由于无人机位置信息更新频率较低, 通常为 2 Hz, 会造成定向天线自跟踪系统运动不连续, 波动较大。增加无人机位置信息更新频率是解决问题的一个办法, 但这会涉及到数据传输成本, 以及飞控系统的修改等实际问题, 不易实现。另一种方案是根据无人机具有惯性、其速度不会突变的特点, 由速度对无人机位置进行预测。利用该方法不仅可以实现定向天线的运动平滑, 还可以在 GPS 信号不好、定向天线或无人机位置信息丢失时, 对目标位置进行预测, 避免目标的丢失, 从而提高了系统的可靠性。实现该功能的流程如图 6 所示。其中,  $\Delta T$  为预测平滑周期, 也是控制周期。

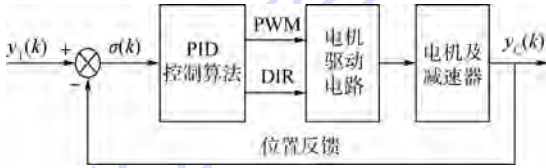


图 5 定向天线运动控制框图

Fig. 5 Block diagram of control for directional antenna movement

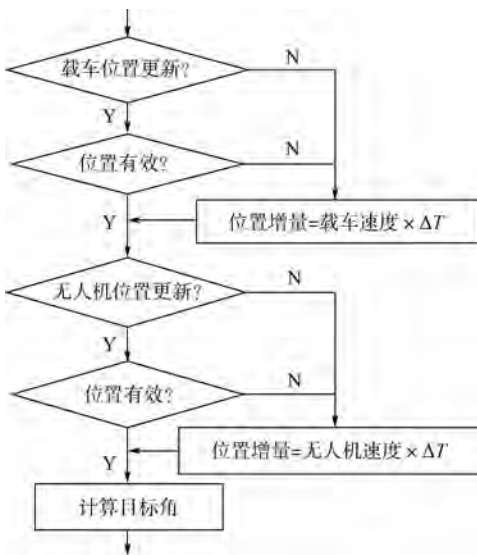


图 6 位置预测流程

Fig. 6 Flowchart of position prediction

通常情况下, 无人机在定向天线的上方飞行, 定向天线伺服系统的最小俯仰角为  $0^\circ$  就可满足

要求, 但考虑到道路的坡度影响, 当目标俯仰角小于道路坡度时, 就需要定向天线伺服系统能够实现相对于载车平面的向下指向能力。公路的最大纵坡通常不大于  $9\%$  [18], 换算成角度约为  $5^\circ$ , 因此, 把定向天线伺服系统俯仰角的运动范围机械限定最小为  $-10^\circ$ , 可满足使用要求。被跟踪无人机通常在定向天线的前方飞行, 目标俯仰角最大值不超过  $90^\circ$ , 当无人机在定向天线过顶运动时, 可以通过方位角配合来实现俯仰角的对准跟踪。因此, 定向天线伺服系统俯仰角的运动范围机械限定为  $[-10^\circ, +90^\circ]$ , 就可以实现对无人机任意方向的跟踪。在过顶运动时, 需要由方位角变化  $180^\circ$  来配合实现, 此时, 由于方位角变化较大, 系统指向会有较大的滞后。通过速度和距离, 可提前预测该运动, 增加前馈, 使得方位提前运动, 把过顶时的方位滞后角最大误差  $180^\circ$  分为  $90^\circ$  的提前角度误差和  $90^\circ$  的滞后角度误差, 这样可使方位最大误差减小为原来的一半, 过顶前馈原理如图 7 所示。

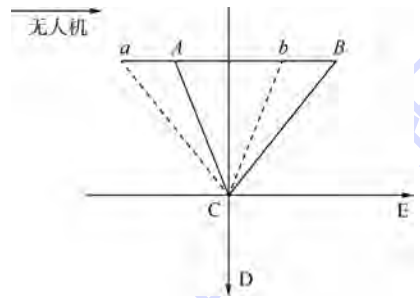


图 7 过顶前馈原理

Fig. 7 Zenith pass feedforward principle

不失一般性, 假设无人机由西向东匀速飞行, 过定向天线顶点, 如在顶点 A 开始实行方位转动, 则此时方位最大误差角为  $180^\circ$ , 方位转动  $180^\circ$  的时间设为  $t$ , 方位转到位时, 无人机此时位置设为 B 点。如无人机在 a 点时, 方位就提前转动, 其中 aA 距离的飞行时间为  $t/2$ , 即为方位转动  $90^\circ$  的时间, 则在过顶过程中, 方位最大误差为  $90^\circ$ , 方位转到位时, 无人机此时位置为 b 点, 从而实现了方位误差减小。

过顶前馈的具体算法如图 8 所示。计算无人机与定向天线的水平距离 S、水平方向上的相对速度 V 和到顶时间 t 分别为

$$\begin{pmatrix} S \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{P_N^2 + P_E^2} \\ (V_N - v_n) \cos \psi_T + (V_E - v_e) \sin \psi_T \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$t = S / \text{abs}(V) \quad (7)$$

式中:  $V_N$  和  $V_E$  分别为无人机在北向和东向水平速度;  $v_n$  和  $v_e$  分别为定向天线在北向和东向水平速度;  $\text{abs}(\cdot)$  为绝对值函数。按照本文方位角

规定的表示方法,不管  $\psi_T$  在哪个象限区间,都可以采用式(6)来计算相对速度  $V$ 。

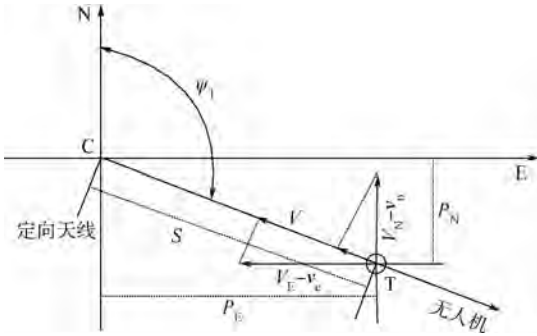


图8 过顶前馈算法

Fig. 8 Zenith pass feedforward algorithm

根据计算值  $t$  和相对速度  $V$ ,按条件  $t < t_0$  且  $V < V_0$  进行判断,如符合该条件,则定向天线方位角增加  $180^\circ$ ,实现方位提前运动。其中  $t_0$  为定向天线在方位方向上运行  $90^\circ$  时的运行时间,  $V_0$  为设定的速度值,当相对速度大于该值时,系统无需提前运动,只有当相对速度小于该值时,才需要提前运动。 $V_0$  的取值与定向天线的方位最大运动速度、无人机过顶时高度等因素有关,通常取  $V_0 = -30$  m/s,可以满足实际要求。

## 4 系统软硬件设计

### 4.1 硬件设计

系统使用的云台具有水平方位和垂直俯仰2个面上的旋转运动,水平和俯仰结合使用,使定

向天线可指向几乎任意方向。为了提高集成度,减少控制系统体积,直流电机驱动电路也集成在控制系统硬件平台上。主要硬件电路原理如图9所示。图中只给出了1路直流电机的驱动电路,另1路电机的驱动电路与之类似。

如图9所示,直流电机驱动电桥采用的是英飞凌公司生产的电机驱动 H-Bridge 芯片 TLE6209R。该芯片的持续电流为 6 A,峰值为 7 A,工作电压可达 40 V,具有过流、空载和短路等诊断和保护功能,有 1 个标准的 SPI 接口,通过该接口可以设置工作参数以及诊断信息的输出。只需通过对 PWM 和 DIR 2 个控制脚进行控制,就可以实现电机的正转、反转和制动。云台位置反馈测量传感器选用的是 R18 SER 数字角度传感器(接口为 XP3,传感器本身图9中没有标出),可实现连续旋转,通信接口是只能输出数据的 SPI 从接口。因此,每路电机驱动电路需要主控制器提供 2 路 SPI 接口、1 路 PWM 信号和 1 路通用 IO 接口。其中,通用 IO 接口实现电机方向控制信号 DIR 的输出。2 路电机驱动则总共需要 4 路 SPI 接口、2 路 PWM 信号和 2 路通用 IO 接口。控制系统对外通信接口是 CAN 总线,通过该接口,接收无人机地面控制系统转发的无人机位置、速度等信息,以及操作人员通过操作面板发送的各种指令等信息,图9中 SN65HVD235 是 CAN 收发接口芯片。主控制器采用的是美国 TI 公司生产的微控制器芯片 TMS320F2808<sup>[19]</sup>,该芯片有 6 路

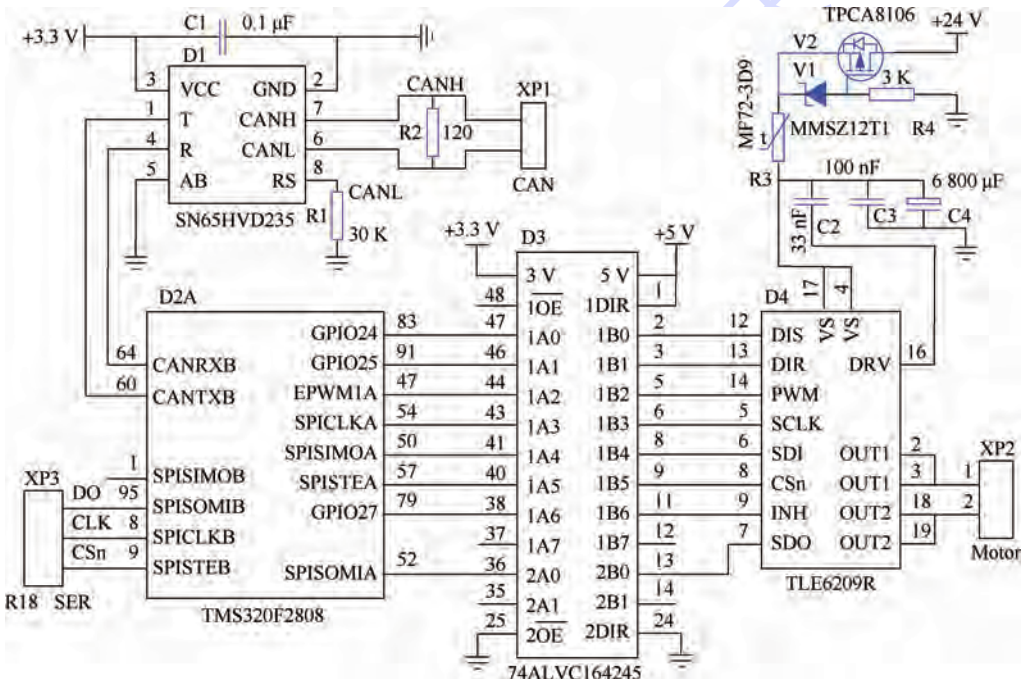


图9 硬件电路原理

Fig. 9 Hardware circuit principle

高精度 PWM 输出、4 路高速 SPI 接口、2 路 CAN 接口模块以及高达 35 个通用 IO 接口,主频最高支持 100 MHz,片上有 64 K × 16 Flash 和 18K × 16 SARAM,其接口、运算能力和存储空间等都满足系统要求,芯片 74ALVC164245 用来实现电平转换<sup>[20]</sup>。

### 4.2 软件设计

控制系统的软件主流程如图 10 所示。控制周期一到,首先判断跟踪模式。不同模式的区分主要在于目标角的确定,如是手动模式,目标角由操作者直接输入;如是预置位模式,则目标角已预先确定;如是自动跟踪模式,则目标角由定向天线和目标无人机相对位置确定。在当前控制周期中,如位置没有有效更新,则利用速度进行位置预测,根据位置计算目标角,读取角度传感器值,计算定向天线当前角,并判断无人机是否要经过天线顶点,如是,则增加方位前馈,修正目标角,根据目标角和当前角差值,由控制器计算电机控制量,驱动电机运动,使天线到达目标位置,从而实现天线的自动跟踪。在控制周期的空闲时间,系统完成一些实时性要求不高的工作,如发送当前系统状态等信息给无人机地面控制系统等。

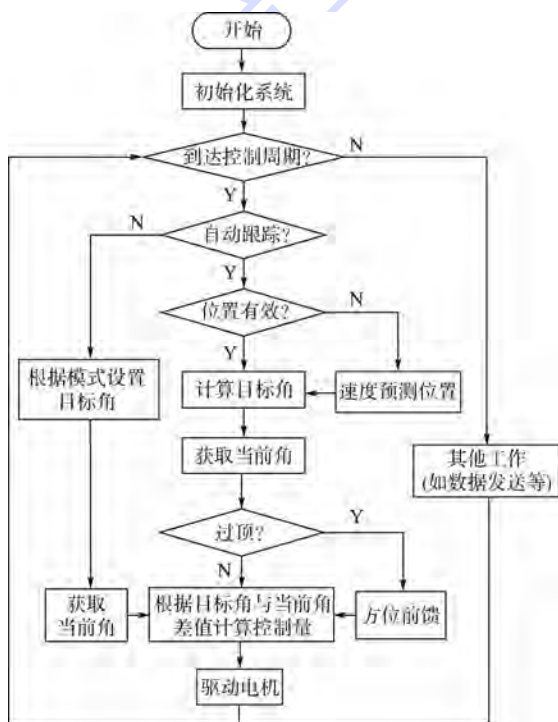


图 10 软件主流程

Fig. 10 Software main flowchart

## 5 试验及结果

对有无采用速度对位置进行预测平滑 2 种情况进行测试对比。很明显,无人机与定向天线自

跟踪系统距离越近,其跟踪角度变化就可能越剧烈,此时对定向天线自跟踪性能要求也越高。为此,设置飞行半径为 100 m,飞行速度为 50 m/s,围绕定向天线绕圈飞行的极端情况。为降低测试风险和测试成本,该试验采用飞行仿真系统模拟飞机飞行位置、速度等状况进行测试,试验结果如图 11 所示。

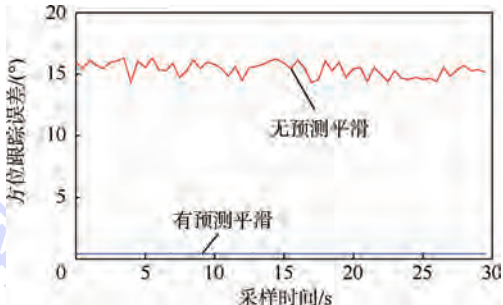


图 11 预测平滑效果

Fig. 11 Smoothing prediction effect

从图 11 中可以看出,没有预测平滑时的跟踪误差角达到了 14° ~ 16°,主要是由于飞行器位置更新频率(2 Hz)较低造成的。跟踪角度变化剧烈的极端情况下,飞行器位置更新频率较低时,不仅会带来非常大的跟踪误差角,而且定向天线步进运动明显,不连续,波动大,加大运动部件磨损。平滑后,跟踪误差角限制在 2° 以内,有效降低了跟踪误差角,运动也连贯平稳了。俯仰运动也有类似的结果。

对有无采用过顶前馈 2 种过顶情况进行测试对比,测试结果如图 12 所示。可以看出,没有采用过顶前馈时,方位误差最大为 180°,采用过顶前馈后,误差降为原来的一半(即 90°),表明采用过顶前馈的效果明显。在以上测试中,仅仅是飞机飞行位置和速度采用飞行仿真系统来模拟,测试对象定向天线则是采用实物来进行测试,因此定向天线的测试结果与实际工作情况是完全一致的。目前,该系统已在多个项目中得到了应用,应用结果表明,系统跟踪平稳、可靠。定向天线自跟踪系统实物图如图 13 所示。

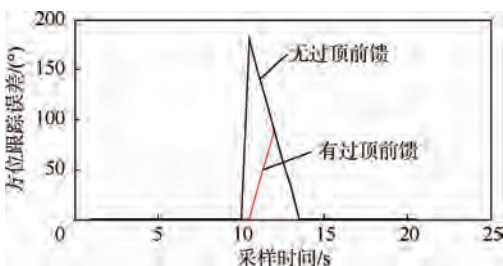


图 12 过顶前馈效果

Fig. 12 Zenith pass feedforward effect

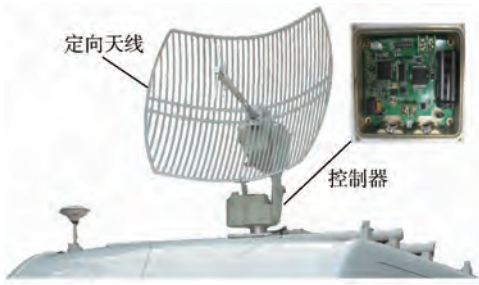


图13 定向天线自跟踪系统实物图

Fig. 13 Real directional antenna automatic tracking system

## 6 结论

本文设计并实现了一种具有机动跟踪能力的无人机定向天线自跟踪系统,提高了系统的机动性和隐蔽性。

1) 通过实时采集载车方位、俯仰和位置等信息,利用基于相对位置的目标角计算方法,可实现定向天线在机动过程中的自动跟踪能力。

2) 提出一种基于相对位置计算目标角的新方法,与现有方法相比,不用象限判断,不会造成歧义,易于工程实现,应用结果表明其是有效的。

3) 利用速度对位置进行预测平滑,平滑了定向天线跟踪动作,降低了运动部件的磨损,提高了系统跟踪精度,当位置信息丢失、速度变化不大时,还可保持定向天线的正确指向,避免目标丢失。

4) 利用方位运动前馈控制策略,有效降低了过顶跟踪误差,提高了系统可靠性和适应性。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] DING X L, YU Y S. Motion planning and stabilization control of a multipropeller multifunction aerial robot [ J ]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(2) : 645-656.
- [ 2 ] DEHGHAN S M M, MORADI H. A new approach for simultaneous localization of UAV and RF sources (SLUS) [ C ] // 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (IC-UAS). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 744-749.
- [ 3 ] PENG C, BAI Y, GONG X, et al. Modeling and robust backstepping sliding mode control with adaptive RBFNN for a novel coaxial eight-rotor UAV [ J ]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2015, 2(1) : 56-64.
- [ 4 ] ALSHBATAT A I, LIANG D. Adaptive MAC protocol for UAV communication networks using directional antennas [ C ] // 2010 International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 598-603.
- [ 5 ] 樊琼剑,高翔,丁吉,等.一种无人机定向天线稳定跟踪系统 [ J ]. 四川兵工学报, 2013, 34(4) : 84-85.  
FAN Q J, GAO X, DING J, et al. Research of stable tracking system for the directional antenna of UAV [ J ]. Journal of Sichuan Ordnance, 2013, 34(4) : 84-85 (in Chinese).
- [ 6 ] 王兴国,周丽杰.新型微波天线快速对准仪的研制 [ J ]. 机械设计与制造, 2013(7) : 156-158.  
WANG X G, ZHOU L J. Development of a new type of microwave antenna rapid alignment instrument [ J ]. Machinery Design & Manufacture, 2013(7) : 156-158 (in Chinese).
- [ 7 ] 杜利明,柴海莉.基于GPS信息的天线自跟踪设计 [ J ]. 微计算机信息, 2008, 24(25) : 243-244.  
DU L M, CHAI H L. The design of antenna track on GPS [ J ]. Microcomputer Information, 2008, 24(25) : 243-244 (in Chinese).
- [ 8 ] 杨明堃,高国平,张廷龙,等.一种探空仪自动跟踪系统的设计 [ J ]. 通信技术, 2012, 45(7) : 1-3.  
YANG M K, GAO G P, ZHANG T L, et al. Design of automatic tracking system for sonde application [ J ]. Communications Technology, 2012, 45(7) : 1-3 (in Chinese).
- [ 9 ] 冯磊,刘强,韩小军.动中通步进跟踪系统的设计与仿真 [ J ]. 无线电工程, 2014, 44(3) : 73-76.  
FENG L, LIU Q, HAN X J. Design and simulation of step tracking system for satcom-on-the-move [ J ]. Radio Engineering, 2014, 44(3) : 73-76 (in Chinese).
- [ 10 ] 张尊泉,李晓柏.动态点对点通信天线的自动控制研究 [ J ]. 现代防御技术, 2013, 41(4) : 94-99.  
ZHANG Z Q, LI X B. Research on antenna automatic control of dynamic point-to-point communication [ J ]. Modern Defense Technology, 2013, 41(4) : 94-99 (in Chinese).
- [ 11 ] OGUNDELE D A, ADEDIRAN Y A, AIYEOLA S Y, et al. Model validation and analysis of antenna look angles of geostationary satellite [ C ] // 2012 IEEE International Conference on Computer Science and Automation Engineering (CSAE). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 509-513.
- [ 12 ] TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown inertial navigation technology [ M ]. 2nd ed. London: Institution of Electrical Engineers, 2004: 48-50.
- [ 13 ] 赵琦,张晓林.基于Windows平台的无人机导航地面测试软件的设计 [ J ]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(1) : 17-19.  
ZHAO Q, ZHANG X L. Design of test software in base station for navigation under windows environment [ J ]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(1) : 17-19 (in Chinese).
- [ 14 ] 王小斌,闫建国,凌琼.基于GPS仿真器的无人机导航系统半物理仿真研究 [ J ]. 计算机测量与控制, 2008, 16(3) : 401-403.  
WANG X B, YAN J G, LING Q. Research on UAV navigation system hardware-in-the-loop simulation based on GPS emulator [ J ]. Computer Measurement & Control, 2008, 16(3) : 401-403 (in Chinese).
- [ 15 ] ANG K H, CHONG G, LI Y. PID control system analysis, design, and technology [ J ]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(4) : 559-576.
- [ 16 ] GOHIYA C S, SADISTAP S S, AKBAR S A, et al. Design and development of digital PID controller for DC motor drive system using embedded platform for mobile robot [ C ] // 3rd IEEE International Advance Computing Conference (IACC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 52-55.
- [ 17 ] KRISHNAN P H, ARJUN M. Control of BLDC motor based on

- adaptive fuzzy logic PID controller[ C ] // International Conference on Green Computing Communication and Electrical Engineering (ICGCCCE). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 1-5.
- [18] 中华人民共和国交通运输部. 公路工程技术标准: JTG B01—2014[S]. 北京: 人民交通出版社, 2015: 15.  
Ministry of Transport of the People's Republic of China. Technical standard of highway engineering: JTG B01—2014[S]. Beijing: China Communications Press, 2015: 15 (in Chinese).
- [19] TEXAS INSTRUMENTS. TMS320F2808 digital signal processors data manual[ EB/OL]. [ 2014-01-17 ]. <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/tms320f2808.pdf>.
- [20] NXP SEMICONDUCTORS. 74ALVC164245 16-bit dual supply translating transceiver[ EB/OL]. [ 2014-01-18 ]. [http://www.nxp.com/documents/data\\_sheet/74ALVC164245.pdf](http://www.nxp.com/documents/data_sheet/74ALVC164245.pdf).
- 作者简介:**  
查长流 男, 博士研究生. 主要研究方向: 空中机器人技术。  
Tel. : 010-82339055  
E-mail: zhachangliu@buaa.edu.cn
- 丁希仑 男, 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 机构学与机器人。  
Tel. : 010-82338005  
E-mail: xlding@buaa.edu.cn

## Research on automatic tracking system for directional antenna of UAV

ZHA Changliu<sup>1, 2</sup>, DING Xilun<sup>1,\*</sup>, YU Yushu<sup>1</sup>, WANG Xueqiang<sup>1</sup>

(1. Robotics Institute, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. North Institute of Computer Application, Beijing 100089, China)

**Abstract:** In order to meet the requirements of communication of unmanned aerial vehicle (UAV) over a long distance, the ground directional antenna automatic tracking system has been developed with the UAV location information to guide. With the real-time acquisition directional antenna vehicle position, velocity, azimuth and elevation information, the directional antenna automatic tracking ability in motion is realized and it enhances the system mobility and concealment. The traditional methods to calculate the target angle using 2 points usually need the information of relative position of the 2 points. The relative position is difficult to be obtained in real time systems. Thus a novel method is presented in this paper. The proposed method does not need to consider the relative position of 2 points, which is more convenient in applications. When the directional antenna is moving with its loading vehicle, the GPS signal is easy to be disturbed, resulting in the loss of the target tracking. The tracking system has larger motor fluctuation and greater tracking error caused by the low update frequency of the UAV position. In order to overcome these shortcomings, UAV speed is adopted to predict the position in order to realize smooth angle tracking and solve the fluctuation, thus the tracking accuracy is improved. The hardware and software design of the control system is described in detail. Test results show that the developed directional antenna has motorized tracking capability and high tracking accuracy and it can meet the requirements of UAV control.

**Key words:** directional antenna; automatic tracking; target angle; smoothing prediction; unmanned aerial vehicle (UAV)

**Received:** 2015-04-29; **Accepted:** 2015-05-08; **Published online:** 2015-06-24 16:46

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150624.1646.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150624.1646.002.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (50975008); National Science Fund for Distinguished Young Scholars of China (51125020)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-82338005 E-mail: xlding@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0289

# 预载荷作用下管路结构动强度评估方法

王帅\*, 张明明, 刘桢, 贾亮, 荣克林

(北京强度环境研究所, 北京 100076)



**摘 要:** 针对现阶段航空航天管路结构环境试验存在的问题,研究了管路结构在预载荷及随机振动试验条件作用下的动强度特性的分析方法,明确了由预载荷引起的微分刚度、预应力在结构振动响应计算及疲劳寿命分析时的区别及处理方法,提供了一种可定量预估管路结构在多种试验环境作用下随机振动疲劳损伤的分析方法,该方法解决了真实环境试验条件如何表示预期使用环境的问题以及真实环境试验条件与预期使用环境不一致对管路结构动强度造成的影响如何进行评估的问题。通过对管路结构的仿真,分析了管路的动强度薄弱点以及剩余强度系数和疲劳寿命,验证了该方法的有效性,从而为分析管路结构在真实使用过程中的环境适应性以及可靠性提供了一定工程指导。

**关键词:** 预载荷; 环境试验; 随机振动; 动强度; 疲劳损伤

**中图分类号:** V214.1

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0745-06

现阶段在航天领域,针对管路结构、部件的环境适应性及可靠性的考核主要依赖于力学环境试验,处理方式一般采用预先规定试验条件的力学环境试验<sup>[1]</sup>,如果产品不出现失效,则认为产品通过了考核,并且认为能够在预期使用过程中正常使用。

随着弹箭武器型号研制的可靠性要求越来越高,使得试验对于真实环境的模拟需求也日趋提升<sup>[2]</sup>。特别是飞行器上的管路系统,其职能特点决定了其在生产、运输、发射和飞行过程中同时承受多种恶劣的力学环境载荷<sup>[3]</sup>。目前,国内在管路力学环境试验过程中,尽可能考虑了其在预期使用过程中的环境因素如低温、位移和内压等作用<sup>[4-5]</sup>,这种努力的收效是值得肯定的,但大量的实践结果表明:试图通过改进实验室环境以达到消除环境条件与产品工作或使用过程中所处真实环境的差异并不能成为一个现实的解决思路,至少在费效比上如此。

环境试验中的所谓模拟,实际上是在相似性准则下将试验条件进行等效。其中“相似性准则”的制定需要解决2个方面的问题:①环境试验条件如何代表预期使用环境即试验的等效性;②环境试验条件与预期使用环境不一致造成的影响如何进行评估<sup>[3]</sup>。上述问题的解决必然是建立在对真实使用状态下的振动响应分布的了解以及结构动力学在时、频域和空间上分布规律特性认识的基础之上,即依赖于管路结构动强度(定量)的准确评估。

因此本文将从振动疲劳损伤分析的角度出发,首先将预期使用过程中的环境因素如位移、内压等作用作为预载荷,然后开展预载荷作用下管路结构动强度评估方法研究,最后通过实际算例分析了管路的动强度薄弱点以及剩余强度系数和疲劳寿命,该方法对于分析管路结构真实使用过程中的环境适应性以及可靠性提供了指导。

收稿日期: 2015-05-07; 录用日期: 2015-08-06; 网络出版时间: 2015-10-14 15:24

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1524.004.html

\* 通讯作者: Tel.: 010-68383157 E-mail: wangsh\_cn@163.com

**引用格式:** 王帅, 张明明, 刘桢, 等. 预载荷作用下管路结构动强度评估方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 745-750.  
WANG S, ZHANG M M, LIU Z, et al. Dynamic strength valuation method of pipeline structures under preload[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 745-750 (in Chinese).

## 1 预载荷对动力学响应的影响

预载荷或者预应力是由初始状态下的压力、重力或其他外力作用所产生的应力,也可以称其为一次应力,它是平衡外力所需的应力,随外力的增加而增加,没有自限性。例如当管路内塑性变形达到极限状态,即使外力载荷不再增加,管路仍将产生不可限制的塑性流动,直至破坏。

由工作条件中的热胀冷缩、端点位移等位移载荷的作用所产生的应力,可以称为二次应力。二次应力不直接与外力平衡,是为了满足位移约束条件和管路自身变形的连续要求所必须的应力,具有自限性,即局部屈服或小量变形就可以使位移约束条件和管路自身变形的连续要求得到满足,而变形不再继续增大。只要不反复加载,二次应力不会导致结构破坏,它引起的主要是疲劳破坏。

在动力学分析的时候需要考虑稳态静载荷(预载荷)的作用,初始静载荷对动力学响应分析主要包括2个方面的影响:①考虑静载荷引起的微分刚度的影响,需使用新的刚度矩阵来进行后续的动力学分析;②考虑静载荷作用对动力学稳态响应的贡献量,即在做动力学分析时必须同时考虑静载荷和动态激励的影响,其实现方法需在动力学响应结果中叠加静态载荷结果。

此外,多数材料的疲劳数据都是在实验室里用对称载荷试验方法采集到的,工程上通过试验得到预载荷情况下材料的疲劳曲线成本是非常高的<sup>[6]</sup>。但由于大多数现场的服役条件都包含非零的平均应力,因此,就出现了表示交变应力幅和平均应力之间关系的经验公式,其中应用最为广泛的是 Goodman 曲线和 Gerber 曲线。其中: Goodman 关系为<sup>[7]</sup>

$$S_a/\sigma_r + S_m/\sigma_b = 1 \quad (1)$$

Gerber 关系为<sup>[7]</sup>

$$S_a/\sigma_r + (S_m/\sigma_b)^2 = 1 \quad (2)$$

式中: $S_a$  为非对称循环应力幅; $S_m$  为平均应力; $\sigma_b$  为材料的强度极限; $\sigma_r$  为材料的疲劳极限。

## 2 预载荷作用下应力功率谱密度计算

功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)函数提供了有关随机过程统计学的大量信息,使用 PSD 的谱矩可以获得其他统计学特性,一个 PSD 的  $n$  阶谱矩定义为<sup>[7]</sup>

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n G(f) df \quad (3)$$

式中: $G(f)$  为频率  $f$  (单位:Hz) 处的单边 PSD 值,由此可得到多个重要的统计学特性参数。

峰值期望速率(单位时间内峰值数)为

$$E_p = \sqrt{m_4/m_2} \quad (4)$$

根据 Miner 线性累积损伤理论,结构的疲劳损伤可表示为

$$D = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \quad (5)$$

式中: $n_i$  为第  $i$  级应力水平下的应力循环次数; $N_i$  为应力水平为  $S_i$  时的疲劳寿命。

对于连续应力状态,单位时间内在应力范围( $S_i, S_i + \Delta S_i$ ) 内的循环次数为

$$n_i = E_p p(S_i) \Delta S_i \quad (6)$$

式中: $p(S_i)$  为应力幅值概率密度函数,工程上常采用 Dirlik<sup>[4]</sup> 统计模型。

在航天工程实际应用中,所谓的随机振动疲劳通常都是在疲劳载荷谱作用下以及在预载荷所形成的准静态应力的基础上,同时叠加随机振动应力后所引起的疲劳破坏。随机载荷下应力功率谱密度的计算一般采用弹性模型,当存在预载荷时,应考虑静载荷引起的微分刚度的影响,使用新的刚度矩阵来进行频响函数及随机振动响应分析。

作为评估结构随机振动疲劳的输入条件时,与常规预载荷作用下动力学响应分析有所不同,计算应力功率谱密度时应不包含预应力的贡献量,而是将预应力视为平均应力,即在动应力谱归纳时,视静应力为平均应力  $S_m$ ,而在平均应力  $S_m$  上叠加动应力。

如前所述,对于不对称应力( $S_a, S_m$ ) 状态,即平均应力  $S_m \neq 0$ ,动应力幅计算时可按第 1 节叙述的关系式进行转换,如果采用 Goodman 曲线,非对称循环应力幅  $S_a$  的等效对称循环应力幅  $S_A$  为<sup>[8]</sup>

$$S_A = S_a / (1 - S_m / \sigma_b) \quad (7)$$

## 3 动强度评定

由材料的 S-N 曲线得到<sup>[9]</sup>

$$N = f(S) = CS^{-m} \quad (8)$$

式中: $N$  为应力水平为  $S$  时的疲劳寿命; $S$  为应力幅值; $f(S)$  为应力水平为  $S$  下的频率; $C$  和  $m$  为材料常数。

由式(6)~式(8)可得连续分布的应力状态下单位时间内的疲劳损伤为

$$D_u = E_p \int_0^{\infty} \frac{p(S)}{f(S)} dS = \frac{E_p}{C} \int_0^{\infty} S^m p(S) dS \quad (9)$$

动应力的积分限为  $0 \sim \infty$ , 在实际计算中应力幅的积分上限采用最大动应力  $S_{max}$ , 下限一般采用  $0$ , 即认为大大小小的随机动应力幅均对损伤做出贡献, 或者采用常规的疲劳极限  $\sigma_r$ , 即认为小于疲劳极限  $\sigma_r$  的动应力对疲劳损伤不做贡献, 可依据实际情况进行选择<sup>[6]</sup>。

对各态历经随机应力过程, 时间  $T$  内的疲劳损伤为

$$D_L = \frac{E_p T}{C} \int_0^{\infty} S^m p(S) dS \quad (10)$$

从工程使用要求偏保守的角度, 以及考虑到各类误差因素的影响, 建议考虑平均应力影响的管路疲劳寿命评估为

$$D_L = \frac{E_p T}{C} \left( \frac{\sigma_b}{\sigma_b - \sigma_z} \right)^m \int_0^{\infty} S^m p(S) dS \leq 0.1 \quad (11)$$

式中: 根据有限元模型的简化程度,  $C$  和  $m$  取值要注意考虑缺口应力集中系数和表面加工系数等的影响;  $\sigma_z$  为综合应力。

#### 4 算例与分析

某运载器输送管路结构预载荷作用下的随机振动试验及其有限元模型如图 1 所示。在振动试验过程中, 输送管三通端固定; 分支管固定端先施加位移  $x$  向  $-0.024 \text{ m}$ ,  $y$  向  $-0.01 \text{ m}$  后与地面工装固支; 分支管激振端连接振动台; 输送管内压为  $1.1 \text{ MPa}$ 。

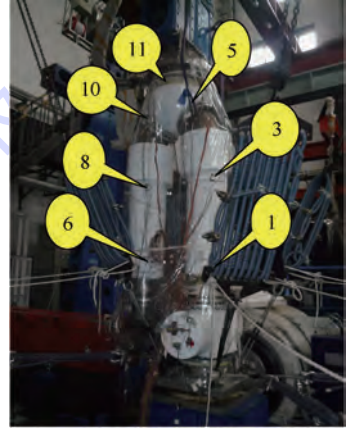
在上述位移、内压预载荷下, 分别在  $x$ 、 $y$  和  $z$  3 个方向将如图 2 所示的加速度谱条件分别施加于分支管激振端, 进行了 3 次随机振动试验。如图 1(a) 所示为  $z$  向激振时的试验状态。3 次随机振动试验的加速度测点位置相同, 均为 11 个测点, 见图 1(a), 其中未标出的测量点位置 2、4、7 和 9 分别位于 1、3、6 和 8 号传感器的对称面相同位置。图 1(b) 为输送管有限元模型。

利用前述有限元模型, 计算了在上述位移、内压预载荷以及如图 2 所示的加速度谱试验条件下, 试验各测量点加速度功率谱密度。限于篇幅, 这里仅列出了  $z$  向激励时, 各试验测点位置的功率谱密度, 如图 3 所示。在频率为  $0 \sim 1000 \text{ Hz}$  范围内, 仿真与试验加速度均方根值对比情况则如表 1 所示。可见, 仿真结果与试验结果基本一致, 验证了有限元模型的准确性。

从实际振动试验结果来看, 各试验状态应变响应较大位置均处于波纹管上方区域, 即主要集中在三通组件及其分支位置。鉴于上述考虑, 这里仅对三通组件进行了动强度评估。利用此节的

有限元模型, 计算了在位移、内压 2 种预载荷及随机激励 (见图 2) 试验条件下, 三通组件结构的 Von Mises 应力功率谱密度<sup>[10-11]</sup>。

计算过程中考虑了静载荷引起的微分刚度的影响, 即使用新的刚度矩阵来进行后续的频响函数及随机振动分析, 但计算应力功率谱密度时没有计及预应力的贡献, 而是将预应力视为平均应力处理<sup>[12]</sup>。



(a) 输送管试验状态



(b) 输送管有限元模型

图 1 输送管结构试验状态及其有限元模型

Fig. 1 Test status and finite element model of pipeline structure

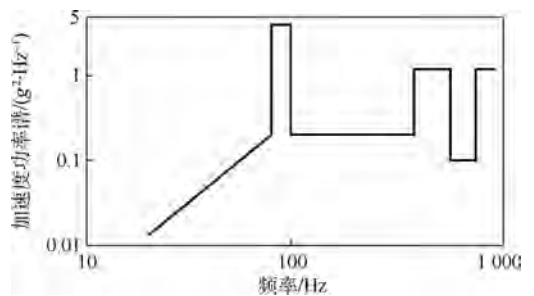


图 2 随机激励输入加速度功率谱

Fig. 2 Acceleration power spectrum of random excitation

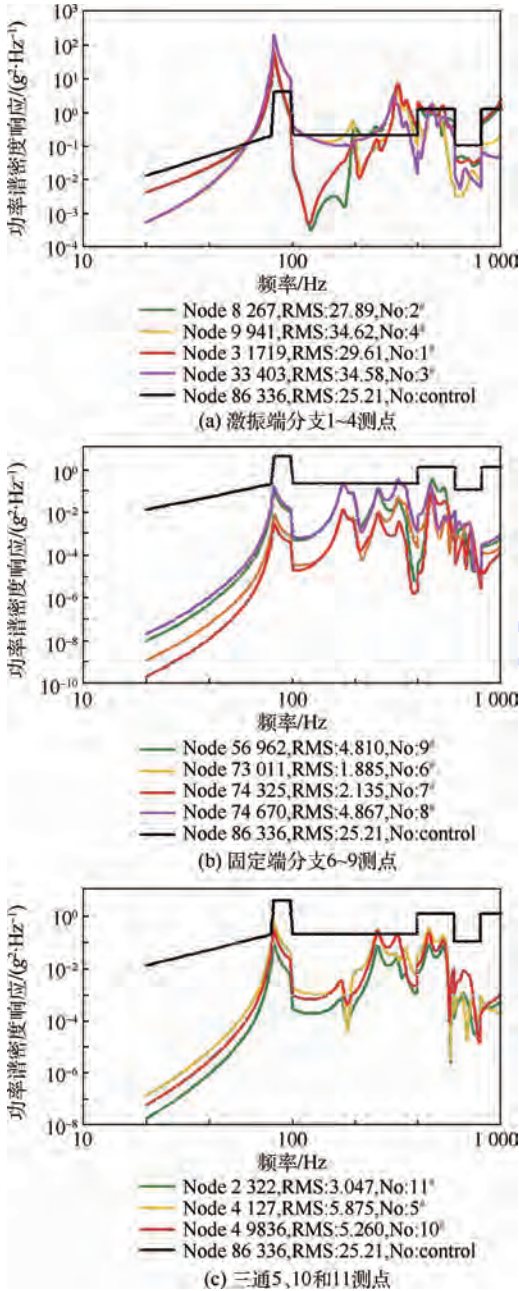


图3 z向激振随机振动试验,加速度测点功率谱密度响应

Fig. 3 Power spectral density response of acceleration measuring points under z-direction vibration of random vibration test

该输送管材料采用的是1Cr18Ni9Ti,其S-N曲线近似估计公式为  $S^m N = C^{[13]}$ ,  $m \approx 11.75$ ,  $C \approx 4.59 \times 10^{37[14]}$ 。利用本文理论,采用Dirlik模型,得到了激振频率在0~1000 Hz范围内 Von Mises 应力累积均方根 ( $\sigma_{\text{von}}^{\text{RMS}} = \sqrt{m_0}$ , RMS 为均方根值) 和单位时间 (per second) 对数疲劳损伤 (实际损伤以10为底的对数值) 云图分别如图4~图6所示。

表1 随机振动鉴定级试验与仿真各测点均方根值对比  
Table 1 Root mean square (RMS) contrast between identification of level random vibration test and simulation

测点	x向激振/g		y向激振/g		z向激振/g	
	试验	仿真	试验	仿真	试验	仿真
1	83.065	76.02	42.380	42.11	34.439	29.61
2	69.697	73.45	36.771	46.36	35.044	27.89
3	98.760	88.73	35.243	28.24	31.714	34.58
4	97.140	95.73	34.755	28.05	34.306	34.62
5	4.977	3.81	6.176	4.92	4.358	5.85
6	1.802	2.66	4.310	3.58	3.777	1.89
7	1.724	2.73	5.058	3.60	3.925	2.14
8	1.097	3.35	3.095	4.92	8.112	4.87
9	1.198	5.72	7.257	4.94	8.453	4.81
10	3.824	3.01	6.547	4.49	4.076	5.26
11	1.583	1.68	1.349	1.45	1.620	3.04

从图4~图6的仿真结果可以看出:

1) 在该试验条件下,对于三通管路结构 Von Mises 应力累积均方根值较大部位出现位置:①A端与三通连接a处;②三通与下分支(激振分支)连接b处;③下分支波纹管上方弯曲c处。

2) x向激振时动力累积均方根最大值为12.9 MPa,位于a处;y向激振时应力动力累积均方根最大值为42 MPa,位于b处;z向激振时应力动力累积均方根最大值为86 MPa,位于b处。

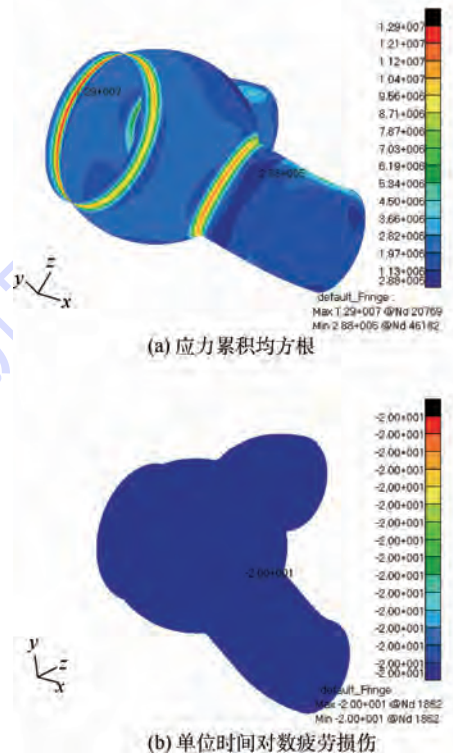


图4 x向激振随机振动试验三通结构疲劳损伤  
Fig. 4 Fatigue damage of three-way structure under x-direction vibration of random vibration test

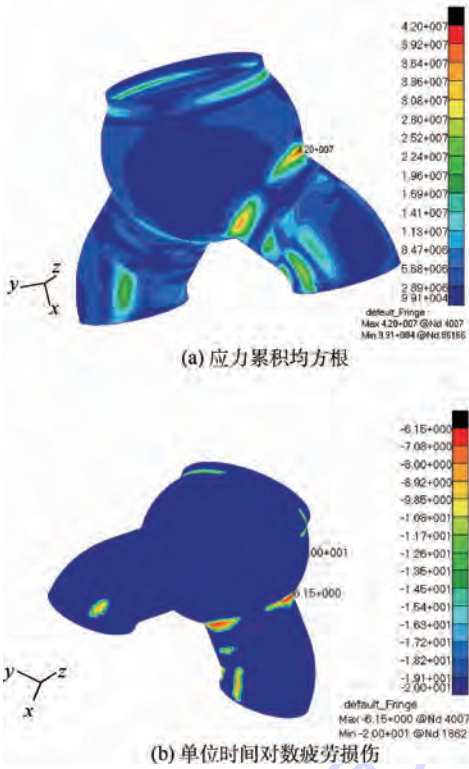


图5 y向激振随机振动试验三通结构疲劳损伤  
Fig.5 Fatigue damage of three-way structure under  
y-direction vibration of random vibration test

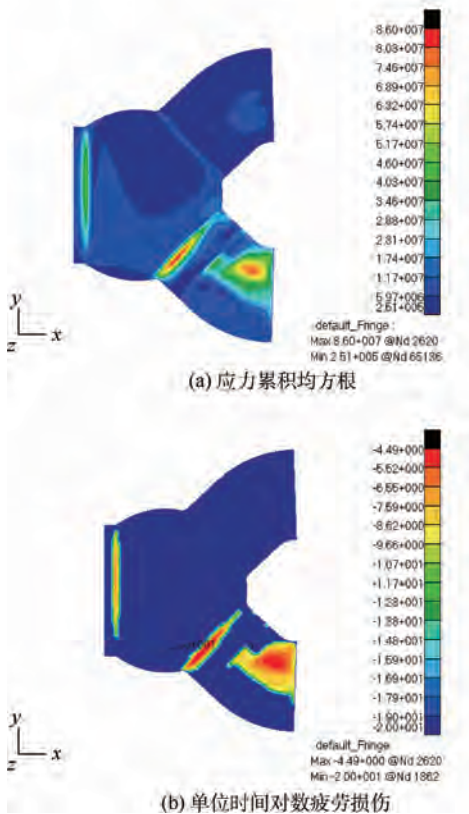


图6 z向激振随机振动试验三通结构疲劳损伤  
Fig.6 Fatigue damage of three-way structure under  
z-direction vibration of random vibration test

3) 对于三通管路结构单位时间对数疲劳损伤较大部位与上述相同,  $x$  向激振单位时间损伤为  $10^{-20}$ , 位于  $a$  处;  $y$  向激振时单位时间损伤为  $10^{-6.15}$ , 位于  $b$  处(见图5);  $z$  向激振单位时间损伤为  $10^{-4.49}$ , 位于  $b$  处(见图6)。说明工程中常利用应力响应均方根来定性地区别动强度危险区域是可行的。

分析结果给出了在该位移、内压预载荷随机振动试验条件下管路的动强度薄弱点, 并能获得结构的剩余强度和疲劳寿命。应该说明的是, 应力考核点的选取及仿真结果的正确性是准确评估疲劳寿命的重要前提基础, 但受限于数据匮乏, 此处并未考虑结构表面处理、焊缝和应力集中等因素的影响。

## 5 结论

工程中, 在管路结构破坏之处安置应变传感器的是少见的, 此时只能应用理论分析手段进行动强度评估分析。本文针对管路结构在预载荷及随机振动条件作用下的疲劳损伤分析方法进行了研究。得出以下结论:

- 1) 明确了由预载荷引起的刚度、预应力对结构振动的影响, 特别提出对结构随机振动响应、疲劳寿命分析时的区别及处理方法, 对于结构响应、动强度仿真分析具有重要的参考价值。
- 2) 提供了预载荷作用下结构随机振动疲劳分析应力功率谱密度的处理方法、动应力幅值的概率密度计算方法, 以及管路动强度评估方法。
- 3) 形成了一套适用于结构动强度评估的方法与流程, 涵盖了存在预载荷作用时的处理办法, 为确定结构(特别是为管路结构)的损伤及强度安全余量提供了一条可行的技术途径。

## 参考文献 (References)

- [1] Department of Defense. Environment engineering consideration and laboratory tests: MIL-STD-810G[S]. [S. l.]: Aeronautical Systems Center, 2008: 20-34, 256-335.
- [2] 吴家驹, 荣克林. 多维振动环境试验方法[J]. 导弹与航天运载技术, 2003(4): 27-32.  
WU J J, RONG K L. Multi-dimensional vibration environmental test method[J]. Missiles and Space Vehicles, 2003(4): 27-32 (in Chinese).
- [3] NASA. Dynamic environmental criteria: NASA-HDBK-7005[S]. [S. l.]: NASA Standards Program Office, 2001: 75-86.
- [4] DIRLIK T. Application of computers in fatigue analysis[D]. Coventry: University of Warwick, 1985: 127-145.
- [5] NATO International Staff-Defence Investment Division. Mechanical condition: AECTP-240 (Edition 1)[S]. [S. l.]:

- NATO Standardization Agency, 2009:56-79.
- [6] 飞行器设计手册总编委会. 飞行器设计手册(第九册: 载荷、强度和刚度)[M]. 北京: 航空工业出版社, 2001:26-67.  
Aircraft Design General Editorial Board. Aircraft design manual (Ninth volume: Load, strength and stiffness) [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2001:26-67 (in Chinese).
- [7] 纽兰 D E. 随机振动与谱分析概论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1978:78-156.  
NEW LAND D E. An introduction to stochastic vibration spectrum analysis[M]. Beijing: China Machine Press, 1978:78-156 (in Chinese).
- [8] SMITH K N, WATSON P, TOPPER T H. A stress-strain function for the fatigue of metals[J]. Journal of Materials, 1970, 5(4):767-778.
- [9] LIN Y K. Probabilistic theory of structural dynamics[M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1976:106-178.
- [10] OCHI M K. Probability distribution of peaks and troughs of non-Gaussian random processes[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 1998, 13(5):291-298.
- [11] SEGALMAN D J, FULCHER C W G, REESE G M, et al. An efficient method for calculating RMS Von Mises stress in a random vibration environment[J]. Journal of Sound and Vibration, 1970, 230(2):393-410.
- [12] MADSEN H O. Extreme-value statistics for nonlinear stress combination [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(9):1121-1129.
- [13] 王帅, 李佰灵, 贾亮. 空间管路结构单多轴随机振动环境下的疲劳损伤研究[J]. 强度与环境, 2012, 39(6):36-41.  
WANG S, LI B L, JIA L. The fatigue damage research of space pipeline structures under uniaxial/multi-axial random vibration [J]. Structure & Environment Engineering, 2012, 39(6):36-41 (in Chinese).
- [14] 金奕山, 李琳. 随机振动结构 Von Mises 应力过程峰值概率密度函数的研究[J]. 应用力学学报, 2006, 23(4):645-648.  
JIN Y S, LI L. Structure random vibration study on the peak probability density function of Von Mises stress process [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2006, 23(4):645-648 (in Chinese).

#### 作者简介:

王帅 男, 博士研究生, 高级工程师。主要研究方向: 结构动力学。

Tel.: 010-68383157

E-mail: wangsh\_cn@163.com

张明明 男, 硕士研究生。主要研究方向: 结构动力学。

Tel.: 010-68383157

E-mail: zhangmingming526@126.com

## Dynamic strength valuation method of pipeline structures under preload

WANG Shuai\*, ZHANG Mingming, LIU Zhen, JIA Liang, RONG Kelin

(Beijing Institute of Structure and Environment Engineering, Beijing 100076, China)

**Abstract:** For the problems of pipeline structures environment test in current aerospace, first of all, we researched the analytical method for dynamical strength characteristic of pipeline structures under preload and multi-axial random vibration experiments, and then made clear the difference and processing between differential stiffness and prestress caused by preload in structural vibration analysis and fatigue life calculation. We provided an analysis method to preestimate the fatigue damage of pipeline structure under random vibration in various actual experimental environments, and this method solves the following problems: how the conditions of actual experimental environment tests represent the preexperimental environments and how to estimate the effects of inconsistency between the actual experimental environments and the preexperimental environments on dynamic strength of pipeline structures with. Finally, by simulation calculation for pipeline structures, we analyzed the weak points and residual strength coefficient of dynamic strength in pipeline structures, as well as the fatigue life. The simulation results verify the effectiveness of this method, thus this analysis method provides engineering guidance for analyzing the adaptability and reliability of pipeline structures in the actual environment.

**Key words:** preload; environmental test; random vibration; dynamic strength; fatigue damage

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0261

# 低速冲击下复合材料加筋板的损伤阻抗性能



冀赵杰, 关志东\*, 黎增山

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 为确定冲击能量、几何尺寸对低速冲击下复合材料加筋板损伤阻抗性能的影响,对3组工型加筋板进行了试验和数值模拟研究。通过落锤式低速冲击试验,得到了试验件的接触历程、凹坑深度和分层面积等损伤特征。基于引入纤维断裂损伤的各向异性弹塑性理论建立了有限元(FE)模型,对试验件凹坑深度进行了模拟预测,模拟结果与试验结果吻合较好。研究表明,复合材料加筋板凹坑深度随冲击能量的变化曲线存在拐点,拐点后表面冲击部位出现纤维断裂。随着冲击能量的增大,试验件的最大接触力不断增大,而分层起始载荷及分层面积则变化不大。含1.5 mm深凹坑试验件对应的冲击能量和最大接触力随筋条或蒙皮厚度的增大而不断增大,而分层起始载荷仅随蒙皮厚度的增大而增大。

**关键词:** 复合材料; 加筋板; 低速冲击; 损伤阻抗; 永久凹坑; 有限元(FE)方法

**中图分类号:** V257; TB330.1

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0751-11

近年来,随着复合材料制造技术的发展,复合材料加筋结构被广泛应用于飞机结构中。低速冲击(如维护工具坠落、冰雹冲击和石子撞击等)会导致复合材料加筋结构内部发生不可见损伤,从而大大降低结构强度,因此在飞机结构设计中需要重点关注。通常规定复合材料结构的目视勉强可见冲击损伤(Barely Visible Impact Damage, BVID)对应的剩余强度要求为极限设计载荷<sup>[1]</sup>。由于凹坑深度极易测量,一般采用表面凹坑深度作为BVID的定量描述<sup>[2]</sup>,因此有必要针对低速冲击下复合材料加筋板的永久凹坑进行研究。

目前,针对低速冲击下复合材料加筋板的试验和理论研究主要集中在冲击过程与响应<sup>[3-4]</sup>,冲击位置、冲击能量等影响因素<sup>[5-6]</sup>以及低速冲击损伤对压缩性能的影响<sup>[7-9]</sup>等,对凹坑深度的

关注则相对较少。目前在针对复合材料凹坑深度的理论预测中,利用接触定律<sup>[10-11]</sup>是一类方法,但该方法仅适用于凹坑深度较小的情况,因此预测范围有限。一些学者<sup>[12-13]</sup>采用剪切非线性模型预测凹坑深度,但需要进一步的试验验证。Bouvet等<sup>[14]</sup>基于基体开裂形成“阻塞系统”的机理建立了特殊的单元对凹坑深度取得了较好的预测效果,但该方法无法对纤维断裂形成的较深凹坑进行预测。研究发现<sup>[2,15]</sup>,含BVID结构内部通常含有纤维断裂损伤,本文作者在前期工作中<sup>[16]</sup>基于引入纤维断裂损伤的各向异性弹塑性理论建立了一套凹坑深度模拟方法,对复合材料层板的凹坑深度-冲击能量关系进行了准确的预测,但并未在加筋结构中进行验证。

本文通过试验和数值模拟方法研究了冲击能量、蒙皮厚度和筋条厚度对低速冲击下复合材料

收稿日期: 2015-04-28; 录用日期: 2015-07-03; 网络出版时间: 2015-09-17 10:30

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1030.002.html

\* 通讯作者: Tel.: 010-82338873 E-mail: D5062010@163.com

**引用格式:** 冀赵杰, 关志东, 黎增山. 低速冲击下复合材料加筋板的损伤阻抗性能[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 751-761. JI Z J, GUAN Z D, LI Z S. Damage resistance property of stiffened composite panels under low-velocity impact[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 751-761 (in Chinese).

加筋板损伤阻抗性能的影响,验证了低速冲击下复合材料加筋板永久凹坑深度的理论预测方法,为复合材料加筋结构设计提供参考。

## 1 试验对象及方法

### 1.1 试验对象

试验对象为复合材料加筋板,如图1所示。加筋板尺寸为365 mm × 308 mm,筋条高度为34 mm,筋条间距为77 mm。为了研究蒙皮厚度和筋条厚度的影响,共设计了2种不同形式的蒙皮(编号SK1和SK2)和2种不同形式的筋条(编号I1和I2)共计3组试验件,编号分别为SK1-I1、SK1-I2和SK2-I1。其中SK2-I1组含10件试验件,用于研究冲击能量的影响;SK1-I1与SK1-I2组各含3件试验件,用于与SK2-I1对比研究筋条蒙皮厚度的影响。各组试验件的铺层如图2和表1所示。加筋板材料体系为T300/QY8911,单层厚度为0.12 mm,通过试验测得的材料属性如表2所示。

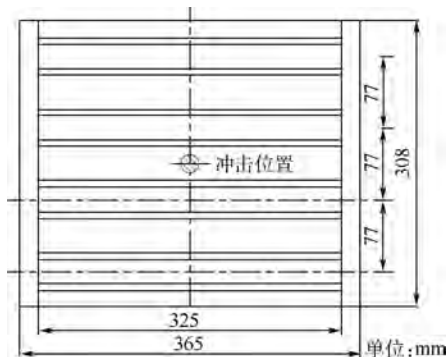


图1 复合材料加筋板示意图

Fig.1 Sketch map of stiffened composite panels

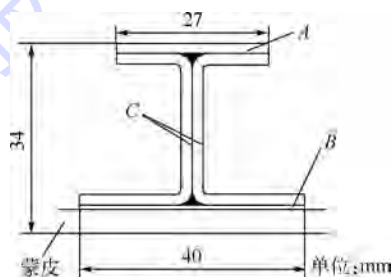


图2 筋条铺层示意图

Fig.2 Sketch map of stiffener's plies

表1 复合材料加筋板铺层形式

Table 1 Ply sequences of stiffened composite panels

种类	试验件编号	铺层形式
蒙皮	SK1	$[45/-45/0/45/-45/90/(-45/45/0)_3/90/0/-45/45/0]_s$
	SK2	$[45/-45/0/45/-45/90/(-45/45/0)_2/-45/0/90/0/45/\bar{0}]_s$
	I1-A	$[(45/-45/0/\bar{90})_s(0/45/0/-45/\bar{0})_s]_s$ (由上到下)
	I1-B	$[45/-45/0/\bar{90}]_s$
筋条	I1-C	$[(45/-45/0/\bar{90})_s(0/45/0/-45/\bar{0})_s]_s$ (由外到内)
	I2-A	$[(45/-45/\bar{90})_s(0/45/0/-45/\bar{0})_s]_s$ (由上到下)
	I2-B	$[(45/-45/\bar{90})_s(0/45/0/-45/\bar{0})_s]_s$ (由外到内)
	I2-C	$[45/-45/\bar{90}]_s$

注:A、B和C对应图2相应区域。

表2 T300/QY8911 复合材料单层板材料属性

Table 2 Material properties of T300/QY8911 unidirectional composite panels

材料属性	$E_{11}/\text{GPa}$	$E_{22}/\text{GPa}$	$\nu_{12}$	$G_{12}/\text{GPa}$	$X_T/\text{MPa}$	$X_C/\text{MPa}$	$Y_T/\text{MPa}$	$Y_C/\text{MPa}$	$S_{12}/\text{MPa}$
数值	135	8.8	0.33	4.47	1665	1362	80	232	90.6

注: $E_{11}$ —纵向刚度; $E_{22}$ —横向刚度; $\nu_{12}$ —泊松比; $G_{12}$ —纵横剪切刚度; $X_T$ —纵向拉伸强度; $X_C$ —纵向压缩强度; $Y_T$ —横向拉伸强度; $Y_C$ —横向压缩强度; $S_{12}$ —纵横剪切强度。

### 1.2 试验方法

通过FC落锤式冲击试验机<sup>[17]</sup>进行冲击试验,试验机系统如图3所示。试验机由机械系统和数据测量处理系统组成。其中机械系统由机械钢架、落锤及提升机构和试样固定结构组成;数据测量处理系统由力采集系统、速度采集系统和试验软件系统组成。力采集系统中安装在冲头上的压电传感器采集频率为210 kHz,采集到的随时间

变化的电信号经过电荷放大器放大后再经数据采集处理系统即可转换为随时间变化的接触力信号;速度采集系统中的红外传感器可以采集冲头落下接触试样和弹起瞬间的速度,经过计算即可得到冲头的冲击能量和回弹能量。参考ASTM试验标准<sup>[18]</sup>,采用直径为16 mm、质量为5.36 kg的圆球型冲头进行试验。试验时将试验件筋条向下固定在水平试验台上,通过调整落锤高度对试验

件中心(如图1所示)进行不同能量的冲击。冲击后通过人工方式对落锤阻拦防止2次冲击。试验结束后立即使用精度为0.01 mm百分表对试验件冲击区域中心凹坑深度进行测量,采用进口PAC水浸超声C扫描无损检测(NDT)设备对试验件内部分层损伤进行检测。

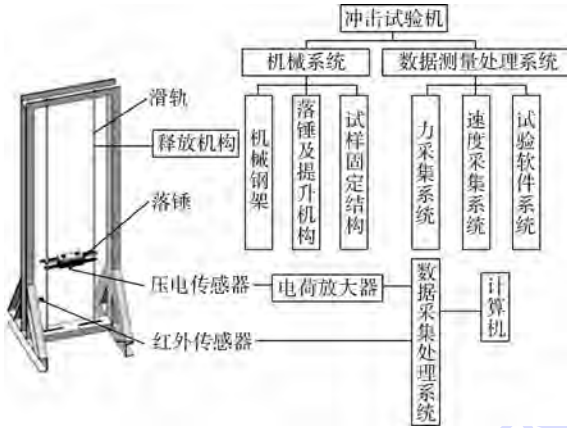


图3 FC落锤式冲击试验机

Fig.3 FC drop weight impact testing machine

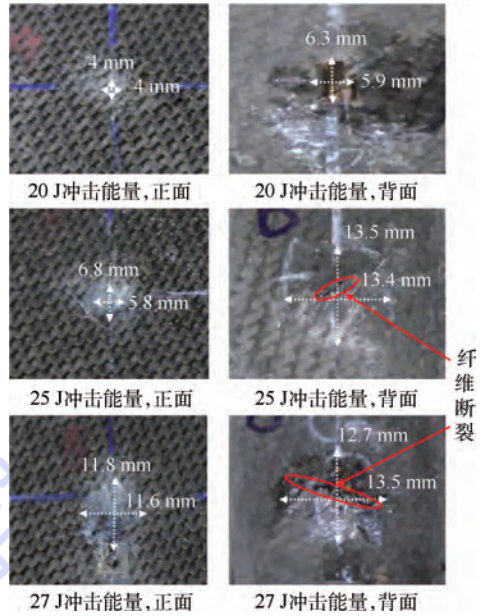


图5 SK2-II组试验件不同冲击能量冲击区域照片  
Fig.5 Photos of impact locations on SK2-II specimens under different impact energies

## 2 试验结果分析

### 2.1 冲击能量的影响分析

为确定冲击能量对复合材料加筋板低速冲击损伤阻抗性能的影响,采用第1.2节中所述方法选取不同能量对SK2-II组试验件进行冲击试验。

#### 2.1.1 凹坑深度

SK2-II组加筋板试验件凹坑深度随冲击能量的变化关系如图4所示,可以得出,试验件的凹坑深度-冲击能量曲线存在一个明显的拐点。图5给出了不同冲击能量下试验件冲击点及其背面区域的照片,可以得出,随着冲击能量的增大,冲击点附近区域的损伤越来越严重,在冲击能量大于25 J也即达到拐点之后,冲击点附近区域纤维断裂明显增多,与文献[2]中复合材料层板的相关结论一致。

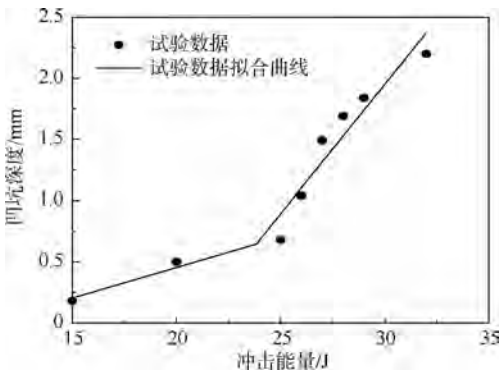


图4 SK2-II组试验件凹坑深度-冲击能量关系

Fig.4 Relationships between dent depth and impact energy of SK2-II specimens

#### 2.1.2 接触历程与能量吸收

SK2-II组加筋板试验件在20、25和27 J 3种冲击能量下的冲击接触力变化历程如图6所示,其中冲击接触力-时间关系根据试验机传感器测量数据得到,冲击接触力-位移关系为

$$s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 - \int_0^t \left( \int_0^t \frac{F(t)}{m} dt \right) dt \quad (1)$$

式中: $s(t)$ 为冲头位移; $v_0$ 为冲头初速度; $t$ 为时间; $g$ 为重力加速度; $m$ 为冲头质量; $F(t)$ 为试验测得的随时间变化的冲击接触力。

20、25和27 J冲击能量分别代表了试验件在拐点之前、拐点附近以及拐点之后3种情况下的试验结果,从图6中可以分析得出,随着冲击能量的增大,冲击接触力的持续时间以及冲头最大位移都在不断增大。从图6(a)中可以得出,20 J和25 J冲击能量下的冲击接触力随时间的变化趋势基本相同,而27 J冲击能量下的冲击接触力随时间的变化趋势则差别较大,主要体现在冲击接触力在越过峰值点并发生突降后到最终的反弹阶段之前经历了一段持续时间较长的平缓下降阶段,这也反映了拐点能量后试验件内部有较多纤维断裂发生。从图6(b)中可以得出随着冲击能量的增大,损伤扩展阶段在不断变长。与冲击接触力-时间关系不同,20 J和25 J冲击能量下的冲击接触力-位移变化关系差别相对较大,25 J冲击能量下冲击接触力-位移关系中所反映的损伤扩展阶段明显变长,说明25 J冲击能量下试验件内部分层等损伤与20 J冲击能量相比有了明显的扩展。

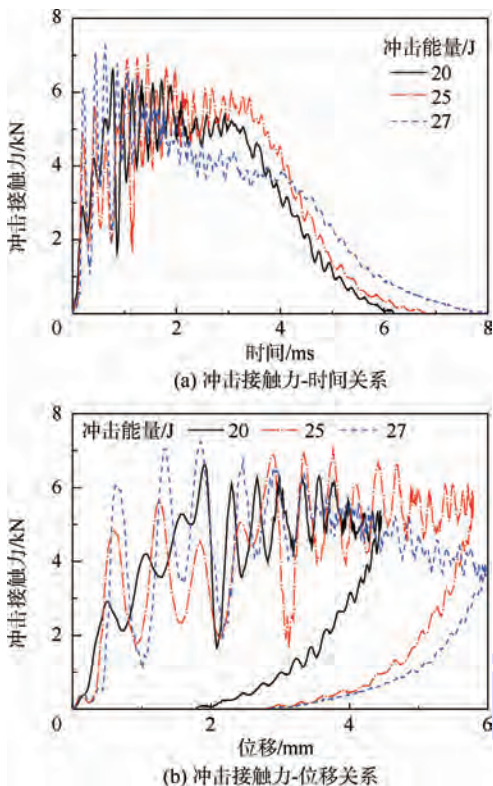


图6 SK2-II组试验件不同冲击能量下的冲击接触力变化历程

Fig. 6 Impact force histories for SK2-II specimens under different impact energies

试验得到的不同冲击能量下 SK2-II 组加筋板试验件的分层起始载荷与最大接触力随冲击能量的变化关系如图 7 所示,其中分层起始载荷数值的确定方法参考文献[19]。从图中分析可以得出,试验件在各冲击能量下的分层起始载荷基本一致,平均值为 6.07 kN。试验件的最大接触力稍大于分层起始载荷,且随着冲击能量的增大有不断增大的趋势。结果说明,随着冲击能量的增大,试验件分层所需载荷大小几乎不变,但不断增大的最大接触力会导致试验件内部出现更严重的损伤。

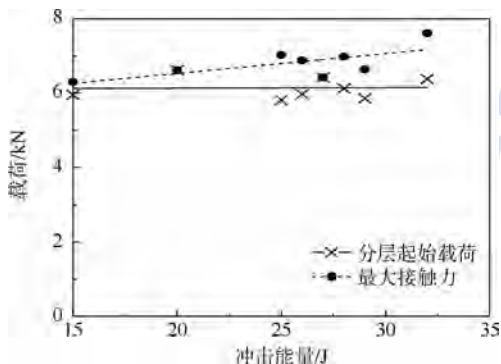


图7 SK2-II组试验件分层起始载荷和最大接触力随冲击能量的变化

Fig. 7 Variation of delamination initiation load and maximum impact force with impact energy for SK2-II specimens

根据试验中测量得到的 SK2-II 组加筋板试验件冲击过程冲头下落能量和反弹能量,可以计算得到试验件吸收的能量,由此绘制出的能量剖面图如图 8 所示。

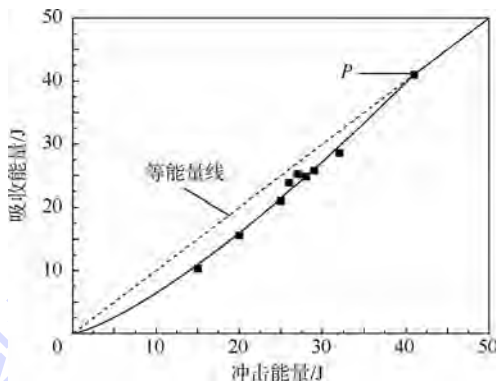


图8 SK2-II组试验件能量剖面图

Fig. 8 Energy profile diagram for SK2-II specimens

图 8 中等能量线上试验点对应的试验件所吸收的能量等于冲击能量,也即试验件发生了穿透损伤,冲击能量完全被试验件所吸收。与文献[20]中复合材料层板的试验结果类似,试验件的能量剖面曲线分为 2 段,包含原点到 P 点 1 段曲线和 P 点后与等能量线重合的直线。从原点到 P 点之间的 1 段曲线为吸收能量随冲击能量的增大的速率不断增大的凹曲线,曲线与等能量线之间的差值即为冲头的反弹能量,该段曲线反映了随着冲击能量的增大,试验件内部的主要损伤模式有基体开裂、分层到纤维断裂的逐步转化; P 点表示试验件开始发生穿透损伤的能量点,对应的冲击能量为 40.89 J, P 点后试验件会发生穿透损伤,能量全部吸收。

### 2.1.3 分层面积

试验中通过超声 C 扫描测得的 SK2-II 组加筋板试验件分层面积与冲击能量关系的试验结果如图 9 所示,超声 C 扫描无损检测结果如图 10 所示。

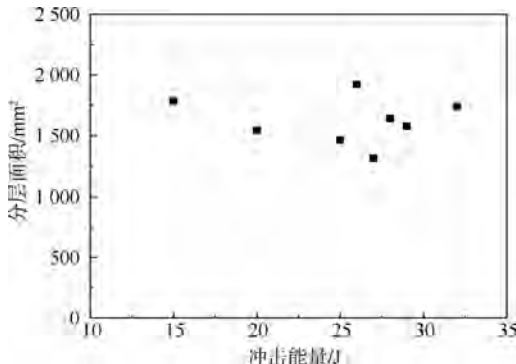


图9 SK2-II组试验件分层面积试验结果

Fig. 9 Test results of delamination area for SK2-II specimens

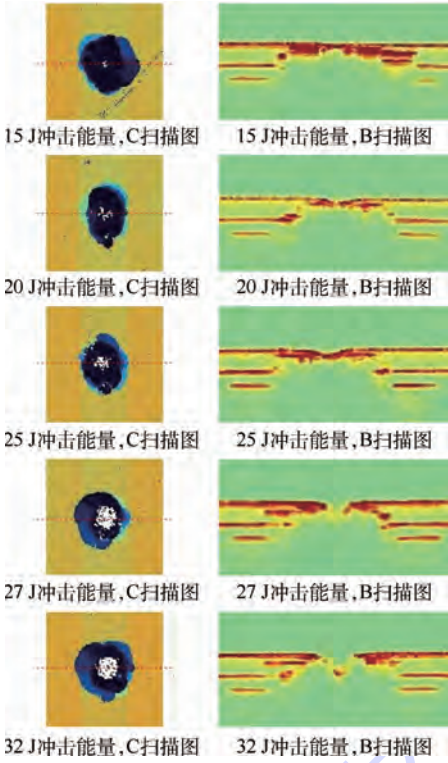


图10 SK2-II组试验件不同冲击能量下NDT结果  
Fig. 10 NDT results for SK2-II specimens under different impact energies

与文献[2]中层板的试验结果不同,无论是随着冲击能量还是凹坑深度变化,SK2-II组加筋板试验件的分层面积都变化不大。通过图10中的C扫描图和B扫描图可以看出,不同冲击能量下试验件冲击点附近的损伤范围基本都被限制在了筋条之间的区域内。试验结果说明,除了分层面积试验结果的分散性外,筋条的限制作用导致了不同能量下大致相同的分层面积结果。

### 2.2 筋条、蒙皮厚度的影响分析

为确定筋条、蒙皮厚度对复合材料加筋板低速冲击损伤阻抗性能的影响,采用第1.2节所述方法针对SK1-I1和SK1-I2组试验件进行低速冲击试验。

表3给出了3组中含BVID损伤(凹坑深度1.5 mm左右)试验件的结果。从表3中可以看出,在损伤大致相同的情况下,蒙皮SK1对应加筋板的冲击能量比蒙皮SK2对应加筋板提高了29.6%,其对厚度进行正则化后的比冲击能提高了约15%;筋条I1对应加筋板的冲击能量比筋条I2对应加筋板提高了6%。

图11给出了3组含BVID试验件冲击接触力变化历程,分别包括冲击接触力随时间和位移的变化历程。3组试验件的分层起始载荷和最大接触力如表3所示。可以得出,随着蒙皮厚度的

增加,加筋板弯曲刚度的增大,加筋板的分层起始载荷、最大接触力以及冲头最大位移均不断增大。随着筋条厚度的增加,加筋板弯曲刚度的增大,最大接触力和冲头最大位移均不断增大,而分层起始载荷则变化不大。试验结果说明,在产生相同程度损伤的情况下,弯曲刚度大的加筋板试验件所需接触力较大,损伤扩展过程也较长;分层起始载荷的变化与仅与蒙皮厚度相关,与筋条厚度关系不大。

表3 3组含BVID试验件试验结果

Table 3 Test results for 3 groups of specimens containing BVID

试验件编号	冲击能量/J	凹坑深度/mm	分层面积/mm <sup>2</sup>	分层起始载荷/kN	最大接触力/kN
SK1-I1	35	1.51	1.707	7.764	9.448
SK1-I2	33	1.52	1.609	7.813	8.716
SK2-I1	27	1.47	1.721	6.079	7.251

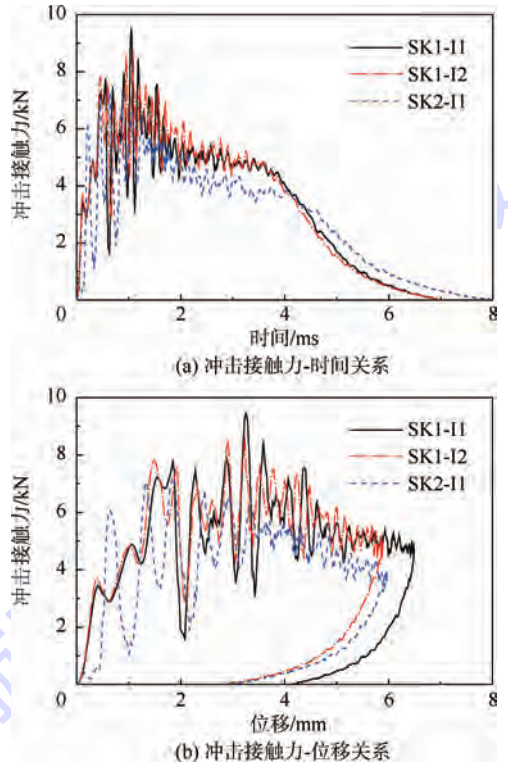


图11 3组含BVID试验件的冲击接触力变化历程  
Fig. 11 Impact force histories for 3 groups of specimens containing BVID

## 3 有限元分析

### 3.1 永久凹坑深度预测方法

#### 3.1.1 复合材料层内损伤模型

根据第2节所述试验结果,含BVID复合材料加筋板试验件内部出现了纤维断裂损伤,因此采用引入纤维断裂损伤的各向异性弹塑性理论方法<sup>[16]</sup>建立复合材料层内损伤模型。

各向异性弹塑性理论中关键的部分为所采用的关于应力分量二次函数的屈服函数:

$$2f(\boldsymbol{\sigma}) = a_{11}\sigma_{11}^2 + a_{22}\sigma_{22}^2 + a_{33}\sigma_{33}^2 + 2a_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} + 2a_{23}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2a_{13}\sigma_{11}\sigma_{33} + 2a_{44}\sigma_{23}^2 + 2a_{55}\sigma_{31}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2 = k \quad (2)$$

式中:  $\sigma_{ij}$  为材料坐标系下各方向的应力; 9 个常数  $a_{ij}$  为描述各向异性塑性行为的系数;  $k$  为与塑性应变相关的表征塑性状态的变量, 每一次塑性计算后都会更新;  $\boldsymbol{\sigma}$  为应力。

根据关联流动准则, 塑性应变增量为

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3)$$

式中:  $d\lambda$  为比例因子;  $f$  为式(2)中的屈服函数。弹塑性计算采用增量理论, 在进行数值计算时, 应变增量可分为弹性应变增量与塑性应变增量:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4)$$

式中:  $d\boldsymbol{\varepsilon}^e$  为弹性应变增量。

根据塑性增量理论, 应力增量仅与弹性应变增量相关:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{Q}^e (d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^p) = \boldsymbol{Q}^{ep} d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5)$$

式中:  $\boldsymbol{Q}^e$  为材料的弹性矩阵;  $\boldsymbol{Q}^{ep}$  为弹塑性矩阵。

结合式(3), 单位体积内的塑性功增量可以表示为

$$dW^p = \boldsymbol{\sigma}^T d\boldsymbol{\varepsilon}^p = 2fd\lambda \quad (6)$$

定义有效应力、等效塑性应变增量以及塑性模量分别为

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3}f \quad (7)$$

$$dW^p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p \quad (8)$$

$$H = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^p} \quad (9)$$

由式(3)~式(9)可得塑性应变增量和弹塑性矩阵表达式分别为

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right)^T \boldsymbol{Q}^e d\boldsymbol{\varepsilon}}{\frac{4}{9}\bar{\sigma}^2 H + \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right)^T \boldsymbol{Q}^e \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (10)$$

$$\boldsymbol{Q}^{ep} = \boldsymbol{Q}^e - \boldsymbol{Q}^e \frac{\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right)^T \boldsymbol{Q}^e}{\frac{4}{9}\bar{\sigma}^2 H + \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right)^T \boldsymbol{Q}^e \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (11)$$

在进行弹塑性计算时, 除屈服函数外, 还需要用到硬化准则, 这里硬化准则采用的是幂函数的形式:

$$\bar{\varepsilon}^p = A\bar{\sigma}^n \quad (12)$$

基于该理论进行弹塑性计算的流程图如图 12 所示。

在进行塑性计算前, 先要确定屈服面方程中

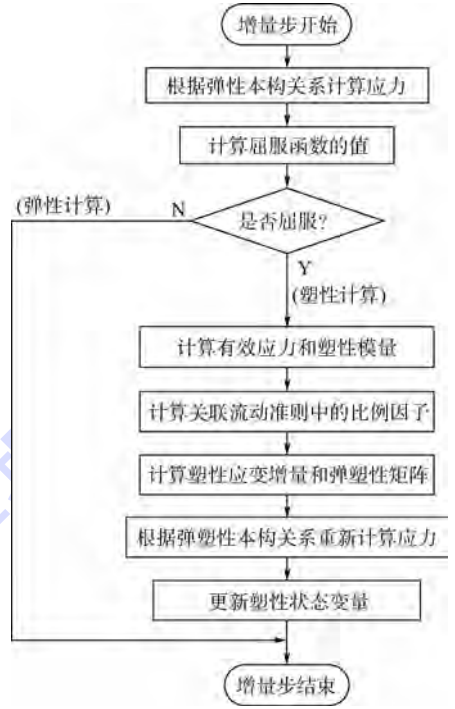


图 12 弹塑性数值计算流程图

Fig. 12 Flowchart for numerical elasto-plastic calculation

的 9 个系数  $a_{ij}$  和硬化准则中的系数  $A$ 。采用文献 [16] 中的方法来计算以上系数, 该方法主要基于细观有限元 (Finite Element, FE) 模型在几种单轴加载情况下的有限元分析结果处理得到。细观模型中, 纤维为横观各向同性线弹性材料, 基体为各向同性塑性材料。

定义塑性泊松比为

$$\nu_{ij}^p = - \frac{d\varepsilon_{jj}^p}{d\varepsilon_{ii}^p} \quad (13)$$

式(13)为  $i$  方向单轴加载下的定义 ( $i, j = 1, 2, 3$ ), 且此式右端并非对重复指标求和, 后面类似的表达式也有同样的约定。

由式(3)和式(13)可以得到屈服函数中的系数:

$$\left\{ \begin{aligned} a_{11} &= a_{22} \frac{\nu_{21}^p}{\nu_{12}^p} \\ a_{33} &= a_{22} \frac{\nu_{23}^p}{\nu_{32}^p} \\ a_{11} &= a_{33} \frac{\nu_{31}^p}{\nu_{13}^p} \\ a_{12} &= -a_{22} \nu_{21}^p \\ a_{23} &= -a_{22} \nu_{23}^p \\ a_{13} &= -a_{33} \nu_{31}^p \\ \frac{\nu_{21}^p}{\nu_{12}^p} \cdot \frac{\nu_{13}^p}{\nu_{31}^p} &= \frac{\nu_{23}^p}{\nu_{32}^p} \end{aligned} \right. \quad (14)$$

为不失一般性,令  $a_{22} = 1$ ,通常可以认为复合材料单层在 2、3 方向材料性能相同,于是

$$2f = \frac{\nu_{12}^p}{\nu_{12}^p} \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - 2\nu_{21}^p \sigma_{11} \sigma_{22} - 2\nu_{23}^p \sigma_{22} \sigma_{33} - 2\nu_{31}^p \sigma_{11} \sigma_{33} + 2a_{44} \sigma_{12}^2 + 2a_{55} \sigma_{23}^2 + 2a_{44} \sigma_{31}^2 \quad (15)$$

由式(6)~式(8)可以推导出:

$$(d\bar{\epsilon}^p)^2 = \frac{4}{3} f (d\lambda)^2 = \frac{2}{3} f \sigma^T d\epsilon^p \quad (16)$$

由式(15)和式(16)可以得出等效塑性应变增量和塑性应变增量之间的关系为

$$(d\bar{\epsilon}^p)^2 = \frac{2}{3\Delta} [A_{11} (d\epsilon_{11}^p)^2 + A_{22} (d\epsilon_{22}^p)^2 + A_{33} (d\epsilon_{33}^p)^2 + 2A_{12} d\epsilon_{11}^p d\epsilon_{22}^p + 2A_{23} d\epsilon_{22}^p d\epsilon_{33}^p + 2A_{13} d\epsilon_{11}^p d\epsilon_{33}^p] + \frac{4}{3} \left[ \frac{(d\epsilon_{12}^p)^2}{a_{44}} + \frac{(d\epsilon_{23}^p)^2}{a_{55}} + \frac{(d\epsilon_{31}^p)^2}{a_{66}} \right] \quad (17)$$

式中:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{cases} A_{11} = a_{22} a_{33} - a_{23}^2 \\ A_{22} = a_{11} a_{33} - a_{13}^2 \\ A_{33} = a_{11} a_{22} - a_{12}^2 \\ A_{12} = a_{13} a_{23} - a_{12} a_{33} \\ A_{13} = a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} \\ A_{23} = a_{12} a_{13} - a_{11} a_{23} \end{cases} \quad (19)$$

因此在施加单轴正应力  $\sigma_{ii}$  情况下,由有效应力的定义(式(7))可得

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} a_{ii} \sigma_{ii}} \quad (20)$$

由关联流动准则的表达式(式(3))可得

$$\begin{cases} d\epsilon_{ij}^p = \frac{a_{ji}}{a_{ii}} d\epsilon_{ii}^p \\ d\epsilon_{kk}^p = \frac{a_{ik}}{a_{ii}} d\epsilon_{ii}^p \\ d\epsilon_{ij}^p = 0 \\ i \neq j \end{cases} \quad (21)$$

再由式(17)可以得到

$$d\bar{\epsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3a_{ii}}} d\epsilon_{ii}^p \quad (22)$$

同理,在施加单轴切应力  $\sigma_{ij}$  情况下,可得

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \sqrt{3a_{rr}} \sigma_{ij} \\ d\bar{\epsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3a_{rr}}} d\epsilon_{ij}^p \end{cases} \quad (23)$$

于是由不同的加载情况都可以得到硬化准则  $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}^p$  关系,并且原则上不同加载情况下所得到

的硬化准则都应相同。由于屈服函数中前 3 项的系数已知,于是通过试错法对  $a_{rr}$  ( $r=4,5,6$ ) 进行调整并与施加正应力情况下得到的硬化准则进行比较可最终得到  $a_{rr}$  ( $r=4,5,6$ ) 的值,并且也可以得到最终的硬化准则  $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}^p$  关系。计算流程图如图 13 所示。

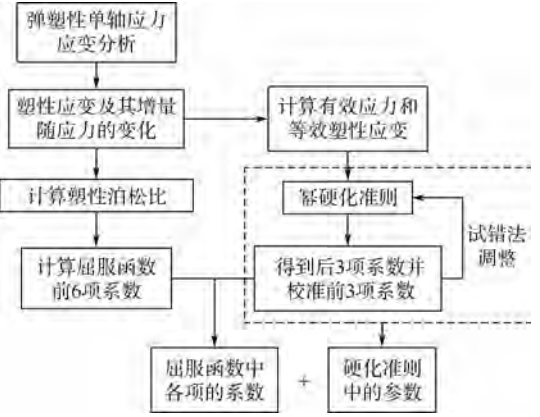


图 13 宏观塑性参数计算确定流程图

Fig. 13 Flowchart for determination of plasticity parameters in macroscopic model

在模型中,纤维断裂通过最大应力准则来判断,在发生纤维断裂后,对材料性能进行较大程度的退化以模拟结构抵抗冲击能力的大幅度降低,包括弹性和塑性性能 2 个方面。其中,纤维断裂后的宏观塑性参数确定方法与纤维断裂前类似,即通过细观模型的有限元分析得到,不过此时细观模型中组分材料纤维和基体的性能同样进行了折减以形成较强的材料塑性,从而对纤维断裂后凹坑深度随冲击能量的急剧增大进行模拟。

通过上述方法得到的 T300/QY8911 材料体系纤维断裂前后的宏观塑性参数如表 4 所示。

### 3.1.2 复合材料层间损伤模型

参考文献[16],本文利用 ABAQUS 中的界面单元 COH3D8 对分层进行模拟,损伤起始同样采用二次应力准则,而与文献[16]不同的是损伤演化采用了基于能量释放率的 BK 准则:

$$G_{equivC} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad (24)$$

式中:  $G_I$ 、 $G_{II}$  和  $G_{III}$  分别为法向和 2 个切向能量释放率的值;下标 C 表示对应的临界值。计算时,将式(6)右端各方向临界能量释放率的值替换为当前值则得到等效临界释放率的当前值,当等效临界释放率的当前值达到临界值时,界面单元发生完全破坏。表征界面不同受载方向的混合度的参数  $\eta$  取值为 1.45<sup>[12]</sup>。

表4 T300/QY8911 宏观塑性参数

Table 4 Macroscopic plasticity parameters for T300/QY8911

纤维状态	屈服函数中的系数	硬化准则中的参数	弹性常数
纤维断裂前	$a_{22} = a_{33} = 1, a_{23} = -0.5$ $a_{44} = a_{66} = 4.6, a_{55} = 6.2$	$A_1 = 2.5 \times 10^{-8} \text{ MPa}^{-1.5}, A_2 = 1.5 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1.3}$ $n_1 = 1.5, n_2 = 1.3, \bar{\sigma}^{-1} = 100 \text{ MPa}$	
纤维断裂后	$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0.667$ $a_{12} = a_{13} = a_{23} = 0.333$ $a_{44} = a_{55} = a_{66} = 1$	$A_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ MPa}^{-1.8}, A_2 = 0.5 \text{ MPa}^{-0.6}$ $n_1 = 1.8, n_2 = 0.6, \bar{\sigma}^{-1} = 0.31 \text{ MPa}$	$E_{11} = E_{22} = E_{33} = 30 \text{ MPa}$ $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.001$ $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 15 \text{ MPa}$

界面单元的刚度和强度值利用文献[21]所介绍的方法确定,其中推荐的界面单元刚度的计算公式为

$$K = \alpha E / h \quad (25)$$

式中: $\alpha = 50$ ;  $h$  为界面单元所连接复合材料层板子层中的小厚度值。若  $K$  为界面单元在法向的刚度  $K_{nn}$ ;  $E$  对应于复合材料单层在厚度方向上的模量  $E_{33}$ ; 若  $K$  为界面单元在 2 个切向上的刚度  $K_{ss}$  和  $K_{tt}$ , 则  $E$  分别对应于复合材料单层在 2 个纵向的剪切模量  $G_{12}$  和  $G_{13}$ 。

在给定网格尺寸下界面单元的强度计算公式为

$$\bar{\tau}^0 = \sqrt{\frac{9\pi E G_c}{32 N_c^0 l_c}} \quad (26)$$

式中: $N_c^0$  为裂纹尖端胶层区域所应包含的单元数,其值大于等于 2;  $l_c$  为单元长度;  $G_c$  为临界能量释放率。

而最终的界面强度取值如下:

$$T = \min\{\tau^0, \bar{\tau}^0\} \quad (27)$$

式中: $\tau^0$  为最大的界面强度值。与刚度计算类似,式(26)中的弹性模量  $E$  取复合材料单层对应

方向的弹性模量,而式(26)中的  $G_c$  和式(27)中的界面强度  $\tau^0$  则分别取界面在对应方向的值。模型中的界面参数如表 5 所示。

表5 T300/QY8911 界面参数

Table 5 Interface parameters for T300/QY8911

模型	界面刚度/ (GPa · mm <sup>-1</sup> )	界面 强度/MPa	能量释放率/ (N · mm <sup>-1</sup> )
I	1222	27.87	0.2
II	621	44.45	1
III	621	44.45	1

### 3.2 有限元模型的建立

有限元模型使用 ABAQUS 软件建立。参考文献[22],复合材料加筋板有限元模型由 2 个部分组合而成,如图 14 所示,2 个部分模型之间利用绑定约束(tie constraint)进行连接。根据试验结果,加筋板试验件损伤均在冲击点附近 60 mm × 60 mm 的矩形区域内,因此在该区域内建立了较为细致的模型,其中蒙皮和筋条缘条分别采用了三维实体单元和连续壳单元并划分了较密的网格,各层实体单元以及筋条蒙皮界面之间插入了界面单元以对分层进行模拟;复合材料各单层采用的是考虑了纤维断裂的各向异性弹塑性模型,

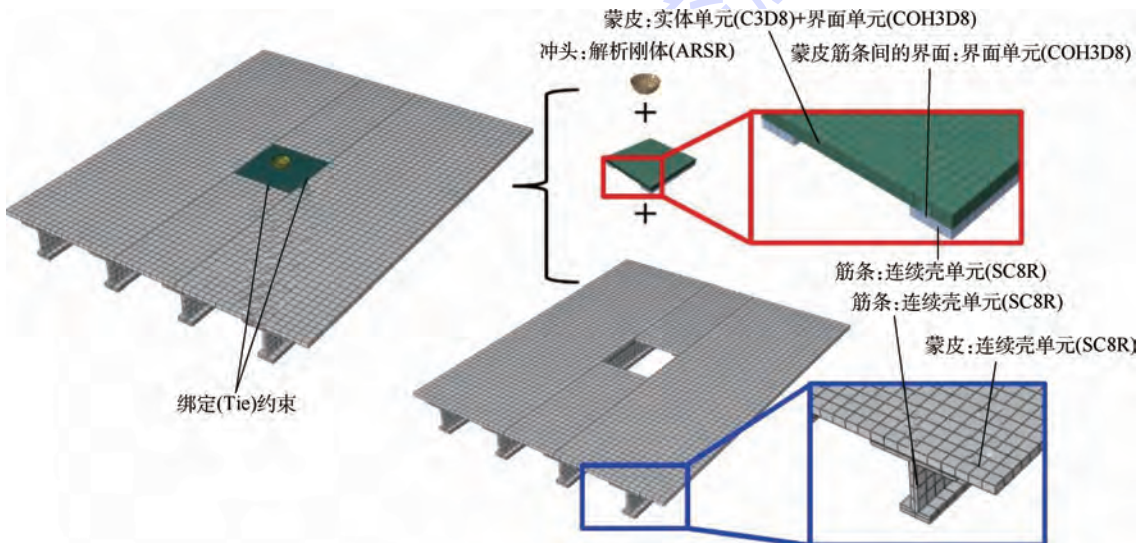


图14 复合材料加筋板试验件低速冲击 FE 模型

Fig. 14 FE model of stiffened composite panel specimen under low-velocity impact

各层界面单元则采用了粘聚区模型。加筋板有限元模型的余下部分则均采用连续壳单元建立,并划分了较为稀疏的网格;为节约计算成本,该部分模型的材料属性被赋予的仅是各对应材料的弹性性能,而没有考虑损伤、塑性等材料的非线性行为。加筋板模型中不包含两端部灌封部分,在两端面施加固支约束。

模型中采用了解析刚体壳模型对冲头进行简化,冲头的质量则以集中点质量的形式施加在代表冲头刚体模型的参考点上。对冲头参考点施加了不同的沿冲击方向的初始速度以模拟不同的冲击能量,而对其他的各方向则进行了约束。

采用 ABAQUS/Explicit 中的通用接触算法来模拟加筋板中的各类接触问题。加筋板有限元模型中加入了 Rayleigh 阻尼来消除冲击过程结束后加筋板残余的持续振荡,阻尼参数的取值参考文献[16]。

### 3.3 计算结果分析

SK2-II 组加筋板试验件凹坑深度-冲击能量关系有限元模拟与试验结果的对比如图 15 所示。可以得出,基于引入纤维断裂的各向异性弹塑性理论建立的复合材料加筋板有限元分析模型可以较好地预测凹坑深度随冲击能量的变化趋势。拐点前后 2 个冲击能量(20 J 和 27 J)下加筋板试验件的纤维断裂范围如图 16 所示,图中红色区域为纤维断裂损伤区域。从计算结果中可以得出,拐点后试验件冲击位置表面出现纤维断裂,从而导致凹坑深度急剧增大,与试验结论一致。

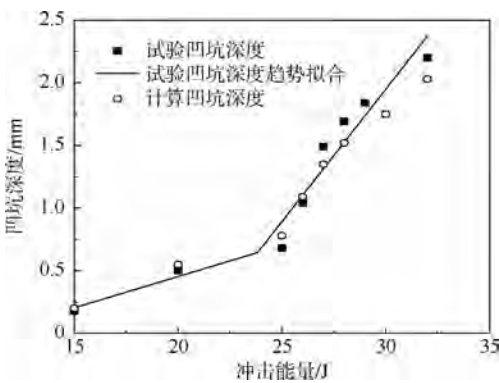


图 15 SK2-II 组试验件凹坑深度计算结果  
Fig. 15 Calculation results of dent depths for SK2-II specimens

表 6 列出了 3 组含 BVID 试验件凹坑深度试验和数值计算结果对比,从表中可以看出,数值计算结果与试验结果吻合较好,该有限元模型可以对不同尺寸的加筋板低速冲击后形成的永久凹坑深度进行有效地模拟预测。

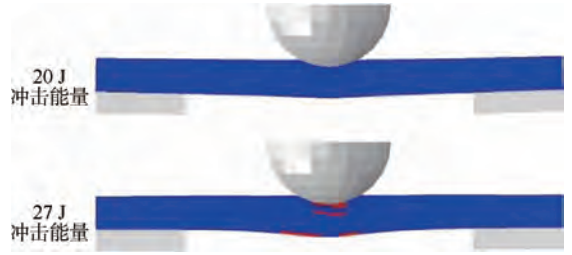


图 16 拐点前后 SK2-II 试验件数值计算结果对比  
Fig. 16 Comparison of numerical results for SK2-II specimens before and after knee point

表 6 凹坑深度试验结果与数值计算结果对比  
Table 6 Comparison of dent depths between test results and numerical results

试验件编号	冲击能量/J	凹坑深度		
		试验结果/mm	计算结果/mm	相对误差/%
SK1-I1	35	1.51	1.66	9.9
SK1-I2	33	1.52	1.59	4.6
SK2-II	27	1.47	1.35	8.2

图 17 所示为 SK2-II 组加筋板试验件在冲击能量为 20 J 和 27 J 情况下分层损伤有限元模拟与试验结果的对比,其中试验结果为对应试验件在冲击点附近的 C 扫描结果,有限元模拟结果则与此相应地给出了冲击区域附近各界面分层在面内投影的叠加图。由图 17 可以看到,分层损伤面积的有限元模拟结果与试验结果大致相同。

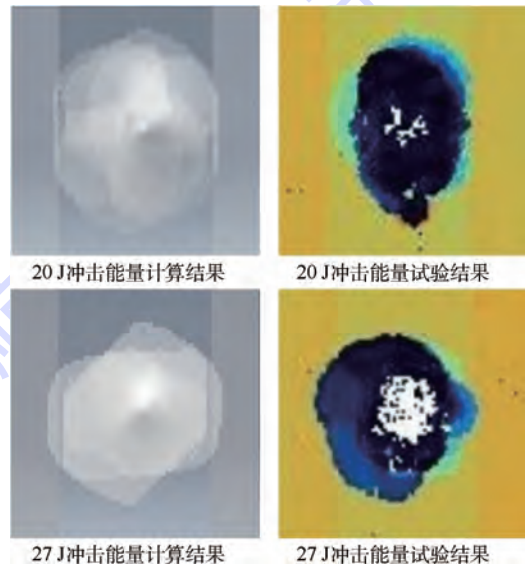


图 17 SK2-II 组试验件分层数值模拟与试验结果对比  
Fig. 17 Comparison between numerical results and test results of delamination for SK2-II specimens

图 18 为 SK2-II 组加筋板试验件在冲击能量为 20 J 和 27 J 情况下筋条蒙皮界面分层损伤模拟结果,可以得出随着冲击能量的增大,筋条蒙皮间界面损伤几乎没有扩展,说明筋条对损伤的扩展

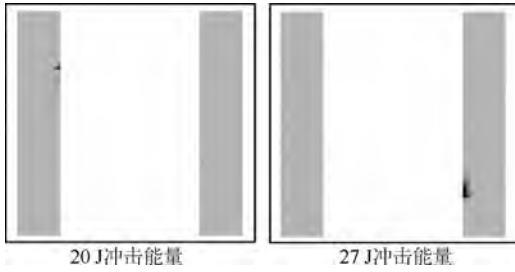


图 18 SK2-II 组试验件筋条蒙皮间界面分层 FE 结果

Fig. 18 FE results of delamination on interface between skin and stiffener for SK2-II specimens

起到限制的作用,与试验结论一致,也证明了模型建立时忽略筋条分层损伤的假设是合理的。

## 4 结 论

本文对 3 组不同尺寸的工型筋条复合材料加筋板低速冲击损伤阻抗性能进行了试验和数值模拟研究,确定了冲击能量、蒙皮厚度以及筋条厚度的影响,结果表明:

1) 复合材料加筋板低速冲击后凹坑深度随冲击能量变化曲线存在一个明显的拐点,表面冲击部位纤维断裂的出现是拐点后凹坑深度急剧增大的主要原因。

2) 随着冲击能量的增大,复合材料加筋板的分层起始载荷变化不大,而最大接触力不断增大且冲头最大位移不断增大,从而导致结构内部损伤不断增加。

3) 随着冲击能量的增大,复合材料加筋板的分层损伤基本被限制在筋条之间的范围内,只有很少面积的损伤扩展至筋条与蒙皮界面,分层面积变化不大。

4) 同样含 BVID 的复合材料加筋板冲击最大接触力和冲头最大位移随着筋条和蒙皮厚度的增加而增大;而分层起始载荷仅随蒙皮厚度增加而增大,与筋条厚度的变化关系不大。

5) 基于引入纤维断裂损伤的各向异性弹塑性理论建立的有限元模型可以对复合材料加筋板冲击后凹坑深度进行有效的模拟预测。

## 参考文献 (References)

[ 1 ] 孙佚生.民用飞机结构强度刚度设计与验证指南(第三册)[M].北京:航空工业出版社,2012:277-280.  
SUN X S. Guidelines for strength and stiffness design and verification of civil aircraft structures (Vol. 3) [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2012: 277-280 (in Chinese).

[ 2 ] 沈真,杨胜春,陈普会.复合材料层压板抗冲击性行为及表征方法实验研究[J].复合材料学报,2008,25(5):125-133.  
SHEN Z, YANG S C, CHEN P H. Experimental study on the

behavior and characterization methods of composite laminates to withstand impact [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(5): 125-133 (in Chinese).

- [ 3 ] GREENHALGH E, BISHOP S M, BRAY D, et al. Characterization of impact damage in skin-stringer composite structures [J]. Composite Structures, 1996, 36(3-4): 187-207.
- [ 4 ] 赵秀峰. 复合材料加筋板冲击损伤及损伤容限研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2007: 29-48.  
ZHAO X F. Damage behavior of the stiffened plates subjected to the low-velocity impact [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2007: 29-48 (in Chinese).
- [ 5 ] 饶辉, 许希武, 朱炜焱, 等. 复合材料加筋板低速冲击损伤的数值模拟 [J]. 复合材料学报, 2013, 30(4): 211-218.  
RAO H, XU X W, ZHU W Y, et al. Numerical simulation of low velocity impact damage on stiffened composite panels [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2013, 30(4): 211-218 (in Chinese).
- [ 6 ] WIGGENRAAD J F M, ZHANG X, DAVIES G A O. Impact damage prediction and failure analysis of heavily loaded, blade-stiffened composite wing panels [J]. Composite Structures, 1999, 45(2): 81-103.
- [ 7 ] GREENHALGH E, SINGH S, HUGHES D, et al. Impact damage resistance and tolerance of stringer stiffened composite structures [J]. Plastics Rubber and Composites, 1999, 28(5): 228-251.
- [ 8 ] 邵青, 何宇廷, 张腾, 等. 复合材料加筋板低速冲击损伤及剩余强度试验研究 [J]. 复合材料学报, 2014, 31(1): 200-206.  
SHAO Q, HE Y T, ZHANG T, et al. Experimental research on low-velocity impact and residual compressive strength of composite stiffened panels [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2014, 31(1): 200-206 (in Chinese).
- [ 9 ] SUH S S, HAN N L, YANG J M, et al. Compression behavior of stitched panel with a clearly visible stiffener impact damage [J]. Composite Structures, 2003, 62(2): 213-221.
- [ 10 ] 刘德博, 田甜, 关志东. 复合材料低速冲击永久凹坑深度预测方法 [J]. 航空制造技术, 2011(19): 87-90.  
LIU D B, TIAN T, GUAN Z D. Prediction of permanent indentation depth if laminate subjected to low-velocity impact [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2011(19): 87-90 (in Chinese).
- [ 11 ] SWANSON S R. Contact deformation and stress in orthotropic plates [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2005, 36(10): 1421-1429.
- [ 12 ] SHI Y, SWAIT T, SOUTIS C. Modelling damage evolution in composite laminates subjected to low velocity impact [J]. Composite Structures, 2012, 94(9): 2902-2913.
- [ 13 ] FANTERIA D, LONGO G, PANERTTIERI E. A non-linear shear damage model to reproduce permanent indentation caused by impact in composite laminates [J]. Composite Structures, 2014, 111: 111-121.
- [ 14 ] BOUVET C, RIVALLANT S, BARRAU J J. Low velocity impact modeling in composite laminates capturing permanent indentation [J]. Composites Science and Technology, 2012, 72(16): 1977-1988.

- [15] GUAN Z D, HE W, CHEN J, et al. Permanent indentation and damage creation of laminates with different composite systems: An experimental investigation [J]. *Polymer Composites*, 2014, 35(5): 872-883.
- [16] HE W, GUAN Z D, LI X. Prediction of permanent indentation due to impact on laminated composites based on an elasto-plastic model incorporating fiber failure [J]. *Composite Structures*, 2013, 96: 232-242.
- [17] 关志东, 赵伟. FC 落锤式冲击试验机的研制及 T300/QY8911 层合板低速冲击损伤试验研究 [J]. *复合材料学报*, 2005, 22(Suppl.): 27-31.  
GUAN Z D, ZHAO W. FC impact testing machine and the research of low velocity impact damage of T300/QY8911 composite plates [J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2005, 22(Suppl.): 27-31 (in Chinese).
- [18] American Society for Testing and Materials Committee. Standard test method for measuring the damage resistance of a fiber-reinforced polymer matrix composite to a drop-weight impact event: ASTM D7136/D7136M-12 [S]. Philadelphia: ASTM, 2012: 10.
- [19] SHOEPPNER G A, ABRATE S. Delamination threshold loads for low velocity impact on composite laminates [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2000, 31(9): 903-915.
- [20] AKATAS M, ATAS C, ICTEN B M. An experimental investigation of the impact response of composite laminates [J]. *Composite Structures*, 2009, 87(4): 307-313.
- [21] TURON A, DÁVILA C G, CAMANHO P P, et al. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2007, 74(10): 1665-1682.
- [22] FAGGIANI A, FALZON B G. Predicting low-velocity impact damage on a stiffened composite panel [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2010, 41(6): 737-749.

## 作者简介:

冀赵杰 男, 博士研究生。主要研究方向: 复合材料结构损伤容限设计。

Tel.: 010-82338873

E-mail: jizhaojie@buaa.edu.cn

关志东 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 复合材料结构设计、复合材料力学。

Tel.: 010-82338873

E-mail: D5062010@163.com

## Damage resistance property of stiffened composite panels under low-velocity impact

JI Zhaojie, GUAN Zhidong\*, LI Zengshan

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In order to study the effect of impact energy and structural geometry on damage resistance of stiffened composite panels under low-velocity impact, 3 groups of I-section stringer-stiffened composite panels were experimentally and numerically investigated. Drop weight low-velocity impact tests were conducted to capture the damage characteristics such as impact force histories, indentation depths and delamination areas. Finite element (FE) models were established based on an anisotropic elasto-plastic theory incorporating fiber failure. Indentation depths of the specimens were simulated by the FE models. The simulated results are coordinated with the tested results very well. The results indicate that there is a knee point for the curve of impact energy and dent depth of stiffened composite panels. Some fiber breakage at the impact location on the surface of specimens can be found after the knee point occurs. The maximum impact force increases with the increasing impact energy, while the delamination initiation load and delamination area do not. The impact energy and the maximum impact force of specimens containing 1.5 mm indentation increase with the increasing thickness of skin or stiffener while the delamination initiation load only increases with the increasing thickness of skin.

**Key words:** composite; stiffened panels; low-velocity impact; damage resistance; permanent indentation; finite element (FE) method

Received: 2015-04-28; Accepted: 2015-07-03; Published online: 2015-09-17 10:30

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1030.002.html

\* Corresponding author. Tel.: 010-82338873 E-mail: D5062010@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0293

# 一种用于实时数字稳像的全分辨率运动补偿方法



翟博, 郑锦\*, 王越

(北京航空航天大学 计算机学院, 北京 100083)

**摘 要:** 以室外视频监控中帧间平移运动为研究对象, 提出一种基于平衡位置修正与自适应存储帧更新的实时全分辨率数字稳像方法。首先利用卡尔曼滤波在线估计镜头的主动运动, 预先确定抖动图像补偿后的平衡位置; 然后针对图像补偿后产生的空白区域, 通过选择合适的参考帧及预存帧构成存储帧队列, 根据存储帧队列的覆盖范围对平衡位置进行修正, 实现修正后空白区域像素的全部拼接填补; 最后以修正后的平衡位置为基准, 根据同时满足左上、右上、左下和右下4个偏移方向的原则对参考帧队列进行自适应在线更新, 用最新采集帧替换时间上较早、空间内容上冗余的参考帧, 使得存储帧队列在有限长度内保证尽可能大的空间覆盖。本文提出的方法可以满足实时数字全分辨率稳像的要求, 适用于集成式、嵌入式等各类视频监控系统。

**关键词:** 室外视频监控; 实时数字稳像; 卡尔曼滤波; 全分辨率补偿; 平衡位置

**中图分类号:** TP391

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0762-10

在室外视频监控中, 摄像设备经常会因为强风、机械振动等非人为因素导致自身发生抖动, 从而难以稳定地成像。这种不稳定的图像容易使观察者产生视觉疲劳, 导致目标的误判和漏判, 因此需要进行稳像处理以去除抖动干扰。数字稳像主要包括全局运动估计、运动滤波以及运动补偿3个部分<sup>[1-2]</sup>。其中, 全局运动估计通过图像匹配的方法获取视频相邻帧间的运动参数, 然后以固定帧为基准, 通过相邻帧间的运动累加获取镜头的全局运动。全局运动中既包含由人为意识控制使得镜头产生低频、平滑的主动运动, 又包括非人为意识的外部干扰导致镜头出现的高频抖动。运动滤波通过低通滤波或者路径优化的方法从全局运动中提取出平滑的主动运动轨迹, 确定图像变换至稳定位置的补偿量。运动补偿根据补偿量对原始图像进行变换, 并填补图像的缺失区域, 最终

获取完整、稳定的视频。

在线数字稳像系统需要对采集的图像进行逐帧处理, 本文将当前进行稳定处理的帧称作当前帧, 镜头的全局运动轨迹在当前帧的坐标位置称作全局位置, 主动运动轨迹在当前帧的坐标位置称作平衡位置。本文首先对抖动视频的运动特点进行分析, 利用卡尔曼滤波方法对当前帧的平衡位置进行在线估计; 进而通过各存储帧与当前帧平衡位置的空间关系判断空白区域的填补程度, 并确定相应的拼接填补帧, 当所有存储帧都无法对空白区域进行全部填补时, 在最小的限度内反向修正平衡位置, 使其位于存储帧的空间覆盖范围内; 最后根据左上、右上、左下和右下4个偏移方向对存储帧队列进行自适应更新, 使得存储帧队列在长度有限的条件下具有更大的空间覆盖范围以及时空相关性。

收稿日期: 2015-05-10; 录用日期: 2015-06-12; 网络出版时间: 2015-07-14 14:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150714.1450.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(61370124); 国家“863”计划(2014AA015104); 国家留学基金(20130307020)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339024 E-mail: jinzheng@buaa.edu.cn

**引用格式:** 翟博, 郑锦, 王越. 一种用于实时数字稳像的全分辨率运动补偿方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 762-771. ZHAI B, ZHENG J, WANG Y. A full-resolution motion compensation method used for real-time digital image stabilization [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 762-771 (in Chinese).

## 1 数字稳像的基本方法

视频的帧间运动主要分为二维以及三维2种模式。二维运动<sup>[3-4]</sup>适用于拍摄场景距离镜头较远的情况,此时光束可以认为平行投射到成像平面上,场景的运动可视为平面上的平移、旋转和缩放等;三维运动<sup>[5-6]</sup>除了平面上的运动之外,还包括垂直于成像平面的运动,虽然这种方式可以更加真实、细致地刻画帧间场景的运动,但是较大的计算复杂度使其难以应用于实时稳像系统。实际室外视频监控应用中,场景一般距离镜头较远,图像的运动可以看作是二维运动,此外,室外地面监控中镜头多安装在固定平台之上,以定点监控以及巡扫监控为主,视频场景以平面上的平移为主要运动方式。本文以地面远程视频监控为背景,以帧间二维平移运动为对象,对镜头在大时间尺度上的运动特点以及稳像方法的适应性进行研究。

用户操作意图的改变使得镜头的主动运动时常存在速度、方向的改变,造成全局运动轨迹产生比较明显的突变;与此同时,在外界因素干扰下,抖动在不同的时间段往往表现出不同的能量与频率特性。这些因素给运动滤波方法带来了非常大的挑战,提取的主动运动既要保证足够的平滑,又要对全局运动的基本趋势有良好的跟踪性能,同时还要适应高频分量在能量与频率方面的变化。总体来说,运动滤波方法可以分为离线处理与实时处理2类。凸优化是近几年发展起来的一种有效的离线运动滤波方法<sup>[7]</sup>,其将镜头的主动运动看作静止、匀速以及匀加速3种状态的叠加,通过计算全局运动的1阶、2阶以及3阶导数构造目标函数,然后利用线性规划(L1)模型计算出一条最优的主动运动轨迹。文献[8]提出了L1-L2混合路径优化方法,在线性规划基础上将距离(L2)约束引入目标函数,保证主动运动轨迹与原始全局运动轨迹在基本趋势上的一致性。上述方法以整段视频的全局运动数据为基础,有利于提取镜头在大时间尺度上的低频运动,因此计算出的主动运动不会出现大幅度的偏移,然而这种方法对镜头在细节上的局部起伏缺乏有效的跟踪,且不能满足实际监控系统中实时处理的要求。一些传统的低通滤波方法可以在一定程度上实现实时稳像,例如高斯滤波<sup>[9]</sup>、模糊滤波<sup>[10]</sup>和最大能量熵平滑<sup>[11]</sup>等,这些方法通过在当前帧前后选取一定长度的全局运动序列,然后利用低通滤波达到抑制高频分量的目的。当选取的全局运动片段较短

时,这种方法对运动趋势的提取不够准确,当全局运动片段较长时,因过多地存储时间上的滞后帧导致明显的时延。

作为一种经典的实时运动滤波方法,卡尔曼滤波<sup>[12-13]</sup>建立在状态空间模型基础上,实现了最小方差意义上的最优滤波。其通过建立合理的主动运动模型与准确的噪声参数,先在前一帧对当前帧的平衡位置进行预测,然后在当前帧根据实际全局位置对平衡位置的预测值进行加权更新。这种在线递推算法可真正实现在线实时滤波,并且通过系统噪声参数以及观测噪声参数自适应控制观测更新的权重,既保证主动运动的跟踪灵敏度,又能有效去除高频抖动。

运动补偿过程中,原始图像补偿至平衡位置后会在边缘处出现空白区域,需要对其填补。空白区域的填补主要分为3种方式:插值法、固定帧填补以及多帧拼接填补。其中,插值法<sup>[5,14]</sup>通过对补偿后图像的局部内容区域进行插值放大,以恢复原始分辨率,这种方法不依赖于帧间数据的关联,是近几年应用较多的方法。但是当图像抖动剧烈时,因丢失内容过多导致插值后的图像变得模糊,虽然物理分辨率得以恢复,但图像内容减少。固定帧填补方式<sup>[15]</sup>在视频中选取一帧图像作为所有后续帧的参考帧,通过计算后续每一帧与参考帧之间的偏移,直接使用此偏移量作为待稳定图像的补偿量,这种方法可以避免参考帧更新所引起的累积误差,但是只适合镜头固定的情况,当摄像机存在主动运动时,单帧参考帧无法保存足够的视频内容信息,导致空白区域大面积像素无法填补。

多帧拼接填补<sup>[16]</sup>方法根据视频在时间上的连续性,空白区域缺失的像素值可能在其邻近的帧中找到,因此事先存储若干参考帧作为候选拼接帧,通过计算当前帧平衡位置与各参考帧之间的变换关系,利用图像拼接的方法合成稳定之后的当前帧。文献[17]将镜头的运动分成有无主动运动2种情况,通过选取不同数量的参考帧以及预存帧作为存储帧,实现在最小存储与计算资源消耗下的拼接补偿,但其只考虑到在空白区域出现的方向上尽可能地满足拼接填补,对具体补偿程度考虑不足。

## 2 数字稳像运动特点分析

抖动具有高频、随机的特性,其运动具有明显的往复性与短周期性,因此理想的主动运动轨迹应当平滑地穿过全局运动轨迹,同时在有限长度

的帧区间范围内,正反方向抖动的帧数大致相同(见图1)。反映在单帧图像上即是其邻近帧在空间位置上应当均匀地分布在当前帧的平衡位置周围,这种条件下当前帧补偿后产生的空白区域可以在更大几率上得到全部填补。

事实上,经常会由于人为控制导致镜头实际运动状态发生明显变化,而平滑的主动运动存在一个缓慢调整的过程,导致其轨迹在一定范围内持续位于全局运动轨迹的一侧(见图1(b)中区间1与区间2)。如果这种连续偏移持续的帧数超过存储帧的帧数时,则会造成在该区间范围内图像帧的平衡位置持续位于存储帧的空间范围之外,导致其空白区域无法全部填补。理论上,这种情况可以通过增加存储帧的数量解决。另一方面,镜头运动状态的突变会造成主动运动跟踪性能的延迟,使得某一帧的平衡位置位于全局运动的极值(见图1(c)),此时即便增加存储帧的数量,都不存在满足空白区域全部填补的存储帧。

因此,综合上述2种情况,理想的稳像方法不仅要控制主动运动轨迹在镜头实际运动发生明显变化时具备较强的跟踪灵敏度,同时也要保证各存储帧的全局位置分布尽可能地广泛。

现有的多帧拼接填补方法通过开辟  $N$  块大小相同的内存用于存储当前帧的邻近帧作为候选拼接帧。原则上,  $N$  越大,存储帧覆盖的空间范围越大,空白区域中丢失像素能被填补的可能性越大,但对内存资源以及计算复杂度的要求也就越高。当镜头的运动方向与抖动方向相反时,空白区域容易出现在沿着全局运动的最前方,此时仅仅依靠历史参考帧数据无法进行填补,还需要适当存储若干时间上比当前帧滞后的图像帧作为预存帧<sup>[17]</sup>。随着视频内容的更新,需要对存储帧队列进行实时更新,从而在时空尺度上与视频的实际运动同步。同时,由于邻近帧间存在较大面积的重合区域,若干存储帧的内容可以完全被其他存储帧所覆盖,则这些帧就是冗余帧,因此更新时应当尽量用最新采集的图像去更新时间上较早的冗余帧,以保证存储帧队列与待补偿帧之间较强的时空相关性。

### 3 全分辨率补偿的实时数字稳像

#### 3.1 视频二维帧间运动滤波

视频二维帧间平移运动具备刚性特点,图像所有像素点按照相同的平移参数  $(\Delta x, \Delta y)$  一致运动,因此图像间的变换关系可表示为

$$f'(x, y) = f(x + \Delta x, y + \Delta y) \quad (1)$$

式中:  $f$  为参考帧;  $f'$  为待变换帧;  $(x, y)$  为像素点的位置。

基于图像像素点运动的一致性,可以用单点(图像的中心)的运动来表示整幅图像的几何运动。以初始帧图像的位置为坐标系的原点,则第  $i$  帧的全局位置  $G_i$  可通过帧间运动累加获得,即

$$G_i = \sum_{k=1}^i \Delta d_{k, k-1} \quad (2)$$

式中:  $\Delta d_{k, k-1}$  为摄像机由第  $k-1$  帧运动至第  $k$  帧的平移量。

本文采用文献[13]中的卡尔曼滤波方法对平衡位置进行在线估计。系统噪声方差与观测噪声方差是影响卡尔曼滤波性能的2个重要因素,前者决定了低频主动运动的变化强度,例如摄像机静止、巡扫或者人为造成的运动状态的改变;后者决定了全局运动中抖动成分的含量。二者的相对大小决定了主动运动对全局运动的跟踪性能以及自身平滑性之间的平衡。当比例过小时,部分

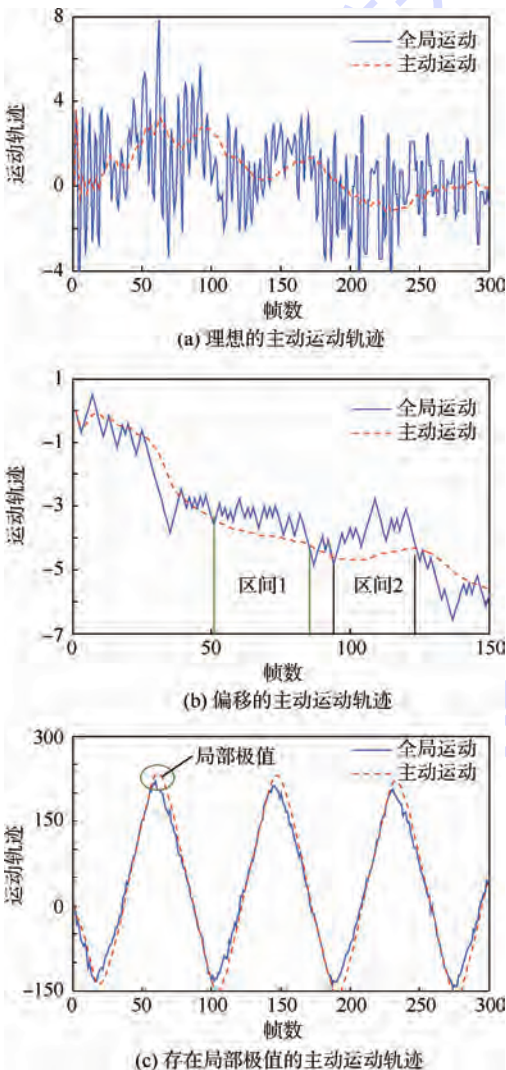


图1 不同类型的主动运动轨迹

Fig. 1 Different kinds of intentional motion paths

主动运动会误认为抖动量被去除,导致主动运动轨迹相比全局运动轨迹发生较大的偏移;当比例过大时,会因过分强调主动运动的变化而导致部分抖动分量保留。

### 3.2 空白区域定位以及拼接方向确定

由于运动补偿的目的是抵消某帧图像全局位置中的抖动分量,因此补偿量与抖动量的方向相反,可以看作当前帧  $c$  的平衡位置  $B_c$  相对全局位置  $G_c$  的偏移:

$$C_c = B_c - G_c \quad (3)$$

对于镜头的平移运动,空白区域位于当前帧在水平、垂直方向的边缘。根据存储帧相对当前帧平衡位置的分布,按照左上、右上、左下、右下4个方向对空白区域进行拼接填补。理论上,对于空白区域出现的任意一种位置情况,最多需要3帧拼接帧可实现全部填补。定义左方与上方为图像坐标系中的正方向,以当前帧水平、垂直2条空白边缘交叉方向为第1拼接方向,第1拼接方向在水平方向投影的反方向为第2拼接方向,第1拼接方向在垂直方向投影的反方向为第3拼接方向。图2以空白区域位于左上边缘为例,给出了空白区域以及拼接填补示意图。图中:虚线框表示相应的拼接帧,通过当前帧与3个方向的拼接帧可以对出现的空白区域进行全部填补。具体可通过如下方法判断:

1) 当满足  $C_{c,x} > 0, C_{c,y} > 0$  时,表示当前帧的左边缘与上边缘存在空白区域,则空白区域的左上方为第1拼接方向,右上方为第2拼接方向,左下方为第3拼接方向。

2) 当满足  $C_{c,x} > 0, C_{c,y} < 0$  时,表示当前帧的左边缘与下边缘存在空白区域,则空白区域的左下方为第1拼接方向,右下方为第2拼接方向,左上方为第3拼接方向。

3) 当满足  $C_{c,x} < 0, C_{c,y} > 0$  时,表示当前帧的右边缘与上边缘存在空白区域,则空白区域的右上方为第1拼接方向,左上方为第2拼接方向,右下方为第3拼接方向。

4) 当满足  $C_{c,x} < 0, C_{c,y} < 0$  时,表示当前帧的右边缘与下边缘存在空白区域,则空白区域的右下方为第1拼接方向,左下方为第2拼接方向,右上方为第3拼接方向。

根据与当前帧的位置关系,存储帧可以分为3类。图3针对当前帧平衡位置与全局位置的2种位置关系,给出了一维水平(垂直)方向上的存储帧分布示意图。当某存储帧的全局位置在该拼接方向上超过当前帧的平衡位置时,则该存储

帧可对该方向的空白区域进行全部填补(全部补偿区域);当某预存帧的全局位置在该拼接方向上位于当前帧的平衡位置与全局位置之间时,只能对部分空白区域进行填补(部分补偿区域);当某预存帧的全局位置位于当前帧的全局位置偏离平衡位置的反向时(不能补偿区域),不能对未定义区域填补。

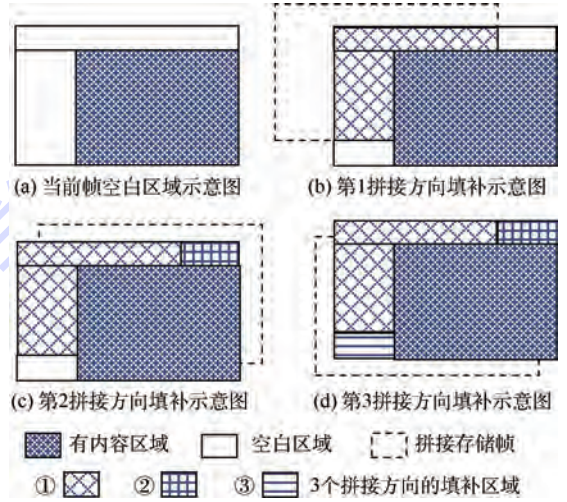


图2 当前帧空白区域以及拼接填补示意图  
Fig. 2 Schematic of blank area and stitching completion flow of current frame

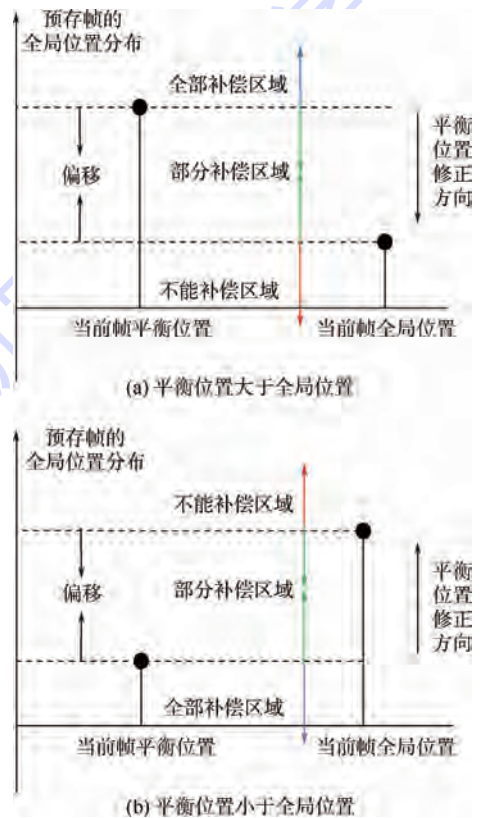


图3 存储帧分布示意图  
Fig. 3 Schematic of distribution of storage frames

时间上距离当前帧最近的存储帧,在空间上有着较强的内容相关性,拼接时具备较小的累积误差以及变形,因此按照时间上与当前帧的距离由近及远的顺序,对存储帧队列进行遍历,遍历时计算第  $i$  存储帧的全局位置  $G_i$  相对当前帧全局位置  $G_c$  的偏移矢量  $D_c^i$ :

$$D_c^i = G_i - G_c \quad (4)$$

通过判断  $D_c^i$  以及  $C_c$  在水平与垂直方向上的相对关系,可以确定 3 个拼接方向上满足空白区域的全部填补的存储帧。

第 1 拼接方向满足全部填补的存储帧  $i_1$ :

$$D_{c,x}^{i_1}/C_{c,x} \geq 1 \quad \text{且} \quad D_{c,y}^{i_1}/C_{c,y} \geq 1 \quad (5)$$

第 2 拼接方向满足全部填补的存储帧  $i_2$ :

$$D_{c,x}^{i_2}/C_{c,x} < 1 \quad \text{且} \quad D_{c,y}^{i_2}/C_{c,y} \geq 1 \quad (6)$$

第 3 拼接方向满足全部填补的存储帧  $i_3$ :

$$D_{c,x}^{i_3}/C_{c,x} \geq 1 \quad \text{且} \quad D_{c,y}^{i_3}/C_{c,y} < 1 \quad (7)$$

### 3.3 基于平衡位置修正的全分辨率拼接填补

所有存储帧遍历完毕之后,如果缺失区域能够全部填补,则按照式(1)将当前帧空白区域的像素位置变换至相应的拼接帧中,用该拼接帧中对应位置像素的像素值替代;当空白区域在某个拼接方向上不能全部填补时,说明当前平衡位置在该方向上超出了存储帧队列的空间范围,本文采用对当前平衡位置进行修正的方法,使其位于存储帧的范围之内,从而实现补偿后图像的全分辨率拼接填补。

当前平衡位置是主动运动轨迹在当前帧位置处的一个节点,代表了主动运动的平滑性,平衡位置的修正会对当前主动运动的平滑性造成损害,因此要确保最小范围内的修正,使得对主动运动平滑性的影响降到最低。

运动补偿的目的是将当前帧从全局位置补偿至平衡位置,当平衡位置计算不准确或者主动运动过度平滑时,则容易出现过度补偿导致空白区域过大而无法全部填补,因此本文对平衡位置采用与补偿方向相反的修正。图 3 中,当前平衡位置超出存储帧的空间范围时,表明所有的存储帧都位于图 3 中不能补偿区域或者部分补偿区域,无任何存储帧位于全部补偿区域。为了保证平衡位置在最小程度修正的条件下,空白区域能够全部补偿,需要寻找某一帧存储帧位于部分补偿区域内,同时距离当前平衡位置最近,记为第  $i_{\min}$  帧,则修正后的平衡位置为该存储帧的全局位置:

$$B'_c = G_{i_{\min}} \quad (8)$$

修正时还存在另外一种情况,当没有存储帧位于图 3 中全部补偿和部分补偿区域,而全部位

于不能补偿区域时,则将平衡位置修正为当前帧的全局位置,此时意味着对当前帧不进行稳定处理。具体可通过判断所有存储帧  $i$  与当前帧  $c$  全局位置偏离平衡位置的距离比例来确定满足条件的第  $i_{\min}$  帧存储帧:

$$r_{i,c}^d = (G_i^d - B_c^d)/(G_c^d - B_c^d) \quad (9)$$

式中: $d$  为水平或者垂直方向的分量。由式(9)可知,当平衡位置需要修正时,说明无存储帧位于图 3 中全部补偿区域,并且当前平衡位置位于所有存储帧(包括当前帧)全局位置的最值,因此上述  $r_{i,c}^d$  具有非负性,且伴随着与当前平衡位置距离的增大, $r_{i,c}^d$  的值也变大,总体说来第  $i_{\min}$  帧应当满足下述 2 个条件:

$$0 < r_{i_{\min},c}^d \leq 1 \quad (10)$$

$$i_{\min} = \arg \min_i \sum_d r_{i,c}^d \quad (11)$$

式中:第 1 个条件表示第  $i_{\min}$  帧存储帧必须位于图 3 中部分补偿区域,当  $r_{i_{\min},c}^d = 1$  时,表明第  $i_{\min}$  帧即为原始当前帧;第 2 个条件表示在第 1 个条件允许的范围内,寻找与当前平衡位置距离最近(修正程度最小)的存储帧。根据式(8),修正后的平衡位置与第  $i_{\min}$  帧存储帧的全局位置重合,因此,第  $i_{\min}$  帧存储帧可以覆盖当前帧补偿后的所有空白区域。

### 3.4 存储帧队列的自适应更新

伴随着视频图像的时空延伸,需要用新采集的图像对存储帧队列进行更新,更新策略包括 3 点:①在时间上使各存储帧与当前帧的距离尽可能近以保证较强时空相关性,减少累积误差;②在数量有限的条件下,最大限度地保证存储帧的空间范围,使得后续图像帧的缺失像素尽可能地填补;③预存帧代表最新的图像数据,并且是将要处理的当前帧,因此存储帧队列更新时只丢弃参考帧,预存帧保持不变。

图像采集帧率较大,一般为 25 ~ 30 帧/s,相邻帧间平衡位置的变化不明显,因此本文以当前帧的平衡位置为基准,根据存储帧对当前平衡位置的偏移方向对存储帧序列进行更新,具体更新步骤如下:

1) 选取参考帧序列中时间上距离当前帧最远的参考帧,按照左上、右上、左下、右下 4 个偏移方向,利用第 3.2 节的方法判断其基于当前帧平衡位置的偏移方向。

2) 继续对剩余参考帧的偏移方向进行判断,当存在某参考帧与步骤 1) 中所述参考帧的偏移方向一致时,则将最新采集帧替换掉步骤 1) 中的

最远参考帧。

3) 如果遍历完所有剩余的参考帧之后没找到与步骤1)所述参考帧偏移方向一致的参考帧,则选取时间上与当前帧距离次远的参考帧,以该参考帧的偏移方向为基准,继续寻找偏移方向一致的参考帧。以此类推,当参考帧的数量大于4时,肯定存在相同偏移方向的2帧参考帧,则在这2帧中用最新采集的图像帧替换掉时间上距离当前帧位置较早的参考帧。

存储帧队列的更新策略如图4所示。各存储帧按照时间尺度递增的顺序排列,最左侧斜线阴影的图像表示时间上最早的参考帧,但不存在与其具有相同偏移方向的参考帧,纯色阴影图像表示具有相同偏移方向的2帧参考帧,则将最新采集的图像替换掉时间上较早(左侧)的一帧。

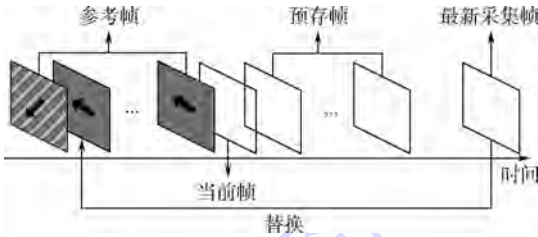


图4 存储帧队列更新示意图

Fig.4 Schematic of update of storage frame quene

## 4 实验结果及分析

为了验证算法的实用性,本文采用图5所示的灯塔与音乐厅2段视频作为验证数据,视频均采用远程可见光传感器录制。其中,灯塔视频的镜头是固定的,其所有运动来自海风的干扰。音乐厅视频的镜头在开始一段时间内也处于固定状态,在某一个时间点处开始由人为控制镜头朝固定的方向运动。

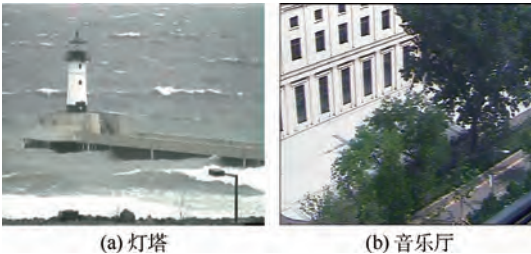
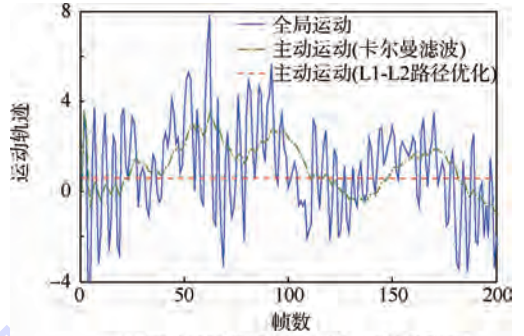


图5 实验视频图像示意图

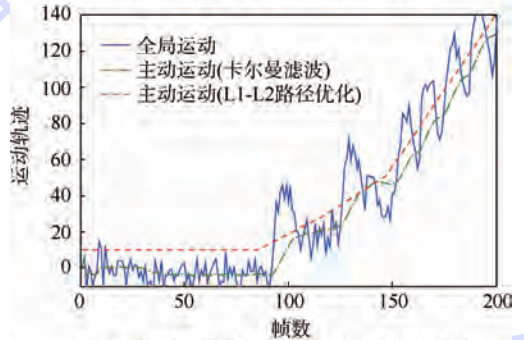
Fig.5 Frame illustration of experiment videos

图6给出了2段视频水平方向的运动滤波结果。灯塔视频全局运动是一条围绕水平线  $x = 0$  上下波动的曲线,且运动位于一定范围之内;音乐厅视频的镜头一开始保持静止,因此其全局运动在90帧之前围绕水平线附近抖动,从第90帧之

后开始朝着固定方向进行巡扫,因此其运动轨迹出现明显的趋势信息,同时抖动的方式发生变化,由巡扫之前的高频的小幅抖动,变成之后的大幅抖动,频率相对降低。



(a) 灯塔视频水平方向上的运动滤波结果



(b) 音乐厅视频水平方向上的运动滤波结果

图6 实验视频水平方向运动滤波结果对比  
Fig.6 Comparison of motion filtering results in horizontal direction for experiment videos

### 4.1 基于平衡位置修正的拼接填补验证

滤波方法不同,估计出的主动运动结果差异明显,本文分别采用卡尔曼滤波<sup>[13]</sup>方法以及L1-L2路径优化<sup>[8]</sup>方法对主动运动进行估计,同时基于这2种主动运动计算运动补偿后产生的空白区域的补偿情况  $r$ 。具体计算方法如下:

$$r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{S_i^{\text{spatched}}}{S_i^{\text{max\_blank}}} \quad (12)$$

式中:  $S_i^{\text{spatched}}$  为每帧图像空白区域中可以得到填补的面积(像素点个数);  $S_i^{\text{max\_blank}}$  为整段视频中出现的空白区域的最大面积,主要是为了对整段视频的空白区域整体补偿情况定一个统一的尺度标准;  $N$  为输入视频数据的总帧数。

虽然灯塔视频的摄像头固定,但图6中全局运动并不是一条平稳随机序列,而是一条围绕着水平直线、呈现一定缓慢波动趋势的曲线。比较图6中2种滤波方法得到的主动运动轨迹可以看出,由于卡尔曼滤波基于单步递推式估计,对局部波动反应比较灵敏,因此在较好地去除高频分量的同时,对全局运动中包含的低频起伏波动有较

好的跟踪性能。L1-L2 路径优化则基于整体规划,更加注重提取较大时间尺度上的趋势信息,对局部的运动不敏感。因此,卡尔曼滤波方法得到的主动运动为一条曲线,而 L1-L2 路径优化方法得到的主动运动为一条直线。

针对 2 种运动滤波方法得到的主动运动,表 1 给出了采用文献[17]中方法的稳像结果未定义区域的填补情况。可以看出,总体上存储帧的数量越多,其空间覆盖范围就越广,因此对空白区域的填补程度也就越高,同时,适当地添加预存帧也可以增加未定义区域的填补比例。比较卡尔曼滤波方法与 L1-L2 路径优化方法,前者可以较好地在全局运动中的低频起伏运动进行跟踪,因此其主动运动可以更加均匀地穿过全局运动轨迹,而 L1-L2 路径优化方法过度强调大时间尺度上的趋势变化,对一些低频波动跟踪能力不强,因此短时间内会使得主动运动偏离全局运动,从而导致没有合适的存储帧能够完全填补空白区域,尤其是当存储帧的数量较少时。因此,L1-L2 路径优化方法对应空白区域的填补程度整体低于卡尔曼滤波方法。

表 2 给出了按照本文提出的平衡位置修正的方法对应的空白区域的填补情况。与表 1 相比,在相同存储帧组成的条件下,本文提出的方法可以基本满足对空白区域全部填补。

表 1 文献[17]中方法得到的补偿结果

Table 1 Compensation results with method in Ref. [17]

参考帧数	预存帧数	卡尔曼滤波补偿		L1-L2 路径优化补偿	
		灯塔	音乐厅	灯塔	音乐厅
5	0	0.9021	0.8294	0.8790	0.8047
8	0	0.9980	0.9175	0.9881	0.9134
10	0	0.9987	0.9218	0.9939	0.9173
10	5	0.9990	0.9278	0.9987	0.9314

表 2 基于平衡位置修正下的补偿结果

Table 2 Compensation results with equilibrium position modification

参考帧数	预存帧数	卡尔曼滤波补偿		L1-L2 路径优化补偿	
		灯塔	音乐厅	灯塔	音乐厅
5	0	0.9967	0.9862	0.9829	0.9894
8	0	0.9984	0.9936	0.9906	0.9924
10	0	0.9987	0.9962	0.9979	0.9942
10	5	0.9987	0.9994	0.9987	0.9963

#### 4.2 主动运动平滑性验证实验

音乐厅视频包含明显的主动运动,其帧间重叠区域小,场景跨度较大,因此在存储帧数量有限的条件下,空白区域很难进行全部填补,因此本节采用音乐厅视频对本文的稳像方法的性能进行验

证。本文通过对平衡位置的修正,可以实现对空白区域的全部填补,但在一定程度上影响了主动运动的平滑性。为了评估对主动运动轨迹平滑性的影响,本文采用文献[18]中提出的利用加速度均方差的思想判断一条运动轨迹的平滑性。

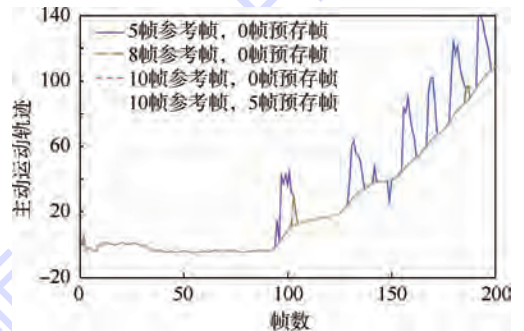
$$\mathbf{a}_i = \mathbf{B}_i - 2\mathbf{B}_{i-1} + \mathbf{B}_{i-2} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{a}_i$  为主动运动在第  $i$  帧处的加速度; $\mathbf{B}_i$  为主动运动轨迹在第  $i$  帧的平衡位置。则主动运动轨迹的平滑性因子  $s$  为

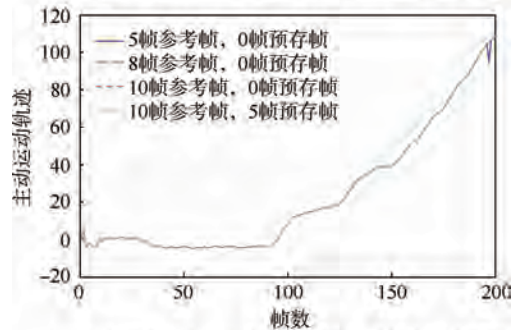
$$s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}})^2 \quad (14)$$

式中: $\bar{\mathbf{a}}$  为加速度均值。主动运动越平滑,其对应的平滑性因子  $s$  就越小。本节统一采用卡尔曼滤波方法作为主动运动的估计方法,经计算音乐厅视频在水平以及垂直方向的原始主动运动(无平衡位置修正)的平滑性因子分别为 1.5282 和 0.4745。

图 7 和图 8 分别为按照水平、垂直 2 个方向,对比存储帧逐帧更新<sup>[16-17]</sup>以及本文提出的自适应更新方法的稳像结果。可见,当存储帧数量较少时(只存储 6 帧或者 8 帧参考帧),平衡位置位于存储帧空间覆盖范围之外的几率较大,主动运动因强行修正出现了明显的跳变。而采用自适应存储帧队列更新方法时,跳变明显消失,同时各条曲线基本重合(与初始主动运动轨迹重合)。



(a) 水平方向主动运动轨迹曲线(参考帧逐帧更新)



(b) 水平方向主动运动轨迹曲线(参考帧自适应更新)

图 7 音乐厅视频水平方向主动运动估计结果对比

Fig. 7 Intentional motion estimation comparison in horizontal direction for video odeum

表3给出了图7和图8中各条曲线对应的平滑性因子。可见在传统的逐帧更新方法下,当存储帧数量较少时,主动运动因跳变存在的平滑性因子较大,而采用自适应存储帧更新方法时,同样数量的存储帧条件下,主动运动的平滑性因子明显变小,且数值基本接近于未修正的主动运动轨迹。综上所述,本文提出的存储帧队列自适应更新策略可以在有限存储空间条件下,最大化地增加存储帧队列的空间覆盖范围,从而补偿后图像的空白区域可以以更大几率全部填补,不会因修正对主动运动的平滑性产生明显的影响。

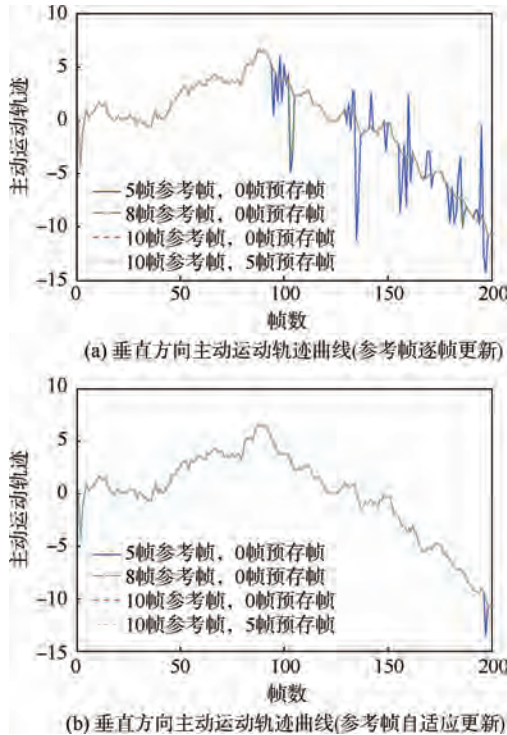


图8 音乐厅视频垂直方向主动运动估计结果对比  
Fig. 8 Intentional motion estimation comparison in vertical direction for video odeum

表3 主动运动轨迹平滑性验证

Table 3 Smoothness verification of intentional motion path

参考帧数	预存帧数	逐帧更新 <sup>[16-17]</sup>		自适应更新	
		水平	垂直	水平	垂直
5	0	55.8114	8.9436	4.0065	0.7704
8	0	5.6052	2.3560	1.5282	0.4745
10	0	1.5282	0.4745	1.5282	0.4745
10	5	1.5282	0.4745	1.5282	0.4745

### 4.3 稳像结果对比

图9中将本文提出的方法与文献[16-17]中经典多帧拼接填补方法和文献[5,14]中插值法进行了对比。可以看出,图9(a)中由于当前帧在平衡位置处找不到全部填补的拼接帧,因此在稳定后的图像下方遗留一部分空白区域无法补偿。

由图9(b)中可以明显看出,经过插值之后,虽然补偿后的图像在物理分辨率上得以恢复,但图像纹理明显变得模糊(可以从树叶的清晰程度看出),并且图像内容占比变大(由矩形区域内的窗户大小进行对比可以看出,插值之后的窗户明显被放大)。由于图9(a)保持原始平衡位置,因此理论上其满足主动运动的平滑性。图9(c)是本文方法中采用平衡位置修正以及存储帧逐帧更新方法的稳像结果,可以发现,虽然与图9(a)相比实现了当前帧的全部填补,但是平衡位置有较大的变化,可以从图中圆圈标记区域看出。图9(a)中最左上角的圆圈标记区域内看不到音乐厅大楼的顶角,图9(c)中圆圈标记区域中出现了音乐厅大楼的顶角,表明图9(c)虽然实现了空白区域的全部填补,但平衡位置的修正明显,因此对主动运动平滑性产生了显著影响。图9(d)是采用本文提出的平衡位置修正加存储帧自适应更新方法的稳像结果,从圆圈中标记的内容可以看出。图9(d)与图9(a)位置保持一致(均看不到音乐厅的顶角),同时无空白区域遗留。综合上述分析结果,本文方法可以在保证主动运动平滑性的同时,满足全分辨率的补偿效果。

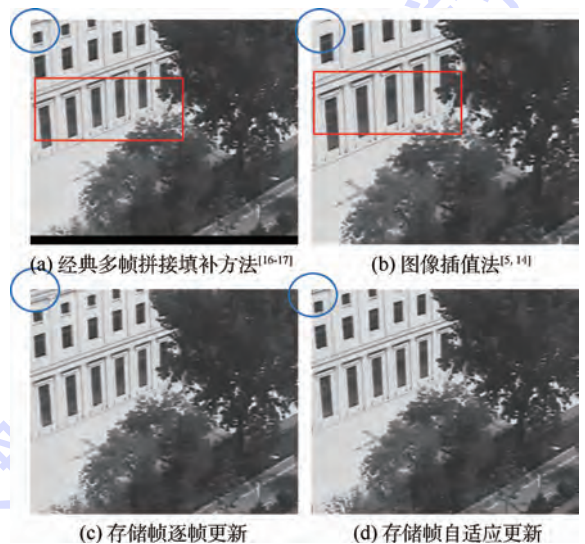


图9 不同运动补偿方法下的稳像结果

Fig. 9 Video stabilization results with different motion compensation methods

## 5 结论

本文以实际室外地面视频监控领域为出发点,针对视频的二维平移运动,对镜头实际运动特点以及稳像方法的适应性进行了研究,主要包括:

- 1) 根据视频二维平移运动的原理,利用卡尔曼滤波方法对平衡位置进行计算,实现了数字稳像的在线处理,并且在充分去除高频抖动的条件

下,对视频全局运动中包含的局部波动具有精确的跟踪效果。

2) 根据各存储帧全局位置与当前帧平衡位置的分布,将存储帧分为全部补偿帧、局部补偿帧以及不能补偿帧,当所有存储帧无法全部填补空白区域时,则在所有“部分补偿”的存储帧中,寻找距离当前平衡位置最小的存储帧,根据其全局位置对当前平衡位置进行修正,从而在对主动运动平滑性影响最小的前提下,保证了修正后空白区域的全分辨率补偿。

3) 按照存储帧同时存在左上、右上、左下以及右下4个偏移方向的原则,在参考帧队列中寻找时间尺度上距离当前帧最远的冗余帧,用新采集的图像进行替换,从而在保证存储帧最大覆盖范围的前提下,增加了与当前帧的时空相关性,进一步保证了全分辨率补偿下主动运动的平滑性。

本文设计的数字稳像方法已经成功应用于大型室外远程监控系统,取得了良好的效果。

### 参考文献 (References)

- [1] 朱娟娟. 电子稳像理论及其应用研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2009:6.  
ZHU J J. Research on theory and application of electronic image stabilization[D]. Xi'an: Xidian University, 2009: 6 (in Chinese).
- [2] 邱家涛. 电子稳像算法和视觉跟踪算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2013:16.  
QIU J T. A study of electronic image stabilization algorithms and visual tracking algorithms[D]. Xi'an: Xidian University, 2013: 16 (in Chinese).
- [3] KUMAR S, AZARTASH H, BISWAS M, et al. Real-time affine global motion estimation using phase correlation and its application for digital image stabilization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(12): 3046-3418.
- [4] 吴浩, 邓宏彬. 一种基于分块灰度投影运动估计的视频稳像方法[J]. 兵工学报, 2013, 34(4): 406-411.  
WU H, DENG H B. A video stabilization method based on sub-block gray projection[J]. Acta Armamentarii, 2013, 34(4): 406-411 (in Chinese).
- [5] LIU F, GLEICHER M, JIN H, et al. Content-preserving warps for 3D video stabilization[J]. ACM Transactions on Graphics, 2009, 28(3): 1-9.
- [6] LEE T H, LEE Y G, SONG B C. Fast 3D video stabilization using ROI-based warping[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2014, 25(5): 943-950.
- [7] GRUNDMANN M, KWATRA V, ESSA I. Auto-directed video stabilization with robust L1 optimal camera paths[C] // 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 225-232.
- [8] QU H, SONG L. Video stabilization with L1-L2 optimization [C] // 20th IEEE International Conference on Image Process-

ing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 29-33.

- [9] ZHOU Z H, JIN H L, MA Y. Plane-based content preserving warps for video stabilization [C] // 26th IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 2299-2306.
- [10] TANAKIAN M J, REZAEI M, MOHANNA F. Real-time video stabilization by adaptive fuzzy filtering [C] // 1st International Conference on Computer and Knowledge Engineering. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 126-131.
- [11] TSAI T H, FANG C L, CHUANG H M. Design and implementation of efficient video stabilization engine using maximum a posteriori estimation and motion energy smoothing approach [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2012, 22(6): 817-830.
- [12] KWON O, SHIN J, PAIK J. Video stabilization using Kalman filter and phase correlation matching [J]. Image Analysis and Recognition, 2005, 3656: 141-148.
- [13] RYU Y G, CHUNG M J. Robust online digital image stabilization based on point-feature trajectory without accumulative global motion estimation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(4): 223-226.
- [14] KIM Y G, JAYANTHI V R, KWEON I S. System-on-chip solution of video stabilization for CMOS image sensors in hand-held devices [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2011, 21(10): 1401-1414.
- [15] 钟平, 于前洋, 金光. 基于特征点匹配技术的运动估计及补偿方法[J]. 光电子·激光, 2004, 15(1): 457-462.  
ZHONG P, YU Q Y, JIN G. Motion estimation and motion compensation based on matching technology of feature point [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2004, 15(1): 457-462 (in Chinese).
- [16] MATSUSHITA Y, OFEK E, GE W N, et al. Full-frame video stabilization with motion inpainting [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(7): 1150-1163.
- [17] LIU Y K, YANG Z B. Motion compensation based on mosaic with near compatible frames [C] // 4th International Congress on Image and Signal Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011, 1: 548-551.
- [18] LIU Y K, LV C Z, LI C. Motion correction with adaptive Kalman filter [J]. Advanced Materials Research, 2011, 268-270: 1768-1772.

### 作者简介:

翟博 男, 博士研究生。主要研究方向: 图像匹配、视频稳像。  
E-mail: bozhai@buaa.edu.cn

郑锦 女, 博士, 讲师。主要研究方向: 运动目标检测跟踪、视频稳像以及视频拼接。

Tel.: 010-82339024

E-mail: jinzheng@buaa.edu.cn

王越 女, 博士研究生。主要研究方向: 图像配准、视频拼接。

## A full-resolution motion compensation method used for real-time digital image stabilization

ZHAI Bo, ZHENG Jin\*, WANG Yue

(School of Computer Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** With the foundation of inter-frame translation motion of the videos captured in outdoor video monitoring, a real-time video stabilization method was presented with equilibrium position modification and adaptive update of storage frames, which can realize the full-resolution video stabilization. Firstly, the Kalman filter was used to estimate the intentional motion of the camera, in which the equilibrium position of the currently stabilized frame was obtained. Secondly, the reference frames and subsequent frames were stored. Based on the spatial coverage of the storage frames, the equilibrium position was modified to reach the full-resolution in-painting of the compensated current frame. Finally, taking the modified equilibrium position as the standard, and guaranteeing the coexistence of the storage frames with deviation in upper left, upper right, lower left, and lower right directions, we substituted the newest captured frames online for the earliest and redundant reference frames, so the storage frames can achieve the greatest coverage and temporal-spatial correlation with limited storage resource. The presented video stabilization algorithm achieves the full-resolution stabilization and real-time processing, which can be applied to the integrated and embedded video surveillance systems.

**Key words:** outdoor video monitoring; real-time digital image stabilization; Kalman filter; full-resolution compensation; equilibrium position

**Received:** 2015-05-10; **Accepted:** 2015-06-12; **Published online:** 2015-07-14 14:50

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150714.1450.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150714.1450.002.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China(61370124); National High-tech Research and Development Program of China (2014AA015104); China Scholarship Foundation (20130307020)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-82339024 E-mail: jinzheng@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0267

# 一种单旋翼复合式直升机性能特性

曹飞, 陈铭\*

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)



**摘 要:** 为研究复合式直升机性能变化特性, 构建了复合式直升机各气动部件数学模型组成的性能计算模型。以该计算模型为基础, 通过不同的飞行条件约束, 建立了复合式直升机的过渡飞行边界, 研究了复合式直升机在边界内通过不同飞行路线从悬停模式到高速模式的飞行功率变化特点, 分析了旋翼转速、前飞速度以及旋翼和机翼升力分配关系等参数对高速性能的影响。研究表明, 复合式直升机从悬停模式过渡到高速模式通过旋翼卸载给机翼可降低飞行功率, 且通过减小旋翼转速卸载比来减小旋翼总距卸载更为有效。但在过渡到高速模式时复合式直升机的旋翼转速也不能过低, 过低的旋翼转速可能会增加飞行需用功率, 同时也会对模型的配平产生影响, 并且造成配平计算过程的迭代不收敛。

**关键词:** 复合式直升机; 数学模型; 过渡边界; 功率; 卸载

**中图分类号:** V275

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0772-08

随着直升机在军用及民用领域的应用需求越来越大, 人们对其性能要求也越来越高, 虽然垂直起降、悬停是直升机的自身优势, 但其速度、航程和升限等性能却远不及固定翼飞机。人们追求的直升机的高速度、远航程和高升限已成为未来直升机发展的必然趋势, 其中采用变转速复合式直升机布局已成为一种有效的解决方式<sup>[1]</sup>。

最早的复合式直升机是美国 McDonnell 公司于 20 世纪 50 年代初设计制造的 XV-1 飞机, 其在悬停、低速时以直升机模式工作, 前飞速度提高到一定值时, 旋翼可进入自旋状态, 当前飞速度继续提高时, 旋翼转速降低并逐渐卸载, 此时由机翼承担大部分升力。XV-1 飞机采用了许多新颖的设计概念, 其中之一就是旋翼变转速设计, 其在固定翼模式下旋翼转速降至一半, 只承担飞机 20% 的质量。由于飞机显著降低了旋翼转速, 前飞时飞机的阻力明显减少, 同时推迟了后行桨叶的气流分离和前行桨叶的激波问题。而这种较低的旋翼

转速和较高的前飞速度使复合式直升机产生的前进比要远远高于普通直升机<sup>[2]</sup>。

复合式直升机的概念虽然出现较早, 但它一直是世界直升机领域的研究热点, 近年来随着变转速旋翼技术在直升机技术领域的广泛应用, 使得越来越多的科研人员又开展了变转速复合式直升机技术的相关研究。目前, 国外已经开展了有关该种飞行器总体参数设计<sup>[3]</sup>、外形参数优化设计<sup>[4-5]</sup>以及操纵和稳定性能分析<sup>[6-8]</sup>的研究。并且最近的研究表明, 一种变转速串列式复合式直升机布局也已成为未来重型直升机的主要候选者之一<sup>[5-6]</sup>。但目前国内有关变转速复合式直升机的相关研究报道较少, 主要还是针对单独的变转速旋翼性能<sup>[9-10]</sup>和机翼/旋翼气动干扰方面<sup>[11-12]</sup>的研究。然而近几年国内航展不断展示出的复合式直升机概念模型说明, 该种布局飞行器已引起国内直升机领域的研究重视。

本文主要根据该种飞行器的飞行特点, 通过

收稿日期: 2015-04-28; 录用日期: 2015-07-03; 网络出版时间: 2015-09-17 10:39

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1039.003.html

\* 通讯作者: E-mail: chenming@buaa.edu.cn

**引用格式:** 曹飞, 陈铭. 一种单旋翼复合式直升机性能特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 772-779.

CAO F, CHEN M. Performance characteristics of single rotor compound helicopter[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 772-779 (in Chinese).

结合旋翼、机翼和螺旋桨等部件的力学模型,以样例复合式直升机为分析对象,研究其前飞速度、旋翼转速以及机翼与旋翼升力分配关系等参数变化对飞行器性能的影响,并对其特有的过渡飞行状态进行分析,为复合式直升机的设计提供理论支持。

## 1 复合式直升机模型建立

本文以一种单旋翼带尾桨、安装机翼与推进螺旋桨的复合式直升机为分析对象,该种构型相对其他复合式飞行器构型简单,可以在现有普通直升机的基础上进行改进设计,相对新机型的开发其风险低,投入低,效益明显。与其类似的构型还有美国洛克希德公司的“夏延”复合式直升机。

### 1.1 旋翼模型

旋翼模型采用叶素理论积分方法求解旋翼产生的气动力和力矩,其旋翼诱导速度的傅里叶级数形式为

$$u_i(r, \psi) = \lambda_0 + \lambda_s \frac{r}{R} \sin \psi + \lambda_c \frac{r}{R} \cos \psi \quad (1)$$

式中: $\lambda_0$ 、 $\lambda_s$ 、 $\lambda_c$ 和 $\psi$ 分别为入流常数项、正弦项、余弦项和旋翼桨叶方位角; $r$ 为旋翼叶素位置; $R$ 为旋翼半径。诱导速度通过 Pitt-Peters 动态入流模型处理<sup>[13]</sup>,而挥舞响应则采用递推公式处理<sup>[14]</sup>,即

$$\begin{cases} \beta_{n+1} = \beta_n + \frac{\dot{\beta}_n}{\Omega} \Delta\psi + \frac{\ddot{\beta}_n}{\Omega^2} (\Delta\psi)^2 \\ \dot{\beta}_{n+1} = \dot{\beta}_n + \frac{\ddot{\beta}_n}{\Omega} \Delta\psi \\ \ddot{\beta}_{n+1} = f(\beta_{n+1}, \dot{\beta}_{n+1}, \psi_{n+1}) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\beta$ 、 $\dot{\beta}$ 和 $\ddot{\beta}$ 分别为挥舞角及其1阶和2阶导数; $\Omega$ 为旋翼转速; $\Delta\psi$ 为方位角的变化角度。

### 1.2 机翼模型

本文将机翼划分为滑流区和自由流区2个部分,其中自由流区与固定翼飞机计算方法相同,而旋翼对机翼的滑流区面积通过式(3)可获得:

$$S_{wss} = S_{ssmax} \left[ \sin\left(a \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(b \frac{\pi}{2}\right) \right] \frac{u_{max} - u}{u_{max}} \quad (3)$$

式中: $S_{wss}$ 、 $S_{ssmax}$ 和 $u$ 分别为机翼滑流面积、最大机翼滑流面积和机体轴 $x$ 轴速度; $u_{max}$ 为机体轴 $x$ 轴最大速度; $a$ 、 $b$ 为参数,数值满足:

$$\begin{cases} \sin\left(a \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(b \frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ \sin\left(a \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(b \frac{\pi}{3}\right) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

机翼迎角 $\alpha_w$ 由式(5)给出:

$$\alpha_w = \theta_w + \arctan\left(\frac{w_w - v_i}{u_w}\right) \quad (5)$$

式中: $\theta_w$ 、 $u_w$ 、 $w_w$ 和 $v_i$ 分别为机翼安装角、机翼在机体轴系下 $x$ 轴速度、机翼在机体轴系下 $z$ 轴速度和机翼诱导速度。

### 1.3 其他模型

推进螺旋桨和尾桨气动载荷模型通过动量叶素理论建立<sup>[15]</sup>。机身对机翼、平尾和垂尾气动载荷模型通过调用机身模型计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)数据建立。样例飞机三维模型及其参数如图1和表1所示。

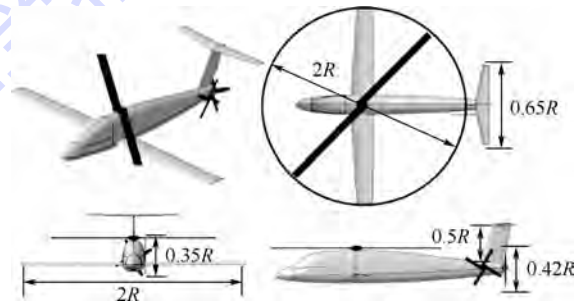


图1 复合式直升机三维模型

Fig. 1 3D model of compound helicopter

表1 复合式直升机参数

Table 1 Compound helicopter parameters

名称	参数	名称	参数
旋翼半径 $R/m$	1.2	机翼翼展	$2R$
旋翼弦长	$0.07R$	机翼展弦比	10
旋翼桨叶片数	2	尾桨直径	$0.35R$
旋翼桨毂形式	跷跷板式	尾桨桨叶片数	4
螺旋桨直径	$0.42R$	垂尾展长	$0.5R$
螺旋桨桨叶片数	4	平尾展长	$0.65R$
旋翼翼型	NACA0012	尾桨扭转角/ $^\circ$	0
机翼翼型	NACA4412	旋翼扭转角/ $^\circ$	0
尾桨翼型	NACA0012	螺旋桨扭转角/ $^\circ$	0
质量/kg	40	阻力面积/ $m^2$	0.065

### 1.4 复合式直升机模型配平

当复合式直升机处于配平状态时,  $\sum F(X) = 0$ ,  $\sum M(X) = 0$ ,  $F$ 为力, $X$ 为配平量, $M$ 为力矩。即机翼、旋翼、螺旋桨和机身等部件的力与重力之和为零,力矩之和为零。由于复合式直升机的机翼与推进螺旋桨增加了配平变量,使配平操纵成为冗余问题。为了简化配平,本文通过螺旋桨和机翼代替旋翼配平全机阻力和俯仰力矩,同时约束桨盘迎角为零,即桨尖轨迹平面与机体 $x$ 轴不相交<sup>[3]</sup>,使得旋翼只提供升力,螺旋桨只提供推力。同时结合下文的边界约束,建立过渡飞行边界。

## 2 过渡飞行功率特性

对于复合式直升机性能问题的研究,本文先从过渡飞行方式入手,研究复合式直升机从悬停模式通过旋翼卸载,到旋翼完全卸载的高速模式整个飞行需用功率的变化。对旋翼转速、前飞速度、旋翼与机翼升阻特性和旋翼与机翼升力分配关系等参数在飞行过程中的影响做出了具体分析。旋翼转速则采用悬停桨尖马赫数定义,其当地声速以海平面值为基准。

### 2.1 过渡飞行边界

过渡过程中,由于复合式直升机的旋翼与机翼的承载状态多种多样,为了研究其飞行需用功率的变化特性,本文首先建立了复合式直升机的过渡前飞边界曲线。该边界主要由4部分组成,即最小前飞速度边界、最大前飞速度边界、最大旋翼总距边界和最小旋翼总距边界。最小前飞速度边界是指复合式直升机通过机翼最大可用偏角获取机翼最大升力系数,进行飞行过渡;最大前飞速度边界是指飞机在桨叶压缩性和最大发动机可用功率限制下进行的过渡条件;最大旋翼总距边界是限制总距使用范围的边界,因为旋翼总距一定时,旋翼拉力随前飞速度增加而增大,直到桨叶反流区出现并在桨叶上占据一定范围,该边界主要为了防止过渡配平时出现旋翼拉力大于飞行器自身重力需要机翼产生负升力进行配平;最小旋翼总距边界是限制后行桨叶失速和反流区引起旋翼产生负升力的约束,该边界主要防止机翼产生的升力大于飞行器自身重力。需要说明的是,过渡飞行边界是固定高度和旋翼转速下的水平飞行边界,而复合式直升机的飞行包线则由若干不同高度和旋翼转速下的过渡飞行边界共同组成。本文将复合式直升机飞行模式划分为4种:速度为0的悬停模式,当飞机旋翼与机翼升力不变时前飞速度在最小旋翼总距边界左侧为低速模式,反之为高速模式,从悬停模式到高速模式进行旋翼卸载转换的过程为过渡模式。图2为海平面高度下,旋翼转速 $M_{Tip}=0.35$ 的复合式直升机过渡飞行边界。

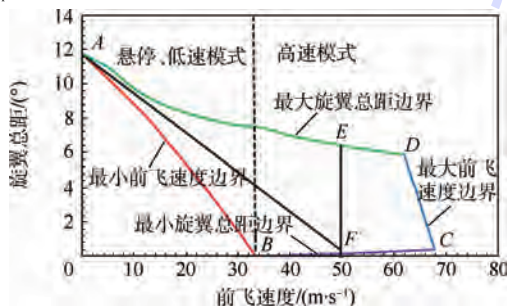


图2 复合式直升机过渡飞行边界

Fig.2 Compound helicopter transition border

### 2.2 恒定转速过渡飞行功率变化

旋翼升力的产生由多个参数共同决定,对于固定尺寸的旋翼,当转速确定时,旋翼升力主要由旋翼总距的大小决定,而旋翼的卸载过程就是旋翼总距逐渐降低直到旋翼升力变为零的过程。由图2可知,从最大旋翼总距A点起到最小旋翼总距边界BC任意一点的连线即为旋翼卸载路线,该路线必须在边界内才能保证卸载过程可实现。本文选取图2中侧重机翼承载的ABF路线、旋翼总距线性变化过渡的AF路线和侧重旋翼承载的AEF路线作为卸载分析路线,研究复合式直升机在过渡过程中的飞行功率变化特性。

图3和图4给出了复合式直升机在各条过渡路线上维持水平飞行的飞行需用功率随前飞速度和旋翼总距变化的曲线。可以看出,ABF路线、AEF路线和AF路线中,飞行需用功率随旋翼总距和前飞速度的变化都有先减小后增大的趋势。ABF路线和AEF路线由于在B点和E点处发生了转折,并非平滑过渡,因此该路线的飞行需用功率曲线也在此处发生了拐折。从图3、图4中还可发现,3条过渡路线上的最小飞行需用功率点

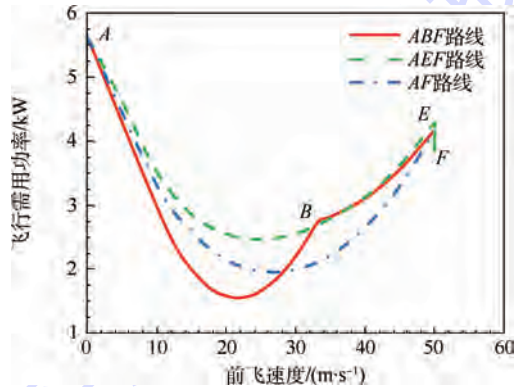


图3 不同过渡路线飞行需用功率与前飞速度关系

Fig.3 Relationship between flight need power and forward speed on different transition routes

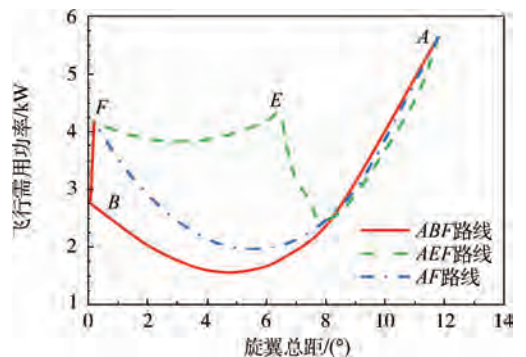


图4 不同过渡路线飞行需用功率与旋翼总距关系

Fig.4 Relationship between flight need power and collective pitch of rotor on different transition routes

都产生在旋翼与机翼共同承担一部分升力的飞行状态下,而不是完全由机翼或旋翼承担升力,这也是复合式直升机飞行的特点之一。

针对 3 条过渡路线飞行需用功率变化的特点,本文通过机翼和旋翼的升阻变化特性(见图 5)、机翼迎角和旋翼总距变化(见图 6)、旋翼与机翼升力分布(见图 7)和旋翼与螺旋桨需用功率变化(见图 8)进行解释,其中旋翼升阻比定义由式(6)确定:

$$L_{rotor}/D_{rotor} = L_{rotor} V_{\infty} / P_{rotor} \quad (6)$$

式中: $L_{rotor}$ 、 $D_{rotor}$ 、 $P_{rotor}$  和  $V_{\infty}$  分别为旋翼升力、旋翼阻力、旋翼功率和来流速度。

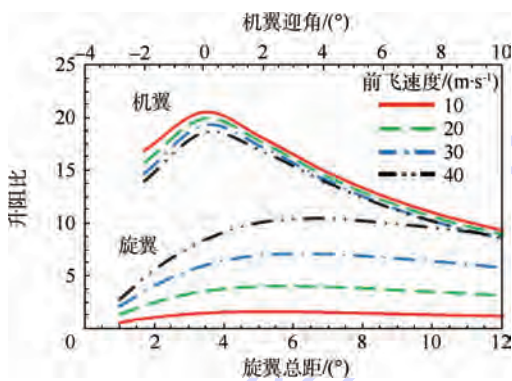


图 5 机翼和旋翼升阻比

Fig. 5 Lift to drag ratio of wing and rotor

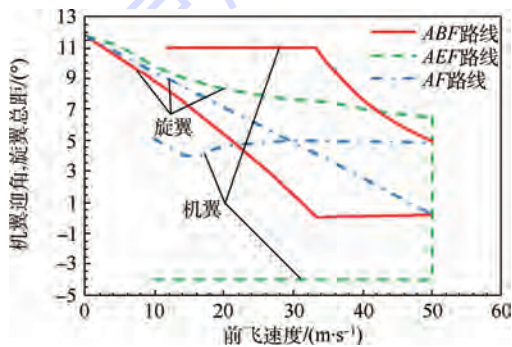


图 6 不同过渡路线下的机翼迎角和旋翼总距

Fig. 6 Angle of attack of wing and collective pitch of rotor on different transition routes

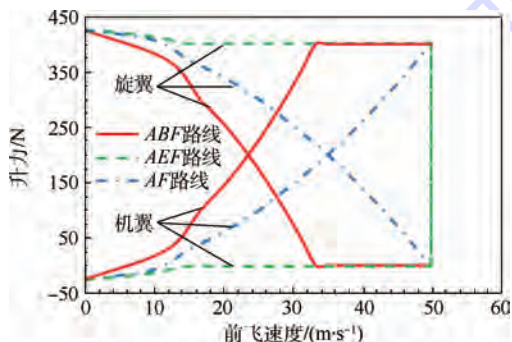


图 7 不同过渡路线下的旋翼、机翼升力

Fig. 7 Lift of rotor and wing on different transition routes

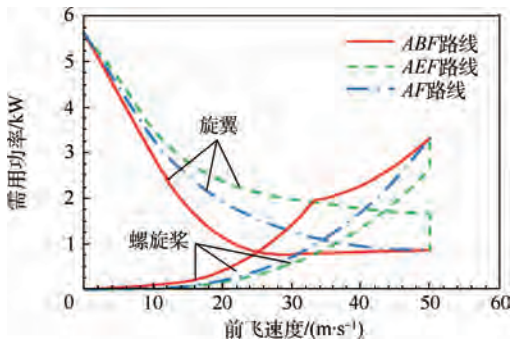


图 8 不同过渡路线下的旋翼和螺旋桨需用功率

Fig. 8 Need power of rotor and propeller on different transition routes

当复合式直升机初始沿 AF 路线从悬停到最小飞行需用功率速度内过渡飞行时,由图 5、图 7 和图 8 可知,随着旋翼总距的降低和前飞速度的增加,可知旋翼的升阻比是提高的,旋翼需用功率是下降的。而机翼的升阻比虽然因前飞速度和机翼迎角的变化受到一定的影响,但此时飞机的升力主要由旋翼承担(见图 7),所以机翼对全机升阻特性影响不大,因此整机升阻特性是提高的,从而降低了整机的需用功率。但当前飞速度逐渐增大后,全机阻力始终是增大的,这使得螺旋桨需用功率始终是提高的(见图 8)。同时随着机翼承担的升力比例增大,机翼的升阻特性对全机影响增大,由图 5 和图 6 可知,其随前飞速度增加始终是降低的,这使得整机升阻特性下降,全机需用功率开始提高。同样该分析也适用于 ABF 路线的 AB 段和 AEF 路线的 AE 段的需用功率变化。

ABF 路线需用功率在 B 点转折后的变化是由于飞机从最小前飞速度边界进入最小旋翼总距边界后,旋翼总距提高和机翼攻角降低使二者的升阻比有一定的提高,导致飞机的需用功率随前飞速度增长有一定的减缓。AEF 路线需用功率发生转折后的变化是由于飞机进入 EF 段后,前飞速度是不变的,旋翼随着总距的减小开始卸载使得旋翼阻力降低,旋翼需用功率降低,此时飞机通过旋翼卸载损失的升力是由机翼改变迎角补偿的,而机翼升阻特性在前飞速度不变时随迎角的变化正是这种先增大后减小的变化,因此也是引起 AEF 路线的需用功率在 E 点后又一次发生先减小后增大的原因。

飞机沿最大旋翼总距边界过渡的 AEF 路线需用功率最大,这是由于在 AE 段旋翼始终承担全机质量,导致旋翼消耗功率最高,此时机翼处于零升迎角状态,只提供阻力,属于气动效率最低的飞行状态。对于 ABF 路线,当飞机沿最小前飞

度边界飞行时,全机功率消耗最少,但进入最小旋翼总距边界后,虽然旋翼需用功率小于其他2条路线,但其总需用功率明显提升,且超过了AF路线的需用功率。这是由于在ABF路线复合式直升机在较低的前飞速度时就把旋翼载荷完全卸载,通过机翼承担全机质量,而此时机翼的升阻比明显低于同等前飞速度下的AF路线的升阻比,同时由于旋翼只产生阻力,导致螺旋桨消耗的功率远远高于AF路线的消耗(见图8)。而对于AF路线,由于飞机在整个过渡过程中旋翼与机翼的载荷都是交替分布的,并没有由旋翼或机翼单独承载,所以其功率消耗在后半段最小。综上所述,可以发现对于这种大展弦比机翼的复合式直升机在恒定转速过渡飞行时,为了降低飞行需用功率,应较早通过旋翼卸载来提高机翼升力占总升力的比例,但在到达需用前飞速度前,旋翼不能完全卸掉载荷,甚至需要承担一定的载荷。

### 2.3 变转速过渡飞行功率变化

复合式直升机从低速向高速过渡时,除了通过降低旋翼总距减小旋翼承载能力外,还可以通过改变旋翼转速的方式达到,而且通过此方式减少旋翼载荷更为有效,因为旋翼拉力与旋翼转速是二次方的关系。为了分析变转速旋翼在过渡飞行时对飞机需用功率的影响,以样例飞机在旋翼转速  $M_{Tip} = 0.35$  中的AF过渡路线为研究对象,总距随AF路线变化,旋翼转速随AF路线进入不同转速边界后进行改变,各过渡飞行边界如图9所示。需注意的是,对于过渡飞行边界,随着旋翼转速的降低,桨叶左右不对称气流越来越强,增加了旋翼配平的难度。如  $M_{Tip} = 0.20$  的过渡边界,其在高前飞速度、低旋翼转速和高旋翼总距的配平点已经无法收敛,导致计算停止。因此,对于复合式直升机能否进行配平计算,要对旋翼转速进行限制,使其工作转速不能过低。

图10为AF路线进入不同旋翼转速下的过

渡飞行边界,旋翼转速变化后,需用功率随前飞速度的变化曲线。当前飞速度达到  $20 \text{ m/s}$  时,旋翼转速降至  $M_{Tip} = 0.30$ ,需用功率可节省约  $14.7\%$ ,而当前飞速度提高到  $30 \text{ m/s}$  后,旋翼转速降至  $M_{Tip} = 0.20$ ,其需用功率可节省至少  $19.5\%$ 。由图10可以看出,随着前飞速度的增大,旋翼可用转速范围增大,相应降低旋翼转速,可更加节省需用功率。由此可见,采用变转速旋翼技术的复合式直升机可更加有效地降低前飞需用功率,提高前飞速度范围。

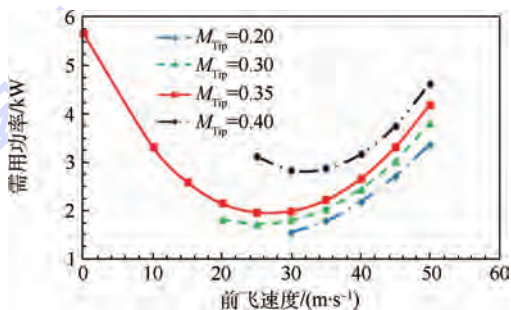


图10 AF路线在不同旋翼转速下的需用功率

Fig. 10 AF route need power at different rotor speeds

### 3 旋翼转速、前飞速度以及旋翼和机翼升力分配关系的影响

通过第2节对复合式直升机在不同过渡路线下的飞行需用功率问题的研究,可以看出其飞行性能主要由飞机的旋翼和机翼性能决定,而这两者又受旋翼转速、前飞速度以及旋翼和机翼升力分配关系的影响。因此本节将主要分析上述参数在复合式直升机进入高速模式后对性能的影响。

图11为9组旋翼在不同旋翼总距下的需用功率曲线,体现了旋翼需用功率随旋翼总距、前飞速度和旋翼转速的变化。由图11可以看出,在所有前飞速度下,最小需用功率都发生在旋翼转速最小时。在各个飞行状态下,旋翼总距在  $0^\circ \sim 2^\circ$  之间时,旋翼需用功率最少。而当旋翼总距增大后,随着前飞速度增大,旋翼转速越低,旋翼需用

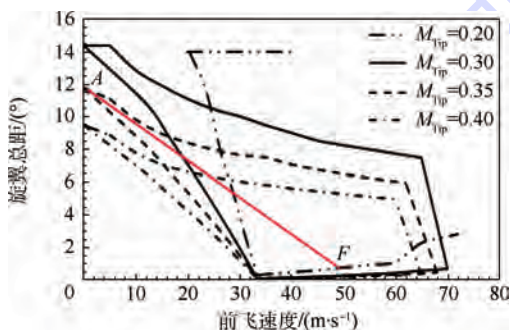


图9 不同旋翼转速下的过渡飞行边界

Fig. 9 Transition borders at different rotor speeds

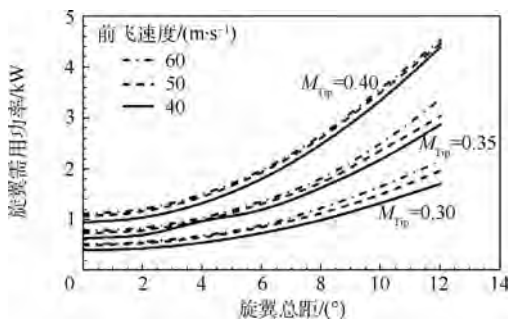


图11 旋翼需用功率随旋翼总距变化曲线

Fig. 11 Rotor need power change curves with collective pitch of rotor

功率变化越为显著。这是由于旋翼转速降低,前飞速度增大使反流区增大,旋翼总距增大使后行桨叶失速区增大,带来了更大的旋翼需用功率损失。所以,复合式直升机高速飞行时需通过降低旋翼转速和旋翼总距来有效降低旋翼需用功率。

对于不同的前飞速度,机翼与旋翼的升力分布如图 12 所示。图中:GW 为全机总重量;最小前飞速度为机翼最大可用升力系数下的前飞速度;旋翼总距的取值范围为  $0^\circ \sim 2^\circ$ 。由图 12 可知,无论在哪个旋翼转速下, $1^\circ$ 旋翼总距是较为有效的,因为  $0^\circ$ 旋翼总距较早超过最小旋翼总距使用范围,使旋翼受到反流区和诱导速度引起的负升力影响较大,而  $2^\circ$ 旋翼总距产生的旋翼升力则随前飞速度变化较为剧烈。同时,过高和过低的旋翼转速也不适于复合式直升机进行高速飞行,这是因为在  $M_{Tip} = 0.40$  时,旋翼升力增加随前飞速度的增加是明显的。如果在高速飞行过程中旋翼承担了较大的升力比例,则安装机翼卸载就将

变得没有意义。过低的旋翼转速将导致飞机机翼配平时的升力超过飞机自身起飞质量,进入一种更为低效的飞行方式(见图 12(a)),这时需要飞机回复一定的旋翼转速。只有在中等旋翼转速下,机翼与旋翼的升力随前飞速度变化是基本恒定的,才能满足复合式直升机高速飞行的需求。

图 13 为  $1^\circ$ 旋翼总距下,机翼安装角和机翼需用功率在不同旋翼转速下随前飞速度变化的曲线。可知,机翼安装角的变化随旋翼转速的变化较小。而从图 12 中可知,在 3 个旋翼转速下, $1^\circ$ 旋翼总距下的旋翼升力随前飞速度的变化幅度不大。综合图 12 和图 13 说明了复合式直升机的机翼是不受旋翼转速影响的,当飞机质量和前飞速度恒定时,它的升力和功率变化只受到旋翼产生的升力影响。但需要注意的是,样例飞机在最小旋翼转速下的最小前飞速度飞行时,机翼的安装角已使机翼接近失速迎角。

图 14 为  $1^\circ$ 旋翼总距时,旋翼和机翼需用功率随前飞速度的变化。可清楚看出,在相同前飞速度下,复合式直升机通过降低旋翼转速可有效降低功率消耗。但当前飞速度增加到一定程度后,在  $M_{Tip} = 0.20$  时的需用功率超过了另外 2 个

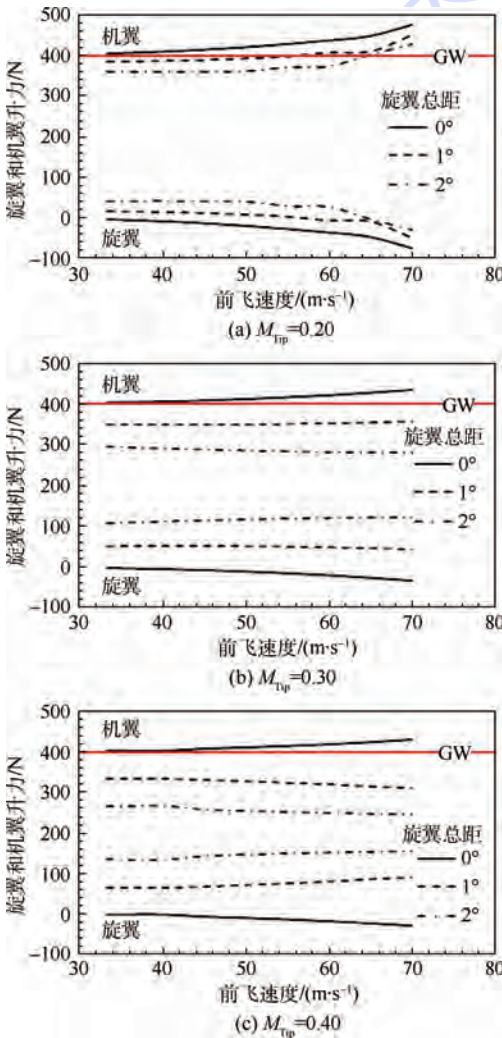


图 12 旋翼和机翼升力在不同前飞速度下的变化  
Fig. 12 Lift of rotor and wing change with different forward speeds

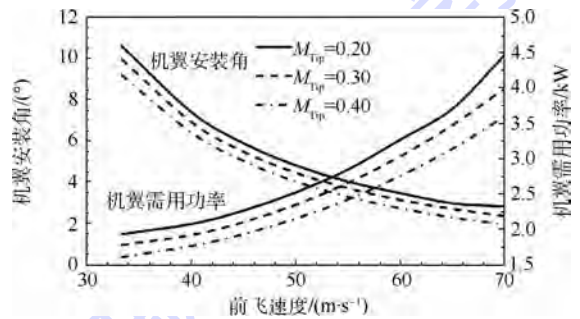


图 13  $1^\circ$ 旋翼总距下机翼安装角和机翼需用功率随  
前飞速度变化

Fig. 13 Wing angle of incidence and need power change with forward speed at  $1^\circ$  collective pitch of rotor

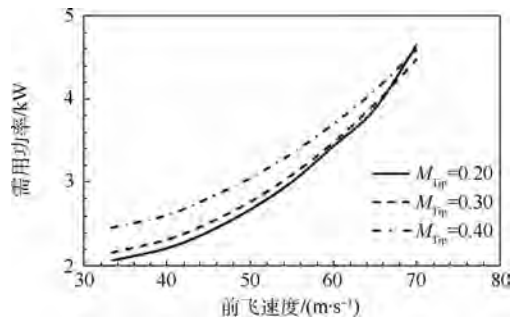


图 14  $1^\circ$ 旋翼总距下旋翼和机翼需用功率随  
前飞速度变化

Fig. 14 Need power of rotor and wing change with forward speed at  $1^\circ$  collective pitch of rotor

旋翼转速,其需用功率剧增的主要原因是:由于高前飞时过低的旋翼转速引起旋翼后行桨叶反流区增大和失速现象,造成旋翼功率消耗增大,以及机翼承担更多升力引起的机翼诱导功率增大。所以,高速模式时旋翼转速不能随前飞速度增加不断降低。

## 4 结 论

为研究复合式直升机的性能特点,本文通过建立复合式直升机性能计算模型,以样例飞机为研究对象,分析了飞行需用功率在过渡飞行时随旋翼总距卸载和旋翼转速卸载的变化特点,研究了旋翼转速、前飞速度以及机翼和旋翼升力分配关系等参数对复合式直升机高速飞行的影响,其研究结果表明:

1) 复合式直升机在过渡飞行时,其飞行需用功率变化主要受机翼与旋翼升阻特性影响,而影响比重与两者承担升力的大小有关。

2) 在过渡飞行边界内,其最小需用功率飞行状态点处于旋翼与机翼共同承担升力的状态下,而不是单独由旋翼或者机翼承担全部升力。

3) 为提高前飞速度,降低飞行需用功率,通过降低旋翼转速卸载比恒定转速降低旋翼总距卸载的效果更好。

4) 复合式直升机进入高速飞行后,降低旋翼转速可降低旋翼需用功率,但旋翼转速受升力分配关系影响,只有机翼与旋翼的升力随前飞速度变化是基本恒定的旋翼转速,才能满足复合式直升机高速飞行的需求。

5) 在整个飞行过程中,旋翼转速过低,也会因为反流区和后行桨叶失速问题引起飞行需用功率增加和模型配平不收敛。

总之,复合式直升机通过旋翼向机翼卸载可有效降低飞行需用功率,提高前飞速度,而通过改变旋翼转速可进一步提高飞行性能指标。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] 倪先平. 未来直升机技术发展展望[J]. 航空制造技术, 2008(3):32-37.  
NI X P. Outlook of future helicopter technology[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2008(3):32-37(in Chinese).
- [ 2 ] MARKS M D. Flight test development of the XV-1 convertiplane[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1957, 2(1):55-65.
- [ 3 ] MOODIE A M, YEO H. Design of a cruise-efficient compound helicopter[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2012, 57(3):032004-1-032004-11.
- [ 4 ] VU N A, LEE Y J, LEE J W, et al. Configuration design and optimisation study of a compound gyroplane[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2011, 83(6):420-428.
- [ 5 ] YEO H, JOHNSON W. Optimum design of a compound helicopter[J]. Journal of Aircraft, 2006, 46(4):1210-1221.
- [ 6 ] FLOROS M W, JOHNSON W. Stability and control analysis of the slowed-rotor compound helicopter[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2007, 52(3):239-253.
- [ 7 ] YEO H, JOHNSON W. Aeromechanics analysis of heavy lift slowed rotor compound helicopter [J]. Journal of Aircraft, 2007, 44(2):501-508.
- [ 8 ] FERGUSON K, THOMSON D. Flight dynamics investigation of compound helicopter configurations [J]. Journal of Aircraft, 2015, 52(1):156-167.
- [ 9 ] 韩东. 变转速旋翼直升机性能及配平研究[J]. 航空学报, 2013, 34(6):1241-1248.  
HAN D. Study on the performance and trim of helicopter with variable speed rotor[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(6):1241-1248(in Chinese).
- [ 10 ] 徐明, 韩东, 李建波. 变转速旋翼气动特性分析及试验研究[J]. 航空学报, 2013, 34(9):2047-2056.  
XU M, HAN D, LI J B. Analysis and experimental investigation on the aerodynamic characteristics of variable speed rotor[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(9):2047-2056(in Chinese).
- [ 11 ] 万佳, 陈铭. 机翼位置对复合式直升机旋翼-机翼干扰的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(5):519-522.  
WAN J, CHEN M. Influence of wing location on rotor-wing interaction of compound helicopter[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35(5):519-522(in Chinese).
- [ 12 ] 朱凌军. 复合式高速直升机悬停状态旋翼/机翼气动干扰研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2005:42-52.  
ZHU L J. Investigation on wing-rotor aerodynamic interaction of the compound helicopter in hover[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005:42-52(in Chinese).
- [ 13 ] PETERS D A, HAQUANG N. Dynamic inflow for practical applications[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1988, 33(4):64-68.
- [ 14 ] JOHNSON W. Helicopter theory [M]. Dover: Dover Publications Inc., 1995:455-459.
- [ 15 ] DREIER M E. Introduction to helicopter and tiltrotor flight simulation[M]. Reston: AIAA, 2007:149-165.

### 作者简介:

曹飞 男, 博士研究生。主要研究方向: 直升机总体设计。  
E-mail: caofeij@163.com

陈铭 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 直升机总体设计。

E-mail: chenming@buaa.edu.cn

# Performance characteristics of single rotor compound helicopter

CAO Fei, CHEN Ming\*

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In order to analysis the performance of the compound helicopter, a performance calculation model consisting of all the aerodynamics mathematical model parts is established. Based on the calculation model, using various flight conditions, we constructed the compound helicopter transition flight border, studied the characteristic variation of flight power from hover flight mode to high-speed flight mode by selecting different routes, and investigated the effects of multiple factors including rotor speed, forward speed, rotor and wing loading distribution in high-speed mode. The results indicated that the reduction of flight power could be achieved by increasing the offload lift from the rotor to the wing; moreover, it was more effective to reduce the rotor speed than reduce the rotor collective pitch, during the compound helicopter transits from hover mode to high-speed mode. The rotor could not operate at very low speed, which might increase the power consumption during high-speed flight mode. Furthermore, the low rotor speed could also influence the trim of the aircraft model, and made its calculation iteratively divergent.

**Key words:** compound helicopter; mathematical model; transition border; power; offload

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0296

# 面向多威胁的无人机智能目标跟随策略设计



祁晓明, 魏瑞轩\*, 周凯

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

**摘 要:** 随着无人机(UAV)一体化作战的不断发展,无人机在搜索到运动目标之后,需要立即转入跟随模式,考虑到战场环境的复杂性,研究了在多个威胁源条件下无人机跟随运动目标的问题,为了保证无人机的安全性以及跟随目标的精确性,提出了一种基于决策树的无人机智能目标跟随策略。首先对威胁概率图(TPM)进行建模;然后采用几何图法及任务优先级生成不同的规则,建立相应的决策树,并设计了不同规则下无人机飞行航向及速度指令;最后通过仿真验证所提出的智能目标跟随策略的有效性。

**关键词:** 威胁建模; 无人机(UAV); 梯度下降; 规则; 决策树; 目标跟随; 智能导航  
**中图分类号:** V1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0780-09

无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)作为现代及未来战场的新型力量<sup>[1]</sup>,由于其续航能力强、过载限制小、隐身性能好和作战过程无人员伤亡等优势将越来越多地应用到执行复杂及危险任务中。随着 UAV 一体化作战的不断发展,在 UAV 搜索运动目标<sup>[2-3]</sup>完成后,需要快速切换到目标跟随任务模式。因此,如何控制 UAV 在多威胁区域中安全高效地避免各个威胁同时仍能跟随运动目标成为亟待解决的问题。而此问题的重点在于威胁源建模、不同任务等级划分以及 UAV 在不同情况下的智能制导决策问题。

针对威胁区域建模问题,大多数研究都将威胁区域简化为有固定边界的几何多边形<sup>[4-5]</sup>,并在此基础上设计控制策略,使 UAV 自主避开威胁到达目的地以达到完成任务的目的。同时,该方法也应用在了机器人路径规划<sup>[6-7]</sup>及协同到达<sup>[8]</sup>等方面,这类方法仅简单考虑了探测威胁边界达到目的地,没有考虑 UAV 自身的隐身、机动性能以及较强的突防能力。但在目标跟随过程中,除

了考虑威胁对 UAV 的损伤外,还需考虑能否跟上目标以及在威胁区域中停留时间等问题。在跟随目标过程中,为了避免目标丢失,UAV 不得不过或进入到某些威胁区域中,很显然此类方法具有一定的局限性。

针对多威胁环境下 UAV 的飞行决策问题,部分文献从不同角度进行了研究。文献[9]通过威胁等效的方式,将威胁分级并层次化得到了威胁的作用半径,利用 UAV 飞行姿态与雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)之间的关系,采用改进粒子群优化算法进行航路规划,使得 UAV 具有穿越一部分威胁区域的能力。文献[10]考虑动态 RCS 特性和雷达发现准则提出基于改进快速扩展随机树的隐身突防航路规划方法,能够在复杂环境下快速生成突防路径。上述研究强调的是利用 UAV 的隐身特性实现突防,而隐身 UAV 通常用于防守方实力较弱的情况,运用中也有一定的局限性。

控制 UAV 规避威胁的方法大致可分为两大

收稿日期: 2015-05-11; 录用日期: 2015-08-06; 网络出版时间: 2015-10-14 15:39

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1539.005.html

基金项目: 国家自然科学基金(61573373); 航空科学基金(20135896027)

\* 通讯作者: Tel.: 17082452676 E-mail: 2856402009@qq.com

**引用格式:** 祁晓明, 魏瑞轩, 周凯. 面向多威胁的无人机智能目标跟随策略设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 780-788. QI X M, WEI R X, ZHOU K. Intelligent target following strategy design for UAV against multi-threats[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 780-788 (in Chinese).

类<sup>[11]</sup>:第 1 类采用离线或在线航路规划方法产生规避威胁的航路,再运用航路跟踪算法沿着所产生的航路进行飞行,以达到规避障碍的目的<sup>[4-5,11]</sup>。文献[5]中引入几何学中的 L 图用于航路规划,能够引导 UAV 有效规避威胁区域,原理简单易于实现。文献[12]中采用改进的 Grossberg 神经网络算法生成规避航路,采用基于 MPC 的航路跟踪控制器控制 UAV 生成规避路径,能够控制 UAV 成功规避障碍。第 2 类方法则利用 UAV 本地控制器根据机载传感器探测到的实时威胁信息进行融合并产生规避指令。Call 等<sup>[13]</sup>提出了基于人工势场法的威胁规避控制方法,取得了较好的控制效果。

针对目标跟踪制导控制问题,国外许多学者进行了相关的研究。文献[14]提出了在目标周围定义一个全局引力场,通过向量场的作用控制 UAV 到达稳定的观测轨线上。文献[15]采用了一种实时的航路规划方法来确保 UAV 与目标之间的相对固定距离,通过 UAV 导航模块进行航路跟踪。文献[16]提出了虚拟目标的 UAV 目标跟踪方法,并采用模型预测控制的方法进行飞行控制率的设计。文献[17]将 UAV 目标跟踪控制作为具有边界条件的最优控制问题,提出了一种基于 Lyapunov 向量场和切线向量场相结合的组合导航方法。尽管这些方法没有考虑真实战场环境中威胁对 UAV 的损伤及威胁程度,但其在理论方面取得了一定的成果,也逐步提高了目标跟踪的精度。

分析上述方法,对本文的研究和提出的问题具有很强的借鉴意义。在多威胁条件影响下,本文研究了 UAV 跟随运动目标的问题,并提出了一种基于规则的 UAV 智能目标跟随策略,该策略可以避免 UAV 进入威胁较大的区域,保证 UAV 与目标之间的相对距离,并在威胁等级较低的区域快速通过,避免停留时间过长,该方法即保证了 UAV 的安全性,又能很好地跟随运动目标。

## 1 威胁概率图模型

在真实的作战任务中,需要考虑威胁、障碍和受限区域的存在以及对 UAV 的影响,避免对 UAV 不必要的损伤,保证任务顺利完成。此处将威胁作为影响 UAV 安全或导致 UAV 损伤的主要因素。当 UAV 在多威胁区域中飞行或者执行任务时,飞行安全可以根据在特定时间、特定位置处其受损或者丧失能力的概率加以描述。因此,本

文采用一种高斯概率分布形式建立威胁概率图(Threat Probability Map, TPM)模型。

$$f(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2\pi \sqrt{\det(\mathbf{K}_i)}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{r} - \boldsymbol{\mu}_i)^T \mathbf{K}_i^{-1} (\mathbf{r} - \boldsymbol{\mu}_i)\right] \quad (1)$$

式中: $\mathbf{r} = (x \ y)^T$  为相对于惯性坐标系的位置向量; $\boldsymbol{\mu}_i$  为第  $i$  个威胁的均值向量; $\mathbf{K}_i$  为第  $i$  个威胁的协方差矩阵。

$$\begin{cases} \boldsymbol{\mu}_i = \begin{bmatrix} \mu_{x,i} \\ \mu_{y,i} \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} \sigma_{x,i}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,i}^2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mu_{x,i}$  和  $\mu_{y,i}$  分别为第  $i$  个威胁源沿着  $x$  和  $y$  方向上的均值; $\sigma_{x,i}^2$  和  $\sigma_{y,i}^2$  分别为第  $i$  个威胁源沿着  $x$  和  $y$  方向上的方差。

采用高斯分布描述威胁的特征一般遵循多维高斯分布。假设在  $40 \text{ km} \times 40 \text{ km}$  区域中随机确立 11 个威胁中心及协方差矩阵建立 TPM 模型。图 1 和图 2 分别为多威胁区域的风险度及二维平面投影示意图。

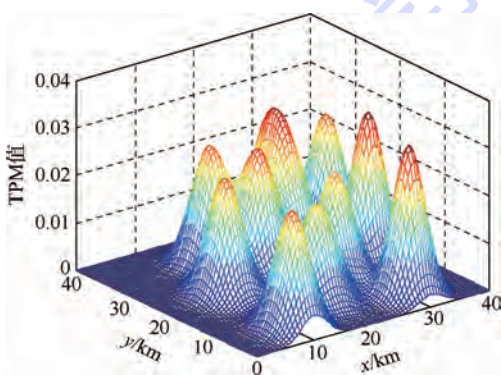


图 1 多威胁区域的风险度示意图

Fig. 1 Schematic of risk degree of multi-threats area

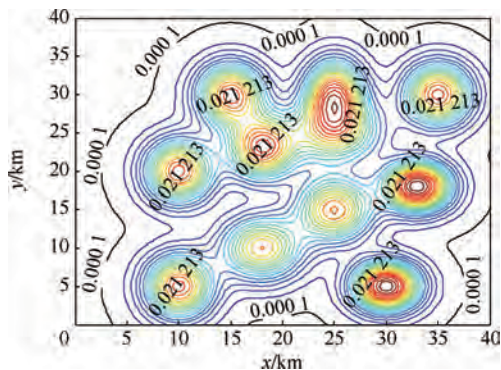


图 2 风险度在二维平面投影图

Fig. 2 Project of risk degree on two dimension plat



之间的距离;③UAV 损伤程度最小。根据3种目标的不同优先级以及 UAV 与目标之间的几何关系设计了不同的决策条件和规则状态并生成决策树,进而生成 UAV 的期望航向角及期望速度指令。

**决策条件 1** 在飞往威胁区域过程中 UAV 是否处于危险状态。此条件根据  $V_{SHR}$  及特定位置处的 TPM 值进行量化,为了更好地避免进入受限区域,UAV 需要以当前速度,沿着当前航向、最大向右航向以及最大向左航向进行  $n$  步预测,本文采用三步预测方法。此时,在参考坐标系中,UAV 的3个预测位置根据式(6)进行计算:

$$\begin{cases} x_i(k+n) = x_c + V_c(k) n T_s \cos \psi_i(k) \\ y_i(k+n) = y_c + V_c(k) n T_s \sin \psi_i(k) \end{cases} \quad (6)$$

式中: $x_c$  为 UAV 当前的  $x$  坐标; $y_c$  为 UAV 当前的  $y$  坐标; $V_c(k)$  为 UAV 当前的速度; $n$  为预测时域长度; $\psi_i(k)$  为  $k$  时刻 UAV 所选取的航向。此时,UAV 需要估计这3个指定位置处的 TPM 值。如果  $f(x_i, y_i) \geq f_2$  ( $f_2$  为受限区边界概率密度),说明 UAV 处于高威胁区 (High Threaten Area, HTA), UAV 无论选择哪个飞行航向都将进入该受限区域。如果部分  $f(x_i, y_i) < f_2$  并且  $V_{SHR} \neq \emptyset$ ,说明 UAV 处于低威胁区 (Low Threaten Area, LTA)。如果所有  $f(x_i, y_i) < f_2$ ,说明 UAV 处于无威胁区域 (No Threaten Area, NTA)。

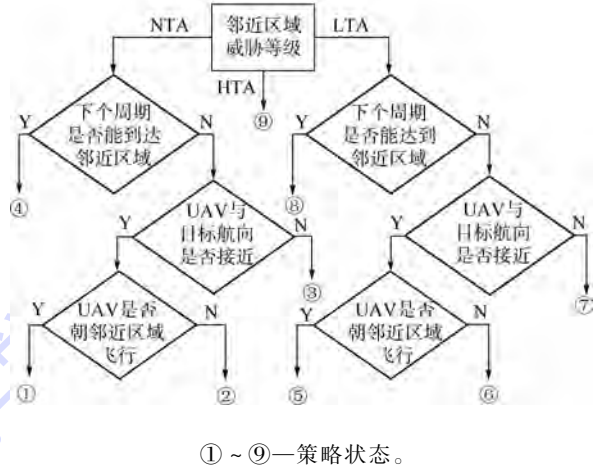
**决策条件 2** 确定下一周期 UAV 是否位于近似圆内。此条件根据  $V_{PR}$ 、 $V_{HC}$  和  $V_{SHR}$  进行量化。当决策条件 1 为 NTA 时,如果  $V_{HC} \cap V_{PR} \neq \emptyset$ ,说明 UAV 能够生成速度-航向指令进入  $D_p(k+1)$  内。当决策条件 1 为 LTA 时,如果  $V_{SHR} \cap V_{PR} \neq \emptyset$ ,说明 UAV 能够在安全航向范围内选择速度-航向指令进入  $D_p(k+1)$  内。

**决策条件 3** 确定 UAV 航向与目标估计航向是否接近。通过  $V_{HC}$  和  $V_{HDC}$  进行量化。当决策条件 1 为 NTA 时,如果  $V_{HC} \cap V_{HDC} \neq \emptyset$ ,说明 UAV 与目标的航向接近。当决策条件 1 为 LTA 时,如果  $V_{SHR} \cap V_{HDC} \neq \emptyset$ ,说明 UAV 能够在安全航向范围内选择速度-航向指令保持与目标接近。

**决策条件 4** 确定 UAV 是否朝  $D_p(k)$  飞行。根据  $V_{HC}$ 、 $V_{HDC}$ 、 $V_{SHR}$  和  $\psi_{LOS}$  进行量化。其中, $\psi_{LOS}$  为相对于参考坐标系的相对角度。当决策条件 1 为 NTA 时,如果  $\psi_{LOS} \subset (V_{HC} \cap V_{HDC})$ ,说明 UAV 能够朝向  $D_p(k)$  飞行。当决策条件 1 为 LTA 时,如果  $\psi_{LOS} \subset (V_{SHR} \cap V_{HDC})$ ,说明 UAV 能够安全地

朝向  $D_p(k)$  飞行。

根据上述设计的决策条件及产生的决策结果,建立 UAV 智能目标跟随策略决策树,如图 6 所示。



①~⑨—策略状态。  
图 6 UAV 智能目标跟随策略决策树  
Fig. 6 Decision trees of UAV intelligent target following strategy

在目标跟随过程中,UAV 按照不同决策层级自主生成航向/速度指令,具体的策略状态和决策条件对应关系如表 1 所示。

表 1 决策条件和策略状态

策略状态	决策条件 1	决策条件 2	决策条件 3	决策条件 4
①	NTA	N	Y	Y
②	NTA	N	Y	N
③	NTA	N	N	N/A
④	NTA	Y	N/A	N/A
⑤	LTA	N	Y	Y
⑥	LTA	N	Y	N
⑦	LTA	N	N	N/A
⑧	LTA	Y	N/A	N/A
⑨	HTA	N/A	N/A	N/A

2.3 不同策略条件下 UAV 航向/速度指令设计

根据期望航向  $\psi_d$  和容许航向范围  $V_{AHR}$  计算航向指令  $\psi_{cmd}$ 。假定以下 3 种航向:目标估计方向  $\hat{\psi}_i(k)$ 、最小梯度下降方向  $\psi_{min}(k)$  和相对位置向量方向  $\psi_{LOS}(k)$ 。智能跟随导航的主要任务就是根据不同的决策状态选择其中一种航向作为 UAV 的期望航向,具体策略如下。

**策略 1** 策略状态①为 NTA,策略状态②为 N 时,说明 UAV 在无威胁区域中飞行,但 UAV 与目标之间的距离不在指定范围内。然而智能目标跟随策略的最终目的就是在避免威胁区域的同时还能与目标保持在指定的范围内。为了满足目标 2 的要求,UAV 需要尽可能地飞往以目标估计位

置为中心的  $D_p(k)$  内,则 UAV 所选航向为

$$\psi_d(k) = \psi_{\text{LOS}}(k) + K_d \dot{\psi}_{\text{LOS}}(k) \quad (7)$$

式中:  $K_d \dot{\psi}_{\text{LOS}}$  用于提高 UAV 的跟随精度。此时, UAV 的容许航向范围为  $V_{\text{AHR}} = V_{\text{HC}} \cap V_{\text{HDC}}$ 。

**策略 2** 策略状态③与前 2 个策略状态类似,但不同之处在于决策条件 3 为 N,说明 UAV 与目标的航向偏差很大,不在允许范围之内。在快速跟随过程中,很容易导致 UAV 与目标不在规定的近似圆内,造成目标丢失。此时,UAV 需要进行快速转弯,并与  $\hat{\psi}_1(k)$  相同,即  $\psi_d(k) = \hat{\psi}_1(k)$ 。UAV 的容许航向范围为  $V_{\text{AHR}} = V_{\text{HC}}$ 。

**策略 3** 在策略状态④中目标 1 与目标 2 完成的前提下,需要进一步完成目标 3。因此,此策略应引导 UAV 沿着威胁影响最小的方向飞行,但其很可能使 UAV 与目标不在一定范围内,导致策略中的 2 种目标相互冲突,因此需要在 2 种相互冲突目标之间进行均衡处理。

根据 UAV 的动力学约束确定自身的容许航向范围为  $V_{\text{AHR}} = V_{\text{HC}} \cap V_{\text{PR}}$ ,考虑到 UAV 的安全性,最有可能的航向为  $\psi_{\text{min}}(k)$ 。在此引入一个临时航向角  $\psi_{\text{tp}}(k)$ ,如果  $\psi_{\text{min}}(k) \in V_{\text{AHR}}$ , $\psi_{\text{tp}}(k) = \psi_{\text{min}}(k)$ ;否则, $\psi_{\text{tp}}(k)$  应选取  $V_{\text{AHR}}$  边界上与  $\psi_{\text{min}}(k)$  最接近的方向。图 7 为惯性坐标系与局部坐标系示意图。图中: $r_{\text{ig}}(k)$  为  $k$  时刻从目标中心到交点  $y_{12}$  处的方向向量; $r_1(k)$  为  $k$  时刻目标相对于坐标系的位置向量; $r_{y_{12}}(k)$  为  $k$  时刻交点  $y_{12}$  相对于坐标系的位置向量; $\psi_{\text{ig}1}(k)$  和  $\psi_{\text{ig}2}(k)$  分别为交点  $y_{12}$  与近似圆  $C_p(k)$  相切后所形成的 2 个切向角。定义一个局部坐标系,以 UAV 当前位置为原点,纵轴  $y_L$  与水平方向的夹角为  $\psi_{\text{tp}}(k)$ 。此时,纵轴  $y_L$  与近似圆  $C_p(k)$  相交于 2 个点  $y_{L1}$  和  $y_{L2}$ 。

为便于计算,需在惯性坐标系和局部坐标系之间进行转换,则从惯性坐标系到局部坐标系的

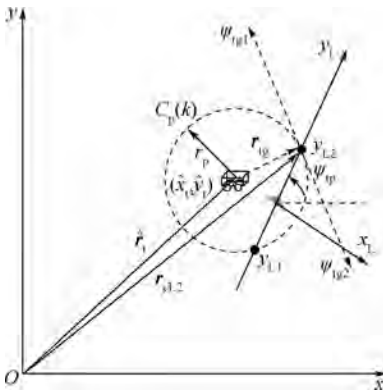


图 7 惯性坐标系与局部坐标系示意图

Fig. 7 Schematic of inertia and local coordinates

旋转矩阵为

$$\mathbf{R}_{\text{IL}}(k) = \begin{bmatrix} \sin \psi_{\text{tp}}(k) & -\cos \psi_{\text{tp}}(k) \\ \cos \psi_{\text{tp}}(k) & \sin \psi_{\text{tp}}(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

交点  $y_{L1}$  和  $y_{L2}$  坐标为

$$y_{L1}(k) = \hat{y}_{\text{IL}}(k+1) - \sqrt{r_p^2 - \hat{x}_{\text{IL}}^2(k+1)} \quad (9)$$

$$y_{L2}(k) = \hat{y}_{\text{IL}}(k+1) + \sqrt{r_p^2 - \hat{x}_{\text{IL}}^2(k+1)} \quad (10)$$

在点  $y_{L2}$  处的 2 个切线方向与水平方向的夹角为  $\psi_{\text{ig}1}$  和  $\psi_{\text{ig}2}$ ,近似圆  $C_p(k)$  的中心达到  $y_{L2}$  点的位置向量为  $r_{\text{ig}}(k)$ 。

$$\mathbf{r}_{\text{ig}}(k) = \mathbf{r}_{y_{L2}}(k) - \hat{\mathbf{r}}_1(k+1) \quad (11)$$

根据旋转矩阵进行计算:

$$\mathbf{r}_{y_{L2}}(k) = \mathbf{R}_{\text{IL}}^T(k) \begin{bmatrix} 0 \\ y_{L2}(k) \end{bmatrix} + \mathbf{r}_{\text{UAV}}(k) \quad (12)$$

式中: $\mathbf{r}_{\text{UAV}}(k)$  为 UAV 相对于坐标系的位置向量。

根据式(11)和式(12),在惯性坐标系下的位置向量为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{ig}}(k) = & (x_u(k) - \hat{x}_1(k+1) + \\ & y_{L2}(k) \cos \psi_{\text{tp}}(k)) \hat{\mathbf{I}} + \\ & (y_u(k) - \hat{y}_1(k+1) - y_{L2}(k) \sin \psi_{\text{tp}}(k)) \hat{\mathbf{J}} \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\hat{\mathbf{I}}$  和  $\hat{\mathbf{J}}$  为单位向量。则在点  $y_{L2}$  处的 2 个切线方向与水平方向的夹角分别为  $\psi_{\text{ig}1}$  和  $\psi_{\text{ig}2}$ :

$$\begin{aligned} \psi_{\text{ig}1}(k) = & \arctan[(y_u(k) - \hat{y}_1(k+1) + \\ & y_{L2}(k) \sin \psi_{\text{tp}}(k)) / (x_u(k) - \hat{x}_1(k+1) + \\ & y_{L2}(k) \cos \psi_{\text{tp}}(k))] - \pi/2 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\text{ig}2}(k) = & \arctan[(y_u(k) - \hat{y}_1(k+1) + \\ & y_{L2}(k) \sin \psi_{\text{tp}}(k)) / (x_u(k) - \hat{x}_1(k+1) + \\ & y_{L2}(k) \cos \psi_{\text{tp}}(k))] + \pi/2 \end{aligned} \quad (15)$$

为了满足与目标接近以及 UAV 损伤概率最小 2 个目标要求,采用一种有效方式进行加权。假设沿  $\psi_{\text{tp}}(k)$  和  $\psi_{\text{ig}}$  方向上的单位向量分别为

$$\mathbf{u}_{\text{tp}}(k) = \cos \psi_{\text{tp}}(k) \hat{\mathbf{I}} + \sin \psi_{\text{tp}}(k) \hat{\mathbf{J}} \quad (16)$$

$$\mathbf{u}_{\text{ig}}(k) = \cos \psi_{\text{ig}}(k) \hat{\mathbf{I}} + \sin \psi_{\text{ig}}(k) \hat{\mathbf{J}} \quad (17)$$

因此,在惯性坐标系中,期望航向向量  $\mathbf{r}_d(k)$  为  $\mathbf{u}_{\text{tp}}(k)$  和  $\mathbf{u}_{\text{ig}}(k)$  的加权和。

$$\mathbf{r}_d(k) = (1 - \delta(k)) \mathbf{u}_{\text{tp}}(k) + \delta(k) \mathbf{u}_{\text{ig}}(k) \quad (18)$$

式中: $\delta(k) \in [0, 1]$  为权重因子,目的是使 2 种目标之间进行更加合理的权衡。一般情况下,权重参数  $\delta(k) \in (0, 1)$  的设计如式(19)所示:

$$\delta(k) = \begin{cases} 0 & \delta_c(k) > \delta_{\text{tp}} \\ \frac{\delta_c(k)(0.5 - \delta_{\text{tp}})}{\delta_{\text{tp}} - \delta_{\text{ig}}} & \delta_{\text{ig}} < \delta_c(k) \leq \delta_{\text{tp}} \\ 1 & \delta_c \leq \delta_{\text{ig}} \end{cases} \quad (19)$$

式中: $\delta_c(k)$ 为 $k$ 时刻在局部坐标系下 UAV 离目标中心点的远近程度, $\delta_c(k) = y_{L2}(k)/2r_p$ ;  $\delta_{tg}$ 和  $\delta_{tp}$ 为尺度因子,是本文策略所设计的参数。根据式(18),计算得到 UAV 的期望航向角为

$$\psi_d(k) = \arctan \left\{ \left[ \delta(k) \sin \psi_{tg}(k) + (1 - \delta(k)) \sin \psi_{tp}(k) \right] / \left[ \delta(k) \cos \psi_{tg}(k) + (1 - \delta(k)) \cos \psi_{tp}(k) \right] \right\} \quad (20)$$

策略状态⑤~策略状态⑧中的策略与策略状态①~策略状态④类似,可以继续采用上述策略进行决策,唯一不同之处在于 UAV 的容许航向范围需要改变,将上述规则中 UAV 自身容许约束  $V_{HC}$  转变为 UAV 的安全航向范围  $V_{SHR}$  即可。

**策略4** 在策略状态⑨中,UAV 已经处于 HTA,此时 UAV 需要进行快速转弯避免进入受限区域,因为选取 UAV 的自身航向约束  $V_{HC}$  为容许航向范围  $V_{AHR}$ 。期望航向  $\psi_d$  必定选取最速下降方向  $\psi_{min}(k)$ ,即  $V_{AHR} = V_{HC}, \psi_d = \psi_{min}(k)$ 。

当存在威胁或受限区域时,除了调整飞行航向外,UAV 还需调整自身速度进行有效机动。对于策略状态①~策略状态③而言,采用基于速度误差和位置误差的比例控制算法确定 UAV 的期望飞行速度。速度误差用于描述 UAV 的速度与目标估计速度之间的差值,通过速度误差来确定如何根据目标的估计速度对 UAV 的速度进行合理调整。位置误差用于确定 UAV 与近似圆区域  $D_p(k)$  之间的相对距离。

图8为局部坐标系下 UAV 与近似圆之间的位置误差示意图。假设 UAV 在航向指令  $\psi_{cmd}(k)$  引导下与近似圆存在2个交点,交点坐标计算根据式(9)和式(10)进行,则位置误差为  $e(k) = (y_{L1}(k) + y_{L2}(k))/2$ ,根据2个交点的符号判断 UAV 与  $D_p$  之间的位置关系。因此,对2种误差进行加权得到 UAV 的期望速度为

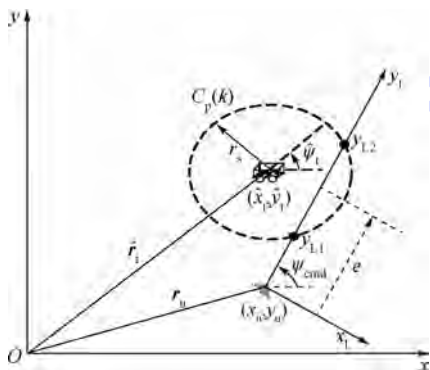


图8 局部坐标系下 UAV 与近似圆之间的位置误差示意图

Fig.8 Schematic of position error between UAV and proximity circle in local coordinate

$$V_d(k) = V_{UAV}(k) + K_s(\hat{V}_1(k) - V_{UAV}(k)) + K_e(e(k)/T_s) \quad (21)$$

式中: $\hat{V}_1(k)$ 为目标的估计速度; $V_{UAV}(k)$ 为 UAV 当前速度; $K_s$ 和  $K_e$ 为比例系数。对于不同的状态,比例系数的选择也是不同的。例如策略状态①和策略状态⑤,虽然 UAV 不在  $D_p$  内,但是朝向  $D_p$  飞行,此时 UAV 需要以较短的时间加速飞行进入该区域。

在策略状态⑨中,UAV 处于一个较高威胁的区域,此时 UAV 需要沿着最速下降方向快速飞行,尽快使 UAV 远离高威胁区域。因此,UAV 的期望飞行速度为

$$V_d(k) = V_{UAV}(k) + a_{max} T_s \quad (22)$$

式中: $a_{max}$ 为 UAV 最大加速度约束。

### 3 仿真实验与分析

为了更好地验证本文所提方法的有效性,针对加速目标以及复杂目标进行跟随仿真。假设任务区域大小为  $40 \text{ km} \times 40 \text{ km}$ ,随机分布 11 个威胁源,针对加速运动目标仿真参数设计如下:

- 1) 目标的初始位置为  $(38, 5)$ ,初始速度为  $50 \text{ m/s}$ ,初始航向角为  $\pi/2$ 。
- 2) UAV 的初始位置为  $(39, 2)$ ,初始速度为  $100 \text{ m/s}$ ,初始航向角为  $2\pi/3$ 。
- 3) UAV 的最小和最大飞行速度分别为  $50 \text{ m/s}$  和  $180 \text{ m/s}$ ,最大和最小加速度分别为  $3 \text{ m/s}^2$  和  $-3 \text{ m/s}^2$ ,最大转弯角速率为  $\pi/12 \text{ rad/s}$ ,制导更新周期  $T_s = 3 \text{ s}$ 。
- 4) UAV 机载传感器探测范围为  $2 \text{ km}$ ,近似圆范围为  $1.5 \text{ km}$ 。
- 5) 受限区边界概率密度  $f_2 = 0.02$ ,航向角偏差范围  $\psi_{HDC}^* = \pi/4$ 。
- 6) UAV 与近似圆之间的远近程度参数为:  $\delta_{tg} = 0.05, \delta_{tp} = 0.20$ 。
- 7) 指令速度比例控制增益参数为:  $K_s = 0.5, K_e = 0.0005$ 。

- 8) 测量噪声的标准偏差为  $0.05 \text{ km}$ 。
- 9) 加速目标的运动方程为

$$V_1(t) = \sin(0.000025t) + 0.025 \quad (23)$$

$$\psi_1(t) = 1.7 - \frac{t}{240} + \left(\frac{t}{650}\right)^3 + 3\sin(0.0025t) \quad (24)$$

图9为基于离散点寻优法的加速目标跟随仿真,图10为基于规则的智能加速目标跟随仿真。从图9和图10中可以看出,目标从起始位置加速到达最终位置并形成一条运动轨迹,同时经过3

个受限区域(主要指高炮掩护区域),此时 UAV 在跟随加速目标的过程中,需要禁止 UAV 进入这些受限区域,尽量缩短 UAV 在威胁区域内的飞行时间,尽可能避免 UAV 的损伤甚至损毁。图 9 中,UAV 采用离散点寻优法进行跟随决策,发现 UAV 多次进入受限区域内,UAV 会不同程度地出现损伤或整机损毁现象,损毁概率较大。然而在图 10 中,采用基于规则的智能目标跟随方法能够很好地避免 UAV 进入受限区域内,并且采用三步预测方法能够提前预测威胁的边界和影响范围,进而在遇到威胁区域时,针对不同规则提前做出决策,选取合适的航向和速度指令来引导 UAV 飞行,很好地避开受限区域并与目标保持一定的距离,既保证了 UAV 的安全性,又避免了跟随任务中目标丢失,进而验证了本文所提方法的有效性。

10) 复杂运动目标的运动方程如下。

减速运动阶段模型:

$$V_i(t) = 0.045 - \sin(0.00005t) \tag{25}$$

$$\psi_i(t) = 1.5 - \frac{t}{240} + \left(\frac{t}{650}\right)^3 + 3\sin(0.0025t) \tag{26}$$

加速运动阶段模型:

$$V_i(t) = \sin(0.00005t) + 0.025 \tag{27}$$

$$\psi_i(t) = 1.6 - \frac{t}{240} + \left(\frac{t}{650}\right)^3 + 3\sin(0.002t) \tag{28}$$

图 11 为基于离散点寻优法的复杂运动目标跟随仿真,图 12 为基于专家规则的智能复杂运动目标跟随仿真。从图 11 和图 12 中可以看出,目标从起始位置开始以减速及加速交替的方式进行运动并形成一条运动路径,同时经过 4 个受限区域。图 11 中,UAV 进入到前 2 个受限区域,此时 UAV 受到的损伤概率非常大,由于采用离散点寻优法的决策机制比较单一,计算速度较慢,从而会

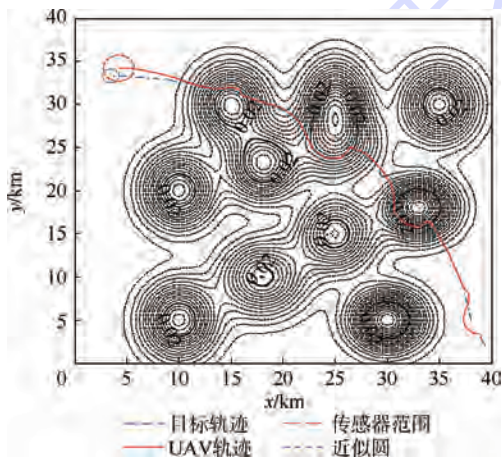


图 9 基于离散点寻优法的加速目标跟随仿真  
Fig.9 Following simulation for acceleration target based on discrete point optimization method

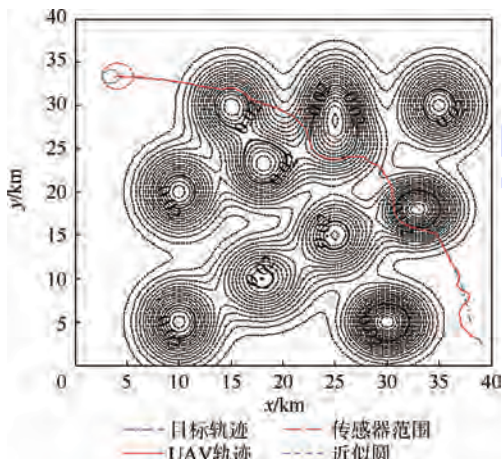


图 10 基于专家规则的智能加速目标跟随仿真  
Fig.10 Following simulation for intelligent acceleration target based on expert rules

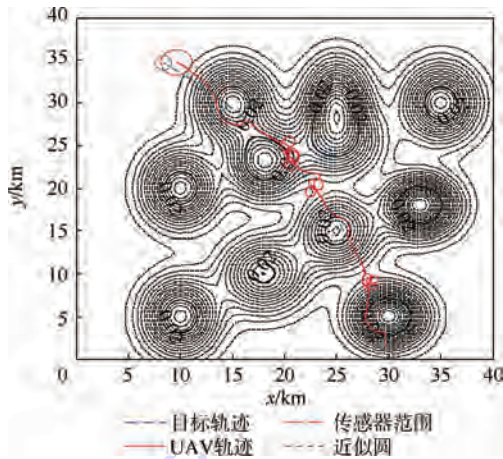


图 11 基于离散点寻优法的复杂运动目标跟随仿真  
Fig.11 Following simulation for complex moving target based on discrete point optimization method

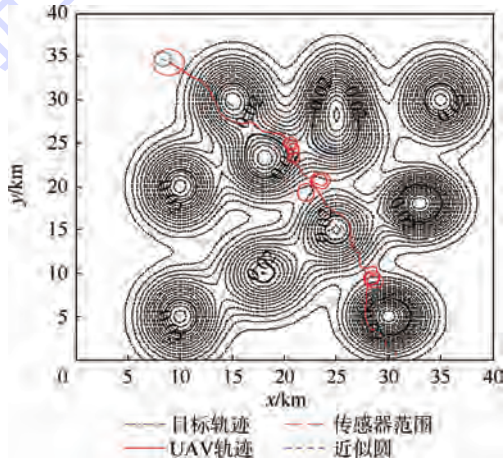


图 12 基于专家规则的智能复杂运动目标跟随仿真  
Fig.12 Following simulation for intelligent complex moving target based on expert rules

使得 UAV 失去对目标的实时探测,最终导致目标丢失。在图 12 中,采用基于专家规则的智能跟随方法可以根据 UAV 所处状态,针对不同规则以及三步预测的信息,采用预测控制方法进行决策,决策机制较为全面,使得 UAV 没有进入到威胁等级较高区域并能在即将接近该区域时提前进行机动,降低 UAV 损伤概率,确保 UAV 实时探测到目标,进一步验证本文所提方法的有效性。

## 4 结 论

针对单架 UAV 跟随目标而言,UAV 需要考虑威胁对自身的损伤程度、避免进入高威胁区域以及保证目标跟随精度等问题,并且需要 UAV 根据所处不同情况进行比较有针对性地决策,因此本文提出了一种基于规则的 UAV 智能目标跟随策略,经仿真验证表明:

1) 在原有威胁概率图模型基础上,根据 UAV、运动目标以及所提出的任务优先级设计出不同规则条件下 UAV 飞行航向及速度指令。

2) 采用了一种基于专家系统规则的智能决策方法,并在不同的规则下采用模型预测控制算法中的滚动时域预测方法进行决策。

3) 将该方法应用于 UAV 对地面加速目标和复杂运动目标跟随任务中,根据不同规则实时改变 UAV 的速度和航向控制指令,使 UAV 受到的损伤概率达到最小,并较好地跟随此 2 种目标,进一步验证了本文所提方法的有效性。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] BERTUCCELLI L F, HOW J P. Search for dynamic targets with uncertain probability maps [ C ] // Proceedings of the 2006 American Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 737-742.
- [ 2 ] ALTSHULER Y, YANOVSKY V, WAGNER I A, et al. Efficient cooperative search of smart targets using UAV swarms [ J ]. Robotica, 2008, 26(4): 551-557.
- [ 3 ] TRODDEN P, RICHARDS A. Multi-vehicle cooperative search using distributed model predictive control: AIAA-2008-7138 [ R ]. Reston: AIAA, 2008.
- [ 4 ] CHOI J W, CURRY R E, ELKAIM G H. Real-time obstacle-avoidance path planning for mobile robots: AIAA-2010-8411 [ R ]. Reston: AIAA, 2010.
- [ 5 ] 王树磊,魏瑞轩,沈东,等.面向航路规划的Laguerre图构造算法[J].系统工程与电子技术,2013,35(3):552-556.  
WANG S L, WEI R X, SHEN D, et al. Laguerre diagram construction algorithm for path planning [ J ]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(3): 552-556 (in Chinese).
- [ 6 ] MASEHIAN E, AMIN-NASERI M R. A Voronoi diagram visibility graph-potential field compound algorithm for robot path planning [ J ]. Journal of Robotic Systems, 2004, 21(6): 275-300.
- [ 7 ] TOMONO M. Planning a path for finding targets under spatial uncertainties using a weighted Voronoi graph and visibility measure [ C ] // Proceedings of 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003: 124-129.
- [ 8 ] CORTES J, MARTINEZ S, BULLO F. Robust rendezvous for mobile autonomous agents via proximity graphs in arbitrary dimensions [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(8): 1289-1298.
- [ 9 ] 唐上钦,黄长强,胡杰,等.基于威胁等效和改进PSO算法的UCAV实时航路规划方法[J].系统工程与电子技术,2010,32(8):1706-1710.  
TANG S Q, HUANG C Q, HU J, et al. Threat equivalent and improved PSO algorithm based real-time method of UCAV route planning [ J ]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(8): 1706-1710 (in Chinese).
- [ 10 ] 莫松,黄俊,郑廷,等.基于改进快速扩展随机树方法的隐身无人机突防航迹规划[J].控制理论与应用,2014,31(3):375-385.  
MO S, HUANG J, ZHENG Z, et al. Stealth penetration path planning for stealth unmanned aerial vehicle based on improved rapidly-exploring-random-tree [ J ]. Control Theory & Application, 2014, 31(3): 375-385 (in Chinese).
- [ 11 ] MUJUMDAR A, PADHI R. Evolving philosophies on autonomous obstacle and collision avoidance of unmanned aerial vehicles [ J ]. Journal of Aerospace Computing Information and Communication, 2011, 8(2): 17-41.
- [ 12 ] WANG X, YADAV V, BALAKRISHNAN S N. Cooperative UAV formation flying with obstacle/collision avoidance [ J ]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(4): 672-679.
- [ 13 ] CALL B, BEARD R, TAYLOR C, et al. Obstacle avoidance for unmanned air vehicles using image feature tracking: AIAA-2006-6541 [ R ]. Reston: AIAA, 2006.
- [ 14 ] FREW E, LAWRENCE D, MORRIS S. Coordinated standoff tracking of moving targets using Lyapunov guidance vector field [ J ]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(2): 290-306.
- [ 15 ] RUANGWISSET A. Path generation for ground target tracking of airplane-typed UAV [ C ] // Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 1354-1358.
- [ 16 ] BELANGER J, DESBIENS A, GAGNON E. UAV guidance with respect of arrival specifications [ C ] // 16th Mediterranean Conference on Control and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1265-1270.
- [ 17 ] CHEN H, CHANG K C, AGATE C S. Tracking with UAV using tangent-plus-Lyapunov vector field guidance [ C ] // 12th International Conference on Information Fusion, FUSION'09. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 363-372.

作者简介:

祁晓明 男,博士研究生。主要研究方向:多无人机协同搜索决策方法。

E-mail: fancyxiaoming@163.com

魏瑞轩 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:多无人机自主协同控制。

Tel.: 17082452676

E-mail: 2856402009@qq.com

周凯 男,博士研究生。主要研究方向:多无人机协同控制方法。

E-mail: kaigemima@163.com

## Intelligent target following strategy design for UAV against multi-threats

QI Xiaoming, WEI Ruixuan\*, ZHOU Kai

(Aerospace Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** With the development of integrative combat, the task will be converted into target following mode when unmanned aerial vehicle (UAV) finishes searching ground moving target. Complex combat environment is considered, and the problem of UAV following moving target in the condition of multi-threats source are studied. An intelligent target following strategy based on decision trees is proposed in order to ensure the security of UAV and the precision of target following. Firstly, threat probability map (TPM) model was established. Secondly, the problem how to solve the minimum of TPM was researched. Then, the different rules were generated on the basis of the different priorities for object tasks by geometric method; the complete decision trees were established; the heading and speed commands of UAV were generated for different rules. Finally, simulation results demonstrate the validity of the proposed method.

**Key words:** threat modeling; unmanned aerial vehicle (UAV); gradient descent; rules; decision trees; target following; intelligent navigation

**Received:** 2015-05-11; **Accepted:** 2015-08-06; **Published online:** 2015-10-14 15:39

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1539.005.html

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China(61573373); Aeronautical Science Foundation of China (20135896027)

\* **Corresponding author.** Tel.: 17082452676 E-mail: 2856402009@qq.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0305

## 单人行走运动参数估计方法

孙忠胜, 王俊\*, 孙进平, 张耀天, 袁常顺, 向洪

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)



**摘 要:** 人体运动雷达微多普勒能够为目标识别提供特征。由于行人雷达回波的复杂性,从雷达回波中提取运动参数难度很大。为了实现目标精确识别,提出了一种估计单人行走平动速度、步态周期和步长的方法。首先应用广义S变换(GST)得到雷达回波的微多普勒谱,然后提取出躯干部位的微多普勒分量,并将此分量转为一维时间频率序列,最后从序列中直接估计行走的平动速度和步态周期,用这2个估计值间接估计步长。仿真实验证明:本文方法抗噪声性能好,当信噪比大于4 dB时,估计精度高。

**关键词:** 雷达; 微多普勒; 行人; 速度估计; 周期估计

**中图分类号:** TN957.51

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0789-07

人体运动是复杂的非刚体运动,运动形式复杂多样。行走是典型的人体运动,既包含整体的平动,又包含人体各部位的微运动,例如四肢的摆动和躯干的扭转等。对人体行走进行雷达探测、跟踪和识别能够获得多种信息,在战场侦察、安保监控、灾后搜救、医疗监护和运动力学研究等军用和民用领域有潜在的应用价值,因此,应用雷达对人体行走运动进行分析、分类和识别研究成为近年来重要的研究方向<sup>[1-4]</sup>。

人体行走过程中身体各部位的微动对雷达回波产生调制,引起雷达微多普勒现象<sup>[5-6]</sup>。雷达微多普勒中包含着人体各部位的运动信息,能够为目标探测、分类和识别提供依据。自Chen<sup>[7]</sup>将微多普勒概念引入雷达领域,基于雷达微多普勒的运动目标分析、分类和识别就得到了广泛的研究。例如,利用雷达微多普勒特征对不同的人体运动形式进行分类<sup>[2,4,8]</sup>,对人体行走(或称为人体步态)进行识别<sup>[9-12]</sup>等。对目标进行分类和识别,提取特征是其关键。除了微多普勒谱特征外,

目标的运动参数和物理参数也是一类重要的分类和识别特征。对于空间刚体目标,可以从雷达微多普勒中提取进动参数、几何参数<sup>[13-14]</sup>、章动角和惯量比<sup>[15]</sup>等,作为目标识别的特征。对于行人这种非刚体目标,提出了粒子滤波法<sup>[16]</sup>、基于模型的方法<sup>[17]</sup>和基于特征的方法<sup>[18]</sup>等估计方法,从雷达微多普勒中估计 Boulic 行走模型的参数。但是,这些人体运动参数估计方法的计算过程比较复杂,而且估计性能受到一定限制。基于模型的方法的估计精度受限于所建立的运动模型;而基于特征的方法和粒子滤波法由于需要用到腿部运动特征,不仅对信噪比要求较高,而且参数估计精度可能随目标的改变而变化。

目前,关于行人运动参数估计的研究还不是很充分,主要原因在于:行人雷达回波是多分量调频信号,各个信号分量在频域相互交叉重叠;身体各部位的雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)较小,而且在行走过程中不断地变化,造成身体各部位雷达回波信号强度不仅较弱,而且处

收稿日期: 2015-05-12; 录用日期: 2015-06-05; 网络出版时间: 2015-08-03 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.009.html

基金项目: 国家自然科学基金(61171122, 61201318, 61471019)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339203 E-mail: wangj203@buaa.edu.cn

**引用格式:** 孙忠胜, 王俊, 孙进平, 等. 单人行走运动参数估计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 789-795.

SUN Z S, WANG J, SUN J P, et al. Motion parameters estimation method of single walking human[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 789-795 (in Chinese).

于变化中。这些不利因素使得从行人雷达回波中提取运动参数非常困难。然而,人体行走运动参数反映了不同行人之间的步态差异,能够为人体运动目标识别提供精确的信息,因此,估计行人运动参数很有意义。

本文基于结构简单、成本低廉的单频连续波雷达,提出一种人体行走运动参数估计方法。该方法从雷达回波中提取出躯干微多普勒分量,经过拟合处理后,得到躯干分量的一维时间频率序列;再从这一序列中估计出行走的平动速度和步态周期,并根据这2个估计值估计出步长。该方法利用了2 s时长的雷达回波,计算简单,而且利用了回波强度较高的躯干信号分量,抗噪声性能较好,仿真实验结果证明估计的精度也很高。

## 1 单人行走雷达回波模型

人体各部位是刚体,但由于各部位是通过关节连接的,因此人体行走整体表现为非刚体运动。人体各部位的运动将对雷达回波产生复杂的调制作用,使回波信号中包含丰富的微多普勒分量。为了能够精确地分析微多普勒分量中蕴含的运动信息,建立人体行走模型是一个重要问题。Boulic行走模型<sup>[18-19]</sup>是在大量实验统计数据基础上应用运动力学原理建立的,应用比较广泛。依据Boulic行走模型,人在行走时,身体各部位处于连续的前后向加速和减速过程中,具有周期性。步态周期指单只脚跟连续2次接触地面之间的时间差。躯干的运动周期是步态周期的一半。躯干的前后向加速度曲线是正弦型函数,因此其微多普勒谱表现为正弦调频形式。另外,躯干在人体各部位中具有最大的RCS,因此回波强度最高。本文采用Boulic行走模型对单人行走的雷达微多普勒进行分析,具体的建模方法参见文献[18-19]。需要说明的是,为了更好地符合实际情况,本文将Boulic行走模型中参数的相对值转换为实际值。

行人和雷达的位置关系如图1所示。设使用单频连续波雷达,则人体某一部位的回波为

$$x(t) = A \exp\left[-j4\pi \frac{1}{\lambda}(r_0 + vt)\right] \quad (1)$$

式中: $A$ 为人体部位的回波强度; $\lambda$ 为雷达波长; $r_0$ 为雷达和行人之间的初始距离; $v$ 为身体部位的瞬时速度。

行人整体的雷达回波是人体各部位雷达回波的和:

$$S(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) = \sum_{i=1}^N A_i \exp\left[-j4\pi \frac{1}{\lambda}(r_{0i} + v_i t)\right] \quad (2)$$

式中: $i$ 为第*i*个身体部位。

图2为信噪比SNR = 20 dB条件下,身高1.8 m、行走速度为1.5 m/s的仿真人雷达回波的频谱。可以看出,行人雷达回波包含多个频率成分,从图2中难以区分人体各部位的信号分量。由于人体是非刚体,在行走过程中,各人体部位的微运动都会对雷达回波产生调制,而且调制形式比较复杂,各分量之间严重交叉重叠。对于这种复杂的多分量调频信号,如果采用直接多普勒处理法进行频率估计将是很困难的,而且由于分量之间的相互干扰,很难确定滤波器的参数,估计的精度也会受到很大限制。另外,从图2中也很难看出行走运动的周期性,无法有效地估计步态周期。因此,必须开发新的行人运动参数估计方法。

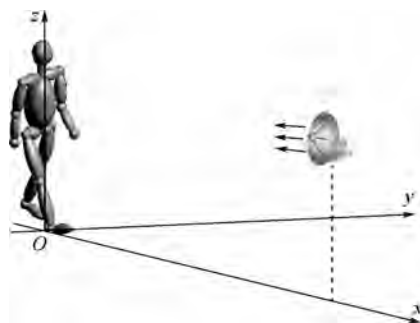


图1 行人和雷达位置关系

Fig. 1 Positional relationship between walking human and radar

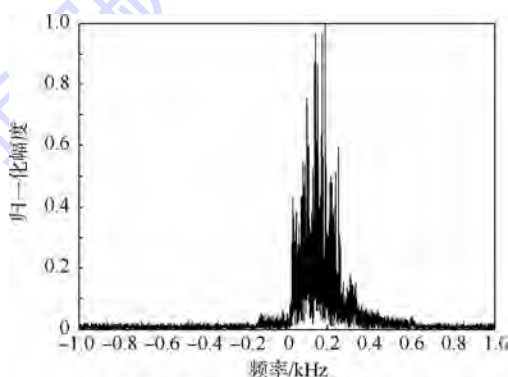


图2 行人雷达回波的频谱

Fig. 2 Frequency spectrum of radar echo from walking human

## 2 运动参数估计流程

人体行走运动参数估计的流程如图3所示。首先利用广义S变换(Generalized S Transform,

GST)得到雷达回波的微多普勒谱;然后从微多普勒谱中提取躯干的微多普勒分量,并将其转化为一维时间频率序列;最后基于躯干时间频率序列,利用平均法估计行走的平动速度,利用自相关函数(AUTOC)和平均幅度差函数(AMDF)相结合的方法(PreAUTOC-AMDF)<sup>[20]</sup>估计步态周期,在速度估计和周期估计的基础上估计步长。

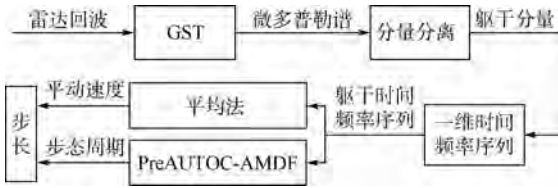


图3 人体行走运动参数估计流程

Fig.3 Flowchart of motion parameters estimation of walking human

人体行走运动参数估计方法具体步骤如下:

1) 应用GST得到微多普勒谱。人体行走雷达回波是时变非平稳信号,传统的傅里叶变换分析不适用,一般采用时频分析方法。高分辨率的时频谱是进行运动参数提取的基础。GST是一种线性变换,具有可变参数,能自适应地调节窗函数的形状和宽度,随着频率的变化改变分辨率,在高频段具有较高的时间分辨率,在低频段具有较高的频率分辨率,其不仅克服了短时傅里叶变换分辨率固定的缺点,还保留了多分辨率特性<sup>[21]</sup>。GST具有一定的自适应能力,分辨率较高,能更好地描述信号的局部特征,比较适合处理多分量的人体行走雷达回波信号<sup>[22]</sup>。本文用  $S_{md}(t, f)$  表示行人微多普勒谱。

2) 躯干分量分离。躯干分量微多普勒在  $S_{md}(t, f)$  中具有最大强度,而且具有正弦调频形式,从躯干分量中提取参数可以简化计算,一定程度上提高抗噪声能力。躯干分量的提取过程如下:

① 在初始谱  $S_{md}(t, f)$  上搜索每一个时间采样点的最大值,得到躯干的时频分布  $T_D(t, f)$ ,再从  $S_{md}(t, f)$  中减去  $T_D(t, f)$ ,得到新的微多普勒谱  $S'_{md}(t, f)$ 。

② 计算能量比。

$$P_r = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N T_D(t_i, f_j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S_{md}(t_i, f_j)} \quad (3)$$

式中:  $P_r$  为躯干回波能量和人体整体回波能量的比值;  $M$  为时间采样点数;  $N$  为频率采样

点数。

③ 当  $P_r < \text{thr}$  (thr 为事先设定的阈值) 时,以  $S'_{md}(t, f)$  为初始谱重复步骤①和步骤②,直至  $P_r \geq \text{thr}$ 。根据 Lund & Browder 表,躯干面积占身体总面积的 26%<sup>[23]</sup>,当雷达视角对目标 RCS 的影响较小,可以忽略时,可以认为躯干 RCS 约占人体总 RCS 的 26%,因此本文设定  $\text{thr} = 0.26$ 。

3) 一维时间频率序列转换。对于  $T_D(t, f)$  中每一个时间点,取各频点频率的平均值,作为此时时间点的频率值,舍去强度值,得到一维时间频率序列。对序列进行拟合处理,得到形状更好的正弦型序列,记为  $T_f(n)$ 。  $T_f(n)$  为躯干的瞬时频率序列。

4) 平动速度估计。在行走过程中,躯干速度以平动速度为中心,按照正弦形式波动,因此可以采用平均法估计平动速度。平动速度由式(4)和式(5)进行估计:

$$f_{\text{mean}} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M T_f(n) \quad (4)$$

$$\hat{v} = \frac{f_{\text{mean}} \lambda}{2} \quad (5)$$

式中:  $f_{\text{mean}}$  为躯干微多普勒平均值;  $\hat{v}$  为行走平动速度估计值。

5) 步态周期估计。采用 PreAUTOC-AMDF 方法估计步态周期。此方法将 AUTOC 周期估计函数和 AMDF 周期估计函数的倒数相乘,作为周期提取函数:

$$C(k) = \frac{1}{M-k} \sum_{n=1}^{M-k} T_f(n) T_f(n+k)}{\frac{1}{M-k} \sum_{n=1}^{M-k} |T_f(n+k) - T_f(n)| + \delta} \quad (6)$$

式中:  $k = 1, 2, \dots, M-1$ ;  $\delta$  为一个极小值,以防止分母为零。

步态周期估计为

$$\hat{T} = \frac{2(t_2 - t_1)}{m - 1} \quad (7)$$

式中:  $t_1$  和  $t_2$  分别为  $C(k)$  的第一个和最后一个峰值时间;  $m$  为  $C(k)$  的峰值数目;  $\hat{T}$  为步态周期估计值。

6) 步长估计。利用平动速度估计值和步态周期估计值估计步长:

$$\hat{L} = \hat{v} \hat{T} \quad (8)$$

### 3 仿真实验

采用计算机仿真方法对人体行走运动参数估计方法的有效性和抗噪声性能进行验证。

仿真实验采用 Boulic 行走模型建立单人行走模型,设定身高为 1.8 m,行走速度为 1.5 m/s,根据 Boulic 行走模型可得步态周期为 1.073 4 s,步长为 1.610 1 m。采用单频连续波雷达,雷达频率为 15 GHz。行人和雷达位置关系如图 1 所示,以地面为基准建立雷达坐标系,雷达视向与行走速度方向在一条直线上。人与雷达之间的初始距离为 20 m,面对雷达行走。雷达离地面高度为 1 m,基本与躯干参考点等高,可以忽略雷达视向和躯干速度方向之间夹角的影响。仿真中假定场景中无其他散射体。总仿真时间为 4 s,截取 1~3 s 仿真回波进行参数估计处理。在仿真实验中,添加的噪声为零均值的高斯白噪声。

这里,截取 2 s 时长的雷达回波进行处理,使行人的起始状态具有一定的随机性,更符合实际雷达测量情况。另外,步态周期一般不会超过 2 s,因此 2 s 时长的雷达回波既能保证步态周期估计的精度,又不至于使计算量过大。而且在 2 s 时间内,行走速度一般不会发生变化,采用平均法估

计行走平动速度是合理的。

### 3.1 有效性

在高信噪比条件下验证人体行走运动参数估计方法的有效性。SNR = 20 dB,进行 200 次 Monte Carlo 仿真实验,其中一次实验的估计过程结果如图 4 所示。图 4(b)为提取出的躯干微多普勒;图 4(c)为提取出的躯干的时间频率序列,与图 4(a)中微多普勒谱变化趋势一致,有较好的正弦形式,符合理论分析;图 4(d)为周期提取函数,具有 3 个尖锐的峰值,便于估计步态周期。

表 1 为 SNR = 20 dB 时参数估计结果。从估计均值和估计标准差来看,步态周期估计性能好于平动速度估计性能和步长估计性能。三者的估计均值较接近于理论值,其中平动速度估计的平均相对误差为 0.093 3%,步态周期估计的平均相对误差为 0.018 6%,步长估计的平均相对误差为 0.074 5%,证明人体行走运动参数估计方法在高信噪比条件下是有效的,并且达到了很高的估计精度。

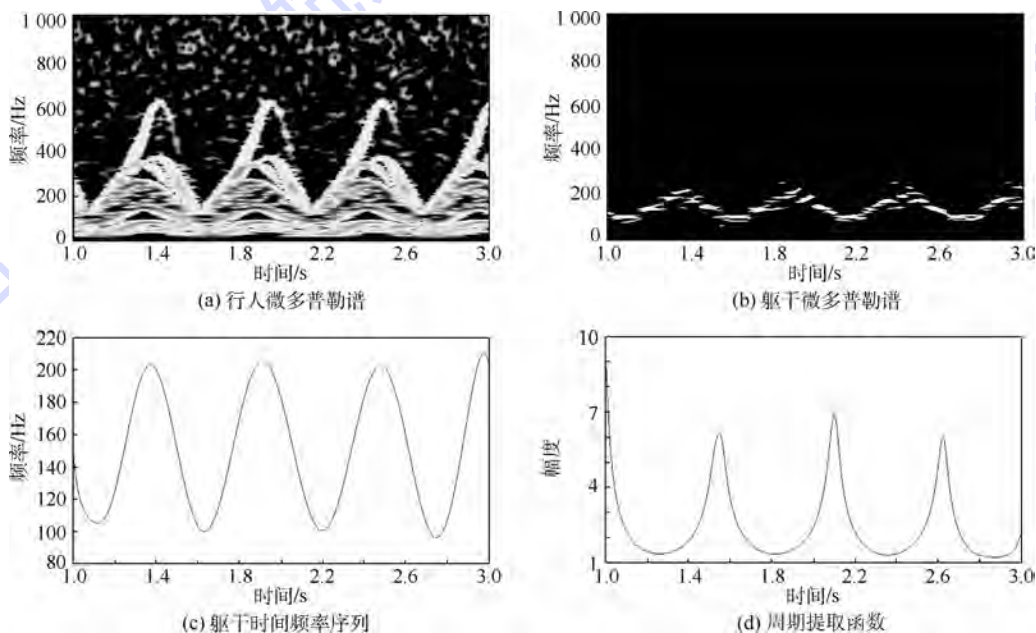


图 4 估计过程结果示例

Fig. 4 Example of estimation process results

表 1 SNR = 20 dB 时参数估计结果

Table 1 Results of parameters estimation at

SNR = 20 dB

参数	理论值	估计均值	估计标准差
平动速度/( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	1.500 0	1.498 6	0.004 9
步态周期/s	1.073 4	1.073 6	0.002 2
步长/m	1.610 1	1.608 9	0.006 5

### 3.2 抗噪声性能

SNR = 0 ~ 20 dB,分别进行 200 次 Monte Carlo

实验,验证人体行走运动参数估计方法的抗噪声性能。在不同 SNR 条件下,参数估计的均方根误差(RMSE)如图 5 所示。可以看出,随着 SNR 的增加,3 个参数估计的 RMSE 快速减小,并趋于一个很小的值。对于平动速度估计,当 SNR = 4 dB 时,估计的 RMSE = 0.017 4 m/s,当 SNR > 10 dB 时,估计的 RMSE < 0.006 0 m/s,并趋于稳定。对于步态周期估计,在图 5(b)的起始阶段,RMSE 随 SNR 的升高而下降的速度快于平动速度估计。

当 SNR = 4 dB 时,周期估计的 RMSE = 0.029 0 s,当 SNR = 5 dB 时,估计的 RMSE = 0.007 5 s,并随 SNR 的升高而趋于稳定,当 SNR > 10 dB 时, RMSE < 0.004 7 s。图 5(c) 的变化趋势和图 5(b) 极为相似,当 SNR = 4 dB 时, RMSE = 0.051 0 m,当 SNR = 5 dB 时, RMSE = 0.017 9 m,当 SNR > 10 dB 时, RMSE < 0.010 7 m。从图 5 可知,当 SNR > 4 dB 时,参数估计的精度很高。

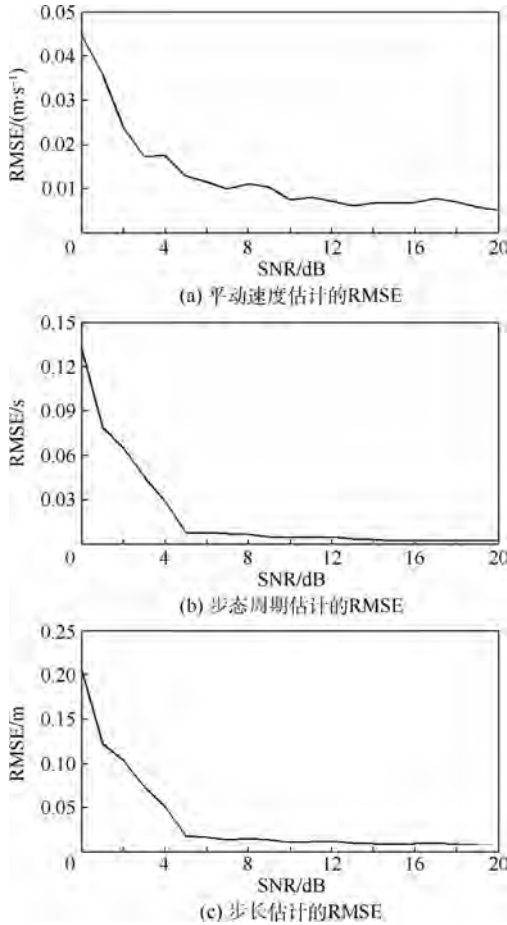


图5 不同 SNR 下参数估计的 RMSE

Fig. 5 RMSE of parameter estimation at different SNR

另外,从图 5 可知,步长估计的误差略大于平动速度估计和步态周期估计的误差,这是由于步长是通过平动速度和步态周期的估计值而间接得到的,存在误差积累。

## 4 结论

本文在分析行人雷达微多普勒特征的基础上,提出了一种基于微多普勒估计行人平动速度、步态周期和步长 3 个运动参数的方法。该方法具有如下特点:

- 1) 采用时频分辨率较高的 GST 获得微多普勒谱,能在一定程度上提高参数估计的精度。
- 2) 利用躯干微多普勒分量进行参数估计,不

仅简化了参数估计过程,还提高了抗噪声性能。仿真实验表明,在 SNR > 4 dB 时,本文方法能达到很高的估计精度,其中,平动速度估计的 RMSE < 0.017 4 m/s,步态周期估计的 RMSE < 0.029 0 s,步长估计的 RMSE < 0.051 0 m,可以为行人目标的精确识别提供依据。

3) 无需先验知识,不需要建立参数化模型,而是利用行人微多普勒的特点进行参数估计,计算简单。

4) 在参数估计过程中使用了 2 s 时长的雷达回波。2 s 一般只包含 1 ~ 2 个步态周期,假设 2 s 内行走平动速度和步态周期不变是符合实际情况的,并且 2 s 不会使数据量过大,影响计算速度。所以,本文提出的人体行走运动参数估计方法具有实用价值。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] TIVIVE F H C, PHUNG S, BOUZERDOUM A. An image-based approach for classification of human micro-Doppler radar signatures [ C ] // Proceedings of SPIE, Active and Passive Signatures IV. Bellingham, WA: SPIE, 2013: 873406-1-873406-12.
- [ 2 ] JAVIER R J, KIM Y. Application of linear predictive coding for human activity classification based on micro-Doppler signatures [ J ]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11(10):1831-1834.
- [ 3 ] MOLCHANOV P, ASTOLA J, EGIAZARIAN K, et al. Classification of ground moving targets using bicepstrum-based features extracted from micro-Doppler radar signatures [ J ]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2013, 61: 1-13.
- [ 4 ] FAIRCHILD D P, NARAYANAN R M. Classification of human motion using empirical mode decomposition of human micro-Doppler signatures [ J ]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2014, 8(5):425-434.
- [ 5 ] CHEN V C, LI F, HO S S, et al. Micro-Doppler effect in radar: Phenomenon, model, and simulation study [ J ]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1):2-21.
- [ 6 ] CHEN V C. Doppler signatures of radar backscattering from objects with micro-motions [ J ]. IET Signal Processing, 2008, 2(3):291-300.
- [ 7 ] CHEN V C. Analysis of radar micro-Doppler signature with time-frequency transform [ C ] // Proceedings of the 10th IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000:463-466.
- [ 8 ] KIM Y, LING H. Human activity classification based on micro-Doppler signatures using a support vector machine [ J ]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(5):1328-1337.
- [ 9 ] THAYAPARAN T, STANKOVIC L, DJUROVIC I. Micro-Doppler-based target detection and feature extraction in indoor and outdoor environments [ J ]. Journal of the Franklin Institute-

- Engineering and Applied Mathematics, 2008, 345 (6): 700-722.
- [10] BALLERI A, CHETTY K, WOODBRIDGE K. Classification of personnel targets by acoustic micro-Doppler signatures[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2011, 5(9): 943-951.
- [11] BILIK I, TABRIKIAN J, COHEN A. GMM-based target classification for ground surveillance Doppler radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1): 267-278.
- [12] BILIK I, TABRIKIAN J. Radar targets classification using Doppler signatures of human locomotion models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1510-1522.
- [13] LUO Y, ZHANG Q, YUAN N, et al. Three-dimensional precession feature extraction of space targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(2): 1313-1329.
- [14] 韩勋, 杜兰, 刘宏伟. 基于窄带雷达组网的空间锥体目标特征提取方法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(12): 2956-2962.  
HAN X, DU L, LIU H W. Feature extraction of space cone-shaped target based on narrow-band radar networks[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(12): 2956-2962 (in Chinese).
- [15] LEI P, SUN J P, WANG J, et al. Micromotion parameter estimation of free rigid targets based on radar micro-Doppler[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(10): 3776-3786.
- [16] GULDOGAN M B, GUSTAFSSON F, ORGUNER U, et al. Human gait parameter estimation based on micro-Doppler signatures using particle filters[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 5940-5943.
- [17] VAN DORP P, GROEN F C A. Human walking estimation with radar[J]. IEE Proceedings-Radar Sonar and Navigation, 2003, 150(5): 356-365.
- [18] VAN DORP P, GROEN F C A. Feature-based human motion parameter estimation with radar[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2008, 2(2): 135-145.
- [19] BOULIC R, THALMANN M N, THALMANN D. A global human walking model with real time kinematic personification[J]. Visual Computer, 1990, 6(6): 344-358.
- [20] 雷腾, 刘进忙, 李松, 等. 弹道目标进动周期特征提取新方法[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(1): 265-270.  
LEI T, LIU J M, LI S, et al. Novel micro-Doppler signature extraction method of ballistic midcourse target[J]. Computer Engineering and Applications, 2013, 49(1): 265-270 (in Chinese).
- [21] BISWAL M, DASH P K. Estimation of time-varying power quality indices with an adaptive window-based fast generalized S transform[J]. IET Science Measurement and Technology, 2012, 6(4): 189-197.
- [22] 孙忠胜, 王俊, 毕严先, 等. 基于广义 S 变换的多人微多普勒特征分析[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(7): 1291-1297.  
SUN Z S, WANG J, BI Y X, et al. Analysis of multi-human micro-Doppler signatures based on generalized S transform[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(7): 1291-1297 (in Chinese).
- [23] GEISHEIMER J L, GRENEKER E F, MARSHALL W S. A high-resolution Doppler model of human gait[C]//Proceedings of SPIE, Radar Sensor Technology and Data Visualization. Bellingham, WA: SPIE, 2002: 8-18.

#### 作者简介:

孙忠胜 男, 博士研究生。主要研究方向: 雷达目标识别。  
Tel.: 010-82339203  
E-mail: su127jdb@sina.com

王俊 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 雷达信号处理、实时信号处理。  
Tel.: 010-82339203  
E-mail: wangj203@buaa.edu.cn

孙进平 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 雷达成像、阵列信号处理。  
Tel.: 010-82339203  
E-mail: sunjinping@buaa.edu.cn

张耀天 男, 博士, 讲师, 硕士生导师。主要研究方向: 雷达微动信号处理。  
Tel.: 010-82339203  
E-mail: zhangyaotian@buaa.edu.cn

袁常顺 男, 博士研究生。主要研究方向: 雷达目标跟踪。  
Tel.: 010-82339203  
E-mail: yuchang61@126.com

向洪 男, 博士研究生。主要研究方向: 阵列信号处理。  
Tel.: 010-82339203  
E-mail: abc33021126@126.com

## Motion parameters estimation method of single walking human

SUN Zhongsheng, WANG Jun\*, SUN Jinping, ZHANG Yaotian, YUAN Changshun, XIANG Hong

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Radar micro-Doppler of human motion can provide signatures for target recognition. It is very difficult to extract motion parameters from radar echo of walking human because of its complexity. An estimation method of single walking human's bulk velocity, gait cycle and cycle length is proposed to realize accurate target recognition. First, the micro-Doppler spectrum of radar echo is obtained using generalized S transform (GST). Then, the micro-Doppler component of torso is extracted, and it is converted into one-dimensional time frequency sequence. Finally, the bulk velocity and gait cycle of walking are estimated directly from this time frequency sequence, and the cycle length is estimated from aforementioned estimations indirectly. The simulation results show that the proposed method has good performance of anti-noise and high estimation precision when signal-to-noise ratio is higher than 4 dB.

**Key words:** radar; micro-Doppler; walking human; velocity estimation; period estimation

**Received:** 2015-05-12; **Accepted:** 2015-06-05; **Published online:** 2015-08-03 14:23

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.009.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.009.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (61171122, 61201318, 61471019)

\* **Corresponding author.** Tel.: 010-82339203 E-mail: wangj203@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0309

# 一种高效计算各类基于方差灵敏度指标的方法



员婉莹, 吕震宙\*, 牟珊珊

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

**摘 要:** 为同时计算各类基于方差的灵敏度指标, 提出了基于空间分割和无迹变换(UT)的计算方法, 其可以重复利用一组样本点近似计算出基于方差的全局灵敏度指标(Sobol 指标)、基于方差的区域灵敏度指标以及基于方差的  $W$  指标。除此之外, 还对基于方差的  $W$  指标进行了改进, 改进的基于方差的  $W$  指标除包含原始指标所提供的信息外, 还包含了输入变量取不同实现区间时对输出响应方差影响的变异性, 可以更合理地反映调整输入变量的不同取值区间对输出离散程度的平均影响。数值算例以及工程算例的计算结果表明了本文方法在计算上的准确性以及改进的基于方差的  $W$  指标的合理性。

**关键词:** 空间分割; 无迹变换(UT); Sobol 指标; 区域灵敏度指标;  $W$  指标; 改进的  $W$  指标

中图分类号: TB114.3

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2016)04-0796-10

灵敏度分析主要研究模型的输出不确定性是如何分配到输入不确定性的<sup>[1]</sup>。研究输入对输出不确定性的影响程度, 有助于设计者选择更全面、合理和有效减小模型输出不确定性的方案。通常, 灵敏度分为局部灵敏度、全局灵敏度和区域灵敏度。局部灵敏度不能反映输入变量整个分布范围对输出响应不确定性的影响, 而全局灵敏度反映的是输入变量在其整个分布范围的不确定性对输出响应不确定的影响程度, 更具有实际应用的潜能。目前, 全局灵敏度的分析模型主要分为3类: 非参模型(相关系数模型)<sup>[2]</sup>、基于方差的模型<sup>[3-4]</sup>和矩独立模型<sup>[5-6]</sup>。在这些分析模型中, 基于方差的模型应用最为广泛, 由 Sobol 和 Kucherenko<sup>[3]</sup>提出, 满足“全局性、可量化性和模型独立性”。全局灵敏度分析这种平均的思想可以简单直观地从总体上把握输入变量对输出性能的影响, 但由于全局灵敏度是在全域内取平均, 因而有

可能掩盖输入变量取值区域对输出影响的重要信息, 因此, 进行区域灵敏度分析至关重要, 其主要度量的是输入变量不同取值区间对输出不确定性的贡献程度。Bolado-Lavin 等<sup>[7]</sup>提出样本均值贡献(Contribution to Sample Mean, CSM)曲线, 其衡量的是输入变量分布区间减缩时, 输出均值的变化。受 CSM 的启发, Tarantola 等<sup>[8]</sup>提出了样本方差贡献(Contribution to Sample Variance, CSV)曲线及相应的方差比函数。Wei 等<sup>[9]</sup>又对 CSM、CSV 及相应的均值比函数和方差比函数做了改进, 改进后的指标更真实地反映了输入变量的区间减缩后对输出均值和方差的贡献。在基于方差的区域灵敏度分析的基础上, Wei 等<sup>[10]</sup>提出了基于方差的  $W$  指标, 其反映的是输入变量取不同取值区间对输出方差的平均影响, 但是不能反映输入变量取不同取值区间时对输出方差影响的变异性。

收稿日期: 2015-05-14; 录用日期: 2015-07-04; 网络出版时间: 2015-09-08 16:52

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150908.1652.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(51475370); 中央高校基本科研业务费专项资金(3102015BJ(II)CG009)

\* 通讯作者: Tel.: 029-88460480 E-mail: zhenzhou@nwpu.edu.cn

**引用格式:** 员婉莹, 吕震宙, 牟珊珊. 一种高效计算各类基于方差灵敏度指标的方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 796-805. YUN W Y, LYU Z Z, MU S S. An efficient method for estimating various variance-based sensitivity indices[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 796-805 (in Chinese).

因此,本文对基于方差的  $W$  指标进行改进,改进后的指标既包含输入变量取不同取值区间对输出方差的平均影响,又包含不同取值区间对输出方差影响的变异性,使得改进后的  $W$  指标能够提供更为全面合理的输入变量的灵敏度信息。除此之外,本文还将空间分割 (Space-Partition, SP)、无迹变换 (Unscented Transformation, UT)<sup>[11]</sup> 和函数插值技术相结合构造了一类计算方法,只需一组 UT 样本点就可以近似计算基于方差的全局灵敏度指标、基于方差的区域灵敏度指标、基于方差的  $W$  指标和改进的基于方差的  $W$  指标,以便为设计人员提供更多重要性分析的有用信息。数值算例和工程算例的计算结果验证了本文方法的准确性和高效性。

## 1 各类基于方差的灵敏度指标

### 1.1 基于方差的全局灵敏度指标

设  $Y = g(\mathbf{X})$ ,  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  为  $n$  维随机变量,  $X_i$  对  $Y$  方差贡献的 1 阶指标定义如下<sup>[4]</sup>:

$$S_i = \frac{V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y | X_i))}{V(Y)} \quad (1)$$

式中:  $V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y | X_i))$  为衡量  $X_i$  固定在其整个分布域时对模型输出方差的平均减小量,  $\mathbf{X}_{-i}$  为除去  $X_i$  变量的其他输入变量组成的向量;  $V(Y)$  为模型输出的总方差。  $S_i$  越大,  $X_i$  对输出方差的影响越大,即该变量越重要。对于一组输入变量  $\mathbf{X}_R = (X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_r})$  ( $X_{i_r} \in (X_1, X_2, \dots, X_n), r \in \{1, 2, \dots, n\}$ ), 其  $r$  阶方差贡献指标  $S_R$  有类似定义:

$$S_R = \frac{V_{X_R}(E_{X_{-R}}(Y | \mathbf{X}_R))}{V(Y)} \quad (2)$$

1 阶方差贡献总指标以及  $r$  阶方差贡献总指标定义如下:

$$S_{Ti} = \frac{V(Y) - V_{X_{-i}}(E_{X_i}(Y | X_{-i}))}{V(Y)} \quad (3)$$

$$S_{TR} = \frac{V(Y) - V_{X_{-R}}(E_{X_R}(Y | X_{-R}))}{V(Y)} \quad (4)$$

### 1.2 基于方差的区域灵敏度指标

本文采用 Wei 等<sup>[9]</sup> 改进的区域灵敏度指标进行计算分析。当  $X_i$  的分布范围从原始的  $[-\infty, +\infty]$  减缩到  $[u, v]$  时,模型输出均值为

$$E(Y^{[u,v]}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \int_u^v g(\mathbf{x}) f_{X_i}^*(x_i) \prod_{j=1, j \neq i}^n f_{X_j}(x_j) \mathrm{d}\mathbf{x} \quad (5)$$

式中:  $f_{X_i}^*(x_i) = f_{X_i}(x_i) / \int_u^v f_{X_i}(x_i) \mathrm{d}x_i$  为  $X_i$  在减缩

区间内的概率密度函数;  $u = F_{X_i}^{-1}(q_1)$ ;  $v = F_{X_i}^{-1}(q_2)$  ( $F_{X_i}^{-1}(\cdot)$  为第  $i$  个输入变量的累积分布函数的逆函数,  $q_2 > q_1 \in [0, 1]$ )。

输入变量  $X_i$  的均值比函数定义如下:

$$\text{HM}_i(q_1, q_2) = \frac{E(Y^{[u,v]})}{E(Y)} \quad (6)$$

式中:  $E(Y)$  为模型输出的均值,计算式如下:

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} g(\mathbf{x}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \mathrm{d}\mathbf{x} \quad (7)$$

类似地,当  $X_i$  的分布范围从原始的  $[-\infty, +\infty]$  减缩到  $[u, v]$  时,模型输出方差为

$$V(Y^{[u,v]}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \int_u^v (g(\mathbf{x}) - E(Y^{[u,v]}))^2 f_{X_i}^*(x_i) \prod_{j=1, j \neq i}^n f_{X_j}(x_j) \mathrm{d}\mathbf{x} \quad (8)$$

相应地,输入变量  $X_i$  的方差比函数定义如下:

$$\text{HV}_i(q_1, q_2) = \frac{V(Y^{[u,v]})}{V(Y)} \quad (9)$$

通过三维的  $\text{HM}_i(q_1, q_2)$  和  $\text{HV}_i(q_1, q_2)$  图像可以清楚地读出  $X_i$  变量减缩到任意区间  $[F_{X_i}^{-1}(q_1), F_{X_i}^{-1}(q_2)]$  时所对应的均值与原始均值的比值以及方差与原始方差的比值,从而直接为设计人员提供更多有用的减小输出不确定性的信息。

### 1.3 基于方差的 $W$ 指标

文献[10]对于输入变量  $X_i$  定义了其基于方差的  $W$  指标如下:

$$W_i = \frac{E_{Q_i}(V(Y) - V_{X_i}(Y | X_i \in U_i))}{V(Y)} = \frac{1 - \frac{E_{Q_i}(V_{X_i}(Y | X_i \in U_i))}{V(Y)}}{1} \quad (10)$$

式中:  $Q_i$  为在  $X_i$  原始取值范围内抽取的  $N$  个不同子区间所对应的区间上下界的分位数:

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_{i_1}(1) & q_{i_1}(2) & \dots & q_{i_1}(N) \\ q_{i_2}(1) & q_{i_2}(2) & \dots & q_{i_2}(N) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$V_{X_i}(Y | X_i \in U_i)$  为  $X_i$  属于  $U_i$  区间而  $\mathbf{X}_{-i}$  变量在其整个分布范围内变化时所对应的输出方差。  $Q_i$  包括了  $U_i$  的所有可能,因此,基于方差的  $W$  指标反映的是输入变量固定在其分布范围的任意子区间内对输出方差的平均影响。对于  $W$  总指标,文献[10]也给出了相应的定义:

$$W_{Ti} = \frac{E_{Q_i}(V_{X_i}(Y | X_{-i} \in U_{-i}))}{V(Y)} \quad (12)$$

文献[10]同时证明了基于方差的  $W$  指标与方差比函数  $\text{HV}_i(q_1, q_2)$  的关系:

$$W_i = 1 - \int_0^1 \int_{q_{i1}}^1 \text{HV}_i(q_{i1}, q_{i2}) \frac{1}{1 - q_{i1}} dq_{i1} dq_{i2} = 1 - E_{Q_i}(\text{HV}_i(q_{i1}, q_{i2})) \quad (13)$$

从基于方差的  $W$  指标的定义可以看出,其仅是  $X_i$  取所有可能的分布子区间时对输出方差的平均影响,可能掩盖了  $X_i$  在某个子区间对输出方差  $V(Y)$  的较大影响项,因此,更合理的基于方差的  $W$  指标的定义不仅需包含平均影响项(即原始的基于方差的  $W$  指标所提供的信息),还需包含影响  $X_i$  取不同分布子区间对输出方差影响的变异性,基于此,本文在第 2 节将对原始的基于方差的  $W$  指标进行修正。

## 2 改进的基于方差的 $W$ 指标

第 1.3 节分析了原始的基于方差的  $W$  指标存在的不足,本节将对其进行一定的修正。为避免  $X_i$  取不同分布子区间时对输出方差影响的正负抵消,对原始的基于方差的  $W$  指标的改进如下:

$$W_i^r = \frac{\sqrt{E_{Q_i}(V(Y) - V_x(Y|X_i \in U_i))^2}}{V(Y)} \quad (14)$$

通过平方项的添加,使原本影响的正负抵消现象得以消除,取而代之的是正负抵消项的累加,这更能真实反映  $X_i$  在不同分布子区间内对输出方差的平均影响。对式(14)作进一步推导可得

$$\begin{aligned} W_i^r &= \frac{\sqrt{E_{Q_i}(V(Y) - V_x(Y|X_i \in U_i))^2}}{V(Y)} = \\ &= \sqrt{E_{Q_i}^2(V(Y) - V_x(Y|X_i \in U_i)) + V_{Q_i}(V(Y) - V_x(Y|X_i \in U_i))} / V(Y) = \\ &= \{ [E_{Q_i}^2(V(Y) - V_x(Y|X_i \in U_i)) + V_{Q_i}(V(Y) - V_x(Y|X_i \in U_i))] / V^2(Y) \}^{\frac{1}{2}} = \\ &= \sqrt{W_i^2 + V_{Q_i} \left( \frac{V(Y) - V_x(Y|X_i \in U_i)}{V(Y)} \right)} = \\ &= \sqrt{W_i^2 + V_{Q_i}(\text{HV}_i(q_{i1}, q_{i2}))} \quad (15) \end{aligned}$$

从式(15)可以看出,改进的基于方差的  $W$  指标既包含了原始的基于方差的  $W$  指标,又包含了  $X_i$  在不同分布子区间内对输出方差影响的变异性,因而改进的基于方差的  $W$  指标较原始的基于方差的  $W$  指标更全面。

## 3 各类基于方差灵敏度指标的近似计算方法

通过第 1 节对各类基于方差的灵敏度指标的回顾以及第 2 节对原始的基于方差的  $W$  指标的

改进,可以看出,不同的灵敏度指标侧重反映不同的信息,为了给设计人员提供全方位、多角度的输入变量重要性信息,需要从区域和全局双重的角度进行研究,这样可以在把握输入变量对输出性能影响的总体信息的基础上,全面把握输入变量随机取值的任意区域对输出性能影响的详细信息,既不因总体上的综合而遮盖区域的重要影响信息,又不因区域的繁多信息而影响对输入不确定性影响的总体上的把握。本节将空间分割、UT 和函数插值技术相结合构造一种近似计算方法,其只需一组 UT 样本点就可以同时近似计算各类基于方差的灵敏度指标。

### 3.1 输出响应均值和方差的计算

由文献[11]可知,UT 方法首先根据输入变量概率分布的一些特征(如均值和协方差)确定产生一组 Sigma 点以及相应的权重。然后将 Sigma 点代入非线性函数中,得到变换的 Sigma 点,这些变换后的 Sigma 点可以用来估计非线性函数的均值和协方差。低阶 UT 在仅匹配先验状态均值和协方差的情况下,对非线性函数  $Y = g(\mathbf{X})$  的均值和方差的估计:  $\bar{z} = \sum_{i=1}^p w_i z_i$  和  $\bar{V} = \sum_{i=1}^p w_i (z_i - \bar{z})^2$  可以达到 3 阶精度<sup>[12]</sup>,  $w_i$  为相应的权值,  $p$  为 Sigma 点个数,  $z_i$  为 Sigma 点代入到非线性函数中得到的变换的样本点,  $\bar{z}$  为非线性函数  $g(\mathbf{X})$  的均值估计值,  $\bar{V}$  为非线性函数  $g(\mathbf{X})$  的方差估计值。对于高度非线性的输出响应函数均值和方差的计算,UT 方法将失效。本文将空间分割和 UT 方法结合,计算非线性程度较高的输出响应函数的均值和方差。其基本思想为:将求解  $E(Y)$  和  $V(Y)$  的积分全域进行分割,则在子空间内局部函数的非线性程度将大大低于全域函数的非线性程度,使得在局部区域采用 UT 方法可得到高精度的解。输入变量组成的积分全域分割也为本文利用一组 UT 样本点计算各类方差指标创造了良好的前期准备条件。

空间分割结合 UT 方法(SP-UT)计算  $E(Y)$  和  $V(Y)$  的步骤如下:将每一维输入空间  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$  等概率地划分为  $N_i$  个互不重叠且充满整个取值区域的子区间  $A_{ji} = [a_{j1-i}, a_{j2-i}] (j = 1, 2, \dots, N_i)$ , 在此划分下输出响应  $Y$  的均值  $E(Y)$  和方差  $V(Y)$  如下:

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(g(\mathbf{X})) = \int \dots \int g(\mathbf{x}) f_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \\ &= \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} \int_{a_{j_1-1}}^{a_{j_1}} \int_{a_{j_2-1}}^{a_{j_2}} \dots \int_{a_{j_n-1}}^{a_{j_n}} g(\mathbf{x}) f_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (16) \end{aligned}$$

在子积分空间  $A_{j_1, j_2, \dots, j_n} = A_{j_1} \cap A_{j_2} \cap \dots \cap A_{j_n} =$

$\bigcap_{k=1}^n x_{j_k} \in [a_{j_{k-1}}, a_{j_k}] (j_k \in \{1, 2, \dots, N_k\}, k=1, 2, \dots, n)$  中,  $\mathbf{X}$  的联合密度函数变为

$$f_{\mathbf{X}(j_1, j_2, \dots, j_n)}^*(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})}{\int_{a_{j_1-1}}^{a_{j_1}} \int_{a_{j_2-1}}^{a_{j_2}} \dots \int_{a_{j_n-1}}^{a_{j_n}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}} & \mathbf{x} \in A_{j_1, j_2, \dots, j_n} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

因此,式(16)可以等价表示为

$$E(Y) = \int \dots \int g(\mathbf{x}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} = \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} P_{j_1, j_2, \dots, j_n} \cdot \int_{a_{j_1-1}}^{a_{j_1}} \int_{a_{j_2-1}}^{a_{j_2}} \dots \int_{a_{j_n-1}}^{a_{j_n}} g(\mathbf{x}) f_{\mathbf{X}(j_1, j_2, \dots, j_n)}^*(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad (18)$$

式中:  $P_{j_1, j_2, \dots, j_n} = \int_{a_{j_1-1}}^{a_{j_1}} \int_{a_{j_2-1}}^{a_{j_2}} \dots \int_{a_{j_n-1}}^{a_{j_n}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}$  为  $\mathbf{x} \in A_{j_1, j_2, \dots, j_n}$  的概率。在减缩的子空间  $A_{j_1, j_2, \dots, j_n}$  内应用 UT 方法可得

$$E(Y) = \int \dots \int g(\mathbf{x}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \approx \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} P_{j_1, j_2, \dots, j_n} \left( \sum_{l=1}^{2n+1} w_l g(\mathbf{s}_l) \right) \quad (19)$$

式中:  $w_l (l=1, 2, \dots, 2n+1)$  和  $\mathbf{s}_l (l=1, 2, \dots, 2n+1)$  分别为由减缩空间  $A_{j_1, j_2, \dots, j_n}$  内的概率密度函数  $f_{\mathbf{X}(j_1, j_2, \dots, j_n)}^*(\mathbf{x})$  产生的  $\mathbf{X}$  的第  $l$  个权值及相应的  $n$  维 Sigma 点。

类似地,输出响应的方差为

$$V(Y) = \int \dots \int (g(\mathbf{x}) - E(g(\mathbf{x})))^2 f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \approx \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} P_{j_1, j_2, \dots, j_n} \cdot \left( \sum_{l=1}^{2n+1} w_l (g(\mathbf{s}_l) - E(Y))^2 \right) \quad (20)$$

### 3.2 基于方差的全局灵敏度指标的计算

文献[13]给出了基于方差的全局灵敏度指标的近似计算公式,对于 1 阶方差指标有如下近似:

$$S_i = \frac{V(Y) - E_{X_i}(V_{X_i}(Y|X_i))}{V(Y)} \approx 1 - \frac{\sum_{j_i=1}^{N_i} P_{j_i}(V(Y)(X_i \in A_{j_i}))}{V(Y)} \quad (21)$$

式(21)的前提假设是:当输入变量  $X_i$  所对应的取值区间划分较小时,近似计算值收敛于真

值。本节主要给出重复利用 UT 样本计算 1 阶方差全局灵敏度指标的近似表达:

$$V(Y)(X_i \in A_{j_i}) = \int \dots \int (g(\mathbf{x}) - E(Y)(X_i \in A_{j_i}))^2 \cdot f_{\mathbf{X}}^{(X_i \in A_{j_i})}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \approx \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_{i-1}=1}^{N_{i-1}} \sum_{j_{i+1}=1}^{N_{i+1}} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_{i+1}, \dots, j_n} \cdot \sum_{l=1}^{2n+1} w_l (g(\mathbf{s}_l) - E(Y)(X_i \in A_{j_i}))^2 \quad (22)$$

式中:

$$P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_{i+1}, \dots, j_n} = \int_{a_{j_1-1}}^{a_{j_1}} \int_{a_{j_2-1}}^{a_{j_2}} \dots \int_{a_{j_{i-1}-1}}^{a_{j_{i-1}}} \int_{a_{j_{i+1}-1}}^{a_{j_{i+1}}} \dots \int_{a_{j_n-1}}^{a_{j_n}} f_{\mathbf{X}}^{(X_i \in A_{j_i})}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}$$

其中:  $f_{\mathbf{X}}^{(X_i \in A_{j_i})}(\mathbf{x})$  为  $X_i$  属于  $A_{j_i}$  子区间而其他变量处于原始积分域的联合概率密度函数,即

$$f_{\mathbf{X}}^{(X_i \in A_{j_i})}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})}{\int \dots \int_{a_{j_i-1}}^{a_{j_i}} \dots \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}} & x_i \in A_{j_i} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (23)$$

$w_l$  和  $\mathbf{s}_l$  则是由如下密度函数产生的  $\mathbf{X}$  的第  $l$  个权值及相应的  $n$  维 Sigma 点。

$$f_{\mathbf{X}(j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_{i+1}, \dots, j_n)}^*(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{f_{\mathbf{X}}^{(X_i \in A_{j_i})}(\mathbf{x})}{P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_{i+1}, \dots, j_n}} & \mathbf{x} \in (A_{j_1} \cap A_{j_2} \cap \dots \cap A_{j_{i-1}} \cap A_{j_i} \cap A_{j_{i+1}} \cap \dots \cap A_{j_n}) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (24)$$

$E(Y)(X_i \in A_{j_i})$  采用 SP-UT 估算的表达式为

$$E(Y)(X_i \in A_{j_i}) = \int \dots \int g(\mathbf{x}) f_{\mathbf{X}}^{(X_i \in A_{j_i})}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \approx \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_{i-1}=1}^{N_{i-1}} \sum_{j_{i+1}=1}^{N_{i+1}} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_{i+1}, \dots, j_n} \cdot \left( \sum_{l=1}^{2n+1} w_l g(\mathbf{s}_l) \right) \quad (25)$$

重复利用计算无条件均值和方差所产生的子空间内的 UT 样本点近似计算方差全局灵敏度指标的公式如下:

$$S_i \approx 1 - \frac{1}{V(Y)} \left\{ \sum_{j_i=1}^{N_i} (F_{X_i}(a_{j_i}) - F_{X_i}(a_{j_i} - 1)) \cdot \left[ \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_{i-1}=1}^{N_{i-1}} \sum_{j_{i+1}=1}^{N_{i+1}} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_{i+1}, \dots, j_n} \cdot \left( \sum_{l=1}^{2n+1} w_l (g(\mathbf{s}_l) - E(Y)(X_i \in A_{j_i}))^2 \right) \right] \right\} \quad (26)$$

### 3.3 均值比函数、方差比函数、基于方差的 W 指标及改进的基于方差的 W 指标的计算

重复利用计算无条件均值和方差所产生的空间划分及相应的样本点得到均值比函数和方差比函数的三维图像的具体流程如下。

1) 在计算无条件均值和方差中,每一维输入变量区间被划分为  $N_i$  个子区间,则  $X_i$  变量分布区间相应分位数向量  $\mathbf{B}$  为:  $(0, \frac{1}{N_i}, \frac{2}{N_i}, \dots, 1)$ 。

2) 满足  $q_1, q_2 \in \mathbf{B}$  且  $q_2 > q_1$  的区间有  $N_i(N_i + 1)/2$  个,计算每一个可能区间的  $HM_i$  和  $HV_i$ ,如下:

$$E(Y^{[F_i^{-1}(q_1), F_i^{-1}(q_2)]}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{F_i^{-1}(q_1)}^{F_i^{-1}(q_2)} g(\mathbf{x}) \cdot \frac{f_{X_i}(x_i)}{\int_{F_i^{-1}(q_1)}^{F_i^{-1}(q_2)} f_i(z) dz} \prod_{j=1, j \neq i}^n f_{X_j}(x_j) d\mathbf{x} = P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_i, j_{i+1}, \dots, j_n} \cdot \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_i=q_1 N_i}^{q_2 N_i} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} \left( \sum_{j=1}^{2n+1} w_j g(s_j) \right) \quad (27)$$

式中:  $P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_i, j_{i+1}, \dots, j_n} = \frac{1}{q_2 N_i - q_1 N_i} \prod_{j=1, j \neq i}^n \frac{1}{N_j}$ ;  $w_l$  和  $s_l$  为由如下密度函数产生的  $\mathbf{X}$  的第  $l$  个权值和相应的  $n$  维 Sigma 点。

$$f_{\mathbf{X}}^*(X_i \in A_{j_i}, A_{j_i} \in [F_i^{-1}(q_2), F_i^{-1}(q_1)]) = \int_{\mathbf{X}(j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_i, j_{i+1}, \dots, j_n)} \begin{cases} \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})}{\left( \int_{F_i^{-1}(q_1)}^{F_i^{-1}(q_2)} f_{X_i}(z) dz \right) \left( \int_{a_{j_i-1}}^{a_{j_i}} f_{X_i}(z) dz \right)} & x_i \in A_{j_i} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (28)$$

类似地,计算  $V(Y^{[F_i^{-1}(q_1), F_i^{-1}(q_2)]})$  如下:

$$V(Y^{[F_i^{-1}(q_1), F_i^{-1}(q_2)]}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{F_i^{-1}(q_1)}^{F_i^{-1}(q_2)} (g(\mathbf{x}) - E(Y^{[F_i^{-1}(q_1), F_i^{-1}(q_2)]}))^2 \cdot \frac{f_{X_i}(x_i)}{\int_{F_i^{-1}(q_1)}^{F_i^{-1}(q_2)} f_i(z) dz} \prod_{j=1, j \neq i}^n f_{X_j}(x_j) d\mathbf{x} = P_{j_1, j_2, \dots, j_{i-1}, j_i, j_{i+1}, \dots, j_n} \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \dots \sum_{j_i=q_1 N_i}^{q_2 N_i} \dots \sum_{j_n=1}^{N_n} \sum_{l=1}^{2n+1} w_l (g(s_l) - E(Y^{[F_i^{-1}(q_1), F_i^{-1}(q_2)]}))^2 \quad (29)$$

3) 根据步骤 2) 计算的结果画出  $HM_i$  和  $HV_i$  与分位数  $q_1, q_2$  的关系图。

式(13)和式(15)分别建立了方差比函数和基于方差的 W 指标及改进的基于方差的 W 指标

的关系,则在计算得到的 HV 图中,可以通过函数插值技术得到任意区间对应的输出响应函数的方差值,进而近似得到对应的基于方差的 W 指标和改进的基于方差的 W 指标。

### 3.4 SP-UT 方法的计算量

采用标准 UT,每个子空间内产生  $p = 2n + 1$  个 Sigma 点,由于  $w_0 = 0$ ,因此每个子空间内实际模型调用次数为  $p = 2n$ ,总计算量为:  $(\prod_{i=1}^n N_i) 2n$ 。可以看出,本文方法主要针对输入变量维数较低的问题。

## 4 算例验证

**算例 1** Sobol's G 函数<sup>[14]</sup>。由于其强的非单调性和强的非线性,在灵敏度分析中被广泛作为验证算例。数学表达式如下:

$$Y = G(X_1, X_2, \dots, X_n; a_1, a_2, \dots, a_n) = \prod_{i=1}^n g_i \quad (30)$$

$$g_i = \frac{|4X_i - 2| + a_i}{1 + a_i} \quad (31)$$

式中:  $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$  为决定哪个输入变量比较重要的常数。在该算例中,选择  $n = 3, a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 2$ 。将输入变量空间划分为  $10 \times 10 \times 10$  的子空间,在每个子空间中利用 UT 方法进行采样,重复利用这 6000 个样本点计算出了基于方差的全局灵敏度指标的近似计算结果(见表 1),均值比函数、方差比函数的三维图(见图 1、图 2),原始的基于方差的 W 指标(见表 2),以及改进的基于方差的 W 指标的计算结果(见图 3),与原始的基于方差的 W 指标的计算结果对比说明,  $X_2$  和  $X_3$  变量在不同取值区间对无条件方差  $V(Y)$  影响大小的变异性较大。从 SP-UT 的计算结果中可以看出,其与 Monte Carlo 模拟(MCS)法使用大样本计算的结果是非常接近的,从而可以得出本文方法的准确性。并且通过一组样本点,得到了不同方差分析指标的结果,从不同角度全面地为设计分析人员提供了有价值的信息。

表 1 Sobol's G 函数的基于方差的全局灵敏度指标计算结果

Table 1 Calculation results of variance-based global sensitivity indices of Sobol's G function						
方法	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_{12}$	$S_{23}$	$S_{13}$
SP-UT	0.6427	0.1607	0.0714	0.8548	0.2378	0.7370
MCS	0.6305	0.1563	0.0719	0.9205	0.2396	0.7839
解析解 <sup>[14]</sup>	0.6694	0.1674	0.0744	0.8926	0.2479	0.7686

注: MCS 的计算量为  $1.001 \times 10^6$ 。

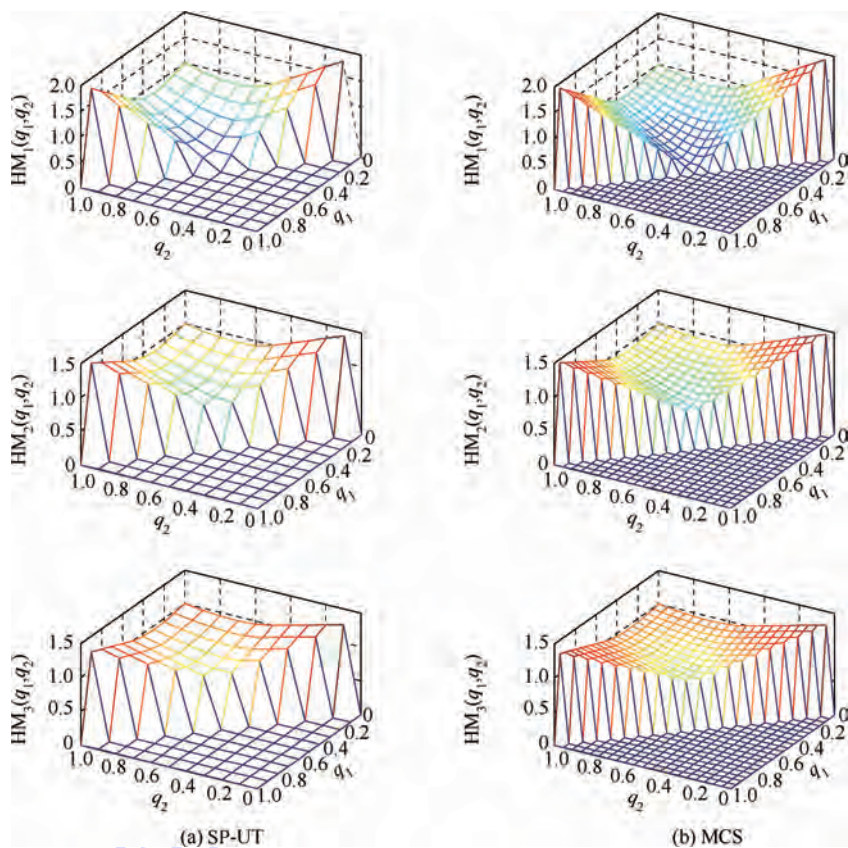


图 1 Sobol's G 函数均值比函数三维图

Fig. 1 3D plots of mean ratio functions of Sobol's G function

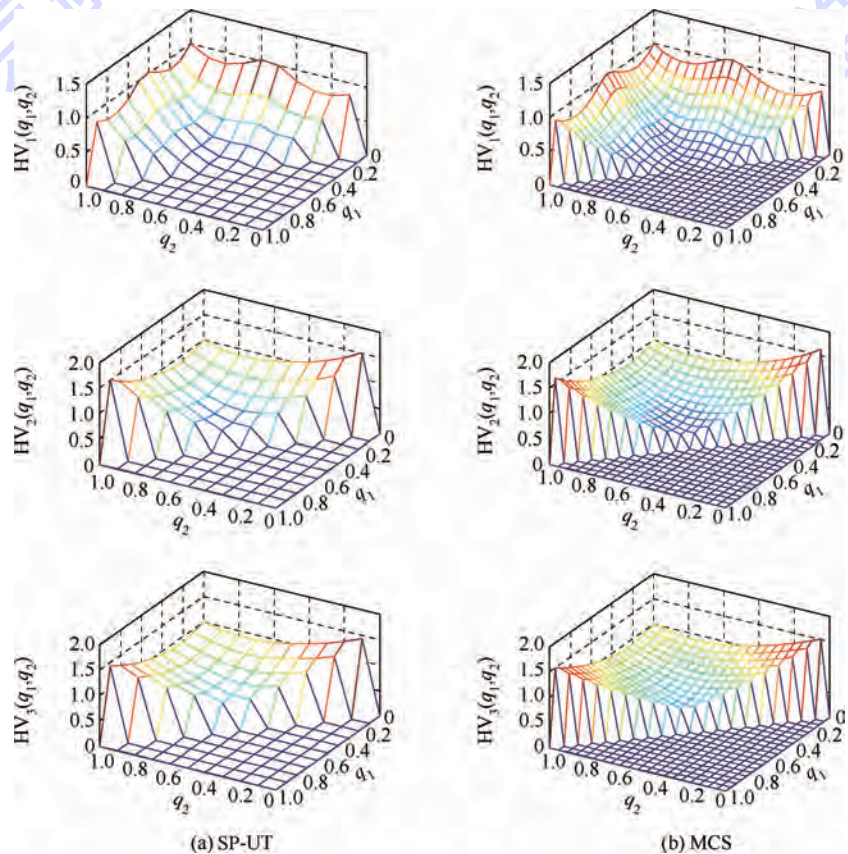


图 2 Sobol's G 函数方差比函数三维图

Fig. 2 3D plots of variance ratio functions of Sobol's G function

表2 Sobol's G函数的原始的基于方差的W指标的计算结果

Table 2 Calculation results of variance-based W indices of Sobol's G function

方法	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_{T1}$	$W_{T2}$	$W_{T3}$
SP-UT	0.5240 (0.0062)	0.2020 (0.0066)	0.1056 (0.0052)	0.6923 (0.0084)	0.3933 (0.0084)	0.3252 (0.0059)
MCS	0.5291	0.1615	0.0830	0.7716	0.3966	0.3137

注:小括号中的数表示抽取30组2000个插值区间计算出的基于方差的W指标的标准差,MCS的计算量为 $6 \times 10^6$ 。

算例2 一根钢筋混凝土梁<sup>[15]</sup>,其极限状态函数为

$$G(A_s, F_Y, F_c) = A_s F_Y d - 0.59 \frac{(A_s F_Y)^2}{F_c b} - Q \quad (32)$$

式中: $A_s$ 、 $F_Y$ 、 $F_c$ 、 $Q$ 、 $d$ 和 $b$ 分别为加强截面、钢的屈服强度、混凝土抗压强度、总弯矩、梁的高度和宽度。 $Q$ 、 $d$ 和 $b$ 为已知常量,分别为2052 kN·cm、

19 cm和12 cm。 $A_s$ 、 $F_Y$ 和 $F_c$ 的统计特性如表3所示。采用 $10 \times 10 \times 10$ 的空间分割策略,即通过6000次的模型调用就可以计算出各类基于方差的重要性分析指标,计算结果见表4、表5、图4~图6。

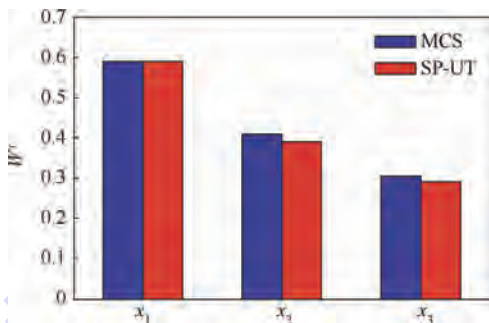


图3 Sobol's G函数的改进的基于方差的W指标的计算结果

Fig.3 Calculation results of variance-based modified W indices of Sobol's G function

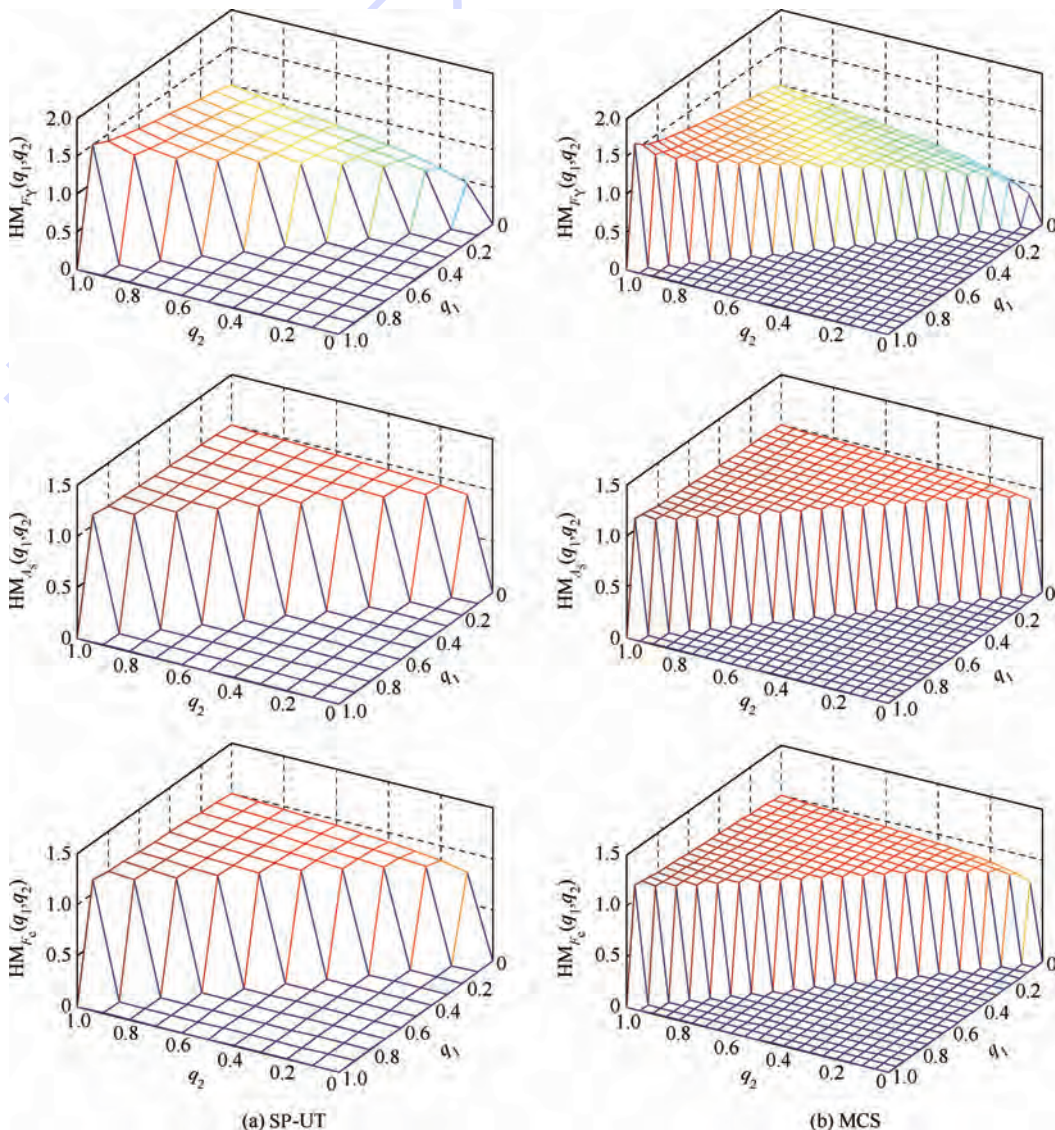


图4 钢筋混凝土梁结构的均值比函数三维图

Fig.4 3D plots of mean ratio functions of reinforced concrete beam

表3 钢筋混凝土梁输入随机变量的分布参数

Table 3 Distribution parameters of random variables of reinforced concrete beam

输入变量	均值	变异系数	分布类型
$F_Y / (\text{kN} \cdot \text{cm}^{-2})$	44	0.105	正态
$A_s / \text{cm}^2$	4.08	0.02	正态
$F_c / (\text{kN} \cdot \text{cm}^{-2})$	3.12	0.14	正态

表4 钢筋混凝土梁结构的基于方差的全局灵敏度指标计算结果

Table 4 Calculation results of variance-based global sensitivity indices of reinforced concrete beam

方法	$S_{F_Y}$	$S_{A_s}$	$S_{F_c}$	$S_{F_Y A_s}$	$S_{F_Y F_c}$	$S_{A_s F_c}$
SP-UT	0.8424	0.0304	0.0805	0.8767	0.9231	0.1169
MCS	0.8686	0.0312	0.0871	0.8988	0.9575	0.1221

注: MCS的计算量为  $1.001 \times 10^6$ 。

表5 钢筋混凝土梁结构的基于方差的W指标的计算结果

Table 5 Calculation results of variance-based W indices of reinforced concrete beam

方法	$W_{F_Y}$	$W_{A_s}$	$W_{F_c}$	$W_{TF_Y}$	$W_{TA_s}$	$W_{TF_c}$
SP-UT	0.7509 (0.0027)	0.0187 (0.00023)	0.0372 (0.016)	0.9417 (0.002)	0.1698 (0.0036)	0.2245 (0.0036)
MCS	0.7784	0.0155	0.0361	0.9457	0.1268	0.1966

注:小括号中的数表示抽取30组2000个插值区间计算出的基于方差的W指标的标准差, MCS的计算量为  $6 \times 10^6$ 。

通过与大量样本下MCS计算结果的对比可以看出,本文方法通过一组样本点近似各类方差重要性指标的准确性和高效性。通过各指标的计算结果可以得出,钢的屈服强度不论从全局还是局部的角度来看,都是对输出不确定性影响最大的变量,因此,可以通过调整其取值范围来降低输出的不确定性。

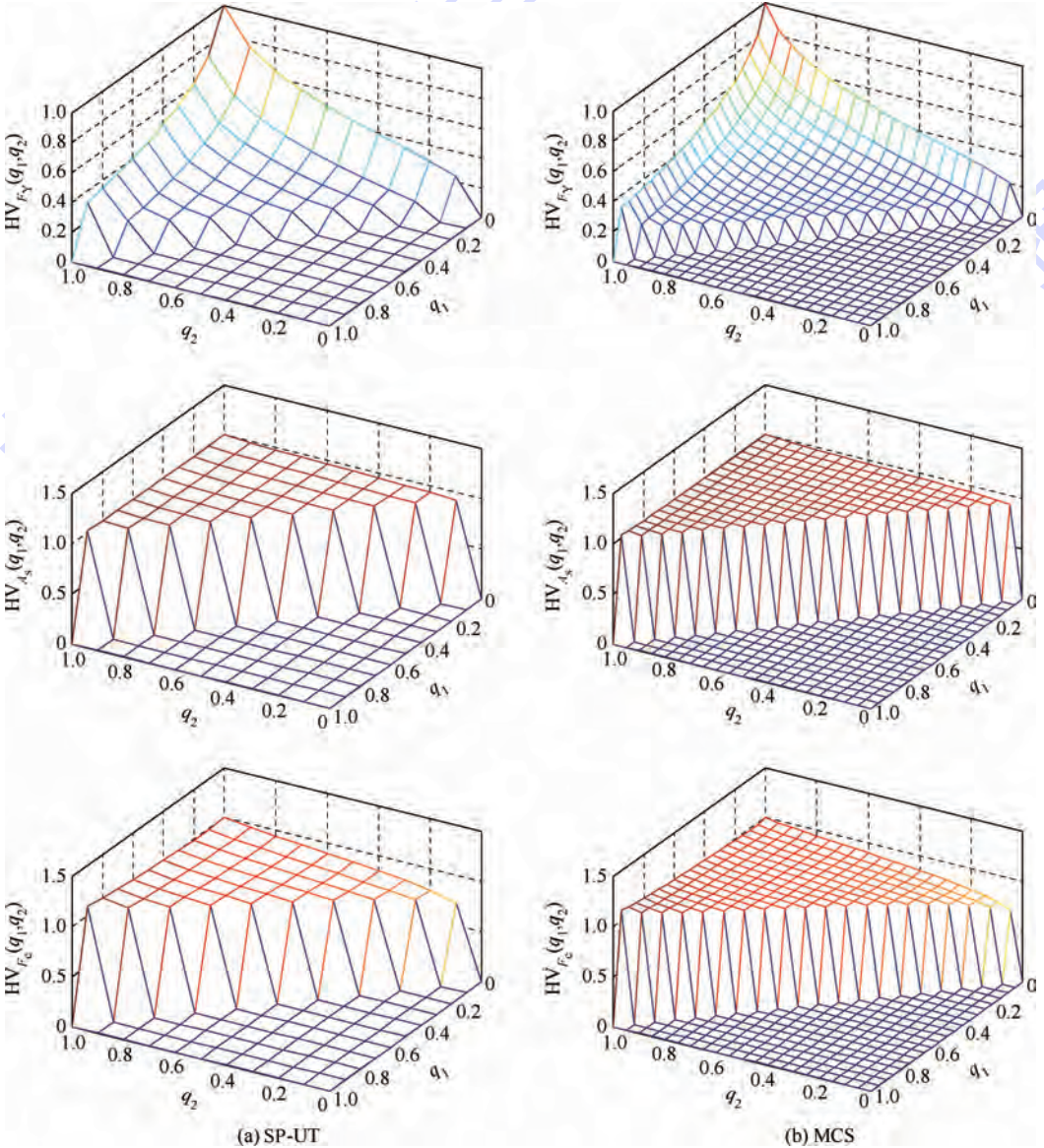


图5 钢筋混凝土梁结构的方差比函数三维图

Fig. 5 3D plots of variance ratio functions of reinforced concrete beam

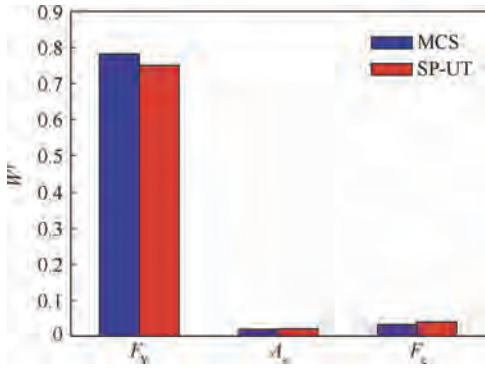


图6 钢筋混凝土梁结构的改进的基于方差的  $W$  指标的计算结果

Fig.6 Calculation results of variance-based modified  $W$  indices of reinforced concrete beam

## 5 结论

1) 本文对原始的基于方差的  $W$  指标进行了改进,使其在包含原始指标所提供的信息外,还包含了  $X_i$  在不同分布子区间内对输出方差影响的变异性,更全面合理地反映了  $X_i$  取不同实现区间时对输出方差的平均影响。

2) 鉴于各类基于方差的灵敏度指标从不同的角度衡量了输入变量的重要性,提出了高效的同时计算这些指标的基于空间分割、UT 和函数插值技术的方法,该方法利用一组 UT 样本点就能计算出所有指标,从而高效地从多角度为设计人员提供更有价值的输入变量的重要性信息。

3) 本文方法可以适用于复杂的非线性响应函数,通过算例进行了验证。

4) 由于本文方法的计算量会随输入变量维数的增加而呈指数增长,因此,其仅适用于输入变量维数较低的问题。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] SALTELLI A. Sensitivity analysis for importance assessment [ J ]. Risk Analysis, 2002, 22(3) : 579-590.
- [ 2 ] SALTELLI A, MARIVOET J. Non-parametric statistics in sensitivity analysis for model output: A comparison of selected techniques [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 1990, 28(2) : 229-253.
- [ 3 ] SOBOL I M, KUCHERENKO S. Derivative based global sensitivity measures and their link with global sensitivity indices [ J ]. Mathematics and Computers in Simulation, 2009, 79(10) : 3009-3017.

- [ 4 ] SALTELLI A, ANNONI P, AZZINI I, et al. Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index [ J ]. Computation Physics Communications, 2010, 181(2) : 259-270.
- [ 5 ] BORGONOVO E. A new uncertainty importance measure [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2007, 92(6) : 771-784.
- [ 6 ] BORGONOVO E, CASTAINGS W, TARANTOLA S. Moment independent importance measures: New results and analytical test cases [ J ]. Risk Analysis, 2011, 31(3) : 404-428.
- [ 7 ] BOLADO-LAVIN R, CASTAINGS W, TARANTOLA S. Contribution to the sample mean plot for graphical and numerical sensitivity analysis [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94(6) : 1041-1049.
- [ 8 ] TARANTOLA S, KOPUSTINSKAS V, BOLADO-LAVIN R, et al. Sensitivity analysis using contribution to sample variance plot: Application to a water hammer model [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2012, 99(2) : 62-73.
- [ 9 ] WEI P F, LU Z Z, RUAN W B, et al. Regional sensitivity analysis using revised mean and variance ratio functions [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 121(1) : 121-135.
- [ 10 ] WEI P F, LU Z Z, SONG J W. A new variance-based global sensitivity analysis technique [ J ]. Computer Physics Communications, 2013, 184(11) : 2540-2551.
- [ 11 ] SANSEVERINO C M R, RAMIREZ-MARQUEZ J E. Uncertainty propagation and sensitivity analysis in system reliability assessment via unscented transformation [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 132 : 176-185.
- [ 12 ] MCNAMEE J, STENGER F. Construction of fully symmetric numerical integration formulas [ J ]. Numerische Mathematik, 1967, 10(4) : 327-344.
- [ 13 ] ZHAI Q Q, YANG J, ZHAO Y. Space-partition method for the variance-based sensitivity analysis: Optimal partition scheme and comparative study [ J ]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 131(6) : 66-82.
- [ 14 ] ARCHER G, SALTELLI A, SOBOL I M. Sensitivity measures ANOVA-like techniques and the use of bootstrap [ J ]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 1997, 58(2) : 99-120.
- [ 15 ] NOWAK A S, COLLINS K R. Reliability of structures [ M ]. New York: McGraw-Hill, 2000 : 359.

## 作者简介:

员婉莹 女,博士研究生。主要研究方向:可靠性工程、灵敏度分析。

E-mail: wanying\_yun@163.com

吕震宙 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:可靠性工程、灵敏度分析、模型确认和多学科优化。

Tel. : 029-88460480

E-mail: zhenzhoulu@nwpu.edu.cn

## An efficient method for estimating various variance-based sensitivity indices

YUN Wanying, LYU Zhenzhou<sup>\*</sup>, MU Shanshan

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** In order to simultaneously estimate various variance-based sensitivity indices, a method is proposed by combining space-partition idea and unscented transformation (UT) method, which can estimate variance-based global sensitivity index (Sobol index), variance-based regional sensitivity index and variance-based  $W$  index by repeatedly using a set of UT samples. Besides, a modified variance-based  $W$  index is proposed, which can analyze the sensitivity of the model input variables comprehensively and reasonably. What's more, the modified variance-based  $W$  index includes both the original one and the variability of effect on the variance of model output when the model input variable is fixed in different intervals. Thus, the modified one more reasonably reflects the average impact on the variance of the model output when model input variable is fixed in different intervals. The results of numerical and engineering examples illustrate the accuracy and efficiency of the proposed method and the reasonability of the modified variance-based  $W$  index.

**Key words:** space-partition; unscented transformation(UT); Sobol index; variance-based regional sensitivity index;  $W$  index; modified  $W$  index

**Received:** 2015-05-14; **Accepted:** 2015-07-04; **Published online:** 2015-09-08 16:52

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150908.1652.004.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150908.1652.004.html)

**Foundation items:** Natural Science Foundation of China (51475370); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (3102015 BJ (II) CG009)

\* **Corresponding author.** Tel. : 029-88460480 E-mail: zhenzhoulu@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0237

# 基于简单 WENO-间断 Galerkin 的 Euler 方程 自适应计算



吴泽艳<sup>1</sup>, 王立峰<sup>2,\*</sup>, 武哲<sup>2</sup>

(1. 三峡大学 水利与环境学院, 宜昌 443002; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 为了得到 Euler 方程的高精度、高分辨率数值解, 介绍了间断 Galerkin 方法、三角形单元上简单 WENO 限制器的基本原理以及基于自适应网格加密的激波捕捉方法。将简单 WENO 限制器-间断 Galerkin 方法应用到曲边四边形单元上, 通过单元边界上高斯积分点的坐标来搜索相邻单元从而得到相邻单元的单元编号, 实现了基于“问题单元”的局部网格加密自适应计算。对若干典型问题进行编程计算, 结果表明, 简单 WENO 限制器可以应用到曲边四边形单元上, 且可适用于局部网格加密时具有“悬挂节点”的非结构网格上的激波捕捉。

**关键词:** 间断 Galerkin 方法; 简单 WENO 限制器; Euler 方程; 自适应计算; 曲边四边形单元

**中图分类号:** O242

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0806-09

间断 Galerkin (DG) 方法是由 Reed 和 Hill<sup>[1]</sup> 于 1973 年为了解决线性输运问题而提出, 此后该方法得到了不断发展。20 世纪 90 年代, Cockburn 和 Shu<sup>[2]</sup> 提出的 Runge-Kutta 间断 Galerkin (RKDG) 方法尤其引人注目, 在气动力学、水动力学、电磁场以及气动声学等领域的数值模拟中得到了广泛应用。1998 年前后, Bassi 和 Rebay<sup>[3]</sup>、Cockburn 和 Shu<sup>[4]</sup> 又将 DG 方法推广到了黏性流动的计算。近期, Shu<sup>[5]</sup> 对 DG 方法作了较详细的综述。

DG 方法是有限元方法与有限体积方法的结合, 在基函数和检验函数的运用方面与有限元方法相似, 而在对方程性质的近似方面与有限体积方法更接近, 因此有若干优点。首先, 与有限元方法一样, 间断有限元方法可以方便地提高空间和时间方向的计算精度。在空间上, DG 方法可以

方便地实施自适应计算, 其有 2 个方面的含义: ①对网格单元的自适应加密。DG 方法允许单元间出现“悬挂节点”, 因此网格加密非常简单。②DG 方法允许不同的单元采用不同阶的多项式。这 2 个方面分别称作 h 自适应和 p 自适应。其次, 由 DG 方法形成的常微分方程组, 其质量矩阵是分块对角的, 甚至可以是单位矩阵, 只要在各个单元内选择合适的正交多项式基函数。因为分块对角矩阵求逆相当于各个块矩阵的求逆, 所以质量矩阵的求逆计算量极小。分块对角矩阵的逆仍然是分块对角矩阵, 所以存储量也极小。最后, 间断有限元方法特别适于并行计算。从已有文献可知, 间断有限元方法的并行计算效率在 80% 以上<sup>[6]</sup>。

与用谱方法求解间断问题会出现 Gibbs 现象类似, 如果解在单元内出现间断, 则用高阶多项式作为形函数会导致近似解的振荡。为了获得稳定

收稿日期: 2015-04-18; 录用日期: 2015-07-17; 网络出版时间: 2015-10-14 15:18

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1518.003.html

基金项目: 三峡大学人才科研启动基金(KJ2014B031)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82339560 E-mail: wanglifeng@ase.buaa.edu.cn

**引用格式:** 吴泽艳, 王立峰, 武哲. 基于简单 WENO-间断 Galerkin 的 Euler 方程自适应计算[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 806-814. WU Z Y, WANG L F, WU Z. Adaptive simple WENO limiter-discontinuous Galerkin method for Euler equations [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 806-814 (in Chinese).

的近似解,需要引入限制器对解作修正。早期,研究人员开发了一些经典的限制器,如基于 minmod 函数的 TVB 限制器<sup>[7]</sup>、Biswas 等<sup>[8]</sup>的 moment 限制器、Burbeau 等<sup>[9]</sup>的改进 moment 限制器、保单调限制器<sup>[10]</sup>和改进保单调限制器<sup>[11]</sup>等。之后,类似从差分法中借鉴数值通量概念,间断有限元方法从差分法中借鉴了 WENO 的思想<sup>[12]</sup>,通过对本单元及相邻若干单元的变量的单元平均作 WENO 重构,形成了一种新的限制器,得到了高分辨率的结果,成为近年的研究热点。在构造一个合适的 WENO 限制器前,需要确定哪些单元需要被限制,即识别哪些单元是“问题单元”。早期研究人员按照文献[7]提出的限制器来识别问题单元,即如果某单元需要用到该限制器,则该单元是“问题单元”,否则不是。文献[13]的研究表明,DG 方法在单元的出流边界具有很强的超收敛特性,基于此特性构造了一种间断侦测器。在国内,张来平等<sup>[14]</sup>联合应用该间断侦测器与经典限制器进行了激波捕捉,取得了较好的效果。最近,Zhong 和 Shu<sup>[15]</sup>提出了一种简单 WENO 限制器,取得了较好的间断捕捉效果,而且因为这种限制器只需要用到“问题单元”及其相邻单元的信息,所以编程简单。本文的计算采用这种简单 WENO 限制器。

## 1 数学模型

考虑 Euler 方程的守恒形式:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{u})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{u})}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

式中:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}(\mathbf{u}) &= \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E + p)u \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}(\mathbf{u}) &= \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

其中: $\rho$ 、 $u$ 、 $v$  和  $p$  分别为气体的密度、 $x$  方向速度分量、 $y$  方向速度分量和压力; $E$  为单位体积的总能量。有

$$E = \rho \varepsilon + \rho(u^2 + v^2)/2 \quad (3)$$

以及

$$p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon \quad (4)$$

式中: $\varepsilon$  为单位质量内能; $\gamma$  为比热比,对于空气,取  $\gamma = 1.4$ 。

## 2 空间及时间离散

### 2.1 DG 空间离散的一般理论

用 DG 方法对式(1)进行空间离散。设  $\Gamma_h$  为对区域  $\Omega$  的一个有限剖分,单元  $K \in \Gamma_h$ ,  $V(K)$  为单元  $K$  上的局部有限元空间,为  $P^k$  ( $k > 0$ ) 次多项式的集合。在时间  $[0, T]$  内,在如下间断有限元空间中寻找近似解  $U_h(X, t)$ , 这里  $X = (x, y)$ 。

$$V_h = \{v_h \in L^\infty(\Omega) : v_h|_K \in V(K), \forall K \in \Gamma_h\}$$

运用加权余量法,在单元  $K$  上用权函数  $w$  乘以式(1),并在单元  $K$  上积分,有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_K U(X, t) w(X) d\Omega = \\ - \int_K \nabla \cdot \mathbf{f}(U(X, t)) w(X) d\Omega \end{aligned} \quad (5)$$

式中:

$$\mathbf{f}(U(X, t)) = (\mathbf{F}(U(X, t)), \mathbf{G}(U(X, t)))$$

用近似解  $U_h(X, t) \in V_h$  代替式(5)中的精确解  $U(X, t)$ , 用  $w_h \in V_h$  代替权函数  $w$ , 利用 Green 公式有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_K U_h(X, t) w_h(X) d\Omega = \\ - \sum_{e \in \partial K} \int_e \mathbf{f}(U_h(X, t)) \cdot \mathbf{n}_{e,K} w_h(X) d\Gamma + \\ \int_K \mathbf{f}(U_h(X, t)) \cdot \nabla w_h(X) d\Omega \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $e$  为单元  $K$  的边界; $\mathbf{n}_{e,K}$  为单元  $K$  的边界外法线单位向量。

对式(6)用数值积分代替解析积分有

$$\begin{aligned} \int_e \mathbf{f}(U_h(X, t)) \cdot \mathbf{n}_{e,K} w_h(X) d\Gamma \approx \\ \sum_{l=1}^L \omega_l \mathbf{f}(U_h(X_{el}, t)) \cdot \mathbf{n}_{e,K} w_h(X_{el}) |e| \\ \int_K \mathbf{f}(U_h(X, t)) \cdot \nabla w_h(X) d\Omega \approx \\ \sum_{m=1}^M \omega_m \mathbf{f}(U_h(X_{Km}, t)) \cdot \nabla w_h(X_{Km}) |K| \end{aligned}$$

式中: $|e|$  为单元边长; $|K|$  为单元面积; $\omega$  为高斯积分系数。

间断有限元方法从差分法中吸收了数值通量的概念,将边界的通量  $\mathbf{f}(U_h(X, t)) \cdot \mathbf{n}_{e,K}$  用数值通量函数  $h^{e,K}(X, t)$  代替,有

$$\frac{d}{dt} \int_K U_h(X, t) w_h(X) d\Omega =$$

$$- \sum_{e \in \partial K} \sum_{l=1}^L \omega_l h^{e,K}(X,t) w_h(X_{el}) |e| + \sum_{m=1}^M \omega_m f(U_h(X_{K_m}, t)) \cdot \nabla w_h(X_{K_m}) |K| \quad (7)$$

数值通量函数  $h^{e,K}(X,t)$  在单元边界  $\partial K$  上的值依赖于近似解在边界两边的值,即由单元  $K$  的内部的值  $U_h(X_K^{\text{int}}, t)$  与单元  $K$  的外部的值  $U_h(X_K^{\text{ext}}, t)$  决定。

$$h^{e,K}(X,t) = h^{e,K}(U_h(X_K^{\text{int}}, t), U_h(X_K^{\text{ext}}, t)) \quad (8)$$

数值通量要求满足相容性、单调性、全局 Lipschitz 连续性以及守恒性。满足这些条件的数值通量常见类型有 Godunov 型、Engquist-Osher 型、Lax-Friedrichs 型、Local Lax-Friedrichs 型以及 Roe 型等。一般来说, Roe 型与 Local Lax-Friedrichs 型计算效果接近,随着逼近多项式阶次的提高,它们对近似解的影响差别很小。对于线性情形,这些数值通量与迎风型数值通量一致;对于非线性问题,因为 Godunov 型的数值通量产生的人工黏性最小而成为最佳选择。特别地,Local Lax-Friedrichs 型数值通量比 Godunov 型数值通量产生更多的人工黏性。实际计算中,大多采用简化的 Lax-Friedrichs 型数值通量,而在处理高维双曲系统时,选择 Local Lax-Friedrichs 型数值通量更为方便。本文计算中均采用 Local Lax-Friedrichs 型数值通量。

在单元中选取基函数为  $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_j\}$ , 这里基函数是关于坐标  $x$  和  $y$  的多项式,近似解可表示为

$$U_h(X,t) = \sum_j U_j(t) \phi_j(X)$$

代入式(6),且令权函数  $w_h = \phi_j$ ,则式(6)可以写为常微分方程组的形式:

$$\mathbf{M} \frac{d}{dt} U_h(t) = L_h(U_h(t)) \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{M}$  为质量矩阵,是由各个单元的质量矩阵

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} \frac{B_2 + (un_{ix} + vn_{iy})/c}{2} & -\frac{B_1 u + n_{ix}/c}{2} & -\frac{B_1 v + n_{iy}/c}{2} & \frac{B_1}{2} \\ n_{iy} u - n_{ix} v & -n_{iy} & n_{ix} & 0 \\ 1 - B_2 & B_1 u & B_1 v & -B_1 \\ \frac{B_2 - (un_{ix} + vn_{iy})/c}{2} & -\frac{B_1 u - n_{ix}/c}{2} & -\frac{B_1 v - n_{iy}/c}{2} & \frac{B_1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ u - cn_{ix} & -n_{iy} & u & u + cn_{ix} \\ v - cn_{ix} & n_{ix} & v & v + cn_{iy} \\ H - c(un_{ix} + vn_{iy}) & -n_{iy} u + n_{ix} v & \frac{u^2 + v^2}{2} & H + c(un_{ix} + vn_{iy}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{M}_K = \sum_j \int_K \phi_i(X) \phi_j(X) d\Omega$  集成的分块对角矩阵。

## 2.2 时间离散

式(9)可写为

$$\frac{d}{dt} U_h(t) = \mathbf{M}^{-1} L_h(U_h(t))$$

为描述方便,可写作

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{U}) \quad (10)$$

使用如下 TVD 型显式 Runge-Kutta 方法求解式(10):

$$\begin{cases} \mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{U}^{(n)} + \Delta t \cdot \mathbf{f}(\mathbf{U}^{(n)}) \\ \mathbf{U}^{(2)} = \frac{3}{4} \mathbf{U}^{(n)} + \frac{1}{4} [\mathbf{U}^{(1)} + \Delta t \cdot \mathbf{f}(\mathbf{U}^{(1)})] \\ \mathbf{U}^{(n+1)} = \frac{1}{3} \mathbf{U}^{(n)} + \frac{2}{3} [\mathbf{U}^{(2)} + \Delta t \cdot \mathbf{f}(\mathbf{U}^{(2)})] \end{cases} \quad (11)$$

为满足稳定性要求,时间步长取为

$$\Delta t \leq$$

$$\frac{\Omega_e}{(2k+1) \int_{\partial K} \max(|u'_i \mathbf{n}_{e,K}| + c^l, |u'_i \mathbf{n}_{e,K}| + c^r) d\sigma} \quad (12)$$

式中:  $\Omega_e$  为单元面积;  $k$  为形函数的次数; 上标  $l$  和  $r$  分别为本单元和相邻单元;  $c$  为当地声速。

## 3 简单 WENO 限制器

简单 WENO 限制器由 Zhong 和 Shu<sup>[15]</sup> 提出。简单 WENO 限制器重构模板小,仅需要用到“问题单元”及其相邻单元的信息,所以特别适合于  $h$  自适应计算。这里以三角形单元为例对简单 WENO 限制器作详细介绍。

设已用某种方法判断出哪些单元为“问题单元”,记“问题单元”的第  $i$  条边的外法向为  $\mathbf{n}_i = (n_{ix}, n_{iy})^T$ , Jacobian 矩阵为  $(\mathbf{f}'(\mathbf{u}), \mathbf{g}'(\mathbf{u})) \cdot \mathbf{n}_i$ , 则该 Jacobian 矩阵的左右特征向量矩阵为

式中:  $c = \sqrt{\gamma p / \rho}$ ;  $B_1 = (\gamma - 1) / c^2$ ;  $B_2 = B_1(u^2 + v^2) / 2$ ;  $H = (E + p) / \rho$ 。

设需要对“问题单元”  $\Delta_0$  的向量多项式  $\mathbf{p}_0(x, y)$  进行重构, 并保持它在单元内的平均值  $\mathbf{u}_0^{(0)}(t)$ 。设选择的 WENO 限制器重构模板为  $S = \{\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3\}$ , 各个单元上的 DG 解分别为  $\mathbf{p}_0(x, y), \mathbf{p}_1(x, y), \mathbf{p}_2(x, y), \mathbf{p}_3(x, y)$ 。

首先, 在单元  $\Delta_0$  的每一个方向  $\mathbf{n}_i$  构造一个新的多项式  $(\mathbf{p}_0)_i^{\text{new}}$ , 分为如下 6 个步骤:

1) 修改每一个  $\mathbf{p}_l$  为  $\tilde{\mathbf{p}}_l$ , 使得  $\tilde{\mathbf{p}}_l$  在“问题单元”  $\Delta_0$  上具有与  $\mathbf{p}_0(x, y)$  相同的单元平均。

$$\tilde{\mathbf{p}}_l(x, y) = \mathbf{p}_l(x, y) - \frac{1}{|\Delta_0|} \int_{\Delta_0} \mathbf{p}_l(x, y) dx dy + \frac{1}{|\Delta_0|} \int_{\Delta_0} \mathbf{p}_0(x, y) dx dy \quad l=1, 2, 3 \quad (14)$$

为了方便, 记  $\tilde{\mathbf{p}}_0(x, y) = \mathbf{p}_0(x, y)$ 。将  $\tilde{\mathbf{p}}_0(x, y), \tilde{\mathbf{p}}_1(x, y), \tilde{\mathbf{p}}_2(x, y), \tilde{\mathbf{p}}_3(x, y)$  作投影  $\tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_l = \mathbf{L}_i \cdot \tilde{\mathbf{p}}_l, l=0, 1, 2, 3$ , 每一个  $\tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_l$  都是一个  $k$  次向量多项式。WENO 限制器重构多项式将是 4 个多项式  $\tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_l(x, y) (l=0, 1, 2, 3)$  的凸组合。

2) 记线性加权系数为  $\xi_0, \xi_1, \xi_2$  和  $\xi_3$ , 因为在光滑区域, 4 个多项式  $\tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_l(x, y) (l=0, 1, 2, 3)$  都具有  $k+1$  阶精度, 所以对于加权系数, 首先要求满足  $\xi_0 + \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 1$ 。另外, 通过调节加权系数  $\xi_0, \xi_1, \xi_2$  和  $\xi_3$  来满足解的精度与激波处的本质无振荡的平衡。一般地, 取  $\xi_0 = 0.997, \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0.001$ 。

3) 计算光滑指示子  $\beta_l, l=0, 1, 2, 3$ 。光滑指示子显式了函数  $\tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_l(x, y)$  在“问题单元”  $\Delta_0$  上的光滑度。取光滑指示子为

$$\beta_l = \sum_{|s|=1}^k |\Delta_0|^{s_1-1} \int_{\Delta_0} \left( \frac{\partial^{s_1} \tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_l(x, y)}{\partial x^{s_1} \partial y^{s_2}} \right)^2 dx dy \quad (15)$$

式中:  $s = (s_1, s_2)$ 。

4) 计算基于光滑指示子的非线性加权系数  $\omega_l, l=0, 1, 2, 3$ 。

$$\begin{cases} \omega_l = \bar{\omega}_l / \sum_{l=0}^3 \bar{\omega}_l \\ \bar{\omega}_l = \xi_l / (\delta + \beta_l)^2 \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $\delta$  为防止分母为 0 小的正数, 一般取  $\delta = 10^{-6}$ 。

5) 非线性 WENO 限制器重构多项式  $(\bar{\mathbf{p}}_0)_i^{\text{new}}(x, y)$  定义为  $\tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_i(x, y) (i=0, 1, 2, 3)$  的凸组合。

$$\begin{aligned} (\bar{\mathbf{p}}_0)_i^{\text{new}}(x, y) &= \omega_0 \tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_0(x, y) + \omega_1 \tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_1(x, y) + \\ &\omega_2 \tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_2(x, y) + \omega_3 \tilde{\tilde{\mathbf{p}}}_3(x, y) \end{aligned} \quad (17)$$

6) 将  $(\bar{\mathbf{p}}_0)_i^{\text{new}}(x, y)$  投影回物理空间得到  $(\mathbf{p}_0)_i^{\text{new}}(x, y) = \mathbf{R}_i \cdot (\bar{\mathbf{p}}_0)_i^{\text{new}}(x, y)$  (18) 则“问题单元”  $\Delta_0$  上的重构多项式为

$$\mathbf{p}_0^{\text{new}}(x, y) = \left( \sum_{i=1}^3 (\mathbf{p}_0)_i^{\text{new}} |\Delta_i| \right) / \sum_{i=1}^3 |\Delta_i| \quad (19)$$

最后用重构多项式  $\mathbf{p}_0^{\text{new}}(x, y)$  修改变量  $\mathbf{u}_0^{(l)}(t)$ 。

## 4 基于自适应网格加密的激波捕捉

Euler 方程是强非线性方程, 即使初值连续, 其解也可能出现间断。为了捕捉间断, 一般会在计算中引入人工黏性, 或者用自带耗散效应的格式(如迎风格式、WENO 重构等)来抑制振荡。这时, 一般只能在 1~5 个网格内捕捉到激波, 计算的分辨率比较低。所以, 要提高间断的分辨率, 就需要非常细的网格。如果在全流场采用一致的细网格, 无疑会增加内存消耗和计算量, 也意味着增加了计算时间, 降低了计算效率。为了有效解决这个问题, 依据解的变化来动态调整网格疏密程度是必要的, 这就是通常的 h 自适应方法。这里简单介绍本文采用的 h 自适应方法。

### 4.1 单元间的数据交换

由 DG 方法的原理可知, 单元间的信息是通过单元边界交换传递的, 具体表现在单元的边界积分的数值通量需要用到相邻单元的边界信息上。对于不做自适应计算的 DG 程序而言, 只需要通过网格节点标号确定相邻单元的单元编号即可。对于 h 自适应的 DG 程序, 可以通过单元编号的二叉树方法确定相邻单元编号。

本文不采用二叉树方法, 而是通过边界高斯积分点的坐标来搜索相邻单元, 得到相邻单元的单元编号。这种搜索只在网格细化或粗化后做一次, 然后保存该结果。因为需要搜索的点总不在计算域的边界上, 而非计算域边界上的单元边总可以修改为直线, 所以这种搜索是很方便的。如当单元  $\Omega_0$  某边界高斯积分点的坐标为  $P(x_0, y_0)$  时, 首先由点  $P$  的坐标判断出其可能属于单元  $\Omega_1 \neq \Omega_0$  上, 然后若

$$\begin{aligned} (x_0 - x_a)^2 + (y_0 - y_a)^2 + (x_0 - x_b)^2 + \\ (y_0 - y_b)^2 - (x_a - x_b)^2 - (y_a - y_b)^2 \leq 10^{-6} \end{aligned} \quad (20)$$

且

$$\begin{cases} (x_a, y_a) \in e_i \in \Omega_1 \neq \Omega_0 \\ (x_b, y_b) \in e_i \in \Omega_1 \neq \Omega_0 \end{cases} \quad (21)$$

则表明单元  $\Omega_0$  上与  $P$  点相邻的单元为  $\Omega_1$ 。这里  $(x_a, y_a)$  和  $(x_b, y_b)$  是单元  $\Omega_1 \neq \Omega_0$  某条边上的端点坐标。即可确定所有单元上全部高斯积分点所对应的相邻单元,从而方便地确定信息传递对象。

#### 4.2 加密/粗化单元的标识

一般而言,  $h$  自适应方法根据解的性质来确定局部单元的加密或粗化,即在解急剧变化的地方细化网格,而在解变化较小的地方粗化网格,或者根据解的先验误差估计确定哪些单元细化或粗化。本文旨在提高激波捕捉的分辨率,所以只对“问题单元”进行局部单元加密,对曾是“问题单元”而后来判断不是“问题单元”的单元进行粗化。计算实践表明,这种加密单元的方式是保守的,因为一般情况下根据“问题单元”的判断准则,最终“问题单元”的集合总包含了全部激波附近的单元和和部分非激波附近的单元。

#### 4.3 加密/粗化过程

对四边形单元而言,当确定某单元需要加密时,首先将该单元均分为4个子单元,并计算出各子单元上的正交多项式,然后将母单元上变量的

表达式映射到子单元上,最后按第4.1节所述方法,得到子单元的各个相邻单元。

当确定某单元需要粗化时,先检验该单元是否可以粗化,因为只有由细化步骤得到的单元才可以粗化,这只需要检验本单元与相邻单元是否可以构成新的直边四边形即可。如果该单元可以粗化,并得到了向量的3个单元,则由这4个单元就可以粗化为1个新的单元。这时,需要计算出新单元上的正交多项式,并将4个单元上的解用最小二乘法投影到新单元上。

## 5 数值算例

### 5.1 双马赫反射

计算域为  $[0, 4] \times [0, 1]$ , 计算域的底部是固壁。初始条件为一右行的激波,其马赫数为10,始于  $x = 1/6, y = 0$  并与  $x$  轴正方向成  $60^\circ$  夹角。在底部  $x \in [0, 1/6]$  的范围内采用激波条件,其他区域采用反射边界条件,计算域的顶部用来流条件。计算网格大小为  $h = 1/100$ 。计算时间取为  $t = 0.2$ ,用3阶精度DG方法计算该问题。图1为不同时刻的密度等值线。

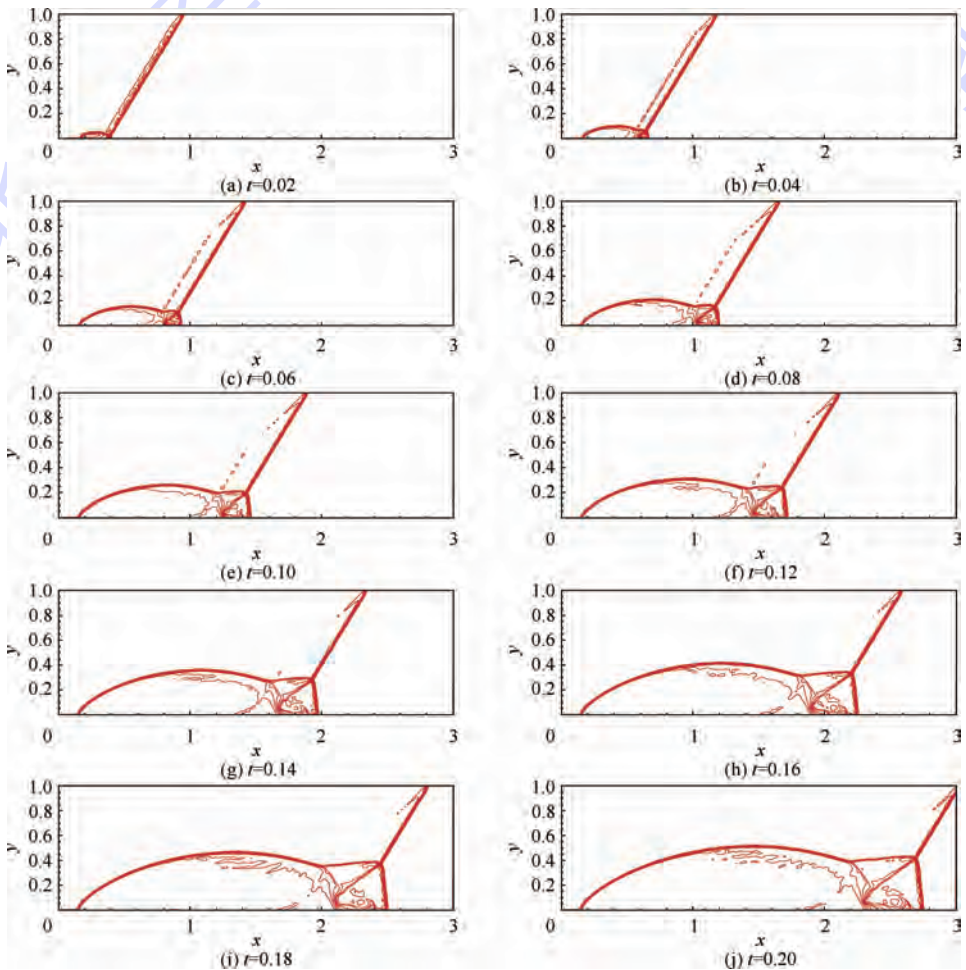


图1 不同时刻密度等值线

Fig. 1 Density contours at different moments

从图1可以看出,使用WENO限制器能清晰地捕捉到流场的间断而无明显的数值振荡产生,能够清晰地捕捉到马赫杆结构。

## 5.2 NACA0012 翼型跨声速绕流

来流马赫数为 0.8, 攻角为  $1.25^\circ$ 。取来流密度  $\rho = 1.0$ , 速度  $u = 0.8, v = 0.0$ , 压力  $p = 1.0/$

1.4。原始网格及局部加密一次后的网格分别如图2和图3所示。原始网格下八节点四边形单元数为 5 000, 局部网格加密一次后的单元数为 5 597。图4和图5分别为网格局部加密前后的马赫数等值线。图6和图7分别为网格局部加密前后表面压力系数  $C_p$  曲线。可以看出,简单WENO

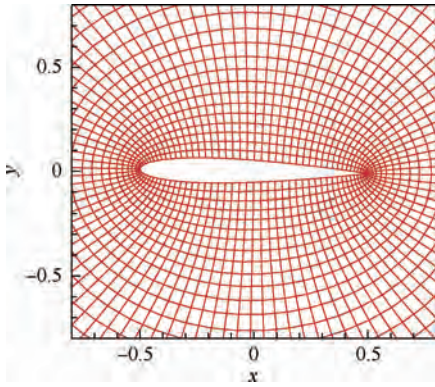


图2 NACA0012 翼型跨声速绕流原始网格(局部)

Fig.2 Local view of original mesh for transonic NACA0012 flow

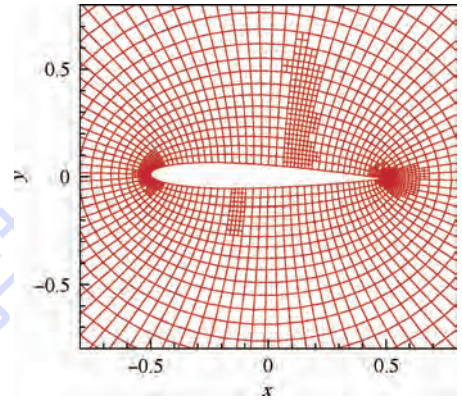


图3 NACA0012 翼型跨声速绕流网格局部加密网格

Fig.3 Local view of adaptive mesh for transonic NACA0012 flow

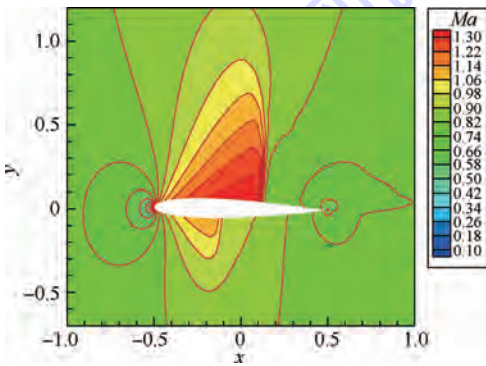


图4 NACA0012 翼型跨声速绕流原始网格下的马赫数等值线

Fig.4 Mach number contours on original mesh for transonic NACA0012 flow

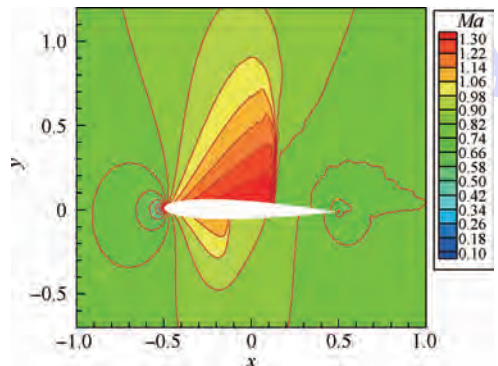


图5 NACA0012 翼型跨声速绕流网格局部加密后的马赫数等值线

Fig.5 Mach number contours on adaptive mesh for transonic NACA0012 flow

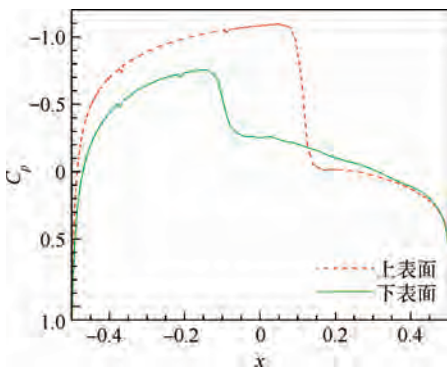


图6 NACA0012 翼型跨声速绕流原始网格下的表面压力系数分布

Fig.6 Surface pressure coefficient distribution on original mesh for transonic NACA0012 flow

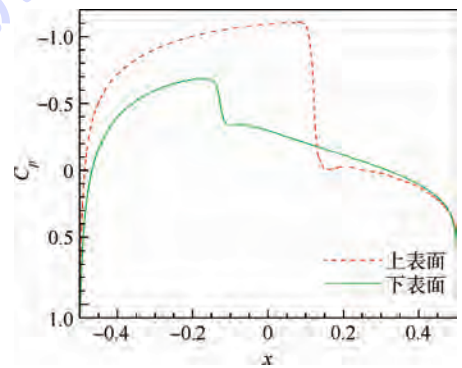


图7 NACA0012 翼型跨声速绕流网格局部加密后的表面压力系数分布

Fig.7 Surface pressure coefficient distribution on adaptive mesh for transonic NACA0012 flow

限制器能够无波动地捕捉到间断;另外,经过一次局部网格加密后,机翼上下表面激波处马赫数等值线更密集,压力系数曲线斜率更大。

### 5.3 4% 凸起

计算域及原始网格如图 8 所示。其中凸起部分为一段圆弧,圆心坐标为(1.5, -3.105),半径为  $r=3.145$ 。来流马赫数为 1.4,取来流密度  $\rho = 1.0$ ,速度  $u = 1.4, v = 0.0$ ,压力  $p = 1.0/1.4$ 。计算域的左边为入口边界条件,右边为出口边界条件,上下为反射边界条件。单元采用八节点四边形单元。局部加密一次后的网格如图 9 所示。原始网格下单元数为 7500,局部网格加密一次后的单元数为 10476。图 10 和图 11 分别为网格局部

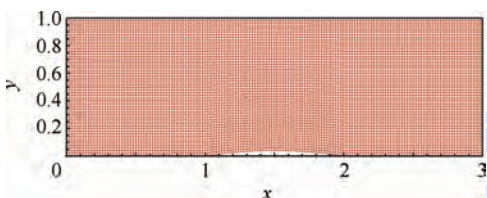


图 8 4% 凸起原始网格

Fig. 8 Full view of original mesh for subsonic flow past 4% bump configuration

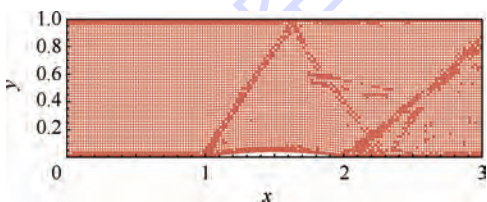


图 9 4% 凸起局部加密网格

Fig. 9 Full view of adaptive mesh for subsonic flow past 4% bump configuration

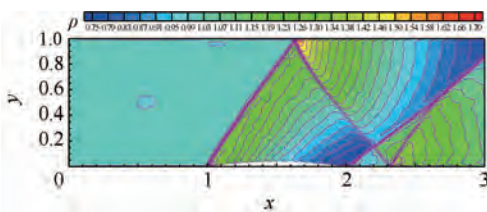


图 10 4% 凸起原始网格下的密度等值线

Fig. 10 Density contours on original mesh for subsonic flow past 4% bump configuration

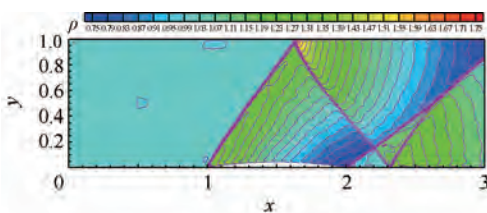


图 11 4% 凸起局部网格加密后的密度等值线

Fig. 11 Density contours on adaptive mesh for subsonic flow past 4% bump configuration

加密前后密度等值线。可以看出,简单 WENO 限制器能够很好地捕捉到间断;另外,经过一次局部单元加密,密度分辨率有了一定的提高。

### 5.4 2 段 NACA0012 翼型超声速绕流

取 2 个并行错位的 NACA0012 翼型超声速绕流,翼型的攻角均为  $0^\circ$ ,来流马赫数为 2.0,取来流密度  $\rho = 1.0$ ,速度  $u = 2.0, v = 0.0$ ,压力  $p = 1.0/1.4$ 。本算例同时存在内外双重的流动特征,由于翼型错位和超声速来流,翼型之间的干扰所产生的流场波系比较复杂。计算域为  $[-6, 6.5] \times [-6.5, 6.5]$ 。计算域的左边为入口边界条件,上、下、右边为远场边界条件,翼型壁面为反射边界条件。单元采用八节点四边形单元。初始局部网格如图 12 所示。局部加密一次后的网格如图 13 所示。初始网格下单元数为 41237,局部网格加密一次后的单元数为 45233。图 14 和图 15 分别为网格局部加密前后马赫数等值线。可以看出,下面的翼型未受到干扰,在翼型前缘产生上下对称激波,而上面的激波与下面的翼型产生的激波相交;上面翼型产生的激波的下

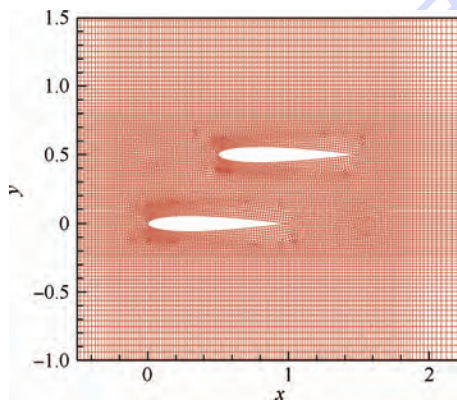


图 12 2 段 NACA0012 翼型原始网格(局部)

Fig. 12 Local view of original mesh for supersonic flow through two staggered NACA0012 airfoils

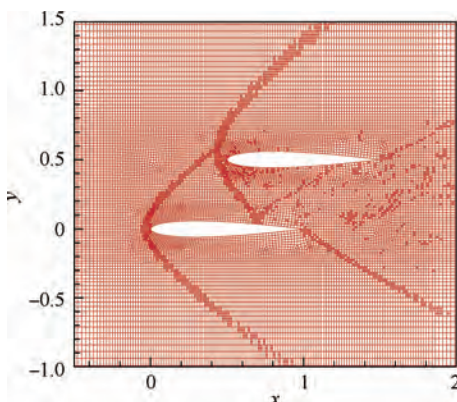


图 13 2 段 NACA0012 翼型局部加密网格

Fig. 13 Local view of adaptive mesh for supersonic flow through two staggered NACA0012 airfoils

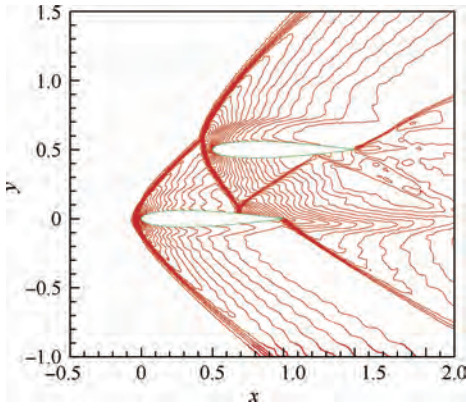


图 14 2 段 NACA0012 翼型原始网格下的  
马赫数等值线

Fig. 14 Mach number contours on original mesh for  
supersonic flow through two staggered NACA0012 airfoils

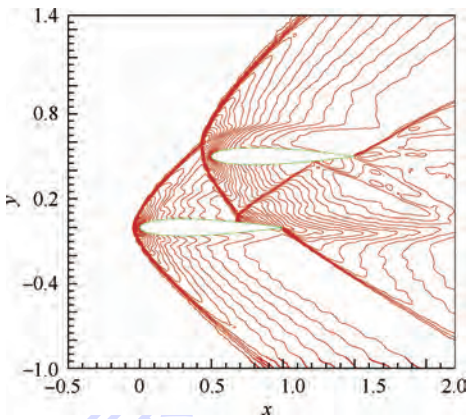


图 15 2 段 NACA0012 翼型局部网格加密后的  
马赫数等值线

Fig. 15 Mach number contours on adaptive mesh for  
supersonic flow through two staggered NACA0012 airfoils

半支在下面翼型的上表面相交、反射,形成马赫杆结构。另外,简单 WENO 限制器能够很好地捕捉到间断,经过一次局部单元加密,间断分辨率有了一定的提高。

## 6 结 论

本文介绍了间断 Galerkin 方法、简单 WENO 限制器的基本原理以及基于自适应网格加密的激波捕捉方法,最后将简单 WENO 限制器应用到曲边四边形单元上,实现了局部网格加密的自适应计算。通过对若干典型算例进行编程计算,得到如下结论:

1) 简单 WENO 限制器可以推广应用到曲边四边形单元上。

2) 简单 WENO 限制器可适用于局部网格加密时具有“悬挂节点”的非结构网格上的激波捕捉。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] REED W H, HILL T R. Triangular mesh methods for the neutron transport equation: LA-UR-73-479 [ R ]. Los Alamos: Scientific Laboratory, 1973.
- [ 2 ] COCKBURN B, SHU C W. The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for conservation laws V: Multidimensional systems [ J ]. Journal of Computational Physics, 1998, 141 ( 2 ): 199-224.
- [ 3 ] BASSI F, REBAY S. A high order accurate discontinuous finite element method for the numerical solution of the compressible Navier Stokes equations [ J ]. Journal of Computational Physics, 1997, 131 ( 2 ): 267-279.
- [ 4 ] COCKBURN B, SHU C W. The local discontinuous Galerkin method for time-dependent convection diffusion systems [ J ]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1998, 35 ( 6 ): 2440-2463.
- [ 5 ] SHU C W. A brief survey on discontinuous Galerkin methods in computational fluid dynamics [ J ]. 力学进展, 2013, 43 ( 6 ): 541-553.  
SHU C W. A brief survey on discontinuous Galerkin methods in computational fluid dynamics [ J ]. Advances in Mechanics, 2013, 43 ( 6 ): 541-553 (in Chinese).
- [ 6 ] COCKBURN B, KARNIADAKIS G, SHU C W. The development of discontinuous Galerkin methods [ M ] // COCKBURN B, KARNIADAKIS G, SHU C W. Discontinuous Galerkin methods: Theory, computation and applications. New York: Springer, 2000: 1-50.
- [ 7 ] COCKBURN B, SHU C W. TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws II: General framework [ J ]. Mathematics of Computation, 1989, 52 ( 186 ): 411-435.
- [ 8 ] BISWAS R, DEVINE K D, FLAHERTY J. Parallel, adaptive finite element methods for conservation laws [ J ]. Applied Numerical Mathematics, 1994, 14 ( s1-3 ): 255-283.
- [ 9 ] BURBEAU A, SAGAUT P, BRUNEAU C H. A problem independent limiter for high order Runge Kutta discontinuous Galerkin methods [ J ]. Journal of Computational Physics, 2001, 169 ( 1 ): 111-150.
- [ 10 ] SURESH A, HUYNH H T. Accurate monotonicity preserving schemes with Runge Kutta time stepping [ J ]. Journal of Computational Physics, 1997, 136 ( 1 ): 83-99.
- [ 11 ] RIDER W J, MARGOLIN L G. Simple modifications of monotonicity preserving limiters [ J ]. Journal of Computational Physics, 2001, 174 ( 1 ): 473-488.
- [ 12 ] QIU J X, SHU C W. Runge-Kutta discontinuous Galerkin method using WENO limiters [ J ]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2005, 26 ( 3 ): 907-929.
- [ 13 ] ADJERID S, DEVINE K, FLAHERTY J, et al. A posteriori error estimation for discontinuous Galerkin solutions of hyperbolic problems [ J ]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191 ( 11-12 ): 1097-1112.

- [14] 张来平,刘伟,贺立新,等. 一种新的间断侦测器及其在 DGM 中的应用 [J]. 空气动力学学报, 2011, 29(4): 401-406.  
ZHANG L P, LIU W, HE L X, et al. A shock detection method and applications in DGM for hyperbolic conservation laws on unstructured grids [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(4):401-406 (in Chinese).
- [15] ZHONG X, SHU C W. A simple weighted essentially nonoscillatory limiter for Runge-Kutta discontinuous Galerkin methods [J]. Journal of Computational Physics, 2013, 232(1): 397-415.

## 作者简介:

吴泽艳 男,博士,讲师。主要研究方向:计算流体力学。

E-mail: wuzeyan2000@163.com

王立峰 男,博士,副教授。主要研究方向:飞行器设计、数值模拟。

Tel.: 010-82339560

E-mail: wanglifeng@ase.buaa.edu.cn

武哲 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计、数值模拟。

## Adaptive simple WENO limiter-discontinuous Galerkin method for Euler equations

WU Zeyan<sup>1</sup>, WANG Lifeng<sup>2,\*</sup>, WU Zhe<sup>2</sup>

(1. College of Hydraulic and Environmental Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China;

2. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** To achieve high precision and high resolution numerical result of Euler equations, the basic principle of discontinuous Galerkin method, the simple WENO limiter on triangular meshes and shock capturing method based on adaptive mesh refinement were introduced. The simple WENO limiter-discontinuous Galerkin method was applied to the curved quadrilateral element, and the adjacent elements of every element with the same coordinates of the Gauss integral points on the boundaries were found. The adaptive computation based on “trouble element” refinement was accomplished. Several benchmark test cases were computed. The numerical results show that the simple WENO limiter is appropriate for the curvilinear boundary quadrilateral element and for the shock capturing based on unstructured grids with hanging nodes.

**Key words:** discontinuous Galerkin method; simple WENO limiter; Euler equations; adaptive computation; curvilinear boundary quadrilateral element

Received: 2015-04-18; Accepted: 2015-07-17; Published online: 2015-10-14 15:18

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151014.1518.003.html

Foundation item: Talents Scientific Research Starting Foundation of China Three Gorges University (KJ2014B031)

\* Corresponding author. Tel.: 010-82339560 E-mail: wanglifeng@ase.buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0253

# 多种失效模式履带车辆扭力轴可靠性稳健设计

刘喆, 陶凤和\*, 贾长治

(军械工程学院 火炮工程系, 石家庄 050003)



**摘 要:** 履带车辆扭力轴通常存在多种失效模式, 因此对其进行灵敏度设计分析时需要充分考虑不同失效模式的影响。提出一种多失效模式机械零件可靠性灵敏度分析的数值方法, 运用随机摄动理论和四阶矩技术, 求得各个失效模式状态函数的前四阶矩和可靠性指标, 有效解决了结构随机变量参数分布未知时, 不同失效模式下构件可靠度的计算问题。根据机械零件发生一种失效模式即整体失效的具体特点, 研究含相关性的不同失效模式机械零件的可靠度计算方法。结合灵敏度分析的梯度算法, 推导出关于随机变量均值和方差的灵敏度计算公式, 进而根据灵敏度的分析结果, 提出多种失效模式下多目标优化的可靠性稳健设计模型。数值算例表明, 本文方法可以高效迅速地估计多失效模式下机械构件的可靠性灵敏度。最后还对其进行了可靠性稳健优化设计研究。

**关键词:** 机械系统; 多失效模式; 四阶矩; 灵敏度分析; 稳健设计

**中图分类号:** TP202.3

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0815-06

机械零部件工作过程中通常存在多种失效模式, 对其进行可靠性分析时, 应全面考虑各种失效模式的影响<sup>[1]</sup>。国内很多研究人员对机械结构的可靠性问题进行了研究, 创立了一次二阶矩和摄动理论。喻天翔等<sup>[2]</sup>考虑主次失效模式对机械零部件的影响, 建立多失效模式的定量计算数学模型; 崔海涛等<sup>[3]</sup>对比随机有限元法的计算效率和精度, 为工程设计提供依据; Jensen 等<sup>[4]</sup>提出机械系统可靠性优化设计的线性搜索法; 吕震宙和冯元生<sup>[5]</sup>提出了刚度可靠性的分析方法。

现代机械系统构件的工作环境恶劣, 本身结构又比较复杂, 原始的可靠性分析方法不能较好地解决构件的工程实际问题。机械零部件的结构尺寸、材料属性和外载荷都存在随机特性, 导致实际分析研究时无法准确完整地获得所有的概率统计信息<sup>[6-8]</sup>, 而且各随机因素对结构可靠性的影

响程度不同, 进行优化设计时仅凭经验太具盲目性。这就需要知道各个因素分别对整个机械系统可靠度的影响规律, 即这些因素对可靠度的敏感程度, 如果某因素对可靠性影响较大, 则在设计制造过程中就需要对其严格控制以降低其对整个结构可靠性影响的灵敏度, 即使其稳健以提高机械产品的可靠性<sup>[9-12]</sup>。

可靠性灵敏度分析是得到机械构件各个结构参数对其可靠性的不同影响规律, 进而对机械系统可靠性的稳健优化设计进行指导, 具有十分重要的意义, 很多专家学者提出了十分有效的可靠性灵敏度设计分析方法, 得到了大量的研究成果<sup>[12-15]</sup>。

本文提出了针对多种失效模式下的机械零部件可靠性和可靠性灵敏度分析方法, 并依据灵敏度分析的结果进一步提出机械零部件多目标优化

收稿日期: 2015-04-24; 录用日期: 2015-07-17; 网络出版时间: 2015-09-17 16:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.010.html

基金项目: 国家自然科学基金(51175508); 河北省自然科学基金(E2012506009)

\* 通讯作者: Tel.: 0311-87994101 E-mail: fhtao63@126.com

**引用格式:** 刘喆, 陶凤和, 贾长治. 多种失效模式履带车辆扭力轴可靠性稳健设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 815-820. LIU Z, TAO F H, JIA C Z. Reliability robust design of tracked vehicle torque axis with multiple failure modes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 815-820 (in Chinese).

的可靠性稳健设计模型,结合履带车辆行走系统的扭力轴进行了计算验证。通过四阶矩技术,获得各种失效模式下机械系统构件的可靠度,针对机械构件发生一种失效模式即整个失效的特点,将含相关性的不同失效模式当作串联失效模型进行计算,获得了零部件对各个结构参数的均值和方差的灵敏度矩阵,并且提出质量最轻和可靠度对结构参数变化的灵敏度最小这2个优化目标,对扭力轴的结构参数进行稳健性优化设计。计算结果表明了本文方法的适用性,且可以推广到其他机械系统的可靠性稳健优化设计中。

## 1 可靠性分析

机械零部件存在多种失效模式时,其可靠度和状态函数可以表示为

$$R = P(G > 0) = \int_0^{\infty} f_G(G) dG \quad (1)$$

$$G(\mathbf{X}) = [g_1(\mathbf{X}), g_2(\mathbf{X}), \dots, g_n(\mathbf{X})]^T \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ 为随机变量的矩阵; $g_i(\mathbf{X})$ 为第*i*种失效模式的状态函数; $G(\mathbf{X})$ 为零部件整体的状态函数; $f_G(G)$ 为多个失效模式对应的概率密度函数。

由可靠性理论可知,不同失效模式的可靠性指标为

$$\beta_{2M_i} = \frac{E(g_i(\mathbf{X}))}{\sqrt{\text{Var}(g_i(\mathbf{X}))}} = \frac{\mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}} \quad (3)$$

$$R_i = \Phi(\beta_{2M_i}) \quad (4)$$

式中: $\mu_{g_i}$ 、 $\sigma_{g_i}$ 和 $\beta_{2M_i}$ 分别为各状态函数的均值、标准差和可靠性指标; $\Phi(\cdot)$ 为正态分布函数。

当结构随机参数服从正态分布时,通过式(4)可以计算得到准确的结果。然而实际中各个结构参数的分布概型是未知的,无法获得相关分布函数,只能通过统计方法得到各结构参数的前几阶矩。查阅文献[6]得到根据状态函数前四阶矩近似计算不同失效模式的可靠性指标如下:

$$\beta_{4M_i} = \frac{3\alpha_{4g_i}\beta_{2M_i} + \alpha_{4g_i}(\beta_{2M_i}^2 - 1)}{\sqrt{(9\alpha_{4g_i} - 5\alpha_{3g_i}^2 - 9)(\alpha_{4g_i} - 1)}} \quad (5)$$

式中: $\alpha_{3g_i} = \theta_{g_i}^3 / \sigma_{g_i}^3$ ;  $\alpha_{4g_i} = \eta_{g_i}^4 / \sigma_{g_i}^4$ ,  $\theta_{g_i}$ 和 $\eta_{g_i}$ 分别为第*i*种失效模式的三阶和四阶中心矩,由可靠性的随机摄动理论可知

$$\theta_{g_i} = \varepsilon^3 E \left[ \left( \frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[3]} \mathbf{X}_p^{[3]} \right] = \left( \frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[3]} C_3(\mathbf{X}) \quad (6)$$

$$\eta_{g_i} = \varepsilon^4 E \left[ \left( \frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[4]} \mathbf{X}_p^{[4]} \right] =$$

$$\left( \frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[4]} C_4(\mathbf{X}) \quad (7)$$

其中: $\varepsilon$ 为参数,且 $0 < |\varepsilon| < 1$ ;  $id$ 为随机变量确定部分; $(\cdot)^{[3]}$ 和 $(\cdot)^{[4]}$ 分别为 $(\cdot)$ 的三阶和四阶 Kronecker 积,且 $(\cdot)^{[3]} = (\cdot) \otimes (\cdot) \otimes (\cdot)$ ;  $C_3$ 和 $C_4$ 分别为随机变量的三阶矩和四阶矩。

不同失效模式的可靠度为

$$R_i = 1 - \Phi(-\beta_{4M_i}) \quad (8)$$

考虑多失效模式机械零部件失效模式间相关性,应用概率摄动法确定的各阶失效模式间协方差和相关系数为

$$\text{Cov}(g_i, g_j) = \frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \cdot \frac{\partial g_{jd}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \text{Cov}(\mathbf{X}) \quad (9)$$

$$\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(g_i, g_j)}{\sqrt{\text{Var}(g_i(\mathbf{X}))} \sqrt{\text{Var}(g_j(\mathbf{X}))}} \quad (10)$$

机械结构系统往往存在多种失效模式,而且发生一种失效模式以后机械零部件整体基本就失效了,因此可将机械零部件的多种失效模式当作串联失效模型来计算。考虑各失效模式之间的相关性,则系统整体可靠度为

$$R = 1 - \Phi'(\boldsymbol{\rho}, -\boldsymbol{\beta}^T) \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_{4M_1}, \beta_{4M_2}, \dots, \beta_{4M_m}]^T \quad (12)$$

式中: $\Phi'$ 为多维标准正态联合概率分布函数; $\boldsymbol{\beta}$ 为各阶失效模式四阶矩可靠性指标; $\boldsymbol{\rho}$ 为失效模式相关系数矩阵,其每个元素由式(10)求得。

## 2 可靠性灵敏度分析

可靠性灵敏度是结构参数对系统可靠度的影响敏感程度,数学上可以表示为系统的可靠度对结构参数的偏导。通过灵敏度分析,可以将设计变量对可靠度影响的大小进行排序,以此指导可靠性稳健优化设计。存在多种失效模式时,机械零部件的可靠度为

$$R = 1 - \Phi'(\boldsymbol{\rho}, -\beta_{4M_1}, -\beta_{4M_2}, \dots, -\beta_{4M_m}) \quad (13)$$

可确定系统可靠度  $R$  对随机参数向量  $\mathbf{X}$  中任意元素  $x$  的参数灵敏度为

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \Phi'(\boldsymbol{\rho}, -\beta_{4M_1}, -\beta_{4M_2}, \dots, -\beta_{4M_m}) \cdot$$

$$\left( \sum_{i=1}^m \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial x} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial \boldsymbol{\rho}(g_i, g_j)}{\partial x} \right) \quad (14)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \text{Var}(\mathbf{X})} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial R_i(\beta_{4M_i})}{\partial \beta_{4M_i}} \left( \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \beta_{2M_i}} \cdot \frac{\partial \beta_{2M_i}}{\partial \mu_{g_i}} + \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} \right) \cdot$$

$$\frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial \text{Var}(\mathbf{X})} \cdot \frac{\prod_{j=1}^n R_j(\beta_{4M_j})}{R_i(\beta_{4M_i})} \quad (15)$$

式中:

$$\Phi'(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{X}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\boldsymbol{\rho}|^{-\frac{1}{2}} \left( -\frac{1}{2} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\rho}^{-1} \mathbf{X} \right) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial x} &= \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \mu_{g_i}} \cdot \frac{\partial \mu_{g_i}}{\partial x} + \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} \cdot \frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial x} + \\ &\frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{3g_i}} \cdot \frac{\partial \sigma_{3g_i}}{\partial x} + \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{4g_i}} \cdot \frac{\partial \sigma_{4g_i}}{\partial x} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{\partial R_i(\beta_{4M_i})}{\partial \beta_{4M_i}} = \varphi(\beta_{4M_i}) \quad (18)$$

式中: $\varphi(\cdot)$  为正态分布的概率密度函数。

$$\frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \beta_{2M_i}} = \frac{3(\alpha_{4g_i} - 1) + 2\alpha_{3g_i} \beta_{2M_i}}{\sqrt{(5\alpha_{3g_i}^2 - 9\alpha_{4g_i} + 9)(1 - \alpha_{4g_i})}} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \beta_{2M_i}}{\partial \mu_{g_i}} = \frac{1}{\sigma_{g_i}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mu_{g_i}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} = \left[ \frac{\partial g_i(\bar{\mathbf{X}})}{\partial X_1} \quad \frac{\partial g_i(\bar{\mathbf{X}})}{\partial X_2} \quad \dots \quad \frac{\partial g_i(\bar{\mathbf{X}})}{\partial X_n} \right] \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} &= \frac{1}{2\sigma_{g_i}} \left[ \frac{\partial^2 g_i}{\partial (\mathbf{X}^T)^2} \otimes \frac{\partial g_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} + \right. \\ &\left. \left( \frac{\partial^2 g_i}{\partial (\mathbf{X}^T)^2} \otimes \frac{\partial g_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} \right) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{U}_{n^2 \times n^2}) \right] \cdot \\ &(\mathbf{I}_n \otimes \text{Var}(\mathbf{X})) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \beta_{2M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} = -\frac{\mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}^2} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} &= \\ &\frac{[\alpha_{3g_i}(3 - 5\beta_{2M_i}^2) - 15\alpha_{4g_i}\beta_{2M_i} + 3\beta_{2M_i}]/\sigma_{g_i} -}{\sqrt{(9\alpha_{4g_i} - 5\alpha_{3g_i}^2 - 9)(\alpha_{4g_i} - 1)}} - \\ &\frac{1}{2} \cdot \frac{3\beta_{2M_i}(\alpha_{4g_i} - 1) + \alpha_{3g_i}(\beta_{2M_i}^2 - 1)}{\sqrt{(9\alpha_{4g_i} - 5\alpha_{3g_i}^2 - 9)^3(\alpha_{4g_i} - 1)^3}} \cdot \\ &(50\alpha_{3g_i}^2\alpha_{4g_i} - 30\alpha_{3g_i}^2 - 72\alpha_{4g_i}^2 + 72\alpha_{4g_i})/\sigma_{g_i} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial \text{Var}(\mathbf{X})} = \frac{1}{2\sigma_{g_i}} \left( \frac{\partial \bar{g}_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \otimes \frac{\partial \bar{g}_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \right) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial x} &= \frac{\partial \text{Cov}(g_i, g_j)/\partial x}{\sigma_{g_i} \sigma_{g_j}} - \\ &\text{Cov}(g_i, g_j) \left( \frac{\partial \sigma_{g_i}/\partial x}{\sigma_{g_i}^2} + \frac{\partial \sigma_{g_j}/\partial x}{\sigma_{g_j}^2} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Cov}(g_i, g_j)}{\partial x} &= \\ &\sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \left( \frac{\partial^2 g_i}{\partial X_p \partial x} \cdot \frac{\partial g_j}{\partial X_q} \cdot \frac{\partial g_i}{\partial X_p} \cdot \frac{\partial^2 g_j}{\partial X_q \partial x} \right) \text{Cov}(X_p, X_q) \end{aligned} \quad (27)$$

其中: $\mathbf{U}$  为单位上三角矩阵。

将式(16)~式(27)代入式(14)、式(15),便可求得多种失效模式下机械零部件可靠度对于随机变量均值和方差的灵敏度。

### 3 可靠性稳健设计

多种失效模式、多优化目标机械构件稳健设计问题的数学模型如下:

$$\begin{cases} \min f(x) = \sum_{k=1}^n \omega_k f_k(\bar{x}) \\ \text{s. t. } R_s = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n \geq R_0 \\ q_i(\bar{x}) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, s \\ h_j(\bar{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

式中: $x$  为基本随机变量; $\omega_k$  为单个目标函数  $f_k(\bar{x})$  的加权因子,  $\omega_k \geq 0$ , 其值由不同目标的重要程度决定,本文中确定机械零部件整体的质量最轻和零部件可靠度对结构设计参数变化的灵敏度最小这2个目标函数; $R_1, R_2, \dots, R_n$  为机械系统单一失效模式下的可靠度; $R_0$  为稳健设计要满足的可靠度; $q_i(\bar{x})$  和  $h_j(\bar{x})$  分别为不等式约束和等式约束方程。

### 4 数值算例

运用本文提出的多种失效模式下可靠性灵敏度分析计算公式,以履带车辆行走系统的扭力轴为例,对其进行可靠性灵敏度分析及可靠性稳健设计。

扭力轴是行走系统重要的传动构件,主要承受扭矩和弯矩载荷以平衡履带车辆底盘系统,并且推动整车运动,结构简图见图1。图中: $D$  为扭力轴外径; $d$  为扭力轴轴径; $l$  为扭力轴半轴长。其危险截面上的最大正应力和剪切应力分别为  $\sigma = M/W_x$  和  $\tau = T/W_p$ ,  $M$  和  $T$  分别为履带车辆扭力轴所承受的弯矩和转矩,  $W_x$  和  $W_p$  分别为结构的抗弯和抗扭截面系数,且有

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \quad (28)$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \quad (29)$$

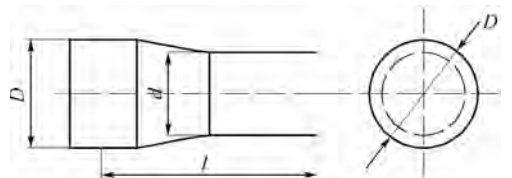


图1 扭力轴结构简图

Fig.1 Structure sketch of torque axis

扭力轴各种失效模式的状态函数如下。

静强度失效:

$$g_1 = \sigma_s - \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (30)$$

式中:  $\sigma_s$  为材料静强度极限。

疲劳强度失效:

$$g_2 = \sigma_{-1K} - \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha\tau)^2} \quad (31)$$

式中:  $\sigma_{-1K}$  为材料疲劳强度极限;  $\alpha$  为剪切应力折算系数, 一般取 0.6。

扭转刚度失效:

$$g_3 = [\kappa] - \kappa = [\kappa] - \frac{Tl}{JW_p} \quad (32)$$

式中:  $[\kappa]$  为轴的许用偏转角;  $\kappa$  为偏转角;  $J$  为材料的切变模量。

经查阅相关资料, 扭力轴材料的相关属性参数数值如下:  $\sigma_s = 450$  MPa,  $\sigma_{-1K} = 360$  MPa,  $J = 220$  MPa。将传动轴结构的尺寸参数及其承受的外载荷作为随机变量进行可靠性灵敏度计算, 即  $X_s = [d, l, M, T]^T$ , 其概率统计特性如表 1 所示。

表 1 随机变量的统计特性

Table 1 Statistical properties of random variables

随机变量	$\mu$	$\sigma$	$C_3$	$C_4$
$d/\text{mm}$	200	0.6	$6.793 \times 10^{-5}$	$4.662 \times 10^{-5}$
$l/\text{mm}$	2500	5.0	5.063	$1.368 \times 10^2$
$M/(\text{N} \cdot \text{mm})$	$3.5 \times 10^6$	$1.75 \times 10^5$	$1.736 \times 10^{15}$	$3.296 \times 10^{21}$
$T/(\text{N} \cdot \text{mm})$	$3.1 \times 10^6$	$1.55 \times 10^5$	$1.207 \times 10^{15}$	$2.028 \times 10^{21}$

应用式(11)和式(12), 求得各阶失效模式间相关系数矩阵为

$$\rho = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.9998 & 0.8879 \\ 0.9998 & 1.0000 & 0.8866 \\ 0.8879 & 0.8866 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

可见, 由于扭力轴结构各阶失效模式的随机参数的同一性和载荷的同源性, 失效模式是相关的。由四阶矩方法计算得到各阶可靠性指标、各阶可靠度以及结构整体可靠度, 如表 2 所示。

表 2 扭力轴结构可靠度

Table 2 Structure reliability of torque axis

可靠度参数	静强度失效	疲劳强度失效	扭转刚度失效
$\beta_i$	1.9276	2.4062	2.5439
$R_i$	0.9569	0.9907	0.9915
$R$	0.9421		

假设各失效模式之间是相互独立的, 即不考虑失效模式的相关性可得扭力轴整体的可靠度为  $R_{\text{ind}} = R_1 R_2 R_3 = 0.9399$

运用 Monte Carlo 数学模拟方法得到传动轴构件多种失效模式下的可靠度为

$$R_{\text{MCS}} = 0.9461$$

可见, 运用本文方法考虑多失效模式的相关

性可以更加准确地计算扭力轴的可靠度, 相对误差为

$$\varepsilon_{\text{rel}} = |R - R_{\text{MCS}}| / R_{\text{MCS}} = 0.423\%$$

进而, 由式(14), 代入相关已知数值计算可得随机变量均值的灵敏度矩阵为

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \begin{bmatrix} \partial R / \partial d \\ \partial R / \partial l \\ \partial R / \partial M \\ \partial R / \partial T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.694 \times 10^{-1} \\ -5.755 \times 10^{-4} \\ -2.482 \times 10^{-9} \\ -7.951 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$$

从计算结果可以看出, 扭力轴直径参数均值的增加将使构件可靠度增加, 而扭力轴承受的扭矩作用长度  $l$ 、弯矩  $M$  和转矩  $T$  的增加, 都将使构件可靠度降低, 趋于失效。另外, 从具体的影响数值来看, 结构尺寸均值的灵敏度大于外载荷的灵敏度, 也即扭力轴结构参数对可靠度影响的灵敏度从大到小依次是结构尺寸、扭矩作用长度和外载荷。因此, 在机械构件产品的设计阶段, 可以通过优化设计结构参数的均值来提高产品的可靠度。

由式(15), 同样代入已知参数值计算后可以得到可靠度对结构随机变量方差的灵敏度为

$$\frac{\partial R}{\partial \text{Var}(X_s)} = \begin{bmatrix} \partial R / \partial \text{Var}(d) \\ \partial R / \partial \text{Var}(l) \\ \partial R / \partial \text{Var}(M) \\ \partial R / \partial \text{Var}(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.082 \\ -7.357 \times 10^{-4} \\ -2.097 \times 10^{-12} \\ -3.448 \times 10^{-9} \end{bmatrix}$$

从计算结果可以看出, 各个随机变量方差的增加都会导致扭力轴结构可靠度降低, 即趋于失效。从具体的影响数值上来看, 结构尺寸方差的灵敏度大于外载荷方差的灵敏度, 也即扭力轴随机变量方差的灵敏度从大到小依次是结构尺寸、扭矩作用长度和外载荷。因此, 在机械构件产品的制造阶段, 应该严格控制加工精度等对随机参数方差有影响的因素, 提高机械产品的可靠度。

依据随机参数灵敏度分析结果对扭力轴进行稳健优化设计, 设扭力轴的优化设计目标可靠度  $R_0 = 0.999$ 。

首先, 建立优化目标函数: ①要求扭力轴的质量最轻, 其长度不变, 即令其截面面积最小, 为  $f_1(x)$ ; ②要求扭力轴结构的可靠度对随机变量参数均值变化的灵敏度最小, 为  $f_2(x)$ 。分别如下:

$$f_1(x) = \frac{\pi}{4} x_1^2$$

$$f_2(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left( \frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2}$$

式中:  $x_1 = d$ ;  $x_2 = l$ ;  $x_3 = M$ ;  $x_4 = T$ 。

然后,建立约束条件:结构整体可靠度不低于  $R_0$ , 则  $R - R_0 \geq 0, x_1 > 0$ 。

最后,进行优化求解:选取初值  $d = 200 \text{ mm}$ , 运用 MATLAB 工具箱里面的 `fmincon` 函数进行求解,求得扭力轴优化设计的直径  $d = 182.85 \text{ mm}$ 。

依据此优化设计结果,计算得到扭力轴结构的可靠性指标、可靠度以及可靠度对各随机变量参数的灵敏度矩阵分别为

$$R'_1 = 0.9994 \quad R'_2 = 0.9998 \quad R'_3 = 0.9999$$

$$R' = R'_1 R'_2 R'_3 = 0.9991 \quad R'_{\text{MCS}} = 0.9995$$

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial d} \\ \frac{\partial R}{\partial l} \\ \frac{\partial R}{\partial M} \\ \frac{\partial R}{\partial T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.016 \times 10^{-1} \\ -4.132 \times 10^{-4} \\ -1.019 \times 10^{-9} \\ -6.357 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$$

从计算结果可以看出,经过优化设计的扭力轴结构整体可靠度提高了,可靠度对各个结构参数的灵敏度也降低了;且扭力轴结构的可靠度  $R$  越大,对结构参数变化的灵敏度越小,也即设计参数对扭力轴结构的可靠度影响越不灵敏,稳健性越好。

## 5 结论

本文针对多种失效模式下机械零部件的稳健性优化设计问题进行了研究,以履带车辆底盘的扭力轴构件为例进行计算,得出如下结论:

1) 机械系统零部件的失效模式较少,且出现一种失效模式零部件就失效了,故将零部件的失效看作各种失效模式的串联作用,考虑各失效模式的相关性,建立机械系统零部件多失效模式相关性可靠性分析模型,较独立假设模型更接近工程实际需要。

2) 运用可靠性摄动理论和四阶矩技术获得了机械零部件对结构随机变量参数均值和方差的灵敏度计算公式,应用到履带车辆行走系统的扭力轴上进行灵敏度分析计算,其结果是准确的,表明该公式对机械构件是适用的。

3) 基于可靠性灵敏度分析理论提出多目标优化的稳健性设计方法,应用到履带车辆行走系统扭力轴上进行多目标优化的稳健设计,其结果表明本文方法对机械系统构件的稳健性优化设计是可行的,此方法可以推广到其他机械可靠性优化设计领域,具有一定的指导意义。

## 参考文献 (References)

[1] LI J P, THOMPSON G. A method to take account of in-homoge-

neity in mechanical component reliability calculations [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(1): 159-168.

[2] 喻天翔,宋笔锋,万方义,等.机械零件多失效模式相关可靠度算法研究[J].机械强度,2006,28(4):508-511.

YU T X, SONG B F, WAN F Y, et al. Research on calculating the reliability of mechanical component with correlated failure modes[J]. Journal of Mechanical Strength, 2006, 28(4): 508-511 (in Chinese).

[3] 崔海涛,马海全,温卫东.基于随机有限元的接触问题可靠性形状优化设计[J].中国机械工程,2004,15(11):983-986.

CUI H T, MA H Q, WEN W D. Reliability based structural shape optimization with contact using stochastic FEM[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(11): 983-986 (in Chinese).

[4] JENSEN H A, VALDEBENITO M A, SCHUELLER G I, et al. Reliability-based optimization of stochastic systems using line search[J]. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 2009, 198(49-52): 3915-3924.

[5] 吕震宙,冯元生.元件强度可靠性的模糊概率计算模型[J].航空学报,1996,17(6):752-754.

LU Z Z, FENG Y S. The reliability analysis of component and structure system based on the fuzzy distribution parameters[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1996, 17(6): 752-754 (in Chinese).

[6] 金雅娟,张义民,张艳林.基于鞍点逼近的机械零部件可靠性及其灵敏度分析[J].机械工程学报,2009,45(12):102-107.

JIN Y J, ZHANG Y M, ZHANG Y L. Analysis of reliability and reliability sensitivity for machine components by mean-value first order saddlepoint approximation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(12): 102-107 (in Chinese).

[7] 张义民,朱丽莎,唐乐,等.刚柔混合非线性转子系统的动态应力可靠性及可靠性灵敏度研究[J].机械工程学报,2011,47(2):159-165.

ZHANG Y M, ZHU L S, TANG L, et al. Dynamical stress reliability and sensitivity analysis of nonlinear rotor system with rigid-flexible structure [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(2): 159-165 (in Chinese).

[8] 李云贵,赵国藩.结构体系可靠度的近似计算方法[J].土木工程学报,1993,26(5):70-76.

LI Y G, ZHAO G F. An approximate method for structural system reliability analysis [J]. China Civil Engineering Journal, 1993, 26(5): 70-76 (in Chinese).

[9] 贺向东.机械结构可靠性稳健设计若干问题的研究[D].长春:吉林大学,2005:57-66.

HE X D. Research on several key issues of mechanical and structural reliability-based robust design [D]. Changchun: Jilin University, 2005: 57-66 (in Chinese).

[10] 王新刚,张义民,王宝艳.机械零部件的动态可靠性分析[J].兵工学报,2009,30(11):1510-1514.

WANG X G, ZHANG Y M, WANG B Y. Dynamic reliability analysis of mechanical components [J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(11): 1510-1514 (in Chinese).

[11] 王正,谢里阳,李兵.考虑失效相关的系统动态可靠性模型

- [J]. 兵工学报, 2008, 29(8): 986-989.
- WANG Z, XIE L Y, LI B. Dynamic reliability model of the system with dependent failure [J]. Acta Armamentarii, 2008, 29(8): 986-989 (in Chinese).
- [12] ZHAO Y G, ONO T S. Moment methods for structural reliability [J]. Structural Safety, 2001, 23(1): 47-75.
- [13] AU S. Reliability-based design sensitivity by efficient simulation [J]. Computers & Structures, 2005, 83(14): 1048-1061.
- [14] 张义民, 张旭方, 杨周, 等. 多失效模式机械零部件可靠性灵敏度设计 [J]. 机械强度, 2009, 31(6): 926-931.
- ZHANG Y M, ZHANG X F, YANG Z, et al. Reliability sensitivity design for mechanical components with multi-failure modes [J]. Journal of Mechanical Strength, 2009, 31(6): 926-931 (in Chinese).
- [15] 卢昊, 张义民, 黄贤振, 等. 多失效模式典型结构系统可靠性稳健设计方法研究 [J]. 工程力学, 2011, 28(8): 226-231.
- LU H, ZHANG Y M, HUANG X Z, et al. Practical method for reliability-based robust design of typical structural system with multiple failure modes [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(8): 226-231 (in Chinese).

#### 作者简介:

刘喆 男, 博士研究生。主要研究方向: 兵器维修保障与运用工程及可靠性。

E-mail: lzl1313@126.com

陶凤和 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 兵器维修保障与运用工程及可靠性。

Tel.: 0311-87994101

E-mail: fhtao63@126.com

## Reliability robust design of tracked vehicle torque axis with multiple failure modes

LIU Zhe, TAO Fenghe\*, JIA Changzhi

(Artillery Engineering Department, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** Several potential failure modes may occur when tracked vehicle torque axis fail, and therefore it is necessary to take each failure mode into account as reliability sensitivity estimation is performed. A reliability sensitivity analysis method for mechanical components with multiple failure modes is proposed. Concerning the unknown distributions of random variables, the random perturbation technique and the fourth moments method are employed to respectively calculate the first four moments and the reliability index of each performance function of the failure mode. According to the characteristic that the overall fails when a failure mode occurs in mechanical parts, the mechanical parts reliability calculation method with correlation between different failure modes is determined. The calculating formulas of reliability sensitivity with respect to the mean and variance of random variables are derived with the gradient method. According to the result of reliability sensitivity analysis, we put forward the model multi-objective optimization design of mechanical parts with multiple failure modes. The numerical example illustrates that the proposed method could quickly and effectively estimate the reliability sensitivity of the mechanical components with multiple failure modes, and could optimize the mechanical robust design.

**Key words:** mechanical system; multiple failure modes; fourth moments; sensitivity analysis; robust design

Received: 2015-04-24; Accepted: 2015-07-17; Published online: 2015-09-17 16:50

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.010.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51175508); Natural Science Foundation of Hebei Province (E2012506009)

\* Corresponding author. Tel.: 0311-87994101 E-mail: fhtao63@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0478



# 跨介质运动物体的附加质量

张晓强<sup>1,2</sup>, 冯金富<sup>1,\*</sup>, 吝科<sup>1</sup>, 胡俊华<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038; 2. 中国人民解放军 95889 部队, 酒泉 735018)

**摘 要:** 跨介质运动物体具备能够适应多种流体介质环境的突出优势,但由于受自由面及流体影响,力学环境复杂,其运动特性难以预测。附加质量法是工程上解决物体与流体耦合问题的常用方法,但现有的附加质量结论无法直接推广到带自由面问题的跨介质过程。针对跨介质过程的时变附加质量问题,提出了一种新的求解方法,研究了不同浸深时某柱体外形跨介质过程中出水阶段和入水阶段的附加质量变化规律。结论表明:出水阶段和入水阶段的附加质量随浸深的变化趋势一致,曲线相似;相同浸深状态时出水阶段和入水阶段的法向附加质量相近,线性特征明显;相同浸深状态时出水阶段和入水阶段的轴向附加质量、附加转动惯量和附加静距差距明显,2个过程不可逆。本文所提出的方法可为各类跨介质结构设计提供技术支持,也可推广至其他带自由面问题的附加质量求解中。

**关键词:** 跨介质; 附加质量; 自由面流动; 水动力; 数值计算

**中图分类号:** TB126; TJ762.4; V275+.3

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0821-08

跨介质是近年来提出的一种新概念,用于飞行器、飞行器和潜射类兵器,其主要特点在于可以跨越界面从而实现在不同介质环境中的有效运动,能够隐蔽高效突防、执行多重任务<sup>[1]</sup>。此概念可追溯到20世纪中期苏联、美国先后都曾开展过的“飞行潜艇”项目,据报道,2008年,美国国防高级研究计划局(DARPA)重启此项计划,这一新式军事装置将能像潜艇一样在水中行进,又能像飞机一样在空中飞行,前景十分广阔,但技术上面面临着诸如外形、结构、动力和材料等诸多难题,可检索到的文献不多,主要以探索性研究、弹道仿真为主<sup>[2-4]</sup>。出水阶段和入水阶段是物体跨介质运动的关键阶段,运动过程中,物体受自由面流动、介质变化及耦合作用等因素影响<sup>[5-6]</sup>,受力情况复杂,附加质量法虽然是工程上解决此类问题的成熟办法,在水下机器人控制、结构体参数辨识等方面应用较多<sup>[7-8]</sup>,但跨介质过程中附加质量的

时变特性极大地增加了研究的难度,成为其模型构建和运动特性分析的关键制约因素。传统的理论推导法只适用于无穷域简单外形物体<sup>[9]</sup>的附加质量求解,水池试验方法周期长、花费高,而数值方法无比尺效应、流场信息丰富,国内外对于自由面流动的数值模拟已经做了大量的研究工作<sup>[10-12]</sup>,这也为时变附加质量的求解奠定了基础。目前对于运动物体的附加质量研究主要针对水下运动体和船舶类物体<sup>[13-17]</sup>,而对于跨介质运动物体附加质量的研究比较少,主要包括强迫振荡法及其数值化方法,不足之处在于振荡所引入的外界能量会导致自由液面以及流场的变化,与实际运动环境不符,增大了计算误差。本文针对运动物体跨越自由界面过程中的时变附加质量求解问题,采用约束数值试验手段,提出一种快速有效的计算策略,并以球头柱体为对象研究了其跨介质过程中的附加质量变化规律,可以为新概念

收稿日期: 2015-07-16; 录用日期: 2015-11-25; 网络出版时间: 2015-12-24 09:47

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151224.0947.001.html

基金项目: 国家“863”计划

\* 通讯作者: Tel.: 029-84787514-601 E-mail: wcsjff@163.com

**引用格式:** 张晓强, 冯金富, 吝科, 等. 跨介质运动物体的附加质量[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 821-828.

ZHANG X Q, FENG J F, LIN K, et al. Added mass of trans-media moving object[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 821-828 (in Chinese).

飞行器/武器的总体设计及优化提供技术支撑。

## 1 附加质量计算策略

以物体水空跨越为例,建立如图1所示坐标系。

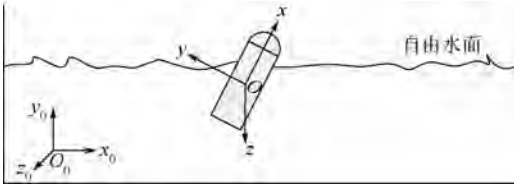


图1 倾斜出水过程的坐标系

Fig.1 Coordinate system of aslant separation

参考文献[7],给出物体倾斜水空跨越动力学方程:

$$(m + \lambda_{11})v'_x + \lambda'_{11}v_x + my_g\omega'_z - (m + \lambda_{22})\omega_z v_y - \lambda_{26}\omega_z^2 = \frac{1}{2}\rho_w v^2 SC_x + T + (B - G)\sin\theta \quad (1)$$

$$(m + \lambda_{22})v'_y + \lambda'_{22}v_y - (m + \lambda_{11})\omega_z v_x + \lambda'_{26}\omega_z + \lambda_{26}\omega'_z + my_g\omega_z^2 = \frac{1}{2}\rho_w v^2 SC_y + (B - G)\cos\theta \quad (2)$$

$$(J_z + \lambda_{66})\omega'_z + \lambda'_{66}\omega_z + \lambda_{26}v'_y + \lambda'_{26}v_y + \lambda_{26}\omega_z v_x + (\lambda_{22} - \lambda_{11})v_x v_y - my_g v'_y - my_g v_y \omega_z = \frac{1}{2}\rho_w v^2 SLm_z + x_B B \cos\theta + y_g G \sin\theta \quad (3)$$

式中: $\rho_w$ 为水的密度; $m$ 、 $v$ 、 $S$ 、 $L$ 和 $J_z$ 分别为物体的质量、速度、特征截面积、特征长度和转动惯量; $v_x$ 、 $v_y$ 和 $v_z$ 分别为物体速度在3个坐标轴方向上的分量; $C_x$ 、 $C_y$ 、 $m_z$ 、 $\omega_z$ 和 $\theta$ 分别为物体 $x$ 轴方向的阻力系数、 $y$ 轴方向的阻力系数、绕 $z$ 轴的转动力矩系数、绕 $z$ 轴的转动角速度和运动倾角; $x_B$ 和 $y_g$ 分别为出水过程物体浮心、质心的坐标; $T$ 、 $G$ 和 $B$ 分别为出水过程中物体所受的推力、重力和浮力; $\lambda_{11}$ 、 $\lambda_{22}$ 、 $\lambda_{26}$ 和 $\lambda_{66}$ 为出水过程的附加质量,即轴向附加质量、法向附加质量、附加静矩和附加转动惯量。

令 $v_y = 0$ 、 $\omega_z = 0$ ,物体沿 $x$ 轴方向运动,方程组可简化为

$$mv'_x = T - G \sin\theta + B \sin\theta - \rho_w v_x^2 SC_x / 2 - \lambda_{11} v'_x - \lambda'_{11} v_x \quad (4)$$

令 $v_x = 0$ 、 $\omega_z = 0$ ,物体沿 $y$ 轴方向运动,方程组可简化为

$$\begin{cases} mv'_y = -G \cos\theta + \rho_w v_y^2 SC_y / 2 + B \cos\theta - \lambda_{22} v'_y - \lambda'_{22} v_y \\ -my_g v'_y = y_g G \sin\theta + x_B B \cos\theta + \rho_w v^2 SLm_z / 2 - \lambda_{26} v'_y - \lambda'_{26} v_y \end{cases} \quad (5)$$

令 $v_x = 0$ 、 $v_y = 0$ ,物体绕 $z$ 轴转动,方程组可简化为

$$J_z \omega'_z = y_g G \sin\theta + \rho_w v^2 SLm_z / 2 + x_B B \cos\theta -$$

$$\lambda_{66} \omega'_z - \lambda'_{66} \omega_z \quad (6)$$

式(4)~式(6)右端后4项代表物体所受的水作用力/力矩,改变加速度与角加速度的方向,单独写出,如式(7)~式(12)所示:

$$F_{x+} = B \sin\theta - \rho_w v_x^2 SC_x / 2 - \lambda_{11} v'_x - \lambda'_{11} v_x \quad (7)$$

$$F_{x-} = B \sin\theta - \rho_w v_x^2 SC_x / 2 + \lambda_{11} v'_x - \lambda'_{11} v_x \quad (8)$$

$$\begin{cases} F_{y+} = \rho_w v_y^2 SC_y / 2 + B \cos\theta - \lambda_{22} v'_y - \lambda'_{22} v_y \\ M_{y+} = \rho_w v^2 SLm_z / 2 + x_B B \cos\theta - \lambda_{26} v'_y - \lambda'_{26} v_y \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} F_{y-} = \rho_w v_y^2 SC_y / 2 + B \cos\theta + \lambda_{22} v'_y - \lambda'_{22} v_y \\ M_{y-} = \rho_w v^2 SLm_z / 2 + x_B B \cos\theta + \lambda_{26} v'_y - \lambda'_{26} v_y \end{cases} \quad (10)$$

$$M_{\omega+} = \rho_w v^2 SLm_z / 2 + x_B B \cos\theta - \lambda_{66} \omega'_z - \lambda'_{66} \omega_z \quad (11)$$

$$M_{\omega-} = \rho_w v^2 SLm_z / 2 + x_B B \cos\theta + \lambda_{66} \omega'_z - \lambda'_{66} \omega_z \quad (12)$$

式中: $F_{x+}$ 、 $F_{x-}$ 、 $F_{y+}$ 和 $F_{y-}$ 分别为物体沿 $x$ 轴正向、 $x$ 轴负向、 $y$ 轴正向和 $y$ 轴负向运动时所受的水作用力; $M_{y+}$ 、 $M_{y-}$ 、 $M_{\omega+}$ 和 $M_{\omega-}$ 分别为物体沿 $y$ 轴正向运动、 $y$ 轴负向运动、绕 $z$ 轴顺时针转动和绕 $z$ 轴逆时针转动时所受的水作用力矩。

于是可得

$$\lambda_{11} = (F_{x-} - F_{x+}) / (2v'_x) \quad (13)$$

$$\lambda_{22} = (F_{y-} - F_{y+}) / (2v'_y) \quad (14)$$

$$\lambda_{26} = (M_{y-} - M_{y+}) / (2v'_y) \quad (15)$$

$$\lambda_{66} = (M_{\omega-} - M_{\omega+}) / (2\omega'_z) \quad (16)$$

由流体力学的知识易知,若能获取物体表面的流体信息,那么通过对物体表面的压强进行面积分即可得出 $F_{x+}$ 、 $F_{x-}$ 、 $F_{y+}$ 和 $F_{y-}$ ,通过对物体表面的压强同时进行面积分和距离积分即可得出 $M_{y+}$ 、 $M_{y-}$ 、 $M_{\omega+}$ 和 $M_{\omega-}$ ,附加质量计算公式虽然由出水动力学方程引出,但从过程来看,只要能确定不同运动参数下的流场环境,物体是出水状态还是入水状态均不影响结论的成立,故式(13)~式(16)同样适合于入水过程。

综上可得出附加质量的计算策略:建立运动物体的流场数值模型,设定2组速度相同、加速度相反的运动规律( $v, v', \omega, \omega'$ )与( $v, -v', \omega, -\omega'$ )分别计算,之后对物体表面的压强进行积分,利用式(13)~式(16)即可得出。

## 2 流场数值模型

本文的数值模拟包含水和空气2种流体,流动速度远远小于声速,所以认为水和空气均为不可压缩流体,把流动当作两相流,自由面为水与空

气的交界面,整个过程是一个非定常过程,为了能够精确地跟踪描述水空自由面,采用应用广泛的流体体积 (Volume of Fluid, VOF) 方法处理。

### 2.1 流动控制方程<sup>[18]</sup>

含相界面的气-液两相流可用如式(17)和式(18)所示的 Navier-Stokes 方程统一描述:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \times \mathbf{U}) = -\nabla P + \nabla \times (\mu \nabla \times \mathbf{U}) + \rho \mathbf{g} + F_{sv} \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{U} = (u_x, u_y, u_z)$  为流体质点在  $x$ 、 $y$  和  $z$  轴 3 个方向的速度矢量;  $P$  为静压;  $\rho$  和  $\mu$  分别为流体的密度和动力黏性系数;  $g$  为重力加速度;  $F_{sv}$  为表面张力的等价体积力形式,借助于流体体积函数  $F$  获得。

### 2.2 VOF 模型<sup>[19]</sup>

定义一个流体体积函数  $F$ , 使  $F$  的值等于一个单元内流体体积与该单元体积之比。如果  $F = 1$ , 说明该单元内充满流体; 如果  $F = 0$ , 说明该单元内不含流体; 如果  $0 < F < 1$ , 说明该单元内含有自由界面。  $F$  由如下守恒方程决定:

$$\frac{\partial F_q}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla F_q = \frac{S_{F_q}}{\rho_q} \quad (19)$$

式中: 下标  $q$  代表流体属性,  $q = 1$  代表空气,  $q = 2$  代表水;  $S_{F_q}$  代表与流体属性相关的源项。本文的计算中, 方程右端的源项为零, 于是方程可写为

$$\frac{\partial F_q}{\partial t} + \frac{\partial(u_x F_q)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y F_q)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z F_q)}{\partial z} = 0 \quad (20)$$

约束方程为

$$\sum_{q=1}^2 F_q = 1 \quad (21)$$

### 2.3 湍流模型

考虑水的黏性, 利用稳定性较好的湍流模型“标准  $k$ - $\varepsilon$  模型”对控制方程进行封闭<sup>[18-19]</sup>, 其模型方程如下。

湍流动能方程  $k$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon + S_k \quad (22)$$

扩散方程  $\varepsilon$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (23)$$

式中:  $k$  为紊流脉动动能;  $u_i$  为流体  $i$  方向的速度;  $x_i$  和  $x_j$  为互为相交的 2 个方向;  $\varepsilon$  为紊流脉动

能的耗散率;  $\mu_t$  为流体的湍动黏性系数;  $G_k$  为由层流速度梯度而产生的湍流动能;  $G_b$  为由于浮力产生的湍流动能;  $C_{1\varepsilon}$  和  $C_{2\varepsilon}$  为经验常数;  $\sigma_k$  和  $\sigma_\varepsilon$  分别为  $k$  方程和  $\varepsilon$  方程的湍流  $Pr$  (Prandtl) 数;  $S_k$  和  $S_\varepsilon$  为用户定义的源项。

### 2.4 动网格方法

数值计算中, 整个计算域由网格组成, 物体的运动意味着物面边界的移动, 即运动条件需要定义在边界条件上, 使用自定义函数 (User-Defined Function, UDF) 对其进行描述, 计算过程中被求解器动态地加载, 本文中设定的运动规律 ( $v, v', \omega, \omega'$ ) 即通过 UDF 实现。

随着边界的运动, 部分网格被不断压缩, 部分网格被不断拉伸, 压缩和拉伸产生的畸变会影响计算的精度, 畸变达到一定程度还会产生负体积网格而导致计算失败。物体的跨介质运动过程在数值环境中就是边界的运动, 所以计算过程中需要用到动网格方法, 包括 smooth、layering 和 remesh 等多种网格更新方法<sup>[20]</sup>, 下一时间步的运动情况是由当前时间步的计算结果确定的, 各种时间步的体网格的更新是基于边界条件新的位置。

smooth 根据边界点上的已知位移来光滑调整流域内节点的位置, 不改变网格的拓扑结构, 能保证网格质量, 适用于小位移问题, 对于大位移和强切变问题仅靠节点松弛不能保证网格质量, 而且有可能出现网格相交的情况, 网格的品质会发生改变, 需要用到 remesh, 通过设置网格控制参数如网格的最小、最大长度, 网格单元的偏斜度、尺度函数参数可以控制网格移动后的品质。

## 3 结果验证及分析

考虑到无穷域球体的附加质量存在理论解析解, 也有比较可靠的试验资料, 故选用球体作为参考外形。如图 2 所示, 整体计算域为  $20 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$  的长方体, 球体直径  $D = 1 \text{ m}$ , 非结构网格能较好地适应球体曲面的变化, 故模型的面网格采用三角网格, 计算域采用四面体、六面体和楔形体; 为了兼顾模型曲面网格的精细度与总体计算网格数量, 将整个计算域划分为静止区域和变化区域, 划分网格时在质量优先的准则下对静止区域使用六面体、楔形体网格, 对变化区域使用四面体网格, 在计算过程中, 静止区域的网格保持不变, 变化区域的网格根据边界的运动进行实时更新, 模型壁面网格尺寸为  $0.03 \text{ m}$ , 外围边界网格尺寸为  $0.3 \text{ m}$ , 最终网格数量 149 万, 网格质量绝大部分超过 0.7, 网格质量及局部网格如图 3、图 4 所示。

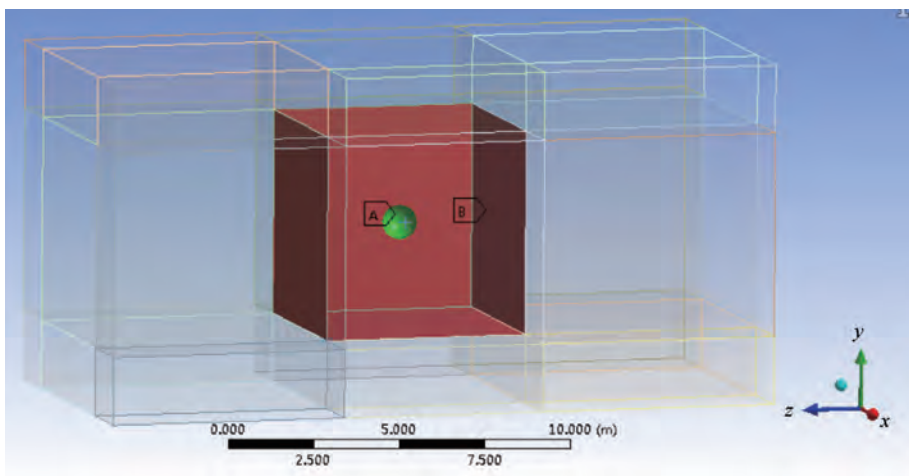


图2 计算域示意图

Fig. 2 Schematic diagram of computational region

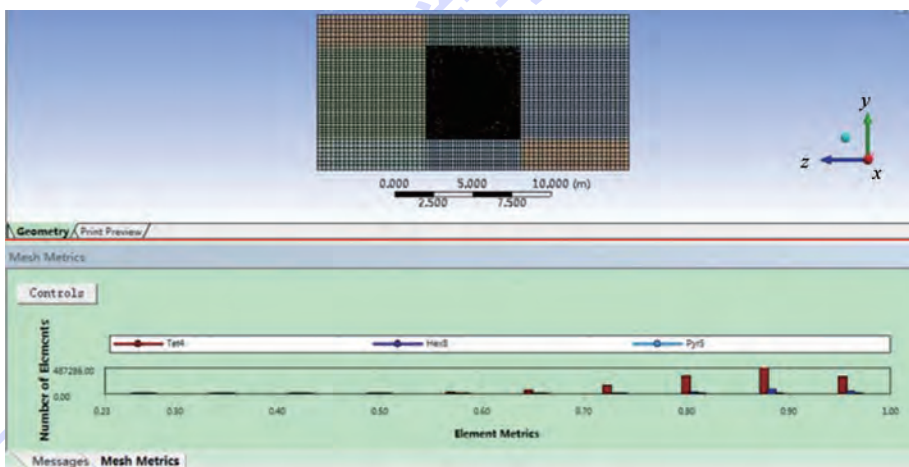


图3 网格质量分布

Fig. 3 Mesh quality distribution

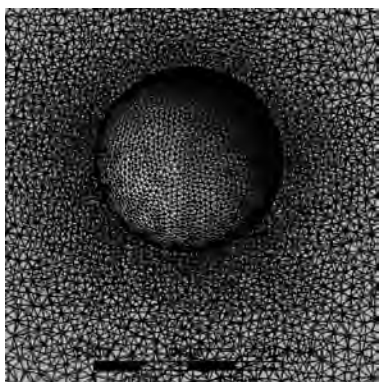


图4 局部网格示意图

Fig. 4 Schematic diagram of regional mesh

选用压力-速度耦合求解器和 couple 算法, 计算域上表面为压力出口, 其他表面为壁面, 时间步长  $\Delta t = 0.001$  s, 计算无穷域球体附加质量系数时浸深位置为自由面  $y = 2$  m 处。4 组运动规律下的求解结果如表 1 所示,  $(v, v', -v')$  代表球体分别以  $(v, v')$  和  $(v, -v')$  进行运动。

表1 无穷域球体附加质量系数

Table 1 Added mass coefficient of sphere in infinite region

计算条件 ( $v, v', -v'$ )	理论值	$y$ 轴 方向	$y$ 轴方向 相对误差/%	$z$ 轴 方向	$z$ 轴方向 相对误差/%
(1, 3, -3)	0.5	0.496 52	0.696 24	0.497 33	0.533 84
(1, 10, -10)	0.5	0.496 50	0.700 02	0.497 28	0.543 39
(2, 3, -3)	0.5	0.496 64	0.672 06	0.497 36	0.528 48
(2, 10, -10)	0.5	0.496 76	0.647 24	0.497 44	0.511 22

从表 1 中可以看出,  $y$  轴方向与理论值的最大相对误差为 0.700 02%,  $z$  轴方向最大相对误差为 0.543 39%, 均与理论值吻合较好, 说明选定的速度与加速度不影响计算结果的正确性。

选择运动参数  $(v, v', -v') = (1, 10, -10)$ , 计算球体垂直出水过程中不同浸深时  $y$  轴方向、 $z$  轴方向的附加质量系数, 结果如图 5 所示。从图 5 中可以发现, 球体顶端在接触自由面时,  $y$ 、 $z$  轴方向附加质量系数已经分别下降了 29.6% 和

16.2%,符合实际的运动过程,说明方法适合于带自由面的附加质量求解。

为便于比较,将浸深和附加质量无量纲化,即

$$\begin{cases} \bar{H} = H/L \\ \bar{\lambda} = \lambda/\rho_w V \end{cases} \quad (24)$$

式中: $H$ 为物体浸没于水下部分的长度; $\lambda$ 为附加质量; $V$ 为物体的体积。浸深为1代表刚好完全浸没水下,浸深为0代表刚好完全露出水面,浸深由0到1就代表了跨介质过程的入水阶段,由1到0就代表了跨介质过程的出水阶段。

选用组合 $(v, v', \omega, \omega') = (1, 5, 0.1, 1)$ 及 $(v, -v', \omega, -\omega') = (1, -5, 0.1, -1)$ ,参照球体附加质量的设置条件进行计算,球头柱体出入水的附加质量系数求解结果如表2、表3所示,图8~图11为结果对比图。

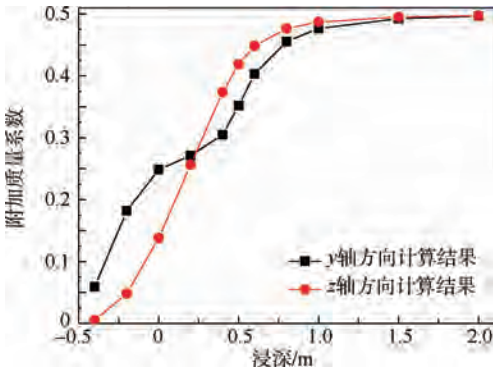


图5 球体附加质量系数曲线

Fig. 5 Added mass coefficient curves of sphere

### 4 跨介质过程中的附加质量

物体在跨介质运动过程中,由于出水阶段和入水阶段受自由水面影响,所以附加质量是随时间变化的参量,为研究其变化规律,以某简化球头柱体外形为例,头部为半球( $r = 0.2 \text{ m}$ ),中间为圆柱( $r = 0.2 \text{ m}, h = 1 \text{ m}$ ),尾部为圆台( $r_1 = 0.2 \text{ m}, r_2 = 0.1 \text{ m}, h = 0.3 \text{ m}$ ),计算域与网格划分结果见图6和图7,出水阶段和入水阶段使用同一套网格,在数值计算时只需改变重力加速度的方向即可。

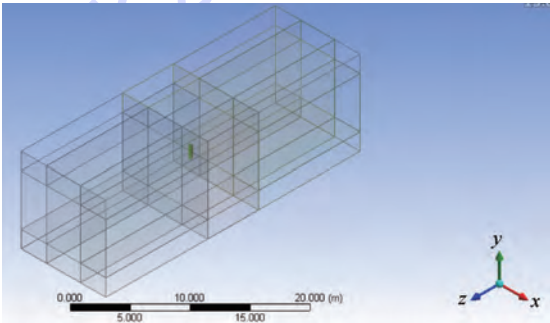


图6 柱体外形计算域

Fig. 6 Computational region of cylinder shape

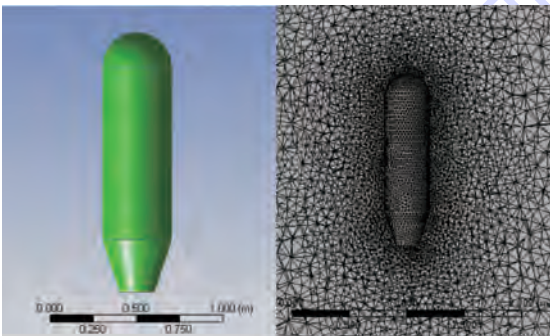


图7 柱体外形及其局部网格

Fig. 7 Cylinder shape and its regional mesh

表2 入水附加质量系数  
Table 2 Added mass coefficient of entry step

水面/m	无量纲浸深	附加质量系数			
		$\lambda_{11}$	$\lambda_{66}$	$\lambda_{22}$	$\lambda_{26}$
$y = -0.7$	0.933 33	0.084 93	0.046 38	0.859 72	0.007 84
$y = -0.5$	0.800 00	0.075 05	0.036 76	0.724 75	0.042 74
$y = -0.2$	0.600 00	0.073 84	0.027 87	0.482 60	0.074 58
$y = 0$	0.466 67	0.072 56	0.026 86	0.329 70	0.071 30
$y = 0.2$	0.333 33	0.070 34	0.022 27	0.189 18	0.051 89
$y = 0.5$	0.133 33	0.059 00	0.005 51	0.033 98	0.010 88
$y = 0.6$	0.066 67	0.038 43	0.002 32	0.009 05	0.002 58

表3 出水附加质量系数  
Table 3 Added mass coefficient of separation step

水面/m	无量纲浸深	附加质量系数			
		$\lambda_{11}$	$\lambda_{66}$	$\lambda_{22}$	$\lambda_{26}$
$y = -0.7$	0.066 67	0.018 64	0.006 96	0.010 26	0.004 27
$y = -0.5$	0.200 00	0.042 00	0.016 37	0.070 41	0.027 28
$y = -0.2$	0.400 00	0.054 00	0.035 17	0.235 44	0.072 06
$y = 0$	0.533 33	0.056 15	0.040 15	0.378 70	0.092 40
$y = 0.2$	0.666 67	0.057 40	0.041 27	0.533 49	0.096 16
$y = 0.5$	0.866 67	0.058 59	0.050 14	0.776 90	0.064 62
$y = 0.6$	0.933 33	0.060 38	0.055 65	0.852 79	0.046 32

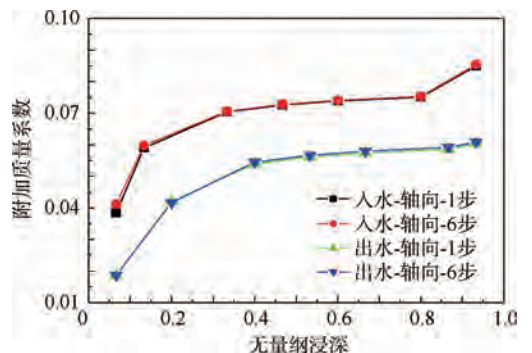


图8 随浸深变化的轴向附加质量系数

Fig. 8 Depth-varying coefficients of axial added mass

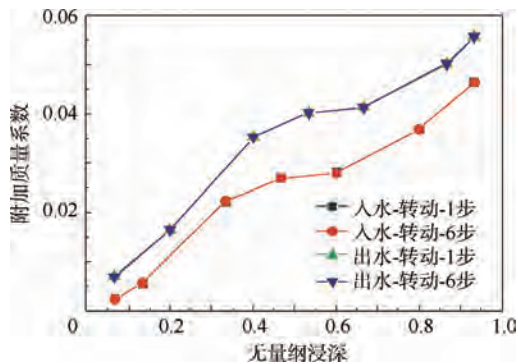


图9 随浸深变化的附加转动惯量系数

Fig. 9 Depth-varying coefficients of added inertia moment

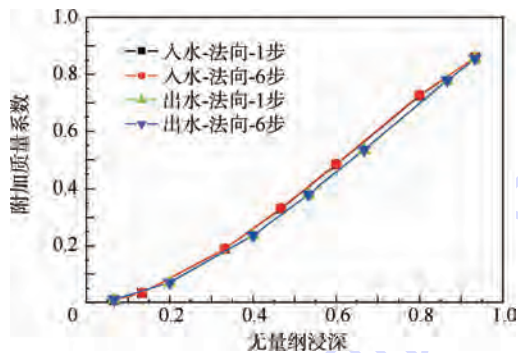


图10 随浸深变化的法向附加质量系数

Fig. 10 Depth-varying coefficients of normal added mass

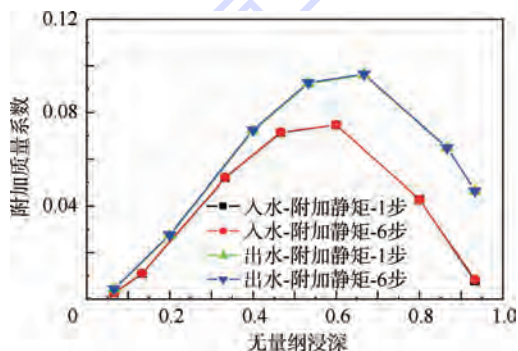


图11 随浸深变化的附加静矩系数

Fig. 11 Depth-varying coefficients of added static moment

在本文的计算条件下,忽略物体小位移的影响,进行了6步计算,后续处理可得出2步、3步、4步、5步和6步的平均结果,不同步数平均结果的差异不超过3%,以6步平均结果为代表,直接给出其对比结果。从图8~图11中容易看出,无论出水还是入水,1步计算结果与6步计算的平均结果吻合较好,从曲线上看比较一致,原因是选择的外形相对简单,网格质量较高,计算结果比较理想。就实际数据而言,1步计算结果与6步计算的平均结果是有细微差别的,这主要源自于数值模型和多步计算。

1步计算时物体的浸深反映了真实的自由面,所以严格意义上讲,只有1步计算的结果最能

符合物理实际,但1步计算时流场发展不够充分,可能会导致结果偏离真实值,就工程应用而言,还需要考虑外形复杂程度、网格质量以及参数选取等因素对结果的影响。多步计算能够平抑结果的波动,但随着计算步数的增多,物体的浸深位置会发生变化,变化量的大小取决于设定的时间步长和运动速度,从而导致计算误差增大。只要选取适当的计算条件,计算结果就能够反映出实际的运动情况,而且能够降低结果对影响因素的敏感度,所以应用时可以根据情况选择使用。

跨介质的出水和入水过程中,轴向附加质量系数、法向附加质量系数、附加转动惯量系数和附加静距系数随浸深的变化曲线相似,除法向附加质量系数曲线外,其他3个均在浸深0.5附近存在趋缓区域,这与球头柱体的细长外形有关,在出水阶段和入水阶段,浸没于自由水面下的部分随球头柱体运动的规律比较接近,附加质量受此影响从而表现出趋势的一致性。从量级来看,轴向附加质量系数、附加静距系数最大均不超过0.1,附加转动惯量系数最大不超过0.06,相对法向附加质量系数而言比较小,这是因为球头柱体在全浸没状态下时法向的迎水面积远大于轴向的迎水面积,也说明其法向速度在水流体的作用下相对更难改变。

对比出水和入水过程,同样的浸深下,入水时柱体的轴向附加质量系数高于出水,最小超出29%以上,入水时的法向附加质量系数略高于出水时的数据;出水时的附加转动惯量系数与附加静距系数均高于入水时的数据。虽然曲线形状相似,随浸深变化的趋势一致,但数据差别较大,这也从附加质量的角度证明了出水不是入水的逆过程。

## 5 结论

本文综合运用动网格、两相流等数值方法,针对跨介质运动物体出水过程和入水过程的时变附加质量问题,提出了一种快速有效的计算策略,推导了附加质量的计算公式并进行了验证分析,以球头柱体外形为例,对其垂直跨越自由面过程中的附加质量随浸深变化的规律进行了研究,结果表明:

1) 新的计算策略能够对跨介质运动物体的时变附加质量进行计算,精度符合工程要求。

2) 跨介质运动物体的出水过程和入水过程的附加质量变化趋势相同,规律相近。

研究结论可应用于跨介质运动体的设计、性能分析预报,对其他带自由面问题如水下发射、空

投入水兵器的研究也具有一定的参考价值。限于篇幅,本文未考虑波浪因素,而且运动限定在三自由度的纵向平面内,波浪、多自由度耦合对跨介质运动物体的附加质量产生何种影响是后续的重点研究方向。

### 参考文献 (References)

- [1] 裴灏,张宇文,李闻白,等. 跨介质飞行器气/水两相弹道仿真研究[J]. 工程力学,2010,27(8):223-228.  
PEI X,ZHANG Y W,LI W B, et al. Simulation and analysis on the gas/water two-phase ballistics of trans-media aircraft [J]. Engineering Mechanics,2010,27(8):223-228 (in Chinese).
- [2] 刘伟. 潜水飞机总体设计与气动外形结构设计分析[D]. 南昌:南昌航空大学,2012:1-5.  
LIU W. The diving plane design and the aerodynamic shape structural design and analysis [D]. Nanchang: Nanchang Hangkong University,2012:1-5 (in Chinese).
- [3] 李金洪,杨安强,粟凌云. 跨介质 UAV 水面滑跳转向特性建模与仿真[J]. 鱼雷技术,2012,20(6):401-406.  
LI J H,YANG A Q,SU L Y. Modeling and simulation of dynamic characteristics of slide jump steering trajectory for trans-media UAV [J]. Torpedo Technology,2012,20(6):401-406 (in Chinese).
- [4] 王伟,张宇文,朱灼. 跨介质飞行器弹道仿真分析[J]. 计算机仿真,2011,28(12):1-4.  
WANG W,ZHANG Y W,ZHU Z. Simulation and analysis on ballistic trajectory of trans-media aircraft [J]. Computer Simulation,2011,28(12):1-4 (in Chinese).
- [5] 王永虎,石秀华,李文哲,等. 斜入水高速冲击的理论建模及缓冲分析[J]. 机械科学与技术,2008,27(6):766-769.  
WANG Y H,SHI X H,LI W Z, et al. Modeling and cushioning analysis of oblique water entry with high velocity [J]. Mechanical Science and Technology for Aero-space Engineering,2008,27(6):766-769 (in Chinese).
- [6] 廖剑晖,由小川,吕海波,等. 发展时变附加质量方法模拟飞行器出水过程[J]. 工程力学,2012,29(4):202-209.  
LIAO J H,YOU X C,LY H B, et al. Development of a time-varying added mass method in the simulations of the water-exit process of underwater vehicles [J]. Engineering Mechanics,2012,29(4):202-209 (in Chinese).
- [7] 陈玮琪. 智能辨识技术及其在物体出水水动力参数辨识中的应用研究[D]. 无锡:江南大学,2008:1-23.  
CHEN W Q. Study on intelligent identification for hydrodynamic parameters of water-exit body [D]. Wuxi: Jiangnan University,2008:1-23 (in Chinese).
- [8] 徐亮,边宇枢,宗光华. 水下机器人路径控制与仿真[J]. 北京航空航天大学学报,2005,31(2):162-166.  
XU L,BIAN Y S,ZONG G H. Path tracking control and simulation of underwater vehicle [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2005,31(2):162-166 (in Chinese).
- [9] 王恭义. 物体在带自由表面的流体中作任意运动的附加质量 [D]. 大连:大连理工大学,2007:1-29.  
WANG G Y. Added mass for bodies moving arbitrarily in fluid with free surface [D]. Dalian: Dalian University of Technology,2007:1-29 (in Chinese).
- [10] SCHOEFFMANN K,TASCHWER M,BOESZOERMENYI L. Numerical simulation of transient free surface flows using a moving mesh technique [J]. Journal of Applied Mechanics,2006,73(6):1017-1025.
- [11] YU G X,AVITAL E,WILLIAMS J, et al. Large eddy simulation of flow past free surface piercing circular cylinders [J]. Journal of Fluids Engineering,2008,130(10):1135-1150.
- [12] WANG K,JIN S,LIU G. Numerical modeling of free-surface flows with bottom and surface-layer pressure treatment [J]. Journal of Hydrodynamics,2009,21(3):352-359.
- [13] VALENTIN D,PRESAS A,EGUSQUIZA E, et al. Experimental study on the added mass and damping of a disk submerged in a partially fluid-filled tank with small radial confinement [J]. Journal of Fluids and Structures,2014,50(1):1-17.
- [14] JAIMAN R K. Added mass and aeroelastic stability of a flexible plate interacting with mean flow in a confined channel [J]. Journal of Applied Mechanics,2014,81(4):1154-1159.
- [15] 朱仁传,郭海强,缪国平,等. 一种基于 CFD 理论船舶附加质量与阻尼的计算方法[J]. 上海交通大学学报,2009,43(2):198-203.  
ZHU R C,GUO H Q,MIAO G P, et al. A Computational method for evaluation of added mass and damping of ship based on CFD theory [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University,2009,43(2):198-203 (in Chinese).
- [16] 李刚,段文洋,郭志彬. 复杂构型潜器附加质量的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报,2010,42(7):1145-1148.  
LI G,DUAN W Y,GUO Z B. Added mass of submerged vehicles with complex shape [J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2010,42(7):1145-1148 (in Chinese).
- [17] 傅慧萍,李杰. 附加质量 CFD 计算方法研究[J]. 哈尔滨工程大学学报,2011,32(2):148-152.  
FU H P,LI J. Numerical studies of added mass based on the CFD method [J]. Journal of Harbin Engineering University,2011,32(2):148-152 (in Chinese).
- [18] 李会雄,邓晟,赵建福,等. LEVEL SET 输运方程的求解方法及其对气-液两相流运动界面数值模拟的影响[J]. 核动力工程,2005,26(3):242-248.  
LI H X,DENG S,ZHAO J F, et al. Numerical simulation of interface movement in gas-liquid two-phase flows with level set method [J]. Nuclear Power Engineering,2005,26(3):242-248 (in Chinese).
- [19] CHEN X F,LI Y C,WANG Y X, et al. Numerical simulation of wave interaction with perforated caisson breakwaters [J]. China Ocean Engineering,2003,17(1):33-43.
- [20] 褚江. 非结构动网格生成方法研究[D]. 南京:南京理工大学,2006:1-5.  
CHU J. Research of the generation of dynamic unstructured meshes [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology,2006:1-5 (in Chinese).

## 作者简介:

张晓强 男,博士研究生。主要研究方向:新概念武器设计与仿真。

Tel.: 029-84787514-602

E-mail: 286465930@qq.com

冯金富 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:新概念武器设计与仿真。

Tel.: 029-84787514-601

E-mail: wcsjff@163.com

## Added mass of trans-media moving object

ZHANG Xiaoqiang<sup>1,2</sup>, FENG Jinfu<sup>1,\*</sup>, LIN Ke<sup>1</sup>, HU Junhua<sup>1</sup>

(1. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. PLA 95889, Jiuquan 735018, China)

**Abstract:** Trans-media moving object was equipped with outstanding advantages in multiple fluid media environment. However, its moving characteristics were hard to predict because of the free surface problem and complex stress. Added mass method was common to solve fluid-structure coupling problems in engineering, but the existing conclusions could not be extended to trans-media process with free surface. A new method was proposed aiming to solve the time-varying added mass problems in trans-media process. Changing laws of added mass of some cylinder were studied, which lied in different depths in both separation step and entry step of the trans-media process. It is shown that the two steps have same changing trend and similar depth-varying curve with the depth varying; in the same depth, normal added mass of separation step is near to that of the entry step and both depth-varying curves have linear characteristics; as for axial added mass, added inertia moment, and added static moment, the results of two steps in the same depth are different obviously, so the two steps are irreversible. The proposed method is helpful for design of trans-media structure, and can be extended to other situations of added mass computing with free surface.

**Key words:** trans-media; added mass; free surface flow; hydrodynamic force; numerical calculation

**Received:** 2015-07-16; **Accepted:** 2015-11-25; **Published online:** 2015-12-24 09:47

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151224.0947.001.html

**Foundation item:** National High-tech Research and Development Program of China

\* **Corresponding author.** Tel.: 029-84787514-601 E-mail: wcsjff@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0554

# 基于奇异谱分析的空间环境数据插补方法

刘帅<sup>1</sup>, 李智<sup>1,\*</sup>, 龚建村<sup>2</sup>, 林瑞淋<sup>2</sup>, 马志昊<sup>1</sup>

(1. 装备学院 航天指挥系, 北京 101416; 2. 中国科学院 国家空间科学中心, 北京 100190)



**摘 要:** 空间环境数据具有典型的非线性、非平稳特征, 并经常包含有缺失数据, 给预报模型的建立、预测以及物理过程的分析带来了一定的困难。为了实现缺失数据的插补, 基于奇异谱分析(SSA)迭代插补的思想, 设计了一种能够适用于不同缺失数据分布的插补方案。该方案提取出原始时间序列中缺失数据分布数组, 利用缺失数据分布数组生成交叉验证所用的测试数据集, 并利用离散粒子群优化算法寻找 SSA 的 2 个关键性参数, 即嵌入窗口长度和主成分个数。通过不同太阳活动年份实际观测的太阳风参数、地磁指数等实例验证了算法的有效性。

**关键词:** 奇异谱分析(SSA); 离散粒子群优化算法; 数据插补; 空间环境; 时间序列

**中图分类号:** TP391; P353

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0829-08

由于受卫星轨道限制、测量设备故障、通信链路中断及人为数据剔除等因素的影响, 空间环境测量数据(包括太阳风参数、行星际磁场和高能粒子通量等)经常出现数据缺失现象, 而很多分析过程及建模手段都需要连续的数据作为输入, 因此, 研究空间环境缺失数据插补方法有着重要的现实意义。

空间环境数据具有典型的非线性、非平稳特征, 寻求能够适用于此类特征的数据插补方法已经受到越来越多的重视。作为一种非参数化、数据驱动和自适应的时间序列分析方法, 奇异谱分析(Singular Spectrum Analysis, SSA)集成了经典时间序列分析、多元统计、动态系统和信号处理等方法的特点, 尤其适合于从短时、噪声信号中提取有用信息<sup>[1-3]</sup>。其基本思想是: 通过将时间序列分解为一系列的模态项, 如趋势项、周期项及噪声项, 利用选取的主要模态重建原始信号, 进而过滤掉噪声序列。由于模态项的分解过程对少数数据

点并不敏感, 可利用重建的数据序列插补原始缺失数据。

Schoellhamer<sup>[4]</sup>于 2001 年首先提出了一种能够适应于缺失数据的 SSA 算法(S-SSA), 通过忽略缺失数据, 利用已知数据构建轨迹矩阵, 设定嵌入窗口内缺失数据的比例, 以此控制序列的重建过程。但此方法没有对缺失数据进行插补处理, 为此, Shen 等<sup>[5]</sup>提出了一种改进的插补方案(I-SSA), 将缺失数据的插补转换成关于主成分分量的矩阵方程近似解。I-SSA 扩展了 S-SSA 算法的应用范围, 但 2 种算法都是基于 Toeplitz 形式的轨迹矩阵, 只适用于平稳时间序列的处理, 且对 SSA 算法的 2 个关键性参数的选取没有讨论。

Golyandina 和 Osipov<sup>[6]</sup>则利用 Hankel 轨迹矩阵的对称特性, 基于 SSA 讨论缺失数据的插补方法, 给出了算法的适用条件和数学证明。其主要问题在于适用条件过于严格, 且最终整个数据序列都会发生变化, 产生人为的失真。

收稿日期: 2015-08-28; 录用日期: 2015-09-30; 网络出版时间: 2015-10-10 16:33

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151010.1633.004.html

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划; 中国科学院青年创新促进会(Y52133A23S)

\* 通讯作者: Tel.: 010-66364171 E-mail: lizhizys@263.net

**引用格式:** 刘帅, 李智, 龚建村, 等. 基于奇异谱分析的空间环境数据插补方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 829-836. LIU S, LI Z, GONG J C, et al. Gap filling method for space environment data based on singular spectrum analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 829-836 (in Chinese).

Kondrashov 和 Ghil<sup>[7]</sup> 基于文献[8]中迭代经验正交函数法提出了一种 2 层循环结构的 SSA 数据插补算法(KG-SSA)。其中,内循环用于缺失数据的插补,外循环用于调整插补所用到的主要模态分量个数,最终利用交叉验证的方法实现对插补参数的评价与优选。Kondrashov 等<sup>[9-10]</sup> 将 KG-SSA 扩展到多元的情况,并利用地磁指数( $K_p$ 、 $D_{st}$  和  $A_E$  等)实现了不同时间尺度的太阳风参数缺失数据计算试验,得到了较好的结果。

KG-SSA 算法中外循环采用的是遍历寻优的办法,计算效率较低。王辉赞<sup>[11]</sup> 和刘巍<sup>[12]</sup> 等针对此问题提出了一种区间四分法实现小波动情况下的参数快速寻优,但对嵌入窗口选择并未涉及。

本文对文献[7]中算法框架进行了改进,使得算法能够在一定程度上适应缺失数据的结构,同时考虑了嵌入窗口和主成分的选取问题。

## 1 SSA 基本原理介绍

SSA 以奇异值分解为基础,包括分解和重构 2 个过程。分解过程利用原始序列生成一系列的时间经验正交函数和主成分分量,包括轨迹矩阵嵌入和奇异值分解 2 步;重构过程则实现对时滞矩阵的还原及时间序列的近似恢复,包括分组和对角化平均 2 步。

以一元 SSA(U-SSA)为例,其过程简要描述如下<sup>[13-15]</sup>。

### 1) 轨迹矩阵嵌入

设时间序列  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , 嵌入窗口为  $M$ , 该步骤完成一维时间序列到高维相空间即时滞轨迹矩阵的映射,得到轨迹矩阵  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_K]_{M \times K}$ ,  $\mathbf{x}_i = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+M-1}]^T$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ ,  $K = N - M + 1$ 。  $\mathbf{X}$  为一个具有反对角对称性的 Hankel 矩阵。

### 2) 奇异值分解

由轨迹矩阵  $\mathbf{X}$  计算时滞协方差矩阵:

$$\mathbf{C} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T \quad (1)$$

对  $\mathbf{C}$  进行特征值分解,得到按降序排列的特征值  $\lambda_j$  及其对应的特征向量  $\mathbf{U}_j$  即时间经验正交函数,此时奇异值  $\sigma_j = \sqrt{\lambda_j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ 。

### 3) 分组

将特征值进行分组,代表不同特征的信号分量,比如取较大特征值表征有用信号,较小特征值表征噪声分量,此时有

$$\begin{cases} \mathbf{I} = \{i_1, i_2, \dots, i_n\} \\ \bar{\mathbf{I}} = \{1, 2, \dots, d\} \setminus \mathbf{I} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{I}$  为有用信号;  $\bar{\mathbf{I}}$  为去除  $\mathbf{I}$  后的噪声信号;  $d$  为时滞矩阵  $\mathbf{C}$  的秩。

原始信号可以表示成有用信号与噪声信号的和,即

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_I + \mathbf{X}_{\bar{I}} \quad (3)$$

$$\text{式中: } \mathbf{X}_I = \sum_{i \in \mathbf{I}} \mathbf{X}_i; \mathbf{X}_{\bar{I}} = \sum_{i \in \bar{\mathbf{I}}} \mathbf{X}_i.$$

### 4) 对角化平均

按照反对角元素求平均的步骤将信号矩阵还原成一维信号,得到重建后的信号。此时

$$\tilde{x}_i = \begin{cases} \frac{1}{i} \sum_{l=1}^i \mathbf{X}_I(l, i-l+1) & 1 \leq i \leq M \\ \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \mathbf{X}_I(l, i-l+1) & M \leq i \leq K \\ \frac{1}{N-i+1} \sum_{l=1}^{N-i+1} \mathbf{X}_I(l+i-K, K-l+1) & K \leq i \leq N \end{cases} \quad (4)$$

多元 SSA(M-SSA) 与此类似。注意当处理不同量纲的数据时,为了避免不同变量数据大小对结果的影响,一般要做标准化预处理。

## 2 SSA 数据插补方法

### 2.1 问题的提出

Kondrashov 和 Ghil<sup>[7]</sup> 指出,缺失数据的分布、位置和数量对插补效果有很大的影响,但在其算法中并未充分体现缺失数据这种结构特性的影响。因此,本文的方法旨在解决如下 2 个问题:

1) 如何将缺失数据的结构特性考虑到插补方法中。

2) 如何有效地选取 SSA 的 2 个关键参数。

针对第 1 个问题,本文定义了描述缺失数据结构的分布数组  $\mathbf{F} = \{F_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , 有

$$F_i = \begin{cases} 1 & x_i \text{ 有观测值} \\ \text{NaN} & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中: NaN 表示无效值。

分布数组具有如下特性: 设偏移量  $\Delta \in \mathbf{Z}$ , 对  $\mathbf{F}$  进行偏移, 如果  $\Delta > 0$ , 则向右移位  $\Delta$ , 如果  $\Delta < 0$ , 则向左移位  $\Delta$ 。  $\Delta > 0$  时, 移位过程中超出序列最大索引值的部分折回到序列的初始部分, 实现循环移位;  $\Delta < 0$  时, 同理, 见图 1。其中  $\mathbf{X}$  表示数据序列,  $\mathbf{F}$  表示提取的分布数组,  $\tilde{\mathbf{F}}$  表示移位后的分布数组, 深色方框表示缺失数据,  $\Delta = 2$  表示向右移动 2 位, 此时  $x_0$  处的缺失数据移动 2 位后超出序列最大长度, 则循环到序列起始位置,  $x_8$  处缺失数据移动到  $x_{10}$  处, 依次顺延。

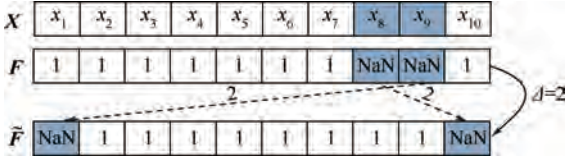


图1 缺失数据分布数组示意图

Fig.1 Schema of distribution array of missing values

基于数组  $F$  实现数据插补的核心思路在于用  $F$  来构造测试数据集:首先用所有已知数据重构出原始缺失数据,此时所有数据为“已知”状态,然后按照交叉验证的思路,随机生成偏移项  $\Delta$ ,对  $F$  进行偏移,此时“已知”数据序列按照偏移后的  $F$  构造出缺失数据结构,即为所需要的测试数据集。与文献[7]不同的是,这里是先利用所有已知数据重构出缺失数据,然后用偏移后的测试数据集评价重构的精度,即重构参数的泛化能力。

上述插补方案并未涉及缺失数据在整个序列上分布的位置信息,这也是任何插补方法共有的、不可避免的问题,但最大程度地保留了缺失数据数量和相对位置的结构特性。

已有文献<sup>[16-18]</sup>对第2个问题进行了讨论,但只是给出了参数的选取范围,没有确定具体指标,且主要是针对全部数据已知的数据序列,对于缺失数据的情况其适应性有待进一步研究。本文将 SSA 参数的选取归结为参数的寻优问题,利用先进的群智能优化算法来寻找最优参数。

### 2.2 离散粒子群优化算法

粒子群优化算法是一种群智能优化算法。由于其实现简单、寻优效率高,自提出以来便获得了广泛的应用和研究。粒子群优化算法中的每个粒子代表解空间中的一个解,用一个位置矢量来表示,粒子以一定的速度(具有方向和大小)在解空间中不断地运动以寻找更优的解。多个粒子形成的群体,称为种群。粒子能够从自身的经验和种群的信息交互中进行学习<sup>[19-20]</sup>。

离散粒子群优化算法是对标准粒子群优化算法适用于离散解空间的扩展,能够用于解决实际问题中的离散变量优化问题<sup>[21-22]</sup>。目前对离散粒子群优化算法的研究主要分为3类:基于二进制编码的方法、基于连续空间直接离散化的方法以及对算法动力学方程重新定义的方法<sup>[23]</sup>。考虑到第2类方法易于理解,容易集成其他先验知识(约束问题),本文拟用其实现对 SSA 的参数寻优。

首先,将 SSA 的窗口长度和主分量个数编码

为离散粒子群优化算法中的位置矢量  $z_i = (M_i, K_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $n$  为粒子种群规模。

然后,在离散粒子群优化算法迭代过程中,粒子按照如下方程更新其位置和速度。

粒子速度更新方程为

$$v_{k+1}^{i,j} = w v_k^{i,j} + c_1 r_{1k}^{i,j} (z_{pt}^{i,j} - z_i^{i,j}) + c_2 r_{2k}^{i,j} (z_{gt}^j - z_i^{i,j}) \quad (6)$$

粒子位置更新方程为

$$z_{k+1}^{i,j} = \text{ceil}(z_k^{i,j} + v_{k+1}^{i,j}) \quad (7)$$

式中: $v_{k+1}^{i,j}$ 为第  $k+1$  代粒子中第  $i$  个粒子的第  $j$  个维度的速度值; $w$ 为粒子继承上一代速度大小的惯性权重,通常以线性递减的形式表示,  $w = w_{\min} + i_{\text{cur}}(w_{\max} - w_{\min})/M_{\text{iter}}$ , 一般情况下取  $w_{\max} = 0.9$ ,  $w_{\min} = 0.4$ ,  $i_{\text{cur}}$ 为当前迭代次数,  $M_{\text{iter}}$ 为最大迭代次数; $c_1$ 、 $c_2$ 为粒子的加速因子,通常取  $c_1 = c_2 = 2$ ;  $r_1$ 、 $r_2$ 为  $[0, 1]$ 内服从均匀分布的随机数; $z_{pt}^{i,j}$ 为粒子自身经历的最好位置; $z_{gt}^j$ 为粒子种群经历的最好位置。式(7)中的 ceil 操作用来把连续型变量取整,使之成为离散型变量。针对不同的问题,取整策略会有所不同,如解空间是  $[10, 20, 30, 40, \dots]$ , 则取整时需要进行相应的映射变换。本文中要处理的变量是连续的整数,故可以直接采用四舍五入的方法,简化了处理的流程。

为了防止粒子跳出参数的取值范围,通常定义粒子的位置的最大、最小值( $z_{\max}$ ,  $z_{\min}$ ),并以此对粒子进行限定:

$$z_{t+1}^{i,j} = \begin{cases} z_{\max}^j & z_{t+1}^{i,j} > z_{\max}^j \\ z_{\min}^j & z_{t+1}^{i,j} < z_{\min}^j \end{cases} \quad (8)$$

这样从优化的角度将 SSA 参数选取问题重新描述如下:

确定  $z^* = (M^*, K^*)$ , 使某种评价函数  $f(z)$  取最小值,满足

$$\begin{cases} 2 \leq M \leq N/2 \\ 1 \leq K \leq M \quad 1 \leq K \leq M \cdot L, \text{对 M-SSA} \end{cases} \quad (9)$$

这是一个带有约束项的参数寻优问题,在更新粒子位置之后要判断其是否符合约束项。如果符合,则继续迭代过程;否则,对粒子位置进行必要的处理。本文处理方法为

$$\text{if } K > M \quad z = \text{swap}(M, K) \quad (10)$$

式中:swap()为交换算子,即交换两输入的位置。

### 2.3 迭代插补算法

本文提出的缺失数据插补方法以离散粒子群优化算法为基本框架,迭代 SSA 为计算核心,具体步骤如下:

1) 确定时间序列长度  $N$ 。

2) 检测缺失数据结构, 如果为简单型缺失数据, 则可选择三次样条插值、线性插值等方案, 插补结束; 如果为复杂型缺失数据, 则转步骤 3)。简单型缺失数据可定义为连续缺失数据点数不超过  $\tau$  个, 且总的缺失数据比例小于某一阈值  $\sigma_0$ , 定义简单缺失数据是为在线应用节省计算量。

3) 初始化算法参数, 如  $n, w, c_1, c_2$  和  $M_{iter}$ , 并在约束范围内随机初始化粒子群位置  $\mathbf{z}^0 = (z_1, z_2)$  和速度  $\mathbf{v}^0 = (v_1, v_2)$ 。

4) 按照速度更新公式(6)和位置更新公式(7)更新粒子速度和位置。

5) 判断粒子位置是否在约束范围内, 如果不在, 按式(10)进行相应处理。

6) 对各粒子按照评价函数  $f(\mathbf{z})$  进行适应度评价。

7) 更新粒子历史最优位置。

8) 更新种群历史最优位置。

9) 调整惯性权重、多样性参数等。

10) 若满足终止条件, 输出全局最优粒子 gBest 对应的插补值序列, 否则转至步骤 4)。

以上插补算法中, 主要的计算过程在于评价函数  $f(\mathbf{z})$ 。本文评价函数取为迭代 SSA 插补结果与实际观测值之间的均方根误差, 具体构造过程如下:

1) 从原始数据中提取缺失数据分布数组  $F$ 。

2) 将原始数据做去中心化处理, 并将缺失数据置 0, 得到  $\hat{X}$ , 均值为  $X_{ave}$ 。

3) 对  $\hat{X}$  进行 SSA 计算, 按照指定的窗口长度和主成分个数重构得到  $\hat{X}'$ , 用对应位置处的值替换  $\hat{X}$  中缺失数据位置处的值得到  $\hat{X}''$ 。

4) 对  $\hat{X}''$  进行 SSA 计算, 按照同样的参数重构得到  $\hat{X}'''$ , 如果前后 2 次重构序列  $\hat{X}'$  和  $\hat{X}'''$  的均方差满足一定条件, 如  $R_{ms} < 10^{-3}$ , 则停止迭代, 得到最终插补序列  $\tilde{X} = \hat{X}''' + X_{ave}$ , 否则转至步骤 3) 进行循环迭代。

5) 随机生成一个偏移量  $\Delta$ 。

6) 对  $F$  进行  $\Delta$  位偏移, 得到新的缺失数据分布数组  $\tilde{F}$ 。

7) 生成测试数据序列  $X_{test} = \tilde{X}^T \cdot \tilde{F}$ 。

8) 对  $X_{test}$  重复步骤 2) ~ 步骤 4), 得到插补后的测试数据序列  $\tilde{X}_{test}$ 。

9) 评价用的均方根误差输出为  $R_{ms} = \text{rms}(\tilde{X} - \tilde{X}_{test})$ 。

10) 重复步骤 5) ~ 步骤 9) 一定次数, 取均值得到最终的评价函数输出  $\bar{R}_{ms}$ 。

### 3 插补试验

为了评价所提算法的有效性, 本文选取相关系数和均方根误差作为评价指标, 对实际太阳风相关参数进行了测试验证。试验设计为: 首先, 对 U-SSA 插补方案进行横向对比, 即与现有的插补工具进行对比试验, 测试本文算法的有效性; 其次, 以 SSA 插补方案分别对太阳活动高年、太阳活动低年太阳风相关参数进行插补试验, 检验算法对不同太阳活动周期的适应性; 最后, 在相同参数条件下, 测试算法对缺失数据不同分布、不同数量的适应性。

#### 3.1 U-SSA 插补试验

以 2009 年太阳风速度 ( $V_{el}$ ) 为例, 人为构造出一些随机的数据缺失点, 包括离散点和连续区间, 见图 2。太阳风数据取自美国宇航局地球物理数据设施网站 (<ftp://spdf.gsfc.nasa.gov/pub/data/omni>)。为清晰起见, 图 2 及后续各图对坐标轴范围都进行了限定。图中横坐标表示一年中的天数, 附近的黑色点线表示缺失数据的分布; S. M. SSA 为台湾元智大学开发的 SSA 计算程序包 spectral.methods 计算所得结果。为便于比较, 本文基于线性插值、样条插值和三次样条插值等方法对缺失数据进行了插补(未在图中标出), 计算所得均方根误差  $R_{ms}$  和相关系数  $C_{orr}$  见表 1。

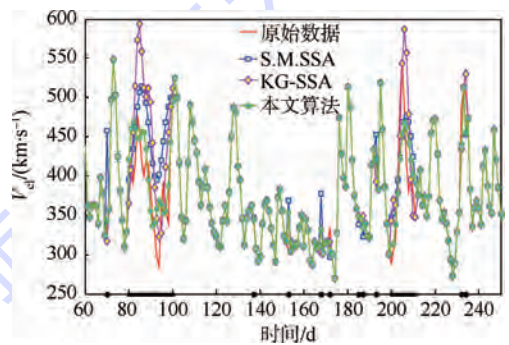


图 2 基于 U-SSA 的太阳风速度插补结果

Fig. 2 Filling results of solar wind velocity based on U-SSA

表 1 不同方法插补结果对比

Table 1 Comparison of filling results based on different methods

方法	$R_{ms}$	$C_{orr}$
线性插值	71.776 0	0.380 1
样条插值	96.505 8	0.183 2
三次样条插值	82.875 1	0.308 9
I-SSA	59.557 4	0.779 5
S. M. SSA	62.258 9	0.632 2
文本算法	38.183 4	0.830 4

表1中各项数据都是经过多次试验后的平均结果。由表中结果可知,传统的基于多项式的插值方法对于出现连续数据缺失的太阳风数据序列不再适用;此外,所提算法较其他方法无论从均方根误差或相关系数指标方面,都表现出较好的性能,说明方法的有效性。

### 3.2 M-SSA 太阳活动高年数据插补试验

太阳活动高年数据选取的是2000年太阳风参数和地磁指数日均值数据(2000年处在第23个太阳活动周峰值年份,共366组数据)。太阳风数据以太阳风速度( $V_{el}$ )、粒子密度( $D_{en}$ )为例;地磁数据取自世界地磁数据中心Tokyo站,选取行星际3h磁情指数 $K_p$ 、全球全日地磁扰动强度指数 $A_p$ 和极区磁亚爆强度指数 $A_E$ 。对于 $K_p$ 指数,日均值计算过程为:对 $K_p$ 指数的均值数据近似取整,然后取最邻近的 $K_p$ 指数,详细描述可参考网站的说明文档。

多元插补方案中,以待插补太阳风参数和地磁指数为原始序列,构造时滞矩阵,分别测试不同参数条件下的插补效果。图3、图4分别为太阳风速度、太阳风密度的数据插补结果。表2给出了多次计算试验后不同参数对应的均方根误差和相关系数均值结果。

表2 2000年不同地磁指数下太阳风参数插补结果对比

Table 2 Comparison of filling results for solar wind parameters with different geomagnetic indices in 2000

参数	$V_{el}$		$D_{en}$	
	$R_{ms}$	$C_{orr}$	$R_{ms}$	$C_{orr}$
$K_p$	52.0783	0.8090	3.2212	0.6307
$A_p$	61.5872	0.7374	3.4892	0.5388
$A_E$	60.0820	0.7300	3.4653	0.5483
$K_p + A_p$	59.1568	0.7569	3.4649	0.5689
$K_p + A_E$	55.2549	0.7802	3.3659	0.5867
$A_p + A_E$	59.6601	0.7506	3.4399	0.5608
$K_p + A_p + A_E$	57.9505	0.7577	3.4248	0.5675

图3、图4显示,在太阳活动高年,本文的插补结果能够较好地跟踪太阳风参数的相位信息,但幅度上有所差异,尤其是在连续数据缺失时更为明显。由表2中结果可知,对于2000年的太阳风速度和密度而言, $K_p$ 指数相对于其他地磁指数,能够更好地实现数据插补。

### 3.3 M-SSA 太阳活动低年数据插补试验

太阳活动低年各参量与高年情况一样,但选取的是2009年的数据,共365组。图5、图6为太阳风速度和密度的插补结果,表3列出了多次计算后不同参数对应的均方根误差和相关系数均值结果。

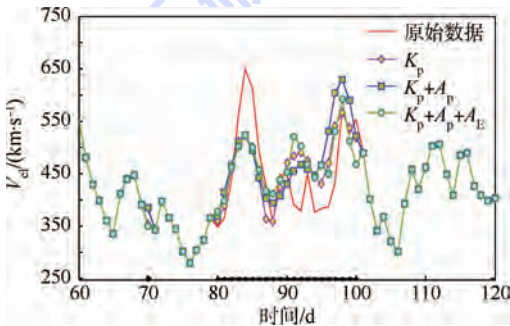


图3 基于M-SSA的2000年太阳风速度插补结果

Fig. 3 Filling results of solar wind velocity in 2000 based on M-SSA

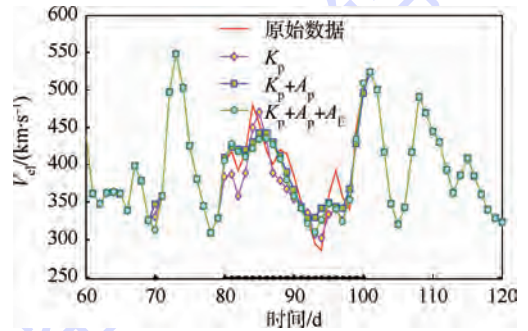


图5 基于M-SSA的2009年太阳风速度插补结果

Fig. 5 Filling results of solar wind velocity in 2009 based on M-SSA

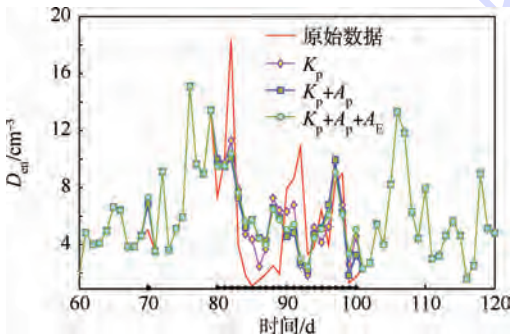


图4 基于M-SSA的2000年太阳风密度插补结果

Fig. 4 Filling results of solar wind density in 2000 based on M-SSA

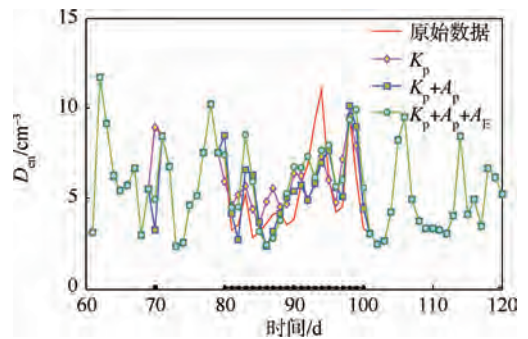


图6 基于M-SSA的2009年太阳风密度插补结果

Fig. 6 Filling results of solar wind density in 2009 based on M-SSA

表3 2009年不同地磁指数下太阳风参数插补结果对比

Table 3 Comparison of filling results for solar wind parameters with different geomagnetic indices in 2009

参数	$V_{el}$		$D_{en}$	
	$R_{ms}$	$C_{orr}$	$R_{ms}$	$C_{orr}$
$K_p$	30.8736	0.9134	2.2976	0.7176
$A_p$	29.8446	0.9040	2.3087	0.7103
$A_E$	32.5119	0.8918	2.5201	0.6487
$K_p + A_p$	27.8631	0.9183	2.3029	0.7336
$K_p + A_E$	29.0797	0.9085	2.2294	0.7282
$A_p + A_E$	29.0546	0.9050	2.3428	0.7012
$K_p + A_p + A_E$	29.3437	0.9071	2.2811	0.7214

图5、图6显示,在太阳活动低年(2009年),本文的插补结果能够较好地跟踪太阳风参数的相位信息,而且插补结果幅度上有明显的改善。表3中给出的均方根误差和相关系数进一步说明,总体上低年数据插补效果要明显好于高年的情况,且对于低年的太阳风速度和密度而言, $K_p$ 和 $A_p$ 指数的组合相对于其他地磁指数,能够更好地实现数据插补。

### 3.4 不同比例缺失数据插补试验

为了进一步验证本文所提算法对不同分布、不同数量缺失数据的插补效果,以2009年太阳风速度为例,地磁指数取 $K_p$ 日均值数据,分别对缺失数据比例为10%、20%、30%、40%和50%的情况做多次计算试验,并取最后的平均值,结果见表4。

表4 太阳风速度不同比例缺失数据插补结果对比

Table 4 Comparison of filling results for different ratios of missing values for solar wind velocity

缺失比例/%	$R_{ms}$	$C_{orr}$
10	23.6474	0.92192
20	27.5244	0.9025
30	27.9738	0.8928
40	29.6553	0.8853
50	31.7097	0.8592

由表4可知,随着缺失数据比例的增加,评价指标总体呈下降趋势,但总体插补效果仍然保持较好水平,所得数据可以为后续的建模、分析提供数据支撑。

## 4 结论

本文基于奇异谱分析迭代插补的思想设计了一种新的空间环境缺失数据插补方法,该方法考虑缺失数据结构对插补结果的影响,并将奇异谱分析参数选取归结为参数寻优问题,应用群智能优化算法完成参数寻优,以提高计算效率。

通过对实际太阳风速度、行星际磁场以及不

同比例缺失数据插补试验表明:

1) 本文算法能够适应不同太阳活动情况,但总体上太阳活动低年要比太阳活动高年效果好。

2) 多元插补方案也要优于一元插补方案,这是由于多元奇异谱分析利用了不同变量之间的相关信息。

3) 在多元插补方案中,不同输入变量对数据插补结果的贡献度不同,这同时提示可以由此来推断输入、输出之间的因果或相关关系。

本文算法能够拓展到地球物理领域涉及时序序列的数据插补问题中。后续工作将进一步完善本文算法,来满足实时数据对数据插补的需求,主要考虑:结合 Korobeynikov<sup>[24]</sup>的工作和并行计算思想,提高奇异值分解计算效率;采用更加高效的智能算法对参数进行寻优。

### 参考文献 (References)

- [1] BROOMHEAD D S, KING G P. Extracting qualitative dynamics from experimental data [J]. *Physica D*, 1986, 20 (2-3): 217-236.
- [2] GHIL M, ALLEN R M, DETTINGER M D, et al. Advanced spectral methods for climatic time series [J]. *Reviews of Geophysics*, 2002, 40 (1): 3. 1-3. 41.
- [3] ZHIGLJAVSKY A. Singular spectrum analysis for time series: Introduction to this special issue [J]. *Statistics and Its Interface*, 2010, 3 (3): 255-258.
- [4] SCHOELLHAMER D H. Singular spectrum analysis for time series with missing data [J]. *Geophysical Research Letters*, 2001, 28 (16): 3187-3190.
- [5] SHEN Y, PENG F, LI B. Improved singular spectrum analysis for time series with missing data [J]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2014, 1 (2): 1947-1966.
- [6] GOLYANDINA N, OSIPOV E. The "Caterpillar"-SSA method for analysis of time series with missing values [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2007, 137 (8): 2642-2653.
- [7] KONDRASHOV D, GHIL M. Spatio-temporal filling of missing points in geophysical data sets [J]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2006, 13 (2): 151-159.
- [8] BECKERS J M, RIXEN M. EOF calculations and data filling from incomplete oceanographic datasets [J]. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 2003, 20 (12): 1839-1856.
- [9] KONDRASHOV D, SHPRITS Y, GHIL M. Gap filling of solar wind data by singular spectrum analysis [J]. *Geophysical Research Letters*, 2010, 37 (15): 1-6.
- [10] KONDRASHOV D, DENTON R, SHPRITS Y Y, et al. Reconstruction of gaps in the past history of solar wind parameters [J]. *Geophysical Research Letters*, 2014, 41 (8): 2702-2707.
- [11] WANG H Z, ZHANG R, LI W. Improved interpolation method based on singular spectrum analysis iteration and its application in missing data recovery [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, 29 (10): 1227-1236.

- [12] LIU W, JIN W D, WANG H Z, et al. An optimized atmospheric missed data recovery algorithm based on singular spectrum iteration [C] // Proceedings of IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1129-1132.
- [13] GOLYANDINA N, NEKRUTKIN V, ZHIGLJAVSKY A. Analysis of structure of time series: SSA and related techniques [M]. Boca Raton: The Chemical Rubber Company Press, 2001: 30-73.
- [14] CHENG D. Time series decomposition using singular spectrum analysis [D]. Tennessee: East Tennessee State University, 2014: 12-14.
- [15] CLAESSEN D, GROTH A. A beginner's guide to SSA [EB/OL]. Paris: Ecole Normale Supérieure, 2010 [2015-05-10]. [http://www.environnement.ens.fr/IMG/file/DavidPDF/SSA\\_beginners\\_guide\\_v9.pdf](http://www.environnement.ens.fr/IMG/file/DavidPDF/SSA_beginners_guide_v9.pdf).
- [16] WANG R, MA H, LIU G, et al. Selection of window length for singular spectrum analysis [J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(2): 1541-1560.
- [17] GOLYANDINA N. On the choice of parameters in singular spectrum analysis and related subspace-based methods [J]. Statistics and Its Interface, 2010, 3(3): 259-279.
- [18] MAHMOUDVAND R, ZOKAEI M. On the singular values of the Hankel matrix with application in singular spectrum analysis [J]. Chilean Journal of Statistics, 2012, 3(1): 43-56.
- [19] VALLE Y, VENAYAGAMOORTHY G K, MOHAGHEGHI S, et al. Particle swarm optimization: Basic concepts, variants and applications in power systems [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(2): 171-195.
- [20] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C] // Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [21] CHOWDHURY S, TONG W, MESSAC A, et al. A mixed-discrete particle swarm optimization algorithm with explicit diversity-preservation [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2013, 47(3): 367-388.
- [22] BOUBAKER S, DJEMAI M, MANANANNI N, et al. Active modes and switching instants identification for linear switched systems based on discrete particle swarm optimization [J]. Applied Soft Computing, 2014, 14: 482-488.
- [23] 郭文忠, 陈国龙. 离散粒子群优化算法及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2012: 13-16.
- GUO W Z, CHEN G L. Discrete particle swarm optimization algorithm and its application [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012: 13-16 (in Chinese).
- [24] KOROBENNIKOV A. Computation- and space-efficient implementation of SSA [J]. Statistics and Its Interface, 2010, 3(3): 357-368.

## 作者简介:

刘帅 男, 博士研究生。主要研究方向: 空间环境数据处理与建模、智能算法。

Tel.: 010-66364774

E-mail: liushuai00@sina.com

李智 男, 博士, 教授。主要研究方向: 空间信息系统系统集成、空间态势感知理论。

Tel.: 010-66364171

E-mail: lizhizys@263.net

龚建村 男, 博士, 研究员。主要研究方向: 空间环境建模与应用。

Tel.: 010-62586422

E-mail: gongjc@nssc.ac.cn

林瑞淋 男, 博士, 副研究员。主要研究方向: 空间环境建模与预报。

Tel.: 010-62586419

E-mail: rllin04@163.com

马志昊 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 空间环境可视化、空间态势感知理论。

Tel.: 010-66364229

E-mail: snake77@163.com

## Gap filling method for space environment data based on singular spectrum analysis

LIU Shuai<sup>1</sup>, LI Zhi<sup>1,\*</sup>, GONG Jiancun<sup>2</sup>, LIN Ruilin<sup>2</sup>, MA Zhihao<sup>1</sup>

(1. Department of Space Command, Equipment Academy, Beijing 101416, China;

2. National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** The space environment data is known to be nonlinear and non-stationary and often contains missing values, which brings great challenge to the model-building procedures, predictions and posterior analysis. To fill the data gaps, a new gap filling method based on the iterative singular spectrum analysis (SSA) algorithm was put forward. The new method considered the distribution of missing values by extracting a distribution array first and used the array to generate the test data set. The discrete particle swarm optimization algorithm was adapted to obtain the two key parameters of SSA, i. e. the embedded window size and the number of principal components. Taking the solar wind parameters and geomagnetic indices of different solar activity years as examples, the test results demonstrate that the filling method is effective.

**Key words:** singular spectrum analysis (SSA); discrete particle swarm optimization algorithm; gap filling; space environment; time series

**Received:** 2015-08-28; **Accepted:** 2015-09-30; **Published online:** 2015-10-10 16:33

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151010.1633.004.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151010.1633.004.html)

**Foundation items:** Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education of China; Youth Innovation Promotion Association, Chinese Academy of Sciences(Y52133A23S)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-66364171 E-mail: lizhizys@263.net

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0594

# 基于流动显示的翼尖涡不稳定频率测量

薛栋, 潘翀, 李广超\*

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院 流体力学教育部重点实验室, 北京 100083)

**摘 要:** 翼尖涡核振荡频率的准确测量是翼尖涡控制技术得以有效实施的重要前提。采用流动显示方法,研究了椭圆机翼翼尖涡在低雷诺数条件下的不稳定特性。分别采用单点谱分析和动力学模态分解技术,从流动显示图像序列中提取了涡核振荡的短波不稳定模态的频率,2种方法得到的频率相对误差最大不超过5%。研究结果表明:涡对的空间运动通常展现出长波与短波模态的耦合,涡核的高频短波振荡耦合在低频长波摆动中,以前者为主要含能模态;短波不稳定性的无量纲振荡频率随雷诺数的增大而增大、随机翼攻角的增大而减小。

**关键词:** 翼尖涡; 流动显示; 短波不稳定性; 频率; 动力学模态分解

**中图分类号:** O357; V211.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-5965(2016)04-0837-07

固定翼飞机在飞行过程中,其上下翼面存在压力差,使得气流在机翼两侧翼尖处翻卷形成一对反向旋转的翼尖涡,翼尖涡是飞机尾流中主要的相干结构。在无外加干扰的情况下,翼尖涡的强度在100倍机翼展长范围内不会发生明显的衰减,其携带的旋转能量会引起作用范围内后续飞机的飞行速度、高度、航向、倾斜角及其他飞行特性发生显著变化,影响其飞行安全<sup>[1]</sup>,由此制定的飞机尾流安全标准决定了飞机起降频率、影响机场运营效率。对翼尖涡流场进行深入研究,进而发展促使尾涡失稳耗散的流动控制技术,具有重要的应用价值。

近年来,翼尖涡不稳定特性及控制是流体力学研究的热点问题。Crow等<sup>[2-3]</sup>最早对反向旋转的飞机尾涡系统进行了系统的研究,提出了长波不稳定性的观点。他们认为若仅依靠黏性耗散,旋涡强度不会发生显著衰减;而在外界扰动的作用下,涡管会发生失稳变形,随着涡管向下游发

展,其变形幅度逐渐变大,最终2根相邻涡管对接、破裂并形成涡环,涡强迅速减小,即:涡对经历了“稳定阶段—不稳定线性放大阶段—非线性发展阶段”,最终形成小尺度湍流并被黏性耗散掉。基于Crow等的研究,Widnall等<sup>[4-5]</sup>提出了另一种不稳定模态,即短波不稳定性,其波长远小于长波不稳定性,通常由一个涡对另一个涡的应力作用触发而产生,表现为涡核的微幅振荡。Leweke和Williamson<sup>[6]</sup>的研究表明,工程实际中,反向旋转涡对的空间形态通常表现为长波和短波不稳定2种模态的相互耦合。

不稳定模态通常表现出特定的时间尺度特征。传统的展向脉冲射流<sup>[7]</sup>、活动元件振荡<sup>[8]</sup>和合成射流<sup>[1]</sup>等翼尖涡控制技术,主要是通过机翼翼尖附近施加周期性扰动,在特定频率和强度下,翼尖涡核的空间位置、涡核半径和涡量峰值等会发生显著变化。为保证施加的外部扰动与翼尖涡的不稳定模态发生作用,需要明确知道原始流

收稿日期: 2015-09-10; 录用日期: 2015-10-30; 网络出版时间: 2015-11-19 10:36

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151119.1036.010.html

基金项目: 航空科学基金(2013ZC51030)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82318069 E-mail: liguangchao@buaa.edu.cn

**引用格式:** 薛栋, 潘翀, 李广超. 基于流动显示的翼尖涡不稳定频率测量[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 837-843.

XUE D, PAN C, LI G C. Frequency measurement of wing-tip vortex instability by flow visualization[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 837-843 (in Chinese).

场中涡对的不稳定时间尺度,即不稳定模态频率。

基于上述原因,本文主要通过量化流动显示技术研究翼尖涡在低雷诺数下的不稳定特性。基于翼尖涡流场灰度信息,首先采用模式识别方法追踪涡核中心位置的时间演化;其次使用动力学模态分解(Dynamic Mode Decomposition, DMD)方法直接从流动显示灰度场中提取涡核的振荡频率信息,并与模式识别方法进行对比验证。本文工作将为后续翼尖涡不稳定演化的研究提供必备的研究手段。

## 1 实验技术和数据后处理方法

### 1.1 实验技术

实验在北京航空航天大学低速回流式水洞中进行,该水洞实验段长 12 m,横截面为 1.2 m × 1 m 的长方形。水洞自由来流速度可在 0 ~ 50 cm/s 的范围内无级调节,实验段湍流度不超过 0.8%。该水洞进行过大量条带稳定性方面的实验研究,流场品质满足旋涡稳定性实验要求<sup>[9]</sup>。实验模型为三维椭圆机翼,如图 1 所示,机翼截面为低雷诺数翼型 E387,展长  $b = 6$  cm,翼根弦长  $c = 3.5$  cm。机翼模型由 3D 打印制作,模型表面进行了抛光处理。实验装置示意图如图 2 所示,其中  $x$ 、 $y$  和  $z$  分别代表流向、法向和展向方向。以机翼模型根弦长后缘作为坐标原点。模型通过连接杆固连在攻角装置上,机翼攻角可在  $-20^\circ \sim 20^\circ$  范围内调整。

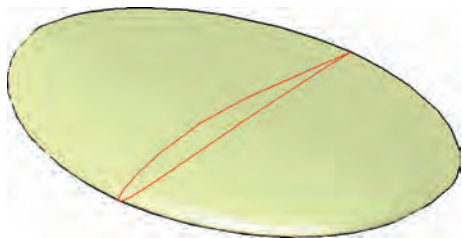


图 1 椭圆机翼模型

Fig. 1 Elliptical wing model

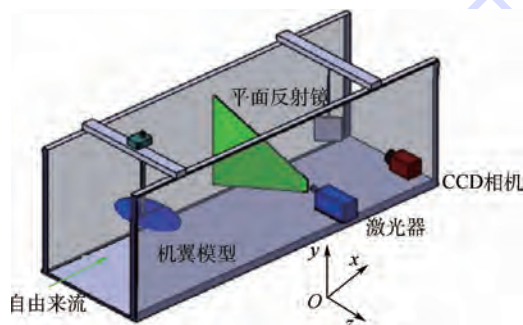


图 2 实验装置示意图

Fig. 2 Schematic of experimental setup

传统的流动显示方法,例如染色液方法<sup>[10]</sup>,需要在模型表面开孔,或者引入导管,不可避免地对流场引入额外的扰动。为避免外界扰动对旋涡稳定性的影响,本实验使用了染色剂表面涂层方法来定性显示翼尖涡涡核的形态,具体方法是:将少量罗丹明染料和芦荟胶混合均匀,然后均匀涂抹于机翼模型翼尖处;模型置于水洞中后,胶状混合物逐渐溶解于水,染料被释放到周围流体中。由于旋涡的卷携作用,染料被逐渐卷入涡核中心,从而显示出涡核附近的结构。需要说明的是,表面涂层非常薄,厚度小于 0.1 mm,在低雷诺数条件下涂层并不影响机翼表面的流动。涂层可稳定持续释放荧光染料超过 20 min,足以保证实验图像的采集。

流动显示的照明光源为半导体激光器,提供波长为 532 nm 的连续激光,输出能量为 8 W,通过透镜组产生厚度约为 1 mm 的平面片光,垂直来流方向照亮实验段横截面。片光下游 60 cm 处竖直安装一个  $45^\circ$  倾斜的光学平面反射镜。分辨率为 2456 像素 × 2058 像素的 CCD 相机(相机型号 IMPERX B2520)通过平面反射镜反射记录激光片光照亮的流动图像,相机配备 45 mm 尼康定焦镜头。图像采样频率为 14 Hz。根据不同来流速度,曝光时间间隔  $\Delta t$  在 2 ~ 10 ms 范围内调整。相机拍摄的物理平面的视野范围为 9 cm × 12 cm ( $y$ - $z$  平面),图像空间分辨率约为 21 像素/mm。

图 3 为采用上述流动显示方法得到的垂直于旋涡轴线的翼尖涡涡对图像。从图中可以看出,荧光染料逐渐卷入旋涡中心,轨迹清晰,涡核中心为高浓度的染料,涡对中间区域为机翼后缘脱落的剪切层,翼尖涡保持层流状态。



图 3 反向旋转翼尖涡对流动显示

Fig. 3 Flow visualization of counter-rotating wing-tip vortex pair

研究类似翼尖涡这种拉格朗日流动结构,通常有 2 种观测方法:一种是拖曳实验;另一种是在固定截面定点观测。相比拖曳实验,定点观测有以下 3 点优势:①可针对涡对运动进行固定站位的长时间统计观测;②可避免拖曳实验中拖车启动停止对流场的扰动;③由于涡对的诱导作用,翼

尖涡卷起后会以速度  $w = \Gamma/2\pi b_0$  ( $\Gamma$  为翼尖涡环量,  $b_0$  为涡核中心间距) 下沉, 进行拖曳实验需要保证足够的视野范围, 这对实验观测设备提出很高的要求。当前实验采用定点观测方法对垂直于流向的翼尖涡切面进行长时间观测统计。在固定流向站位观测时, 涡对的平均法向高度并不会改变, 由于涡对自身的不稳定性, 涡对仅会在平均的涡核中心空间位置附近波动。观测平面布置在距离机翼后缘 50 cm 处, 总共进行了 4 个攻角 ( $2^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$ ,  $8^\circ$ )、2 个流速 (5 cm/s, 10 cm/s) 的实验观测, 基于翼根弦长和自由来流速度的特征雷诺数  $Re \approx 1750, 3500$ 。

## 1.2 模式识别技术

模式识别技术是辨识并追踪流动相干结构的一种常用数据后处理方法, 主要的应用包括边界层中展向涡识别<sup>[11]</sup>和圆柱尾迹中卡门涡街的追踪<sup>[12]</sup>等。

模式识别技术通常针对某一类物理场数据, 例如速度场、涡量场及灰度场数据。首先需要定义或者构建数学模型对需要识别的流动结构做初始估计, 然后基于互相关计算在相邻 2 帧数据之间进行匹配分析, 由此可以得到流动结构的空位位置。

本文基于流动显示的翼尖涡灰度场数据, 利用模式识别技术连续追踪翼尖涡涡核中心在不同时刻的空间位置, 具体操作如下: 首先, 在第 1 帧图像上, 选定大小为 100 像素  $\times$  100 像素并包含翼尖涡涡核中心的矩形区域作为初始模型, 如图 4 中小正方形框包含的区域; 然后, 在下一帧图像中进行互相关匹配, 找到初始模型在下一帧图像上的空间位置, 以此类推, 通过在连续 2 帧图像间进行匹配, 可以得到翼尖涡涡核区域在不同时刻的空间位置; 最后, 通过计算涡核区域灰度值权重中心, 可以得到涡核中心的空间位置坐标, 如图 4 中“+”所示。需要说明的是, 为了节省计算

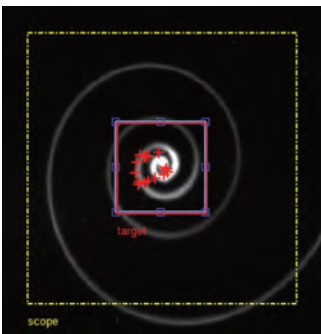


图4 模式识别技术追踪翼尖涡涡核中心

Fig. 4 Illustration of pattern recognition technique for tracking wing-tip vortex core center

时间, 根据翼尖涡振荡的幅值, 人工设定一更大的区域作为互相关计算区域, 如图中点划线正方形框所示, 而不是在整个图像上进行互相关匹配。由于涡对的形态随时间变化相对比较稳定, 相邻 2 帧之间无量纲化的互相关系数均大于 0.9, 基于灰度场的涡核中心识别方法被证明是可行的。

## 1.3 DMD 技术

DMD 技术是 Schmid 等<sup>[13-14]</sup>最近提出的一种针对流体动力学系统的模态分解技术。DMD 技术基于瞬时流场数据, 能够分离、提取复杂流场中暗含的动力学信息而无需知道流动控制方程<sup>[15]</sup>, 这对于理解复杂流动机理提供了极大的便利。

以速度场为例简单介绍 DMD 原理。更多有关 DMD 分解原理可参见文献[14-15]。DMD 技术通过一系列矩阵运算将时空变化的速度项  $u(x, t)$  分解成 2 个独立项, 其中一项与时间变化有关, 即时间系数项 ( $a_i(t)$ ), 另外一项与空间分布 ( $\phi_i(x)$ ) 有关, 即

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

DMD 方法通过时空解耦, 将流场分解为不同的空间模态以及时间系数, 每一模态对应的时间项暗含模态频率、增长(衰减)率以及能量信息, 因此, DMD 可以定量地刻画流场中存在的不同尺度流动结构的生长/衰减及频率特性。

DMD 方法已被大量应用到复杂流场的定量分析中, 如 Gurney 襟翼尾迹涡脱落频率测量<sup>[15]</sup>、高速列车尾流频谱分析<sup>[16]</sup>和边界层旁路转捩扰动分析<sup>[17]</sup>等。本文中, 将 DMD 技术应用到翼尖涡图像的灰度场数据中, 提取翼尖涡涡核振荡的频率信息。

## 2 实验结果与讨论

### 2.1 基于模式识别的不稳定频率辨识

采用 1.1 节介绍的流动显示方法, 对垂直于流向的翼尖涡截面图像进行连续纪录, 纪录时长为 72 s, 采集的总的图像序列为 1000 帧, 图 3 为一个典型的翼尖涡对图像。基于翼尖涡灰度图像序列, 采用模式识别技术提取涡核中心在  $y$ - $z$  平面的空间位置。图 5(a)、图 5(b) 给出了攻角  $\alpha = 8^\circ$ 、自由来流速度  $V_\infty = 5$  cm/s 工况下, 左右涡核中心在展向和法向方向的空间位置随时间的变化过程(纵坐标的长度单位采用机翼展长无量纲化)。从图中可以看出, 有 2 种明显的不稳定波动, 即长波不稳定和短波不稳定, 同时存在于翼尖

涡的运动模式中。Breitsamter<sup>[1]</sup>按照不稳定波长来划分不稳定模态,长波: $\lambda/b_0 > 2\pi$ ,短波: $\pi/2 > \lambda/b_0 > \pi/4$ , $\lambda$ 为波长。高频的涡核振荡属于短波不稳定性,低频长周期的涡对摆动属于长波不稳定性。与Leweke和Williamson<sup>[6]</sup>类似,当前实验中同样观测到长波与短波不稳定模态的耦合(如图5所示),高频的涡核振荡耦合在低频涡对摆动中。相比于短波,长波的波动振幅明显更大,振幅大约为 $0.1b$ 。在展向方向( $z$ 方向),左右涡对的长波摆动近似呈反对称;而在法向方向( $y$ 方向)则呈近似对称。翼尖涡涡核中心平均间距为 $0.72b$ 。理论计算给出的椭圆机翼翼尖涡涡核间距为 $d/b = \pi/4$ <sup>[3]</sup>( $d$ 为涡对间距),与实验测量结果存在一定差异,实验测量结果略小于理论值。

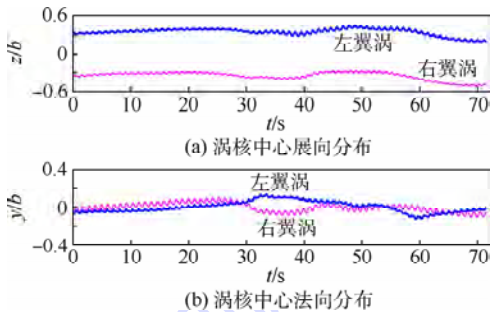


图5 翼尖涡涡核中心空间位置分布

Fig.5 Spatial position distribution of wing-tip vortex core center

当前实验重点关注短波不稳定性特性。通过计算每一瞬时涡核中心展向间距 $d_z$ 和法向间距 $d_y$ ,在原有数据点上减去展向和法向半间距,剔除掉长波的影响,得到短波不稳定性模态下涡核中心的空间位置分布,如图6所示,短波的振幅最大不超过机翼展长的4%。图7给出了涡核中心短波振荡的放大图。在展向方向,如图7(a)所示,涡核中心存在约 $\pi/2$ 的相位差;而在法向方向,如图7(b)所示,涡核中心几乎同相位。

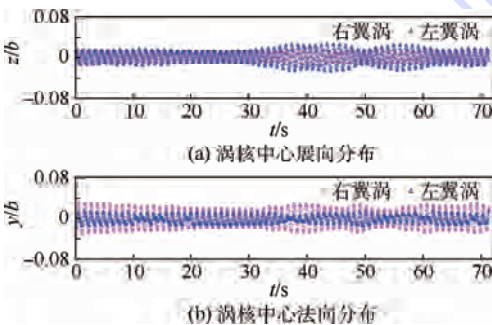


图6 翼尖涡涡核中心短波不稳定性空间位置分布

Fig.6 Spatial position distribution of wing-tip vortex core center for short-wave instability

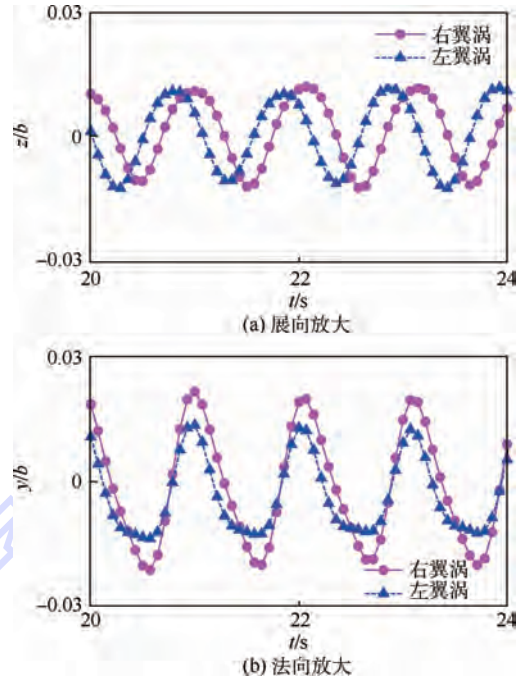


图7 翼尖涡涡核中心短波不稳定性放大图

Fig.7 Zoom-in view for short-wave instability of wing-tip vortex core center

从图6、图7可以看出,左右翼尖涡涡核中心振幅并不完全对称,且振幅随时间发生变化。这样的非对称性在实验观测中普遍存在。通常来讲,对于这种类似机翼翼尖涡的稳定性实验,测量的主要误差来源有以下3个方面:自由来流中的扰动、机翼支撑装置的扰动及机翼后缘分离剪切层的扰动,这样的误差在当前实验中不可避免。尽管如此,实验并未观测到转捩等现象,翼尖涡保持良好的层流状态,而且上述的非对称性并不影响涡核振荡频率和相位的测量。

对短波模式下翼尖涡涡核中心空间位置进行谱分析,可得涡核中心短波振荡的不稳定频率。图8(a)、图8(b)分别给出了左右翼尖涡展向和法向短波不稳定性的能谱特性。如图8所示,展向方向上,左右翼尖涡振荡的特征频率均为 $0.952\text{ Hz}$ ;法向方向为 $0.966\text{ Hz}$ 。此外,均出现能量集中的高次谐波。

## 2.2 基于DMD的不稳定频率辨识

2.1节通过模式识别技术追踪每一时刻翼尖涡涡核中心的空间位置,然后分离出短波不稳定性模态,进而进行快速傅里叶变换(FFT),得到的翼尖涡特征频率精确,是一种单点的局部分析方法,但是实现起来比较复杂。相比于单点分析方法,DMD技术是一种全局特征辨识与分离方法。本文将DMD技术直接应用到灰度图像的分析上。DMD技术将瞬时场数据分解为不同的模态,并且

可以得到不同模态的频谱特性。图 9 给出了相同工况下翼尖涡涡核中心振荡的 DMD 能谱特性。横坐标  $f_i$  代表某一模态的特征频率,纵坐标  $\|a_i\|$  是该模态时间系数的范数,代表这一模态所具有的能量。如图 9 所示,能量峰值所对应的主频为  $f_1 = 0.924 \text{ Hz}$ ,即涡核振荡的短波频率。其他的高频能量峰值对应 2 倍频和 3 倍频等阶谐波。

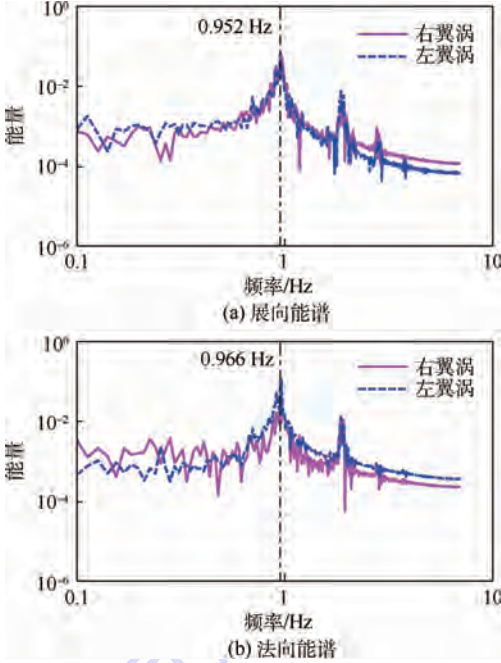


图 8 涡核中心空间位置坐标能谱

Fig. 8 Energy spectrum of spatial displacement of vortex core center

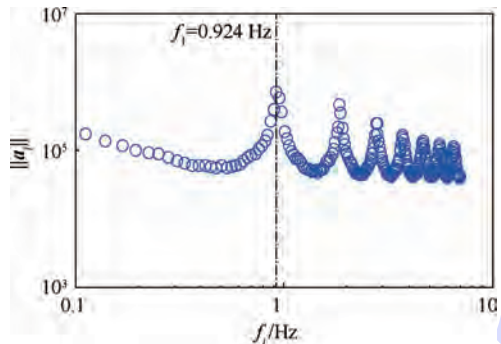


图 9 DMD 能谱

Fig. 9 DMD energy spectrum

对比图 8 和图 9, DMD 得到的主频与单点谱分析得到的主频存在一定误差,误差的主要来源为本实验的图像采集频率过低。在对实验数据进行 DMD 分解之前, Pan 等<sup>[18]</sup>对 DMD 算法进行了系统的误差分析,研究结果表明, DMD 对数据分解的精度依赖于输入的数据质量,在一定的范围内,数据的采集频率越高,误差越小。对于当前实验,由于 CCD 相机采集频率所限,本实验最大采

样频率为  $14 \text{ Hz}$ ,但是 DMD 分解得到的频率已经非常接近单点分析的结果,相对误差最大不超过  $5\%$ 。

### 2.3 翼尖涡不稳定频率的影响规律

采用上述单点谱分析方法和 DMD 技术,分别计算了 4 个攻角 ( $2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ$ )、2 个自由来流速度 ( $V_\infty = 5, 10 \text{ cm/s}$ ) 下翼尖涡涡核振荡的无量纲频率,表 1 和图 10 分别给出了 2 种方法的计算结果(单点谱分析方法给出的是左右翼尖涡法向无量纲频率),结果表明无量纲频率随雷诺数增大而增大;随机翼攻角增大而减小,且近似呈线性减小。

表 1 翼尖涡涡核振荡无量纲频率

Table 1 Non-dimensional frequency of wing-tip vortex core oscillation

攻角/ $^\circ$	$V_\infty = 5 \text{ cm/s}$		$V_\infty = 10 \text{ cm/s}$	
	单点谱分析	DMD 分析	单点谱分析	DMD 分析
2	1.708	1.747	2.020	2.033
4	1.516	1.579	1.944	1.932
6	1.313	1.310	1.793	1.747
8	1.159	1.109	1.658	1.663

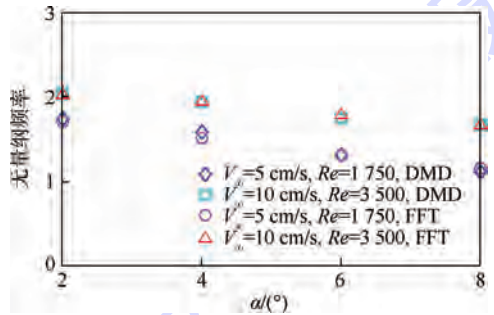


图 10 翼尖涡涡核中心振荡无量纲频率对比

Fig. 10 Comparison of non-dimensional frequency of wing-tip vortex core oscillation

## 3 结 论

本文通过水洞实验,采用流动显示技术对垂直于流向的翼尖涡截面流场进行了观测,研究了翼尖涡涡对的不稳定频率特性;分别采用模式识别方法和动力学模态分解技术提取了涡核中心振荡的特征频率。研究结果表明:

1) 在低雷诺数下,翼尖涡涡对的不稳定运动通常表现出短波与长波 2 种模态,高频的涡核振荡耦合在低频涡对摆动中。

2) 在当前的实验条件下,产生了层流翼尖涡对,通过模式识别方法识别出涡核中心进而得到涡核不稳定振荡的频率。将动力学模态分解技术应用于流动显示图像,也可提取出不稳定频率信息,与单点分析方法相比, DMD 方法具有更强的

适用性,且精度有保证。

3) 从现有的8个实验工况来看,涡核振荡的无量纲频率随机翼攻角增大而减小,随雷诺数增大而增大。

### 参考文献 (References)

- [1] BREITSAMTER C. Wake vortex characteristics of transport aircraft[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2011, 47(2): 89-134.
- [2] CROW S C. Stability theory for a pair of trailing vortices[J]. AIAA Journal, 1970, 8(12): 2172-2179.
- [3] CROW S C, BATE E R. Lifespan of trailing vortices in a turbulent atmosphere[J]. Journal of Aircraft, 1976, 13(7): 476-482.
- [4] WIDNALL S E, BLISS D, TSAI C Y. Instability of short-waves on a vortex ring[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1974, 66(Part 1): 35-47.
- [5] WIDNALL S E, BLISS D, ZALAY A. Theoretical and experimental study of the stability of a vortex pair[M] // Aircraft wake turbulence and its detection. Boston: Springer, 1971: 305-338.
- [6] LEWEKE T, WILLIAMSON C H K. Experiments on long-wavelength instability and reconnection of a vortex pair[J]. Physics of Fluids, 2011, 23(2): 465-474.
- [7] HEYES A L, SMITH D A R. Spatial perturbation of a wing-tip vortex using pulsed span-wise jets[J]. Experiments in Fluids, 2004, 37(1): 120-127.
- [8] BREITSAMTER C, ALLEN A. Transport aircraft wake influenced by oscillating winglet flaps[J]. Journal of Aircraft, 2009, 46(1): 175-188.
- [9] GUO H, BORODULIN V I, KACHANOV Y S, et al. Nature of sweep and ejection events in transitional and turbulent boundary layers[J]. Journal of Turbulence, 2010(11): N34.
- [10] HU Y, WANG J J. Dual leading-edge vortex structure for flow over a simplified butterfly model[J]. Experiments in Fluids, 2011, 50(5): 1285-1292.
- [11] SCARANO F, BENOCCI C, RIETHMULLER M L. Pattern recognition analysis of the turbulent flow past a backward facing step[J]. Physics of Fluids, 1999, 11(12): 3808-3818.
- [12] GIRALT F, FERRÉ J A. Structure and flow patterns in turbulent wakes[J]. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1993, 5(7): 1783-1789.
- [13] SCHMID P J, SESTERHENN J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 656(10): 5-28.
- [14] SCHMID P J. Application of the dynamic mode decomposition to experimental data[J]. Experiments in Fluids, 2011, 50(4): 1123-1130.
- [15] PAN C, YU D, WANG J. Dynamical mode decomposition of Gurney flap wake flow[J]. Theoretical and Applied Mechanics Letters, 2011, 1(1): 012002.
- [16] MULDT W, EFRAIMSSON G, HENNINGSON D S. Flow structures around a high-speed train extracted using proper orthogonal decomposition and dynamic mode decomposition[J]. Computers & Fluids, 2012, 57(4): 87-97.
- [17] HE G S, PAN C, WANG J J. Dynamics of vortical structures in cylinder/wall interaction with moderate gap ratio[J]. Journal of Fluids and Structures, 2013, 43(7): 100-109.
- [18] PAN C, XUE D, WANG J J. On the accuracy of dynamic mode decomposition in estimating in stability of wave packet[J]. Experiment in Fluids, 2015, 56(8): 1-15.

#### 作者简介:

薛栋 男, 硕士研究生。主要研究方向: 实验流体力学。

Tel.: 010-82318069

E-mail: xuedong1202@buaa.edu.cn

潘翀 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 湍流、转捩, 流动不稳定性。

Tel.: 010-82318069

E-mail: panchong@buaa.edu.cn

李广超 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 流动控制, 飞机防、除冰。

Tel.: 010-82318069

E-mail: liguanchao@buaa.edu.cn

# Frequency measurement of wing-tip vortex instability by flow visualization

XUE Dong, PAN Chong, LI Guangchao\*

(Fluid Mechanics Key Laboratory of Education Ministry, School of Aeronautic Science and Engineering,  
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The accurate measurement of the dominant frequency of wing-tip vortex core oscillation is essential for controlling the wing-tip vortex. In the present study, the instability of wing-tip vortex, which is generated from an elliptical wing, was investigated under low Reynolds number via flow visualization technique. Point-wise spectrum method and dynamic mode decomposition were applied to extract the dominant frequency of the short-wave instability of the wing-tip vortex core from the flow visualization image sequence, and the maximum relative error of these two methods is less than 5%. The results show that short-and long-wave instability modes are developed simultaneously among the vortex pair; the high-frequency vortex core oscillation is coupled with the slow side-to-side movement of vortex tube, and the former is the main energy mode; the non-dimensional frequency of the short-wave instability increases with the increase of Reynolds number, and decreases with the angle of attack increasing.

**Key words:** wing-tip vortex; flow visualization; short-wave instability; frequency; dynamic mode decomposition

**Received:** 2015-09-10; **Accepted:** 2015-10-30; **Published online:** 2015-11-19 10:36

**URL:** [www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151119.1036.010.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151119.1036.010.html)

**Foundation item:** Aeronautical Science Foundation of China (2013ZC51030)

\* **Corresponding author.** Tel. : 010-82318069 E-mail: [liguangchao@buaa.edu.cn](mailto:liguangchao@buaa.edu.cn)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0277

# 基于 MDP 的诊断策略构建方法

梁雅俊<sup>1</sup>, 肖明清<sup>1,\*</sup>, 宋海方<sup>1</sup>, 杨召<sup>1</sup>, 梁鹏<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038; 2. 95503 部队, 重庆 402360)



**摘 要:** 针对传统方法忽略测试通过的不确定性因素, 缺乏长周期寻优机制, 难以在复杂测试系统中生成全局最优诊断策略的问题, 提出了一种基于马尔可夫决策过程 (MDP) 的诊断策略构建方法。该方法将故障检测、隔离的过程表述为系统故障状态的马尔可夫过程, 通过引入折扣因子与目标权重, 构造了综合效用准则函数的无限折扣模型, 并利用策略迭代算法求解出全局平稳最优诊断策略。实例表明, 该方法充分考虑了测试通过的不确定性, 可实现全局平稳策略寻优, 能够有效地指导测试系统实现快速故障检测和隔离。

**关键词:** 诊断策略; 马尔可夫决策过程 (MDP); 故障检测; 策略迭代算法; 策略优化

中图分类号: TP206

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2016)04-0844-07

随着高新技术在现代战争中的不断应用, 武器装备的结构越来越复杂化、精细化, 战时环境及条件的恶劣程度也日益提升, 对装备故障检测、诊断工作的效率、灵活性及可靠性也就提出了更高的要求。诊断策略是指结合约束、目标及其他相关要素优化实现系统故障诊断的一种方法<sup>[1]</sup>, GJB 2547A 中将其定义为“综合考虑规定约定、目标和有关影响因素而确定的用于隔离产品故障的测试步骤或顺序”。诊断策略作为故障检测与诊断<sup>[2]</sup>的重要组成部分, 对提高测试系统故障检测率、隔离率和诊断效率, 减少测试费用, 进而提高装备可用度、降低装备全寿命周期费用具有十分重要的意义。

作为系统测试与诊断技术中的关键问题, 诊断策略优化问题已被证明是一个典型的 NP-Complete 问题<sup>[3]</sup>。Pattipati<sup>[3]</sup> 和 Simpson<sup>[4]</sup> 等指出诊断策略优化问题是时间与费用的优化问题。诊断策略实际要解决的是序列决策问题: 如何确定一组测试序列, 以尽可能少的期望时间与费用完成

故障隔离, 并满足精度要求。

国内外学者研究诊断策略优化问题主要采用以下算法: 基于信息启发的贪婪搜索算法<sup>[5-7]</sup> 和基于 Rollout 策略的一步向前回溯算法<sup>[8]</sup>, 这 2 种方法简单、快速且计算量小, 但只比较了一二步内的费效比, 最优性较差<sup>[9]</sup>; 基于最少测试费用启发式的与或图搜索 (And-Or graph search, AO\*) 算法<sup>[2]</sup> 能得到最优性较好的诊断策略, 但其计算量大和存储量大, 难以用于现场指导复杂系统的故障隔离过程<sup>[10]</sup>; 邱静等<sup>[11]</sup> 提出采用双启发函数的准深度搜索方法, 计算量远少于 AO\* 算法, 最优性相近, 具有很高的实用价值。但上述方法都未考虑实际检测中存在的测试不确定性因素的影响, 且在军事装备战时保障等复杂、多干扰的情形下, 要求在极限情况下快速可靠地检测出故障, 所需诊断策略也应是全局最优、长周期内平稳的。

本文在分析测试系统故障检测、隔离过程的基础上, 提出了一种基于马尔可夫决策过程

收稿日期: 2015-05-05; 录用日期: 2015-09-02; 网络出版时间: 2015-12-23 16:33

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151223.1633.001.html

\* 通讯作者: Tel.: 13909285251 E-mail: xmqing@sohu.com

引用格式: 梁雅俊, 肖明清, 宋海方, 等. 基于 MDP 的诊断策略构建方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 844-850.

LIANG Y J, XIAO M Q, SONG H F, et al. Diagnostic strategy building method based on MDP[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 844-850 (in Chinese).

(Markov Decision Processes, MDP)的诊断策略构建方法:首先,基于MDP理论模型,结合故障诊断原理构建了MDP故障诊断策略模型;兼顾测试费用及信息量效用准则,线性加权求得综合效用准则函数。然后,采用无限折扣效用准则模型,确保长周期内平稳寻优。最后,利用策略迭代算法快速求得最优策略。MDP当前时刻的决策只依赖于当前的状态与行动,与过去的历史无关<sup>[12]</sup>;这一特点使得该方法构建的诊断策略为长周期内平稳最优的,是独立于时间顺序的<sup>[13]</sup>。工程实例也表明,该方法科学简单,最优性满足工程实际,能够指导测试系统构建出长周期最优诊断策略,尤其适用于测试资源缺失或需要人为选择测试内容等战地复杂情形。

## 1 MDP理论模型

MDP的核心要素包括:状态、行动、转移概率及报酬。考虑到实际工程应用中,故障诊断的决策时刻总是离散的,故本文所讨论的MDP都是离散时间的,即离散时间MDP(Discrete Time Markov Decision Processes, DTMDP)。

MDP模型可由以下五元组确定:

$$\{S, A(i), p_{ij}(a), r(i, a), V(i, \pi), i, j \in S, a \in A(i), \pi \in \Pi\}$$

式中: $i, j$ 为状态; $S$ 为状态空间; $A(i)$ 为状态 $i$ 处的可用行动集合; $p_{ij}(a)$ 为行动 $a$ 后的状态转移概率; $r(i, a)$ 为状态 $i$ 时采取行动 $a$ 的报酬; $V(i, \pi)$ 为效用准则函数; $\pi$ 为马尔可夫策略(以下简称马氏策略), $\pi = (w_1, w_2, \dots, w_t)$  ( $w_t \in W, t \in N$ ),是一组马氏决策 $w_t$ 构成的序列,有马氏策略空间 $\Pi$ ;马氏决策 $w: S \rightarrow A(i)$ ,决策空间 $W = S \times A(i)$ , $w$ 为状态集 $S$ 到行动集 $A(i)$ 的映射,表示对每个 $i \in S$ ,都有 $w(i) \in W$ ; $V(i, \pi)$ 为策略 $\pi$ 下的系统期望总报酬:

$$V(i, \pi) = \sum_{n=1}^{\infty} E_{i_0, \pi} \{r(i_n, a_n)\} \quad i_0, i_n \in S, N \geq 1 \quad (1)$$

式中: $i_n$ 为 $n$ 时刻的状态; $a_n$ 为 $n$ 时刻采取的行动。定义最优函数<sup>[12]</sup>:

$$V(i, \pi^*) = \sup_{\pi \in \Pi} V(i, \pi) \quad i \in S \quad (2)$$

MDP的最终目标是在策略空间 $\Pi$ 中找出期望的最优策略 $\pi^*$ 满足式(2)。马氏策略的最优策略及最优函数的存在性已被证明<sup>[14]</sup>,这里不再说明。

## 2 MDP故障诊断原理和策略模型

### 2.1 故障诊断原理

故障检测、隔离的基本原理可描述为故障隔离“推理机”<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} F_{jp} = \{f_i \mid b_{ij} = 0, \forall f_i \in F\} & t_j \text{ 通过} \\ F_{jt} = \{f_i \mid b_{ij} = 1, \forall f_i \in F\} & t_j \text{ 不通过} \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)可知,测试 $t_j$ 可将系统故障状态模糊集 $F_j$ 划分为2个故障状态子集 $F_{jp}$ (测试项目通过后,系统表征出的故障状态)和 $F_{jt}$ (测试项目未通过,系统表征出的故障状态);且 $F_{jp}$ 和 $F_{jt}$ 只与当前的系统故障状态模糊集 $F_j$ 相关,而之前、之后的系统故障状态无关,具有典型的马尔可夫性。因此可将故障诊断隔离过程看作一个马尔可夫过程,应用MDP理论解决故障诊断策略寻优问题。式(3)中的 $b_{ij}$ 可根据系统故障、测试的相关性矩阵 $FT = B_{n \times m} = (b_{ij}) (n, m > 0)$ 来确定,故障树、仿真分析、信息流模型及多信号模型等方法<sup>[11]</sup>都获得系统 $FT$ 矩阵。

### 2.2 基于MDP的故障诊断策略模型

设 $F_1 = \{f_1, f_2, \dots, f_m\} (m \geq 1)$ 为系统的初始故障状态模糊集,由故障“推理机”可得图1所示的系统故障诊断策略树,所有可能的系统故障状态模糊集依次记为 $F_1, F_2, \dots$ ,则有系统故障状态空间 $S = \{F_1, F_2, \dots, F_k\} (k \geq 1)$ ;所有检测项目 $t_1, t_2, \dots, t_d (d \geq 1)$ 构成测试集 $T$ 或行动集 $A(i)$ ,即 $A(i) = T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\} (n \geq 1)$ 。

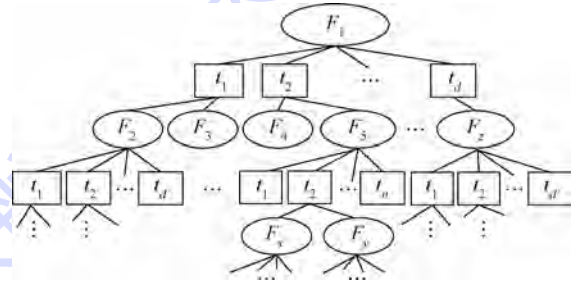


图1 系统故障诊断策略树

Fig.1 System fault diagnosis strategy tree

对任意时刻的系统故障状态模糊集 $i_n = F_k \in S$ ,都有测试决策 $w_n: F_k \rightarrow a = t_d \in T$ 来进一步推测系统可能的故障状态,最终将其隔离到子故障或现场可更换单元(Line Replaceable Unit, LRU)、车间可更换单元(Shop Replaceable Unit, SRU)。

在实际测试过程中,由于存在诸多不可控因素的干扰,测试 $t_d$ 只能以一定的统计概率 $p_{dt}$ 检测出故障 $f_m$ ,即为系统故障状态 $F_k \rightarrow F_{kp}$ 的转移概率;则状态 $F_k \rightarrow F_{kt}$ 的转移概率为 $p_{dt} = 1 - p_{dp}$ 。

在测试诊断系统组建过程中,测试  $t_d$  执行后的测试费用及对系统后续故障诊断的影响都是重要的考虑因素<sup>[15]</sup>。因此定义2个即时报酬:测试费用  $r_c(i_n, a_n)$  和系统故障状态信息量  $r_i(i_n, a_n)$ ;测试系统的故障诊断策略  $\pi = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  ( $n \geq 1$ ),  $w_n$  为  $n$  时刻的测试决策;所有可能的诊断策略构成策略空间  $\Pi$ ;根据式(1),进而有测试系统诊断策略构建效用准则函数  $V_c(F_1, \pi)$ 、 $V_i(F_1, \pi)$

综上,可确定基于MDP的测试系统诊断策略模型:

$$\{S, T, p_p(a), r_c(i, a), r_i(i, a), V_c(i, \pi), V_i(i, \pi), i \in S, a \in T, \pi \in \Pi\}$$

通过求解该模型,从策略空间  $\Pi$  中找到最优策略  $\pi^*$ ,使其能对效用准则函数  $V_c(F_1, \pi)$ 、 $V_i(F_1, \pi)$  同时满足式(2),则是生成测试系统最优策略的过程。这是个典型的多目标MDP(Multi-Objective Markov Decision Processes, MOMDP)<sup>[14]</sup>,可运用线性加权方法将其化归为综合效用准则函数,求解出满足综合效用准则的最优策略  $\pi^*$ 。

### 2.3 模型求解

测试系统诊断策略寻优,期望获得测试周期内的最优决策,即考虑长周期的收敛解,因此选用无限折扣模型。考虑2个准则的期望时间周期相同,只需引入一个折扣因子  $\beta$  ( $\beta$  越接近于1,则期望周期越长),结合式(1)可得

$$\begin{cases} V_c(F_1, \pi) = r_c(i_n, a_n) + \sum_{n=1}^{+\infty} \beta^{n-1} E\{r_c(i_{n-1}, a_{n-1})\} \\ V_i(F_1, \pi) = r_i(i_n, a_n) + \sum_{n=1}^{+\infty} \beta^{n-1} E\{r_i(i_{n-1}, a_{n-1})\} \end{cases} \quad i_n \in S, a_n \in A \quad (4)$$

式中:测试费用  $r_c(i_n, a_n)$  可由历史统计数据获得,并对其取负; $r_i(i_n, a_n)$  可由信息熵求得

$$r_i(i_n, a_n) = I(F_k, a_n) = - \left( \frac{P(F_{kp})}{P(F_k)} \text{lb} \frac{P(F_{kp})}{P(F_k)} + \frac{P(F_{kf})}{P(F_k)} \text{lb} \frac{P(F_{kf})}{P(F_k)} \right) \quad (5)$$

其中: $P(F_k)$ 、 $P(F_{kp})$  和  $P(F_{kf})$  为各故障状态模糊集中子故障发生的概率之和。

设测试费用与系统信息量的权重值分别为  $\alpha$ 、 $1 - \alpha$ ,结合式(4)对2个效用准则函数线性加权,可得综合效用准则函数:

$$V_\beta(F_1, \pi) = \alpha V_c(F_1, \pi) + (1 - \alpha) V_i(F_1, \pi) = r(F_n, a_n) + \sum_{n=1}^{+\infty} \beta^{n-1} E(r(i_{n-1}, a_{n-1}))$$

$$a_n \in a, \pi \in \Pi \quad (6)$$

式中: $r(i_n, a_n) = \alpha r_c(i_n, a_n) + (1 - \alpha) r_i(i_n, a_n)$ 。

由于测试费用已取负值,能获得的信息量越大越好,则有综合效用准则函数期望越大越好。则有最优值方程

$$V(F_1, \pi^*) = V_\beta(F_1) = \arg \max_{\pi \in \Pi} V_\beta(F_1, \pi) \quad (7)$$

通过求解式(6),求得使最优函数最小的各测试决策,进而得到最优策略。策略迭代算法是一种求解无限折扣模型MDP的高效、快速算法,可求解有限状态空间与行动空间集合的MDP,符合工程实际。策略迭代算法求解出最优策略  $\pi^*$  的具体计算步骤<sup>[13]</sup>如下:

1) 任取  $\pi \in \Pi$ 。

2) 求解效用函数

$$V(s, \pi) = r(s, \pi(s)) + \beta \sum_{s' \in S} p(\pi(s')) V_\pi(s', \pi)$$

3) 改进每个状态对应的行动,使其满足

$$\pi^*(s) \leftarrow \arg \max_{a \in A} \left\{ r(s, a) + \beta \sum_{s' \in S} p(a) V_\pi(s', \pi) \right\}$$

4) 如果  $\pi^* = \pi$ ,则停止,  $V(s, \pi) = V(s, \pi^*)$  为最优值函数,并返回  $\pi$ ;否则,策略更新为  $\pi = \pi^*$ ,返回步骤2)。

步骤3)求得的  $\pi^*(s)$  为长周期内的最优平稳决策,据此可对策略  $\pi$  进行更新,进而可得出最优策略  $\pi^*$ 。

## 3 诊断策略构建实例

现以某型战机悬挂及发射装置二线自动测试系统为例,对某型导弹发射架离位测试内容构建最优诊断策略。导弹发射装置是实现飞机与导弹之间的机械、电气、射频及气路连接的接口装置,对其测试主要是对电气参数的检测。分析发射架与导弹发动机点火电缆之间的信号,得出测试需求并确定其测试项目,依据多信号模型或信息流模型,由可达性分析得出其相关性矩阵,如表1所示。

为便于求解该测试系统的诊断策略,作如下补充:

1)  $p_{np}$  为测试  $t_n$  能确定检测、反映出导弹发射架故障  $f_m$  的概率,也就是系统故障状态发生转移的概率。因为在实际战地转场、内外场等恶劣的测试环境中存在多种外界因素,都会对测试效果造成一定的影响。

2) 考虑到测试设备的硬件架构已经搭建完成,不再讨论经济花费,所以表1中的测试费用为测试时间成本的统计估计值,并作为费用报酬准则。

表1 发射架点火电缆模块相关性矩阵、转移概率及测试费用

Table 1 Dependency matrix, transition probability and test expenses of launcher ignition cable module

FT	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$p(f_n)$
$f_1$ (射频接口)	0	0	0	0	0	0.01
$f_2$ (燃气推进器)	0	1	0	0	1	0.02
$f_3$ (发射电路盒)	0	0	1	1	0	0.05
$f_4$ (发射控制电源盒)	1	0	0	1	1	0.03
$f_5$ (挂弹信号组件)	1	1	0	0	0	0.09
$f_6$ (同步机构)	1	1	1	1	0	0.10
$p_{np}$	0.81	0.92	0.87	0.89	0.75	
$r_c$	1	1	1	1	1	

上述转移概率及测试费用均已在表1中列出。

1) 确定折扣因子  $\beta$ 。根据测试系统的可能检测周期,以及对诊断策略最优性的选取,折扣因子越接近1则策略长周期内的最优性越好,本例中确定0.80、0.95,并对比不同之处。

2) 确定准则权重。分析策略构建关键因素对测试效率、可靠性的影响,结合测试专家意见,给出测试费用和故障状态信息量的权重系数均为  $\alpha = 0.5$ ;当检测偏向发生变化时,只需增加或减小权重值。

3) 根据表1所示内容,按图1所示构建出诊断策略树,可推出系统所有可能的故障状态模糊集,如表2所示,进而得到故障状态空间  $S = \{F_1, F_2, \dots, F_{27}\}$ ,且系统的可用行动集  $A(i) = \{t_1, t_2, \dots, t_5\}$ 。

4) 根据表2内容,结合表1中所示的系统故障状态转移概率,可确定在采取测试  $t_1$  后系统的状态转移概率矩阵:

表2 系统故障状态表

Table 2 Fault states table of system

故障状态	子故障	故障状态	子故障
$F_1$	$f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6$	$F_{15}$	$f_3$
$F_2$	$f_1 f_2 f_3$	$F_{16}$	$f_4$
$F_3$	$f_4 f_5 f_6$	$F_{17}$	$f_3 f_6$
$F_4$	$f_1 f_3 f_4$	$F_{18}$	$f_4 f_5$
$F_5$	$f_2 f_5 f_6$	$F_{19}$	$f_6$
$F_6$	$f_1 f_2 f_4 f_5$	$F_{20}$	$f_5$
$F_7$	$f_3 f_6$	$F_{21}$	$f_4 f_6$
$F_8$	$f_1 f_2 f_5$	$F_{22}$	$f_1 f_4$
$F_9$	$f_3 f_4 f_6$	$F_{23}$	$f_1$
$F_{10}$	$f_1 f_3 f_5 f_6$	$F_{24}$	$f_3 f_4$
$F_{11}$	$f_2 f_4$	$F_{25}$	$f_2 f_5$
$F_{12}$	$f_1 f_3$	$F_{26}$	$f_1 f_5$
$F_{13}$	$f_2$	$F_{27}$	$f_3 f_6$
$F_{14}$	$f_1 f_2$		

$$t_1 \rightarrow E_1 = \begin{matrix} F_1 & F_2 & \dots & F_{27} \\ F_1 & \begin{bmatrix} 0 & P_{1f} & \dots & 0 \end{bmatrix} \\ F_2 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \\ \vdots & \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \\ F_{27} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$P_{1f} = 0.19$$

矩阵中元素  $E_{1ij}$  表示在测试  $t_1$  下系统可观测故障状态由  $F_i$  转移到  $F_j$  的概率,且只有数值:0,  $P_{1f}, P_{1p}, 1$ , 依次对应:没有转移关系、转移到测试不通过、测试通过的系统故障状态及状态不发生转移。同理,可求得测试  $t_2, t_3, t_4, t_5$  行动下的状态转移概率矩阵  $P_2, P_3, P_4, P_5$ 。有必要说明的是,当执行测试  $t_n$  后系统故障状态不发生转移时,便视为以概率1回到原状态。

5) 根据表1内容及式(3),可获得该测试系统3个报酬函数:

① 由表1可知,测试费用报酬函数  $r_c(i_n, a_n) = r_c(a_n), a_n \in T$ ,与系统所处状态无关,只取决于采取的测试行动。

② 由式(5)和状态转移概率矩阵,求得信息量报酬函数:

$$r_i(F_m, a_n) = - \left( \frac{P(F_{mp})}{P(F_m)} \text{lb} \frac{P(F_{mp})}{P(F_m)} + \frac{P(F_{mf})}{P(F_m)} \text{lb} \frac{P(F_{mf})}{P(F_m)} \right) \quad (8)$$

③ 已知准则权重  $\alpha = 0.5$ ,综合  $a, b$ ,进而得到综合报酬函数:

$$r(s_n, a_n) = 0.5r_c(a_n) + 0.5r_i(s_n, a_n) \quad (9)$$

6) 式(9)代入式(6),得到该测试系统故障诊断策略构建的效用准则函数方程组:

$$V_\beta(F_1, \pi) = r(s_n, a_n) + \sum_{n=1}^{+\infty} 0.8^{n-1} E(r(s_{n-1}, a_{n-1})) \quad s_n \in S, a_n \in A$$

最佳策略即是寻找使效用准则取最大值的诊断策略  $\pi^*$ ,满足  $V_\beta(F_1, \pi^*) = \arg \max_{\pi \in \Pi} V_\beta(F_1, \pi)$ 。

7) 由于系统状态空间较大,本实例模型求解使用策略迭代算法,利用MATLAB中的MDP决策工具包编程可得结果,如图2和图3所示。图3为2个折扣因子下各故障状态的效用准则值,可以看出由于本例的检测周期较短,2个折扣因子下的策略趋势是一致的。

从图2中不难看出,系统故障状态对应的最佳决策在不同  $\beta$  下是不尽相同的。即当最优性的目标周期不同时,对应的最优策略可能不一致。本例以  $\beta = 0.95$  的长周期最佳决策作为理想目

标,可得到该测试系统从故障状态  $F_1$  开始的最佳决策为: $F_1 \rightarrow t_4, F_8 \rightarrow t_2, F_9 \rightarrow t_1, F_{25} \rightarrow t_5, F_{21} \rightarrow t_5$ , 则有系统故障诊断树如图 4 所示。可以看到,没有进行测试  $t_3$ ,被测对象的故障还是可以诊断、隔离出来,据此也可对行动集  $A(i)$  进行适当约减,进而可精简设计的测试项目。图 5 和图 6 分别给出了不同权重值下的最佳决策及效用准则值。权重  $\alpha = 0.4$  表示策略决策更偏向于期望测试费用更小;权重  $\alpha = 0.6$  则更倾向于每个测试决策所获

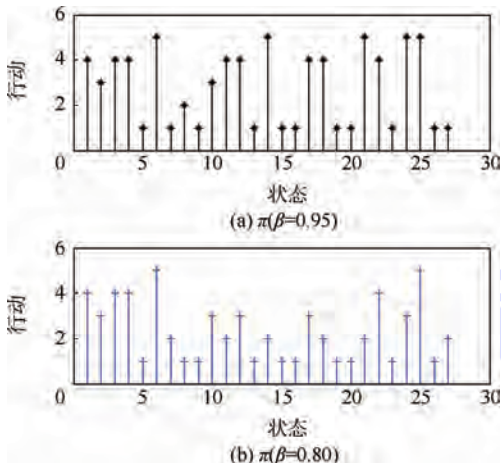


图 2 最佳决策

Fig. 2 The best decisions

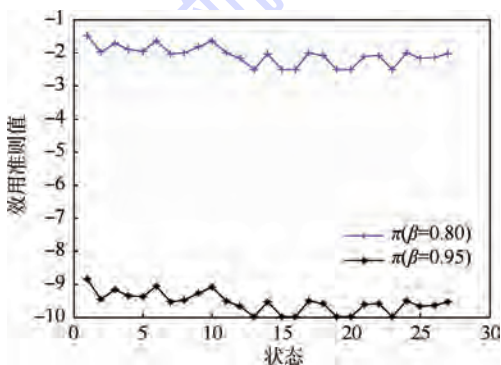


图 3 最佳策略效用准则值

Fig. 3 Utility values of criteria of the best strategy

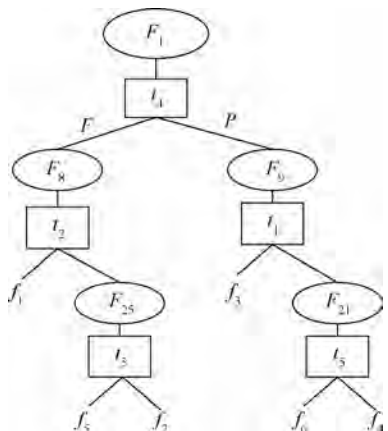


图 4 系统故障诊断树

Fig. 4 Fault diagnosis tree of system

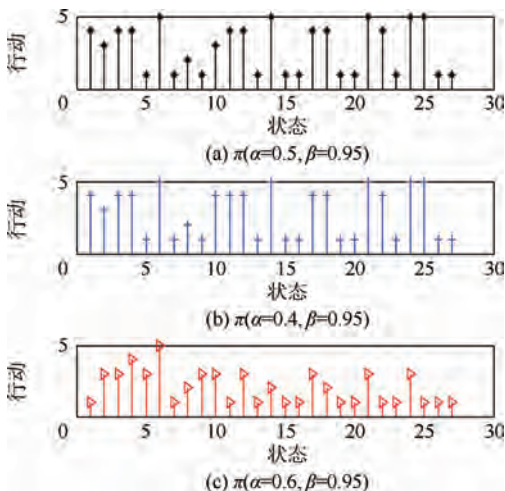


图 5 不同权重  $\alpha$  下的最佳决策

Fig. 5 The best decisions under different  $\alpha$

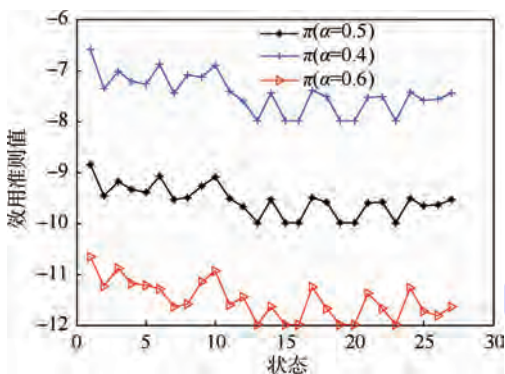


图 6 不同权重  $\alpha$  对应的策略效用准则值( $\beta = 0.95$ )

Fig. 6 Utility values of criteria under different  $\alpha$  ( $\beta = 0.95$ )

得的系统故障状态信息量,以便快速检测出故障,即测试的快速性;权重  $\alpha = 0.5$  则是二者兼顾;从图 6 中也不难看出,不同权重值下策略的效用准则值并不相同,但是利用该方法都可以找到长期最优平稳策略,而权重值的设置需要根据具体的设计需求进行确定。

综上所述可以看出,当检测环境复杂、测试资源有损毁时或检测人员可以确定故障的大致位置等情况下,可选择对应的故障状态的最佳决策生成一系列的不同初始状态的最优诊断策略。该方法应用到某型战斗机悬挂及发射装置二线自动测试系统,能够对某型导弹发射架进行快速有效的故障诊断,在导弹发射架全寿命周期的测试保障中节省大量的时间,并作为约简测试资源的依据,切实提高某型导弹发射架的保障效能,降低测试系统的设计成本。

### 4 结论

本文基于 MDP 理论,通过建立 MDP 折扣模

型并求解该模型,得到理想诊断策略:

1) 该方法能够充分考虑测试通过中的不确定性因素的影响,提高诊断结果的准确性与可靠性。

2) 可实现长周期动态寻优,生成全局最优诊断策略。

实践表明,该方法能够有效指导战地转场等突发性复杂环境中的诊断策略构建,实现故障的快速检测与隔离。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] IEEE SCC20. IEEE trial-use standard for testability and diagnosis ability characteristics and metrics: IEEE Std 1522-2004 [ S ]. Piscataway, NJ: IEEE Standards Press, 2004: 1-7.
- [ 2 ] 杨海马,于小强,杨晖,等. 漏泄电缆自动检测系统研究 [ J ]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28 ( 7 ): 795-797.  
YANG H M, YU X Q, YANG H, et al. Research on automatic detection system of leaky cable [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2014, 28 ( 7 ): 795-797 ( in Chinese ).
- [ 3 ] PATTIPATI K R, ALEXANDRIDIS M. Application of heuristic search and information theory to sequential fault diagnosis [ J ]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, 1990, 20 ( 4 ): 872-887.
- [ 4 ] SIMPSON W R, SHEPPARD J W. The multicriterion nature of diagnosis [ C ] // Proceedings of the IEEE Systems Readiness Technology Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1993: 389-395.
- [ 5 ] JOHNSON R A. An information theory approach to diagnosis [ J ]. IRE Transactions on Reliability and Quality Control, 1960, RQC-9 ( 1 ): 35.
- [ 6 ] 黎琼炜. 系统级 BIT 测试性设计技术及其在组合导航系统中的应用研究 [ D ]. 长沙: 国防科技大学, 2001: 34-57.  
LI Q W. Research on system level BIT design for testability technique and its application in integrated navigation system [ D ]. Changsha: National University of Defense Technology, 2001: 34-57 ( in Chinese ).
- [ 7 ] 景小宁,李全通,陈云翔,等. 基于信息熵的最少测试费用故障诊断策略 [ J ]. 计算机应用, 2005, 25 ( 2 ): 417-419.  
JING X N, LI Q T, CHEN Y X, et al. Fault diagnosis strategy with least test cost based on information entropy [ J ]. Journal of Computer Applications, 2005, 25 ( 2 ): 417-419 ( in Chinese ).
- [ 8 ] TU F, PATTIPATI K R. Rollout strategy for sequential fault diagnosis [ J ]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 2003, 33 ( 1 ): 86-99.
- [ 9 ] 黄以锋,景博,喻彪,等. 基于概率阈的冗余多故障诊断策略 [ J ]. 空军工程大学学报 ( 自然科学版 ), 2014, 15 ( 5 ): 1-5.  
HUANG Y F, JING B, YU B, et al. Multiple fault diagnosis strategy for redundant system based on probability threshold [ J ]. Journal of Air Force Engineering University ( Natural Science Edition ), 2014, 15 ( 5 ): 1-5 ( in Chinese ).
- [ 10 ] 王红霞,叶晓慧,田树新. 基于广义 AO\* 算法的测试序列问题研究 [ J ]. 兵工学报, 2010, 31 ( 2 ): 204-209.  
WANG H X, YE X H, TIAN S X. Research on test sequencing problem based on generalized AO\* algorithm [ J ]. Acta Armamentarii, 2010, 31 ( 2 ): 204-209 ( in Chinese ).
- [ 11 ] 邱静,刘冠军,杨鹏,等. 装备测试性建模与设计技术 [ M ]. 北京: 科学出版社, 2012: 316-319.  
QIU J, LIU G J, YANG P, et al. Equipment testability modeling and design technology [ M ]. Beijing: Science Press, 2012: 316-319 ( in Chinese ).
- [ 12 ] 黎洁,刘羽西,李奇越. 基于隐马尔可夫模型的认知无线频谱切换方法 [ J ]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28 ( 1 ): 69-74.  
LI J, LIU Y X, LI Q Y. Spectrum handoff and method based on hidden Markov model in cognitive radio network [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2014, 28 ( 1 ): 69-74 ( in Chinese ).
- [ 13 ] RUSSELL S, NORVING P. Artificial intelligence: A modern approach [ M ]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 645-658.
- [ 14 ] 刘克. 实用马尔可夫决策过程 [ M ]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 34-45.  
LIU K. The utility of Markov decision processes [ M ]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 34-45 ( in Chinese ).
- [ 15 ] 李行善,左毅,孙杰. 自动测试系统集成技术 [ M ]. 北京: 电子工业出版社, 2004: 66-70.  
LI X S, ZUO Y, SUN J. Automatic test system integration technology [ M ]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004: 66-70 ( in Chinese ).

#### 作者简介:

梁雅俊 女,博士研究生。主要研究方向:机载测试、诊断自动化与智能化。

Tel.: 15691805351

E-mail: 1214102891@qq.com

肖明清 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航空武器综合保障。

Tel.: 13909285251

E-mail: xmqing@sohu.com

## Diagnostic strategy building method based on MDP

LIANG Yajun<sup>1</sup>, XIAO Mingqing<sup>1,\*</sup>, SONG Haifang<sup>1</sup>, YANG Zhao<sup>1</sup>, LIANG Peng<sup>2</sup>

(1. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. Unit 95503, Chongqing 402360, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that by the traditional method, it is difficult to get the global optimal diagnostic strategy of the complicated test system in fault detection for ignoring the uncertainty factors in the test execution and lacking of the long cycle optimization mechanism, a new diagnostic strategy building method based on Markov decision processes (MDP) is proposed. The process of fault detection and isolation is expressed as a Markov process; the unlimited discount model of the utility integrated criterion function is structured through the discount factor and objective weights; the global optimal diagnostic strategy is obtained with the policy iteration algorithm. The example shows that the test uncertainty factors are well considered, stable optimal strategy of overall situation can be achieved by this method, and the fast fault detection and isolation in the engineering practice can be guided effectively as well.

**Key words:** diagnostic strategy; Markov decision processes (MDP); fault detection; policy iteration algorithm; strategy optimization

http://bhxb.buaa.edu.cn      jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0248

# 基于 Bayesian-MCMC 估计的隐身飞机 RCS 模型优化



代小霞<sup>1,2</sup>, 曹晨<sup>2,\*</sup>, 冯圆<sup>2</sup>

(1. 电子科技大学 电子工程学院, 成都 611731; 2. 中国电子科学研究院, 北京 100041)

**摘 要:** 对隐身飞机的雷达散射截面(RCS)统计建模时,传统方法通过直接计算 RCS 样本的统计特征估计模型参数,可能会产生较大的拟合误差。本文提出采用贝叶斯-蒙特卡罗(Bayesian-MCMC)方法提高起伏模型的参数估计精度,从而减小模型的拟合误差。首先将卡方分布模型和对数正态分布模型进行贝叶斯推导,得到其特征参数的后验估计表达式。然后采用 MCMC 算法构造后验分布的马尔可夫链,从而计算特征参数的估计值。最后通过比较 2 种方法的拟合曲线及其误差可知,本文方法适用于 2 种起伏模型,模型参数的估计误差收敛误差门限值低 1~2 个数量级,2 种分布模型的拟合精度均提高 50% 以上。

**关键词:** 隐身; 雷达散射截面(RCS); 起伏模型; 贝叶斯-蒙特卡罗; 拟合优度检验

**中图分类号:** TN957.51; V218

**文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-5965(2016)04-0851-07

雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)是目标探测和隐身技术中的一个重要指标,表征了目标对照射电磁波的散射能力。一方面,目标 RCS 随雷达波的发射频率、极化方式和目标姿态角剧烈起伏<sup>[1]</sup>,从统计分析的角度去描述 RCS 很有必要。另一方面,随着隐身飞机的不断升级换代,整机 RCS 的分布呈现低值聚集这一特点<sup>[2-3]</sup>,传统的 RCS 拟合方法可能难以准确描述其统计特性。

经典的 RCS 起伏模型有 Sweling I~IV 模型和 Marcum 模型。前者主要适用于典型的飞行器目标,后者的适用对象为非起伏目标(如金属球)<sup>[4]</sup>。在此基础上, Song 等<sup>[5]</sup>通过对显性瑞利目标的分析,说明了 Sweling III、IV 模型与赖斯分布的相似程度取决于模型参数  $s$  的大小。但是随着隐身目标、非良导体目标和高速飞行体等新型目标的出现,经典模型已难以精确表达各类目标

的统计性能<sup>[6]</sup>。近年来,卡方分布、对数正态分布和勒让德多项式模型<sup>[7]</sup>等拟合精度较高的起伏模型陆续被提出。文献[8]针对隐身飞机 RCS 可能出现的对数中值比小于 1 的情况,提出了完备的对数正态分布模型。文献[9]利用经典起伏模型对典型隐身飞机的 RCS 统计特性进行拟合,所得的分布曲线可能存在对峰值估计过高的缺点。以上各种模型均有其适用范围,且存在一定的转换关系。但是现有文献多通过直接计算 RCS 的均值、平均中值比或者核密度函数等统计特征估计分布模型的参数。由于隐身飞机的整机 RCS 中存在较多的低值点,传统方法容易导致拟合的分布曲线偏离 RCS 真实分布曲线,从而产生较大拟合误差。

针对上述问题,本文提出采用贝叶斯-蒙特卡罗(Bayesian-Markov Chain Monte Carlo, Bayesian-MCMC)方法估计起伏模型的特征参数,从而提高

收稿日期: 2015-04-24; 录用日期: 2015-07-31; 网络出版时间: 2015-09-17 16:50

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.009.html

基金项目: 国家“863”计划(2012AA01A308); 国家“973”计划(613206)

\* 通讯作者: Tel.: 010-68893538 E-mail: caochen998@sina.cn

**引用格式:** 代小霞, 曹晨, 冯圆. 基于 Bayesian-MCMC 估计的隐身飞机 RCS 模型优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 851-857. DAI X X, CAO C, FENG Y. Optimization on stealth aircraft RCS models using Bayesian-MCMC estimation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 851-857 (in Chinese).

模型的拟合精度。Bayesian-MCMC 方法是一种动态的计算机模拟方法,能够解决高维度且形式复杂的未知参数后验概率估计问题<sup>[10]</sup>。采用 Bayesian-MCMC 方法估计模型参数时,首先利用贝叶斯理论推导卡方分布模型和对数正态分布模型参数的后验估计表达式;然后利用 MCMC 算法求解参数估计值;最后通过比较 Bayesian-MCMC 方法与传统方法所得曲线的拟合优度,说明本文方法能够较为准确地估计起伏模型的参数,且大幅提高 RCS 起伏模型的拟合精度。

## 1 模型参数的贝叶斯估计

本节结合贝叶斯理论推导卡方分布模型和对数正态分布模型参数的后验估计表达式。

### 1.1 卡方分布模型的参数估计

RCS 随机变量  $\sigma$  的卡方分布概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 经典表达式为<sup>[8]</sup>

$$p_k(\sigma) = \frac{k}{\Gamma(k)\bar{\sigma}} \left(\frac{k\sigma}{\bar{\sigma}}\right)^{k-1} e^{-\frac{k\sigma}{\bar{\sigma}}} \quad \sigma > 0 \quad (1)$$

式中:  $\bar{\sigma}$  为 RCS 的数学期望;  $k$  为双自由度,  $k$  值越大,拟合曲线起伏越缓和。采用式(1)对 RCS 建模时,通常先计算 RCS 的核密度函数,然后以均方差最小方法估计参数值  $k$ <sup>[6]</sup>。因为核密度函数并非精确表达式,参数  $k$  的估计值可能受低 RCS 特性影响,导致估计误差较大。将式(1)作以下替换:

$$\chi^2 = 2k\sigma/\bar{\sigma} \quad d\chi^2/d\sigma = 2k/\bar{\sigma} \quad (2)$$

可得到卡方分布 PDF 的基本表达式为

$$p_k(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{k-1} \exp(-\chi^2/2)}{2^k \Gamma(k)} \quad (3)$$

式中:  $\chi^2$  为自变量;  $k$  可以取非整数,以提高拟合精度。式(3)的形式便于使用 Bayesian-MCMC 方法对参数  $k$  进行估计。

采用贝叶斯理论推导卡方分布模型的参数估计表达式时,首先把卡方分布的基本表达式(3)看作参数  $k$  的后验分布函数  $p(k | X)$ ,  $X$  为 RCS 的观测样本集合。根据贝叶斯理论<sup>[11]</sup>,可计算出最大后验估计(MAP),即  $p(k | X)$  的最大值为

$$p(k | X) = \frac{p(X | k)p(k)}{p(X)} \quad (4)$$

式中:

$$p(X) = \int_k p(X | k)p(k) dk \quad (5)$$

其中:  $p(k)$  为参数  $k$  的先验分布。通常假设  $p(k)$  与观测样本  $X$  相互独立,  $p(X)$  为  $p(k | X)$  的标准

因子,且与  $k$  相互独立<sup>[12]</sup>。因此式(4)可简化为

$$p(k | X) \propto p(X | k)p(k) = p(k) \prod_{i=1}^n p(x_i | k) \quad (6)$$

式中:  $x_i$  为样本  $X$  中的元素;  $n$  为  $X$  的维数。因此,参数  $k$  的估计量为

$$\hat{k} = E(k | X) = \int_k kp(k | X) dk = \int_k kp(k) \prod_{i=1}^n p(x_i | k) dk \quad (7)$$

通常,卡方分布自由度  $k$  的先验分布服从伽马分布<sup>[10]</sup>,即  $k \sim \Gamma(\alpha, \beta)$ ,伽马分布的表达式为  $\Gamma_k(k; \alpha, \beta) = \beta^\alpha k^{\alpha-1} e^{-\beta k} / \Gamma(\alpha)$  (8) 式中:  $\alpha$  为形状参数;  $\beta$  为尺度参数。

将式(3)和式(8)代入式(7),可得参数  $k$  的估计表达式为

$$\hat{k} = \int_k k \Gamma_k(k; \alpha, \beta) \prod_{i=1}^n p_k(x_i) dk \quad (9)$$

求解式(9)时,通过建立马尔可夫链得到  $k$  的估计值,可避免求取 RCS 样本的核密度函数。

### 1.2 对数正态分布模型的参数估计

RCS 随机变量  $\sigma$  的对数正态分布 PDF 的经典表达式为<sup>[8]</sup>

$$p_{ln}(\sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{4\pi \ln \rho}} \exp\left[-\frac{\ln^2(\sigma/\sigma_0)}{4 \ln \rho}\right] \quad \sigma > 0 \quad (10)$$

式中:  $\sigma_0$  为随机变量  $\sigma$  的中值;  $\rho$  为  $\sigma$  的平均中值比,即  $\bar{\sigma}/\sigma_0$ ,要求  $\rho$  值大于 1。对于常规飞行器和大型舰船等传统目标,  $\rho$  值一般会大于 1; 隐身飞机与传统目标相比,其 RCS 中值相近,但是均值变小,可能会导致  $\rho$  值小于 1。采用 Bayesian-MCMC 方法可以避免求取参数  $\rho$ 。

令  $\mu$  和  $s$  分别为  $\ln \sigma$  的均值和标准差,可得到对数正态分布模型 PDF 的基本表达式为

$$p_L(\sigma) = \frac{1}{\sigma s \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln \sigma - \mu)^2}{2s^2}\right] \quad \sigma > 0 \quad (11)$$

在估计参数  $\mu$  时,可以固定参数  $s$ ,反之亦然。 $\mu$  和  $s$  的后验分布为式(11),对应的先验分布可取为正态分布和伽马分布<sup>[10]</sup>,即  $\mu \sim N(\eta, \gamma^2)$ ,  $s \sim \Gamma(\alpha, \beta)$ 。则参数  $\mu$  的先验分布为

$$\Psi_L(\mu; \eta, \gamma^2) = \frac{1}{\gamma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\mu - \eta)^2}{2\gamma^2}\right] \quad (12)$$

式中:  $\eta$  为正态分布的期望;  $\gamma$  为正态分布的标准差。参数  $s$  的先验分布为

$$\Gamma_L(s; \alpha, \beta) = \beta^\alpha s^{\alpha-1} e^{-\beta s} / \Gamma(\alpha) \quad (13)$$

把式(11)~式(13)代入式(7),可得参数  $\mu$  和  $s$  的估计表达式为

$$\hat{\mu} = \int_{\mu} \mu \Psi_L(\mu; \eta, \gamma^2) \prod_{i=1}^n p_L(x_i; s) d\mu \quad (14)$$

$$\hat{s} = \int_s s \Gamma_L(s; \alpha, \beta) \prod_{i=1}^n p_L(x_i; \mu) ds \quad (15)$$

式中:  $p_L(x_i; s)$  和  $p_L(x_i; \mu)$  分别为  $s$  和  $\mu$  取固定值时对数正态分布 PDF 的表达式。

传统方法通过直接计算 RCS 采样数据的统计特征估计起伏模型的参数,然后代入经典表达式(1)和式(10)求取 2 种分布的拟合曲线。由于隐身飞机的低 RCS 特性,可能会产生较大的参数估计误差和曲线拟合误差。采用 Bayesian-MCMC 方法拟合 RCS 分布曲线时,根据参数的后验估计表达式估计参数值,然后代入起伏模型的基本表达式(3)和式(11)对 2 种分布进行拟合,从而减小曲线拟合误差。

上述 2 种分布待估计参数的表达式均为高维度复杂形式,很难通过一般的数值方法求解,而 MCMC 算法能够很好地解决这类后验概率参数估计问题。

## 2 参数估计的 MCMC 实现

利用 MCMC 算法进行模型参数估计的基本思想是:首先通过抽样实验来建立参数的马尔可夫链,使其极限分布为参数的后验分布。然后用所得的后验分布求取参数的估计值。如果合理定义初始值和迭代次数, MCMC 算法总能得到一条或者几条收敛的马尔可夫链。在贝叶斯分析中,最为常用的 2 种 MCMC 算法是 Gibbs 采样算法和 Metropolis-Hastings (M-H) 采样算法<sup>[13]</sup>。为便于实现,本文采用 M-H 采样算法。

### 2.1 M-H 采样算法

下面以参数  $k$  的估计为例说明 M-H 采样算法的原理<sup>[10]</sup>。由第 1 节可知,  $\mathbf{X}$  为 RCS 的采样数据集,  $p(k | \mathbf{X})$  为参数  $k$  的后验分布。则 M-H 采样算法步骤如下:

- 1) 设定  $k$  的初始值为  $k^{(0)}$ 。
- 2) 令  $t = 1, 2, \dots, T$ , 重复如下步骤:
  - ① 令  $k = k^{(t-1)}$ 。

② 根据提议函数  $q(k' | k)$  产生新的备选参数值  $k'$ 。其中,  $k$  的提议函数取以当前状态  $k^{(t)}$  为均值, 标准差为  $\delta$  的正态分布, 即  $q(k' | k) \sim N(k^{(t)}, \delta^2)$ 。则备选参数值  $k'$  可表示为<sup>[14]</sup>

$$q(k' | k^{(t)}) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(k' - k^{(t)})^2}{2\delta^2}\right] \quad (16)$$

- ③ 计算接受概率  $\xi$ 。

$$\xi = \min\left(1, \frac{p(k' | \mathbf{X})q(k | k')}{p(k | \mathbf{X})q(k' | k)}\right) \quad (17)$$

④ 是否更新第  $t$  个参数的标准如下:

$$k^{(t+1)} = \begin{cases} k' & (\text{接受}) & \xi > \text{rand}[0, 1] \\ k^{(t)} & (\text{拒绝}) & \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

当判决状态为“接受”时,马尔可夫链状态值进行更新;否则,拒绝备选参数值,马尔可夫链保持不变,然后循环步骤 2),直到目标分布  $p(k | \mathbf{X})$  趋于平稳。

3) 根据  $p(k | \mathbf{X})$  的平稳分布计算参数  $k$  的估计值。

需要说明的是,式(16)中提议函数的标准差  $\delta$  的选取对算法效率的影响很大。标准差取值较小时,会得到很高的接受概率  $\xi$ ,但是算法的收敛速度会变慢,导致收敛需要的迭代次数增加。因此在选取提议函数的标准差时,通常固定接受概率为 20% ~ 40%<sup>[10]</sup>,通过多次实验的方法在一组标准差候选值中选择满足接受概率的候选值,详细的参数选择流程见文献[15]。

### 2.2 M-H 采样算法收敛准则

M-H 采样算法的收敛准则基于边缘后验分布的 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 统计函数  $D$ 。实际的采样系统由 2 个平行运行、相互独立的 M-H 采样组成。每个参数的 K-S 检验函数表达式为<sup>[16]</sup>

$$D_j = \max_j |p_2(k_j | \mathbf{X}) - p_1(k_j | \mathbf{X})| \quad (19)$$

式中:  $p_1(k_j | \mathbf{X})$  和  $p_2(k_j | \mathbf{X})$  为 2 个平行运行样本的累积边缘分布函数。当  $D_j$  的最大值小于收敛误差门限值  $\varepsilon$  时,就可认为采样的结果收敛。 Bayesian-MCMC 方法的框图见图 1。

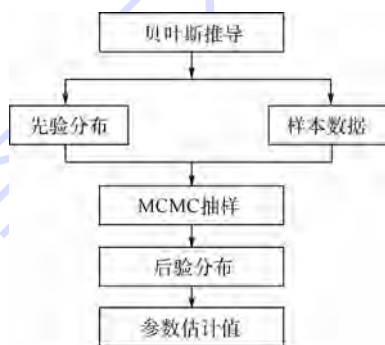


图 1 Bayesian-MCMC 方法框图

Fig. 1 Block diagram of Bayesian-MCMC method

## 3 RCS 数据拟合及检验

为了验证 Bayesian-MCMC 方法对模型参数估计和曲线拟合的可行性及其精度,设计以下数值实验。

### 3.1 RCS 数据获取

将 2 种典型的隐身飞机目标作为研究对象(以下简称 I 型和 II 型),由于隐身飞机的吸波材料结构复杂且电参数未知,本文仅考虑外形隐身技术对

RCS数据的影响。隐身飞机的模型按照飞机真实尺寸在CAD中精确建立,然后导入电磁计算软件FEKO进行修模和网格剖分,采用多层快速多极子方法(MLFMM)实现了RCS的仿真计算。

2种隐身飞机的模型和姿态角定义如图2所示。飞机迎头方向为:方位角 $\phi=0^\circ$ ,俯仰角 $\theta=0^\circ$ 。考虑到计算的规模和准确性,本文的仿真频率采用L波段的典型频点1GHz,方位角采样间隔为 $0.1^\circ$ (平飞状态,俯仰角为 $0^\circ$ ),极化方式采用水平极化。图3为2种隐身飞机的RCS仿真数据。

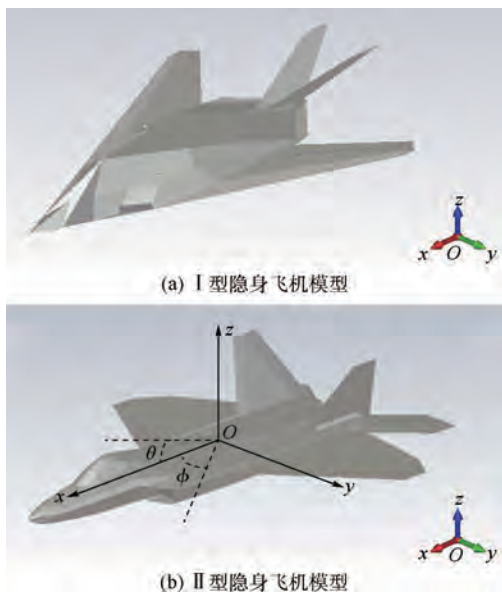


图2 隐身飞机模型和机体坐标系

Fig. 2 Models and coordinate system of stealth aircraft

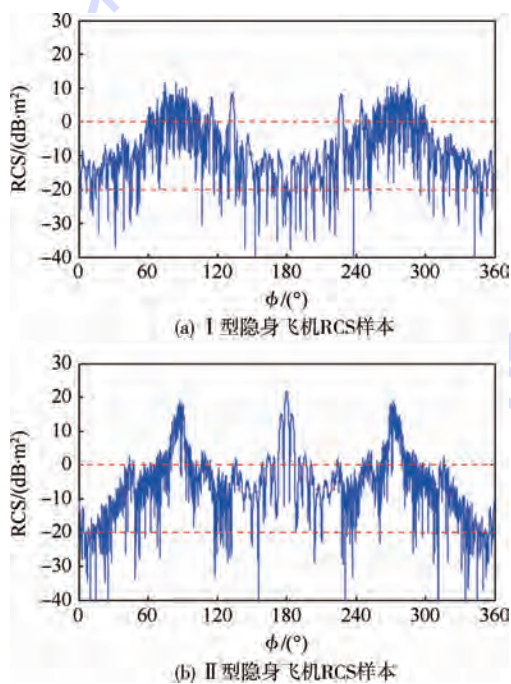


图3 2种隐身飞机RCS随方位角变化

Fig. 3 RCS of two types of stealth aircrafts changing with different azimuth

由图3可知,2种飞机的整机RCS值都集中在 $-20\sim 0\text{ dB}\cdot\text{m}^2$ ,迎头 $\pm 30^\circ$ 方向的RCS值集中在 $-20\sim -10\text{ dB}\cdot\text{m}^2$ ,这与2种机型公开的RCS数据相符。图3(a)中,由于I型隐身飞机的外形由很多斜面组成,前机身和机翼融为一体且腹部扁平<sup>[17]</sup>,其RCS样本中 $0\text{ dB}\cdot\text{m}^2$ 以下的值占到采样总量的77.2%;图3(b)中,II型隐身飞机采用了相对传统的“平衡设计外形”,在强调隐身的同时兼顾了机动性,其RCS样本中 $0\text{ dB}\cdot\text{m}^2$ 以下的值占到采样总量的69.5%。

由于所有起伏模型都是基于RCS的线性数据,因此需要将采样数据进行对数空间到线性空间的变换,变换关系如下<sup>[6]</sup>:

$$\sigma(\text{m}^2) = 10^{0.1\sigma(\text{dB})} \quad (20)$$

### 3.2 RCS分布拟合

本节首先利用Bayesian-MCMC方法估计RCS分布模型参数,代入各模型的基本表达式得到拟合曲线;然后按照传统方法利用RCS起伏模型的经典表达式估计参数,得到RCS的拟合曲线;最后将两者进行比较。

进行Bayesian-MCMC仿真实验时,各参数的先验分布均由第1节给出,参考文献[10]设置每种先验分布合适的初值。每条马尔可夫链进行10000次M-H迭代,初始接受概率 $\xi=20\%$ ,多次实验选取的提议分布标准差为 $\delta=2, 0.5, 1$ (分别对应参数 $k, \mu, s$ )。将前2000次迭代结果舍去以保证收敛,收敛误差门限取为 $\varepsilon=0.05$ 。I型隐身飞机各参数的马尔可夫链和2种隐身飞机各参数的后验分布如图4和图5所示。

图4表明,随着迭代次数增加,各参数的马尔可夫链都能很快地收敛于其真实值,并在真实值附近振荡。图5中各参数的后验分布都趋近于其先验分布(伽马分布的极限分布是正态分布),且后验分布的均值就是各参数的估计值。

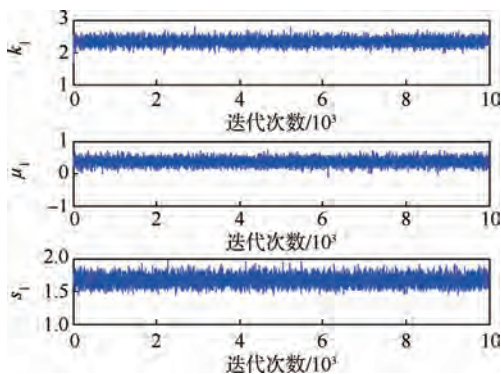


图4 I型隐身飞机各参数的马尔可夫链

Fig. 4 Markov chain of parameters for type I stealth aircraft

表1为采用 Bayesian-MCMC 方法对2种隐身飞机 RCS 数据的分布模型参数估计的结果。分析表1可知,在相同迭代次数下, Bayesian-MCMC 方法对2种分布的参数估计精度相当,且蒙特卡罗误差均远小于收敛误差门限,这说明该方法对2种模型均适用。将表1中各参数的估计值代入各起伏模型的基本表达式进行拟合,与传统方法拟合结果进行对比,如图6所示。

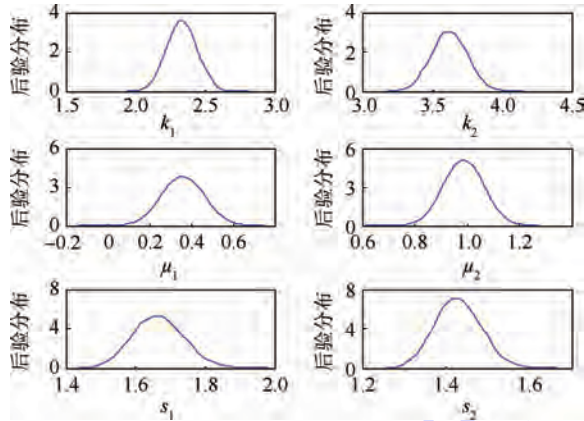


图5 2种隐身飞机各参数的后验分布

Fig.5 Posterior distribution of parameters for both types of stealth aircrafts

表1 参数估计值与蒙特卡罗误差

Table 1 Parameter estimates and Monte Carlo errors

机型	估计值/蒙特卡罗误差		
	$k$	$\mu$	$s$
I型	2.33/1.3 × 10 <sup>-3</sup>	0.36/1.0 × 10 <sup>-3</sup>	1.67/7.9 × 10 <sup>-4</sup>
II型	3.63/1.3 × 10 <sup>-3</sup>	1.05/8.2 × 10 <sup>-4</sup>	1.43/5.6 × 10 <sup>-4</sup>

2种类型隐身飞机的 RCS 分布特性及其拟合曲线特点如下:

1) 2种类型隐身飞机的 RCS 实际分布曲线的峰值均靠近纵轴且宽度较窄,反映了隐身飞机 RCS 的低值聚集特性,且 I 型隐身飞机的低 RCS 特性更明显。

2) 传统方法的拟合曲线中,卡方分布对峰值拟合较好,对数正态分布存在对峰值估计过高的缺点,且 RCS 均值越小,拟合峰值越高,这是因为对数正态分布模型的包络项与自变量成反比。在曲线峰值后的 RCS 高值区域(RCS 值大于 1 m<sup>2</sup> 的曲线部分),对数正态分布的拟合效果优于卡方分布。

3) 比较拟合曲线与实际分布曲线的吻合程度, Bayesian-MCMC 方法比传统方法拟合的效果更好,且适用于2种起伏模型。这是由于传统方法通过直接计算原始采样数据的统计特征估计参数,而隐身飞机 RCS 的低值聚集特性会导致估计误差较大。 Bayesian-MCMC 方法通过构造马尔可夫链估计模型的参数值,避免直接计算核密度函数和参数  $\rho$ ,使拟合曲线的峰值与真实的峰值比较接近。在曲线峰值后的 RCS 高值区域,2种方法拟合的效果相近。

下文通过拟合优度检验进一步比较分析2种方法的拟合精度。

### 3.3 拟合优度检验

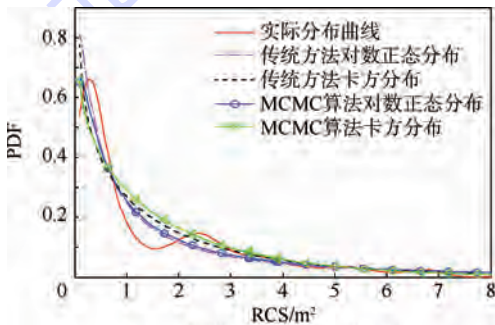
由于本文涉及卡方分布和对数正态分布的不同表达形式,因此采用文献[7]的非参数检验方法比较2种拟合方法的拟合精度,拟合误差公式为

$$e_f = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} |p_i - \hat{p}_i|}{\sum_{i=1}^{N_0} p_i} \times 100\% = \sum_{i=1}^{N_0} |p_i - \hat{p}_i| \times 100\% \quad (21)$$

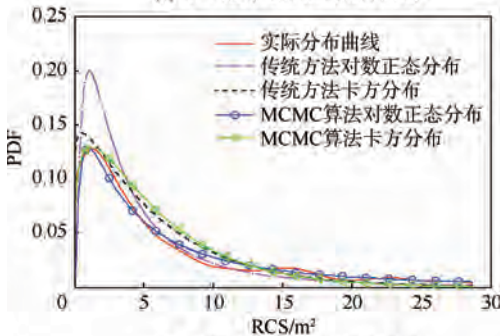
式中:  $p_i$  为 RCS 数据的真实概率分布;  $\hat{p}_i$  为各起伏模型估计的概率分布;  $N_0$  为分布曲线被划分的

段数,且  $\sum_{i=1}^{N_0} p_i = 1$ 。

检验结果如表2所示,其中精度改善比例由2种方法的拟合误差之差除以传统方法拟合误差所得。分析表2可知,就起伏模型而言,改善后的对数正态分布模型的拟合精度高于卡方分布模型,因为对数正态分布模型对峰值后曲线的拟合效果本就优于卡方分布模型,当峰值得到改善以后,综合效果会进一步提高拟合精度。就拟合方



(a) I型隐身飞机RCS拟合曲线



(b) II型隐身飞机RCS拟合曲线

图6 2种隐身飞机 RCS 拟合曲线对比

Fig.6 Comparison types of of RCS fitting curves for both types of stealth aircrafts

法而言,基于 Bayesian-MCMC 方法的曲线拟合误差均小于传统方法的拟合误差,对 2 种起伏模型的拟合精度的改善比例均为 50% 以上,且对于对数正态分布的拟合精度改善更明显。

表 2 2 种起伏模型的拟合误差

Table 2 Error-of-fit for both fluctuation models

机型	分布模型	拟合误差/%		精度改善 比例/%
		传统方法	MCMC 算法	
I 型	卡方分布	6.83	2.04	70.13
	对数正态分布	6.18	1.46	76.38
II 型	卡方分布	4.98	2.37	52.41
	对数正态分布	12.59	1.29	89.75

## 4 结 论

本文研究了隐身飞机 RCS 起伏模型优化问题。在贝叶斯框架下重新推导了模型参数的后验估计表达式,并结合 MCMC 算法得到参数估计值。比较本文方法和传统方法的仿真结果,得出以下结论:

1) 本文方法对卡方分布模型和对数正态分布模型均适用,估计参数的蒙特卡罗误差比收敛误差门限低 1~2 个数量级。

2) 本文方法对 2 种模型峰值的拟合效果均优于传统方法,在曲线峰值后的 RCS 高值区域,2 种方法的拟合效果相近。

3) 采用本文方法能够有效减小隐身飞机低 RCS 特性的干扰,对 2 种起伏模型的拟合精度均提高 50% 以上,且对于对数正态分布的改善更明显。

理论上,只要 Bayesian-MCMC 方法的迭代次数足够多,参数的估计值就可以逼近最优值,从而提高模型的拟合精度,这在起伏模型的实际应用中有一定参考价值。

## 参考文献 (References)

- [1] CUI G, DE MAIO A, PIEZZO M. Performance prediction of the incoherent radar detector for correlated generalized Swerling-Chi fluctuating targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 356-368.
- [2] 岳奎志, 孙聪, 姬金祖. 双立尾对战斗机隐身特性的数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(2): 160-165.  
YUE K Z, SUN C, JI J Z. Numerical simulation on the stealth characteristics of twin-vertical-tails for fighter [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(2): 160-165 (in Chinese).
- [3] ZIKIDIS K, SKONDRAS A, TOKAS C. Low observable principles, stealth aircraft and anti-stealth technologies [J]. Journal of Computations & Modeling, 2014, 4(1): 129-165.
- [4] SWERLING P. Probability of detection for fluctuating targets [J]. IRE Transactions on Information Theory, 1960, 6(2): 269-308.
- [5] SONG X F, BLAIR W D, WILLETT P, et al. Dominant-plus-Rayleigh models for RCS: Swerling III/IV versus Rician [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(3): 2058-2064.
- [6] 黄培康, 殷红成, 许小剑. 雷达目标特征 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 112-117.  
HUANG P K, YIN H C, XU X J. Radar target characteristics [M]. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2010: 112-117 (in Chinese).
- [7] XU X J, HUANG P K. A new RCS statistical model of radar targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(2): 710-714.
- [8] 史伟强, 徐乐, 史小卫, 等. 基于完备对数正态分布模型的隐形飞行器动态 RCS 统计特性研究 [J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9): 2121-2125.  
SHI W Q, XU L, SHI X W, et al. Dynamic RCS statistic characterization of stealth aircraft using complete lognormal distribution [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(9): 2121-2125 (in Chinese).
- [9] 陈世春, 黄沛霖, 姬金祖. 典型隐身飞机的 RCS 起伏统计特性研究 [J]. 航空学报, 2014, 35(12): 3304-3314.  
CHEN S C, HUANG P L, JI J Z. Research on radar cross section fluctuation characteristics of typical stealth aircrafts [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(12): 3304-3314 (in Chinese).
- [10] PAOLO G, GEOFF H G, BANI K M. Bayesian modeling using WinBUGS [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2009: 25-30.
- [11] LI Y, SONG S B. Bayesian estimation of parameters for pearson III distribution [C] // IEEE International Symposium on Water Resource and Environmental Protection (ISWREP). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 630-632.
- [12] SHENG Z. The estimation of lower refractivity uncertainty from radar sea clutter using the Bayesian-MCMC method [J]. Chinese Physics B, 2013, 22(2): 029302.
- [13] GASEMYR J. The spectrum of the independent Metropolis-Hastings algorithm [J]. Journal of Theoretical Probability, 2006, 19(1): 152-165.
- [14] 马洪斌, 马岩, 杨春梅, 等. 基于 Metropolis-Hastings 算法的  $\alpha$  稳定分布参数估计 [J]. 电机与控制学报, 2012, 16(12): 94-98.  
MA H B, MA Y, YANG C M, et al. Parameter estimation of  $\alpha$ -stable distribution using Metropolis-Hastings algorithm [J]. Electrical Machines and Control, 2012, 16(12): 94-98 (in Chinese).
- [15] 陈平, 徐若曦. Metropolis-Hastings 自适应算法及其应用 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(1): 100-108.  
CHEN P, XU R X. Metropolis-Hastings adaptive algorithm and its application [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2008, 28(1): 100-108 (in Chinese).
- [16] 盛峥, 黄思训, 曾国栋. 利用 Bayesian-MCMC 方法从雷达回波反演海洋波导 [J]. 物理学报, 2009, 58(6): 4335-4341.  
SHENG Z, HUANG S X, ZENG G D. Ocean duct inversion from

radar clutter using Bayesian-Markov chain Monte Carlo method [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(6): 4335-4341 (in Chinese).

[17] 白振东,刘虎,武哲. 低可探测机身参数化造型与优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(12): 1391-1394.

BAI Z D, LIU H, WU Z. Parametric modeling and optimization of low observability fuselage in aircraft conceptual design [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(12): 1391-1394 (in Chinese).

#### 作者简介:

代小霞 女, 硕士研究生。主要研究方向: 雷达信号处理与雷

达目标特性。

Tel.: 17090084855

E-mail: daixiaoxia5221@163.com

曹晨 男, 博士, 研究员级高级工程师, 博士生导师。主要研究方向: 信息系统总体设计。

Tel.: 010-68893538

E-mail: caochen998@sina.cn

冯圆 男, 博士研究生。主要研究方向: 计算电磁学。

Tel.: 15801074616

E-mail: fy-zbh@163.com

## Optimization on stealth aircraft RCS models using Bayesian-MCMC estimation

DAI Xiaoxia<sup>1,2</sup>, CAO Chen<sup>2,\*</sup>, FENG Yuan<sup>2</sup>

(1. School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;

2. China Academy of Electronics and Information Technology, Beijing 100041, China)

**Abstract:** When statistically modeling a stealth aircraft, conventional methods estimate characteristic parameters via calculating the statistics of radar cross section (RCS) directly, which may lead to relatively large fitting errors. Therefore, we introduce the Bayesian-Markov chain Monte Carlo (Bayesian-MCMC) method to improve the parameter accuracy so as to reduce the fitting errors. The posterior parameter estimators of the Chi-square and lognormal models are derived in the Bayesian framework. Then the MCMC sampling algorithm is adopted to calculate the parameter estimates by constructing Markov chains. Numerical results show that the estimation errors of the proposed method are 1–2 orders of magnitude lower than the error convergence threshold. Besides, the proposed method is suitable for both target fluctuation models and improves the curve fitting accuracy by more than 50%.

**Key words:** stealth; radar cross section (RCS); fluctuation model; Bayesian-Markov chain Monte Carlo; goodness-of-fit test

Received: 2015-04-24; Accepted: 2015-07-31; Published online: 2015-09-17 16:50

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150917.1650.009.html

Foundation items: National High-tech Research and Development Program of China (2012AA01A308); National Basic Research Program of China (613206)

\* Corresponding author. Tel.: 010-68893538 E-mail: caochen998@sina.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0270

# 乏信息空间机械臂随机振动信号的灰自助评估

汪启跃<sup>1</sup>, 王中宇<sup>1,\*</sup>, 王岩庆<sup>1,2</sup>, 姚贞建<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083; 2. 中国科学院光电研究院, 北京 100094)

摘

要: 经典的统计学方法无法解决乏信息数据的评估问题。结合自助法和灰色系统理论, 提出一种实现乏信息空间机械臂随机振动数据估计的灰自助方法。运用自助法对乏信息振动功率谱密度进行自助再抽样得到大量样本数据; 利用灰色系统理论和最大熵理论建立灰自助模型, 构建振动功率谱密度在不同频率点的灰自助分布。利用灰自助方法得到随机振动功率谱密度的真值估计和区间估计。提出了可靠度偏差和区间准确度 2 个指标对区间估计进行评价。灰自助方法与灰色方法和自助法的对比与测量实例表明, 真值估计平均相对误差小于 5%, 在不同置信度水平下区间估计的准确度高于 97%。

关键词: 乏信息; 空间机械臂; 灰自助方法; 随机振动; 估计

中图分类号: V11

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2016)04-0858-07

乏信息是指测量数据具有的测量信息不完整和充足, 如概率分布已知, 但只有少量数据可供分析; 概率分布未知, 测量数据也只有少量; 趋势项未知等, 都具有乏信息的特征<sup>[1]</sup>。航空、航天运载系统、载人航天工程系统、战术导弹和飞行姿态控制等行业经常遇到更加复杂的乏信息问题<sup>[2-3]</sup>。

对于空间机械臂而言, 振动会影响安装在机械臂上设备的工作精度, 如北斗卫星要求接收天线对于机械臂的角度误差小于 18°; 空间机械臂视觉系统要求相机的图像误差小于 1 个像素<sup>[4]</sup>。柔性机械臂减小臂杆的振动, 提高末端的定位精度<sup>[5]</sup>。因此, 分析空间机械臂的振动信号是改善空间设备精度的重要前提。由于空间机械臂所处环境是复杂而未知的外太空, 不利于稳定实验数据的获取, 而且受实验操作困难、实验成本过高等因素影响, 使得空间机械臂随机振动数据表现为样本量小且先验信息未知的特点。用

传统的基于统计理论的数据归纳方法无法对其进行分析。

对于乏信息数据的估计, 非统计理论显示出很大的优越性<sup>[6]</sup>。近年来, 自助法<sup>[7-8]</sup>、灰色系统理论<sup>[9]</sup>、模糊理论和信息熵理论等方法在处理乏信息问题上得到了广泛的应用。文献[10]提出的灰色系统理论在乏信息数据中已得到具体应用<sup>[11]</sup>, 但是灰色方法难以有效地检验置信区间。文献[2]将自助法应用到飞行振动数据的评估当中。文献[12]应用模糊数学理论实现了乏信息测量参数的有效估计。文献[13]利用最大熵理论实现了机床误差的概率分布。自助法是一种非参数估计方法<sup>[14]</sup>, 虽然可用于区间估计<sup>[15]</sup>, 但自助抽样的过程中产生了附加不确定度。文献[16]提出的灰自助方法将灰色系统理论和自助法的优点互补, 可用于乏信息数据的估计, 但对区间估计的评价还很不完善。

振动信号分为时域和频域 2 种。基于功率谱

收稿日期: 2015-04-29; 录用日期: 2015-06-26; 网络出版时间: 2015-08-03 14:23

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.006.html

基金项目: 航空科学基金(20100251006)

\* 通讯作者: Tel.: 010-82338881 E-mail: mewan@buaa.edu.cn

引用格式: 汪启跃, 王中宇, 王岩庆, 等. 乏信息空间机械臂随机振动信号的灰自助评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(4): 858-864. WANG Q Y, WANG Z Y, WANG Y Q, et al. Estimation of space manipulator random vibration signals with poor information based on grey bootstrap method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(4): 858-864 (in Chinese).

密度(Power Spectral Density, PSD)的频域分析方法由于计算简单、不需要循环计数等优点被广泛采用<sup>[17]</sup>。振动功率谱密度的估计是航空航天设备安全性和可靠性的重要保障,传统的估计方法有极值包络法<sup>[18]</sup>、统计容差法<sup>[19]</sup>和改进的统计容差法<sup>[20]</sup>等,但上述方法都是以统计理论为基础的,对乏信息数据给出的试验参数在量值及合理性方面尚缺乏严谨的理论依据。

本文将灰自助方法应用于乏信息空间机械臂振动功率谱密度的估计,提出相应的评价指标;并且将灰自助方法与灰色方法、自助法进行对比,验证了灰自助方法在乏信息随机振动信号估计中的优越性。

## 1 灰自助方法

### 1.1 灰自助建模

在动态振动试验中,设乏信息空间在总时间内得到的测量数据振动功率谱密度序列集合为  $X = \{x_i(j); j = 1, 2, \dots, F; i = 1, 2, \dots, N\}$  (1) 式中: $x_i(j)$ 为时刻*i*与频率*j*处的功率谱密度值;*F*为*X*的频率总点数;*N*为*X*在总时间内测量数据的个数。

取频率*j*处的前*m*次测量得到的振动功率谱密度序列为

$$X_j^m = \{x_j(1), x_j(2), \dots, x_j(i), \dots, x_j(m); i = 1, 2, \dots, m\} \quad (2)$$

依据自助抽样原理<sup>[21]</sup>,在*X<sub>j</sub><sup>m</sup>*中进行自助抽样,获得*B*个自助仿真样本:

$$Y_{j,b} = \{y_{j,b}(k)\} \quad k = 1, 2, \dots, m; b = 1, 2, \dots, B; j = 1, 2, \dots, F \quad (3)$$

式中: $y_{j,b}(k)$ 为频率*j*处第*b*个自助样本中的第*k*个数据。

根据灰色模型GM(1,1)<sup>[22]</sup>,设*Y<sub>j,b</sub>*的一次累加生成序列为

$$X_{j,b} = \{x_{j,b}(k)\} = \left\{ \sum_{i=1}^k y_{j,b}(i) \right\} \quad (4)$$

均值生成序列为

$$Z_{j,b} = \{z_{j,b}(k)\} = \{0.5x_{j,b}(k) + 0.5x_{j,b}(k-1)\} \quad k = 2, 3, \dots, m \quad (5)$$

则在初始条件  $x_{j,b}(1) = y_{j,b}(1)$  下的最小二乘解为

$$\hat{x}_{j,b}(k+1) = (y_{j,b}(1) - c_2/c_1) e^{-c_1 k} + c_2/c_1 \quad k = m-1, m \quad (6)$$

式中:

$$(c_1, c_2)^T = (D^T D)^{-1} D^T (Y_{j,b})^T \quad (7)$$

$$D = (-Z_{j,b}, I)^T \quad (8)$$

$$I = (1, 1, \dots, 1) \quad (9)$$

通过累减生成,第*w = m + 1*次测量的预测值可以表示为

$$\hat{y}_{j,b}(w) = \hat{x}_{j,b}(w) - \hat{x}_{j,b}(w-1) \quad (10)$$

设在频率*j*处的第*w = m + 1*次测量有*B*个数据,构成如下序列:

$$\hat{X}_{j,w} = \{\hat{y}_{j,b}(w)\} \quad (11)$$

由于*B*很大,可以用 $\hat{X}_{j,w}$ 建立关于属性*x<sub>j,m</sub>*的频率函数:

$$F_{j,w} = F_{j,w}(x_{j,m}) \quad (12)$$

式中:*F<sub>j,w</sub>*为灰自助频率函数。

可以看出,灰自助方法并未涉及原始数据序列的概率分布问题,这意味着灰自助方法不依赖于任何概率分布,因此弥补了统计理论在乏信息数据估计中的不足。灰自助方法通过自助抽样,在有限信息中充分挖掘更多的系统信息,供GM(1,1)进行累加生成和数据融合。因此,这种方法可以更加准确地对频域乏信息数据进行估计。

### 1.2 估计指标

#### 1) 真值估计

在频率*j*处的真值估计可以用加权平均值表示为

$$X_0(j) = \sum_{q=1}^Q F_{wq} x_{mq} \quad (13)$$

式中: $X_0(j)$ 为频率*j*处的估计真值;*Q*为分组数,即将 $\hat{X}_{j,w}$ 分为*Q*组; $x_{mq}$ 为第*q*组中值; $F_{wq}$ 为对应于*x<sub>m,q</sub>*的灰自助频率。

将在频率*j*处的真值估计误差定义为

$$E(j) = X_0(j) - X(j) \quad (14)$$

式中: $X(j)$ 为频率*j*处的测量真值。

在频率*j*处的真值估计相对误差定义为

$$E_r(j) = \left| \frac{E(j)}{X(j)} \right| \times 100\% \quad (15)$$

定义最小相对误差为

$$E_{\min} = \min_{j=1}^F (E_r(j)) \quad (16)$$

最大相对误差为

$$E_{\max} = \max_{j=1}^F (E_r(j)) \quad (17)$$

真值估计的平均相对误差定义为

$$E_{\text{im}} = \frac{1}{F} \sum_{j=1}^F E_r(j) \quad (18)$$

估计误差*E*越小,真值估计的精度越高。

#### 2) 区间估计

定义频率*j*处在置信度水平*P*下的区间估

计为

$$[X_L(j), X_U(j)] = [X_{\alpha/2}(j), X_{1-\alpha/2}(j)] \quad (19)$$

式中:  $\alpha = 1 - P$  为显著性水平;  $X_{\alpha/2}(j)$  为对应于概率为  $\alpha/2$  时的参数值  $x_m(j)$ ;  $X_{1-\alpha/2}(j)$  为对应于概率为  $(1 - \alpha/2)$  时的参数值  $x_m(j)$ ;  $X_L(j)$  为区间估计的下限;  $X_U(j)$  为区间估计的上限。

参数指标  $X_L(j)$  和  $X_U(j)$  分别描述了频率  $j$  处瞬时波动的极小值和极大值。

设当测量数据的个数为  $n$  时, 有  $h$  个数据位于区间估计  $[X_L(j), X_U(j)]$  之外。定义置信度水平为  $P$  时区间估计的可靠度为

$$P_B(j) = \left(1 - \frac{h}{n}\right) \times 100\% \quad (20)$$

定义平均可靠度为

$$P_{BE} = \frac{1}{F} \sum_{j=1}^F P_B(j) \quad (21)$$

由上述定义可知, 当置信度水平与可靠度越接近时, 区间估计的质量越高。定义可靠度的偏差为

$$\Delta P = |P_{BE} - P| \quad (22)$$

为说明区间估计的准确程度, 定义区间估计准确度为

$$P_r = \left(1 - \frac{\Delta P}{P}\right) \times 100\% \quad (23)$$

## 2 实例分析

空间机械臂结构示意图如 1 所示。振动测量点为固结端和活动端。本文实验数据来源为太空真实实验数据, 在太空进行随机振动数据测量, 得到固结端、活动端和自由端的振动功率谱密度共 80 组测量数据。为体现乏信息的特点, 取所测振动功率谱密度前  $m$  组数据作为原始样本。分别以空间机械臂固结端和活动端振动功率谱密度作为真值估计和区间估计, 并以自由端振动功率谱密度来验证灰自助方法估计的有效性。

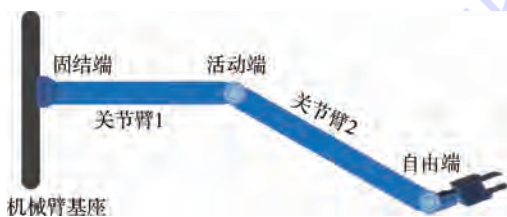


图 1 空间机械臂结构示意图

Fig. 1 Schematic of space manipulator structure

### 2.1 实例评估

#### 2.1.1 真值估计

以空间机械臂固结端的振动功率谱密度为

例。图 2 为不同方法对固结端振动信号的真值估计和估计误差。其中频率测量范围为  $10 \sim 1000$  Hz, 分辨力为 5 Hz。图 2(a) 给出了灰自助方法对固结端振动功率谱密度的真值估计 ( $m = 6, B = 500, Q = 10$ ), 图 2(b) 和图 2(c) 分别给出了相同条件下自助法和 GM(1,1) 的真值估计结果。

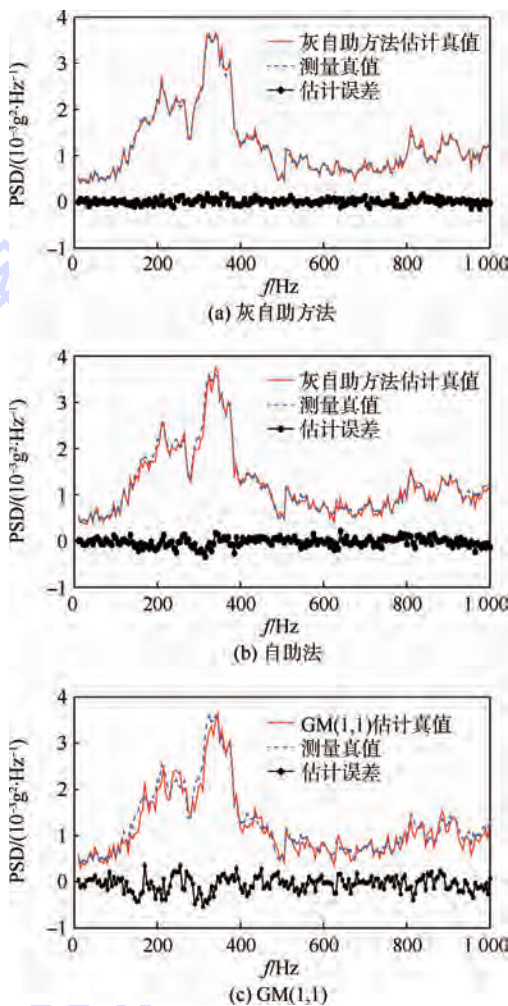


图 2 不同方法对固结端振动信号的真值估计和估计误差

Fig. 2 Estimated values and estimated errors of fixed-end vibration signals by different methods

灰自助方法与自助法相比较, 不仅具备自助法对数据的扩充能力, 而且具备对数据预报的能力, 因此数据信息挖掘得更加充分。由图 2 可以看出, 在乏信息条件下灰自助方法真值估计的效果最好, 自助法真值估计误差比灰自助方法大, GM(1,1) 真值估计的效果最差。

表 1 给出了固结端振动信号真值估计相对误差的比较结果。可以看出, 灰自助方法对全部测量真值估计的最大相对误差、最小相对误差和平均相对误差均为最小, 且平均相对误差小于 5%。因此, 灰自助方法真值估计的准确性最高, 自助法次之, GM(1,1) 最差。

表1 固结端振动信号真值估计相对误差比较

Table 1 Comparison of estimated relative errors using fixed-end vibration signals %

方法	$E_{max}$	$E_{min}$	$E_m$
灰自助方法	15.84	0.11	3.83
自助法	17.01	0.25	6.45
GM(1,1)	38.22	1.69	13.56

2.1.2 区间估计

以空间机械臂活动端振动功率谱密度为例。图3给出了灰自助方法在不同置信度水平

(80%, 90%, 95%, 99%)下对活动端振动功率谱密度的区间估计 ( $m = 8, B = 1000, Q = 12$ )。其中,频率分辨力为5 Hz,测量范围为10 ~ 1200 Hz。为了说明灰自助方法在区间估计上的优势,将灰自助方法与自助法进行比较。同样的,取不同置信度水平(80%, 90%, 95%, 99%)对活动端振动功率谱密度进行区间估计 ( $m = 8, B = 1000, Q = 12$ )。自助法计算的区间估计  $[X_L, X_U]$  如图4所示。

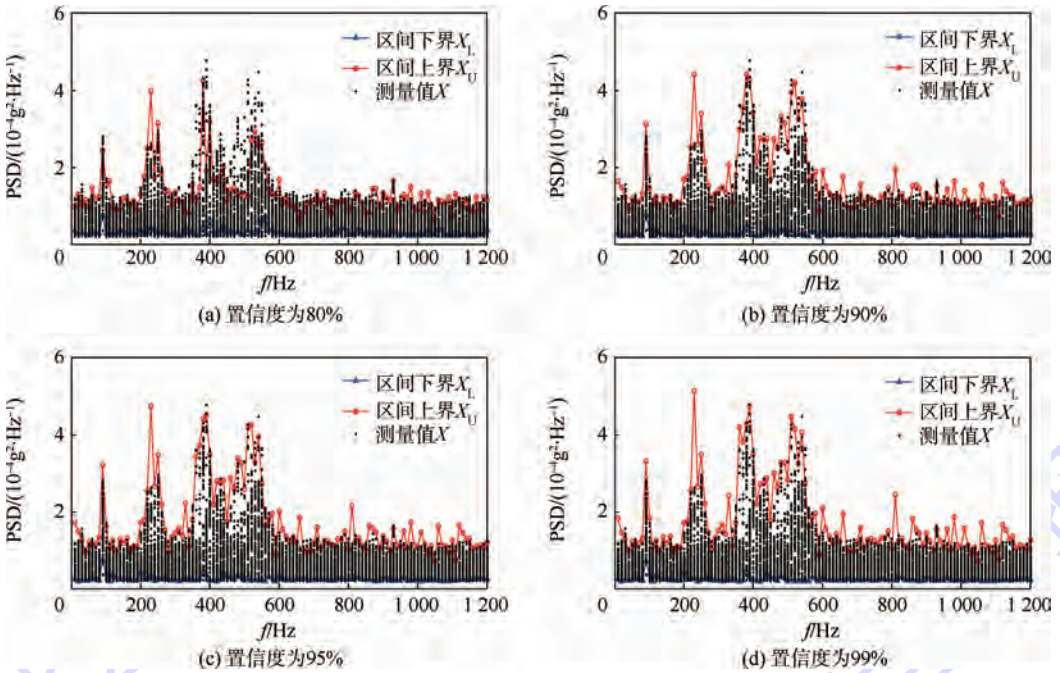


图3 灰自助方法计算得到的区间估计

Fig. 3 Estimated intervals calculated by grey bootstrap method

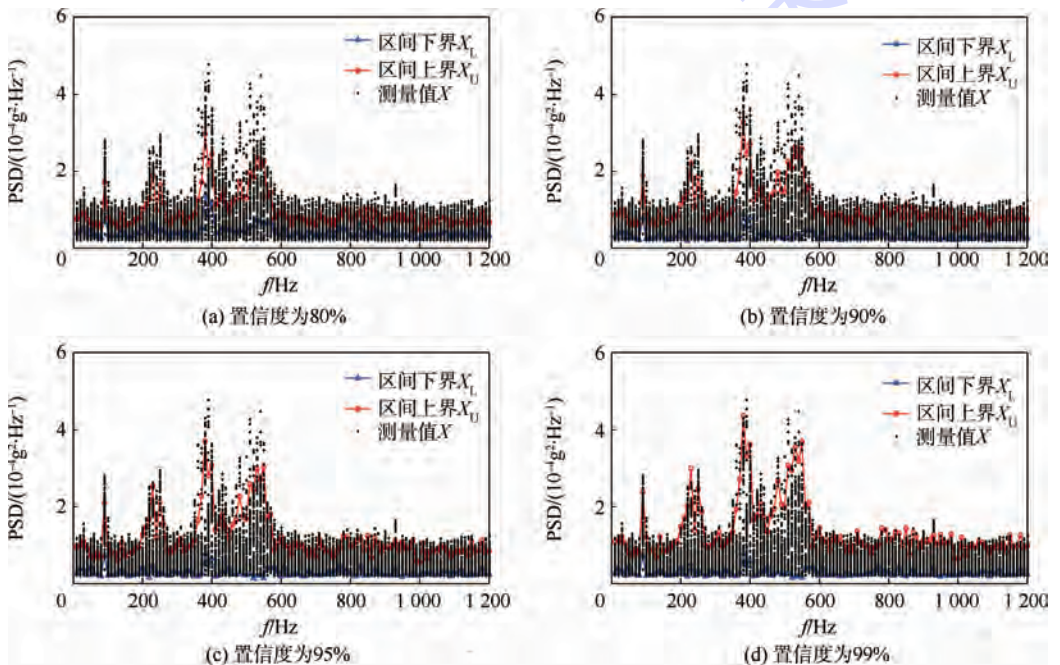


图4 自助法计算得到的区间估计

Fig. 4 Estimated intervals calculated by bootstrap method

图3与图4对比可以看出,在相同置信度水平下,灰自助方法的区间估计比自助法区间估计相对要宽,表明灰自助方法较自助法拥有更多的数据信息,数据挖掘能力更强。

图5为灰自助方法与自助法在不同置信度水平下区间估计的可靠度偏差比较。图中:下面部分表示可靠度,上面部分表示可靠度偏差。可以看出,在不同置信度水平下,自助法区间估计可靠度偏差都很大,灰自助方法区间估计的可靠度偏差都很小。

表2给出了活动端振动信号估计区间准确度比较。可以看出,在不同置信度水平下,灰自助方法的区间估计准确度比自助法高,区间估计准确度高于97%。

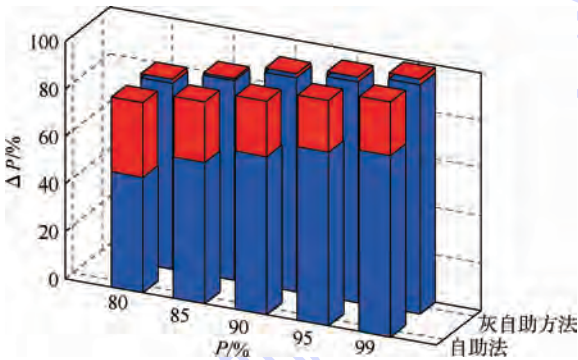


图5 灰自助方法与自助法区间估计的可靠度偏差比较

Fig 5 Comparison of estimated interval reliability deviation by grey bootstrap method and bootstrap method

表2 活动端振动信号估计区间准确度比较

Table 2 Comparison of estimated interval accuracy using active-end vibration signals

$P/\%$	$P_e/\%$	
	自助法	灰自助方法
80	67.58	97.99
85	69.87	98.11
90	73.98	98.89
95	75.12	97.92
99	75.01	97.47

## 2.2 实例验证

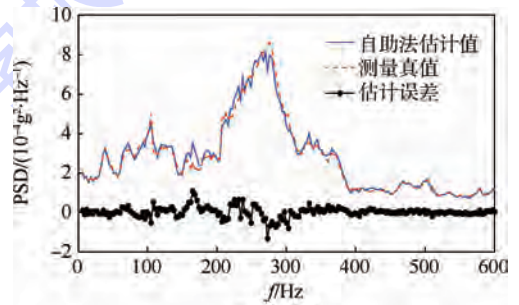
为表明灰自助方法的有效性,以空间机械臂自由端振动功率谱密度为例,进行真值估计与区间估计。

图6给出了不同方法对自由端振动信号的真值估计和估计误差( $m=10, B=500, Q=10$ )。其中,频率的分辨力为3 Hz,测量范围为6~600 Hz。可以看出,对于自由端振动功率谱密度数据,灰自助方法真值估计效果较自助法要好,估计误差更小。

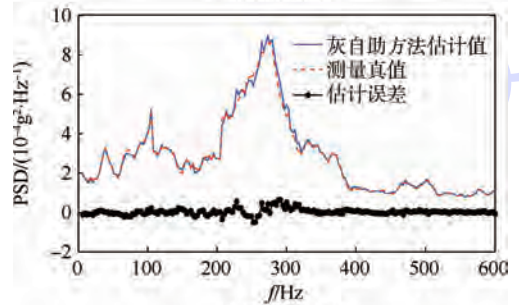
表3给出了自由端振动信号真值估计相对误差比较。可以看出,对于自由端振动功率谱密度

数据,灰自助方法估计效果也很好,平均相对误差只有3.08%,小于5%,验证了灰自助方法对乏信息空间机械臂随机振动信号真值估计的有效性。

同样的,以空间机械臂自由端振动功率谱密度为例。表4给出了在不同置信度水平下对自由端振动信号区间估计( $m=10, B=1000, Q=12$ )的准确度。可以看出,对于自由端振动功率谱密度,在不同置信度水平下,灰自助方法的区间估计准确度比自助法高,区间估计准确度高于97%,验证了灰自助方法对乏信息空间机械臂随机振动信号区间估计的有效性。



(a) 自助法



(b) 灰自助方法

图6 不同方法对自由端振动信号的真值估计和估计误差

Fig 6 Estimated values and estimated errors of free-end vibration signals by different methods

表3 自由端振动信号真值估计相对误差比较

Table 3 Comparison of estimated relative errors using free-end vibration signals

方法	$E_{\max}$	$E_{\min}$	$E_{\text{rm}}$
灰自助方法	12.59	0.02	3.08
自助法	20.94	0.10	6.22

表4 自由端振动信号估计区间准确度比较

Table 4 Comparison of estimated interval accuracy using free-end vibration signals

$P/\%$	$P_e/\%$	
	自助法	灰自助方法
80	69.16	97.01
85	75.87	99.74
90	79.81	99.01
95	79.91	98.61
99	79.69	97.33

### 3 结 论

1) 将灰自助方法应用于乏信息随机振动信号的分析中,构建了灰自助模型,拓展了随机振动信号估计方法,提出了相应的估计指标。利用灰自助方法对空间机械臂固结端振动功率谱密度进行真值估计,并与自助法和 GM(1,1) 比较,实例表明灰自助方法估计效果最好,在全频域真值估计的平均相对误差小于 5%,验证了灰自助方法在真值估计中的优越性。

2) 利用灰自助方法对空间机械臂活动端振动功率谱密度进行区间估计,并与自助法比较说明其区间估计的特性,实例表明灰自助方法的区间估计准确度较自助法方法要好,区间估计准确度高于 97%。

### 参考文献 (References)

- [1] 王中宇,王倩,付继华. 乏信息多传感器压力数据自助模糊融合估计[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(11): 1426-1430.  
WANG Z Y, WANG Q, FU J H. Pressure multi-sensor data fusion and estimation of poor information based on bootstrap-fuzzy method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(11): 1426-1430 (in Chinese).
- [2] WANG Y, WANG Z, SUN J, et al. Gray bootstrap method for estimating frequency-varying random vibration signals with small samples[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(2): 383-389.
- [3] WANG Z, WANG Y, WANG Q, et al. Fuzzy norm method for evaluating random vibration of airborne platform from limited PSD data[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(6): 1442-1450.
- [4] 谭启蒙,胡成威,高升. 空间机械臂视觉相机内参标定技术研究[J]. 航天返回与遥感, 2013, 34(6): 74-80.  
TAN Q M, HU C W, GAO S. Research on calibration of intrinsic parameters for space manipulator camera based on 2D planar pattern[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2013, 34(6): 74-80 (in Chinese).
- [5] 徐文福,徐超,孟得山. 基于粒子群优化的刚柔混合机械臂振动抑制规划[J]. 控制与决策, 2014, 29(4): 632-638.  
XU W F, XU C, MENG D S. Trajectory planning of vibration suppression for rigid-flexible hybrid manipulator based on PSO algorithm[J]. Control and Decision, 2014, 29(4): 632-638 (in Chinese).
- [6] GE L Y, WANG Z Y. Novel uncertainty-evaluation method of virtual instrument small sample size[J]. Journal of Testing and Evaluation, 2008, 36(3): 273-279.
- [7] XIA X, CHEN X, ZHANG Y, et al. Grey bootstrap method of evaluation of uncertainty in dynamic measurement[J]. Measurement, 2008, 41(6): 687-696.
- [8] EFRON B. Bootstrap methods: Another look at the Jackknife [J]. The Annals of Statistics, 1979, 7(1): 1-26.
- [9] 王中宇,葛乐矣,佟杰,等. 乏信息材料布氏硬度测量误差的灰自助预报[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(5): 524-528.  
WANG Z Y, GE L Y, TONG J, et al. Error predicting for material Brinell hardness measurement of poor information based on grey bootstrap method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(5): 524-528 (in Chinese).
- [10] DENG J L. Introduction to grey system theory[J]. Journal of Grey System, 1989, 1(1): 1-24.
- [11] 夏新涛,陈晓阳,张永振,等. 机械系统属性的灰假设检验[J]. 机械工程学报, 2006, 42(12): 218-223.  
XIA X T, CHEN X Y, ZHANG Y Z, et al. Grey hypothesis testing for mechanical system attribute[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(12): 218-223 (in Chinese).
- [12] WANG Q, FU J, WANG Z, et al. A seismic intensity estimation method based on the fuzzy-norm theory[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, 40: 109-117.
- [13] 夏新涛,秦园园,邱明. 基于灰自助最大熵法的机床加工误差的调整[J]. 中国机械工程, 2014, 25(17): 2273-2276.  
XIA X T, QIN Y Y, QIU M. Adjustment for the machining errors of machine tool based on grey bootstrap maximum entropy method[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(17): 2273-2276 (in Chinese).
- [14] 陈文华,李奇志,张为鄂,等. 产品可靠性的 Bootstrap 区间估计方法[J]. 机械工程学报, 2003, 39(6): 106-109.  
CHEN W H, LI Q Z, ZHANG W E, et al. Method of bootstrap interval estimation for product reliability[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(6): 106-109 (in Chinese).
- [15] YATRACOS Y. Assessing the quality of bootstrap samples and of the bootstrap estimates obtained with finite resampling[J]. Statistics & Probability Letters, 2002, 59(3): 281-292.
- [16] XIA X T, CHEN X Y, ZHANG Y Z, et al. Grey bootstrap method of evaluation of uncertainty in dynamic measurement[J]. Measurement, 2008, 41(6): 687-696.
- [17] WANG Y Q, WANG Z Y, SUN J Y, et al. Dynamic uncertainty analysis for random vibration signals in flight test[J]. Journal of Aircraft, 2014, 51(6): 1966-1972.
- [18] 航空工业部. 飞机飞行振动环境测量数据的归纳方法: HB/Z 87-84[S]. 北京: 中国航空综合技术研究所, 1985.  
Ministry of Aviation Industry. The inductive methods for environmental measured data of aircraft flying: HB/Z 87-84[S]. Beijing: China National Aero-Poly Technology Institute, 1985 (in Chinese).
- [19] 中国航空工业集团公司. 振动、冲击环境测量数据归纳方法: GJB/Z 126—99[S]. 北京: 中国标准出版社, 1999.  
Aviation Industry Corporation of China. The inductive methods for environmental measured data of vibration and shock: GJB/Z 126—99[S]. Beijing: Standards Press of China, 1999 (in Chinese).
- [20] NASA. Dynamic environmental criteria: NASA-hdbk-7005[S]. [S.l.: s. n.], 2003.
- [21] 王中宇,刘智敏,夏新涛,等. 测量误差与不确定度评定[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 137-139.

WANG Z Y, LIU Z M, XIA X T, et al. Measurement error and uncertainty evaluation [M]. Beijing: Science Press, 2008: 137-139 (in Chinese).

[22] 王中宇, 李强, 燕虎, 等. 基于 GM(1,1) 与灰区间估计的 SPE 通量水平长期预测 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(8): 1134-1142.

WANG Z Y, LI Q, YAN H, et al. Novel method for predicting SPE flux levels based on GM(1,1) model and grey interval predictions [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(8): 1134-1142 (in Chinese).

作者简介:

汪启跃 男, 硕士研究生。主要研究方向: 精密测量技术与应用。

Tel.: 010-82339303

E-mail: wangqiyue9339@buaa.edu.cn

王中宇 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 精密光电技术一体化。

Tel.: 010-82338881

E-mail: mewan@buaa.edu.cn

## Estimation of space manipulator random vibration signals with poor information based on grey bootstrap method

WANG Qiyue<sup>1</sup>, WANG Zhongyu<sup>1,\*</sup>, WANG Yanqing<sup>1,2</sup>, YAO Zhenjian<sup>1</sup>

(1. School of Instrumentation Science & Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

**Abstract:** The classic statistical methods based on statistical theory can not solve the estimation of poor information data. A novel method based on grey bootstrap model for space manipulator random vibration signals with poor information was presented. The random vibration measurement data was processed by the bootstrap sampling. The bootstrap sequence was derived from the bootstrap distribution, and then the system theory was used to establish a bootstrap model. The true value and the interval of the space manipulator random vibration signals with poor information were estimated. Grey bootstrap method is compared with grey method and bootstrap method. Experimental results show that grey bootstrap method has high accuracy. The validity of the proposed method is examined. The mean value of estimated relative errors are less than 5%, meanwhile, the estimated interval accuracy calculated with different confidence levels are more than 97%.

**Key words:** poor information; space manipulator; grey bootstrap method; random vibration; estimation

Received: 2015-04-29; Accepted: 2015-06-26; Published online: 2015-08-03 14:23

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20150803.1423.006.html

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20100251006)

\* Corresponding author. Tel.: 010-82338881 E-mail: mewan@buaa.edu.cn

# 《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行人,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

## 1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

## 2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码,中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5~8 个),中图分类号,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词,引言,正文,参考文献。首、末页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

## 3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100083 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部

办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间

电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426

E-mail: jbuua@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

http://www.buaa.edu.cn

《北京航空航天大学学报》  
第五届编辑委员会

主任(主编): 赵沁平

(以下按姓氏笔划为序)

副主任(副主编): 丁希仑 王少萍 孙志梅 李秋实 李焕喜 杨嘉陵  
苗俊刚 相艳 徐立军 钱德沛 曹晋滨

编委: 马殿富 王琪 王聪 邓小燕 王青云 王荣明 刘宇  
刘红 江洁 刘强 闫鹏 朱天乐 刘铁钢 齐铂金  
陈万春 邹正平 苏东林 杨世春 沈成平 邱志平 宋知人  
杨树斌 张晓林 杨晓奕 杨继萍 李惠峰 吴新开 张瑞丰  
杨照华 宋凝芳 周锐 林宇震 林贵平 战强 姚仰平  
胡庆雷 赵秋红 段海滨 赵巍胜 席平 郭宏 徐洁  
徐世杰 郭洪波 康锐 翟锦 熊华钢

北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

(原《北京航空学院学报》)

(月刊 1956年创刊)

第42卷第4期 2016年4月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF  
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS  
(JBUA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.42 No.4 April 2016

主管单位 中华人民共和国工业和信息化部  
主办单位 北京航空航天大学  
主编 赵沁平  
编辑出版 《北京航空航天大学学报》  
编辑部  
邮编 100083  
地址 北京市海淀区学院路37号  
印刷 北京科信印刷有限公司  
发行 北航文化传媒集团  
发行范围 国内外发行  
联系电话 (010) 82315594 82338922  
82314839  
电子信箱 jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information  
Technology of the People's Republic of China  
Sponsored by Beijing University of Aeronautics  
and Astronautics (BUAA)  
(Beijing 100083, P. R. China)  
Chief Editor Zhao Qinpings  
Edited and Published by Editorial Board of JBUA  
Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.  
Distributed by BUAA Culture Media Group Limited  
Telephone (010) 82315594 82338922  
82314839  
E-mail jbuaa@buaa.edu.cn  
http://bhxb.buaa.edu.cn

刊号 ISSN 1001-5965  
CN 11-2625/V  
国内定价 20.00元/期

