北航学报
赠 阅

ISSN 1001-5965
CODEN BHHDE8

北京航空航天大學学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

2016-10
Vol.42 No.10

北京航空航天大学学报

第 42 卷　第 10 期　（总第 284 期）　2016 年 10 月

北航学报
赠 阅

目　次

合成孔径聚焦在水浸超声缺陷定量中的应用 …… 周正干，周江华，章宽爽，马立印，孙广开（2017）
基于改进粒子群优化算法的飞机作动系统功率调度 …… 石山，刘德鹏，李成茂（2024）
铜颗粒污染物对变压器油运动黏度的影响 …… 陈彬，韩超，刘阁（2031）
粗糙度对涡轮叶片流动转捩及传热特性的影响 …… 李虹杨，郑赟（2038）
磁悬浮敏感陀螺动力学建模与关键误差源分析 …… 辛朝军，蔡远文，任元，缪存孝，张立元（2048）
Rayleigh-Taylor 不稳定性非线性特性的数值研究 …… 康宁，黎一锴，何旭（2059）
电脉冲除冰系统的结构力学性能分析 …… 李广超，何江，林贵平（2069）
具有食饵选择的食物链模型的定性分析 …… 李娅，胡含嫣，林君仪（2075）
基于 PHD 未知杂波密度多机动目标跟踪 …… 袁常顺，王俊，张耀天，毕严先，向洪（2082）
新型缓冲腿结构设计及性能分析 …… 张自强，陈殿生，陈科位（2091）
基于自适应阈值的粒子滤波非线性系统故障诊断 …… 蒋栋年，李炜（2099）
事件触发控制在倒立摆系统中的仿真与实验 …… 于灏，欧阳利，郝飞（2107）
航天器相对运动地面动力学实验研究 …… 齐彧，孙俊，师鹏，赵育善（2118）
具有持续侦察时间约束的协同航路规划 …… 朱黔，周锐（2130）
面向飞机装配的生产规划与调度集成优化研究 …… 赵利民（2139）
基于权值分配及多特征表示的在线多示例学习跟踪 …… 杨红红，曲仕茹，米秀秀（2146）
基于编队控制的自适应 HELLO 更新算法 …… 黄绍城，马林华，茹乐，蔡钊，张嵩，胡星（2155）
PR 方程和 WS 混合规则预测灭火瓶氮气充填量 …… 陈梦东，谢永奇，郭祥祥，余建祖，马伟（2162）
脱粘尺寸对复合材料单加筋板压缩性能的影响 …… 冀赵杰，关志东，黎增山，薛斌（2169）
前体边条控制技术对航向静稳定性的影响 …… 闻静，王延奎，邓学蓥（2180）
k/*N* 系统维修时机与备件携行量联合优化 …… 张永强，徐宗昌，呼凯凯，胡春阳（2189）
一种用于运动目标捕获的行星轮差动式欠驱动臂 …… 王清川，全齐全，邓宗全，侯绪研（2198）
基于 LS-DYNA 直齿轮动态啮合特性分析 …… 刘彦雪，王建军，张涛（2206）
一种功能梯度 Timoshenko 梁的损伤识别方法 …… 邓昊，程伟（2214）
民机起飞爬升梯度适航符合性数学仿真评估 …… 孟祥光，王立新，刘海良（2222）
基于 LMI 的输出反馈 μ 控制器求解 …… 李喆，高元楼，李佩林（2231）
双 β 衰变半衰期的唯象学研究 …… 肖杨，耿立升（2238）
氯离子和温度对铝合金在冷却液中腐蚀的影响 …… 陈鑫，田文明，李松梅，高叔伦，刘建华（2243）
基于宽窄带微多普勒信息的进动目标特征提取 …… 赵双，鲁卫红，冯存前，贺思三，李靖卿（2250）
结合短帧优先的权重轮询 AFDX 端系统发送策略 …… 杨景中，葛红娟，吴双，徐媛媛（2258）
PN 码相位精确测量的累加最小二乘法 …… 张波，郭英，齐子森，张东伟，张坤峰（2265）

期刊基本参数：CN11-2625/V * 1956 * m * A4 * 254 * zh * P * ￥20.00 * 900 * 31 * 2016-10

（**编　辑**　娄　嘉　张　嵘　赵海容　李　晶　张欣蔚　孙　芳）

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

Vol. 42 No. 10 (Sum 284) October 2016

北航学报 赠阅

CONTENTS

Application of synthetic aperture focusing technique to defect quantification for immersion ultrasonic testing
…… ZHOU Zhenggan, ZHOU Jianghua, ZHANG Kuanshuang, MA Liyin, SUN Guangkai (2017)
Power dispatch of actuator of aircraft based on improved particle swarm optimization algorithm
…… SHI Shan, LIU Depeng, LI Chengmao (2024)
Influence of copper particle pollution on transformer oil kinematic viscosity
…… CHEN Bin, HAN Chao, LIU Ge (2031)
Effect of surface roughness on flow transition and heat transfer of turbine blade
…… LI Hongyang, ZHENG Yun (2038)
Dynamic modeling and key error sources analysis of magnetically suspended sensitive gyroscopes
…… XIN Chaojun, CAI Yuanwen, REN Yuan, MIAO Cunxiao, ZHANG Liyuan (2048)
Numerical study on nonlinear characteristics of Rayleigh-Taylor instability
…… KANG Ning, LI Yikai, HE Xu (2059)
Performance analysis on structural dynamics of EIDI system
…… LI Guangchao, HE Jiang, LIN Guiping (2069)
Qualitative analysis of a food chain model with alternative prey
…… LI Ya, HU Hanyan, LIN Junyi (2075)
Multiple maneuvering targets tracking with unknown clutter density using PHD
…… YUAN Changshun, WANG Jun, ZHANG Yaotian, BI Yanxian, XIANG Hong (2082)
Structure design and performance analysis of a new buffering leg
…… ZHANG Ziqiang, CHEN Diansheng, CHEN Kewei (2091)
Fault diagnosis of particle filter nonlinear systems based on adaptive threshold
…… JIANG Dongnian, LI Wei (2099)
Simulation and experiment of event-triggered control for inverted pendulum system
…… YU Hao, OUYANG Li, HAO Fei (2107)
Research for ground-based astrodynamical experiment for spacecraft relative motion
…… QI Yu, SUN Jun, SHI Peng, ZHAO Yushan (2118)
Cooperative path planning with reconnaissance duration time constraints
…… ZHU Qian, ZHOU Rui (2130)
Production plan and integrated dispatch optimization of aircraft digital assembly
…… ZHAO Limin (2139)
Tracking approach based on online multiple instance learning with weight distribution and multiple feature representation
…… YANG Honghong, QU Shiru, MI Xiuxiu (2146)
Formation control-based adaptive update algorithm of HELLO message
…… HUANG Shaocheng, MA Linhua, RU Le, CAI Zhao, ZHANG Song, HU Xing (2155)
Predicting filling mass of nitrogen in fire agent bottle based on Peng-Robinson equation of state with Wong-Sandler mixing rule
…… CHEN Mengdong, XIE Yongqi, GUO Xiangxiang, YU Jianzu, MA Wei (2162)
Effects of debond size on compressional behavior of single-stiffened composite panels
…… JI Zhaojie, GUAN Zhidong, LI Zengshan, XUE Bin (2169)
Effect of forebody strake control technology on static directional stability
…… WEN Jing, WANG Yankui, DENG Xueying (2180)
Joint optimization of maintenance time and carrying spare parts for k-out-of-N system
…… ZHANG Yongqiang, XU Zongchang, HU Kaikai, HU Chunyang (2189)
Differential planetary gears based underactuated arm for capturing moving target
…… WANG Qingchuan, QUAN Qiquan, DENG Zongquan, HOU Xuyan (2198)
Dynamic meshing characteristics analysis of spur gears based on LS-DYNA
…… LIU Yanxue, WANG Jianjun, ZHANG Tao (2206)
Damage identification method for functionally graded Timoshenko beams
…… DENG Hao, CHENG Wei (2214)
Mathematical simulation and assessment of airworthiness compliance of climb gradient during takeoff of civil aircraft
…… MENG Xiangguang, WANG Lixin, LIU Hailiang (2222)
Solution of output feedback μ controller based on LMI
…… LI Zhe, GAO Yuanlou, LI Peilin (2231)
Phenomenological study of double-beta decay half-lives
…… XIAO Yang, GENG Lisheng (2238)
Effect of chloride ion and temperature on corrosion of aluminum alloy in coolant
…… CHEN Xin, TIAN Wenming, LI Songmei, GAO Shulun, LIU Jianhua (2243)
Feature extraction of precession targets based on wideband and narrowband micro-Doppler information
…… ZHAO Shuang, LU Weihong, FENG Cunqian, HE Sisan, LI Jingqing (2250)
Short-frame prior scheduling with weighted round robin transmission strategy in AFDX terminal system
…… YANG Jingzhong, GE Hongjuan, WU Shuang, XU Yuanyuan (2258)
Precise measurement of PN code phase by accumulative least square method
…… ZHANG Bo, GUO Ying, QI Zisen, ZHANG Dongwei, ZHANG Kunfeng (2265)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0601

合成孔径聚焦在水浸超声缺陷定量中的应用

周正干*, 周江华, 章宽爽, 马立印, 孙广开

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

摘 要: 针对水浸超声检测常用缺陷定量方法存在成本高或缺陷定量误差较大的问题,提出一种将原始检测数据经频域合成孔径聚焦技术(FSAFT)处理后再运用半波高法进行缺陷定量评价(FSAFT-DQM)的新方法。建立了水浸超声点聚焦探头 FSAFT 成像方法,制备了横通孔和平底孔试样,开展了 FSAFT-DQM 缺陷定量评价试验研究。试验结果表明:FSAFT-DQM 缺陷定量精度受检测深度影响不明显;当扫描步距不大于探头中心频率对应的半波长时,与半波高法相比,平底孔试样 FSAFT-DQM 缺陷定量误差由 71.9% 降低到 10.0% 以内;扫描步距在探头中心频率对应的半波长到波长之间时,图像频域插值算法将平底孔试样 FSAFT-DQM 缺陷定量误差由 17.2% 降低到 5.6%。研究结果表明:FSAFT-DQM 能有效提高缺陷定量精度。

关 键 词: 水浸超声检测; 缺陷定量评价; 点聚焦探头; 频域合成孔径聚焦技术(FSAFT); 半波高法

中图分类号: TB553

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2017-07

超声检测中,缺陷的定量评价关系到检测质量的可靠性,是人们研究的一个热点问题。缺陷定量可分为小于声束直径的缺陷定量和大于声束直径的缺陷定量。前者包括对比试块法和 AVG 曲线法等,后者包括半波高法等[1-2]。对比试块法需制作大量缺陷试样,检测成本高且不适合现场检测[3]。AVG 曲线法受探头频率及声场分布不均匀等因素影响较大[4],且仅能用于接触式超声检测[5]。半波高法通过判别缺陷的边界来实现缺陷定量,方法简单,但在判别面积小于声束截面面积的缺陷时定量误差较大[5-6]。聚焦探头是水浸超声检测常用探头,其在焦点处能量集中,检测分辨率较高。但随着检测深度的增加,声场能量分散,检测分辨率下降[7],此时点聚焦水浸超声检测难以将相距较近的不同缺陷区分开,应用半波高法进行缺陷判别存在困难,容易导致缺陷数量的误判。鉴于此,研究一种高精度的水浸超声检测缺陷定量评价方法对提高检测质量、降低检测成本和保证构件的安全可靠性有着重要意义。

合成孔径聚焦技术(SAFT)是一种超声检测三维数据重建方法,该方法对采集的所有 A 波数据在时间-空间域进行计算,模拟声束在试件内任意位置处聚焦,从而提高检测信号的信噪比和分辨缺陷的能力[8]。1976 年,Frederick 等[9]首次将 SAFT 用于核反应堆压力容器与管道的检测,提高了超声检测判别缺陷形状与走向的能力。根据 SAFT 对检测数据处理方法的不同,可分为时域合

收稿日期: 2015-09-15; **录用日期**: 2015-10-23; **网络出版时间**: 2015-12-17 11:33
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151217.1133.016.html
基金项目: 国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金(U1430120)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82338668 E-mail: zzhenggan@buaa.edu.cn

引用格式: 周正干, 周江华, 章宽爽, 等. 合成孔径聚焦在水浸超声缺陷定量中的应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2017-2023. ZHOU Z G, ZHOU J H, ZHANG K S, et al. Application of synthetic aperture focusing technique to defect quantification for immersion ultrasonic testing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2017-2023 (in Chinese).

北航学报 赠阅

成孔径聚焦技术(TSAFT)[8]与频域合成孔径聚焦技术(FSAFT)[10]。1992 年,Busse[10]将傅里叶变换与 SAFT 结合,提出了 FSAFT,在频率-波数域实现所有计算。与 TSAFT 相比,FSAFT 计算效率更高,近年来得到广泛研究[10-12]。FSAFT 能有效提高检测图像横向分辨率[12],因此将检测数据经 FSAFT 处理后再运用半波高法进行缺陷定量评价(FSAFT-DQM)这一方法理论上能够克服直接用半波高法对小于声束直径的缺陷定量时误差较大的问题,能扩展半波高法的应用范围。然而,现有研究主要集中在应用 FSAFT 提高检测图像分辨率,没有探讨该方法对缺陷定量的作用,更没有分析检测参数对使用该方法进行缺陷定量的影响。为此,本文对与探头焦斑尺寸相近的缺陷进行点聚焦水浸超声检测,对检测结果运用 FSAFT-DQM 进行缺陷定量评价,分析检测深度和扫描步距对 FSAFT-DQM 缺陷定量精度的影响。

1 频域合成孔径聚焦成像方法

水浸超声检测时,超声探头激发超声波经水传播至试样内,并接受试样反射回的超声波,其原始模型与等效模型如图 1 所示。水浸超声平探头脉冲反射法检测试样内部缺陷时声波遇到缺陷将产生反射回波,见图 1(a)。平探头保持与工件表面垂直,平探头接收的信号可等效为从缺陷处向外辐射的超声波信号,见图 1(b)。等效模型的声程为实际声程的一半,为满足两者所接收超声信号在时间上相对应,等效模型的声速 $v(z)$ 为实际声速 $c(z)$ 的一半[10,12],即 $v(z)=c(z)/2$。

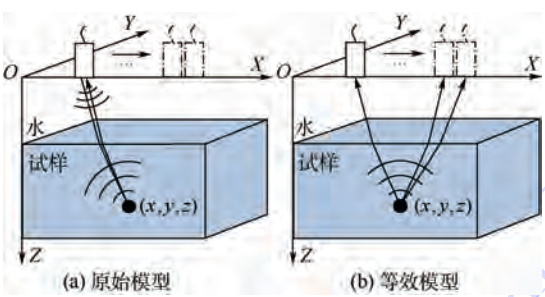


图 1 水浸超声检测原始模型与等效模型

Fig. 1 Prototype and equivalent model of immersion ultrasonic testing

基于等效模型,以 $p(x,y,z,t)$ 表示空间任意位置(x,y,z)处随时间 t 变化的声压。波动方程[13]为

$$\nabla^2 p(x,y,z,t)-\frac{1}{v(z)^2}\cdot\frac{\partial^2 p(x,y,z,t)}{\partial t^2}=0 \tag{1}$$

令 $P(k_x,k_y,z,\omega)$ 为 $p(x,y,z,t)$ 的三维傅里叶变换结果,由傅里叶逆变换得

$$p(x,y,z,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}P(k_x,k_y,z,\omega)\exp[\mathrm{i}(k_x x+k_y y+\omega t)]\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}\omega \tag{2}$$

将式(2)代入式(1)可得

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{\omega^2}{v^2(z)}-k_x^2-k_y^2\right)P(k_x,k_y,z,\omega)\cdot\exp[\mathrm{i}(k_x x+k_y y+\omega t)]\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}\omega=0 \tag{3}$$

当 $\omega\geqslant 0$ 时,解式(3)得[14]

$$P(k_x,k_y,z+\Delta z,\omega)=P(k_x,k_y,z,\omega)\exp(\mathrm{i}k_z\Delta z) \tag{4}$$

式中:

$$k_z=\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2(z)}-k_x^2-k_y^2} \tag{5}$$

水浸超声检测采集到探头所在平面内声压信号,即 $p(x,y,0,t)$,对其进行傅里叶变换可以得到 $P(k_x,k_y,0,\omega)$。由式(4)可计算任意检测深度 z 处的$P(k_x,k_y,z,\omega)$。若在检测深度 z 处有缺陷,则在该缺陷处存在反射声压,且在 $t=0$ 时反射声场尚未发散,有利于缺陷定量评估。$t=0$ 时,由式(2)可得

$$p(x,y,z,0)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}P(k_x,k_y,z,\omega)\exp[(\mathrm{i}(k_x x+k_y y)]\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}\omega \tag{6}$$

式(4)和式(6)的推导是基于平探头进行的,应用于聚焦探头需要进行修正。聚焦探头接收到的原始信号可转换为焦平面处假想平探头接收到的超声回波信号[12]。修正后计算公式为

$$\tau_{\mathrm{f}}=\frac{z_{\mathrm{f}}}{c_0/2}=\frac{2z_{\mathrm{f}}}{c_0} \tag{7}$$

$$E(k_x,k_y,z_{\mathrm{f}},\omega)=P(k_x,k_y,0,\omega)\exp(\mathrm{i}\omega\tau_{\mathrm{f}}) \tag{8}$$

$$E(k_x,k_y,z+\Delta z,\omega)=E(k_x,k_y,z,\omega)\exp(\mathrm{i}k_z\Delta z) \tag{9}$$

$$p(x,y,z,0)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E(k_x,k_y,z,\omega)\exp[\mathrm{i}(k_x x+k_y y)]\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}\omega \tag{10}$$

式中:τ_{f} 为声波从探头表面传播至焦平面处所需时间;z_{f} 为探头焦距;c_0 为水中声速。

综上,点聚焦探头脉冲反射法检测进行 FSAFT 成像的具体流程如图 2 所示。首先,将探头接收到的声压信号 $p(x,y,0,t)$ 进行傅里叶变换得 $P(k_x,k_y,0,\omega)$,依式(8)计算焦平面处角谱 $E(k_x,k_y,z_{\mathrm{f}},\omega)$;然后,依式(9)逐层计算所需检测深度范围内的角谱 $E(k_x,k_y,z,\omega)$,逐次依式(10)计算二维成像数据 $p(x,y,z,0)$;最后,将各检测深度二维成像数据按深度值堆叠构成 FSAFT 成像结果。

北航学报 赠阅

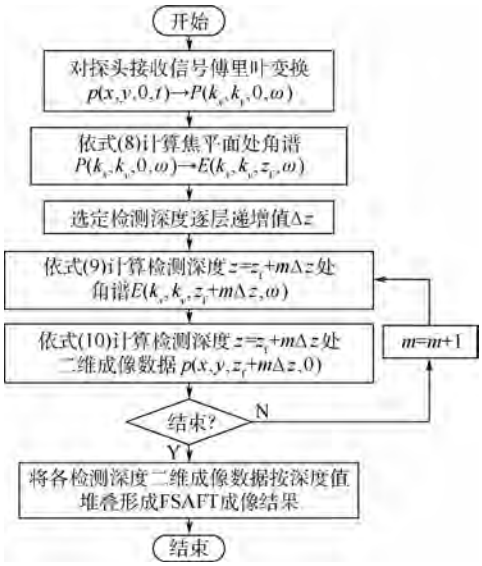


图 2　点聚焦探头水浸超声检测 FSAFT 成像流程图

Fig. 2　Flowchart of FSAFT imaging for immersion ultrasonic testing with spherically focused transducer

2　检测图像频域插值算法

超声 C 扫描图像是二维图像，图像的分辨率取决于扫描步距。扫描步距增大时，检测图像分辨率降低，缺陷边缘判别难度增大。在扫描步距固定时，运用图像插值技术可提高检测图像的分辨率，降低缺陷边缘判别难度。与直接对检测图像进行插值不同，FSAFT 成像可使用频域插值算法实现快速图像插值[15]。令 S 为角谱各频率分量之和，则

$$S=\int_{-\infty}^{\infty}E(k_x,k_y,z,\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{11}$$

则式(10)等价于

$$p(x,y,z,0)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}S\exp[\mathrm{i}(k_xx+k_yy)]\,\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y \tag{12}$$

即对角谱各频率分量之和 S 进行二维傅里叶逆变换。

同一检测深度 z 的所有 S 构成的二维图像的频谱 $\boldsymbol{A}$。设插值前 $\boldsymbol{A}$ 为 M 行 N 列的复矩阵，对应的图像点数为 M 行 N 列。若将 $\boldsymbol{A}$ 扩充为 rM 行 rN 列(r 为大于 1 的插值系数)的矩阵 $\boldsymbol{B}$，扩充时高频频谱系数补零，则二维傅里叶逆变换后对应的图像点数为 rM 行 rN 列。插值后图像点数增加，从而实现对检测图像的插值，插值效果与扫描步距减小为实际扫描步距的 $1/r$ 相似，即等效扫描步距减小为实际扫描步距的 $1/r$。

3　试验研究与结果分析

3.1　试样与检测参数

试样尺寸图如图 3 所示。图 3(a)为钢质材料的试样 1，内含直径 1.5 mm 的横通孔，试样厚度为 25 mm。图 3(b)为圆柱形铝材的试样 2，内含直径 3.2 mm 的平底孔。采用点聚焦探头分别对试样 1 与试样 2 进行 C 扫描检测并存储 A 波数据。探头中心频率为 5 MHz，晶片直径为9.5 mm，焦距为 45.0 mm，焦斑直径[16]为 2.2 mm，与工件表面距离保持为 50.5 mm，A 波数据采样频率为 60 MHz。

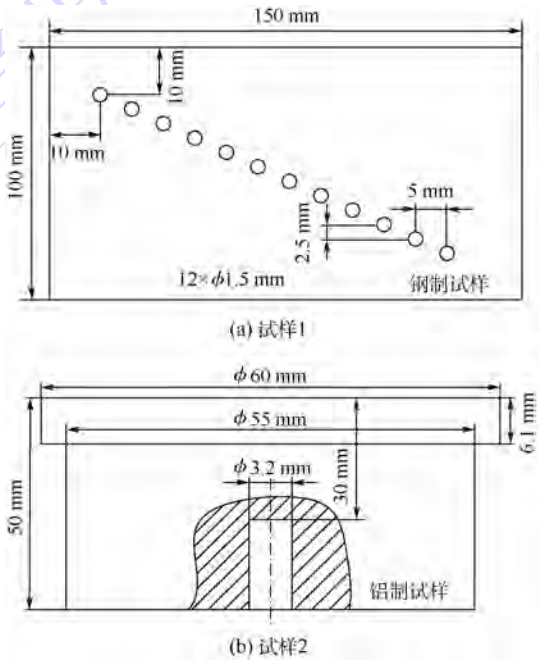


图 3　试样尺寸图

Fig. 3　Contour dimensional drawing of specimens

3.2　横通孔试样检测结果及分析

扫描步距为 0.50 mm 时试样 1 的 C 扫描图像如图 4 所示。根据 C 扫描图像能较清楚地分辨距试样上表面较近的前 7 个横通孔，更深处的 5 个横通孔难以分辨。C 扫描图像在 $y=17.5$ mm 处的幅值图如图 5 所示。所有 C 扫描图和 B 扫描图中的幅值均表示超声探伤仪测得的电压值。根据图 5 可知，不能直接运用半波高法对缺陷数量和缺陷大小进行定量评价。试样 1 的 B 扫描图像如图 6 所示，受聚焦探头声场特性的影响，随着检测深度的增加，声场能量分散，检测图像横向分辨率降低，缺陷辨识难度增大。

运用 FSAFT 对试样 1 检测数据进行成像，得到 C 扫描图像如图 7 所示，检测图像横向分辨率明显提高，能清晰地分辨出所有横通孔。此时 C 扫描图像在 $y=17.5$ mm 处幅值图如图 8 所示，横通孔之间声压变化明显，能运用半波高法对缺陷

数量和缺陷大小进行定量评价。分别在 y 值为 5.5 ~ 17.5 mm 范围内每隔 2 mm 取一幅 C 扫描幅值图，分别运用半波高法进行缺陷尺寸定量并取平均值，结果如表 1 所示。根据表 1 结果可知，FSAFT-DQM 缺陷定量误差整体上不随检测深度增加而增加，受检测深度的影响不明显。

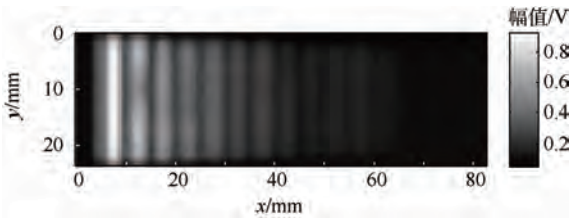


图 4 试样 1 的 C 扫描图像

Fig. 4 C-scan image of Specimen 1

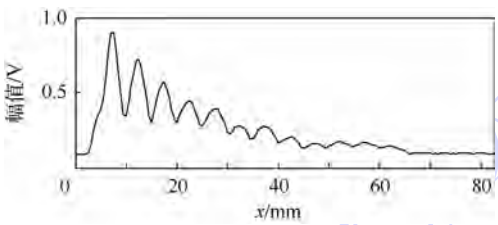


图 5 试样 1 的 C 扫描图像在 y = 17.5 mm 处幅值图

Fig. 5 Amplitude profile of C-scan image of Specimen 1 at y = 17.5 mm

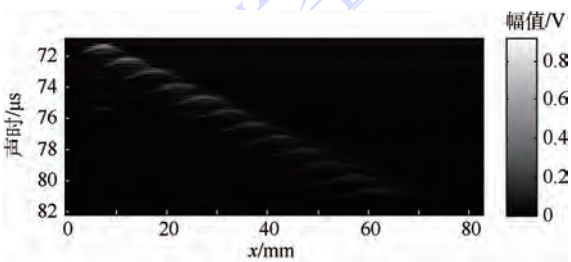


图 6 试样 1 的 B 扫描图像

Fig. 6 B-scan image of Specimen 1

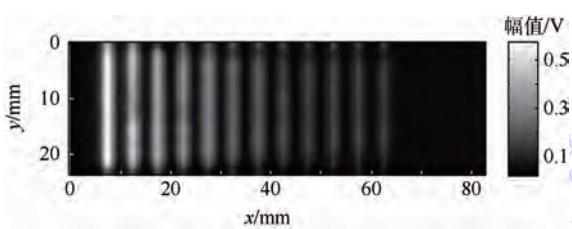


图 7 试样 1 FSAFT 成像 C 扫描图像

Fig. 7 C-scan image of Specimen 1 with FSAFT imaging

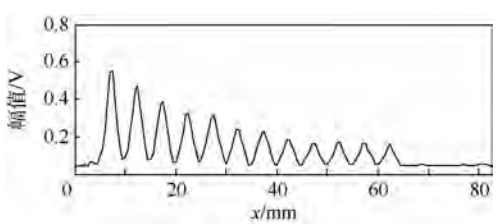


图 8 试样 1 FSAFT 成像 C 扫描图在 y = 17.5 mm 处幅值图

Fig. 8 Amplitude profile of C-scan image of Specimen 1 at y = 17.5 mm with FSAFT imaging

表 1 试样 1 缺陷尺寸半波高法定量结果

Table 1 Quantitative results of defect size of Specimen 1 evaluated with 6 dB drop method

孔编号	尺寸/mm		相对误差/%
	实际	测量	
1	1.5	2.00	33.3
2	1.5	2.00	33.3
3	1.5	2.00	33.3
4	1.5	2.21	47.6
5	1.5	2.50	66.7
6	1.5	2.07	38.1
7	1.5	2.50	66.7
8	1.5	2.07	38.1
9	1.5	2.43	61.9
10	1.5	2.14	42.9
11	1.5	2.00	33.3
12	1.5	1.64	9.5

运用 FSAFT 后试样 1 的 B 扫描图像如图 9 所示。对比图 6 和图 9，FSAFT 有效地提高了 B 扫描图像质量，FSAFT 成像结果更清晰，高幅值区域集中在缺陷位置处，不同缺陷之间易于分辨。以图 9 左上角的横通孔为基准，以图像中幅值最大位置作为缺陷位置判别依据，各缺陷的位置定量结果如表 2 所示。根据表 2 结果可知，最大的缺陷位置定量误差不超过 0.5 mm，应用 FSAFT 后缺陷位置定量精度高。

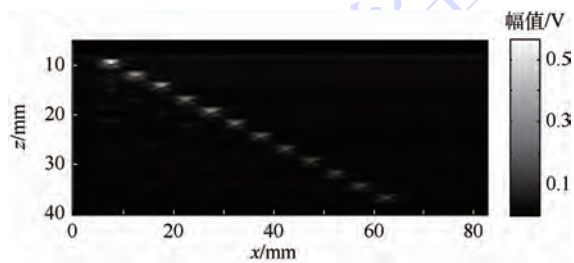


图 9 试样 1 FSAFT 成像 B 扫描图像

Fig. 9 B-scan image of Specimen 1 with FSAFT imaging

表 2 试样 1 缺陷位置定量结果

Table 2 Quantitative results of defect position of Specimen 1

孔编号	定位结果/mm		定位误差/mm	
	x 方向	检测深度方向	x 方向	检测深度方向
1	7.5	9.2	0	0
2	12.5	11.8	0	0.1
3	17.5	13.9	0	−0.3
4	22.5	16.7	0	0
5	27.5	19.0	0	−0.2
6	32.0	21.6	−0.5	−0.5
7	37.5	24.1	0	0
8	42.5	26.6	0	−0.5
9	47.5	29.0	0	0
10	52.5	31.6	0	−0.5
11	57.5	34.1	0	0
12	62.5	36.5	0	−0.5

北航学报 赠阅

3.3　平底孔试样检测结果及分析

图 10 为试样 2 的 C 扫描图像。图 10(a)为扫描步距等于 0.25 mm 时试样 2 的 C 扫描图像；图10(b)为 FSAFT 成像 C 扫描图像，与图 10(a)对比可知，缺陷回波能量在缺陷位置处更集中。

图 11 所示为试样 2 的 B 扫描图像和 FSAFT 成像 B 扫描图像。FSAFT 成像提高了 B 扫描图像质量，缺陷回波能量更集中。如图 12 所示，对比 FSAFT 成像 C 扫描图像在 x = 14.75 mm 处的幅值图与原始 C 扫描图像在同一位置处的幅值图可得出与图 11 相同的结果。

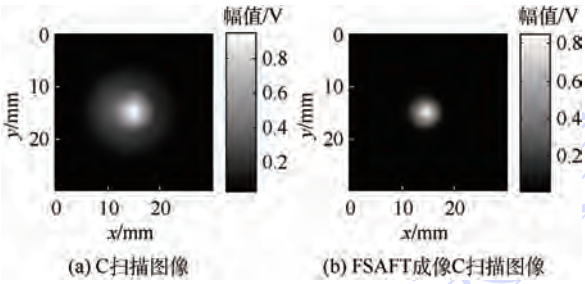


图 10　试样 2 的 C 扫描图像

Fig. 10　C-scan image of Specimen 2

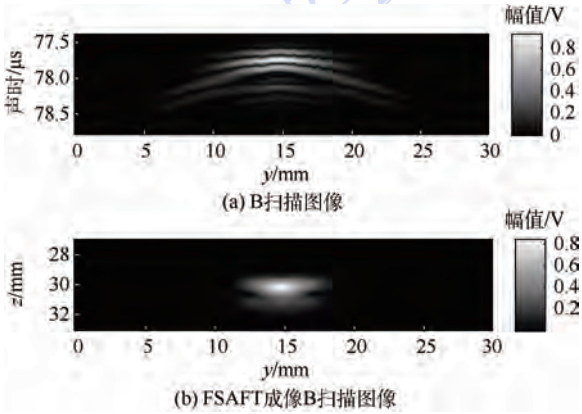


图 11　试样 2 的 B 扫描图像

Fig. 11　B-scan image of Specimen 2

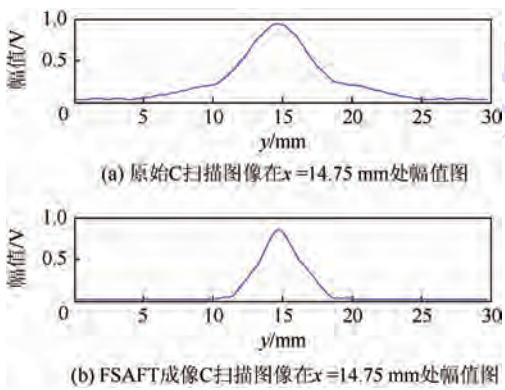


图 12　试样 2 的 C 扫描图像在 x = 14.75 mm 处幅值图

Fig. 12　Amplitude profile of C-scan image of Specimen 2 at x = 14.75 mm

当扫描步距为 0.25，0.50，0.75，1.25 或 1.50 mm时，分别取 C 扫描图像通过缺陷中心位置处 x 方向和 y 方向幅值图，运用半波高法进行缺陷定量并取平均值，得出缺陷尺寸定量结果与扫描步距间的关系如表 3 所示。

表 3　试样 2 缺陷尺寸半波高法定量结果

Table 3　Quantitative results of defect size of Specimen 2 evaluated with 6 dB drop method

扫描步距/mm	实际尺寸/mm	未运用 FSAFT		运用 FSAFT	
		测量尺寸/mm	相对误差/%	测量尺寸/mm	相对误差/%
0.25	3.2	5.50	71.9	3.38	5.6
0.50	3.2	5.50	71.9	3.50	9.4
0.75	3.2	5.63	75.9	3.75	17.2
1.25	3.2	5.63	75.9	3.75	17.2
1.50	3.2	5.25	64.1	4.50	40.6

根据表 3 可知，扫描步距为 0.25 mm 时，直接对检测结果运用半波高法进行缺陷定量评价的定量误差为 71.9%，FSAFT-DQM 定量误差为 5.6%，大幅提高了缺陷定量精度。扫描步距从 0.25 mm 逐渐增大至 1.50 mm 时，FSAFT-DQM 定量误差从 5.6% 增大至 40.6%，缺陷定量精度整体上随扫描步距增大而变差。

根据空间采样定律，扫描步距越小，采集的超声检测数据越完备，FSAFT 成像改善检测图像质量的效果越好，缺陷定量精度越高。但扫描步距每减小 1/2 时，同一扫描区域内的扫描点数增加为原来的 4 倍，检测扫查时间和 FSAFT 运算时间大幅增加，因此需要合理选择扫描步距。超声检测可检的最小缺陷尺寸近似为探头中心频率对应的半波长，运用 FSAFT 时可依此选择扫描步距[15]。探头中心频率 5 MHz 对应的半波长为0.63 mm，表 3 中扫描步距不大于此值时平底孔缺陷定量误差在 10.0% 以内。为提高检测效率，扫描步距可适当增大，但不应超过探头中心频率对应的波长，否则定量误差迅速增大。表 3 中1.50 mm扫描步距大于探头中心频率对应的波长，此时缺陷定量误差达到 40.6%，对定量精度的改善作用大幅降低。

扫描步距增大时，检测效率提高，但检测图像质量下降，缺陷定量精度降低。在扫描步距为探头中心频率对应的半波长和波长之间时，运用图像频域插值算法可提高检测图像质量，更易识别缺陷边缘。扫描步距为 0.75 mm 时 FSAFT 成像 C 扫描图像如图 13(a)所示。对图 13(a)进行频域插值，插值系数为 3，插值后图像如图 13(b)所示，检测图像分辨率得到提高，缺陷边缘更清晰。此外，频域插值图像等效扫描步距减小，能降低扫描步距对缺陷定量结果的影响。

对图13(a)采用不同的插值系数插值得出一组C扫描图像,分别取通过缺陷中心位置处x方向和y方向的幅值图用半波高法进行缺陷大小定量并取平均值,得出缺陷尺寸与等效扫描步距间的关系如表4所示。随着等效扫描步距的减小,缺陷定量误差整体上从17.2%减小到5.6%并维持稳定,小幅提高了平底孔缺陷定量精度。

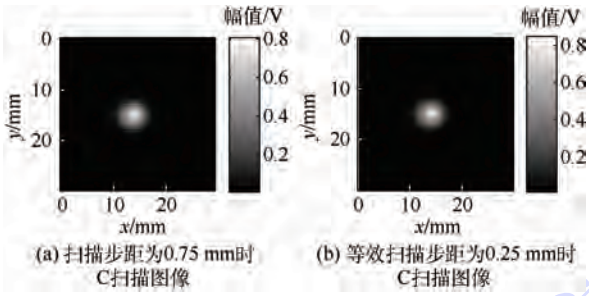


图13 试样2 FSAFT成像C扫描图像和频域插值图像

Fig. 13 C-scan image of specimen 2 with FSAFT imaging and image with frequency domain interpolation

表4 试样2频域插值图像缺陷尺寸定量结果

Table 4 Quantitative results of defect size of specimen 2 with frequency domain interpolated image

等效扫描步距/mm	缺陷尺寸/mm		相对误差/%
	实际	测量	
0.750	3.2	3.75	17.2
0.375	3.2	3.38	5.6
0.250	3.2	3.50	9.4
0.186	3.2	3.47	8.4
0.150	3.2	3.45	7.8
0.125	3.2	3.38	5.6
0.107	3.2	3.38	5.6
0.093	3.2	3.38	5.6

4 讨 论

在扫描步距为0.50 mm时,表1中横通孔试样FSAFT-DQM缺陷定量误差整体上比平底孔试样缺陷定量误差大。这是由于横通孔对声波的散射规律不同于平底孔,横通孔散射角度更大、反射回波能量更分散所导致。表1中的数据重在分析检测深度对缺陷定量误差变化情况的影响,对缺陷定量误差的绝对大小的影响在其次。

FSAFT可用于平探头和聚焦探头检测,应用于聚焦探头时需进行修正。该技术只能用于脉冲反射法检测试样内部缺陷,对缺陷形状、尺寸并没有要求。该技术以探头接收到的信号作为波动方程求解的边界条件、采用逐层递推的方式求解试样内部声场,这一特点使其不仅能用于均一材料,也能用于层状材料。

5 结 论

1) FSAFT能有效提高检测图像横向分辨率,在能接收到有效缺陷回波的检测深度范围内,FSAFT-DQM缺陷定量精度基本不变。

2) FSAFT能有效降低与点聚焦探头焦斑尺寸相近缺陷的半波高法定量误差,克服了半波高法对小于声束直径的缺陷定量时误差较大的问题,扩展了半波高法的应用范围。

3) 为保证缺陷定量精度,一般可以探头中心频率对应的半波长作为扫描步距。扫描步距在半波长到波长之间时,运用图像频域插值算法可提高检测图像分辨率,小幅降低缺陷定量误差。扫描步距大于波长时,缺陷定量误差迅速增大。

参考文献(References)

[1] THOMPSON R B. Quantitative ultrasonic nondestructive evaluation methods[J]. Journal of Applied Mechanics, 1983, 50(4b):1191-1201.

[2] 郑中兴. 第四专题超声检测中缺陷的定量[J]. 无损检测, 1994, 16(2):52-57.
ZHENG Z X. Quantitative evaluation of flaws in ultrasonic testing[J]. Nondestructive Testing, 1994, 16(2):52-57(in Chinese).

[3] 史亦韦. 超声检测[M]. 北京:机械工程出版社, 2005:119-126.
SHI Y W. Ultrasonic testing[M]. Beijing: China Machine Press, 2005:119-126(in Chinese).

[4] SILK M G. Defect detection and sizing in metals using ultrasound[J]. International Materials Reviews, 1982, 27(1):28-50.

[5] 胡宏伟,彭凌兴,周正干,等. 曲面构件水浸超声检测缺陷定量研究[J]. 航空学报, 2014, 35(11):3166-3173.
HU H W, PENG L X, ZHOU Z G, et al. Quantitative research on defect of curved components with immersion ultrasonic testing[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(11):3166-3173(in Chinese).

[6] 王铮,梁菁,史丽军,等. 复合材料层板超声检测缺陷评定方法分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2012, 44(S):138-141.
WANG Z, LIANG J, SHI L J, et al. Measurement for ultrasonic contact inspection on defect in carbon fiber-reinforced composite[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44(S):138-141(in Chinese).

[7] SCHMERR L W. Fundamental of ultrasonic nondestructive evaluation[M]. New York: Plenum Press, 1998:181-197.

[8] BUSSE L J, COLLINS H D, DOCTOR S R. Review and discussion of the development of synthetic aperture focusing technique for ultrasonic testing (SAFT-UT): NUREG/CR-3625[R]. Richland: Pacific Northwest Lab, 1984.

[9] FREDERICK J R, SEYDEL J A, FAIRCHILD R C. Improved ultrasonic non-destructive testing of pressure vessels: NUREG-

北航学报 赠阅

O007-1[R]. Ann Arbor: University of Michigan, 1976.

[10] BUSSE L J. Three-dimensional imaging using a frequency-domain synthetic aperture focusing technique[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1992, 39(2): 174-179.

[11] STEPINSKI T. An implementation of synthetic aperture focusing technique in frequency domain [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2007, 54(7): 1399-1408.

[12] 吴施伟，吴海腾，金浩然，等. 聚焦探头水浸检测下的频域合成孔径聚焦技术[J]. 浙江大学学报(工学版)，2015，49(1)：110-115.
WU S W, WU H T, JIN H R, et al. Frequency-domain synthetic aperture focusing technique for immersion testing using focused transducer[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2015, 49(1): 110-115(in Chinese).

[13] ROSE J L. Ultrasonic waves in solid media[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 24-26.

[14] GOODMAN J W. Introduction to Fourier optics[M]. New York: McGraw-Hill, 1996: 55-58.

[15] LEVESQUE D, BLOUIN A, NERON C, et al. Performance of laser-ultrasonic F-SAFT imaging[J]. Ultrasonics, 2002, 40(10): 1057-1063.

[16] SCHMERR L W, SONG S J. Ultrasonic nondestructive evaluation system: Models and measurements[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2007: 152-153.

作者简介：

周正干　男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：超声无损检测。

Tel.：010-82338668

E-mail：zzhenggan@buaa.edu.cn

Application of synthetic aperture focusing technique to defect quantification for immersion ultrasonic testing

ZHOU Zhenggan*, ZHOU Jianghua, ZHANG Kuanshuang, MA Liyin, SUN Guangkai

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Among the common defect quantification methods for immersion ultrasonic testing, some are high cost while others have relatively large quantitative error. Given the problem, a new 6 dB drop defect quantification method based on frequency domain synthetic aperture focusing technique (FSAFT-DQM) was studied. The FSAFT imaging method for spherically focused transducer used by immersion ultrasonic testing was established. Experiments conducted on specimens containing either circular cylindrical cavities or flat bottom hole show that defect depth has little effect on FSAFT-DQM's accuracy; compared with 6 dB drop method, flat bottom hole's quantitative error of FSAFT-DQM drops from 71.9% to within 10.0% with step length below half-wavelength of transducer's center frequency and the error decreases from 17.2% to 5.6% by image interpolation algorithm with step length between half-wavelength and wavelength. The research results show that FSAFT-DQM improves the precision of defect quantification effectively.

Key words: immersion ultrasonic testing; defect quantification evaluation; spherically focused transducer; frequency domain synthetic aperture focusing technique (FSAFT); 6 dB drop method

Received: 2015-09-15; **Accepted**: 2015-10-23; **Published online**: 2015-12-17 11:33

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151217.1133.016.html

Foundation item: Joint Fund of the National Natural Science Foundation of China and the China Academy of Engineering Physics (U1430120)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82338668　E-mail: zzhenggan@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0708

基于改进粒子群优化算法的飞机作动系统功率调度

石山*, 刘德鹏, 李成茂

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

摘 要: 针对驱动飞机舵面的机电作动系统在轻载工况下电能浪费量大的问题,提出了多机电作动系统的驱动方案,为保证系统在最优的效率点附近工作,根据电动机效率和负载率之间的非线性关系,建立其功率调度的数学模型。改进了二进制和基本粒子群优化算法,并将2种算法互相嵌套,分别对机电作动系统组合方式和负荷分配进行交替迭代来求模型最优解,全局寻优能力强、收敛速度快;把投入工作的机电作动系统最小序号值引入适应度函数,解决了功率平衡约束,简化了运算;针对备用约束,建立系统启停优先顺序,提高了优化能力。仿真实验表明,改进的粒子群优化算法对飞机机电作动系统的功率调度有效,有助于飞机的能量优化。

关 键 词: 改进粒子群优化算法; 功率调度; 多机电作动系统; 组合优化; 能量优化
中图分类号: V221+.3; TB553
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2024-07

随着多/全电飞机技术的发展,提高电气设备利用率,减少电能损耗显得格外重要[1]。为此,美国推出了综合飞行器能量技术(Integrated Vehicle & Energy Technology, INVENT)项目,并提出了能量优化飞机(Energy Optimized Aircraft, EOA)的概念[2-3],计划对能量进行有效管理[4],探索一种按需、按实际工作阶段灵活运行的自适应子系统[5],从而大大提高系统的效率,降低总的热载荷。

由于飞机舵面处于经常动作状态,因而其功率的合理调度显得十分重要。目前,多/全电飞机的主飞控舵面以单体式结构为主,舵面由一台到两台作动器驱动[6],且这些作动器都是按照峰值功率进行设计的,导致舵面在功率需求低时效率极其低下,因而会产生大量的损耗并转化为热量[7]。因此,采用多个机电作动系统[8-9],根据舵面的实时功率需求,对多机电作动系统进行合理的优化调度,使系统紧密地保持在最优效率点附近工作,不仅会为系统增加余度,提高其可靠性,还将会为消除飞机热约束、减小能量损耗、增大航程和提升红外隐身性能创造条件[10]。

驱动飞机舵面的多机电作动系统的优化调度是高维、不可微、非凸和非线性的复杂混合整数规划问题,很难找出理论上的最优解[11]。粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法是一种基于群智能的演化计算方法,能在较短计算时间内产生高质量的解,但其缺点是易陷于局部极小点,搜索精度不高[12]。考虑到作动系统优化调度问题运算复杂、对精度要求高的具体特点,需要对基本粒子群优化算法和二进制粒子群优化(Binary Particle Swarm Optimization, BPSO)算法进行改进。

1 多机电作动系统功率调度的数学模型

1.1 系统结构

本文以4个机电作动器驱动的舵面为例进行说明,系统结构如图1所示。舵面的驱动由两级控制器进行控制实现:第一级的功率调度控制器负责获取当前的功率需求,并在多机电作动系统

收稿日期: 2015-11-02; **录用日期**: 2016-01-27; **网络出版时间**: 2016-03-15 14:31
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160315.1431.005.html
* **通讯作者**: Tel.: 13109521141 E-mail: shishankgy@163.com

引用格式: 石山, 刘德鹏, 李成茂. 基于改进粒子群优化算法的飞机作动系统功率调度[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2024-2030. SHI S, LIU D P, LI C M. Power dispatch of actuator of aircraft based on improved particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2024-2030 (in Chinese).

北航学报 赠阅

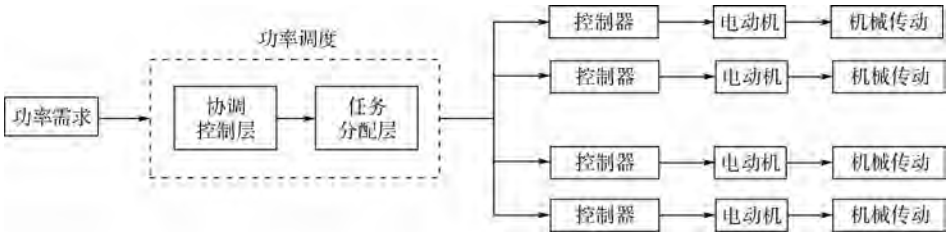


图 1　多机电作动系统结构

Fig. 1　Structure of multi-electromechanical actuator

中进行实时最优的调度，体现的是全局的控制策略；第二级控制器根据上一级控制器分配的功率任务进行跟踪和精确调整，体现的是局部的控制策略。

具体来说，多机电作动系统的功率调度控制器又由协调控制层和任务分配层构成，其各自的功能如下：

1）协调控制层：该层主要对每个时刻的作动器进行启、停协调，使其驱动电动机满足输出功率限制和系统备用约束，主要由改进的离散二进制粒子群优化算法计算实现。

2）任务分配层：该层主要对确定的多机电作动系统组合进行最优的负荷分配，使其驱动电动机满足功率平衡约束，主要由改进的基本粒子群优化算法计算实现。

1.2　数学模型

高效率电动机在负载率 0.5 ~ 1.0 范围内具有平坦的效率特性。当负载率低于 0.5 时，电动机的效率会急剧下降[13]，如图 2 所示。图中：β 为电动机的负载率；η 为电动机的工作效率。β 的计算公式为

$$\beta = P/P_0 \tag{1}$$

式中：P 为电动机的实际工作功率；P_0 为电动机的额定功率。

为提升电能利用率，减小系统损耗，根据负载变化而进行实时调度以保证系统具有较高的工作效率显得格外重要。本文将每个作动器的负载率（设定未工作的作动器负载率为 1）乘积并开方得到的系统综合负载率作为目标函数，计划通过对

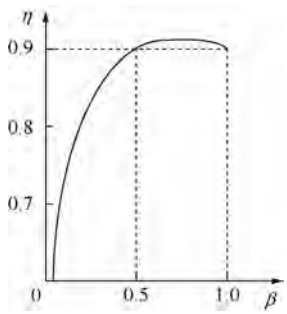


图 2　电动机工作效率与负载率的关系

Fig. 2　Relationship between work efficiency and load rate of motor

多机电作动系统的功率进行最优调度，使每个作动器的负载率保持在 50% 以上，从而达到提升系统工作效率的目的。根据上述目标要求，建立的多机电作动系统功率调度的数学模型为

$$\max f(i,P) = \sqrt[1/\sum_{i=1}^{N} u_i]{\prod_{i=1}^{N} \frac{P_i^{u_i} P_{i0}^{(1-u_i)}}{P_{i0}}} \tag{2}$$

式中：i 为多机电作动系统中作动器的序号；N 为多机电作动系统中作动器的数目；u_i 为作动器运行状态变量，仅取 0、1 两个值，$u_i = 1$ 表示系统启动，$u_i = 0$ 表示停机；P_{i0} 为多机电作动系统中作动器 i 的额定功率；P_i 为多机电作动系统中作动器 i 的实际工作功率。

1.3　约束条件

功率平衡约束：

$$\sum_{i=1}^{N} P_i \cdot u_i - P_{\mathrm{D}} = 0 \tag{3}$$

式中：P_{D} 为多机电作动系统的需求功率。

输出功率限制：

$$P_i^{\min} \leqslant P_i \leqslant P_i^{\max} \tag{4}$$

式中：$P_i^{\min}$ 和 $P_i^{\max}$ 分别为作动器实际工作功率最小和最大值。

另外，考虑到气流阻力扰动或其他阻力对多机电作动系统驱动功率的影响，对系统增加功率备用约束：

$$\sum_{i=1}^{N} P_i^{\max} \cdot u_i \geqslant P_{\mathrm{D}} + P_{\mathrm{R}} \tag{5}$$

式中：P_{R} 为多机电作动系统的备用功率，一般为实际工作功率的 10%。

由于飞机舵面操纵具有很强的实时性，因此本文暂不考虑作动器的最小启、停时间约束。

2　改进的粒子群优化算法

粒子群优化算法中的粒子速度 V_{id}^{k+1} 和位置 X_{id}^{k+1} 的更新公式[14]如下：

$$\begin{cases} V_{id}^{k+1} = \omega V_{id}^{k} + c_1 r_1 (P_{id}^{k} - X_{id}^{k}) + c_2 r_2 (P_{gd}^{k} - X_{id}^{k}) \\ X_{id}^{k+1} = X_{id}^{k} + V_{id}^{k+1} \end{cases} \tag{6}$$

式中：ω 为惯性权重；$d = 1,2,\cdots,D$；$i = 1,2,\cdots,n$；k 为当前迭代次数；V_{id} 为粒子的速度；c_1 和 c_2 为

北航学报 赠阅

非负的常数,称为加速度因子;r_1 和 r_2 为分布于[0,1]区间的随机数;P_{id}^k 为粒子局部极值;P_{gd}^k 为粒子全局极值。为防止粒子的盲目搜索,一般将其位置和速度限制在一定的区间[$-X_{\max}$,$X_{\max}$]和[$-V_{\max}$,$V_{\max}$]内。

从式(6)可以看出,粒子的寻优速度主要由3个部分决定:第1项是 ωV_{id}^k,体现的是更新后的速度和原来速度之间的关系,惯性权重越大,全局搜索能力越强,惯性权重越小,有利于算法寻优精度的提升;第2项是 $c_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k)$,决定粒子的搜索能力;第3项是 $c_2 r_2 (P_{gd}^k - X_{id}^k)$,体现粒子之间的信息共享能力。合理调整各项之间的关系,可以较好地平衡算法求精和求泛的能力[15]。本文对速度更新公式中的惯性权重变化策略和粒子信息共享能力两方面进行了研究改进。

2.1 对惯性权重的改进

惯性权重是影响算法性能的一个重要因素。惯性权重线性递减粒子群优化算法中的权值变化式为

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{k(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{k_{\max}} \tag{7}$$

式中:$k_{\max}$ 为最大迭代次数。

通常 $\omega_{\max}$ 为0.9,$\omega_{\min}$ 为0.4[16]。但式(7)中 ω 只和迭代次数之间具有线性相关性,而实际上其应该满足算法运行中的复杂、非线性变化的特征:当粒子的迭代次数增加时,ω 应该减小,使粒子在小范围内搜索,以便更快找到精确解;同时随着粒子聚集度的不断增加,要适当增大 ω,以扩大粒子的搜索空间,避免陷入局部最优值[17]。所以应在 ω 的变化式(7)中增加聚集度的评价系数来调节 ω 的变化。这里用全体粒子个体极值的平均值与全局极值的逼近程度来表示聚集度 h 的变化:

$$h = P_{nd}^k / P_{gd}^k \tag{8}$$

式中:$P_{nd}^k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} P_{id}^k$。

因此,在种群寻找极大值的过程中,改进的惯性权重 ω_c 可表示为

$$\omega_c = \omega_0 - \frac{k(\omega_0 - \omega_{\min})}{k_{\max}} + h\omega_h \tag{9}$$

式中:ω_0 为初始值,设定为0.8;ω_h 的大小对算法有比较大的影响,较小的 ω_h 无法有效扩大算法的搜索空间,而较大的 ω_h 又会使算法陷入振荡状态。实验表明,当 ω_h 的取值在0.05~0.15时,算法能快速准确地寻找最优解,为兼顾算法的求精和求泛能力,ω_h 取该区间的中间值0.10。

2.2 对全局极值项的改进

如图3所示,在粒子的折线运动中,全局极值

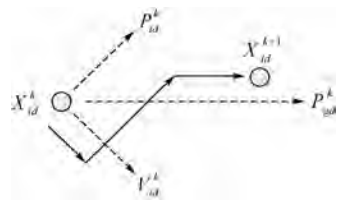


图3 粒子运动图

Fig. 3 Diagram of particle motion

是一个关键性的位置,其决定着所有粒子最终的前进方向,影响着算法整体的解算速度和精度。实验表明,伴随着搜索的进行,全局极值和全体粒子个体极值的中心越来越接近于最优解。与全局极值相比,全体粒子的个体极值中心有时甚至会更加接近最优解,因而更加有利于提升算法的收敛速度和优化解的质量[18]。

因此,在算法中用 P_{nd}^k 对全局极值项进行改进,其需要满足以下条件:

$$\begin{aligned} &\text{if} \quad (f(P_{gd}^k) < f(P_{nd}^k)) \\ &\quad \text{then} \quad P_o^k = P_{nd}^k \\ &\text{else} \quad P_o^k = P_{gd}^k \end{aligned} \tag{10}$$

式中:P_o^k 为算法改进后的全局极值。

综合上述对速度更新公式的改进,改进的粒子群优化(Improved Particle Swarm Optimization,IPSO)算法的速度更新公式可表示为

$$V_{id}^{k+1} = \omega_c V_{id}^k + c_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k) + c_2 r_2 (P_o^k - X_{id}^k) \tag{11}$$

2.3 改进的二进制粒子群优化算法

在二进制粒子群优化算法中,在概率上搜索轨迹以同等的二进制值(0或1)替代位置的改变:

$$\begin{aligned} &\text{if} \quad (\text{rand}() < S(V_{id}^{k+1})) \\ &\quad \text{then} \quad X_{id}^{k+1} = 1 \\ &\text{else} \quad X_{id}^{k+1} = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

式中:rand()为一个[0,1]之间的随机数;$S(V)$ 为sigmoid函数。

由于使用sigmoid函数使得状态变量在0和1之间切换较慢,因此粒子群优化算法寻优时间较长。为加快最优解的解算过程,本文tanh函数取代式(12)中的sigmoid函数,所以改进的二进制粒子群优化(Improved Binary Particle Swarm Optimization,IBPSO)算法的概率计算式为

$$\tanh(V) = \exp(2|V| - 1)/\exp(2|V| + 1) \tag{13}$$

3 算法验证

3.1 功率备用约束的处理

经过二进制粒子群优化算法计算得到的粒子,有可能在某个时段所有机电作动系统最大工作功率之和仍小于或者最小工作功率之和大于当

北航学报 赠阅

前时段的系统需求功率与系统备用功率之和，采用一种基于作动器启、停优先顺序表的动态调整方法以解决上述难题。根据各作动器的额定功率按升序排列建立多机电作动系统启、停优先顺序表。如果 $\sum_{i=1}^{N} P_i^{\max} \cdot u_i - P_D - P_R \leqslant 0$，则按优先顺序表由前向后依次将作动器投入运行；如果 $\sum_{i=1}^{N} P_i^{\min} \cdot u_i - P_D - P_R \geqslant 0$，则按优先顺序表由后往前依次将工作的作动器停运。重复上述操作直至满足系统功率备用约束。

3.2　适应度函数

在改进的粒子群优化算法中，根据适应度函数值评价每个个体的优劣。因此，需要根据目标函数确定一个适应度函数，同时为有效处理系统的功率平衡约束，减少函数中的变量，从而简化运算，将投入运行最小序号的作动器负载设置为 $P_D - \sum_{i=M+1}^{N} P_i \cdot u_i$。则根据式(2)得到的适应度函数表示如下：

$$\max f_1(i,P) = \left/ \sqrt{\sum_{i=M}^{N} u_i} \sqrt{\prod_{i=M+1}^{N} \frac{P_i^{u_i} P_{i0}^{(1-u_i)}}{P_{i0}} \cdot \frac{P_D - \sum_{i=M+1}^{N} P_i \cdot u_i}{P_{M0}}} \right. \tag{14}$$

式中：M 为投入运行的作动器最小序号。

3.3　算法流程

将本文提出的改进的粒子群优化算法应用于多机电作动系统的功率调度，具体的求解运行流程如图 4 所示。改进的二进制粒子群优化算法针对系统的功率备用约束对作动器进行组合，改进的粒子群优化算法则对系统组合进行功率分配，在满足输出功率限制、系统功率备用约束和功率平衡约束的条件下，求得使系统综合负载率最高的功率分配方案，2 种算法交替迭代，实现系统最优的功率调度。

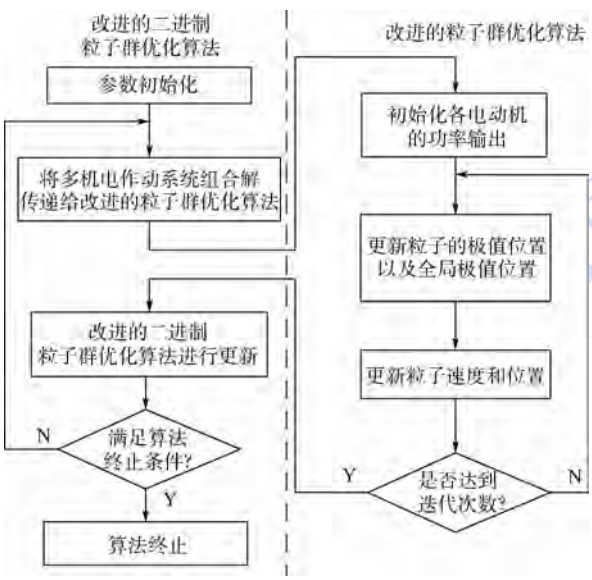


图 4　多机电作动系统功率调度流程图

Fig. 4　Flowchart of power dispatch of multi-electromechanical actuator

3.4　仿真验证

以某型飞机的升降舵作动系统为例，单体式舵面由 2 个功率相等的作动系统驱动，驱动舵面的峰值功率为 2 400 W，因此需要 2 个额定功率为 1 200 W 的电动机驱动。当实际工作功率需求为 700 W 时，系统的综合负载率为 29.2%，由图 1 可知该状态下系统的效率较低。为实现作动系统的最优调度以提升负载率，从而进一步提升系统的工作效率，现将作动器个数设定为 4 个，且各作动器的额定功率分别为 $P_{01}=250$ W，$P_{02}=300$ W，$P_{03}=350$ W，$P_{04}=1\,500$ W。利用优化算法进行调度，改进的二进制粒子群优化算法计算得到的机组组合为：$u_1=1$，$u_2=1$，$u_3=1$，$u_4=0$，满足负载备用约束；利用改进的粒子群优化算法对式(14)求解，结果如图 5 所示。由于适应度函数引入最小序号的作动器，实现了函数降维，所以坐标只显示出作动器 2 和作动器 3 的分配功率。

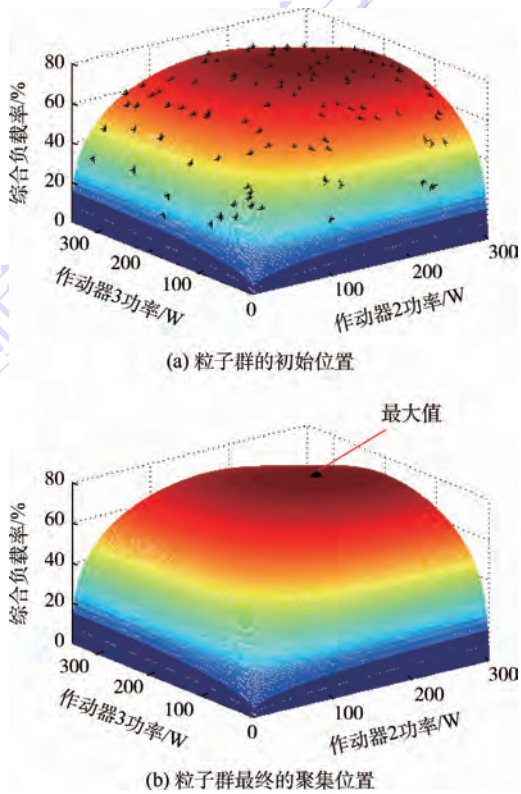


图 5　对适应度函数的寻优结果

Fig. 5　Optimization results of fitness function

北航学报 赠阅

图 5(a)为初始条件下各粒子的位置,图 5(b)为改进的粒子群优化算法最终的寻优位置。说明改进的粒子群优化算法能够对负载进行最优分配,使得 3 个作动系统的综合负载率达到 70% 左右,可以有效提高系统的工作效率,从而减少电能损耗。

采用不同的传统算法和改进后的粒子群优化算法对模型进行解算,求解结果如图 6 所示。从图 6(a)中可以看出,传统算法迭代大约 70 次,综合负载率最终稳定于 72.5%,而改进的粒子群优化算法达到同样的效果只需要 25 次,如图 6(b)所示,说明了改进的粒子群优化算法具有更强的寻优能力。

表 1 给出了系统满足功率备用约束,在不同的作动系统组合情况下,使多机电作动系统综合负载率最低的功率需求。可以看出,当需求功率在 125 W以上时,系统的综合负载率都会大于 50%,同时参与调度作动器中的最低负载率也都在 50% 以上;而对原系统,其负载率是随功率需求线性增大的,只有当需求功率达到 1 200 W 时,综合负载率才能达到 50%。事实上,飞机升降舵的需求功率大部分时间都在 1 kW 以下,所以对系统进行优化调度可以有效提升多机电作动系统的电能利用率。

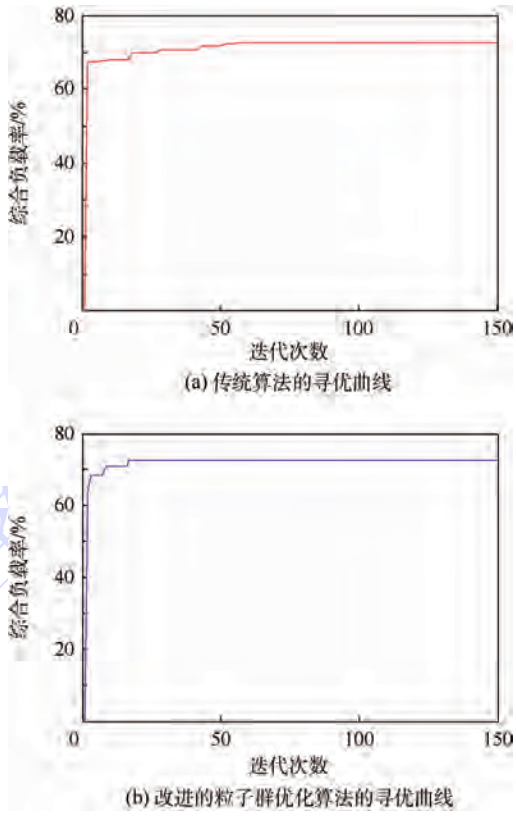


图 6 综合负载率的变化趋势

Fig. 6 Change tendency of comprehensive load rate

表 1 多机电作动系统功率调度

Table 1 Power dispatch of multi-electromechanical actuator

需求功率/W	作动器实际工作功率/W				综合负载率/%	单个作动器最低负载率/%	原系统负载率/%
	作动器 1	作动器 2	作动器 3	作动器 4			
125	125	0	0	0	50.0	50.0	5.2
227	0	227	0	0	75.7	75.7	9.5
272	0	0	272	0	77.7	77.7	11.3
318	159	159	0	0	58.1	53.0	21.2
500	250	0	250	0	84.5	71.4	20.8
545	0	272.5	272.5	0	84.1	77.9	22.7
590	196.7	196.7	196.7	0	66.2	56.2	24.6
818	0	0	0	818	54.5	54.5	34.1
1 364	250	0	0	1 114	86.2	74.3	56.8
1 591	0	300	0	1 291	92.7	86.1	66.3
1 636	0	0	350	1 286	92.6	85.7	68.2
1 682	250	300	0	1 132	91.0	75.7	70.1
1 864	250	0	350	1 264	94.5	84.3	77.7
1 909	0	300	350	1 259	94.3	83.9	79.5
1 954	250	300	350	1 054	91.6	70.3	81.4

4 结 论

为提高舵面机电作动系统的效率,减少电能损耗,实现飞机的能量优化,本文设计了多机电作动系统驱动飞机舵面的方案,经实验表明:

1) 以多机电作动系统的综合负载率为评价指标建立了优化调度的数学模型,改善系统的性能,实现了飞机电能的优化利用。

2) 为提高模型的求解速度和精度,对基本粒子群优化算法的惯性权重和全局极值项进行改进,并对二进制粒子群优化算法中的概率计算函数进行改进,利用改进后的算法对模型求解最优值,结果显示该算法比传统算法具有更快的解算速度,能在较短时间内有效完成多机电作动系统的优化调度。

由上可知,多机电作动系统能够有效利用电能,减小飞机的热约束,可以在一定程度上弥补多机电作动系统重量大、控制难度高的不足。

北航学报 赠阅

参考文献（References）

[1] 葛玉雪,宋笔锋,裴扬. 基于可用能的多电飞机能量利用率分析方法[J]. 航空学报,2014,35(5):1276-1283.
GE Y X,SONG B F,PEI Y. Analysis method of more-electric aircraft energy efficiency based on exergy[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2014,35(5):1276-1283(in Chinese).

[2] O'CONNELL T,RUSSELL G,MCCARTHY K,et al. Energy management of an aircraft electrical system: AIAA-2010-7092[R]. Reston:AIAA,2010.

[3] WALTERS E A,IDEN S,MCCARTHY K,et al. INVENT,modeling, simulation, analysis and optimization[M]. Reston: AIAA,2010:287-288.

[4] FRENCH M,KUHN F,BERGMAN S. System architecture studies for the energy optimized aircraft: AIAA-2013-0882[R]. Reston:AIAA,2013.

[5] GRIGGS S C,IDEN S M,LAMM P T. Energy optimized aircraft:What is it and how do we make one[J]. SAE International Journal of Aerospace,2012,5(2):415-424.

[6] 郭宏,邢伟. 机电作动系统发展[J]. 航空学报,2007,28(3):620-627.
GUO H,XING W. Development of eletromechanical actuators[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2007,28(3):620-627(in Chinese).

[7] 王子熙. 美国能量优化飞机设计方法与关键技术[J]. 航空科学技术,2014,2(5):7-12.
WANG Z X. Design method and key technologies of US energy optimized aircraft[J]. Aeronautical Science & Technology,2014,2(5):7-12(in Chinese).

[8] ROSERO J A,ORTEGA J A,ALDABAS E,et al. Moving towards a more electric aircraft[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine,2007,22(3):3-9.

[9] 刘志东. 基于智能体技术的飞机电力作动系统控制策略研究[D]. 西安:空军工程大学,2012:1-6.
LIU Z D. The control strategy of aircraft actuation based on multi-agent[D]. Xi'an: Air Force Engineering University,2012:1-6(in Chinese).

[10] 严仰光,秦海鸿,龚春英,等. 多电飞机与电力电子[J]. 南京航空航天大学学报,2014,46(1):11-18.
YAN Y G,QIN H H,GONG C Y,et al. More electric aircraft and power electronics[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2014,46(1):11-18(in Chinese).

[11] AKAY B. A study on particle swarm optimization and artificial bee colony algorithms for multilevel thresholding[J]. Applied Soft Computing,2013,13(6):3066-3091.

[12] 刘逸. 粒子群优化算法的改进及应用研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2012:5-13.
LIU Y. Improvements and applications of particle swarm optimization algorithm[D]. Xi'an:Xidian University,2012:5-13(in Chinese).

[13] 周胜,赵凯. 电机系统节能实用指南[M]. 北京:机械工业出版社,2009:24-25.
ZHOU S,ZHAO K. Practical guide of motor system energy saving[M]. Beijing: Mechanical Industry Press,2009:24-25(in Chinese).

[14] KENNEDY J,EBERHART R. Particle swarm optimization[C]// IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway,NJ:IEEE Press,1995:1942-1948.

[15] 居凤霞. 粒子群优化算法的改进及应用[D]. 广州:华南理工大学,2014:10-11.
JU F X. Modification and application of particle swarm optimization algorithm[D]. Guangzhou: South China University of Technology,2014:10-11(in Chinese).

[16] 陈贵敏,贾建援,韩琪. 粒子群优化算法的惯性权值递减策略研究[J]. 西安交通大学学报,2006,40(1):53-56.
CHEN G M,JIA J Y,HAN Q. Study on the strategy of decreasing inertia weight in particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University,2006,40(1):53-56(in Chinese).

[17] SHI Y,EBERHART R. Empirical study of particle swarm optimizer[C]// International Conferences on Evolutionary Computation. Piscataway,NJ:IEEE Press,1999:1945-1950.

[18] 汤可宗. 遗传算法与粒子群优化算法的改进及应用研究[D]. 南京:南京理工大学,2011:67-68.
TANG K Z. Modifications and application research on genetic algorithm and particle swarm optimization algorithm[D]. Nanjing:Nanjing University of Science & Technology,2011:67-68(in Chinese).

作者简介:

石山　男,博士,教授,硕士生导师。主要研究方向:飞机机电控制技术、飞机故障诊断与状态监控技术。

Tel.: 13109521141

E-mail: shishankgy@163.com

刘德鹏　男,硕士研究生。主要研究方向:飞机机电控制技术。

李成茂　男,硕士研究生。主要研究方向:飞机故障诊断与状态监控技术。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Power dispatch of actuator of aircraft based on improved particle swarm optimization algorithm

SHI Shan*, LIU Depeng, LI Chengmao

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: In view of the large amount of electric energy waste caused by the small system load of aircraft electromechanical actuator, an electromechanical actuator system is designed. In order to make the system work in the near optimal efficiency, according to the nonlinear relationship between motor efficiency and load factor, a mathematical power dispatch model is also established. An improved basic particle swarm optimization algorithm and an improved binary particle swarm optimization algorithm are proposed, which has better global optimization ability and faster convergence speed. The proposed method takes the improved binary particle swarm optimization for outer unit combination and improved basic particle swarm optimization algorithm for inner economic load dispatch. The minimum number of running system was used to deal with power balance constraints, which simplifies the operation; in order to solve the spare constraint, a priority table of the system was established, which effectively improves the capability of optimization. The results of simulation experiment show that the improved particle swarm optimization algorithm is effective for power dispatch of electromechanical actuator and it is conducive to the energy optimization of aircraft.

Key words: improved particle swarm optimization algorithm; power dispatching; multi-electromechanical actuator; combination optimization; energy optimization

北京航空航天大学学报

Received: 2015-11-02; **Accepted**: 2016-01-27; **Published online**: 2016-03-15 14:31

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160315.1431.005.html

* **Corresponding author**. Tel.: 13109521141 E-mail: shishankgy@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0628

铜颗粒污染物对变压器油运动黏度的影响

陈彬*, 韩超, 刘阁

(重庆工商大学 废油资源化技术与装备工程研究中心, 重庆 400067)

摘 要: 变压器油中铜颗粒污染物的存在极易影响油液的理化性能,甚至导致重大生产事故,因而根据 ISO4406:1999 标准,配制了 24 组不同污染度的含铜颗粒油样并通过实验测试了变压器油样的运动黏度性能(40℃),获得了实验范围内铜颗粒污染度对油液运动黏度的影响规律;然后根据测试数据采用偏最小二乘(PLS)法和支持向量机(SVM)法建立了油样中不同粒径、含量的铜颗粒与油液运动黏度的数学模型,探讨了不同粒径、含量的铜颗粒污染物对油液运动黏度的影响规律。结果表明:随着铜颗粒污染度的增加,油液的运动黏度减小;铜颗粒污染物粒径在 15 ~ 25 μm 范围内对油液运动黏度的影响较大,且粒径越大,油液运动黏度也越大;所建立 SVM 模型对验证集进行预测的相关系数和均方根误差(RMSE)分别是 0.962 6、4.597×10^{-5}。为消除实验误差,减少人为因素的影响比较准确地掌握铜颗粒污染物对油液运动黏度的影响提供了新的途径。

关 键 词: 变压器油; 铜颗粒粒径; 污染度; 运动黏度; 偏最小二乘(PLS)法; 支持向量机(SVM)法

中图分类号: TM215.4; TB535

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2031-07

变压器油在变压器设备运行中具有冷却、绝缘以及灭弧的作用,其质量的好坏对变压器设备是否能够安全运行有着至关重要的作用[1]。变压器油在运行中,不可避免地会与金属铜接触,从而形成油中的铜颗粒污染物[2-3]。由于油中不同粒径、含量铜颗粒的存在,其性能变化程度也有所不同,文献[4-7]表明铜对变压器油的老化劣化具有催化作用。因此监测不同含量的铜对变压器油的老化劣化具有一定催化作用。

郑直[8]采用萃取剂,使油中的金属离子转移到水溶液中,通过分光光度法测定金属铜的含量,此方法对于变压器油中微量铜测量的准确度不够。杨道武等[9]采用火焰原子吸收光谱法测定变压器油中的微量铜,此方法油样预处理需将油样燃烧完全,高温灰化,再用硝酸溶解铜元素,把油样转变为水样,处理步骤繁琐。目前的油样中铜的检测方法耗时长且不能有效地实现快速检测,采用红外光谱技术在油液的理化性能检测方面近年来得到发展[10-12]。本课题组前期构建了含微水绝缘油的中红外光谱特征波数与实测运动黏度的数学模型能够有效地反映微量水分对油液运动黏度的影响[13]。

张瑜等[14]基于可见近红外光谱技术研究了酸值无损检测方法,通过采用最小二乘支持向量机(SVM)法建立油液可见近红外光谱检测模型,建立的模型预测集确定系数达到 0.954 6,均方根误差仅 0.008 1,实现了对油液酸值的无损检测。陈彬等[15]用偏最小二乘(PLS)模型建立油中含

收稿日期: 2015-09-23; **录用日期**: 2015-10-19; **网络出版时间**: 2015-10-30 11:04
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1104.001.html
基金项目: 国家自然科学基金(51375516); 重庆基础与前沿研究项目(cstc2016jcyjA0185)
* **通讯作者**: Tel.: 023-62768316 E-mail: hustchb@163.com

引用格式: 陈彬, 韩超, 刘阁. 铜颗粒污染物对变压器油运动黏度的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2031-2037.
CHEN B, HAN C, LIU G. Influence of copper particle pollution on transformer oil kinematic viscosity[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2031-2037 (in Chinese).

北航学报 赠阅

水量的预测模型,实现了对油中含水量的监测,对验证集样本进行预测的相关系数和均方根误差分别为 0.994 4 和 $5.455\ 1\times10^{-5}$,建立的预测模型获得了满意的预测精度,预测模型精度能满足实际应用需要。

运动黏度是变压器油重要的一项指标,含铜颗粒油样是非均相混合流体,当油液层层流时,由于混合了不规则形状的固体颗粒杂质,使得油液分子间内摩擦发生改变,因此改变了油液的粘性大小,从而改变了整个非均相混合流体的运动黏度。因而为了获取铜颗粒污染物对变压器油运动黏度的影响规律,采用国际标准 ISO4406:1999[16] 作为油液污染度标准配置 24 组不同污染度的含铜颗粒油样,并对变压器油样进行运动黏度性能(40℃)测试,研究铜颗粒污染度对变压器油运动黏度的影响规律,再结合 PLS 法和 SVM 法对测试数据建立油样中不同粒径、含量的铜颗粒污染物与油样的运动黏度的数学模型,分析验证了不同粒径、含量的铜颗粒污染物对油液运动黏度的影响规律,为实现变压器油的在线监测奠定了基础。

1 实 验

1.1 仪器及试剂

利用 25# 变压器油(其主要理化性能指标如表 1所示)经过 8 层中性滤纸进行过滤处理得到油样作为原始油样,采用 HIAC8012 油品污染度测试仪器对配置的不同污染度的含铜颗粒油样进行检测,得到污染度等级 14 ~ 21(见 ISO4406:1999[16])的油样;采用 KQ-400KDB 型高功率数控超声波振荡器(昆山苏美超声仪器,功率为 400 W,频率为 40 kHz)对不同污染度的含铜杂质的油液进行预处理;采用 SYD-265H 石油产品运动黏度测定器(上海昌吉地质仪器有限公司)对预处理好的 24 组含铜油样进行运动黏度测试(40℃),黏度计内径为 0.8 mm,黏度计常数为0.043 54 mm^2/s^2。

表 1 25# 变压器油的主要理化性能指标

Table1 Main physiochemical performance index of 25# transformer oil

理化性能指标	密度(20℃)/($kg\cdot m^{-3}$)	运动黏度/($mm^2\cdot s^{-1}$)		倾点/℃	凝点/℃	闪点/℃	氧化安定性	
		40℃	-10℃				酸值/(mgKOH·g^{-1})	胶质/%
大小	895	9.425	182	-29	-36	164	0.18	0.02
方法	GB/T 1885-1998[17]	GB/T 265—1988[18]		GB/T 3535—2006[19]	GB/T 510—1983[20]	GB/T 261—2008[21]	SH/T 0206—1992[22]	

1.2 实验方法

1.2.1 污染度测试方法及油样配置

油样中铜颗粒大小与分布的测试方法是基于光阻法颗粒计数原理并采用“双激光窄光光阻测量颗粒”技术以及 ISO4406:1999[16] 污染度标准进行的。具体过程为:油样通过一窄小的检测区时,与液体流向垂直的入射光,由于被不溶性微粒所阻挡,从而使传感器输出信号变化,这种信号变化与粒子通过光束时的截面积尺寸成正比反映出粒子的大小;同时每一个粒子通过光束时引起一个电压脉冲信号,脉冲信号的多少反映了粒子的数量,从而完成对油液中颗粒污染物的粒度分布的分析。

称取 0.02 g 铜粉与 1 L 25# 变压器油混合的油样并经 8 h 超声波振荡器充分振荡,将振荡均匀的油样经 HIAC8012 油品污染度测试仪器进行检测,此时过滤获得油样为污染度等级 23 的油样;采用 HIAC8012 油品污染度测试仪器进行检测,得到 14/11 ~ 21/18 梯度污染度等级的油样(共 24 组)分别盛入 500 mL 锥形瓶中,样品颗粒含量如表 2 所示。为保证油样均匀,将所有样品置于超声波振荡器中振荡 8 h 后待用。

表 2 24 组油样颗粒含量

Table 2 Particle concentration of 24 groups of oil samples

序号	污染度等级	粒径/μm			
		>5	>15	>25	>50
1	14/11	97.0	16.0	2.0	0
2	14/13	130.0	49.0	16.5	1.0
3	14/10	155.5	15.5	1.0	0
4	15/11	206.5	17.5	4.0	0.5
5	15/11	302.5	16.0	3.0	0.5
6	15/12	319.0	27.0	3.0	0
7	16/12	366.0	35.5	4.0	0.5
8	16/12	484.0	32.5	2.0	0
9	16/13	597.5	51.0	11.0	0.5
10	17/13	756.0	60.0	6.5	0.5
11	17/13	904.0	61.5	3.0	0
12	17/14	1 226.5	111.5	13.0	0.5
13	18/14	1 556.5	135.0	16.5	0.5
14	18/15	1 951.5	187.0	23.0	1.0
15	19/15	2 560.0	234.0	19.5	0.5
16	19/15	3 000.0	223.0	23.5	2.5
17	19/16	3 805.5	463.5	79.5	7.5
18	19/15	4 528.5	298.5	17.0	0
19	20/16	6 022.5	495.0	40.0	0.5
20	20/16	7 196.0	481.0	24.5	0
21	20/17	9 022.0	855.0	85.0	2.5
22	21/17	12 273.0	1 073.0	80.0	0.5
23	21/18	15 092.0	1 366.5	75.5	0.5
24	21/18	18 352.0	1 861.5	152.5	3.5

北航学报 赠阅

1.2.2　采集运动黏度数据

根据 GB/T 265—1988[18] 采用石油产品运动黏度测定器对预处理好的 24 组不同颗粒含量含铜颗粒油样进行运动黏度测试(40℃),每个油样进行 4 次实验,取 4 次平均值记为该油样的运动黏度值。

2　结果与讨论

对经过 8 h 超声波振荡后的 24 组油样进行 40℃的运动黏度性能指标实验测试,获得不同污染度等级的 24 组油样 40℃运动黏度指标变化如图 1 所示。

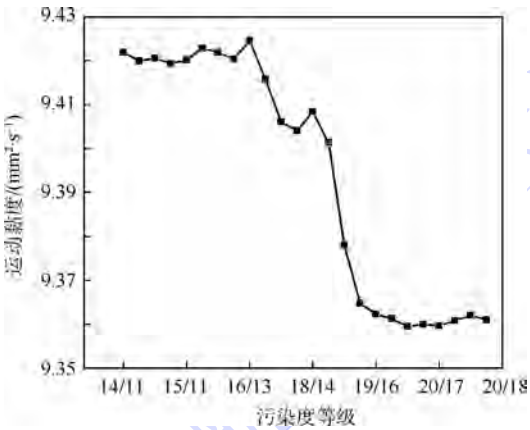


图 1　不同污染度等级油样的运动黏度变化(40℃)

Fig. 1　Kinematic viscosity of oil samples with different pollution degrees(40℃)

由图 1 可见,随着污染度的增加,变压器油的运动黏度整体呈现下降的趋势。这是由于油液的运动黏度由分子间的内摩擦作用产生,含铜颗粒油样是非均相混合流体,属于分散系统,油液为分散介质,铜颗粒为分散相,离散相和连续相的界面有一定的界面张力,分散相的存在使连续相分子间的作用力变弱的缘故。当污染度小于 17/13 等级时,由于污染物颗粒的数量较少,颗粒对油液分子间作用力的影响较小,油液运动时分子间的内摩擦力基本不变,运动黏度数值的变化也就不明显,其数值在 9.42 mm^2/s 左右变化;而当污染度增加至 19/15 等级时,颗粒和油液分子间产生的表面能增强,使得油液分子间的作用力减小、内摩擦力减小,从而导致油液的运动黏度值急剧下降,下降幅度为 0.058 mm^2/s;当油液中的污染度达到 19/15 等级之后,随着污染度的增加,油液运动黏度值趋于稳定,这是因为颗粒和油液分子产生表面能与油液分子间的作用力达到一种动态平衡,油液分子间的内摩擦力相对稳定,从而油液的运动黏度值逐渐趋于平稳。

3　油液运动黏度模型的建立与分析

3.1　模型的构建

为了深入分析不同粒径、含量颗粒污染物对变压器油运动黏度的影响规律,采用 PLS 法和 SVM 法分别建立油中不同粒径、含量的铜颗粒污染物与油样的运动黏度之间的仿真模型。

1) PLS 法在数学模型建模中是一种应用非常广泛的方法。随机选取 24 组油样中的 19 组油样,将 19 组油样的铜颗粒污染物的不同粒径、含量作为 PLS 模型输入变量,测试的对应油样的运动黏度值作为模型输出变量,建立油中颗粒污染物的 PLS 模型;将剩余 5 组油样作为模型的预测集样本,并利用建立的 PLS 模型对剩余 5 组铜颗粒油样的运动黏度数据进行预测。将相关系数(R)和预测均方根误差(RMSE)作为模型的评价指标,模型的相关系数越高,预测均方根误差越小,则所建模型的精度越高。

2) SVM 法是由 Cortes 和 Vapnik[23] 于 1995 年首先提出的一种建模方法。该方法在解决小样本、非线性及高维模式识别问题中具有独特的优势。随机选 24 组油样中 19 组油样来建立油中不同粒径、含量的铜颗粒污染物与油样的运动黏度之间的 SVM 模型,以油样不同粒径、含量的铜颗粒污染物作为模型的输入变量,测试的对应油样的运动黏度值作为模型输出变量,并利用建立的模型对剩余 5 组油样的运动黏度值进行预测。模型的评价指标为 R 和 RMSE,较低的预测均方根误差和较高的相关系数则说明所建模型精度更高。建立的 PLS 模型和 SVM 模型得到的校正集和验证集的预测结果见表 3。

表 3　PLS 模型和 SVM 模型的预测结果

Table 3　Predicted results by PLS and SVM models

模型	校正集		验证集	
	RMSE	R	RMSE	R
PLS	$1.029\,6\times10^{-2}$	0.926 9	$1.465\,7\times10^{-2}$	0.962 9
SVM	$1.502\,5\times10^{-4}$	0.999 3	4.597×10^{-5}	0.962 6

由表 3 知,建立的含铜颗粒油液污染度与运动黏度之间的 PLS 模型和 SVM 模型的相关系数都达到了 0.9 以上,均为有效模型。其中 PLS 模糊模型,校正集和验证集均方根误差分别是 $1.029\,6\times10^{-2}$、$1.465\,7\times10^{-2}$,相关系数分别达到了 0.926 9、0.962 9;建立的 SVM 模糊模型校正集和验证集均方根误差分别是 $1.502\,5\times10^{-4}$、

北航学报 赠阅

4.597×10^{-5},相关系数分别达到 0.999 3、0.962 6;比较 PLS 回归和 SVM 两模型评估参数可知,根据 SVM 法建立的油液运动黏度预测模型均方根误差均小于 PLS 回归预测模型,相关系数相对也有所提高,可以看出 SVM 模型比 PLS 模型的预测值更接近实际值,预测精度更高。PLS 和 SVM 预测值和实测值如图 2 所示(1 ~ 5 为 5 组油样验证集)。

图 2(a)和图 2(b)是验证集的 PLS 和 SVM 模糊模型的预测结果与实测值的比较,可以看出建立的 PLS 回归模糊模型预测值与实测值的误差变化范围为 0.028,而 SVM 模糊模型的预测值基本和实测值吻合,预测值与实测值的误差变化范围为 0.006,能较好地跟踪变压器油运动黏度值的变化;由图 2(c)以及图 2(d)两模型的预测值与实测值关系图中可以看出,PLS 和 SVM 两预测模型的验证集数据均在回归直线附近,预测值与实测值相近,其中 PLS 回归模型相关系数 $R=0.973\ 0$,均方差 RMSE = 0.014 7,偏离率 Bias = −0.010 3,SVM 模型 $R=0.981\ 1$,RMSE = 0.004 4,Bias = −0.002 1;可以看出 SVM 模型的预测准确度更高,说明应用 SVM 模型能够充分利用油液中铜的污染度信息,从而实现含铜变压器油运动黏度性能的检测。

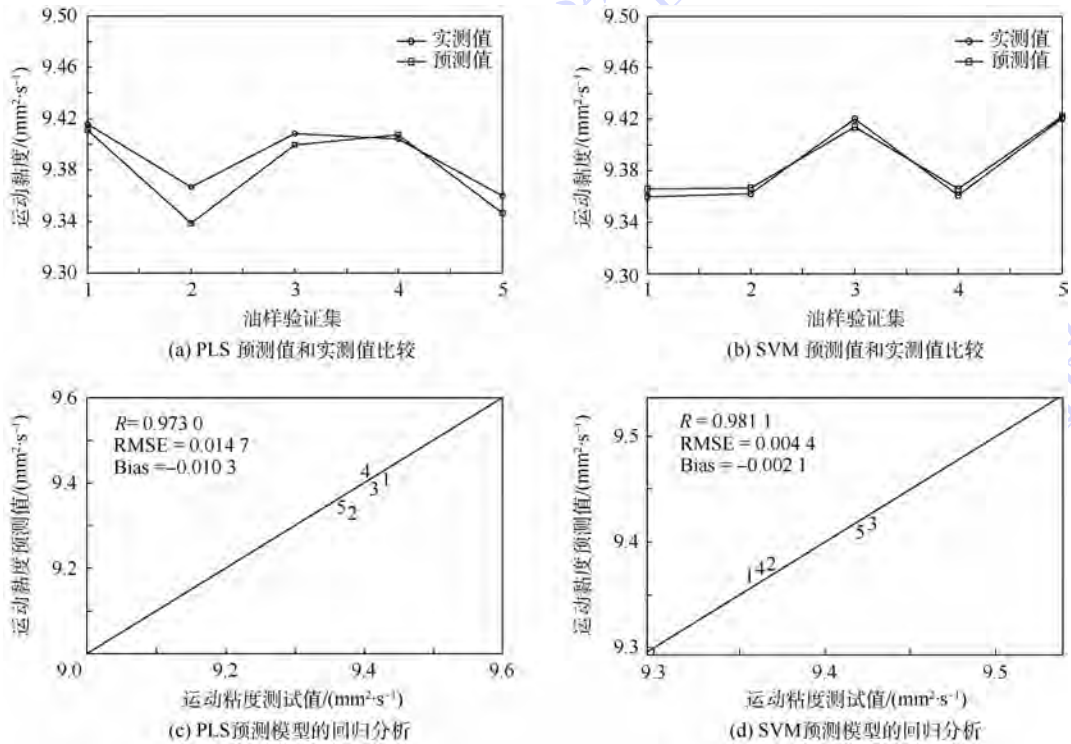


图 2 PLS 和 SVM 预测值和实测值的比较

Fig. 2 Comparison of PLS and SVM predicted and measured values

3.2 铜颗粒污染物对油液运动黏度的影响

根据所建模型获取油液中不同粒径、含量的铜颗粒对油液运动黏度的影响,如图 3 所示。

油液中 5、15 μm 粒径铜颗粒数量变化对油液运动黏度(40℃)影响的情况如图 3 所示,图 3(a)为 15、25、50 μm 粒径铜颗粒含量分别为油样的最小值时,5 μm 粒径铜颗粒含量对油液运动黏度的单因素影响曲线,可以看出油液中 5 μm 粒径铜颗粒对油液运动黏度产生影响的铜颗粒数区间为 4 200 ~ 6 800。在影响区间内颗粒对油液运动黏度的影响呈现出先增大后减小的变化趋势,当 5 μm粒径铜颗粒的数量从 4 200 增加至 5 500 时,油液的运动黏度从 0 开始逐渐增大,并在铜颗粒数量为 5 500 时达到最大值 4.5 mm^2/s,这是因为 5 μm 颗粒数量在此区间内的增加使油液的内摩擦力增大;当 5 μm 粒径铜颗粒的数量从 5 500 继续增加至 6 800 时,油液的运动黏度从 4.5 mm^2/s 逐渐减小为 0。在这个范围外 5 μm 粒径铜颗粒含量对油液的运动黏度影响不大,这是因为铜颗粒和油液分子产生的表面能与油液分子间作用力达到一种动态平衡,油液分子间的内摩擦力相对稳定。

图 3(b)为 5、25、50 μm 粒径铜颗粒含量分别为油样的最小值时,15 μm 铜颗粒含量对油液运动黏度的单因素影响变化,可以看出油液中 15 μm粒径铜颗粒对油液运动黏度产生影响的铜

北航学报 赠阅

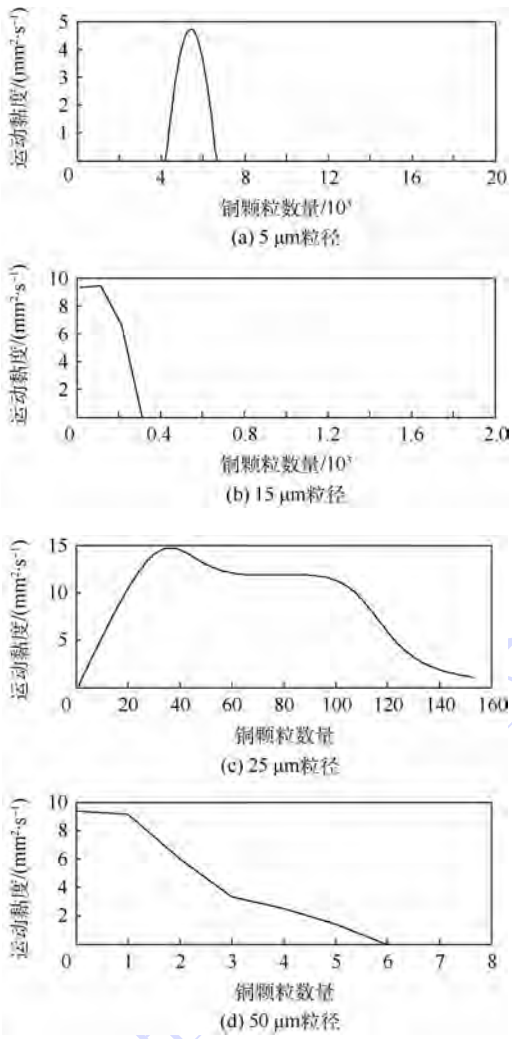


图 3　铜颗粒数量对变压器油液运动黏度(40℃)的影响

Fig. 3　Influence of copper particle numbers on transformer oil kinematic viscosity (40℃)

颗粒数区间为 14 ~ 320。在影响区间内 15 μm 粒径铜颗粒对油液运动黏度的影响程度呈现出先平稳后减小的变化趋势，当 15 μm 粒径铜颗粒的数量从 14 增加至 120 时，油液的运动黏度稳定在 9.3 mm^2/s达到最大值，这是因为此时铜颗粒数量较少，与油液分子产生的表面能较小，油液分子间的内摩擦力基本不变，油液运动黏度与无污染物的油液运动黏度一致；当 15 μm 粒径铜颗粒数量从 120 继续增加至 220 时，油液的运动黏度从 9.3 mm^2/s减小为 6.5 mm^2/s，当 15 μm 粒径铜颗粒数量从 220 继续增加至 320 时，油液的运动黏度从 6.5 mm^2/s 减小为 0，这是因为随着铜颗粒含量的增加，铜颗粒与油液分子间产生的表面能增强，使得油液分子间作用力减小、内摩擦力减小，从而油液的运动黏度减小。在这个范围外 15 μm 粒径铜颗粒含量对油液的运动黏度影响不大。

图 3(c)和图 3(d)所示为油液中 25、50 μm 粒径铜颗粒数量变化对油液运动黏度(40℃)影响的情况。图 3(c)为 5、15、50 μm 粒径铜颗粒含量分别为油样的最小值 97、16、0 时，25 μm 粒径铜颗粒含量对油液黏度的单因素影响变化，可以看出油液中 25 μm 粒径铜颗粒含量对油液运动黏度产生影响的油液铜颗粒数区间为 2 ~ 153。在影响区间内油液的运动黏度值呈现出先增大后减小的变化趋势，当25 μm粒径铜颗粒数量从 2 增加至 40 时，油液的运动黏度从 0 开始逐渐增大，并在铜颗粒数量为 40 时达到最大值为 15 mm^2/s；当 25 μm 粒径铜颗粒数量从 40 继续增加至 153 时，油液的运动黏度从 15 mm^2/s 逐渐减小为1 mm^2/s，这是因为随着铜颗粒数量的增加，铜颗粒粒径较大，其和油液分子产生表面能也大，使得油液分子间作用力减小、内摩擦力减小，因此油液的运动黏度减小。

图 3(d)为 5、15、25 μm 粒径铜颗粒含量分别为油样的最小值时，50 μm 粒径铜颗粒含量对油液运动黏度的单因素影响变化，可以看出油液中 50 μm 粒径铜颗粒对油液运动黏度产生影响的铜颗粒数区间为 0 ~ 6。在影响区间内油液的运动黏度值呈现出先平稳后减小的变化趋势，当 50 μm粒径铜颗粒数量为 1 时，油液的运动黏度达到最大值为 9.5 mm^2/s；当 50 μm 粒径铜颗粒数量从 1 继续增加至 6 时，油液的运动黏度随之减小，由 9.5 mm^2/s 减小为 0，在这个范围外 50 μm 粒径铜颗粒含量对油液的运动黏度影响不大，油液的运动黏度相对稳定。

由图 3 可知，铜颗粒污染物在粒径为 15、25 μm 时，对油液的运动黏度影响较为明显，其数量在 200 以内时，油液运动黏度达到最大值，分别为 9.3、15 mm^2/s。而在粒径为 5 μm 时，油液的运动黏度最大值仅为 4.5 mm^2/s，铜颗粒粒径为 50 μm、数量为 1 时，油液的运动黏度达到最大值为 9.5 mm^2/s，其数量超过 1 油液运动黏度急剧下降，综合以上分析可知铜颗粒污染物粒径在 15 ~ 25 μm 范围内对油液运动黏度的影响较大，且粒径越大，油液运动黏度也越大。

4　结　论

1）由含铜颗粒油液运动黏度的实测结果可知，随着铜颗粒污染度的增加，变压器油的运动黏度值整体呈现出下降的趋势。

2）建立了含铜颗粒油液污染度与运动黏度之间的 SVM、PLS 模型，SVM 模型对验证集进行预测的相关系数和均方根误差分别是 0.962 6、

北航学报 赠阅

4.597×10^{-5}。

3）5 μm 粒径铜颗粒对油液运动黏度的影响呈现出先增大后减小的变化趋势，15 μm 粒径铜颗粒对油液运动黏度的影响呈现出先平稳后减小的变化趋势，25 μm 粒径铜颗粒对油液的运动黏度的影响呈现出先增大后减小的变化趋势，50 μm 粒径铜颗粒对油液运动黏度影响呈现出先平稳后减小的变化趋势。

4）铜颗粒污染物粒径在 15 ~ 25 μm 范围内对油液运动黏度的影响较大，且粒径越大，油液运动黏度也越大。

参考文献（References）

[1] 廖瑞金，周旋，杨丽君，等. 铜对变压器油热老化影响的试验分析[J]. 高电压技术，2010，36(5)：1090-1095.
LIAO R J，ZHOU X，YANG L J，et al. Experimental research on the influence of copper on thermal aging of transformer oil[J]. High Voltage Engineering，2010，36(5)：1090-1095(in Chinese).

[2] KALANTAR A，LEVIN M. Factors affecting the dissolution of copper in transformer oils[J]. Lubrication Science，2008，20(3)：223-240.

[3] 廖瑞金，郝建，杨丽君，等. 变压器油纸绝缘热老化过程中铜类产物生成规律及其危害[J]. 电工技术学报，2012，27(10)：52-59.
LIAO R J，HAO J，YANG L J，et al. Formation laws of copper products and their harms during transformer oil-paper insulation thermal aging process[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2012，27(10)：52-59(in Chinese).

[4] GUNSEL S，LOCKWOOD F E. The influence of copper-containing additives on oil oxidation and corrosion[J]. Tribology Transactions，1995，38(3)：485-496.

[5] VIPPER A B，BALAK G M，PONOMARENKO N A，et al. Catalytic effect of copper on oxidation of petroleum oil with additives[J]. Chemistry & Technology of Fuels & Oils，1988，24(8)：353-356.

[6] KRISHNAMOORTHY P R，VIJAYAKUMARI S，SANKARALINGAM S. Effect of antioxidants and metal deactivator on the oxidation of transformer oil[J]. IEEE Transactions on Electrical Insulation，1992，27(2)：271-277.

[7] AKSHATHA A，KUMAR R，SUNDARA R J，et al. Copper corrosion phenomenon in transformers due to DBDS in mineral transformer oil[C]//2013 IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP). Piscataway，NJ：IEEE Press，2013：826-829.

[8] 郑直. 离子液体萃取光度法测定汞、铜和铁含量的研究[D]. 长春：吉林大学，2011.
ZHENG Z. Study on determination of mercury，copper and iron by lonic liquid extraction coupled with spectrophotometer detection[D]. Changchun：Jilin University，2011(in Chinese).

[9] 杨道武，吴娟娟，袁丹，等. 火焰原子吸收光谱法测定变压器油中的微量铜[J]. 光谱实验室，2013，30(1)：216-219.
YANG D W，WU J J，YUAN D，et al. Determination of micro copper in transformer oil by FAAS[J]. Chinese Journal of Spectroscopy Laboratory，2013，30(1)：216-219(in Chinese).

[10] MA L，CHU X，TIAN S，et al. Progress of applications of infrared spectroscopic techniques in analysis of lubricating oil[J]. Analytical Instrumentation，2010，29(2)：1-4.

[11] 杨琨，周新聪，王超，等. 中红外光谱应用于船用机械油液含水量定量测量的研究[J]. 光谱学与光谱分析，2012，32(5)：1234-1237.
YANG K，ZHOU X C，WANG C，et al. Research on the application of mid-infrared based quantification of water in oil used by marine-borne machines[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis，2012，32(5)：1234-1237(in Chinese).

[12] MA L Z，GU A. A new method based on mid-infrared spectrum and improved partial least square to determine the acid number of used lubricating oil[J]. Lubrication Engineering，2012，37(5)：95-98.

[13] 陈彬，武宏阳，韩超，等. 用中红外光谱法分析含微水绝缘油的黏度[J]. 光子学报，2015，44(6)：119-124.
CHEN B，WU H Y，HAN C，et al. Viscosity of insulating oil with trace water based on the mid-infrared spectral analysis[J]. Acta Photonica Sinica，2015，44(6)：119-124(in Chinese).

[14] 张瑜，吴迪，何勇，等. 基于可见-近红外光谱技术的润滑油酸值无损检测方法研究[J]. 红外，2011，32(12)：39-44.
ZHANG Y，WU D，HE Y，et al. Non-invasive measurement of acid value of lubricant using visible and near infrared spectroscopy[J]. Infrared，2011，32(12)：39-44(in Chinese).

[15] 陈彬，刘阁，张贤明. 连续投影算法的润滑油中含水量的近红外光谱分析[J]. 红外与激光工程，2013，42(12)：3168-3174.
CHEN B，LIU G，ZHANG X M. Analysis on near infrared spectroscopy of water content in lubricating oil using successive projections algorithm[J]. Infrared & Laser Engineering，2013，42(12)：3168-3174(in Chinese).

[16] International Organization for Standardization. Hydraulic fluid power-fluid-method for coding the level of contamination by solid particles：ISO 4406：1999[S] 1999：1-12

[17] 国家标准化管理委员会. 石油计量表：GB/T 1885—1998[S]. 北京：国家质量技术监督局，1998：3-8.
National Standardization Management Committee. Petroleum meter：GB/T 1885—1998[S]. Beijing：National Bureau of Quality and Technical Supervision，1998：3-8(in Chinese).

[18] 国家标准化管理委员会. 石油产品运动黏度测定法和动力黏度计算法：GB/T 265—1988[S]. 北京：国家质量技术监督局，1988：2-6.
National Standardization Management Committee. Determination of kinematic viscosity and dynamic viscosity of petroleum product：GB/T 265—1988[S]. Beijing：National Bureau of Quality and Technical Supervision，1988：2-6(in Chinese).

[19] 国家标准化管理委员会. 石油产品倾点测定法：GB/T 3535—2006[S]. 北京：国家质量技术监督局，2006：4-10.
National Standardization Management Committee. Determination of pour point of petroleum products：GB/T 3535—2006[S]. Beijing：National Bureau of Quality and Technical Supervision，

北航学报 赠阅

2006:4-10(in Chinese).

[20] 国家标准化管理委员会. 石油产品凝点测定法: GB/T 510—1983[S]. 北京:国家质量技术监督局,1983:2-9.
National Standardization Management Committee. Determination of solidification point of petroleum products: GB/T 510—1983 [S]. Beijing: National Bureau of Quality and Technical Supervision, 1983:2-9(in Chinese).

[21] 国家标准化管理委员会. 石油产品闪点测定法: GB/T 261—2008[S]. 北京:国家质量技术监督局,2008:3-7.
National Standardization Management Committee. Determination of flash point of petroleum products: GB/T 261—2008 [S]. Beijing: National Bureau of Quality and Technical Supervision, 2008:3-7(in Chinese).

[22] 石油化学行业标准化管理委员会. 变压器油氧化安定性测定法:SH/T0206—1992[S]. 北京:化学工业出版社,1992:1-6.
Standardization Management Committee of Petroleum Chemistry Industry. Determination of oxidation stability of transformer oil: SH/T 0206—1992 [S]. Beijing: Chemical Industry Press, 1992:1-6(in Chinese).

[23] CORTES C, VAPNIK V. Support-vector networks[J]. Machine Leaning, 1995, 20(3):273-297.

作者简介:

陈彬　男,博士,教授,硕士生导师。主要研究方向:油液污染控制技术。

Tel.: 023-62768316

E-mail: hustchb@163.com

Influence of copper particle pollution on transformer oil kinematic viscosity

CHEN Bin*, HAN Chao, LIU Ge

(Engineering Research Centre for Waste Oil Recovery Technology and Equipment, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: Copper particle pollution in the transformer oil is easy to affect the physical and chemical properties of the oil, and even leads to major accidents. On the basis of ISO4406:1999, 24 groups of samples of different pollution particles containing copper were made up, and the kinematic viscosity (40℃) of the samples was tested; the influence rules were achieved between copper particle pollution and oil kinematic viscosity. A simulation model was established between the different particle sizes, content copper particles in the sample and the kinematic viscosity of oil samples using partial least squares (PLS) method and support vector machine (SVM) method. The influence laws of the different particle sizes and content copper particle pollution on the oil kinematic viscosity were investigated. The results show that the oil kinematic viscosity decreases with the increase of copper particles' pollution degree. Copper particle pollution within the particle size range of 15 – 25 μm has obvious influence on the oil kinematic viscosity, and the oil kinematic viscosity increases with the increase of particle size. The correlation coefficient and root mean square error (RMSE) of the established SVM model are obtained to forecast the validation set, which are 0.962 6 and 4.597×10^{-5}, respectively. This provides a new way to eliminate the experimental error, reduce the influence of artificial factors, and know the copper particle pollution impact on oil kinematic viscosity more accurately.

Key words: transformer oil; copper particle size; pollution degree; kinematic viscosity; partial least squares (PLS) method; support vector machine (SVM) method

Received: 2015-09-23; **Accepted**: 2015-10-19; **Published online**: 2015-10-30 11:04

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151030.1104.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51375516); Chongqing Research Program of Basic Research and Frontier Technology (cstc2016jcyjA0185)

* **Corresponding author**. Tel.: 023-62768316　E-mail: hustchb@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0659

粗糙度对涡轮叶片流动转捩及传热特性的影响

李虹杨[1,2], 郑赟[1,2,*]
(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100083)

摘 要: 为研究表面粗糙度对涡轮叶片流动转捩以及传热特性的影响,在自行开发的CFD程序平台上提出了对γ-Re_θ转捩模型的粗糙度修正方法,并参考平板绕流和涡轮叶栅的实验数据对该方法进行验证。考虑粗糙度效应的影响,对Mark Ⅱ涡轮导叶5411工况进行数值模拟,得到如下结论:表面粗糙度对层流边界层换热系数影响不大,而对湍流边界层则有较大影响,进而显著改变壁面温度分布;与光滑壁面相比,5 μm的等效沙粒粗糙度使吸力面湍流区域壁面温度升高约5.7 K,100 μm粗糙度使壁面温度升高28.4 K,增幅达5%左右;当壁面粗糙度较低时,激波干涉对吸力面边界层的转捩起主导作用,而当粗糙度大于某临界值时,其作用会使转捩位置突然变化,本算例中该临界值近似为150 μm。

关 键 词: 粗糙度; 转捩; 涡轮; 间歇因子; 边界层
中图分类号: V211.3
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2038-10

现代先进航空发动机为追求卓越性能,涡轮前燃气温度不断提高,甚至已经远远超过了金属材料的熔点,这对涡轮叶片的冷却设计提出了更高的要求[1]。对涡轮内部流动状态及传热特性的准确预测是高效冷却设计的前提,因此对相关流动机理、影响因素以及变化规律的研究十分重要。涡轮叶片的传热特性通常受到压力分布、尾迹干涉、边界层转捩、流动分离、壁面曲率、二次流等因素的影响[2],而表面粗糙度也是重要影响因素之一。

发动机的涡轮部件工作环境十分恶劣,积垢、氧化、侵蚀等多重效应的作用[3]可能使涡轮叶片表面的粗糙度达到"过渡粗糙"或者"完全粗糙"数量级[4],其影响主要体现在2个方面[5]:一方面,能改变湍流边界层的阻力系数和传热系数,直接影响气动及传热特性;另一方面,壁面粗糙度可能对边界层的流动状态,如层流到湍流的转捩、流动分离等产生影响,间接影响叶片的传热特性。

Taylor[6]利用表面光度仪对航空发动机涡轮叶片进行测量,认为典型的粗糙高度为1~12 μm。Bons等[7]对近100个使用期内的不同尺寸的涡轮部件进行研究,指出在叶片中截面处的平均粗糙高度可达到37 μm。Barlow[8]和Hosni[9]等对平板的传热性能进行实验研究,结果表明特定的表面粗糙度使平板热传导系数增加了120%。Abuaf等[10]的实验发现随着表面粗糙度的增加,转捩发生的更早并且湍流边界层具有更高的热传导系数。Bunker[11]研究了最大粗糙高度为27.8 μm的跨声速叶栅流动,结果表明与自由流湍流度相比,表面粗糙度对转捩的影响占主导作用。Boyle等[12]和Blair[13]也对粗糙壁面的涡轮叶栅进行了研究。

表面粗糙度对边界层转捩有重要影响,模拟粗糙壁面的流动首先要准确预测转捩,这对数值模拟方法提出了新的挑战。与实验研究相比,已公开发表的数值模拟方面的研究成果相对较少。Stripf等[14-15]做出开创性工作,提出基于粗糙单元

收稿日期: 2015-10-13; **录用日期**: 2016-01-15; **网络出版时间**: 2016-01-18 15:37
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160118.1537.002.html
* **通讯作者**: Tel.: 010-82338753 E-mail: zheng_yun@buaa.edu.cn

引用格式: *李虹杨, 郑赟. 粗糙度对涡轮叶片流动转捩及传热特性的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2038-2047. LI H Y, ZHENG Y. Effect of surface roughness on flow transition and heat transfer of turbine blade [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2038-2047 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

高度的转捩起始位置经验公式,并结合离散单元粗糙度(discrete element roughness)模型[16-17]与双层 k-ε(two layer k-ε)模型(k 为湍动能,ε 为湍动能耗散率),模拟了粗糙壁面的边界层转捩。Boyle 和 Stripf[18]针对不同的粗糙单元的几何形状提出一种新的表面等效沙粒粗糙度计算方法,并利用涡轮叶栅的实验结果进行了验证。Lorenz 等[19]基于 Stripf[14-15]的工作改进了粗糙度准则公式,使结果与实验值符合得更好。另一方面,Hellsten 和 Seppo[20]、Aupoix[21]以及 Bellucci 等[22]对基于 k-ω Shear Stress Transport(SST)两方程模型的壁面粗糙度修正法进行研究,但这些方法不能对边界层转捩进行有效预测。

本文在 Hellsten 和 Seppo[20]及 Stripf 等[14]工作的基础上,提出了针对 γ-Re_θ 转捩模型[23]的表面粗糙度修正方法(γ 为间歇因子,Re_θ 为边界层的转捩动量厚度雷诺数):一方面,采用新的适用于粗糙表面的边界条件,以模拟粗糙表面对湍流边界层的影响;另一方面,改进模型中的经验关联函数,使模型适用于预测粗糙表面流动的转捩预测。利用粗糙平板的风洞试验数据和某低压涡轮叶栅实验数据对模型进行验证,并用该模型对粗糙壁面的 Mark Ⅱ涡轮叶栅的流动进行数值模拟,研究粗糙度对边界层转捩及壁面传热特性的影响。

1　数值方法

1.1　γ-Re_θ 转捩模型

γ-Re_θ 转捩模型由 Langtry 和 Menter[23]提出,该模型有两个输运方程,分别是转捩起始位置的边界层动量厚度雷诺数($\tilde{R}e_{\theta t}$)的输运方程和间歇因子(γ)的输运方程。其中 $\tilde{R}e_{\theta t}$ 的输运方程为

$$\frac{\partial(\rho\tilde{R}e_{\theta t})}{\partial t}+\frac{\partial(\rho U_j\tilde{R}e_{\theta t})}{\partial x_j}=P_{\theta t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\sigma_{\theta t}(\mu+\mu_t)\frac{\partial\tilde{R}e_{\theta t}}{\partial x_j}\right] \tag{1}$$

式中:ρ 为密度;t 为时间;U_j 和 x_j 分别为张量表示的速度分量和坐标分量;$P_{\theta t}$ 为源项,详细表达式参见文献[23];μ 为层流涡黏性系数;$\sigma_{\theta t}=2.0$ 为常数。

$P_{\theta t}$ 作用是使边界层外的 $\tilde{R}e_{\theta t}$ 等于 $Re_{\theta t}$,而边界层内的 $\tilde{R}e_{\theta t}$ 从边界层外扩散得到。γ-Re_θ 转捩模型的另一个输运方程,即间歇因子 γ 的输运方程表达式为

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho\gamma U_j)}{\partial x_j}=\frac{1}{Re}\cdot\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_\gamma\mu_t)\frac{\partial\gamma}{\partial x_j}\right]+P_\gamma-E_\gamma \tag{2}$$

式中:P_γ 为控制间歇因子增长的源项;$\sigma_\gamma=1.0$ 为常数;E_γ 为破坏项,详细的表达式参见文献[23]。

通过式(1)和式(2)两个输运方程,可以得到流场中间歇因子的分布,还需要与湍流模型相结合才能模拟转捩过程。Langtry 和 Menter 推荐 k-ω SST 模型,即用间歇因子来修正湍动能 k 的输运方程的生成项、破坏项和混合函数[23-24]。

1.2　表面粗糙度修正方法

一方面,为了考虑表面粗糙度对湍流边界层的影响,Hellsten 和 Seppo[20]提出了对 k-ω SST 模型的粗糙度修正方法。通过对壁面处湍动能 k 和比耗散率 ω 的修正来模拟粗糙度的影响,具体方法如下:

$$\omega_w=\frac{u_\tau^2}{\nu}S_R \tag{3}$$

式中:ω_w 为壁面位置的湍动能比耗散率;$u_\tau=\sqrt{\tau_w/\rho}$ 为摩擦速度,τ_w 为壁面剪切应力;ν 为运动黏性系数;S_R 为无量纲系数,其定义为

$$S_R=\begin{cases}(50/k_s^+)^2 & k_s^+\leqslant 25\\ 100/k_s^+ & k_s^+>25\end{cases} \tag{4}$$

式中:k_s^+ 为无量纲的表面沙粒粗糙度,其定义为

$$k_s^+=\frac{u_\tau k_s}{\nu} \tag{5}$$

式中:k_s 为表面等效沙粒粗糙度,以下简称为表面粗糙度。

为准确模拟边界层内的流动,还需要在 k-ω SST 模型的涡黏性表达式中增加一个掺混函数 F_3,具体表达式参见文献[20]。

另一方面,为考虑表面粗糙度对边界层转捩位置的影响,Stripf 等[14,25]重新定义了一个粗糙表面的转捩动量厚度雷诺数 $Re_{\theta t_Rough}$,该变量与等效沙粒粗糙度 k_s 和边界层的位移厚度 δ^* 有关,其表达式为

$$Re_{\theta t_Rough}=\begin{cases}Re_{\theta t} & k_s/\delta^*\leqslant 0.01\\ \left[\dfrac{1}{Re_{\theta t}}+0.0061f_\Lambda\left(\dfrac{k_s}{\delta^*}-0.01\right)^{f_{\sigma_{Tu}}}\right]^{-1} & k_s/\delta^*>0.01\end{cases} \tag{6}$$

式中:函数 f_Λ 用于描述粗糙单元几何结构,即形状、排列规律等的影响,而本文未考虑这些影响因素,令 $f_\Lambda=1$;$f_{\sigma_{Tu}}$ 为当地自由流湍流的函数,其定义为

$$f_{\sigma_{Tu}}=\max[0.9;1.61-1.15\exp(-\sigma_{Tu})] \tag{7}$$

式中:σ_{Tu} 为当地湍流度。

1.3　考虑粗糙度影响的转捩模型

首先,模型要考虑表面粗糙度对湍流边界层的影响,表面粗糙度会对转捩位置之后的湍流边界层产生直接的影响,如改变边界层内部的湍动

能和涡粘性系数。γ-Re_θ 转捩模型对湍流边界层的计算方法与常规湍流模型是近似一致的,因此 Hellsten 和 Seppo[20] 的边界条件修正方法同样适用。本文将该方法引入到 γ-Re_θ 转捩模型中,模拟的边界层转捩点后湍流边界层区域内的阻力系数与 Mills-Hang 的经验公式[20] 符合得很好。

粗糙表面流动转捩预测的另一个重要问题就是模拟表面粗糙度对转捩位置的影响。原始 γ-Re_θ 模型中的经验关联公式均是基于光滑平板低速绕流实验数据拟合得到的,而其中最为重要的是起始位置边界层转捩动量厚度雷诺数与当地湍流度、速度梯度、压力梯度等的经验关联公式。考虑表面粗糙度的影响,对该公式进行改写,使模型具备预测粗糙表面流动转捩的预测能力是可行的。

Stripf 等[14] 提出的经验公式已经给出了一个基于实验数据拟合得到的转捩动量厚度雷诺数与表面等效沙粒粗糙度的关系式(式(6)和式(7)),但该关系式与 γ-Re_θ 转捩模型中的经验关联公式不同,式(6)中的边界层位移厚度和转捩动量厚度是全局变量,进行数值模拟时需要进行积分求解。为克服这个问题,本文引入流场当地位移厚度,重新建立形如式(6)和式(7)的表达式,并与 γ-Re_θ 转捩模型中的输运方程相结合,进而得到粗糙表面转捩动量厚度雷数 $Re_{\theta t_Rough}$ 的分布,值得注意的是,这里的 δ^* 与 $Re_{\theta t}$ 均为流中的当地变量,与 Stripf 等[14] 的公式中的变量含义不同。下面介绍当地变量位移厚度 δ^* 的计算方法,γ-Re_θ 模型的公式中转捩动量厚度需要进行迭代求解,将 $Re_{\theta t}$ 的定义式(8)带入经验关联式(9),可见等号两端均含有转捩动量厚度 θ_t,需要通过简单的迭代方法进行求解。

$$Re_{\theta t} \equiv \frac{\rho \theta_t U}{\mu} \tag{8}$$

$$Re_{\theta t} = G(\sigma_{Tu}) F(\lambda_\theta) \tag{9}$$

式中:U 为流场当地速度;$G(\sigma_{Tu})$ 和 $F(\lambda_\theta)$ 为 γ-Re_θ 模型中的公式,具体表达式参见文献[23]。

得到流场中转捩动量厚度 θ_t 后,需要估算出位移厚度 δ^*,本文通过算例验证,采用了计算简便的湍流边界层速度剖面的 N 次方定律[26] 来求解。

$$\frac{\delta^*}{\delta} = \frac{1}{1+n} \tag{10}$$

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{n}{(1+n)(2+n)} \tag{11}$$

式中:θ 为边界层动量厚度,δ 为边界层厚度,n 取为 7。得到边界层位移厚度 δ^* 之后,结合公式(6)即可得到流场中 $Re_{\theta t_Rough}$ 的分布。

Langtry 和 Menter[23] 的 γ-Re_θ 转捩模型以及上述修正方法在自行开发的 CFD 程序 HGFS 上实现,程序的介绍及应用情况可参见文献[27-30]。

2 模型的验证

首先,参照 Wang[31] 和 Pinson[32] 等的风洞试验数据,对粗糙平板的转捩流动进行验证。分别选择了光滑壁面以及表面等效沙粒粗糙度 k_s 分别为 150 μm 和 400 μm,来流湍流度 $\sigma_{Tu\infty}$ 在 0.5% ~ 5.2% 的工况进行数值模拟,如表 1 所示。

湍流边界层热传导系数一般远高于层流边界层,因此传热特性曲线可以明显地反映出转捩位置,计算得到的 Stanton 数与实验值的对比如图 1 所示,图中横坐标 Re_x 表示当地位置的雷诺数,曲线表示数值模拟的结果,空心三角符号表示光滑表面的实验结果,实心符号(圆点、正方形、菱形)表示相对应的粗糙表面的实验结果。可以看出对于不同表面粗糙度和来流湍流度的情况,本文模型所预测的转捩位置均与实验值符合得很好,但在较高表面粗糙度情况下,如 k_s = 400 μm,预测的转捩区长度比实验结果稍短。

其次,为验证本文的方法与模型在复杂流动情况中的适用性,选择某高压涡轮导叶(HPTV)算例进行验证,对应的实验由德国 Karlsruhe 大

表 1 粗糙平板算例的计算参数

Table 1 Calculation parameters for rough flat plate cases

算例	U_∞/(m·s^{-1})	Re_∞/(10^5 m)	$\sigma_{Tu\infty}$/%	k_s/μm
1S	8.6	5.8	0.5	(光滑)
2R	8.6	3.1	0.5	150
3R	7.0	3.1	1.4	400
4R	4.6	3.1	5.2	400

注:S,R—光滑壁面、粗糙壁面的算例;U_∞—来流速度;Re_∞—来流雷诺数。

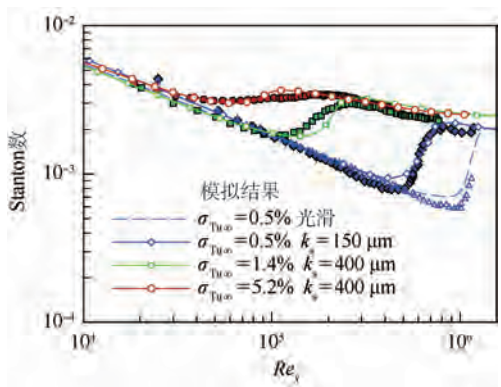


图 1 粗糙平板传热系数与实验值的对比

Fig. 1 Comparison between heat transfer coefficient on rough flat plate and experimental data

北航学报 赠阅

学[33]完成。弦长 $c=93.95$ mm，来流雷诺数 $Re_\infty=1.4\times10^5$，来流湍流度 $\sigma_{Tu\infty}=3.5\%$。不同表面粗糙度参数如表 2 所示。

表 2　HPTV 算例的表面粗糙度参数

Table 2　Surface roughness parameters for HPTV case

粗糙表面算例	k_s/μm
光滑表面	0
HPTV_20a	72
HPTV_40b	129
HPTV_70	238

注：HPTV_20a，HPTV_40b，HPTV_70—粗糙表面实验工况代号。

计算采用如图 2 所示二维非结构网格，单元总数为 24 000，壁面附近进行加密处理，保证最大 $y^+<0.8$，从局部视图来看，前缘和尾缘均有较高的网格分辨率，经过网格无关性验证，此网格满足计算要求。

图 3 是数值模拟的 HPTV 叶片表面传热特性曲线与实验值的对比，s 为吸弧长（图中所示为叶片吸力面），Nu_c 为努赛尔数，其定义为

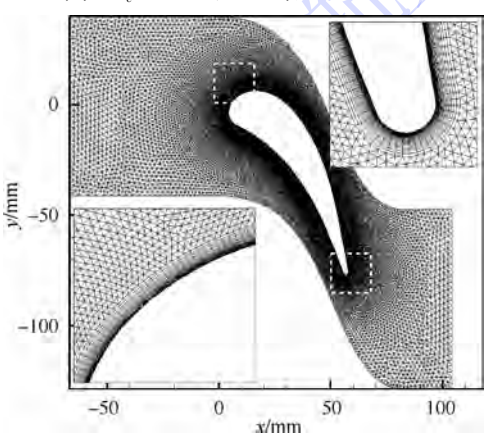


图 2　HPTV 算例的网格

Fig. 2　Computational grid for HPTV case

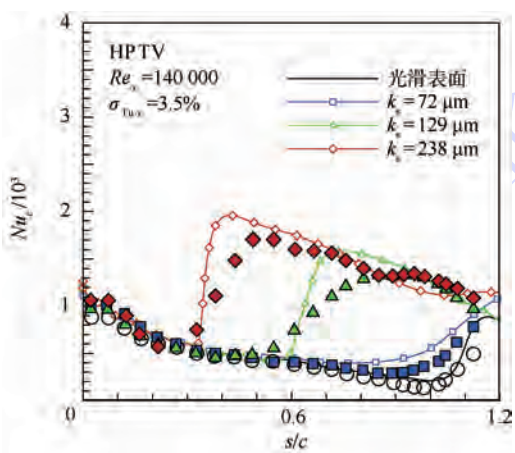


图 3　粗糙表面涡轮叶片的传热系数

Fig. 3　Heat transfer coefficient of turbine vane with rough surface

$$Nu_c=\frac{hc}{\lambda}=\frac{q}{T_{t_inlet}-T_w}\cdot\frac{c}{\lambda} \tag{12}$$

式中：λ 为恒定的热传导系数[33]，本算例中 $\lambda=0.03$ W/(m·K)；T_{t_inlet} 为进口总温；T_w 为叶片表面温度。图 3 中带标记的实线表示不同表面粗糙度条件下的计算结果，而相应的实心符号则表示该条件下的实验结果。从图 3 中可以看出本文模型预测的 Nu_c 幅值与变化规律与实验符合得很好；对光滑壁面的转捩预测比较准确，对于 $k_s=72$ μm的工况预测的转捩位置与转捩区长度也与实验结果接近；$k_s=129$，238 μm 的粗糙度下，预测的转捩位置与实验值接近，但转捩区长度较短，与实验值有一定差别。总体来看，本文模型对涡轮叶栅中表面粗糙度诱导的边界层转捩流动有较为理想的预测精度。

3　计算结果与分析

利用本文模型对内冷涡轮导叶 Mark Ⅱ 的 5411 工况[34]进行流/热耦合数值模拟，研究粗糙壁面对其流动及传热性能的影响。

3.1　光滑壁面条件下的验证

HGFS 程序中流/热耦合计算处理方法为流体域、固体域分别求解，在边界进行信息耦合，Mark Ⅱ 涡轮导叶是验证流/热耦合计算程序的经典算例，其 5411 工况主要进出口边界条件如表 3 所示。

计算采用图 4 所示的二维非结构网格，其中流体域单元总数为 87 000，计算得到的 y^+ 在 0.4～0.9 范围内，固体域单元总数为 12 000。

表 3　Mark Ⅱ 导叶 5411 工况的边界条件

Table 3　No. 5411 boundary condition of Mark Ⅱ turbine vane

T_{t_inlet}/K	p_{t_inlet}/Pa	σ_{Tu_inlet}/%	p_{outlet}/Pa
788	337 000	6.5	169 850

注：p_{t_inlet}—进口总压；σ_{Tu_inlet}—进口湍流度；p_{outlet}—出口静压。

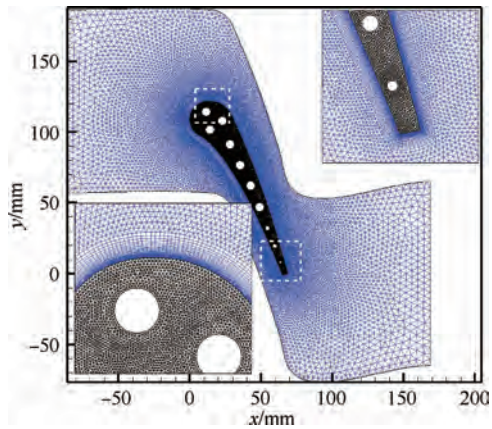
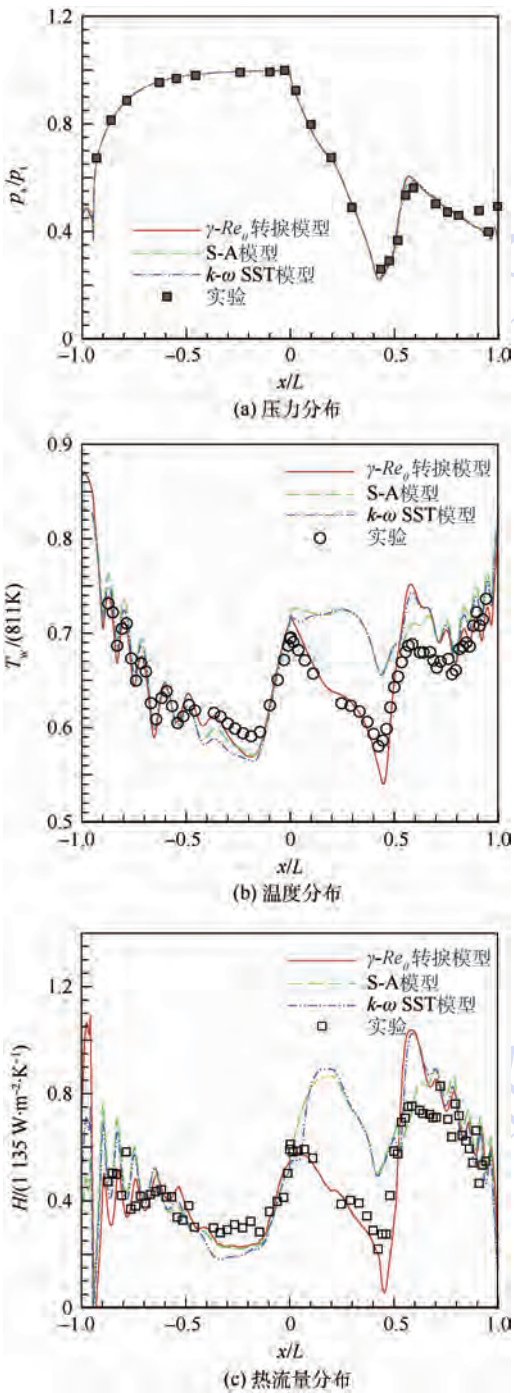


图 4　Mark Ⅱ 导叶计算网格

Fig. 4　Computational grid for Mark Ⅱ turbine vane

北航学报 赠阅

分别利用 S-A 模型、k-ω SST 模型以及 γ-Re_θ 转捩模型对 Mark II 叶片(光滑壁面)的流动进行数值模拟,计算得到的压力、温度和热流量的分布如图 5(a) ~ 图 5(c)所示。L 为轴向弦长,横坐标 0 代表前缘点,左侧(即 $x/L<0$ 的范围)表示吸力面,右侧表示压力面,图 5 ~ 图 9 均采用相同的表示方法。不同模型计算得到的壁面压力分布近似一致,且均与实验值符合得很好。而温度分布则有较大的差别,主要原因在于 S-A 与 k-ω SST 等全湍流模型的结果中转捩是非物理的,且极容易发生,所预测的转捩位置通常远远早于真实情况,从图 5(b)和图 5(c)的结果来看这 2 个模型模拟的边界层在叶片吸力面几乎从前缘点就已经转捩,导致 0 ~ 50% 轴向弦长(以下简称为弦长)壁面温度偏高。γ-Re_θ 模型预测的转捩位置与实验结果非常接近,转捩点约在 50% 弦长位置,转捩点之后的位置有一定的"过调"现象,但壁面的温度和热流量的分布总体与实验值符合得很好。



p_s—叶片表面压力;p_t—来流总压;H—叶片表面热流量。

图 5 光滑壁面条件下的验证

Fig. 5 Verification in smooth surface condition

利用 γ-Re_θ 转捩模型数值模拟得到的流场如图 6 所示,其中图 6(a) ~ 图 6(c)分别为温度(T)云图、马赫数(Ma)云图以及间歇因子(γ)云图。

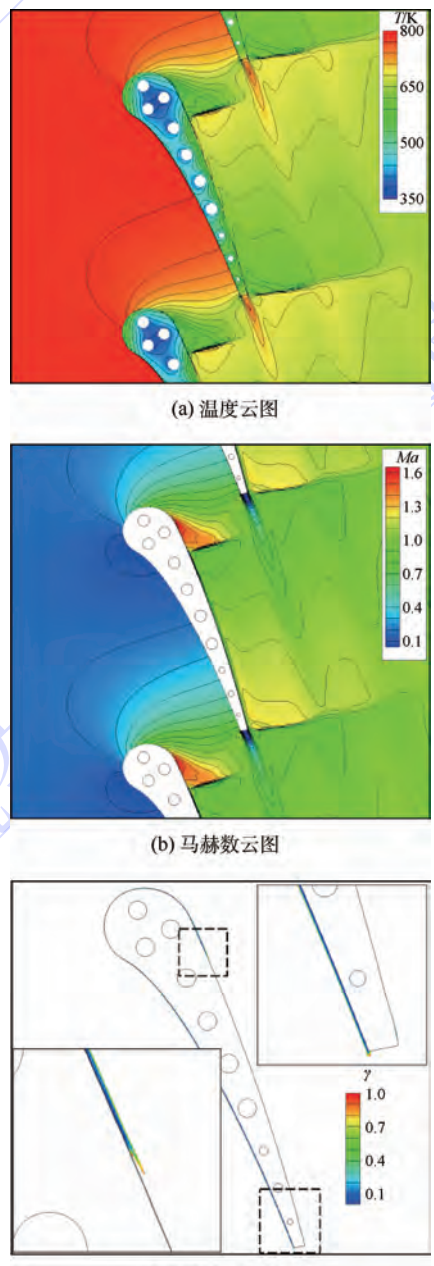


图 6 利用 γ-Re_θ 模型数值模拟得到的流场

Fig. 6 Numerical simulated flow field by γ-Re_θ model

北航学报 赠阅

由于叶片内部马赫数为 0，因此图 6(b)中并未示出(以白色背景代替)，与之类似，图 6(c)中只显示了流场中边界层内间歇因子的分布，在叶片内部间歇因子为 0，而流场广阔区域内该值的分布接近于 1。从图 6(a)和图 6(b)中可以清晰看出叶片吸力面的激波，结合图 6(c)间歇因子的分布可以看出，激波位置之前，吸力面边界层为层流流动，激波之后转变为湍流；而压力面边界层始终为层流，只有在尾缘点(方形尾缘)才转变为湍流。

3.2　粗糙壁面对流动及传热的影响

保证其他边界条件与来流参数均与 3.1 节 Mark Ⅱ 5411工况相同，只增加壁面粗糙度的影响，数值模拟的温度分布曲线如图 7 所示，图中列出了光滑壁面以及叶片表面粗糙度 $k_s = 5 \sim 100\ \mu m$ 的计算结果。其中：图 7(a)为全局视图，图 7(b)和图 7(c)分别为吸力面、压力面虚线方框内的局部放大视图。图 8 为粗糙度 $k_s = 100 \sim 175\ \mu m$ 的壁面温度分布，图 9 为边界层内间歇因子分布。

从图 7(a)可以看出，在 5 ~ 100 μm 范围内，粗糙度不同的壁面计算得到的温度分布呈现较为一致的规律；压力面 0 ~ 20% 弦长以及吸力面 0 ~ 50% 弦长的温度分布几乎不受粗糙度的影响，压力面 20% 弦长到尾缘的范围内受到的影响较小，而吸力面 50% 弦长以后的位置受表面粗糙度影响较大。

从图 7(b)中的温度分布曲线来看，与光滑壁面相比，粗糙度为 5 μm 的壁面使该区域壁面相对温度，即 $T_w/(811\text{K})$ 升高了约 0.007，绝对温度升高约 5.7 K，而粗糙度为 100 μm 的壁面使相对温度升高约 0.035，绝对温度升高 28.4 K，增幅约为 5%。在图 7(c)中，100 μm 的壁面粗糙度使压力面相对温度升高约 0.023，绝对温度升高 18.7 K，增幅小于吸力面湍流区。从上述结果中可以得到如下结论：

1) 随着表面粗糙度的增加，湍流边界层换热效果有较大幅度增强，导致壁面温度升高，而完全层流边界层区域内的壁面温度保持不变，如图中 $x/L = -0.2 \sim 0.5$ 的区间内所示。

2) 湍流边界层内，随着表面粗糙度的增加，温度的变化规律并不是线性的，粗糙度越大其影响效果越弱，即随着粗糙度的逐渐增大，温度增加的幅度在逐渐减小，热流量也体现相同的规律。

3) 从边界层内间歇因子分布(见图 9)来看，$k_s = 5 \sim 100\ \mu m$ 范围内叶片压力面并未发生转捩，边界层为层流，但表面粗糙度对压力面 20% 弦长到尾缘的区域也有一定影响，说明该区域的边界层呈现出一定的湍流脉动特性。

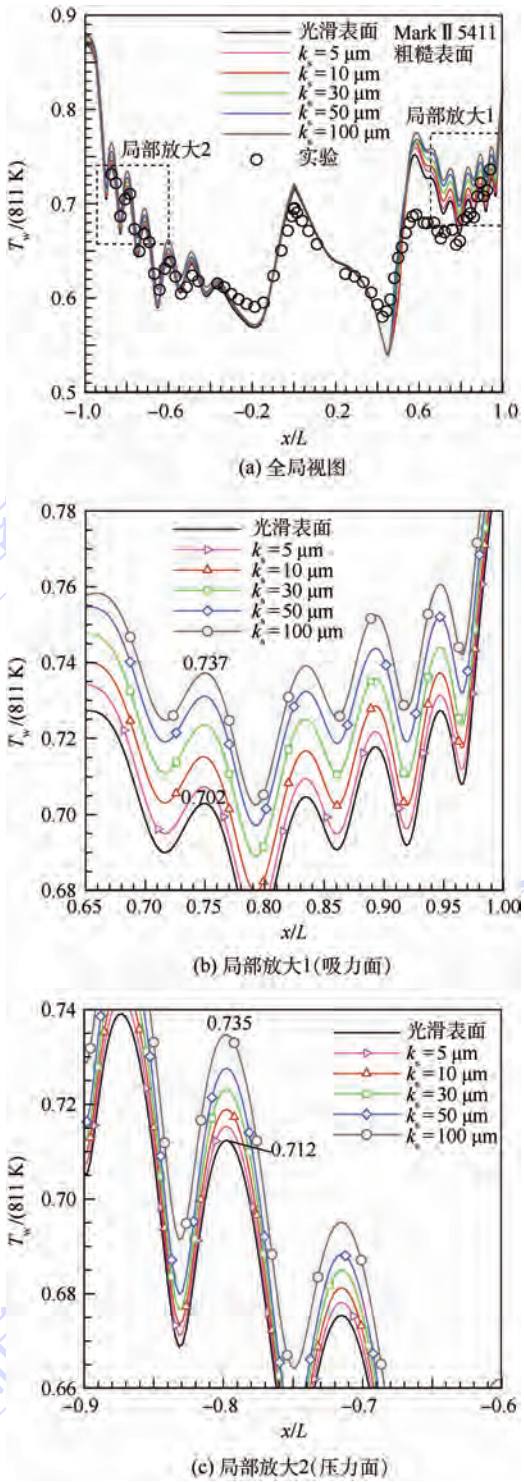
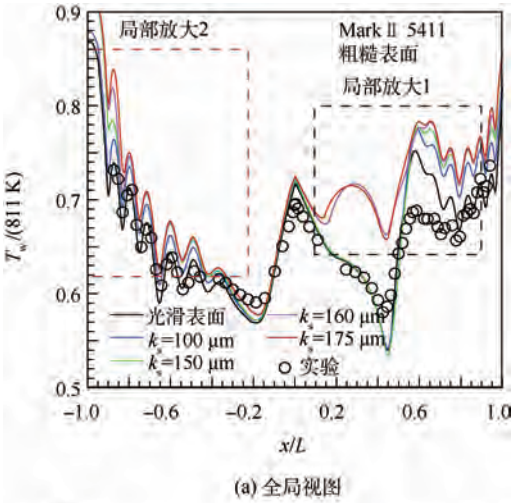


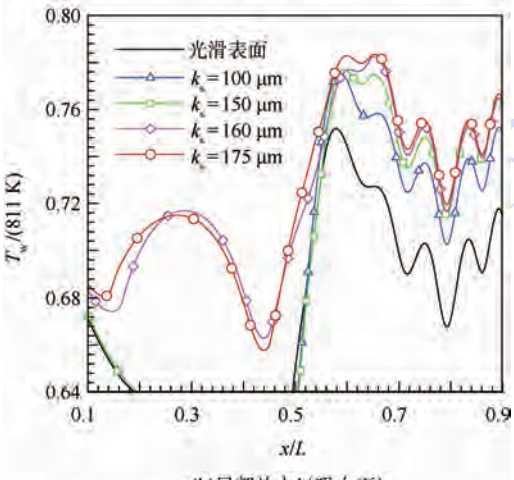
图 7　不同壁面粗糙度条件下的温度分布($k_s = 5 \sim 100\ \mu m$)

Fig. 7　Distribution of wall temperature in different surface-roughness conditions ($k_s = 5 - 100\ \mu m$)

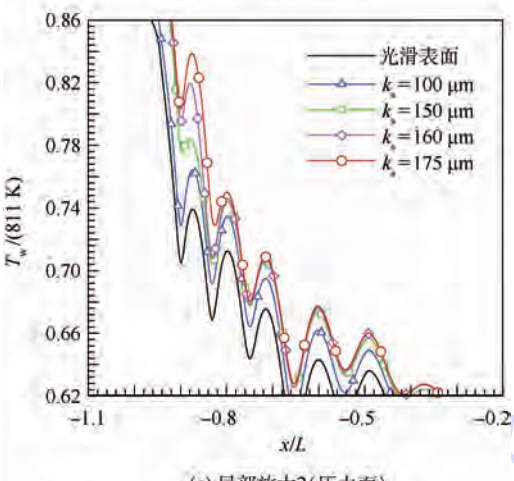
从图 8 可以看出 k_s 为 100 μm 和 150 μm 时温度曲线仍与图 7 有相同的变化规律，即图 8(b)中湍流边界层内壁面温度进一步升高；当 k_s 增加到 160 μm时，温度分布曲线出现较大变化，吸力面 15% ~ 50% 弦长范围内温度大幅增加，由原来的低谷区变成新的峰值区。结合图 9 中间歇因子的分布可以看出，k_s 增加到 160 μm 时吸力转捩位置



(a) 全局视图



(b)局部放大1(吸力面)



(c) 局部放大2(压力面)

图 8 不同壁面粗糙度条件下的温度分布
(k_s = 100 ~ 175 μm)

Fig. 8 Distribution of wall temperature in different surface-roughness conditions (k_s = 100 – 175 μm)

由 50% 弦长处前移到 15% 弦长附近,转捩位置之后的边界层由层流变为湍流,换热能力的增强使壁面温度显著升高。

图 8(c)中,当 k_s 增加到 150 μm 以上时,压力面温度分布曲线在 80% ~90% 弦长位置增加幅度较大,从图 9 可以看出,较高的壁面粗糙度使压力面边界层也发生了转捩。

边界层内间歇因子的分布如图 9 所示,在压力面 k_s = 5 ~ 50 μm 和 k_s = 100 μm 的分布曲线几乎完全重合,图例中 k_s = 5 ~ 50 μm 的曲线用不同类型的虚线表示,而 $k_s \geqslant 100$ μm 的曲线用带有符号的实线表示。间歇因子的分布能直观地反映出边界层的转捩情况:

1) 对于吸力面,k_s = 5 ~ 150 μm 范围内,边界层转捩位置均在 50% 弦长附近;当 k_s 增加到 160 μm时,转捩位置前移到 15% 弦长附近,而当 k_s 继续增加到 175 μm 时,转捩位置略有提前。

2) 对于压力面,k_s = 5 ~ 100 μm 范围内,转捩发生在尾缘点,即整个吸力面均为层流流动;当 k_s 增加到 150 μm 时,转捩位置前移到 90% 弦长,且当 k_s 继续增到 160 μm 和 175 μm 时,转捩位逐渐前移到 85% 和 80% 弦长附近。即压力面的转捩首先发生在尾缘,且随着粗糙度的增加转捩位置逐渐前移。

3) 对比 k_s 为 150、160 和 175 μm 的结果可以看出吸力面转捩位置的变化并不是线性的,与第 2节验证算例中 HPTV 涡轮叶片的结果不同。这是因为 Mark Ⅱ吸力面的转捩是由激波边界层干涉的诱导而发生的,当壁面粗糙度较小时,激波对转捩的作用效果为主导,只有当粗糙度大于某临界值时,其较强的影响效果才会使转捩点发生变化,本算例中该临界值近似为 150 μm。

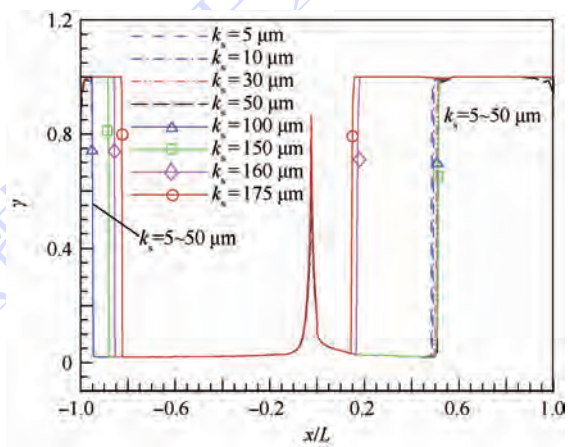


图 9 边界层内间歇因子分布

Fig. 9 Distribution of intermittency factor in boundary layer

4 结 论

在内部 CFD 程序 HGFS 中对 γ-Re_θ转捩模型进行改进,使该模型能够预测粗糙壁面的转捩流动。利用本文模型对 Mark Ⅱ涡轮导叶的流动进行数值模拟,得到如下结论:

北航学报 赠阅

1）随着表面粗糙度的增加，叶片层流边界层换热系数变化不大，而湍流边界层换热系数有较大幅度增加，进而导致壁面温度升高。且随着表面粗糙度的增加，温度和热流量的变化规律并不是线性的，粗糙度越大其影响效果越弱。

2）在叶片吸力面边界层为湍流的区域，与光滑壁面相比，等效沙粒粗糙度为 5 μm 的壁面使该区域温度升高约 5.7 K，而粗糙度为 100 μm 的壁面使温度升高 28.4 K，增幅达 5% 左右。

3）粗糙度对叶片吸力面转捩位置的影响不是线性的，当粗糙度大于某一临界值时转捩位置发生突变。吸力面边界层转捩是由激波边界层干涉诱导而产生的，当粗糙度较低时（k_s < 100 μm），激波的作用效果为主导，只有当粗糙度大于某临界值时才会对转捩产生影响，本算例中该临界值近似为 150 μm。

4）光滑壁面以及较低粗糙度（k_s < 100 μm）范围内，压力面边界层均为层流，当粗糙度增大到 150 μm 时，压力面的转捩首先发生在尾缘，且随着粗糙度的增加转捩位置逐渐前移。

本文对 γ-Re_θ 模型的修正方法在一定粗糙度范围内得到了规律比较一致的结果，且预测的温度、热流量、转捩位置等参数的变化趋势与真实流动情况相符，但仍需要更为充分的实验数据对该方法进行验证与完善，这是下一步需要进行的工作。

参考文献（References）

[1] BUNKER R S. A review of shaped hole turbine film-cooling technology [J]. Journal of Heat Transfer, 2005, 127 (4): 441-453.

[2] YEH F C, STEPKA F S. Review and status of heat-transfer technology for internal passages of air-cooled turbine blades: NASA-TP-2232 [R]. Washington, D. C: NASA, 1984.

[3] 李本威，李冬，沈伟，等. 涡轮叶片粗糙度对其性能衰退的影响研究[J]. 航空计算技术，2009，39(5)：26-29.
LI B W, LI D, SHEN W, et al. Research on turbine lamina roughness influence on its performance declination [J]. Aeronautical Computing Technique, 2009, 39 (5): 26-29 (in Chinese).

[4] BOGARD D G, SCHMIDT D L, TABBITA M. Characterization and laboratory simulation of turbine airfoil surface roughness and associated heat transfer [J]. Journal of Turbomachinery, 1998, 120(2): 337-342.

[5] BONS J P. A review of surface roughness effects in gas turbines [J]. Journal of Turbomachinery, 2010, 132(2): 021004.

[6] TAYLOR R P. Surface roughness measurements on gas turbine blades[J]. Journal of Turbomachinery, 1990, 112(2): 175-180.

[7] BONS J P, TAYLOR R P, MCCLAIN S T, et al. The many faces of turbine surface roughness [J]. Journal of Turbomachinery, 2001, 123(4): 739-748.

[8] BARLOW D N, KIM Y W, FLORSCHUETZ LW. Transient liquid crystal technique for convective heat transfer on rough surfaces[J]. Journal of Turbomachinery, 1997, 119(1): 14-22.

[9] HOSNI M H, COLEMAN H W, TAYLOR R P. Rough-wall heat transfer in turbulent boundary layers [J]. International Journal of Fluid Mechanics, 1998, 25(1-3): 212-219.

[10] ABUAF N N, BUNKER R S, LEE C P. Effects of surface roughness on heat transfer and aerodynamic performance of turbine airfoils [J]. Journal of Turbomachinery, 1998, 120(3): 522-529.

[11] BUNKER R S. Separate and combined effects of surface roughness and turbulence intensity on vane heat transfer: 97-GT-135 [R]. New York: ASME, 1997.

[12] BOYLE R J, SPUCKLER C M, LUCCI B L, et al. Infrared low-temperature turbine vane rough surface heat transfer measurements [J]. Journal of Turbomachinery, 2001, 123 (1): 168-177.

[13] BLAIR M F. An experimental study of heat transfer in a large-scale turbine rotor passage [J]. Journal of Turbomachinery, 1994, 116(1): 1-13.

[14] STRIPF M, SCHULZ A, BAUER H J, et al. Extended models for transitional rough wall boundary layers with heat transfer-Part Ⅰ: Model formulations [J]. Journal of Turbomachinery, 2009, 131(3): 1263-1275.

[15] STRIPF M, SCHULZ A, BAUER H J, et al. Extended models for transitional rough wall boundary layers with heat transfer-Part Ⅱ: Model validation and benchmarking[J]. Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2008, 131(3): 1277-1289.

[16] TAYLOR R P, COLEMAN H W, HODGE B K. A discrete element prediction approach for turbulent flow over rough surfaces [C] // Viscous and Interacting Flow Field Effects. 1984, 1: 1-11.

[17] TAYLOR R P, COLEMAN H W, HODGE B K. Prediction of turbulent rough-wall skin friction using a discrete element approach [J]. Journal of Fluids Engineering, 1985, 107 (2): 251-257.

[18] BOYLE R J, STRIPF M. Simplified approach to predicting rough surface transition [J]. Journal of Turbomachinery, 2009, 131(4): 10-20.

[19] LORENZ M, SCHULZ A, BAUER H J. Predicting rough wall heat transfer and skin friction in transitional boundary layers-A new correlation for bypass transition onset [J]. Journal of Turbomachinery, 2013, 135(4): 10-21.

[20] HELLSTEN A, SEPPO L. Extension of the k-ω SST turbulence model for flows over rough surfaces: AIAA-1997-3577[R]. Reston: AIAA, 1997.

[21] AUPOIX B B. Roughness corrections for the k-ω shear stress transport model: Status and proposals [J]. ASME, Journal of Fluids Engineering, 2014, 137(2): 021202.

[22] BELLUCCI J, RUBECHINI F, MARCOCINI M, et al. The influence of roughness on a high-pressure steam turbine stage: An experimental and numerical study [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines & Power, 2015, 137(1): 012602.

[23] LANGTRY R B, MENTER F R. Correlation-based transition

北航学报 赠阅

modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes [J]. AIAA Journal, 2009, 47(12): 2894-2906.

[24] MENTER F R, LANGTRY R B, VÖLKER S. Transition modelling for general purpose CFD codes [J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2006, 77(1-4): 277-303.

[25] STRIPF M, SCHULZ A, BAUER H J. Modeling of rough wall boundary layer transition and heat transfer on turbine airfoils [J]. Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2006, 130(2): 1139-1151.

[26] 陈懋章. 粘性流体动力学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002: 312-314.
CHEN M Z. Fundamentals of viscous fluid dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002: 312-314 (in Chinese).

[27] 郑赟. 基于非结构网格的气动弹性数值方法研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(9): 2069-2077.
ZHENG Y. Computational aero-elasticity with an unstructured grid method [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(9): 2069-2077 (in Chinese).

[28] 肖大启, 郑赟, 杨慧. 轴向间距对转子叶片气动激励的影响[J]. 航空动力学报, 2012, 27(10): 2307-2313.
XIAO D Q, ZHENG Y, YANG H. Effect of axial spacing on aerodynamic excitation of rotor blade [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(10): 2307-2313 (in Chinese).

[29] 郑赟, 李虹杨, 刘大响. γ-Re_θ转捩模型在高超声速下的应用及分析[J]. 推进技术, 2014, 35(3): 296-304.
ZHENG Y, LI H Y, LIU D X. Application and analysis of γ-Re_θ transition model in hypersonic flow [J]. Journal of Propulsion Technology, 2014, 35(3): 296-304 (in Chinese).

[30] 郑赟, 李虹杨. 基于新的经验关联公式的 γ-Re_θ转捩模型在高超声速流动中的应用[J]. 推进技术, 2015, 36(6): 839-845.
ZHENG Y, LI H Y. Application of γ-Re_θ transition model in hypersonic flow based on new correlation equation [J]. Journal of Propulsion Technology, 2015, 36(6): 839-845 (in Chinese).

[31] WANG T, MATTHEW C R. Effect of elevated free-stream turbulence on transitional flow heat transfer over dual-scaled rough surfaces [J]. Journal of Heat Transfer, 2005, 127(4): 393-403.

[32] PINSON M W, WANG T. Effect of two-scale roughness on boundary layer transition over a heated flat plate: Part 2-Boundary layer structure [J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(2): 308-316.

[33] STRIPF M. Surface roughness effects on external heat transfer of a HP turbine vane [J]. Journal of Turbomachinery, 2005, 127(1): 200-208.

[34] HYLTON L D, MIHELC M S, TURNER E R, et al. Analytical and experimental evaluation of the heat transfer distribution over the surfaces of turbine vanes [C]// AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting. 1983.

作者简介:

李虹杨 男, 博士研究生。主要研究方向: 非定常流动及换热的数值模拟, 流、热耦合数值模拟。

E-mail: buaalihy@hotmail.com

郑赟 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 计算流体力学, 叶轮机械流、热、固耦合仿真。

Tel.: 010-82338753

E-mail: zheng_yun@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Effect of surface roughness on flow transition and heat transfer of turbine blade

LI Hongyang[1,2], ZHENG Yun[1,2,*]

(1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100083, China)

Abstract: For the purpose of researching the effect of surface roughness on flow transition and heat transfer of turbine blade, a roughness modification method for γ-Re_θ transition model was proposed through self-developed CFD code. Verification was conducted referring to the experimental data of flat plate and turbine vane cases, and satisfactory results were obtained. Taking surface roughness effect into consideration, No. 5411 working condition of Mark Ⅱ turbine vane was simulated and the result was analyzed in detail. Main conclusions are as follows: surface roughness has little effect on heat transfer of laminar boundary layer, while it has considerable effect on turbulent boundary layer. Compared with smooth surface, 5 μm equivalent sand roughness increases the suction side wall temperature by about 5.7 K in turbulent boundary layer, while 100 μm roughness increases the temperature by about 28.4 K, reaching an increase of 5%. Under low roughness degree, effect of shock wave on boundary layer transition process of suction side plays a dominant role, while after reaching a critical degree, effect of surface roughness abruptly changes the transition position, and the critical degree is around 150 μm in the current case.

Key words: roughness; transition; turbine; intermittency factor; boundary layer

北京航空航天大学学报

Received: 2015-10-13; **Accepted**: 2016-01-15; **Published online**: 2016-01-18 15:37
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160118.1537.002.html
* **Corresponding author**. Tel.: 010-82338753　E-mail: zheng_yun@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0650

磁悬浮敏感陀螺动力学建模与关键误差源分析

辛朝军[1], 蔡远文[1], 任元[1,*], 缪存孝[2], 张立元[2]
(1. 装备学院 航天装备系, 北京 101416; 2. 北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘 要: 基于转子动力学构建了针对一种新型双球形包络面转子磁悬浮敏感陀螺(MSSG)动力学模型,并对陀螺关键误差源进行了理论分析。描述了磁悬浮敏感陀螺的结构特点与角速率测量原理,并分别建立了磁悬浮转子所受电磁力与电磁力矩数学模型,分析了转子微小平移与偏转对转子力学状态的影响机理,利用 ANSYS 软件得出的有限元仿真结果与模型计算结果基本吻合。在此基础上,从理论上对转子非球形误差和洛伦兹力磁轴承误差 2 种主要误差源进行了初步分析,给出了干扰力矩解析表达式。计算表明:转子非球形和洛伦兹力磁轴承中磁场分布不均是导致测量误差产生的主要因素。模型的构建可为磁悬浮敏感陀螺的优化设计与分析提供有效理论依据。

关 键 词: 磁悬浮敏感陀螺(MSSG); 双球形包络面; 洛伦兹力; 非球形误差; 误差源分析

中图分类号: V448.2; TJ761.7

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2048-11

主动磁悬浮轴承(Active Magnetic Bearings, AMBs)具有非接触、高转速、长寿命、低功耗和无需润滑等优点[1-3]。作为理想的高精度姿态控制执行机构,AMBs 已经成功地在一系列航天任务中得到了广泛应用。AMBs 在空间任务中的应用主要作为磁悬浮控制力矩陀螺、磁悬浮飞轮使用[4-5]。近年来,研究人员提出了一种基于 AMBs 的磁悬浮敏感陀螺(Magnetically Suspended Sensitive Gyroscope, MSSG),凭借 AMBs 的结构特点,单个 MSSG 可以方便实现 2 个自由度的姿态角速率敏感,并具有高精度、宽频带的发展潜力,在航空航天、制导和机械等领域具有广阔应用前景。

在文献[6]的基础上,Bosgiraud[7] 于 2008 年提出并利用小型化的 AMBs 研制了一种二自由度 MSSG,验证了 MSSG 角速率敏感的可行性以及控制的精确性。但这种方法要求电磁装置具备电机功能,从而产生了复杂的动力学平衡问题,同时测量结果中表现出的低通特性也限制了测量精度的提高。Maruyama 等[8] 在 2008 年提出了一种 AMBs 自身作为敏感装置的 MSSG 传感器概念,并对 MSSG 的姿态敏感原理进行了分析和实验,提出了用以扩展其测量带宽的可行方法,但由于缺乏必要的误差补偿措施,实验中角速率测量误差高达 10%[9-10]。北京航空航天大学的房建成等[11-12] 于 2011 年提出了一种新型磁悬浮陀螺飞轮,实现了三自由度控制力矩输出和二自由度姿态角速率敏感。但基于磁悬浮支承技术的磁悬浮陀螺飞轮的本质是姿态控制执行装置,因而其三自由度姿态控制力矩输出性能更强,角速率敏感受转子转动与平动的耦合而精度有限。郑世强等[13-14] 基于磁悬浮控制力矩陀螺提出分时复用

收稿日期: 2015-10-08; **录用日期**: 2015-11-06; **网络出版时间**: 2016-01-08 15:17
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160108.1517.004.html
基金项目: 国家自然科学基金 (51475472)
* **通讯作者**: Tel.: 010-66364384 E-mail: renyuan823@aliyun.com

引用格式: 辛朝军, 蔡远文, 任元, 等. 磁悬浮敏感陀螺动力学建模与关键误差源分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2048-2058. XIN C J, CAI Y W, REN Y, et al. Dynamic modeling and key error sources analysis of magnetically suspended sensitive gyroscopes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2048-2058 (in Chinese).

北航学报 赠阅

的控制、敏感双模式概念，通过使用交叉解耦反馈控制器，使 X、Y 方向的角速度耦合得以减小，但由于双框架支承 MSSG 中框架固有摩擦力矩的存在，这种方法测量精度和实时性还有待提高。

由于 MSSG 的概念提出较新，其结构与测量原理与已有静电悬浮陀螺、超导磁悬浮陀螺等有较大区别，对这种新型陀螺的角速率敏感机理尚未开展系统理论研究，也没有从理论上对此类陀螺敏感精度的影响因素进行系统分析。为了减少陀螺转子平动、转动耦合，提高 MSSG 的角速率敏感精度，本文提出了一种双球形包络面转子结构的 MSSG。陀螺的定子、转子磁极包络面均设计为球形，实现了转子转动对平动的解耦，同时，转子的转动采用洛伦兹力磁轴承单独控制，解决了 2 种运动控制互相耦合的问题，为 MSSG 的高精度角速率敏感提供了结构基础。本文在描述 MSSG 结构和测量原理的基础上，建立了 MSSG 动力学模型，分析了转子所受电磁力、电磁力矩与其平动、转动之间的变化规律，以及影响角速率敏感精度的主要因素，并通过有限元仿真对理论分析结果进行了验证。

1　MSSG 结构与工作原理

1.1　MSSG 结构

双球形包络面转子 MSSG 结构如图 1 所示。陀螺房中，定子的轴向和径向磁轴承磁极面分别位于 2 个不同半径的球形包络面上，共同形成一个中心腔体，其中轴向磁轴承磁极的包络面直径较小，径向磁轴承磁极的包络面直径较大，径向、轴向磁极均为电磁结构。转子位于定子形成的中心腔体中，径向、轴向磁轴承磁极面也为球形包络面结构，转子由整块磁性材料加工而成。陀螺转子与定子之间的空隙为 0.35 mm，转子、定子各磁极包络面球心完全重合。轴向磁轴承由 2 对磁极组成，主要用于转子在 Z 方向的平动控制；径向磁轴承由 4 对磁极组成，每 2 对磁极实现一个方向的平动控制，磁极之间安装隔磁材料，使 X、Y 通道的磁力线互相独立，从而保证磁轴承对 X、Y 方向平动的独立控制。陀螺的偏转由洛伦兹力磁轴承独立控制，通过洛伦兹线圈产生的洛伦兹力使转子沿 X 或 Y 轴偏转。在陀螺转子磁极包络面为理想球形的情况下，径向、轴向磁轴承产生的磁力将指向转子几何中心，而不对转子产生力矩作用。

双球形包络面的设计可从几何结构上实现平动与转动的解耦，为高精度的角速率敏感提供结构基础，同时，这种结构也可以输出较大的控制力矩，实现姿态控制功能。

1.2　MSSG 角速率敏感原理

根据动量矩定理，高速转子角动量在惯性空间方向的改变只取决于其所受到的外部力矩，而 MSSG 转子所受到的外力矩只能来自磁轴承，因此，通过对转子所受磁悬浮力矩的测量，就可以间接得到转子相对于惯性空间的角速率 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{I}}$。

根据欧拉动力学原理，可得载体姿态角速率矢量测量方程：

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{I}} - \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{gr}} \tag{1}$$

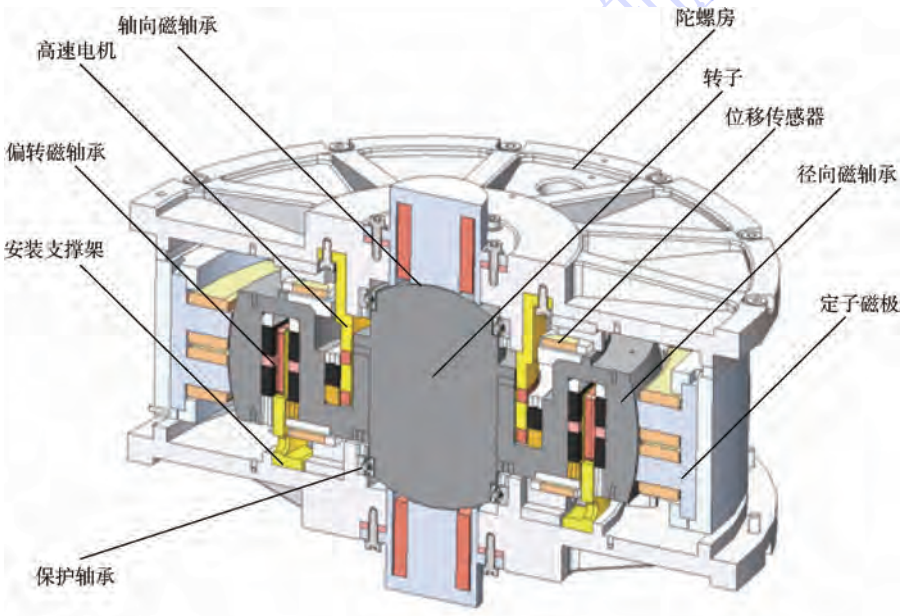


图 1　MSSG 结构示意图

Fig. 1　Schematic diagram of configuration of MSSG

北航学报 赠阅

式中：$\boldsymbol{\omega}_s$ 为载体相对于惯性空间的姿态角速率，即输入角速率；$\boldsymbol{\omega}_{gr}$ 为磁悬浮转子相对于陀螺房的角速率。

因为洛伦兹力磁轴承的控制带宽和位移传感器的测量带宽远高于载体的姿态变化频率，所以 MSSG 的控制系统在其控制带宽内，总能保证式(1)成立。

在力臂已知的条件下，转子所受的偏转力矩由洛伦兹力磁轴承产生的洛伦兹力唯一确定，因此，$\boldsymbol{\omega}_1$ 即可通过检测洛伦兹力磁轴承线圈中的电流实时获得，而磁悬浮转子相对于陀螺房的角速率 $\boldsymbol{\omega}_{gr}$ 则可通过对转子位移的检测获得。因此，载体角速率 $\boldsymbol{\omega}_s$ 就可以通过实时检测洛伦兹力磁轴承电流和转子位移，根据式(1)矢量解算得到。

2 数学模型

定义如下坐标系：转子坐标系 C-xyz，原点 C 为转子几何中心，z 为转子转轴方向，转子绕该轴以角速度 $\boldsymbol{\Omega}$ 高速转动；定子坐标系 O-XYZ，原点 O 为定子几何中心，并定义与定子坐标系相对应的球坐标系(R, φ, θ)，如图 2 所示。

2.1 电磁力模型

转子磁极上某一微元面积 dS 所受电磁力可以表示为[15]

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=\frac{\mu_0 N^2 I^2}{8\delta^2}\mathrm{d}S=\frac{\mu_0 N^2 I^2}{8\delta^2}\cdot\boldsymbol{n}_0\cdot\mathrm{d}S \tag{2}$$

式中：μ_0 为真空磁导率；N 为线圈匝数；I 为线圈控制电流；$\boldsymbol{n}_0$ 为受力面积微元法线的单位向量；δ 为定转子磁极间气隙大小。

当转子处于平衡位置时，各方向上气隙值相等，直接用式(2)积分即可得到转子所受电磁力大小。

若转子发生平移，转子几何中心从 O 点平移到 C 点，则每个磁极面处的气隙值将发生变化。设 P 为转子面上一点，连线 CP 的延长线与定子磁极面相交于点 Q，如图 2 所示，定子磁极与转子磁极之间的间隙大小可表示为

$$\delta=|PQ|=|CQ|-|CP| \tag{3}$$

由于转子平移远小于转子半径，因此 CQ、OQ 可视为同方向，根据矢量三角形 COQ 的几何关系，式(3)可写为

$$\delta=R-r_0-\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{r}_0=\delta_0-\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{r}_0 \tag{4}$$

式中：R 为定子磁极包络面半径；r_0 为相应转子磁极包络面半径；$\boldsymbol{r}_0$ 为 r_0 的单位矢量；δ_0 为理想气隙值；$\boldsymbol{e}$ 为 O 到 C 的线性位移矢量，即转子位移量，可表示为

$$\boldsymbol{e}=e_X\boldsymbol{X}_0+e_Y\boldsymbol{Y}_0+e_Z\boldsymbol{Z}_0 \tag{5}$$

其中：$\boldsymbol{X}_0$、$\boldsymbol{Y}_0$ 和 $\boldsymbol{Z}_0$ 分别为定子坐标系各轴单位向量。

$\boldsymbol{r}_0$ 在定子坐标系中可表示为

$$\boldsymbol{r}_0=\sin\varphi\cos\theta\boldsymbol{X}_0+\sin\varphi\sin\theta\boldsymbol{Y}_0+\cos\varphi\boldsymbol{Z}_0 \tag{6}$$

式中：φ 为 OP 与 Z 轴夹角；θ 为 OP 方位角。

将式(5)、式(6)代入式(4)可得

$$\delta=R-r_0-e_X\sin\varphi\cos\theta-e_Y\sin\varphi\sin\theta-e_Z\cos\varphi \tag{7}$$

假设转子仅在轴向发生了偏移 e_{Z+}，根据式(7)，定转子间气隙在磁极面间任一点上均会发生变化，从而每个磁轴承上的磁力也会发生变

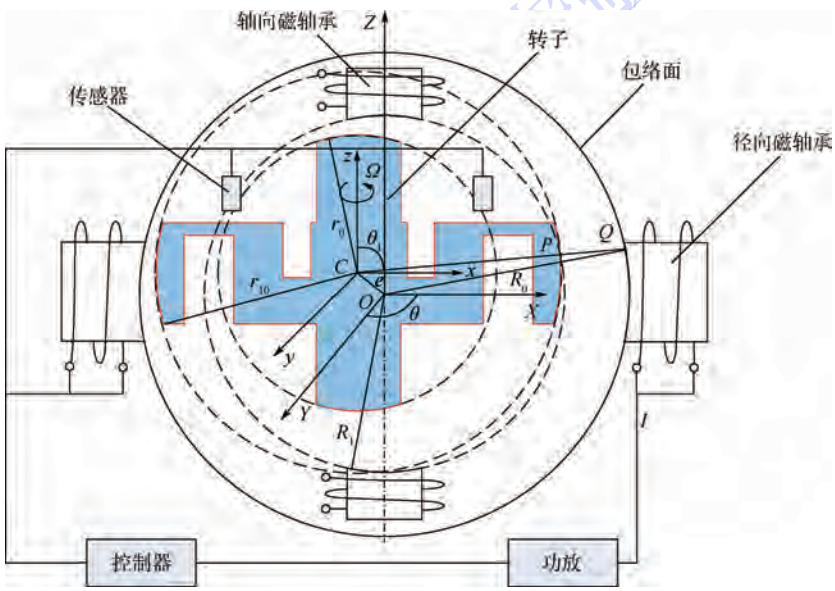


图 2 MSSG 坐标系统

Fig. 2 Coordinate systems of MSSG

北航学报 赠阅

化，其气隙表达式变为

$$\delta_{Z+}=R-r_0-e_{Z+}\cos\varphi \tag{8}$$

基于转子包络面理想球形的假设，当转子位置变化时，转子包络面上所有点的受力方向仍然指向转子几何中心。此时，偏移前转子上任意一点[$r_0\cos\theta\sin\varphi$　$r_0\sin\theta\sin\varphi$　$r_0\cos\varphi$]所受磁力的方向向量变为[$r_0\cos\theta\sin\varphi$　$r_0\sin\theta\sin\varphi$　$r_0\cos\varphi-e_{Z+}$]，代入式(2)可得 $\mathrm{d}\boldsymbol{F}_{Z+}$，如式(9)所示。

对于轴向磁轴承，产生磁力的磁极面积是转子几何中心与定子磁极棱线连线在转子包络面上所围的面积，为计算方便，将该磁极面积近似为定子磁极面，因此，转子 Z 方向发生偏移时，转子受 Z 轴正方向单个轴向磁轴承电磁力为 $\boldsymbol{F}_{Z+_Z+}$，如式(10)所示。

在差动的安装方式下，转子在同一个方向上所受的力是相对的 2 个磁极产生电磁力之差，因此，轴向磁轴承所产生的电磁力为 $\boldsymbol{F}_{ZZ}$，如式(11)所示。

显然，当转子处于平衡位置时，定转子磁极之间的气隙处处相等，径向、轴向磁轴承合力均为 0。但当转子在 Z 正方向产生平移时，由于定子磁极 Z 正方向处磁极间气隙变窄，磁力线变得更为密集，从而将产生更强的磁力，而在 Z 负方向处，磁极间气隙变宽，与转子处于平衡位置时所产生的磁力相比，定子对转子产生的作用力将变小。对于差动安装的一对定子磁极而言，上下磁极在 Z 方向产生的磁力变化方向一致，因此，其总效果近似单个磁极所产生电磁力的 2 倍。而在 X 和 Y 方向上，定转子磁极间气隙的变化分别关于两轴对称，磁力变化对称，因此 2 个方向的合磁力仍为 0。

如果转子在径向发生平移，例如在 X 正方向偏移 e_{X+}，则轴向磁轴承产生的电磁力可表示为 $\boldsymbol{F}_{ZX}$，如式(12)所示。

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}_{Z+}=\frac{\mu_0N^2I^2}{8\delta_{Z+}^2\sqrt{(r_0\cos\theta\sin\varphi)^2+(r_0\sin\theta\sin\varphi)^2+(r_0\cos\varphi-e_{Z+})^2}}\cdot\begin{bmatrix}r_0\cos\theta\sin\varphi\\r_0\sin\theta\sin\varphi\\r_0\cos\varphi-e_{Z+}\end{bmatrix}\mathrm{d}S \tag{9}$$

$$\boldsymbol{F}_{Z+_Z+}=\iint_S\frac{\mu_0N^2I^2}{8\delta^2\sqrt{(r_0\cos\theta\sin\varphi)^2+(r_0\sin\theta\sin\varphi)^2+(r_0\cos\varphi-e_{Z+})^2}}\cdot\begin{bmatrix}r_0\cos\theta\sin\varphi\\r_0\sin\theta\sin\varphi\\r_0\cos\varphi-e_{Z+}\end{bmatrix}\mathrm{d}S \tag{10}$$

$$\boldsymbol{F}_{ZZ}=\boldsymbol{F}_{Z+_Z+}-\boldsymbol{F}_{Z-_Z+}\approx\begin{bmatrix}0\\0\\\dfrac{\mu_0\pi N^2I^2}{4}\left\{\dfrac{2(r_0\delta_0-e_{Z+}^2)\tan(\varphi_0/2)}{(\delta_0^2-e_{Z+}^2)[\delta_0\tan^2(\varphi_0/2)+e_{Z+}\tan^2(\varphi_0/2)+\delta_0-e_{Z+}]}+\dfrac{2e_{Z+}(r_0-\delta_0)\arctan\left[\dfrac{(\delta_0+e_{Z+})\tan(\varphi_0/2)}{\sqrt{\delta_0^2-e_{Z+}^2}}\right]}{(\delta_0^2-e_{Z+}^2)\sqrt{\delta_0^2-e_{Z+}^2}}\right\}\end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{F}_{ZX}=\boldsymbol{F}_{Z+_X+}-\boldsymbol{F}_{Z-_X+}\approx\begin{bmatrix}\dfrac{2N^2I^2\mu_0r_0\pi^2(\pi-\varphi_0)^2(1+\cos\varphi_0)}{[\delta_0\pi(\pi-\varphi_0)+2e_{X+}(1+\cos\varphi_0)]^2}-\dfrac{2N^2I^2\mu_0r_0\pi^2(\pi-\varphi_0)^2(1+\cos\varphi_0)}{[\delta_0\pi(\pi-\varphi_0)-2e_{X+}(1+\cos\varphi_0)]^2}\\0\\0\end{bmatrix} \tag{12}$$

式中：φ_0 为轴向磁轴承定子磁极面对圆心的张角。

式(12)表明，当转子在 X 方向发生平移时，由于轴向磁轴承定子磁极 X 正方向处磁极间气隙变窄，磁力线变得更密集，从而将产生更强的磁力，而在 X 负方向处，磁极间气隙变宽，与转子处于平衡位置时所产生的磁力相比，定子对转子产生的作用力将变小，轴向磁轴承定子上下磁极在 X 方向所产生的磁力变化方向一致，其合力是单个定子所产生磁力的 2 倍。而在 Y 方向，由于轴向磁轴承定转子磁极间气隙的变化关于 OXZ 平面对称，磁力变化对称，因此 Y 方向磁力之和为 0。在 Z 方向上，对于单个定子磁极而言，由于磁极间隙的变化导致气隙内磁场分布不均匀，从而产生 Z 方向磁力，但对于差动安装的 2 个轴向磁轴承定子磁极，其磁力变化关于 OXY 平面对称，因此，Z 方向合磁力也为 0。

MSSG 转子发生轴向和径向偏移时，其受到轴向磁轴承的电磁力随转子偏移量的变化如图 3 所示，计算过程中的 MSSG 各项参数如表 1 所示。

北航学报 赠阅

从图 3 中可以看出,电磁力的变化与转子偏移量近似成正比,在相同的偏移量下,转子轴向偏移时轴向磁轴承对转子的作用力远远大于转子径向偏移时的电磁力。

在转子微小偏移条件下,2 种情况产生的电磁力与偏移量的关系均可近似为线性关系,根据计算结果得到的等效位移刚度分别为 -1.39 N/μm和 -0.012 N/μm,前者是后者的近 110 倍。

为了对上述分析结果进行确认,利用电磁场有限元仿真软件,对提出的MSSG模型进行了有限元仿真与分析。图 4(a)为根据表 1 参数建立的有限元模型。图 4(b)为 MSSG 转子发生轴向偏移时,转子受轴向磁轴承电磁力与偏移量关系的计算结果比较。可见,有限元仿真计算结果具有更明显的线性特性,变化规律与理论计算结果相同,有限元计算得到的等效位移刚度约 -1.28 N/μm,理论与仿真结果的误差约 8.59%。误差原因主要在于理论计算中对磁场漏磁的忽略以及计算过程中的各种简化处理。

对于转子的任意平移运动,任意定子磁极所产生电磁力可表示为

$$\boldsymbol{F}=\iint_S \frac{\mu_0 N^2 I^2}{8\delta^2\sqrt{(r_0\cos\theta\sin\varphi+e_X)^2+(r_0\sin\theta\sin\varphi+e_Y)^2+(r_0\cos\varphi+e_Z)^2}}\cdot\begin{bmatrix} r_0\cos\theta\sin\varphi+e_X \\ r_0\sin\theta\sin\varphi+e_Y \\ r_0\cos\varphi+e_Z \end{bmatrix}\mathrm{d}S \quad (13)$$

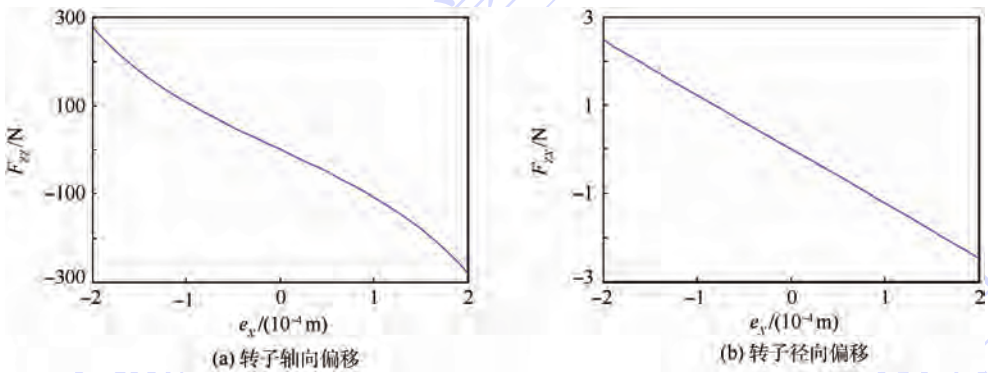


图 3 轴向磁轴承电磁力与转子偏移量关系

Fig. 3 Relations between electromagnetic forces of axial bearing and rotor translations

表 1 MSSG 部分设计参数

Table 1 Partial design parameters of MSSG

参数	数值	参数	数值
磁极间气隙 δ/mm	0.35	洛伦兹力磁轴承线圈半张角 ϕ_0/(°)	37
轴向磁轴承定子磁极张角 φ_0/(°)	32.6	洛伦兹力磁轴承线圈匝数 n	200
真空磁导率 μ_0	$4\pi\times10^{-7}$	轴向磁轴承线圈匝数 N	100
转子径向磁极包络面半径 r_{01}/mm	73.65	轴向磁轴承线圈电流 I/A	0.14
转子轴向磁极包络面半径 r_0/mm	41	洛伦兹力磁轴承线圈电流 i_b/A	1
定子轴向磁极包络面半径 R_0/mm	41.35	洛伦兹力磁轴承磁场磁密 B/T	0.4
定子径向磁极包络面半径 R_1/mm	74	洛伦兹力磁轴承支撑架半径 L_r/mm	57.5
磁轴承保护间隙 d_0/mm	0.2		

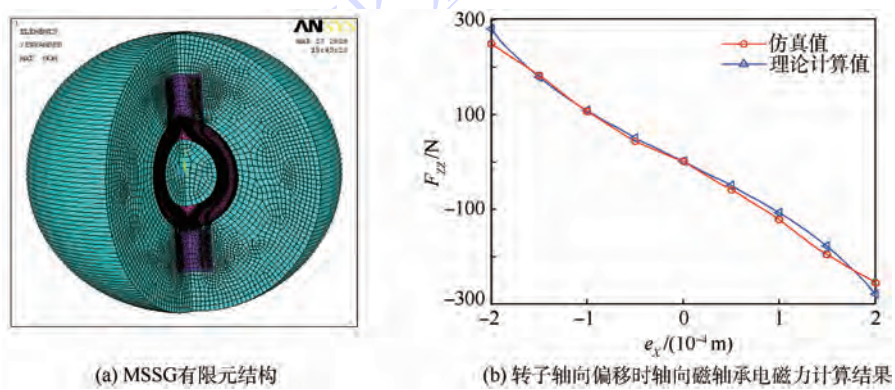


图 4 MSSG 仿真结构与计算结果比较

Fig. 4 Comparison between MSSG simulation structure and computed results

北航学报 赠阅

在转子磁极包络面为理想球面的条件下，无论转子向任何方向平移，转子所受电磁力的合力均通过转子几何中心，因此，转子平移并不产生使转子发生转动的力矩，但会造成转子振动，影响转子运行稳定性，需要采取措施进行振动控制。

对于轴向磁轴承和径向磁轴承而言，转子在 X、Y、Z 3 个方向平移时，磁轴承所产生的合力分别由 3 个部分组成，即磁轴承在自身方向偏移时产生的电磁力，以及另外 2 个磁轴承沿其自身方向偏移时所产生的耦合电磁力，可表示为

$$\begin{cases} F_X = F_{XX} + F_{YX} + F_{ZX} \\ F_Y = F_{XY} + F_{YY} + F_{ZY} \\ F_Z = F_{XZ} + F_{YZ} + F_{ZZ} \end{cases} \tag{14}$$

式中：F_i 为 i 方向上的磁轴承在转子平移时所产生的电磁合力；F_{ij} 为转子在 i 方向平移时，该磁轴承在 j 方向上所产生的电磁力，$i,j = X,Y,Z$。

2.2　电磁力矩模型

当位于磁密为 B 的永磁体磁场、长度为 L 的线圈中通入与磁场方向垂直的电流 i_b 时，线圈将会受到洛伦兹力的作用，其方向由左手定则确定。洛伦兹力可以表示为

$$f = Bi_bL \tag{15}$$

基于上述原理的 MSSG 偏转磁轴承由永磁体、线圈、阻磁材料和铁芯（用于永磁体磁路的闭合）等部分组成，结构原理如图 5 所示。永磁体安装于陀螺转子径向边缘的凹槽内，用于产生磁场，线圈安装于钟形支撑架上，支撑架与陀螺定子固定，其中心与转子中心对齐于 Z 轴上。4 组线圈分别在 X、Y 方向上对称安装。4 个线圈在定子坐标系中的圆周角分别表示为

$$\begin{cases} \text{Coil1}:(-\phi_0,\phi_0) \\ \text{Coil2}:\left(\dfrac{\pi}{2}-\phi_0,\dfrac{\pi}{2}+\phi_0\right) \\ \text{Coil3}:(\pi-\phi_0,\pi+\phi_0) \\ \text{Coil4}:\left(\dfrac{3\pi}{2}-\phi_0,\dfrac{3\pi}{2}+\phi_0\right) \end{cases} \tag{16}$$

转子平衡时，若线圈中通入激励电流 i，则线圈微元 $L_r\mathrm{d}\phi$ 上产生的洛伦兹力微元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{f} = nL_r\mathrm{d}\phi \cdot i_bB \cdot \boldsymbol{Z}_0 \tag{17}$$

式中：ϕ 为线圈微元方位角。

当转子绕 X 轴偏转 α 时，由于磁场方向变化，洛伦兹线圈上任一点所产生的洛伦兹力方向，由原来与线圈平面夹角 90°变化为 $90-\alpha'$，如图 6 所示，其中，

$$\alpha' = \arctan(\sin\phi\tan\alpha) \tag{18}$$

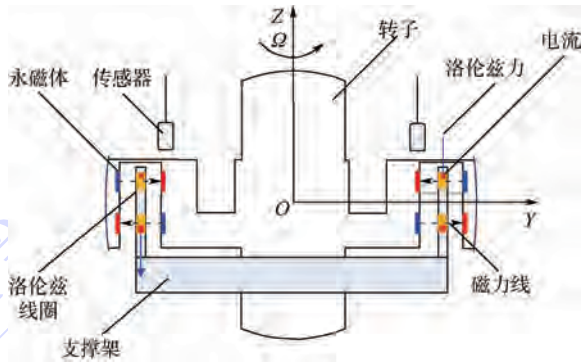


图 5　洛伦兹力磁轴承结构原理

Fig. 5　Structure principle of Lorentz force bearing

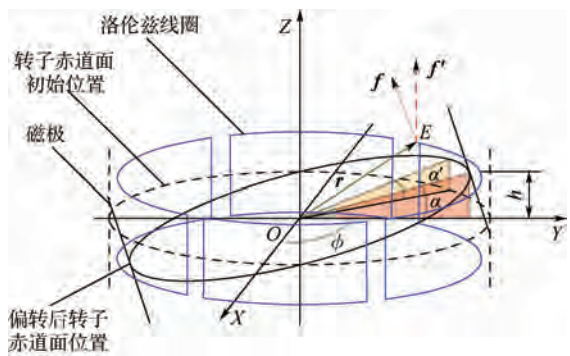


图 6　转子偏转时洛伦兹力方向变化示意图

Fig. 6　Schematic diagram of direction change of Lorentz force when spinning axis tilts

线圈产生洛伦兹力的部分分为上下两部分，分别位于转子赤道平面的上下 h 距离平面处。转子偏转时，洛伦兹力仅方向发生变化，产生偏转力矩的力臂 $\boldsymbol{r}$ 不变，线圈上半部分产生的电磁力 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}_{up}$ 和电磁力矩微元 $\mathrm{d}\boldsymbol{T}_{up}$ 为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{f}_{up} = \begin{bmatrix} -i_bBL_r\cos\phi\sin\alpha'\mathrm{d}\phi \\ -i_bBL_r\sin\phi\sin\alpha'\mathrm{d}\phi \\ i_bBL_r\cos\alpha'\mathrm{d}\phi \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{T}_{up} = \boldsymbol{r}\times\mathrm{d}\boldsymbol{f}_{up} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_0 & \boldsymbol{Y}_0 & \boldsymbol{Z}_0 \\ L_r\cos\phi & L_r\sin\phi & h \\ -ni_bBL_r\cos\phi\sin\alpha'\mathrm{d}\phi & -ni_bBL_r\sin\phi\sin\alpha'\mathrm{d}\phi & ni_bBL_r\cos\alpha'\mathrm{d}\phi \end{bmatrix} \tag{20}$$

对式（19）、式（20）按照线圈的圆周角积分，可得到线圈上半部分产生的电磁合力与电磁合力矩。将其上下两部分产生的电磁力与电磁力矩相加，即可得到单个线圈在激励电流 i_b 作用下产生的电磁力与电磁力矩。

如果在转子绕 X 轴偏转 α 的条件下，在 Y 方向上的线圈 2、4 中接入大小相等、方向相反的激励电流 i_X，在 X 方向上的线圈 1、3 中接入大小相等、方向相反的电流 i_Y，根据式（19）、式（20），2 个方向上线圈产生的电磁力和偏转电磁力矩可表示为

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{f}_{\alpha Y}=\begin{bmatrix}0\\0\\2ni_X BL_r\left[-\left(\frac{3}{20}\phi_0^5+\frac{3}{64}\pi^4\phi_0+\frac{3}{8}\pi^2\phi_0^3\right)\tan^4\alpha-\left(\frac{1}{15}\phi_0^5+\frac{1}{12}\pi^2\phi_0^3-\frac{1}{3}\phi_0^3+\frac{1}{48}\pi^4\phi_0-\frac{1}{4}\pi^2\phi_0\right)\tan^2\alpha+2\phi_0\right]\end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{T}_{\alpha Y}=\begin{bmatrix}\dfrac{-nL_r^2 i_X B\sin\phi_0 A}{4(315+105\alpha^2+42\alpha^4+17\alpha^6)}\\0\\0\end{bmatrix} \tag{22}$$

式中：$A=-5\,040+840\alpha^2\sin\phi_0^2-1\,680\alpha^2-378\alpha^4\sin\phi_0^4+840\alpha^4\sin\phi_0^2-672\alpha^4-630\alpha^6\sin\phi_0^4+3\,640\alpha^6\sin\phi_0^2+224\alpha^6+225\alpha^6\sin\phi_0^6$。

$$\boldsymbol{f}_{\alpha X}=\begin{bmatrix}0\\0\\2ni_Y BL_r\left[\frac{3}{20}\phi_0^5\tan^4\alpha+\left(\frac{1}{15}\phi_0^5-\frac{1}{3}\phi_0^3\right)\tan^2\alpha+2\phi_0\right]\end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{T}_{\alpha X}=\begin{bmatrix}0\\-2nL_r^2 i_Y B\left(\frac{1}{3}\sin^2\phi_0\tan^2\alpha-2\sin\phi_0\right)\\0\end{bmatrix} \tag{24}$$

由式(21)～式(24)可见，当转子绕 X 轴偏转 α 时，Y 方向的线圈仅产生使转子绕 X 轴旋转的电磁力矩，在其他 2 个方向上不产生力矩，而 X 方向的线圈也仅产生使转子绕 Y 轴旋转的电磁力矩。但是 2 个方向上线圈产生的电磁力合力均在 Z 方向上。图 7(a)为转子偏转角、激励电流与 X、Y 方向线圈产生的洛伦兹力关系。可以看出，在相同激励电流的作用下，X、Y 2 个方向上洛伦兹线圈产生的电磁力随 α 的变化近似二次曲线，其中 Y 方向上线圈产生的电磁力随 α 的变化更快，但电磁力的变化范围小于 1 N。图7(b)为转子偏转角、激励电流与 X、Y 方向电磁力矩关系。可知，虽然 2 个电磁力矩的表达式不同，但当线圈中接入的激励电流值大小相同时，不同方向线圈产生的电磁力矩大小和随转子偏转角和激励电流变化的趋势几乎完全相同，且电磁力矩随 α 变化的范围小于 0.01 N·m。MSSG 中洛伦兹力磁轴承产生的电磁力与电磁力矩均与激励电流成线性关系，根据计算结果，电磁力 $\boldsymbol{f}_{\alpha Y}$ 的电流刚度约为28.20 N/A，$\boldsymbol{f}_{\alpha X}$ 的电流刚度约为 27.85 N/A，电磁力矩的电流刚度约为 1.03 N·m/A。

当转子绕 Y 轴旋转 β 时，洛伦兹线圈产生的电磁力和电磁力矩也可按上述方法计算。最终，洛伦兹线圈产生的电磁力 $\boldsymbol{f}_1$ 和电磁力矩 $\boldsymbol{T}_1$ 可以表示为

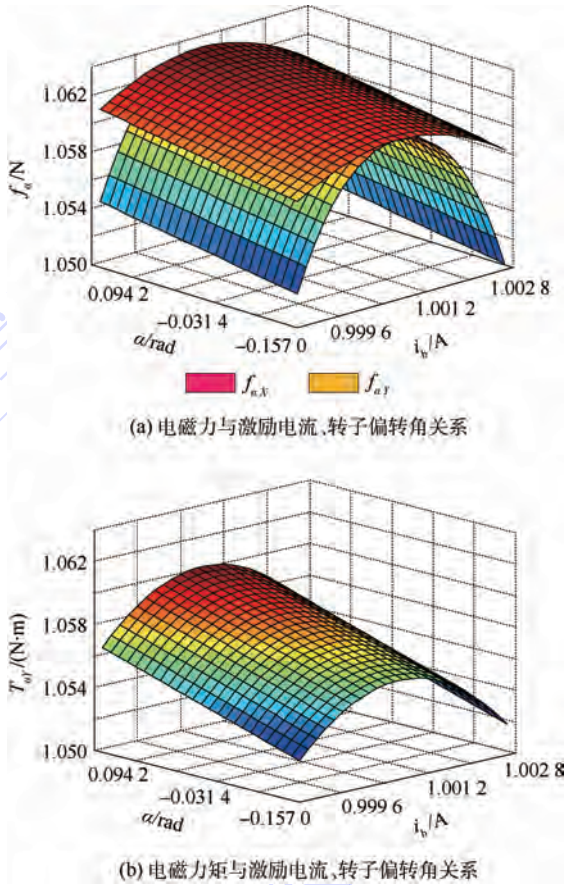


图 7 洛伦兹力磁轴承电磁力、力矩与激励电流及转子偏转角的关系

Fig. 7 Relations among electromagnetic force and moment of Lorentz force bearing, exciting current and rotor deflection angles

$$\begin{cases}\boldsymbol{f}_1=\boldsymbol{f}_{XX}+\boldsymbol{f}_{XY}+\boldsymbol{f}_{YX}+\boldsymbol{f}_{YY}\\ \boldsymbol{T}_1=\boldsymbol{T}_{XX}+\boldsymbol{T}_{XY}+\boldsymbol{T}_{YX}+\boldsymbol{T}_{YY}\end{cases} \tag{25}$$

式中：$\boldsymbol{f}_{ij}(i,j=X,Y,Z)$ 为 i 方向洛伦兹线圈绕 j 轴偏转时所产生的电磁力；$\boldsymbol{T}_{ij}(i,j=X,Y,Z)$ 为 i 方向洛伦兹线圈绕 j 轴偏转时所产生的电磁力矩。

根据牛顿第二定律和陀螺技术方程，结合式(14)、式(25)，可得双球形包络面转子 MSSG 动力学模型为

$$\begin{cases}m\ddot{X}=F_X\\ J_Y\ddot{\beta}=T_{1X}+J_z\Omega\dot{\alpha}\\ m\ddot{Y}=F_Y\\ J_y\ddot{\alpha}=T_{1Y}-J_z\Omega\dot{\beta}\\ m\ddot{Z}=F_Z+f_{1Z}\end{cases} \tag{26}$$

式中：J_z 为转子转动惯量。

北航学报 赠阅

3　敏感精度影响因素分析

根据 MSSG 角速率敏感原理可知，影响 MSSG 敏感精度的主要影响因素为转子所受干扰力矩，在干扰力矩作用下，转子转轴将逐渐偏离原位置，从而在 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{I}}$ 的测量结果中引入漂移角速率误差，使 MSSG 敏感精度降低。

根据角动量定律，干扰力矩 $\boldsymbol{T}_d$ 作用下，陀螺转子产生的漂移角速率可表示为

$$\begin{bmatrix}\omega_X\\ \omega_Y\\ \omega_Z\end{bmatrix}=\frac{1}{J_z\Omega}\begin{bmatrix}0 & \gamma_0 & -\beta_0\\ -\gamma_0 & 0 & \alpha_0\\ \beta_0 & -\alpha_0 & 0\end{bmatrix}^{-\mathrm{H}}\begin{bmatrix}T_{dX}\\ T_{dY}\\ T_{dZ}\end{bmatrix} \tag{27}$$

式中：α_0、β_0 和 γ_0 为转子转轴在定子坐标系的方向余弦角。

由式(27)可知，MSSG 所受干扰力矩主要来自 2 个方面：一是由于转子结构非球形，导致转子所受电磁力合力不再通过转子几何中心从而产生干扰力矩；二是转子的洛伦兹力磁轴承在生成偏转力矩时引入误差而形成干扰力矩。

3.1　转子非球形误差

如果 MSSG 转子、定子磁极包络面为理想球面，且所对应球面几何中心重合，各通道的测量、控制设备性能参数完全相同，则转子绕极轴稳定转动时，转子表面各处磁力均通过球心，系统无干扰力矩影响，无漂移角速率产生。但是由于材料自身结构和机械加工、装配精度、离心变形等原因[16]，实际的定子、转子磁极包络面将偏离理想球面，这种偏离将使转子所受电磁力不再通过转子几何中心而形成对转子几何中心的矩，进而产生漂移角速率[17-18]。

为简化分析，假设转子磁极包络面为近似球面的旋转曲面，其外形可由勒让德多项式级数描述如下：

$$r(\theta_1)=r_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_nP_n(\cos\theta_1) \tag{28}$$

式中：$r(\theta_1)$ 为转子坐标系中，转子包络面上一点的矢径的大小；θ_1 为 r 与 z 轴之间的夹角；a_n 为描述包络面形状的谐波系数；$P_n(\cos\theta_1)$ 为勒让德多项式级数，可表示为

$$\begin{cases}P_1(\cos\theta_1)=\cos\theta_1\\ P_2(\cos\theta_1)=\dfrac{1}{2}(3\cos^2\theta_1-1)\\ \vdots\\ P_{n+1}(\cos\theta_1)=\dfrac{1}{n+1}[(2n+1)\cos\theta_1P_n(\cos\theta_1)-\\ \qquad nP_{n-1}(\cos\theta_1)]\quad n\geqslant 2\end{cases} \tag{29}$$

因此，式(7)中定子磁极与转子磁极之间的间隙可以表示为

$$\delta=\delta_0+\Delta\delta=\delta_0-\sum_{n=1}^{\infty}a_nP_n(\cos\theta_1)-e_X\sin\varphi\cos\theta-e_Y\sin\varphi\sin\theta-e_Z\cos\varphi \tag{30}$$

式中：$\delta_0=R-r_0$。

$$\cos\theta_1=\alpha_0\sin\varphi\cos\theta+\beta_0\sin\varphi\sin\theta+\gamma_0\cos\varphi \tag{31}$$

而当转子包络面形状偏离理想球面，成为一个准球形封闭面时，磁场力相对于转子几何中心产生干扰力矩，其微分形式为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{T}=\boldsymbol{r}\times\mathrm{d}\boldsymbol{F}=(r(\theta_1)\cdot\boldsymbol{r}_{10})\times(\mathrm{d}\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{n}_0) \tag{32}$$

积分后的干扰力矩方程可表示为[19]

$$\boldsymbol{T}=\iint_S\frac{\mu_0N^2I^2}{8\delta_0^2}\left(1-\frac{2\Delta\delta}{\delta_0}\right)\left(\frac{\mathrm{d}r(\theta_1)}{\mathrm{d}\theta_1}\cdot\frac{1}{\sin\theta_1}\right)\cdot\boldsymbol{z}_0\times\boldsymbol{r}_{10}\mathrm{d}S \tag{33}$$

式中：$\boldsymbol{z}_0=\alpha_0\boldsymbol{X}_0+\beta_0\boldsymbol{Y}_0+\gamma_0\boldsymbol{Z}_0$ 为转子转轴在定子坐标系中的矢量表达式。

将式(6)、式(29)、式(31)代入式(33)，并将 $\mathrm{d}S$ 转换到球坐标系，同时分别计算 6 个定子磁极产生的干扰力矩，可得该 MSSG 由于转子非球形产生的干扰力矩为

$$\boldsymbol{T}=\sum_{i=1}^{6}\iint_{S_i}\frac{\mu_0N^2I^2}{8\delta_0^2}\left(1-\frac{2\Delta\delta}{\delta_0}\right)\sum_{n=1}^{\infty}a_nP_n'(\cos\theta_1)\cdot\begin{bmatrix}\beta_0\cos\varphi-\gamma_0\sin\varphi\sin\theta\\ \gamma_0\sin\varphi\cos\theta-\alpha_0\cos\varphi\\ \alpha_0\sin\varphi\sin\theta-\beta_0\sin\varphi\cos\theta\end{bmatrix}\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi \tag{34}$$

由于式(28)中的偶次谐波表示转子的对称变形，因此，在转子处于平衡位置时，偶次谐波不产生干扰力矩，但当转子偏离平衡位置时，则偶次、奇次谐波均产生干扰力矩。图 8 为表 1 所示参数转子在 $e_X=e_Y=e_Z=10\ \mu\mathrm{m}$ 时，径向干扰力矩随非球形系数的变化情况。可知，随着 a_1 和 a_2 的增长，径向干扰力矩近似线性增长，干扰力矩随

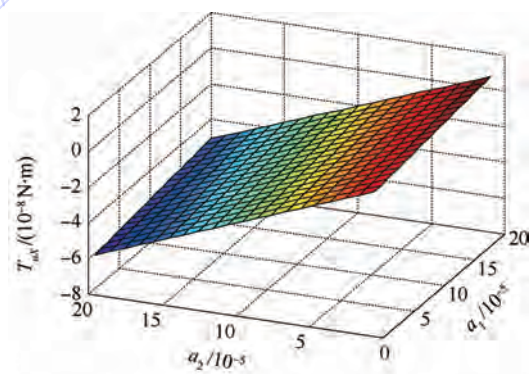


图 8　干扰力矩与转子非球形系数关系

Fig. 8　Relations of disturbance torque and rotor aspheric coefficients

北航学报 赠阅

a_1 的增长速度更快，当非球形系数为 0 时，干扰力矩消失，即转子包络面为理想球形时，磁轴承的支承力对转子不产生力矩。

3.2 洛伦兹力磁轴承误差

由式(23)、式(25)可知，当洛伦兹线圈所处的环形磁场径向分布不均时，转子的径向平动将会引起洛伦兹线圈所处磁场变化，从而导致干扰力矩产生；当环形磁场轴向分布不均时，转子的轴向运动将会导致洛伦兹线圈所处磁场发生变化，产生干扰力矩。而转子的偏转，会使洛伦兹线圈相对环形磁场发生更加复杂的相对运动，也会使洛伦兹线圈所处磁场发生变化，导致干扰力矩产生。上述 3 种干扰力矩产生的情况，都是由于洛伦兹磁轴承转子磁极磁场分布不均导致的。ANSYS软件仿真洛伦兹力磁轴承的磁场及磁力线分布剖面如图 9 所示。可见，环形磁场的上下两部分磁密分布基本相同，磁密在轴向上呈现中心强、两边弱的分布，在径向上呈现中心弱、两边强的分布，整体上分布不均匀，因此，洛伦兹力磁轴承磁场的实际分布必然会导致干扰力矩的产生。

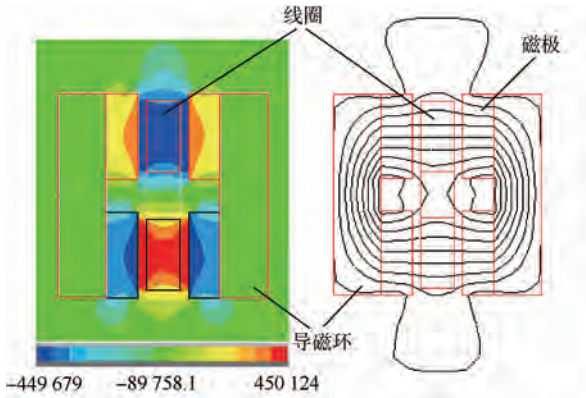


图 9 洛伦兹力磁轴承磁场与磁力线分布仿真

Fig. 9 Simulation of magnetic field and magnetic lines distribution in Lorentz force bearing

除磁场不均导致洛伦兹力磁轴承产生干扰力矩外，洛伦兹线圈钟形支撑架半径的加工误差也会导致洛伦兹力及力臂的变化，使洛伦兹线圈产生的偏转力矩中附带干扰力矩，且加工误差会与磁密分布误差互相耦合，使干扰力矩的变化更为复杂。例如 2 种误差共同作用下，转子偏转 α 时，X 方向洛伦兹线圈产生的干扰力矩可表示为

$$\Delta \boldsymbol{T}_{\alpha X}=\begin{bmatrix}0\\ -2n(L_t+\Delta L_t)^2 i_Y(B+\Delta B)\left(\dfrac{1}{3}\sin^2\phi_0\tan^2\alpha-2\sin\varphi_0\right)\\ 0\end{bmatrix}-\boldsymbol{T}_{\alpha X} \tag{35}$$

实际上，由于磁场分布的不对称和支撑架半径误差沿周向分布的不对称，洛伦兹线圈可能在 X、Z 方向也会耦合出相应的干扰力矩。

2 种误差耦合导致的干扰力矩变化如图 10 所示。可知，干扰力矩随着磁密误差和加工误差的增大而增大，在小范围内近似线性，干扰力矩随磁密误差变化的斜率更大，说明磁场分布的不均匀性对陀螺的检测精度影响更大。

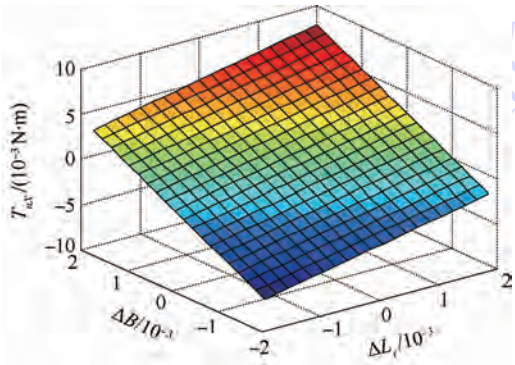


图 10 磁密分布及支撑架加工误差与干扰力矩关系

Fig. 10 Relations among magnetic density distribution, frame processing errors and disturbing torque

4 结 论

基于 AMBs 的 MSSG 具有敏感姿态角速率的功能，可以实现同时对二自由度姿态的敏感，具有高精度、高带宽的发展潜力。本文设计了一种具有双球形包络面转子的 MSSG，通过定转子磁极面的球面设计，可使转子转动过程中所受电磁力通过转子几何中心，实现平动对转动的解耦。

1）在对该 MSSG 结构和测量原理分析的基础上，构建了动力学模型，得到了径向、轴向磁轴承电磁力以及偏转磁轴承电磁力矩的解析表达式。

2）仿真计算表明，当转子包络面为理想球形时，转子的平移运动仅会导致定子磁极对转子电磁力的作用，而不会对转子产生力矩作用，平移运动在垂直方向上的耦合电磁力比运动方向上的主电磁力小 2 个数量级，理论计算与有限元仿真结果基本吻合。

3）洛伦兹力磁轴承单独控制的偏转力矩对转子偏转角度不敏感，但磁轴承对转子的转动控制会在转子轴向上产生耦合电磁力，其值小于 1 N。

北航学报 赠阅

4）基于 MSSG 的动力学解析模型，得到了转子非球形条件下干扰力矩解析表达式，分析了洛伦兹力偏转磁轴承加工误差对 MSSG 敏感精度的影响。初步分析表明，转子非球形和洛伦兹力陀螺磁场分布不均是产生干扰力矩的 2 个关键因素，转子包络面非球形系数中，奇次谐波系数对干扰力矩的生成贡献更大，当转子位于平衡位置时，由于转子形状的对称性，偶次谐波系数不会导致干扰力矩的生成。

本文的研究可为 MSSG 高转速下的动力学特性分析提供理论基础，并为悬浮类陀螺的误差分析与补偿设计提供有益参考。

参考文献（References）

[1] FANG J C, ZHENG S Q, HANG B C. AMB vibration control for structural resonance of double-gimbal control moment gyro with high-speed magnetically suspended rotor [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(1): 32-43.

[2] REN Y, FANG J C. Current-sensing resistor design to include current derivative in PWM H-bridge unipolar switching power amplifiers for magnetic bearings[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(12): 4590-4600.

[3] REN Y, FANG J C. High-precision and strong-robustness control for an MSCMG based on modal separation and rotation motion decoupling strategy[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(3): 1539-1551.

[4] REN Y, FANG J C. Modified cross feedback control for a magnetically suspended flywheel rotor with significant gyroscope effects[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-11.

[5] FANG J C, REN Y, FAN Y H. Nutation and precession stability criterion of magnetically suspended rigid rotors with gyroscopic effects based on positive and negative frequency characteristics [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(4): 2003-2014.

[6] BOLETIS A, BARROT F, MOSER R. Three axis active magnetic levitation for inertial sensing systems: US7252001B2 [P]. 2007-08-07.

[7] BOSGIRAUD T. Two degrees of freedom miniaturized gyroscope based on active magnetic bearings [D]. Lausanne: Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2008: 22-35.

[8] MARUYAMA Y, MIZUNO T, TAKASAKI M, et al. An application of active magnetic bearing to gyroscopic and inertial sensors [J]. Journal of System Design and Dynamics, 2008, 2(1): 155-164.

[9] MARUYAMA Y, MIZUNO T, TAKASAKI M, et al. Extension of measurement bandwidth in an AMB-based gyroscopic sensor [J]. Mechatronics, 2009, 19(8): 1261-1268.

[10] MARUYAMA Y, MIZUNO T, TAKASAKI M, et al. Proposal of a new configuration for magnetically suspended gyro[C]// 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 1911-1916.

[11] 房建成，刘彬，王志强，等. 一种磁悬浮陀螺飞轮：CN 200910241243.3[P]. 2012-07-25.
FANG J C, LIU B, WANG Z Q, et al. A magnetically suspended gyrowheel: CN200910241243.3[P]. 2012-07-25(in Chinese).

[12] 刘彬，房建成，刘刚. 一种磁悬浮陀螺飞轮方案设计与关键技术分析[J]. 航空学报，2011，32(8)：1478-1487.
LIU B, FANG J C, LIU G. Design of a magnetically suspended gyrowheel and analysis of key technologies[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(8): 1478-1487 (in Chinese).

[13] FANG J C, ZHEN S Q, HAN B C. Attitude sensing and dynamic decoupling based on active magnetic bearing of MSDGCMG [J]. IEEE Transactions on Instrument and Measurement, 2012, 61(2): 338-348.

[14] ZHEN S Q, HAN B C. Investigations of an integrated angular velocity measurement and attitude control system for spacecraft using magnetically suspended double-gimbal CMGs [J]. Advances in Space Research, 2013, 51(12): 2216-2228.

[15] 房建成，孙津济，樊亚洪. 磁悬浮惯性动量轮技术[M]. 北京：国防工业出版社，2012：112-115.
FANG J C, SUN J J, FAN Y H. Magnetically suspended inertial momentum wheel technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012: 112-115(in Chinese).

[16] HU X N, WANG Q, CUI C Y, et al. Torque compensation system design for a spherical superconducting rotor [J]. IEEE Transactions on Instrument and Measurement, 2014, 63(12): 2789-2794.

[17] HE C, WANG Q. Force characteristics analysis on a superconducting sphere suspended by spherical coils[J]. Cryogenics, 2007, 47(7-8): 413-417.

[18] LIU J H, WANG Q, LI X. Modeling of the superconducting suspension system with shaping blocks[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2010, 20(1): 47-51.

[19] 崔春艳，胡新宁，程军胜，等. 超导磁悬浮支承系统干扰力矩及漂移误差分析[J]. 物理学报，2015，64(1)：379-389.
CUI C Y, HU X N, CHENG J S, et al. Analysis of magnetic disturbance torque and drift error in a superconducting suspension system[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(1): 379-389 (in Chinese).

作者简介：

辛朝军　男，博士研究生，讲师。主要研究方向：先进惯性测量技术。

Tel.：18610226728

E-mail：jingninan@126.com

蔡远文　男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：航天发射与测试。

Tel.：010-66364191

E-mail：caiyuanwen@263.net

任元　男，博士，讲师。主要研究方向：先进惯性测量与控制技术。

Tel.：010-66364384

E-mail：renyuan823@aliyun.com

北航学报 赠阅

Dynamic modeling and key error sources analysis of magnetically suspended sensitive gyroscopes

XIN Chaojun[1], CAI Yuanwen[1], REN Yuan[1,*], MIAO Cunxiao[2], ZHANG Liyuan[2]

(1. Department of Space Equipment, Equipment Academy, Beijing 101416, China;
2. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: The mathematical model of a new magnetically suspended sensitive gyroscope (MSSG) with rotor of double spherical envelope surfaces is established based on rotor dynamics, and the key error sources of the gyro in sensing angular rate are analyzed theoretically. First, structural features and sensing principles of the MSSG are described. Second, the theoretical models of electromagnetic forces and moments acting on the rotor are built respectively. The influencing mechanisms of rotor translation and titling on its mechanical state are analyzed. Simulation results by finite-element method software ANSYS are basically in agreement with the calculated results. Finally, two key error sources of rotor asphericity and Lorentz force magnetic bearing process errors are analyzed, and the analytical expression of the disturbing torques has been constructed. Calculation results show that the rotor aspheric factors and the inhomogeneous magnetic field in Lorentz force magnetic bearing are the major factors inducing disturbance torques. The model provides a valuable theoretical basis for further research on optimization design and analysis of the MSSG.

Key words: magnetically suspended sensitive gyroscope (MSSG); double spherical envelope surfaces; Lorentz force; aspheric error; error sources analysis

北京航空航天大学学报

Received: 2015-10-08; **Accepted**: 2015-11-06; **Published online**: 2016-01-08 15:17
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160108.1517.004.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51475472)
* **Corresponding author**. Tel.: 010-66364384 E-mail: renyuan823@aliyun.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0667

Rayleigh-Taylor 不稳定性非线性特性的数值研究

康宁，黎一锴*，何旭

（北京理工大学 机械与车辆学院，北京 100081）

摘 要：以往对于单模态 Rayleigh-Taylor(RT)不稳定性非线性特性的研究主要集中于推导和测量恒定的气泡推进速度上，而缺乏对液态尖钉区域非线性动力学特性的详细分析。采用耦合的 Level-Set 和 Volume-of-Fluid(CLSVOF)界面捕捉方法对单模态 RT 不稳定性的发展过程进行了精确的数值模拟，并利用模拟得到的压力场和速度场信息对 RT 不稳定性非线性发展阶段的稳态动力学特性进行了分析。模拟结果表明，在液态尖钉根部由于惯性力作用而引起的水平冲击流会在此处形成一个局部最大压力点，由于此处惯性力与压强梯度的平衡，位于最大压力点附近的流动最终将达到稳态。通过理论分析，确定了此稳态流动中各稳态特征参数与初始扰动波长、惯性加速度之间的关系。这些特征参数的确定有助于将经典低速射流的相关理论扩展应用到 RT 不稳定性诱导雾化的研究领域。

关 键 词：Rayleigh-Taylor 不稳定性；非线性；稳态；CLSVOF 方法；数值模拟
中图分类号：O363.2
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2059-10

当 2 种不同密度的流体层组成的系统受到由重流体指向轻流体的加速度时，流体层间的界面是不稳定的，将产生所谓的 Rayleigh-Taylor(RT)不稳定性。RT 不稳定性在天体物理[1-2]、激光核聚变[3-4]以及液体雾化[5-6]等科学和工业领域里起着非常重要的作用。在柴油机缸内喷雾燃烧过程中，液滴表面的 RT 不稳定性被认为是实现液滴二次雾化的主要原因之一[7-9]。因此，对 RT 不稳定性的研究受到了国内外学者的广泛关注。

在单模态 RT 不稳定性的发展初期，由于扰动振幅较扰动波长 λ 是一个小量，其动力学特性可以用数学上处理比较简单的线性理论来描述。在线性理论中，扰动振幅将随时间以指数的形式增长。在忽略表面张力和流体黏性的条件下，线性增长率可表示为 $\omega=\sqrt{kA\cdot At}$ [10]，$k=2\pi/\lambda$ 为波数，A 为加速度，$At=(\rho_2-\rho_1)/(\rho_2+\rho_1)$ 为 Atwood数，ρ_1 和 ρ_2 分别为轻流体和重流体的密度。表面张力和流体黏性的存在都阻碍着 RT 不稳定性的发展。Bellman 和 Pennington[11]考虑了起稳定作用的表面张力，推导出线性增长率为 $\omega=\sqrt{kA\cdot At-\sigma k^3/(\rho_2+\rho_1)}$，$\sigma$ 为表面张力系数，可以看出存在一个临界波数 $k_{cr}=\sqrt{(\rho_2-\rho_1)A/\sigma}$，只有波数小于临界波数的扰动才能随时间不断增长。Piriz 等[12]考虑了起阻尼作用的流体黏性，推导出线性增长率为某二次方程的解。考虑流体其他性质，如可压缩性、密度梯度等对线性增长率影响规律的研究可参考文献[13]。

当初始扰动的振幅由于 RT 不稳定性指数增长到可以与波长相比较时，由于此时的非线性影响不再可以忽略，扰动的发展将偏离线性理论。实验中可以观察到在 RT 不稳定性的非线性发展阶段，界面将呈现不对称的气泡(bubble)和尖钉

收稿日期：2015-10-15；**录用日期**：2016-01-22；**网络出版时间**：2016-02-18 11:20
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160218.1120.003.html
基金项目：国家自然科学基金（51476011）；北京理工大学青年教师学术启动计划（3030012261599）
* **通讯作者**：Tel.：13811862628 E-mail：liyikai@bit.edu.cn

引用格式：*康宁，黎一锴，何旭. Rayleigh-Taylor 不稳定性非线性特性的数值研究[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2059-2068. KANG N，LI Y K，HE X. Numerical study on nonlinear characteristics of Rayleigh-Taylor instability[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2059-2068 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

(spike)形状,而且气泡以恒定的速度向高密度的液层推进发展。Goncharov[14]基于渐进势流模型从理论上推出了二维和三维情况下此恒定速度的表达式。

由于非线性在数学处理上的复杂性,虽然可以推导出局部个别参数(如气泡的恒定推进速度)的渐进解,但是很难得到描述全局范围动力学特性的解析解(如流体内的压力场和速度场分布)。近年来,随着计算机计算速度以及计算方法的不断发展,利用数值模拟研究 RT 不稳定性的研究也越来越多。Baker 等[15]利用涡层方法(vortex sheet method)模拟了无黏、不可压流体的二维 RT 不稳定性发展过程,并研究了液层厚度的影响规律。Ramaprabhu 等[16-17]通过模拟三维 RT 不稳定性研究了不同 Atwood 数下(0.005 ~ 1)界面的发展特性。在国内,叶文华等[18-20]利用高精度的通量校正传输(Flux Corrected Transport, FCT)方法对激光烧蚀 RT 不稳定性进行了模拟,研究了电子热传导烧蚀在长波长扰动的非线性 RT 不稳定性演变中所起的作用。程会方等[21]利用移动粒子半隐式法(Moving-Particle Semi-implicit method, MPS)模拟了二维 RT 不稳定性,得到的界面形状与实验结果在表观上基本一致。

可以看出,以往关于 RT 不稳定性非线性动力学特性的研究主要集中于气泡,尤其是气泡的恒定推进速度上。但是,在利用 RT 不稳定性实现液体雾化的应用方面,尖钉的动力学特性更加重要。恒定的气泡推进速度意味着恒定的液体波谷表面下沉速度,进而使液体以恒定的速度流入尖钉区域,使尖钉顶部以恒定的速度破碎形成小液滴。因此,深入研究这些恒定的非线性动力学特性将有利于更好地利用 RT 不稳定性实现雾化。本文基于数值计算得到的压力场与速度场结果,对 RT 不稳定性的非线性动力学特性,尤其是对液体雾化起重要作用的恒定特性进行了深入分析。

1 物理模型和计算方法

1.1 控制方程

本文考虑气-液两相流的 RT 不稳定性。密度为 ρ_1 的气体层覆盖在密度为 ρ_2($\rho_2 > \rho_1$)的液体层上方,且整个系统以恒定的加速度 $A+g$ 向下加速运动,g 为重力加速度。本文中气体和液体均被视为理想不可压的牛顿流体。液体雾化过程中液-气密度之比较大,一般在 100 ~ 1 000 范围内变化,因而典型的 Atwood 数 At 非常接近于 1。为保证数值计算的稳定性,本文选取的液-气密度比 ρ_2/ρ_1 为 100,相应的 Atwood 数 At 为 0.98。将参考坐标系固定在底面固壁上,则作用于流体系统的有效惯性加速度为 A,如图 1 所示。图中:ξ 为表面变形的位移。在此参考坐标系下,整个系统的控制方程为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \\ \rho\left[\dfrac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}\right] = -\nabla p + \rho A \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{F}_s \end{cases} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{u}$ 为速度矢量;ρ 为流体密度函数;p 为流体压强;$\boldsymbol{e}_y$ 为 y 方向上的单位向量。

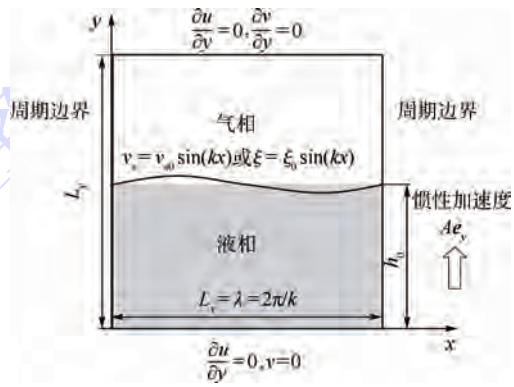


图 1 物理模型示意图

Fig. 1 Schematic of physical model

表面张力通过连续表面力(Continuum Surface Force, CSF)模型[22]转化为体积力 $\boldsymbol{F}_s$ 进入控制方程。

本文分别选取 $l_{ch}=\lambda$,$t_{ch}=\sqrt{\lambda/A}$,$u_{ch}=\sqrt{\lambda A}$ 和 $p_{ch}=\rho_1 A\lambda$ 为特征长度、特征时间、特征速度和特征压强对式(1)进行无量纲化。本文以后的无量纲量将以上标 * 表示。通过无量纲化,可得到一个无量纲系统特征参数:

$$A^* = \frac{\rho_1 \lambda^2 A}{\sigma} \tag{2}$$

式中:A^* 表征了起不稳定作用的惯性力和起稳定作用的表面张力之间的比值。

1.2 定解条件

本文计算在二维矩形区域内进行,计算区域的尺寸如图 1 所示。在水平方向(x 方向),由于只考虑单模态扰动的 RT 不稳定性,选取 x 方向的跨度为 $L_x=\lambda=2\pi/k$。根据文献[15],形成尖钉的流体动力学行为均发生在距离表面 $1/k$ 的范围之内,因此,本文选取液层的初始厚度 $h_0=\lambda>1/k$。虽然随着时间的发展,液层的波谷表面会下降,但在本文所有的模拟工况中,在计算结束时液层表面的最低点到底面固壁的距离仍有 $0.5\lambda>1/k$。所以,液层厚度在本文中不会对尖钉的动力学特性产生较大的影响。为给尖钉提供足够的纵向发展空间,气层竖直方向的跨度设为 1.5λ,整

北航学报 赠阅

个计算区域竖直方向的总跨度为 $L_y=2.5\lambda$。

在计算开始时，给予气-液界面一个非常小的正弦竖直速度初始扰动 $v_s(t=0,x)=v_{s0}\sin(kx)$。计算区域的左边界和右边界均设为周期边界，底部边界设为滑移壁面，顶部边界设为自由边界。具体的初始和边界条件已标示在图 1 中。

本文采用均匀交错网格对计算区域进行离散化。为确定网格的尺寸，笔者研究了典型模拟工况下（$A^*=8.8\pi^3$）不同网格（$\Delta=\Delta x=\Delta y=\lambda/16$，$\lambda/32$，$\lambda/40$，$\lambda/48$，$\lambda/56$，$\lambda/64$）对主要非线性动力学参数（恒定波谷沉降速度 V 和波谷振幅 δ_0）的影响，如图 2 所示。结果显示，当小于 $\lambda/48$ 之后，网格尺寸对主要的非线性动力学特性影响非常小。本文数值模拟采用的网格尺寸为 $\Delta=\Delta x=\Delta y=\lambda/64$。时间步长 Δt 受 2 个条件的限制，即自由表面和表面张力波在一个时间步长内不能移动超过一个网格尺寸的距离。

$$\Delta t=\min\left[Cr\frac{\Delta x}{|u_{\max}|},Cr\frac{\Delta y}{|v_{\max}|},\sqrt{\frac{\min(\rho_1,\rho_2)}{4\sigma}\min(\Delta x,\Delta y)^3}\right] \tag{3}$$

式中：Cr 为 Courant 数，本文中取为 0.25；$u_{\max}$ 和 $v_{\max}$ 分别为每个计算时刻水平速度和竖直速度的最大值。

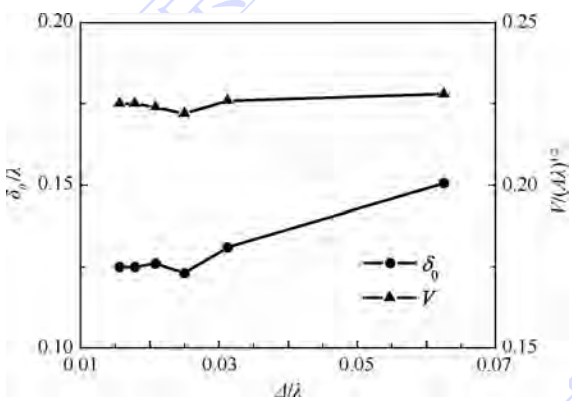


图 2　网格尺寸对波谷沉降速度 V 和振幅 δ_0 的影响

Fig. 2　Effects of grid sizes on trough descending velocity V and amplitude δ_0

1.3　计算方法

气-液 RT 不稳定性模拟的关键是气-液界面的捕捉方法。本文采用的计算方法建立在耦合 Level-Set 和 Volume-of-Fluid（CLSVOF）界面捕捉方法基础之上[23]。气-液界面通过一条等 LS 函数线 $\phi=0$ 隐式表征，而 VOF 方法作为 LS 方法的补充以保证液体质量守恒[24]。数值计算方法的细节可参考文献[25]，作者利用同样的数值计算方法成功研究了 Faraday 不稳定性中具体的动力学特性。

1.4　数值验证

为验证本文所用数值方法以及程序代码的正确性，将利用本文代码的计算结果与 Baker 等[26]利用涡层方法进行模拟的结果进行比较。图 3 给出了初始扰动振幅为 0.1λ 条件下，尖钉顶点和气泡顶点位移随时间的变化规律。图中还给出了线性理论解作为参考。可以看出，无论在线性发展阶段还是非线性发展阶段，利用本文程序代码计算的结果与 Baker 等[26]的计算结果符合得很好。

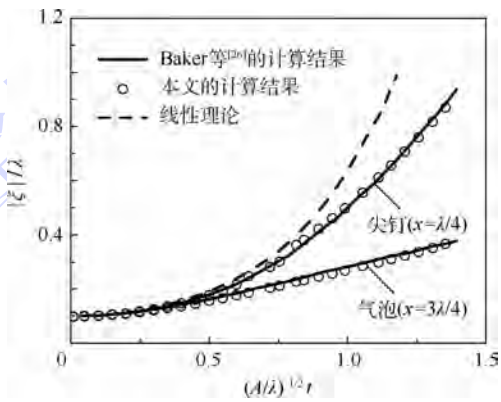


图 3　模型验证结果

Fig. 3　Results of model validation

2　计算结果与讨论

从 RT 不稳定性线性增长率的表达式可以看到，对于大 Atwood 数，只有在无量纲参数 $A^*=\rho_1\lambda^2A/\sigma>4\pi^2$ 的条件下，表面变形的振幅才能够增长。本文对 $A^*=2.4\pi^3$，$3.2\pi^3$，$4.0\pi^3$，$4.8\pi^3$，$5.6\pi^3$，$6.4\pi^3$，$7.2\pi^3$，$8.0\pi^3$ 和 $8.8\pi^3$ 等 9 个值进行了模拟。所有模拟的初始速度扰动振幅为 $v_{s0}^*=0.001$。计算在液体尖钉的顶部到达计算域的上边界后停止。

2.1　非线性表面变形的整体动力学特性

图 4 给出了 RT 不稳定性非线性阶段从液层表面形成尖钉的发展过程。图中所有不同时刻界面形状曲线都是在一个工况下计算得到的。可以看出，在表面波峰的根部会形成一个局部最大压强点 $p_{\max}$，而在这个最大压强点以上则会形成一个动力学上独立于底部液层的尖钉区域。这种动力学特性与 Faraday 不稳定性非常类似[25]。由于本文关注的是 Atwood 数很大的情况，因此不会在尖钉顶部出现 Kelvin Helmhotz（KH）不稳定性所引起的卷曲（roll-up）结构[16,26]。

当把形成局部最大压力点之后不同时刻表面波谷的最低点重叠在一起时，如图 4（b）所示，可以看到如下现象：①不同时刻波谷区域的液面保持着振幅为 δ_0 的正弦曲线形状（如图 4（b）中虚

正弦曲线所示);②在波峰区域可以看到不同时刻的最大压力点(如图 4(b)中的小圆圈所示)重合在一起,而且最大压力点到虚正弦波峰顶点的距离 η 也保持恒定的值。

图 5 给出了模拟工况 $A^*=4.8\pi^3$ 下,波谷最低点的垂直坐标 y_1^*(常被称为气泡顶点)、表面变形中性点的垂直坐标 y_2^* 和局部最大压力点的垂直坐标 y_3^* 随时间的变化规律曲线。作为参考,图 5 也给出了线性理论中 y_1^*、表面变形中性点与波谷最低点的距离 $y_2^*-y_1^*$ 以及最大压力点与虚正弦波峰顶点的距离 $y_3^*-y_4^*$ 随时间的变化曲线。其他模拟工况下的各曲线变化规律与图 5 相似。

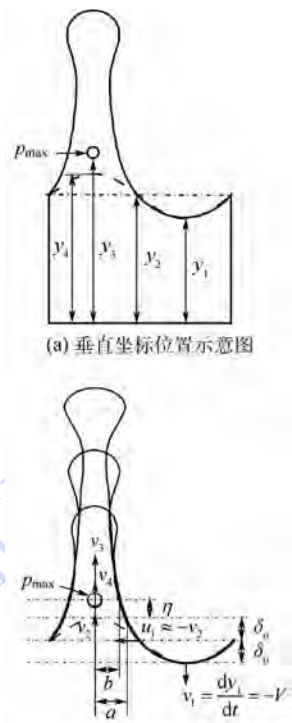
从图5中可以看出,在发展的初始阶段,表面变形严格地遵循线性理论解:

$$y_1=h_0-\frac{v_{s0}}{\sqrt{kA-\dfrac{\sigma k^3}{\rho_1}}}\sinh\left(\sqrt{kA-\frac{\sigma k^3}{\rho_1}}t\right) \tag{4}$$

随着表面振幅的不断增大,非线性因素变得逐渐明显,从而降低了表面振幅的增长速度,最终,波谷以恒定的速度 V^* 向下沉降。在线性理论中,中性表面的高度 y_2^* 会保持在平衡位置,即 $h_0^*=1$,然而由于非线性的影响,y_2^* 在某个时刻 $t^*=t_1^*$ 之后开始以与波谷沉降相同的速度下降,因而使波谷正弦表面的振幅保持在一个固定值 δ_0^* 上。可以 $t^*=t_1^*$ 为界将整个发展过程分为 2 个阶段:线性发展阶段($t^*<t_1^*$)和非线性发展阶段($t^*>t_1^*$)。从图 5 中还可以看出,y_3^*、y_1^* 和 y_2^* 的下降速度一致,这表明最大压力点与波谷表面作为一个整体以恒定的速度向下沉降。值得注意的是,直到计算结束,液体表面最低点到底面固壁的距离仍然保持在 $y_1^*=y_1/\lambda\approx0.5$ 以上,因此,图 5 中所示的所有稳态动力学特性与底面的固壁边界条件无关。

从图 5 中可以看出,$y_2^*-y_1^*$ 和 $y_3^*-y_4^*$ 最终分别达到恒定值 δ_0^* 和 η^*。

图 6 给出了 δ_0^* 和 η^* 与无量纲参数 A^* 的关



(a) 垂直坐标位置示意图

(b) 不同时刻液层表面重叠示意图

图 4 液层表面的动力学特征参数

Fig. 4 Features of jet formation from a liquid layer

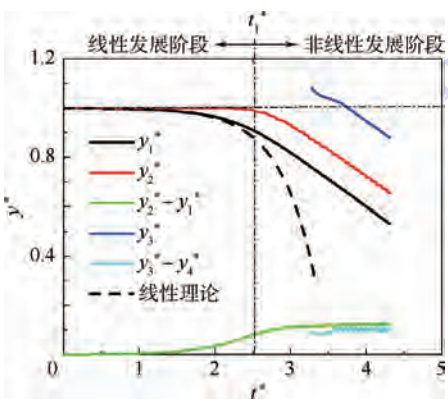
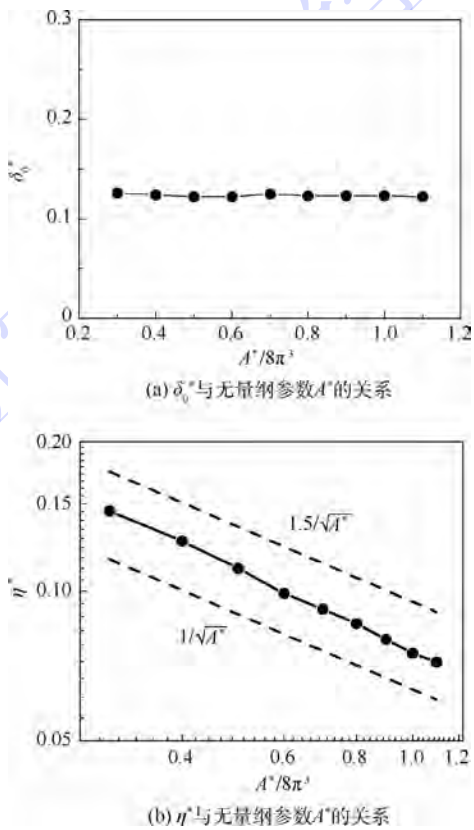


图 5 y_1^*、y_2^*、y_3^*、$y_2^*-y_1^*$ 和 $y_3^*-y_4^*$ 随时间的变化曲线

Fig. 5 Temporal changing curves of y_1^*, y_2^*, y_3^*, $y_2^*-y_1^*$ and $y_3^*-y_4^*$



(a) δ_0^* 与无量纲参数 A^* 的关系

(b) η^* 与无量纲参数 A^* 的关系

图 6 δ_0^*、η^* 与无量纲参数 A^* 的关系

Fig. 6 Dependence of δ_0^* and η^* on dimensionless parameter A^*

系。δ_0^* 与 A^* 的取值无关，始终保持在 0.125 左右，而 η^* 则会随着 A^* 的增加而减小，通过数据拟合，可以得到如下关系：

$$\eta^* = \frac{c_1}{\sqrt{A^*}} \tag{5}$$

式中：$c_1 = 1.26$。

2.2　稳态流动的动力学特性

2.2.1　波谷表面的恒定沉降速度 V^*

从图 4(b)和图 5 可以看出，在非线性发展阶段，整个波谷表面都以相同的速度 V^* 向下沉降。这个速度就是 RT 不稳定性研究中提及的气泡推进速度。图 7 给出了模拟工况 $A^* = 3.2\pi^3$，$4.8\pi^3$，$6.4\pi^3$ 和 $8.0\pi^3$ 下波谷最低点的无量纲竖直方向速度 v_1^* 随时间的变化规律。可以看到所有模拟工况下，v_1^* 的值最终都会稳定在一个常数，即

$$V^* = \frac{V}{\sqrt{A\lambda}} = c_2 = 0.225 \tag{6}$$

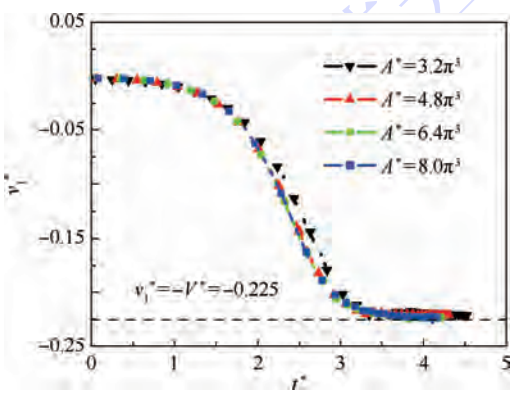


图 7　不同工况下 v_1^* 随时间的变化规律

Fig. 7　Temporal changes of v_1^* under different cases

Baker 等[26]利用涡层方法得到了与式(6)相同的数值。渐进势流模型理论[14]给出 $At = 1$ 的条件下二维气泡顶点推进速度为 $V/\sqrt{A\lambda} = 0.23 \pm 0.01$。这个理论结果与式(6)也吻合得很好。从第 2.2 节的讨论将会看到，V 表征了液体通过最大压力点进入自由尖钉区域的速度，因此其是研究 RT 不稳定性诱导雾化过程中的一个重要参数。本节将基于数值计算得到的详细压力场和速度场信息，对 RT 不稳定性非线性发展的物理过程进行分析，并建立新的模型计算波谷表面沉降速度 V。

沿着波谷中心线($x^* = 0.75$)，由于对称性，水平方向的速度 $u^* = 0$，因此 y 方向上液体区域的无量纲动量方程可表示为

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + 1 \tag{7}$$

图 8(a)给出了模拟工况 $A^* = 4.8\pi^3$ 下非线性发展阶段不同时刻 $t^* = 3.41, 3.66, 3.90, 4.14$ 沿波谷中心线的无量纲压强分布规律。可以看到，随着波谷表面的沉降，无量纲压强相应地增大。当把图 8(a)中的纵坐标 y^* 替换为 $\zeta^* = y^* - y_1^*$ 之后(见图 8(b))，可以看到所有的压力曲线几乎重合在一起，表明随时间变化的压力函数 $p^*(x^*, y^*, t^*)$ 在非线性发展阶段可以写为 2 个变量的函数 $p^*(x^*, \zeta^*)$。另外，从图 4 和图 5 已经知道，在非线性发展阶段，整个正弦表面(包括正弦波谷和虚正弦波峰)以及最大压力点都以相同的稳定速度沉降。当站在波谷表面最低点来观察时，最大压力点以下的液体流动为稳态流动，因此竖直方向速度可以表示为 $v^*(x^*, y^*, t^*) = v^*(x^*, \zeta^*)$，则式(7)可以化简为

$$(V^* + v^*)\frac{\partial v^*}{\partial \zeta^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial \zeta^*} + 1 \tag{8}$$

将式(8)沿波谷中心线对变量 ζ^* 从 $\zeta_0^* = -y_1^*$(对应 $y^* = 0$)到 $\zeta_1^* = 0$(对应 $y^* = y_1^*$)进行积分，得

$$-\frac{1}{2}V^{*2} = p^*(x^* = 0.75, \zeta_0^*) - p^*(x^* = 0.75, \zeta_1^*) + y_1^* \tag{9}$$

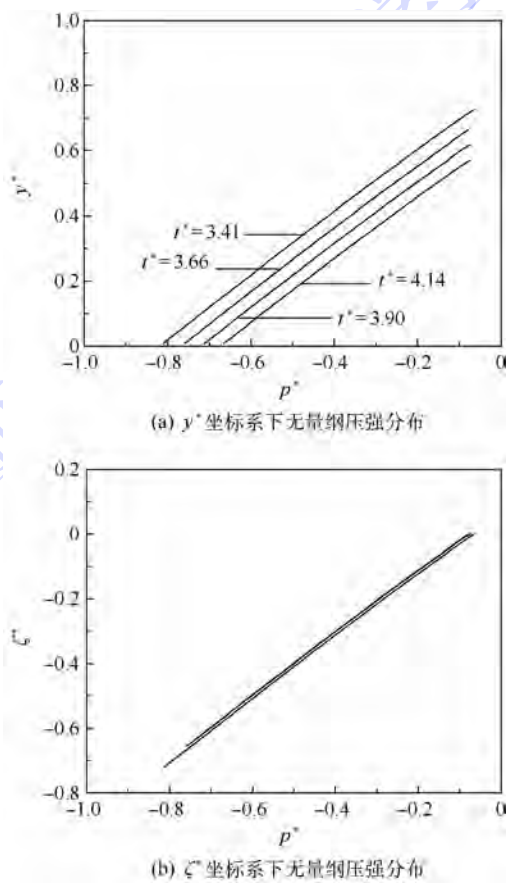


图 8　不同时刻波谷中心线无量纲压强的分布规律

Fig. 8　Dimensionless pressure distribution of trough center line at different time

北航学报 赠阅

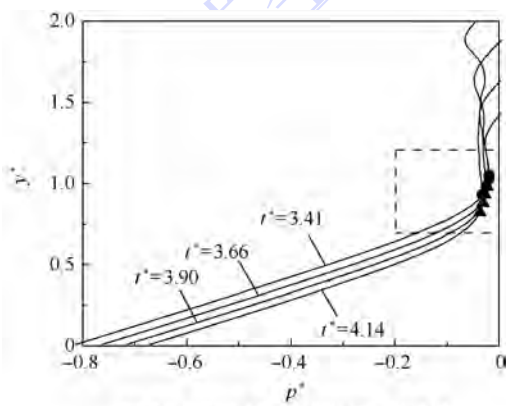
忽略波谷最低点处的表面张力压强，即 $p^*(x^*=0.75,\zeta_1^*)=0$，可以得到

$$p^*(x^*=0.75,\zeta_0^*)=-\frac{1}{2}V^{*2}-y_1^* \tag{10}$$

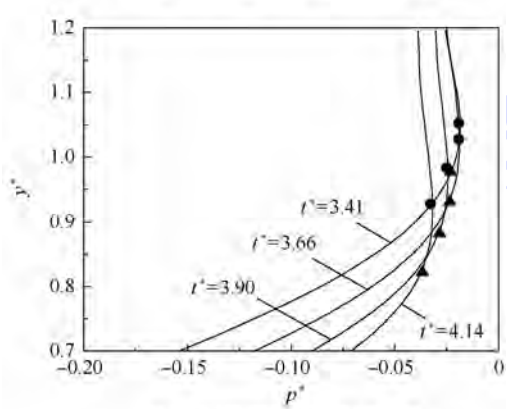
图 9 给出了模拟工况 $A^*=4.8\pi^3$ 下非线性发展阶段不同时刻 $t^*=3.41,3.66,3.90,4.14$ 沿波峰中心线（$x^*=0.25$）的无量纲压强分布规律。可以看到，除了尖钉顶端区域由于顶部收缩引起的较大表面压强外，在最大压力点（实心黑点）以上液体尖钉区域内的压力会缓和到与周围气体压力相一致。而由于本文中的 Atwood 数接近于 1，液-气密度比较大，因此在这个液体尖钉区域内的压强 p^* 及其竖直方向梯度 $\partial p^*/\partial y^*$（$=\partial p^*/\partial\zeta^*$）都接近于 0。比较图 9(a)与图 8(a)可以看到，在接近底部壁面区域，沿波峰中心线的压强分布与沿波谷中心线的压强分布一致，即

$$p^*(x^*=0.25,\zeta_0^*)=p^*(x^*=0.75,\zeta_0^*) \tag{11}$$

式(7)和式(8)在波峰中心线上最大压力点以下区域仍然成立。将式(8)沿波峰中心线对变量 ζ^* 从 $\zeta_0^*=-y_1^*$（对应 $y^*=0$）到 $\zeta_4^*=y_4^*-y_1^*$（对应 $y^*=y_4^*$）进行积分，得



(a) 波峰中心线处无量纲压强分布规律



(b) 图(a)中虚线框处的放大视图

图 9 不同时刻波峰中心线处无量纲压强的分布规律

Fig. 9 Dimensionless pressure distribution of crest center line at different time

$$V^*v_4^*+\frac{1}{2}v_4^{*2}=p^*(x^*=0.25,\zeta_0^*)-p^*(x^*=0.25,\zeta_4^*)+y_4^* \tag{12}$$

从图 9(b)还可以看到，在虚正弦表面波峰顶点位置 y_4^* 处（实心三角形所示）的压强接近于 0，即

$$p^*(x^*=0.25,\zeta_4^*)\approx 0 \tag{13}$$

另外，当考虑到非线性发展阶段虚正弦波峰表面与正弦波谷表面以一个整体向下运动，由于质量守恒，则在虚正弦波峰顶点处的竖直方向速度 v_4^* 应满足条件：

$$v_4^*\approx 2V^* \tag{14}$$

计算结果（见图 10）也证实了这个条件。

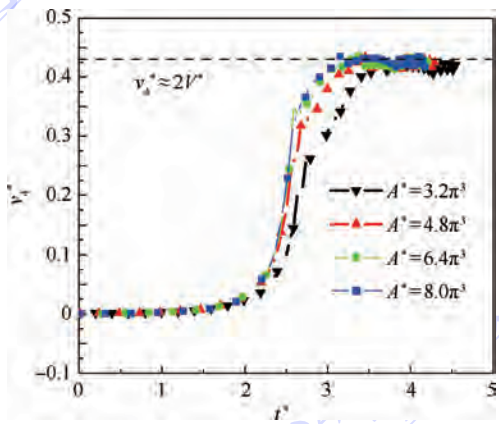


图 10 不同工况下 v_4^* 随时间的变化规律

Fig. 10 Temporal changes of v_4^* under different cases

将式(10)、式(12)～式(14)代入式(11)，得

$$V^*=\frac{2}{3}\sqrt{\delta_0^*} \tag{15}$$

数值结果（见图 6）显示 δ_0^* 和无量纲参数 A^* 无关，而且保持在恒定值 0.125。笔者将在第 2.2.2 节中对如何推导得到 δ_0^* 进行讨论。从式(15)得到的表面恒定沉降速度 $V^*=0.236$，此数值与直接模拟得到的结果（见式(6)）以及基于渐进势流模型的理论研究结果[14]吻合得很好。

2.2.2 正弦表面的振幅 δ_0^*

除了波谷表面的恒定沉降速度 V^* 之外，另外一个与稳定流动相关的重要特征量就是数值与无量纲参数 A^* 无关的正弦表面振幅 δ_0^*，其表征了液体尖钉根部、波谷表面附近所形成稳定流的厚度。本节将根据压力场和速度场的计算结果建立模型，推导出 δ_0^* 的表达式。

在 RT 不稳定性中，液体表面的非线性运动学条件为

$$v_s^*=\frac{\partial h^*}{\partial t^*}+u_s^*\frac{\partial h^*}{\partial x^*} \tag{16}$$

北航学报 赠阅

式中：$h^*(x^*,t^*)$ 为表面高度函数；u_s^* 和 v_s^* 分别为表面速度的水平和竖直方向的分量。

在线性理论中，式(16)等号右侧第 2 项非线性项会被忽略。在线性发展阶段，由于表面各点速度的水平分量 u_s^* 和表面梯度 $\partial h^*/\partial x^*$ 都很小，因此这种忽略是合理的。但在非线性发展阶段，由于 u_s^* 与 $\partial h^*/\partial x^*$ 的乘积不再是一个小值，因而在分析中必需考虑此项的影响。

图 11 给出了模拟工况 $A^*=4.8\pi^3$ 下表面上 $v_s^*=0$ 对应点的 x 坐标随时间的变化规律。可以看到，在整个发展过程中，$v_s^*=0$ 始终是在中性点 $(x^*=0.5, y^*=y_2^*)$ 上。如前所述，在非线性发展阶段，波谷表面可以近似成振幅为 δ_0^* 的正弦曲线，因此，波谷区域 $(x^*\geqslant 0.5)$ 的表面高度可表示为 $h^*(x^*,t^*)=y_2^*(t^*)+\delta_0^*\sin(2\pi x^*)$。在中性点上，式(16)可化简为

$$\frac{\mathrm{d}y_2^*}{\mathrm{d}t^*}=2\pi u_1^*\delta_0^*\Rightarrow\delta_0^*=-\frac{2\pi u_1^*}{V^*} \tag{17}$$

式中：$u_1^*=u_s^*(x^*=0.5)$ 为中性点处的水平表面速度。

在模拟工况 $A^*=4.8\pi^3$ 下，如图 12 所示，u_1^* 和位于同一水平面上波峰中心线位置的竖直方向速度 $v_2^*=v^*(x^*=0.25, y^*=y_2^*)$ 大小相同。此关系对其他模拟工况同样成立。

如图 9 所示，虚正弦波峰顶部附近(实心三角形)竖直方向的压力梯度 $|\partial p^*/\partial\zeta^*|=|\partial p^*/\partial y^*|\ll 1$，因此，沿波峰中心线 $(x^*=0.25)$ 在 $\zeta_2^*=y_2^*-y_1^*$ 和 $\zeta_4^*=y_4^*-y_1^*$ 的范围内，式(11)中等号右侧的压力项 $-\partial p^*/\partial\zeta^*$ 可以忽略，即

$$(V^*+v^*)\frac{\partial v^*}{\partial\zeta^*}=1 \tag{18}$$

对式(18)从 ζ_2^* 到 ζ_4^* 积分可得

$$V^*(v_4^*-v_2^*)+\frac{1}{2}(v_4^{*2}-v_2^{*2})=\zeta_4^*-\zeta_2^*=\delta_0^* \tag{19}$$

将式(14)和式(15)代入式(19)，得

$$2v_2^{*2}+4V^*v_2^*-7V^{*2}=0 \tag{20}$$

其解为

$$v_2^*=\left(\pm\frac{3}{2}\sqrt{2}-1\right)V^* \tag{21}$$

由于 v_2^* 应为正，可去除解 $v_2^*=(-3\sqrt{2}/2-1)V^*$。因此，解 $v_2^*=(3\sqrt{2}/2-1)V^*=1.12V^*$ 是式(20)的物理解。此解和直接数值模拟的结果 $v_2^*=1.17V^*$(如图 12 所示)符合得很好。由于 $u_1^*\approx -v_2^*$，从式(17)可得 δ_0^* 的表达式为

$$\delta_0^*=\frac{1}{2\pi(3\sqrt{2}/2-1)}=0.142 \tag{22}$$

从式(22)得到的 δ_0^* 值较数值计算结果 $\delta_0^*=0.125$ 略高，这是由于 v_2^* 的实际值要比 u_1^* $(=1.2V^*)$ 略低的结果。

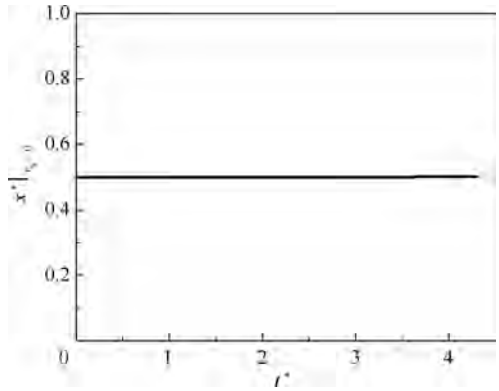


图 11　表面不动点($v_s^*=0$)所对应的 x 坐标随时间的变化规律

Fig. 11　Temporal changes of x coordinate where vertical velocity vanishes on surface ($v_s^*=0$)

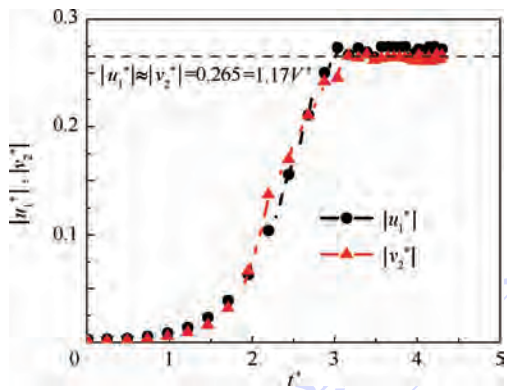


图 12　$|u_1^*|$ 与 $|v_2^*|$ 随时间的变化规律

Fig. 12　Temporal changes of $|u_1^*|$ and $|v_2^*|$

2.2.3　最大压力点处出流速度 v_3^* 和出流宽度 $2b^*$

从第 2.2.1 节可以看出，在 RT 不稳定性中，尖钉底部形成的最大压力点将液体分为 2 个区域：位于最大压力点以下的稳态流动区和位于最大压力点以上的自由流动区。其中，自由流动区可以看成是在重力作用下液体从喷嘴向下喷出的低速射流问题，而这个最大压力点的位置可以看成是射流问题中喷嘴出口的位置。因此，如果可以确定最大压力点处的出流速度 v_3^* 和出流宽度 $2b^*$，则射流问题中的研究成果[27-30]就能应用到 RT 不稳定性诱导雾化领域来。这是以往研究中所忽略的问题。因此，本节将分析如何确定最大

北航学报 赠阅

压力点处的出流速度 v_3^* 和出流宽度 $2b^*$。

第 2.2.2 节中讨论过在虚正弦表面波峰顶点附近的竖直方向压力梯度可以忽略，因此，从式(18)可以得到在虚正弦表面波峰顶点处($x^* = 0.25, y^* = y_4^*$)的速度梯度$\partial v^*/\partial y^*$ ($= \partial v^*/\partial \zeta^*$)：

$$\beta = \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = \frac{\partial v^*}{\partial \zeta^*} = \frac{1}{V^* + v_4^*} = \frac{1}{3V^*} \tag{23}$$

假设竖直方向的速度在 $y^* = y_4^*$ 到 $y^* = y_3^*$ 的范围内呈线性分布，且斜率为 β，则

$$v_3^* = v_4^* + \beta\eta^* = 2V^* + \frac{\eta^*}{3V^*} \tag{24}$$

将式(5)代入式(24)，得

$$v_3^* = 2V^* + \frac{0.42}{V^*\sqrt{A^*}} \tag{25}$$

从式(5)和式(25)可以看出，当 $A^* \to \infty$，$y_3^* \to y_4^*$ 且 $v_3^* \to 2V^*$。因此，当无量纲参数 A^* 足够大时，虚正弦表面波峰顶点和最大压力点重合，出流速度为 $2V^*$。

图 13 给出了最大压力点处出流半宽 b^* 以及虚正弦表面波峰顶点处出流半宽 a^* 与无量纲参数 A^* 的函数关系。可以看到，a^* 与 A^* 的取值无关，一直保持为常数 $c_3 = 0.173$，而 b^* 则随着 A^* 的增大而增大。同样，如果 A^* 足够大，$y_3^* \to y_4^*$，则

$$b^* \to a^* = c_3 = 0.173 \tag{26}$$

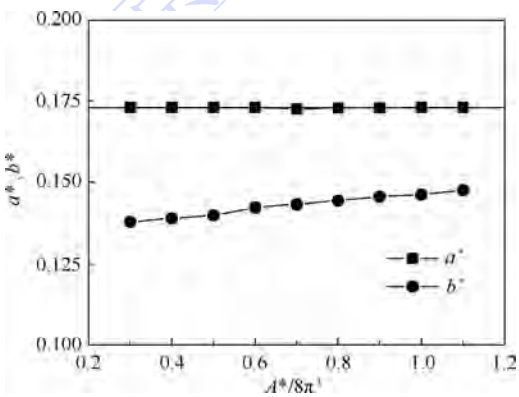


图 13 a^*、b^* 与无量纲参数 A^* 的关系

Fig. 13 Dependence of a^* and b^* on dimensionless parameter A^*

3 结 论

本文利用 CLSVOF 界面捕捉方法对大 Atwood 数下二维单模态 RT 不稳定性进行了数值模拟，重点研究了 RT 不稳定性尖钉区域非线性发展阶段的稳态动力学特性。通过对计算结果的分析可以得到如下结论：

1）在液体尖钉根部由于惯性力作用而引起的水平冲击流会在此处形成一个局部最大压力点，这个最大压力点将使位于其上部的尖钉区域的发展独立于位于其下部的液层。由于此处惯性力与压强梯度的平衡，位于最大压力点附近的流动最终将达到稳态。

2）在稳态流动中，液体波谷表面可用一条正弦曲线表征，其振幅只与初始扰动的波长有关。波谷表面连同最大压力点将作为一个整体以恒定的速度向下运动，其数值与惯性加速度和波长乘积的平方根成正比。

3）得到了最大压力点处的出流速度和出流宽度与无量纲参数的关系。通过确定这些稳态特征量有助于将经典低速射流的相关理论扩展应用到 RT 不稳定性诱导雾化的研究领域。

参考文献（References）

[1] ARNETT W D, BAHCALL J N, KIRSHNER R P, et al. Supernova 1987A[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1989, 27(2): 629-700.

[2] NORMAN M L, SMARR L, SMITH M D, et al. Hydrodynamic formation of twin-exhaust jets[J]. Astrophysical Journal, 1981, 247(1): 52-58.

[3] EVANS R G, BENNETT A J, PERT G J. Rayleigh-Taylor instabilities in laser accelerated targets[J]. Physical Review Letters, 1982, 49(22): 1639-1642.

[4] LINDL J D, MCCRORY R L, CAMPBELL E M. Progress toward ignition and burn propagation in inertial confinement fusion [J]. Physics Today, 1992, 45(9): 32-40.

[5] BEALE J C. Modeling spray atomization with the Kelvin-Helmholtz/Rayleigh Taylor hybrid model[J]. Atomization and Sprays, 1999, 9(6): 623-650.

[6] KONG S C, SENECAL P K, REITZ R D. Developments in spray modeling in diesel and direct-injection gasoline engines[J]. Oil & Gas Science & Technology, 1999, 54(2): 197-204.

[7] HSIANG L P, FAETH G M. Near-limit drop deformation and secondary breakup [J]. International Journal of Multiphase Flow, 1992, 18(5): 635-652.

[8] LEE C H, REITZ R D. An experimental study of the effect of gas density on the distortion and breakup mechanism of drops in high speed gas stream[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2000, 26(2): 229-244.

[9] 解茂昭. 燃油喷雾场结构和雾化机理[J]. 力学与实践, 1990, 12(4): 9-15.
XIE M Z. The structure of fuel spray field and the mechanism of atomization[J]. Mechanics in Engineering, 1990, 12(4): 9-15 (in Chinese).

[10] TAYLOR G. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. I[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1950, 201(1065): 192-196.

[11] BELLMAN R, PENNINGTON R H. Effects of surface tension and viscosity on Taylor instability[J]. Quarterly of Applied

北航学报 赠阅

Mathematics，1953，12(2)：151-162.

[12] PIRIZ A R，CORTÁZAR O D，CELA J J L，et al. The Rayleigh-Taylor instability[J]. American Journal of Physics，2006，74(12)：1095-1098.

[13] SHARP D H. An overview of Rayleigh-Taylor instability[J]. Physica D：Nonlinear Phenomena，1984，12(1-3)：3-10.

[14] GONCHAROV V N. Analytical model of nonlinear，single-mode，classical Rayleigh-Taylor instability at arbitrary Atwood numbers[J]. Physical Review Letters，2002，88(13)：134502.

[15] BAKER G R，MCCRORY R L，VERDON C P，et al. Rayleigh-Taylor instability of fluid layers[J]. Journal of Fluid Mechanics，1987，178：161-175.

[16] RAMAPRABHU P，DIMONTE G，WOODWARD P，et al. The late-time dynamics of the single-mode Rayleigh-Taylor instability[J]. Physics of Fluids，2012，24(7)：074107.

[17] RAMAPRABHU P，DIMONTE G，YOUNG Y N，et al. Limits of the potential flow approach to the single-mode Rayleigh-Taylor problem[J]. Physical Review E，2006，74(6)：202-212.

[18] 叶文华. 激光烧蚀 RT 不稳定性线性增长率和非线性行为的数值研究[J]. 强激光与粒子束，1998，10(4)：567-572.
YE W H. Numerical studies of linear growth rates and nonlinear evolution of laser ablative Rayleigh-Taylor instability[J]. High Power Laser and Particle Beams，1998，10(4)：567-572(in Chinese).

[19] 叶文华，张维岩，陈光南，等. 激光烧蚀瑞利-泰勒不稳定性数值研究[J]. 强激光与粒子束，1999，11(5)：613-618.
YE W H，ZHANG W Y，CHEN G N，et al. Numerical study of laser ablative Rayleigh-Taylor instability[J]. High Power Laser and Particle Beams，1999，11(5)：613-618(in Chinese).

[20] 叶文华，张维岩，贺贤土. 烧蚀瑞利-泰勒不稳定性线性增长率的预热致稳公式[J]. 物理学报，2000，49(4)：762-767.
YE W H，ZHANG W Y，HE X T. Preheating stabilization formula of linear growth rate for ablative Rayleigh-Taylor instability[J]. Acta Physica Sinica，2000，49(4)：762-767(in Chinese).

[21] 程会方，段日强，姜胜耀. Rayleigh-Taylor 不稳定性的 MPS 数值模拟[J]. 核动力工程，2010，31(s1)：123-126.
CHENG H F，DUAN R Q，JIANG S Y. Numerical simulation of Rayleigh-Taylor instability with MPS method[J]. Nuclear Power Engineering，2010，31(s1)：123-126(in Chinese).

[22] BRACKBILL J U，KOTHE D B，ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension[J]. Journal of Computational Physics，1992，100(2)：335-354.

[23] SUSSMAN M，PUCKETT E G. A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D and axisymmetric incompressible two-phase flows[J]. Journal of Computational Physics，2000，162(2)：301-337.

[24] VAN DER PIJL S P，SEGAL A，VUIK C，et al. A mass-conserving level-set method for modeling of multi-phase flows[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids，2005，47(4)：339-361.

[25] LI Y，UMEMURA A. Two-dimensional numerical investigation on the dynamics of ligament formation by Faraday instability[J]. International Journal of Multiphase Flow，2014，60(2)：64-75.

[26] BAKER G R，MEIRON D I，ORSZAG S A. Vortex simulations of the Rayleigh-Taylor instability[J]. Physics of Fluids，1980，23(8)：1485-1490.

[27] CLANET C，LASHERAS J C. Transition from dripping to jetting[J]. Journal of Fluid Mechanics，1999，383：307-326.

[28] EGGERS J，VILLERMAUX E. Physics of liquid jets[J]. Reports on Progress in Physics，2008，71(3)：509-514.

[29] SCHULKES R M S M. The evolution and bifurcation of a pendant drop[J]. Journal of Fluid Mechanics，1994，278：83-100.

[30] UMEMURA A. Self-destabilizing mechanism of a laminar inviscid liquid jet issuing from a circular nozzle[J]. Physical Review E，2011，83(4)：046307.

作者简介：

康宁　男，博士研究生。主要研究方向：内燃机流动与燃烧。
E-mail：46054832@qq.com

黎一锴　男，博士，讲师。主要研究方向：气-液两相流的数值模拟。
Tel.：13811862628
E-mail：liyikai@bit.edu.cn

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Numerical study on nonlinear characteristics of Rayleigh-Taylor instability

KANG Ning, LI Yikai*, HE Xu

(School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The research on the nonlinear dynamics of Rayleigh-Taylor (RT) before mainly focused on deducing and measuring the constant penetration velocity of the bubble and had little detailed analysis of the nonlinear dynamic characteristics in the liquid spike region. An accurate numerical simulation of the single-mode RT instability was carried out based on the coupled Level-Set and Volume-of-Fluid (CLSVOF) interface capturing method. The detailed information on the pressure fields and velocity fields was obtained. In addition, the steady-state dynamic characteristics in the nonlinear development stage were analyzed. Simulation results show that a local maximum pressure point which is caused by the horizontal impinging flow with the action of inertial force appears at the root of the spike. The dependence of the different characteristic parameters of the steady flow on the initial perturbation wavelength and the inertial acceleration is determined. This work may extend the relevant classical theories of the low speed jet to the RT instability inducing atomization field.

Key words: Rayleigh-Taylor instability; nonlinearity; steady state; CLSVOF method; numerical simulation

北京航空航天大学学报

Received: 2015-10-15; **Accepted**: 2016-01-22; **Published online**: 2016-02-18 11:20

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160218.1120.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51476011); Beijing Institute of Technology Research Fund Program for Young Scholars (3030012261599)

* **Corresponding author**. Tel.: 13811862628 E-mail: liyikai@bit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0609

电脉冲除冰系统的结构力学性能分析

李广超[1,*], 何江[2], 林贵平[1]
(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国空间技术研究院, 北京 100081)

摘 要: 电脉冲除冰(EIDI)作为一种电动-机械式除冰系统,具有广阔的应用前景。本文采用线圈和金属平板组成的电脉冲系统作为EIDI结构动力学模型的研究对象,基于有限元分析软件MSC/NASTRAN,建立了一套针对典型平板-线圈结构的EIDI系统结构动力学仿真模型,研究了模型的固有特性(模态与频率)与时域响应分析,并开展了仿真模型的实验验证。研究了基于模型的EIDI系统结构动力学特性,重点关注最大应变和位移在空间的分布规律,并讨论了电容、电压等放电参数的影响。研究表明,电脉冲作用下,平板最大位移分布特性近似"马鞍型",提升电容和电压可以增大脉冲力峰值和结构变形量,同时减小固定位置处的应变。

关 键 词: 飞机防冰除冰; 电脉冲除冰(EIDI); 有限元分析; 模态分析; 应力-应变
中图分类号: V244.1+5
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2069-06

在结冰条件下,飞机机翼前缘和进气道口易发生结冰现象,这将导致升力下降、飞行阻力增大,进而引起飞机的操纵性和稳定性品质恶化,严重时甚至引起飞机失事[1-2]。因此,飞机结冰防护系统是现代飞机中必不可少的功能性组件。电脉冲除冰(EIDI)作为一种电动-机械式除冰系统,主要原理是通过机翼内部线圈产生的电脉冲激励机翼蒙皮高频振荡来除冰,具有耗能低、重量小、易维护和可靠性高等优点,具有广阔的应用前景[3-5]。

对EIDI系统的研究,可分为电动力学研究、结构动力学研究和应用试验研究等方向。在结构动力学方面,主要研究系统结构对脉冲力的动力响应特性,如加速度、应变等。在脉冲力作用下,蒙皮的真实响应是沿三维空间分布且随时间变化的。Bernhart和Gien[6]采用Love-Timoshenko运动关系式建立了闭合的状态方程组。该方法考虑了横向剪切力的合成以及纵向惯性对于结构的影响,能够以较高精度预估蒙皮的响应能力。然而,真实的EIDI系统具有极为复杂的边界条件,其中绝大多数无法利用此方法直接获得精确解。因此该方法仅具有理论分析的价值,无法处理实际问题。

随着计算机技术的不断发展,采用有限元方法仿真求解结构动力学问题已成为当前的主要研究手段。Zumwalt[7]率先对铝质矩形平板在电脉冲作用下的结构响应展开研究,获得了线圈附近法向脉冲力的分布形式;此外,计算了铝板受上述脉冲力作用下的动态响应(应力和加速度随时间的变化),与实验情况进行对比,计算得到的正加速度峰值比实验值小12%,应力最大值比实验值小5%。

Gien[8]采用有限元模型研究理想半圆柱前缘结构在脉冲力作用下的结构变形。为了验证模型

收稿日期: 2015-09-17; **录用日期**: 2015-12-21; **网络出版时间**: 2016-01-20 16:40
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160120.1640.004.html
基金项目: 航空科学基金 (2013ZC51030)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82339235 E-mail: liguangchao@buaa.edu.cn

引用格式: 李广超, 何江, 林贵平. 电脉冲除冰系统的结构力学性能分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2069-2074.
LI G C, HE J, LIN G P. Performance analysis on structural dynamics of EIDI system [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2069-2074 (in Chinese).

北航学报 赠阅

的正确性,首先在简单边界条件下对比模型结果与闭合状态方程的精确解。结果显示,对于正加速度的峰值二者误差约为 7%,负加速度峰值误差约为 4%,从而验证了模型的正确性。在此基础上,对半圆柱试验结果与该有限元方法的计算结果进行对比,发现计算与试验的误差约为 7%。

Khatkhate 等[3] 采用 MSC/NASTRAN 有限元软件,对铝质蒙皮和积冰层建立模型,重点研究了冰层与蒙皮之间的剪切应力。同时,将计算结果与 NASA Lewis 研究中心开展的一系列针对 EIDI 系统的冰风洞试验结果进行对比,验证了该方法可用来预测除冰区域。Scavuzzo 和 Chu[9] 在此基础上进行了改进,考虑了蒙皮振动时的阻尼现象。他们的计算结果显示,蒙皮与冰层之间的剪切应力在线圈附近较大,从脉冲位置处沿弦向迅速衰减。

Labeas 等[10] 在前人研究基础上,利用 ANSYS 有限元仿真软件对 EIDI 系统的除冰过程进行了仿真研究,分析了冰层厚度、线圈位置、线圈数、脉冲振幅和前缘曲率半径对除冰效果的影响。

国内李清英等[11-12] 搭建了包括电路系统、除冰实验机架与结除冰环境实验舱的 EIDI 系统实验台,完成了脉冲放电电路的性能测试,同时也完成了振动实验如加速度、位移、模态实验,进行了 EIDI 实验。张文杰等[13] 研究了冰层失效的范围,运用动力学分析了冰-铝板界面之间的应力状态。

本文采用线圈和金属平板组成的电脉冲系统作为 EIDI 结构动力学模型的研究对象,使用商业有限元软件 MSC/NASTRAN,对实验对象进行固有特性(模态与频率)与时域响应分析,并利用实验数据进行对比和验证,最后重点研究了基于模型的 EIDI 系统结构动力学特性,蒙皮表面应变与位移随时间变化的规律及最大应变和位移在空间的分布规律。

1 研究方法

1.1 有限元建模

本文选用一块长方形铝板作为飞机蒙皮的简化计算/实验模型,如图 1 所示,铝板长 300 mm、宽 200 mm、厚度 2.5 mm。4 个边角及长边中点位置共有 6 个直径为 10 mm 的固定圆孔,实验中通过螺栓固定。

利用同轴双圆环电流电磁理论建立了 EIDI 电动力学数学模型,数值求解获得脉冲载荷在时间域和空间域上的分布。脉冲力 F 和通电线圈电流 I 随放电时间 t 变化的示例见图 2(a);不同时刻,脉冲力 $F(r)$ 沿线圈半径方向 r 分布见图 2(b)(r_0 为线圈半径),本文所使用的 EIDI 电动力学数学模型详见文献[14]。

将图 2 分析获得的脉冲载荷的作用区域简化为一个受力中心点与平板中心同轴的圆形。受力区域的直径为 63.5 mm,在整个受力区内,沿半径方向等间距划分为 10 个同心的圆环。假定在每一个圆环内,所受的力是平均作用在各圆环面积上的。在有限元模拟中,以压强方式进行载荷加载。

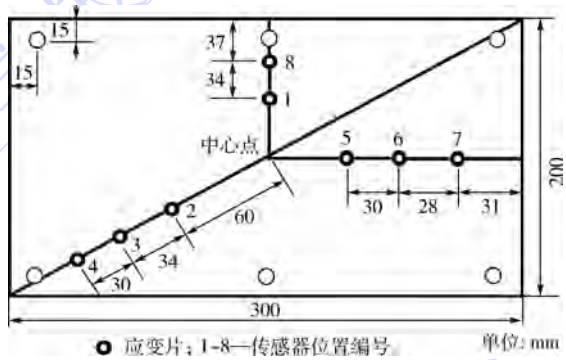


图 1 机翼蒙皮简化模型

Fig. 1 Simplified model of wing skin

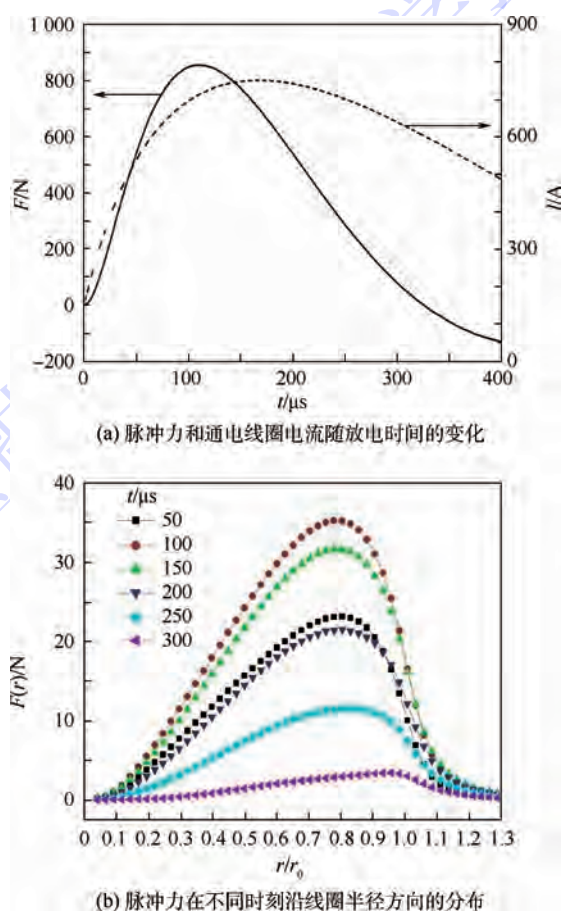


图 2 脉冲载荷的时空的分布

Fig. 2 Impulse load distribution in space and time

本文有限元建模采用平面模型。4 个边角处的圆孔相对于整个平板的尺寸不可忽略,因此有限元建模时必须保留其存在。为了方便载荷加载,在平板的中心建立了 10 个同心圆环。在网格划分的时候,将圆环之间共用的结点重合。模型材料为硬铝,弹性模量为 70 GPa,泊松比为 0.33,密度为 2 700 kg/m^3。通过与实验数据的对比,将结构阻尼系数设置为 0.1。模型的约束方式和载荷加载区域如图 3 所示。考虑到实际物理模型是通过埋螺帽固定平板的 4 个圆孔,在有限元模型中,约束方式是固定圆孔边上的结点的 x、y、z 3 个方向的位移 U_x、U_y、U_z。

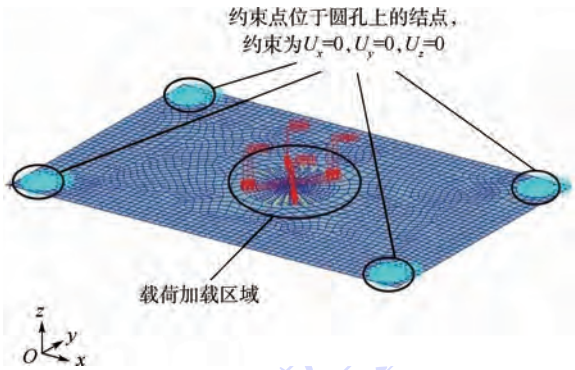


图 3　模型的约束方式和载荷加载区域

Fig. 3　Model constraint condition and load adding region

1.2　实验方法与设备

为验证有限元计算的可靠性,本文还在已有 EIDI 实验台[15]上开展了铝板结构响应的实验测量,测量内容包括铝板表面应变与位移。实验件与计算模型相同,电脉冲发生装置的充电电压实验在 600 ~ 800 V 范围内可调,充电电容在 200 ~ 400 μF 范围内可调,铝板与线圈间距为 2.5 mm。在图 1 所标示的 1 ~ 8 号测点位置粘贴应变片。EIDI 实验台与应变测量系统见图 4。位移测量采用激光非接触测试系统。



图 4　EIDI 实验台与应变测量系统

Fig. 4　EIDI experimental platform and strain measurement system

2　结果与分析

2.1　模态分析

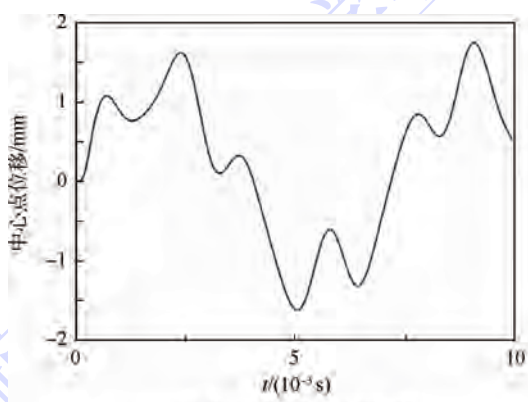
为了了解模型的振动以哪阶模态为主,首先对有限元模型进行模态分析,得出模型的固有频率。表 1 给出了模型的固有频率。

采用模态叠加法对模型进行瞬态响应分析,得出中心点的位移如图 5(a)所示。最大位移为 1.619 mm,发生在时间 $t = 2.39 \times 10^{-3}$ s。图 5(b)给出了中心点位移数据的频谱分析。可以看出,中心点的位移主要以 149.92 Hz 以及 599.7 Hz 的振动为主。对比模型的固有频率可知,模型受到

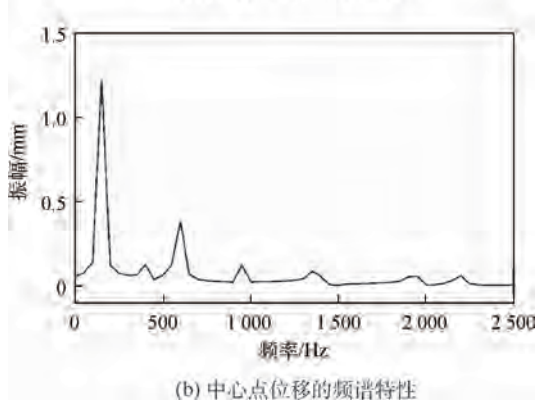
表 1　不同模态阶数下模型的固有频率

Table 1　Natural frequency under different modes order

模态阶数	固有频率/Hz	模态阶数	固有频率/Hz
1	141.23	7	584.74
2	231.31	8	909.04
3	356.15	9	940.82
4	403.56	10	976.91
5	561.62	11	1 241.5
6	568.82	12	1 596.4



(a) 中心点位移的时间历程



(b) 中心点位移的频谱特性

图 5　模型中心点的瞬态响应

Fig. 5　Transient response of model centroid

北航学报 赠阅

冲击载荷作用下,主要以第 1 阶模态和第 7 阶模态振动为主。

2.2 实验验证

根据仿真模型,可求解获得蒙皮表面任意位置处在整个脉冲过程中的应变 ε。为了验证仿真结果的正确性,将其与实验测量的结果进行对比。图 6 对比了图 1 中 5 号测点处实验测量与有限元仿真所获得的应变的时间历程。如图 6 所示,在实验参数范围内,仿真模型能够准确预测出应变峰值及达到峰值的时间。在峰值之后的过程中,仿真结果与实验数据的变化趋势基本相同。但仿真分析的数值普遍低于实验,其原因可能是有限元模型中结构振动的阻尼特性设置偏大,导致蒙皮在经过第 1 次振动后,振动幅度快速降低。

此外,还将模型中心点处沿外法线方向的位移进行了对比验证,如图 7 所示。仿真结果和实验数据的中心点位移时间历程几乎相同,尤其是峰值(或谷值)出现的时刻以及幅值能够较好的匹配。综上,仿真模型的计算结果与实验测量结果在应变率与法向位移两方面均能较好吻合,由此验证了本文有限元仿真的可靠性。

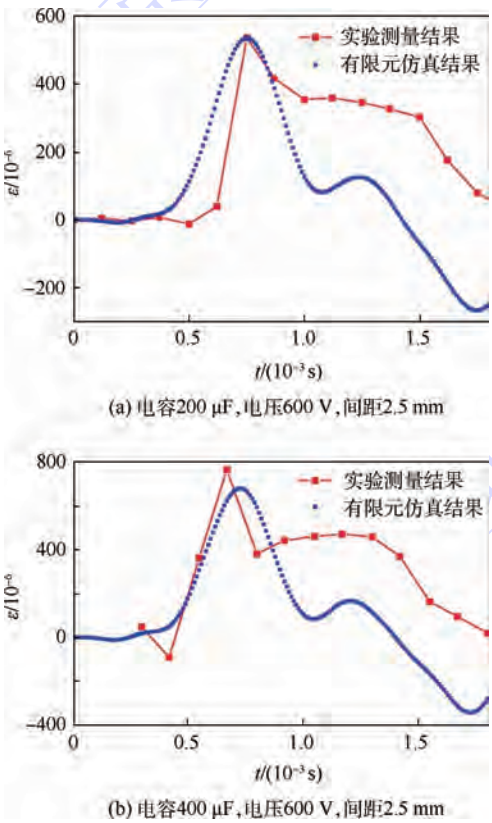


图 6 5 号测点处应变的时间历程

Fig. 6 Time histories of strain on No. 5 station

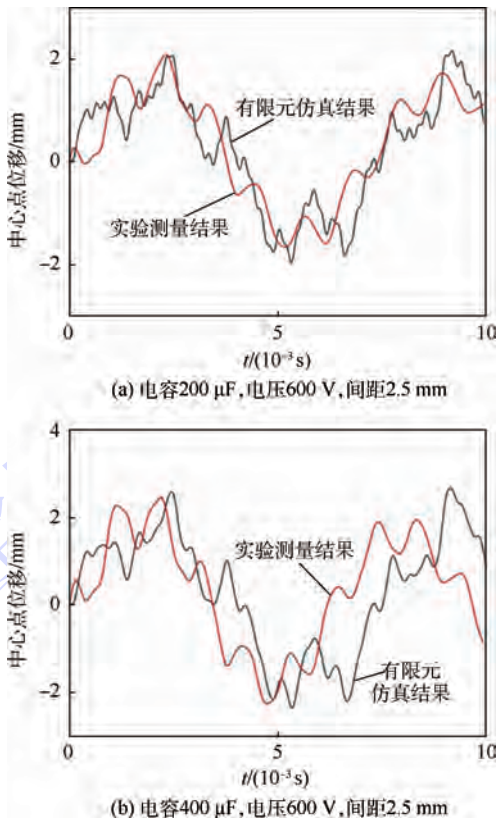


图 7 模型中心点位移的时间历程

Fig. 7 Time histories of displacement of model centroid

2.3 最大应变和位移的空间分布

最大位移(或应变),是指在一个电脉冲信号周期内蒙皮表明所达到的最大变化值 z_{max}。该参数是一个与时间无关的物理量,仅取决于位置点坐标(x,y),即 $z_{max}=f(x,y)$,便于理解蒙皮表面的结构变形特性。

图 8 给出用有限元仿真得到的最大位移和最大应变在蒙皮表面的分布(EIDI 系统参数:电容 200 μF、电压 600 V、间距 2.5 mm)。此工况下,脉冲力的最大值为 730 N。如图 8 所示,最大位移的分布特性近似“马鞍型”。此外,在线圈对应位置处的应变较大,且沿半径方向逐步递减,而在长边处应变再次增大。这是由边界条件决定的:4 个顶点固定的约束条件,决定了在较长的边界上将会产生较大的变形。在图 8(b)中,4 个固定点附近的应变远大于平板其他位置。如果不考虑这些固定点,则线圈对应位置处、靠近 y 轴与蒙皮交汇处、靠近 x 轴与蒙皮交汇处的地方,应变较大。

进一步的仿真结果表明,增大 EIDI 系统参数至电容 400 μF、电压 700 V,脉冲力的峰值将增大至 1 800 N。此工况下,最大应变、最大位移的数值(如图 9 所示)均大于图 8 所示工况,最大位移(见图 9(a))在蒙皮表面的分布规律与图 8(a)无异。但线圈对应位置处的最大应变明显高于其他

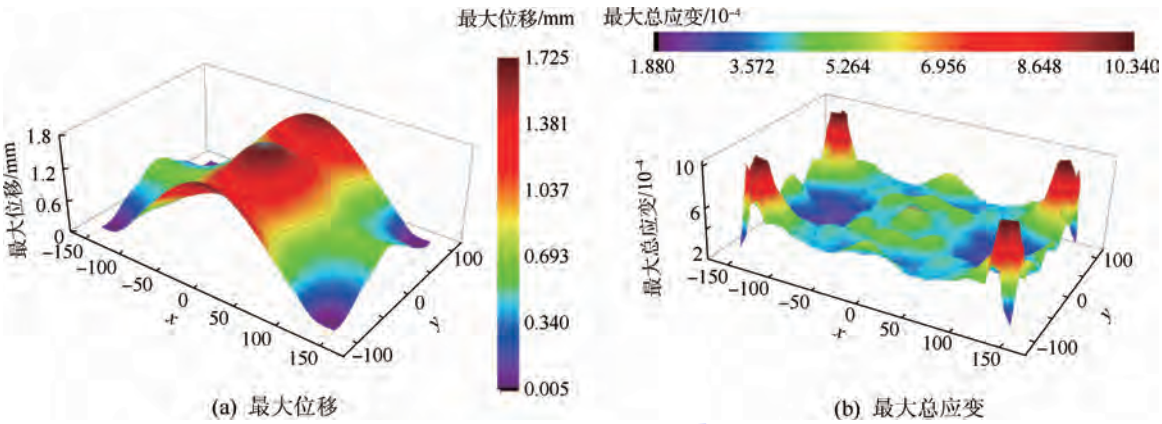


图 8　蒙皮表面在 1 个电脉冲周期内的最大响应(EIDI 系统参数:电容 200 μF、电压 600 V、间距 2.5 mm)

Fig. 8　Maximum skin response within one electro-impulse period (EIDI system parameters: capacitance equals to 200 μF, voltage equals to 600 V, spacing equals to 2.5 mm)

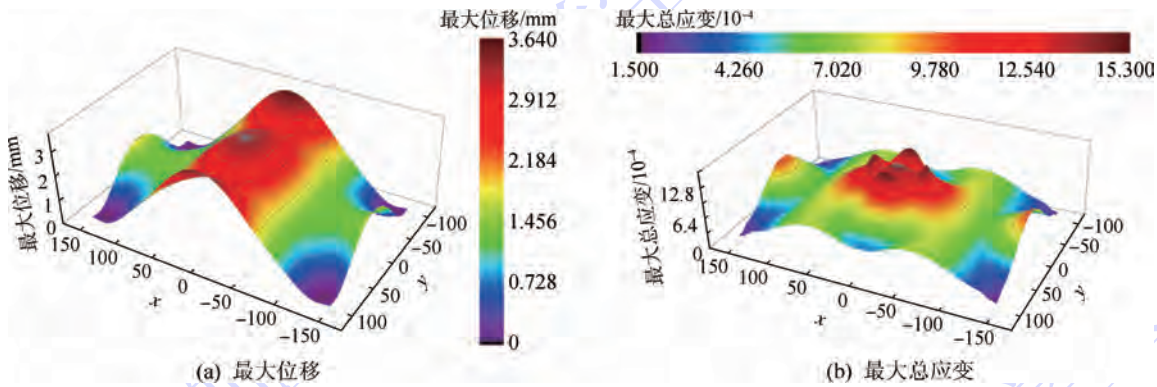


图 9　蒙皮表面在 1 个电脉冲周期内的最大响应(EIDI 系统参数:电容 400 μF、电压 700 V、间距 2.5 mm)

Fig. 9　Maximum skin response within one electro-impulse period(EIDI system parameters: capacitance equals to 400 μF, voltage equals to 700 V, spacing equals to 2.5 mm)

位置的结果,甚至高于固定螺栓位置。导致这一结果的原因,主要是脉冲力的绝对值改变了蒙皮表面的振动特性,此外,脉冲力的作用时间也发现了显著改变。在该工况下,蒙皮的结构变形量得到显著提升,有利于除冰效果;另一方面,固定位置处的变形量反而减小,避免了疲劳损伤。

3　结　论

本文基于有限元分析软件 MSC/NASTRAN,建立了一套针对典型平板-线圈结构的 EIDI 系统结构动力学仿真模型。模型计算的应变和位移结果与实验测量数据吻合较好,模型的正确性得以验证。

根据有限元仿真结果,提出了最大应变和最大位移的概念,分析了这 2 个参数在蒙皮表面的分布规律和特性:

1) 本文给定的边界条件下,最大位移的分布特性近似“马鞍型”。此外,在线圈对应位置处的应较大,且沿半径方向逐步递减,而在长边处应变再次增大。

2) 电容和电压由 200 μF 和 600 V 提升至 400 μF 和 700V 后,脉冲力峰值增大,且振动特性发生变化。一方面使得结构变形量显著提升,另一方面削弱了固定位置处的应变。

本文研究结果为后续除冰准则关系的建立提供了数据支撑。

参考文献 (References)

[1] 钟长生,洪冠新. 飞机翼面结冰对飞行特性影响的研究[J]. 航空科学技术,2004(3):32-34.
ZHONG C S, HONG G X. Review about effects of lifting surface icing on aircraft flight characteristics[J]. Aeronautical Science & Technology, 2004(3):32-34(in Chinese).

[2] LYNCH F T, KHODADOUST A. Effects of ice accretions on aircraft aerodynamics[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2001, 37(8):669-767.

[3] KHATKHATE A A, SCAVUZZO R J, CHU M L. A finite element study of the EIDI system[C]// Proceedings of the 26th AIAA Aerospace Sciences Meeting. Reston: AIAA, 1988:1-8.

[4] THOMAS S K, CASSONI R P, MACARTHUR C D. Aircraft anti-icing and de-icing techniques and modeling[J]. Journal of Aircraft, 1996, 33(5):841-854.

[5] 周莉,徐浩军,龚胜科. 飞机结冰特性及防除冰技术研究

北航学报 赠阅

[J]. 中国安全科学学报,2010,20(6):105-110.
ZHOU L,XU H J,GONG S K. Research of aircraft icing characteristics and anti-icing and de-icing technology[J]. China Safety Science Journal,2010,20(6):105-110(in Chinese).

[6] BERNHART W D,GIEN P H. A structural dynamics investigation related to EIDI applications: AIAA-1986-0550 [R]. Reston: AIAA,1986.

[7] ZUMWALT G W. Analysis and tests for design of an electro-impulse de-icing system: NASA/CR-1987-174919 [R]. Washington,D. C.: NASA,1987.

[8] GIEN P H. Free vibration and transient analysis of a semi-cylinder subjected to electro-impulse de-icing forces[M]. Wichita,Kansas: Wichita State University,1985:19-37.

[9] SCAVUZZO R J,CHU M L. Finite element studies of the electro impulse de-icing system[J]. Journal of Aircraft,1990,27(9):757-763.

[10] LABEAS G N,DIAMANTAKOS I D,SUNARIC M M. Simulation of the electroimpulse de-icing process of aircraft wings[J]. Journal of Aircraft,2006,43(6):1876-1885.

[11] 李清英,朱春玲,白天. 电脉冲除冰系统的除冰实验与数值模拟[J]. 航空动力学报,2012,27(2):350-356.
LI Q Y,ZHU C L,BAI T. De-icing experiment and numerical simulation of the electro-impulse de-icing system[J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(2):350-356(in Chinese).

[12] 李清英,朱春玲,白天. 电脉冲除冰系统激励简化与影响因素[J]. 航空学报,2012,25(8):1384-1393.
LI Q Y,ZHU C L,BAI T. Simplification of de-icing excitation and influential factors of the electro-impulse de-icing system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2012,25(8):1384-1393(in Chinese).

[13] 张文杰,董文俊,王斌团. 电脉冲除冰仿真冰层松脱准则研究[J]. 计算机工程与应用,2012,48(3):232-233.
ZHANG W J,DONG W J,WANG B T. Study on de-icing criterion of electro-impulse de-icing simulation[J]. Computer Engineering and Applications,2012,48(3):232-233(in Chinese).

[14] 李广超,何江,林贵平. 电脉冲除冰(EIDI)系统电动力学模型分析[J]. 航空动力学报,2011,26(1):54-59.
LI G C,HE J,LIN G P. Research of electrodynamics in electro-impulse de-icing (EIDI) system[J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(1):54-59(in Chinese).

[15] 李广超,何江,林贵平. 电脉冲除冰(EIDI)技术研究[J]. 航空动力学报,2011,26(8):1718-1735.
LI G C,HE J,LIN G P. Electro-impulse de-icing(EIDI) technology study[J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(8):1718-1735(in Chinese).

作者简介:

李广超 男,博士,副研究员。主要研究方向:流动控制、飞机除防冰。

Tel.: 010-82339235

E-mail: liguangchao@buaa.edu.cn

Performance analysis on structural dynamics of EIDI system

LI Guangchao[1,*], HE Jiang[2], LIN Guiping[1]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. China Academy of Space Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: As an electromechanical de-icing system, electro-impulse de-icing (EIDI) technology has broad application prospect. In the present paper, structural dynamics characteristics of a simplified EIDI system consisting of coil and metal plate were numerically and experimentally studied. A finite element simulation model of an EIDI system was constructed, and the structural dynamics was analyzed by FEM software MSC/NASTRAN. The inherent characteristics (modal and frequency) as well as the transient response of the model were analyzed. The simulation was then validated by the experimental measurement. The structure dynamics characteristics of an EIDI model were studied. The maximum strain and displacement of the skin surface characteristic locations were evaluated with different capacitance, voltage and clearance between the skin and the coils. It is found that under the electro-impulse, the maximum displacement of the metal plate presents a saddle-like distribution. Increasing the capacitance and voltage will increase the impulse peak value and the structural deformation, and meanwhile, the strain of fixed location will be decreased.

Key words: aircraft anti-icing and de-icing; electro-impulse de-icing (EIDI); finite element analysis; modal analysis; stress-strain

Received: 2015-09-17; **Accepted**: 2015-12-21; **Published online**: 2016-01-20 16:40

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160120.1640.004.html

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (2013ZC51030)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82339235 E-mail: liguangchao@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0642

具有食饵选择的食物链模型的定性分析

李娅[1,*], 胡含嫣[2], 林君仪[3]

(1. 北京航空航天大学 数学与系统科学学院, 北京 100083;
2. 肯特大学 数学、统计与精算学院, 坎特伯雷 CT27NZ;
3. 北京大学 数学科学学院, 北京 100871)

摘 要: 生态学研究发现,多种食饵选择对捕食者-食饵系统的稳定性、持久性等方面有着重要的影响。处于食物链中间层的种群,既是顶层捕食者的食饵,同时又是捕食者,因此中间捕食者的种群数量变化,对整个生态系统有着不可忽略的影响。假设中间捕食者具有其他可供选择的食饵,建立了一个由顶级捕食者、中间捕食者和食饵所构成的三维食物链系统,并对此系统展开动力学分析,推导出系统各个平衡点的存在性和稳定性条件。对 Hopf 分支的存在性条件进行了深入的分析,并以食饵选择参数为分支参数,对可能出现的 Hopf 分支情况进行了数值模拟。结合理论和数值结果,分析食饵选择性对食物链系统的稳定性产生的影响。

关 键 词: 捕食者-食饵模型; 食物链; 可选食饵; 局部渐进稳定; Hopf 分支
中图分类号: O29; O193
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2075-07

捕食者-食饵系统是生态系统的基本组成部分之一,它们的交互作用在保持生态稳定性方面具有不可忽略的影响。许多生物种群,同时扮演着捕食者和食饵的角色,即与其他生物种群一起,构成庞大复杂的食物链。对 3 种群及 3 种群以上的食物链模型已有大量的研究结果。实验和理论研究表明,即使结构极其简单的食物链系统,也会表现出丰富的动力学特性[1-6]。这些性质都体现出物种之间具有非常复杂的交互作用和影响,某一物种条件改变有可能引起其他种群数量的变化,牵一发而动全身。

对自然界的很多捕食者来说,它们并不是以单一食饵为食,可能会由于季节更替、种群迁徙、食饵丰富程度等原因选择不同的食饵[7-8]。因此,近年来,生态学家、生物学家对捕食者,特别是食物链顶端捕食者可供选择的食饵增加时所产生的后果进行了大量的研究[9-15]。研究发现,可供选择的食饵的数量、质量等因素都可能会在系统的稳定性、持久性等方面起到决定性作用[11-15]。

本文对由食饵、中间捕食者和顶级捕食者构成的三维食物链系统建立相应的数学模型,其中假设中间捕食者还有其他可供选择的食饵。对模型的平衡点存在性、稳定性以及 Hopf 分支等性质展开深入的理论分析和数值模拟,从中得到食饵选择性对整个生态系统的动力学影响。

1 模型的建立

经典的三维 Hastings-Powell 食物链模型[2]表示为如下的方程组:

收稿日期: 2015-09-28; **录用日期**: 2015-12-18; **网络出版时间**: 2016-02-18 10:54
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160218.1054.002.html
基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金 (30361201,30458701)
* **通讯作者**: Tel.: 15801211607 E-mail: yli@buaa.edu.cn

引用格式: 李娅, 胡含嫣, 林君仪. 具有食饵选择的食物链模型的定性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2075-2081.
LI Y, HU H Y, LIN J Y. Qualitative analysis of a food chain model with alternative prey[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2075-2081 (in Chinese).

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}T}=RX\left(1-\dfrac{X}{K}\right)-\dfrac{C_1A_1XY}{B_1+X}\\ \dfrac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}T}=\dfrac{A_1XY}{B_1+X}-\dfrac{A_2YZ}{B_2+Y}-D_1Y\\ \dfrac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}T}=\dfrac{C_2A_2YZ}{B_2+Y}-D_2Z\end{cases}\tag{1}$$

式中：$X(T)$、$Y(T)$和$Z(T)$分别为食饵、中间捕食者和顶级捕食者在时刻T的数量；R为食饵的自然增长率；K为环境所能容纳的食饵最大数量；C_1^{-1}和C_2分别为食饵$X(T)$能量向捕食者$Y(T)$和$Z(T)$增长率转化的转化率；A_i、B_i和D_i分别为两捕食者的最大捕食率、半饱和常数和死亡率。

假设中间捕食者除食饵$X(T)$之外，还有其他可供选择的食饵，则可将上述模型改写为如下形式：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}T}=RX\left(1-\dfrac{X}{K}\right)-\dfrac{C_1AA_1XY}{B_1+X}\\ \dfrac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}T}=\dfrac{AA_1XY}{B_1+X}+(1-A)A_1Y-\dfrac{A_2YZ}{B_2+Y}-D_1Y\\ \dfrac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}T}=\dfrac{C_2A_2YZ}{B_2+Y}-D_2Z\end{cases}\tag{2}$$

在第2个方程中，$\dfrac{A_1XY}{B_1+X}$是捕食者对食饵X的捕食，对其他可供选择的食饵的摄食用A_1Y来表示，而$0\leqslant A\leqslant 1$表示中间捕食者对食饵X的捕食比率。当$A=1$时，表示捕食者Y仅以X为食物，$A=0$则代表选择其他食饵，$0<A<1$表示捕食者在不同食饵之间选择性觅食。

将式(2)进行无量纲化处理，令

$$t=RT\qquad x=\frac{X}{K}\qquad y=\frac{C_1Y}{K}\qquad z=\frac{C_1Z}{KC_2}$$

则系统式(2)改写为如下形式：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=x(1-x)-\dfrac{Aa_1xy}{1+b_1x}\\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{Aa_1xy}{1+b_1x}+c(1-A)y-\dfrac{a_2yz}{1+b_2y}-d_1y\\ \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\dfrac{a_2yz}{1+b_2y}-d_2z\end{cases}\tag{3}$$

式中：$a_1=\dfrac{A_1K}{RB_1}$；$b_1=\dfrac{K}{B_1}$；$c=\dfrac{A_1}{R}$；$a_2=\dfrac{A_2C_2K}{C_1B_2R}$；$b_2=\dfrac{K}{C_1B_2}$；$d_1=\dfrac{D_1}{R}$；$d_2=\dfrac{D_2}{R}$。

下面将对系统式(3)展开动力学性质的研究。

2 平衡点的存在性和稳定性

2.1 边界平衡点的存在性和稳定性分析

易知，系统具有如下3种类型的边界平衡点：

1)(0,0,0)，即3种群数量均为0。此时模型在平衡点处的雅可比行列式为

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & c(1-A)-d_1 & 0\\ 0 & 0 & -d_2\end{vmatrix}$$

此行列式有一个正的特征根1，故对应的平衡点不稳定。

2)(1,0,0)，即食饵数量达到最大值，中间捕食者和顶级捕食者种群数量为零，雅可比行列式为

$$\begin{vmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{Aa_1}{1+b_1}+c(1-A)-d_1 & 0\\ 0 & 0 & -d_2\end{vmatrix}$$

当$\dfrac{Aa_1}{1+b_1}+c(1-A)-d_1<0$时，所有特征根为负值，此平衡点局部渐进稳定；否则，平衡点不稳定。

3)$(\bar{x},\bar{y},0)$，即只有顶级捕食者数量为0，而中间捕食者和食饵数量非0。由方程组

$$\begin{cases}(1-x)-\dfrac{Aa_1y}{1+b_1x}=0\\ \dfrac{Aa_1x}{1+b_1x}+c(1-A)-d_1=0\end{cases}$$

解得

$$\bar{x}=\frac{d_1-c(1-A)}{Aa_1+b_1c(1-A)-b_1d_1}\tag{4}$$

$$\bar{y}=\frac{(1-\bar{x})(1+b_1\bar{x})}{Aa_1}\tag{5}$$

因此当$0<\bar{x}<1$时此平衡点存在。

令$g(x)=\dfrac{Aa_1x}{1+b_1x}+c(1-A)-d_1$，则

$$g'(x)=\frac{Aa_1}{(1+b_1x)^2}$$

故$g(x)$在$x>0$时单调递增，从而有$0<\bar{x}<1\Leftrightarrow g(0)<0,g(1)>0$，即$c(1-A)-d_1<0,\dfrac{Aa_1}{1+b_1}+c(1-A)-d_1>0$，此时平衡点存在。

在平衡点处的雅可比行列式为

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\bar{x}(b_1-1-2b_1\bar{x})}{1+b_1\bar{x}} & -\dfrac{Aa_1\bar{x}}{1+b_1\bar{x}} & 0 \\ \dfrac{Aa_1\bar{y}}{(1+b_1\bar{x})^2} & 0 & -\dfrac{a_2\bar{y}}{1+b_2\bar{y}} \\ 0 & 0 & \dfrac{a_2\bar{y}}{1+b_2\bar{y}}-d_2 \end{vmatrix}$$

当 $b_1-1-2b_1\bar{x}<0$,$\dfrac{a_2\bar{y}}{1+b_2\bar{y}}-d_2<0$ 时,此行列式的 3 个特征根实部均为负值,平衡点局部渐进稳定。

将式(4)代入不等式 $b_1-1-2b_1\bar{x}<0$ 可得

$$\frac{Aa_1}{1+b_1}+c(1-A)-d_1<\frac{Aa_1}{b_1(1+b_1)}$$

综上所述,得到如下结论。

定理 1　当 $\dfrac{Aa_1}{1+b_1}+c(1-A)-d_1<0$ 时,系统式(3)具有局部渐进稳定的平衡点(1,0,0);当 $0<\dfrac{Aa_1}{1+b_1}+c(1-A)-d_1<\dfrac{Aa_1(1-b_1)}{b_1(1+b_1)}$,$c(1-A)-d_1<0$ 且 $\dfrac{a_2\bar{y}}{1+b_2\bar{y}}-d_2<0$ 时,系统式(3)具有局部渐进稳定的平衡点$(\bar{x},\bar{y},0)$,其中 $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$ 分别由式(4)和式(5)表示。

2.2　内部平衡点的存在性和稳定性分析

2.2.1　内部平衡点(x^*,y^*,z^*)的存在性

定理 2　假设

$$x^*=\frac{b_1-1+\sqrt{(b_1+1)^2-4Aa_1b_1y^*}}{2b_1}$$

$$y^*=\frac{d_2}{a_2-b_2d_2}$$

$$z^*=\frac{\dfrac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}+c(1-A)-d_1}{d_2}y^*$$

当 $a_2>b_2d_2$,$Aa_1y^*\leqslant\dfrac{(b_1+1)^2}{4b_1}$,$\dfrac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}+c(1-A)-d_1>0$ 时,(x^*,y^*,z^*)为系统式(1)的一个内部平衡点。

证明　在定理假设下,$y^*>0$。求解 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0$,得到内部平衡点坐标 $y=y^*$。

由 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$ 得到内部平衡点处的 x 满足

$$(1-x)-\frac{Aa_1y^*}{1+b_1x}=0$$

即抛物线 $y=(1-x)(1+b_1x)$ 和直线 $y=Aa_1y^*$ 的交点处横坐标。

如图 1 所示,当 $Aa_1y^*\leqslant\max\limits_{x\in(-\infty,\infty)}(1-x)(1+b_1x)=\dfrac{(b_1+1)^2}{4b_1}$ 时,在抛物线顶点右侧必有一个横坐标介于 0 和 1 之间的交点。计算可得此交点处横坐标的值为 x^*。

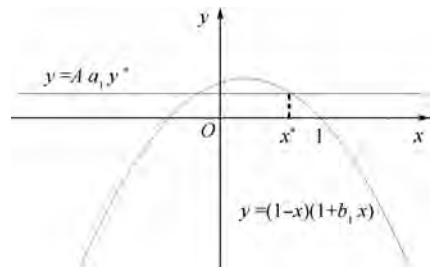


图 1　内部平衡点的存在性

Fig. 1　Existence of interior equilibrium point

令系统式(3)中的第 2 个方程右端为 0,代入 x^* 和 y^*,可得 $z^*=\dfrac{\dfrac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}+c(1-A)-d_1}{d_2}y^*$ 为满足此方程的解。因为 $\dfrac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}+c(1-A)-d_1>0$,故 $z^*>0$。

综上所述,(x^*,y^*,z^*)为系统式(3)的一个内部平衡点。

2.2.2　内部平衡点(x^*,y^*,z^*)的稳定性

内部平衡点处的雅可比行列式为 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & 0 \end{vmatrix}$,其中:

$$a_{11}=\frac{x^*(b_1-1-2b_1x^*)}{1+b_1x^*}$$

$$a_{12}=-\frac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}$$

$$a_{21}=\frac{1-x^*}{1+b_1x^*}$$

$$a_{22}=\frac{b_2d_2}{a_2}\left[\frac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}+c(1-A)-d_1\right]$$

$$a_{23}=-d_2$$

$$a_{32}=\frac{a_2-b_2d_2}{a_2}\left[\frac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}+c(1-A)-d_1\right]$$

特征方程为 $\lambda^3+P_1\lambda^2+P_2\lambda+P_3$,其中:

$$P_1=-(a_{11}+a_{22})$$

$$P_2=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}-a_{23}a_{32}$$

$$P_3=a_{11}a_{23}a_{32}$$

因为 x^* 在抛物线 $y=(1-x)(1+b_1x)$ 的顶点$\left(\dfrac{b_1-1}{2b_1},\dfrac{(b_1+1)^2}{4b_1}\right)$右侧,故 $x^*>\dfrac{b_1-1}{2b_1}$,从而有 $a_{11}<0$ 和 $P_3>0$。

北航学报 赠阅

$$P_1 > 0 \Leftrightarrow \frac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*} + c(1-A) - d_1 < -\frac{a_2x^*(b_1-1-2b_1x^*)}{b_2d_2(1+b_1x^*)}$$

对 $P_1P_2 - P_3$ 进行化简：

$$P_1P_2 - P_3 = -\frac{b_2d_2^2}{a_2^2}\left[a_2 - b_2d_2 + \frac{b_2x^*(b_1-1-2b_1x^*)}{1+b_1x^*}\right]s^2 - \frac{b_2d_2x^*}{a_2(1+b_1x^*)^2}[Aa_1(1-x^*) + x^*(b_1-1-2b_1x^*)^2]s - \frac{Aa_1x^{*2}(1-x^*)(b_1-1-2b_1x^*)}{(1+b_1x^*)^3} := f(s)$$

式中：

$$s = \frac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*} + c(1-A) - d_1 \tag{6}$$

抛物线 $f(s)$ 满足

$$f(0) = -\frac{Aa_1x^{*2}(1-x^*)(b_1-1-2b_1x^*)}{(1+b_1x^*)^3} > 0$$

和

$$f\left(-\frac{a_2x^*(b_1-1-2b_1x^*)}{b_2d_2(1+b_1x^*)}\right) = -P_3 < 0$$

故此函数曲线只可能是图 2 的两种情况之一。必存在点

$$0 < s^* < -\frac{a_2x^*(b_1-1-2b_1x^*)}{b_2d_2(1+b_1x^*)}$$

使得 $f(s^*)=0$，当 $s<s^*$ 时，$f(s)>0$，$P_1P_2>P_3$ 和 $P_1>0$ 成立。由 Routh-Hurwitz 定理可知，

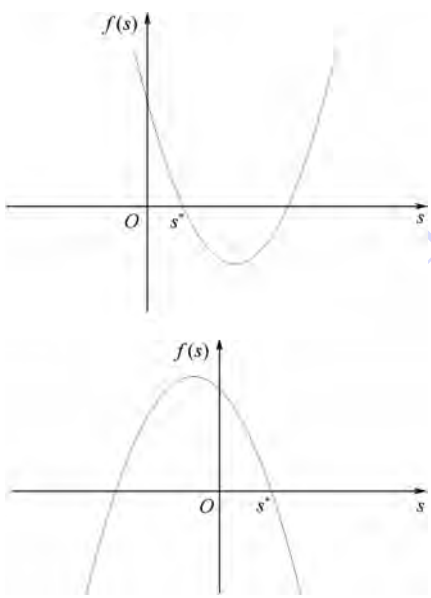


图 2 抛物线 $f(s)$ 的图像

Fig. 2 Graph of parabola $f(s)$

此时内部平衡点 (x^*, y^*, z^*) 是局部渐进稳定的。

假设方程 $\lambda^3 + P_1\lambda^2 + P_2\lambda + P_3 = 0$ 有一对纯虚根 $\pm i\omega$，将根代入可得 $\omega = \sqrt{P_2}$ 且 $P_1P_2 = P_3$，即 $s = s^*$。设 $\alpha(s) \pm i\beta(s)$ 为特征方程满足 $\alpha(s^*)=0, \beta(s^*)=\omega$ 的复数根，将特征方程两端对 s 求导，解得

$$(3\alpha^2 - 3\beta^2 + 2P_1\alpha + P_2)\frac{d\alpha}{ds} - (6\alpha\beta + 2P_1\beta)\frac{d\beta}{ds} + \frac{dP_1}{ds}(\alpha^2 - \beta^2) + \frac{dP_2}{ds}\alpha + \frac{dP_3}{ds} = 0$$

$$(6\alpha + 2P_1)\frac{d\alpha}{ds} - 2\beta\frac{d\beta}{ds} + 2\alpha\frac{dP_1}{ds} + \frac{dP_2}{ds} = 0$$

因此，

$$\left.\frac{d\alpha}{ds}\right|_{s=s^*} = -\left.\frac{f'(s)}{2(P_1^2+P_2^2)}\right|_{s=s^*} \neq 0$$

这表明在 $s=s^*$ 处存在 Hopf 分支。

定理 3 假设定理 2 的条件成立，则存在

$$0 < s^* < -\frac{a_2x^*(b_1-1-2b_1x^*)}{b_2d_2(1+b_1x^*)}$$

满足 $f(s^*)=0$。当 $0<s<s^*$ 时，内部平衡点局部渐进稳定，在 $s=s^*$ 处系统存在 Hopf 分支。

3 Hopf 分支的数值仿真

定理 3 给出了系统的动力学性质随 s 取值不同而改变的特性，改变系统的相应参数值，可使 s 的取值满足定理中的条件。例如，由表达式(6)可知，s 的值随 c 的增加而增大，$s=s^*$ 对应于

$$c = c^* = \frac{s^* + d_1 - \dfrac{Aa_1x^*}{1+b_1x^*}}{1-A}$$

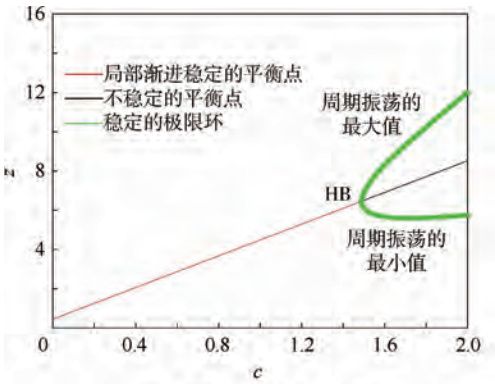
当 $c<c^*$ 时，内部平衡点局部渐进稳定，而当 $c=c^*$ 时，出现 Hopf 分支。图 3(a)是利用软件 XPPAUT绘制出的以 c 为参数的分支图，其他参数取值为：$a_1=6, a_2=0.2, b_1=2, b_2=0.05, d_1=0.3, d_2=0.04, A=0.2$。

在 $c^* \approx 1.5$ 时产生 Hopf 分支。在此点左侧，内部平衡点局部渐进稳定(图 3(b))；在此点右侧，内部平衡点变为不稳定，出现局部渐进稳定的周期解(图 3(c))。

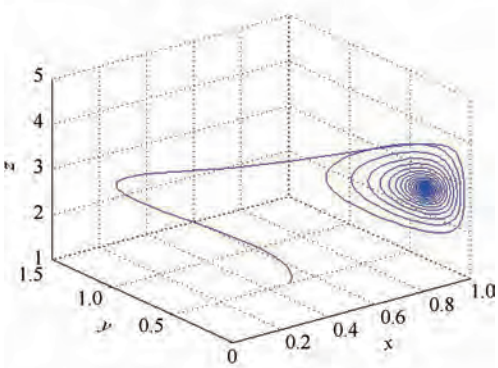
选择 A 作为参数，可以更深入研究食饵选择性对系统稳定性的影响。由于 s 不是关于 A 的单调函数，因此改变 A 的值对系统稳定性的影响更复杂。图 4(a)给出一组参数下的系统分支图，各参数取值为：$a_1=4, a_2=0.5, b_1=1, b_2=0.5, d_1=$

$d_2=0.3$,$c=0.5$。

从图 4 中可以看出,当 A 较小时,内部平衡点不稳定;A 增加到大约 0.191 3 时出现局部渐进稳定的周期解(图4(b));A 继续增加,当 $A\approx0.198\,7$ 时产生 Hopf 分支(图 4(c)),出现局部渐进稳定的内部平衡点,周期解由稳定变为不稳定;$A\approx0.262\,4$ 时,产生另外一个 Hopf 分支,其中 HB 为 Hopf 分支点;A 继续增加到 0.4,内部平衡点消失,边界平衡点$(\bar{x},\bar{y},0)$局部渐进稳定(图 4(d))。



(a) 参数c变化时的分支图


(b) c=0.6时的种群随时间变化图

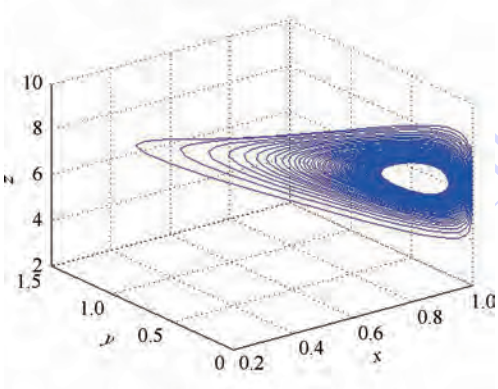
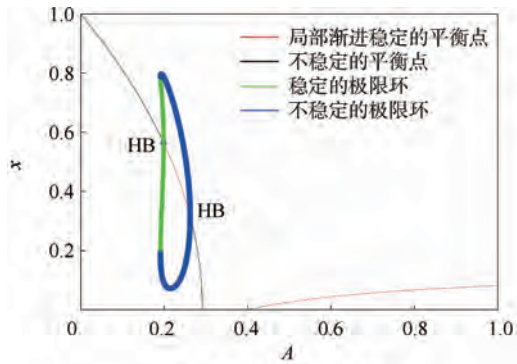
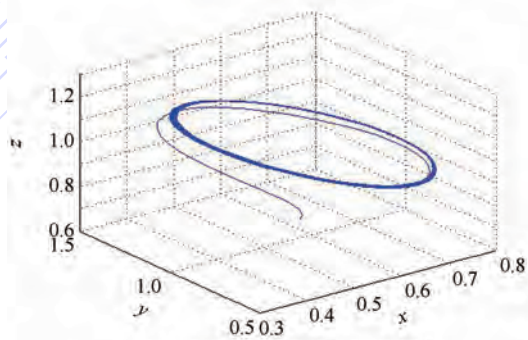

(c) c=1.6时的种群随时间变化图

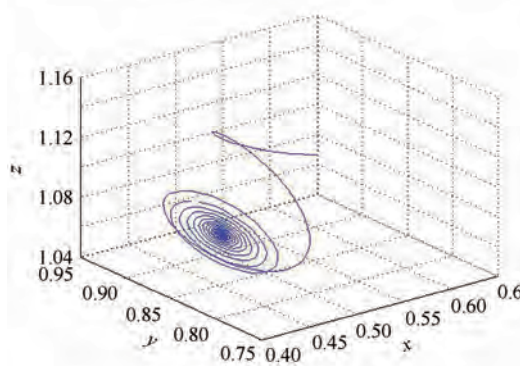
图 3　c 为分支参数时的系统稳定性

Fig. 3　Stability of system with bifurcation parameter c



(a) 参数A变化时的分支图


(b) A=0.195时的种群随时间变化图


(c) A=0.23时的种群随时间变化图

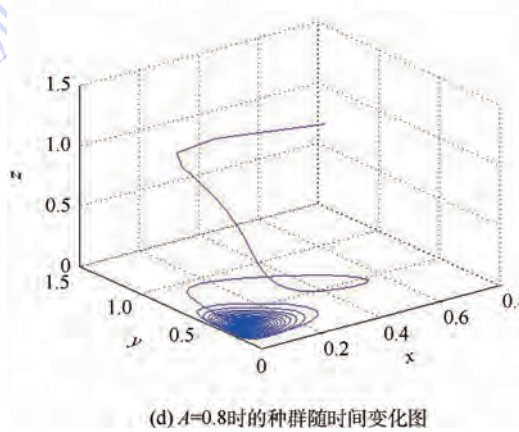

(d) A=0.8时的种群随时间变化图

图 4　A 为分支参数时的系统稳定性

Fig. 4　Stability of system with bifurcation parameter A

北航学报 赠阅

4 结 论

本文根据捕食者对多种食饵的选择性,建立了一个三维食物链系统,推导出种群共存的充分条件以及 Hopf 分支条件。通过数值仿真,对理论结果进行了验证和补充。

研究结果表明,食饵选择性可能会对系统的稳定性产生关键性影响:

1)种群对食饵选择性的不同,会引起边界平衡点稳定性的改变。中间捕食者增加对其他可供选择的食饵的捕食比率,有利于其生存。

2)捕食者对其他食饵的选择性也对系统的 3 个种群共存有着不可忽略的影响。当选择参数 A 较小或者对其他食饵的摄食量较多时,则系统中某些种群可能消失;而随着中间捕食者对其他食饵的捕食量的增大,系统中的 3 个种群将以周期振荡的形式共存于系统或者最终数量达到稳定。

综上所述,食饵的多样性选择对种群的多样性具有促进作用,有利于生态平衡和生态稳定。

参考文献(References)

[1] FREEDMAN H I, WALTMAN P. Mathematical analysis of some three-species food chain models[J]. Mathematical Biosciences, 1977, 33(3): 257-276.

[2] HASTINGS A, POWELL T. Chaos in a three-species food chain [J]. Ecology, 1991, 72(3): 896-903.

[3] HSU S, HWANG T, KUANG Y. A ratio-dependent food chain model and its applications to biological control[J]. Mathematical Biosciences, 2003, 181(1): 55-83.

[4] GINOUX J M, ROSSETTO B, JAMET J L. Chaos in a three-dimensional Volterra-Gause model of predator-prey type[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2005, 15(5): 1689-1708.

[5] PATHAK S, MAITI A, SAMANTA G P. Rich dynamics of a food chain model with Hassell-Varley type functional responses [J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 208(2): 303-317.

[6] GEORGE A K, KOOI P I, BOER M P. Ecological consequences of global bifurcations in some food chain models[J]. Mathematical Biosciences, 2010, 226(2): 120-133.

[7] STRAUSS S Y. Indirect effects in community ecology: Their definition, study and importance[J]. Trends in Ecological Evolution, 1991, 6(7): 206-210.

[8] SAHOO B, PORIA S. Diseased prey predator model with general Holling type interactions[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 226 (1): 83-100.

[9] HUXEL G R, MCCANN K. Food web stability: The influence of trophic flows across habitats[J]. American Natualist, 1998, 152(3): 460-469.

[10] HUXEL G R, MCCANN K, POLIS G A. Effects of partitioning allochthonous and autochthonous resources on food web stability [J]. Ecological Research, 2002, 17(4): 419-432.

[11] SRINIVASU P D N, PRASAD B S R V, VENKATESULU M. Biological control through provision of additional food to predators: A theoretical study[J]. Theoretical Population Biology, 2007, 72(1): 111-120.

[12] SAHOO B. Effects of additional foods to predators on nutrient-consumer-predator food chain model[J/OL]. ISRN Biomathematics, 2012. http://dx.doi.org/10.5402/2012/796783.

[13] SAHOO B. Global stability of predator-prey system with alternative prey[J/OL]. ISRN biotechnology, 2013. http://dx.doi.org/10.5402/2013/898039.

[14] SAHOO B, PORIA S. Disease control in a food chain model supplying alternative food[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(8): 5653-5663.

[15] SAHOO B, PORIA S. The chaos and control of a food chain model supplying additional food to top-predator[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2014, 58(1): 52-64.

作者简介:

李娅 女,博士,讲师。主要研究方向:生物数学和动力系统。

Tel.: 15801211607

E-mail: yli@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Qualitative analysis of a food chain model with alternative prey

LI Ya[1,*], HU Hanyan[2], LIN Junyi[3]

(1. School of Mathematics and Systems Science, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. School of Mathematics, Statistics and Actuarial Science, University of Kent, Canterbury CT27NZ, United Kingdom;
3. School of Mathematics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: Studies in ecology show that alternative prey has important effects on predator-prey system in the aspects of system stability, species persistence, etc. For species at the intermediate level of a food chain, they are prey of top predators, while predating the bottom prey at the same time. Therefore, the effect of changes in intermediate predators' population on the system cannot be ignored. We set up a three-dimensional food chain model composed of top predator, intermediate predator and prey, assuming that the intermediate predator had alternative choice of prey. The existence and stability of the equilibria were derived through dynamical study of the system. The existence of Hopf bifurcation was explored in depth. The numerical simulations used the prey choice parameter as the bifurcation variable to study the possible Hopf bifurcations. The effect of alternative prey on the stability of the food chain system was derived through the theoretical and numerical results.

Key words: predator-prey model; food chain; alternative prey; locally asymptotically stable; Hopf bifurcation

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-28; **Accepted**: 2015-12-18; **Published online**: 2016-02-18 10:54
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160218.1054.002.html
Foundation items: the Fundamental Research Funds for the Central Universities (30361201,30458701)
* **Corresponding author**. Tel.: 15801211607　E-mail: yli@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0623

基于 PHD 未知杂波密度多机动目标跟踪

袁常顺，王俊*，张耀天，毕严先，向洪

（北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100083）

摘 要：基于随机有限集(RFS)的跳变马尔可夫系统(JMS)是多机动目标跟踪的有效方法。但现有的方法假设杂波密度是先验已知的，而实际中杂波密度是未知且可能随着环境的改变而变化。针对这一问题，提出了一种适用于线性高斯模型的未知杂波密度下多机动目标跟踪算法。该算法以未知杂波密度高斯混合概率假设密度(λ-GMPHD)滤波为基础建模杂波和真实目标，采用线性高斯 JMS 模型描述目标机动，推导了未知杂波密度下多机动目标跟踪的 GMPHD 迭代解析表达式。仿真结果表明，所提算法可实现对于杂波密度以及目标数和目标状态的准确估计。

关 键 词：随机有限集；未知杂波密度；多机动目标跟踪；跳变马尔可夫系统；概率假设密度滤波

中图分类号：TN957.51；V243.2

文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2082-09

随着现代航空技术的不断发展，各种战斗机和飞行器的机动性能不断提高，对于多机动目标跟踪变得尤为重要。但由于噪声、杂波、目标机动、数据关联和检测不确定的存在，使得多机动目标跟踪无论在理论还是实现上都变得非常困难[1-3]。跳变马尔可夫系统(Jump Markov System，JMS)被证明是目前比较有效的单机动目标跟踪工具[4-5]，同时与传统的数据关联技术结合实现对多机动目标跟踪，如联合概率数据关联[6]、多假设跟踪[7]。但这些基于数据关联的方法，随着目标数或者杂波数的增加，其计算量指数增长，严重制约了其发展和应用。

近年来，Mahler[8]以有限集统计学为基础，提出了随机有限集(Random Finite Set，RFS)方法，该方法提供了一个简洁的公式描述多目标跟踪，避免了数据关联[8-9]。随机有限集方法很快成为了多目标跟踪的研究热点之一。许多国内外学者研究将 RFS 与 JMS 结合，实现对多机动目标的跟踪[10-14]。但在这些研究中都假设杂波密度是一个时不变的先验已知参数。而实际中杂波密度是未知且可能随着环境的改变而变化，当采用的杂波密度与实际的不相符时会导致严重的滤波偏差，甚至出现完全错误的滤波，因此估计杂波密度是非常困难且重要的。最近，一些国外学者提出了基于 RFS 的未知杂波密度多目标跟踪方法[15-17]。文献[15]给出了一种结合概率假设密度(PHD)滤波的最大似然方法估计杂波密度。文献[16]推导了一种新的 PHD 和势概率假设密度(Cardinalized Probability Hypothesis Density，CPHD)滤波形式，可实现在滤波中实时地估计杂波密度。文献[17]给出了一种适用于非线性模型和未知杂波密度的多伯努利滤波算法。而这些研究又都没有考虑目标的机动性，在目标发生机动时性能会严重下降。

收稿日期：2015-09-23；**录用日期**：2015-12-04；**网络出版时间**：2016-01-04 10:04
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160104.1004.008.html
基金项目：国家自然科学基金(61171122，61201318，61471019，61501011)
* **通讯作者**：Tel.：010-82339474 E-mail：wangj203@buaa.edu.cn

引用格式：袁常顺，王俊，张耀天，等. 基于 PHD 未知杂波密度多机动目标跟踪[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2082-2090. YUAN C S，WANG J，ZHANG Y T，et al. Multiple maneuvering targets tracking with unknown clutter density using PHD [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2082-2090 (in Chinese).

针对以上问题,本文提出了一种未知杂波密度的多机动目标跟踪算法,称为线性高斯 JMS 未知杂波密度 GMPHD(LGJMS-λ-GMPHD)滤波算法。该算法以未知杂波密度 GMPHD 滤波为基础,推导了在 LGJMS 下未知杂波密度 GMPHD 迭代的完全解析表达式。仿真结果表明,无论是对于未知固定杂波密度还是未知时变杂波密度的场景,本文算法都可实现对于杂波密度以及目标数和目标状态的准确估计。

1　λ-GMPHD 原理

为了解决基于 RFS 的未知杂波密度多目标跟踪,Mahler 等[16]给出了一种可联合估计杂波密度和目标状态的 PHD 滤波器,称为 λ-PHD 滤波器。其核心思想是将杂波建模为与真实目标类似的杂波目标,同样包括预测中目标的新生、衍生、消亡、转移和以确定的检测概率产生杂波量测,但却与真实目标相互独立。假定 $k-1$ 时刻,真实目标状态为 $\boldsymbol{X}_{k-1}^{(1)}$,杂波目标状态为 $\boldsymbol{X}_{k-1}^{(0)}$,则该时刻联合多目标状态为 $\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}=\boldsymbol{X}_{k-1}^{(1)}\cup\boldsymbol{X}_{k-1}^{(0)}$。在 k 时刻,根据多目标运动过程[8],联合多目标状态可表示为 $\hat{\boldsymbol{X}}_k=\boldsymbol{X}_k^{(1)}\cup\boldsymbol{X}_k^{(0)}$,其中:

$$\boldsymbol{X}_k^{(1)}=\left[\bigcup_{\boldsymbol{x}_{k-1}\in\boldsymbol{X}_{k-1}^{(1)}}\boldsymbol{S}_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_{k-1})\right]\cup\left[\bigcup_{\boldsymbol{x}_{k-1}\in\boldsymbol{X}_{k-1}^{(1)}}\boldsymbol{B}_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_{k-1})\right]\cup\boldsymbol{\Gamma}_k^{(1)}\tag{1}$$

$$\boldsymbol{X}_k^{(0)}=\left[\bigcup_{\boldsymbol{c}_{k-1}\in\boldsymbol{X}_{k-1}^{(0)}}\boldsymbol{S}_{k|k-1}^{(0)}(\boldsymbol{c}_{k-1})\right]\cup\left[\bigcup_{\boldsymbol{c}_{k-1}\in\boldsymbol{X}_{k-1}^{(0)}}\boldsymbol{B}_{k|k-1}^{(0)}(\boldsymbol{c}_{k-1})\right]\cup\boldsymbol{\Gamma}_k^{(0)}\tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{\Gamma}_k^{(i)}$ 表示新生目标状态 RFS;$\boldsymbol{B}_{k|k-1}^{(i)}(\boldsymbol{x}_{k-1}/\boldsymbol{c}_{k-1})$ 表示从 $\boldsymbol{x}_{k-1}/\boldsymbol{c}_{k-1}$ 衍生出目标状态 RFS;$\boldsymbol{S}_{k|k-1}^{(i)}(\boldsymbol{x}_{k-1}/\boldsymbol{c}_{k-1})$ 表示存活目标状态 RFS。联合多目标状态 $\hat{\boldsymbol{X}}_k$ 产生的量测 $\boldsymbol{Z}_k$ 表示为 $\boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{D}_k^{(1)}(\boldsymbol{X}_k^{(1)})\cup\boldsymbol{D}_k^{(0)}(\boldsymbol{X}_k^{(0)})$,其中 $\boldsymbol{D}_k^{(1)}(\boldsymbol{X}_k^{(1)})=\bigcup_{\boldsymbol{x}_k\in\boldsymbol{X}_k^{(1)}}\boldsymbol{\Theta}_k^{(1)}(\boldsymbol{x}_k)$,$\boldsymbol{\Theta}_k^{(1)}(\boldsymbol{x}_k)$ 表示真实目标产生量测;$\boldsymbol{D}_k^{(0)}(\boldsymbol{X}_k^{(0)})=\bigcup_{i=1,2,\cdots,|\boldsymbol{X}_k^{(0)}|}\boldsymbol{\Theta}_{k,i}^{(0)}$,$\boldsymbol{\Theta}_{k,i}^{(0)}$ 表示杂波目标量测。对于 λ-PHD 滤波器,迭代传递的后验强度可表示为

$$\hat{v}_k(\hat{\boldsymbol{x}})=\begin{cases}v_k^{(1)}(\boldsymbol{x}) & \hat{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{x}\\ v_k^{(0)}(\boldsymbol{c}) & \hat{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{c}\end{cases}\tag{3}$$

式中:$v_k^{(1)}(\cdot)$ 和 $v_k^{(0)}(\cdot)$ 分别为真实目标和杂波目标强度。由于杂波目标的产生过程不依赖其状态 $\boldsymbol{c}$ 且独立同分布,因此 $v_k^{(0)}(\cdot)$ 可通过平均杂波目标数 $N_k^{(0)}$ 来描述。同时由于杂波目标服从二项分布,故检测后的平均杂波密度估计为

$$\hat{\lambda}_k=N_k^{(0)}p_{\mathrm{D},k}^{(0)}/V$$

式中:$p_{\mathrm{D},k}^{(0)}$ 为杂波检测概率;V 为量测空间。

为了获得 λ-PHD 滤波器的完全解析表达式,类似于传统的 PHD 滤波器做如下假设:

1)每个真实目标满足线性高斯运动和量测模型,即

$$f_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}\mid\boldsymbol{\zeta})=N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{Q}_{k-1})$$

$$g_k(\boldsymbol{z}\mid\boldsymbol{x})=N(\boldsymbol{z};\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x},\boldsymbol{R}_k)$$

式中:$N(\cdot;\boldsymbol{m},\boldsymbol{Q})$ 为均值为 $\boldsymbol{m}$ 和方差为 $\boldsymbol{Q}$ 的高斯密度;$\boldsymbol{F}_{k-1}$ 为状态转移矩阵;$\boldsymbol{Q}_{k-1}$ 为过程协方差矩阵;$\boldsymbol{H}_k$ 为量测矩阵;$\boldsymbol{R}_k$ 为量测噪声协方差矩阵。

2)真实目标存在概率和检测概率都状态独立,分别为 $p_{\mathrm{S},k}^{(1)}(\boldsymbol{x})=p_{\mathrm{S},k}^{(1)}$,$p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(\boldsymbol{x})=p_{\mathrm{D},k}^{(1)}$。

3)真实目标的衍生目标 RFS 强度为高斯混合形式

$$\beta_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}\mid\boldsymbol{\zeta})=\sum_{l=1}^{J_{\beta,k}}\omega_{\beta,k}^{(l)}N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(l)}\boldsymbol{\zeta}+\boldsymbol{d}_{\beta,k-1}^{(l)},\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1}^{(l)})$$

4)新生真实目标 RFS 强度为高斯混合形式

$$\gamma_k^{(1)}(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}}\omega_{\gamma,k}^{(i)}N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{\gamma,k}^{(i)},\boldsymbol{P}_{\gamma,k}^{(i)})$$

5)杂波目标存在概率和检测概率为常数 $p_{\mathrm{S},k}^{(0)}$ 和 $p_{\mathrm{D},k}^{(0)}$。

6)杂波目标的平均衍生数为

$$N_{\beta,k}^{(0)}=N_{k-1}^{(0)}\langle 1,\beta_{k|k-1}^{(0)}\rangle$$

7)杂波目标的平均新生数为

$$N_{\Gamma,k}^{(0)}=\langle 1,\gamma_k^{(0)}\rangle$$

则 λ-GMPHD 滤波器的迭代如下[16]。

预测　假设已知 $k-1$ 时刻的真实目标后验强度 $v_{k-1}^{(1)}$ 和平均杂波目标数 $N_{k-1}^{(0)}$,且 $v_{k-1}^{(1)}$ 为高斯混合形式:$v_{k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{J_{k-1}}\omega_{k-1}^{(i)}N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k-1}^{(i)})$,则预测真实目标强度 $v_{k|k-1}^{(1)}$ 为

$$v_{k|k-1}^{(1)}=p_{\mathrm{S},k}^{(1)}\sum_{i=1}^{J_{k-1}}\omega_{k-1}^{(i)}N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)},\boldsymbol{Q}_{k-1}+\boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}^{(i)}\boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}})+\sum_{j=1}^{J_{k-1}}\sum_{l=1}^{J_{\beta,k}}\omega_{k-1}^{(j)}\omega_{\beta,k}^{(l)}N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)},\boldsymbol{P}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)})+\gamma_k^{(1)}(\boldsymbol{x})\tag{4}$$

式中:

$$\boldsymbol{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)}=\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(l)}\boldsymbol{m}_{k-1}^{(j)}+\boldsymbol{d}_{\beta,k-1}^{(l)}$$

$$\boldsymbol{P}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)}=\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1}^{(l)}+\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(l)}\boldsymbol{P}_{\beta,k-1}^{(j)}(\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(l)})^{\mathrm{T}}$$

预测平均杂波目标数 $N_{k|k-1}^{(0)}$ 为

$$N_{k|k-1}^{(0)}=p_{\mathrm{S},k}^{(0)}N_{k-1}^{(0)}+N_{\beta,k}^{(0)}+N_{\Gamma,k}^{(0)}\tag{5}$$

北航学报 赠阅

更新 假设已知 k 时刻的预测真实目标强度 $v_{k|k-1}^{(1)}$ 和平均杂波目标数 $N_{k|k-1}^{(0)}$，且 $v_{k|k-1}^{(1)}$ 为高斯混合形式：$v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)},\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(i)})$，则给定量测 $\boldsymbol{Z}_k$，更新的真实目标后验强度 $v_k^{(1)}$ 为

$$v_k^{(1)} = (1 - p_{\mathrm{D},k}^{(1)}) v_{k|k-1}^{(1)} + \sum_{z\in\boldsymbol{Z}_k}\sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(j)}(z) N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{k|k}^{(j)}(z),\boldsymbol{P}_{k|k}^{(j)}) \tag{6}$$

式中：

$$\omega_k^{(j)}(z) = \frac{p_{\mathrm{D},k}^{(1)} \omega_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(z)}{p_{\mathrm{D},k}^{(0)} N_{k|k-1}^{(0)} \tilde{\mu}(z) + p_{\mathrm{D},k}^{(1)} \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(l)} q_k^{(l)}(z)}$$

$$q_k^{(j)}(z) = N(z;\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(j)},\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(j)}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k)$$

$$\boldsymbol{m}_{k|k}^{(j)}(z) = \boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(j)} + \boldsymbol{K}_k^{(j)}(z - \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(j)})$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{(j)} = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k^{(j)}\boldsymbol{H}_k]\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(j)}$$

$$\boldsymbol{K}_k^{(j)} = \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(j)}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{(j)}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k)^{-1}$$

更新的平均杂波目标数 $N_k^{(0)}$ 为

$$N_k^{(0)} = N_{k|k-1}^{(0)}(1 - p_{\mathrm{D},k}^{(0)}) + \sum_{z\in\boldsymbol{Z}_k} \frac{p_{\mathrm{D},k}^{(0)} N_{k|k-1}^{(0)} \tilde{\mu}(z)}{p_{\mathrm{D},k}^{(0)} N_{k|k-1}^{(0)} \tilde{\mu}(z) + p_{\mathrm{D},k}^{(1)} \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(l)} q_k^{(l)}(z)} \tag{7}$$

检测后平均杂波密度估计为 $\hat{\lambda}_k = N_k^{(0)} p_{\mathrm{D},k}^{(0)} / V$。

2 LGJMS 模型及 LGJMS-λ-GMPHD 滤波

2.1 LGJMS 模型

JMS 是目前机动目标跟踪的有效工具。JMS 通过一组参数化的状态空间模型来描述，各模型之间服从转移概率为 $t_{k|k-1}(r_k|r_{k-1})$ 的离散马尔可夫链。JMS 将目标状态以马尔可夫形式在不同模型之间转换，找到最佳的匹配模型，完成机动目标跟踪。为了与 λ-GMPHD 滤波器有效结合，本文考虑线性高斯运动和量测模型的 LGJMS，其在模型 r_k 下的条件状态转移密度和观测似然函数为

$$f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k,r_k|\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}) = t_{k|k-1}(r_k|r_{k-1}) \cdot N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{F}_{f,k-1}(r_k)\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{Q}_{f,k}(r_k)) \tag{8}$$

$$g_k(z|\boldsymbol{x}_k,r_k) = N(z;\boldsymbol{H}_k(r_k)\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{R}_k(r_k)) \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{F}_{f,k-1}(r_k)$ 和 $\boldsymbol{H}_k(r_k)$ 为在模型 r_k 下的转移和量测矩阵；$\boldsymbol{Q}_{f,k}(r_k)$ 和 $\boldsymbol{R}_k(r_k)$ 为相应的过程噪声和量测噪声协方差。新生真实目标强度为

$$\gamma_k^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k) = \pi_k(r_k)\sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}(r_k)} N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{m}_{\gamma,k}^{(i)}(r_k),\boldsymbol{Q}_{\gamma,k}^{(i)}(r_k)) \tag{10}$$

式中：π_k 为新生模型分布。衍生真实目标强度为

$$\beta_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k|\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}) = \pi_{k|k-1}(r_k|r_{k-1}) \sum_{j=1}^{J_{\beta,k|k-1}(r_k,r_{k-1})} \omega_{\beta,k|k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1}) \cdot N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})\boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{d}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1}),\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})) \tag{11}$$

式中：$\pi_{k|k-1}(r_k|r_{k-1})$ 为衍生模型分布。

由于杂波目标的产生过程不依赖其状态，因此不需采用 LGJMS 来对其进行描述。

2.2 LGJMS-λ-GMPHD 滤波

本节在 LGJMS 基础上，结合 λ-GMPHD 滤波器，提出了一种解决未知杂波密度的多机动目标跟踪算法，简称为 LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法。该算法依然保持了原始 λ-GMPHD 滤波算法的数学结构，只是在真实目标的迭代过程中采用了 LGJMS 模型。其具体推导过程如下。

预测 假设已知 $k-1$ 时刻的真实目标后验强度 $v_{k-1}^{(1)}$ 和杂波目标数后验均值 $N_{k-1}^{(0)}$，且 $v_{k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}(r_{k-1})} \omega_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}) N(\boldsymbol{x}_{k-1};\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}),\boldsymbol{Q}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}))$，则预测真实目标强度 $v_{k|k-1}^{(1)}$ 为

$$v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k) = v_{f,k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k) + v_{\beta,k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k) + \gamma_k^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k) \tag{12}$$

$$\begin{aligned} v_{f,k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k) &= \iint \{p_{\mathrm{S},k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}) \cdot f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k,r_k|\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1})\} v_{k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}\,\mathrm{d}r_{k-1} = \\ &\sum_{r_{k-1}} \int \{p_{\mathrm{S},k|k-1}^{(1)}(r_{k-1}) t_{k|k-1}(r_k|r_{k-1}) \cdot N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{F}_{f,k-1}(r_k)\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{Q}_{f,k}(r_k)) \cdot \sum_{i=1}^{J_{k-1}(r_{k-1})} \omega_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}) N(\boldsymbol{x}_{k-1};\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}),\boldsymbol{Q}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}))\}\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1} = \\ &\sum_{r_{k-1}} \sum_{i=1}^{J_{k-1}(r_{k-1})} \omega_{f,k|k-1}^{(i)}(r_k,r_{k-1}) \cdot N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{f,k|k-1}^{(i)}(r_k,r_{k-1}),\boldsymbol{Q}_{f,k|k-1}^{(i)}(r_k,r_{k-1})) \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} v_{\beta,k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k) &= \iint \beta_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k|\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1}) \cdot v_{k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}\,\mathrm{d}r_{k-1} = \\ &\sum_{r_{k-1}} \int \Big\{ \pi_{k|k-1}(r_k|r_{k-1}) \cdot \Big[\sum_{j=1}^{J_{\beta,k|k-1}(r_k,r_{k-1})} \omega_{\beta,k|k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1}) \cdot N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})\boldsymbol{x}_{k-1} + \end{aligned}$$

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{d}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1}),\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1}))\Big]\cdot$$
$$\Big[\sum_{i=1}^{J_{k-1}(r_{k-1})}\omega_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})N(\boldsymbol{x}_{k-1};\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}),$$
$$\boldsymbol{Q}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}))\Big]\Big\}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}=$$
$$\sum_{r_{k-1}}\sum_{i=1}^{J_{k-1}(r_{k-1})}\sum_{j=1}^{J_{\beta,k|k-1}(r_k,r_{k-1})}\pi_{k|k-1}(r_k\mid r_{k-1})\cdot$$
$$\omega_{\beta,k|k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})\omega_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})\cdot$$
$$\int\{N(\boldsymbol{x}_{k-1};\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}),\boldsymbol{Q}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1}))\cdot$$
$$N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{d}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1}),$$
$$\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1}))\}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}=$$
$$\sum_{r_{k-1}}\sum_{i=1}^{J_{k-1}(r_{k-1})}\sum_{j=1}^{J_{\beta,k|k-1}(r_k,r_{k-1})}\{\omega_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1})\cdot$$
$$N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1}),\boldsymbol{Q}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1}))\}\tag{14}$$

式中:

$$\omega_{f,k|k-1}^{(i)}(r_k,r_{k-1})=p_{\mathrm{S},k|k-1}^{(1)}(r_{k-1})t_{k|k-1}(r_k\mid r_{k-1})\cdot$$
$$\omega_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})\boldsymbol{m}_{f,k|k-1}^{(i)}(r_k,r_{k-1})=$$
$$\boldsymbol{F}_{f,k-1}(r)\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})$$
$$\boldsymbol{Q}_{f,k|k-1}^{(i)}(r_k,r_{k-1})=$$
$$\boldsymbol{Q}_{f,k}(r_k)+\boldsymbol{F}_{f,k-1}(r_k)\boldsymbol{Q}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})\boldsymbol{F}_{f,k-1}^{\mathrm{T}}(r_k)$$
$$\omega_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1})=\pi_{k|k-1}(r_k\mid r_{k-1})\cdot$$
$$\omega_{\beta,k|k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})\omega_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})$$
$$\boldsymbol{m}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1})=\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})\cdot$$
$$\boldsymbol{m}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})+\boldsymbol{d}_{\beta,k|k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})$$
$$\boldsymbol{Q}_{\beta,k|k-1}^{(i,j)}(r_k,r_{k-1})=\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})+$$
$$\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1})\boldsymbol{Q}_{k-1}^{(i)}(r_{k-1})(\boldsymbol{F}_{\beta,k-1}^{(j)}(r_k,r_{k-1}))^{\mathrm{T}}$$

预测平均杂波目标数 $N_{k|k-1}^{(0)}$ 为

$$N_{k|k-1}^{(0)}=p_{\mathrm{S},k}^{(0)}N_{k-1}^{(0)}+N_{\beta,k}^{(0)}+N_{\Gamma,k}^{(0)}\tag{15}$$

更新　假设已知 k 时刻的预测真实目标强度 $v_{k|k-1}^{(1)}$ 和平均杂波目标数 $N_{k|k-1}^{(0)}$,且 $v_{k|k-1}^{(1)}$ 为

$$v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)=\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}(r_k)}\omega_{k|k-1}^{(i)}(r_k)\cdot$$
$$N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}(r_k),\boldsymbol{Q}_{k|k-1}^{(i)}(r_k))$$

则更新的真实目标后验强度 $v_k^{(1)}$ 为

$$v_k^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)=(1-p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k))v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)+$$
$$\sum_{z\in\boldsymbol{Z}_k}(g_k(z\mid\boldsymbol{x}_k,r_k)v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k))\Big/\Big(\kappa(z)+$$
$$\int p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)g_k(z\mid\boldsymbol{x}_k,r_k)v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k\mathrm{d}r_k\Big)=$$
$$(1-p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k))v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)+$$
$$\sum_{z\in\boldsymbol{Z}_k}\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}(r_k)}\omega_k^{(i)}(r_k;z)\cdot$$
$$N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_k^{(i)}(r_k;z),\boldsymbol{Q}_k^{(i)}(r_k;z))\tag{16}$$

式中:

$$\omega_k^{(i)}(r_k;z)=(p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k)\omega_{k|k-1}^{(i)}(r_k)q_{g,k}^{(i)}(r_k;z))/$$
$$\Big(p_{\mathrm{D},k}^{(0)}N_{k|k-1}^{(0)}\tilde{\mu}(z)+$$
$$\sum_{r_k}p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k)\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}(r_k)}\omega_{k|k-1}^{(i)}(r_k)q_{g,k}^{(i)}(r_k;z)\Big)$$
$$\boldsymbol{K}_k^{(i)}(r_k)=\boldsymbol{Q}_{k|k-1}^{(i)}(r_k)\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(r_k)\cdot$$
$$(\boldsymbol{H}_k(r_k)\boldsymbol{Q}_{k|k-1}^{(i)}(r_k)\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(r_k)+\boldsymbol{R}_k(r_k))^{-1}$$
$$\boldsymbol{m}_k^{(i)}(r_k;z)=\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}(r_k)+\boldsymbol{K}_k^{(i)}(r_k)(z-\boldsymbol{H}_k(r_k)$$
$$\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}(r_k))$$
$$\boldsymbol{Q}_k^{(i)}(r_k;z)=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k^{(i)}(r_k)\boldsymbol{H}_k(r_k))\boldsymbol{Q}_{k|k-1}^{(i)}(r_k)$$
$$q_{g,k}^{(i)}(r_k;z)=N(z;\boldsymbol{H}_k(r_k)\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{(i)}(r_k),$$
$$\boldsymbol{H}_k(r_k)\boldsymbol{Q}_{k|k-1}^{(i)}(r_k)\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(r_k)+\boldsymbol{R}_k(r_k))$$

真实目标个数 $N_k^{(1)}$ 为

$$N_k^{(1)}=\int v_k^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k\mathrm{d}r_k=$$
$$\int\Big\{(1-p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k))v_{k|k-1}^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)+$$
$$\sum_{z\in\boldsymbol{Z}_k}\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}(r_k)}\omega_k^{(i)}(r_k;z)N(\boldsymbol{x};\boldsymbol{m}_k^{(i)}(r_k;z),$$
$$\boldsymbol{Q}_k^{(i)}(r_k;z))\Big\}\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k\mathrm{d}r_k=$$
$$\sum_{r_k}(1-p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k))\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}(r_k)}\omega_{k|k-1}^{(i)}(r_k)+$$
$$\sum_{z\in\boldsymbol{Z}_k}\sum_{r_k}\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}(r_k)}\omega_{g,k}^{(i)}(r_k;z)\tag{17}$$

更新的平均杂波目标数 $N_k^{(0)}$ 为

$$N_k^{(0)}=N_{k|k-1}^{(0)}(1-p_{\mathrm{D},k}^{(0)})+$$
$$\sum_{z\in\boldsymbol{Z}_k}(p_{\mathrm{D},k}^{(0)}N_{k|k-1}^{(0)}\tilde{\mu}(z))\Big/\Big(p_{\mathrm{D},k}^{(0)}N_{k|k-1}^{(0)}\tilde{\mu}(z)+$$
$$\sum_{r_k}p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k)\sum_{i=1}^{J_{k|k-1}(r_k)}\omega_{k|k-1}^{(i)}(r_k)q_{g,k}^{(i)}(r_k;z)\Big)\tag{18}$$

检测后平均杂波密度估计为 $\hat{\lambda}_k=\dfrac{N_k^{(0)}p_{\mathrm{D},k}^{(0)}}{V}$。

剪枝　由于在预测过程中新生目标及衍生目标的加入和更新过程中高斯项的增加,使得最终表示后验强度的高斯项不断增加。为了降低高斯项,首先删除高斯权重低于门限 T 的高斯项,其次合并同一模型下距离在 U 范围内的高斯项。

多目标状态提取　根据估计的真实目标个数,选取对应数目的高斯权重最大的高斯项,其高斯分量的均值作为对应目标状态。

3 仿真分析

3.1 仿真场景设置

采用一个目标数未知且变化的二维多机动目标运动场景来验证本文的算法。量测区域为 $[-60,60]\times[-60,60]\ \mathrm{km}^2$，传感器位于(0,0) km处，其采样间隔为 5 s，共采样 100 个时刻。

目标运动状态为 $\boldsymbol{x}_k=[p_{x,k},\dot{p}_{x,k},p_{y,k},\dot{p}_{y,k}]^{\mathrm{T}}$，包含目标位置$(p_{x,k},p_{y,k})$和速度$(\dot{p}_{x,k},\dot{p}_{y,k})$。本文采用 3 种运动模型来描述目标的机动性：模型 1 服从转弯率为 $\omega_1=0(°)/\mathrm{s}$、过程噪声标准差为 $\sigma_1=5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$的直角转弯运动；模型 2 服从转弯率为 $\omega_2=3(°)/\mathrm{s}$、过程噪声标准差为 $\sigma_2=20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$的直角转弯运动；模型 3 服从转弯率为 $\omega_3=-3(°)/\mathrm{s}$、过程噪声标准差为 $\sigma_3=20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$的直角转弯运动。直角转弯运动状态转移和协方差矩阵分别为

$$\boldsymbol{F}_{f,k-1}(r)=\begin{bmatrix}1&\dfrac{\sin(\omega_r T)}{\omega_r}&0&-\dfrac{1-\cos(\omega_r T)}{\omega_r}\\0&\cos(\omega_r T)&0&-\sin(\omega_r T)\\0&\dfrac{1-\cos(\omega_r T)}{\omega_r}&1&\dfrac{\sin(\omega_r T)}{\omega_r}\\0&\sin(\omega_r T)&0&\cos(\omega_r T)\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}_{f,k}(r)=\sigma_r^2\begin{bmatrix}\dfrac{T^4}{4}&\dfrac{T^3}{2}&0&0\\\dfrac{T^3}{2}&T^2&0&0\\0&0&\dfrac{T^4}{4}&\dfrac{T^3}{2}\\0&0&\dfrac{T^3}{2}&T^2\end{bmatrix}$$

运动模型间转换的马尔可夫转移概率矩阵为

$$[t_{k|k-1}(r_k\mid r_{k-1})]=\begin{bmatrix}0.8&0.1&0.1\\0.1&0.8&0.1\\0.1&0.1&0.8\end{bmatrix}$$

为了简单，本文假设对于所有模型 $r_{k-1}=1,2,3$，真实目标存在概率为 $p_{\mathrm{S},k|k-1}^{(1)}(r_{k-1})=0.99$，检测概率为 $p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k)=0.98$。新生真实目标强度为 $\gamma_k^{(1)}(\boldsymbol{x}_k,r_k)=0.1\pi_k(r_k)\sum_{i=1}^{3}N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{m}_\gamma^{(i)},\boldsymbol{P}_\gamma)$，其中目标状态为 $\boldsymbol{m}_\gamma^{(1)}=[4\times10^4,0,-5\times10^4,0]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{m}_\gamma^{(2)}=[-5\times10^4,0,4\times10^4,0]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{m}_\gamma^{(3)}=[-1\times10^4,0,0,0]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{P}_\gamma=\mathrm{diag}([10^6,10^4,10^6,10^4])$，模型分布为$[\pi_k(r_k)]=[0.9,0.05,0.05]$。真实目标的衍生强度为 $\beta_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k,r_k\mid\boldsymbol{x}_{k-1},r_{k-1})=0.05\pi_{k|k-1}(r_k\mid r_{k-1})N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1})$，其中 $\boldsymbol{Q}_{\beta,k-1}=\mathrm{diag}([10^4,5\times10^2,10^4,5\times10^2])$，其模型分布为

$$[\pi_{k|k-1}(r_k\mid r_{k-1})]=\begin{bmatrix}0.9&0.05&0.05\\0.9&0.05&0.05\\0.9&0.05&0.05\end{bmatrix}$$

平均新生杂波目标数为 $N_k^{(0)}=10$；杂波目标衍生强度为 $\beta_{k|k-1}^{(0)}=0.05$。杂波目标存在概率和检测概率分别为 $p_{\mathrm{S},k}^{(0)}=0.9$ 和 $p_{\mathrm{D},k}^{(0)}=0.5$。杂波量测 $\mu(z)$服从均匀分布。由于平均杂波密度估计 $\hat{\lambda}_k$ 和平均杂波率估计 $\hat{\eta}_k=N_k^{(0)}p_{\mathrm{D},k}^{(0)}$存在关系 $\hat{\lambda}_k=\hat{\eta}_k/V$，因此为了仿真中更好地显示对于杂波密度的估计结果，本文采用杂波率来代替杂波密度。对每个高斯项，剪枝门限为 $T=10^{-5}$，合并距离门限为 $U=5$ m，最大高斯分量数为 $J_{\max}=100$。

传感器量测模型为 $\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{H}_k(r_k)\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{\varepsilon}_k$，其中对于所有模型 $r_k=1,2,3$，量测矩阵和量测噪声为 $\boldsymbol{H}_k(r_k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}$和 $\boldsymbol{\varepsilon}_k\sim N(\cdot;0,\boldsymbol{R}_k(r_k))$，$\boldsymbol{R}_k(r_k)=\mathrm{diag}([\sigma_r^2,\sigma_r^2]^{\mathrm{T}})$，$\sigma_r=40$ m。

仿真场景中共有 5 个机动目标，其真实运动轨迹如图 1 所示，目标 1 从第 1 个采样时刻运动到第 91 个采样时刻；目标 2 从第 6 个采样时刻运动到第 96 个采样时刻；目标 3 从第 13 个采样时刻运动到采样结束；目标 4 在第 32 个采样时刻从目标 1 中衍生出来，运动到结束；目标 5 在第 45 个采样时刻从目标 2 中衍生出来，运动到第 81 个采样时刻。

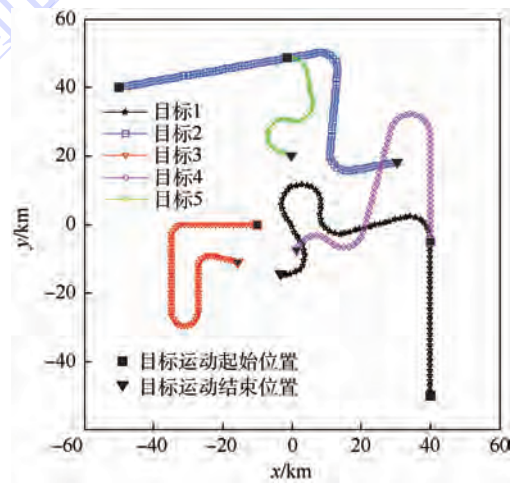


图 1 真实目标运动轨迹

Fig. 1 True target trajectories

北航学报 赠阅

3.2　仿真结果

3.2.1　固定杂波密度多机动目标跟踪

首先,采用固定杂波密度的多机动目标运动场景来验证本文的算法。假设以参数为 $N_k^{(0)}=100$,$p_{\mathrm{D},k}^{(0)}=0.5$ 的二项分布产生杂波,对应平均杂波密度为 $3.47\times10^{-3}\ \mathrm{km}^{-2}$,平均杂波率为 50,其他参数与 3.1 节的设置相同。图 2 给出了包含杂波目标的量测。图 3 给出了未知杂波密度条件下,LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法单次仿真实验对多目标位置的估计结果。从仿真结果可看出,给出的算法可在未知杂波密度下正确跟踪单独目标运动和不同的目标新生、衍生和消失。

图 4 给出了 100 次蒙特卡罗实验,LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法对于机动目标数和杂波率的统计特性。仿真结果表明,本文算法可以准确地估计目标数和杂波率。

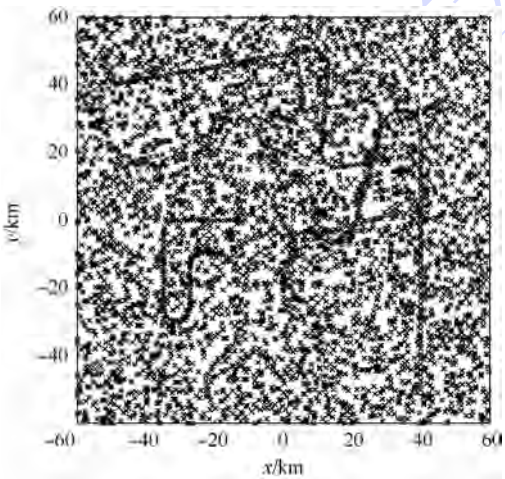


图 2　包含杂波目标运动航迹量测结果

Fig. 2　Observation results immersed in clutters of target tracks

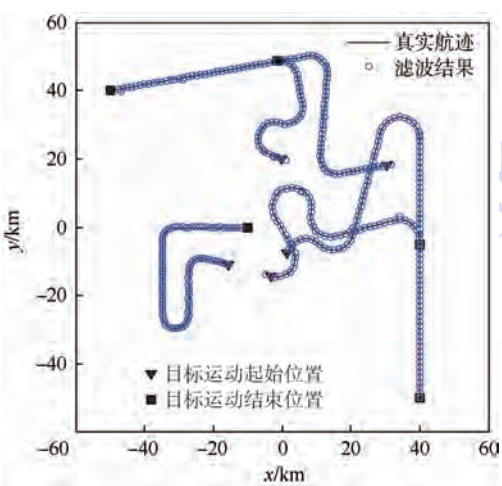


图 3　LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法位置估计

Fig. 3　Position estimations of LGJMS-λ-GMPHD filter algorithm

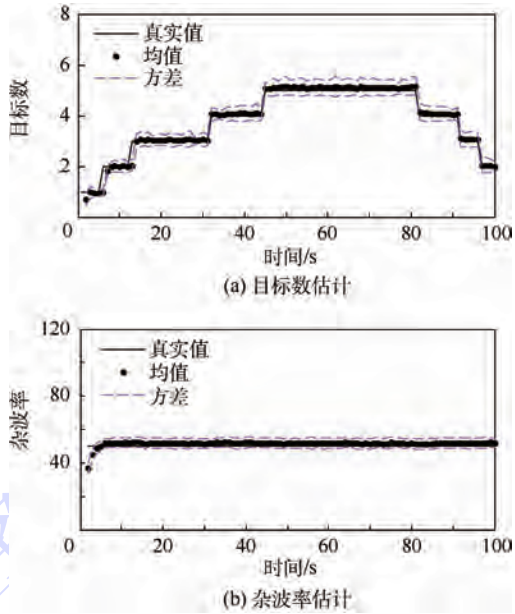


图 4　固定杂波密度下目标数和杂波率统计结果

Fig. 4　Statistic results of target number and clutter rate for fixed clutter density

为了进一步验证本文算法,将其与杂波密度已知的 LGJMS-GMPHD 滤波算法进行比较。采用最优子模式分配(OSPA)距离[18]用于定量地分析距离算法的滤波性能。OSPA 距离既包含目标位置估计误差,也包含目标个数估计误差,反映了滤波器的综合估计精度,其定义如下[18]:

$$\bar{d}_p^{(c)}(X,Z)=\left\{\frac{1}{n}\left[\min_{\pi\in\prod_n}\sum_{i=1}^{m}d^{(c)}(x_i,z_i)^p+c^p(n-m)\right]\right\}^{\frac{1}{p}} \tag{19}$$

本仿真中取 $p=2$;$c=1\,000$。图 5 展示了经 100 次蒙特卡罗仿真实验平均后得到的二者 OSPA 距离随时间变化曲线。从图中可以看出,LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法的 OSPA 距离接近于杂波密度已知的 LGJMS-GMPHD 滤波算法,同时

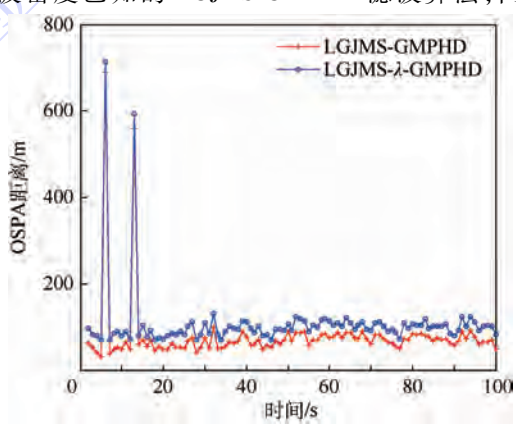


图 5　固定杂波密度下 OSPA 距离比较结果

Fig. 5　Comparison results of OSPA metric for fixed clutter density

北航学报 赠阅

发现在采样时刻 6 和 13 的时候出现尖峰,这主要是由于该采样时刻对于目标数的估计存在偏差,而 OSPA 距离在目标数估计错误时会出现峰值。

3.2.2 时变杂波密度多机动目标跟踪

为了进一步验证对于杂波密度的估计性能,采用时变杂波密度的多机动目标运动场景来验证本文的算法。目标数和杂波率估计的 100 次蒙特卡罗结果如图 6 所示。从图中可以看出,LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法可以准确地估计目标数,同时对于时变的杂波率也可准确估计。随着杂波密度的增加,目标数和杂波率估计方差都在增大,这主要是由于杂波密度的增大,杂波数增多,降低了算法的性能。

图 7 给出了两种算法的 OSPA 距离。从图中可以看出,LGJMS-λ-GMPHD滤波算法的OSPA距离接近于杂波密度已知的 LGJMS-GMPHD 滤波算法。同时在采样时刻 50 之后其 OSPA 值相比于图 5 会变大,这是由于这个时刻之后的杂波密度增大,杂波数增多,滤波性能下降。

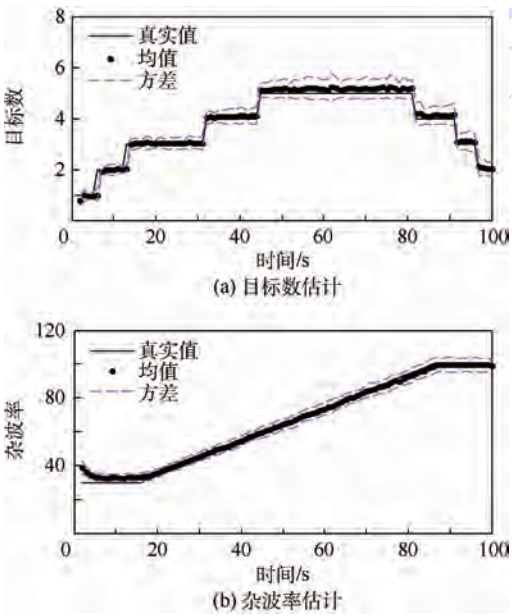


图 6 时变杂波密度下目标数和杂波率统计结果

Fig. 6 Statistic results of target number and clutter rate for variable clutter density

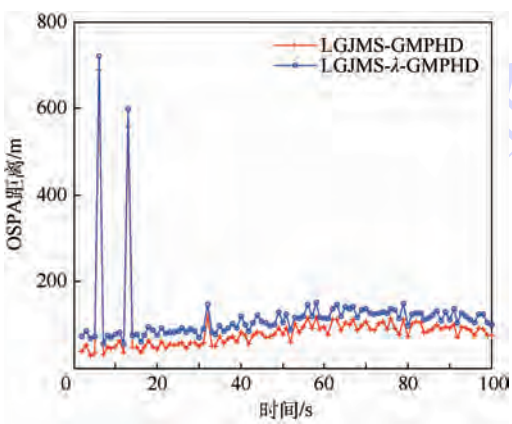


图 7 时变杂波密度下 OSPA 距离比较结果

Fig. 7 Comparison results of OSPA metric for variable clutter density

3.2.3 不同检测概率多机动目标跟踪

进一步讨论了目标检测概率对于滤波算法的影响。图 8 给出了固定杂波密度为 $3.47\times10^{-3}\ \mathrm{km}^{-2}$、不同目标检测概率下,100 次蒙特卡罗实验的平均 OSPA 距离值。从图中可以看出,随着目标检测概率的降低,两种算法的 OSPA 距离都在增大,表明滤波性能都在降低。这主要是由于检测概率的降低,目标丢失率增大,目标数估计误差增大,滤波性能降低。

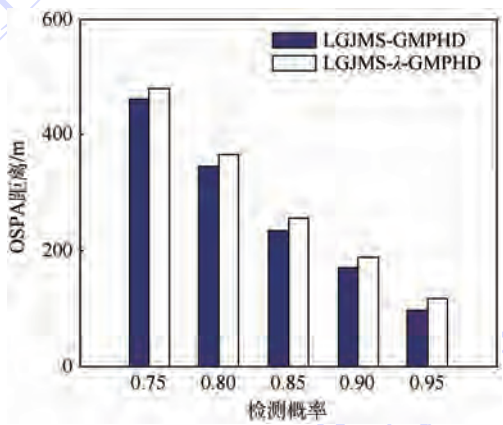


图 8 不同检测概率下 OSPA 距离比较结果

Fig. 8 Comparison results of OSPA metric for different detection probability

4 结 论

基于 RFS 的多目标跟踪方法已经成为了多目标跟踪领域的研究热点。本文在未知杂波密度 GMPHD 滤波算法的基础上,结合 LGJMS,提出了一种未知杂波密度下多机动目标跟踪算法。仿真实验表明:

1) 本文所提 LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法可实现对于未知固定杂波密度的多机动目标进行准确跟踪和杂波率准确估计,其标准差为 3。相比于已知杂波密度的 LGJMS-GMPHD 滤波算法,其 OSPA 距离略高,且平均 OSPA 距离为 110.3 m。

2) 本文所提 LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法仍然可实现对于未知且时变杂波密度下多机动目标运动的准确跟踪和杂波率准确估计,随着杂波密度的增加,其杂波率和目标数估计标准差增大,OSPA 距离也相应增大。

3) 本文所提 LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法对于随着真实目标检测概率的降低,滤波性能降低,

北航学报 赠阅

在 $p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k)=0.95$ 时,OSPA 距离为 116.8 m,在 $p_{\mathrm{D},k}^{(1)}(r_k)=0.75$ 时,OSPA 距离为 480.1 m,其性能下降 4 倍多。

LGJMS-λ-GMPHD 滤波算法由于假设目标运动和量测模型都是线性模型,下一步研究非线性模型下的未知杂波密度多机动目标跟踪方法。

参考文献(References)

[1] BLACKMAN S S. Multiple-target tracking with radar applications[M]. Norwood: Artech House, 1986: 19-44.

[2] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333-1364.

[3] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1255-1321.

[4] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with applications to tracking and navigation[M]. New York: Wiley, 2001: 421-488.

[5] BLOM H A P, BAR-SHALOM Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(8): 780-783.

[6] FORTMANN T E, BAR-SHALOM Y, SCHEFFE M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1983, 8(3): 173-184.

[7] BLACKMAN S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2004, 19(1): 5-18.

[8] MAHLER R. Statistical multisource-multitarget information fusion[M]. Norwood: Artech House, 2007: 565-682.

[9] 杨威,付耀文,龙建乾,等. 基于有限集统计学理论的多目标跟踪技术研究综述[J]. 电子学报, 2012, 40(7): 1440-1448.
YANG W, FU Y W, LONG J Q, et al. The FISST-based target tracking techniques: A survey[J]. Chinese Journal of Electronics, 2012, 40(7): 1440-1448(in Chinese).

[10] PUNITHAKUMAR K, KIRUBARAJAN T, SINHA A. Multiple-model probability hypothesis density filter for tracking maneuvering targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(1): 87-98.

[11] PASHA S A, VO B N, TUAN H D, et al. A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(3): 919-936.

[12] FU Y W, LONG J Q, YANG W. Maneuvering multi-target tracking using the multi-model cardinalized probability hypothesis density filter[J]. Chinese Journal of Electronics, 2013, 22(3): 634-640.

[13] DUNNE D, KIRUBARAJAN T. Multiple model multi-Bernoulli filters for manoeuvering targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(4): 2679-2692.

[14] YANG J L, JI H B, GE H W. Multi-model particle cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli algorithm for multiple manoeuvring target tracking[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2013, 7(2): 101-112.

[15] CHEN X, THARMARASA R, PELLETIER M, et al. Integrated clutter estimation and target tracking using Poisson point processes[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(2): 1210-1235.

[16] MAHLER R, VO B T, VO B N. CPHD filtering with unknown clutter rate and detection profile[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(8): 3497-3513.

[17] VO B T, VO B N, HOSEINNEZHAD R, et al. Robust multi-Bernoulli filtering[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2013, 7(3): 399-409.

[18] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.

作者简介:

袁常顺　男,博士研究生。主要研究方向:雷达信号处理、随机有限集多目标跟踪。

Tel.: 010-82339203

E-mail: yuanchang61@126.com

王俊　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:雷达信号处理、实时信号处理。

Tel.: 010-82339474

E-mail: wangj203@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Multiple maneuvering targets tracking with unknown clutter density using PHD

YUAN Changshun, WANG Jun*, ZHANG Yaotian, BI Yanxian, XIANG Hong

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The jump Markov system (JMS) based on the random finite set (RFS) is an effective approach for multiple maneuvering targets tracking. However, these approaches assume that the clutter density is known and priori. This is unrealistic for real applications, as it is often previously unknown and its value may be time-varying as the environment changes. To solve this problem, this paper proposes a novel algorithm for multiple maneuvering targets tracking with the linear Gaussian models in the case of unknown clutter density. The proposed method models the clutters and actual targets based on the Gaussian mixture probability hypothesis density filter with unknown clutter rate (λ-GMPHD), which removes the need of the prior clutter density, describes the maneuvering process by the linear Gaussian JMS and derives a closed-form solution to the GMPHD recursion for multiple maneuvering targets tracking under unknown clutter density. The simulation results indicate that the proposed algorithm can accurately estimate the target number and corresponding multi-target states as well as the clutter density.

Key words: random finite set; unknown clutter density; multiple maneuvering targets tracking; jump Markov system; probability hypothesis density filter

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-23; **Accepted**: 2015-12-04; **Published online**: 2016-01-04 10:04

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160104.1004.008.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61171122, 61201318, 61471019, 61501011)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82339474 E-mail: wangj203@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0626

新型缓冲腿结构设计及性能分析

张自强, 陈殿生*, 陈科位

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

摘 要: 腿部结构是实现仿生蝗虫跳跃机器人良好缓冲性能的重要组成部分,因此对其进行结构设计及分析具有重要的意义。为实现更好的着陆缓冲性能,基于蝗虫腿部生理结构和现有仿生串联腿的结构形式,设计了一种新型的用于跳跃机器人的缓冲腿。在对缓冲腿的力学性能进行分析的基础上,根据缓冲性能评价原则,对结构参数进行了分析及优化,并对同时处于最优状态下的新型缓冲腿和原有仿生串联缓冲腿的缓冲性能进行分析比较。相对于原有仿生串联缓冲腿,改进后的新型缓冲腿受到地面作用力的幅值减小了 25.3%,储能能力提高了 34.6%。这为仿生蝗虫跳跃机器人及其他着陆机构的研制提供了依据。

关 键 词: 仿生机器人; 缓冲腿; 结构设计; 参数优化; 性能分析
中图分类号: TP242
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2091-08

仿生跳跃机器人具有很强的越障能力,因此在星际探测和生命救援等领域具有广泛的应用前景。由于蝗虫具有较强的弹跳能力,多家科研单位都对仿蝗虫跳跃机器人的结构形式及跳跃性能进行了研究[1-4]。蝗虫的跳跃过程为间歇性跳跃,因此每次跳跃结束后需具有良好的缓冲性能。机器人在着陆时腿部结构不可避免地会受到地面的冲击,因此有必要对腿部结构进行详细的设计及分析,从而实现机器人良好的着陆缓冲性能。

目前跳跃机器人的腿部结构形式主要有 3 种:串联结构、并联/混联结构和简化结构。哺乳动物或昆虫的腿都是由大腿(腿节)、小腿(胫节)和足(跗节)组成,因此腿部结构是典型的多自由度串联机构。为实现仿生特性,许多跳跃机器人的腿部结构都采用了近似仿生式的设计原则。例如模仿狗的后肢而研制的跳跃机器人 Kenken[5-6] 和跳跃机器人 Mowgli[7] 的腿部结构都是由大腿杆、小腿杆和足部连杆三部分组成,是典型的仿生串联结构。除了仿生跳跃机器人外,仿生串联腿的结构设计还应用在部分多足步行机器人上,例如,仿生多足机器人 KOLT[8-10]、BigDog[11]、仿猎豹机器人[12] 的腿部结构形式也都是仿生串联结构。串联腿能够较好模拟生物的运动形态,再现生物的运动特征,但是当机器人运动的速度较快、且自身质量较大时,串联腿的刚度和运动精度都有所下降,限制了机器人的运动功能。相对于串联机构,并联机构具有刚度大、承载能力强、误差小及精度高等一系列优点[13],因此也被用于机器人腿部的结构设计。例如,燕山大学研制的四足/两足可重组步行机器人[14] 和密西根州立大学研制的连续跳跃机器人[15] 都具有并联的腿部结构形式。同时,为兼备串联机构和并联机构的优点,上海交通大学还对 3 种混联腿进行了分析比较,并将该机构用于多足步行机器人的研制[16]。然而,并联/混联腿的结构形式复杂,增加了机器人的自身重量及控制的难度。除了上述两种腿部结

收稿日期: 2015-09-23; **录用日期**: 2015-12-31; **网络出版时间**: 2016-02-15 16:30
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160215.1630.003.html
基金项目: 国家自然科学基金 (51375035); 高等学校博士学科点专项科研基金 (20121102110021)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82339089 E-mail: chends@buaa.edu.cn

引用格式: 张自强, 陈殿生, 陈科位. 新型缓冲腿结构设计及性能分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2091-2098.
ZHANG Z Q, CHEN D S, CHEN K W. Structure design and performance analysis of a new buffering leg[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2091-2098 (in Chinese).

北航学报 赠阅

构形式外,部分科研机构还对诸如“C 型腿”这样的简化腿部结构进行了研究,其通过材料的柔性变形进行储能和缓冲,也具有较好的缓冲效果[17-18]。

上述科研单位虽然对仿生机器人的腿部结构进行了研究,但研究内容多集中在跳跃机器人的起跳过程及多足步行机器人的行走减震,并未针对腿部结构在着陆缓冲过程中所起到的作用进行详细的分析,且没有对不同缓冲腿的性能进行分析比较。为了实现仿生蝗虫跳跃机器人腿部运动灵活、储能效率高的特点,在原有仿生式腿部结构的基础上,设计了一种新型缓冲腿,并对缓冲性能进行了详细的分析。结果表明,相对于原有仿生串联缓冲腿,新型缓冲腿具有更好的缓冲性能和储能能力,这为仿生蝗虫跳跃机器人进一步的研制提供了的基础。

1 缓冲腿结构设计

蝗虫着陆瞬间如图 1 所示,蝗虫的前腿和中腿先着地,然后向下缓冲直到速度为零。在缓冲过程中,蝗虫腿部起到了重要的缓冲作用,因此有必要对仿生跳跃机器人腿部结构进行详细的设计和分析,从而实现仿生机器人良好的缓冲性能。

蝗虫腿部结构如图 2 所示,其可简化认为是由腿节、胫节和跗节组成,相邻两部分通过关节相连接。蝗虫腿部主要通过肌肉的收缩来实现能量的吸收,其肌肉主要集中在腿节与躯干之间及胫节与腿节之间。



图 1 蝗虫着陆示意图

Fig. 1 Schematic diagram of locust landing

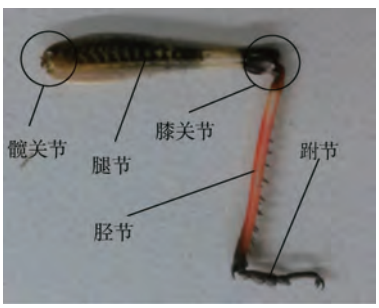


图 2 蝗虫腿部结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of locust's leg structure

根据仿生设计思路,常见的仿生串联缓冲腿如图 3 所示,其与蝗虫腿部结构近似相同。其中,躯干与腿节之间可简化为一个胡克铰,胫节和腿节之间可视为一个转动副,胫节和跗节之间同样可简化为一个转动副。为模拟缓冲过程中腿部肌肉的储能过程,弹簧 1 和弹簧 2 分别用来模拟腿部肌肉,限制腿部髋关节和膝关节的运动,从而实现储能及缓冲效果[19]。为在不改变腿部灵活性的基础上实现更大的储能能力,在原有仿生串联缓冲腿的基础上增加了辅助缓冲的可伸缩分支,该分支的一端通过胡克铰 U_2 与躯干在 D 点相连接,另一端通过铰链 R_3 与胫节在 F 点相连接,分支可伸缩部分通过弹簧 3 限制其相对运动。其中胡克铰 U_1 和 U_2 竖直方向的轴线重合,具体结构如图 4 所示。由于蝗虫前 4 条腿结构参数相差不大,因此可认为仿生蝗虫机器人的前腿和中腿完全相同。

固定坐标系的原点与转动副 R_1 中心重合,z_0 轴与转动副轴线重合,y_0 轴竖直向上,x_0 轴方向可通过右手定则得到。各个运动关节的坐标系如图 4 所示,其坐标原点分别位于各个关节中心处。在初始状态下,各坐标系的轴线方向与固定坐标系相同。记胫节连杆 AB 长度为 l_1,连杆 BC 长度为 l_2,连接点 AF 的长度为 l_3,弹簧 1 与连杆 AB 的连接点到 B 点距离为 l_4,弹簧 2 在躯干连接点到 C 点距离为 l_5,CD 距离为 l_6,DE 距离为 l_7。

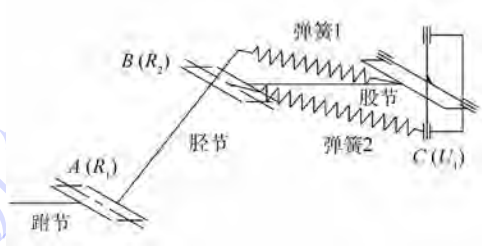


图 3 仿生串联缓冲腿结构示意图

Fig. 3 Structural diagram of bionic series buffering leg

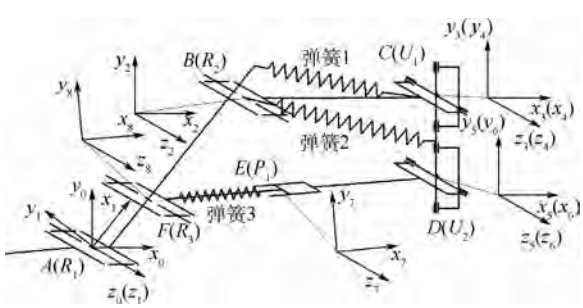


图 4 新型缓冲腿结构示意图

Fig. 4 Structural diagram of new buffering leg

北航学报 赠阅

2　力学性能分析

2.1　运动学分析

通过对新型缓冲腿进行运动学分析,可求出蝗虫在缓冲过程中的关节角度及弹簧力的大小,为力学性能分析提供依据。

为了分析新型缓冲腿是否改变了原有仿生串联缓冲腿的灵活性,首先需要对其自由度进行分析。对于原有仿生串联缓冲腿,其自由度数目为4,结构限制了机器人躯干部分绕 x_0 轴方向的转动和沿 z_0 轴方向的移动。而对于辅助分支 DF,其运动旋量可表示为

$$\begin{cases} \$_1 = (0 \quad 0 \quad 1; \quad a_1 \quad b_1 \quad 0) \\ \$_2 = (0 \quad 0 \quad 1; \quad a_2 \quad b_2 \quad 0) \\ \$_3 = (0 \quad 0 \quad 1; \quad a_3 \quad b_3 \quad 0) \\ \$_4 = (0 \quad 1 \quad 0; \quad a_4 \quad 0 \quad c_4) \end{cases} \tag{1}$$

该运动旋量的反旋量可表示为

$$\begin{cases} \$_1^{\mathrm{r}} = (0 \quad 0 \quad 0; \quad 1 \quad 0 \quad 0) \\ \$_2^{\mathrm{r}} = (0 \quad 0 \quad 1; \quad 0 \quad -c_4 \quad 0) \end{cases} \tag{2}$$

从式(2)中可以看出,辅助分支 DF 对躯干的约束运动与原有仿生串联缓冲腿对躯干的约束相同,仍然是限制了机器人躯干部分绕 x_0 轴方向的转动和沿 z_0 轴方向的移动。因此该辅助分支为冗余约束,对腿部结构的自由度没有影响,新型缓冲腿的设计保证了腿部结构具有较好的灵活性。此外,根据文献[1]可知,无论是机器人前4条腿同时着地或者6条腿同时着地,机器人的躯干只能沿 y_0 轴方向进行运动,躯干的自由度为1。因此,本文仅考虑向下的缓冲运动,不考虑水平方向的速度变化。

由于辅助分支对结构自由度没有影响,因此首先对不包含辅助分支的腿部结构进行运动学分析。由于 CD 杆在地面上的投影点 O 是固定不变的,根据位置关系建立闭环 $ABCO$ 的矢量方程为

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} = \mathbf{0} \tag{3}$$

此时转动副 R_1、R_2 及胡克铰 U_1 的转动角度可根据文献[19]求得。

在求得 R_1、R_2 和 U_1 各个关节转角后,在 $\triangle FBD$ 中,便可求得辅助分支移动副的移动距离,可表示为

$$l_{s3} = \sqrt{BF^2 + BD^2 - 2BF \cdot BD \cdot \cos \alpha_0} - l'_{s3} \tag{4}$$

式中:l'_{s3} 为弹簧3的初始长度;α_0 为 BF 与 BD 之间的夹角。由此便完成了对新型缓冲腿的运动学分析。

2.2　支撑力分析

通过对腿部结构进行受力分析,可求得地面对新型缓冲腿的支撑力,由此作为判断缓冲性能的主要参数之一。

记连杆 AB 为连杆1,连杆 BC 为连杆2,躯干为连杆3。对于第 i 连杆,力和力矩平衡方程为

$${}^i\boldsymbol{f}_i - {}^i\boldsymbol{f}_{i+1} + \sum_{t=1}^{n} {}^i\boldsymbol{F}_{sit} + m_i {}^i\boldsymbol{g} + {}^i\boldsymbol{F}_{ci} = 0 \tag{5}$$

$${}^i\boldsymbol{M}_i - {}^i\boldsymbol{M}_{i+1} + {}^i\boldsymbol{M}_{ci} - {}^i\boldsymbol{d}_{i+1} \times {}^i\boldsymbol{f}_{i+1} + {}^i\boldsymbol{d}_i \times {}^i\boldsymbol{f}_i + \sum_{t=1}^{n} ({}^i\boldsymbol{d}_{sit} \times {}^i\boldsymbol{F}_{sit}) + {}^i\boldsymbol{d}_{ci} \times (m_i {}^i\boldsymbol{g} + {}^i\boldsymbol{F}_{ci}) = 0 \tag{6}$$

式中:${}^i\boldsymbol{f}_i$ 和 ${}^i\boldsymbol{f}_{i+1}$ 分别为第 $i-1$ 连杆和第 $i+1$ 连杆对第 i 连杆的作用力;${}^i\boldsymbol{M}_i$ 和 ${}^i\boldsymbol{M}_{i+1}$ 分别为第 $i-1$ 连杆和第 $i+1$ 连杆对第 i 连杆的作用力矩;${}^i\boldsymbol{F}_{ci}$ 和 ${}^i\boldsymbol{M}_{ci}$ 分别为惯性力和惯性力矩;${}^i\boldsymbol{F}_{sit}$ 为连杆所受到的弹簧力;m_i 为第 i 连杆的质量;${}^i\boldsymbol{g}$ 为重力加速度在第 i 连杆坐标系下的表示;${}^i\boldsymbol{d}_{i+1}$、${}^i\boldsymbol{d}_{ci}$、${}^i\boldsymbol{d}_i$、和 ${}^i\boldsymbol{d}_{sit}$ 为力的位置矢量;上标 i 表示该作用力所处坐标系。

根据实验可知,蝗虫腿的质量相对于身体质量较小,因此在分析中忽略腿的质量,将质量集中在躯干部分。此时,对式(5)和式(6)进行简化可得

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 l_{s1} \\ k_2 l_{s2} \\ k_3 l_{s3} \end{bmatrix} = 0 \tag{7}$$

式中:

$$A_{11} = l_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)$$
$$A_{12} = -l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)$$
$$A_{21} = l_1 \sin \alpha_7$$
$$A_{22} = -l_1 \cos \alpha_7$$
$$B_{11} = l_2[\sin(\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_2) - \sin(\alpha_6 - \alpha_1 - \alpha_2) + \sin \alpha_4]$$
$$B_{12} = l_2 \sin \alpha_2$$
$$B_{13} = -l_2 \sin(\alpha_5 - \alpha_1 - \alpha_2)$$
$$B_{21} = l_4 \sin(\alpha_3 - \alpha_6)$$
$$B_{22} = 0$$
$$B_{23} = -l_1 \sin(\alpha_5 - \alpha_6) - l_3 \sin(\alpha_6 - \alpha_5)$$

其中:l_{si}($i=1,2,3$)为各个弹簧的变形量;k_i($i=1,2,3$)为弹簧刚度系数;α_1 为弹簧2与水平方向的夹角;α_2 为弹簧2与连杆 BC 的夹角;α_3 为弹簧1与水平方向的夹角;α_4 为弹簧1与连杆 BC 的夹角;α_5 为弹簧3与水平方向的夹角;α_6 为连杆 AB 与水平方向的夹角。α_i 可由运动学分析求得。地面对新型缓冲腿的支撑力沿 x 方向和 y 方向的分力可由式(7)得到。根据上述分析,便可求出缓冲过程中地面对腿部结构的支撑力。

2.3　等效动力学分析

仿生蝗虫机器人的缓冲过程是依靠腿部弹簧的变形进行储能。由于仿生蝗虫机器人着陆时多足同时着地(根据实验观测,前4足同时着地的情况较为常见),且每条腿的自由度数目及弹簧数目较多,因此对整个缓冲过程的描述较为复杂,

北航学报 赠阅

缓冲过程可表示为一个复杂的微分方程。为更方便地对缓冲过程的力学性能及缓冲时间进行描述,考虑到缓冲过程中机器人躯干只有一个自由度,只能沿竖直方向运动,因此缓冲过程可简化为一个振动系统[19]。由式(7)可知,躯干所受到的恢复力是非线性的,可近似拟合为多项式函数,因此缓冲过程可等效为非线性振动系统,如图 5 所示。若该多项式函数不是奇函数时,振动系统的振幅是非对称的,考虑到机器人缓冲运动主要为第 1 个周期时的向下缓冲运动,当振幅不对称时,无法准确地进行等效分析。因此恢复力可简化为一个奇函数:$F_r = -e_1 x - e_2 x^3$,其中 e_1 和 e_2 为恢复力系数。

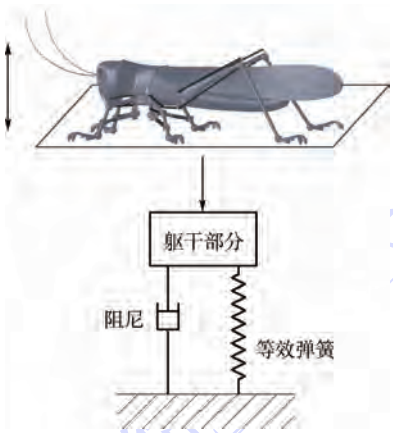


图 5 等效振动模型

Fig. 5 Equivalent vibration model

根据上述分析,此时振动方程可表示为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2n\dot{x} + \omega_n^2 x + \eta x^3 = 0 \tag{8}$$

式中:$\omega_n^2 = e_1/m_3$,ω_n 为弹簧振动频率;$\eta = e_2/m_3$,m_3 为机器人的质量;$2n = r/m_3$,r 为阻尼系数。在实际计算中为简便起见,令阻尼系数为 0,根据里茨-伽辽金法[20],可以方便地求解出第 1 个周期中振动方程的解及振动频率为

$$x = A_c \cos(\omega t) \tag{9}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_n^2 + \frac{3\eta A_c^2}{4}} \tag{10}$$

式中:A_c 为振幅。记弹簧处于平衡位置时的变形量为 δ,此时仿生蝗虫机器人从着陆初始点到缓冲速度为零所用的时间可表示为

$$t = \left(\pi - \arccos\frac{\delta}{A_c}\right)/\omega \tag{11}$$

根据上述分析,可以方便地对蝗虫从着陆瞬间到向下缓冲直到速度为零的过程进行描述,且可以求解出缓冲的时间。

3 结构参数分析与优化

为了对蝗虫腿的缓冲性能进行分析,首先需要对结构参数进行优化,使得缓冲腿的综合性能处于最佳状态。根据式(11)可知,当着陆速度一定时,缓冲时间变化较小,因此不再进行考虑。

3.1 缓冲性能描述

根据仿生蝗虫跳跃机器人的运动过程,缓冲性能主要包括两个方面:

1) 地面支撑力。在缓冲的过程中,地面的支撑力幅值应该尽可能地小,且整个周期变化平稳,即变化的幅值和单位缓冲距离下的变化率都应在合理范围内,否则如果机器人瞬间受到较大的地面作用力,会严重影响机器人的性能。

2) 储能能力。储能能力主要分为两点:一是总储能量 W,二是单位缓冲距离下的储能能力 W_u。对于前者,机器人的总储能量越大,机器人所能容纳的初始速度越大,但相反的,此时机器人所受到的单位缓冲距离下的地面支撑力也越大。因此,应该综合考虑 W 和地面支撑力之间的关系,使得二者都在合理范围内。对于后者,如果随着缓冲距离的增大,W_u 也越大,则说明该结构的储能能力更强。

3.2 结构参数分析

新型缓冲腿的结构参数主要包括各个连杆长度 $l_i(i = 1,2,\cdots,7)$ 和弹簧刚度系数 $k_i(i = 1,2,3)$。由于结构的限制,l_6 和 l_7 的变化范围较小,因此将其设定为固定值。为分析方便,令连杆 AB 和连杆 BC 的总长度 L ($L = l_1 + l_2$) 不变,则此时结构参数可表示为

$$\mu_1 = l_1/l_2 \tag{12}$$

同样的,对于辅助分支在胫节连杆上的位置,结构参数可表示为

$$\mu_2 = l_3/l_1 \tag{13}$$

为了保证缓冲过程中的安全性,令仿生蝗虫机器人在着陆时前腿和中腿同时着地,且缓冲距离为最大缓冲高度一半时,机器人速度为零,此时 3 个弹簧刚度系数之间存在耦合关系,可表示为

$$\sum_{q=1}^{4}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{2}k_{iq}l_{siq}^2 + m_3 g h_2 = m_3 g h_1 + \frac{1}{2}m_3 v^2 \tag{14}$$

式中:h_1 为缓冲前的高度;h_2 为缓冲后的高度;v 为初始速度;q 为着陆腿的数量。根据上述分析,可变结构参数包括 μ_1、μ_2、l_4、l_5 以及弹簧刚度系数 $k_i(i = 1, 2)$。此外,新型缓冲腿的不变结构参数如表 1 所示。其中,l_0 为 CD 杆在地面上的投影点 O 到 A 点的距离。表 1 中参数均为采用高速摄像机对蝗虫多次着陆缓冲过程进行观测和记录后所测量得到的平均值,以反应蝗虫的着陆特性。

北航学报 赠阅

表 1　不变结构参数

Table 1　Invariant structural parameters

参数	m_3/g	L/mm	l_6/mm	l_7/mm	v/(m·s^{-1})	h_1/mm	l_0/mm
数值	2.1	14.5	3	5	0.8	10	10

另外,在上述可变参数中,还需要考虑两个问题:①参数对缓冲性能的影响是否明显;②参数对缓冲性能的影响趋势是否相同。若改变参数值,缓冲性能无明显变化,则该参数不再进行考虑。而若所有参数对缓冲性能影响好坏的影响趋势一致,则没有优化的必要性。以弹簧刚度系数为例,取 $\mu_1=1.4$,$\mu_2=0.35$,$l_4=1.5$ mm,$l_5=1.5$ mm,k_1、k_2 的变化范围为[800,1 200] N/m。此时弹簧刚度系数与缓冲性能的关系如图 6 ~ 图 8 所示。从图中可以看出,弹簧刚度系数对缓冲性能有较为明显的影响且影响趋势不同,对于沿 x 方向的支撑力和能量吸收量 W,弹簧刚度系数越大越好,而对于沿 y 方向的支撑力,弹簧刚度系数越小越好,这也说明了参数优化的必要性。经过分析可知,上述结构参数都能够较大幅度地影响缓冲性能且影响趋势不同,因此都在优化的考虑范围内。

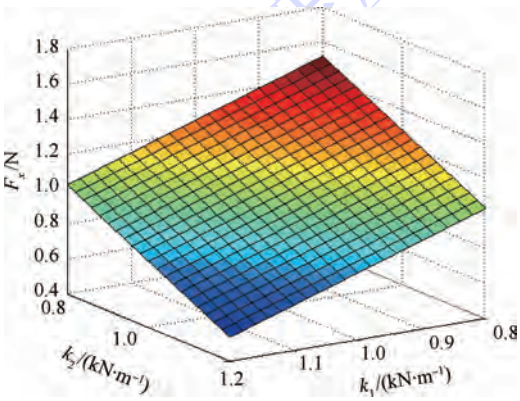


图 6　k_1、k_2 与地面支撑力沿 x 方向分力之间的关系

Fig. 6　Relationship among k_1, k_2 and ground supporting force along x axis

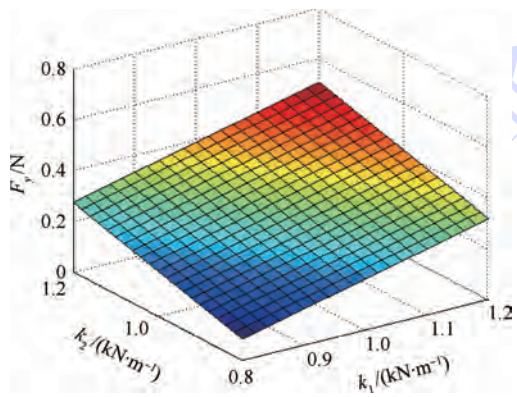


图 7　k_1、k_2 与地面支撑力沿 y 方向分力之间的关系

Fig. 7　Relationship among k_1, k_2 and ground supporting force along y axis

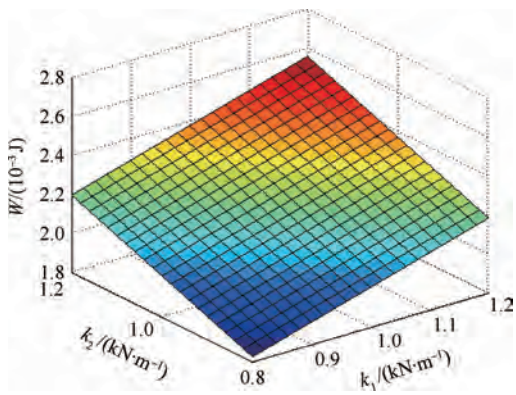


图 8　k_1、k_2 与能量吸收量之间的关系

Fig. 8　Relationship among k_1, k_2 and energy absorption

3.3　结构参数优化

在确定了优化参数后,需要进一步确定优化的目标函数。根据 3.1 节缓冲性能的描述,优化的目标函数可确定为

$$f=\sigma_1\frac{F_x}{\max F_x}+\sigma_2\frac{F_y}{\max F_y}+\sigma_3\frac{\max W}{W} \tag{15}$$

式中:为了进行无量纲处理,缓冲性能参数分别除以各自的最大值。σ_i($i=1,2,3$)为比例系数,$\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3=1$。当 σ_1 取较大值时,可使得 F_x 更接近最小值;当 σ_2 取较大值时,可使得 F_y 更接近最小值;当 σ_3 取较大值时,可使腿部结构吸收的总能量 W 更接近最大值。

此外,还需要进一步确定优化参数的约束条件。根据实际情况,约束条件如表 2 所示。

表 2　结构参数的约束条件

Table 2　Constraint condition of structural parameters

参数	μ_1	μ_2	l_4/mm	l_5/mm	k_1/(N·m^{-1})	k_2/(N·m^{-1})
数值	[0.6,1.4]	[0.2,0.5]	[0.5,1.5]	[0.5,1.5]	[0,4000]	[0,4000]

4　缓冲性能分析

在优化过程中,$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=1/3$。为了防止弹簧刚度系数的差值过大而对结构的稳定性和寿命产生影响,令弹簧刚度系数之间的比值上限为 5。根据结构参数优化的结果,$\mu_1=0.8$,$\mu_2=0.35$,$l_4=1.5$ mm,$l_5=1.5$ mm,$k_1=424$ N/m,$k_2=2\,110$ N/m。根据式(14)计算可得 $k_3=426.5$ N/m。为了能更好地说明新型缓冲腿的缓冲性能,可将新型缓冲腿与原有仿生串联缓冲腿的性能进行比较。对于原有仿生串联缓冲腿(如图 3 所示),其主要结构参数与函数优化过程可根据第 3 节同样的方法求得。对于原有仿生串联缓冲腿优化后的结果为:$\mu_1=1.4$,$l_4=1.5$ mm,$l_5=1.5$ mm,$k_1=1\,640$ N/m,$k_2=329.3$ N/m。根据求得的结

北航学报 赠阅

果,地面对缓冲腿的支撑力沿 x_0 轴方向和 y_0 轴方向的变化规律如图 9 所示。图中,Model 1 表示本文设计的新型缓冲腿,Model 2 表示在不增加辅助分支的情况下的原有仿生串联缓冲腿。从图中可以看出,新型缓冲腿所受到的沿 x_0 轴方向的作用力幅值大幅减小,幅值比为0.4227 N/0.7736 N = 0.5464,减小了 45.36%;而沿 y_0 轴方向的作用力幅值略有增大,幅值比为 0.4905 N /0.4884 N = 1.0043,增大了 0.43%。地面对缓冲腿合力的大小如图 10 所示,新型缓冲腿的合力最大值为 0.6475 N,原有仿生串联缓冲腿的合力最大值为 0.8669 N。这说明了新型缓冲腿受到地面的作用力更小,而沿 x_0 轴方向和 y_0 轴方向的分力也都在合理范围内,因此力学性能更好。

新型缓冲腿能量变化规律如图 11 和图 12 所示。其中,图 11 表示总的吸能量,根据设计原则,在缓冲距离为最大缓冲距离的一半时,吸收的能量相等。而当缓冲距离继续增大,当 h_2 = 0.5 mm时,新型缓冲腿吸收的能量明显较原有仿生串联缓冲腿吸收的能量大,幅值比为3.593×10^{-3} J/2.669×10^{-3} J = 1.3462,增大了 34.6%。图 12 表示单位缓冲距离的吸能量,从图中可以看出,随着缓冲距离的增大,单位缓冲距离的吸能量

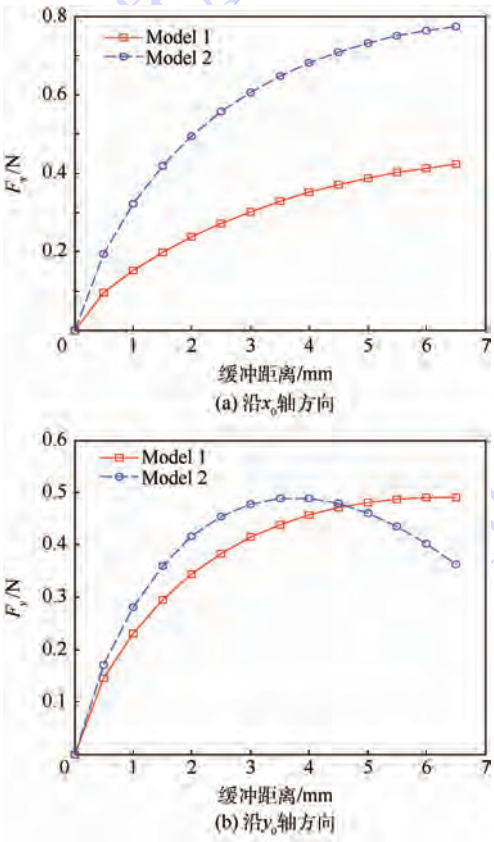


图 9 地面支撑力沿 x_0 轴和 y_0 轴方向的分力

Fig. 9 Ground supporting force along x_0 and y_0 axis

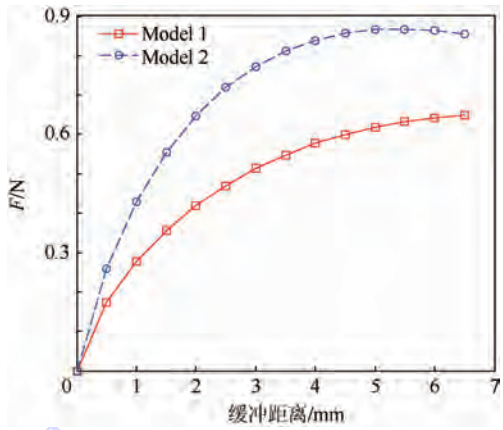


图 10 地面支撑力的合力

Fig. 10 Resultant force of ground supporting force

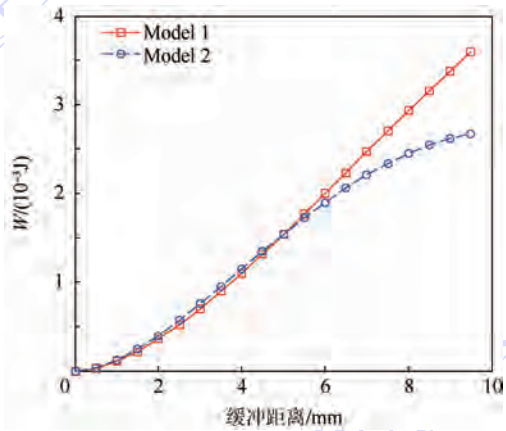


图 11 缓冲腿吸收的总能量 W

Fig. 11 Total energy W absorbed by buffering leg

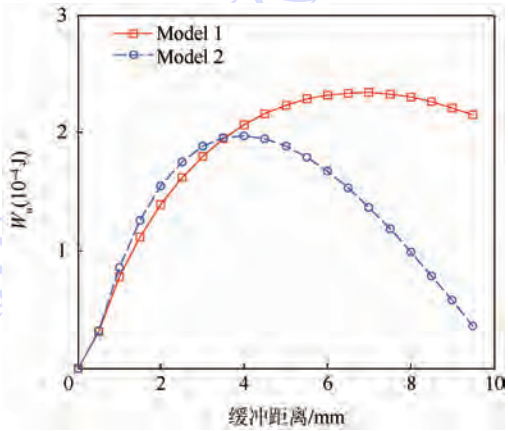


图 12 单位缓冲距离吸收的能量 W_u

Fig. 12 Energy W_u absorbed with unit buffer distance

远大于原有仿生串联缓冲腿的吸能量。这说明新型缓冲腿具有较好的能量吸收能力。

5 结 论

1)在新型缓冲腿作用下,仿生蝗虫机器人的缓冲过程可等效为一个非线性振动系统,通过对该系统进行分析,可详细描述机器人的缓冲运动。

2）新型缓冲腿的结构参数对缓冲性能的影响各不相同,可根据性能评价原则对参数进行优化分析,使得缓冲腿综合性能处于最佳状态。

3）相对于原有仿生串联缓冲腿,在运动灵活性方面,新型缓冲腿结构的灵活性没有发生变化;在力学性能方面,地面对新型缓冲腿沿 x_0 方向的作用力幅值减小了 45.36%,沿 y_0 方向的作用力幅值增大了 0.43%,合力的幅值减少了 25.3%,综合力学性能有了较大幅度的提高;在储能能力方面,最大储能量提高了 34.6%,且单位缓冲距离下具有更大的储能能力。这表明新型缓冲腿具有更好的缓冲性能。

参考文献（References）

[1] 陈殿生,张自强,陈科位. 仿生蝗虫机构着陆缓冲过程中的能量分配[J]. 机械工程学报,2015,51(13):196-202.
CHEN D S, ZHANG Z Q, CHEN K W. Energy allocation in landing buffering process for biomimetic locust mechanism [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 196-202(in Chinese).

[2] ZHANG J, SONG G, LI Y, et al. A bio-inspired jumping robot: Modeling, simulation, design, and experimental results [J]. Mechatronics, 2013, 23(8): 1123-1140.

[3] CHEN D S, YIN J M, CHEN K W, et al. Biomechanical and dynamic mechanism of locust take-off[J]. Acta Mechanica Sinica, 2014, 30(5): 762-774.

[4] CHEN D S, YIN J M, CHEN K W, et al. Prototype design and experimental study on locust air-posture righting[J]. Journal of Bionic Engineering, 2014, 11(3): 459-468.

[5] HYON S H, EMURA T, MITA T. Dynamics-based control of a one-legged hopping robot[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2003, 217(2): 83-98.

[6] HYON S H, MITA T. Development of a biologically inspired hopping robot-"Kenken"[C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002, 4: 3984-3991.

[7] NIIYAMA R, NAGAKUBO A, KUNIYOSHI Y. Mowgli: A bipedal jumping and landing robot with an artificial musculoskeletal system[C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 2546-2551.

[8] ESTREMERA J, WALDRON K J. Thrust control, stabilization and energetics of a quadruped running robot[J]. The International Journal of Robotics Research, 2008, 27(10): 1135-1151.

[9] NICHOL J G, SINGH S P N, WALDRON K J, et al. System design of a quadrupedal galloping machine[J]. The International Journal of Robotics Research, 2004, 23(10-11): 1013-1027.

[10] PALMER L R, ORIN D E, MARHEFKA D W, et al. Intelligent control of an experimental articulated leg for a galloping machine[C]// Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003, 3: 3821-3827.

[11] WOODEN D, MALCHANO M, BLANKESPOOR K, et al. Autonomous navigation for BigDog[C]// Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 4736-4741.

[12] SEOK S, WANG A, CHUAH M Y, et al. Design principles for energy-efficient legged locomotion and implementation on the MIT Cheetah robot[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 20(3): 1117-1129.

[13] 陈学生,陈在礼,孔民秀,等. 并联机器人研究的进展与现状[J]. 机器人,2002,24(5):464-470.
CHEN X S, CHEN Z L, KONG X M, et al. Recent development and current status of stewart platform research [J]. Robot, 2002, 24(5): 464-470(in Chinese).

[14] 王洪波,齐政彦,胡正伟,等. 并联腿机构在四足/两足可重组步行机器人中的应用[J]. 机械工程学报,2009,45(8):24-30.
WANG H B, QI Z Y, HU Z W, et al. Application of parallel leg mechanisms in quadruped/biped reconfigurable walking robot [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 24-30 (in Chinese).

[15] ZHAO J, XI N, GAO B, et al. Development of a controllable and continuous jumping robot[C]// Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2011. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 4614-4619.

[16] 田兴华,高峰,陈先宝,等. 四足仿生机器人混联腿构型设计及比较[J]. 机械工程学报,2013,49(6):81-88.
TIAN X H, GAO F, CHEN X B, et al. Mechanism design and comparison for quadruped robot with parallel-serial leg[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(6): 81-88 (in Chinese).

[17] LIU G H, LIN H Y, LIN H Y, et al. A bio-inspired hopping kangaroo robot with an active tail[J]. Journal of Bionic Engineering, 2014, 11(4): 541-555.

[18] CHOU Y C, HUANG K J, YU W S, et al. Model-based development of leaping in a hexapod robot[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(1): 40-54.

[19] CHEN D S, ZHANG Z Q, CHEN K W. Dynamic model and performance analysis of landing buffer for bionic locust mechanism [J]. Acta Mechanica Sinica, 2016, 32(3): 551-565.

[20] 周纪卿,朱因远. 非线性振动[M]. 西安:西安交通大学出版社,1998:140-143.
ZHOU J Q, ZHU Y Y. Nonlinear vibration [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1998: 140-143(in Chinese).

作者简介:

张自强　男,博士研究生。主要研究方向:仿生机器人技术。
Tel.: 010-82339627
E-mail: zzq06520011@163.com

陈殿生　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:助老助残机器人、仿生机器人和机电智能控制技术。
Tel.: 010-82339089
E-mail: chends@buaa.edu.cn

北航学报 赠阅

Structure design and performance analysis of a new buffering leg

ZHANG Ziqiang, CHEN Diansheng*, CHEN Kewei

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The leg structure is an important component to achieve good buffering performance for bionic locust jumping robot, so the structure design and analysis of the leg has important significance. In order to achieve the better landing buffering performance, a new buffering leg is designed based on the physiological structure of the locust's leg and the structure of bionic series buffering leg. After the kinematic and mechanical property analysis for the buffering leg, the structure parameters are analyzed and optimized according to the buffering performance evaluation principle, and the buffering performance of the new buffering leg and bionic series buffering leg, which are in the optimal state, is compared and analyzed. Compared with the bionic series buffering leg, the amplitude of the force that the new buffering leg is subjected to from the ground reduces by 25.3%, and the energy storage capacity increases by 34.6%. It provides a basis for the development of robot and other landing mechanism.

Key words: bionic robot; buffering leg; structure design; parameter optimization; performance analysis

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-23; **Accepted**: 2015-12-31; **Published online**: 2016-02-15 16:30

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160215.1630.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51375035); Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20121102110021)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82339089 E-mail: chends@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0611

基于自适应阈值的粒子滤波非线性系统故障诊断

蒋栋年[1,2], 李炜[1,2,*]

(1. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 兰州 730050;
2. 兰州理工大学 甘肃省工业过程先进控制重点实验室, 兰州 730050)

摘 要: 针对实际非线性系统传统方法难以实现可靠故障诊断的问题,采用粒子滤波算法,利用对数似然函数和作为评价指标,并借助自适应阈值的设计,研究了非线性非高斯系统的故障检测和故障隔离。阈值的选取,是准确判别系统是否发生故障的标准,本文通过分析非线性系统残差的统计特性,在判定残差统计特性成正态分布的基础上,设计了一种基于粒子滤波故障诊断的自适应阈值方法,减少了故障诊断的漏报和误报。通过非恒温连续搅拌水箱式反应堆的仿真实例,验证了该方法在故障诊断中的准确性和有效性。

关 键 词: 自适应阈值; 粒子滤波; 故障诊断; 误报率; 漏报率; 正态分布; 非线性系统
中图分类号: TP277
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2099-08

随着现代工业过程规模更加庞大,且系统内部联系变得更加紧密,对系统设备的可靠性和安全性研究受到了学术界的广泛关注[1-3]。故障诊断技术可对故障类型、故障部位及原因进行诊断,并为排除故障进而实现系统容错提供有力的科学依据和保障。现代设备结构复杂,系统或多或少存在非线性特性,工作现场噪声干扰严重,且不同于理想的高斯噪声。传统基于模型的非线性系统故障诊断方法,多采用非线性系统的模型线性化,与实际系统存在一定的误差,使得阈值的选取困难,故障诊断的误报率和漏报率较高。粒子滤波是递推贝叶斯估计的一种蒙特卡罗实现方法,利用蒙特卡罗的贝叶斯估计方法来逼近真实状态的后验概率密度[4-5],为解决非高斯噪声下非线性系统故障诊断提供了一种有效途径[6-8]。文献[9]针对移动机器人系统在线故障诊断难以及状态估计计算量大的问题,设计了一组基于非线性系统的平行粒子滤波器,提高了故障诊断效率,缩短了故障诊断时间。文献[10]使用粒子滤波结合极大似然估计和假设检验的方法,实现了非线性系统的故障检测,并进一步实现了对间歇故障的容错。文献[11]结合自适应模糊神经网络和高阶粒子滤波器,对非线性系统进行了故障预测,进而对系统进行了寿命预测。

粒子滤波的故障诊断方法,是利用粒子通过模型按时间顺序的前向传播估计系统状态值,并与系统状态真值比较产生残差,以残差作为故障诊断的依据[12]。然而,对于实际非线性系统而言,由于无法避免的建模误差、噪声及扰动等不确定性因素,残差势必会在一定范围内波动,因此在故障诊断中采用自适应阈值方法很有必要。针对基于模型的故障诊断,自适应阈值的选取通常有两种方法[13]:时域方法[14-15]和频域方法[16-17]。文献[15,17]分别使用积分不等式和 H_∞ 输出观测器对一类线性系统分别采用时域方法和频域方法进行了自适应阈值的优化设计。但在非线性系统中,不管是针对结构不确定性的时域方法还是针对非结构不确定性的频域方法,局限性都比较

收稿日期: 2015-09-17; **录用日期**: 2015-11-27; **网络出版时间**: 2016-01-04 10:04
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160104.1004.007.html
基金项目: 国家自然科学基金(61364011); 甘肃省自然科学基金(2015GS05221)
* **通讯作者**: Tel.: 0931-2976020 E-mail: liwei@lut.cn

引用格式: 蒋栋年, 李炜. 基于自适应阈值的粒子滤波非线性系统故障诊断[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2099-2106. JIANG D N, LI W. Fault diagnosis of particle filter nonlinear systems based on adaptive threshold[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2099-2106 (in Chinese).

北航学报 赠阅

大。因此,本文针对一类非线性系统,在深度分析了系统残差特性并得出其统计规律的基础上,利用统计方法设计自适应阈值,以此为依据使用粒子滤波算法对非线性系统进行了故障诊断,以期实现非线性系统的可靠故障诊断。

1 问题描述

假设非线性系统状态空间模型描述如下:

$$\begin{cases}\dot{x}_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}, v_k, \theta)\\ y_k = g(x_k, u_k, w_k, \theta)\end{cases} \tag{1}$$

式中:x_k 为 k 时刻的系统状态;y_k 为在 k 时刻系统的输出测量值;u_k 为系统控制量;f 和 g 为非线性函数;随机变量 v_k 和 w_k 为已知概率密度函数的状态噪声和测量噪声;θ 为系统参数变量。

假设系统存在 N 种可能发生的故障,应用多模型的表述方法,系统有 $N+1$ 种模型 $\{M_i\}_{i=0}^{N}$,其中 M_0 对应无故障情况,$M_i(i=1,2,\cdots,N)$ 表示第 i 种故障模型,则非线性系统状态空间模型可描述为

$$\begin{cases}\dot{x}_k^i = f^i(x_{k-1}^i, u_{k-1}^i, v_k^i, \theta^i)\\ y_k = g^i(x_k^i, u_k^i, \theta^i) + w_k^i \qquad i = 0,1,\cdots,N\end{cases} \tag{2}$$

其中:系统的测量噪声 w_k^i 常为线性表示。

检测非线性系统(2)可能存在的故障,可通过预测系统输出值:

$$\hat{y}_k^i = g^i(x_{k|k-1}^i, u_k^i, \theta^i) \tag{3}$$

式中:$x_{k|k-1}^i$ 为系统状态的一步预测值;$\hat{y}_k^i$ 为系统的输出预测值。由此可得系统的残差为

$$\hat{r}_k^i = y_k - \hat{y}_k^i \tag{4}$$

如果系统未发生故障,则残差 $\hat{r}_k^i$ 的概率密度函数应该接近测量噪声 w_k^0 的概率密度函数,若与 w_k^0 的概率密度函数发生偏差,则认为有故障发生。由上分析可得,故障诊断的关键是系统输出预测值的获取。粒子滤波算法突破了传统的卡尔曼滤波理论框架,更适用于非线性系统,可以逼近状态的最优估计,对非线性系统输出值的预测也更加可行和优越。

2 粒子滤波算法

粒子滤波是动态系统状态估计的一种递归贝叶斯算法,实现对后验概率密度函数 $p(x_k|y_{1:k})$ 的计算。假设系统初始状态 x_0 的先验分布 $p(x_0|y_0)$ 已知,$y_{1:k}$ 为系统输出测量值,后验概率密度函数可通过以下两步得到。

1)预测

$$p(x_k|y_{1:k}) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})}{p(y_k|y_{1:k-1})} \tag{5}$$

2)更新

$$p(x_k|y_{1:k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|y_{1:k-1})\mathrm{d}x_{k-1} \tag{6}$$

$$p(y_k|y_{1:k-1}) = \int p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})\mathrm{d}x_k \tag{7}$$

在线性高斯系统中,概率密度函数由均值和协方差确定,利用卡尔曼滤波器就可以获取并进行更新。但对非线性非高斯系统,式(5)~式(7)中要求多个多维积分,很难获得解析解。因此利用近似算法来获得最优贝叶斯估计很有必要。

序列蒙特卡罗算法通过将积分运算转化为样本点的求和运算,后验概率密度函数 $p(x_k|y_{1:k})$ 便可由一些粒子 x_k^i 及其权值 ω_k^i 来近似:

$$p(x_k|y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N}\omega_k^i\delta(x_k - x_k^i) \tag{8}$$

式中:$\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数。

直接从后验概率分布中采样是很困难的,甚至是不可能的,可以从一个分布函数已知且易采样的分布函数 $q(x_k|y_{1:k})$ 中抽取样本,即采用重要性采样(IS)算法,分布 $q(x_k|y_{1:k})$ 称为重要性分布函数。为了便于递推计算,将重要性分布函数进行分解,可得到

$$q(x_k|y_{1:k}) = q(x_k|x_{0:k-1}, y_{1:k})q(x_{0:k-1}|y_{1:k-1}) \tag{9}$$

从式(9)中抽取样本,若系统状态服从马尔可夫过程并且在给定状态下观测值相互独立,可得重要性权值为

$$\omega_k^i = \omega_{k-1}^i\frac{p(y_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{q(x_k^i|x_{0:k-1}^i, y_{1:k})} \tag{10}$$

将式(10)代入式(8)中,就得到对后验概率密度的估计。重要性权值即可迭代计算,此算法即是序贯重要性采样(SIS)算法。在 SIS 算法中,序贯重要性采样容易导致粒子数匮乏和退化,即在多次迭代后大量权值小的粒子被抛弃,重要性权值的分布变得趋于极端,这样就导致了无效的计算,影响后验概率密度的预测和更新。为了减轻退化的影响,Gordon 提出对粒子样本进行重采样,对后验概率密度 $p(x_k|y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N}\omega_k^i\delta(x_k - x_k^i)$ 再采样一次,保留权值高的粒子,产生新的粒子集,淘汰权值小的粒子,从而抑制退化现象[18]。

3 故障诊断方法设计

对非线性系统(2)进行故障诊断,检测系统中出现的残差是重要依据,从而识别是否有故障发生,进而对系统可能存在的 N 种故障进行故障分类。

3.1 故障检测

根据模型分析,故障的发生多因 θ 参数的偏离

北航学报 赠阅

引起,为了检测参数 θ 的变化,可检测测量输出似然函数 $p(y_{1:k}|\theta)$ 的变化,本文选用假设检验的方法:

$H_0:\theta=\theta^0$　原假设,系统无故障

$H_1:\theta\neq\theta^0$　备择假设,系统有故障

其中:θ^0 为参数 θ 的真值。若满足 $\theta=\theta^0$ 时,认为原假设成立,无故障发生;当 $\theta\neq\theta^0$ 时,认为备择假设成立,系统发生故障。

为了检测系统可能发生的故障,选取如下的对数似然函数:

$$L^i(k)=\ln[E(p(y_{k-m:k},x_{k-m:k}|\theta^i))] \tag{11}$$

式中:E 为似然函数的数学期望。对最近的 M 个时刻 $L^i(k)$ 求和,则有

$$S^i(m,k)=\sum_{j=k-M+1}^{k}(-L^i(m,j)) \tag{12}$$

利用粒子滤波的性质,可得

$$E(p(y_{k-m:k},x_{k-m:k}|\theta))=\int p(x_{k-m:k}|y_{k-m:k},\theta)\cdot \ln(p(y_{k-m:k},x_{k-m:k}|y_{k-m:k},\theta^i))\mathrm{d}x_{k-m:k}\approx \sum_{j=1}^{N}\omega^j_{k-m:k}\ln(p(x^j_{k-m:k},y_{k-m:k}|y_{k-m:k},\theta)) \tag{13}$$

式中:$\omega^j_{k-m:k}$ 为使用粒子滤波状态序列估计的似然函数权值。由非线性状态空间的马尔可夫特性可得

$$p(x^j_{k-m:k},y_{k-m:k}|y_{k-m:k},\theta)=p(x^j_1|y_{k-m:k},\theta)\cdot \prod_{t=k-m}^{k}p(x^j_t|x^j_{t-1},\theta)\prod_{t=k-m}^{k}p(y_t|x^j_t,\theta) \tag{14}$$

将式(13)和式(14)代入式(11)即可求得对数似然函数 $L^i(k)$。

根据文献[19],对于给定的阈值 δ,若似然函数值的对数和 $S^{(0)}(m,k)>\delta$,则判定非线性系统发生故障。然而由于实际系统不可避免地存在建模误差、有色噪声及干扰等不确定性因素,若此时仍采用传统的固定阈值来判定故障的发生与否,很容易产生故障的误报和漏报。因此,若能依据系统不确定性的变化,采用自适应阈值势必会有更可靠的故障诊断效果。

3.2　自适应阈值设计

以文献[19]中非恒温连续搅拌水箱式反应堆为研究对象,该系统是一个非线性系统,在反应器中通过添加一定温度、浓度的原料 A,期望生成特定温度和浓度的生成物 B。当系统发生温度传感器或流量传感器故障时,为了对系统进行可靠的故障诊断,有必要为其设计自适应阈值。

通过建立其数学模型,并观测输出测量值,可计算粒子滤波的输出预测值,代入式(4),可得系统残差。残差的计算是能否准确地实现故障检测和故障隔离的基础,而适当阈值的选取则是能否实现故障可靠诊断的保障。在系统存在内外不确定性的情形下,为了实现可靠故障诊断这一目标,需要对系统残差的特性进行进一步分析。在满足条件的不同扰动影响下,重复运行系统并测量系统的残差 200 次,可发现在每个时刻残差近似为 0 的测量值点数比较多,而当残差值逐渐远离 0 值时,测量值点数在逐渐减少。

为了进一步分析,在采样周期确定的前提下,计算每个采样时刻的残差值,并将所得的残差值进行归一化处理,画出其直方图如图 1 所示。

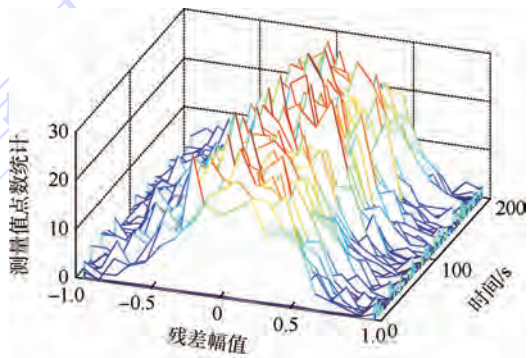


图 1　残差随随时间分布图

Fig. 1　Distribution of residual error versus time

从图 1 可得,每一个时刻,当残差值近似为 0 值时,直方图中分布的测量值点数较多,而当残差幅值逐渐上升时,测量值点数逐渐趋于 0,符合正态分布的典型特征。通过 Lilliefors 假设检验可得显著性水平为 0.02,说明残差的分布确实可近似为正态分布。

参考随机过程理论知识[20]与文献[21],可设计残差的期望与方差:

$$\eta(u_j,t_k)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}r_i(t_k)\big|_{u_j} \tag{15}$$

$$\sigma^2(u_j,t_k)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i(t_k)-\eta(u_j,t_k))^2\big|_{u_j} \tag{16}$$

式中:$\eta(u_j,t_k)$ 为输入为 u_j 时 t_k 时刻残差的均值;$\sigma^2(u_j,t_k)$ 为输入为 u_j 时 t_k 时刻残差的方差;n 为系统重复运行并测量系统残差的次数。

若设显著性水平为 $\alpha=0.03$,即置信度为 97%,则相关系数为 $z=2.17$,满足:

$$p\{\overline{\eta}-z\sigma<\eta<\overline{\eta}+z\sigma\}=1-\alpha \tag{17}$$

由此可得自适应阈值计算如下:

$$\delta_{\mathrm{th}}(t_k)=\eta(u_j,t_k)\pm 2.17\sigma(u_j,t_k)\big|_{u_j} \tag{18}$$

可见,只要残差统计特性满足正态分布,即可用上述方法设计自适应阈值,一般情况下残差统计特性往往都满足正态分布特性。由于该方法不依赖于系统数学模型,因此在系统自适应阈值设计中更易于实现。

北航学报 赠阅

当系统发生故障时,系统残差是由故障信息及建模误差、噪声、扰动等不确定性因素造成的,同时也影响系统阈值的选取。然而,系统在多次运行中,即使是在运行时间段中的相同时刻,阈值也可能受到不同工况、不同外部条件的影响。如表 1 所示为电动液压系统在不同运行情况下残差偏差的采样值[21],可见阈值在不同外部环境的影响下会发生偏差。故自适应阈值也应相应地做出调整:

$$\delta_{\mathrm{th}}(t_k)=\psi_{\mathrm{T}}\eta(u,t_k)\pm 2.17\phi_{\mathrm{T}}\sigma(u,t_k) \tag{19}$$

式中:ψ_{T} 和 ϕ_{T} 分别为不同外部条件作用下均值和方差的修正值。不同外部环境下,方差波动通常变化不大,故设 $\phi_{\mathrm{T}}=1$。在输入值确定的情况下,均值波动 ψ_{T} 的选取可通过不同外部环境下运行的数值,经过多次运行采样后求取均值得到:$\psi_{\mathrm{T}}=1+\sum_{i=1}^{3}\varphi_i$,其中:$\varphi_1$、$\varphi_2$ 和 φ_3 为采样得到的不同环境下运行的阈值偏差。当外部环境因素可测时,还可通过曲线拟合等方法求取均值修正值。

表 1 外部条件对阈值的影响

Table 1 Influence of external conditions on threshold

阈值偏差	u_1	u_2	u_3	u_4
φ_1	-0.0000	-0.0047	-0.0101	-0.0092
φ_2	0.0303	0.4441	0.9822	0.9300
φ_3	0.0019	-7.2248	-18.4420	-16.0660

3.3 故障隔离

即使检测到明显故障信息,通常也较难从中获取足够的数据来识别是何种故障,且系统可能同时发生多种故障,因此故障隔离通常比故障检测更为复杂。本文将可能发生的故障设为故障集 $\{M_i\}_{i=0}^{N}$,并假设任意两种故障不会同时发生。当系统同时发生故障 M_1 和 M_2 时,将此故障设定为 $M_{1,2}$并加入故障集。

为了识别具体的故障模型,需要一系列的平行粒子滤波器,并计算出相应的对数似然函数 $L^i(k)$,当残差比较小时,实际系统模型与该故障模型匹配,而其他模式的残差将比较大。图2为故障检测与故障隔离原理图[20]。

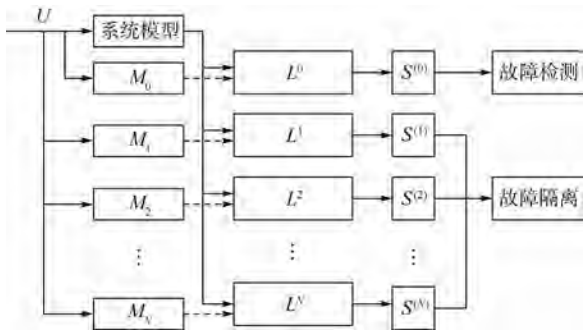


图 2 故障诊断原理图

Fig. 2 Principle of fault diagnosis

3.4 故障误报率和漏报率

故障诊断方法是故障检测、定位的有效手段,但由于系统可能存在的建模误差、噪声等不确定因素的影响,故障误报和故障漏报很难避免。

在评价故障诊断系统的有效性中,故障误报率和故障漏报率是两个重要指标。参考文献[22]中故障漏报率 p_{m} 和故障误报率 p_{f} 的计算方法:

$$p_{\mathrm{m}}=\frac{E}{FG} \tag{20}$$

$$p_{\mathrm{f}}=\frac{C}{ED} \tag{21}$$

系统共运行 F 次。发生故障时若残差小于阈值,发生的次数记为 E;系统一次运行的总点数记为 G;系统无故障发生,且残差值大于阈值的时间点总个数记为 C;系统无故障时的时间点总个数记为 D。

4 仿真分析

参考文献[19]中系统模型,本文所采用的仿真对象为非恒温连续搅拌水箱式反应堆(CSTR),如图 3 所示。该对象的反应器发生 3 个不可逆的基本发热反应,$A\xrightarrow{K_1}B$,$A\xrightarrow{K_2}U$,$A\xrightarrow{K_3}R$。其中 A 为反应剂,B 为期望生成物,U 和 R 为副产品。反应器1中添加的反应剂为A,其流量为L_0,浓度

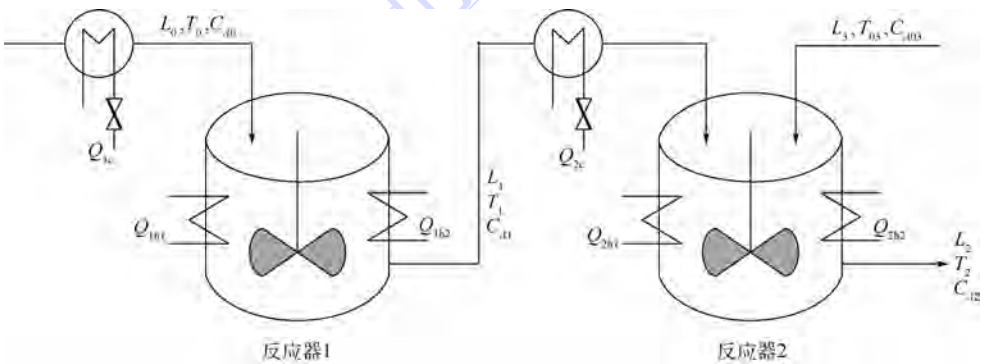


图 3 非恒温连续搅拌水箱式反应堆

Fig. 3 Non-constant temperature continuous stirred tank reactor

北航学报 赠阅

为 C_{A0},温度为 T_0。反应器 2 中的添加剂为反应剂 A 和反应器 1 的生成物,其中 A 的流量为 L_3,浓度为 C_{A03},温度为 T_{03}。由于反应器的非恒温特性,Q_{1h1} 和 Q_{2h2} 用于调节反应器的温度,Q_{1c} 和 Q_{2c} 为传输过程中热量的流失,可忽略不计。根据物料守恒和能量守恒,可得该反应堆的数学模型:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t} &= \frac{L_0}{V_1}(T_0 - T_1) + \sum_{i=1}^{3}\frac{(-\Delta H_i)}{\rho c_p}R_i(C_{A1}, T_1) + \frac{Q_1}{\rho c_p V_1}\\
\frac{\mathrm{d}C_{A1}}{\mathrm{d}t} &= \frac{L_0}{V_1}(C_{A0} - C_{A1}) - \sum_{i=1}^{3}R_i(C_{A1}, T_1)\\
\frac{\mathrm{d}T_2}{\mathrm{d}t} &= \frac{L_1}{V_2}(T_1 - T_2) + \frac{L_3}{V_2}(T_{03} - T_2) +\\
&\quad \sum_{i=1}^{3}\frac{(-\Delta H_i)}{\rho c_p}R_i(C_{A2}, T_2) + \frac{Q_2}{\rho c_p V_2}\\
\frac{\mathrm{d}C_{A2}}{\mathrm{d}t} &= \frac{L_1}{V_2}(C_{A1} - C_{A2}) + \frac{L_3}{V_2}(C_{A03} - C_{A2}) -\\
&\quad \sum_{i=1}^{3}R_i(C_{A2}, T_2) \qquad (22)
\end{aligned}$$

式中:$R_i(C_{Aj}, T_j) = k_{i0}\exp(-E_i/RT_j)C_{Aj}(j=1,2)$;$T$、$C_A$、$Q$ 和 V 分别为反应器温度、反应剂 A 的浓度、反应器的热传递比率和反应器的体积;ΔH_i、k_i 和 $E_i(i=1,2,3)$ 分别为 3 种反应的热含量、指数常数和反应触发能量;c_p 和 ρ 分别为反应器的热容量和流体密度。反应堆稳定时各参数值如表 2 所示。

表 2　非恒温连续搅拌水箱式反应堆的过程参数

Table 2　Process parameters for non-constant temperature CSTR

参数	数值
$L_0/(\mathrm{m^3\cdot h^{-1}})$	4.998
$L_1/(\mathrm{m^3\cdot h^{-1}})$	4.998
$L_3/(\mathrm{m^3\cdot h^{-1}})$	8
$V_1/\mathrm{m^3}$	1
$V_2/\mathrm{m^3}$	3
$R/(\mathrm{kJ\cdot kmol^{-1}})$	8.314
T_0/K	280
T_{03}/K	280
$C_{A0s}/(\mathrm{kmol\cdot m^{-3}})$	2.4
$C_{A03s}/(\mathrm{kmol\cdot m^{-3}})$	2.6
$Q_{1s}/(\mathrm{kJ\cdot h^{-1}})$	0.7×10^6
$Q_{2s}/(\mathrm{kJ\cdot h^{-1}})$	0.3×10^6
$\Delta H_1/(\mathrm{kJ\cdot kmol^{-1}})$	-1.00×10^5
$\Delta H_2/(\mathrm{kJ\cdot kmol^{-1}})$	-1.04×10^5
$\Delta H_3/(\mathrm{kJ\cdot kmol^{-1}})$	-1.08×10^5
$k_{10}/\mathrm{h^{-1}}$	3.0×10^6
$k_{20}/\mathrm{h^{-1}}$	3.0×10^5
$k_{30}/\mathrm{h^{-1}}$	3.0×10^5
$E_1/(\mathrm{kJ\cdot kmol^{-1}})$	5.0×10^4
$E_2/(\mathrm{kJ\cdot kmol^{-1}})$	7.53×10^4
$E_3/(\mathrm{kJ\cdot kmol^{-1}})$	7.53×10^4
$\rho/(\mathrm{kg\cdot m^{-3}})$	2 000
$c_p/(\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}})$	0.731
T_{1s}/K	424.4
T_{2s}/K	444.5
$C_{A1s}/(\mathrm{kmol\cdot m^{-3}})$	1.69
$C_{A2s}/(\mathrm{kmol\cdot m^{-3}})$	0.89

设非线性系统的测量噪声和系统噪声方差阵为

$$\boldsymbol{Q}_v = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0.001 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.001 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}_w = \begin{bmatrix} 0.10 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0.01 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.10 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

考虑该非线性系统可能存在的 4 种故障模式,如表 3 所示。

表 3　连续搅拌水箱式反应堆的 4 种故障模式

Table 3　Four failure modes of CSTR

故障	稳态值	故障值
F_1:温度传感器偏差 $T_0/℃$	280	295 ~ 311
F_2:流量传感器偏差 $L_0/(\mathrm{m^3\cdot h^{-1}})$	4.998	5.25 ~ 5.5
F_3:温度传感器偏差 $T_{03}/℃$	280	295 ~ 311
F_4:流量传感器渐变故障 $L_1/(\mathrm{m^3\cdot h^{-1}})$	4.998	$4.998(1-\beta)$

注:β—传感器失效率。

针对上述 4 种故障模式,应用本文中所述的故障检测方法,故障 F_1、F_2 和 F_3 为传感器偏差故障,发生在采样时刻 80 ~ 140。故障 F_4 为传感器渐变故障,模拟传感器失效过程。在采样时刻 80 ~ 100,$\beta=2\%$;在采样时刻 100 ~ 120,$\beta=3\%$;在采样时刻 120 ~ 140,$\beta=5\%$。采用 3.1 节和 3.2 节描述的基于对数似然函数值和的故障检测方法,检测结果见图 4。由图可知,当系统未检测到故障时,$S^{(0)}$ 较小;当系统检测到故障时,$S^{(0)}$ 增大。由于本文在故障诊断过程中采用了自适应阈值方法,无需提前设定阈值,系统可根据残差计算自适应阈值,实现系统的故障检测。

对于固定阈值的选取,其选取的基本原则是:尽可能把正常工作的值包含在阈值之内,一旦残差信号超过给定阈值,则系统处于异常工作状态的可能性最大。本例采用固定阈值选取的阈值均方根法,将 4 种故障情况下的允许误差综合起来考虑,每个通道考虑其允许的最大误差 W_i,最后确定出最坏情况下所允许的偏差 $W_{\max} = \left(2\sum_{i=1}^{4}W_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$,按此确定故障检测的阈值。本例近似选取固定阈值为 65。

应用式(20)计算固定阈值与自适应阈值情形下的故障漏报率,比较结果如表 4 所示。

一旦检测到故障信息后,比较 4 种故障模式的对数似然函数和 $S^{(1)}$、$S^{(2)}$、$S^{(3)}$ 和 $S^{(4)}$ 可对故障进行隔离,当与故障模式匹配时,对数似然函数和较小,否则对数似然函数和较大,结果如图 5所示。

北航学报 赠阅

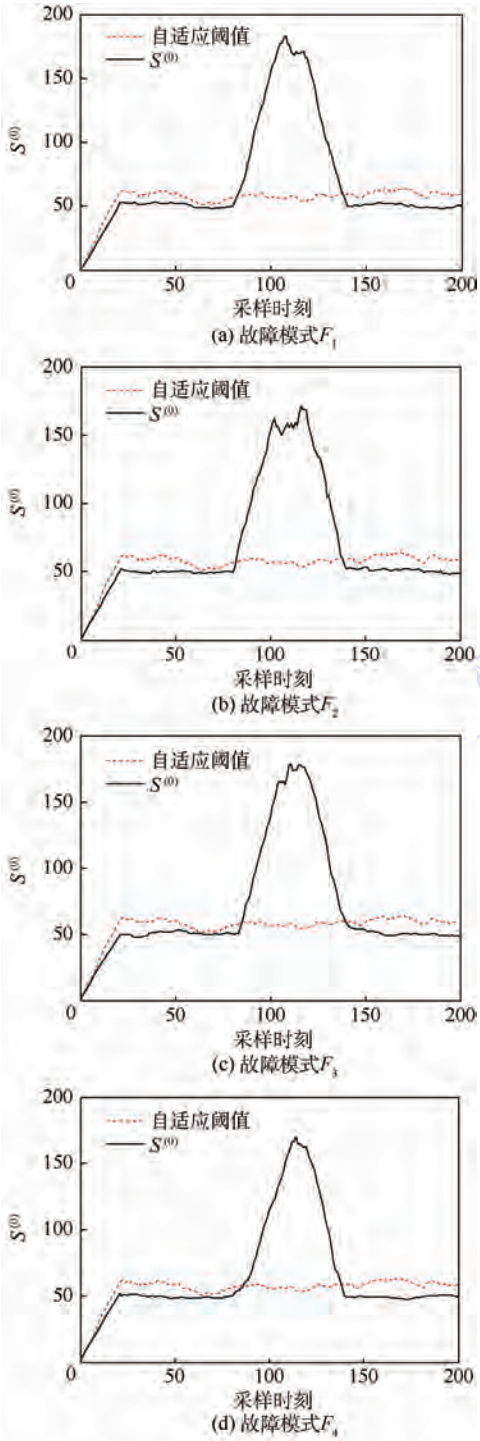


图 4 故障模式 F_1、F_2、F_3 和 F_4 检测

Fig. 4 Detection of failure mode F_1, F_2, F_3 and F_4

表 4 故障诊断漏报率比较

Table 4 Comparison of miss alarm ratio of fault diagnosis

故障	漏报率	
	阈值 $\delta=65$	自适应阈值
F_1:温度传感器偏差 T_0	0.128 7	0.086 5
F_2:流量传感器偏差 L_0	0.104 3	0.088 7
F_3:温度传感器偏差 T_{03}	0.127 6	0.056 4
F_4:流量传感器渐变故障 L_1	0.219 0	0.100 7

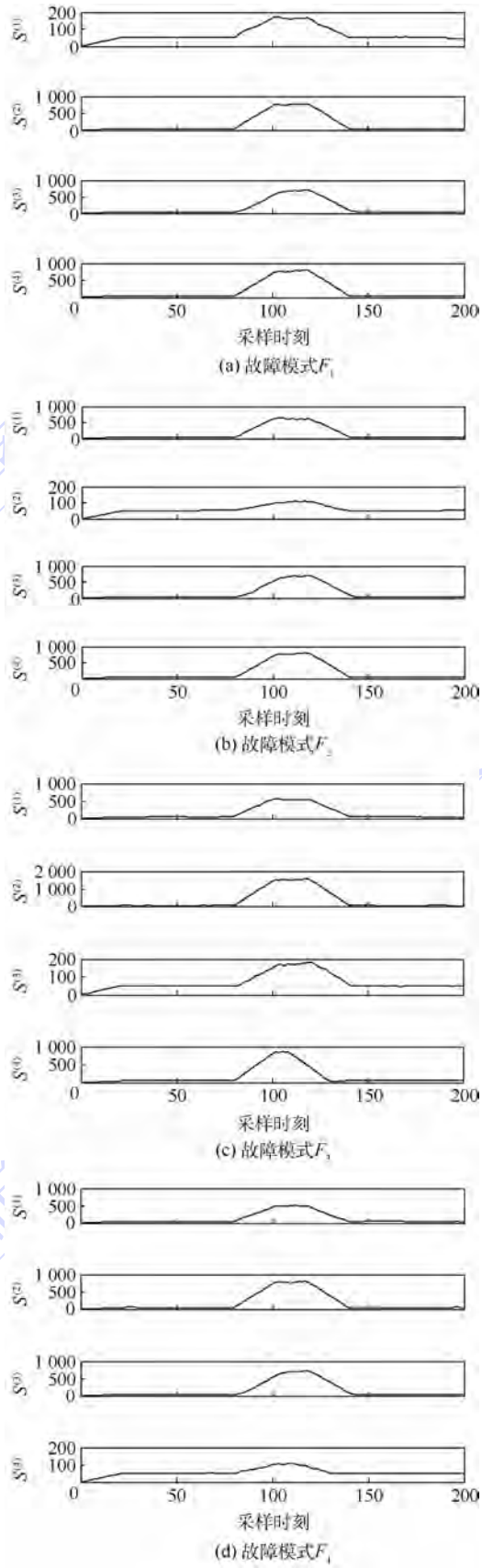


图 5 故障模式 F_1、F_2、F_3 和 F_4 隔离

Fig. 5 Isolation of failure mode F_1, F_2, F_3 and F_4

北航学报 赠阅

5　结　论

1）粒子滤波是解决非线性系统故障诊断的一种有效手段，采用对数似然函数和作为评价指标，可以实现非线性系统的故障检测和故障隔离。

2）阈值的设计是非线性系统故障诊断的基础，利用统计特性设计残差的阈值可以避免非线性系统模型中的复杂因素，且采用自适应阈值可有效地降低故障诊断的漏报率和误报率。

3）本文通过统计方法得到残差特性满足正态分布特性，只要满足正态分布特性的残差，就可通过本文设计的方法实现自适应阈值的设计。

参考文献（References）

[1] GERTLER J J. Fault detection and diagnosis in engineering systems[M]. New York: Marcel Dekker, Inc., 1998: 36-58.

[2] GHANTASALA S, EL-FARRA N H. Robust actuator fault isolation and management in constrained uncertain parabolic PDE systems[J]. Automatica, 2009, 45(10): 2368-2373.

[3] FENG K, JIANG Z, HE W. Rolling element bearing fault detection based on optimal antisymmetric real Laplace wavelet[J]. Measurement, 2011, 44(9): 1582-1591.

[4] TAFAZOLI S, SUN X. Hybrid system state tracking and fault detection using particle filters[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(6): 1078-1087.

[5] MICHELE C, PIERO B, PIETRO T, et al. Interacting multiple-models, state augmented particle filtering for fault diagnostics [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2015, 40: 12-24.

[6] 杜京义，殷梦鑫. 一种改进的粒子滤波算法应用于故障诊断[J]. 系统仿真学报，2014，26(1)：62-66.
DU J Y, YIN M X. Improved algorithm of particle filter applied to fault diagnosis[J]. Journal of System Simulation, 2014, 26(1): 62-66(in Chinese).

[7] ZHANG B, SCONYERS C, BYINGTON C, et al. A probabilistic fault detection approach: Application to bearing fault detection [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(5): 2011-2018.

[8] WEI T, HUANG Y, CHEN C. Adaptive sensor fault detection and identification using particle filter algorithms [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2009, 39(2): 201-213.

[9] MICHAL Z. Online fault detection of a mobile robot with a parallelized particle filter[J]. Neurocomputing, 2014, 126: 151-165.

[10] TADIĆ P, DUROVIĆ Z. Particle filtering for sensor fault diagnosis and identification in nonlinear plants[J]. Journal of Process Control, 2014, 24(4): 401-409.

[11] CHEN C C, GEORGE V C, MARCOS E. Machine remaining useful life prediction: An integrated adaptive neuro-fuzzy and high-order particle filtering approach[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 28: 597-607.

[12] YU J. A particle filter driven dynamic Gaussian mixture model approach for complex process monitoring and fault diagnosis [J]. Journal of Process Control, 2012, 22(4): 778-788.

[13] VICENC P, SAUL M D, JOAQUIM B. Adaptive threshold generation in robust fault detection using interval models: Time-domain and frequency-domain approaches[J]. Interational Journal of Adaptive Control and Signal Process, 2013, 27(10): 873-901.

[14] JOHNSON A L. A new algorithm for adaptive threshold generation in robust fault detection based on a sliding window and global optimization[C]// Proceedings of European Control Conference 1999, ECC'99. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1999: 1546-1551.

[15] JOHANSSON A, BASK M, NORLANDER T. Dynamic threshold generators for robust fault detection in linear systems with parameter uncertainty[J]. Automatica, 2006, 42(7): 1095-1106.

[16] DING X, FRANK P M. Frequency domain approach and threshold selector for robust model-based fault detection and isolation [C]// IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes—SAFEPROCESS'91. Tarrytown, NY: Pergamon Press Inc., 1992: 271-276.

[17] RAMBEAUX F, HAMELIN F, SAUTER D. Optimal thresholding for robust fault detection of uncertain systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2000, 10(4): 1155-1173.

[18] GORDON N J, SALMOND D J, SMITH A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEEE Proceedings on Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107-113.

[19] ALROWAIE F, GOPALUNI R, KWOK K. Fault detection and isolation in stochastic non-linear state-space models using particle filters[J]. Control Engineering Practice, 2012, 20(10): 1016-1032.

[20] BHATTACHARYA R, WAYMIRE E C. Stochastic processes with applications[M]. New York: Wiley, 1990: 40-55.

[21] SHI Z, GU F, LENNOX B, et al. The development of an adaptive threshold for model-based fault detection of a nonlinear electro-hydraulic system [J]. Control Engineering Practice, 2005, 13(11): 1357-1367.

[22] KADIRKAMANATHAN V. Particle filtering-based fault detection in non-linear stochastic systems[J]. International Journal of Systems Science, 2002, 33(4): 259-265.

作者简介：

蒋栋年　男，博士研究生，讲师。主要研究方向：动态系统故障诊断与容错控制。

E-mail: dreamjdn@126.com

李炜　女，硕士，教授。主要研究方向：动态系统故障诊断与容错控制。

Tel.: 0931-2976020

E-mali: liwei@lut.cn

北航学报 赠阅

Fault diagnosis of particle filter nonlinear systems based on adaptive threshold

JIANG Dongnian[1,2], LI Wei[1,2,*]

(1. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;
2. Key Laboratory of Gansu Advanced Control for Industrial Processes, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: In view of the problem of actual nonlinear system that the traditional method is difficult to obtain reliable fault diagnosis, this paper uses the particle filter method and applies the logarithm likelihood function as evaluation index to study the nonlinear non-Gaussian system fault detection and fault isolation with the aid of adaptive threshold design. The selection of threshold value is the criterion for accurately judging system failure. This paper analyzes the statistical properties of residual error, determines the residual error statistical property of normal distribution, and designs an adaptive threshold method based on particle filter fault diagnosis, which reduce the miss alarm and false alarm ratios of fault diagnosis. Through the simulation example of non-constant temperature continuous stirred tank reactor, the accuracy and feasibility of this method in fault diagnosis are verified.

Key words: adaptive threshold; particle filter; fault diagnosis; false alarm ratio; miss alarm ratio; normal distribution; nonlinear system

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-17; **Accepted**: 2015-11-27; **Published online**: 2016-01-04 10:04

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160104.1004.007.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61364011); Natural Science Foundation of Gansu Province of China (2015GS05221)

* **Corresponding author**. Tel.: 0931-2976020 E-mail: liwei@lut.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0631

事件触发控制在倒立摆系统中的仿真与实验

于灏，欧阳利，郝飞*

（北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100083）

摘 要：从理论、仿真、实验3个角度考虑了事件触发控制对于一级直线倒立摆系统的控制效果，进而说明事件触发控制的可行性与实用性。首先，借助线性矩阵不等式给出了事件条件参数的设计方法，并对触发时间间隔下界进行了估计。其次，通过Simulink仿真说明了在无量化效应时理论结果的有效性。最后，通过实验研究了量化效应的影响，发现其对于基于模型控制器的负面作用。实验结果表明，对于实际倒立摆系统，混合型事件条件及零阶保持控制器更加适用，它们可以在保证系统稳定性的前提下有效降低信息的通信频率。上述结果体现了事件触发控制的潜在实用价值。

关 键 词：倒立摆；状态反馈；事件触发控制；基于模型网络化控制；Simulink仿真
中图分类号：TP273
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2107-11

近年来，网络化控制系统得到了越来越多的应用。在网络化控制系统中，状态信息及控制信号通过共享(无线)网络进行传输，这使得网络化控制系统具有安装灵活和便于维护等优点[1]。但共享网络能够提供的通信带宽是有限的，受限带宽会使网络化控制系统出现延迟和丢包等不良现象。另外，信息的发送装置通常由电池供电，频繁的信息交互也会降低设备的工作寿命。对于上述问题，降低通信频率是一种主要的解决思路。由于周期采样控制有较大的保守性[2]，其降低通信频率的能力有限。因此，越来越多的学者将目光转向非周期采样控制上[3]。事件触发控制(event-triggered control)[4-5]就是一类重要的非周期采样控制方法。在事件触发控制中，状态的采样与控制信号的更新由事件条件决定。事件条件一般与系统当前状态相关，这就将通信行为与系统运行状况联系起来。因此，事件触发控制系统可以使状态采样与控制律更新尽量发生在需要的时刻，以达到减少通信频率的作用。

文献[5]将事件触发控制系统建立为受扰系统模型，并提出了一类基于输入状态稳定性的分析方法。文献[6-7]考虑了基于部分状态的输出反馈事件触发控制系统。文献[8]将事件触发控制与周期采样控制相结合，提出了周期性事件触发控制(periodic event-triggered control)，其本质为离散系统事件触发控制[9]的一类特例。文献[10]通过将事件触发控制与基于模型网络化控制(model-based networked control)[11-12]相结合，进一步降低通信频率，并讨论了使用量化信息计算控制律对于闭环系统性能的影响。

虽然近年来事件触发控制受到越来越多的关注，但大部分工作是从理论上对事件触发控制进行讨论与分析。倒立摆作为控制理论研究的典型实验平台，常用于验证新兴的控制策略。因此在倒立摆系统上进行事件触发控制实验有助于说明事件触发控制的工程应用价值。

收稿日期：2015-09-24；**录用日期**：2015-12-18；**网络出版时间**：2016-01-20 16:54
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160120.1654.005.html
基金项目：国家自然科学基金(61573036，61174057)；北京市自然科学基金(4112034)；中央高校基本科研业务费专项资金
* **通讯作者**：Tel.：010-82314517 E-mail：fhao@buaa.edu.cn

引用格式：*于灏，欧阳利，郝飞. 事件触发控制在倒立摆系统中的仿真与实验[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2107-2117. YU H，OUYANG L，HAO F. Simulation and experiment of event-triggered control for inverted pendulum system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2107-2117 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

本文主要研究以一级直线倒立摆为受控对象的事件触发控制系统。首先,根据倒立摆系统的状态空间描述,从理论上给出事件条件中参数的设计范围。其次,搭建 Simulink 模块,通过仿真计算说明理论结果的可行性。最后,将所设计的事件触发控制策略作用于实际倒立摆对象上,通过得到的实验数据检验事件触发控制的实用性。

1 事件触发控制倒立摆系统

本文主要以由固高科技(深圳)有限公司开发的"倒立摆与自动控制原理实验 V2.0"实验平台中的一级直线倒立摆系统为研究对象,其结构如图 1 所示。图中:$s \in \mathbf{R}$ 为直线倒立摆中小车位置,$\phi \in \mathbf{R}$ 为摆杆与竖直向上方向的角度,即 $\phi = 0$ 表示摆杆处于上平衡点位置;$l \in \mathbf{R}$ 为摆杆转动轴心到摆杆质心的距离。

该系统在上平衡点处线性近似的状态空间描述为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u \qquad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{x} = (s, \dot{s}, \phi, \dot{\phi}) \in \mathbf{R}^4$ 为系统状态;$\boldsymbol{x}_0 \in \mathbf{R}^4$ 为系统的初始状态,不失一般性假设初始时刻为 0 时刻;$u \in \mathbf{R}$ 为控制输入,本文以小车加速度作为控制信号。在摆杆为均质的情况下,系统参数矩阵 $\boldsymbol{A} \in \mathbf{R}^{4\times4}$,$\boldsymbol{B} \in \mathbf{R}^4$ 分别为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dfrac{3g}{4l} & 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dfrac{3}{4l} \end{bmatrix}$$

式中:$g \in \mathbf{R}$ 为重力加速度常数。易证,$(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ 是可控的。

由于实际对象通过计算机进行控制,因此系统表现出离散行为。设计算机的采样周期为 $h \in \mathbf{R}_{>0}$($\mathbf{R}_{>0}$ 表示全体正实数),则离散化后的状态空间描述为

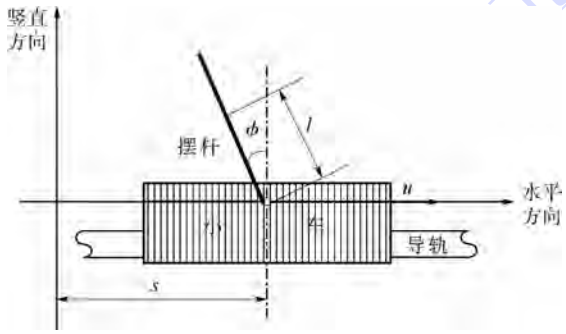


图 1 一级直线倒立摆示意图

Fig. 1 Sketch map of single linear inverted pendulum

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{G}u(k) \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{F} = \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}h}$;$\boldsymbol{G} = \int_0^h \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}s}\boldsymbol{B}\mathrm{d}s$。

对于位置信号,实验平台采用数字光电编码器进行测量;对于速度信号,实验平台使用编码信号的向后差分值进行近似。因此计算机读入状态值为经过一致量化后的信息,即

$$q(\boldsymbol{x}_i) = \mathrm{sgn}(\boldsymbol{x}_i)\left\lfloor \left| \frac{\boldsymbol{x}_i}{\boldsymbol{\Delta}_i} \right| \right\rfloor \boldsymbol{\Delta}_i \qquad i = 1,2,3,4$$

式中:$\boldsymbol{x}_i$ 为状态 $\boldsymbol{x}$ 的第 i 个分量;$\boldsymbol{\Delta}_i > 0$ 表示对 $\boldsymbol{x}_i$ 信号的量化精度;sgn(·)为符号函数;对于任意的非负实数 r,$\lfloor r \rfloor$ 表示不大于 r 的最大非负整数。令 $q(\boldsymbol{x})$ 表示分别对 $\boldsymbol{x}$ 每个分量量化后得到的状态,则量化误差定义为

$$\boldsymbol{\Delta} = q(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{x} \tag{3}$$

对于一致量化,存在常数 $M > 0$ 使得 $\|\boldsymbol{\Delta}\| \leqslant M$。另外,定义相对量化误差为 $\boldsymbol{\Delta}_x = \dfrac{\|\boldsymbol{\Delta}\|}{\|\boldsymbol{x}\|}$。

考虑如下两类事件触发控制器:

$$u(k) = \boldsymbol{K}q(\boldsymbol{x}(t_s)) \qquad k \in [t_s, t_{s+1}) \tag{4}$$

$$u(k) = \boldsymbol{K}\hat{\boldsymbol{x}}(k) \qquad k \in [t_s, t_{s+1}) \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{K} \in \mathbf{R}^{1\times4}$ 为控制器增益矩阵,要求其可使 $\boldsymbol{F} + \boldsymbol{G}\boldsymbol{K}$ 的特征值位于单位圆内。为保证上述增益阵 $\boldsymbol{K}$ 存在,引入如下概念。

定义 1[13] 采样频率 ω(关于方阵 $\boldsymbol{A}$)被称作是病态的(pathological)。如果存在 $\boldsymbol{A}$ 的两个具有相同实部不同虚部的特征根,其相差的距离为 ω 的整数倍。否则称为是非病态的(nonpathological)。

由上述定义易得,对于任意的方阵 $\boldsymbol{A}$,总存在足够大的 ω,其是关于 $\boldsymbol{A}$ 非病态的。同时,因为 $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ 可控,由文献[13]可知,若采样频率是非病态的,则 $(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{G})$ 也是可控的。因此,总可以找到满足上述条件的增益阵 $\boldsymbol{K}$。式(4)采用零阶保持(zero-order-hold)控制方式,即在相邻触发时刻之间控制信号保持常值。而式(5)采用基于模型控制方式,即在相邻采样间隔内,控制信号依据模型的状态计算,其中模型状态由式(6)产生:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{F}}\hat{\boldsymbol{x}}(k) + \hat{\boldsymbol{G}}u(k) \qquad \hat{\boldsymbol{x}}(t_s) = q(\boldsymbol{x}(t_s)) \tag{6}$$

式中:$\hat{\boldsymbol{F}} \in \mathbf{R}^{4\times4}$ 和 $\hat{\boldsymbol{G}} \in \mathbf{R}^4$ 为模型的参数矩阵,它们是对受控对象参数矩阵的估计。

注 1 实际上,零阶保持策略可以被看作基于模型控制的特例,即当模型参数矩阵 $\hat{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{I}$,$\hat{\boldsymbol{G}} = \boldsymbol{0}$ 时,模型(6)就是零阶保持器。因此,基于模型控制是传统零阶保持控制的推广与改进。

注 2 在基于模型控制中,虽然模型的作用

是对系统的状态进行估计,但它与输出反馈中的观测器有着本质区别。在模型中并未引入模型状态与对象状态差值的反馈项,即模型实际上是开环运行的。考虑到受控对象为开环不稳定的,因此两者初始状态的微小误差会随着时间(以指数速度)迅速发散。

$t_s \in \mathbf{N}_{\geqslant 0}$($\mathbf{N}_{\geqslant 0}$表示全体非负整数)为事件触发时刻,由如下的事件条件得到。

$$t_{s+1} = \min\{k > t_s \mid \|\boldsymbol{e}(k)\|^2 \geqslant \sigma \|q(\boldsymbol{x}(k))\|^2 + \sigma_0\} \tag{7}$$

式中:$\boldsymbol{e}(k)$表示误差状态。对于控制器(4),定义$\boldsymbol{e}(k) = q(\boldsymbol{x}(t_s)) - q(\boldsymbol{x}(k))$,对于控制器(5),定义$\boldsymbol{e}(k) = \hat{\boldsymbol{x}}(k) - q(\boldsymbol{x}(k))$,其中$k \in [t_s, t_{s+1})$。$\sigma \in \mathbf{R}_{>0}$及$\sigma_0 \in \mathbf{R}_{\geqslant 0}$($\mathbf{R}_{\geqslant 0}$表示全体非负实数)为待设计参数。对于触发时间序列及采样时间序列,显然有$\{t_s\}_{s=0}^{\infty} \subseteq \{k\}_{k=0}^{\infty}$。

注 3　当$\sigma \neq 0, \sigma_0 = 0$时,事件条件(7)被称为相对型事件条件(relative event condition),若均不为零则被称为混合型事件条件(mixed event condition)[14]。一般而言,若期望系统达到渐近稳定,则使用相对型事件条件;若只需要系统是最终有界的,则使用混合型事件条件。

由上述定义得闭环系统描述为

$$\boldsymbol{x}(k+1) = (\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK})\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{GKe}(k) + \boldsymbol{GK\Delta} \tag{8}$$

2　理论结果

本节将从理论上对前一部分得到的事件触发控制倒立摆系统进行分析。对于事件条件中待设计参数,有如下结果。

定理 1　考虑闭环事件触发控制系统(8),若存在正定矩阵$\boldsymbol{P} \in \mathbf{R}^{4\times 4}$,正常数$\delta > 0$及$\nu > 0$使得如下的线性矩阵不等式可行:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{11} & \boldsymbol{\Psi}_{12} & \boldsymbol{\Psi}_{13} \\ \boldsymbol{\Psi}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Psi}_{22} & \boldsymbol{\Psi}_{23} \\ \boldsymbol{\Psi}_{13}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Psi}_{23}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Psi}_{33} \end{bmatrix} < 0 \tag{9}$$

式中:

$$\boldsymbol{\Psi}_{11} = (\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK}) - \boldsymbol{P} + \delta \boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{12} = \boldsymbol{\Psi}_{13} = (\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGK}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{22} = (\boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGK} - \boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{23} = (\boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGK}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_{33} = (\boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGK} - \nu \boldsymbol{I}$$

则对于任意事件条件参数$\sigma \in (0, \delta)$,$\sigma_0 > 0$,闭环系统是最终有界的。特别地,在理想情况下,即量化误差$\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{0}$且事件条件参数$\sigma_0 = 0$时,闭环系统是渐近稳定的。

证明　定义李雅普诺夫函数为$V = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Px}, \boldsymbol{P} > 0$。则$V$沿闭环系统(8)解的差分为

$$\begin{aligned} \nabla V = V(k+1) - V(k) = \\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK}) - \boldsymbol{P}]\boldsymbol{x} + \\ 2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGKe} + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGKe} + \\ 2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{F} + \boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGK\Delta} + 2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGK\Delta} + \\ \boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{GK})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PGK\Delta} \end{aligned}$$

进而由式(7)、式(9)及$\sigma \in (0, \delta)$可得

$$\begin{aligned} \nabla V \leqslant -\delta\|\boldsymbol{x}\|^2 + \|\boldsymbol{e}\|^2 + \nu\|\boldsymbol{\Delta}\|^2 \leqslant \\ -\delta\|\boldsymbol{x}\|^2 + \sigma\|\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\Delta}\|^2 + \nu\|\boldsymbol{\Delta}\|^2 + \sigma_0 \leqslant \\ -\iota\|\boldsymbol{x}\|^2 + (\nu + \sigma + \sigma\varepsilon^{-1})M^2 + \sigma_0 \end{aligned}$$

式中:$\iota = \delta - \sigma(1+\varepsilon) > 0, 0 < \varepsilon < \delta\sigma^{-1} - 1$。由李雅普诺夫稳定性理论易得,闭环系统是最终有界的。特别地,当$\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{0}, \sigma_0 = 0$时,可得$\nabla V < 0$,即系统是渐近稳定的。

注 4　因为实验平台具有固定的采样周期,所以相邻两次控制律更新时刻的间隔必不小于该采样周期。由此可得,系统一定不会发生芝诺(Zeno)行为[15],即在有限时间内发生无穷次触发的行为。

定理 1 表明,从稳定性的角度,控制器(4)和控制器(5)具有相同的结果。但不同的控制器会对系统的触发时间序列$\{t_s\}_{s=0}^{\infty}$产生显著的影响。下面的定理讨论了在理想情况下,模型参数矩阵的选取对于触发时间间隔的影响。对于非理想情况,本文将借助仿真及实验结果进行分析。定义参数误差矩阵为$\boldsymbol{E}_F = \hat{\boldsymbol{F}} - \boldsymbol{F}, \boldsymbol{E}_G = \hat{\boldsymbol{G}} - \boldsymbol{G}$。

定理 2　在理想情况下,事件触发时间间隔的下界可由式(10)估计

$$t_{s+1} - t_s \geqslant \min\left\{i \in \mathbf{N}_{>0} \mid \sum_{j=0}^{i-1} L_1^j L \geqslant \theta\right\} \tag{10}$$

式中:$\mathbf{N}_{>0}$表示全体正整数;

$$\theta = \frac{\sigma}{2(1+\sigma)}$$

$$L = \|(\boldsymbol{E}_F + \boldsymbol{E}_G\boldsymbol{K})\| \cdot \|(\hat{\boldsymbol{F}} + \hat{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{K})^{-1}\|$$

$$L_1 = \left(\|\boldsymbol{F}\| \cdot \|(\hat{\boldsymbol{F}} + \hat{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{K})^{-1}\| + 1\right)\|(\hat{\boldsymbol{F}} + \hat{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{K})^{-1}\| + 2 + \|(\hat{\boldsymbol{F}} + \hat{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{K})^{-1}\|$$

证明　在理想情况下有$\boldsymbol{e} = \hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{x}$及事件条件

$$t_{s+1} = \min\{k > t_s \mid \|\boldsymbol{e}\|^2 \geqslant \sigma\|\boldsymbol{x}\|^2\} \tag{11}$$

进而有

$$\sigma\|\boldsymbol{x}\|^2 = \sigma\|\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{e}\|^2 = \sigma(\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}} - 2\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}) \geqslant \sigma\left(\frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}\right) \tag{12}$$

其中最后一步应用不等式

$$2\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} \leqslant \frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}} + 2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} \tag{13}$$

北航学报 赠阅

由式(11)及式(12)易得,事件触发时间间隔必大于$\|\boldsymbol{e}\|^2$从0增长到$\frac{\sigma}{2(1+\sigma)}\|\hat{\boldsymbol{x}}\|^2$的时间,即$t_{s+1}-t_s\geqslant\gamma$,其中$\gamma=\min\{k\in\mathbf{N}_{>0}\mid\|\boldsymbol{e}(k)\|^2\geqslant\theta\|\hat{\boldsymbol{x}}(k)\|^2\}$。

定义$n(k)=\frac{\|\boldsymbol{e}(k)\|}{\|\hat{\boldsymbol{x}}(k)\|}$,则有

$$\nabla n=n(k+1)-n(k)=\frac{\|\boldsymbol{e}_{k+1}\|-\|\boldsymbol{e}_k\|}{\|\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}\|}-\frac{\|\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}\|-\|\hat{\boldsymbol{x}}_k\|}{\|\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}\|}\cdot\frac{\|\boldsymbol{e}_k\|}{\|\hat{\boldsymbol{x}}_k\|}\leqslant\frac{\|\boldsymbol{e}_{k+1}\|+\|\boldsymbol{e}_k\|}{\|\boldsymbol{x}_{k+1}\|}+\frac{\|\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}\|+\|\hat{\boldsymbol{x}}_k\|}{\|\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}\|}\cdot\frac{\|\boldsymbol{e}_k\|}{\|\hat{\boldsymbol{x}}_k\|}\triangleq T(k,k+1)$$

即

$$n(k+1)\leqslant n(k)+T(k,k+1)\tag{14}$$

考虑到在理想情况下有如下关系成立:

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}=(\boldsymbol{F}+\boldsymbol{GK})\hat{\boldsymbol{x}}_k+\boldsymbol{Fe}_k\\ \boldsymbol{x}_{k+1}=(\boldsymbol{F}+\boldsymbol{GK})\hat{\boldsymbol{x}}_k+(\boldsymbol{E}_F+\boldsymbol{E}_G\boldsymbol{K})\hat{\boldsymbol{x}}_k\\ \boldsymbol{e}_{k+1}=(\boldsymbol{E}_F+\boldsymbol{E}_G\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{Fe}_k\\ \hat{\boldsymbol{x}}_k=(\hat{\boldsymbol{F}}+\hat{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{K})^{-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}\end{cases}\tag{15}$$

则将式(15)代入式(14)可得

$$n(k+1)\leqslant L+L_1n(k)$$

由$n(t_s)=0$可得

$$n(k+1)\leqslant\sum_{j=0}^{i-1}L_1^jL\qquad k\in[t_s,t_{s+1})$$

进而有

$$\gamma\geqslant\min\left\{i\in\mathbf{N}_{>0}\mid\sum_{j=0}^{i-1}L_1^jL\geqslant\frac{\sigma}{2(1+\sigma)}\right\}$$

即

$$t_{s+1}-t_s\geqslant\min\left\{i\in\mathbf{N}_{>0}\mid\sum_{j=0}^{i-1}L_1^jL\geqslant\frac{\sigma}{2(1+\sigma)}\right\}$$

注5 由定理2可知,在理想情况下,只要参数误差矩阵$\boldsymbol{E}_F$、$\boldsymbol{E}_G$足够小,则可以得到任意大的事件触发时间间隔。特别地,当模型与对象完全一致时,事件将不再被触发。同时,零阶保持方式显然无法得到充分小的参数误差矩阵,相应地,其触发也会更加频繁。这体现了基于模型控制在理论上的优越性。

3 仿真与实验

3.1 Simulink 仿真

3.1.1 Simulink 模块搭建

本节通过数值仿真验证理论部分给出结果的有效性。由于实验平台使用 Simulink 模块进行计算机与硬件的交互,因此通过 Simulink 完成对系统的数值仿真。基本 Simulink 仿真框图如图2所示。

图2中三路选择器模块“Samplingcounts”用于输出事件触发情况,并通过示波器“Triggering

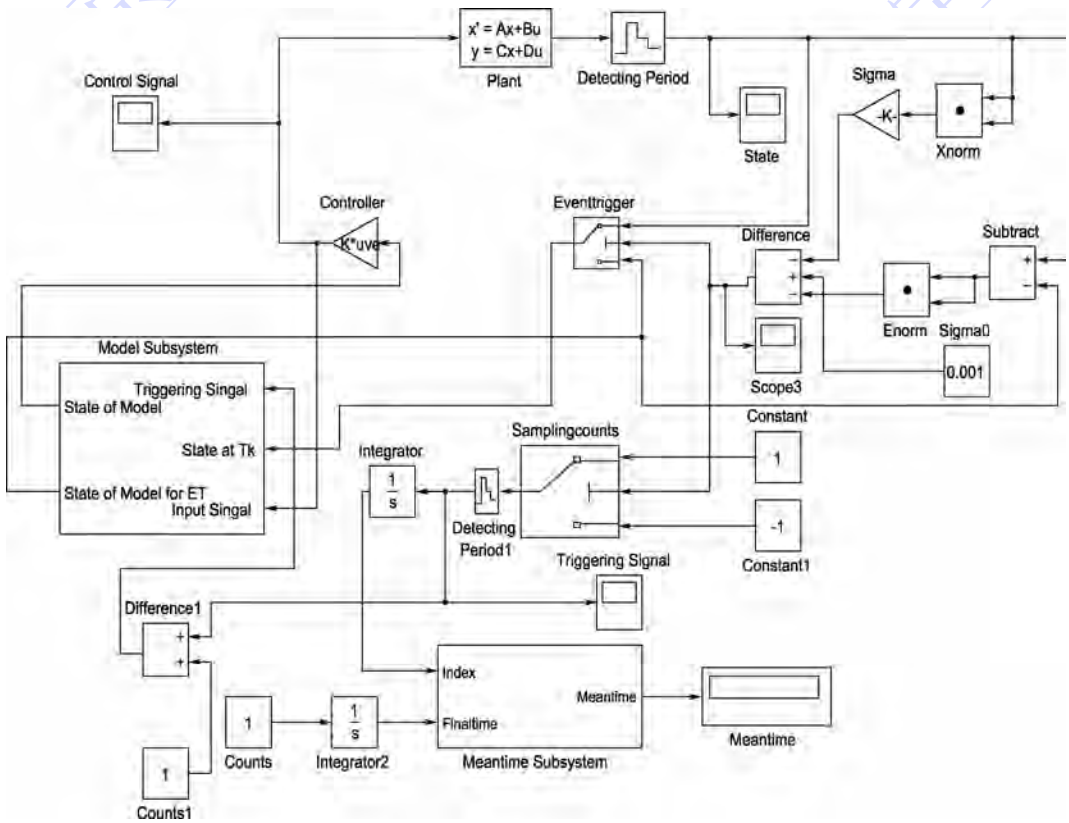
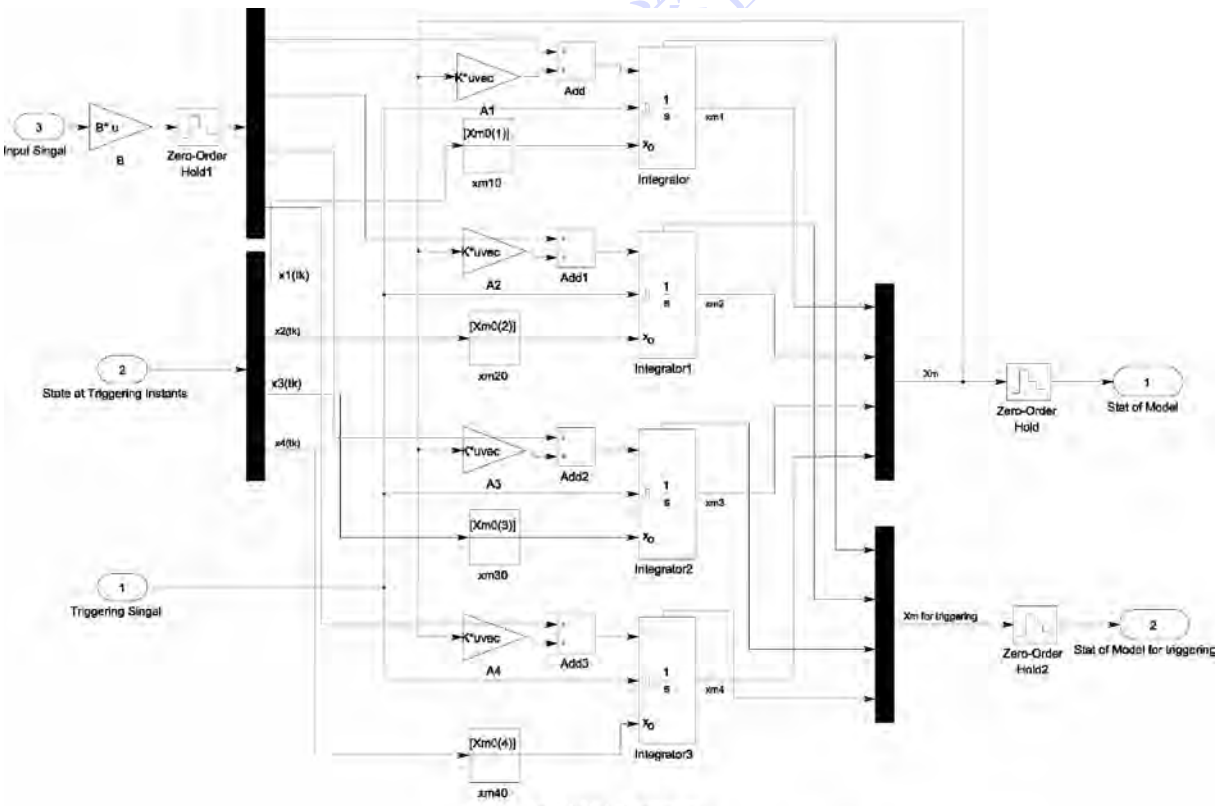


图2 Simulink 基本仿真框图

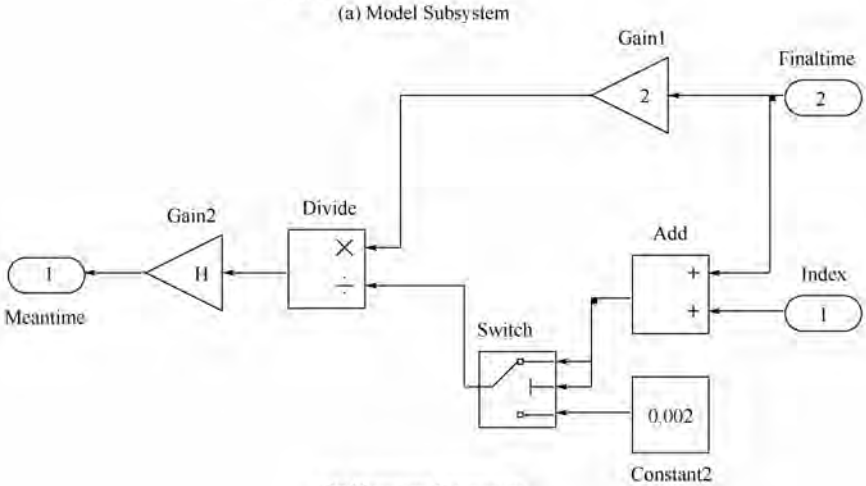
Fig. 2 Fundamental Simulink simulation block diagram

Signal"进行观察与记录。若当前时刻为触发时刻,则三路选择器输出为 1,反之为 -1。子系统"Model Subsystem"以及子系统"Meantime Subsystem"分别用于产生模型状态及计算平均触发时间,其具体框图如图 3 所示。

由事件触发控制的运行机制可知,用于判断事件条件的三路选择模块"Eventtrigger"需要使用当前时刻的模型输出状态进行事件条件的运算与判断,同时若该时刻为触发时刻,则需要使用该时刻状态更新控制律及模型。这就可能出现 Model Subsystem 子系统中的积分模块以自身输出为输入的情况,进而产生代数环。代数环问题也是使用 Simulink 仿真事件触发控制系统的主要挑战之一。为了切断代数环,在 Model Subsystem 子系统中使用高级积分器。高级积分器中的状态端口输出值用于事件条件的判断,输出端口的输出值用于更新控制律。由于二者产生的时间略有不同(但都处于同一仿真步内)[16],可以达到切断代数环的作用。图 3(b)中子系统用于计算平均触发时间,其基本原理为根据在触发时刻"Samplingcounts"模块的输出,统计出触发时刻占总采样时间序列的比例,进而得到平均触发时间。由于图中三路选择器模块的输出作分母,为保证分母不为 0,引入小常数模块"Constant2"。



(a) Model Subsystem



(b) Meantime Subsystem

图 3　Simulink 子系统框图

Fig. 3　Simulink block diagrams of subsystems

北航学报 赠阅

注 6 图 2 仅给出基本的 Simulink 框图,可直接用于对理想情况的仿真。对于非理想情况,仅需在其基础上加入对状态信号的量化处理模块即可,具体框图此处略去。

3.1.2 Simulink 仿真结果

将实验平台说明书中给出的设备标称参数代入式(1)可得

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&29.4&0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\\3\end{bmatrix}$$

实验平台内置采样周期为 $h=0.005$ s,则有

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}1&0.0050&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1.0004&0.0050\\0&0&0.1470&1.0004\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}0\\0.0050\\0\\0.0150\end{bmatrix}$$

将上述$(\boldsymbol{F},\boldsymbol{G})$称为标称参数矩阵。由秩判据可验证标称参数矩阵可控。

仿真初始状态为

$\boldsymbol{x}_0=[0.4,0.9,0.4,0.2]^{\mathrm{T}}$

取控制器增益矩阵为

$\boldsymbol{K}=[17.3205,14.0106,-62.5038,-11.6653]$

则闭环矩阵 $\boldsymbol{F}+\boldsymbol{G}\boldsymbol{K}$ 的极点为 0.940 5,0.977 2,0.988 0 ±0.009 5i,均位于单位圆内。

由于状态空间描述式(1)为倒立摆系统在上平衡点附近的线性近似模型,因此对于基于模型控制器(5),所构建的模型(6)不可能与受控对象的真实动态完全吻合,为了体现这一差别,在仿真部分,使用如下与标称参数矩阵略有差别的$(\hat{\boldsymbol{F}},\hat{\boldsymbol{G}})$:

$$\hat{\boldsymbol{F}}=\begin{bmatrix}1&0.0055&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1.0004&0.0055\\0&0&0.1617&1.0004\end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{G}}=\begin{bmatrix}0\\0.0051\\0\\0.0152\end{bmatrix}$$

而在实验部分,将用标称参数矩阵作为$(\hat{\boldsymbol{F}},\hat{\boldsymbol{G}})$。

将参数 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{G}$ 代入式(9)可得一组可行解为

$$\delta=0.0053$$

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}12.3687&2.7326&-9.6341&-1.0212\\2.7326&2.5656&-4.9867&-1.0805\\-9.6341&-4.9867&17.2224&2.1021\\-1.0212&-1.0805&2.1021&0.5393\end{bmatrix}$$

本节给出无量化误差时的仿真结果。对于存在量化误差的情况,为了方便将仿真结果与实验结果对比分析,将在实验部分给出。

首先考察相对型的事件条件对于倒立摆系统的影响。图 4 及图 5 中分别给出了当 $\sigma_0=0$,$\sigma=0.0049<\delta$ 时,零阶保持控制器(4)及基于模型控制器(5)作用下系统的仿真结果。显然,在所设计的相对型事件条件作用下,两类控制器均可以使系统达到渐近稳定。零阶保持控制器作用下系统的平均触发时间为 0.024 9 s,即平均每 5 个采样周期触发一次,有效地降低了控制信号的更新频率。而在基于模型控制器作用下,系统的平均触发周期为 0.133 3 s,几乎为前者的 6 倍,进一步减少了通信次数。这说明了在理想情况下,基于模型控制器的触发性能确实优于零阶保持控制器。

另一方面,大量实验表明,倒立摆系统在现实中很难达到渐近稳定性,一般仅能稳定于上平衡点的小邻域内。所以,最终有界性既可以满足工程上对于倒立摆系统稳定性的需求,同时,通过牺牲渐近稳定性,也可以期望得到更好的触发性能。因此,混合型事件条件较相对型事件条件更适合倒立摆系统。图6给出了当$\sigma_0=0.001$,$\sigma=$

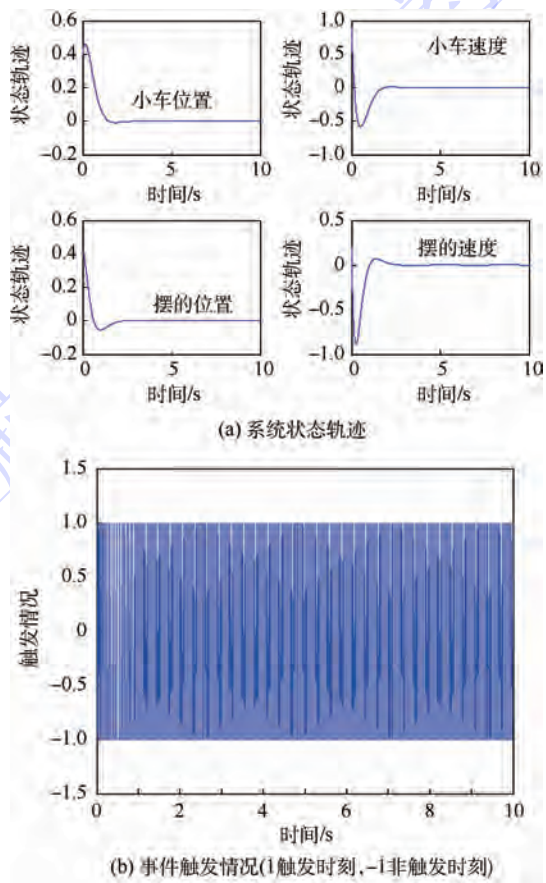


图 4 相对型事件条件及控制器(4)作用下的仿真结果

Fig. 4 Simulation results of system with relative event condition and controller (4)

北航学报 赠阅

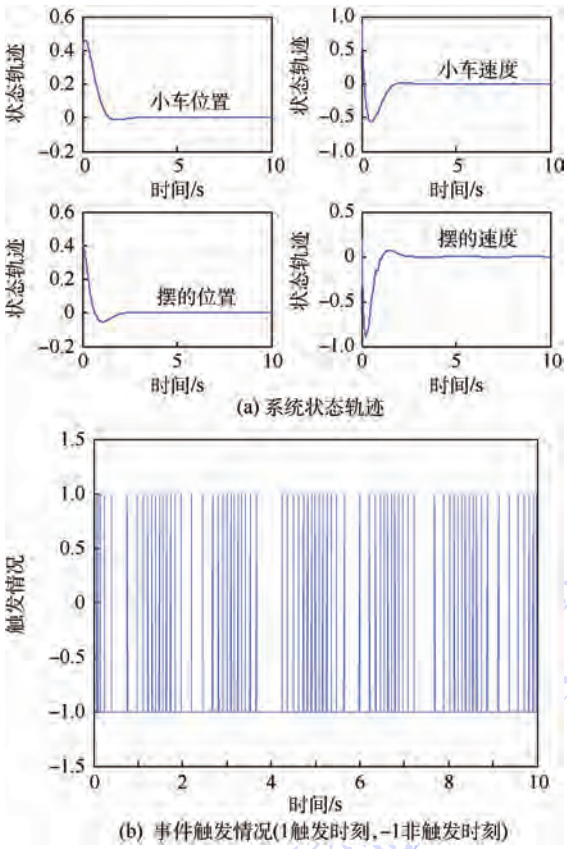


图 5　相对型事件条件及控制器(5)作用下的仿真结果

Fig. 5　Simulation results of system with relative event condition and controller (5)

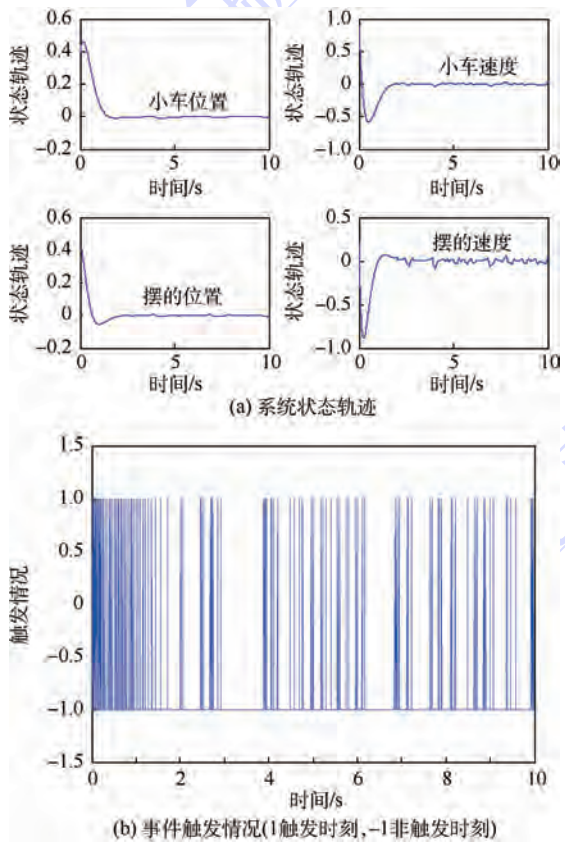


图 6　混合型事件条件及控制器(4)作用下的仿真结果

Fig. 6　Simulation results of system with mixed event condition and controller (4)

0.004 9时,零阶保持控制器(4)作用下系统的仿真结果。虽然图 6(a)说明系统最终只能被稳定于平衡点附近的小邻域内,但图 6(b)中的事件触发情况明显优于图 4(b)中的情况。前者的平均触发时间为 0.090 1 s,几乎为后者的 4 倍。

3.2　实验结果

本节将给出对于倒立摆进行事件触发控制实验得到的结果。实验设备实物图如图 7 所示。

首先使用零阶保持控制器(4)对系统进行实验。图 8 和图 9 分别给出在相对型及混合型事件条件作用下的实验结果,其事件条件参数选取与仿真部分相同。由系统的状态轨迹可以看出,相对型事件条件虽然较混合型事件条件可以得到更

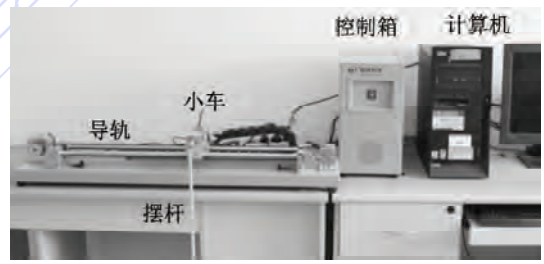


图 7　一级直线倒立摆实物设备

Fig. 7　Equipment of single linear inverted pendulum

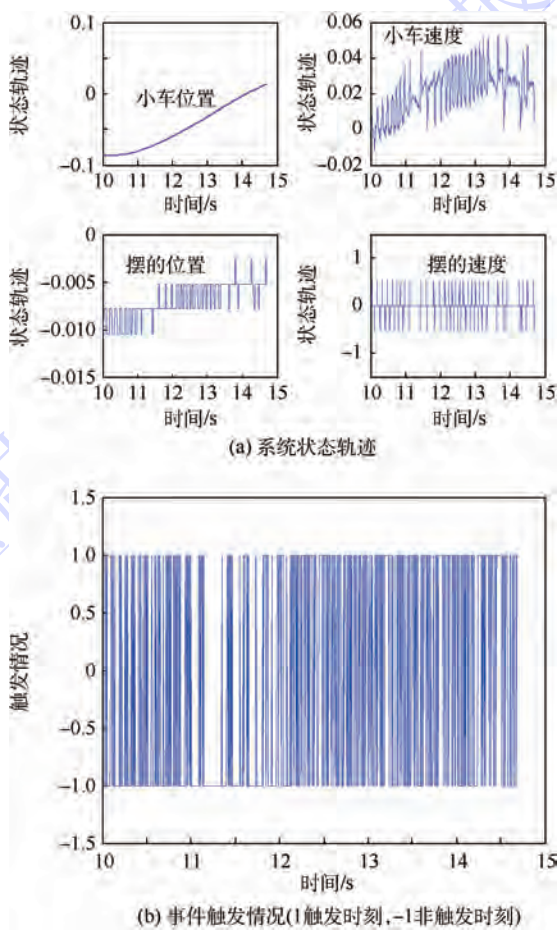


图 8　相对型事件条件及控制器(4)作用下的实验结果

Fig. 8　Experimental results of system with relative event condition and controller (4)

北航学报 赠阅

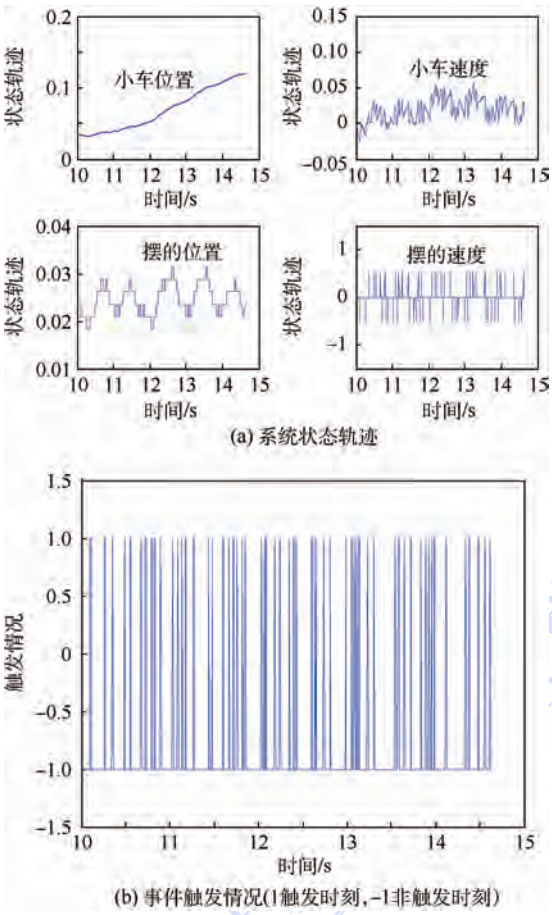


图 9 混合型事件条件及控制器(4)作用下的实验结果

Fig. 9 Experimental results of system with mixed event condition and controller (4)

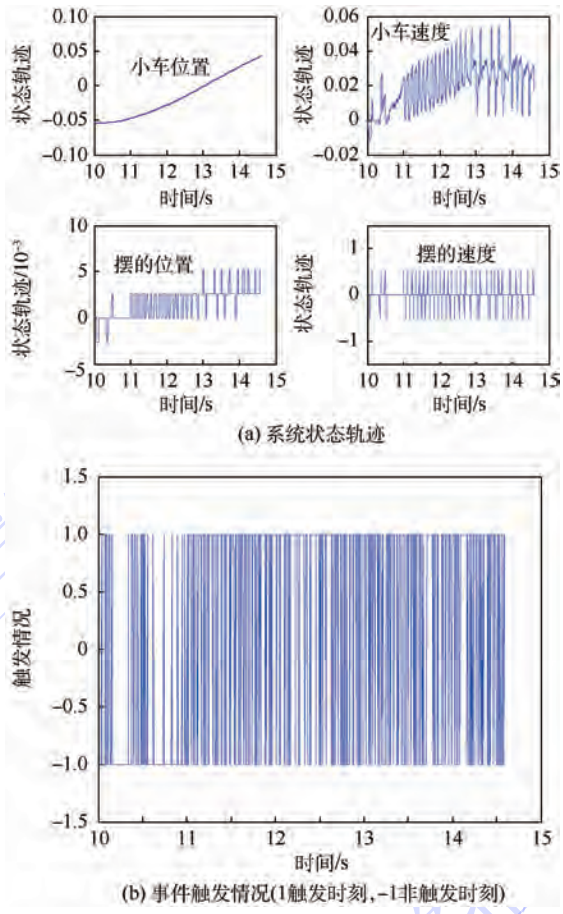


图 10 相对型事件条件及控制器(5)作用下的实验结果

Fig. 10 Experimental results of system with relative event condition and controller (5)

小的状态波动范围,但两者均只能使闭环系统是最终有界的。同时,从轨迹中可以明显看出量化对于状态测量的影响,其中对于摆的速度信号的量化精度最低,造成的影响也最大,其轨迹表现为大幅度的跳变。对于事件触发情况,混合型事件条件的平均触发时间为 0.037 2 s,优于相对型事件条件的平均触发时间 0.009 3 s。这表明对于现实中的倒立摆系统,混合型事件条件更为适用。同时,由上述实验结果可知,两类事件条件对应的平均触发时间均小于(无量化误差情况下)仿真得到的结果。通过对比状态轨迹与触发情况不难发现,量化后摆的速度信号每次发生的跳变都会造成事件的触发。这反映了量化对于系统触发性能的负面影响。

图 10 中给出了相对型事件条件及基于模型控制器(5)作用下系统的实验结果。图 10(a)说明基于模型控制器可以保证系统满足期望的稳定性。图 10(b)中的事件触发情况相当频繁,其平均触发周期仅为 0.009 6 s。这与零阶保持控制器得到的平均触发时间基本相同。可以说基于模型控制器在实验中完全没有体现出理论上预测的应具有的优势。本文将通过数值仿真对这一现象进行分析,找出造成基于模型控制器触发性能衰减的原因。受篇幅所限,本文仅给出相对型事件条件作用下系统的仿真结果。

图 11 和图 12 分别给出了考虑量化效应后,控制器(4)及控制器(5)作用下系统的仿真结果。两图中的状态曲线表现出与实验结果相类似的量化效果。两系统的平均触发时间分别为 0.006 1 s 及 0.005 7 s,并无明显差别。这与实验所得结果相符。因此,上述仿真结果说明,量化效应对于基于模型控制器(5)的触发性能具有明显的负面影响。一方面,量化导致模型在触发时刻无法获得受控对象的真实状态值,这会大大降低模型状态对系统状态的估计精度(见注 2),进而使得事件条件更容易被满足,触发更频繁。另一方面,倒立摆系统一般只在上平衡点的小邻域内运行,因此系统状态变化相对缓慢,其处于同一量化区间的时间也相对较长。计算机读入信息在某些时刻的行为更接近于零阶保持形式。这使得零阶保持控制器在一定程度上也符合计算机读入信息的变化规律,从而拉近了零阶保持控制器与基于模型控

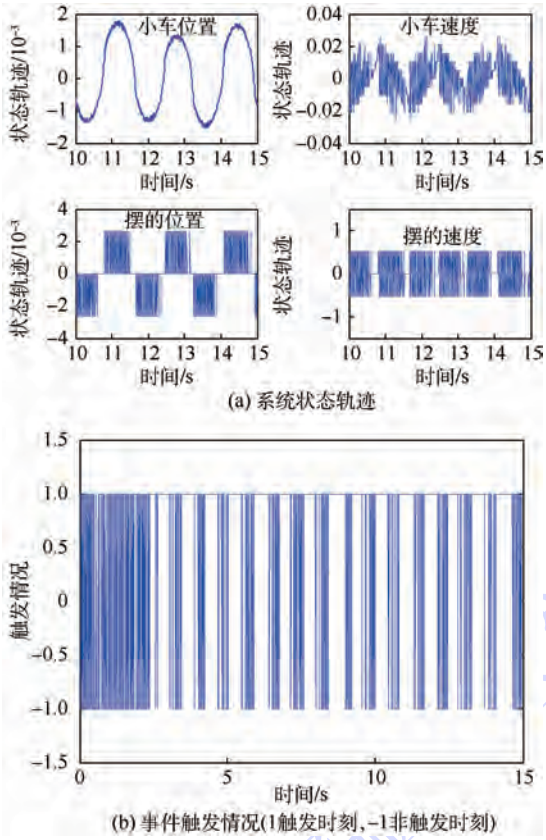


图 11　带有量化及控制器(4)作用下的仿真结果

Fig. 11　Simulation results of system with quantization and controller (4)

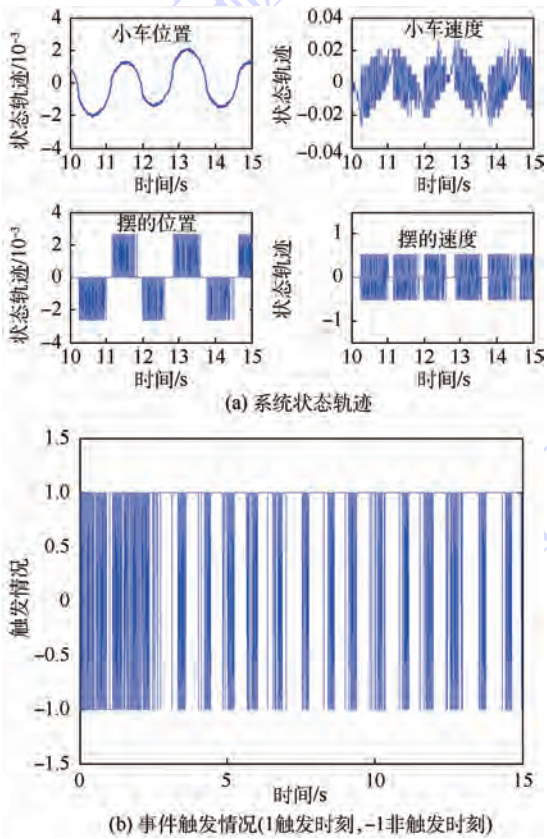


图 12　带有量化及控制器(5)作用下的仿真结果

Fig. 12　Simulation results of system with quantization and controller (5)

制器在触发性能上的差距。为了验证上述分析,给出如下仿真结果,其初始状态为原初始状态的 100 倍并只考虑系统的调节过程。需要注意的是,上述设定对于实际的倒立摆系统是极不合理的,此处仅用于仿真分析。

图 13 和图 14 分别给出了考虑量化效应后,控制器(4)及控制器(5)作用下的带有大初始状态系统的仿真结果。其平均事件触发时间分别为 0.019 6 s 和 0.055 6 s。显然,基于模型控制器具有更优秀的触发性能。这是由于当系统初始状态较大且只考虑调节过程(前 2 s 内的系统轨迹)时,相对量化误差 $\boldsymbol{\Delta}_x$ 可以近似忽略。这既提高了模型更新状态 $\hat{\boldsymbol{x}}(t_s)$ 的相对精度,也使得模型的动态与计算机读入信息的变化更为相符。因此,当量化作用可忽略时,基于模型控制器可以表现出理论上的优越性,进而说明了造成基于模型控制器在实验中触发性能下降的主要原因为量化作用。

上述分析表明,对于倒立摆系统,当相对量化精度较低时,基于模型控制器并不比零阶保持控制器优秀。考虑到基于模型控制器需要消耗更多的计算资源来获得模型状态,其总体性能甚至低于结构简单的零阶保持控制器。

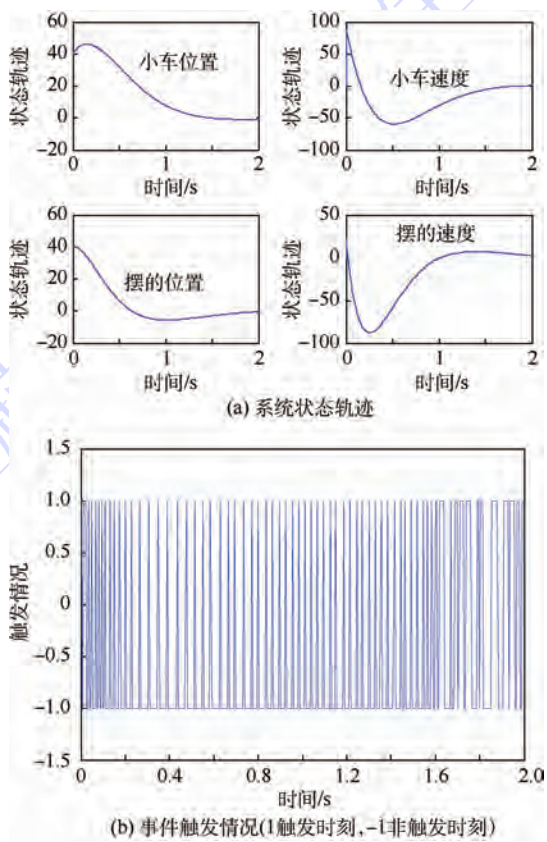


图 13　带有大初始状态及控制器(4)的系统的仿真结果

Fig. 13　Simulation results of system with large initial state and controller (4)

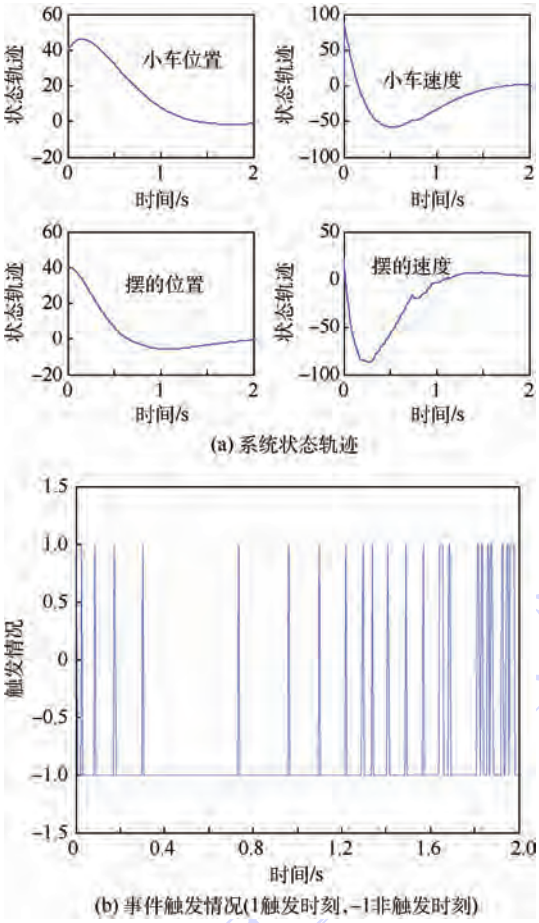


图 14 带有大初始状态及控制器(5)的系统的仿真结果

Fig. 14 Simulation results of system with large initial state and controller (5)

4 结 论

1) 本文研究了事件触发控制策略在倒立摆系统中的应用。考虑了两类事件触发控制器,即零阶保持控制器及基于模型控制器,在相对型和混合型事件条件作用下对于倒立摆系统稳定性及触发性能的影响。

2) 对于事件条件,只期望保证系统最终有界时,混合型事件条件可以获得更好的触发性能。对于控制器,当可以准确获得系统状态时,基于模型控制器可以得到更好的触发性能。

3) 当量化效应无法被忽略时,两者触发性能无明显差别,但考虑到基于模型控制需要消耗更多的计算资源,则零阶保持控制器更为优秀。因此,对于倒立摆系统,混合型事件条件及零阶保持控制器更为适用。其在保证闭环系统稳定性的前提下可以有效降低控制律的更新频率。

因此,本文从理论、仿真及实验 3 个角度说明了经过良好设计的事件触发控制系统具有潜在的实用价值。

参考文献(References)

[1] LIAN F L, MOYNE J R, TILBURY D M. Performance evaluation of control networks: Ethernet, controlnet, and devicenet [J]. Control Systems, 1999, 21(1): 66-83.

[2] ASTROM K J, BERNHARDSSON B M. Comparison of periodic and event based sampling for first order stochastic systems [C]// Proceedings of the 14th IFAC World Congress. Amsterdam: Elsevier Press, 1999: 301-306.

[3] SETO D, LEHOCZKY J P, SHA L, et al. On task schedulability in real-time control systems[C]// Proceedings of the 17th Real-time Technology and Applications Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1996: 13-21.

[4] TABUADA P, WANG X F. Preliminary results on state-triggered scheduling of stabilizing control tasks[C]// Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 282-287.

[5] TABUADA P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(9): 1680-1685.

[6] CHEN X, HAO F. Observer-based event-triggered control for certain and uncertain linear systems[J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2013, 30(4): 527-542.

[7] LIU T F, JIANG Z P. Event-based control of nonlinear systems with partial state and output feedback[J]. Automatica, 2015, 53(7): 10-22.

[8] HEEMELS W P M H, DONKERS M C F, TEEL A R. Periodic event-triggered control for linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(4): 847-861.

[9] EQTAMI A, DIMAROGONAS D V, KYRIAKOPOULOS K J. Event-triggered control for discrete-time systems[C]// Proceedings of American Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 4719-4724.

[10] GARCIA E, ANTSAKLIS P J. Model-based event-triggered control for systems with quantization and time-varying network delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(2): 422-434.

[11] MONTESTRUQUE L A, ANTSAKLIS P J. On the model-based control of networked systems[J]. Automatica, 2003, 39(10): 1837-1843.

[12] MONTESTRUQUE L A, ANTSAKLIS P J. Model-based networked control system: Necessary and sufficient conditions for stability[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1562-1572.

[13] CHEN T, FRANCIS B. Optimal sampled-data control systems [M]. London: Springer, 1995: 45-48.

[14] BORGERS D P, HEEMELS W P M H. Event-separation properties of event-triggered control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(10): 2644-2656.

[15] GOEBEL R, SANFELICE S, TEEL A R. Hybrid dynamical systems[J]. IEEE Control Systems, 2009, 29(2): 28-93.

[16] 姚俊,马松辉. Simulink 建模与仿真[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2002:142-143.
YAO J, MA S H. Modeling and simulation by Simulink[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2002: 142-143(in Chinese).

北航学报 赠阅

作者简介:

于灏　男,博士研究生。主要研究方向:事件触发控制,混杂系统。

E-mail: yuhao1010@126.com

郝飞　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:网络化控制,事件触发控制,鲁棒控制。

Tel.: 010-82314517

E-mail: fhao@buaa.edu.cn

Simulation and experiment of event-triggered control for inverted pendulum system

YU Hao, OUYANG Li, HAO Fei*

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper investigates the event-triggered control for single linear inverted pendulum system from theoretical, simulation and experimental points of view to illustrate the feasibility and practicability of event-triggered control. Firstly, the parameter in event condition was designed based on linear matrix inequality, and the estimation of lower bound of inter-event times was provided. Secondly, the feasibility of theoretical results without quantization is illustrated by Simulink simulations. Finally, the influence of quantization was studied by experiments, which is quite negative on the system with model-based controller. According to the experiment results, the mixed event condition and zero-order-hold controller are more suitable for practical inverted pendulum system. They can guarantee the stability with efficient reduction of communication frequency, which reflects the potential practical value of event-triggered control.

Key words: inverted pendulum; state feedback; event-triggered control; model-based networked control; Simulink simulation

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-24; **Accepted**: 2015-12-18; **Published online**: 2016-01-20 16:54

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160120.1654.005.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61573036, 61174057); Beijing Municipal Natural Science Foundation (4112034); the Fundamental Research Funds for the Central Universities

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82314517　E-mail: fhao@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0637

航天器相对运动地面动力学实验研究

齐彧[1], 孙俊[2,3], 师鹏[1], 赵育善[1,*]

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083; 2. 上海航天控制技术研究所, 上海 200233;
3. 上海市空间智能控制技术实验室, 上海 200233)

摘 要: 研究了航天器相对运动地面动力学实验的构建问题及实验结果的可信性问题。首先利用相似性理论给出了航天器相对运动地面动力学实验的建立方法,而后针对地面实验环境与空间真实环境之间的力学环境差异提出补偿办法,之后针对航天器相对运动地面动力学实验中的干扰因素进行分析并给出相应的补偿策略,然后利用动力学等效性建立航天器相对运动地面动力学实验控制策略,该控制策略中包括力学差异补偿以及实验环境干扰补偿,数值仿真结果与地面实验结果均证明该控制策略能够满足地面实验要求,最后以相似性理论为依托建立相似性度量函数,并利用这一函数证明了航天器相对运动地面实验结果的可信性。仿真结果表明,给出的航天器相对运动地面动力学实验方案可行,其实验结果可信,对地面实验的开展具有重要的参考价值。

关 键 词: 相对运动; 动力学实验; 相似性; 可信度; 线性二次型最优控制
中图分类号: V416.2
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2118-12

随着空间科技的不断发展,航天任务复杂度逐渐增高,越来越多的航天器需要在空间中完成一系列的复杂操作从而完成既定的航天任务。为了确保航天任务的顺利进行与开展,几乎所有的航天器在发射之前均需进行大量的地面实验从而确保空间任务的顺利开展,这些实验包括材料强度实验、机构验证实验、电子电路实验等[1-4]。与数值仿真实验相比,直接利用地面实验设备建立地面动力学实物实验,对于验证航天器控制系统方案设计的正确性以及检验实际控制系统的功能等方面具有不可替代的验证作用[5]。

本文首先利用相似性理论给出真实空间环境中大尺度、长时间的航天器相对运动过程与地面实验环境中小尺度、短时间相对运动动力学实验之间的相似性对应关系,而后利用地面实验设备补偿地面实验环境与空间真实环境之间的动力学差异,然后对于地面实验环境中的干扰力进行详细的分析与建模,并利用相似对应关系给出航天器相对运动地面实验的控制策略,最后建立相似性度量函数从而证明航天器相对运动地面动力学实验结果的可信性。

1 相似性理论

相似性理论是一种通过研究个别现象,从而推知所有与之相似现象特点的科学研究方法。随着科技水平的不断提高,相似性理论的研究取得了很多成果,但是其主要集中于材料、结构、机构以及航天员训练[6-7]等方面,在航天器的动力学问题上应用至今为止非常少。何兆伟等[8]提出利用相似性理论建立航天器地面实验,但是并没

收稿日期: 2015-09-26; **录用日期**: 2015-10-23; **网络出版时间**: 2015-10-29 10:21
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151029.1021.001.html
基金项目: 国家自然科学基金(11572019); 上海航天创新基金(SAST2015078)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82317339 E-mail: yszhao@buaa.edu.cn

引用格式: 齐彧, 孙俊, 师鹏, 等. 航天器相对运动地面动力学实验研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2118-2129.
QI Y, SUN J, SHI P, et al. Research for ground-based astrodynamical experiment for spacecraft relative motion [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2118-2129 (in Chinese).

北航学报 赠阅

有解决地面实验结果的可信度问题。利用地面实验的方法模拟航天器在空间环境中的运动不仅能够更加直观地观察航天器的运行状况,也能够提前对于航天器的运动规律有所了解。

相似性理论的基础是相似三定理[9],通过相似三定理可以建立实验系统的相似准则,从而得到系统原型与实验模型之间的对应关系。对于一般的航天器相对运动动力学过程,描述动力学系统的变量如表 1 所示。

表 1　航天器相对运动地面动力学实验量纲列表

Table 1　Dimensions for spacecraft relative motion's ground-based astrodynamical experiment

物理量	量纲	物理量	量纲
角度 ϕ	$[-]$	速度 v	$[LT^{-1}]$
航天器质量 m	$[M]$	加速度 a	$[LT^{-2}]$
航天器位置 r	$[L]$	力矩 M	$[ML^2T^{-2}]$
周期 P	$[T]$	角速度 ω	$[T^{-1}]$
转动惯量 J	$[ML^2]$	角加速度 α	$[T^{-2}]$
引力系数 μ_E	$[L^3T^{-2}]$	冲量 I	$[MLT^{-1}]$
力 F	$[MLT^{-2}]$	角动量 H	$[ML^2T^{-1}]$

通过表 1 可以发现航天器相对运动地面动力学实验中基本量纲为:质量[M]、长度[L]、时间[T]。相应的,动力学实验过程中任意物理量 A 的量纲均可以由式(1)表示。

$$\dim(A)=\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{L}^{\gamma}\mathrm{T}^{\eta} \tag{1}$$

式中:β、γ、η 称为量纲指数。由 π 定理可知,所有完整的关系式都可以通过无量纲化从而得到相似准则[10]。对于航天器动力学实验而言,共有 14 个物理量,其中无量纲物理量 1 个,基本量纲数量为 3,故可以导出 11 个无量纲数如式(2)所示。

$$\begin{cases}\pi_1=a,\pi_2=\dfrac{J}{mr^2},\pi_3=\dfrac{\mu P^2}{r^3}\\ \pi_4=\dfrac{FP^2}{mr^2},\pi_5=\dfrac{vP}{r},\pi_6=\dfrac{\alpha P^2}{r}\\ \pi_7=\dfrac{MP^2}{mr^2},\pi_8=\omega P,\pi_9=\omega^2P\\ \pi_{10}=\dfrac{IP}{mr},\pi_{11}=\dfrac{HP}{mr^2}\end{cases} \tag{2}$$

式中:π_i 为无量纲数。由相似三定理可知,通过无量纲数可以导出航天器相对运动过程中各变量在空间运动原型与地面实验模型间的比例因子要求,该比例因子要求如式(3)所示。

$$\begin{cases}\lambda_a=1,\lambda_J=\lambda_m\lambda_r^2,\lambda_\mu=\lambda_r^3\lambda_P^{-2},\lambda_F=\lambda_m\lambda_r\lambda_P^{-2}\\ \lambda_v=\lambda_r\lambda_P^{-1},\lambda_a=\lambda_r\lambda_P^{-2},\lambda_M=\lambda_m\lambda_r^2\lambda_P^{-2},\lambda_\omega=\lambda_P^{-1}\\ \lambda_\alpha=\lambda_r^{-2},\lambda_I=\lambda_m\lambda_r\lambda_P^{-1},\lambda_H=\lambda_m\lambda_r^2\lambda_P^{-1}\end{cases} \tag{3}$$

式中:λ_A 为对应于物理量 A 的比例因子。其物理意义为航天器相对运动过程中该物理量与地面动力学实验过程中该物理量的比值。满足式(3)的地面实验模型可以认为与空间中航天器的相对运动完全相似。通过式(3)可以得知,在航天器相对运动地面动力学实验中只需确定质量比例因子 λ_m、周期比例因子 λ_P 以及位置比例因子 λ_r 即可求得地面实验过程中所有比例因子的值,从而确定地面实验模型与空间相对运动之间的对应关系。相似性理论可以将空间中的大尺度运动缩小到地面实验环境中的小尺度运动,而不改变其运动规律,即地面实验中的运动规律完全对应于空间中航天器的真实相对运动。

2　航天器相对运动地面动力学实验建立

相似性理论能够建立航天器相对运动地面动力学实验与航天器空间真实相对运动之间的相似对应关系,进而指导地面实验方案的建立。但是地面实验环境与空间环境存在动力学条件上的差异,这种不同主要表现在地面重力环境与空间微重力环境之间的重力差异以及地面惯性实验环境与空间非惯性力学环境间的惯性力差异,在建立航天器相对运动地面动力学实验的过程中主要体现为动力学方程上的差异。

2.1　力学环境构建

如何利用地面实验设备消除航天器相对运动地面动力学实验与空间相对运动之间的力学环境差异是地面实验开始之前必须解决的问题。在一般性的动力学实验中,需要利用实验设备模拟系统原型的力学环境,进而使得实验模型与系统原型之间满足力学相似条件。对于航天器相对运动地面动力学实验而言,需要利用地面实验设备做到以下两点,方能使得航天器相对运动地面动力学实验与空间航天器真实相对运动之间满足动力学相似:①平衡卫星模拟器重力,建立微重力环境;②施加额外作用力以补偿惯性力。

在此利用气浮平台系统建立航天器相对运动地面动力学实验。图 1 为实验过程中使用的气浮平台系统实物图,该实验系统主要由大理石实验平台以及卫星模拟器两部分组成。

实验过程中卫星模拟器通过平面气浮轴承悬浮于大理石实验平台上,为航天器相对运动地面动力学实验提供理想的微重力实验环境[11]。同时卫星模拟器能够通过喷射气瓶中的压缩气体实现对空间中航天器惯性力的补偿。需要特别指出的是该套地面实验设备的最长实验时间为

北航学报 赠阅



图 1 气浮平台实验系统

Fig. 1 Air-floating testbed employed for experiment

30 min,这在一定程度上限制了周期比例因子的选择,同时气浮平台尺寸为 5 m × 8 m,这在一定程度上限制了位置比例因子的选择。

2.2 航天器相对运动动力学方程

航天器相对运动动力学方程建立在目标航天器轨道坐标系中,该坐标系原点在目标航天器质心,z 轴指向地球球心;x 轴在轨道平面内,垂直于地心与目标航天器质心连线,向前;y 轴垂直于轨道平面,向右。该相对运动方程最早由 Hill 提出故也被称为 Hill 方程[12],其适用范围要求目标航天器在圆轨道或近圆轨道上运动,且不考虑摄动。在航天器相对运动过程中,两航天器的相对距离相对于其轨道高度非常小,两航天器所受到的摄动力如非球形引力摄动、第三体引力摄动、太阳光压摄动和大气引力摄动等大小和方向都基本相同,在得到相对运动方程时两者相减可以抵消。在不考虑摄动的情况下,相对运动方程的具体表达式为[13-14]

$$\begin{cases} \ddot{x}_{\mathrm{r}} - 2\omega\dot{z}_{\mathrm{r}} = a_{\mathrm{rx}} \\ \ddot{y}_{\mathrm{r}} - \omega^2 y_{\mathrm{r}} = a_{\mathrm{ry}} \\ \ddot{z}_{\mathrm{r}} - 2\omega\dot{x}_{\mathrm{r}} - 3\omega^2 z_{\mathrm{r}} = a_{\mathrm{rz}} \end{cases} \tag{4}$$

式中:x_{r}、y_{r}、z_{r} 为主动航天器在目标航天器轨道坐标系中的相对位置;ω 为目标航天器的轨道角速度;a_{rx}、a_{ry}、a_{rz} 为主动航天器控制加速度在目标航天器轨道坐标系 3 个轴上的分量。

为了便于区分空间相对运动与航天器相对运动地面动力学实验过程中的各个变量,本文中下标 r 代表空间中航天器相对运动的变量,下标 t 代表航天器相对运动地面动力学实验过程的变量。为表述方便将式(4)改写成矩阵形式,得到式(5)所示的航天器相对运动方程:

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}} \tag{5}$$

式中:

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} = [x_{\mathrm{r}} \quad y_{\mathrm{r}} \quad z_{\mathrm{r}} \quad v_{\mathrm{rx}} \quad v_{\mathrm{ry}} \quad v_{\mathrm{rz}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}} = [a_{\mathrm{rx}} \quad a_{\mathrm{ry}} \quad a_{\mathrm{rz}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I}_{3\times3} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix}_{6\times6}$$

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix}_{6\times3}$$

$$\boldsymbol{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 3\omega^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式(5)所示方程即为描述航天器相对运动的动力学方程。在航天器相对运动地面动力学实验中,需要在地面实验环境下建立与式(5)满足相似关系的动力学实验。

2.3 航天器相对运动地面动力学实验动力学方程

对于航天器相对运动地面动力学实验而言,其卫星模拟器的运动与其所受到的作用力之间的关系满足经典的牛顿力学关系,为了与式(5)对应,将地面实验动力学方程写成

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{t}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}} \tag{6}$$

式中:

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{t}} = [x_{\mathrm{t}} \quad y_{\mathrm{t}} \quad z_{\mathrm{t}} \quad v_{\mathrm{xt}} \quad v_{\mathrm{yt}} \quad v_{\mathrm{zt}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}} = [a_{\mathrm{xt}} \quad a_{\mathrm{yt}} \quad a_{\mathrm{zt}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{t}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \end{bmatrix}_{6\times6}$$

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix}_{6\times3} = \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}$$

式中:$\boldsymbol{X}_{\mathrm{t}}$ 为卫星模拟器的状态;$\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}}$ 为卫星模拟器所受到的控制加速度。

由于地面实验时间与实验尺寸受到实验环境的限制,故需要利用位置比例因子与周期比例因子建立真实空间中长时间、大尺度的空间相对运动与地面实验环境中的短时间、小尺度的地面实验体运动之间的对应关系,进而得到

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{L}_{\mathrm{rt}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{t}} \tag{7}$$

式中:

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{rt}} = \begin{bmatrix} \lambda_r\boldsymbol{I}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \lambda_r\lambda_P^{-1}\boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix}$$

为了能够在地面环境下建立航天器相对运动地观动力学实验,需要在实验环境中建立与空间相似的力学环境,故将式(6)改写成

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{t}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{X}_{\mathrm{t}} \tag{8}$$

北航学报 赠阅

式中:

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}=-\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3}\\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}_{6\times6}$$

式(8)即为航天器相对运动地面动力学实验的动力学方程,式(8)中等号右边第 1 项代表航天器相对运动方程的地面实验过程,第 2 项代表地面实验过程中模拟空间航天器相对运动所需施加的主动控制力,第 3 项是为了模拟空间中航天器所受惯性力而施加的补偿加速度。

对比式(5)与式(8),可以发现式(8)的前两项与式(5)满足相似关系,这是航天器相对运动地面动力学实验能够开展的前提。两式的区别在于式(8)的最后一项,该项即为地面实验中惯性环境与空间非惯性环境之间差异的体现,故在航天器相对运动地面动力学实验中,需要施加惯性力补偿抵消式(8)中最后一项的影响。

3　地面实验环境干扰因素分析

第 2 节给出利用气浮平台系统建立与空间真实相对运动动力学相似的地面实验方法。然而由于气浮平台系统在实验过程中,不可避免地受到各种干扰因素的影响,这些干扰使得地面实验结果与空间相对运动之间的相似性对应关系受到影响,进而影响地面实验结果的可信度。本节将会针对气浮平台系统各个干扰因素进行详细的分析,并建立主要干扰力的动力学模型,从而为建立航天器相对运动地面动力学实验中的补偿系统打下基础。

3.1　实验环境干扰力

地面实验环境干扰力应在航天器相对运动地面动力学实验开始前予以考虑,例如将气浮平台系统安放于建有隔震地基的地面上以减小地面震动带来的干扰;实验过程中须保证实验场所密闭以减少空气流动以及实验环境温度、湿度变化引起的干扰。上述手段能够将实验环境干扰控制在一定范围内。对于航天器相对运动地面动力学实验而言,实验环境干扰力的影响基本可以忽略。

3.2　侧向干扰力

气浮平台系统的侧向干扰力主要来源于两方面:一是大理石气浮平台台面的粗糙度引起的摩擦阻力,二是大理石气浮平台台面的水平度引起的侧向干扰力[15]。本文所使用的气浮平台系统工作时,平面气浮轴承与大理石平台之间的气膜厚度约为 15 μm,测量结果显示平台粗糙度最大误差 3.10 μm,小于气膜厚度,故可以认为卫星模拟器与气浮平台之间不会存在摩擦力。

在航天器相对运动地面动力学实验开始之前,需要对气浮平台进行调平,从而确保实验平台的水平从而减小侧向干扰力的影响。如果实验平台的平面并非完全水平,则卫星模拟器在自身重力作用下会产生如图 2 所示的侧向干扰力 f_{L}。图中:m_{t} 为地面实验卫星模拟器质量;g 为重力常数;α_{t} 为平台倾角。

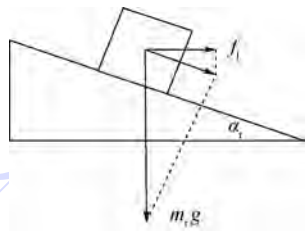


图 2　气浮平台侧向干扰力示意图

Fig. 2　Schematic diagram for lateral disturbance force of air-floating testbed

通过分析得到侧向干扰力大小为

$$f_{\mathrm{L}}=m_{\mathrm{t}}g\sin\alpha_{\mathrm{t}}\cos\alpha_{\mathrm{t}} \tag{9}$$

本文中所使用的气浮平台采用两个辅助支撑点支撑,3 个主动支撑点用螺纹机构调节平台水平,经电子水平仪校准后平台倾角小于 10 μm/m。

3.3　气体黏性摩擦阻力

在卫星模拟器运动时,平面气浮轴承与气浮平台之间存在一层气膜,由于气体具有黏性,则运动时必然受到气膜的黏性摩擦阻力,其表达式为

$$F_{\mu}=-\frac{\mu A_{\mathrm{f}}v_{\mathrm{t}}}{h} \tag{10}$$

式中:μ 为动力黏度,本实验系统使用压缩空气,黏度值为 18.448×10^{-6} Pa·s;A_{f} 为平面气浮轴承面积,其值为 0.004 m^2;v_{t} 为卫星模拟器运动速度,一般情况下,要求卫星模拟器在气浮平台上的运动速度 $v_{\mathrm{t}}<5$ cm/s;h 为平面气浮轴承与气浮平台之间的气膜厚度。

3.4　迎风阻力

卫星模拟器在运动的过程中,将受到迎风阻力的影响,迎风阻力的表达式为

$$F_{\mathrm{d}}=-\frac{1}{2}\rho A_{\mathrm{s}}C_{\mathrm{d}}v_{\mathrm{t}}^2 \tag{11}$$

式中:ρ 为空气密度,其值为 1.205 kg/m^3;A_{s} 为卫星模拟器的迎风面积,经实验测得该套地面实验系统所用卫星模拟器迎风面积为 0.26 m^2;C_{d} 为空气阻力系数,其值为 0.48。

3.5　冷气推力误差

在航天器相对运动地面动力学实验中,卫星模拟器需要利用自身冷气推力系统模拟空间中航天器的控制力,与此同时,该冷气推力系统也用于

北航学报 赠阅

补偿惯性力。由于冷气推力系统的控制阀门存在一定的时延现象,故需要对冷气推力系统的推力偏差进行分析。图 3 为冷气推力系统提供100 mN 推力情况下的实测推力以及仿真推力的变化图。实验过程中,在 100 ms 时给定冷气推力系统持续 500 ms 的开启指令,并要求冷气推力系统输出 100 mN 的额定推力。

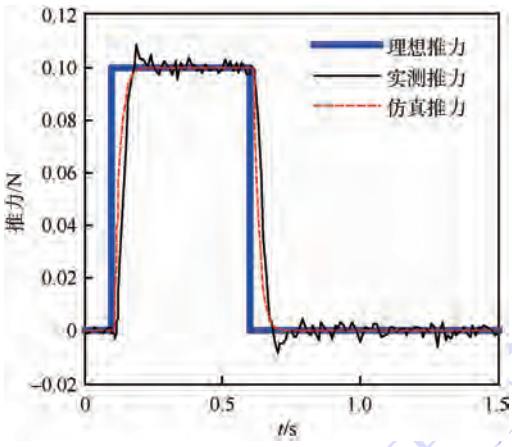


图 3 冷气推力系统实验与仿真结果

Fig. 3 Experiment and simulation results of gas propellant system

由于冷气推力系统是通过电磁阀门控制气体流动从而产生气体推力的推进系统,故在使用过程中电磁阀门的开启与关闭均会产生一定的延时,同时从电磁阀门动作到气体充满管路并产生推力也会经过一定的时间。考虑上述影响因素,本文采用延时环节加惯性环节来模拟冷气推力系统的工作过程,其中电磁阀门延时可以取电磁阀门标定动作时间 10 ms,惯性环节时间常数 τ 通过实验方法测得其值为 18.5 ms。从图 3 中可以看到,利用前述方法建立的仿真推力与实测推力符合较好。

4 航天器相对运动地面动力学实验控制

航天器在空间运行的过程中会受到各种摄动力的影响,从而对相对运动构型造成影响。一般情况下,需采用闭环反馈控制保证航天器相对运动构型的稳定。对于航天器相对运动地面动力学实验而言,地面实验环境亦存在诸多干扰因素,需要建立一种实时反馈控制以保证地面实验结果的正确性。

本节将利用线性二次型最优控制理论建立空间中真实航天器的控制策略,而后利用动力学相似准则建立航天器相对运动地面动力学实验的控制策略,并给出针对地面实验干扰力的补偿策略。

4.1 真实航天器相对运动控制策略

假设在真实空间中,理想情况下航天器的相对运动状态为

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}} = [x_{\mathrm{d}} \quad y_{\mathrm{d}} \quad z_{\mathrm{d}} \quad \dot{x}_{\mathrm{d}} \quad \dot{y}_{\mathrm{d}} \quad \dot{z}_{\mathrm{d}}]^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

实际情况下航天器的相对运动状态为

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} = [x_{\mathrm{r}} \quad y_{\mathrm{r}} \quad z_{\mathrm{r}} \quad \dot{x}_{\mathrm{r}} \quad \dot{y}_{\mathrm{r}} \quad \dot{z}_{\mathrm{r}}]^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

将式(13)与式(12)分别代入式(5)并相减后得到

$$\Delta\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}\Delta\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}} \tag{14}$$

式中:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} - \boldsymbol{X}_{\mathrm{d}}$$

进而得到控制系统的控制方框图如图 4 所示。图中:$\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}$ 代表航天器相对运动过程中各种摄动力的影响;$\boldsymbol{K}$ 为反馈增益矩阵,对于控制系统而言反馈增益矩阵 $\boldsymbol{K}$ 是决定控制系统性能的关键参数。在此利用二次型最优控制算法求解反馈增益矩阵 $\boldsymbol{K}$。

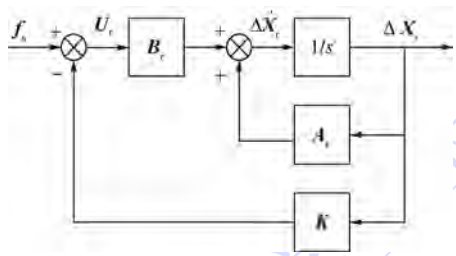


图 4 控制系统方框图

Fig. 4 Control system block diagram

最优控制问题中有一类被称为线性二次型最优控制问题,即 LQR 问题。该问题可以描述为:对于式(14)所示的系统,设计控制律使得如下二次型连续时间代价函数最小[16]。

$$J = \frac{1}{2}\int(\Delta\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\Delta\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}})\,\mathrm{d}t \tag{15}$$

式中:半正定对称矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 代表跟踪误差加权矩阵;正定对称矩阵 $\boldsymbol{R}$ 代表控制矩阵。线性系统的 LQR 控制律的设计步骤如下:首先求解式(16)所示的黎卡提方程式,得到矩阵 $\boldsymbol{P}$,若正定矩阵 $\boldsymbol{P}$ 存在,则表示系统是稳定的[17]。

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm{r}} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{0} \tag{16}$$

求解黎卡提方程后,可以得到其对应的系统反馈增益矩阵:

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \tag{17}$$

最后得到作用于主动航天器的控制加速度。

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}} = -\boldsymbol{K}\Delta\boldsymbol{X}_{\mathrm{r}} \tag{18}$$

4.2 航天器相对运动地面动力学实验控制策略

航天器相对运动地面动力学实验目的在于建立与空间航天器相对运动满足动力学相似的地面

北航学报 赠阅

实验,故地面实验中所使用的控制策略与控制方法必须与空间中航天器所采用的控制方法相同。

在航天器相对运动地面动力学实验中,卫星模拟器所受到的作用力主要有两种:第 1 种作用力是地面实验环境所带来干扰力,包括前述的环境干扰力 F_e、侧向干扰力 f_L、气体黏性摩擦阻力 F_μ 以及迎风阻力 F_d;第 2 种是卫星模拟器上冷气推力系统提供的推力,冷气推力系统是卫星模拟器主动控制力的唯一来源,在航天器相对运动地面动力学实验中冷气推力系统需要对实验体施加 3 种作用力。

1) 地面实验控制力

首先,冷气推力系统需要提供相对运动实验的控制力,为了保证航天器相对运动地面动力学实验与空间真实相对运动的动力学相似性关系,地面实验系统需要使用与空间相对运动完全相似的控制策略,故航天器相对运动地面动力学实验过程中的控制加速度为

$$\boldsymbol{U}_t = -\boldsymbol{K}\Delta\boldsymbol{X}_t \tag{19}$$

由式(19)可以看到,地面实验所使用的控制策略与空间真实相对运动的控制策略完全相同。

2) 地面实验惯性补偿力

由于航天器地面实验与空间真实相对运动之间存在动力学差异,故需要冷气推力系统对惯性力进行补偿。

由式(8)可知,所需的惯性补偿力为

$$\boldsymbol{F}_{tI} = m_t[\boldsymbol{A}_{21} \quad \boldsymbol{A}_{22}]\Delta\boldsymbol{X}_t \tag{20}$$

3) 地面实验干扰补偿力

冷气推力系统还需要对地面实验环境中的部分干扰力进行补偿。对干扰力的补偿是所有地面动力学实验的难点,这是由于干扰力作用形式复杂、不易计算与测量,故其补偿难度较大,补偿精度较低。本文所考虑的 4 种干扰力中,环境干扰力 F_e 与侧向干扰力 f_L 均为实验环境中固有的干扰力,在实验过程中干扰力的大小与方向均呈现随机变化,实验过程中无法计算与测量,故无法对其进行相应的补偿,只能在实验开始之前加以考虑,减小其对地面实验的影响。气体黏性摩擦阻力 F_μ 以及迎风阻力 F_d 都是由于卫星模拟器在气浮平台上运动产生的阻力,故可以通过冷气推力系统进行补偿,相应的气体黏性摩擦阻力的补偿力 $\boldsymbol{F}_{t\mu}$ 以及迎风阻力的补偿力 $\boldsymbol{F}_{td}$ 的表达式分别为

$$\boldsymbol{F}_{t\mu} = \frac{\mu A_f}{h}\boldsymbol{L}_v\Delta\boldsymbol{X}_t \tag{21}$$

$$\boldsymbol{F}_{td} = \frac{1}{2}\rho A_s C_d v_t \boldsymbol{L}_v\Delta\boldsymbol{X}_t \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{L}_v$ 为速度转换矩阵,其具体表达式为

$$\boldsymbol{L}_v = [\boldsymbol{0}_{3\times3} \quad \boldsymbol{I}_{3\times3}]$$

在建立了航天器相对运动地面动力学实验中所需要控制力及各种补偿力的模型之后,可以建立航天器相对运动地面动力学实验的控制系统方框图,如图 5 所示。从图中可以看出,地面实验控制系统需要补偿卫星模拟器的惯性力以及地面实验中的部分干扰力,并提供与空间相对运动满足动力学相似关系的控制力,这些作用力均是通过冷气推力系统加以实现的。假设航天器相对运动地面动力学实验中,补偿力能够精确补偿卫星模拟器所受到的干扰力,则地面实验控制系统与航天器相对运动的控制系统满足动力学相似关系。然而由于地面实验环境中的干扰往往无法做到精确补偿,加之地面实验所使用的冷气推力系统不可避免地存在时延现象,故航天器相对运动地面动力学实验结果不可能与空间真实相对运动满足完全相似的对应关系。

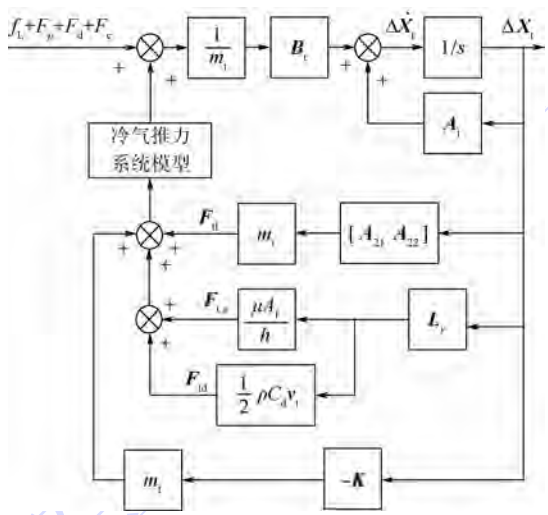


图 5　航天器相对运动地面动力学实验控制系统方框图

Fig. 5　Control system block diagram for ground-based astrodynamical experiment for spacecraft relative motion

5　航天器相对运动地面动力学实验结果

本节以空间航天器相对运动为系统原型,建立航天器相对运动地面动力学实验系统模型,而后利用数值仿真技术模拟地面动力学实验结果并与真实地面实验结果进行对照,最后建立航天器相对运动地面动力学实验的相似性度量函数,并利用这一函数证明地面实验结果的可信性。由文献[18]可知,在无外力作用的情况下,式(5)存在式(23)所示的解析解。

北航学报 赠阅

$$\begin{cases} x_r(t) = \dfrac{2\dot{z}_0}{\omega}\cos(\omega t) + 2\left(\dfrac{2\dot{x}_0}{\omega} + 3z_0\right)\sin(\omega t) - \\ \qquad 3(\dot{x}_0 + 2\omega z_0)t + \left(x_0 - \dfrac{2\dot{z}_0}{\omega}\right) \\ y_r(t) = \dfrac{\dot{y}_0}{\omega}\sin(\omega t) + y_0\cos(\omega t) \\ z_r(t) = \dfrac{\dot{z}_0}{\omega}\sin(\omega t) - \left(\dfrac{2\dot{x}_0}{\omega} + 3z_0\right)\cos(\omega t) + \\ \qquad 2\left(\dfrac{\dot{x}_0}{\omega} + 2z_0\right) \end{cases} \tag{23}$$

主动航天器相对于目标航天器初始状态为

$$\Delta \boldsymbol{X}_{r0} = [x_0 \quad y_0 \quad z_0 \quad \dot{x}_0 \quad \dot{y}_0 \quad \dot{z}_0]^{\mathrm{T}}$$

在设计航天器相对运动构型时，为避免航天器相对运动的发散，令式(23)中长期项为零，得到

$$\dot{x}_0 = -2\omega z_0 \tag{24}$$

将式(24)代入式(23)，从而获得稳定的相对运动规律：

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{2\dot{z}_0}{\omega}\cos(\omega t) - 2z_0\sin(\omega t) + \left(x_0 - \dfrac{2\dot{z}_0}{\omega}\right) \\ y(t) = \dfrac{\dot{y}_0}{\omega}\sin(\omega t) + y_0\cos(\omega t) \\ z(t) = \dfrac{\dot{z}_0}{\omega}\sin(\omega t) + z_0\cos(\omega t) \end{cases} \tag{25}$$

从式(25)中可以看到，满足式(24)要求的航天器在相对运动过程中，x 方向的运动距离与速度均为 z 方向的 2 倍[19]，故航天器在 xz 平面上的相对运动轨迹投影为偏心率 $e = 0.866$ 的封闭椭圆。由于 y 方向上的运动是简谐振动且与 x、z 方向上的运动解耦。故在地面实验中可以不考虑 y 方向的运动，仅对 xz 平面上的运动进行模拟。如果航天器的初始条件进一步满足式(26)，则椭圆的中心为目标航天器。

$$x_0 = 2\dot{z}_0/\omega \tag{26}$$

利用上述推导可以设计满足长期稳定性要求的椭圆绕飞轨迹。表 2 给出的理想初始状态对应的相对运动轨迹为 xz 平面内半长轴为 50 m、偏心率为 0.866 的封闭椭圆。

在航天器相对运动的过程中，主动航天器初始状态可能不满足编队构型的需求。假设初始时刻航天器为表 2 中实际初始状态，则需要利用航天器控制系统能够快速完成对初始状态误差的修正，从而完成相应的航天器相对运动任务。

下面将以表 2 中的航天器相对运动为例，利用第 1 节和第 2 节相似性理论结合现有的地面实验设备建立航天器相对运动地面动力学实验方案。

表 2 航天器相对运动初始参数列表

Table 2 Initial parameter list for spacecraft relative motion

航天器	参数	数值
目标航天器	半长轴/km	7 171
	偏心率	0
	轨道倾角/(°)	90
	升焦点赤经/(°)	70.3
	近地点幅角	
	真近点角/(°)	120
	轨道角速度/(rad·s^{-1})	0.001
	轨道周期/h	1.681 2
主动航天器	理想初始相对位置 x_0/m	0
	理想初始相对位置 z_0/m	25
	理想初始相对速度 v_{x0}/(m·s^{-1})	−0.519
	理想初始相对速度 v_{z0}/(m·s^{-1})	0
	实际初始相对位置 x_0/m	10
	实际初始相对位置 z_0/m	0
	实际初始相对速度 v_{x0}/(m·s^{-1})	0
	实际初始相对速度 v_{z0}/(m·s^{-1})	0

5.1 实验方案

使用图 1 所示的气浮平台系统建立航天器相对运动地面动力学实验方案，该实验系统的详细参数如表 3 所示。

表 3 航天器相对运动地面动力学实验系统参数列表

Table 3 Parameter list for ground-based astrodynamical experiment system for spacecraft relative motion

实验系统	物理量	限制条件
实验环境	实验空间/m^2	5×8
	实验时间 T_t/min	<30
卫星模拟器系统	质量 m_t/kg	86
	迎风面积 A_s/m^2	0.26
	阻力系数 C_d	0.48
	气浮轴承面积 A_f/m^2	0.004
实验平台系统	气膜厚度 h/μm	15
	平台倾斜度/(μm·m^{-1})	<10
冷气推力系统	延时时间/ms	10
	惯性环节时间常数 τ/ms	18.5
	推力精度/mN	<5
	最大推力 F_{max}/N	5
测量系统	位置测量误差/mm	<10
	速度测量误差/(mm·s^{-1})	<1
	采样时间/ms	10

考虑表 2 中航天器相对运动轨迹其最大距离为半长轴的 2 倍，同时完成椭圆相对运动轨迹需要的时间为一个轨道周期，对比表 3 中的实验环境参数，在实验过程中需预留 0.5 m 的安全余量以及 5 min 的实验准备时间，进而得到该实验的位置比例因子与周期比例因子：

$$\begin{cases}\lambda_r = \dfrac{100\ \text{m}}{(8-0.5\times 2)\ \text{m}} = 14.29 \\ \lambda_P = \dfrac{T}{T_t - 5\ \text{min}} = \dfrac{1.6812\ \text{h}}{25\ \text{min}} = 4.03\end{cases} \tag{27}$$

在得到位置比例因子与周期比例因子后，可以建立相应的航天器相对运动地面动力学实验方案。假设地面动力学实验中的等效偏差状态为

$$\Delta \boldsymbol{X}_{\text{et}} = [0.7\ \text{m} \quad -1.75\ \text{m} \quad 0.14\ \text{m/s} \quad 0\ \text{m/s}]^{\text{T}} \tag{28}$$

地面实验中控制系统参数为

$$\begin{cases}\boldsymbol{Q} = 100\boldsymbol{I}_{3\times 3} \\ \boldsymbol{R} = \dfrac{1}{100}\boldsymbol{I}_{6\times 6}\end{cases} \tag{29}$$

利用数值仿真方法可以得到理想情况下航天器相对运动地面动力学实验中卫星模拟器的运行轨迹如图 6 中虚线所示。从图 6 中实验轨迹以及仿真轨迹均可以看出，前述控制方法能够有效地控制航天器相对运动轨迹，快速消除初始误差对于航天器相对运动的影响。仿真结果显示卫星模拟器最大运行速度为 26.3 mm/s，地面实验中最大运行速度为 25.8 mm/s，满足地面实验系统中对于卫星模拟器最大速度的要求。数值仿真的计算结果可以被认为是理想情况下地面实验的实验结果。

所谓的理想情况是指地面实验中各种干扰力均被精确补偿，从而不会对航天器相对运动地面动力学实验结果产生影响，这与数值仿真的假设条件完全相同，故将数值仿真结果作为理想情况下的地面实验是合理的。数值仿真及地面实验中的卫星模拟器位置偏差、速度偏差以及所需的控制加速度如图 7 所示。从图 7 中数值仿真部分可以看到，卫星模拟器在控制系统的作用下，50 s 时其位置偏差小于 1 cm，速度偏差小于 1 mm/s，控制结果收敛。为便于观察，图 7 中仅截取前 70 s 的仿真计算结果。由图7中控制加速度可知，该

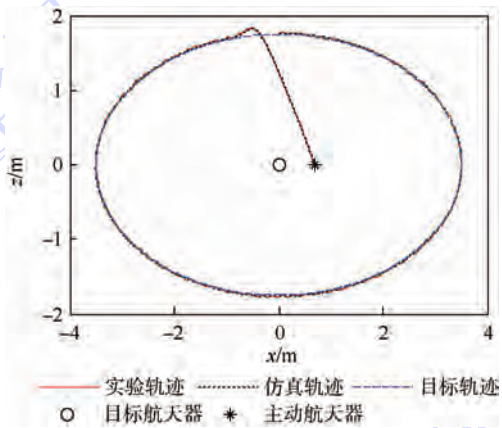


图 6　航天器相对运动地面动力学实验结果及数值仿真

Fig. 6　Experimental result and numerical simulation of spacecraft relative motion's ground-based astrodynamical experiment

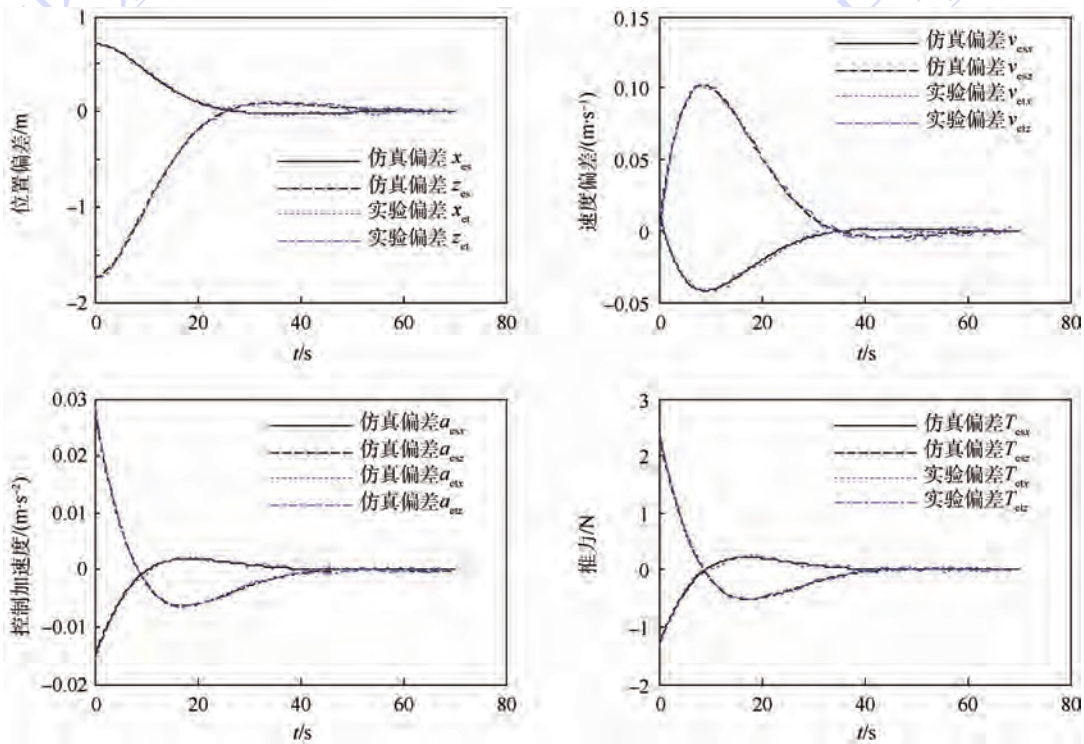


图 7　地面实验结果与数值仿真结果的偏差及控制力变化

Fig. 7　Result errors and control forces of spacecraft relative motion's ground-based astrodynamical experiment and numerical simulation

北航学报 赠阅

航天器相对运动地面动力学实验方案所需的最大加速度发生在初始时刻,这是由于初始时刻的状态偏差最大,故需要施加的控制加速度也最大。实际上地面实验系统的冷气推力系统需要为卫星模拟器提供控制力以及惯性补偿力,故其变化规律与实验所需的控制加速度之间并不满足正比关系,但是相比于控制力,各种补偿所需的推力很小,故冷气系统与控制加速度变化规律基本一致。

从图 7 中地面实验冷气推力系统推力变化可以看到,航天器相对运动地面动力学实验所需最大冷气推力为 2.41 N,小于冷气推力系统能够提供的最大推力,故该地面实验方案可行。

在真实的地面实验环境中,卫星模拟器会受到各种干扰因素的影响。现有的航天器相对运动地面动力学实验中虽然引入了干扰力补偿系统,但是无法做到对各种干扰力的精确补偿。进而导致真实地面实验结果与理想地面实验结果之间产生差异。图 8 为真实地面实验结果与理想地面实验结果之间的差异变化图,为了与图 7 相对应,图 8中同样只仅给出前 70 s 的差异变化。

图 8 中位置误差、速度误差以及控制加速度误差均为地面实验实际结果与理想地面实验结果之间的误差。实验过程中最大位置误差 2.8 cm,最大速度误差 7 mm/s。可以看到真实地面实验过程中卫星模拟器位置与速度均与理想情况下的实验结果偏差不大,由此也再次证明了该航天器相对运动地面动力学实验方案的可行性。图 8 中卫星模拟器位置、速度以及加速度误差,主要来源于实验过程中各种干扰力的作用,同时由于实验观测设备精度所限,也会产生一部分观测误差。

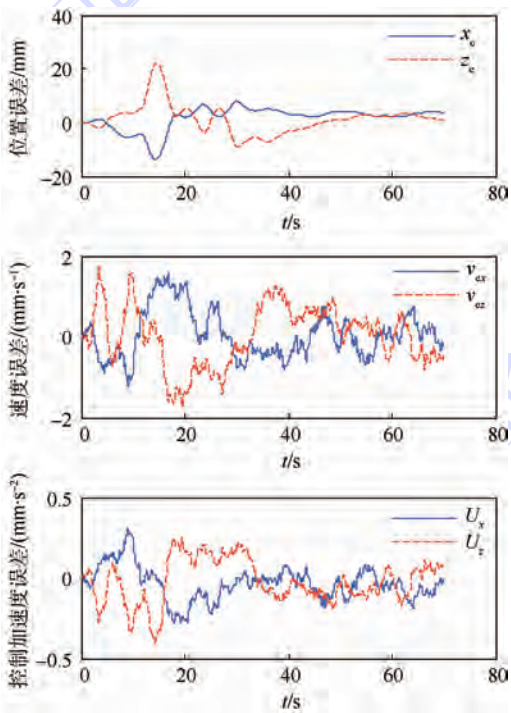


图 8 航天器动力学实验结果误差

Fig. 8 Error of spacecraft relative motion's ground-based astrodynamical experiment result

5.2 实验结果可信性分析

虽然在控制系统的作用下,地面实验轨迹收敛于理想轨迹,但是由于航天器相对运动地面动力学实验中,很多干扰因力的作用呈现随机性,故地面实验过程中的误差不会收敛,需要不断利用控制系统修正这一部分误差,故而地面实验结果可信度如何是地面实验结果分析的关键。对于航天器相对运动地面动力学实验而言,本文建立一种相似性度量函数,用于衡量地面实验结果满足相似性要求的程度,从而证明地面实验结果的可信性。度量地面实验结果的可信程度,实际上就是量化地面实验模型与空间真实相对运动之间的相似性差异。差异越小,则地面实验与空间真实运动之间的相似度越高,进而地面实验过程越贴近真实情况,相应的地面实验结果的可信度越高。在此利用比例因子坐标系中地面实验模型与空间真实运动之间的距离函数作为相似性度量函数衡量地面实验的相似性程度。其表达式为

$$Q=\int_{t_0}^{t_f}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i(t)-S_i)^2}\,\mathrm{d}t \tag{30}$$

式中:t_0 为地面实验的开始时间;t_f 为地面实验的结束时间;t 为当前实验时间;n 为实验中测量状态的个数;S_i 为 t 时刻第 i 个状态变量理想情况下的比例因子值;$\lambda_i(t)$ 为 t 时刻实验过程中第 i 个状态变量的比例因子值。式(30)的物理意义如图 9 所示。为便于理解,图 9 中仅取位置比例因子与速度比例因子加以说明。

在图 9 所示的比例因子坐标系中,与航天器真实相对运动完全相似的理想地面实验其比例因子为常值,对应图 9 中的点 S_0。然而真实地面实验结果无法满足完全相似这一条件,故其比例因

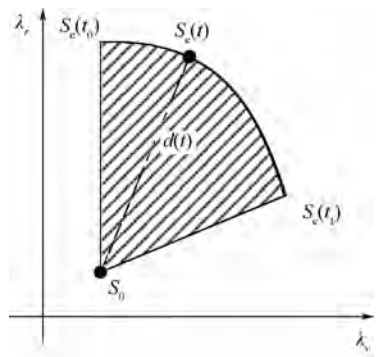


图 9 比例因子坐标系视图

Fig. 9 Coordinate system of scaling factors

北航学报 赠阅

子不再是一个固定的点,而是变成了一条随时间变化的曲线,即图 9 中的 $S_e(t)$。图 9 中的 $d(t)$ 代表 t 时刻航天器相对运动地面动力学实验与理想地面实验之间比例因子坐标系中的“距离”,这一“距离”可以用来衡量 t 时刻地面实验满足相似性的程度,相似性程度越高则“距离”越小。对时间 t 进行积分即得到式(30)所示的相似性度量函数,这一函数可以反映出整个航天器相对运动地面动力学实验与空间真实运动之间的相似性程度。如果地面实验过程与空间真实运动满足完全相似关系,则 $S_e(t)$ 不随时间变化且与 S_0 重合,对应的相似性度量函数的值为零。换而言之,航天器相对运动地面动力学实验的相似性度量函数值越大则其与航天器空间真实相对运动情况的相似性越差,对应的其实验结果可信性越低。

航天器相对运动地面动力学实验中,需要对卫星模拟器的位置$[x_t, z_t]$与速度$[v_{xt}, v_{zt}]$共 4 个状态变量进行测量。在建立相似性度量函数时,可以选用极坐标代替直角坐标,这是由于极坐标中的 4 个状态量均具有不同的量纲,能够综合地反映出航天器相对运动地面动力学实验的相似性程度。极坐标下状态变量与直角坐标下状态变量之间的转换关系为

$$\begin{cases} r = \sqrt{x_t^2 + z_t^2} \\ \theta = \arctan\left(\dfrac{z_t}{x_t}\right) \\ \dot{r} = \dfrac{x_t v_{zt} + z_t v_{xt}}{\sqrt{x_t^2 + z_t^2}} \\ \dot{\theta} = \dfrac{x_t v_{zt} - z_t v_{xt}}{x_t^2 + z_t^2} \end{cases} \tag{31}$$

对应的,采用极坐标的航天器相对运动地面动力学实验的相似性度量函数为

$$Q = \int_{t_0}^{t_f} [(\lambda_r(t) - \lambda_r)^2 + (\lambda_\theta(t) - 1)^2 + (\lambda_r(t) - \lambda_v)^2 + (\lambda_\theta(t) - \lambda_\omega)^2]^{\frac{1}{2}} \mathrm{d}t \tag{32}$$

式(32)综合衡量了航天器相对运动地面动力学实验中的位置比例因子、角度比例因子、速度比例因子以及角速度比例因子的偏差,能够综合地评定地面实验结果与空间真实运动之间的相似性程度。需要注意的是,该相似性度量函数没有单位,但是其具有明确的物理意义。经过计算,得到在表 2 所给出的地面实验系统内,其实验结果的相似性度量函数值为 3.57×10^{-6},由此可见该航天器相对运动地面动力学实验的相似性程度较高,其结果可信度也较高。

假设地面实验结果与数值仿真结果之间误差为最大测量误差,则对应的地面实验结果的相似性度量函数值为

$$Q_{\max} = \int_{t_0}^{t_f} [(\lambda_{r\max}(t) - \lambda_r)^2 + (\lambda_{\theta\max}(t) - 1)^2 + (\lambda_{\dot{r}\max}(t) - \lambda_v)^2 + (\lambda_{\dot{\theta}\max}(t) - \lambda_\omega)^2]^{\frac{1}{2}} \mathrm{d}t \tag{33}$$

式中:$\lambda_{A\max}(t)$代表 t 时刻完全相似模型由最大测量误差所引起的物理量 A 的比例因子偏差。式(33)物理意义表征满足动力学相似条件的航天器相对运动地面动力学实验所得到的最大相似性度量函数值,故可以认为小于这一值的地面实验均为可信的。利用表 2 中的测量误差可以得到 $Q_{\max}$的值为 2.73×10^{-3}。对比航天器相对运动地面动力学实验的相似性度量函数值 Q 与 $Q_{\max}$,可以认为航天器相对运动地面动力学实验与航天器空间相对运动运动之间相似性关系满足较好,故地面实验结果可信。

6　结　论

1) 建立了航天器相对运动地面动力学实验方案,该实验方案考虑了实验环境及实验设备对于实验过程的限制,得到的实验方案具有可行性。

2) 分析了航天器相对运动地面动力学实验过程中的干扰力,建立了干扰力的数学模型,并提出了相应的补偿措施。

3) 建立了航天器相对运动地面动力学实验控制策略,该策略能够有效控制地面实验过程,实验过程位置误差优于 2.5 cm,速度误差优于1.97 mm/s。

4) 利用相似性理论建立了航天器相对运动地面动力学实验结果可信性分析流程,并得到地面实验结果的可信性分析结果。

本文所建立的实验结果可信性分析流程同样适用于其他航天器地面实验结果的分析。

参考文献(References)

[1] REZAEEPAZH J, YAZDI A. Similitude requirements and scaling laws for flutter prediction of angle-ply composite plates[J]. Composites: Part B, 2010, 42(1): 51-56.

[2] TORKAMANI S, NAVAZI H M, JAFARI A A. Structural similitude in free vibration of orthogonally stiffened cylindrical shells [J]. Thin-Walled Structure, 2009, 47(11): 1316-1330.

[3] AKIN D L, HOWARD R D. Telerobotic operations testing in neutral buoyancy simulation [C] // Proceedings 4th Annual Conference on Intelligent Robotic Systems for Space Explora-

北航学报 赠阅

tion. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1992: 42-49.

[4] SINGER S M, AKIN D L. Scheduling robot task performance for a cooperative human and robotic team[J]. Acta Astronautica, 2010, 66(1-2): 102-116.

[5] 崔俊峰,冯咬齐,于丹,等. 航天器动力学环境试验综合测试系统的设计[J]. 计算机测量与控制, 2006, 20(3): 363-364.
CUI J F, FENG Y Q, YU D, et al. The design of intergrated measurement system for spacecraft dynamic environment testing [J]. Computer Measurement and Control, 2006, 20(3): 363-364(in Chinese).

[6] 李大琪,沈均毅,陈宏敏. 航天员呼吸强度的时序模式相似性比较研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(3): 971-976.
LI D Q, SHEN J Y, CHEN H M. Study on similarity comparison of sequential pattern of astronaut's respiratory intensity[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(3): 971-976(in Chinese).

[7] WAKI H, SHIMIZU T, KATAHIRA K, et al. Effects of microgravity elicited by parabolic flight on abdominal aortic pressure and heart rate in rats[J]. Journal of Applied Physiology, 2002, 93(6): 1893-1899.

[8] 何兆伟,师鹏,葛冰,等. 航天器地面实验的相似性分析方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(4): 502-508.
HE Z W, SHI P, GE B, et al. Similitude investigation for ground experiment of spacecraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(4): 502-508(in Chinese).

[9] 周美立. 相似性科学[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 81-154.
ZHOU M L. Similarity science[M]. Beijing: Science Press, 2004: 81-154(in Chinese).

[10] BARNETT R, CHRISTOPHER T. Similarity[M]. New York: McGraw-Hill Professional, 2013: 35-73.

[11] JANA L S, MASON A P, CHRISTOPHER D H. Historical review of air-bearing spacecraft simulators[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(4): 513-522.

[12] GINN J S. Spacecraft formation flight: Analysis of the perturbed J_2-modified Hill-Clohessy-Wiltshire equations[J]. Aerospace Engineering, 2007, 3(3): 193-198.

[13] 赵育善,师鹏. 航天器飞行动力学建模理论与方法[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2004: 181-189.
ZHAO Y S, SHI P. Theory and method for spacecraft flight dynamics modeling[M]. Beijing: Beihang University Press, 2004: 181-189(in Chinese).

[14] WIGBERT F. Automated rendezvous and docking of spacecraft [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003: 342-381.

[15] 许剑,任迪,杨庆俊,等. 五自由度气浮仿真试验台的动力学建模[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 60-64.
XU J, REN D, YANG Q J, et al. Dynamic modeling for the 5-DoF air bearing spacecraft simulator[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(1): 60-64(in Chinese).

[16] 姜静,孟利东. 线性二次型最优控制器的设计[J]. 软件工程与应用, 2014, 3(13): 97-103.
JIANG J, MENG L D. The design of linear quadratic optimal controller[J]. Software Engineering and Applications, 2014, 3(13): 97-103(in Chinese).

[17] HERNANDEZ O, ORTIZ P, HERRERA J. Fractional PID controller with LQR proportional action applied to fractional model of cement rotary kiln[J]. Latin America Transactions IEEE, 2015, 13(1): 37-42.

[18] LOVELL T A, SPENCER D A. Relative orbital elements formulation based upon the Clohessy-Wiltshire equations[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2015, 17(1): 270-278.

[19] 李保军,师鹏,张皓,等. 卫星编队的多脉冲队形重构方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(8): 950-952.
LI B J, SHI P, ZHANG H, et al. Satellites formation reconfiguration with multiple impulses[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35(8): 950-952(in Chinese).

作者简介:

齐彧 男,博士研究生。主要研究方向:航天器地面实验、航天器姿轨控制。

Tel.: 010-82339286

E-mail: 15811425613@163.com

赵育善 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航天器轨道动力学。

Tel.: 010-82317339

E-mail: yszhao@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Research for ground-based astrodynamical experiment for spacecraft relative motion

QI Yu[1], SUN Jun[2,3], SHI Peng[1], ZHAO Yushan[1,*]

(1. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 200233, China;
3. Shanghai Key Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Shanghai 200233, China)

Abstract: This paper proposes a method to build the spacecraft relative motion's ground-based astrodynamical experiment and figures out an approach to prove the reliability of ground-based experimental results. First, the spacecraft relative motion's ground-based astrodynamical experiment is carried out with the help of similarity theory, then the compensation method for making up the dynamical difference between space environment and experimental environment, after that the dynamical model of experimental disturbances is given for further counteract. Second, an experimental control method similar to space control system is designed for controlling the relative motion and compensating the inertia forces, and both the numerical simulation and experimental results show the effectiveness of control system. Finally, a similarity function used for measuring the similarity degree of experimental result will be helpful in proving the reliability of spacecraft relative motion's ground-based astrodynamical experiment. According to the results of simulation, the experimental scheme is available and reliable. This method is helpful for the development of ground-based astrodynamical experiment.

Key words: relative motion; astrodynamical experiment; similitude; reliability; linear quadratic optimal control

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-26; **Accepted**: 2015-10-23; **Published online**: 2015-10-29 10:21
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151029.1021.001.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11572019); Spacecraft Innovation Foundation of Shanghai (SAST2015078)
* **Corresponding author**. Tel.: 010-82317339　E-mail: yszhao@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0613

具有持续侦察时间约束的协同航路规划

朱黔, 周锐*
(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: 为获得目标有效信息,无人机(UAVs)执行侦察任务时针对不同目标所需的持续侦察时间存在一定的差异。本文假设无人机在目标持续侦察过程中保持定直平飞以确保有效侦察,针对至多3个侦察任务重叠的情况,通过几何分析,提出了存在侦察任务重叠情况下的多侦察任务同时侦察方法。在考虑侦察任务重叠和多机协同侦察的同时,以最小化侦察路径长度为性能指标,相邻侦察点间采用 Dubins 曲线进行航路规划,利用引入精英机制的混合粒子群优化算法实现侦察任务序列优化,实现具有持续侦察时间约束的协同航路规划。仿真结果表明提出算法的有效性。

关 键 词: 无人机; 侦察任务重叠; 协同航路规划; 精英机制; 混合粒子群优化算法
中图分类号: TP391
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2130-09

近年来无人机被广泛运用于边界巡逻、目标跟踪及灾难救援等多个领域[1-2],而执行侦察任务也是无人机目前的一个主要应用领域[3]。

无人机执行任务时为有效监控并获得目标信息,应该使目标持续处于侦察传感器的监控范围内,并保持一段时间,即满足一定的持续侦察时间要求。文献[4]利用遗传算法(GA)实现无视线遮挡情况下的最短侦察路径规划;田菁和沈林成[5]针对时敏目标,以最小化未被侦察目标数目和侦察代价为性能目标,采用 Pareto 最优实现侦察序列优化;文献[6]中以单位时间内侦察目标数量作为侦察效能评估指标。上述文章虽充分考虑侦察任务中的各种侦察性能要求,但是却没有考虑侦察任务中对于指定侦察任务存在持续侦察时间的约束,也并未考虑侦察任务重叠的情况。虽然文献[7]中通过设定采样路标的方法来考虑侦察任务重叠的情况,但并未考虑同时完成多个侦察任务。

无人机执行侦察任务可以归结为旅行商问题,旅行商问题是一个著名的 NP 难问题,只能采用启发式算法近似求解,遗传算法[8]、蚁群算法[9]及粒子群[10]等算法都可求解旅行商问题。也有很多改进方法如将贪婪算法和遗传算法相结合,通过自适应调节遗传参数实现 TSP 问题求解[11];利用互信息对蚁群算法中的概率算子增加新的影响因子,实现旅行商问题求解[12]。而多机协同侦察可以归结为多旅行商问题,Yu 等[13]采用两层混合算法求解多旅行商问题,利用 k-means 聚类和改进遗传算法将问题转化为单旅行商问题求解;而利用局部搜索[14]解决多基地多旅行商问题也获得了很好的效果。

本文假设各个侦察点的侦察进入方向由相邻侦察点确定,当侦察进入方向确定后,需要在相邻两个侦察点之间进行航路规划。Dubins[15]证明 Dubins 曲线是满足最大曲率约束和两点航向约束的最短可能路径,并且 Dubins 曲线在目标拦截

收稿日期: 2015-09-18; **录用日期**: 2015-09-30; **网络出版时间**: 2015-11-19 10:38
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151119.1038.011.html
基金项目: 国家自然科学基金(61273349,61175109)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82339232 E-mail: zhr@buaa.edu.cn

引用格式: 朱黔, 周锐. 具有持续侦察时间约束的协同航路规划[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2130-2138.
ZHU Q, ZHOU R. Cooperative path planning with reconnaissance duration time constraints[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2130-2138 (in Chinese).

路径规划[16]、最短时间集结[17]及障碍环境下的最短路径规划[18]等领域中都取得了很好的效果。

本文针对存在至多 3 个重叠侦察任务的情况,通过几何分析,明确提出了多侦察点同时侦察方法;基于相邻 2 个侦察点的位置信息确定当前侦察点的侦察进入方向,并利用 Dubins 曲线完成相邻两个侦察点之间的航路规划。本文将精英机制引入到文献[19]提出的混合粒子群优化(Hybird Particle Swarm Optimization,HPSO)算法,形成具有精英机制的混合粒子群优化(Elite HPSO,EHPSO)算法。利用随机搜索方法初始化粒子群,以最小化侦察路径长度为目标,获取最优侦察任务序列,实现具有持续侦察时间约束的协同航路规划。

1　侦察任务描述

1.1　无人机侦察传感器模型

侦察传感器通常安置在机载万向节上。如图 1所示,万向节系统是一个可三自由度转动的系统,最常采用的是十字轴式,它由两个相交为十字的轴连接而成。设传感器系统万向节两转动轴之间的最大夹角为 θ,不考虑无人机姿态角的变化,传感器在距离地面高度 h 处的探测范围就是以传感器在地平面的投影为圆心、$h\cdot\tan\theta$ 为半径的圆。图中阴影部分为机载传感器可探测区域称为侦察圆,$R_{\text{eff}}=h\cdot\tan\theta$称为有效侦察半径。

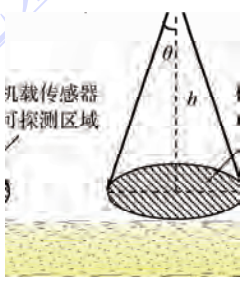


图 1　机载传感器侦察模型

Fig. 1　Airborne sensor reconnaissance model

1.2　具有持续侦察时间约束的任务点侦察

本文假设无人机定高常速飞行,在探测过程中为保证探测传感器稳定,要求执行侦察任务过程中无人机保持定直平飞。由于不同侦察点的属性和价值不同,因而需要的持续侦察时间也不同,需满足如下持续侦察时间约束:

$$t_i \geqslant t_{i\min}=t_{i\text{eff}} \qquad i=1,2,\cdots,M \tag{1}$$

式中:t_i、$t_{i\min}$和 $t_{i\text{eff}}$分别为第 i 个侦察点的持续侦察时间、所需要的最短持续侦察时间和有效持续侦察时间;M 为待侦察的侦察点数目。

由于假设无人机以常速 v_0 定速飞行,式(1)可以转换为如下距离公式:

$$D_i \geqslant D_{i\min}=D_{i\text{eff}}=v_0\cdot t_{i\text{eff}} \qquad i=1,2,\cdots,M \tag{2}$$

式中:D_i、$D_{i\min}$和 $D_{i\text{eff}}$分别为第 i 个侦察点有效侦察距离、所需要的最小有效侦察距离和有效侦察距离。如图 2 所示 O 为待侦察点位置,R_{eff}为有效侦察半径,沿图上路径 D_{eff}的侦察进入方向,即可满足最短持续侦察时间 $t_{\min}$要求,且 R'为此侦察过程中距离目标的最近距离。由于同一侦察点有效侦察距离 D_{eff}不唯一,需做如下假设:

1) 任一侦察点最短持续侦察时间满足约束:$t_{\min}\leqslant 2R_{\text{eff}}/v_0$

2) 有效侦察路径 D_{eff}的进入方向由相邻两个侦察点相对位置确定。对第 i 个侦察点进行侦察,D_{eff}进入方向由第 $i-1$ 和第 $i+1$ 个侦察点确定,侦察进入方向与第 $i-1$ 指向第 $i+1$ 个侦察点的方向一致,且 D_{eff}位于靠近相邻侦察点的一侧。

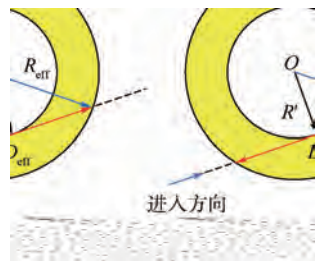


图 2　有效侦察距离

Fig. 2　Effective reconnaissance distance

1.3　侦察任务重叠情况下的同时侦察方案

如图 3 所示,任务点 1、2 的有效持续侦察时间要求分别为 $t_{1\text{eff}}$、$t_{2\text{eff}}$,对应的有效侦察距离为 $D_{1\text{eff}}$、$D_{2\text{eff}}$。由于存在侦察任务重叠,可寻找满足式(3)的有效侦察距离 D_{eff}实现对两个侦察点同时侦察。无人机沿着 D_{eff}进行侦察时,可以在$D'_{1\text{eff}}$完成对 O_1 的侦察,在 $D'_{2\text{eff}}$完成对 O_2 的侦察,同时侦察可以有效缩短持续侦察任务时间。

$$\begin{cases} D'_{1\text{eff}}\geqslant D_{1\text{eff}} \\ D'_{2\text{eff}}\geqslant D_{2\text{eff}} \\ D'_{1\text{eff}}\in z_1=\{(x-a_1)^2+(y-b_1)^2\leqslant R_{\text{eff}}^2\} \\ D'_{2\text{eff}}\in z_2=\{(x-a_2)^2+(y-b_2)^2\leqslant R_{\text{eff}}^2\} \end{cases} \tag{3}$$

由于任意 M 个侦察点随机分布可能存在侦察任务重叠的情况,需进行聚类分析。以各个侦察点的欧式距离为聚类原则,假设任意 M 个侦察点会分成 M'个类,分类结果应满足如下约束:

$$\operatorname{dis}(p_{i_1},p_{i_2})\geqslant 2R_{\text{eff}},\forall i_1\in M'_i,\forall i_2\in M'_j \quad i,j=1,2,\cdots,M';\ i\neq j \tag{4}$$

$$\operatorname{dis}(p_{i_1},p_{i_2})<2R_{\text{eff}},\exists i_1\in M'_j,\forall i_2\in M'_j \quad i_1\neq i_2;\ j=1,2,\cdots,M' \tag{5}$$

式(4)表明任意两个不同类的侦察点之间的距离必定大于 2 倍有效侦察半径;式(5)表明相同类中的任一侦察点肯定存在至少一个侦察点与

北航学报 赠阅

它的距离小于 2 倍有效侦察半径。

为确保能够同时对多个重叠侦察点进行侦察，需同时满足各自的持续侦察时间约束。如图 4 所示，本文针对最多 3 个重叠侦察任务（当超过 3 个侦察点时会出现链式结构，而定直平飞无法穿过所有侦察圆，此时的解决方法是选择尽可能多的重叠侦察任务进行侦察），采用几何分析，提出多侦察任务重叠时同时侦察路径选择方案如下：

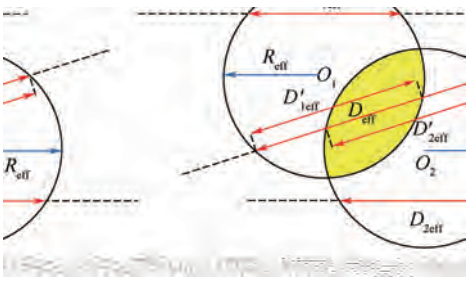


图 3 2 个侦察任务重叠示意图

Fig. 3 Two overlapping reconnaissance missions' s schematic diagram

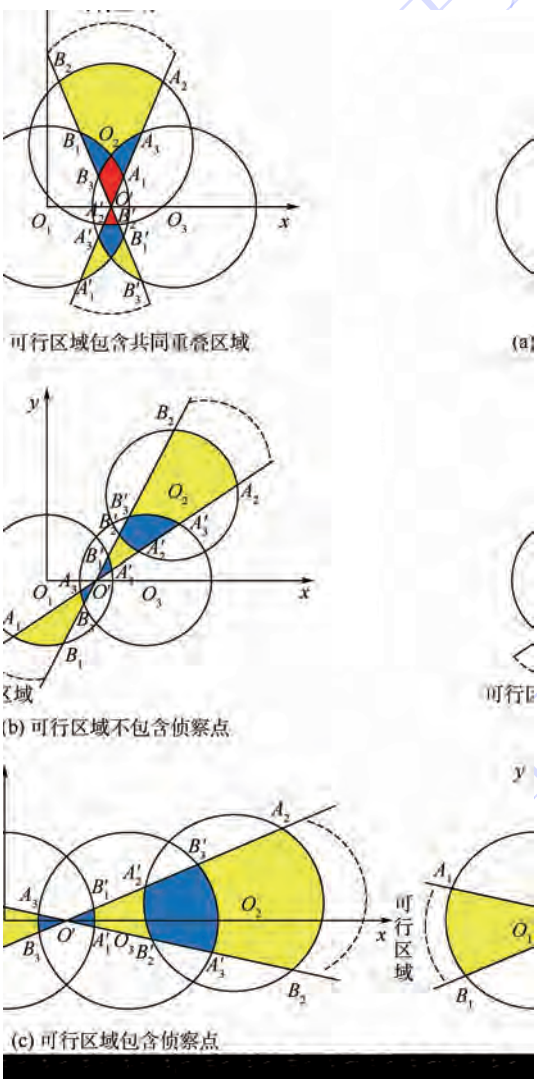


图 4 3 个侦察任务重叠示意图

Fig. 4 Three overlapping reconnaissance missions' s schematic diagram

记侦察圆圆心 O_1、O_3 连线的中点为 O'。3 个侦察圆存在共同重叠区域的情况经坐标旋转如图 4(a)所示，设侦察点 O_2 具有 3 个侦察点中最大持续侦察时间 $t_{2\min}$；如图 4(b)和图 4(c)所示，针对 3 个侦察圆不存在共同重叠区域的情况，设侦察点 O_2 的持续侦察时间 $t_{2\min}$ 大于侦察点 O_1 的持续侦察时间 $t_{1\min}$，侦察点 O_3 的持续侦察时间为 $t_{3\min}$。过 O' 分别做满足与 O_2 侦察圆的相交弦长等于有效侦察距离 $D_{2\text{eff}}=v_0\cdot t_{2\min}$ 的两条直线，与 O_2 分别交于点 A_2、A_2'、B_2、B_2'，直线 $O'A_2$、$O'B_2$ 分别与圆 O_1、O_3 交于点 A_1、A_1'、B_1、B_1'、A_3、A_3'、B_3、B_3'。图中带颜色区域为同时完成侦察任务的可能区域，红色区域为 3 个侦察圆的共同重叠区域，蓝色区域为两个侦察圆的共同重叠区域，黄色区域代表单个侦察圆存在的可行区域。由于要求无人机在执行侦察任务时定直平飞，可以得到如下结论：

结论 1 如图 4(a)三侦察点存在共同可行侦察区域，若满足 $\max(D_{1\text{eff}},D_{3\text{eff}})\leqslant\max(\overline{A_1A_1'},\overline{B_1B_1'})$，则一定存在满足同时侦察的可行路径。

结论 2 如图 4(b)所示，若 3 个侦察任务不存在共同可行侦察区域，且可行区域不含侦察点 O_1 和 O_3，若满足 $\max(D_{1\text{eff}},D_{3\text{eff}})\leqslant\max(\overline{A_1A_1'},\overline{B_1B_1'})$，则一定存在满足同时侦察的可行路径。

结论 3 如图 4(c)所示，侦察可行区域包含侦察点 O_1 和 O_3，则一定存在满足同时侦察的可行路径。

结论 1 和 2 证明：O' 为圆 O_1、O_3 对应的圆心连线的中点，有 $\overline{O'O_1}=\overline{O'O_3}$。利用几何关系可知：圆心 O_1、O_3 到弦 $\overline{A_1A_1'}$ 和 $\overline{A_3A_3'}$ 的距离相等。由于圆 O_1、O_3 半径相等，可得 $\overline{A_1A_1'}=\overline{A_3A_3'}$，同理有 $\overline{B_1B_1'}=\overline{B_3B_3'}$，可知过点 O' 的直线与圆 O_1、O_3 的相交弦都相等，即 O_1、O_3 的有效持续侦察距离恒等。

如图 4(a)和图 4(b)所示，在满足 O_2 持续侦察时间后，可行区域不含有过侦察点 O_1、O_3 的直线。由图上绕 O' 将弦 $\overline{A_1A_1'}$ 旋转至 $\overline{B_1B_1'}$：依据 O_1、O_3 的可行持续侦察距离变化趋势，可选有效持续侦察距离如下：

$$D_{\text{eff}}\in\left[\min(\overline{A_1A_1'},\overline{B_1B_1'}),\max(\overline{A_1A_1'},\overline{B_1B_1'})\right]$$

所以当 $\max(D_{1\text{eff}},D_{3\text{eff}})\leqslant\max(\overline{A_1A_1'},\overline{B_1B_1'})$ 时，就一定存在满足同时侦察的可行路径。 **证毕**

结论 3 证明：基于结论 1 和 2 的证明，且可行区域包含侦察点 O_1、O_3。当侦察路径穿过侦察点 O_1、O_3，其有效持续侦察距离为 $2R_{\text{eff}}$，可知 O_1、O_3 可行侦察区域内的有效持续侦察距离如下：

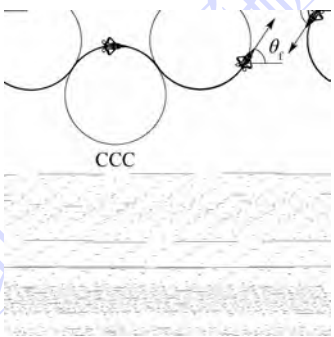
$D_{\text{eff}} \in [\min(\overline{A_1A_1'}, \overline{B_1B_1'}), 2R_{\text{eff}}]$

故一定存在满足同时侦察的可行路径。而存在共同重叠区域的 3 个侦察圆当可行区域包含侦察点的情况是结论 3 的特例,由于篇幅不再证明。

若基于上述方法无法找到满足要求的同时侦察路径,则选取其中两个侦察点进行同时侦察,并对剩余侦察点进行单独侦察。

1.4　相邻侦察任务点间的航路规划

由于侦察进入点位置和方向依据侦察任务序列确定,对应侦察离开方向也唯一确定。所以相邻侦察点之间的航路规划是一个具有起始角度 θ_s 和终端角度 θ_f 约束的路径规划问题。如图 5 所示,文献[15]已证明 Dubins 曲线是满足最大曲率约束和航向约束的两点之间最短路径。Dubins 曲线由直线段和弧线段构成,最短 Dubins 曲线必然是曲线集{LSL, RSR, RSL, LSR, RLR, LRL}中的一种(其中:L 表示左圆弧;R 表示右圆弧;S 表示直线段),并能够准确获得 Dubins 曲线形式和长度。因此本文采用 Dubins 曲线实现相邻侦察点之间的航路规划。



L—直线;C—圆弧。

图 5　Dubins 路径模型

Fig. 5　Dubins path model

2　多机协同侦察航路规划

设共有 M 个侦察点,N 架无人机。每个侦察点满足持续侦察时间约束:

$$t_i \geqslant T_{i\min} \qquad i = 1,2,\cdots,M$$

由于侦察进入点的确定,并尽可能缩短持续侦察时间,将上述约束改为

$$t_i = T_{i\min} \qquad i = 1,2,\cdots,M \tag{6}$$

设每架飞机的初始位置分别为 (x_{i0}, y_{i0}),$i = 1,2,\cdots,N$。

本文对应含有持续侦察时间约束的协同航路规划问题构建模型如下:

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{M} x_{ijk} = 1 \qquad \forall j = 1,2,\cdots,M \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ijk} = 1 \qquad \forall i = 1,2,\cdots,M \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{M} x_{i0k} = 1 \qquad k = 1,2,\cdots,N \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{M} x_{0jk} = 1 \qquad k = 1,2,\cdots,N \tag{10}$$

$$P(x_{iE}, y_{iE}, \theta_{iE}) \xrightarrow[x_{ijk}=1]{D_{ij\min}} P(x_{jS}, y_{jS}, \theta_{jS}) \tag{11}$$

$$\sqrt{(x_{iE} - x_{iS})^2 + (y_{iE} - y_{iS})^2} = v_0 \cdot T_{i\min} \tag{12}$$

设 $x_{ijk} \in \{0,1\}$ 为决策变量,当 $x_{ijk} = 1$ 表明第 k 架无人机执行从第 i 个侦察点到第 j 个侦察点的侦察任务,设 $\boldsymbol{x}_k = \{x_{ijk}\}_{(M+1)\times(M+1)}$ 为第 k 架无人机的决策变量矩阵,$\boldsymbol{\Omega}$ 为当前无人机所有可能决策变量矩阵集合,代表所有可能的侦察任务序列。对应第 k 架无人机的侦察航路长度为

$$L(\boldsymbol{x}_k) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} x_{ijk} \cdot D_{ij\min} + \sum_{j=1}^{M} x_{0jk} \cdot D_{0j\min} + \sum_{i=1}^{M} x_{i0k} \cdot D_{i0\min} \tag{13}$$

无人机在执行任务过程中,考虑最大飞行距离约束如下:

$$L(\boldsymbol{x}_k) \leqslant L_{\text{limit}} \tag{14}$$

式(7)和式(8)表示每个侦察点仅能被一架无人机侦察一次;式(9)和式(10)表示每架无人机初始和结束都要返回各自初始位置;式(11)表示第 k 架无人机从第 i 个侦察结束位置$(x_{iE}, y_{iE}, \theta_{iE})$到第 j 个侦察初始位置$(x_{jS}, y_{jS}, \theta_{jS})$采用 Dubins曲线获得长度为 $D_{ij\min}$ 的最短侦察路径;式(12)表示对应第 i 个侦察点侦察过程中满足相应持续侦察时间约束;式(13)计算第 k 架无人机的整条侦察路径长度,式(14)表示无人机具有最大飞行距离约束。

参考文献[20]以最小化侦察路径长度为设计目标,考虑典型的 3 种协同航路规划性能指标:

1) MinSum 以最小化所有无人机侦察路径长度之和为目标,其性能指标如式(15)所示:

$$\min_{\boldsymbol{x}_i \in \Omega}\left\{\sum_{i=1}^{N} L(\boldsymbol{x}_i)\right\} \tag{15}$$

2) MinMax 以最小化所有无人机侦察路径长度中的最大值为目标,其性能指标如式(16)所示:

$$\min_{\boldsymbol{x}_i \in \Omega}\left\{\max_{i=1,2,\cdots,N} L(\boldsymbol{x}_i)\right\} \tag{16}$$

3) MinAvg 以最小化所有无人机侦察路径长度差值为目标,其性能指标如式(17)所示:

$$\min_{\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j \in \Omega;\boldsymbol{x}_i \neq \boldsymbol{x}_j}\left\{\max_{i,j=1,2,\cdots,N;i\neq j} |L(\boldsymbol{x}_i) - L(\boldsymbol{x}_j)|\right\} \tag{17}$$

3　引入精英机制的混合粒子群算法

参考文献[19]中所提出的混合粒子群优化算法,采用随机搜索的方法初始化粒子群,并引入

北航学报 赠阅

精英机制对算法进行改进。实现对具有持续侦察时间约束的多无人机协同航路规划问题求解。

3.1 编 码

设共有 M 个侦察点,按照顺序对 M 个侦察点进行编号,对应为 $1,2,\cdots,M$。设共有 N 架无人机,对应序号依次为 $1,2,\cdots,N$,修改无人机的编码对应为 $M+1,M+2,\cdots,M+N$。采用单一编码对粒子进行编码。假设共有 8 个侦察点,2 架无人机,则随机生成一个粒子的编码如下:

1	5	8	9	2	7	3	4	6	10

3.2 初始化粒子

通常进化算法都是通过随机生成形成初始种群,初始种群的适应度可能会较差,而这也会对收敛速度造成一定的影响。本文为提高初始粒子适应值,采用随机搜索的方法,初始化粒子群。

首先为各架无人机随机选择一组不重复的侦察点,形成当前侦察点集$\{P_1,P_2,\cdots,P_N\}$,然后在剩余的侦察点中选择各自距当前侦察点距离最近的点,形成最近侦察点集合$\{P'_1,P'_2,\cdots,P'_N\}$,从最近点集合中选取使距离值增加最少的侦察点对应添加到相应无人机侦察序列中,并对应修正当前侦察点集,直到所有的侦察点都添加到侦察序列中,即利用随机搜索方法生成一个初始化粒子。

3.3 交 叉

传统粒子群算法依据个体和群体极值对粒子进行更新,在求解旅行商问题时通过对速度算式重建,通过交换子和交换序实现粒子更新。混合粒子群主要引入遗传算法中的交叉思想,通过当前粒子与个体极值和群体极值分别进行交叉,替代交换子和交换序。选择侦察航路长度的倒数作为粒子适应值,当交叉后的粒子适应值有所改善时,替换原有粒子。具体交叉方法如下。

当前个体粒子信息为:

6	5	3	7	9	2	1	4	8	10

当前个体最优粒子信息为:

1	4	6	9	8	2	7	3	5	10

随机生成交叉位为:4 和 7,对应取出个体最优粒子的待交叉片段如下:

9	8	2	7

相应替换当前粒子对应片段,生成新粒子:

6	5	3	9	8	2	7	4	8	10

考虑待交叉片段中可能包含重复侦察点,需用未包含侦察点对应替换,修正交叉后粒子如下:

6	5	3	9	1	2	7	4	8	10

当交叉后粒子的适应值优于原粒子的适应值时,对应替换原粒子,实现粒子更新。

3.4 变 异

随机生成两个自然数,作为变异位置点,若变异位置点分别为 4 和 7,具体的变异操作如下。

当前个体粒子信息为:

1	4	6	9	8	2	7	3	5	10

变异后的粒子信息为:

1	4	6	7	8	2	9	3	5	10

当变异后的粒子适应值优于原粒子时对应替换原粒子,实现粒子更新。

3.5 精英机制

在很多优化算法中,都会保留精英个体以替代交叉变异后群体中适应值最差的个体,以确保适应值高的精英个体可以得到保留和延续。

当求解空间很复杂并存在多个局部最优解时,基本的粒子群算法很容易收敛到局部最优而无法找到全局最优。基于精英机制[21]的启发,可能部分适应值排在前列的粒子比单一最优粒子具有更好的学习优势,可以提高粒子多样性。引入精英机制是为每一个粒子创建一个个体最优团体,为群体最优粒子创建一个群体最优团体。在每一次迭代循环过程中,精英机制主要体现在交叉过程中。当前粒子分别与个体最优团体中的粒子分别进行交叉,再与群体最优团体中的粒子分别进行交叉,当适应值有所改善时,替换原有粒子,实现粒子更新。引入精英机制可以有效增加粒子多样性,避免过早收敛到局部最优。

3.6 算法结构

如图 6 所示,具有精英机制的混合粒子群算法的基本流程如下:

采用随机搜索方法,添加最近侦察点形成初

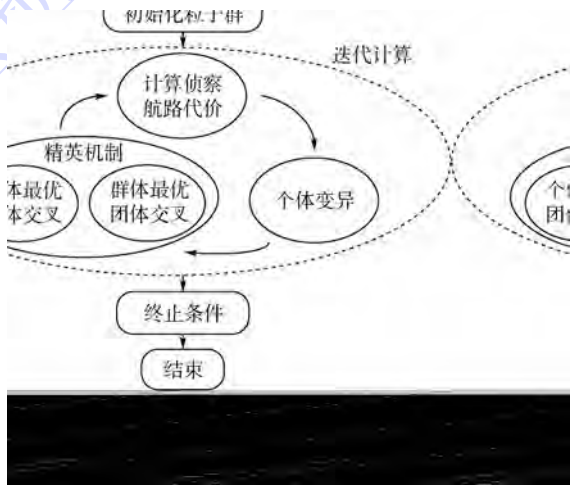


图 6 引入精英机制的混合粒子群优化算法流程

Fig. 6 EHPSO algorithm flow

始侦察序列,实现粒子群信息初始化。

在每个迭代周期,将当前粒子分别与个体和群体最优团体中的粒子进行交叉,并进行个体变异,当适应值有所改善时完成粒子更新。

当满足迭代周期时,获得最优侦察序列信息,实现具有持续侦察时间约束的协同航路规划。

4　仿真对比

仿真实验中,设定一个 5 000 m × 5 000 m 的侦察区域,随机生成具有侦察任务重叠的 20 个侦察点位置和对应持续侦察时间,分别考虑 MinSum、MinMax 和 MinAvg 3 种性能指标,利用两架初始位置分别为(0 m,0 m),(500 m,0 m)的无人机对全部侦察点进行侦察,利用引入精英机制的混合粒子群算法对具有持续侦察时间约束的协同航路规划问题求解。以 MinMax 作为性能指标,并与混合粒子群算法和遗传算法进行对比,具体仿真结果如图 7 ~ 图 10所示,具体仿真参数如表 1 所示。

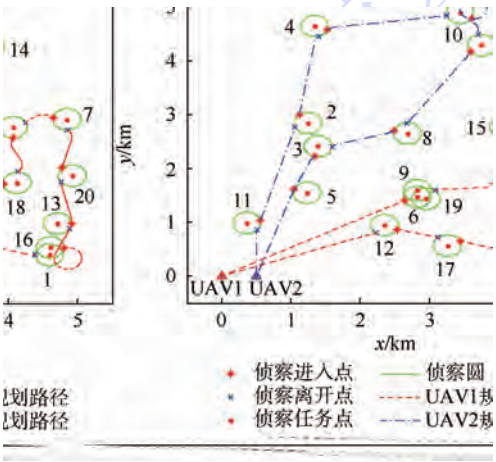


图 7　3 个重叠侦察任务航路规划

Fig. 7　Three overlapping reconnaissance missions' path planning

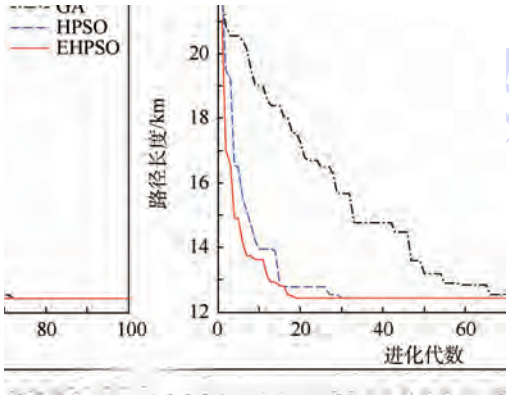


图 8　3 个重叠侦察任务收敛曲线对比

Fig. 8　Three overlapping reconnaissance missions' convergence curves comparison

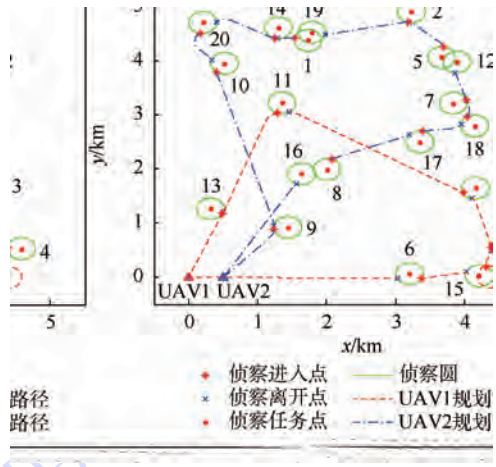


图 9　2 个重叠侦察任务航路规划

Fig. 9　Two overlapping reconnaissance missions' path planning

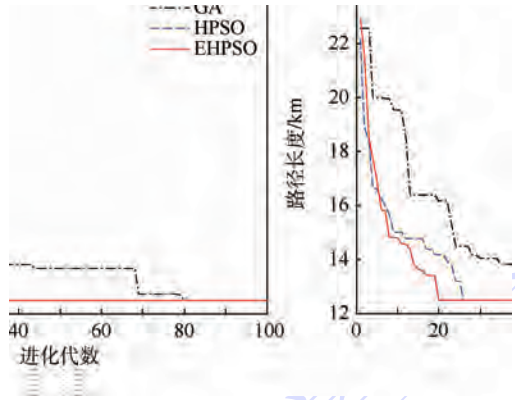


图 10　2 个重叠侦察任务收敛曲线对比

Fig. 10　Two overlapping reconnaissance missions' convergence curves comparison

表 1　仿真参数设置

Table 1　Simulation parameter setting

参数	数值
无人机数量	2
无人机有效侦察半径 R_{eff}/m	200
无人机最小转弯半径 $R_{\min}$/m	200
巡航速度 v_0/(m · s^{-1})	20
最大侦察路径长度 L_{limit}/km	15
迭代步数	50
种群数量 N_{P}	1 000
个体最优团体粒子数 N_{Ep}	3
群体最优团体粒子数 N_{Eg}	2
遗传算法变异概率 P_{v}	0.05
遗传算法交叉概率 P_{m}	0.9

具有精英机制的混合粒子群算法的其余参数设置与混合粒子群一致,参见文献[19]。

4.1　MinMax 性能指标下的协同航路规划结果

由图 7 ~ 图 10 可以看出,无人机在侦察过程中,由侦察进入点进入,保持定直平飞实现目标持续侦察。当存在 3 个或 2 个侦察任务重叠时,利用本文提出算法能够实现对重叠侦察任务同时侦察。

北航学报 赠阅

图 7 中侦察点 6、9、19 3 个侦察任务重叠,侦察点 19 具有最大持续侦察时间为 15.897 3 s,对应持续侦察距离为 317.946 m。而在可行侦察区域选择侦察进入方向时,考虑相邻侦察点位置信息,最终确定的有效持续侦察距离为 346.782 5 m,其他 2 个侦察任务也都满足结论 1 的条件,可以同时完成 3 个重叠侦察任务。相比分别对每个侦察点进行侦察,同时侦察能有效缩短侦察时间。

当相邻侦察点距离很近时为确保获得侦察进入方向,Dubins 曲线会存在一段圆弧确保进入航向,如图 7 的侦察点 10 所示。对应调整无人机最小转弯半径,则对应规划路径也会相应发生变化。

图 8 和图 10 为分别采用 EHPSO、HPSO 和 GA 求解问题时对应的收敛曲线。可以看出,利用随机搜索生成初始化粒子群,采用精英机制对交叉操作进行改进,EHPSO 算法的收敛性和粒子的多样性较比 HPSO 和 GA 都有一定的改善,证明 EHPSO 对本文问题求解的有效性。

4.2 3 种性能指标仿真对比

为验证本文算法的有效性,针对 MinMax、MinSum 和 MinAvg 3 种不同的典型协同航路规划性能指标进行仿真对比,具体的结果如表 2 所示。

表 2 仿真性能对比

Table 2 Simulation performance comparison

情景	性能指标	附加约束	侦察路径长度/km	
			UAV1	UAV2
2 个侦察任务重叠	MinMax	1,2	12.397	12.497
		2	14.686	14.921
	MinSum	1	0	18.681
		1,2	13.674	95.206
	MinAvg	1	30.459	30.459
		1,2	14.953	14.950
3 个侦察任务重叠	MinMax	1,2	12.108	12.419
		2	13.584	13.597
	MinSum	1	0	20.249
		1,2	12.763	11.039
	MinAvg	1	29.405	29.405
		1,2	14.848	14.848

注:附加约束 1 是指考虑侦察任务重叠同时侦察;附加约束 2 是指考虑无人机侦察最大飞行距离。

由表 2 可以看出,采用同时侦察方案较比依次对重叠侦察任务进行分别侦察可有效缩短侦察路径,证明本文提出的同时侦察方案的有效性。针对 MinSum 性能指标,不考虑侦察最大飞行距离时均为一架无人机完成所有侦察任务,造成侦察任务分配不均衡;此时考虑侦察最大飞行距离,则对应两架飞机侦察任务分配较为均衡,以加和最短完成侦察任务;针对 MinAvg 性能指标,若不考虑最大飞行距离,其结果严重依赖初始粒子,随机性很大;考虑最大飞行距离约束,则两架飞机在满足最大飞行距离约束前提下,侦察规划路径长度尽可能接近。针对不同性能指标和附加约束,利用本文提出的 EHPSO 可获得各种性能指标下满意的规划结果,也验证本文提出算法的有效性。

采用 EHPSO 求解本文问题,可能会获得近似最优解,为验证本文提出 EHPSO 算法的有效性,以 MinMax 作为性能指标对以上两组案例分别做 10 组重复试验,具体结果如表 3 和表 4 所示。

表 3 两任务重叠仿真结果统计

Table 3 Simulation result statistics for two mission overlapping

算法	最短距离/km	最长距离/km	平均距离/km	平均收敛步数
GA	12.473	13.460	12.882	79.3
HPSO	12.473	13.409	12.792	27.6
EHPSO	12.473	12.970	12.644	25.5

表 4 三任务重叠仿真结果统计

Table 4 Simulation result statistics for three mission overlapping

算法	最短距离/km	最长距离/km	平均距离/km	平均收敛步数
GA	12.419	13.733	12.669	77.3
HPSO	12.419	13.223	12.657	24.6
EHPSO	12.419	12.830	12.495	21.2

由统计结果可以看出:采用随机搜索初始化粒子群,可以有效提高初始粒子适应值,加快收敛速度;利用精英最优团体取代单个个体和群体最优,与个体粒子分别进行交叉操作,可有效提高粒子多样性,提高算法收敛速度和寻优能力。

5 结 论

主要针对具有持续侦察时间约束的多机协同路径规划问题进行研究。结论如下:

1)提出 3 个以下重叠侦察任务的同时侦察方案,能有效缩短侦察路径长度。基于 Dubins 曲线和侦察点有效侦察路径,完成具有持续侦察时间约束的协同航路规划。

2)采用具有精英机制的改进混合粒子群算法实现侦察序列优化,通过随机搜索初始化粒子群,采用精英机制改进粒子交叉操作,可有效增加粒子多样性,提高算法的收敛速度和寻优能力。

考虑侦察过程中的地形遮挡、三维地形侦察也是作者未来的研究方向。

参考文献(References)

[1] YANG K,KANG Y,SUKKARIEH S. Adaptive nonlinear model predictive path-following control for a fixed-wing unmanned aer-

ial vehicle[J]. International Journal of Control Automation & Systems,2013,11(1):65-74.

[2] CETIN O, ZAGLI I. Continuous airborne communication relay approach using unmanned aerial vehicles[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems,2012,65(1-4):549-562.

[3] GENG L, ZHANG Y F, WANG P F, et al. UAV surveillance mission planning with gimbaled sensors[C]// Control & Automation (ICCA). Piscataway, NJ: IEEE Press,2014:320-325.

[4] OBERMEYER K J. Path planning for a UAV performing reconnaissance of static ground targets in terrain[C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Reston: AIAA,2009.

[5] 田菁,沈林成. 多基地多无人机协同侦察问题研究[J]. 航空学报,2007,28(4):913-921.
TIAN J, SHEN L C. Research on multi-base multi-UAV cooperative reconnaissance problem[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2007,28(4):913-921(in Chinese).

[6] 李响,邢清华,董涛. 无人机编队协同侦察效能研究[J]. 火力与指挥控制,2013,38(10):103-110.
LI X, XING Q H, DONG T. Research on cooperative reconnaissance effectiveness of UAV formation[J]. Fire Control & Command Control,2013,38(10):103-110(in Chinese).

[7] OBERMEYER K J, OBERLIN P, DARBHA S. Sampling-based path planning for a visual reconnaissance unmanned air vehicle [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(2):619-631.

[8] 王剑文,戴光明,谢柏桥,等. 求解 TSP 问题算法综述[J]. 计算机工程与科学,2008,30(2):72-74.
WANG J W, DAI G M, XIE B Q, et al. A survey of solving the traveling salesman problem[J]. Computer Engineering & Science,2008,30(2):72-74(in Chinese).

[9] 宗德才,王康康,丁勇. 蚁群算法求解旅行商问题综述[J]. 计算机与数字工程,2014,42(11):2004-2013.
ZONG D C, WANG K K, DING Y. Review of ant colony algorithm for solving traveling salesman problem[J]. Computer & Digital Engineering,2014,42(11):2004-2013(in Chinese).

[10] 黄岚,王康平,周春光,等. 粒子群优化算法求解旅行商问题[J]. 吉林大学学报(理学版),2003,41(4):477-480.
HUANG L, WANG K P, ZHOU C G, et al. Particle swarm optimization for traveling salesman problems[J]. Journal of Jilin University(Science Edition),2003,41(4):477-480(in Chinese).

[11] 于莹莹,陈燕,李桃迎. 改进的遗传算法求解旅行商问题[J]. 控制与决策,2014,29(8):1483-1488.
YU Y Y, CHEN Y, LI T Y. Improved genetic algorithm for solving TSP[J]. Control and Decision,2014,29(8):1483-1488(in Chinese).

[12] 杜占玮,杨永健,孙永雄,等. 基于互信息的混合蚁群算法及其在旅行商问题上的应用[J]. 东南大学学报(自然科学版),2011,41(3):478-481.
DU Z W, YANG Y J, SUN Y X, et al. Hybrid ant colony algorithm based on mutual information and its application to traveling salesman problem[J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition),2011,41(3):478-481(in Chinese).

[13] YU Q S, WANG D, LIN D M, et al. A novel two-level hybrid algorithm for multiple traveling salesman problems[C]// 3rd International Conference on Swarm Intelligence, ICSI 2012. Heidelberg: Springer Verlag,2012:497-503..

[14] LEVIN A, YOVEl U. Local search algorithms for multiple-depot vehicle routing and for multiple traveling salesman problems with proved performance guarantees[J]. Journal of Combinatorial Optimization,2014,28(4):726-747.

[15] DUBINS L E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents[J]. American Journal of Mathematics,1957, 79(3):497-516.

[16] MEYER Y, ISAIAH P, SHIMA T. On Dubins paths to intercept a moving target[J]. Automatica,2015,53:256-263.

[17] BHATIA A, FRAZZOLI E. Decentralized algorithm for minimum-time rendezvous of Dubins vehicles[C]// American Control Conference. Piscataway: IEEE Press,2008:1343-1349.

[18] WANG Z, LI Y. A target visiting path planning algorithm for the fixed-wing UAV in obstacle environment[C]// 6th IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, CGNCC 2014. Piscataway: IEEE Press,2014:2774-2778.

[19] 史峰. MATLAB 智能算法 30 个案例分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2011:144-149.
SHI F. Analysis of intelligent algorithm in 30 MATLAB cases [M]. Beijing: Beihang University Press,2011:144-149(in Chinese).

[20] SEGUI-GASCO P, SHIN H S, TSOURDOS A, et al. A combinatorial auction framework for decentralised task allocation[C]// 2014 IEEE Globecom Workshops, GC Wkshps 2014. Piscataway, NJ: IEEE Press,2014:1445-1450.

[21] CHEN P H. Two-level hierarchical approach to unit commitment using expert system and elite PSO[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2012,27(2):780-789.

作者简介:

朱黔　男,博士研究生。主要研究方向:多无人机协同控制。
E-mail: ZhuQian@buaa.edu.cn

周锐　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:无人机自主控制、任务规划与管理、多飞行器协同控制等。
Tel.: 010-82339232
E-mail: zhr@buaa.edu.cn

北航学报 赠阅

Cooperative path planning with reconnaissance duration time constraints

ZHU Qian, ZHOU Rui*

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: When performing reconnaissance tasks, unmanned aerial vehicles (UAVs) keep reconnoitering the targets during different reconnaissance time for acquiring effective target information. It is assumed that UAVs fly in a straight line, which is suitable for better reconnaissance results during reconnaissance missions. A new simultaneous reconnaissance scheme was proposed by geometrical analysis for less than or equal to three reconnaissance mission overlapping. For the purpose of minimizing cooperative reconnaissance path length, modified hybrid particle swarm optimization algorithm with elitism mechanism was used to optimize the reconnaissance sequence, and the path planning was implemented between consecutive reconnaissance missions by Dubins path, with consideration of reconnaissance missions overlapping and reconnaissance duration time constraints. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: unmanned aerial vehicle; reconnaissance missions overlapping; cooperative path planning; elitism mechanism; hybrid particle swarm optimization algorithm

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-18; **Accepted**: 2015-09-30; **Published online**: 2015-11-19 10:38

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151119.1038.011.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61273349, 61175109)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82339232 E-mail: zhr@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0632

面向飞机装配的生产规划与调度集成优化研究

赵利民*
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 飞机装配具有环节多、周期长及流程复杂等特点,合理地规划各环节的工作,调度装配过程涉及的资源,对于保证飞机装配的质量和效率具有十分重要的意义。基于飞机装配流程的特点及影响飞机装配效率的主要因素,提出了飞机装配生产规划方法。考虑飞机装配过程中存在的动态问题,基于蚁群算法建立了装配资源的调度集成优化模型,定义了构造图路径与装配作业周期间的映射关系,给出了装配作业周期映射的基本步骤,通过优化人工蚁路径实现了资源调度的优化。

关 键 词: 飞机装配; 生产计划; 调度优化; 蚁群算法; 动态资源问题
中图分类号: V260.6
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2139-07

飞机装配是各装配单元之间相互协调合作而进行的生产过程,其模式以离散生产为主、流程生产为辅,各装配单元在完成规定任务的同时还要保持与其他装配单元间的协调关系。飞机生产环节多、周期长,且具有多品种、多型号和小批量等特点,飞机的装配工艺相对复杂且变更频繁。此外由于各个环节所需的作业时间差别很大,现场加工中存在工位作业时间不均衡等问题。因此,需在保证装配质量的条件下以装配工位数量最小化、工位作业时间平衡化、物流和人力状态均衡化为目标,制定合理的生产计划和生产调度方案,避免在某个装配单元出现"迟滞"或"堆积"状态,实现生产任务和生产资源的合理分配与规划。

Maravelias 和 Sung[1]分析整理了集成调度规划的建模方法,模型主要分为 4 类:①详尽规划模型,模型以子模型描述资源和产品费用的约束,可以直接用于调度的规划;②松弛与聚合规划模型,大型混合整数问题不能直接求解,需要一定的近似,通过移除部分约束或将一些原始模型的决策进行聚合可以实现问题的求解;③离线代理模型,模型通过集中计算可行域的约束和仅与产品目标相关的产品费用,避免了约束集成之后的计算;④混合模型,模型在计算量和准确度之间进行了折衷,模型的前段使用详尽规划模型,后段使用松弛或代理模型。Henriques[2]研究了一种用于过程和产品规划的参数优化模型,模型同时考虑了与技术相关的约束和各服务站基于可支配时间的底层约束。研究结果表明生产率应该限制在最小成本率和最大生产率之间。Sung 和 Maravelias[3]开发了基于完整调度模型的离线方法,该方法可以用于总生产成本的估计。Erdirik-Dogan 和 Grossmann[4]提出了基于两级并行方法的规划模型,模型考虑了旅行商问题(Traveling Salesman Problem, TSP)约束。Wan 等[5]借助仿真手段提出优化方法对供应链关系进行了分析。该方法由代理模型迭代结构组成,可以分析关键决定变量和供应链表现间的关系。Erdirik-Dogan 和 Grossmann[6]研究了连续多产品单加工单元厂房的计

收稿日期: 2015-09-24; **录用日期**: 2015-11-13; **网络出版时间**: 2015-12-08 14:47
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1447.002.html
基金项目: 国家科技支撑计划 (2011BAF13B00)
* **通讯作者**: Tel.: 029-88460773 E-mail: zhaolimin_nwpu@126.com

引用格式: 赵利民. 面向飞机装配的生产规划与调度集成优化研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2139-2145.
ZHAO L M. Production plan and integrated dispatch optimization of aircraft digital assembly [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2139-2145 (in Chinese).

北航学报 赠阅

划和调度,给出了基于连续时间的混合集成线性优化模型。考虑到水平规划的长度增加将导致的计算时间增加,模型中引入了分解算法。Wu 和 Ierapetritou[7]研究了不确定条件下的生产计划与调度集成优化分层方法。Yan 和 Zhang[8]研究了三级制造系统的生产计划与调度集成优化模型,采用基于遗传进化的启发式算法对模型进行了求解。路致远等[9]根据车间和库房的实际情况研究了冲压件成批生产车间生产计划和调度的集成优化问题,提出了一种非线性混合整数规划模型,并给出了基于混合遗传算法的模型求解方法。尚文利和范玉顺[10]考虑调度约束,建立了生产计划与调度集成优化模型用于解决多品种批量生产问题。陈琳等[11]针对汽车装配,提出了车间生产计划和调度的优化方法,采用启发式方法来求解。

规划和调度模型的求解方法较多,大致可以分为两类:

1)逐步分解,将模型进一步的划分为多个层次,之后自顶向下求解[12-13]。逐步分解可以有效地求解大型复杂计划问题,但由于没有考虑具体的能力约束,使得模型的可行性受到了一定的制约。

2)集成优化,根据不同层次约束条件的分析建立整体优化模型。

模型求解有 2 种方法:整体法[14-15]同时考虑不同层次的决策和约束,避免了逐步分解求解得不到可行解的缺点,但是牺牲了一定的计算效率;此外还有集成法[16-17],在求解中参考逐步分解的思想,首先分层求解,之后调整计划,反复形成闭环。采用集成的方法可以兼顾整体法和逐步分解的优点。

飞机装配过程复杂,涉及的部门和环节多,制定装配生产计划十分必要。但同时影响工作进度的原因又较多,需要根据当前的状况对资源和计划进行实时调整。本文考虑多级制造和飞机装配的特点,提出飞机装配生产规划和调度集成优化方法,为飞机装配生产线规划提供理论参考。

1 飞机装配生产规划

飞机装配包括组件装配、部件装配及总装几个阶段,从工作流程和体系结构上分析,装配生产过程也属于多级制造过程。考虑多级制造系统的特点,飞机装配系统需要平衡各阶段的生产装配节拍,减少下层装配系统的库存和上层装配系统的等待时间,保证设备和人员工作的连续性。

1)通过对前 $M-1$ 级制造系统产品最大完工时间的约束实现生产时间的控制,缩短整体生产周期。

$$f_1=\left\{\sum_{m=1}^{M-1}\sum_{n=1}^{N(m)}\sum_{v=1}^{t_{\text{time}}(m,n)}\sum_{h=1}^{W(m,n,v)}e(m,n,v,h)\cdot s(m,n,v,h)\cdot\chi(m,n,v,h)\right\} \tag{1}$$

式中:M 为装配系统总级数,飞机装配从总体上分析分为 3 级,但在组件和部件装配中存在着更为复杂的装配件关系,级数划分应以装配流程为参照;$N(m)$ 为第 m 级并行子系统数,在飞机装配系统的分析中,指可以同时进行,没有相互制约影响的系统数,需根据装配加工对象和工艺流程确定;$t_{\text{time}}(m,n)$ 为第 m 级制造系统第 n 个并行子系统的生产产品类型总数;$W(m,n,v)$ 为第 m 级制造系统的第 n 个并行子系统加工装配的第 v 种产品的生产计划周期数;$e(m,n,v,h)$ 为第 m 级制造系统第 n 个并行子系统加工装配的第 v 种产品在第 h 个生产周期完工时间的调整系数。产品在首次加工装配时,可能存在的问题会集中暴露出来,同时工人的熟练度也较低,该调整系数较高,随着加工批次的增加,返工等情况减少,加工熟练度也有所提高,该系数相应降低;$s(m,n,v,h)$ 为第 m 级制造系统第 n 个并行子系统加工装配的第 v 种产品在第 h 个生产周期的最大完工时间;$\chi(m,n,v,h)$ 为第 m 级制造系统第 n 个并行子系统加工装配的第 v 种产品在第 h 个生产周期的完工费用系数[18]。

2)由于装配制造系统中底层系统库存容易积累,造成牛鞭效应,应尽量减少前 $M-1$ 级制造系统的库存量。

$$f_2=\left\{\sum_{m=1}^{M-1}\sum_{n=1}^{N(m)}\sum_{v=1}^{t_{\text{time}}(m,n)}\sum_{h=1}^{W(m,n,v)}c(m,n,v,h)\cdot u(m,n,v,h)\right\} \tag{2}$$

式中:$c(m,n,v,h)$ 为第 m 级制造系统第 n 个并行子系统加工装配的第 v 种零件在第 h 个生产周期的单件储存费用,不同装配件的储存方法和储存费用不同,对于一些易腐蚀易变性的装配件还存在较大的保养维护费用,因而需要根据具体的存储情况确定费用;$u(m,n,v,h)$ 为零件 v 在第 m 级制造系统第 n 个并行子系统第 h 个生产周期的库存量。

3)缺货会导致之后的工作不能及时进行使得费用增加,加班可以在一定程度上缓解缺货造成的问题,但也会增加加班的费用,因而需要考虑将系统缺货费用和加班费用之和降低。

$$f_3=\left\{\sum_{m=1}^{M-1}\sum_{n=1}^{N(m)}\sum_{v=1}^{t_{\text{time}}(m,n)}\sum_{h=1}^{W(m,n,v)}\left[c_{\text{ex}}(m,n,v,h)\cdot u_{\text{ex}}(m,n,v,h)+c_{\text{lw}}(m,n,v,h)\cdot u_{\text{lw}}(m,n,v,h)\right]\right\} \tag{3}$$

为了避免上级系统加工装配过多的零组件,需要对超出要求数量的零件数进行惩罚,设置 $c_{\text{ex}}(m,n,v,h)$ 为对第 m 级装配系统第 n 个并行子系统第 v 种零件第 h 个生产周期的惩罚费用;相应地,$u_{\text{ex}}(m,n,v,h)$ 为该零件在第 h 个生产周期超出要求的数量;通常缺货造成的装配效率下降更大,故需要设置缺货的惩罚系数 $c_{\text{lw}}(m,n,v,h)$ 以表征第 m 级装配系统第 n 个并行子系统第 v 种零件第 h 个生产周期不满足需求部分的单件惩罚数,相应地 $u_{\text{lw}}(m,n,v,h)$ 为第 m 级制造系统第 n 个并行子系统第 v 种零件第 h 个生产周期的欠产数量。

将上述费用综合考虑,建立目标函数

$$J=\min\{f_1+f_2+f_3\} \tag{4}$$

通过对式(4)的求解即可完成飞机装配生产规划。

2　装配调度集成优化

飞机装配耗时长,流程复杂,影响因素多,生产计划的规划对于宏观计划和指令的制定十分必要。但在具体装配生产中,由于受到各过程进度、各外因作用包括政策要求等实时信息的影响,总体计划框架往往不能完全贯彻执行,需要根据具体生产情况对设备、人员等资源进行安排调整。为了保证调整的合理性,需要根据具体装配作业的特征进行调度集成优化。

合理分配飞机装配过程中各种资源占用的时间,以提高装配生产效率是装配调度集成优化的目标。飞机装配过程中,有些装备和人员需要为多个加工过程提供服务,由于加工过程之间存在相互作用关系,各过程的需求不宜或者不能同时满足,故需进行合理调度。随着生产的进行,这种关系还在不断变化,形成了一个动态的调度问题,因而要不断对计划进行调整。

对于批量生产而言,随着批次的增加,外界的影响因素将逐渐稳定,人员操作逐渐熟练,效率逐渐提高。装配作业调度的主要问题是如何提高人员和设备资源的利用率。批量调度可近似地视为一个平行顺次作业的调度问题。

为了便于分析,需要对装配批量调度问题进行抽象:设存在装配单元 A,装配现场需要对 p 个架次的飞机进行装配加工,装配序列 $T=\{t_1,t_2,\cdots,t_n\}$。作业序列要分别经过 q 个资源服务站(Resource Service Station,RSS)才能完成装配任务。设装配资源服务站为 $\text{RSS}_i\in\text{RSS}$,资源服务站包括设备及人员,每个服务站包含 c_i 个服务单元。批量调度目标要使装配作业的工作周期最短。批量调度要为每项装配作业寻找最合适的资源调配路径。当服务站的服务单元只有 1 项,即 RRS_i 的 $c_i=1$ 时,需要使用该服务单元的工作就需要等待,在单元空闲之后才能进行操作;当服务站的服务单元不只 1 项,即 $c_i>1$ 时,则工作可以在服务单元中进行挑选,选择空闲的单元完成加工操作。

经分析可知,装配作业的路径可以以箭线和节点的方式进行简化。建立箭线模型 $G=\{N,U,D\}$,以节点序列 N 表示资源服务的范围,U 表示包含的资源服务,D 表示周期,箭线表示服务间的关系。如图 1 所示使用箭线式结构图可以明确地表达装配现场资源的获取过程,其中 u 表示资源服务单元。

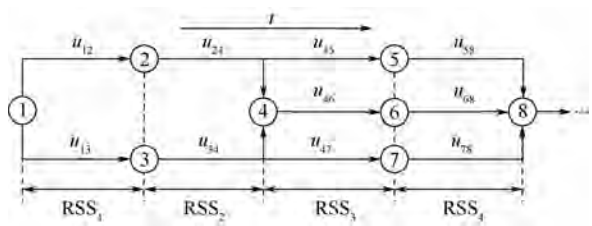


图 1　箭线式资源服务站结构图

Fig. 1　Activity on arrow (AOA) network diagram of service station of resources

由于工人工作熟练度的增加和工艺的完善,飞机装配的工作周期将随着批次的增加而有所降低。若设 $E=\{e_1,e_2,\cdots,e_{c_i}\}$ 为服务单元的工作批次,以如下公式对装配周期进行描述[19]:

$$d(r_i)=\alpha e_i^{\beta} \tag{5}$$

式中:$d(r_i)$ 为当前批次下资源服务单元 r_i 的服务周期;α 为首批作业的工时;β 为变化曲线参数,根据经验,装配所需的工时将按照指数形式随批次数量的增加而逐渐降低,最终该数值将趋于稳定。

蚁群算法可以用于处理上面的调度问题。人工蚁在建立的构造图中运动,通过对人工蚁运动路径的分析,可以得到问题的解,即调度方案。参照 p 架次任务序列 T 构成的任务矩阵 $\boldsymbol{T}_p=(t_{ij})_{n\times p}$ 和资源点网络模型建立装配批量调度过程构造图。用 $\boldsymbol{G}_s=(C,L)$ 表示构造图,其中的节点 c_0 表示初始节点,用各节点 $c_i\in C$ 代表一个作业任务 $t_{ij}\in\boldsymbol{T}_p$,逻辑关系用 L 表示。

人工蚁的运动是随机的,其活动范围被限制在构造图中,运动受到一定的流水约束,如图 2 所

北航学报 赠阅

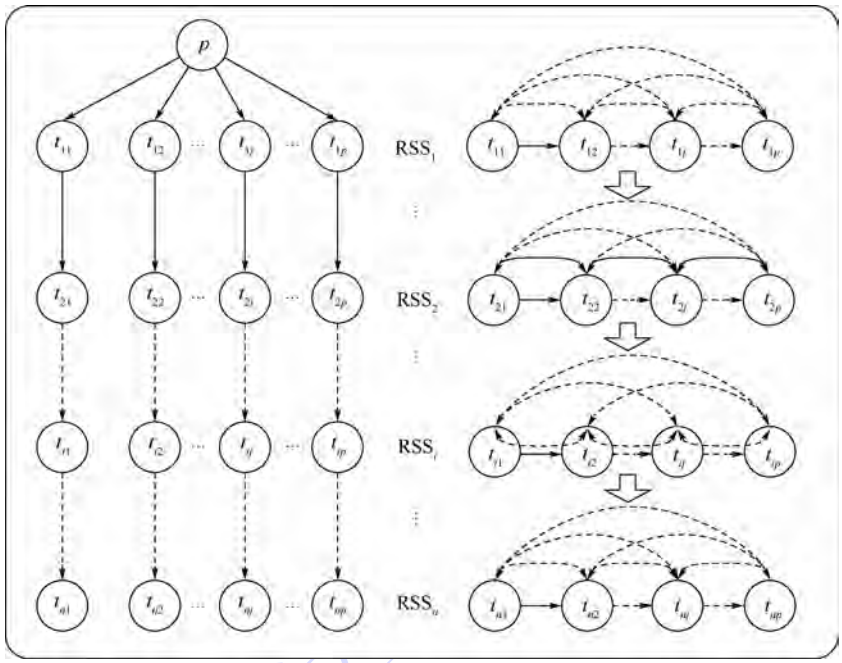


图 2 装配调度的构造示意图

Fig. 2 Schematic diagram of batch scheduling structure of assembly

示。人工蚁最后得到的是一个路径 $\boldsymbol{\pi}$,经过函数 $\varphi(\boldsymbol{\pi})$ 的映射处理可以得到调度方案的解。飞机装配是一连串工作的集合,为此可以将最后一项工作的结束时间作为调度目标。生产计划限制了可行域,因而需要对求得的解进行处理。

人工蚁随机运动过程受到一些因素的影响,包括构造图中其他边的能见度 η_{ij} 和信息素轨迹的强度 τ_{ij}。边的能见度跟执行工作的逻辑关系和资源站服务单元的约束有关,直接决定可行路径的确定。基于阶段式资源服务站提出穿越方案,搜索沿纵向进行,人工蚁可以看到作业相关的边,即该边的能见度为 1,非本服务站的工作能见度则为 0。人工蚁纵向运动完成之后,$t_{ij} \in \mathrm{RSS}_i$ 的路径即被确定,随后人工蚁进行横向运动,按照构造图运动到下一个服务站。如此反复,直到所有的调度工作都完成。能见度定义了可行路径表,人工蚁记录任务节点,经过的节点将被移动到禁忌表中。

式(6)给出了第 k 只人工蚁从点 c_i 到 c_j 的运动规则:

$$c_j = \begin{cases} \arg\ \mathrm{Max}\{\tau_{i,j}^{\alpha} \cdot \eta_{i,j}^{\beta}\} & q \leqslant q_0 \\ \underset{j \in \mathrm{allowed}_k}{} & \\ c_j & q > q_0 \end{cases} \tag{6}$$

式中:q 为随机数,取值范围为[0,1];q_0 比例可变,范围在[0,1]之间。人工蚁在运动过程中会积累信息,这种积累和启发式信息对于人工蚁的路径选择具有一定的作用,设置参数 α 和 β 以表征这种作用。第 k 只人工蚁 t 时刻在构造图中从任务节点 c_i 运动到节点 c_j 的概率用 $P_{ij}^k(t)$ 表示;$\mathrm{allowed}_k$ 为人工蚁可选边的集合。人工蚁之前的选择和知识会对随机过程有一定的影响,因而其路径选择是一个双重决策的过程。q_0 表示路径选择受到知识的影响,q_0 越小,则随机性更强,收敛性越差,但是最优解的获取时间越短。

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \dfrac{\tau_{ij}^{\alpha}(t)\eta_{ij}^{\beta}(t)}{\sum\limits_{s \in \mathrm{allowed}_k} \tau_{is}^{\alpha}(t)\eta_{is}^{\beta}(t)} & j \in \mathrm{allowed}_k \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{7}$$

人工蚁游走的路径长度通过解映射函数 φ 的转换得到最优解。人工蚁产生的路径经函数 φ 转化为装配周期,之后可以检测解是否接近目标函数。

资源的服务时间不等于资源的作业周期,当作业关系比较稳定时,服务单元的数量会对作业周期的长短造成较大的影响。单元数量多的时候,可以并行多个架次,周期相应缩短。而调度序列中任意两个作业间只存在理论上的时差。根据上述分析,规划装配作业周期映射的基本步骤如下。

步骤 1 确定迭代后人工蚁最优路径图边序列:$L_{\mathrm{best}} = \{l_{1,2}, l_{2,3}, \cdots, l_{(n-1),n}\}$,及其对应的节点

序列:$C_{\text{best}}=\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$。

步骤 2　构建资源序列的箭线式网络模型 $G=\{N,U,D\}$。

步骤 3　装配批量调度的起始时间 T_{start},结束时间为 T_{end},且 $T_{\text{start}}=T_{\text{end}}$。

步骤 4　初始化:将资源服务站和服务单元的起始工作时间 $T^{\text{s}}_{\text{RSS}_i}T^{\text{s}}(r_{ij})$ 均置为 T_{start},将资源服务站和服务单元的最后工作结束时间 $T^{\text{e}}_{\text{RRS}_i}T^{\text{e}}(r_{ij})$ 均置为 T_{end}。

步骤 5　根据构造图路径更新装配作业的时间,流程如图 3 所示。

步骤 6　最后输出装配作业周期的序列 $D_{Lbesti}=T^{\text{e}}_{\text{RRS}_i}-T^{\text{s}}_{\text{RRS}_i}$

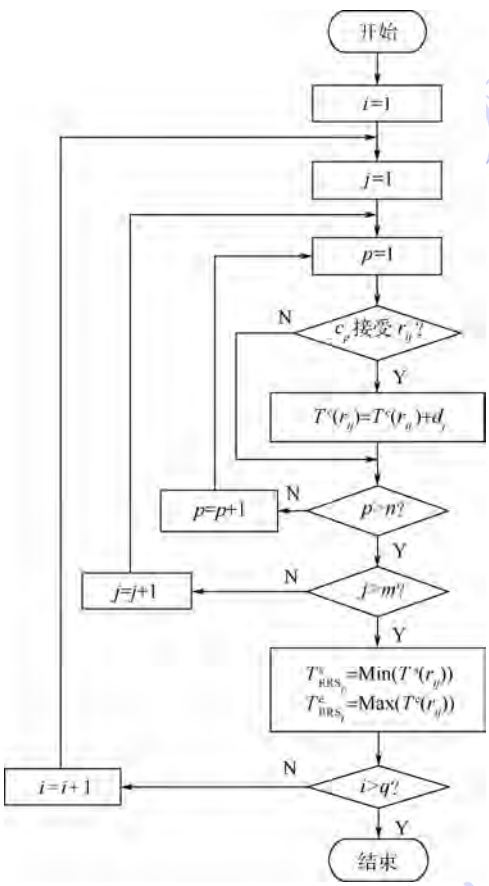


图 3　装配作业时间更新流程图

Fig. 3　Flowchart of assembly time updating

3　实例分析

以某型机襟副翼装配为实例。投产的数量为 10 架次,装配站的资源包括:骨架夹具 2 套、总装夹具 2 套、补铆夹具 2 套及检验夹具 1 套。襟副翼装配任务基本服从串行方式。优化结果如表 1 所示,结果表明所提出的方法可以实现装配作业周期的优化。

表 1　襟副翼装配资源调度优化结果

Table 1　Optimization results of resource dispatch in flaperon assembly

工作	架次 1		架次 10	
	工期	资源	工期	资源
后腹板装配	10.00	骨架装配夹具 A	8.45	骨架装配夹具 B
翼梁装配	8.00	骨架装配夹具 A	6.78	骨架装配夹具 B
铆接骨架托板螺母	6.00	骨架装配夹具 A	5.07	骨架装配夹具 B
装配下壁板	12.00	总装夹具 B	10.16	总装夹具 A
装配上壁板	12.00	总装夹具 B	10.16	总装夹具 A
补铆上下壁板	4.00	补铆夹具 A	3.39	补铆夹具 B
安装尾部型材	15.00	补铆夹具 A	12.70	补铆夹具 B
安装前肋	6.00	补铆夹具 A	5.10	补铆夹具 B
检查外形、偏扭	3.00	检验夹具	2.41	检验夹具

4　结　论

本文针对飞机装配过程,考虑装配工位数量、工位作业时间、物流和人力等因素的影响,提出了生产规划和调度集成优化方法,主要结论如下:

1)飞机装配生产影响因素多,生产和资源调配计划的制定既要考虑静态的生产计划规划又要考虑受外因影响的动态调度。

2)飞机装配是一个多级制造过程,制定合理的飞机装配生产规划即是对生产节拍、零件库存量及缺货加班费等条件所形成的规划问题进行求解。

3)飞机装配调度是考虑了资源的动态问题。针对飞机装配作业周期与工人作业熟练程度有关的特点,建立了基于蚁群算法的装配调度规划模型。应用模型可以给出资源服务站及站内单元的调度方案。

参考文献(References)

[1] MARAVELIAS C T, SUNG C. Integration of production planning and scheduling: Overview, challenges and opportunities [J]. Computers & Chemical Engineering, 2009, 33(12): 1919-1930.

[2] HENRIQUES E. Towards the integration of process and production planning: An optimization model for cutting parameters [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technol-

北航学报 赠阅

ogy,2006,28(1-2):117-128.

[3] SUNG C,MARAVELIAS C T. An attainable region approach for production planning of multi-product processes[J]. AIChE Journal,2007,53(5):1298-1315.

[4] ERDIRIK-DOGAN M,GROSSMANN I E. Planning models for parallel batch reactors with sequence-dependent changeovers [J]. AIChE Journal,2007,53(9):2284-2300.

[5] WAN X,PEKNY J F,REKLAITIS G V. Simulation-based optimization with surrogate models-Application to supply chain management[J]. Computers & Chemical Engineering,2006,29(6):1317-1328.

[6] ERDIRIK-DOGAN M, GROSSMANN I E. A decomposition method for the simultaneous planning and scheduling of single-stage continuous multiproduct plants[J]. Industrial and Engineering Chemistry Research,2007,45(1):1-42.

[7] WU D,IERAPETRITOU M. Hierarchical approach for production planning and scheduling under uncertainty[J]. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 2007, 46(11):1129-1140.

[8] YAN H S,ZHANG X D. A case study on integrated production planning and scheduling in a three-stage manufacturing system [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering,2007,4(1):86-92.

[9] 路致远,严洪森,沈境. 基于 HGA 的冲压车间生产计划与调度的集成优化[J]. 计算机技术与发展,2007,17(3):179-182.
LU Z Y,YAN H S,SHEN J. Integrated optimization of production planning and scheduling based on hybrid genetic algorithm [J]. Computer Technology and Development,2007,17(3):179-182(in Chinese).

[10] 尚文利,范玉顺. 成批生产计划调度的集成建模与优化[J]. 计算机集成制造系统,2005,11(12):1663-1667.
SHANG W L, FAN Y S. Integrated optimization modeling of production planning and scheduling for batch production[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2005, 11(12):1663-1667(in Chinese).

[11] 陈琳,严洪森,刘通,等. 汽车装配线生产计划与调度的集成优化方法[J]. 计算机技术与发展,2009,19(1):134-138.
CHEN L,YAN H S,LIU T,et al. Approaches to integrated optimization of production planning and scheduling on automobile assembly lines[J]. Computer Technology and Development, 2009,19(1):134-138(in Chinese).

[12] BOWERS M R,JARVIS J P. A hierarchical production planning and scheduling model[J]. Decision Sciences, 1992, 23(1):144-159.

[13] QIU M M,FREDENDALL L D,ZHU Z. Application of hierarchical production planning in a multiproduct multi machine environment[J]. International Journal of Production Research, 2001,39(13):2803-2816.

[14] KARIMI B,FATEMI G. The capacitated lot sizing problem: A review of model algorithms[J]. The International Journal of Management Science,2003,31(5):365-378.

[15] 张晓东,严洪森. 一类 Job-Shop 车间生产计划与调度的集成优化[J]. 控制与决策,2003,18(5):581-584.
ZHANG X D, YAN H S. Integrated optimization of production planning and scheduling for a kind of job shop[J]. Control and Decision,2003,18(5):581-584(in Chinese).

[16] LASSERRE J B. An integrated model for job-shop planning and scheduling[J]. Management Science,1992,38(8):1201-1211.

[17] 严洪森,夏琦峰,朱敏如,等. 汽车装配车间生产计划与调度的同时优化方法[J]. 自动化学报,2002,28(6):911-919.
YAN H S,XIA Q F,ZHU M R,et al. Approaches to simultaneous production planning and scheduling in automobile assembly workshops[J]. Acta Automatica Sinica,2002,28(6):911-919 (in Chinese).

[18] 张晓东,严洪森. 多级车间生产计划和调度的集成优化[J]. 机械工程学报,2005,41(9):98-105.
ZHANG X D,YAN H S. Production planning and scheduling of multi-stage workshop[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2005,41(9):98-105(in Chinese).

[19] 陈志祥. 学习曲线及在工业生产运作研究中的应用综述[J]. 中国工程科学,2007,9(7):82-88.
CHEN Z X. Learning curve and its application in production operational research[J]. Engineering Science,2007,9(7):82-88(in Chinese).

作者简介:

赵利民 男,博士研究生。主要研究方向:飞机装配与管理。
Tel.: 029-88460773
E-mail: zhaolimin_nwpu@126.com

北航学报 赠阅

Production plan and integrated dispatch optimization of aircraft digital assembly

ZHAO Limin*

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The aircraft assembly is a long-time complex procedure with multiple steps. In consideration of quality and efficiency demands of aircrafts, it is necessary to reasonably plan the steps and schedule resources, such as devices and workers, in assembly process. Production planning and resource scheduling in aircraft assembly were analyzed in order to change the current inefficient assembly management state. A production planning method was proposed considering the characteristics of aircraft assembly and factors affecting assembly efficiency. As resource scheduling is relatively complex due to the existence of dynamic condition in assembly procedure, an integrated dispatch optimization method, based on ant colony algorithm, was developed for resource scheduling. Mapping relationships between structure chart and assembly cycle are defined to abstract the issue and give path reference for artificial ants, and the basic steps of assembly cycle mapping were also given. By optimizing the move path of artificial ants, resource scheduling could be optimized.

Key words: aircraft assembly; production plan; dispatch optimization; ant colony algorithm; dynamic resource problems

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-24; **Accepted**: 2015-11-13; **Published online**: 2015-12-08 14:47

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1447.002.html

Foundation item: National Key Technology Research and Development Program of China (2011BAF13B00)

* **Corresponding author**. Tel.: 029-88460773　E-mail: zhaolimin_nwpu@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0644

基于权值分配及多特征表示的在线多示例学习跟踪

杨红红，曲仕茹*，米秀秀

（西北工业大学 自动化学院，西安 710072）

摘 要：针对复杂环境下目标跟踪过程中由于遮挡、目标姿势及光照条件变化引起跟踪漂移的问题，提出一种基于多示例学习(MIL)框架的在线视觉目标跟踪算法。该算法针对多示例跟踪算法采用单一 haar-like 特征不能准确描述目标外观变化及在学习过程中对样本包中各正负样本示例采用相同权值，忽略不同正负样本示例在学习过程中对包的重要性不同的特点，采用多特征联合表示目标外观构造分类器，通过将多特征互补特性融入在线多示例学习过程中，利用多特征的互补属性建立准确的目标外观模型，克服在线多示例跟踪算法对目标外观变化描述不足的问题；同时，依据不同正负样本示例对样本包的重要程度进行权值分配，提高跟踪精度。实验结果表明，本文跟踪算法对场景光线剧烈变化、遮挡、尺度变化及平面旋转等干扰具有较强的跟踪鲁棒性，通过对不同视频序列进行测试，文中算法在 5 组测试视频序列上的平均中心位置误差远小于对比增量式学习跟踪，仅为 10.14 像素，其对比算法 IVT、MIL 和 OAB 的中心位置误差分别为 17.99、20.29 和 33.64 像素。

关 键 词：多示例学习；多特征联合表示；权值分配；目标跟踪；分类器
中图分类号：TP391；TP391.4
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2146-09

视觉目标跟踪是指自动估计视频序列中运动目标的移动轨迹，是计算机研究领域的一个重要课题[1]。在视频监控、车辆导航以及人机交互等方面具有广泛的应用，其研究难点在于如何设计一个能有效处理遮挡、光线和尺度变化并具有较强鲁棒性的跟踪方法。

现有的目标跟踪方法主要以生成式跟踪方法和判别式跟踪方法为主。前者[2-6]将跟踪问题视为搜索与目标模型最相似的区域，通过寻找使重构误差最小的区域来跟踪目标；后者[7-10]将跟踪问题视为二分类问题，其通过寻找目标与背景的最佳决策边界，将目标从背景中区分出来。生成式跟踪方法通过提取目标的重要特征建立目标的外观模型，但其在跟踪过程中未考虑目标的背景信息，忽略了许多区分目标与背景的重要信息；因此在背景相对简单的环境中具有较准确的跟踪结果，但当跟踪目标发生遮挡、旋转、尺度变化以及背景杂乱干扰时，其不能准确地建立目标的外观模型，跟踪结果很差；其代表方法主要有增量式学习跟踪 (Incremental learning of Visual Tracing, IVT)算法[2]、特征跟踪(eigen tracker)算法[3]、均值漂移跟踪(mean shift tracker)算法[4]、部件跟踪(fragment-based tracker)算法[5]和基于跟踪分解(Visual Tracking Decomposition, VTD)算法[6]；而

收稿日期：2015-09-30；**录用日期**：2016-01-15；**网络出版时间**：2016-03-15 11:38
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160315.1138.002.html
基金项目：航空科学基金（2012ZC53043）；高等学校博士学科点专项科研基金（20096102110027）；航天科技创新基金（CASC201104）
* **通讯作者**：Tel.：029-88431386 E-mail：qushiru@nwpu.edu.cn

引用格式：*杨红红，曲仕茹，米秀秀. 基于权值分配及多特征表示的在线多示例学习跟踪[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2146-2154. YANG H H，QU S R，MI X X. Tracking approach based on online multiple instance learning with weight distribution and multiple feature representation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2146-2154 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

判别式跟踪在跟踪过程中同时考虑目标及背景的变化信息，在环境发生较大变化时具有较强的鲁棒性，其代表方法主要有在线自适应增强跟踪（Online AdaBoost，OAB）算法[7]、集成跟踪（ensemble tracking）算法[8]、半监督在线自适应增强（semi-online boosting）跟踪算法[9]及多示例学习（Multiple Instance Learning，MIL）跟踪算法[10]。

MIL 跟踪算法作为判别式跟踪算法的典型代表，在视频目标跟踪中获得了很大的成功。2011 年，Babenko 等[10]提出在线 MIL 目标跟踪算法，该算法利用多个样本同时学习，只要样本中包含一个正样本，就能够学习到正确的结果，从而保证分类器正确更新[11]，但该算法中多示例包的构建采用 haar-like 特征[12]，而该特征是一种基于结构的矩形特征，对目标的表达能力有限，只能描述水平、垂直等特定走向的结构，从而当所跟踪目标发生遮挡、尺度及光线变化时不能准确地提取目标信息，影响外观模型的准确建立；其次，该算法在构建分类器的过程中，对所有样本包中的正负样本示例赋予相同的权值，忽略了不同示例包对所跟踪目标的重要程度不同，最终影响算法的跟踪精度[13]。

针对上述问题，提出一种基于 MIL 框架的在线视觉目标跟踪方法，受文献[14-15]的启发，为增强特征表达的能力，针对 MIL 采用单一 haar-like 特征不能准确描述目标外观变化的特点，本文在 haar-like[12]特征的基础上引入梯度直方图（Histogram of Gradients，HOG）[16]特征，图像灰度（intensity）特征作为互补特征构造目标外观模型。通过将多特征互补特性融入在线 MIL 过程中，克服在线多示例跟踪算法在跟踪过程中容易发生目标丢失及不能良好适应目标外观变化的问题；同时，依据各样本包中不同的正负样本示例对跟踪过程的重要性进行相应的权值分配，利用多特征的互补属性建立较为准确的目标外观模型构造相应的分类器；然后采用粒子滤波方法预测目标的位置，通过构造强分类器确定所跟踪目标的位置；最后，利用更新后的目标位置采样下一帧图像序列的正负样本包，用生成的分类器对正负样本包分类，进而跟踪目标。通过对不同的视频序列进行测试，实验结果表明，本文算法能够较好地解决跟踪漂移问题及对目标遮挡、光线变化、尺度变化及平面旋转具有较好的鲁棒性。

1　多特征表示的 MIL 跟踪

1.1　基于 MIL 的正负样本包选取

基于在线学习的目标跟踪将目标跟踪看成二分类问题，因此如何选取正负样本包对后续正确分类至关重要。传统的目标跟踪方法通常选取单个候选区域对目标进行跟踪，容易产生误差的累积，导致目标偏移或丢失。而 MIL 通过采样多候选目标区域生成正负样本包克服单候选目标区域跟踪算法的局限性[10,13]。设目标和背景分别表示正负样本，用 X^+ 和 X^- 表示，其正负样本包选取的具体步骤如下所述。

步骤 1　初始化目标：在起始帧中手动选取待跟踪的目标，确定目标位置 $l_t(x_0)$ 及搜索半径 γ。

步骤 2　选取正负样本包：

以当前目标位置 $l_t(x_0)$ 为中心，α 为半径采集 N 个正样本示例构成正样本包 $X^+ = \{x \mid \|l_t(x) - l_t(x_0)\| < \alpha\}$。

同理，以当前目标位置 $l_t(x_0)$ 为中心，半径为 $\alpha < \xi < \beta$ 的区域内随机选取 L 个负示例构成负样本包 $X^- = \{x \mid \xi < \|l_t(x) - l_t(x_0)\| < \beta\}$。

步骤 3　使用正负样本包更新分类器 $H_K(\cdot)$。

步骤 4　对于 $t+1$ 帧图像，以第 t 帧的目标位置为中心，半径为 γ 的区域内采集样本示例，并用之前训练的分类器寻找具有最大置信度的样本 x^*，即 $x^* = \arg\max p(y=1 \mid x)$；以 x^* 位置 $l(x^*)$ 作为 $t+1$ 帧中目标的位置。

步骤 5　基于新的目标位置 $l(x^*)$，重复上述过程，获得下一帧目标的正负样本包 X^+ 及 X^-，并对示例样本赋予相应的类别标签，$y = \{0,1\}$，$y=1$ 表示示例样本 x 为正示例，属于目标；反之 x 为负示例，属于背景。

1.2　基于多特征联合表示的目标外观模型

基于单一特征的跟踪在目标外观模型发生较大变化时显示出很多的局限性[10,17]。不同的特征对目标的描述能力不同，而单一的特征对目标的描述能力有限[18]。传统的 MIL 跟踪算法仅采用单一的 haar-like 特征描述目标外观，由于 haar-like 特征定义为黑色矩形所有像素值之和减去白色区域所有像素值之和[12]，这种矩形特征能反映图像局部的灰度变化。对目标的表达能力有限，只能描述水平、垂直等特定走向的结构，因此仅使用 haar-like 特征描述目标外观其判别能力有限。从而降低分类器的分类性能，以致影响算法的跟

北航学报 赠阅

踪效果[19]。针对上述问题,受文献[18,20]的启发,为了增强特征的表达能力,本文联合图像的灰度特征、haar-like 特征及 HOG 特征来构造目标的外观模型。HOG 特征描述了图像局部区域的梯度强度和梯度方向的分布情况,该特征对光照和局部几何变化都具有较强的鲁棒性。而基于 MIL 的跟踪主要是在灰度级图像上进行的,而灰度特征能在灰度级图像上较好地保留图像的原始信息。因此,本文引入 HOG 特征和灰度特征的主要目的是为了补偿 haar-like 特征的不足,在 haar-like 特征表现较差的区域 HOG 特征得到较好的结果。基于此,本文提出一种基于多示例跟踪框架的多特征联合表示及考虑权值分配的目标跟踪方法。该方法充分利用不同特征在目标描述能力方面的互补特性,克服了传统 MIL 跟踪算法采用单一特征进行目标描述时表现出的局限性。

首先,经过 1.1 节方法提取获得 N 个正样本示例$\{x_{1j}, j=0,1,\cdots,N-1\}$和 L 个负样本示例$\{x_{0j}, j=N,\cdots,N+L-1\}$,由此构成两个正负样本包$\{X^+, X^-\}$。然后,对该样本包中所有的示例分别提取其 HOG 特征、haar-like 特征和灰度特征。对于正负样本包中的每个示例,提取其 HOG 特征$f_{\mathrm{HOG}}=(v_1,v_2,\cdots v_{N-1},v_N,\cdots v_{N+L-1})$、haar-like 特征$f_{\mathrm{haar}}=(u_1,u_2,\cdots u_{N-1},u_N,\cdots u_{N+L-1})$及灰度特征$f_{\mathrm{intensity}}=(q_1,q_2,\cdots q_{N-1},q_N,\cdots q_{N+L-1})$。由每个示例的 HOG、haar-like 及灰度特征所组成的特征样本集$f(x)=\{f_{\mathrm{HOG}},f_{\mathrm{haar}},f_{\mathrm{intensity}}\}$构造目标的外观模型。

1.3 基于权值分配的多示例分类器

由 MIL 跟踪算法定义[10],若包中含有一个正示例即认为是正样本,若包中不存在正示例即认为负样本;其不区分所采集的多个正负样本包,对所有的示例赋予相同的权值,忽略示例间的差异性,从而使分类器的分类性能下降,造成跟踪漂移等问题。针对此问题,本文在正负样本包概率的计算中,考虑各示例对包的重要程度并赋予相应的权值;依据 Bhattacharyya 系数计算不同正样本示例与目标之间的相似性衡量其对样本包的重要程度,从而进行相应的权值分配。

1.3.1 正样本包的权值分配

本文在正负样本包概率的计算中,权值分配以各示例所提取的 3 种特征与当前目标 3 种特征之间的相似度来决定。设样本 x_{10} 为当前帧的目标位置,其相似度采用 Bhattacharyya 系数 ρ 来度量[21],即

$$\begin{cases} f_{\mathrm{HOG}}^{10,j}=\rho(f_{\mathrm{HOG}}^{10},f_{\mathrm{HOG}}^{j})=\sqrt{f_{\mathrm{HOG}}^{10}\cdot f_{\mathrm{HOG}}^{j}} \\ f_{\mathrm{haar}}^{10,j}=\rho(f_{\mathrm{haar}}^{10},f_{\mathrm{haar}}^{j})=\sqrt{f_{\mathrm{haar}}^{10}\cdot f_{\mathrm{haar}}^{j}} \\ f_{\mathrm{intensity}}^{10,j}=\rho(f_{\mathrm{intensity}}^{10},f_{\mathrm{intensity}}^{j})=\sqrt{f_{\mathrm{intensity}}^{10}\cdot f_{\mathrm{intensity}}^{j}} \end{cases} \tag{1}$$

式中:f^{10}为当前目标的特征;j 为第 j 个示例。

则正样本包的概率为

$$p(y=1\mid X^+)=\sum_{j=0}^{N-1}w_{j0}p(y_1=1\mid x_{1j}) \tag{2}$$

式中:$p(y=1\mid x)=\sigma(H_K(x))$为样本 x 的后验概率,$H(\cdot)$为强分类器;$p(y_1=1\mid x_{1j})=\sigma(H_K(x_{1j}))$为样本 x_{1j}的后验概率;权值 w_{j0}定义为

$$w_{j0}=\frac{1}{c}\mathrm{e}^{-\max(\{f_{\mathrm{HOG}}^{10,j},f_{\mathrm{haar}}^{10,j},f_{\mathrm{intensity}}^{10,j}\})} \tag{3}$$

因此,本文正样本示例的权值分配依据其对包概率的重要程度决定。正样本包的概率与所描述示例的特征在前后帧中的相似度有关,相似度大的特征对包概率的贡献程度大,相似度小的特征对包概率的贡献程度小;当目标外观发生较小变化时,各特征在前后帧之前的变化较小,故而各特征都具有较高的相似度;反之,目标外观发生剧烈变化时,各特征在前后帧中发生较大的变化。如,当目标发生遮挡时,haar-like 特征对遮挡具有较强的鲁棒性,其在前后帧中的变化较小,具有较高的相似度,而 HOG 特征和灰度特征对遮挡敏感,在前后帧中发生较大的变化,其具有较小的相似度;当目标发生姿势及尺度变化时,HOG 特征能够较好地适应这种变化,因此其具有较高的相似度,而 haar-like 特征和灰度特征不能适应目标的这种变化,故而其具有较小的相似度。因此本文通过联合 haar-like、HOG 及灰度特征对目标外观进行建模,并依据其描述目标能力的大小进行相应包概率权值的分配,有效克服传统方法 MIL 的不足,提高算法跟踪的准确性。

1.3.2 负样本包的权值分配

由于负包中的示例与当前帧中的目标位置较远,其包中各示例与所跟踪的目标有很大的区别,故而可以认为其对目标跟踪结果的影响较小。因此可视负包中各示例对包具有相同的重要性,在进行负包概率计算时采用恒定的权值分配策略,即

$$p(y=0\mid X^-)=\sum_{j=N}^{N+L-1}wp(y_0=0\mid x_{0j})=$$
$$w\sum_{j=N}^{N+L-1}(1-p(y_1=1\mid x_{1j})) \tag{4}$$

式中:w 为一常数。

1.3.3 分类器构造

基于上述正负样本权值分配策略,可获得正

北航学报 赠阅

负样本包的 log-likelihood 函数为

$$\ell(H)=\sum_{s=0}^{1}\left\{y_s\ln\left(\sum_{j=0}^{N-1}w_{j0}p(y_1=1\mid x_{1j})\right)+(1-y_s)\ln\left[\sum_{j=N}^{N+L-1}(1-p(y_1=1\mid x_{1j}))\right]\right\}\tag{5}$$

对于所采集的正样本包 X^+ 采用贝叶斯估计理论计算其后验概率：

$$p(y=1\mid x)=\frac{p(x\mid y=1)p(y=1)}{\sum_{y\in\{0,1\}}p(x\mid y)p(y)}=\sigma\left[\ln\left(\frac{p(x\mid y=1)p(y=1)}{p(x\mid y=0)p(y=0)}\right)\right]\tag{6}$$

式中：$\sigma(z)=1/(1+e^{-z})$ 为 sigmoid 函数；$y\in\{0,1\}$ 为 x 样本的二值标签。

由每个样本的特征所组成的特征样本集 $f(x)=\{f_{\text{HOG}},f_{\text{haar}},f_{\text{intensity}}\}$ 构成目标的外观模型，根据样本示例 x 所提取的特征向量 $\boldsymbol{F}(x)=(f_1(x),f_2(x),\cdots,f_K(x))$ 建立分类器表示目标的外观模型，即

$$H_K=\ln\left(\frac{p(f(x)\mid y=1)p(y=1)}{p(f(x)\mid y=0)p(y=0)}\right)=\sum_{k=1}^{K}h_k(x)\tag{7}$$

其中：$h_k(\cdot)$ 为弱分类器，其生成规则为

$$h_k=\sum_{m=1}^{3}\ln\left(\frac{p(f_k^m(x)\mid y=1)}{p(f_k^m(x)\mid y=0)}\right)\tag{8}$$

式中：$f_k^m(x)=\{f_{\text{HOG}}^{10,j},f_{\text{haar}}^{10,j},f_{\text{intensity}}^{10,j}\}$，$m=1,2,3$。$h_k(\cdot)$ 服从 Gaussian 分布，即 $p(f_k^m(x_{ij})\mid y_i=1)\sim N(\mu_1,\sigma_1)$ 和 $p(f_k^m(x_{ij})\mid y_i=0)\sim N(\mu_0,\sigma_0)$，则 μ_1 和 σ_1 的更新规则为

$$\mu_1=\eta\mu_1+(1-\eta)\bar{\mu}\tag{9}$$

$$\sigma_1=\left[\eta(\sigma_1)^2+(1-\eta)\frac{1}{N}\cdot\sum_{j=0\mid y_i=1}^{N-1}(f_k(x_{ij})-\bar{\mu})^2+\eta(1-\eta)(\mu_1-\bar{\mu})^2\right]^{\frac{1}{2}}\tag{10}$$

式中：$\bar{\mu}=\frac{1}{N}\sum_{j=0\mid y_i=1}^{N-1}f_k(x_{ij})$；$\eta$ 为学习速度。同理，μ_0 和 σ_0 可按照式(9)和式(10)进行更新。

因此，式(6)中的后验概率可表示为

$$p(y=1\mid x)=\sigma(H_K(x))\tag{11}$$

在线 MIL 分类器是从由 M 个弱分类器构成的分类器集 $\Phi=\{h_1,h_2,\cdots,h_M\}$ 中挑选出 K 个弱分类器级联形成一个强分类器 H_K，用于确定下一帧中目标的位置信息。即

$$H_K=\sum_{k=1}^{K}h_k\tag{12}$$

通过最大化包的 log-likelihood 函数 $\ell(\cdot)$ 选择最具判别能力的弱分类器构成强分类器，即，弱分类器的选择规则为

$$h_k=\arg\max\ \ell(H_{k-1}+h)\tag{13}$$

式中：$H_{k-1}=\sum_{n=1}^{k-1}h_n$ 是由 $k-1$ 个弱分类器组成的强分类器。

2　本文算法流程

基于上述分析，本文在 MIL 框架下，将权值分配及多特征表示融入 MIL 跟踪中，该算法充分考虑了特征的互补特性及其在跟踪过程中的重要性，并根据其重要性分配相应的权值建立包的似然函数，从而可以有效选择最具判别力的分类器，提高分类器的性能和跟踪算法的精度。其算法流程图如图 1 所示。

综上所示，基于权值分配及多特征联合表示的 MIL 跟踪算法具体步骤如下所述。

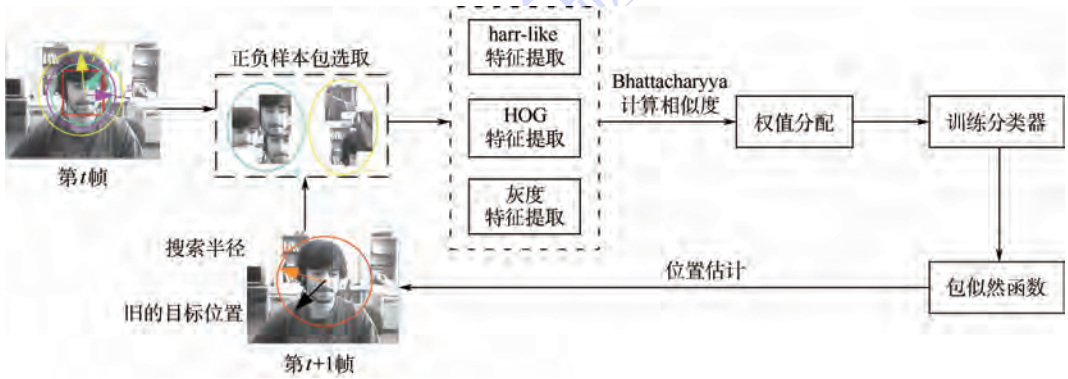


图 1　基于权值分配及多特征联合表示的 MIL 跟踪算法流程图

Fig. 1　Flowchart of MIL tracking algorithm based on weight distribution and joint multiple feature representation

北航学报 赠阅

步骤 1 输入视频图像,在起始帧中手动选取待跟踪的目标,生成正负样本示例包 $\{X^+, X^-\}$,其中 $X^+ = \{x_{1j}, y_1 = 1, j = 0, 1, \cdots, N-1\}$, $X^- = \{x_{0j}, y_0 = 0, j = N, \cdots, N+L-1\}$;对于第 t 帧的目标位置 l_t^*,采用粒子滤波估计下一帧中目标的位置 $l(x) = \{l_1(x), l_2(x), \cdots, l_n(x)\}$,依据目标位置得到图像的正负样本包 $X^y = \{X^+, X^-\}$。

步骤 2 利用样本包 $\{X^+, X^-\}$ 更新弱分类器集 $\boldsymbol{\Phi}$ 中所有的 M 个弱分类器,初始化强分类器 $H_0(x_{ij}), i \in \{0, 1\}$。

步骤 3 用生成的示例样本根据 1.2 节中所述特征提取算法提取样本集的特征,分别生成其特征向量。依据式(2)、式(4)及式(5)分别计算正负样本包的概率及包的 log-likelihood 函数。

步骤 4 使用 MIL 分类器对每一个示例 x 进行估计 $p(y = 1 | x)$。

步骤 5 依据式(13)选择最具判别力的弱分类器 h_k,从而构造相应的强分类器。

步骤 6 依据式(9)、式(10)分别计算分类器的参数 $(\mu_1, \sigma_1, \mu_0, \sigma_0)$。

步骤 7 更新目标的位置:

$$l_t^* = l(\arg\max p(y = 1 | x)), x \in X^s$$

步骤 8 获取下一帧新的正负样本包:

$$X^+ = \{x | \| l(x) - l_t^* \| < a\};$$

$$X^- = \{x | \xi < \| l(x) - l_t^* \| < \beta\}$$

步骤 9 输出当前帧目标的位置 ℓ_t 和分类器的参数 $(\mu_1, \sigma_1, \mu_0, \sigma_0)$。

3 实验结果与分析

为了验证文中跟踪算法的有效性,将该算法与 IVT[2]、MIL[10] 及 OAB[7] 跟踪算法进行对比,如图 2 所示。对所有的测试视频都采用手工标定起始帧中待跟踪目标的位置;并对所有测试视频进行定性和定量两方面的评估分析。本文在实验过程中,设搜索半径 $\gamma = 30$,学习率 $\eta = 0.85$;正样本的采样半径 $\alpha = 5$,数目 $N = 45$;负样本的采样半径 $\xi = 2\alpha, \beta = 1.5\gamma$,数目 $L = 40$;弱分类器数目 $M = 150$,从中选出 $K = 15$ 构造强分类器。

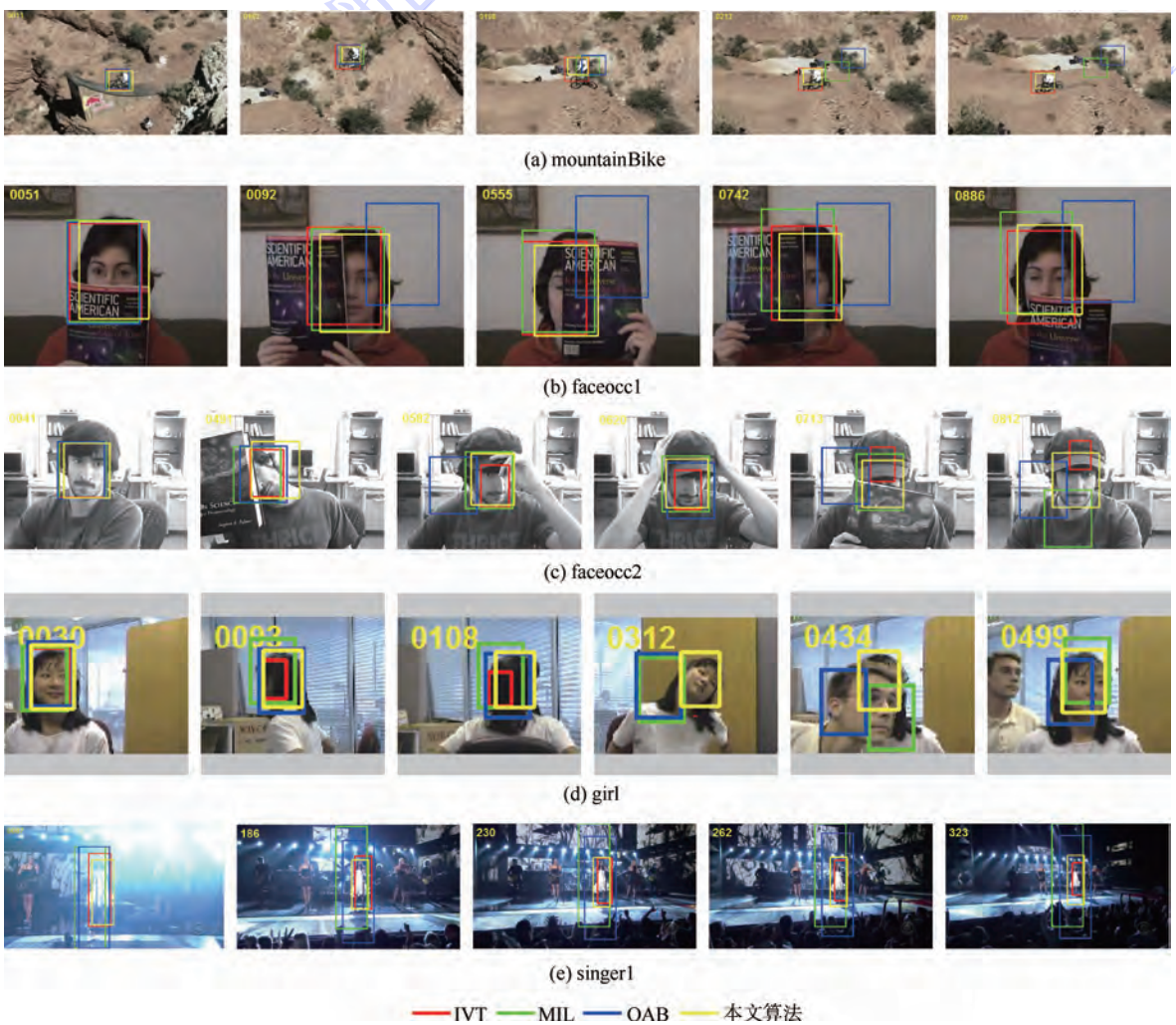


图 2 本文算法与其他 3 种算法在 5 组测试序列上的对比实验结果

Fig. 2 Experimental results of proposed algorithm compared with other 3 algorithms on 5 groups of test sequences

北航学报 赠阅

在定量分析方面，选取目标中心位置误差进行评估分析，其为各跟踪算法得到的目标中心位置与真实目标中心位置的欧式距离，即：$E_{\text{error}}=\sqrt{(x_i-x_c)^2+(y_i-y_c)^2}$，其中：$(x_i,y_i)$为跟踪算法得到的目标中心位置；$(x_c,y_c)$为目标真实中心位置的坐标。其各种方法在 5 组测试序列上的中心位置误差曲线如图 3 所示，平均中心位置误差如表 1 所示。

实验 1　非刚性目标尺度变化

如图 2(a)所示，在 mountainBike 视频序列中，跟踪目标为一个在复杂背景下快速移动的非刚体目标，由于在跟踪过程中伴有目标的快速运动，MIL 和 OAB 跟踪算法在第 195 帧开始出现不同程度的偏移，并在随后帧的跟踪过程中其跟踪框不能恢复，平均中心位置误差分别为 15.28 像素和 28.32 像素；而 IVT 和文中算法较理想地实现了对非刚性目标的跟踪，由于在整个视频序列中，所跟踪目标的尺度和外观并没有发生大的变化，IVT 方法在该条件下能够实现对非刚性目标较为准确的跟踪，平均中心位置误差为 12.07 像素，仅次于本文跟踪算法，本文算法的跟踪误差为 11.69像素，在 4 种跟踪方法中处于最优。

实验 2　遮挡和旋转

在实验序列 faceocc1 中存在若干帧的脸部遮挡，如图 2(b)所示，在该视频序列中，目标位置几乎没有发生改变，从实验结果可以看出，文中方法、IVT 跟踪算法和 MIL 跟踪算法都能较有效地处理这种遮挡，其平均中心位置误差分别为 22.19、24.32 和 32.02 像素；而 OAB 跟踪算法不能有效地处理遮挡，从第 90 帧开始就出现跟踪偏移的现象，其平均中心位置误差为 88.69 像素；各种方法的跟踪误差曲线如图 3 所示。

视频序列 faceocc2 相比序列 faceocc1 增加了脸部旋转，且其遮挡较 faceocc1 序列严重。在跟踪的全过程中，如图 2(c)所示，其脸部旋转过程(321 ~ 540 帧)伴有较为严重的遮挡(491 帧)；从第 567 帧开始到结束，跟踪目标戴上一顶与其 T 恤颜色相近的帽子，随后又用书对自己的脸部进行严重的遮挡(715 帧)；由于在跟踪过程中存在严重的遮挡使目标外观发生了剧烈的变化，IVT 跟踪方法不能适应这种变化，从第 579 帧开始，跟踪发生轻微的漂移且跟踪框大小发生改变，以致在跟踪后期出现严重遮挡时(715 帧)完全丢失目标；OAB 跟踪算法在目标戴上帽子(579 帧)瞬间，由于目标外观发生大的变化出现短时跟踪漂移现象，而在随后的跟踪过程中(620帧)恢复跟

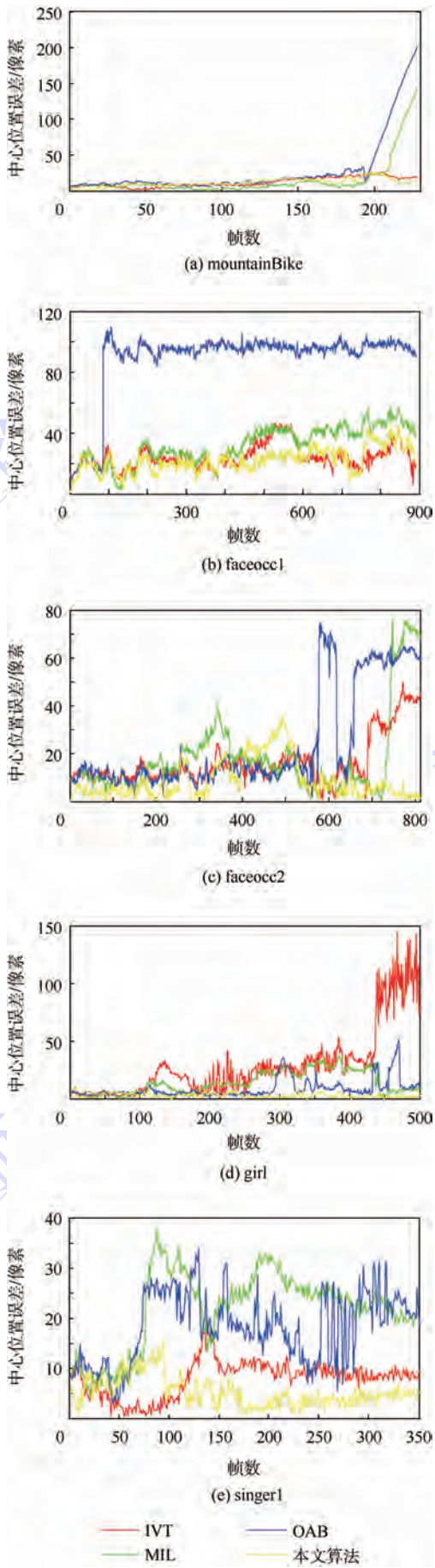


图 3　不同算法的中心位置误差曲线

Fig. 3　Center position error curves of different algorithms

北航学报 赠阅

踪,接着,由于在第 715 帧目标出现严重遮挡,OAB 算法又出现跟踪漂移的现象,严重的遮挡使目标外观发生剧烈变化,从而导致 OAB 算法在随后的跟踪中一直没有恢复跟踪;而 MIL 跟踪算法在跟踪的最后阶段(744 帧开始)出现跟踪漂移的现象;文中算法在跟踪的全过程中都具有较为理想的跟踪效果,其平均中心位置误差仅为 8.87 像素,而对比算法 IVT、MIL、OAB 的平均中心位置误差分别为 16.22、18.15 和 24.32 像素。

视频序列 girl 跟踪过程相比 faceocc1 和 faceocc2 增加了 360°的旋转,目标由静及远的尺度变化及相似目标遮挡的干扰。在跟踪的全过程中,目标一直经历平面的尺度变化和旋转,从 78 ~ 130 帧目标经历了第 1 次 360°的平面旋转,IVT 跟踪算法不能适应这种严重的旋转变化,从 90 帧开始跟踪框大小发生变化,在 129 帧已基本完全丢失目标;MIL 和 OAB 算法在这一过程中出现略微的偏移;在 165 ~ 265 帧目标经历第 2 次 360°的旋转时,MIL 已出现较大的跟踪偏移;在第 312 帧目标进行脸部旋转时,OAB 也出现跟踪漂移现象;从 415 帧开始,当一男子对目标进行遮挡干扰时,MIL 和 OAB 出现不同程度的跟踪偏移现象(434 帧),当遮挡消失后,MIL 和 OAB 发生不同程度的恢复(446,449 帧);本文跟踪算法在跟踪的全过程中都能较理想地跟踪目标,其跟踪鲁棒性较强,平均位置误差仅为 2.66 像素,而对比算法 IVT、MIL 及 OAB 的平均中心位置误差分别为 7.97、21.86 和 18.31 像素。

实验 3 光线、尺度变化

在 singer1 视频序列中,由于存在严重的光线变化加剧了跟踪的难度。由图 2(e)、图 3 和表 1 可得,本文跟踪算法可以很好地处理光线剧烈变化问题。本文算法的跟踪误差仅为 5.3 像素;IVT 跟踪算法在跟踪的全过程中也能较理想地跟踪上目标,其效果仅次于本文算法,跟踪误差为 7.98 像素;MIL 和 OAB 跟踪算法在出现强光干扰(77 帧)时,无法对准目标,跟踪框比真实的目标要大,且在跟踪后期由于摄像机视觉的变化,导致目标尺度发生变化,使 MIL 和 OAB 出现跟踪失败的现象,IVT 的跟踪框也略微大于真实的目标(345 帧),其 MIL 和 OAB 的平均中心位置误差分别为 20.29 像素和 33.64 像素,各种算法的中心位置误差曲线如图 3 所示。

从实验结果可以得到,本文跟踪算法对场景光线剧烈变化、遮挡、尺度变化及平面旋转等干扰具有较强的跟踪鲁棒性,取得了较为理想的跟踪结果,其准确性和抗干扰能力优于其对比算法,从表 1 可得,本文算法在 5 组测试视频序列上的平均中心位置误差远小于其他 3 种算法,仅为 10.14像素,IVT、MIL 和 OAB 的中心位置误差分别为 17.99、20.29 和 33.64 像素。

表 1 平均中心位置误差

Table 1 Average center position error

像素

视频	IVT	MIL	OAB	本文算法
mountainBike	12.07 *	15.28	28.32	11.69 **
faceocc1	24.32 *	32.02	88.69	22.19 **
faceocc2	16.22 *	18.15	24.32	8.87 **
girl	29.37	14.12	8.56 *	2.66 **
singer1	7.97 *	21.86	18.31	5.30 **
平均	17.99 *	20.29	33.64	10.14 **

注:* 代表次优;* * 代表最优。

由于本文跟踪算法的目标表示是基于 intensity、haar-like 及 HOG 特征,而其对比算法 IVT 的目标表示基于灰度特征,MIL 及 OAB 的目标表示基于 haar-like 特征。因此,其对比算法都是基于单一特征提取的,而本文算法在目标表示过程中进行多特征提取。由于特征提取在目标跟踪中相对比较耗时,因此本文算法的实时性相对于其对比方法较差,其平均帧率约为 12 帧/s。因此,如何在保证跟踪精度的同时提高跟踪的速度也是文中算法今后的主要研究方向之一。文中所提算法的主要局限性在于:①对所有视频序列都提取相同的 3 种互补特征,不能根据视频属性自适应的提取特征;②不能具体衡量出各特征描述目标能力的大小;③文中提取多个互补特征相对耗时,如何快速地提取目标的互补特征,是文中算法今后的主要研究方向之一。

4 结 论

1)本文通过将多特征互补特性融入在线多示例学习过程中,利用多特征的互补属性建立准确的目标外观模型,克服在线多示例跟踪算法对目标外观变化描述不足的问题。

2)采用多特征联合表示目标外观构造分类器,依据 Bhattacharyya 系数计算不同正样本示例与目标之间的相似性,衡量其对样本包的重要程度并进行相应的权值分配,提高跟踪精度。

3)实验结果表明,该跟踪算法对场景光线剧烈变化、遮挡、尺度变化及平面旋转等干扰具有较强的跟踪鲁棒性和较理想的跟踪精度。但该算法在处理较长时间的遮挡、目标全部遮挡以及目标

北航学报 赠阅

外观发生大的变化时无法实现正确的目标跟踪，并且该算法的实时性较差，如何更好地解决此类问题是今后研究的方向。

参考文献（References）

[1] YILMAZ A, JAVED O, SHAH M. Object tracking: A survey [J]. ACM Computing Surveys, 2006, 38(4): 1-45.

[2] ROSS D A, LIM J, LIN R S, et al. Incremental learning for robust visual tracking[J]. International Journal of Computer Vision, 2008, 77(1-3): 125-141.

[3] BLACK M, JEPSON A. Eigentracking: Robust matching and tracking of objects using view-based representation[J]. International Journal of Computer Vision, 1998, 26(1): 63-84.

[4] COMANICIU D, RAMESH V, MEER P. Real-time tracking of non-rigid objects using mean shift[C] // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000: 142-149.

[5] ADAM A, RIVLIN E, SHIMSHONI I. Robust fragments-based tracking using the integral histogram[C] // Proceeding of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 798-805.

[6] KWON J, LEE K M. Visual tracking decomposition[C] // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 1269-1276.

[7] GRABNER H, GRABNER M, BISCHOF H. Real-time tracking via on-line boosting[C] // Proceedings of the British Machine Vision Conference 2006. Edinburgh: British Machine Vision Association, 2006: 47-56.

[8] AVIDAN S. Ensemble tracking[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(2): 261-271.

[9] GRABNER H, LEISTNER C, BISCHOF H. Semi-supervised on-line boosting for robust tracking[C] // Proceedings of the 10th European Conference on Computer Vision. New York: Springer Berlin Heidelberg, 2008: 234-247.

[10] BABENKO B, YANG M, BELONGIE S. Robust object tracking with online multiple instance learning[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(8): 1619-1632.

[11] LIN R S, ROSS D A, LIM J, et al. Adaptive discriminative generative model and its applications[C] // Advances in Neural Information Processing Systems 17. Cambridge: MIT Press, 2004: 801-808.

[12] VIOLA P, JONES M. Rapid object detection using a boosted cascade of simple features[C] // Proceedings of the 2001 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2001: 511-518.

[13] ZHANG K, SONG H. Real-time visual tracking via online weighted multiple instance learning[J]. Pattern Recognition, 2013, 46(1): 397-411.

[14] XU C, TAO D C, XU C. A survey on multi-view learning[J/OL]. Computer Science, 2013. https://arxiv.org/abs/1304.5634.

[15] MORENO-NOGUER F, SANFELIU A, SAMARAS D. Dependent multiple cue integration for robust tracking[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(4): 670-685.

[16] DALAL N, TRIGGS B. Histograms of oriented gradients for human detection[C] // Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005, 886-893.

[17] KALAL Z, MATAS J, MIKOLAJCZYK K. P-N learning: Bootstrapping binary classifiers by structural constraints[C] // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 49-56.

[18] YOON J H, KIM D Y, YOON K J. Visual tracking via adaptive tracker selection with multiple features[C] // Proceedings of the 12th European Conference on Computer Vision. New York: Springer Berlin Heidelberg, 2012: 28-41.

[19] 宁纪锋，赵耀博，石武祯. 多通道 Haar-like 特征多示例学习目标跟踪[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(7): 1038-1045.
NING J F, ZHAO Y B, SHI W Z, et al. Multiple instance learning based object tracking with multi-channel Haar-like feature [J]. Journal of Image and Graphics, 2014, 19(7): 1038-1045 (in Chinese).

[20] YOON J, YANG M, YOON K. Interacting multiview tracker [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2015(99): 1-14.

[21] DJOUADI A, SNORRASON O, GARBER F. The quality of training sample estimates of the bhattacharyya coefficient[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(1): 92-97.

作者简介：

杨红红　女，博士研究生。主要研究方向：目标检测与跟踪。
Tel.：029-88431386
E-mail：yanghonghong0615@163.com

曲仕茹　女，博士，教授。主要研究方向：智能系统与信息工程。
Tel.：029-88431386
E-mail：qushiru@nwpu.edu.cn

米秀秀　女，硕士研究生。主要研究方向：特征提取与目标跟踪。
Tel.：029-88431386
E-mail：mixiuxiu@mail.nwpu.edu.cn

北航学报 赠阅

Tracking approach based on online multiple instance learning with weight distribution and multiple feature representation

YANG Honghong, QU Shiru*, MI Xiuxiu

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: When most existing tracking algorithms are used, target drift problem is easy to occur under a complex environment such as occlusion, pose and illumination change. This paper proposes an online visual target tracking algorithm based on the framework of multiple instance learning (MIL) tracking. The MIL tracking algorithm cannot describe the target appearance accurately because it only uses single haar-like feature, adopts the same weight during the process of learning sample packages which contain positive samples and negative samples, and ignores the characteristic of different positive samples and negative samples having different importance to the sample bags. Therefore, this paper combines the multiple features to represent the target, constructs the classifiers, integrates the complementary characteristic of multiple features to the MIL online learning process, exploits the characteristics of complementary properties to establish more accurate target appearance model, and overcomes the problem of MIL tracking algorithm that it is insufficient to describe the target appearance. Simultaneously, the weights are assigned based on the importance of different positive samples and negative samples to the sample bags, and the tracking precision is improved. The experimental results show that the proposed algorithm can effectively handle video scene occlusions, illumination changes and scale changes with high accuracy and strong robustness. Compared with incremental learning of visual tracing (IVT), MIL and online AdaBoost (OAB) tracking algorithms, through the different challenging video sequences, the average center position error of the proposed algorithm in 5 groups of test videos is far smaller than the other three algorithms, which is only 10.14 pixel, while those of IVT, MIL and OAB algorithms are 17.99, 20.29 and 33.64 pixel, respectively.

Key words: multiple instance learning; joint multiple feature representation; weight distribution; target tracking; classifier

Received: 2015-09-30; **Accepted**: 2016-01-15; **Published online**: 2016-03-15 11:38

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160315.1138.002.html

Foundation items: Aeronautical Science Foundation of China (2012ZC53043); Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20096102110027); Astronautic Science and Technology Innovation Foundation (CASC201104)

* **Corresponding author**. Tel.: 029-88431386 E-mail: qushiru@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0645

基于编队控制的自适应 HELLO 更新算法

黄绍城，马林华*，茹乐，蔡钊，张嵩，胡星

（空军工程大学 航空航天工程学院，西安 710038）

摘 要：在无人机(UAVs)编队自组织网络中，针对无人机之间位置信息更新周期不合理，从而导致编队控制不稳定和控制开销过大的问题，提出一种基于无人机编队控制的自适应 HELLO 更新算法。该算法应用编队控制稳定性理论推导出无人机组成期望编队的控制延时上限，结合该延时上限和编队运动状态自适应地设定 HELLO 更新周期。仿真结果表明，本文提出的算法与固定 HELLO 更新周期算法相比，既能保证在组编控制过程的稳定性，又能实时维护稳定阶段的链路，并且显著减少网络中不必要的控制开销。

关 键 词：无人机(UAVs)编队；控制开销；延时上限；自适应；HELLO
中图分类号：TP393.04
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2155-07

在航空自组织网络中，随着定位装置和定位算法发展的成熟，基于地理位置信息的主动式路由协议(Optimized Link State Routing protocol，OLSR)由于能主动进行周期性链路探测和路由维护而在动态网络环境下展现出较大的优势[1]。其中一个关键就是个体之间位置信息的更新和拓扑的维护主要通过 HELLO 消息的交互[2-3]。虽然使用较短的更新周期能较快地维护邻居列表和链路信息，但是过短的周期则会增加不必要的控制开销[4-5]。文献[6]通过实际硬件测试发现，HELLO 的更新周期对整个网络吞吐量性能影响非常大。

标准的 OLSR 协议允许不同的节点具有不同的 HELLO 更新周期，但是具体的实现方案和操作过程并没有给出。Fast-OLSR[7] 通过增加短周期 HELLO 信息类型来适应网络节点的高速运动，主要根据节点与邻居节点的高速相对运动基础信息来设定控制信息的更新周期。虽然其在一定程度上减少路由开销，却增加了一个新的 HELLO 信息类型，而且仅有两种固定周期并不能很好适应链路和拓扑变化情况。文献[8]提出的动态自适应间隔的 OLSR 协议，即 IOLSR 协议，其中每个节点都能根据本地的链路状况自适应地调整 HELLO 周期。虽然这在一定程度上减少了控制开销，却没有适应编队的拓扑结构，即不能很好地适应真正的网络实时需求。文献[9]提出了基于链路中断概率的自适应信标交换算法，主要根据理想运动模型来预测链路，并不适用于实际的节点运动状态。

以上的 HELLO 更新算法能适应一定的移动环境，却没有考虑编队组网中飞行控制所需要的位置更新需求。目前，无人机编队飞行控制研究主要采用长机-僚机控制方法和一致性协调控制方法。长机-僚机控制方法通过控制长机，按预定轨迹飞行，并由长机对僚机下达命令，使得僚机跟随长机并以固定的编队结构一起飞行。该方法易于理解和实现，但鲁棒性较弱，一旦长机出现故障，则整个编队的控制将失效。一致性协议是多智能体协调控制研究的热点之一，它是指智能体通过邻域中其他智能体的状态信息决定自身的状

收稿日期：2015-10-08；**录用日期**：2016-01-08；**网络出版时间**：2016-03-15 14:28
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160315.1428.003.html
基金项目：国家自然科学基金（61472442）；航空科学基金（20130596008，20145596025）；综合业务网理论及关键技术国家重点实验室研究课题（ISNI15-13）
* **通讯作者**：Tel.：029-84787700 E-mail：malinhua1965@163.com

引用格式：*黄绍城，马林华，茹乐，等. 基于编队控制的自适应 HELLO 更新算法[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2155-2161. HUANG S C，MA L H，RU L，et al. Formation control-based adaptive update algorithm of HELLO message[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2155-2161 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

态,并最终使其状态达到一致的方法[10]。其中位置信息的周期性相互交换是保证其一致性运动的必要条件。对于编队控制而言,通信上过长的更新周期而导致的位置更新延时可能会导致编队无法收敛到期望的稳定队形[11-12]。

针对以上问题,本文提出了适应无人机编队组网运动状态的自适应 HELLO 更新算法(应用该算法的 OLSR 协议简称为 AOLSR)。该算法依据编队状态将 HELLO 更新分为两部分:收敛到期望队形所能容忍的最大延时作为更新周期依据;稳定飞行状态下依据链路的变化而自适应更新周期。网络自适应地更新 HELLO 消息既能满足一致性协调控制的需求,又能在及时维护拓扑和链路信息基础上减少网络的控制开销。

本文结构安排如下:第 1 节介绍编队运动模型并详细推导组成特定稳定编队所能容忍的最大允许延时;第 2 节根据编队运动状态进行 HELLO 等控制消息的自适应更新周期设计;第 3 节分别对编队控制系数对允许延时的影响和网络在自适应 HELLO 算法下的整体性能进行仿真分析。

1 编队系统模型和延时上限

1.1 编队系统模型

为了表示编队控制和通信的关系,利用图论知识定义无向编队图 $\boldsymbol{G}=(V,E)$,其中 V 为无人机集合,$E\subseteq V\times V$ 为边集合,表示个体之间的信息流,如果 $(i,j)\in E$,说明个体 i 和 j 之间能进行通信。定义邻接矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$,如果 $(i,j)\in E$,则令 $a_{ij}=1$,否则令 $a_{ij}=0$;度矩阵 $\Delta=\mathrm{diag}\{d_1,d_2,\cdots,d_n\}\in\mathbf{R}^{n\times n}$,其中对角元素 $d_i=\sum_{j\neq i}a_{ij}$。图 $\boldsymbol{G}$ 的拉普拉斯矩阵定义为 $\boldsymbol{L}=\Delta-\boldsymbol{A}$。为了方便后续计算,定义规范化邻接矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}=\Delta^{-1}\boldsymbol{A}$,则矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ 的每行之和都为 1,相应的度矩阵和拉普拉斯矩阵为 $\tilde{\boldsymbol{\Delta}}=\boldsymbol{I},\tilde{\boldsymbol{L}}=\tilde{\boldsymbol{\Delta}}-\tilde{\boldsymbol{A}}$。

参考文献[13-14]设计的多无人机控制系统模型,每个无人机模型最终可以简化为双积分动态模型:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=\boldsymbol{v}_i(t)\\ \dot{\boldsymbol{v}}_i(t)=\boldsymbol{u}_i(t)\end{cases}\tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{x}_i(t)$ 和 $\boldsymbol{v}_i(t)$ 分别为第 i 个无人机的位置和速度;$\boldsymbol{u}_i(t)$ 为第 i 个无人机的控制输入,$i=1,2,\cdots,n$。

根据一致性理论,控制输入 $\boldsymbol{u}_i(t)$ 应该是无人机的相对位置误差和相对速度误差的函数,令个体 i 和 j 之间的通信延时为 τ_{ij},设计第 i 个无人机的反馈控制为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_i(t)=&\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d}}(t)-c_1(\boldsymbol{v}_i(t)-\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}(t))+c_2\sum_{j\in N_i}\tilde{a}_{ij}\cdot\\&[(\boldsymbol{x}_j(t-\tau_{ij})-\boldsymbol{h}_j)-(\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{h}_i)]+\\&c_3\sum_{j\in N_i}\tilde{a}_{ij}(\boldsymbol{v}_j(t-\tau_{ij})-\boldsymbol{v}_i(t))\end{aligned}\tag{2}$$

式中:控制系数 c_1、c_2 和 c_3 均为常数;$\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}(t)$ 为期望速度;$\boldsymbol{h}_i$ 为期望位置;N_i 为个体 i 邻居集合。假设 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}(t)$ 为常数 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$,且个体之间的通信延时一致,均为 τ,则个体 i 的闭环控制形式为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)=\boldsymbol{v}_i(t)\\ \dot{\boldsymbol{v}}_i(t)=\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d}}-c_1(\boldsymbol{v}_i(t)-\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}})+c_2\sum_{j\in N_i}\tilde{a}_{ij}\cdot\\ \quad[(\boldsymbol{x}_j(t-\tau)-\boldsymbol{h}_j)-(\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{h}_i)]+\\ \quad c_3\sum_{j\in N_i}\tilde{a}_{ij}(\boldsymbol{v}_j(t-\tau)-\boldsymbol{v}_i(t))\end{cases}\tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{h}_i$ 和 $\boldsymbol{h}_j$ 为无人机的期望位置。

1.2 收敛至期望队形的延时上限

具有式(3)形式的多无人机系统能否形成期望队形,并以期望速度和稳定队形向前运动,不仅与系统拓扑结构相关,同时取决于控制系数和延时的大小,下面求出最大允许延时的上限。令

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t)=\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{h}_i-\int_0^t\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}(s)\,\mathrm{d}s$$

$$\tilde{\boldsymbol{v}}_i(t)=\boldsymbol{v}_i(t)-\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}(t)$$

则式(3)为

$$\begin{cases}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}_i(t)=\tilde{\boldsymbol{v}}_i(t)\\ \dot{\tilde{\boldsymbol{v}}}_i(t)=-c_1\tilde{\boldsymbol{v}}_i(t)+c_2\sum_{j\in N_i}\tilde{a}_{ij}((\tilde{\boldsymbol{x}}_j(t-\tau)-\\ \quad\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t))+c_3\sum_{j\in N_i}\tilde{a}_{ij}(\tilde{\boldsymbol{v}}_j(t-\tau)-\tilde{\boldsymbol{v}}_i(t))\end{cases}\tag{4}$$

将此系统扩展到所有个体,即令

$$\tilde{\boldsymbol{x}}(t)=[\tilde{\boldsymbol{x}}_1^{\mathrm{T}}(t),\tilde{\boldsymbol{x}}_2^{\mathrm{T}}(t),\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_n^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$$

$$\tilde{\boldsymbol{v}}(t)=[\tilde{\boldsymbol{v}}_1^{\mathrm{T}}(t),\tilde{\boldsymbol{v}}_2^{\mathrm{T}}(t),\cdots,\tilde{\boldsymbol{v}}_n^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$$

则有

$$\begin{cases}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}(t)=\tilde{\boldsymbol{v}}(t)\\ \dot{\tilde{\boldsymbol{v}}}(t)=-c_1\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{I}_N\tilde{\boldsymbol{v}}(t)+c_2\tilde{\boldsymbol{A}}\otimes\boldsymbol{I}_N\tilde{\boldsymbol{x}}(t-\tau)-\\ \quad c_2\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{I}_N\tilde{\boldsymbol{x}}(t)+c_3\tilde{\boldsymbol{A}}\otimes\boldsymbol{I}_N\tilde{\boldsymbol{v}}(t-\tau)-\\ \quad c_3\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{I}_N\tilde{\boldsymbol{v}}(t)\end{cases}\tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{I}_n$ 和 $\boldsymbol{I}_N$ 分别为 $n\times n$ 阶和 $N\times N$ 阶的单位矩阵。

存在正交矩阵 $\boldsymbol{U}$,使得 $\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{U}=\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\lambda}$,其中 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{\lambda}$ 分别为 $\tilde{\boldsymbol{L}}$ 的特征向量矩阵和特征值构成的对角矩阵,即 $\boldsymbol{\lambda}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)$。因此有坐标变换 $\bar{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{U}\otimes\boldsymbol{I}_N\tilde{\boldsymbol{x}},\bar{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{U}\otimes\boldsymbol{I}_N\tilde{\boldsymbol{v}}$,式(5)进一步写成:

$$\begin{cases}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}(t)=\bar{\boldsymbol{v}}(t)\\ \dot{\bar{\boldsymbol{v}}}(t)=-c_1\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{v}}(t)+c_2(\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{\lambda})\otimes\\ \quad\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{x}}(t-\tau)-c_2\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{x}}(t)+\\ \quad c_3(\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{\lambda})\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{v}}(t-\tau)-\\ \quad c_3\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{v}}(t)\end{cases}\tag{6}$$

北航学报 赠阅

再将式(6)的系统分解为 n 个独立的子系统，则有

$$\begin{cases}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_i(t)=\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)\\ \dot{\bar{\boldsymbol{v}}}_i(t)=-c_1\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)+c_2(1-\lambda_i)\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{x}}_i(t-\tau)-\\ \quad c_2\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{x}}_i(t)+c_3(1-\lambda_i)\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{v}}_i(t-\tau)-\\ \quad c_3\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)\end{cases}\tag{7}$$

对式(7)进行拉普拉斯变换，得到

$$\begin{cases}s\bar{\boldsymbol{X}}_i(s)-\bar{\boldsymbol{x}}_i(0)=\bar{\boldsymbol{V}}_i(s)\\ s\bar{\boldsymbol{V}}_i(s)-\bar{\boldsymbol{v}}_i(0)=-c_1\otimes\boldsymbol{I}_N\bar{\boldsymbol{V}}_i(s)+\\ \quad c_2(1-\lambda_i)\times\mathrm{e}^{-\tau s}\bar{\boldsymbol{X}}_i(s)-c_2\bar{\boldsymbol{X}}_i(s)+\\ \quad c_3(1-\lambda_i)\mathrm{e}^{-\tau s}\times\bar{\boldsymbol{V}}_i(s)-c_3\bar{\boldsymbol{V}}_i(s)\end{cases}\tag{8}$$

式中：$\bar{\boldsymbol{X}}_i(s)$ 和 $\bar{\boldsymbol{V}}_i(s)$ 分别为 $\bar{\boldsymbol{x}}_i(t)$ 和 $\bar{\boldsymbol{v}}_i(t)$ 的拉普拉斯变换。

进一步可以得到闭环系统的特征方程：

$$s^2+(c_1+c_3)s+(\lambda_i-1)(c_3s+c_2)\mathrm{e}^{-\tau s}+c_2=0\tag{9}$$

由稳定性理论，编队系统渐近稳定的充要条件是式(9)除了有一个 0 的特征根外，其余特征根都位于左半复平面。下面求出延时的上限值：

当 $\tau=0$ 时，明显满足稳定条件，不再证明；当 $\tau>0$ 时，令 $F_i(s)=1+G_i(s)$，其中：

$$G_i(s)=\frac{(\lambda_i-1)(c_3s+c_2)\mathrm{e}^{-\tau s}}{s^2+(c_1+c_3)s+c_2}\tag{10}$$

为了满足系统的稳定性，需要证明 $F_i(s)$ 的零点都在左半复平面。令 $s=\mathrm{j}\omega$，根据 Nyquist 判据，$F_i(s)$ 的零点都在左半复平面的充要条件是：对于所有的 $\omega\in[0,\infty)$，$G_i(\mathrm{j}\omega)$ 的轨迹不包含复平面的$(-1,\mathrm{j}0)$点。由规范化的编队图可知图中顶点最大的度为 1，再根据 Gerschgorin 圆盘定理可知：拉普拉斯矩阵 $\tilde{\boldsymbol{L}}$ 的特征值 λ_i 都在以$(1,0)$为圆心，1 为半径的圆内。又因为 $\tilde{\boldsymbol{L}}$ 是实对称矩阵，所以 $0\leqslant\lambda_i\leqslant2$，令 $\lambda_i'=1-\lambda_i$，则可以得到 $\lambda_i'^2\leqslant1$，由幅值穿越条件 $|G_i(\mathrm{j}\omega)|=1$，得到

$$\omega^4+[(c_1+c_3)^2-\lambda_i'^2c_3^2-2c_2]\omega^2+c_1^2(1-\lambda_i'^2)=0\tag{11}$$

令 $k_i=(c_1+c_3)^2-\lambda_i'^2c_3^2-2c_2$，对 3 种情况进行讨论：

1）当 $k_i\geqslant0$ 时，只有当 $\lambda_i=0$ 或 $\lambda_i=2$ 时，方程(11)存在解 $\omega=0$，否则方程不存在关于 $\omega>0$ 的实根，即 $|G_i(\mathrm{j}\omega)|<1$ 恒成立，因此，当 $k_i\geqslant0$ 时，对于任意延时 $\tau>0$，当 $\omega\in[0,\infty)$，$G_i(\mathrm{j}\omega)$ 的轨迹不包含复平面的$(-1,\mathrm{j}0)$点，即 $F_i(s)$ 的零点都在左半复平面。

2）当 $k_i<0$ 且 $k_i^2-4c_1^2(1-\lambda_i'^2)<0$ 时，方程不存在关于 ω 的实根，说明 $|G_i(\mathrm{j}\omega)|<1$ 恒成立，因此，对于任意延时 $\tau>0$，当 $\omega\in[0,\infty)$，$G_i(\mathrm{j}\omega)$ 的轨迹不包含复平面的$(-1,\mathrm{j}0)$点，即 $F_i(s)$ 的零点都在左半复平面。

3）当 $k_i<0$ 且 $k_i^2-4c_1^2(1-\lambda_i'^2)\geqslant0$ 时，得到方程式(11)的实根，即可得到穿越频率：

$$\omega=\{-k_i\pm[k_i^2-4c_1^2(1-\lambda_i'^2)]^{1/2}/2\}^{1/2}\tag{12}$$

稳定性判据转化为求穿越频率 ω 下的相位裕度条件：

$$\varphi(G_i(\mathrm{j}\omega))>-\pi\tag{13}$$

当 $\lambda_i'\leqslant0$ 时，得

$$\tau_i<\{\pi+\arctan(c_2\omega/c_1)-\arctan2[(c_1+c_3)\omega,c_1-\omega^2]\}/\omega\tag{14}$$

当 $\lambda_i'>0$ 时，同理可得

$$\tau_i<\{2\pi+\arctan(c_2\omega/c_1)-\arctan2[(c_1+c_3)\omega,c_1-\omega^2]\}/\omega\tag{15}$$

综上，对于任意延时 $\tau<\tau_i$，当 $\omega\in[0,\infty)$，$G_i(\mathrm{j}\omega)$ 的轨迹不包含复平面的$(-1,\mathrm{j}0)$点，即 $F_i(s)$ 的零点都在左半复平面。综上，整个系统的最大允许通信延时为 $\tau_{\mathrm{m}}=\min\{\tau_i\}$，若能保证当 $\tau<\tau_{\mathrm{m}}$，则以式(3)为控制系统的无人机编队能最终收敛稳定。

2　自适应 HELLO 更新策略

在移动无人机编队组网中，本文使用基于位置信息的高动态 OLSR 路由协议[1]，该协议通过周期性地交互 HELLO 消息来感知拓扑和交换组成期望编队过程中所需的地理位置信息。现实环境中，编队组网与随机运动模型组网存在着较大区别：编队组网在形成期望编队过程中需要实时提供位置信息并及时维护路由，这对信标交换的延时要求更高，而在形成稳定队形之后，其拓扑不会有太大的变化，因此不需要发送多余的 HELLO 等控制消息，频繁地更新位置信息。编队自适应 HELLO 更新算法可根据运动的场景自适应地调整 HELLO 消息更新周期，算法流程如图 1 所示(其中 α 为更新指数)，主要分为两步：

1）当无人机进行组队时，所有个体在接收到组队的指令后，依据收敛至稳定编队的最大允许延时，HELLO 消息更新周期设置为

$$T_{\mathrm{HELLO}}=t_{\mathrm{m}}=\min\{t_i\}\tag{16}$$

其中拓扑控制(TC)周期和消息有效时间根据文献[8]分别设定如下：TC 周期设定为 $T_{\mathrm{TC}}=2.5t_{\mathrm{m}}$，消息有效时间设定为 $T_{\mathrm{timeout}}=3T_{\mathrm{TC}}$。

2）当编队处于稳定状态时，对于位置的实时更新要求不高，这时更注重数据信息传输的有效性，减少不必要的通信开销。因此，本文以网络的

北航学报 赠阅

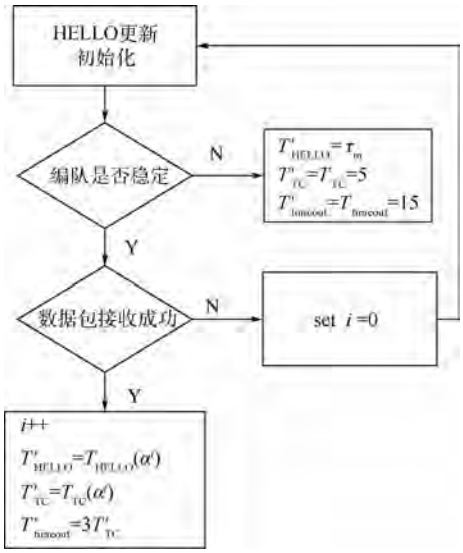


图 1 自适应 HELLO 更新算法的流程图

Fig. 1 Flowchart of adaptive HELLO update algorithm

链路状况来调整控制信息的更新周期:更新周期以成功接收的相应信息包的个数呈指数次方增加,一旦出现统计失败,立即恢复初始化状态感知拓扑。

3 仿真分析

使用 NS2 仿真分析 AOLSR 协议和 OLSR 协议在编队场景中的性能,仿真参数设置如表 1 所示;设置标准:OLSR 的 HELLO 周期分别为 2 s 和 4 s,TC 周期设置为 5 s 和 10 s,消息有效时间设置为 15 s 和 30 s。编队运动场景设置为 3 个阶段:0 ~ 400 s随机分布于活动区域,400 s 到约 600 s 为组队过程,向期望位置组成特定编队,600 s 后保持队形以期望速度 2.5 m/s 恒速前进。仿真分为两部分:检验并讨论控制系数 c_1、c_2、c_3 和拉普拉斯矩阵特征值 λ_i 与最大允许延时的关系;针对整个网络的吞吐量、交付率、端到端延时、路由开销及控制信息等网络性能进行仿真比较。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参数	数值
场景大小/km^2	2 × 1
MAC 层	IEEE 802.11
通信半径/m	250
数据类型	CBR 512 bytes
数据包产生速率/(packet · s^{-1})	10
节点移动速度/(m · s^{-1})	[0 5]
更新指数 α	2

3.1 控制参数与特征值对允许延时上限的影响

通过 MATLAB 计算可以得到 τ_m 与控制系数 c_1、c_2、c_3 和拉普拉斯矩阵特征值 λ_i 的关系,如图 2所示。

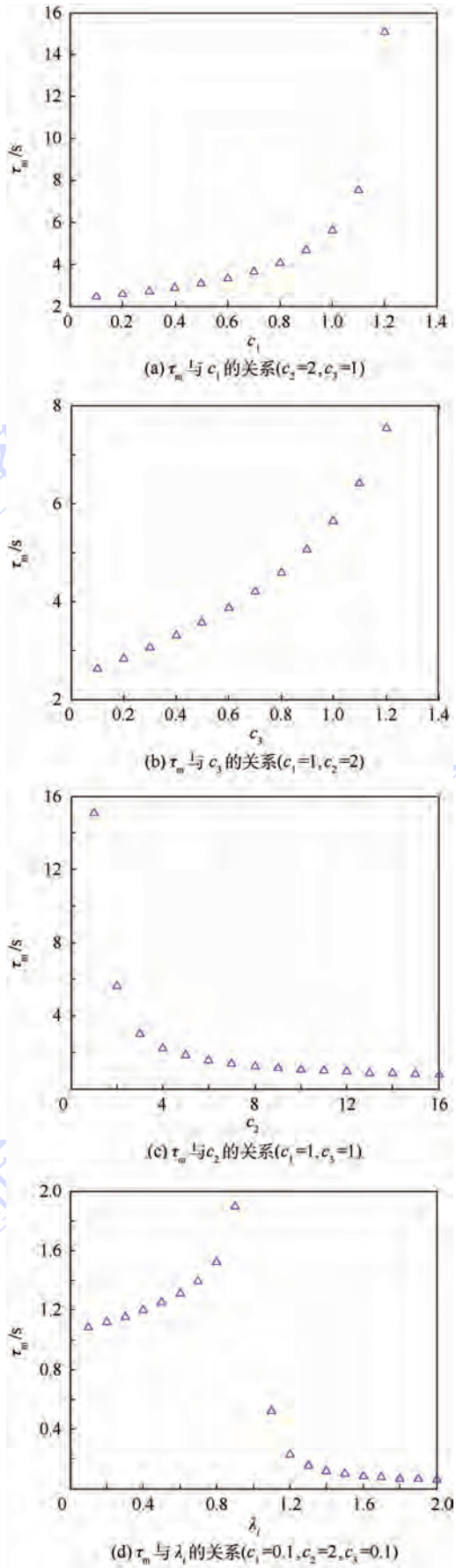


图 2 控制系数和编队延时上限的关系

Fig. 2 Relationship between control factors and maximum tolerable delay of formation

北航学报 赠阅

由图 2(a)、图 2(b)可以发现 τ_m 与 c_1、c_3 成正比,从图 2(c)可以看出,τ_m 与 c_2 成反比。因此,当组成编队过程中对实时位置信息的更新需求较高时,可以适当选择较大的 c_1、c_3 和较小 c_2 的控制参数。为了更大范围的讨论 τ_m 与特征值 λ_i 的关系,令 $c_1=0.1$,$c_2=2$,$c_3=0.1$,如图 2(d)所示,当 $\lambda_i=1$ 时,τ_m 趋于无穷大,同样由式(9)可知,当 $\lambda_i=1$ 时,方程的根与延时没有关系。

3.2　网络性能

由初始位置、期望位置和速度计算出相应的规范化邻接矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ 和相应拉普拉斯矩阵 $\tilde{\boldsymbol{L}}$ 的特征值,并由式(14)和式(15)计算出编队组队允许的延时上限为 2.56 s。首先比较 AOLSR 和 2 s HELLO 更新周期和 4 s HELLO 更新周期的标准 OLSR 协议(简称 2sOLSR,4sOLSR)在上述特定运动状态下实时控制开销和实时吞吐量。

如图 3 所示,给出了仿真时间下每 50 s 统计的路由控制包开销情况。由图 3 可发现前 400 s 的控制开销相对都较为平稳,且 2sOLSR 开销要明显高于 AOLSR;在 400 ~ 600 s 的组队过程中,AOLSR 的控制包数量明显增加,而在 600 s 组队完成后控制开销明显减少且低于 4sOLSR 控制开销,这说明 AOLSR 能很好地适应动态拓扑,能根据链路情况调整 HELLO 等控制消息的周期来维护正常通信。原因有:①在组队过程允许的延时上限为 2.56 s,根据本文算法,此阶段的 HELLO 周期设置为 2 s,更新频率较快;②到达期望编队后,编队拓扑基本不变,链路相对稳定,因此,依据自适应更新算法就会逐渐加大更新周期,路由的控制开销也就明显下降。

其次,实时吞吐量通过成功接收的数据包来表示[15],由图 4 发现,总体上,在静止阶段(0 ~ 400 s)由于是跳数较多情况,吞吐量相对于后面组队聚集后的稳定阶段要低(1 000 packets

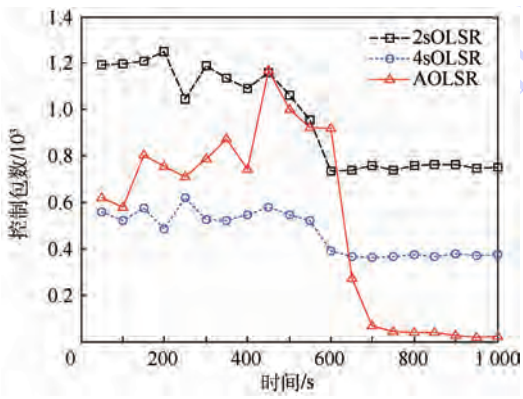


图 3　实时路由控制包

Fig. 3　Real time routing control packets

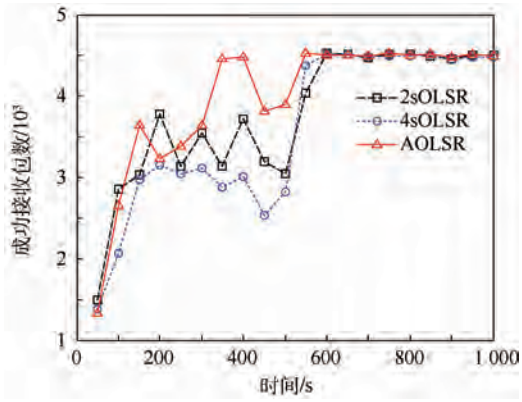


图 4　成功接收数据包

Fig. 4　Successfully received packets

左右);且三者在组队过程中,都出现吞吐量下降的情况,但是 AOLSR 却能较快地调整其 HELLO等控制消息的周期,维护好网络的链路,其吞吐量能较快地提升上来(约在 450 s 左右)。虽然另外两种更新周期的 OLSR 协议在 500 s 左右也开始上升,但这不是自适应调整的结果,而是组队基本结束才使得链路基本稳定造成的。

下面主要比较和分析 AOLSR 和另外两更新周期的 OLSR 协议在不同链路突发错误条件下控制开销、吞吐量、延时及丢包率方面的性能。如图 5所示。

图 5(a)给出路由控制开销随链路突发错误变化的情况。可以很明显地发现固定更新周期的 OLSR 协议其控制包数并没有随着链路的突发错误概率的增加而增加。相对标准 OLSR,AOLSR 控制包数量能根据链路情况增加控制包的发包频率,其控制开销要远远小于 2sOLSR 协议,减少约为 42.6%。虽然 4sOLSR 协议的开销低于 AOLSR,但是其他性能却无法得到保障,下面通过图 5(b)、图 5(c)及图 5(d)进行分析:

1)虽然总体上 2sOLSR 的吞吐量、丢包率及延时等方面性能和 AOLSR 协议的相差不大,但是因为没有自适应的控制消息更新周期导致开销远远大于 AOLSR。

2)虽然 OLSR 增大 HELLO 周期能减少开销(如图 5(a)),但是由图 5(b) ~ 图 5(d)可以明显发现其在吞吐量、丢包率和延时等方面性能下降比较大,且远远达不到 AOLSR 和 2sOLSR 相应的性能。

3)在链路情况较好(突发错误概率小于 10^{-4})时,AOLSR 的各方面性能都要比另外两者好。

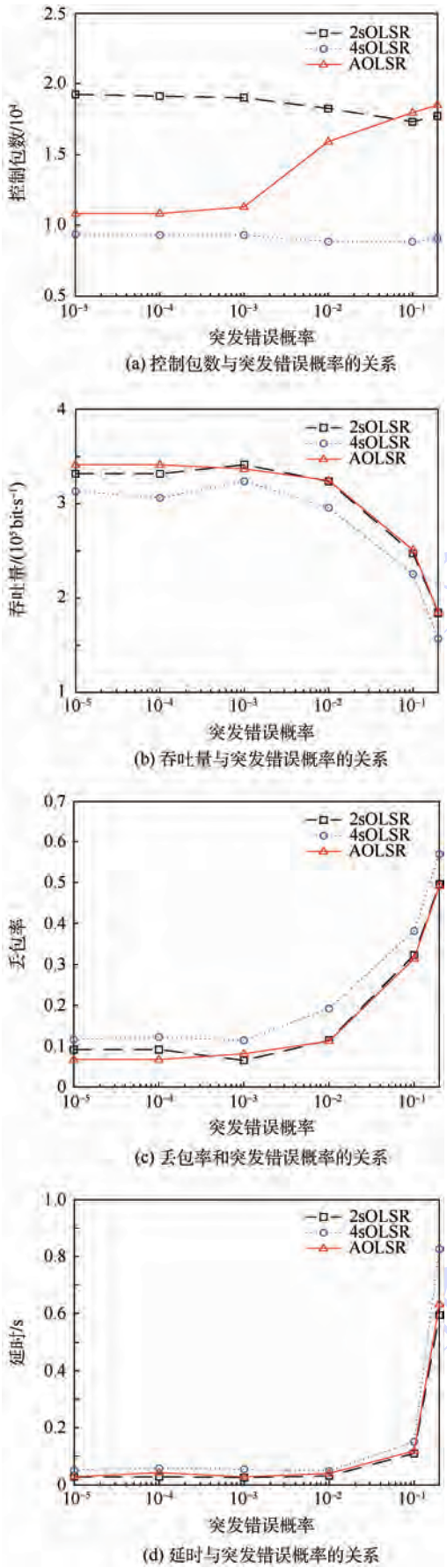


图 5 网络控制开销、吞吐量、丢包率和延时的比较

Fig. 5 Comparison of network control overhead, throughput, drop rate and delay

4 结 论

针对无人机编队网络环境中 HELLO 消息更新不合理而出现的编队不稳定和控制开销过大的问题,在传统 OLSR 协议固定 HELLO 更新算法基础上,提出基于编队控制的自适应 HELLO 更新算法,仿真结果表明:

1) AOLSR 的自适应 HELLO 更新算法引入了编队稳定控制机制,既能为编队组网的一致性协调控制所需的及时位置更新提供保障,又能减少不必要的控制开销,提高网络的吞吐量。

2) 提出的 AOLSR 与传统 OLSR 相比,可以有效地适应动态拓扑的变换,合理调整 HELLO 等控制消息的更新间隔,降低了整个网络控制开销。

3) 在不同的链路环境中,由于 AOLSR 采用自适应更新策略,能及时维护中断链路,性能较为理想;AOLSR 与大周期更新的 OLSR 相比,虽然在控制开销上不理想,但是吞吐量、丢包率和延时性能很突出;而与小周期更新的 OLSR 相比,在保持其他性能基本相近的情况下,很大程度上减少了控制开销。

参考文献 (References)

[1] WANG A, ZHU B. Improving MPR selection algorithm in OLSR protocol based on node localization[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2014, 9(7): 1674-1681.

[2] PALANIAMMAL M, LALLI M. Comparative study of routing protocols for MANETs[J]. International Journal of Networked and Distributed Computing, 2014, 2(2): 118-127.

[3] ERNST R, JOPEN S A, BARTELT T. Reducing MANET neighborhood discovery overhead[C]// IEEE 39 th Conference on Local Computer Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 374-377.

[4] HAN S Y, LEE D. An adaptive hello messaging scheme for neighbor discovery in on-demand MANET routing protocols [J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(5): 1040-1043.

[5] ERNST R, MARTINI P. Adaptive HELLO for the neighborhood discovery protocol[C]// IEEE 37th Conference on Local Computer Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 470-478.

[6] HIYAMA M, KULLA E, IKEDA M, et al. Investigation of OLSR behavior for different HELLO packets intervals in a MANET testbed[C]// IEEE 27th International Conference on Advanced Information Networking and Applications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 183-188.

[7] BENZAID M, MINET P, ALAGHA K. Analysis and simulation of fast-OLSR[C]// 57th IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003, 3: 1788-1792.

[8] LARSEN E, J FATHAGEN, Y PHAM, L Landmark. iOLSR: OLSR for WSNs using dynamically adaptive intervals[C]//

Proceedings of the 5th International Conference on Sensor Technologies and Application. Trondheim:IFSA Press,2011:21-27.

[9] 张衡阳,郑博,陈校平,等. 基于链路断开概率的自适应信标交换算法[J]. 计算机研究与发展,2013,50(3):472-480.
ZHANG H Y,ZHENG B,CHEN X P,et al. An adaptive beacon exchang algorithm baced on link broken probability[J]. Journal of Computer Research and Development,2013,50(3):472-480(in Chinese).

[10] PENG Z,WEN G,RAHMANI A,et al. Distributed consensus-based formation control for multiple nonholonomic mobile robots with a specified reference trajectory[J]. International Journal of Systems Science,2015,46(8):1447-1457.

[11] DONG X,XI J,LU G,et al. Formation control for high-order linear time-invariant multiagent systems with time delays[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems,2014,1(3):232-240.

[12] DONG X,YU B,SHI Z,et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles:Theories and application[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems,2015,23(1):340-348.

[13] WANG N,ZHANG T W,XU J Q. Formation control for networked spacecraft in deep space:With or without communication delays and with switching topology[J]. Science China Information Sciences,2011,54(3):469-481.

[14] 姜丽梅,张汝波. 具有通信延时的多机器人编队控制[J]. 北京邮电大学学报,2012,35(2):54-58.
JIANG L M,ZHANG R B. Multi-robot formation with communication delay[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications,2012,35(2):54-58(in Chinese).

[15] 高先明,张晓哲,王宝生,等. 面向虚拟路由器的基于历史转发开销的资源调度算法[J]. 电子与信息学报,2015,37(3):686-692.
GAO X M,ZHANG X Z,WANG B S,et al. Historical forwarding overhead based the resource scheduling algorithm for the virtual router[J]. Journal of Electronics & Information Techonology,2015,37(3):686-692(in Chinese).

作者简介:

黄绍城　男,博士研究生。主要研究方向:自组织网络、宽带通信网络。

E-mail: deanhsc@163.com

马林华　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:自组织网络、信道编码技术及宽带通信网络。

Tel.: 029-84787700

E-mail: malinhua1965@163.com

茹乐　男,博士,教授。主要研究方向:自组织网络、无线通信。

Tel.: 029-84787700

E-mail: ru_le@163.com

Formation control-based adaptive update algorithm of HELLO message

HUANG Shaocheng, MA Linhua*, RU Le, CAI Zhao, ZHANG Song, HU Xing

(School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: In the unmanned aerial vehicles (UAVs) formation ad hoc network, in order to solve the instability of formation control problem and reduce the large control overhead, both of which are caused by unreasonable update cycle of the position information, a formation control-based adaptive update algorithm of HELLO message is proposed. The algorithm employs the maximum tolerable delay which is deduced by the formation control stability theory for formation control, and combines with the formation stability theory to set an adaptive HELLO update cycle. The simulation results demonstrate that, compared with the fixed HELLO update algorithm, the proposed algorithm not only ensures the stability in the formation forming stage, but also maintains the link availability in the formation stability stage and effectively reduces the unnecessary control overhead.

Key words: unmanned aerial vehicles (UAVs) formation; control overhead; maximum tolerable delay; adaptive; HELLO

Received: 2015-10-08; **Accepted**: 2016-01-08; **Published online**: 2016-03-15 14:28

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160315.1428.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61472442); Aeronautical Science Foundation of China (20130596008, 20145596025); Subject Research Project of State Key Laboratory of Integrated Services Networks (ISNI15-13)

* **Corresponding author**. Tel.: 029-84787700　E-mail: malinhua1965@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0661

PR 方程和 WS 混合规则预测灭火瓶氮气充填量

陈梦东[1], 谢永奇[1,2,*], 郭祥祥[1], 余建祖[1,2], 马伟[3]

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083;
2. 北京航空航天大学 人机工效与环境控制重点学科实验室, 北京 100083;
3. 中国空间技术研究院 空间物理重点实验室, 北京 100076)

摘 要: 氮气为直升机灭火瓶内灭火剂的快速释放提供驱动力,确定氮气充填量和气相空间氮气的摩尔比例,是直升机动力舱灭火系统设计中的关键问题之一。基于 Peng-Robinson (PR)状态方程和 Wong-Sandler (WS)混合规则,提出了一种灭火瓶氮气充填量预测方法,针对 Halon301 和 HFC-227ea 的不同充装工况,通过 3 层迭代计算确定氮气充填量,与试验和文献结果进行了对比,并分析了灭火瓶内压强和氮气摩尔比例随温度的变化情况。结果表明:对 Halon1301 充填 1/2 灭火瓶的试验工况,氮气充填量计算值的平均误差约为 4.7%;对充填 2/3 试验工况,平均误差约为 1.1%,计算结果优于 PROFISSY 和 HFLOW 软件计算结果。对 HFC-227ea 充填 1/2 灭火瓶和 2/3 灭火瓶工况的平均误差分别为 4.3% 和 2.3%,与 PROFISSY 软件的计算精度相当。该方法可以用于机载灭火系统工程设计。

关 键 词: 灭火系统; Peng-obinson (PR)方程; Wong-Sandler (WS)混合规则; Halon1301; HFC-227ea; 气液平衡

中图分类号: V228.6; TB131

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2162-07

直升机的使用环境往往十分恶劣,若热量在发动机表面积聚而不能散去,会导致动力舱温度异常升高而产生火灾。如果不能及时灭火,将会产生严重后果。随着直升机性能的提高,动力舱灭火系统保障直升机安全飞行的作用日益突出[1]。美国"新一代灭火技术计划"[2]曾优选七氟丙烷(HFC-227ea)作为哈龙 1301(Halon1301)的替代灭火剂,然而与 Halon1301 相比,获得相同的灭火效果所需要替代灭火剂的质量与体积增加较多,因而还未见替代灭火剂用于军用飞机方面的公开报道。

目前我国军用直升机灭火系统中仍采用 Halon1301 作为灭火剂,因此,本文主要针对 Halon1301 和 HFC-227ea 进行分析。美军标 MIL-E-22285(3)—1996[3]规定从喷嘴开始释放灭火剂计时,释放规定质量的灭火剂所需时间不得高于 1 s。由于室温下灭火剂的饱和蒸汽压较低,例如,25℃时 Halon1301 的饱和蒸汽压为 1.61 MPa,HFC-227ea 的饱和蒸汽压为 0.47 MPa,不利于灭火时快速将灭火剂释放到防火区,因而工程上通常使用氮气作为增压介质充填到灭火瓶,提供释放灭火剂的驱动力。

美国 NASA 喷气动力实验室的 Elliott 等专门为 Halon1301 研制了 HFLOW 软件[4],美国国防部资助开发了基于 Relap5 的灭火系统仿真软件[5],美国国家标准及技术研究所(NIST)的 Yang 等为了计算氮气在灭火剂中的溶解度专门开发了 PROFISSY 软件[6],并开展了有关氮气和

收稿日期: 2015-10-13; **录用日期**: 2015-11-13; **网络出版时间**: 2016-01-05 11:29
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160105.1129.007.html
* **通讯作者**: Tel.: 010-82338081 E-mail: xyq@buaa.edu.cn

引用格式: 陈梦东, 谢永奇, 郭祥祥, 等. PR 方程和 WS 混合规则预测灭火瓶氮气充填量[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2162-2168. CHEN M D, XIE Y Q, GUO X X, et al. Predicting filling mass of nitrogen in fire agent bottle based on Peng-Robinson equation of state with Wong-Sandler mixing rule[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2162-2168 (in Chinese).

北航学报 赠阅

灭火剂的气液平衡试验[7]。国内有关不同灭火剂所需氮气充填量的计算和试验还未见公开报道。已公开发表的文献多针对客机发动机舱灭火系统[8],主要采用 GB 50163—1992[9] 和 NFPA—2008[10] 提供的计算方法进行灭火剂用量的计算,并未涉及氮气充填量的计算。郑友兰等[1,11]通过对某型直升机灭火系统方案的确定以及系统关键参数匹配设计的探讨,分析了影响灭火系统管路设计的主要因素。但并未考虑瓶内氮气充填量对灭火剂释放过程的影响。灭火瓶内氮气充填量影响火灾时灭火剂的释放速率,是设计机载灭火系统的重要参数之一。灭火瓶内存在二元高压混合物,包括氮气、灭火剂蒸汽和灭火剂液体。对其中氮气充填量、气相空间氮气和灭火剂蒸汽比例的准确计算,是计算灭火剂释放过程中氮气逸出压力和气体混合物的绝热指数的基础,从而为后续灭火剂释放过程的分析奠定了基础。由此可以看出,研究如何准确计算氮气的充填量及其在灭火瓶内的相态变化,对设计和分析机载灭火系统具有重要理论和工程应用价值。

Peng-Robinson(PR)状态方程的形式简单,通用性强,克服了 Redlich-Kwong(RK)方程和 Soave-Redlich-Kwong(SRK)方程计算液相密度精度较差的缺点,在临界点附近给出了较为接近实际的临界压缩因子($Z_c=0.3074$)。PR 方程还可以比较准确地关联气液平衡试验数据,易于推广到混合体系[12-14]。Wong-Sandler(WS)混合规则基于无限大压力下超额亥姆霍兹自由能 A^{E}_{∞},并满足第二维里系数的边界条件,适用于极性流体及组分性质差异较大的混合体系[15-16]。本文基于 PR 状态方程和 WS 混合规则,对不同充装工况下的氮气和灭火剂进行二元高压气液平衡计算,从而获得不同工况下的氮气充填量和瓶内气相空间氮气和灭火剂蒸汽的比例关系,并分析温度变化对压强和气相空间氮气摩尔分数的影响,为进一步分析氮气和灭火剂的混合物从灭火瓶的释放过程奠定了基础。

1　PR 方程和 WS 混合规则

1.1　PR 方程

Peng 和 Robinson[17] 提出的 PR 方程为

$$p=\frac{RT}{v-b}-\frac{a}{v(v+b)+b(v-b)} \tag{1}$$

式中:p 为压力,Pa;R 为通用气体常数,J/(mol·K);T 为热力学温度,K;v 为摩尔体积,m^3/mol;a 和 b 为状态方程系数,a 和 b 可由临界参数和偏心因子计算得到:

$$a=\frac{0.45724R^2T_c^2\alpha(T)}{p_c} \tag{2}$$

$$b=\frac{0.07780RT_c}{p_c} \tag{3}$$

式中:p_c 和 T_c 分别为临界压力和临界温度;$\alpha(T)$ 函数的定义为

$$\alpha(T)=[1+m(1-T_r^{0.5})]^2 \tag{4}$$

式中:$T_r=T/T_c$ 为对比温度;m 计算式为

$$m=0.3746+1.54226\omega-0.26992\omega^2 \tag{5}$$

式中:ω 为偏心因子。

本文中氮气和灭火剂的临界参数及偏心因子如表 1 所示[18]。

表 1　氮气和灭火剂临界参数及偏心因子[18]

Table 1　Critical parameters and acentric factors of nitrogen and fire extinguishing agents[18]

氮气和灭火剂	p_c/MPa	T_c/K	ω
氮气	3.40	126.26	0.039
Halon1301	3.97	340.15	0.171
HFC-227ea	2.91	374.80	0.357

1.2　WS 混合规则

PR 方程用于氮气和灭火剂的高压气液平衡计算,需要结合相应的混合规则。本文采用 1992 年 Wong 和 Sandler 提出的 WS 混合规则[15-16,19],该混合规则在大的温度、密度范围内,能够准确关联和预测复杂体系的物性和相平衡数据。WS 混合规则的形式为

$$b_m=\frac{\sum_i\sum_j x_ix_j\left(b-\frac{a}{RT}\right)_{ij}}{1-\sum_i x_i\frac{a_i}{b_iRT}-\frac{A^{E}_{\infty}}{CRT}} \tag{6}$$

$$\left(b-\frac{a}{RT}\right)_{ij}=\frac{1}{2}\left[\left(b-\frac{a}{RT}\right)_i+\left(b-\frac{a}{RT}\right)_j\right](1-k_{ij}) \tag{7}$$

$$\frac{a_m}{b_m}=\sum_i x_i\frac{a_i}{b_i}+\frac{A^{E}_{\infty}}{C} \tag{8}$$

式中:x_i 和 x_j 为组分 i 与组分 j 在液相中的摩尔分数;a_m 和 b_m 为混合物状态方程参数;a_i 和 b_i 为纯物质状态方程参数;k_{ij} 为二元交互作用参数;C 为常数,对 PR 方程 $C=1/[\sqrt{2}\ln(\sqrt{2}-1)]$。本文采用 Non-Random Two Liquid(NRTL)模型计算,其形式为

$$\frac{A^{E}_{\infty}}{RT}=\sum_{i=1}x_i\left(\frac{\sum_{j=1}x_jG_{ji}\tau_{ji}}{\sum_{k=1}x_kG_{ki}}\right) \tag{9}$$

式中:$G_{ji}=\exp(-\alpha_{ji}\tau_{ji})$ 为液相的相互作用能,α_{ji} 为非随机参数,$\alpha_{ji}=0.30$,$\tau_{ji}=(g_{ji}-g_{ii})/(RT)$,

北航学报 赠阅

g_{ji}和g_{ii}分别为异类和同类分子间的相互作用能。

本文k_{ij}和$(g_{ji}-g_{ii})$的取值来自文献[20]。

由 PR 方程和 WS 混合规则推导所得逸度系数计算式[19]为

$$\ln\phi_{\mathrm{m}}=-\ln\left[\frac{p(V-b_{\mathrm{m}})}{RT}\right]+\frac{1}{b_{\mathrm{m}}}\cdot\frac{\partial nb_{\mathrm{m}}}{\partial n_i}\left(\frac{pV}{RT}-1\right)+\frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{a_{\mathrm{m}}}{b_{\mathrm{m}}RT}\left[\frac{1}{a_{\mathrm{m}}}\left(\frac{1}{n}\cdot\frac{\partial n^2a_{\mathrm{m}}}{\partial n_i}\right)-\frac{1}{b_{\mathrm{m}}}\cdot\frac{\partial nb_{\mathrm{m}}}{\partial n_i}\right]\cdot\ln\left[\frac{V+b_{\mathrm{m}}(1-\sqrt{2})}{V+b_{\mathrm{m}}(1+\sqrt{2})}\right] \tag{10}$$

$$\frac{\partial nb_{\mathrm{m}}}{\partial n_i}=\frac{1}{1-D}\left(\frac{1}{n}\cdot\frac{\partial n^2Q}{\partial n_i}\right)-\frac{1}{(1-D)^2}\left(1-\frac{\partial nD}{\partial n_i}\right) \tag{11}$$

$$\frac{1}{RT}\left(\frac{1}{n}\cdot\frac{\partial n^2a_{\mathrm{m}}}{\partial n_i}\right)=D\frac{\partial nb_{\mathrm{m}}}{\partial n_i}+b_{\mathrm{m}}\frac{\partial nD}{\partial n_i} \tag{12}$$

$$\frac{1}{n}\cdot\frac{\partial n^2Q}{\partial n_i}=2\sum_j x_j\left(b-\frac{a}{RT}\right)_{ij} \tag{13}$$

$$\frac{\partial nD}{\partial n_i}=\frac{a_i}{b_iRT}+\frac{\ln\gamma_{\infty i}}{C} \tag{14}$$

$$\ln\gamma_{\infty i}=\frac{1}{RT}\cdot\frac{\partial nA_{\infty}^{\mathrm{E}}}{\partial n_i} \tag{15}$$

$$\ln\gamma_{\infty i}=\frac{\sum_{j=1}x_jG_{ji}\tau_{ji}}{\sum_{k=1}x_kG_{ki}}+\sum_{j=1}\frac{x_jG_{ij}}{\sum_{k=1}x_kG_{kj}}\left(\tau_{ij}-\frac{\sum_l x_lG_{li}\tau_{lj}}{\sum_k x_kG_{kj}}\right) \tag{16}$$

式中：$D=\sum_i x_ia_i/(b_iRT)+A_{\infty}^{\mathrm{E}}/(CRT)$；$Q=\sum_i\sum_j x_ix_j(b-a/RT)_{ij}$，$a_{ij}$和$b_{ij}$为 PR 方程参数；$V$为体积；$n$为摩尔数；$n_i$为组分$i$的摩尔数；$\gamma_{\infty i}$为组分$i$的活度系数；$\tau_{lj}$、$\tau_{ji}$、$\tau_{ij}$为 NRTL 模型参数。

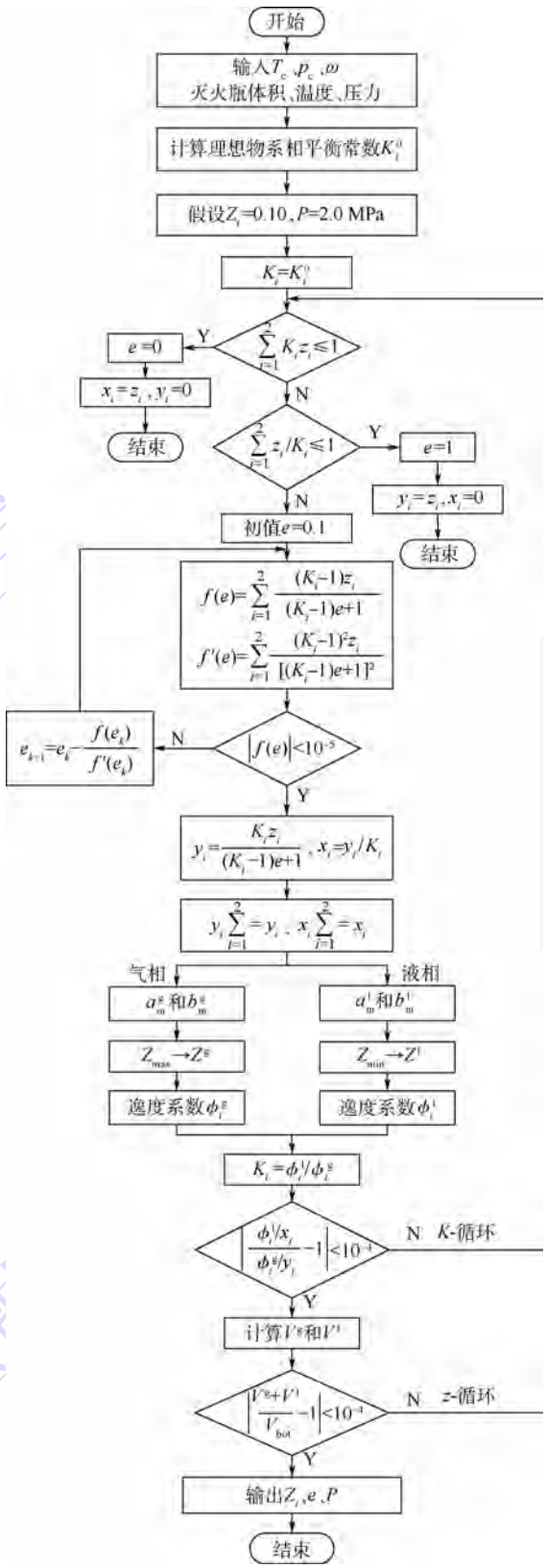
2 数值计算

确定灭火瓶内氮气充填量的已知条件是灭火瓶的有效容积V_{bot}、灭火剂充装量m_{a}、瓶内压力p和温度T。首先假定灭火瓶内气相和液相的氮气质量之和所占的摩尔分数$Z_i=0.10$，相平衡常数$K_i(i=1,2)$的初值选为理想状态下的计算值K_i^0，然后在汽化分率e的迭代中视为常数。整个计算过程分为 3 层迭代：外层的z-循环，中间的K-循环，内层的e-循环，计算流程如图 1 所示。

计算流程如下：

1）假定Z_i初值为 0.10，K_i的初值取理想物系相平衡常数，首先判断灭火瓶内氮气和灭火剂的组成是否处于两相区，然后进入最内层的e-循环。

2）e-循环收敛后，计算氮气和灭火剂纯物质



y_i—组分i气相摩尔分数；z_i—组分i总摩尔分数；e—气化分率；e_k—第k次计算的气化分率；$f(e)$—气化分率的迭代式；$Z_{\max}$，$Z_{\min}$—PR 方程的最大压缩因子和最小压缩因子；Z^{l}—液相压缩因子；Z^{g}—气相压缩因子；V^{g}—气相体积；V^{l}—液相体积；K—相平衡常数；ϕ_i^{g}—气相逸度系数；ϕ_i^{l}—液相逸度系数。

图 1 氮气充填量计算流程图

Fig. 1 Calculation flowchart for filling mass of nitrogen

北航学报 赠阅

在 PR 方程中的系数 a_i 和 b_i,结合 WS 混合规则计算混合物的 a_m 和 b_m。

3) 分别计算气相和液相的压缩因子,然后得到气相和液相的逸度系数 ϕ_i^g、ϕ_i^l 和相平衡常数 K_i,当残差 $|K_i x_i/y_i - 1| < 1.0 \times 10^{-4}$ 时 K-循环结束,转入 z-循环。

4) 通过 $V^g = Z_{max} RT/p$ 和 $V^l = Z_{min} RT/p$ 计算灭火瓶内气相体积和液相体积,当 $|(V^g + V^l)/V_{bot} - 1.0| < 1.0 \times 10^{-4}$ 时 z-循环收敛,输出计算结果。

3　计算结果与分析

3.1　氮气和 Halon1301

文献[7]针对 Halon1301 进行了氮气充填试验,试验中灭火瓶的有效容积为 (52.2 ± 0.3) cm^3,压力传感器的分辨率为 6.9 kPa,K 型热电偶的精度为 ±1℃,采用电子称测量整个试验装置充填氮气前后质量的变化,分辨率为 0.1 g。采用本文提出的预测方法对灭火剂充装 1/2 灭火瓶和充装 2/3 灭火瓶工况下的氮气充填量进行了计算,并与文献[7]中的试验值、计算值进行了对比,如表 2 和表 3 所示。此外,表 2 和表 3 同时给出了基于文献[4]中 HFLOW 软件的设计方法所开发程序的计算结果。

表 2　Halon1301 充填 1/2 灭火瓶试验工况

Table 2　Test conditions of Halon1301 filling one-half of fire agent bottle

灭火剂质量/g	压强/MPa	氮气充填量/g				误差/%
		试验值	文献[4]	文献[7]	本文计算值	
40.9	2.89	0.7	0.748	0.75	0.719	2.71
40.9	4.29	1.4	1.511	1.53	1.479	5.64
40.7	4.29	1.4	1.512	1.53	1.480	5.71

注:误差 = (本文计算值 - 试验值)/试验值 ×100%。

表 3　Halon1301 充填 2/3 灭火瓶试验工况

Table 3　Test conditions of Halon1301 filling two-thirds of fire agent bottle

灭火剂质量/g	压强/MPa	氮气充填量/g				误差/%
		试验值	文献[4]	文献[7]	本文计算值	
54.9	2.92	0.7	0.725	0.76	0.704	0.57
54.8	2.87	0.7	0.689	0.74	0.680	-2.86
54.9	4.25	1.4	1.413	1.48	1.393	-0.50
54.8	4.25	1.4	1.413	1.49	1.394	-0.43

由表 2 和表 3 可知,本文提出的基于 PR 方程和 WS 混合规则的预测方法,对 Halon1301 灭火剂计算得到的灭火瓶内氮气充填量,与试验测量值吻合较好。

对于 Halon1301 灭火剂充填 1/2 灭火瓶,本文计算的氮气充填量的平均误差约为 4.7%,优于文献[7]中 PROFISSY 的平均误差 8.7%、文献[4]中 HFLOW 的平均误差 7.6%。对于 Halon1301 充填 2/3 灭火瓶,本文的平均误差约为 1.1%,计算结果优于文献[7]中 PROFISSY 的平均误差 6.6%,与文献[4]的计算结果相当。本文的计算方法误差较小,满足工程应用的精度,特别适合于灭火剂充填 2/3 灭火瓶的工况,确定灭火系统中瓶内的氮气充填量及氮气在气相和液相的比例关系。

3.2　氮气和 HFC-227ea

对于 HFC-227ea 灭火剂,试验工况同 3.1 节的 Halon1301 灭火剂。对于 HFC-227ea 充填 1/2 灭火瓶和 2/3 灭火瓶工况下,氮气充填量的计算值与试验值的比较如表 4 和表 5 所示。

表 4　HFC-227ea 充填 1/2 灭火瓶试验工况

Table 4　Test conditions of HFC-227ea filling one-half of fire agent bottle

灭火剂质量/g	压强/MPa	氮气充填量/g			误差/%
		试验值	文献[7]	本文计算值	
36.5	2.90	1.2	1.24	1.251	4.25
36.6	2.93	1.2	1.26	1.272	6.00
36.5	4.29	1.9	1.95	1.965	3.42
36.6	4.28	1.9	1.94	1.966	3.47

表 5　HFC-227ea 充填 2/3 灭火瓶试验工况

Table 5　Test conditions of HFC-227ea filling two-thirds of fire agent bottle

灭火剂质量/g	压强/MPa	氮气充填量/g			误差/%
		试验值	文献[7]	本文计算值	
48.7	2.87	1.1	1.16	1.163	5.73
48.7	2.98	1.2	1.21	1.216	1.33
48.7	4.25	1.8	1.81	1.820	1.11
48.7	4.25	1.8	1.82	1.820	1.11

由表 4 和表 5 的结果对比可知,与 Halon1301 灭火剂相同,本文计算得到的灭火瓶内氮气充填量,与试验测量值吻合较好。

对于 HFC-227ea 灭火剂充填 1/2 灭火瓶和 2/3 灭火瓶的试验工况,平均误差分别为 4.3% 和 2.3%,与文献[7]中 PROFISSY 的计算结果相近。

总的来说,本文提出的预测方法可以更准确地预测不同工况下,Halon1301 灭火剂和 HFC-227ea 灭火剂在灭火瓶内所需的氮气充填量,为下一步计算瓶内氮气和灭火剂混合物的释放过程以及直升机动力舱灭火系统设计计算奠定了基础。

3.3　压强随温度的变化关系

由于直升机作战任务的需要,灭火瓶所处的

北航学报 赠阅

环境温度可能发生较大变化。温度的变化会导致气相空间氮气和灭火剂蒸汽的增加或减少,使得灭火瓶内的压强随之发生变化。

图 2 给出了灭火瓶内温度由 -40℃增加至 50℃时瓶内压强的变化曲线,计算工况与文献[16]的工况相同,详见表 6。

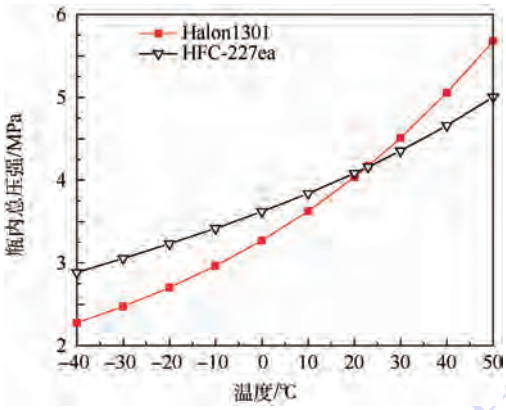


图 2 总压强随温度的变化关系

Fig. 2 Variation of total pressure with temperature

表 6 灭火瓶内压强变化的计算工况

Table 6 Calculation cases for different pressure in fire agent bottle

灭火剂	压强/MPa	灭火瓶体积/ cm^3	灭火剂质量/g	初始温度/℃
Halon1301	4.17	53.2	32.0	23
HFC-227ea	4.16	53.2	26.3	23

由图 2 可知,随着温度的逐渐增加,灭火瓶内的总压强显著的增加,特别是 Halon1301 灭火剂,随着温度的增加其压强增加的速率逐渐增大。当瓶内温度达到 50℃时,充装 Halon1301 的瓶内压强高达近 6.0 MPa。本文的预测方法,可以根据灭火系统设计使用的温度范围及初始的灭火瓶充装条件,计算得到灭火瓶内压强变化的范围,帮助灭火系统设计人员合理选择灭火瓶的材料,防止瓶内压强过高造成的危险。

3.4 氮气摩尔分数与温度的关系

图 3 给出了灭火瓶内 Halon1301 灭火剂和 HFC-227ea 灭火剂气相空间氮气的摩尔分数的变化曲线,计算工况见表 6。

由图 3 可知,随着温度的逐渐增加,无论是 Halon1301 灭火剂和 HFC-227ea 灭火剂,瓶内气相空间的氮气所占摩尔分数均逐渐降低,特别是 Halon1301 灭火剂,氮气的摩尔分数降低的速率逐渐加快,温度由 -40℃增加到 50℃时,氮气的摩尔分数由 0.867 降低到 0.260。气相空间氮气和灭火剂蒸汽的比例变化,直接影响气体混合物的绝热指数[15],导致灭火剂释放速率的改变。

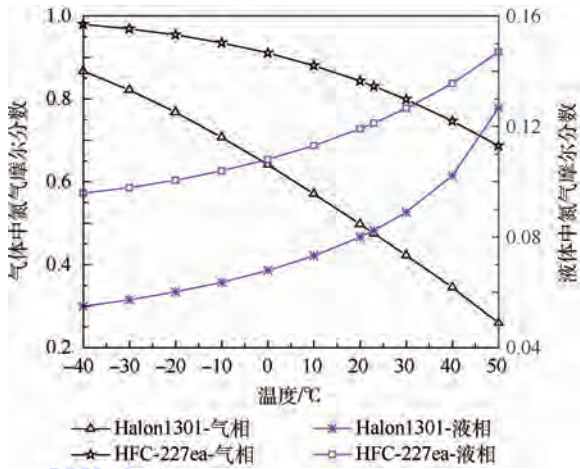


图 3 氮气摩尔分数随温度的变化关系

Fig. 3 Variation of nitrogen mole fraction with temperature

4 结 论

本文基于 PR 状态方程和 WS 混合规则预测了不同充装工况下灭火瓶内的氮气充填量。

1) Halon1301 充填 1/2 灭火瓶的试验工况,氮气充填量计算值与试验值平均误差约为4.7%;对充填 2/3 试验工况,平均误差约为 1.1%,计算结果优于 PROFISSY 和 HFLOW 软件的计算结果。

2) 对于 HFC-227ea 灭火剂,本文结果与 PROFISSY 软件的计算精度相当。本文提出的预测方法,可获得较高的计算精度,可用于机载灭火系统的工程设计。

此外,本文还分析了瓶内总压强和气相空间氮气摩尔分数随温度的变化情况,为后续分析氮气和灭火剂的释放过程奠定了基础。

参考文献 (References)

[1] 郑友兰,刘凯. 某直升机动力舱灭火系统的设计[J]. 直升机技术,2004(3):30-34.
ZHENG Y L, LIU K. The design of helicopter powerplant fire extinguisher system[J]. Helicopter Technique, 2004(3):30-34 (in Chinese).

[2] 郑冬芳,吴克安,史婉君,等. 美国哈龙替代灭火剂研究评估进展[J]. 有机氟工业,2014(4):35-40.
ZHENG D F, WU K A, SHI W J, et al. The development of U.S. next generation fire extinguishing agent assessments[J]. Organo-Fluorine Industry, 2014(4):35-40 (in Chinese).

[3] United States Navy. Extinguishing system, fire, aircraft, high-rate discharge type, installation and test of: NAVY MIL-E-22285(3)—1996[S]. New York: US Military Specs, 1996:1-2.

[4] ELLIOTT G, GARRISON P W, KLEIN G A, et al. Flow of nitrogen pressurized Halon 1301 in fire extinguishing systems: NASA-CR-174271[R]. Washington, D.C.: NASA, 1984.

北航学报 赠阅

[5] TUZLA K, PALMER T, CHEN J C, et al. Development of computer program for fire suppressant fluid flow[R]. Bethlehem: Leihigh University, 1998: 17-34.

[6] YANG J C, CLEARY T G, VÁZQUEZ I, et al. Optimization of system discharge[J]. NIST Special Publication, 1995(890): 407-438.

[7] YANG J C, CLEARY T G, VÁZQUEZ I, et al. Measured and predicted thermodynamic properties of selected halon alternative/nitrogen mixtures[J]. International Journal of Refrigeration, 1997, 20(2): 96-105.

[8] 李淑艳，王新月，卿雄杰，等. 飞机/发动机灭火系统的设计与计算[J]. 西北工业大学学报，2006，24(1)：124-127.
LI S Y, WANG X Y, QIN X J, et al. An engineering method for extinguishing incipient aircraft/engine fire [J]. Journal of Northwestern Polytechnical Universtiy, 2006, 24(1): 124-127 (in Chinese).

[9] 中华人民共和国公安部. 卤代烷 1301 灭火系统设计规范：GB 50163—1992[S]. 北京：中国标准出版社，1992：8-10.
Ministry of Public Security of the People's Republic of China. Code for design of Halon1301 fire extinguish system: GB-50163—1992[S]. Beijing: Standards Press of China, 1992: 8-10 (in Chinese).

[10] Technical Committee on Gaseous Fire Extinguishing Systems. Standard on clean agent fire extinguishing systems: NFPA—2008[S]. Boston: Standards Council, 2007: 28-36.

[11] 郑友兰，金华，付金云. 直升机灭火系统管路布局设计研究[J]. 直升机技术，2009(2)：47-51.
ZHENG Y L, JIN H, FU J Y. A study on tube distribution design for helicopter fire extinguishing system [J]. Helicopter Technique, 2009(2): 47-51 (in Chinese).

[12] 胡芃，陈龙祥，陈则韶. HFC/HC 三元混合工质气液相平衡推算[J]. 工程热物理学报，2013，34(4)：609-612.
HU P, CHEN L X, CHEN Z S. Prediction of vapor-liquid equilibria for ternary HFC/FC mixtures[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2013, 34(4): 609-612 (in Chinese).

[13] 朱君悦，段远源，许心皓，等. PR 方程结合 HV 混合规则计算 HFC/HFC 和 HFC/HC 二元混合物气液相平衡[J]. 热科学与技术，2012，11(3)：241-245.
ZHU J Y, DUAN Y Y, XU X H, et al. Calculation of vapor liquid equilibria of HFC/FC and HFC/FC binary mixtures using PR EOS with HV mixing rule[J]. Journal of Thermal Science and Technology, 2012, 11(3): 241-245 (in Chinese).

[14] LIN H, DUAN Y Y. Empirical correction to the Peng-Robinson equation of state for the saturated region[J]. Fluid Phase Equilibria, 2005, 233(2): 194-203.

[15] SOLÓRZANO-ZAVALA M, BARRAGÁN-AROCHE F, BAZÚA E R. Comparative study of mixing rules for cubic equations of state in the prediction of multicomponent vapor-liquid equilibria [J]. Fluid Phase Equilibria, 1996, 122(1): 99-116.

[16] FAÚNDEZ C A, VALDERRAMA J O. Modeling associating hydrocarbon + alcohol mixtures using the Peng-Robinson equation of state and the Wong-Sandler mixing rules[J]. Comptes Rendus Chimie, 2013, 16(2): 135-143.

[17] PENG D Y, ROBINSON D B. A new two-constant equation of state[J]. Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals, 1976, 15(1): 59-64.

[18] YANG J C, BREUEL B D. Thermodynamic properties of alternative agents: NIST-SP-861[R]. Boulder: Buiding and Fire Research Laboratory, 1994.

[19] WONG D S H, SANDLER S I. A theoretically correct mixing rule for cubic equations of state[J]. AIChE Journal, 1992, 38(5): 671-680.

[20] LIM J S, KIM J. Vapor liquid equilibria of the binary systems nitrogen + bromotrifluoromethane, bromochlorodifluoromethane, 1,1,1,2,3,3,3-heptafluoropropane, and + trifluoroiodomethane from 293.2 to 313.2 K and 30 to 100 bar[J]. Journal of Chemical and Engineering Data, 1997, 42(1): 112-115.

作者简介：

谢永奇　男，博士，讲师。主要研究方向：强化传热、电子设备热设计。

Tel.：010-82338081

E-mail：xyq@buaa.edu.cn

陈梦东　男，博士研究生。主要研究方向：直升机灭火系统设计。

Tel.：010-82338081

E-mail：buaacmd@163.com

北航学报 赠阅

Predicting filling mass of nitrogen in fire agent bottle based on Peng-Robinson equation of state with Wong-Sandler mixing rule

CHEN Mengdong[1], XIE Yongqi[1,2,*], GUO Xiangxiang[1], YU Jianzu[1,2], MA Wei[3]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Fundamental Science on Ergonomics and Environment Control Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
3. Science and Technology on Space Physics Laboratory, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: Nitrogen supplies driving force for the rapid discharge of fire agent in the fire extinguisher of the helicopter. Calculating the filling nitrogen and its mole fraction is one of the key issues to be solved in the design of fire extinguishing system of the engine nacelle in helicopter. Based on Peng-Robinson (PR) equation of state and Wong-Sandler (W-S) mixing rule, a prediction method to calculate the filling mass of nitrogen is proposed. To different filling cases of Halon1301 and HFC-227ea, the mass of filling nitrogen is obtained after three layers iteration relation and compared with the experimental and literature data. Also the change of pressure and mole fraction of nitrogen with temperature in the fire agent bottle is analyzed. The results show that, for the one-half and two-thirds filling conditions of Halon1301, the calculation errors of nitrogen are about 4.7% for one-half condition and 1.1% for two-thirds condition, and the calculation results are better than those of the PROFISSY and HFLOW software. For the one-half and two-thirds filling conditions of HFC-227ea, the calculation errors of nitrogen are about 4.3% and 2.3%, respectively. This method can be used in the design of aircraft fire extinguishing system.

Key words: fire extinguishing system; Peng-Robinson (PR) equation; Wong-Sandler (W-S) mixing rule; Halon1301; HFC-227ea; gas liquid equibrium

Received: 2015-10-13; **Accepted**: 2015-11-13; **Published online**: 2016-01-05 11:29
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160105.1129.007.html
* **Corresponding author**. Tel.: 010-82338081 E-mail: xyq@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0603

脱粘尺寸对复合材料单加筋板压缩性能的影响

冀赵杰[1], 关志东[1,*], 黎增山[1], 薛斌[2]
(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 上海飞机设计研究院, 上海 201210)

摘 要: 为确定脱粘缺陷尺寸对轴压载荷下复合材料单加筋板屈曲和后屈曲特性的影响,对4组含不同尺寸脱粘缺陷的工型加筋板进行了试验和数值模拟研究。试验中通过应变测量和超声C扫描等技术手段对试验件的屈曲及后屈曲过程中的变形和缺陷扩展情况进行了监测。基于ABAQUS软件建立了有限元分析(FEA)模型,采用LaRC03准则对复合材料层内损伤进行判定,采用胶层单元对界面脱粘损伤进行模拟,以几何扰动的形式引入失稳波形,利用FEA模型对试验件的屈曲和后屈曲过程进行了模拟。模拟结果与试验结果吻合较好,根据研究结果对试验件的失效过程和脱粘缺陷扩展机理进行了分析与探讨。研究表明,预制脱粘缺陷尺寸大小对试验件屈曲和后屈曲特性影响较大,对最终破坏模式影响不大。脱粘尺寸的增大会导致试验件承载能力的大幅降低,在复合材料加筋结构损伤容限设计中需要着重考虑。

关 键 词: 聚合物基复合材料(PCMs); 损伤容限; 脱粘缺陷; 后屈曲; 力学性能测试; 有限元分析(FEA)
中图分类号: V257; TB330.1
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2169-11

近年来,随着复合材料制造技术的发展,复合材料加筋结构被广泛应用于飞机结构中。轴压载荷下复合材料薄蒙皮加筋结构在局部屈曲后仍然具有较强承载能力,这种后屈曲承载能力为飞机结构的减重设计提供了很大的发展空间[1]。

目前国内外学者已对轴压载荷下的复合材料加筋结构后屈曲特性进行了研究。试验方面,大量研究主要针对加筋板后屈曲过程中复杂的传载机制[2-4]和铺层顺序[5]、筋条刚度[6]、边界条件[7]等影响因素。理论方面,一些学者通过工程方法[8]和渐进损伤模型[9]、连续损伤模型[10]、虚拟裂纹闭合技术(VCCT)[11]以及跨尺度失效分析[12]等数值模拟方法对加筋板的后屈曲特性进行了研究。

在工程实际中,由于制造缺陷或冲击损伤等原因会对复合材料加筋结构造成初始脱粘缺陷,从而导致结构的承载能力大幅降低,在复合材料结构损伤容限设计中必须加以考虑。Greenhalgh等[13]通过试验研究发现冲击损伤比筋条蒙皮界面间的预制分层损伤对加筋结构承载能力的影响更大。Orifici等[14]通过试验和有限元对比研究发现相对于完好加筋板,含脱粘缺陷的加筋板在破坏前就出现了大面积的缺陷扩展,导致结构强度大幅降低,这些研究中都缺乏对脱粘尺寸影响的研究。Yap等[15]虽然通过数值模拟手段研究了脱粘尺寸对加筋板承载能力的影响,但结论需要进一步的试验验证。

科学研究中,针对多加筋结构的研究往往需要耗费大量的成本,为了解决此问题,一些学者采用了单加筋结构等效研究多加筋结构的方法[16],

收稿日期: 2015-09-15; **录用日期**: 2015-10-23; **网络出版时间**: 2016-01-05 11:24
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160105.1124.006.html
* **通讯作者**: Tel.: 010-82338873 E-mail: D5062010@163.com

引用格式: 冀赵杰, 关志东, 黎增山, 等. 脱粘尺寸对复合材料单加筋板压缩性能的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2169-2179. JI Z J, GUAN Z D, LI Z S, et al. Effects of debond size on compressional behavior of single-stiffened composite panels[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2169-2179 (in Chinese).

北航学报 赠阅

取得了很好的效果。本文参照该思想,在飞机复合材料多加筋结构中周期性地截取单加筋结构作为研究对象,通过试验和有限元分析方法研究了脱粘缺陷尺寸对单加筋板压缩性能的影响,为复合材料加筋结构设计提供参考。

1 试验对象及方法

1.1 试验对象

试验对象为复合材料单加筋板,具体尺寸和铺层顺序如图 1 和表 1 所示,$A \sim E$ 为不同的区域,1 ~ 14 为应变片。为研究脱粘尺寸对加筋板压缩性能的影响,如表 2 所示共设计了 4 组试验件,其中完好试验件(Intact,组号 IN)作为基准对照;为研究脱粘长度的影响,设置含 50 mm 和 100 mm长、50 mm 宽(筋条宽度)脱粘缺陷的试验件(Full-wide Debond,组号 FD-50 和 FD-100)并与 IN 组试验件对比;为研究脱粘宽度的影响,设置含 100 mm 长、25 mm 宽(1/2 筋条宽度)脱粘缺陷试验件(Half-wide Debond,组号 HD-100)并与 IN 组、FD-100 组试验件对比。试验件为 T800 级高温固化的中模高强碳纤维增韧环氧树脂单向带铺叠而成,单层名义厚度 0.19 mm,材料体系与文献[17]相同,材料属性如表 3[17]所示。试验件工字型筋条与蒙皮采用共固化工艺粘接,在固化过程中通过在筋条下缘与蒙皮之间插入聚乙烯薄膜的方式预制脱粘缺陷。

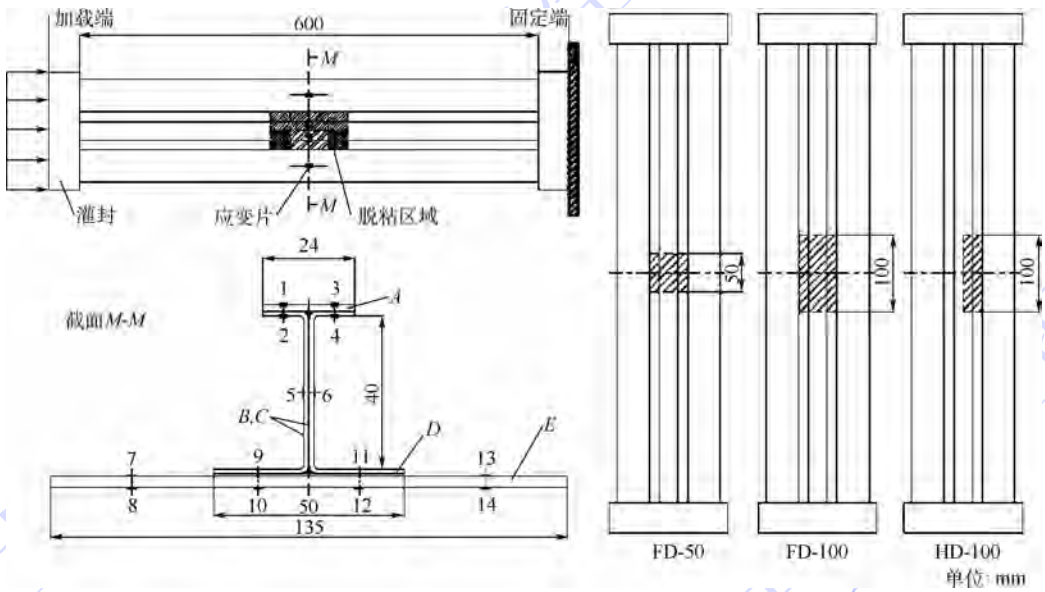


图 1 复合材料加筋板结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of stiffened composite panels' structure

表 1 复合材料加筋板铺层形式

Table 1 Ply sequences of stiffened composite panels

区域	铺层形式
A	[45/0/ −45/90/0/45/0/ −45]
B,C	[45/0/ −45/90/0/45/ −45]
D	[0/0/0]
E	$[45/90/-45/0/90/45/-45/0]_s$

表 2 复合材料加筋板脱粘尺寸

Table 2 Debond size of stiffened composite panels

组号	脱粘长度/mm	脱粘宽度/mm	数量
IN	0	0	3
FD-50	50	50	3
HD-100	100	25	3
FD-100	100	50	3

表 3 复合材料单向带和胶层材料属性[17]

Table 3 Material properties of composite materials' unidirectional tape and cohesive[17]

复合材料单向带材料	属性	E_{11}/GPa	E_{22}/GPa	ν_{12}	G_{12}/GPa	X_T/MPa	X_C/MPa	Y_T/MPa	Y_C/MPa	S_{12}/MPa
	数值	145	7.7	0.323	4.5	2 700	1 400	75	350	132
胶层材料	属性	$K_{nn}=K_{ss}=K_{tt}$/(N · m^{-1})		t_n^0/MPa		$t_s^0=t_t^0$/MPa		G_n^C/(kJ · m^{-1})		$G_s^C=G_t^C$/(kJ · m^{-1})
	数值	10^6		80		90		0.3		0.8

注:E_{11},E_{22}—复合材料纵向、横向弹性模量;ν_{12}—复合材料面内泊松比;G_{12}—复合材料面内剪切模量;X_T—复合材料纤维拉伸强度;X_C—复合材料纵向压缩强度;Y_T—复合材料横向拉伸强度;Y_C—复合材料横向压缩强度;S_{12}—复合材料面内剪切强度;K_{nn}—复合材料层间胶层法向刚度;K_{ss},K_{tt}—复合材料层间胶层切向刚度;t_n^0—复合材料层间胶层法向强度;t_s^0,t_t^0—复合材料层间胶层切向强度;G_n^C—复合材料层间胶层法向能量释放率;G_s^C,G_t^C—复合材料层间胶层切向能量释放率。

北航学报 赠阅

1.2　试验方法

为增加试验件端部支撑刚度，试验前在其两端使用树脂灌封，并将加载端部打磨平整。试验在济南时代试金公司生产的 WDW-200E 型电子万能试验机上完成，试验件轴线与试验机加载轴线平行，试验件侧边自由，不加任何支撑。试验加载速率 1 mm/min，过程中同步采集加载载荷及位移数据。试验过程中使用江苏联能公司生产的 YE2539 电子静态应变仪采集各应变测试点的应变数据。试验过程中将特定载荷下的试验件卸载取下，使用进口 PAC 水浸超声波 C 扫描测试系统对不同加载阶段试验件脱粘扩展情况进行检测。

2　试验结果与讨论

试验过程中，每组 3 件试验件的变形及脱粘扩展历程吻合较好，载荷数据分散性最大为 5.41%。

2.1　稳定性试验结果

试验加载过程中，4 组试验件共出现了两种屈曲模态：IN、FD-50 和 HD-100 组试验件屈曲模态相同，以 IN 组为例，如图 2 所示；FD-100 组试验件屈曲模态与其他 3 组不同，如图 3 所示。如图 2(a)所示，IN、FD-50 和 HD-100 3 组试验件蒙皮均出现了一个近似反对称半波的屈曲模态，蒙皮一侧向前鼓起，另一侧则向后凹陷，筋条向凹陷蒙皮一侧弯曲。3 组试验件屈曲前后的载荷-应变关系具有相同趋势，如图 2(b) ~ 图 2(e)所示，图中应变片 1 ~ 14 应变结果对应位置如图 1 所示。从图中可以看出，应变数值在屈曲载荷后出现了明显的分岔现象，反映了蒙皮、筋条上下缘条在屈曲后发生了扭转变形，而筋条腹板在屈曲后发生了弯曲变形。图 3(a)显示了 FD-100 组试验件蒙皮出现了一个近似对称的半波的失稳模态，蒙皮中部向远离筋条一侧弯曲并与筋条分离。从图 3(b) ~ 图 3(e)中可以看出，不同于另 3 组试验件的屈曲模态，FD-100 组试验件蒙皮出现了弯曲变形，筋条与蒙皮发生了分离，并出现了与蒙皮不同的屈曲模态，筋条上缘条与腹板没有明显的变形。

表 4 列出了 4 组试验件的屈曲载荷结果，其中试验屈曲载荷的确定方法参考文献[2-3]，即将蒙皮、筋条下缘条、筋条腹板和筋条上缘条对称位置应变数值求取平均值并绘制其与载荷的关系曲线，如图 2(b) ~ 图 2(e)与图 3(b) ~ 图 3(e)中所示，该曲线的拐点对应的载荷数值即为该区域发生屈曲对应的载荷数值。对试验数据处理后发现，试验件不同区域对应的屈曲载荷数值大致相同，因此以该载荷值作为试验件的屈曲载荷值。对比 IN、FD-50 和 FD-100 3 组试验件，随着脱粘长度的增大，加筋板的屈曲载荷不断降低；对比 IN、HD-100 和 FD-100 3 组试验件，随着脱粘宽度的增大，加筋板的屈曲载荷不断降低。

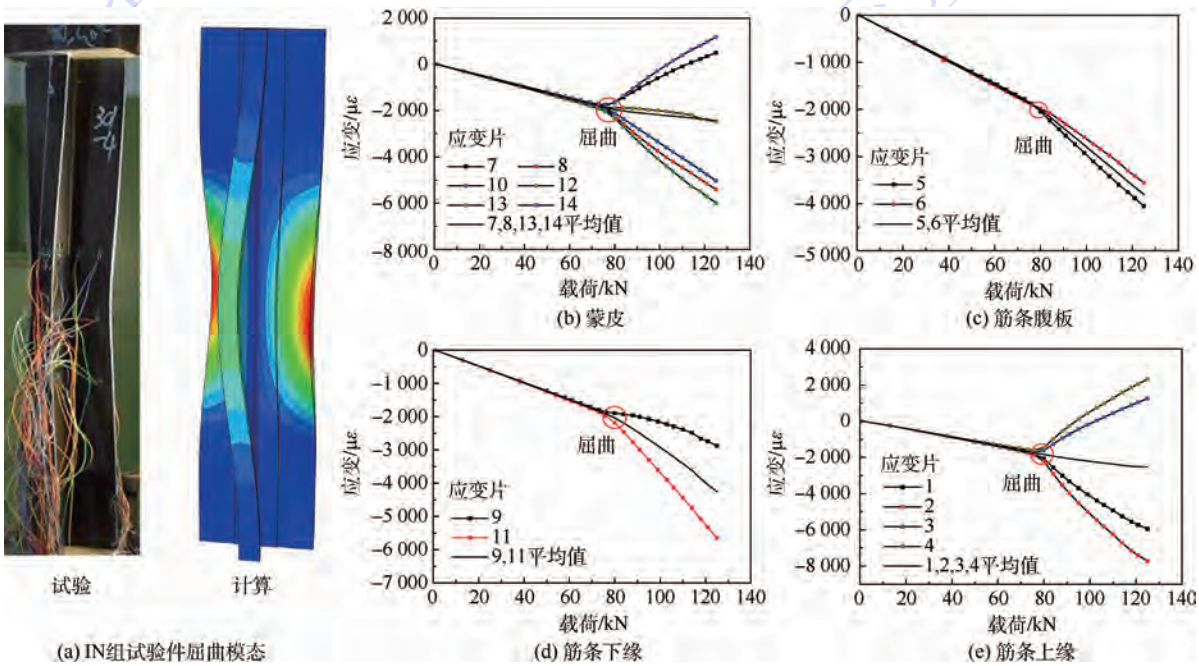


图 2　IN 组试验件屈曲模态及应变测量结果

Fig. 2　IN group specimens' buckling mode and strain measurement results

北航学报 赠阅

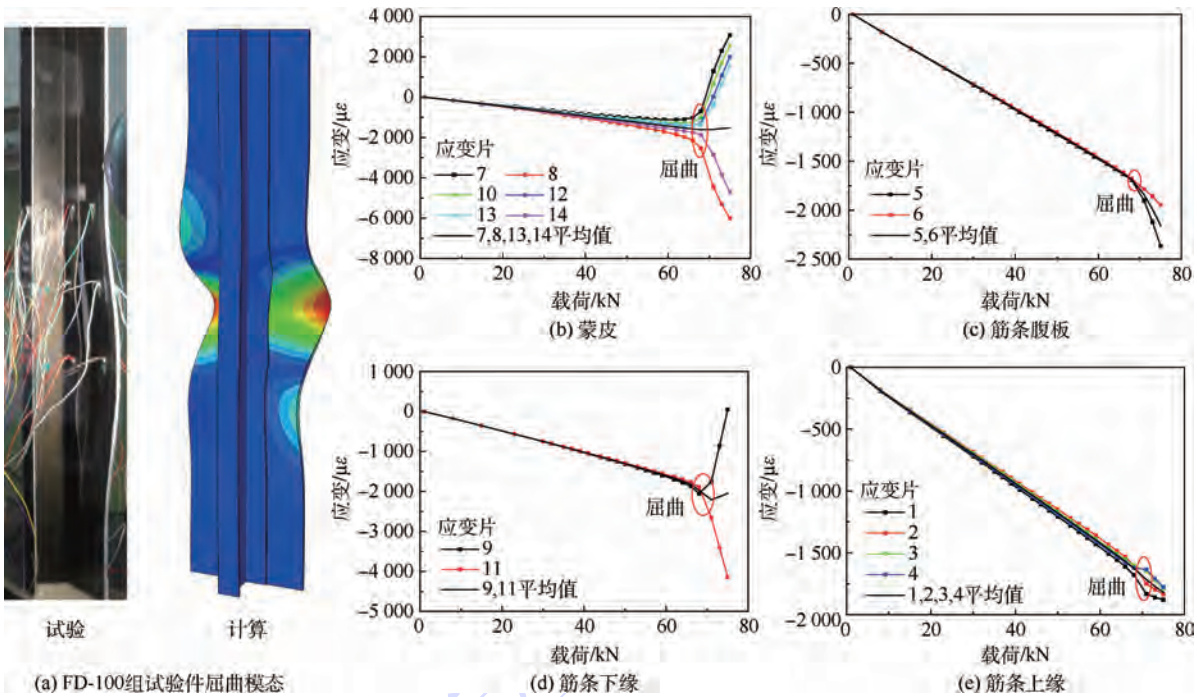


图 3 FD-100 组试验件屈曲模态及应变测量结果

Fig. 3 FD-100 group specimens' buckling mode and strain measurement results

表 4 复合材料单加筋板屈曲载荷试验和计算结果

Table 4 Test and computational results of buckling loads of single-stiffened composite panels

试验件组号	屈曲模态	试验屈曲载荷/kN	计算屈曲载荷/kN	试验与计算相对误差/%
IN	图 2(a)	79.33	79.58	0.32
FD-50	同图 2(a)	78.00	77.66	0.42
HD-100	同图 2(a)	74.67	75.48	1.08
FD-100	图 3(a)	67.33	68.54	1.80

2.2 后屈曲承载及破坏试验结果

试验得到的复合材料单加筋板载荷-位移曲线如图 4 所示。根据图 4(a) ~ 图 4(d),每组试验件载荷-位移曲线都存在拐点,即为试验件的屈曲失稳点。当试验件屈曲后,曲线斜率明显降低,试验件刚度下降。随着载荷的不断增加,变形不断增大,4 组试验件的失稳模态均未发生跳转。从图 4(e)中可以看出,FD-100 组试验件的载荷-位移曲线与其他组试验件存在较大差别。

对于 IN、FD-50 和 HD-100 组试验件,当屈曲变形达到一定程度时,试验件突然发生破坏,3 组试验件破坏模式相同:筋条蒙皮大面积脱粘,筋条与蒙皮完全分离;蒙皮表面没有明显的破坏,在卸载后仍能恢复原状;筋条中部折断,如图 5 所示。C 扫描得出的脱粘扩展结果如图 6 所示,图中红圈区域为脱粘起始扩展位置。试验中没有观测到 IN 组试验件的起始脱粘位置,FD-50 和 HD-100 组试验件脱粘从预制脱粘区域边角位置起始拓展,对应的起始拓展载荷分别为 67% 峰值载荷载荷和 70% 峰值载荷。当载荷达到破坏载荷的 96% 时,3 组试验件均未观察到大面积的脱粘现象,说明起始脱粘发生在破坏前瞬间。

对于 FD-100 组试验件,随着屈曲变形的不断增大,筋条和蒙皮脱粘不断扩展。当载荷达到峰值载荷时,筋条蒙皮突然大面积脱粘,但并未完全分离,载荷发生小幅突降,试验件仍能继续承载,载荷缓慢上升,约为 60 kN 左右。随着试验件变形的不断增大,筋条蒙皮的脱粘不断扩展,筋条蒙皮逐渐分离。当变形增大到一定程度后,筋条突然折断,试验件不能继续承载,最终破坏载荷小于峰值载荷。FD-100 组试验件的最终破坏模式与其他 3 组类似,如图 5 所示。试验件筋条蒙皮脱粘拓展情况如图 6(d)所示。与其他 3 组不同,起始脱粘扩展的位置位于预制脱粘的上边缘中部,且在破坏前很早就发生了大面积的脱粘扩展:当载荷越过峰值发生小幅突降后,即检测到大面积的脱粘扩展。

表 5 列出了试验件的峰值载荷,对比 IN、FD-50 和 FD-100 3 组试验件,随着脱粘长度的增大,峰值载荷不断降低;对比 IN、HD-100 和 FD-100 3 组试验件,随着脱粘宽度的增大,峰值载荷不断降低。对于脱粘尺寸较小的 FD-50 和 HD-100 组试验件,强度较完好试验件下降的最大值为 8.55%。对于屈曲模态和后屈曲历程都发生较大变化的 FD-100 组试验件,强度较完好试验件下降了多达 42.25%。

北航学报 赠阅

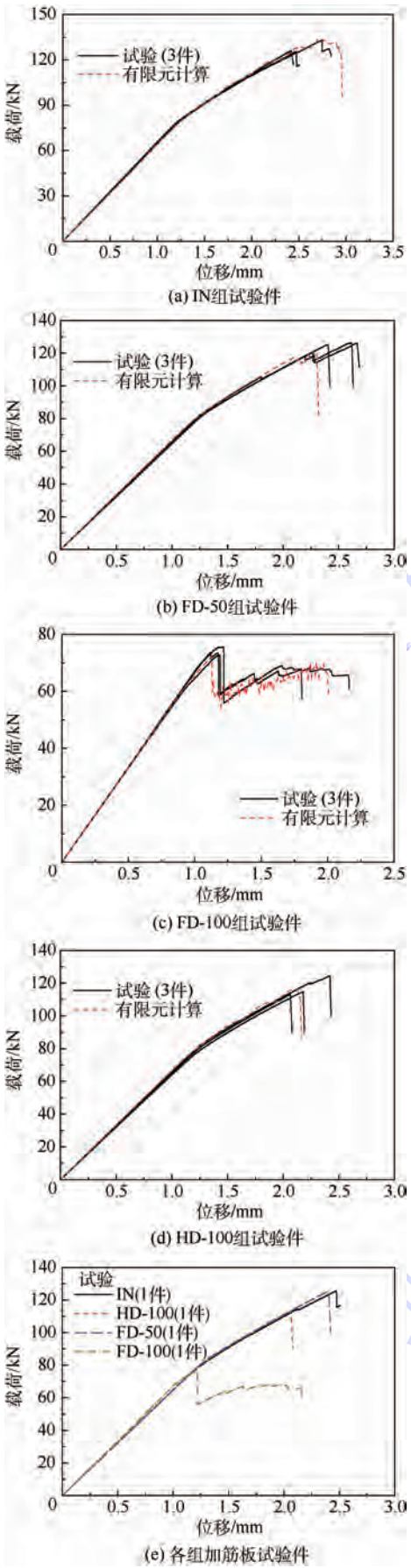


图 4　复合材料加筋板试验件载荷-位移试验与计算曲线

Fig. 4　Test and computional load-displacement curves of stiffened composite panel specimens

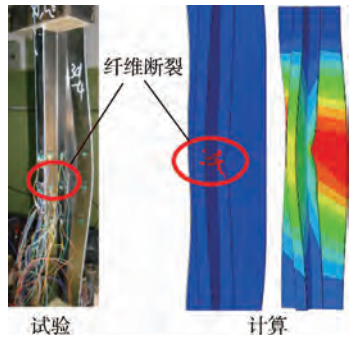


图 5　IN 组试验件破坏模式

Fig. 5　Failure mode of IN group specimens

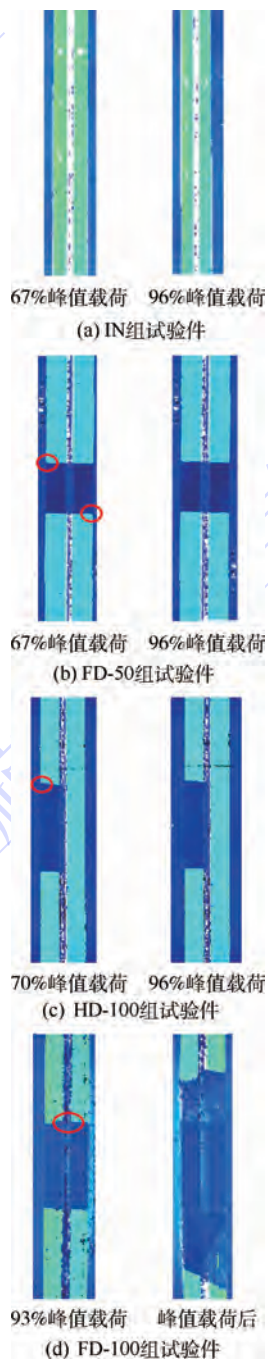


图 6　复合材料单加筋板试验件脱粘扩展结果

Fig. 6　Debond propagation results of single-stiffened composite panel specimens

北航学报 赠阅

表 5 复合材料单加筋板峰值载荷试验和计算结果

Table 5 Test and computational results of peak loads of single-stiffened composite panels

试验件组号	强度下降程度/%	试验峰值载荷/kN	计算峰值载荷/kN	试验与计算相对误差/%
IN		128.13	133.44	4.14
FD-50	-1.53	126.27	120.19	4.82
HD-100	-8.55	117.17	115.54	2.64
FD-100	-42.25	74.00	72.05	1.39

综上所述,脱粘尺寸的增大造成了加筋板的屈曲模态和后屈曲历程的变化,从而导致承载能力的大幅度降低。

3 有限元分析模型

3.1 复合材料层内损伤模型

本文采用渐进损伤分析方法对复合材料单层损伤进行模拟。方法中使用 NASA 于 2003 年提出的 LaRC03 准则[18]对试验件复合材料损伤进行判定,利用 Laš 等[19]提出的刚度退化方案对损伤后的复合材料进行刚度退化,如表 6 所示。表中的 σ_{11}、σ_{22} 和 τ_{12} 分别为复合材料纤维方向、面内横向和面内剪切应力;$<x>$ 为麦考利算子,计算方法为 $<x>=(x+|x|)/2$;FI_M 和 FI_F 分别为基体和纤维损伤状态变量。复合材料的面外剪切强度 S_{23},层间韧性比 g,"原位"强度 Y'_T 和 S'_{12},等效应力 σ_{22}^m、τ_{23}^e、τ_{12}^e、τ_{23}^{me} 和 τ_{12}^{me} 和纵向影响系数 η_{12} 等参数的计算方法参见文献[18]。当复合材料层内某点应力达到某一失效判定条件时,认为材料发生了对应模式的失效,对应材料参数退化至一个接近于零的很小的数值。

表 6 复合材料层内损伤判定和材料参数退化方案

Table 6 Intralaminar damage criteria and property reduction for composite materials

失效模式	判定准则	退化参数
基体拉伸($\sigma_{22}\geqslant 0$)	$FI_M=(1-g)\left(\frac{\sigma_{22}}{Y'_T}\right)+g\left(\frac{\sigma_{22}}{Y'_T}\right)^2+\left(\frac{\tau_{12}}{S'_{12}}\right)^2\geqslant 1$	E_{22},ν_{12},G_{23}
基体压缩($\sigma_{22}<0,\sigma_{11}\geqslant Y_C$)	$FI_M=\left(\frac{\tau_{23}^e}{S_{23}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{12}^e}{S'_{12}}\right)^2\geqslant 1$	E_{22},ν_{12},G_{23}
基体压缩($\sigma_{22}<0,\sigma_{11}<Y_C$)	$FI_M=\left(\frac{\tau_{23}^{me}}{S_{23}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{12}^{me}}{S'_{12}}\right)^2\geqslant 1$	E_{22},ν_{12},G_{23}
纤维拉伸($\sigma_{11}\geqslant 0$)	$FI_F=\frac{\sigma_{11}}{X_T}\geqslant 1$	$E_{11},\nu_{12},G_{12},G_{13}$
纤维压缩($\sigma_{11}<0,\sigma_{22}^m\geqslant 0$)	$FI_{F/M}=(1-g)\left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y'_T}\right)+g\left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y'_T}\right)^2+\left(\frac{\tau_{12}^m}{S'_{12}}\right)^2\geqslant 1$	$E_{11},E_{22},\nu_{12},G_{12},G_{23},G_{13}$
纤维压缩($\sigma_{11}<0,\sigma_{22}^m<0$)	$FI_F=<\frac{\lvert\tau_{12}^m\rvert+\eta_{12}\sigma_{22}^m}{S'_{12}}>\geqslant 1$	$E_{11},\nu_{12},G_{12},G_{13}$

3.2 层间损伤模型

采用 ABAQUS 软件中的基于内聚力的胶层(Cohesive)单元来模拟复合材料加筋板筋条和蒙皮的脱粘过程。胶层单元采用了线弹性-线性软化(也称作双线性)牵引力-相对位移本构关系,在线弹性范围内,该本构关系表达式为

$$\begin{Bmatrix} t_n \\ t_t \\ t_s \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} K_{nn} & & \\ & K_{tt} & \\ & & K_{ss} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_s \end{Bmatrix} \tag{1}$$

式中:$t_i(i=n,s,t)$ 为胶层单元在法向(n)和两个切向上的应力(s,t);$\varepsilon_i(i=n,s,t)$ 为对应于 3 个方向上的应变。

胶层单元的损伤采用的是线性软化模型,损伤的起始准则采用二次应力准则:

$$\left\{\frac{<t_n>}{t_n^0}\right\}^2+\left\{\frac{t_s}{t_s^0}\right\}^2+\left\{\frac{t_t}{t_t^0}\right\}^2=1 \tag{2}$$

胶层出现初始损伤后,采用式(3)对胶层刚度进行折减:

$$\begin{cases} K_{nn}=(1-D)K_{nn}^0 \\ K_{ss}=(1-D)K_{ss}^0 \\ K_{tt}=(1-D)K_{tt}^0 \end{cases} \tag{3}$$

式中:$K_{ii}^0(ii=nn,ss,tt)$ 为胶层单元对应于 3 个方向的初始刚度,其取值详见表 3。

$$D=\begin{cases} 0 & \delta<\delta^0 \\ \dfrac{\delta^{max}(\delta-\delta^0)}{\delta(\delta^{max}-\delta^0)} & \delta^0<\delta<\delta^{max} \\ 1 & \delta^{max}<\delta \end{cases} \tag{4}$$

式中:δ^0 为胶层单元初始损伤时对应的变形量;δ^{max} 为胶层单元最终失效时对应的变形量。

采用基于能量的 BK 准则[20],混合模式的线性刚度衰减模型为

$$G_{equivC}=G_n^c+(G_s^c-G_n^c)\left(\frac{G_s^c+G_t^c}{G_n^c+G_s^c+G_t^c}\right)^\eta \tag{5}$$

北航学报 赠阅

式中：$\eta = 1.45$；G_{equivC} 为等效临界能量释放率；$G_i^c(i = \text{n,s,t})$ 分别为法向和 2 个切向的能量释放率对应的临界值。

3.3　有限元模型的建立

基于商用有限元分析软件 ABAQUS 对复合材料单加筋板屈曲和后屈曲过程进行分析，其中屈曲分析采用隐式算法，在 ABAQUS/Standard 求解器中进行计算；后屈曲分析采用双精度动态显式算法，在 ABAQUS/Explicit 求解器中进行计算。为了提高计算成本，并未建立加筋板两端灌封区域模型，模型的几何尺寸和铺层顺序参考图 1 和表 1，材料属性参考表 3，筋条被划分为如图 7 所示若干区域，以模拟真实结构形式。模型中复合材料部分采用连续壳单元（SC8R）单元离散，共 8 640 个单元，材料的失效判定和刚度折减通过变形 VUSDFLD 子程序实现。筋条与蒙皮间界面采用基于内聚力的胶层单元（COH3D8）离散，建模时对应相应试验件建立筋条与蒙皮间脱粘缺陷，如图 7 所示。模型中胶层单元数量为 1 200 个左右（含不同尺寸缺陷加筋板模型胶层单元数量不同）。蒙皮、胶层以及筋条下缘条分别通过 ABAQUS 软件中的绑定约束（Tie）连接，在后屈曲分析中加入通用接触防止胶层破坏后筋条与蒙皮的相互侵入。

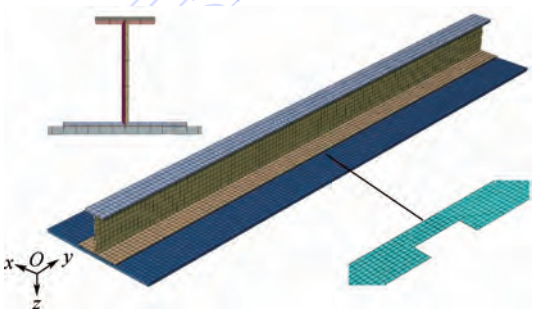


图 7　复合材料加筋板有限元模型

Fig. 7　Finite element model of stiffened composite panels

模型的边界条件为：加筋板固定端面与特征点耦合，在特征点施加固支约束；加载端面与另一特征点耦合，在特征点施加轴向位移载荷，约束其他方向平动及转动自由度。

为了模拟屈曲对复合材料加筋结构后屈曲性能的影响，需要在模型中加入几何初始扰动。借鉴目前国内外学者的做法，主要分为两步：首先进行特征值线性屈曲分析，来获得失稳载荷及相应失稳模态下每个节点上的相对位移；然后将节点位移作为一种上述几何缺陷的等效替代引入非线性后屈曲模型。参考文献[4,11,17]，几何初始扰动的幅值为 10^{-2} 量级。

4　计算结果分析与讨论

4.1　计算结果与试验结果对比

计算得到的载荷-位移曲线如图 4（a）~图 4（d）所示，与试验结果吻合较好。如表 4、表 5 所示结果，计算得到的屈曲载荷和峰值载荷与试验结果的最大误差分别为 1.80% 和 4.82%。从图 3（a）、图 4（a）和图 5 可以看出，模拟计算可以得到与试验相同的失稳模态和破坏模式。总之，计算结果可以很好地模拟试验件的失稳特性、后屈曲历程和破坏模式，通过模拟计算结果可以对试验件的破坏机理进行分析研究。

4.2　破坏机理分析

根据试验结果，4 组试验件的屈曲模态、后屈曲历程大致可以分为两种模式，IN、FD-50 和 HD-100 组模式相同，FD-100 组与其他 3 组模式不同。分析计算结果显示两种模式分别对应两种不同的破坏机理，下面分别对其进行分析讨论。

4.2.1　破坏机理 1

IN、FD-50 和 HD-100 组试验件破坏机理大致相同，下面以 IN 组试验件为例说明。图 8（a）给出了计算得到的 IN 组试验件筋条和蒙皮的载荷-位移曲线，图 8（b）显示了对应曲线图上不同位置加筋板变形与筋条、蒙皮脱粘情况。从图 8 中可以看出，试验件未发生屈曲前，筋条与蒙皮变形一致，载荷按刚度分配，筋条、蒙皮界面的应力较小。当试验件发生屈曲后，蒙皮由于变形过大导致刚度下降较大，筋条由于变形相对较小而刚度下降较小，导致筋条与蒙皮间载荷传递不断增大，筋条、蒙皮间界面的应力也不断增大。当加载至 ⅰ 点时，界面应力增大到一定程度，界面发生初始脱粘。随着脱粘的迅速扩展（ⅱ 点），蒙皮的承载能力迅速降低，载荷迅速向筋条传递，从而导致筋条承载过大并折断（ⅲ 点），试验件不能承载。

图 9 给出了在图 8（a）ⅰ 点载荷下，沿图 8（b）中标出的筋条蒙皮起始脱粘截面上的单位宽度内力矩（M_{xy}）分布，相对扭矩 M_{xy} 而言，弯矩 M_x 和 M_y 数值较小忽略不计。从图中可以看出，筋条下缘条与蒙皮的力矩 M_{xy} 数值相差较大，为了保持受力平衡，筋条蒙皮间界面必然存在较大的剪切应力 τ_{yz}。图 10 给出了 4 组加筋板试验件脱粘扩展起始时刻起始位置处界面应力，其中 σ_{zz} 为界面正应力，τ_{yz} 为界面剪切应力。

北航学报 赠阅

从图 10 中可以看出,导致 IN、FD-50 和 HD-100 组试验件脱粘扩展的驱动力为界面剪切应力 τ_{yz},筋条蒙皮间界面发生了Ⅱ型开裂。图 11 给出了在图 8(a)中ⅰ时刻沿图 8(b)中截面上界面剪切应力 τ_{yz}的分布。从图中可以看出在界面边缘处脱粘起始位置处剪切应力 τ_{yz}最大,主要原因是此处筋条下缘条与蒙皮力矩 M_{xy}的差值最大。

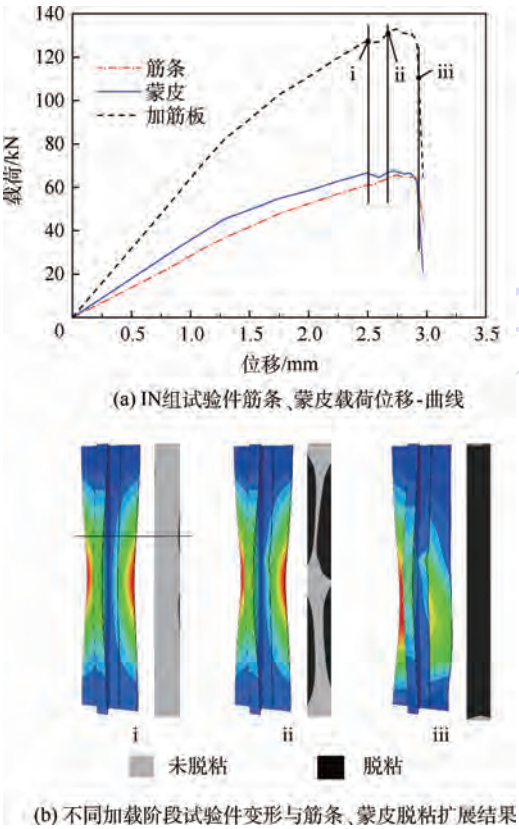


图 8 IN 组试验件筋条、蒙皮载荷-位移曲线及不同加载阶段试验件变形与筋条、蒙皮脱粘扩展结果

Fig. 8 Load-displacement curves of stringer and skin of IN group specimens and deformation and debond growth of stringer and skin of specimens in different loading phases

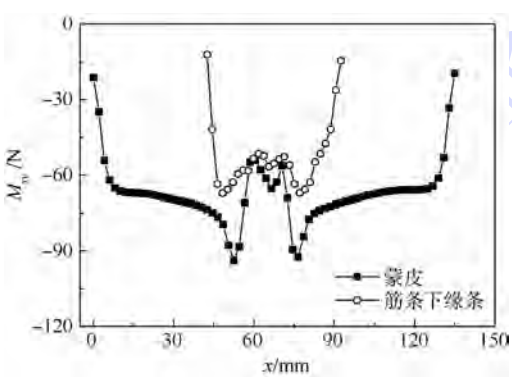


图 9 IN 组试验件脱粘起始截面单位宽度内力矩分布

Fig. 9 Distribution of resultant moment per width on debond initiation section of IN group specimens

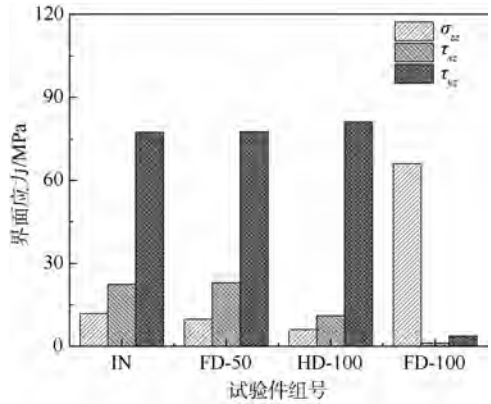


图 10 试验件脱粘扩展初始时刻初始位置界面应力

Fig. 10 Interlaminar stress of onset position at debond propagation imitation moment of specimens

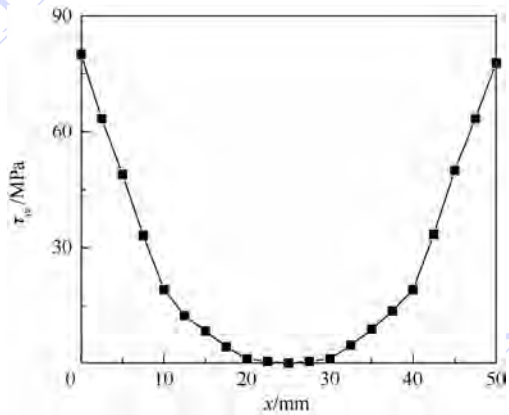


图 11 IN 组试验件界面剪切应力分布

Fig. 11 Distribution of interlaminar shear stress on IN group specimens

4.2.2 破坏机理 2

FD-100 组试验件破坏机理与其他 3 组不同。图 12(a)给出了计算得到的 FD-100 组试验件筋条和蒙皮的载荷-位移曲线,图 12(b)给出了对应曲线图上不同位置加筋板变形与筋条、蒙皮脱粘情况。从图中可以看出,试验件未发生屈曲前,筋条与蒙皮变形一致,载荷按刚度分配,筋条蒙皮间界面的应力较小。当试验件发生屈曲后,蒙皮由于变形过大导致刚度下降较大,筋条由于变形相对较小而刚度下降较小,导致筋条蒙皮间载荷传递不断增大,筋条蒙皮间界面的应力也不断增大。当载荷达到图 12(a)中ⅳ点时,界面应力增大到一定程度,界面发生初始脱粘。随着脱粘的迅速扩展(ⅴ点),蒙皮的承载能力迅速降低,载荷迅速向筋条传递。当脱粘扩展至一定范围时(ⅳ点),蒙皮几乎不能承载,载荷几乎全部由筋条承受,当筋条达到承载能力的极限时(ⅶ点),筋条折断,试验件不能承载。

图 13 给出了在图 12(a)ⅳ点载荷下,沿图 12(b)中标出的筋条、蒙皮起始脱粘截面单位宽度内力矩 M_x 分布,相对 M_x 而言,M_y 和 M_{xy} 数

北航学报 赠阅

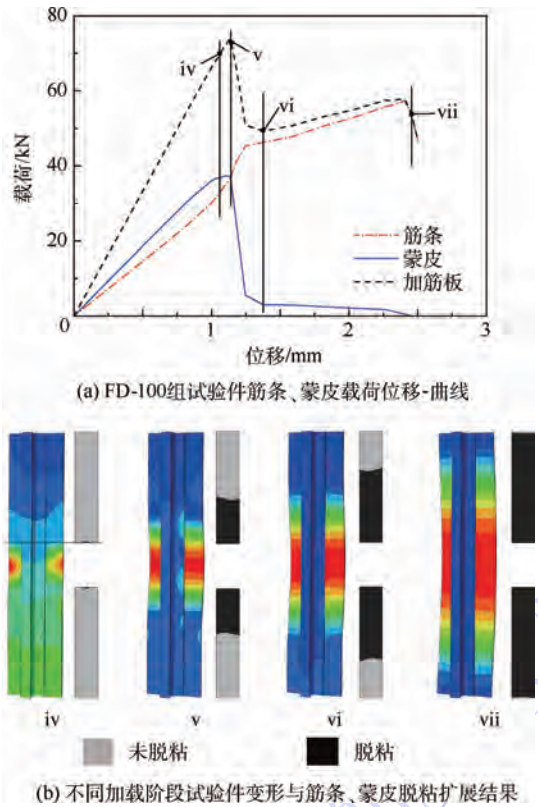


图 12　FD-100 组试验件筋条、蒙皮载荷-位移曲线及不同加载阶段试验件变形与筋条、蒙皮脱粘扩展结果

Fig. 12　Load-displacement curves of stringer and skin of FD-100 group specimens and deformation and debond growth of stringer and skin of specimens in different loading phases

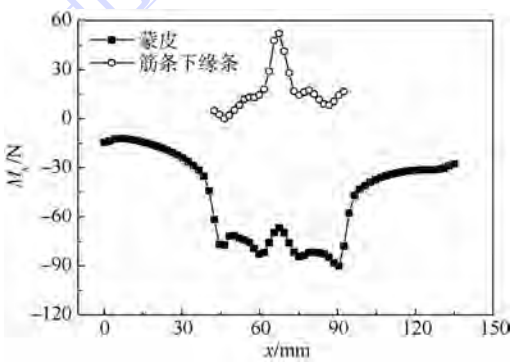


图 13　FD-100 组试验件脱粘起始截面单位宽度力矩分布

Fig. 13　Distribution of resultant moment per width on debond initiation section of FD-100 group specimens

值较小忽略不计。从图中可以看出，筋条下缘条与蒙皮的力矩 M_x 数值相差较大，为了保持受力平衡，筋条蒙皮间界面必然存在较大的正应力 σ_{zz}。从图 10 中可以看出，导致 FD-100 组试验件脱粘扩展的驱动力正是界面正应力 σ_{zz}，筋条蒙皮间界面发生了 I 型开裂。图 14 给出了在图 12(a)中 ⅰ 时刻沿图 12(b)中截面上界面正应力 σ_{zz} 的

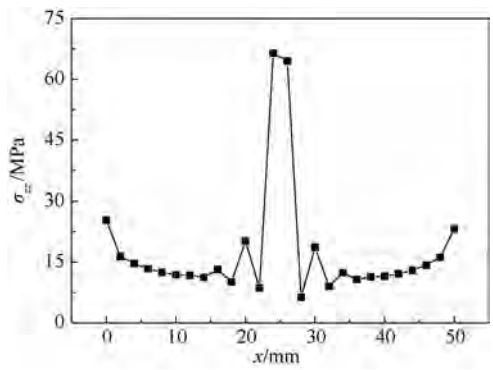


图 14　FD-100 组试验件界面正应力分布

Fig. 14　Distribution of interlaminar normal stress on FD-100 group specimens

分布。从图中可以看出在界面边缘中间处脱粘起始位置处正应力 σ_{zz} 最大，主要原因是此处筋条下缘条与蒙皮力矩 M_x 的差值最大。

5　结　论

1）脱粘尺寸对复合材料单加筋板屈曲特性影响较大。随着脱粘宽度或脱粘长度的增大，加筋板的屈曲载荷不断减小。脱粘尺寸较小的 FD-50 和 HD-100 组试验件的屈曲模态与完好试验件相同，均为一个近似反对称的半波模态；脱粘尺寸最大的 FD-100 组试验件则呈现出与完好试验件不同的一个近似对称半波的屈曲模态。

2）脱粘尺寸对复合材料单加筋板后屈曲特性影响较大。脱粘尺寸较小的 FD-50 和 HD-100 组试验件与完好试验件相同，筋条蒙皮脱粘的大范围扩展发生在破坏瞬间；脱粘尺寸最大的 FD-100 组试验件则与完好试验件不同，筋条蒙皮脱粘的大面积扩展发生较早，载荷较低，大面积脱粘后筋条仍能继续承载。

3）脱粘尺寸对试验件的最终破坏模式影响不大，但对峰值载荷影响较大。随着脱粘宽度和脱粘长度的增大，复合材料单加筋板的峰值载荷不断减小，与完好试验件屈曲模态和后屈曲历程相同的 FD-50 和 HD-100 组试验件强度最大下降 8.55%，而与完好试验件屈曲模态和后屈曲历程不同的 FD-100 组试验件的强度则下降了 42.25%。

4）脱粘尺寸对复合材料单加筋板的破坏机理影响较大。对于脱粘尺寸较小的 FD-50 和 HD-100 组试验件，破坏机理与完好试验件相同：筋条蒙皮的脱粘主要由较大界面剪切应力 τ_{yz} 引起；对于脱粘尺寸较大的 FD-100 组试验件，筋条蒙皮的脱粘主要由较大界面正应力 σ_{zz} 引起。

北航学报 赠阅

5）脱粘缺陷尺寸的增大会引起复合材料单加筋板屈曲模态的转变，从而改变载荷传递的机理，影响试验件后屈曲及筋条蒙皮脱粘扩展历程，最终造成结构承载能力的大幅降低。因此在复合材料加筋结构损伤容限设计过程中应重点关注脱粘缺陷尺寸大小对结构承载能力的影响。

参考文献（References）

[1] STEVENS K A, RICCI R, DAVIES G A O. Buckling and post-buckling of composite structures [J]. Composites, 1995, 26(3): 189-199.

[2] FALZON B G, STEVENS K A, DAVIES G A O. Postbuckling behaviour of a blade-stiffened composite panel loaded in uniaxial compression [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2000, 31(5): 459-468.

[3] ORIFICI A C, SHAH S A, HERSZBERG I, et al. Failure analysis in postbuckled composite T-sections [J]. Composite Structures, 2008, 86(1-3): 146-153.

[4] 孔斌，叶强，陈普会，等. 复合材料整体加筋板轴压后屈曲的传载机制[J]. 复合材料学报，2010，27(5)：142-149.
KONG B, YE Q, CHEN P H, et al. Post-buckling load transfer mechanisms of an integrated composite panel under uniaxial compression [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2010, 27(5): 142-149(in Chinese).

[5] KONG C W, LI I C, KIM C G, et al. Postbuckling and failure of stiffened composite panels under axial compression [J]. Composite Structures, 1998, 42(1): 13-21.

[6] ZHU S, YAN J, CHEN Z, et al. Effect of the stiffener stiffness on the buckling and post-buckling behavior of stiffened composite panels – Experimental investigation [J]. Composite Structures, 2015, 120: 334-345.

[7] 邵青，何宇廷，张腾，等. 侧边边界条件对复合材料加筋板轴压载荷下屈曲和后屈曲性能的影响[J]. 复合材料学报，2014，31(3)：741-748.
SHAO Q, HE Y T, ZHANG T, et al. Influence of side boundary condition on buckling and post-buckling performance of composite stiffened panels under axial compression load [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2014, 31(3): 741-748(in Chinese).

[8] 王菲菲，崔德刚，熊强，等. 复合材料加筋板后屈曲承载能力工程分析方法[J]. 北京航空航天大学学报，2013，39(4)：494-497.
WANG F F, CUI D G, XIONG Q, et al. Engineering analysis of post-buckling loading capability for composite stiffened panels [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(4): 494-497(in Chinese).

[9] ORIFICI A C, THOMSON R S, DEGENHARDT R, et al. An analysis tool for design and certification of postbuckling composite aerospace structures [J]. International Journal of Structural Stability & Dynamics, 2010, 10(3): 669-683.

[10] BISAGNI C, VESCOVINI R, DÁVILA C G, et al. Assessment of the damage tolerance of postbuckled hat-stiffened panels using single-stringer specimens: AIAA-2010-2696 [R]. Reston: AIAA, 2010.

[11] 徐荣章，关志东，刘璐，等. 屈曲模态对含缺陷复材加筋板后屈曲的影响[J]. 北京航空航天大学学报，2014，40(9)：1299-1304.
XU R Z, GUAN Z D, LIU L, et al. Effect of buckling mode on performance of post-buckled composite stringer-stiffened panels with debond [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(9): 1299-1304(in Chinese).

[12] LAURIN F, CARRERE N, MAIRE J F. Laminated composite structures subjected to compressive loading: A material and structural buckling analysis [J]. Composite Structures, 2007, 80(2): 172-182.

[13] GREENHALGH E, MEEKS C, CLARKE A, et al. The effect of defects on the performance of post-buckled CFRP stringer-stiffened panels [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2003, 34(7): 623-633.

[14] ORIFICI A C, ALBERDI I O Z, THOMSON R S, et al. Compression and post-buckling damage growth and collapse analysis of flat composite stiffened panels [J]. Composites Science and Technology, 2008, 68(15-16): 3150-3160.

[15] YAP J W H, THOMSON R S, SCOTT M L, et al. Influence of post-buckling behavior of composite stiffened panels on the damage criticality [J]. Composite Structures, 2004, 66(1-4): 197-206.

[16] VESCOVINI R, DÁVILA C G, BISAGNI C. Failure analysis of composite multi-stringer panels using simplified models [J]. Composites Part B: Engineering, 2013, 45(1): 939-951.

[17] 周睿，关志东，黎增山，等. 长桁-翼肋连接对复合材料单加筋板压缩性能的影响[J]. 复合材料学报，2015，32(2)：491-500.
ZHOU R, GUAN Z D, LI Z S, et al. Effects of connector between stringer and rib on compressional behavior of single-stiffened composite panels [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2015, 32(2): 491-500(in Chinese).

[18] DÁVILA C G, CAMANHO P P. Failure criteria for FRP laminates in plane stress: NASA/TM-2003-212663 [R]. Hampton: NASA, Langley Research Center, 2003.

[19] LAŠ V, ZEMŠÍK R, KROUPA T, et al. Failure prediction of composite materials [J]. Bulletin of Applied Mechanics, 2008, 4(14): 81-87.

[20] BENZEGGAGH M L, KENANE M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/expoxy composites with mixed-mode bending apparatus [J]. Composites Science and Technology, 1996, 56(4): 439-449.

作者简介：

冀赵杰 男，博士研究生。主要研究方向：复合材料损伤容限设计。

E-mail: jizhaojie@buaa.edu.cn

关志东 男，博士，教授。主要研究方向：复合材料结构设计、复合材料力学。

Tel.：010-82338873

E-mail: D5062010@163.com

北航学报 赠阅

Effects of debond size on compressional behavior of single-stiffened composite panels

JI Zhaojie[1], GUAN Zhidong[1,*], LI Zengshan[1], XUE Bin[2]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai 201210, China)

Abstract: In order to research the effects of debond size on buckling and post-buckling behavior of single-stiffened composite panel under axial compression, four types of I-section stringer-stiffened composite panels containing different debond defects were investigated by test and numerical simulation. Strain measurement and ultrasonic scan were conducted to monitor the deformation and defect propagation in the process of buckling and post-buckling. Finite element analysis(FEA) models were established based on ABAQUS. LaRC03 criteria were introduced for the judgment of intralaminar damage and cohesive elements were used to simulate the damage of the interface between stringer and panel. Buckling wave was introduced by initial geometric imperfection. Processes of buckling and post-buckling of specimens were simulated by the FEA models. The simulated results are coordinated with the test results very well. Failure process and mechanism of debond propagation were analysis and discussed based on the tested and simulated results. The results indicate that debond size has significant effects on the buckling and post-buckling behavior of the specimens instead of the final failure mode. Loading capacity decreases rapidly with the increasing debond size, which needs to be focused on in the damage tolerance design of stiffened composite structures.

Key words: polymer-matrix composites (PMCs); damage tolerance; debond defect; post-buckling; mechanical testing; finite element analysis (FEA)

Received: 2015-09-15; **Accepted**: 2015-10-23; **Published online**: 2016-01-05 11:24
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160105.1124.006.html
* **Corresponding author**. Tel.: 010-82338873　E-mail: D5062010@163.com

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0746

前体边条控制技术对航向静稳定性的影响

闻静, 王延奎*, 邓学蓥

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 当飞机航向失稳时,垂尾所在的机身后体处于低能的翼身涡尾流中,效率降低,而机身前体则位于尚未干扰的气流中,在机身头部加前体边条,可以起到增加航向静稳定性作用。通过对一系列前体边条的试验研究,发现长度为机身总长3%的前体边条,可将全机航向失稳迎角提高约8°左右,且侧滑角越小,航向失稳迎角提高越多。通过测压和PIV试验数据可以发现,前体边条提高航向静稳定性,主要是由于前体边条产生边条涡,该涡主要影响机身前体,使得前体背风侧负压力值减小,从而导致前体截面不稳定偏航力矩减小,增加了全机的航向静稳定性。

关 键 词: 航向静稳定性; 翼身涡尾流; 前体边条; 偏航力矩; 垂尾
中图分类号: V221+.3; TB553
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2180-09

现代战斗机要求具有很高的机动能力,其飞行迎角范围要求达到大迎角。然而研究表明,现代战斗机,尤其是按静稳定原则进行设计的战斗机,存在中等、大迎角纵、横向稳定性严重非线性和不足的问题,当某一方向性能如航向首先出现静不稳定时,飞机会出现如尾旋等危险情况,大大危及飞行安全[1]。本文研究当飞机气动性能首先出现航向静不稳定时,如何以最小的改动提高航向失稳迎角,从而提高整个飞机的飞行范围。

航向失稳时,通常的航向控制面(舵面)如垂尾已处于低能的翼身涡尾流中,效率丧失。而提高垂尾效率,只能通过改变飞机翼身分离流动得以实现。近年来,由于飞行器大迎角亚、跨声速飞行的机动性要求,在其气动设计思想上,已经从以前的避免或推迟气动分离而转为利用和控制气动分离,鸭翼、边条翼布局和前体涡控制技术就是利用旋涡空气动力的典型方法。尤其近年来前体涡控制的研究在国内外正蓬勃发展[2-3],如在机身前体上采用边界层分离的控制技术,具体措施有:固定的前体边条,可移动边条,小型化可转动边条,小孔喷气或吸气,以及表面缝隙的吹气或吸气等[4-12]。本文研究目的是希望通过最小的改动,在尽量不影响纵向气动特性情况下,改善航向静稳定性。而鸭翼和边条翼布局都是利用对主翼的有利干扰来提高战斗机大迎角升力,减小诱导阻力,从而提高战斗机机动性,然而,在一定迎角范围内,鸭翼和边条翼也使战斗机的纵、横向稳定性迅速降低[1]。通过在机翼上展向吹气,可以直接增加机翼涡的能量,而延缓机翼涡破裂的迎角,使得垂尾效率增加,但吹气装置一般比较复杂,在机身内部还需要增加储气设备,增加了飞机质量且难以加工实现。相对于垂尾处于翼身涡尾流之中,机身尤其是前体机身位于尚未干扰的气流之中,在中等迎角下,机身头部流场没有出现分离流动,流场简单,而且机身头部距离气

收稿日期: 2015-11-12; **录用日期**: 2015-12-09; **网络出版时间**: 2016-03-24 09:19
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160324.0919.002.html
基金项目: 国家自然科学基金(11272035)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82339591 E-mail: wangyankui@buaa.edu.cn

引用格式: 闻静, 王延奎, 邓学蓥. 前体边条控制技术对航向静稳定性的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2180-2188. WEN J, WANG Y K, DENG X Y. Effect of forebody strake control technology on static directional stability[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2180-2188 (in Chinese).

北航学报 赠阅

动中心较远,力臂长,如在机身头部进行较小的改变,则可对全机偏航力矩产生很大的影响,因此在机身头部安装前体边条是改善航向静稳定性的理想选择。国内,夏学渊等[13]对 5 种不同形状和位置的前体边条对航向静稳定性的影响做了仔细研究,但选取边条尺寸较大,且没有流动分析。本文通过一系列风洞试验主要研究了尺寸较小的前体边条的几何特性对航向静稳定性的影响及前体边条影响航向静稳定性的流动机理。

1　试验模型及设备

1.1　试验模型

本文采用的试验模型如图 1 所示。试验模型为中等后掠翼单垂尾常规布局飞机,模型包含后掠角为 47.5°的中等后掠机翼、一个单垂尾、双平尾和双腹鳍等部件,所有部件均可拆卸。试验模型沿轴向布置 9 个测压截面,垂尾沿法向布置 2 个测压截面,如图 2 所示。其中,x = 0.08,0.15,0.25 m 截面为机身前体截面,x = 0.4,0.48 m 截面位于机身进气道上,x = 0.515,0.6,0.7 m 截面则位于机翼上翼面。

本文试验模型采用正装和侧装 2 种方法进行安装(见图 3),正装主要是进行测压和测力试验,而侧装主要是进行 PIV 试验,即采用侧滑角 β 代替迎角 α 的方式水平安装。

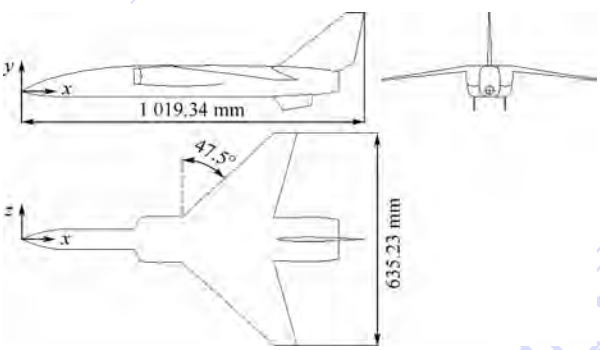


图 1　试验模型

Fig. 1　Test model

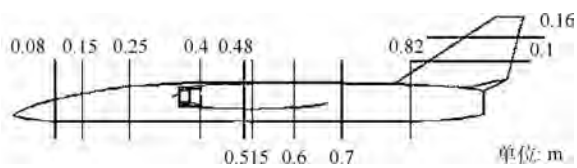


图 2　试验模型测压截面示意图

Fig. 2　Schematic of pressure measurement section of test model

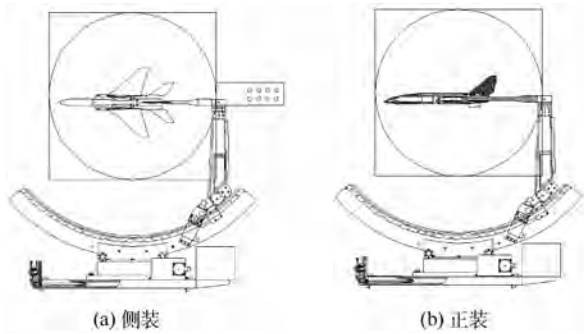


图 3　飞机模型安装示意图

Fig. 3　Schematic of airplane model mounting

1.2　风洞及试验设备

1.2.1　风　洞

本文试验是在北京航空航天大学 D4 常规回流式低速风洞开口段中完成的,开口段长2.5 m × 宽 1.5 m × 高 1.5 m,自由来流湍流度为 0.08%,风速范围为 10 ~ 60 m/s。

1.2.2　试验设备

本文通过尾支撑六分量应变天平测量试验模型的气动力和气动特性,通过 DTC 测压设备对测压截面的测量和 PIV 系统得到的流场显示相结合,可分析截面流场。

1)天平。用于本文试验研究的测力天平采用的是中国空气动力研究与发展中心校准/测试实验室制造的六分量应变天平,天平型号为 N6yT-43,试验结果采用的坐标系是国家标准坐标系,已经对天平坐标系进行了转换。天平静校中心距顶端基准面的距离为 108.3 mm。

测力天平作为测力试验的采集设备,其数据采集的准确性和重复性直接影响到了测力试验的好坏,因此测力天平必须具备良好的测量精度。表 1 为本文试验研究中用到的天平的技术参数。

表 1　天平的设计载荷与校准载荷

Table 1　Design load and calibration load of balance

参数	y/N	M_z/(N·m)	M_x/(N·m)	x/N	z/N	M_y/(N·m)
设计载荷	960	36	16	360	300	24
校准载荷	960	36	16	320	320	31.2

2)测压设备。本文的压力测量采用 D4 风洞最新引进的 DTC 压力测量系统,DTC Initium 是为 PSI 公司 DTC 系列微型 ESP 压力传感器提供的功能强大且经济的数据采集系统。该系统由 DTC 采集主机和 DTC 系类 ESP 压力扫描阀组成。主机最多可同时对 8 个扫描阀模块并行扫描采集。该系统有内触发和外触发 2 种工作模式,主机最

北航学报 赠阅

大采集频率与扫描阀通道数成反比,对于 32 通道的扫描阀来说,内触发最大采集频率约为 660 Hz,外触发相应时间经计算认为是即时响应的,测量精度达到 ±0.05% FS。

3) PIV 系统。本文 PIV 设备采用 Dantec 公司的二维 PIV 系统,如图 4 所示。系统主要由激光器系统、焦距为 85 mm 和 50 mm 的尼康镜头、粒子发生器、帧抓取器、同步板和 FlowManager 采集处理软件组成。

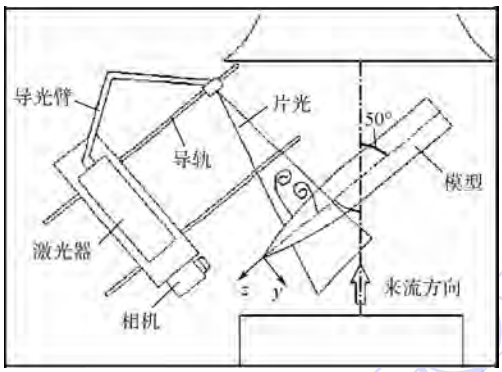


图 4 PIV 系统布置示意图

Fig. 4 Schematic of PIV system layout

2 前体边条控制技术

2.1 航向静稳定性分析

图 5 给出了全机模型和各部件偏航力矩 C_n 的数值计算结果。可以看出,垂尾和机身是提供全机偏航力矩的 2 个主要部件,其中垂尾提供稳定的偏航力矩,机身提供不稳定的偏航力矩,它们都随着迎角的增加向航向不稳定发展。机翼本身并不产生偏航力矩,但是机翼涡是影响垂尾效率降低的主要流动因素(见图 6)。垂尾是被动受力部件,其本身并不对流场产生作用,但受上游流动影响很大[14-15]。如果要提高垂尾效率,则需要改变全机分离涡流动,不易实现且容易影响纵向性能。

图 7 给出了前段机身各截面 PIV 流场图。可以看出,在中等迎角下($\alpha = 26°$),机身涡在靠近进气道附近($x = 0.3$ m 截面)才产生,机身中部($x = 0.4$ m截面、$x = 0.48$ m 截面)的进气道涡和机翼涡是使得机身不稳定偏航力矩随迎角增加而增加的主要原因。但是机身中部靠近气动中心($x = 0.613$ m),且受机翼涡影响较大,在此段加改善措施效果不明显。而在机身头部($x = 0.08$ m 截面、$x = 0.15$ m 截面)并没有分离流动,而且机身头部距离气动中心较远,力臂长,在机身头部加较小的改变,则可对全机偏航力矩产生很大的影响。根据上述思想,本文试验尝试在机身头部安装边条,利用前体边条涡技术控制航向静稳定性。

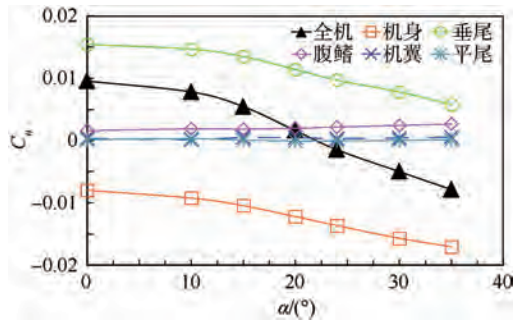


图 5 全机模型和各部件偏航力矩的数值计算结果($\beta = 4°$)

Fig. 5 Computational results of yawing moment of model and components ($\beta = 4°$)

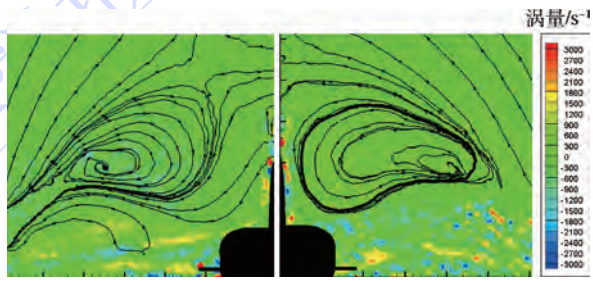


图 6 垂尾 PIV 流场显示图($\alpha = 26°$, $\beta = 4°$, $x = 0.86$ m)

Fig. 6 PIV results of vertical tail ($\alpha = 26°$, $\beta = 4°$, $x = 0.86$ m)

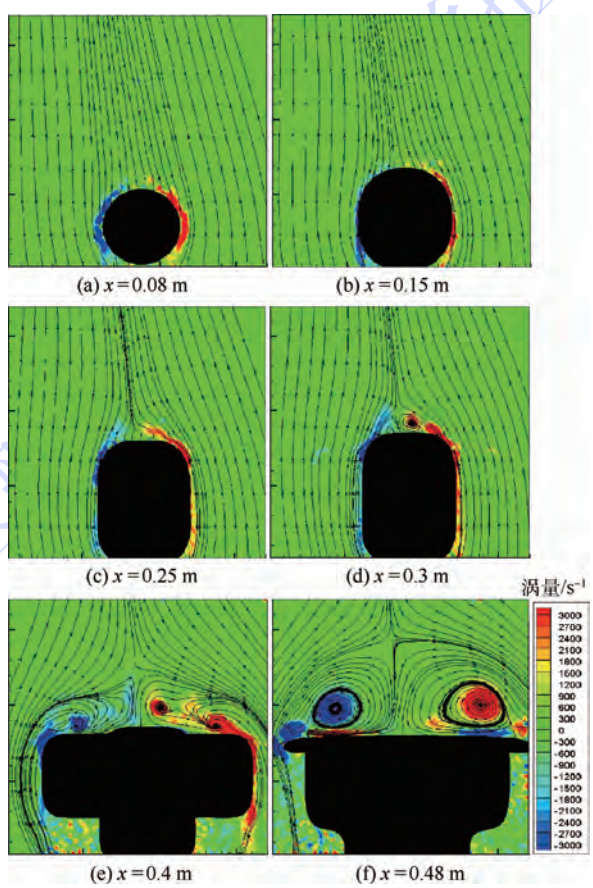


图 7 机身前体各截面 PIV 流场显示图($\alpha = 26°$, $\beta = 4°$)

Fig. 7 PIV results of sections of front part of fuselage ($\alpha = 26°$, $\beta = 4°$)

北航学报 赠阅

2.2　前体边条形状及尺寸

本文共加工 6 个边条进行试验，形状如图 8 所示。图中：L 为边条长度；H 为边条最大宽度。尺寸由表 2 给出。

图 9 给出了不同前体边条对航向静稳定性 $C_{n\beta}$ 的影响。从测力结果可以看出，边条 1 ~ 边条 5 都有明显改善效果。边条 1 改善效果最好，但是相对于机身比例过大，对飞机其他性能影响也相应比较大，实用性不好。边条 5 在具有改善效果的边条中面积最小，而若将其进一步缩小，如边条 6 则没有改善效果。故在所有试验的边条中，边条 5 最为理想。图 10 给出了边条 5 在不同安装角度下对航向静稳定性 $C_{n\beta}$ 的影响。可以看出，90°安装角效果最好，60°次之，120°则几乎对偏航力矩没有明显改善作用。综合上述参数分析，本文将采用边条 5、90°安装角作为最佳改善措施方案并进行分析。

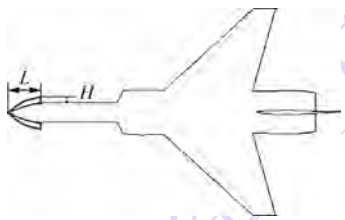


图 8　前体边条示意图

Fig. 8　Schematic of forebody strakes

表 2　前体边条

Table 2　Forebody strakes

边条	H/mm	L/mm
1	25	100
2	25	50
3	12.5	50
4	5	100
5	5	30
6	2	30

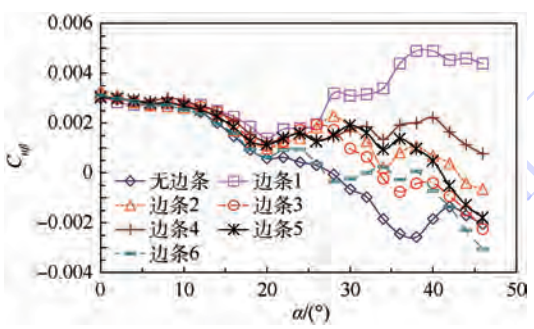


图 9　不同前体边条对航向静稳定性的影响

Fig. 9　Effects of different forebody strakes on static directional stability

2.3　边条适用性

边条 5 对飞机的航向静稳定性有明显的改善作用，但是边条 5 能否应用于飞机，还需要考虑其对纵、横向气动性能的影响。同时，边条 5 改善航向静稳定性的效果并不适用所有的侧滑角范围，当侧滑角比较小时，改善效果明显，而当侧滑角比较大时，边条的效果就不明显了。

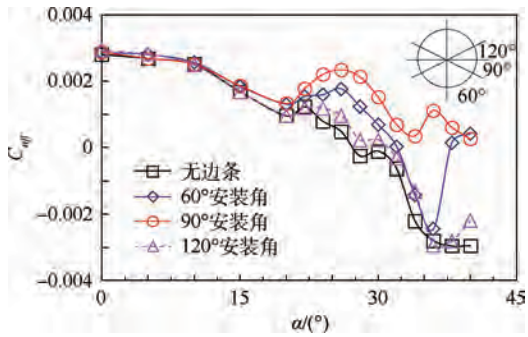


图 10　边条 5 的不同安装位置对航向静稳定性的影响

Fig. 10　Effects of different mounting positions of strake 5 on static directional stability

2.3.1　边条对纵、横向气动性能影响

图 11(a) ~ 图 11(d)分别给出了 $\beta = 4°$，边条 5 对飞机升力 C_L、阻力 C_D、俯仰力矩 C_m 和滚转力矩 C_l 的影响。可以看出，边条 5 对飞机的纵向特性基本没有影响，只有当迎角 $\alpha > 28°$ 时，边条 5 对飞机的抬头力矩略有抑制。而边条对滚转力矩的影响比较大，这也和横航向性能耦合有关，图 11(d)显示当迎角 $\alpha > 24°$ 时，边条 5 使得稳定滚转力矩继续增加，增强了横向稳定性。

2.3.2　侧滑角影响

图 12 给出了侧滑角对边条 5 偏航力矩 C_n 改善作用的影响。当 $\beta = 0°$ 时，加边条 5 和不加边条 5 的偏航力矩曲线基本重合，并基本保持在 $C_n = 0$ 附近，可见无侧滑时边条 5 对飞机航向性能基本没有影响，并未在中等迎角增加飞机的气动非对称性。而一旦出现较小的侧滑角($\beta = \pm 2°$)，边条 5 则具有很明显的改善作用，将偏航力矩变号的迎角从 $\alpha \approx 27°$ 提高到 $\alpha \approx 36°$，提高了 9°。当侧滑角增大到 $\beta = \pm 4°$ 时，边条 5 将偏航力矩变号的迎角从 $\alpha \approx 27°$ 提高到 $\alpha \approx 35°$，仍有 8°明显的改善效果。当侧滑角进一步增加到 $\beta = \pm 6°$ 时，边条 5 将偏航力矩变号的迎角从 $\alpha \approx 26°$ 提高到 $\alpha \approx 33°$，提高了 7°，提高迎角度数虽然略有下降，但效果依然很明显。但当 $\beta = \pm 8°$ 时，边条 5 将偏航力矩变号的迎角从 $\alpha \approx 24°$ 只提高到了 $\alpha \approx 26°$，只提高了 2°，改善作用大大减弱。可见，边条 5 对偏航力矩的改善作用在侧滑角不太大($\beta < 8°$)的范围内效果明显，大概有 7°以上的改善作用；当侧滑角较大($\beta \geq 8°$)时，改善作用减弱，改善效果不明显。

北航学报 赠阅

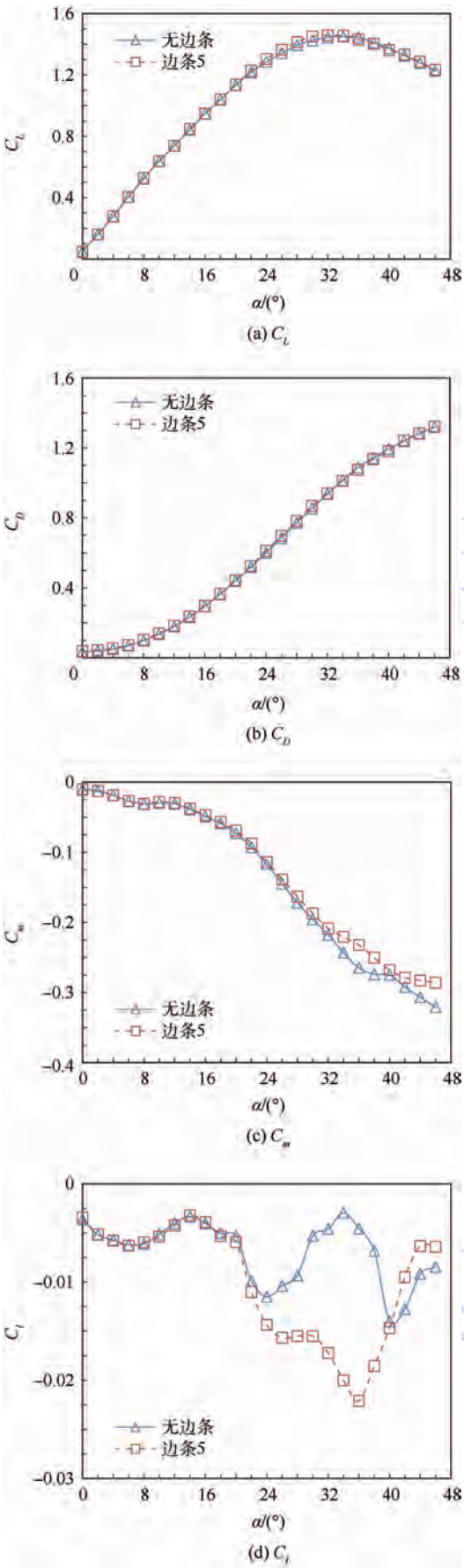


图 11 边条 5 对纵、横向气动性能的影响($\beta=4°$)

Fig. 11 Effects of strake 5 on longitudinal and lateral aerodynamic characteristic ($\beta=4°$)

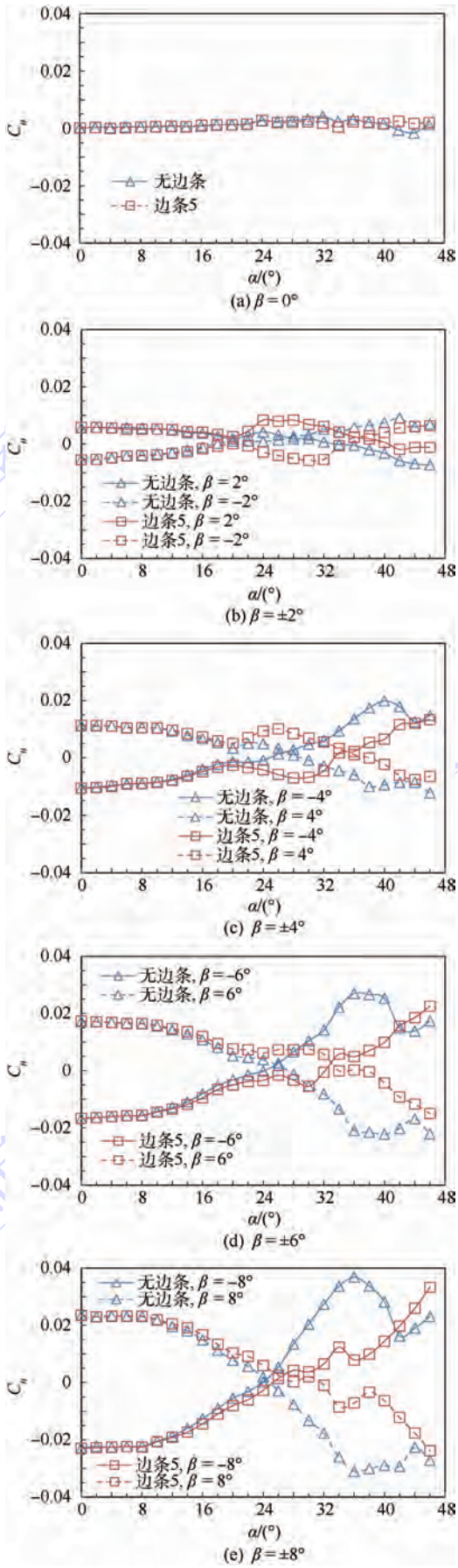


图 12 不同侧滑角下,有边条和无边条偏航力矩比较

Fig. 12 Comparison of yawing moment with and without forebody strake under different sideslip angles

北航学报 赠阅

2.4　前体边条控制技术流动机理

边条 5 的弦长只约占全机总长度的 3%，但是却可以改变全机整体横航向特性，那么它是如何起作用的？它的流动机理是什么？图 13 给出了机身各测压截面压力积分得到的偏航力矩 C_n 在安装边条 5 和不安装边条 5 时的区别（以 $\beta=4°$ 为例）。可以看出，边条对机身前体 2 个靠近头部的截面影响较大，而对较为靠后的截面影响较小。机身 $x=0.08$ m 截面和机身 $x=0.15$ m 截面在不安装边条时，其偏航力矩基本不随迎角变化而变化，为平直线。而在安装边条后，随着迎角的增大，边条使得前 2 个截面产生的偏航力矩由负的不稳定偏航力矩逐渐变为正的稳定偏航力矩。而对于使机身随迎角产生不稳定偏航力矩的主要部分——机身中部截面（$x=0.25$ m 截面、$x=0.4$ m截面和 $x=0.48$ m 截面），边条基本没有改善作用，这些区域产生的不稳定偏航力矩仍然随着迎角的增加而增大。由此可见，边条对全机偏航力矩的改善作用主要是边条改善了机身前体截面所导致的。

为了进一步研究边条对前体截面改善的流动原因，本文选取了 $\alpha=26°$，安装边条和不安装边条的各截面流场进行比较分析。图 14 给出了 $x=0.08$ m测压截面的测压点分布示意图。图中：θ 为测压点的周向角。图 15 和图 16 分别给出了 $\alpha=26°$安装边条和不安装边条时 $x=0.08$ m 截面的压力分布 C_p 和 PIV 流场图。从压力分布来看，在安装边条后，$x=0.08$ m 截面只在靠近模型上对称面压力值不同，且主要是影响背风侧附近负压力值略有减小，背风侧负压会产生负的侧向力和不稳定偏航力矩，负压力值减小，则会导致不稳定偏航力矩也减小，该结果与图 13（a）吻合。由图 16可以看出，模型未安装边条时，虽然在模型两侧有明显的附面层，但是整个流场还全部为未分离流动。而在安装边条之后，可以在模型背风侧看到明显的涡结构出现，该涡的位置和图 15 压力分布变化范围基本对应。虽然从压力分布上看到，边条涡引起的压力分布数值变化不是特别大，但其影响范围正好在左右两侧产生侧向力的位置，结合力臂，产生的偏航力矩偏差值就比较大。由此可见，该截面偏航力矩改善主要是由于在安装边条后，出现的分离涡影响两侧压力分布导致。

图 17 给出了 $x=0.15$ m 测压截面的测压点分布示意图。图 18 和图 19 给出了 $x=0.15$ m 截面安装边条和未安装边条压力分布 C_p 及 PIV 流场图。与 $x=0.08$ m截面类似，边条主要改善

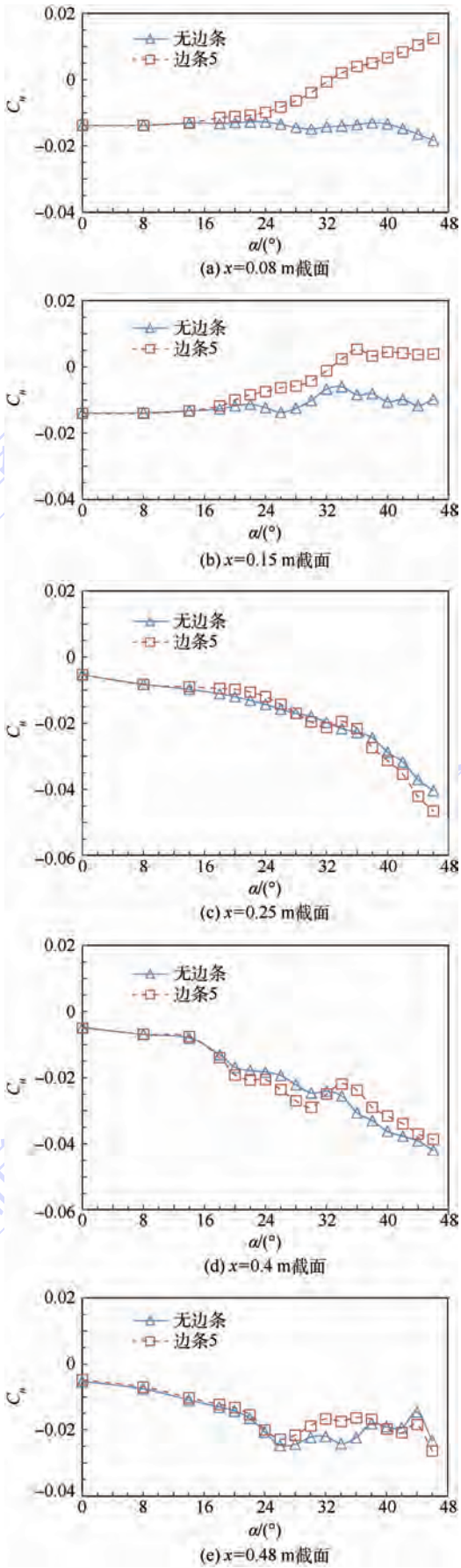


图 13　边条 5 对机身前体各测压截面影响（$\beta=4°$）

Fig. 13　Effects of strake 5 on pressure measurement sections of front part of fuselage ($\beta=4°$)

北航学报 赠阅

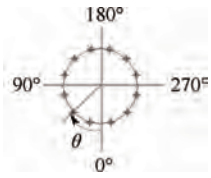


图 14 $x=0.08$ m 测压截面示意图

Fig. 14 Schematic of pressure measurement section $x=0.08$ m

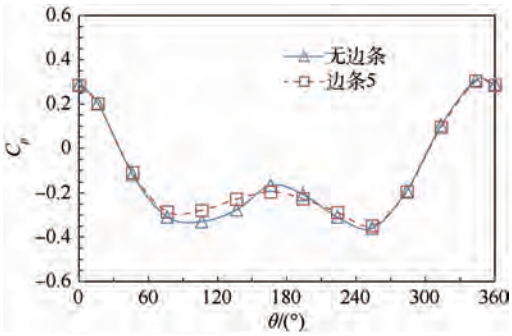


图 15 $x=0.08$ m 截面有无边条压力分布比较 ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

Fig. 15 Comparison of pressure distribution of section $x=0.08$ m with and without forebody strake ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

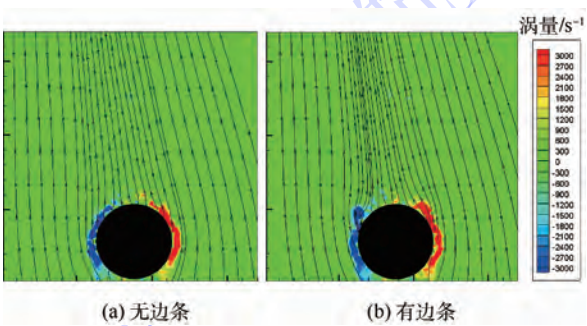


图 16 $x=0.08$ m 截面有无边条 PIV 流场显示图比较 ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

Fig. 16 Comparison of PIV results of section $x=0.08$ m with and without forebody strake ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

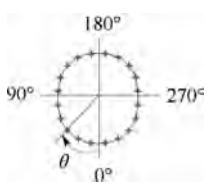


图 17 $x=0.15$ m 测压截面示意图

Fig. 17 Schematic of pressure measurement section $x=0.15$ m

了上对称面背风侧附近压力分布,使得负压力值略有减小。比较该截面 PIV 流场图可以看到,在未安装边条时,该截面仍为未分离流动,而安装边条后,除了在背风侧可以明显看到一个涡,在迎风侧也出现了涡结构,与背风侧相比,迎风侧涡要靠近对称面,且涡量要小于背风侧涡。背风侧涡和 $x=0.08$ m截面相比要略有抬升。涡的位置和压力分布变化范围也基本一一对应。虽然边条对于

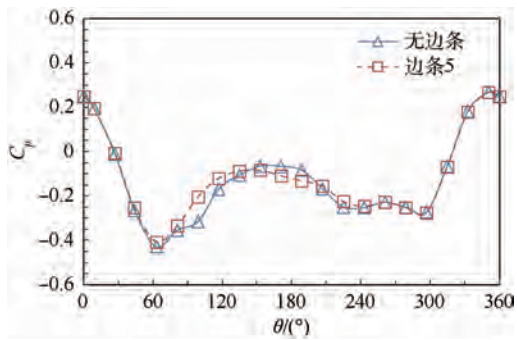


图 18 $x=0.15$ m 截面有无边条压力分布比较 ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

Fig. 18 Comparison of pressure distribution of section $x=0.15$ m with and without forebody strake ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

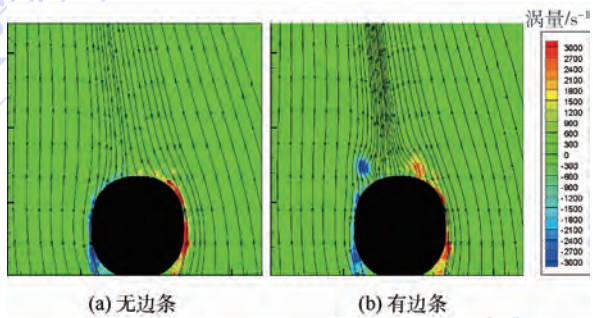


图 19 $x=0.15$ m 截面有无边条 PIV 流场显示图比较 ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

Fig. 19 Comparison of PIV results of section $x=0.15$ m with and without forebody strake ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

压力分布的改变量不大,但是改变的位置位于截面两侧,正是整个截面对侧向力贡献最大的部分,所以压力上一点的改变量也能引起整个截面乃至全机的航向特性发生改变。

边条 5 仅对前 2 个截面改善效果明显,而对机身中部截面改善效果不明显,那么边条产生的涡发展到机身中部是如何演化的? 下面选取机身中部比较典型的 $x=0.4$ m 截面进行分析。图 20 给出了 $x=0.4$ m 测压截面的测压点分布示意图。图 21 和图 22 分别给出了 $x=0.4$ m 截面在安装和未安装边条时的压力分布 C_p 和 PIV 流场图。从压力分布上看,边条对该截面上对称面附近背风侧和迎风侧都有一些影响,但影响很小。从流线图看,未安装边条时,该截面有前体涡和进气道涡 2 对涡。而安装边条后,仍出现了前体涡和进气道涡,且涡结构和未安装边条类似,但在前体涡上方,有涡量很小的一对涡,这对涡即为边条产生的涡。此时这对涡已经远离机身上表面,并且从涡量来看,已发生破裂。所以,边条产生的涡在进气道附近发生破裂且远离机身,已基本不对机身偏航力矩产生影响。

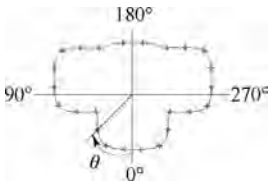


图 20　$x=0.4$ m 测压截面示意图

Fig. 20　Schematic of pressure measurement section $x=0.4$ m

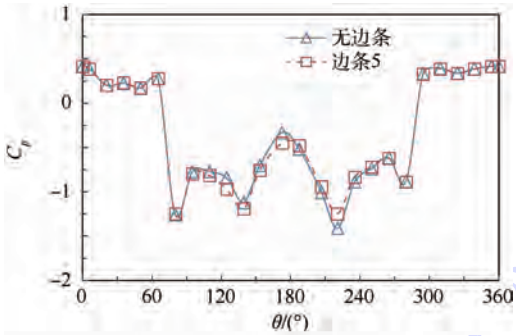


图 21　$x=0.4$ m 截面有无边条压力分布比较（$\alpha=26°$，$\beta=4°$）

Fig. 21　Comparison of pressure distribution of section $x=0.4$ m with and without forebody strake ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

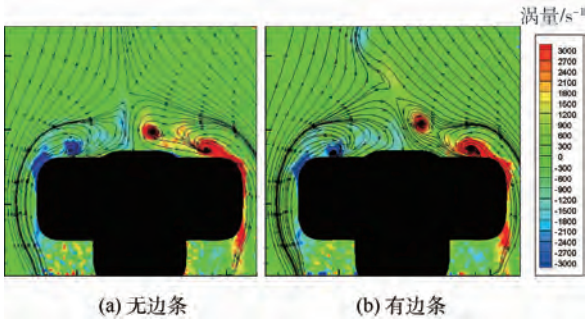


图 22　$x=0.4$ m 截面有无边条 PIV 流场显示图比较（$\alpha=26°$，$\beta=4°$）

Fig. 22　Comparison of PIV results of section $x=0.4$ m with and without forebody strake ($\alpha=26°$, $\beta=4°$)

从以上机身各截面流场分析可以看出，机身前体在未安装边条时是未分离流动，而安装边条后，边条产生了一对涡，该涡沿着机身从前向机身中部逐渐抬升，并在进气道附近破裂。该涡使得机身前体背风侧负压力值减小，侧向力由负变为正，使得全机偏航力矩也由不稳定偏航力矩变为稳定偏航力矩。而该涡发展到机身中部，已远离物体表面，涡量减小，对机身中部基本没有影响。

3　结　论

通过测力、测压和 PIV 试验技术，对不同的前体边条控制技术进行研究，得到以下结论：

1）弦长为 30 mm、展长为 5 mm 的前体边条，安装角度为周向位置 90°是本文试验模型提高航向失稳迎角的最佳方案。

2）边条可提高飞机横向稳定性，同时对飞机纵向影响非常小。

3）侧滑角越小，前体边条对航向静稳定性影响越大，在 $\beta<8°$之前，前体边条可提高航向失稳迎角 7°～9°；而当 $\beta=8°$时，航向失稳迎角提高 2°左右。

4）前体边条主要影响飞机前体，在前体 2 个测压截面均可观察到边条涡，该涡使得截面背风侧负压力值减小，航向静稳定性增加，而对机身中后部基本没有影响。

参考文献（References）

[1] 钱丰学，梁贞桧. 边条翼布局战斗机稳定性改进研究[J]. 飞行力学，2002，20(2)：55-61.
QIAN F X, LIANG Z H. Investigation on the improvement of stabilities of combat aircraft with strake wing configuration[J]. Flight Dynamics, 2002, 20(2): 55-61(in Chinese).

[2] NG T T, MALCOLM G N. Aerodynamic control using forebody strakes: AIAA-1991-0618[R]. Reston: AIAA, 1991.

[3] MALCOLM G N, NG T T. Aerodynamic control of aircraft by forebody vortex manipulation[C]// AIAA Aerospace Engineering Conference and Show. Reston: AIAA, 1990: 1-22.

[4] WILLIAMS D R. A review of forebody vortex control scenarios [C]// 28th Fluid Dynamic Conference. Reston: AIAA, 1997: 1-9.

[5] HUFFMAN J K, HAHNE D E, JOHNSON T D. Experimental investigation of the aerodynamic effect of distributed spanwise blowing on a flighter configuration[C]// 2nd Applied Aerodynamics Conference. Reston: AIAA, 1984: 1-9.

[6] MOSKOVITZ C A, HALL R M, DEJARNETTE F R. New device for controlling asymmetric flow fields on forebodies at large alpha[J]. Journal of Aircraft, 1991, 28(7): 456-462.

[7] ERICSSON L E, BEYERS M E. Conceptual fluid/motion coupling in the herbst supermaneuver[J]. Journal of Aircraft, 1997, 34(3): 271-277.

[8] MALCOLM G N. Forebody vortex control-A progress review: AIAA-1993-3540[R]. Reston: AIAA, 1993.

[9] SUAREZ C J, KRAMER B R, MALCOLM G N. Forebody vortex control on an F/A-18 using small, rotatable "tip-strake": AIAA-1993-3450[R]. Reston: AIAA, 1993.

[10] SHAH G H, GRANDA J N. Application of forebody strakes for directional stability and control of transport aircraft: AIAA-1998-4448[J]. Reston: AIAA, 1998.

[11] 刘谋佶. 边条翼及分离涡研究[J]. 北京航空学院学报，1987，4(4)：1-10.
LIU M J. Studies on strake-wing aerodynamics and separated vortex[J]. Journal of Beijing Institute of Aeronautics and Astronauitcs, 1987, 4(4): 1-10(in Chinese).

[12] LAMONT P J. Pressures around an inclined ogive cylinder with

北航学报 赠阅

laminar, transitional, or turbulent separation[J]. AIAA Journal, 1982, 20(11): 1492-1499.

[13] 夏学湍,周丹杰,麻树林. 前体边条控制技术应用[J]. 空气动力学学报,1997,15(1):54-58.
XIA X J, ZHOU D J, MA S L. Application of forebody strake control technology[J]. Acta Aerodynamic Sinica, 1997, 15(1): 54-58(in Chinese).

[14] HUNT B L. Asymmetric vortex forces and wakes on slender bodies[C]// 9th Atmospheric Flight Mechanics Conference. Reston: AIAA, 1982: 1-41.

[15] LORINCZ D J, FRIEND E L. Water tunnel visualization of the vortex flows of the F-15: AIAA-1979-1649[R]. Reston: AIAA, 1979.

作者简介:

闻静 女,博士研究生。主要研究方向:流体力学。
Tel.: 010-82317524
E-mail: wenjing-1983@163.com

王延奎 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:流体力学。
Tel.: 010-82339591
E-mail: wangyankui@buaa.edu.cn

邓学蓥 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:流体力学。
Tel.: 010-82317524
E-mail: dengxueying@vip.sina.com

Effect of forebody strake control technology on static directional stability

WEN Jing, WANG Yankui*, DENG Xueying

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: When static directional stability of an aircraft is unstable, the typical effectiveness of the vertical tail and rudder to the yawing moment falls off because the vertical tail gradually becomes enveloped in the wake of wing and fuselage. Meanwhile, the forebody remains in the undisturbed flow field, and therefore the static directional stability can be enhanced though addition of forebody strake at the forebody. From the results of a series of experiments on forebody strake, it was found that the angle of attack for static directional stability from stable to unstable was increased by about 8° when chord of the forebody strake being 3% of the length of the fuselage was used. Moreover, as the sideslip angle became smaller, the more angle of attack for static directional stability from stable to unstable rose. The positive effects of forebody strake on static directional stability is due to the vortices of the forebody strake, which could affect the front part of fuselage and thus result in the reduction of negative pressure value on leeward side of forebody. Hence, the unstable yawing moment of cross sections of forebody also decreases, and the static directional stability increases.

Key words: static directional stability; wake of wing and fuselage; forebody strake; yawing moment; vertical tail

Received: 2015-11-12; **Accepted**: 2015-12-09; **Published online**: 2016-03-24 09:19
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160324.0919.002.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11272035)
* **Corresponding author**. Tel.: 010-82339591 E-mail: wangyankui@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0622

k/N 系统维修时机与备件携行量联合优化

张永强[1,2], 徐宗昌[1,*], 呼凯凯[1], 胡春阳[1]
(1. 装甲兵工程学院 技术保障工程系, 北京 100072; 2. 海军航空兵学院 兴城场站, 葫芦岛 125000)

摘 要: 针对任务期间舰载 k/N 系统的维修保障问题,以出航准备阶段维修与携行备件的配置为背景展开研究。结合 k/N 系统的使用及维修过程,以部件可修为前提建立了维修与携行备件的联合优化模型。模型以装备使用可用度为约束条件,以保障费用最低为目标函数,决策变量包括维修启动条件、备件携行量和维修人员数量3个参数。采用边际分析法对模型进行求解,分析了传统算法存在的问题,并提出了对应的改进措施。算例包括3部分:一是用仿真对比验证了所建模型,结果表明本文模型具有较小的误差;二是以枚举法得出的最优解为基准,对传统算法与改进后算法的性能进行了比较,结果表明改进后的算法可明显减小与枚举法最优解的相对误差,提高寻优概率;三是对各项改进措施的贡献做了相应测试。

关 键 词: k/N 系统; 携行备件; 联合优化; 可修件; 边际分析法
中图分类号: E917; N945.17
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2189-09

本文的研究对象是舰载 k/N 系统。所谓 k/N 系统,是指组成系统的 N 个单元中,只要正常工作的组件数多于 k,系统就不会故障。对于舰船装备的维修保障而言,k/N 系统是一种常见的重要功能产品,例如带有多个中继设备的舰船通信系统(6/8 系统)、水面舰拖曳阵声呐中的潜水测音器阵列(58/64 系统)和组成有源相控阵雷达的发射/接收阵列(2 700/3 000 系统)等,其故障往往会产生任务性、安全性或重大经济性影响。另外,许多系统从结构上都可归类为 k/N 系统,例如并联系统可表示为 $1/N$ 系统,而串联系统则可看作是 N/N 系统。

对于海上执行任务的舰船装备而言,维修保障是一项重要工作。对于如 k/N 系统这样的重要功能产品而言,如何确定维修策略,随舰携行多少备件,以及配备多少维修人员是保障部门经常面临的问题。在中国,这3个指标是由各分管部门各自优化确定的。然而在国外,文献[1]早就证明了维修计划与维修资源的联合优化会比分别优化节省保障成本;同时期的文献[2]也论证了将维修与备件联合优化会对总的保障成本产生巨大影响。考虑到中国越来越多的舰艇数量与日益频繁的出海频率,研究维修与携行备件的联合优化以降低维修保障的总费用是很有意义的。

当前的研究很少涉及到 k/N 系统,且大多都假设部件不可修,或假设维修发生时总有可用备件,很明显这些假设与实际是不符的。本文针对可修件的 k/N 系统开发了一个维修与携行备件的联合优化模型,讨论了传统边际分析法在求解模型时存在的问题,并针对这些问题给出了一种改进算法。

1 相关研究

由于维修与备件这2个标准决定了联合优化问题,所以根据维修策略(批量维修、定期维修与视情维修)与备件的组合,可将相关研究分为3类。

收稿日期: 2015-09-23; **录用日期**: 2015-12-25; **网络出版时间**: 2016-01-21 15:47
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160121.1547.008.html
* **通讯作者**: Tel.: 18613886550 E-mail: wying40852@163.com

引用格式: 张永强, 徐宗昌, 呼凯凯, 等. k/N 系统维修时机与备件携行量联合优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2189-2197. ZHANG Y Q, XU Z C, HU K K, et al. Joint optimization of maintenance time and carrying spare parts for k-out-of-N system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2189-2197 (in Chinese).

北航学报 赠阅

1.1 批量维修与备件的联合优化

Acharya 等[3]针对一个具有 n 个独立同分布部件的系统,开发了一种批量维修与周期检查库存联合优化模型。模型忽略了延迟时间,使用了一种迭代程序来优化单周期模型与多周期模型的间隔期。该迭代程序从选择一个间隔增量和更换间隔期开始,每次迭代都会计算订购量上限和总成本。当迭代终止条件满足时,选择总成本最小的那组方案。

Chelbi 和 Ait-Kadi[4]利用卷积算法针对不同的设备寿命时间分布函数,计算了某一时间段内故障次数的均值和方差。尽管与 Acharya 等[3]的故障分布函数不同,但所使用的迭代程序非常相似,且都假设备件需求服从正态分布。

Brezavscek 和 Hudoklin[5]开发了一种用于机车电子机头的批量更换和周期检查联合模型,通过包含一个非零、确定性的延迟时间改进了 Acharya 等[3]的研究成果。

Huang 等[6]通过引入随机延迟时间,不但改进了 Brezavscek 和 Hudoklin[5]的模型,还证明了订购量上限为目标函数的唯一决策变量时,联合模型最小解的存在性和唯一性。

Panagiotidou[7]分析了 n 个同类型部件的联合优化问题,通过将故障分为主要故障和次要故障,建立了以单位时间成本最小为目标函数的优化模型,并给出了不同的维修方案与备件库存策略,是为数不多的研究不同程度故障对方案影响的文献。

Jiang 等[8]研究了备件性能退化条件下的维修与备件联合优化。根据备件性能退化数据是否可得,分别建立了确定性和随机性 2 种退化模型,并以 Brezavscek 和 Hudoklin[5]中的数据为例验证了模型的正确性和有效性。

1.2 定期维修与备件的联合优化

Armstrong 和 Atkins[9]对定期更换与备件周期检查联合优化展开了研究,通过搜索更换时间和订货时间的最优组合,来使得总成本最小,并通过实例验证了分别优化比联合优化的成本要高 3%。

Hu 等[10]提出的工龄更换与备件库存联合优化模型采用了以下策略:定期更换部件并连续检查当前备件库存,若当前库存低于某一阈值则产生一次订货,订货量以库存达到某一设定值为准。模型采用仿真与遗传算法结合的优化方法,实验结果明显优于 Kabir 和 Ahmed[2]提出的方案。

Lynch 等[11]研究了预防性维修频率与备件的联合优化,利用遗传算法对决策变量进行求解,结果表明优化后的值每年可节省 44% 的保障成本。

1.3 视情维修与备件的联合优化

Xie 和 Wang[12]对视情维修与备件联合优化进行了研究,将检查成本加入到成本计算公式中,提出的模型类似于 Hu 等[10]的模型,利用仿真与遗传算法的组合搜索联合策略的优化解,实例表明联合优化比分别优化的成本低 3.78%。

Wang 等[13-15]针对视情维修与备件联合优化进行了研究。文献[13]针对单部件系统开发了一个数学模型,并进行了分析计算,利用遗传算法计算了决策变量值。文献[14]将研究扩展到一组相同部件上。模型中系统的退化过程基于马尔可夫链,而对于决策变量的寻优则是利用蒙特卡罗仿真与枚举法的组合。文献[15]则采用基于遗传算法的仿真优化技术确定出连续检查库存 (s,S) 策略和视情维修策略的决策变量值。

Bjarnason 等[16]针对 k/N 系统检修频率与备件库存联合优化问题,开发了一个优化模型,以故障件的可修率服从指数分布为条件对模型进行了仿真,并用算例证明了联合优化比分别优化更节省成本。

2 联合优化模型

2.1 问题描述与假设

本节对 k/N 系统及其维修过程进行简要描述(见图 1)。在系统初始阶段,所有 N 个组件都是全新的。每个组件的故障过程独立同分布,均服从参数为 λ 的指数分布。系统中所有的 N 个组件故障都可通过状态监测监控到,只要系统中故障件的数目超过 k,系统就会停机。为了尽量避免系统故障停机,设置当故障件数目 $m < N-k$ 时启动维修。

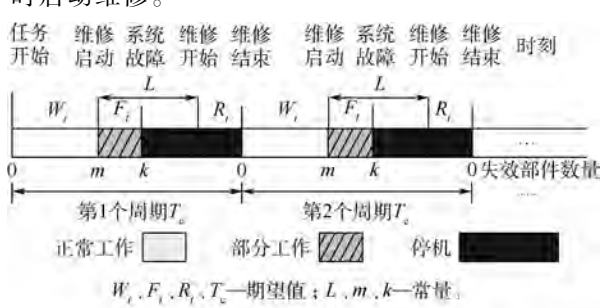


图 1 k/N 系统使用与维修过程

Fig. 1 Using and maintenance process of k-out-of-N system

维修启动后，经过一段固定的维修准备时间 L 后，开始维修工作。在 L 这段时间内，系统照常工作，直到故障件数目超过 k 为止。在 L 期间，部件失效的数量 A_L 服从参数为 $N-m$ 与 $e^{-\lambda t}$ 的二项分布。在系统维修阶段，维修人员将故障件用携行备件更换，且在计算过程中忽略更换所用时间。当没有可用备件时，维修人员立即对故障件维修，并将修复后的故障件做为备件使用。

当维修结束后，维修人员开始对更换下来的故障件维修，直至所有故障件维修完成或是达到下一次维修启动条件。单个维修人员修复故障件的修复时间独立同分布，均服从参数为 μ 的指数分布。

2.2　模型建立

假设总的任务时长 T 是单个期望周期时长 T_c 的倍数，则使用可用度 A_o 可表示为单个 T_c 内 k/N 系统的期望工作时间（即至少有 k 个部件可用）除以 T_c 的期望值，即

$$A_o=\frac{E(W_t)+E(F_t)}{E(T_c)} \tag{1}$$

式中：$E(\cdot)$ 表示变量的期望值；W_t 为从上次维修结束（或任务开始时刻）至下次维修启动的这段时间；F_t 为从维修启动至维修开始这段时间内 k/N 系统正常工作的时间，且 F_t 为维修准备时间 L 的一部分。

$$E(T_c)=E(W_t)+L+E(R_t) \tag{2}$$

式中：R_t 为从维修开始至结束的工作时长。

W_t 可分解为第 1 个部件的故障产生时间，第 1 个部件与第 2 个部件故障的时间间隔，……，以此类推，直至第 m 个部件故障结束。由于各部件的故障服从参数为 λ 的指数分布，根据指数分布的“无记忆性”可知，第 i 个部件与第 $i+1$ 个部件之间的故障间隔时间服从参数 $(N-i)\lambda$ 的指数分布。因此，W_t 的期望值[17]可表示为

$$E(W_t)=\sum_{i=0}^{m-1}\frac{1}{(N-i)\lambda} \tag{3}$$

从图 1 中可见，F_t 取决于 m 的大小与 L 期间部件失效的数量 A_L。m 值越小，F_t 的值就会越大；反之亦然。由于在 L 期间部件失效的数量 A_L 服从参数为 $N-m$ 与 $e^{-\lambda t}$ 的二项分布，且部件的失效数量至多为 $N-m-k$（此时系统失效），因此 F_t 的期望值[17]可表示为

$$E(F_t)=\sum_{i=0}^{N-m-k}\sum_{j=0}^{i}(-1)^j\binom{N-m}{N-m-i}\cdot\binom{i}{j}\frac{1-e^{-(N-m-i+j)\lambda L}}{(N-m-i+j)\lambda} \tag{4}$$

$E(R_t)$ 取决于维修开始前的可用备件数量 B_R。由于本文忽略掉了备件更换时间，因此若维修开始前有 $B_R\geqslant m+A_L$，则有 $R_t=0$。因此维修时长 R_t 主要是维修 $[m+A_L-B_R]^+$ 个故障件所花费的时间，其中，$[x]^+=\max\{x,0\}$。假设配置了 c 个维修人员，故障件的维修时间相互独立，且均服从参数为 μ 的指数分布，则有[17]

$$E(R_t)=\frac{E([m+A_L-B_R]^+)}{c\mu} \tag{5}$$

由于 A_L 服从参数为 $N-m$ 与 $e^{-\lambda t}$ 的二项分布，因此有

$$E(A_L)=(N-m)(1-e^{-\lambda L}) \tag{6}$$

下面计算 B_R。假设维修启动后维修人员即不再修复故障件，因此下次的 B_R 值等于本次维修后剩余的可用备件 $[B_R-m-A_L]^+$，加上维修结束后到下次维修启动前这段时间内（即 W_t）所修复的故障件数量 V_c，同时又不可能超过上限 S（因为存在没有故障件可修的可能性）。用式（7）表达这一关系为

$$B_R=\min\{[B_R-m-A_L]^++V_c,S\} \tag{7}$$

c 个维修人员在 W_t 这段时间内可修复的故障件个数 V_c 为

$$V_c=c\mu W_t=c\mu\sum_{i=0}^{m-1}\frac{1}{(N-i)\lambda} \tag{8}$$

对于费用方面，任务期间单位时间的期望成本 C_{total} 包括单位时间的备件储存与折旧成本 C_{store}、单个备件购置成本 C_{spare}、单位时间的维修人员成本 C_{person}、一次维修的启动成本 C_{init} 和单个故障件的更换成本 $C_{replace}$。因此，C_{total} 可表示为

$$C_{total}=S\cdot C_{store}+\frac{S\cdot C_{spare}}{T}+c\cdot C_{person}+\frac{C_{init}+(m+A_L)C_{replace}}{E(W_t)+L+E(R_t)} \tag{9}$$

以典型的舰载 k/N 系统为例建立联合优化模型。当系统中的故障件 m 满足 $m\leqslant N-k+1$ 时启动一次维修；经过某一确定时间 L 后，利用携行备件执行故障件的更换工作；维修结束、系统重新启动后，维修人员开始维修更换下来的故障件以做为备件使用。在整个过程中，维修启动条件 m、备件携行量 S 和维修人员数量 c 对整个过程具有较大影响，选为决策变量。目标函数是在给定某一使用可用度 A_o 下边界 ψ 的基础上，使得 C_{total} 的值最小，即

$$\begin{aligned}&\min\quad C_{total}\\&\text{s.t.}\quad A_o\geqslant\psi\end{aligned} \tag{10}$$

求解式（10）的经典算法是边际分析法。这

北航学报 赠阅

是一种著名的贪婪式启发算法,算法的每一步都通过比较选择单位投资产出最大效益的方案。第3节将分析算法在求解该模型时的缺点,并对这些缺点进行改进。

3 模型求解算法

3.1 边际分析法

边际成本与边际收益是边际分析法的2个重要概念。边际成本是指每增加一个单位的产品所引起的成本增量,边际收益是指每增加一个单位产品所带来的收益增量。边际分析法的实质是研究边际收益关于边际成本的变化率。应用边际分析法求解式(10),主要步骤就是在每次迭代时,计算每个决策变量的边际变动,从中选择使用可用度增长最大的那一组。

在算法开始前,首先要确定决策变量的初始值。从逻辑上讲,使用可用度 A_o 是备件携行量 S 与维修人员数量 c 的递增函数,S 与 c 越高,则 A_o 也越高。因此算法设置 $S=0$ 与 $c=1$ 为初始值,并在执行过程中递增。维修启动条件 m 的选择是在满足 $A_o \geqslant \psi$ 约束下使用维修间隔最大的 m(即 m 的最大值)。因此算法初始设置 $m=N-k-1$,并在执行过程中递减。

传统的边际分析法求解式(10)的步骤[18]如下:

Step 1 根据使用要求设置使用可用度的下限 ψ,初始化 $m=N-k-1$,$S=0$,$c=1$,计算出 $A_{o|m,S,c}$ 与 $C_{\text{total}|m,S,c}$。

Step 2 令 $m--$;$S++$;$c++$。

Step 3 分别计算出 $A_{o|m--,S,c}$、$A_{o|m,S++,c}$、$A_{o|m,S,c++}$,以及 $C_{\text{total}|m--,S,c}$、$C_{\text{total}|m,S++,c}$、$C_{\text{total}|m,S,c++}$。

Step 4 令 (x,y,z) 遍历集合 $\{(m-1,S,c),(m,S+1,c),(m,S,c+1)\}$,如果有一个或多个 (x,y,z) 使用 $A_o \geqslant \psi$ 成立,选择使得 $C_{\text{total}|x,y,z}$ 最小的那组;否则选择使得 $(A_{o|x,y,z}-A_{o|m,S,c})/(C_{\text{total}|x,y,z}-C_{\text{total}|m,S,c})$ 最大的那组 (x,y,z)。

Step 5 令 $m=x$,$S=y$,$c=z$,$A_o=A_{o|x,y,z}$,若 $A_o<\psi$ 成立,转向 Step 3;否则,转向 Step 6。

Step 6 输出当前的 m、S、c 值,算法结束。

文献[18]在应用边际分析法时,求出的解与最优解之间存在较大差距,类似问题也存在于本文,具体见第4节中的算例。本文中边际分析法求解出的费用差异普遍在10%~30%之间,最大误差甚至接近60%。第3.2节将分析造成这一问题的原因,并针对这些问题进行改进。

3.2 存在的问题

从模型建立与算法的处理过程来看,边际分析法性能较差的原因主要如下:

1)算法中 c 的步长。当 c 很小时,维修人员的利用率很高,那么增加 c 会对 C_{total} 与 A_o 产生很大的影响。例如,假设当 $c=1$(c 的最小值)时,维修人员的利用率为1.0,那么当 $c=2$,利用率会降为0.4~0.5,即 c 的变化会对利用率产生很大影响,这一影响如此之大很难称之为"边际的"[18]。

2)S 对 A_o 的影响是非单调的。在算法初始阶段,备件携行量 S 很小,远小于维修期间更换所需的期望数量时,备件的数量远远不够。此时,增加 S 的边际值对使用可用度 A_o 的影响很小。因此,算法不可能选择增加一个备件。取而代之的是尝试增加 c 或减小 m。然而,随着 S 的增加,S 的边际值对 A_o 的影响也会提高,携行更多的备件也更有吸引力。而当进一步增加 S,超过实际所需时,边际值对 A_o 的影响又会减少。因此,A_o 并不是 S 的凹函数,而这却是边际分析法所需要的。

3)假设算法运行到某步时得到的最优解为 $m=6$,$S=3$,$c=2$,且下一步增加一个备件($S=4$)时的边际收益最高。若模型的最优解为 $m=7$,$S=4$,$c=2$,那么算法将不会搜索到该最优解,因为边际分析法不允许 m 增加。

4)当算法运行的初始阶段,m 的值很高(初始设置 $m=N-k-1$,为 m 的最高值),意味着预防性维修的频次很低,因此当需要维修作业时,往往会产生对维修人员的突发性大量需求,而这会使得算法倾向于增加维修人员的数量 c。随着算法的运行,m 值逐渐减小,对 c 的要求也降低,因此寻优过程应当减小 c 值,然而边际分析法却只允许增加该值,这就使得算法求得的 c 值过高。另外,对于备件携行量 S 也有类似的影响。

3.3 算法改进

1)改进一:针对第3.2节问题1),在算法的初始阶段暂时不考虑增加 c。只要算法计算出的费用值 C_{total} 在减少,且使用可用度 A_o 在增加,就只对 m 与 S 进行变化。这样,只在必要的阶段增加 c 值,减弱了 c 值对算法初期的影响力度,避免在算法初期导致 c 值增长过快。

2)改进二:针对第3.2节问题2),算法分为2步。首先以使用可用度约束 ψ 为目标值进行搜索;然后再以费用 C_{total} 最小为目标在 $A_o=\psi$ 的附近搜索解空间。算法接受满足 $A_o \geqslant \psi$ 这一约束条件的所有解,并从中选择 C_{total} 最小的解,这样在第

2 步时避免了 S 对 A_o 的影响。

3）改进三：第 3.2 节中问题 3）与问题 4）需要综合考虑解决方法。问题 3）中的“不允许 m 增加”，以及问题 4）中 m 对 c 与 S 的影响，迫使算法降低 m 的初始值，并且 c 与 S 的初始值应当与 m 对应，以避免算法在初始阶段因变量之间的强相关性而错失最优解。

为达到这一目的，m 的初始值 m_{init} 应设置为最小值 1；S 的初始值 S_{init} 应为图 1 中单个周期 T_c 内的故障件数量，即

$$S_{\text{init}} = \lfloor m_{\text{init}} + (N - m_{\text{init}})(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}) \rfloor \tag{11}$$

式中：$\lfloor x \rfloor$ 表示不超过 x 的最大整数值。

而 c 的初始值 c_{init} 应为满足 $A_o \geqslant \psi$ 这一约束条件下，维修 T_c 内产生的故障件数量所需要的维修人员数量，因此有

$$c_{\text{init}} = \left\lceil \frac{m_{\text{init}} + (N - m_{\text{init}})(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})}{E(W_t)} \psi \right\rceil \tag{12}$$

式中：$\lceil X \rceil$ 表示大于或等于 X 的最小整数值。

4）改进四：第 3.2 节中问题 1）~问题 4）的一个共同原因是边际分析法的搜索路径是单条线的，算法对单条线的周围区域没有搜索。算法永远会沿着当前的边际效益值最大的解推进，而忽视了对整体效益值的考虑。为解决这一问题，应当在算法收敛时扩大搜索范围，为此本文提出了 4 个方向：

第 1 个措施是减小维修人员数量 c，增加备件携行量 S。前者会减少维修人员相关费用，后者会增加备件相关费用。算法的目的是在减小 c 的前提下，搜索 S 的最大值，以搜索是否在减少维修人员投资时存在更合理的备件配置方案。

第 2 个措施是减小维修人员数量 c，且减小维修启动条件 m。前者会减少维修人员相关费用，后者会增加维修相关费用。算法的目的是在减小 c 的前提下，搜索 m 的最小值，以搜索是否在减少维修人员投资时存在更合理的维修启动条件。

第 3 个和第 4 个措施与第 1 个和第 2 个措施相似。通过减小 S 增加 c，以及减小 S 减小 m，分别求解 c 的最大值与 m 的最小值，以分别平衡 S 与 c 及 S 与 m 的成本投入。

综上所述，给出改进后的边际分析法如下：

Step 1　根据使用要求设置使用可用度的下限 ψ，初始化 $m = 1, S = S_{\text{init}}, c = c_{\text{init}}$，根据式（1）计算出 $A_{o|m,S,c}$，根据式（9）计算出 $C_{\text{total}|m,S,c}$。

Step 2　令 $x = m + 1, y = S_{\text{init}} | m = m + 1, z = c$，并分别计算 $A_{o|x,y,z}$ 与 $C_{\text{total}|x,y,z}$。

Step 3　若关系式 $A_{o|x,y,z} > A_{o|m,S,c}, C_{\text{total}|x,y,z} < C_{\text{total}|m,S,c}, m \leqslant N - k - 1$ 同时成立，则令 $m = x, S = y, c = z, A_{o|m,S,c} = A_{o|x,y,z}, C_{\text{total}|m,S,c} = C_{\text{total}|x,y,z}$，并转向 Step 2；否则，转向 Step 4。

Step 4　若 $A_{o|m,S,c} \geqslant \psi$ 成立，转入 Step 8；否则，转入 Step 5。

Step 5　暂不考虑 c，搜索满足约束条件的 S 与 m 最大步进值。

Step 6　计算 $A_{o|m,S,c}$ 与 $C_{\text{total}|m,S,c}$；令 (x,y,z) 遍历集合 $\{(m,S,c),(m,S,c+1)\}$，如果有 (x,y,z) 使得 $A_o \geqslant \psi$ 成立，选择使得 $C_{\text{total}|x,y,z}$ 最小的那组；否则，选择使得 $(A_{o|x,y,z} - A_{o|m,S,c})/(C_{\text{total}|x,y,z} - C_{\text{total}|m,S,c})$ 最大的那组 (x,y,z)。

Step 7　令 $c = z$，转入 Step 4。

Step 8　令 (x,y,z) 遍历集合 $\{(m,S+1,c-1),(m-1,S,c-1),(m-1,S-1,c),(m,S-1,c-1)\}$，选择使得 $A_o \geqslant \psi$ 成立，且使得 $C_{\text{total}|x,y,z}$ 最小的那组 (x,y,z)，若 $\min\{C_{\text{total}|x,y,z}\} < C_{\text{total}|m,S,c}$，则令 $m = x, S = y, c = z, A_{o|m,S,c} = A_{o|x,y,z}, C_{\text{total}|m,S,c} = C_{\text{total}|x,y,z}$，并重新执行 Step 8；否则，转入 Step 9。

Step 9　输出当前的 m、S、c 值，算法结束。

4　算例验证与分析

4.1　联合优化模型验证

为了验证所建模型的正确性，以某型 10/14 系统为例，对维修保障过程进行了仿真，并将模型的计算结果与仿真值进行了比较。仿真流程如图 2所示，各参数设置如下：任务时长 $T = 1\,600$，维修启动时长 $L = 50$，组件故障率 $\lambda = 0.003$，修复率 $\mu = 0.000\,07$，各费用参数分别为：$C_{\text{store}} = 80$，$C_{\text{spare}} = 100$，$C_{\text{person}} = 300$，$C_{\text{init}} = 5\,000$，$C_{\text{replace}} = 100$。仿真输入参数为 3 个决策变量，取值为 m：1 ~ 3，S：0 ~ 14，c：1 ~ 3 的组合，这样共可得到 135 组仿真值，仿真输出为 10/14 系统的使用可用度 A_o 与单位时间内的保障费用 C_{total}。最后按式（13）~式（16）分别计算 A_o 与 C_{total} 的绝对误差均值与最大值：

$$e_{\text{rr}}^{A_{o_avg}} = \frac{\sum_{i=1}^{135} | A_{\text{osim}}[i] - A_{\text{omod}}[i] |}{135} \tag{13}$$

$$e_{\text{rr}}^{A_{o_max}} = \max\{| A_{\text{osim}}[i] - A_{\text{omod}}[i] |\} \tag{14}$$

$$e_{\text{rr}}^{C_{\text{total_avg}}} = \frac{\sum_{i=1}^{135} | C_{\text{totalsim}}[i] - C_{\text{totalmod}}[i] |}{135} \tag{15}$$

$$e_{\text{rr}}^{C_{\text{total_max}}} = \max\{| C_{\text{totalsim}}[i] - C_{\text{totalmod}}[i] |\} \tag{16}$$

北航学报 赠阅

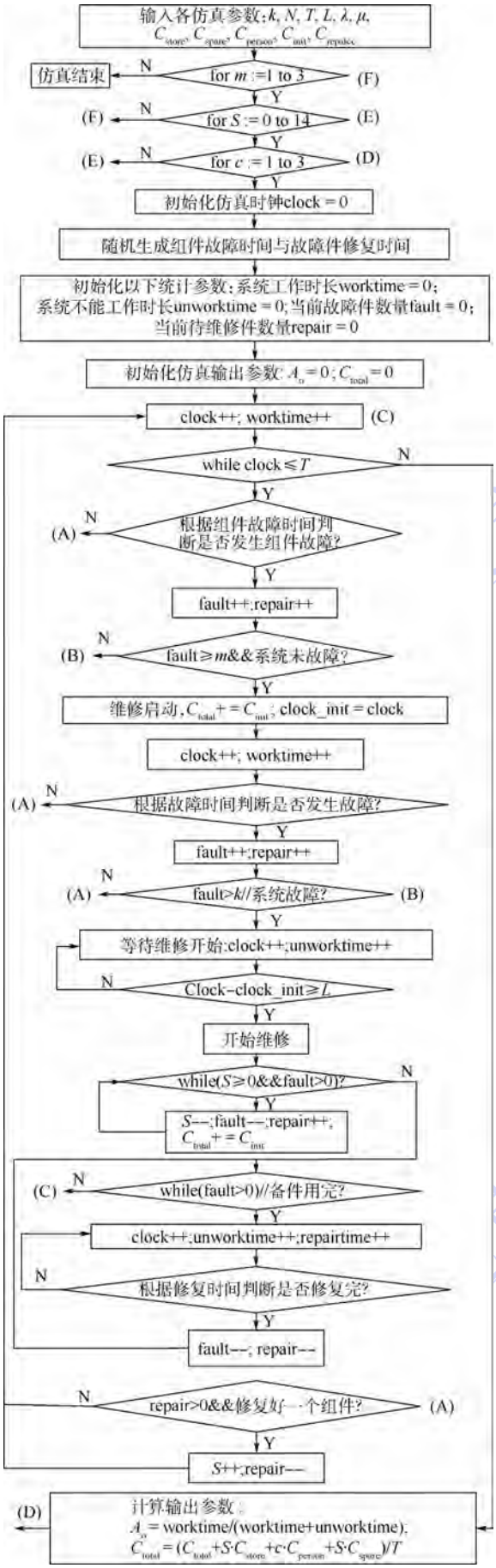


图 2 仿真流程图

Fig. 2 Flowchart of simulation

表 1 给出了 A_o 与 C_{total} 误差的统计分布情况、均值与最大值。可见,参数 A_o 的绝对误差主要出现在 <0.04 这一区间,其出现次数占了总统计数的 56.3%,其中误差均值 $e_{rr}^{A_o\text{-avg}}=0.036$,最大误差 $e_{rr}^{A_o\text{-max}}=0.092$;而参数 C_{total} 的绝对误差大多出现在 <150 这一区间,其出现次数占了总统计数的 62.96%,其中误差均值 $e_{rr}^{Ctotal_avg}=145$,最大误差 $e_{rr}^{Ctotal_max}=287$。

表 1 仿真值与模型计算值的误差

Table 1 Results' error between simulation and model

参数	统计分布情况(共 135 组)		均值	最大值
	分布区间	出现次数		
$e_{rr}^{A_o}$	<0.02	43	0.036	0.092
	0.02 ~ 0.04	33		
	0.04 ~ 0.06	27		
	0.06 ~ 0.08	20		
	>0.08	12		
$e_{rr}^{C_{total}}$	<100	49	145	287
	100 ~ 150	36		
	150 ~ 200	30		
	200 ~ 250	14		
	>250	6		

4.2 改进算法验证

为验证改进后算法的性能,以枚举法所求得的最优解为基准,以 10/14 系统、84/100 系统和 1 200/2 000 系统为例,对边际分析法改进前后的寻优性能进行比较。对每类系统,分别运用传统的边际分析法与改进后的算法寻优,再分别以目标函数 $\min\{C_{total}\}$ 为参数计算与枚举法相对误差的百分比。为方便统计,本文以部件故障率、修复时间与各成本参数为基础,对每类系统组合出了 128 种案例(也可组合其他数量的案例,但原则上不能少于 30 组,以符合统计对大样本量的需要),各参数设置见表 2。

对于枚举法中各决策变量的上限值与下限值按以下方法处理:m、S 和 c 下限值的设置与改进后算法的初始值相同,即分别为 1、S_{init} 和 c_{init};而 m

表 2 模型参数设置

Table 2 Parameter setting of model

参数	10/14 系统	84/100 系统	1 200/2 000 系统
T	1 600;16 000	2 000;20 000	4 000;40 000
L	50;100	100;200	200;400
λ	0.003;0.000 3	0.002;0.000 2	0.001;0.000 1
μ	0.000 07;0.000 007	0.000 05;0.000 005	0.000 03;0.000 003
C_{store}	80;100	60;40	30;20
C_{spare}	100;150	50;30	20;15
C_{person}	300;600	300;600	300;600
C_{init}	5 000;10 000	8 000;16 000	20 000;40 000
$C_{replace}$	100;130	60;90	50;80

北航学报 赠阅

的上限值自然设置为最大值 $N-k+1$,S 与 c 的上限值很难明确,这里分别设置为 N 与 $N-k-1$。这一假设是合理的,因为携行 N 个备件覆盖了 k/N 系统的所有部件,而配置 $N-k-1$ 个维修人员也保证了维修启动时每个故障件都有一个维修人员修理。

表 3 以目标函数 $\min\{C_{\text{total}}\}$ 作为比较参数,给出了算法改进前后求得的解与枚举法最优解的平均误差与最大误差,以及这 2 种算法搜索到最优解的概率分布。可见,改进后算法的平均误差与最大误差下降很快,表明改进后的性能明显要优于未改进的边际分析法;同时改进后算法的寻优能力也有较大提高,3 种系统的寻优能力分别提高了 48.32%、48.71% 和 45.76%。

表 3　算法改进前后的比较

Table 3　Algorithm comparison before and after improvement

算法	指标	10/14 系统	84/100 系统	1 200/2 000 系统
边际分析法	平均误差/%	10.35	19.54	29.92
	最大误差/%	17.63	28.67	59.21
	寻优概率/%	33.95	19.61	0
改进算法	平均误差/%	2.76	13.48	17.44
	最大误差/%	5.14	22.53	28.65
	寻优概率/%	82.27	68.32	45.76

4.3　各改进项的贡献

本节测试第 3.3 节中 4 项改进措施的各自贡献。由于改进一与改进二很难分开处理,因此将这 2 处改进做为一个整体来测试。①对于改进一与改进二,将 c 与其他 2 个决策变量一同变化,并始终以满足约束条件下的费用最小做为寻优的方向;②对于改进三,将 3 个决策变量的初始值设置为 $m=N-k+1$,$S=0$,$c=1$,且 m 恢复递减运算;③对于改进四,直接删除改进算法中的 Step 8。将这 3 种情况分别求解第 4.1 节的算例,统计得到了表 4 所示的数据。

表 4　各改进项的贡献比较

Table 4　Comparison of contributions of every improved item

项号	指标	10/14 系统	84/100 系统	1 200/2 000 系统
①	平均误差/%	5.83	19.11	33.75
	最大误差/%	9.28	30.83	48.56
	寻优概率/%	74.86	59.12	37.24
②	平均误差/%	4.66	16.53	27.51
	最大误差/%	7.34	27.13	43.85
	寻优概率/%	77.21	62.47	39.13
③	平均误差/%	3.91	15.23	20.62
	最大误差/%	8.62	26.96	35.77
	寻优概率/%	80.19	64.19	40.83

对比表 3 与表 4 可以发现,4 项改进措施对算法的性能较为显著。其中改进一与改进二(即表 3 中的①)对寻优概率与目标函数误差的影响要高于其他 2 项(即表 4 中的②与③),3 种系统的寻优概率分别下降了 7.41%、9.20% 和 8.52%;而改进四的影响最小,此时 3 种系统的寻优概率分别下降了 2.08%、4.13% 和 4.93%。

5　结　论

本文工作有 2 项:一是以部件可修为前提,根据具体的使用与维修过程建立了 k/N 系统的维修与携行备件联合优化模型;二是为提高模型求解的准确度,分析了边际分析法求解模型的缺点,并针对这些缺点在传统算法的基础上进行了改进。根据算例验证表明:

1)与仿真结果相比,所建模型的误差较小,其中使用可用度的平均误差为 0.036,保障总费用的平均误差为 145。

2)改进边际分析法的性能提升较为显著,可有效降低平均误差与最大误差,提高寻优能力。

尽管本文针对的是海上执行任务的舰载系统,但对陆基装备在任务期间的维修保障也有一定的借鉴意义。进一步的研究方向包括考虑串件拼修、定期补给,以及将携行能力纳入约束条件下系统的维修保障,届时对于维修启动条件、备件携行量和维修人员数量这 3 个参数的权衡将会更加复杂,但也更贴近实战。

致谢　感谢海军航空兵学院的岳付昌为本文研究所提供的数据,感谢装甲兵工程学院试装大队的黄大山博士为本文仿真所做的具体指导。

参考文献(References)

[1] ARMSTRONG M, ATKINS D. Joint optimization of maintenance and inventory policies for a simple system[J]. IIE Transactions, 1996, 28(5): 415-424.

[2] KABIR A B M Z, AHMED S A. A stocking policy for spare part provisioning under age based preventive replacement[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 90(1): 171-181.

[3] ACHARYA D, NAGABHUSHANAM G, ALAM S. Jointly optimal block-replacement and spare provisioning policy[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1986, 35(4): 447-451.

[4] CHELBI A, AIT-KADI D. Spare provisioning strategy for preventively replaced systems subjected to random failure[J]. International Journal of Production Economics, 2001, 74(1-3): 183-189.

[5] BREZAVSCEK A, HUDOKLIN A. Joint optimization of block-replacement and periodic-review spare-provisioning policy[J].

北航学报 赠阅

IEEE Transactions on Reliability, 2003, 52(1): 112-117.

[6] HUANG R Q, MENG L L, XI L F, et al. Modeling and analyzing a joint optimization policy of block-replacement and spare inventory with random leadtime[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2008, 57(1): 113-124.

[7] PANAGIOTIDOU S. Joint optimization of spare parts ordering and maintenance policies for multiple identical items subject to silent failures[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 235(1): 300-314.

[8] JIANG Y P, CHEN M Y, ZHOU D H. Joint optimization of preventive maintenance and inventory policies for multi-unit systems subject to deteriorating spare part inventory[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2015, 35(1): 191-205.

[9] ARMSTRONG M J, ATKINS D A. A note on joint optimization of maintenance and inventory[J]. IIE Transactions, 1998, 30(2): 143-149.

[10] HU R, YUE C, XIE J. Joint optimization of age replacement and spare ordering policy based on genetic algorithm[C]// Proceedings of the 2008 International Conference on Computational Intelligence and Security. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 156-161.

[11] LYNCH P, ADENDORFF K, YADAVALLI V S S, et al. Optimal spares and preventive maintenance frequencies for constrained industrial systems[J]. Computers & Industrial Engineering, 2013, 65(3): 378-387.

[12] XIE J, WANG H. Joint optimization of condition-based preventive maintenance and spare ordering policy[C]// Proceedings of the 4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 6195-6199.

[13] WANG L, CHU J, MAO W. A condition-based order-replacement policy for a single-unit system[J]. Applies Mathematical Modelling, 2008, 32(11): 2274-2289.

[14] WANG L, CHU J, MAO W. An optimum condition-based replacement and spare provisioning policy based on Markov chains[J]. Journal of Quality in Maintenance Engineering, 2008, 14(4): 387-401.

[15] WANG L, CHU J, MAO W. A condition-based replacement and spare provisioning policy for deteriorating systems with uncertain deterioration to failure[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 194(1): 184-205.

[16] BJARNASON E T S, TAGHIPOUR S, BANJEVIC D. Joint optimal inspection and inventory for a *k*-out-of-*n* system[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 131(3): 203-215.

[17] DE SMIDT-DESTOMBES K S, VAN DER HEIJDEN M C, VAN HARTEN A. On the availability of a *k*-out-of-*N* system given limited spares and repair capacity under a condition based maintenance strategy[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 83(3): 287-300.

[18] DE SMIDT-DESTOMBES K S, VAN DER HEIJDEN M C, VAN HARTEN A. Joint optimisation of spare part inventory, maintenance frequency and repair capacity for *k*-out-of-*N* system[J]. International Journal of Production Economics, 2009, 118(1): 260-268.

作者简介：

张永强 男，博士研究生。主要研究方向：舰船携行备件优化、装备保障特性与综合保障。

Tel.：15501002723

E-mail：zqy1983@163.com

徐宗昌 男，教授，博士生导师。主要研究方向：装备保障特性与综合保障、装备 IETM。

Tel.：18613886550

E-mail：wying40852@163.com

呼凯凯 男，博士研究生。主要研究方向：装备保障特性与综合保障。

Tel.：15210684955

E-mail：hkk1987@163.com

胡春阳 男，硕士研究生。主要研究方向：装备保障特性与综合保障。

Tel.：18511339100

E-mail：hcy1992@163.com

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Joint optimization of maintenance time and carrying spare parts for *k*-out-of-*N* system

ZHANG Yongqiang[1,2], XU Zongchang[1,*], HU Kaikai[1], HU Chunyang[1]

(1. Department of Technical Support Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China;
2. Xingcheng Station, Naval Air Force Institute, Huludao 125000, China)

Abstract: Maintenance support of repairable warship *k*-out-of-*N* system during a task was researched. A method of how to trade off maintenance frequency, carrying spare parts and repair capacity was given. Taking the three parameters as decision variables and combined with the using and maintenance processes of *k*-out-of-*N* system, a joint optimization model of maintenance and carrying spare parts was established, in which operational availability was taken as a constraint condition and minimal maintenance costs as objective function, and repair initial condition, numbers of carrying spare parts and numbers of repair men were taken as decision variables. A modified marginal analysis algorithm was applied to solve the model through improving some drawbacks of the traditional one, and the drawbacks and corresponding improvements were also listed. Three tests were done: firstly, in order to verify the proposed model, a simulation for *k*-out-of-*N* system was implemented, and the results show that the absolute error of the proposed model is very small; second, using the optimal solution of enumeration as benchmark, performances of traditional marginal analysis algorithm and its modified algorithm were compared, and the results show that the modified algorithm has lower error and can enhance optimizing probability; third, the contribution of each modified item to marginal analysis algorithm was respectively tested.

Key words: *k*-out-of-*N* system; carrying spare parts; joint optimization; repairable components; marginal analysis algorithm

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-23; **Accepted**: 2015-12-25; **Published online**: 2016-01-21 15:47
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160121.1547.008.html
* **Corresponding author**. Tel.: 18613886550　E-mail: wying40852@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0660

一种用于运动目标捕获的行星轮差动式欠驱动臂

王清川，全齐全*，邓宗全，侯绪研

（哈尔滨工业大学 机器人技术与系统国家重点实验室，哈尔滨 150001）

摘 要：为解决运动目标捕获过程中的碰撞问题，采用欠驱动自适应原理研制了具有碰撞能量吸收能力的机械臂。三自由度的机械臂由2个电机驱动：基关节由单个电机驱动；中关节和末关节由一个单输入双输出行星轮组完成动力分配。在机械臂捕获运动目标过程中，碰撞产生的部分冲击能量通过欠驱动行星轮组传递到末关节，转化为关节动能。依靠欠驱动机械系统完成对碰撞的响应，解决了控制系统因时延而无法快速对碰撞进行响应的难题。为完成对目标的抓取，基于阻抗控制提出了机械臂运动目标捕获控制算法。运动目标捕获实验验证了机械臂对碰撞的快速响应能力及运动目标捕获控制算法的可行性。

关 键 词：运动目标捕获；欠驱动机械臂；差动驱动；行星齿轮；阻抗控制
中图分类号：TP242
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2198-08

在机械臂捕获运动目标过程中，臂杆和目标间不可避免地发生碰撞。由于碰撞可能会造成驱动部件的损坏，机械臂需要对碰撞作出快速的反应，尽可能地减小实际碰撞对机械臂关节部件的影响。当前方遇到障碍时，全驱动刚性机械臂通常采用力-位混合控制的方式应对碰撞[1-2]。但控制系统不可避免地存在时间延迟，很难在碰撞瞬间作出反应适应目标运动。因此，与主动处理碰撞相比，利用机械式被动处理碰撞可能是一个更好的选择。柔性机械臂采用柔性材料或串连单元组成臂杆，利用臂杆的柔弹性吸收碰撞能量，完成对碰撞的快速响应[3-5]。在机械臂运动过程中，臂杆的柔性可能会引起机械臂的振动，降低机械臂末端的控制精度以及响应速度。柔性关节臂是在关节中添加弹性单元，利用关节弹性单元吸收碰撞能量[6-8]。关节中的弹性单元会产生额外的关节转动角度，影响机械臂的控制精度。为平衡碰撞响应和控制精度的矛盾，本文提出一种利用欠驱动刚性机械臂处理碰撞的方案。欠驱动机械臂是指自由度数大于驱动数量的一类机械臂，其关节的运动状态受内部控制力矩和外部负载共同决定[9]。当碰撞发生时，欠驱动机械臂以机械响应的形式调整其姿态适应移动的目标。碰撞过程中，部分碰撞能量会被转化为被动关节的动能，实现对碰撞能量的有效吸收。

目前，欠驱动机构动力传递方式主要可分为3类：腱驱动、连杆驱动和差动轮驱动。腱式欠驱动机构采用柔性绳索做为传动单元[10-12]。由于柔性绳索体积小、可弯曲，腱式欠驱动机械臂结构较为紧凑，尺寸较小。欠驱动机构的传动力受到绳索材料强度的限制，且绳索预紧力的增加会加大绳索与滑轮间的摩擦力，降低传动效率。连杆式欠驱动机构采用刚性连杆作为传动单元，具有传动能力强、响应快的优点[13-15]。平面连杆机构

收稿日期：2015-10-13；**录用日期**：2015-11-06；**网络出版时间**：2015-12-08 16:23
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1623.007.html
基金项目：国家自然科学基金（61403106）；黑龙江省博士后基金（LBH-Z11168）；中国博士后科学基金（2012M520722）；教育部留学回国人员科研启动基金
* **通讯作者**：Tel.：0451-86413857 E-mail：quanqiquan@hit.edu.cn

引用格式：王清川，全齐全，邓宗全，等. 一种用于运动目标捕获的行星轮差动式欠驱动臂[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2198-2205. WANG Q C，QUAN Q Q，DENG Z Q，et al. Differential planetary gears based underactuated arm for capturing moving target[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2198-2205 (in Chinese).

北航学报 赠阅

在运动过程中存在的死点和位置干涉会限制连杆式欠驱动机械臂的工作空间。差动轮式欠驱动机构采用齿轮或同步带轮作为传动单元[16-17]。由于轮系可以围绕关节轴心布置,差动轮式欠驱动机械臂的工作空间无明显限制,可提供足够的缓冲空间处理机械臂关节在碰撞中获得的反向动量。而且,刚性传动齿轮可以提高机械臂的传动能力。在运动目标捕获过程中,如太空垃圾的捕获,相比其他形式的欠驱动机构,差动轮式欠驱动机构更具有优势。

综上所述,为解决运动目标捕获过程中的碰撞问题,本文提出了一种具有碰撞能量吸收能力的行星差动轮式欠驱动机械臂。机械臂利用 2 个电机驱动 3 个关节运动,采用 1 个单输入双输出行星轮组完成中关节和末关节的动力分配。在运动目标与机械臂的碰撞过程中,部分冲击能量可以通过行星轮组传递到被动关节转化为关节动能。在臂杆与目标发生碰撞后,欠驱动机械臂关节获得反向动量。由于反向动量的大小与目标的质量、碰撞前目标初速度和碰撞接触面材料等多个因素相关,且难以预先获得,因此如何处理碰撞产生的关节反向动量成为了又一难题。Hogan[18]提出的阻抗控制方法可以通过调节机械阻抗(速度-作用力)使机械臂位置与作用力满足理想的动态关系,常用于目标抓取和碰撞处理。针对提出的行星差动轮式欠驱动机械臂,本文基于阻抗控制方法开展了用于碰撞处理的控制器设计。根据反向动量的大小和关节位置调节输入驱动力矩,控制机械臂关节以弹簧阻尼单元的形式处理碰撞后关节反向动量。机械臂依靠机械系统协调运动应对靠近的移动目标,实现对碰撞的快速响应,在阻抗控制的配合下完成运动目标的捕获。

1　欠驱动机械臂工作原理

行星差动轮式欠驱动机械臂由基关节、中关节和末关节 3 个部分组成,如图 1 所示。欠驱动机械臂通常存在抓取不稳定的问题,而且机械臂不稳定的抓取工作空间会随着自由度数与驱动数差值的增加而扩大[8]。为了平衡工作空间和抓取稳定性的矛盾,机械臂采用 2 个电机驱动 3 个关节运动。基关节由 1 个电机直接驱动,构成了机械臂的全驱动部分。中关节和末关节构成了机械臂的欠驱动部分,由另外 1 个电机驱动,利用 1 个单输入双输出行星轮组完成动力分配。行星轮组的传统配置为单输入单输出(例如将外齿圈固定,以太阳轮作为输入,行星架作为唯一输出),而单输入双输出行星轮组以太阳轮作为输入,外齿圈和行星架均作为输出。动力由太阳轮输入并通过行星架和外齿圈分别向中关节和末关节输出动力。当目标与中关节臂杆发生碰撞,部分碰撞能量会经由行星轮和行星架传递至外齿圈,转化为末关节动能。

由于机械臂需要利用其欠驱动部分处理碰撞,在机械臂抓取动态目标过程中,机械臂预先调整姿态以保证中关节臂杆面对碰撞目标,如图 2 所示。在未接触目标前,机械臂 3 个关节顺时针转动。当中关节与目标发生碰撞时,由于欠驱动行星轮系中各轮组之间运动受外部负载影响,中关节会被迫逆时针运动。在碰撞过程中,一部分碰撞能量通过行星轮系传递到末关节。末关节在输入驱动力矩和碰撞产生的冲击力矩共同作用下

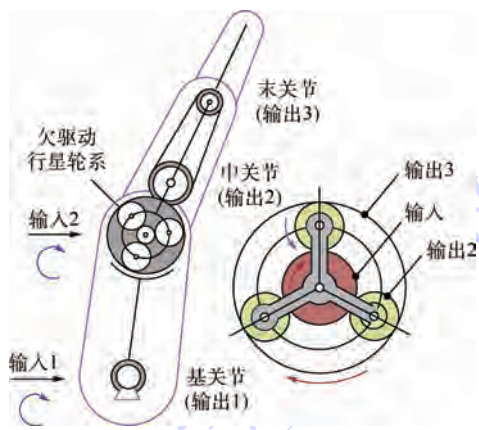


图 1　欠驱动机械臂基本方案

Fig. 1　Basic scheme of underactuated robotic arm

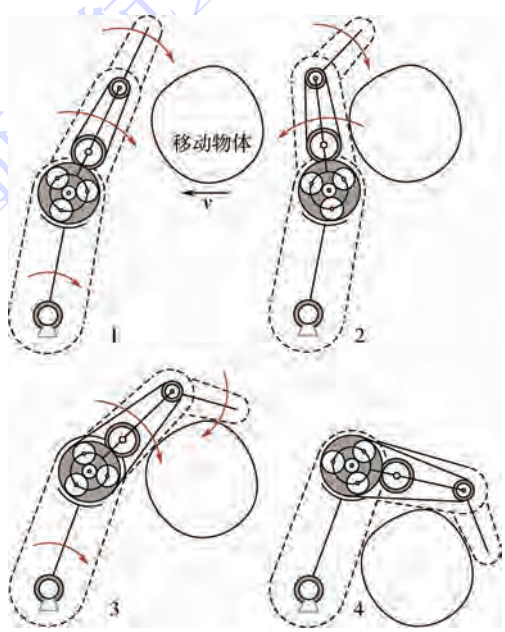


图 2　运动目标抓取过程

Fig. 2　Grasp movement for a moving target

加速运动。碰撞发生后,中关节在碰撞中获得的反向动量在输入驱动力矩作用下逐渐减小至零。随后中关节开始顺时针运动,与末关节和基关节一起带动目标运动。当目标被推挤到机架上时,机械臂自动调整姿态以达到静力学平衡,适应目标的形状。图 2 所示的运动目标抓取过程与人类手指捕获移动的物体相类似,产生的碰撞力峰值较小,具有对目标运动状态的自适应效果。

2 欠驱动机械臂的机构设计

根据欠驱动机械臂基本构造及工作原理,提出了机械臂的传动方案,如图 3 所示。在机械臂全驱动部分中,基关节作为第 1 个输出单独由 1 个电机直接驱动。在机械臂欠驱动部分中,中关节处的电机输入力矩被欠驱动行星轮组分成 2 路,通过外齿圈和行星架分别向外输出。由于行星架与中关节臂杆相连,一部分输入功率经行星架传至中关节,驱动中关节运动(第 2 个输出);另外一部分输入功率经外齿圈传递至直齿轮组。由于作用在行星轮系太阳轮和外齿圈上的驱动力矩方向相反,为获得中关节和末关节的同向抓握效果,利用直齿轮组对传递至末关节的驱动力矩进行换向。由于主同步带轮与副换向齿轮固联,直齿轮组带动同步带轮组运动。驱动力经直齿轮组和同步带轮组传递至末关节,驱动末关节运动(第 3 个输出)。齿轮组和同步带轮组起到了末关节输出传动比调节的作用。在无工作负载工况下,中关节和末关节需要实现同步运动以简化欠驱动关节运动模型,降低控制难度,提高控制精度。一个以涡卷弹簧作为动力源的弹性环节被安装在末关节转轴上用于平衡末关节自重,确定自由运动状态下关节间运动关系。中关节臂杆突出部分为机械限位挡块,确保中关节与末关节间夹角在 0° ~ 180°范围内变化。在无工作负载工况下,末关节臂杆在弹性环节作用下始终与机械限位保持接触,与中关节同步运动。

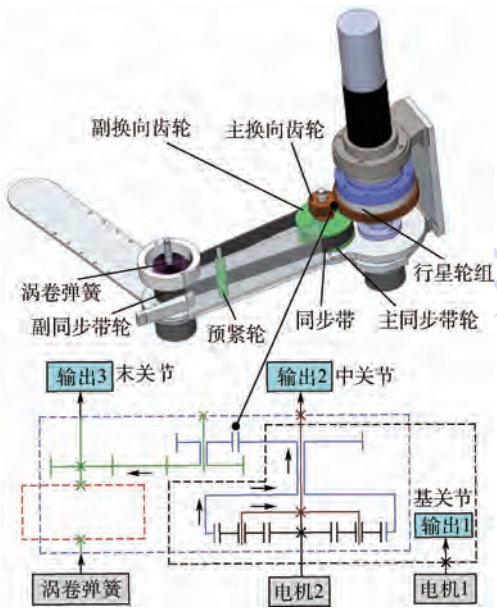


图 3 欠驱动部分的传动方案

Fig. 3 Transmission scheme of underactuated part

依据传动方案,设计并研制了机械臂抓取测试平台。测试平台由欠驱动主臂和单关节副臂组成,如图 4 所示。欠驱动主臂,即欠驱动机械臂,作为目标捕获的主要执行部件,用于完成碰撞处理和目标抓握。单关节副臂作为抓握的辅助部件,用于完成抓取目标的几何封闭。为提高机械臂的抓握性能,对欠驱动部分传动比和 3 个关节的臂杆长度比进行优化,确定中关节电机输入力矩和末关节输出力矩之间的比例关系为 2:1,3 个关节(基关节、中关节和末关节)臂杆的长度比为 0.9:1:1。根据实验用捕获目标尺寸(直径为 250 mm),确定基关节、中关节和末关节 3 个关节臂杆的实际长度为 190 mm、215 mm、215 mm,如图 5所示。基关节驱动电机选用 Maxon 公司 RE40-150Watt 直流有刷电机,配备减速比为 91:1 的行星齿轮减速器。机械臂欠驱动部分驱动电机选用 Maxon 公司 RE40-150Watt 直流有刷电机,配备减速比为 43:1 的行星齿轮减速器。机械臂在竖直平面内运动时,末关节和中关节在重力作用下同步运动所需附加阻力矩为 0.65 N · m,故涡卷弹簧预紧力矩确定为 0.7 N · m。中关节和末关节处安装有 2 500 ppr(ppr 为码盘线数,即增量编码器一周内发出的脉冲数)的光电编码器用以检测关节位置。基关节处安装有扭矩传感器用以

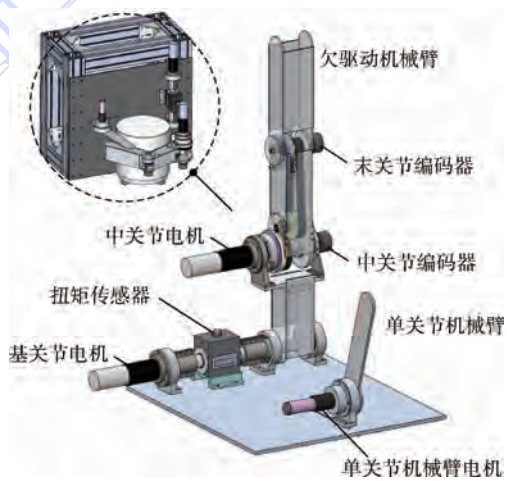


图 4 运动目标捕获测试平台三维模型

Fig. 4 Three-dimensional model of a moving target capturing test bed

北航学报 赠阅

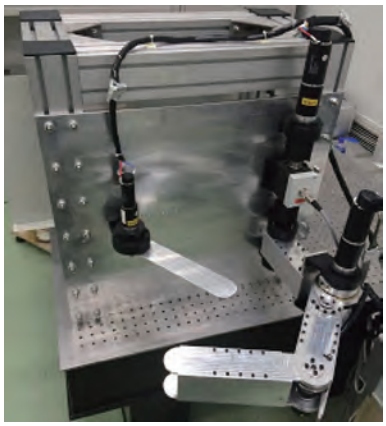


图 5　运动目标捕获测试平台

Fig. 5　A test bed for moving target capturing

检测碰撞中基关节承受的冲击力矩大小。副臂臂杆长度为 215 mm,采用 Maxon 公司 RE25-90Watt 直流有刷电机进行关节驱动。通过构建机械臂碰撞动力学模型,对被抓取目标初始动量与机械臂驱动组件所受冲击以及关节残余运动速度的关系进行分析,确定欠驱动主臂可捕获目标的最大动量上限为 4.5 kg · m/s。

3　运动目标捕获控制算法

在运动目标捕获任务中,欠驱动主臂的控制流程分为 4 步,如图 6 所示。图中:θ_1、θ_2 和 θ_3 分别为基关节转角、中关节转角和末关节转角;T_1 和 T_2 分别为基关节电机输入驱动力矩和中关节电机输入驱动力矩。

第 1 步　预估目标运动轨迹,调节机械臂姿态使中关节臂杆面对运动目标。由于机械臂欠驱动部分中关节和末关节在机械臂与目标接触前运动同步,此阶段采用 PID 算法完成机械臂关节的位置控制。

第 2 步　当目标与中关节臂杆接触,即碰撞发生时,机械臂以机械响应的形式完成与目标的协调运动。

第 3 步　监视末关节速度,完成碰撞检测,进行控制模式切换。为处理机械臂中关节在碰撞中获得的反向动量,采用基于位置反馈的阻抗控制方法完成对机械臂中关节的运动控制。在反向动量处理过程中,机械臂通过调节中关节运动速度与驱动力矩之间的动态关系模拟弹簧阻尼单元运动,如图 7 所示。图中:$\tilde{K}_1$ 和 $\tilde{B}_1$ 分别为基关节虚拟刚度和虚拟阻尼;$\tilde{K}_2$ 和 $\tilde{B}_2$ 分别为中关节虚拟刚度和虚拟阻尼。为缩短反向动量处理时间,降低中关节反弹角度,基关节需要配合中关节运动。将机械臂欠驱动部分以弹簧阻尼单元的形式引入

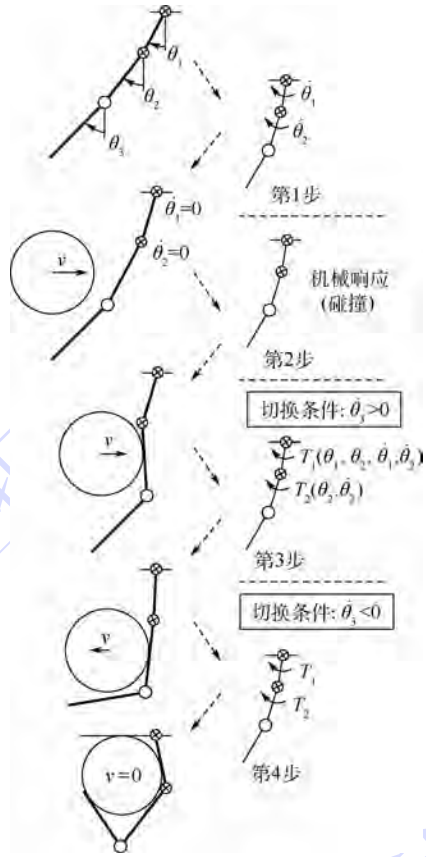


图 6　运动目标捕获控制策略

Fig. 6　Control strategy for capturing a moving target

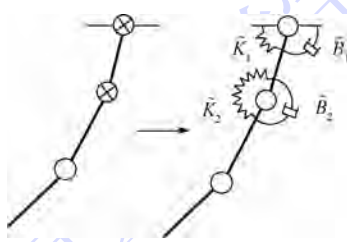


图 7　反向动量处理过程中的机械臂模型

Fig. 7　Robotic arm model for reverse momentum processing

到基关节控制中,基于力(中关节虚拟驱动力矩)反馈的阻抗控制方法,完成此阶段机械臂基关节运动控制。

第 4 步　随着机械臂中关节反向动量的减小,驱动力矩逐渐减小直到无法维持末关节正向运动。当末关节开始反向旋转时,切换控制模式,进行目标的抓取。抓取过程中,中关节电机和基关节电机保持恒力矩输入。机械臂的最终抓取姿态依靠欠驱动自适应原理自动完成姿态调节。

由于机械臂欠驱动部分是一个非线性耦合系统,无法采用小偏差法线性化。在机械臂中关节运动控制中,采用计算力矩法在控制回路中引入非线性补偿,使中关节动力学模型简化为更易于控制的线性定常系统。建立如下机械臂系统动力学方程:

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{M}(\theta)\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_2\\ \ddot{\theta}_3\end{bmatrix}+\boldsymbol{N}(\theta,\dot{\theta})\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\theta}_3\end{bmatrix}+\boldsymbol{G}(\theta)=\boldsymbol{Q} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{Q}$ 为广义力阵；$\boldsymbol{M}(\theta)$ 为与关节位置相关的惯量阵；$\boldsymbol{N}(\theta,\dot{\theta})$ 为与关节位置和速度相关的阻尼阵；$\boldsymbol{G}(\theta)$ 为与关节位置相关的重力阵。

迭代消除末关节转动加速度 $\ddot{\theta}_3$，引入控制率 τ，得

$$\tau=N_2(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}_2+N_3(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}_3+G_2(\theta)+M_2(\theta)\ddot{\theta}_{2\mathrm{d}} \tag{2}$$

式中：$N_2(\theta,\dot{\theta})$ 为中关节转速相关阻尼阵；$N_3(\theta,\dot{\theta})$ 为末关节转速相关阻尼阵；$G_2(\theta)$ 为迭代后重力阵；$M_2(\theta)$ 为迭代后惯量阵；$\ddot{\theta}_{2\mathrm{d}}$ 为中关节期望加速度。

式(2)等价于一个解耦的线性定常系统，其控制结构框图如图 8 所示。

为获得期望轨迹，在机械臂中关节运动控制器的基础上引入阻抗控制方法，搭建机械臂中关节碰撞运动控制器。构建如下中关节虚拟弹簧阻尼模型：

$$\tilde{T}_2=-\tilde{K}_2(\theta_2-\theta_{2\mathrm{ref}})-\tilde{B}_2(\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_{2\mathrm{ref}})=\tilde{M}_2\ddot{\theta}_2 \tag{3}$$

式中：$\tilde{M}_2$ 和 $\tilde{T}_2$ 分别为中关节虚拟惯量和虚拟驱动力矩；$\theta_{2\mathrm{ref}}$ 和 $\dot{\theta}_{2\mathrm{ref}}$ 分别为中关节参考位置和参考速度。

对式(3)进行变换得到期望加速度 $\ddot{\theta}_{2\mathrm{d}}$ 为

$$\ddot{\theta}_{2\mathrm{d}}=\frac{-\tilde{K}_2(\theta_2-\theta_{2\mathrm{ref}})-\tilde{B}_2(\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_{2\mathrm{ref}})}{\tilde{M}_2} \tag{4}$$

期望加速度求解的控制结构框图如图 9 所示。

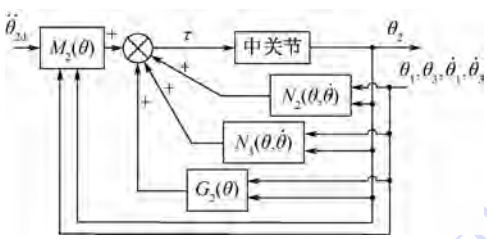


图 8 中关节动力学解耦控制框图

Fig. 8 Decoupling control block diagram of median joint dynamic model

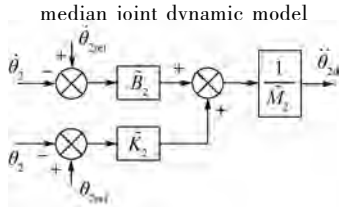


图 9 中关节期望加速度求解控制框图

Fig. 9 Control block diagram of desired acceleration solution of median joint

基于力反馈的阻抗控制方法，将中关节虚拟驱动力矩引入到基关节模型中，构建机械臂基关节协调运动控制器。建立如下基关节位置与中关节虚拟驱动力矩的动态关系：

$$\tilde{T}_2=\tilde{M}_1(\ddot{\theta}_1-\ddot{\theta}_{1\mathrm{ref}})+\tilde{B}_1(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_{1\mathrm{ref}})+\tilde{K}_1(\theta_1-\theta_{1\mathrm{ref}}) \tag{5}$$

式中：$\tilde{M}_1$ 为基关节虚拟惯量；$\ddot{\theta}_{1\mathrm{ref}}$ 为基关节参考加速度；$\dot{\theta}_{1\mathrm{ref}}$ 为基关节参考速度；$\theta_{1\mathrm{ref}}$ 为基关节参考位置。

对式(5)变换得基关节位置修正量 $\Delta\theta_1$ 为

$$\Delta\theta_1=\frac{\tilde{T}_2}{\tilde{M}_1s^2+\tilde{B}_1s+\tilde{K}_1} \tag{6}$$

修正量与轨迹规划产生的参考位置 $\theta_{1\mathrm{ref}}$ 相减得到基关节位置控制量，即

$$\theta_{1\mathrm{d}}=\theta_{1\mathrm{ref}}-\Delta\theta_1 \tag{7}$$

将 $\theta_{1\mathrm{d}}$ 引入基关节内环的位置控制器，完成机械臂基关节的运动控制。控制结构框图如图 10 所示。图中：K_I 为积分调节系数；K_P 为比例调节系数。

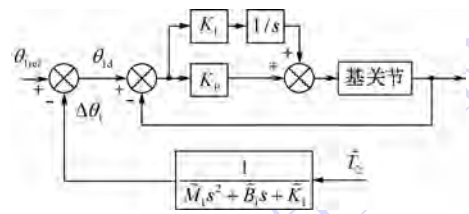


图 10 基关节协调运动控制框图

Fig. 10 Control block diagram for coordinate movement of base joint

综上所述，所设计的控制器可以控制机械臂关节以弹簧阻尼单元的形式处理碰撞产生的反向动量。在运动目标捕获过程中，依靠机械系统响应碰撞，再通过控制系统完成目标的主动抓取。

4 运动目标捕获实验

采用本文提出的机械臂中关节动力学解耦控制方法，开展了轨迹跟踪实验。为了保证期望轨迹的平滑，采用机械臂实际运动轨迹作为期望轨迹。中关节电机输入恒定力矩，记录中关节运动轨迹。将记录的中关节轨迹引入到轨迹跟踪实验中作为控制期望轨迹，如图 11(a)所示。

实验中保持基关节位置固定不动，控制机械臂中关节跟踪轨迹运动。为了验证控制方法对欠驱动关节运动的解耦效果，实验中不引入中关节位置误差反馈。实验结果如图 11 所示，中关节实际运动轨迹与期望轨迹基本吻合，而且末关节实际运动轨迹也与理想轨迹(动力学模型推导出与

北航学报 赠阅

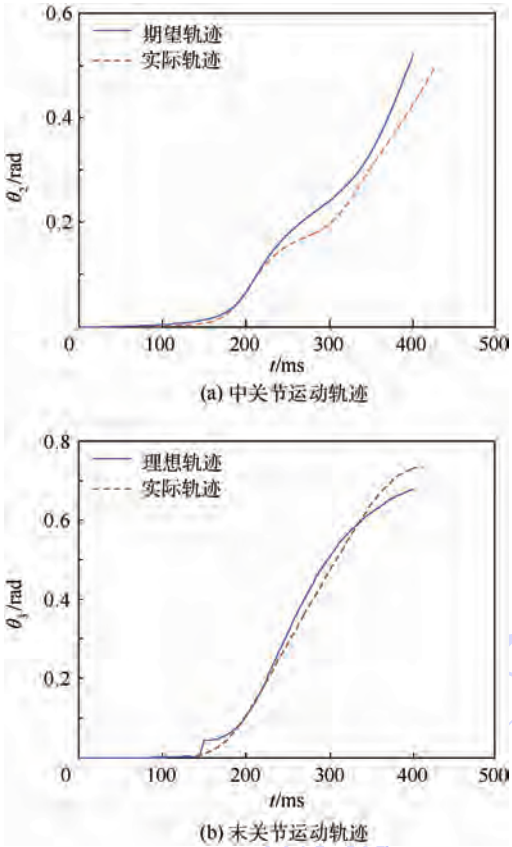


图 11　计算力矩法轨迹跟踪曲线

Fig. 11　Trajectory tracking curves of computed torque method

中关节期望轨迹对应的末关节运动轨迹)吻合。由于没有引入误差反馈,实际轨迹与期望轨迹存在一定偏差。实验中,中关节在末关节运动的同时依旧可以完成对期望轨迹的跟踪。实验结果说明,采用计算力矩法引入非线性补偿实现了欠驱动系统的解耦和线性化。

使用中关节碰撞运动控制器开展了机械臂中关节碰撞实验。实验中,研究人员推动物体运动,使物体以 3 种不同的运动速度与机械臂中关节臂杆碰撞。与轨迹跟踪实验相同,碰撞控制实验中基关节保持固定位置不动。

在 3 次碰撞中,机械臂中关节获得不同的反向动量。控制器根据反向动量的大小以及机械臂中关节位置完成了对反向动量的处理。实验中,机械臂中关节在获得反向动量后的运动与弹簧阻尼单元类似,如图 12 所示,与提出的控制构想相符。

采用基关节协调运动控制方法,开展基关节碰撞运动控制实验。实验中,物体以 3 种不同的运动速度与机械臂中关节臂杆碰撞。机械臂欠驱动部分采用的控制方法与机械臂中关节碰撞控制实验相同。

如图 13 所示,在 3 次碰撞中,控制器根据中关节运动控制过程中产生的虚拟驱动力矩,控制

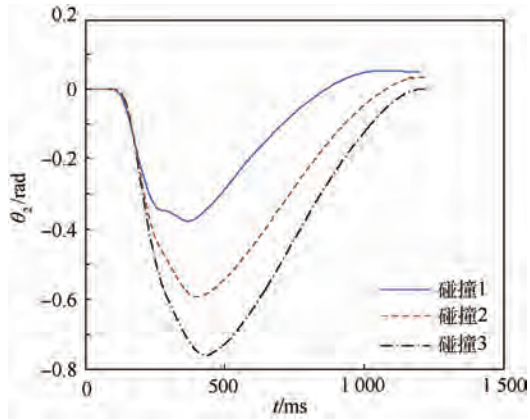


图 12　中关节碰撞后运动

Fig. 12　Movement of median joint after collision

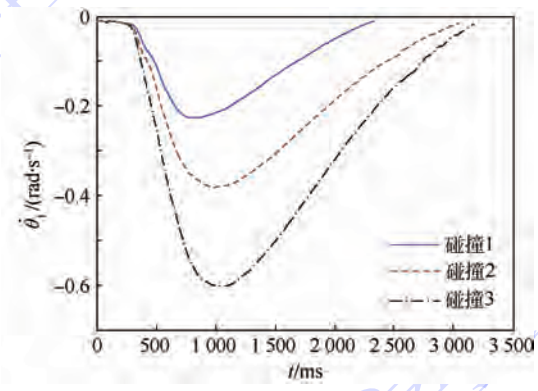


图 13　基关节碰撞后运动

Fig. 13　Movement of base joint after collision

基关节完成协调运动。与提出的控制构想相同,基关节的运动加速了中关节的碰撞恢复过程,减小了中关节对碰撞反向动量的处理时间。

采用提出的中关节和基关节碰撞运动控制方法,利用机械臂运动目标捕获测试平台开展运动目标捕获实验。实验中,运动目标的捕获过程通过高速摄像机进行记录,如图 14 所示。捕获实验 0 ms 时刻,物体在研究人员推动下向机械臂运动,并于 400 ms时刻与机械臂中关节臂杆发生碰撞。410 ms时刻碰撞结束,机械臂中关节获得反向动量开始运动。对中关节码盘的检测数据进行分析,发现中关节转速在 2 ms 内由 0 变化为 5 rad/s,即碰撞实际持续时间应为 2 ms。由于高速摄像机的拍摄间隔为 10 ms,故记 410 ms 时刻碰撞结束。碰撞过程中,部分冲击能量通过行星轮组传递到末关节转化为关节动能。通过检测末关节转速完成控制模式切换,进行冲击动量处理。同样提取电机电流的检测数据进行分析,发现控制器于 415 ms 时刻(延迟约 10 ms)开始进行机械臂中关节的碰撞运动控制。机械臂中关节反向动量处理过程持续 235 ms(415 ~ 650 ms)。控制器于

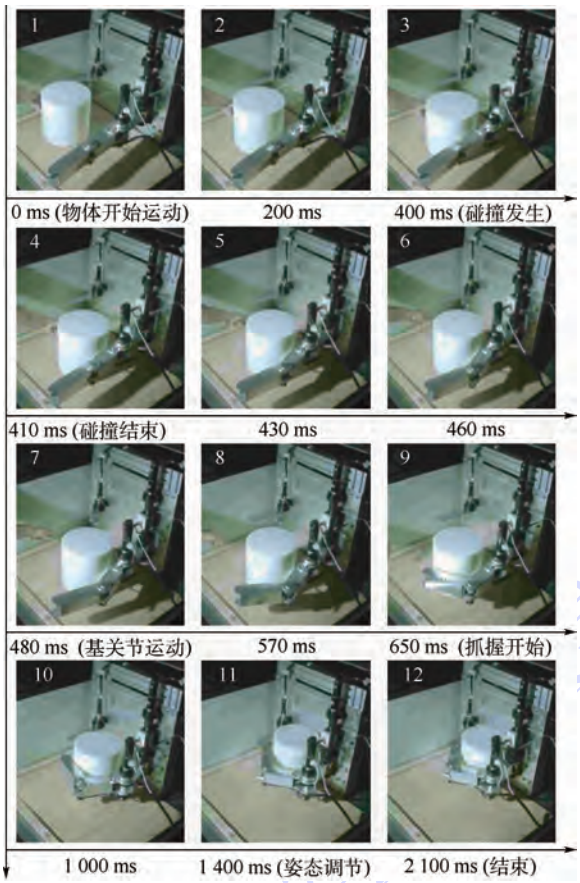


图 14 运动目标的捕获实验

Fig. 14 Capturing experiment for a moving target

480 ms 时刻(延迟约 65 ms)开始进行机械臂基关节的协调运动控制。捕获流程 5 ~ 9 记录了碰撞后机械臂运动过程,此过程与图 6 中所示的理论运动过程相同,说明本文设计的控制器可以按提出的控制构想控制机械臂运动。此外,分析传感器检测数据,发现控制系统存在延时。本文提出的欠驱动机械臂依靠机械系统完成了对碰撞的快速响应。通过判断末关节转速方向,切换控制模式,机械臂于 650 ms 时刻开始进行目标抓握。抓握过程中,单关节副臂驱动电机保持恒定力矩输入。1 400 ms时刻抓握结束,由于机械臂具有欠驱动自适应特性,机械臂开始缓慢地调节抓握姿态。2 100 ms时刻机械臂停止运动,运动目标捕获结束。捕获实验说明,提出的欠驱动机械臂具备碰撞能量吸收能力,可以适应目标运动状态,对碰撞做出快速响应。利用所设计的控制器,机械臂系统可以完成运动目标的捕获。

5 结 论

1) 本文提出了一种用于运动目标捕获的行星差动轮式欠驱动机械臂,其具有碰撞能量吸收能力,采用机械响应的方式应对碰撞。运动目标与机械臂发生碰撞时,冲击能量通过行星轮组转化为末关节动能,从而降低了对机械臂关节的冲击。

2) 为了处理机械臂关节在碰撞中获得的反向动量,基于阻抗控制方法,设计了机械臂碰撞运动控制器。

3) 实验结果表明,所设计的机械臂具备对碰撞的快速响应能力,可有效完成运动目标的捕获。所设计的控制器可依据关节速度和位置反馈,完成冲击动量的处理。

参考文献(References)

[1] 周军,丁希仑. 基于遗传算法的双臂机器人模糊力/位混合控制[J]. 机器人,2008,30(4):318-325.
ZHOU J, DING X L. Fuzzy hybrid force/position control of dual-arm robot based on genetic algorithm[J]. Robot, 2008, 30(4):318-325(in Chinese).

[2] RAIBERT M, CRAIG J. Hybrid position/force control of manipulators[J]. ASME Journal of Dynamic Systems, 1981, 102(2): 126-133.

[3] 董楸煌,陈力. 柔性空间机械臂捕获卫星过程的鲁棒镇定与自适应抑振复合控制[J]. 机器人,2014,36(3):342-348.
DONG Q H, CHEN L. Composite control of robust stabilization and adaptive vibration suppression of flexible space manipulator capturing a satellite[J]. Robot, 2014, 36(3):342-348(in Chinese).

[4] NISHIDA S I, KAWAMOTO S. Strategy for capturing of a tumbling space debris[J]. Acta Astronautica, 2011, 68 (1):113-120.

[5] GARCIA A, FELIU V. Force control of a single-link flexible robot based on a collision detection mechanism[J]. IEEE Proceedings-Control Theory and Applications, 2000, 147(6):588-595.

[6] WOLF S, EIBERGER O, HIRZINGER G. The DLR FSJ: Energy based design of a variable stiffness joint[C]// Proceedings of 28th International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011:5082-5089.

[7] CHU C Y, XU J Y, LAN C C. Design and control of a robotic wrist with two collocated axes of compliant actuation[C]// Proceedings of 31th International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014:6156-6161.

[8] LAFERRIÈRE P, PAYEUR P, TOLEDO T. Instrumented compliant wrist for dexterous robotic interaction[C]// Proceedings of 12th International Symposium on Robotic and Sensors Environments. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014:66-71.

[9] BIRGLEN L, LALIBERTÉ T, GOSSELINN C. Underactuated robotic hands[M]. Berlin: Springer, 2008:1-2.

[10] ZECCA M, CAPPIELLO G, SEBASTIANI F, et al. Experimental analysis of the proprioceptive and exteroceptive sensors of an underactuated prosthetic hand[C]// 8th International Conference on Rehabilitation Robotics(ICORR 2003). Berlin: Springer, 2004:233-242.

[11] TAKAKI T, OMATA T. High-performance anthropomorphic robot hand with grasping-force-magnification mechanism[J].

北航学报 赠阅

IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(3): 583-591.

[12] DALLEY S A, WISTE T E, WITHROW T J, et al. Design of a multifunctional anthropomorphic prosthetic hand with extrinsic actuation[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2009, 14(6): 699-706.

[13] LALIBERTTÉ T, BIRGLEN L, GOSSELIN C. Underactuation in robotic grasping hands[J]. Machine Intelligence and Robotic Control, 2002, 4(3): 496-501.

[14] 史士财,高晓辉,姜力,等. 欠驱动自适应机器人手的研制[J]. 机器人, 2004, 26(6): 496-501.
SHI S C, GAO X H, JIANG L, et al. Development of the underactuated self-adaptive robotic hand[J]. Robot, 2004, 26(6): 496-501(in Chinese).

[15] MONTAMBAULT S, GOSSELIN C M. Analysis of underactuated mechanical grippers[J]. Journal of Mechanical Design, 2001, 123(3): 367-374.

[16] 张文增,马献德,黄源文,等. 末端强力抓取的欠驱动拟人机器人手[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2009, 49(2): 194-197.
ZHANG W Z, MA X D, HUANG Y W, et al. Underactuated humanoid robot hand with end power grasping[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2009, 49(2): 194-197(in Chinese).

[17] KOGANEZAWA K, ISHIZUKA Y. Novel mechanism of artificial finger using double planetary gear system[C]// Proceedings of 20th International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 3184-3191.

[18] HOGAN N. Impedance control: An approach to manipulation: Part 1-3[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 1984, 107(1): 304-313.

作者简介:

王清川　男,博士研究生。主要研究方向:环境自适应机构及控制技术。
E-mail: sjw413645@126.com

全齐全　男,博士,讲师。主要研究方向:空间机构在轨及地面测试技术。
Tel.: 0451-86413857
E-mail: quanqiquan@hit.edu.cn

邓宗全　男,硕士,教授,博士生导师。主要研究方向:月面移动及转移技术、月面采样技术、空间折展机构及航天器连接与分离技术。

侯绪研　男,博士,讲师。主要研究方向:无人自主星球钻取采样技术。

Differential planetary gears based underactuated arm for capturing moving target

WANG Qingchuan, QUAN Qiquan*, DENG Zongquan, HOU Xuyan

(State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A novel underactuated robotic arm was proposed for moving target capturing, which has the capability of collision energy absorption. The proposed underactuated three-degree-of-freedom robotic arm has base joint, median joint and distal joint, and three joints are driven by two actuators. The base joint is driven by a single motor. The median joint and the distal joint employ a set of one-input-dual-output planetary gears to distribute power. Upon the occurrence of a collision in the process of capturing a moving target, part of the collision energy can be transmitted to the distal joint through the planetary gears as kinetic energy. Even though the time delay exists in the control system, the underactuated joints can also move cooperatively with the collided target through the mechanical passive response. Moreover, the impedance-based control algorithm of the underactuated robotic arm is presented for capturing the target after the collision. Capture experiment for moving target was carried out to confirm desirable characteristics of the proposed arm and feasibility of the control strategy.

Key words: moving target capturing; underactuated robotic arm; differential drive; planetary gears; impedance control

Received: 2015-10-13; **Accepted**: 2015-11-06; **Published online**: 2015-12-08 16:23

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1623.007.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61403106); Program of Introducing Talents of Discipline to Universities (B07018); Heilongjiang Postdoctoral Grant (LBH-Z11168); China Postdoctoral Science Foundation (2012M520722); Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars of Ministry of Education of China

* **Corresponding author**. Tel.: 0451-86413857　E-mail: quanqiquan@hit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0607

基于 LS-DYNA 直齿轮动态啮合特性分析

刘彦雪，王建军*，张涛

（北京航空航天大学 能源与动力工程学院，北京 100083）

摘 要：基于接触有限元分析理论和显式计算方法，利用 LS-DYNA 软件，可以高保真地模拟齿轮动态啮合过程。通过建立某实验研究中齿轮的精确啮合有限元分析模型，利用上述方法，模拟实验齿轮的动态啮合过程，根据数值计算结果分析齿轮动态啮合过程的振动特性。研究表明：齿轮动态啮合过程的数值模拟结果与实验结果具有很好的一致性；薄壁齿轮易产生结构振动，且其轮缘振动明显；降低轮缘及腹板的厚度，会使得轮缘及腹板承担齿轮啮合载荷的比重增大；当腹板位置不在齿宽中心时，会导致直齿轮动态啮合过程产生轴向啮合力。此外，研究还得出齿轮的共振条件以及齿轮共振状态的判定方法。

关 键 词：接触有限元分析；显式计算方法；齿轮动态啮合；振动特性；齿轮共振
中图分类号：V233.1
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2206-08

齿轮系统因其传动效率高、结构紧凑等优点，广泛应用于机械行业，其动力学行为和工作性能对整个机械系统具有非常重要的影响[1]。目前，为满足轻质量、紧凑设计的要求，薄壁齿轮得到越来越多的应用，尤其在航空发动机附件传动中，薄壁直齿轮一直被普遍采用。而齿轮的薄壁设计使振动问题突显。因此，研究薄壁直齿轮传动系统的动态啮合特性对其振动机理研究和齿轮设计具有重要意义。

齿轮系统完整的振动特性分析包括模态计算和激励-响应特性分析。在齿轮系统模态特性有限元研究方面，目前已积累了大量研究成果[2-4]。齿轮系统的动态激励包括内部激励和外部激励，其中齿轮的内部激励必然存在，这是齿轮系统与一般机械系统的主要区别。齿轮内部激励按照其产生机理不同，可分为刚度激励、误差激励和啮合冲击激励。长期以来，国内外学者采用集中参数法和有限元法研究齿轮啮合的 3 种内部动态激励及其作用下的系统响应特性，取得了大量研究成果[5-10]。然而，在齿轮系统实际啮合过程中各种动态激励共同作用，因此应将齿轮啮合作为一个连续、弹性、动态和接触的过程来研究。

目前，国内外学者开始利用接触有限元分析理论模拟齿轮动态啮合过程。Parker 等[11]首先采用接触有限元分析方法，研究了二维行星齿轮副的动态响应特性。国内，唐进元和彭方进[12]基于接触动力学和显式有限元分析方法，研究得出准双曲面齿轮的啮合接触冲击特性、齿面接触区域和齿轮应力等在动态啮合过程中的变化规律。吴勇军等[13-14]通过建立精确的齿轮副啮合有限元模型，提出一种可综合考虑齿轮副连续弹性啮合过程中多种影响因素的接触有限元分析方法。在实验研究方面，Li[15]利用循环加载实验台，研究了薄壁直齿轮的共振特性。上述研究对分析齿轮动态啮合特性具有重要意义，但利用数值模拟方法对薄壁直齿轮动态啮合过程的振动特性研究依然较少。

因此，本文以文献[15]中的实验齿轮为研究

收稿日期：2015-09-17；**录用日期**：2015-12-18；**网络出版时间**：2016-01-21 14:32
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160121.1432.002.html
* **通讯作者**：Tel.：010-82317411 E-mail：wangjianjun@buaa.edu.cn

引用格式：刘彦雪，王建军，张涛. 基于 LS-DYNA 直齿轮动态啮合特性分析[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2206-2213. LIU Y X，WANG J J，ZHANG T. Dynamic meshing characteristics analysis of spur gears based on LS-DYNA [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2206-2213 (in Chinese).

对象，建立其精确的有限元分析模型，基于LS-DYNA软件，模拟齿轮的动态啮合过程。根据数值模拟的计算结果，分析腹板厚度、轮缘厚度及腹板中心偏移距离对齿轮振动响应的影响，研究齿轮共振条件和共振判定方法。

1　薄壁直齿轮啮合系统有限元分析模型

齿轮系统振动分析是典型的动力学问题，动力学问题的基本运动方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{F} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{K}$ 分别为系统结构的载荷向量、质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵；$\ddot{\boldsymbol{U}}$、$\dot{\boldsymbol{U}}$ 和 $\boldsymbol{U}$ 分别为节点的加速度、速度和位移矢量。

LS-DYNA 软件采用显式中心差分法，求解动力学问题的运动微分方程。中心差分法的本质是以差分代替微分，即

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{U}}_t = \dfrac{1}{\Delta t^2}(\boldsymbol{U}_{t-\Delta t} - 2\boldsymbol{U}_t + \boldsymbol{U}_{t+\Delta t}) \\ \dot{\boldsymbol{U}}_t = \dfrac{1}{2\Delta t}(-\boldsymbol{U}_{t-\Delta t} + \boldsymbol{U}_{t+\Delta t}) \end{cases} \tag{2}$$

将式(2)代入动力学微分方程式(1)，整理可得线性方程组为

$$\hat{\boldsymbol{M}}\boldsymbol{U}_{t+\Delta t} = \hat{\boldsymbol{R}}_t \tag{3}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{M}} = \dfrac{1}{\Delta t^2}\boldsymbol{M} + \dfrac{1}{2\Delta t}\boldsymbol{C}$ 为有效质量矩阵；$\hat{\boldsymbol{R}}_t = \boldsymbol{F}_t - \left(\boldsymbol{K} - \dfrac{2}{\Delta t^2}\boldsymbol{M}\right)\boldsymbol{U}_t - \left(\dfrac{1}{\Delta t^2}\boldsymbol{M} - \dfrac{1}{2\Delta t}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{U}_{t-\Delta t}$ 为有效载荷向量。根据线性方程组式(3)，可由 $t-\Delta t$、t 时刻的状态量计算得出 $t+\Delta t$ 时刻的状态参数，此为显式算法的特点。

LS-DYNA 显式计算的时间步长受单元尺寸的限制。理论与实践均表明，有限元分析模型对计算效率及结果有重要影响。因此，建立合理、精确的齿轮啮合有限元分析模型是本文研究工作的基础。根据文献[15]中实验齿轮的参数(见图1)，建立其精确的有限元分析模型，如图2所示。两齿轮的其他结构参数为：两齿轮的齿数 $z_A/z_B = 50/50$，模数 $m = 4$ mm，齿宽 $W = 40$ mm，压力角为 20°，两齿轮按标准中心距安装。由图1中参数可计算出两齿轮的腹板厚度 T_1、轮缘厚度 T_2 及腹板中心偏移距离 L，其中齿轮 B 的腹板厚度 $T_1 = 4$ mm，轮缘厚度 $T_2 = 5$ mm，腹板中心偏移距离 $L = 11$ mm。齿轮材料牌号为 SCM415，其材料参数选为：密度 $\rho = 7\,850$ kg/m^3，弹性模量 $E = 210$ GPa，泊松比 $\mu = 0.3$。

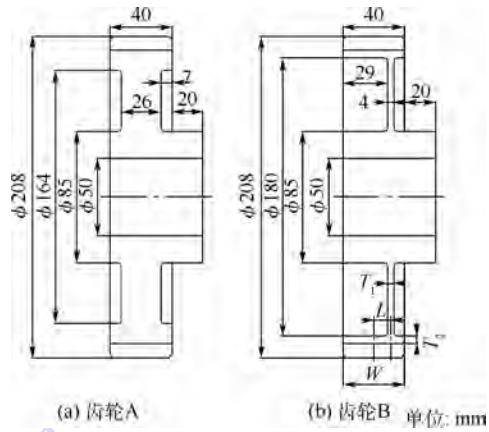


图1　实验直齿轮的结构参数[15]

Fig. 1　Structure parameters of experimental spur gears[15]

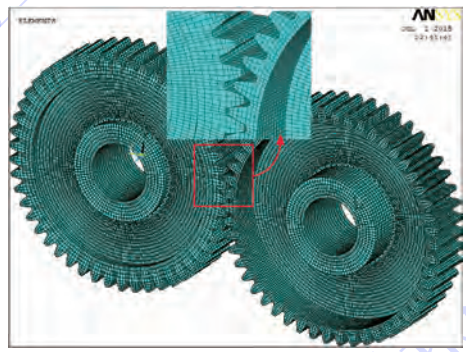


图2　啮合齿轮的有限元分析模型

Fig. 2　Finite element analysis model of meshing gears

采用六面体单元对齿轮结构进行离散，建立两齿轮的有限元分析模型，如图2所示，该模型中共计实体单元 92 200 个。此外，为了便于施加载荷和约束，在两齿轮的轮毂内侧，各建立一圈壳单元并将其刚化。

根据 JIS B 1721[16] 中对薄壁齿轮的定义，当齿轮的结构参数满足式(4)时，齿轮可以称为薄壁齿轮。

$$\text{s.t. } W \geqslant 4m \cap T_1 \leqslant 0.4W \cap T_2 \leqslant 2.5m \tag{4}$$

式中：m 为齿轮模数。

由此可知，齿轮 A 为厚壁齿轮，其作为主动齿轮；齿轮 B 为薄壁齿轮，其轮缘及腹板均较薄，且其腹板位置偏离齿宽中心。本文不考虑齿轮轴及支承等因素对齿轮动态特性的影响，约束两齿轮轮毂内侧刚性壳单元绕轴转动自由度之外的全部自由度，并在主动齿轮 A 的刚性壳单元上施加不同的驱动转速，在从动齿轮 B 的刚性壳单元上施加负载扭矩。

根据上述建立的齿轮有限元分析模型，定义单元类型为 SOLID186，利用节点耦合法[3]，即通过将两齿轮模型中处于啮合线附近节点的沿啮合方向的位移耦合，模拟两齿轮间的啮合耦合关系。

北航学报 赠阅

在不考虑预应力的情况下,计算齿轮 B 在啮合状态下的振动模态,其计算结果与实验结果[15]的对比如表 1 所示。可以看出,齿轮 B 的模态计算结果与实验结果有较好的一致性,计算误差均低于 5%。由此可以说明,本文所建立的齿轮有限元分析模型是可靠的。

表 1 齿轮 B 的固有频率

Table 1 Natural frequency of gear B

振型	计算频率/Hz	实验频率/Hz	误差/%
轮缘 1 弯	694.66	663	4.78
轮缘 2 弯	1062.70	1088	-2.33
轮缘 3 弯	2752.90	2700	1.96
轮缘 4 弯	4483.80	4425	1.33
腹板 2 节径	5936.80	5950	-0.22
腹板 3 节径	7693.10	7625	0.89

2 齿轮动态啮合过程时域响应特性分析

采用第 1 节建立的齿轮接触有限元分析模型,定义齿间接触为自动面-面接触,齿间滑动摩擦系数设置为 0.1,黏滞阻尼系数设置为 20 N·s/mm。在齿轮 A 上施加不同的驱动转速,即 500 ~ 3 000 r/min,在齿轮 B 上施加相同的负载扭矩为 297 N·m。在施加转速及负载时,为避免突然加载引起的冲击问题,加载过程存在 0.01 s 的过渡时间,在这段时间内加载量由零增大到最大值。以下以 2 500 r/min 计算转速为例,根据其计算结果分析齿轮 A-B 动态啮合过程的时域响应特性。据计算结果,提取从动齿轮 B 的输出角速度,如图 3 所示。

由图3 可以看出,从动齿轮 B 的角速度输出在理论值附近呈现明显的波动,这是由齿轮啮合过程中轮齿弹性变形及啮合位置变化等因素造成的。

为分析两齿轮动态啮合过程的时域响应特性,提取薄壁齿轮 B 位于齿根圆角、轮缘内侧以及腹板中心位置的 3 个单元的拉-压应变时域响应,截取稳定加载阶段 0.025 ~ 0.060 s 间的动态应变,如图 4 所示。同时,提取厚壁齿轮 A 对应位置处的单元响应,如图 5 所示。

对比分析图 4 和图 5 可得:①在对应轮齿处于啮合状态时,齿根应变信号存在明显峰值,薄壁齿轮 B 轮缘及腹板处的应变存在较低的啮合峰值,而厚壁齿轮 A 轮缘及腹板处的应变响应没有明显的啮合峰值。这表明增加齿轮轮缘、腹板的厚度,会减弱轮齿载荷对轮缘及腹板的作用。

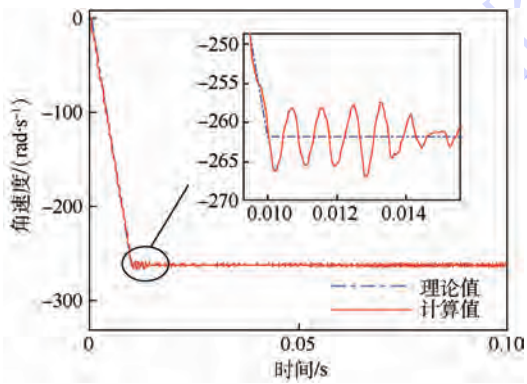


图 3 齿轮 B 角速度输出

Fig. 3 Angular velocity output of gear B

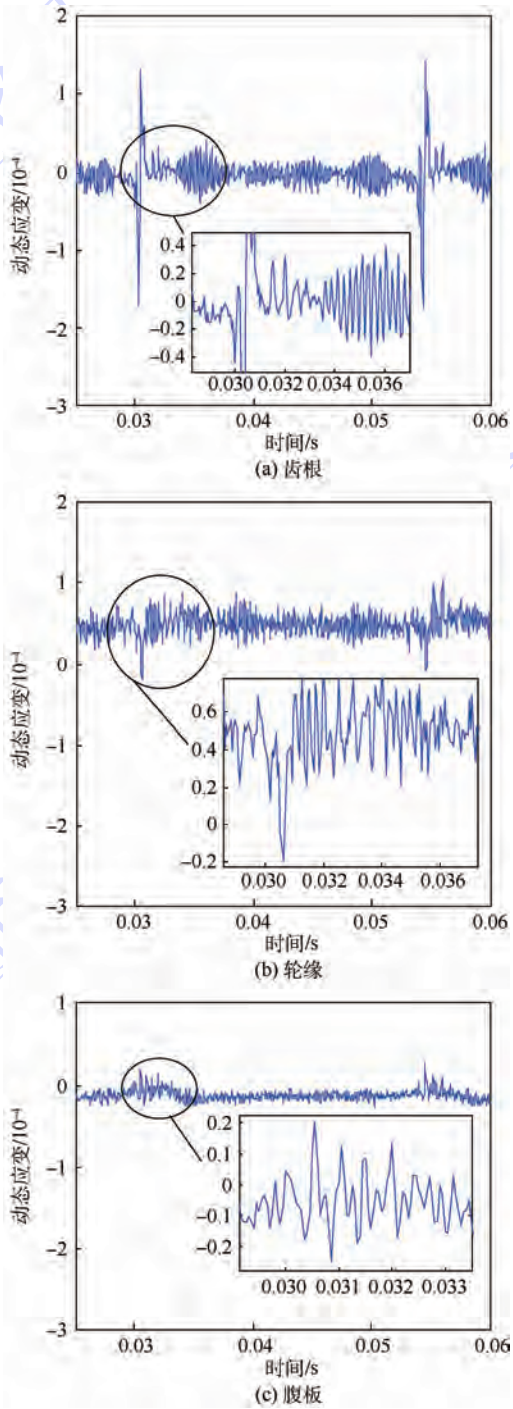


图 4 齿轮 B 齿根、轮缘及腹板动态应变

Fig. 4 Dynamic strain of gear B root, rim and web

北航学报 赠阅

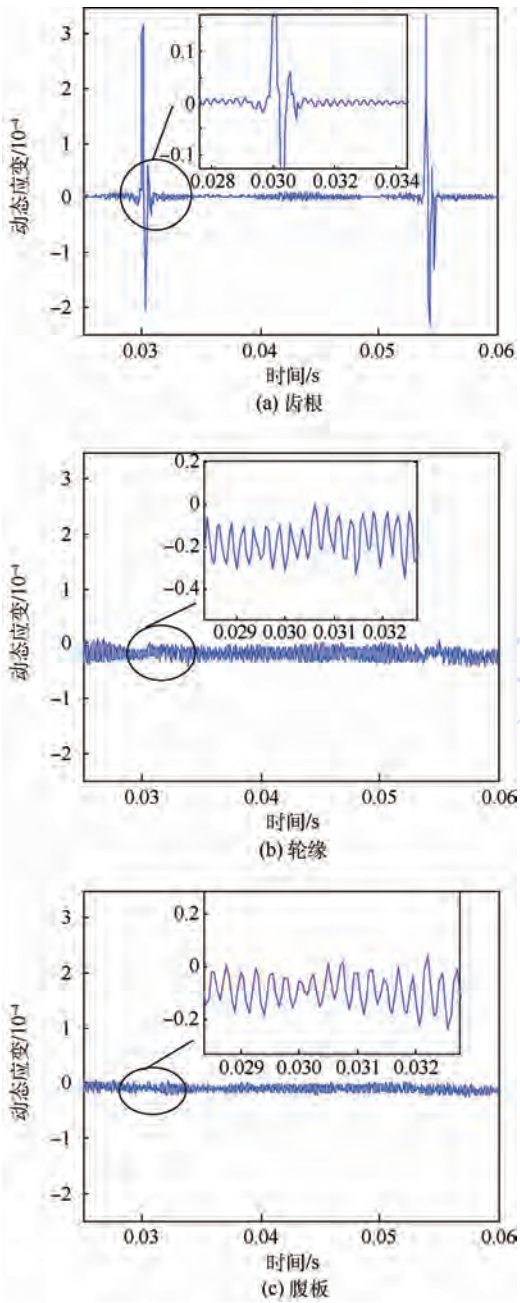


图 5　齿轮 A 齿根、轮缘及腹板动态应变

Fig. 5　Dynamic strain of gear A root, rim and web

②比较图 4(a)与图 5(a)，发现厚壁齿轮的齿根应变峰值远大于薄壁齿轮的齿根应变峰值。这是因为齿轮啮合载荷由轮齿、轮缘及腹板共同承担，增加轮缘及腹板厚度，会使轮齿承担的啮合载荷比重增加。③在对应轮齿处于非啮合状态时，相对于厚壁齿轮 A，薄壁齿轮 B 3 处应变的稳定值较大，且波动也大，这表明薄壁齿轮更易产生结构振动。④比较 3 处应变稳定值发现，齿轮轮缘内侧的应变稳定值大于齿根及腹板的应变值，并且降低轮缘及腹板的厚度，这种差别更加明显，这意味着薄壁齿轮的轮缘振动显著。上述分析结论与文献[15]中的实验结论相一致。

3　齿轮动态啮合过程频域响应特性分析

为了进一步研究齿轮动态啮合过程中振动产生的机理，需对齿轮动态响应进行频域响应特性分析。本节仍主要以 2 500 r/min 转速计算结果为例，分析齿轮动态啮合过程的频域响应特性。

动态啮合力是齿轮啮合系统的主要激励，其频率成分对齿轮动态响应的频域特性具有重要影响。提取齿轮 B 在 x、y、z 3 个方向上的动态啮合力，经傅里叶变换得到加载稳定阶段(0.02 ~ 0.09 s)啮合力在 3 个方向上分力的幅-频特性曲线，如图 6 所示。图中：Fz 为啮合频率，即啮合 1 倍频；2 Fz 为 2 倍啮合频率，即啮合 2 倍频。

由图 6 可以看出，齿轮啮合力在 x 方向分力最大(均值为 3 266.8 N)，而在 z 方向(轴向)分力最小(均值为 47.75 N)，但不为零，表明在该对直齿轮啮合过程中存在轴向激振力。这主要是因为齿轮 B 腹板位置不在齿宽中心，导致轮齿啮合沿齿宽方向不均匀分布，从而产生轴向分力。由啮合力 3 个方向分力的幅-频特性曲线可以看出，啮合力的频率成分主要包含齿轮的啮合频率及其倍频，其他频率成分则是两齿轮该工作状态下的振动频率，其与齿轮是固有振动频率相关。此外，由图 6 还可以看出，啮合 2 倍频对应的幅值最大，由以下分析可知，这是因为啮合 2 倍频的激振力激起了齿轮 A 的共振。

根据第 2 节中分析齿轮拉-压应变时域响应特性得出的结论④，分别提取两齿轮轮缘内侧某单元在 x、y、z 方向上的平均有效应变，并给出它们的幅-频特性曲线，如图 7 和图 8 所示。图 7 分别为薄壁齿轮 B 轮缘内侧 3 个方向动态应变的幅-频特性曲线。可以看出，2 500 r/min 工况下，齿轮 B 的振动频率成分较多，存在多个频率峰值，表明此时齿轮 B 的振动是多个振动的耦合，各频率峰值既包括齿轮的固有频率，又包括组合频率。所谓的组合频率，是指齿轮振动为多种振动的耦合时出现的位于齿轮固有频率与啮合倍频之间的振动频率。图 8 为对应厚壁齿轮 A 轮缘内侧 3 个方向动态应变的幅-频特性曲线。可以发现，齿轮 A 3 个方向的振动存在相同且较为单一的频率峰值(4 110 Hz)，表明齿轮 A 此时处于共振状态，其对应的共振频率为 4 110 Hz。

为了进一步确定在 2 500 r/min 工况下，齿轮 A 是否发生共振，特提取齿轮 A-B 啮合系统模态计算中模态频率接近 4 110 Hz 的模态振型，如图 9

北航学报 赠阅

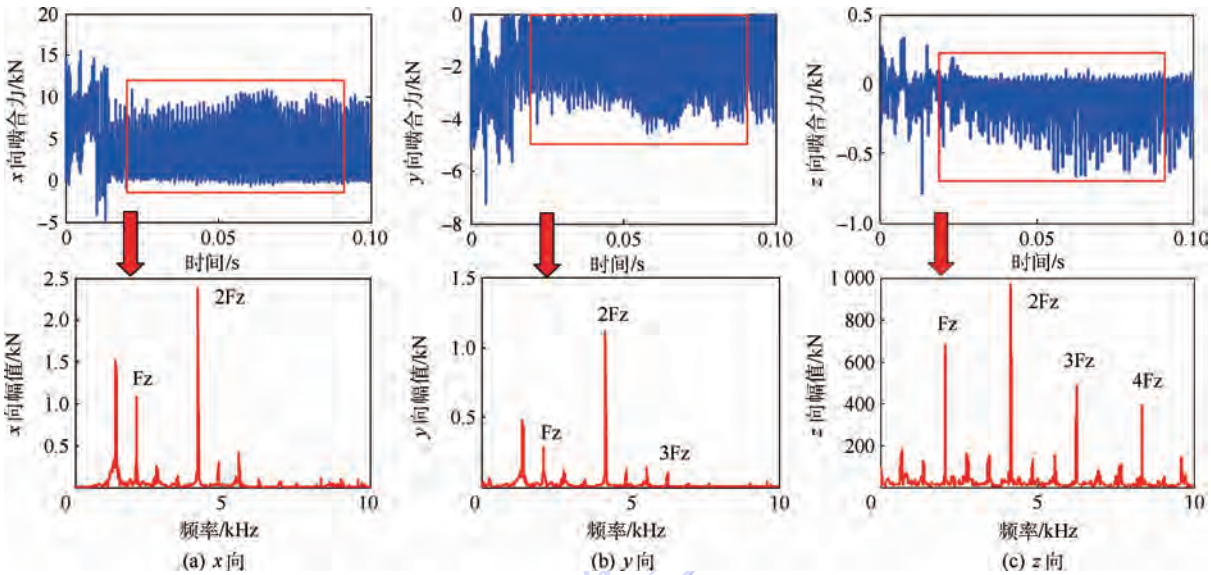


图 6 x、y、z 向啮合力

Fig. 6 x, y, z direction meshing force

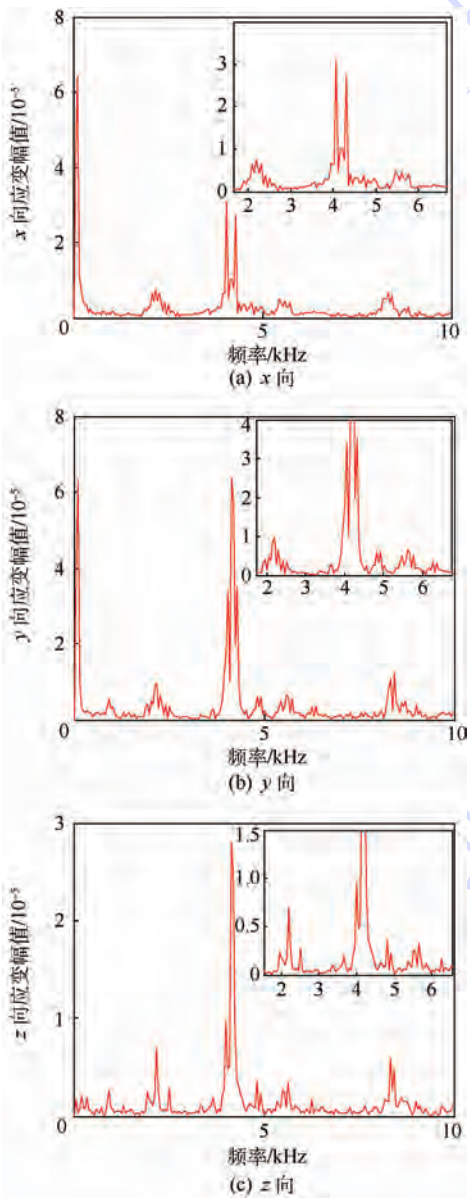


图 7 齿轮 B 轮缘 x、y、z 向动态应变

Fig. 7 x, y, z direction dynamic strain of gear B rim

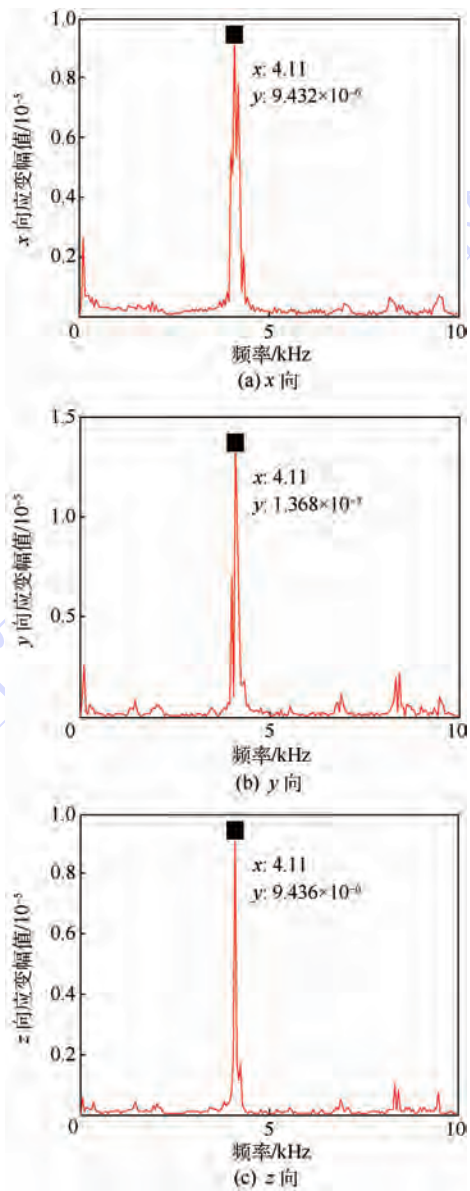


图 8 齿轮 A 轮缘 x、y、z 向动态应变

Fig. 8 x, y, z direction dynamic strain of gear A rim

北航学报 赠阅

所示，其模态计算结果显示此时的振型为齿轮 A 的 2 节径振动，对应的模态频率为 4 165.4 Hz，该频率与啮合 2 倍频激振频率非常接近。同时提取齿轮动态啮合过程中某一时刻齿轮 A 的 z 向位移响应云图，如图 10 所示。可知，此时齿轮 A 的响应振型与模态振型相一致，均为轮缘-腹板 2 节径振动的振型。

此外，根据不同转速下齿轮动态啮合过程的计算结果，可得到齿轮 A 轮缘内侧动态应变的 Campbell 图，如图 11 所示。可以看出，2 500 r/min 为 2 倍啮合激振频率与 4 110 Hz 固有频率相交共振点对应的共振转速。

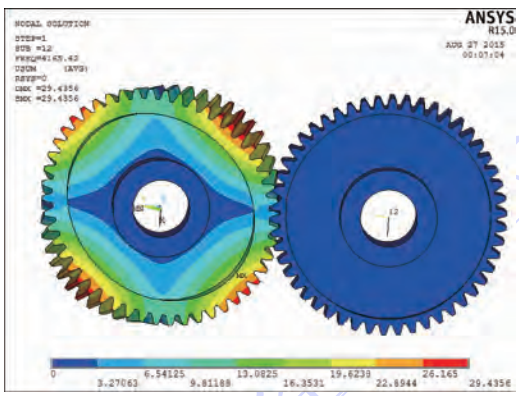


图 9　齿轮 A 模态振型

Fig. 9　Modal shape of gear A

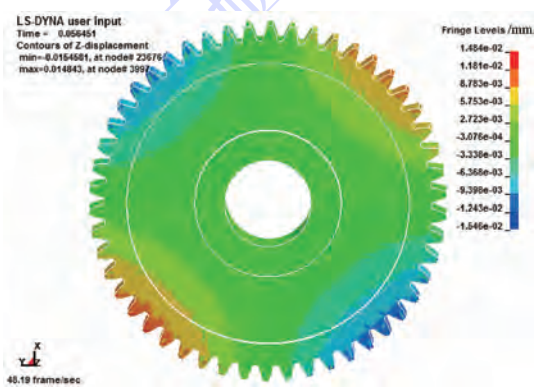


图 10　齿轮 A 轴向位移云图

Fig. 10　Axial direction displacement contour of gear A

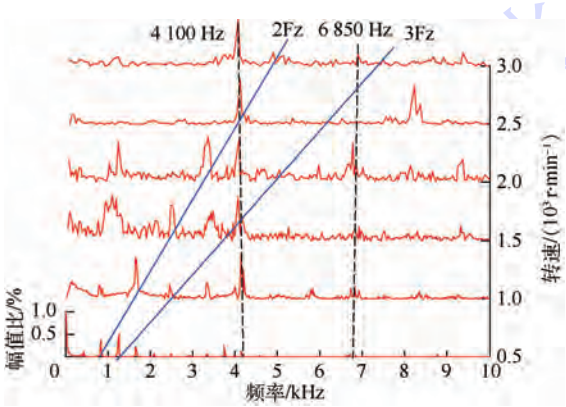


图 11　齿轮 A 轮缘应变 Campbell 图

Fig. 11　Rim strain Campbell diagram of gear A

综上所述，齿轮 A-B 啮合系统在 2 500 r/min 工况下，齿轮 A 会发生频率为 4 110 Hz 的轮缘-腹板 2 节径振动的共振。由分析可得，齿轮在啮合过程中产生共振的必要条件是：啮合力中存在能激起齿轮某一方向振动的分力，且该分力的某一频率成分（啮合频率及其倍频）与该方向齿轮振动的某一固有频率相吻合。

4　结　论

1）通过建立精确的齿轮啮合有限元分析模型，根据接触有限元分析方法，利用 LS-DYNA 显式计算可以高保真地模拟齿轮连续弹性动态啮合过程，为齿轮啮合系统动态特性的研究提供很好的研究平台。

2）齿轮轮缘及腹板的厚度对齿轮的结构振动具有重要影响。降低齿轮轮缘及腹板的厚度，会使轮缘、腹板的响应应力增加，而让齿根应力降低，同时也会使得齿轮的轮缘振动变得显著。

3）齿轮腹板位置的偏移，会导致直齿轮啮合过程中产生轴向啮合分力。此外，由于结构振动和弹性变形，直齿轮啮合过程中必然产生轴向啮合力。齿轮啮合激励和动态响应之间存在相互耦合的关系，动态啮合力会激起齿轮的振动，这反过来又会引起齿轮动态啮合力的变化。

4）齿轮动态啮合系统中，齿轮产生共振的必要条件是：啮合力中存在能激起齿轮某一方向振动的分力，且该分力的某一频率成分（啮合频率及其倍频）与该方向齿轮振动的某一固有频率相吻合。通过分析齿轮响应的频域特性及响应振型，或通过齿轮响应 Campbell 图分析，可以判定某一工况下的齿轮是否处于共振状态。

5）齿轮啮合力的频率成分包括啮合频率及其倍频，以及齿轮工作状态下的产生的振动频率，该振动频率与齿轮固有频率相关。除齿轮共振之外，齿轮的结构振动多为多个振动的耦合，各频率峰值对应齿轮的固有频率值及组合频率。

参考文献（References）

[1] 李润方，王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京：科学出版社，1997.
LI R F, WANG J J. Gear system dynamics[M]. Beijing: Science Press, 1997(in Chinese).

[2] 陶泽光，李润方，林腾蛟. 齿轮系统有限元模态分析[J]. 机械设计与研究，2000(3)：45-46.
TAO Z G, LI R F, LIN T J. Finite element modal analysis of gear system[J]. Machine Design & Research, 2000(3): 45-46 (in Chinese).

北航学报 赠阅

[3] 周立峰. 基于 ANSYS 的行星齿轮系统参数化建模与模态分析研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2009.
ZHOU L F. Parameterized modeling and mode analysis of planetary gear train based on ANSYS[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009(in Chinese).

[4] 吴文光,朱如鹏. 基于 Workbench 的斜齿轮固有特性分析[J]. 机械传动,2010,34(4):54-56.
WU W G, ZHU R P. Analysis on natural vibration characteristics of helical gear based on Workbench[J]. Journal of Mechanical, 2010, 34(4): 54-56(in Chinese).

[5] 林腾蛟,杨妍妮,李润方,等. 弧齿锥齿轮传动内部动态激励数值仿真[J]. 重庆大学学报,2009,32(6):609-613.
LIN T J, YANG Y N, LI R F, et al. Numerical simulation of the internal dynamic excitation of a spiral bevel gear transmission [J]. Journal of Chongqing University, 2009, 32(6): 609-613 (in Chinese).

[6] 常乐浩,刘更,郑雅萍,等. 一种基于有限元法和弹性接触理论的齿轮啮合刚度改进算法[J]. 航空动力学报,2014,29(3):682-688.
CHANG L H, LIU G, ZHENG Y P, et al. A modified method for determining mesh stiffness of gears based on finite element method and elastic contact theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(3): 682-688(in Chinese).

[7] 李亚鹏,孙伟,魏静,等. 齿轮时变啮合刚度改进计算方法[J]. 机械传动,2010,34(5):22-26.
LI Y P, SUN W, WEI J, et al. Study on the improved algorithm of the time-varying meshing stiffness of gear[J]. Journal of Mechanical, 2010, 34(5): 22-26(in Chinese).

[8] HE S, GUNDA R, SINGH R. Effect of sliding friction on the dynamics of spur gear pair with realistic time-varying stiffness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(3-5): 927-949.

[9] HE S, ROOK T, SINGH R. Construction of semianalytical solutions to spur gear dynamics given periodic mesh stiffness and sliding friction functions[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(12): 122601.

[10] LIN T, OU H, LI R. A finite element method for 3D static and dynamic contact/impact analysis of gear drives[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(9-12): 1716-1728.

[11] PARKER R G, AGASHE V, VIJAYAKAR S M. Dynamic response of a planetary gear system using a finite element/contact mechanics model[J]. Journal of Mechanical Design, 2000, 122(3): 304-310.

[12] 唐进元,彭方进. 准双曲面齿轮动态啮合性能的有限元分析研究[J]. 振动与冲击,2011,30(7):101-106.
TANG J Y, PENG F J. Finite element analysis for dynamic meshing of a pair of hypoid gears[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(7): 101-106(in Chinese).

[13] 吴勇军,梁跃,杨燕,等. 齿轮副动态啮合特性的接触有限元分析[J]. 振动与冲击,2012,31(19):61-67.
WU Y J, LIANG Y, YANG Y, et al. Dynamic meshing characteristics of a gear pair using contact finite element method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(19): 61-67(in Chinese).

[14] WU Y J, WANG J J, HAN Q K. Contact finite element method for dynamic meshing characteristics analysis of continuous engaged gear drives[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(6): 1671-1685.

[15] LI S T. Experimental investigation and FEM analysis of resonance frequency behavior of three-dimensional, thin-walled spur gears with a power-circulating test rig[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(8): 934-963.

[16] Japanese Industry Standards. Shape and dimensions of spur gears for general engineering: JIS B 1721[S]. Tokyo: Japanese Standard Association, 1984.

作者简介:

刘彦雪 男,硕士研究生。主要研究方向:航空发动机结构强度与振动。
Tel.: 010-82317411
E-mail: liuyx@buaa.edu.cn

王建军 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航空发动机结构强度与振动。
Tel.: 010-82317411
E-mail: wangjianjun@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Dynamic meshing characteristics analysis of spur gears based on LS-DYNA

LIU Yanxue, WANG Jianjun*, ZHANG Tao

(School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on contact finite element analysis theory and explicit calculation method, the dynamic meshing process of gears could been simulated with high-fidelity by using LS-DYNA software. The precise finite element analysis model of a meshed gear in one experiment is built, its dynamic meshing process in experiment is simulated by using the above methods, and the dynamic vibration characteristics of gears are obtained through studying the numerical results. The results of numerical simulation through LS-DYNA software have good consistency with experiment results. The gear with thin rim and thin web has more chances to produce structural vibrations and its rim vibration is more obvious. The gear meshing load shared by rim and web would increase when the thickness of rim and web are reduced. When the web is not located at the center of face width, the axial force will appear in spur meshing process. Besides, the conditions of gear resonance and the method for determining gear resonance state are summarized.

Key words: contact finite element analysis; explicit calculation method; gear dynamic meshing; vibration characteristics; gear resonance

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-17; **Accepted**: 2015-12-18; **Published online**: 2016-01-21 14:32

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160121.1432.002.html

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82317411　E-mail: wangjianjun@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0618

一种功能梯度 Timoshenko 梁的损伤识别方法

邓昊，程伟*
（北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100083）

摘 要：为了获得功能梯度材料的高精度损伤识别方法，本文基于动力学方法，通过对状态空间变量进行变量替换，求得了沿轴向指数分布的功能梯度 Timoshenko 梁的传递矩阵，通过分析裂纹对结构局部柔度的影响，采用扭转弹簧模拟裂纹对结构局部柔度的贡献，建立了功能梯度 Timoshenko 梁的表面裂纹传递矩阵，并且推导了复杂边界条件下多跨梁的理论模型。通过将非线性方程组转化为单一目标函数优化问题，并将增广拉格朗日算法与差分进化算法相结合对结构进行损伤识别。计算实例表明，本文提出的方法具有精度高、收敛快等特点，且适用于复杂边界条件下多损伤模型的损伤识别。

关 键 词：状态空间传递矩阵法；损伤识别；功能梯度材料；指数梯度；复杂边界条件
中图分类号：TV312
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2214-08

工程中存在着大量的多相材料，为了使材料的性质从一相过渡到另一相，通常在两相材料之间使用沿轴向变化的功能梯度材料。使用功能梯度材料的优点是两相材料之间不存在明显的交界面，因而避免了材料受热或冷却时出现的应力集中现象。功能梯度材料通常分为 2 种：一种是材料性质沿厚度方向变化；另一种是材料性质沿轴线方向变化。近年来，已有大量关于材料沿轴向指数分布的 Timoshenko 梁的研究[1-6]。对于沿轴线方向变化的材料，Elishakoff[7] 通过半逆解法给出了欧拉-伯努利梁的频率精确解。文献[8-9]分析了沿轴向指数变化的弯曲刚度、材料密度和宽度的欧拉梁在不同边界条件下的解析解。Wang 等[10-11]计算了轴向宽度指数变化且带有附加质量的欧拉-伯努利梁的共振频率。Sankar[12] 建立了两端简支的功能梯度欧拉梁的理论模型，分析了结构的静态问题。Esmailzadeh 和 Ohadi[13] 运用 Frobenius 级数方法分析了受轴向载荷 Timoshenko 梁的振动特性与稳定性。Huang 等[14] 运用一种新的方法计算了变截面 Timoshenko 梁的固有频率。以上计算结构固有频率的方法均属于数值方法或近似的解析方法。最近，Li[15] 和 Tang[16] 等通过解析的方法得到了材料沿轴向指数分布的 Timoshenko 梁的振动频率精确解。近年来，关于存在裂纹的功能梯度材料受到广泛关注。对于存在裂纹的结构，文献[17-19]通过使用线性弹簧来模拟裂纹对结构局部刚度的贡献。Hsu[20] 采用微分积分法(DQM)获得了弹性地基上存在表面裂纹的欧拉-伯努利梁的频率数值解。Yang 等[21] 采用扭转弹簧模型建立了存在裂纹的功能梯度欧拉梁的理论模型，并且研究了在横向移动载荷与轴向载荷作用下结构的动态响应。Wei 等[22] 通过建立沿厚度方向材料性质指数变化的功能梯度 Timoshenko 梁(FGB)传递矩阵模型，通过解析方法获得了表面存在裂纹的功能梯度 Timoshenko 梁精确解。然而，至今还没有关于存在表面裂纹的材料沿轴线方向变化的功能梯度 Timoshenko 梁的研究。

收稿日期：2015-09-22；**录用日期**：2015-12-25；**网络出版时间**：2016-04-01 14:12
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160401.1412.001.html
* **通讯作者**：Tel.：010-82310409 E-mail：cheng_wei@buaa.edu.cn

引用格式：*邓昊，程伟. 一种功能梯度 Timoshenko 梁的损伤识别方法[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2214-2221.*
DENG H，CHENG W. Damage identification method for functionally graded Timoshenko beams[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2214-2221 (in Chinese).

本文通过状态空间传递矩阵(SSM)法建立了梁的理论模型,并采用线性扭转弹簧模拟裂纹对结构局部柔度的贡献,建立了复杂边界条件下功能梯度 Timoshenko 梁的多损伤模型,并且提出了一种运用差分进化算法对结构损伤进行识别的方法。计算结果表明,本文提出的方法精度较高。

1　理论推导

1.1　基本方程

考虑材料沿轴向指数变化的功能梯度 Timoshenko 梁,梁的长度为 L,梁的截面惯性矩为 I,面积为 A,材料的弹性模量、剪切模量和密度沿梁的轴向方向服从指数的变化规律[15-16],如图 1 所示。为了简化模型,令

$$E=E_0\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}},\quad G=G_0\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}},\quad \rho=\rho_0\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}} \tag{1}$$

式中:β 为无量纲的梯度系数;x 为沿轴向的坐标;E_0、ρ_0 和 G_0 分别为坐标 $x=0$ 处的弹性模量、密度和剪切模量。

材料的剪切系数为 K,由式(1)可知,当 $\beta=0$ 时,梁为均匀材料。由 Timoshenko 的梁理论,可以得到梁的振动微分方程为

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[KG_0\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}A\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\varphi\right)\right]-\rho\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(E\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}\right)I\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right]-KG\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}A\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\varphi\right)-\rho\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}I\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=0 \tag{3}$$

式中:w 和 φ 分别为梁截面的横向变形和转角。

横截面弯曲力矩 M 和剪力 Q 可以表示为

$$M=E\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}I\frac{\partial\varphi}{\partial x},\quad Q=KG\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}A\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\varphi\right) \tag{4}$$



图 1　材料沿轴向指数分布的功能梯度 Timoshenko 梁

Fig. 1　Functionally graded Timoshenko beams along axial exponential distribution

1.2　状态空间传递矩阵

直接由式(2)~式(4)无法得到传递矩阵为常数的状态方程,因此对结构的状态变量进行替换,令

$$W=w\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}},\quad \psi=\varphi\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}} \tag{5}$$

因此

$$\frac{\partial W}{\partial x}=\frac{\partial w}{\partial x}\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}+\frac{\beta}{L}W \tag{6}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}=\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}+\frac{\beta}{L}\psi \tag{7}$$

由式(6)、式(7)可以得到

$$\frac{\partial w}{\partial x}\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}=\frac{\partial W}{\partial x}-\frac{\beta}{L}W \tag{8}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathrm{e}^{\frac{\beta x}{L}}=\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\beta}{L}\psi \tag{9}$$

定义函数 $f(x)$ 的傅里叶变换为

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega x}\mathrm{d}x \tag{10}$$

式中:ω 为圆频率。

因此函数的傅里叶逆变换为

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega x}\mathrm{d}\omega \tag{11}$$

对式(2)~式(4)两端同时对时间 t 进行傅里叶变换,并将式(8)、式(9)代入式(2)~式(4)中并化简可以得到关于 W、ψ、M 和 Q 的状态空间方程:

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial W}{\partial x}\\ \frac{\partial\psi}{\partial x}\\ \frac{\partial M}{\partial x}\\ \frac{\partial Q}{\partial x}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\beta}{L} & 1 & 0 & \frac{1}{KGA}\\ 0 & \frac{\beta}{L} & -\frac{1}{EI} & 0\\ 0 & \rho I\omega^2 & 0 & 1\\ -\rho A\omega^2 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}W\\ \psi\\ M\\ Q\end{bmatrix} \tag{12}$$

式(10)可以写成如下形式:

$$\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial x}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{v} \tag{13}$$

式中:$\boldsymbol{v}$ 为状态向量;$\boldsymbol{A}$ 为传递矩阵。

由精细积分法可以得到

$$\boldsymbol{X}=\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}x}\cdot\boldsymbol{X}_0 \tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{X}_0$ 为结构的初始状态向量。

$$\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}x}=\sum_{k=0}^{\infty}\boldsymbol{A}^k\frac{x^k}{k!} \tag{15}$$

对于固支边界条件、简支边界条件和自由边界条件,依次有

$$w=0,\quad \varphi=0 \tag{16}$$

$$w=0,\quad M=0 \tag{17}$$

$$Q=0,\quad M=0 \tag{18}$$

根据式(5)可以得到

$$W=0,\quad \psi=0 \tag{19}$$

$$W=0,\quad M=0 \tag{20}$$

$$Q=0,\quad M=0 \tag{21}$$

运用边界条件式(19)~式(21)和传递矩阵法[20]可以得到结构的频率方程,求解此频率方程可以得到不同边界条件下结构固有频率的精确解。

1.3　裂纹对结构局部柔度的影响

弹性结构表面的开口裂纹会使裂纹局部区域的应变能集中而造成结构局部柔度的增加,

北航学报 赠阅

Attar[23]提出采用无质量的弹簧来模拟裂纹区域对结构局部柔度的贡献。图 2 为圆形截面和矩形截面的表面裂纹示意图。裂纹平行于 z 轴，杆受到轴向载荷 P_1 和剪力 P_2、P_3，弯曲力矩 P_4、P_5 和扭转力矩 P_6，根据卡式定理可以得到裂纹区域产生的附加位移为

$$u_i=\frac{\partial U}{\partial P_i}=\frac{\partial}{\partial P_i}\left(\int_{A_c}J\mathrm{d}A_c\right) \tag{22}$$

式中：U 为裂纹区域的应变能；A_c 为裂纹区域；u_i 为沿力 P_i 方向裂纹所造成的附加位移；J 为应变能密度函数[24]，即

$$J=\frac{1}{E'}\left[\left(\sum_{i=1}^{6}K_{\mathrm{I}i}\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{6}K_{\mathrm{II}i}\right)^2+(1+\upsilon)\left(\sum_{i=1}^{6}K_{\mathrm{III}i}\right)^2\right] \tag{23}$$

其中：υ 为泊松比；平面应力状态下 $E'=E$，平面应变状态下 $E'=\dfrac{E}{1-\upsilon^2}$；$K_{ni}(n=\mathrm{I},\mathrm{II},\mathrm{III})$ 为模态 n 相对应于广义力 P_i 的裂纹应力强度因子，即

$$K_{ni}=\sigma_i\sqrt{\pi d}F_{ni}\quad n=\mathrm{I},\mathrm{II},\mathrm{III};i=1,2,\cdots,6 \tag{24}$$

式中：σ_i 为裂纹区域的应力；d 为裂纹深度；F_{ni} 为与几何形状相关的裂纹形状因子。

因此，柔度系数可以定义为

$$C_{ij}=\frac{\partial u_i}{\partial P_j}=\frac{\partial^2}{\partial P_i\partial P_j}\int_{A_c}J\mathrm{d}A_c \tag{25}$$

裂纹区域的柔度矩阵为 6×6 矩阵，由于本文仅考虑平面内的弯曲模态，对于平面弯曲模态，P_5 为式(25)的主要影响因素，因此对于平面弯曲模态的应力强度因子为

$$K_{\mathrm{I}5}=\sigma_5\sqrt{\pi\zeta}F_{\mathrm{I}5},\quad \sigma_5=\frac{P_5h}{2I} \tag{26}$$

式中：ζ 为沿裂纹宽度方向的坐标；h 为矩形截面的深度。

因此，裂纹局部区域的柔度系数 C_{55} 为[23]

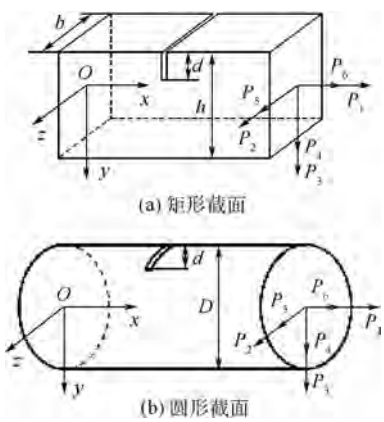


图 2 结构表面裂纹示意图

Fig. 2 Schematic diagram of structural surface crack

$$C_{55}=\frac{\partial^2}{\partial P_5^2}\left[\int_{A_c}\left(\frac{K_{\mathrm{I}5}^2}{E'}\right)\mathrm{d}A_c\right]=\frac{\partial^2}{\partial P_5^2}\left[\int_0^d\int_{-b/2}^{b/2}\left(\frac{K_{\mathrm{I}5}^2}{E'}\right)\mathrm{d}\eta\mathrm{d}\zeta\right] \tag{27}$$

式中：b 为裂纹的宽度；η 为沿裂纹深度方向的坐标。

将式(26)代入式(27)，并沿着裂纹的边界进行积分，矩形截面梁裂纹区域的局部柔度为[25]

$$C=C_{55}=\frac{6\pi h}{E'I_{\mathrm{r}}}\left[\int_0^{d/h}\phi(H(\lambda))^2\mathrm{d}\phi\right] \tag{28}$$

圆形截面梁裂纹区域的局部柔度为

$$C=C_{55}=\frac{16D}{E'I_{\mathrm{c}}}\left\{\int_0^{d/h}\left[\int_{-\sqrt{\phi-\phi^2}}^{\sqrt{\phi-\phi^2}}(1-4\gamma^2)\cdot(2\phi+\sqrt{1-4\gamma^2}-1)(H(\lambda))^2\mathrm{d}\gamma\right]\mathrm{d}\phi\right\} \tag{29}$$

式中：I_{r} 为矩形截面的惯性矩，$I_{\mathrm{r}}=bh^3/12$；D 为圆形截面的直径；$I_{\mathrm{c}}=\pi D^4/64$ 为圆形截面的惯性矩；对于矩形截面 $\phi=\zeta/D$，对于圆形截面 $\phi=\zeta/D$；$\gamma=\eta/D$。

式(28)中，$H(\lambda)$ 可以表示为[25]

$$H(\lambda)=\sqrt{(2/\pi\lambda)\tan(\pi\lambda/2)}\{0.923+0.199[1-\sin(\pi\lambda/2)]^4\}/\cos(\pi\lambda/2) \tag{30}$$

式中：对于矩形截面，$\lambda=\phi$，对于圆形截面，λ 可以表示为[25]

$$\lambda=\frac{2\phi+\sqrt{1-4\psi^2}-1}{2\sqrt{1-4\psi^2}} \tag{31}$$

裂纹 x_c 处的弹性模量 $E=E_0\mathrm{e}^{\frac{\beta x_c}{L}}$。

1.4 裂纹区域传递矩阵

裂纹两端的纵向位移、弯矩和剪力具有连续性，但是裂纹两端的转角却不存在连续性，本文采用扭转弹簧来模拟裂纹对结构局部柔度的贡献，裂纹所在位置的坐标为 x_c，因此有

$$\begin{aligned}&Q_i(x_c)=Q_{i+1}(x_c),\quad M_i(x_c)=M_{i+1}(x_c)\\&w_i(x_c)=w_{i+1}(x_c),\quad \varphi_{i+1}(x_c)-\varphi_i(x_c)=CM_i(x_c)\end{aligned} \tag{32}$$

由式(32)可以得到裂纹两端传递矩阵为

$$\begin{bmatrix}w_{i+1}(x_c)\\ \varphi_{i+1}(x_c)\\ M_{i+1}(x_c)\\ Q_{i+1}(x_c)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&C&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_i(x_c)\\ \varphi_i(x_c)\\ M_i(x_c)\\ Q_i(x_c)\end{bmatrix} \tag{33}$$

由式(5)和式(32)可以推出

$$\begin{bmatrix}W_{i+1}(x_c)\\ \psi_{i+1}(x_c)\\ M_{i+1}(x_c)\\ Q_{i+1}(x_c)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&C\mathrm{e}^{\frac{\beta x_c}{L}}&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}W_i(x_c)\\ \psi_i(x_c)\\ M_i(x_c)\\ Q_i(x_c)\end{bmatrix} \tag{34}$$

1.5　复杂边界条件多跨功能梯度 Timoshenko 梁振动模型

为了建立复杂边界条件下功能梯度 Timoshenko 梁的振动模型,考虑中间铰支座有 k 个,集中质量有 n 个,每个集中质量为 $m_i(i=1,2,\cdots,n)$,转动惯量为 $J_i(i=1,2,\cdots,n)$。拉压弹簧有 m 个,扭转弹簧有 q 个。对于考虑转动惯量的集中质量边界条件,集中质量的位置为 x_{m},因此集中质量所在点满足:

$$\begin{cases} W_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) = W_i(x_{\mathrm{m}}) \\ \psi_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) = \psi_i(x_{\mathrm{m}}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -m\omega^2 W(x_{\mathrm{m}}) = (Q_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) - Q_i(x_{\mathrm{m}}))\mathrm{e}^{\frac{\beta x_{\mathrm{m}}}{L}} \\ J_i\omega^2\varphi(x_{\mathrm{m}}) = (M_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) - M_i(x_{\mathrm{m}}))\mathrm{e}^{\frac{\beta x_{\mathrm{m}}}{L}} \end{cases} \tag{35}$$

将式(35)写成传递矩阵形式可以得到

$$\begin{bmatrix} W_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) \\ \psi_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) \\ M_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) \\ Q_{i+1}(x_{\mathrm{m}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_i\omega^2 & \mathrm{e}^{\frac{\beta x_{\mathrm{m}}}{L}} & 0 \\ -m_i\omega^2 & 0 & 0 & \mathrm{e}^{\frac{\beta x_{\mathrm{m}}}{L}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_i(x_{\mathrm{m}}) \\ \psi_i(x_{\mathrm{m}}) \\ M_i(x_{\mathrm{m}}) \\ Q_i(x_{\mathrm{m}}) \end{bmatrix} \tag{36}$$

同理可以得到拉压弹簧的点传递矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -K_{\mathrm{s}}\mathrm{e}^{-\frac{\beta x_k}{L}} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{37}$$

式中:x_k 为拉压弹簧的位置坐标;K_{s} 为弹簧拉压刚度。

扭转弹簧的点传递矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -K_t\mathrm{e}^{-\frac{\beta x_t}{L}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{38}$$

式中:K_t 为扭转弹簧的刚度;x_t 为扭转弹簧的位置坐标。

中间铰支座的点传递矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{39}$$

1.6　递推公式

功能梯度 Timoshenko 梁从一个边界条件到另一个边界条件经过一个力学元件和一段梁,梁段的场矩阵 $\boldsymbol{H}_i^b$ 由式(14)可以得到,力学元件的点传递矩阵为 $\boldsymbol{H}_i^p$,由此可以得到包含一段梁和一个力学元件的传递矩阵 $\boldsymbol{H}_i$:

$$\boldsymbol{H}_i = \boldsymbol{H}_i^b \cdot \boldsymbol{H}_i^p \tag{40}$$

因此整个系统的传递矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_s \cdot \boldsymbol{H}_{s-1} \cdot \cdots \cdot \boldsymbol{H}_i \cdot \boldsymbol{H}_{i-1} \cdot \cdots \cdot \boldsymbol{H}_2 \cdot \boldsymbol{H}_1 \tag{41}$$

由推导可知,整个系统的传递矩阵 $\boldsymbol{H}$ 是一个 4×4 的矩阵,可以写成如下形式:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \tag{42}$$

根据不同的边界条件,将式(42)代入式(19)~式(21),可以得到系统的频率方程 $F(\omega)=0$,求解上述频率方程可以得到复杂边界条件多跨功能梯度 Timoshenko 梁的频率精确解。

1.7　裂纹损伤识别

1.7.1　裂纹损伤识别方法

裂纹的存在会改变结构的频率方程 $F(\omega)=0$,并且对结构的模态振型与固有频率产生显著的影响。对于存在裂纹结构的损伤识别,裂纹的位置 $x_i(i=1,2,\cdots,N)$ 与深度 $d_i(i=1,2\cdots,N)$ 均是需要识别的参数。由于结构的固有频率相对于模态振型的实验测试精度更高,因此本文采用固有频率对结构进行损伤识别。结构的固有频率可以通过模态实验测得。结构需要识别的参数有 $2N$ 个,因此需要至少测得结构的前 $2N$ 阶频率 $\omega_i(i=1,2,\cdots,2N)$。由结构的前 $2N$ 阶频率可以获得关于损伤待识别参数的 $2N$ 个非线性方程:

$$F_i = F(\omega_i, x_1, x_2, \cdots, x_N, d_1, d_2, \cdots, d_N) = 0 \quad i = 1,2,\cdots,2N \tag{43}$$

为了求解非线性方程组(43),Grosan 和 Abraham[26] 将非线性方程(43)转化为多目标优化问题:

$$\begin{cases} \min \mathrm{abs}(F_1(x_1, x_2, \cdots, x_N, d_1, d_2, \cdots, d_N)) = 0 \\ \min \mathrm{abs}(F_2(x_1, x_2, \cdots, x_N, d_1, d_2, \cdots, d_N)) = 0 \\ \vdots \\ \min \mathrm{abs}(F_{2N}(x_1, x_2, \cdots, x_N, d_1, d_2, \cdots, d_N)) = 0 \end{cases} \tag{44}$$

转化为式(44)的目的是为了缩小等式左边与右边的残差,从而获得方程组(43)的解。然而,采用多目标优化的方法通常计算精度与效率较低。因此,Pourrajabian 等[27] 提出了一种新的求解非线性方程组的优化方法,即将非线性方程组转化为单一目标函数的约束优化问题。优化问题的目标函数为

$$F_n(X) = \mathrm{abs}(F_1(X) + F_2(X) + \cdots + F_n(X)) \tag{45}$$

式中:$X = (x_1, x_2, \cdots, x_N, d_1, d_2, \cdots, d_N)$。

北航学报 赠阅

约束条件见式(43)。

为了将约束优化问题(43)转化为无约束的优化问题,采用增广拉格朗日算法[28],新的目标函数定义为

$$\Theta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{r}) = F_n(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{2N}\lambda_i F_i + \sum_{i=1}^{2N} r_i F_i^2 \tag{46}$$

式中:系数 λ_i 为非负的拉格朗日乘子,可以由式(47)进行更新计算[29]:

$$\lambda_i^{j+1} = \lambda_i^j + 2r_i F_i(x_i^{j+1}) \tag{47}$$

其中:j 为循环次数;r_i 为正的罚参数,可以由式(48)进行更新运算:

$$r_{i+1} = dr_i \quad d > 1 \tag{48}$$

每更新一次参数 λ_i 和 r_i,便需要求解一次全局优化的子问题。

1.7.2 差分进化算法

启发式算法是一类求解全局优化的智能算法,具有较好的全局寻优能力,而在众多的启发式算法中,差分进化算法是一种基于群体差异的启发式随机搜索算法[30]。差分进化算法保留了基于种群的全局搜索策略,采用实数编码、基于差分的简单变异操作和一对一的竞争生存策略,降低了遗传操作的复杂性。同时,差分进化算法特有的记忆能力使其可以动态跟踪当前的搜索情况,以调整其搜索策略,具有较强的全局收敛能力和鲁棒性,且不需要借助问题的特征信息。同时,差分进化算法具有算法原理简单、受控参数少等特点。差分进化算法的进化流程为变异、交叉和选择。差分进化算法中的差分策略即通过采用个体间的差异(即差分向量)对个体进行扰动,实现个体的变异。对于优化问题:

$$\begin{aligned}&\min f(x_1,x_2,\cdots,x_n)\\ &x_i^{\mathrm{L}} \leqslant x_i \leqslant x_i^{\mathrm{U}};j=1,2,\cdots,n\end{aligned} \tag{49}$$

式中:n 为解空间的维数;x_i^{U} 为 x_i 和 x_i^{L} 的取值范围的上下界。

差分进化算法的流程如下[20]:

1) 初始化种群。初始种群

$\{x_i(0) \mid x_{j,i}^{\mathrm{L}} \leqslant x_{j,i}(0) \leqslant x_{j,i}^{\mathrm{U}}, i=1,2,\cdots,\mathrm{NP};$
$j=1,2,\cdots,k\}$

随机产生:

$$x_{j,i}(0) = x_{j,i}^{\mathrm{L}} + \mathrm{rand}(0,1)(x_{j,i}^{\mathrm{U}} - x_{j,i}^{\mathrm{L}})$$

式中:$x_i(0)$ 为种群中第 0 代的第 i 条染色体;$x_{j,i}(0)$ 为第 0 代的第 i 条染色体的第 j 个基因;NP 为种群大小;rand(0,1) 为在区间(0,1)均匀分布的随机数。

2) 变异操作。差分进化算法通过差分策略实现个体变异,这是与遗传算法区别的重要标志。

在差分进化算法中,常见的差分策略是随机选取种群中的 2 个不同的个体,将向量差乘以缩放因子 M_s 并与待变异的个体进行向量合成:

$$\boldsymbol{v}_i(g+1) = \boldsymbol{x}_{r1}(g) + M_s(\boldsymbol{x}_{r2}(g) - \boldsymbol{x}_{r3}(g))$$

式中:$\boldsymbol{x}_i(g)$ 为第 g 代种群中第 i 个个体向量;$\boldsymbol{v}_i(g+1)$ 为新合成的向量。

在进化的过程中,通常为了使解满足约束条件,必须判断染色体中的各个基因是否满足边界条件,如果不满足边界条件,则基因采用与初始种群相同的随机生成方法。

第 g 代种群 $\{\boldsymbol{x}_i(g) \mid x_{j,i}^{\mathrm{L}} \leqslant x_{j,i}(0) \leqslant x_{j,i}^{\mathrm{U}}, i=1,2,\cdots,\mathrm{NP}; j=1,2,\cdots,k\}$,通过变异后产生一个中间体:

$\{\boldsymbol{v}_i(g+1) \mid v_{j,i}^{\mathrm{L}} \leqslant v_{j,i}(g+1) \leqslant v_{j,i}^{\mathrm{U}}, i=1,2,\cdots,\mathrm{NP},$
$j=1,2,\cdots,k\}$

3) 交叉操作。将变异的中间体 $\{\boldsymbol{v}_i(g+1)\}$ 和第 g 代种群 $\{\boldsymbol{x}_i(g)\}$ 进行个体间的交叉操作:

$$u_{j,i}(g+1) = \begin{cases} v_{j,i}(g+1) & \mathrm{rand}(0,1) \leqslant \mathrm{CR} \text{ 或 } j = j_{\mathrm{rand}} \\ x_{j,i}(g) & \text{其他} \end{cases}$$

式中:CR 为交叉概率;j_{rand} 为 $[1,2,\cdots,k]$ 的随机整数。具体过程可以参见文献[20]。

4) 选择操作。差分进化算法通过采用贪婪算法来选择进入下一代种群的个体:

$$\boldsymbol{x}_i(g+1) = \begin{cases} \boldsymbol{u}_i(g+1) & f(\boldsymbol{u}_i(g+1)) \leqslant f(\boldsymbol{x}_i(g)) \\ \boldsymbol{x}_i(g) & \text{其他} \end{cases}$$

裂纹损伤识别方法流程如图 3 所示。

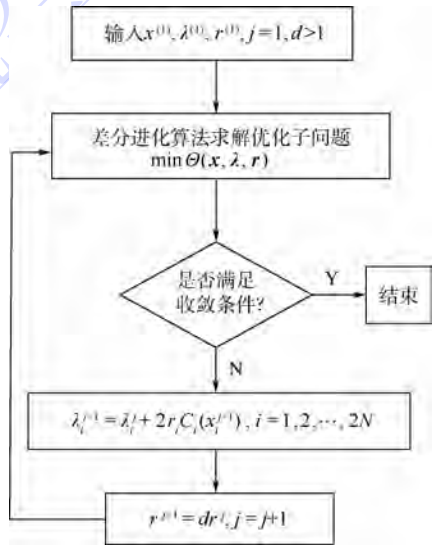


图 3 裂纹损伤识别方法

Fig. 3 Crack damage identification method

北航学报 赠阅

2　算　例

2.1　算 例 1

考虑截面为圆形的两端简支的功能梯度 Timoshenko 梁,圆形截面直径 $D=0.03$ m,梁长 $L=5$ m,弹性模量 $E_0=71$ GPa,剪切模量 $G_0=27.31$ GPa,密度 $\rho_0=2\,780$ kg/m^3,剪切系数 $K=0.9$,梯度系数 $\beta=2$,材料沿 x 方向指数分布。梁表面存在 2 处裂纹,裂纹的位置如图 4 所示。其中,裂纹 1 的横坐标 $x_1=0.2L$,裂纹深度 $d_1=0.5D$;裂纹 2 的横坐标 $x_2=0.8L$,裂纹深度 $d_2=0.2D$。裂纹损伤识别方法中,初始拉格朗日乘子 $\lambda^{(1)}=1$,初始的罚参数 $r^{(1)}=10$。裂纹损伤识别方法迭代过程如图 5 所示。表 1 ~ 表 3 分别表示损伤识别输入频率和裂纹位置与裂纹深度的识别结果。

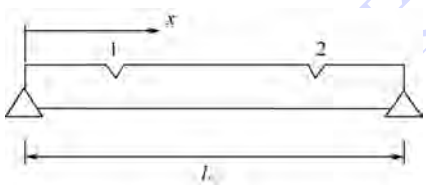


图 4　简支边界条件下存在裂纹的功能梯度 Timoshenko 梁

Fig. 4　Functionally graded Timoshenko beam with cracks under simple-supported boundary conditions

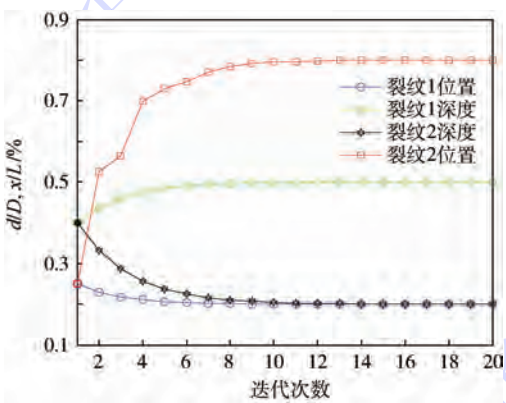


图 5　简支边界条件下裂纹损伤识别方法迭代过程

Fig. 5　Iterative process of crack damage identification method under simple-supported boundary conditions

表 1　简支边界条件下损伤识别输入频率

Table 1　Damage identification input frequency under simple-supported boundary conditions

Hz

实测输入频率	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
数值	22.122 5	60.160 5	116.978 8	192.100 1

表 2　简支边界条件下裂纹位置 x/L 识别结果

Table 2　Identification results of crack position x/L under simple-supported boundary conditions

裂纹	实际值	初始值	辨识结果	误差/%
裂纹 1	0.20	0.25	0.201 45	0.725
裂纹 2	0.80	0.25	0.796 33	0.459

表 3　简支边界条件下裂纹深度 d/D 识别结果

Table 3　Identification results of crack depth d/D under simple-supported boundary conditions

裂纹	实际值	初始值	辨识结果	误差/%
裂纹 1	0.5	0.4	0.499 46	0.108
裂纹 2	0.2	0.4	0.200 18	0.090

2.2　算 例 2

复杂边界条件下多跨功能梯度 Timoshenko 梁如图 6 所示。铰支座位于 $L/2$ 处。矩形截面尺寸 $D=0.03$ m,梁长 $L=5$ m,弹性模量 $E_0=71$ GPa,剪切模量 $G_0=27.31$ GPa,密度 $\rho_0=2\,780$ kg/m^3,剪切系数 $K=0.9$,材料沿 x 方向指数分布,梯度系数 $\beta=2$,附加质量块的质量与转动惯量为 $m=1$ kg,$J=0.125$ kg·m^2。梁表面存在 2 处裂纹,如图 6 所示。裂纹损伤识别方法中,初始拉格朗日乘子 $\lambda^{(1)}=1.5$,初始的罚参数 $r^{(1)}=10$。裂纹损伤识别方法迭代过程如图 7 所示。表 4 ~ 表 6 分别表示损伤识别输入频率和裂纹位置与裂纹深度的识别结果。

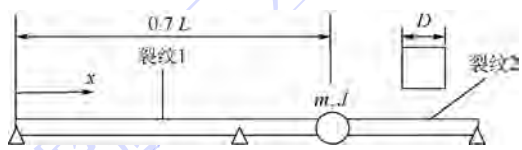


图 6　复杂边界条件下存在裂纹的功能梯度 Timoshenko 梁

Fig. 6　Functionally graded Timoshenko beam with cracks under complex boundary conditions

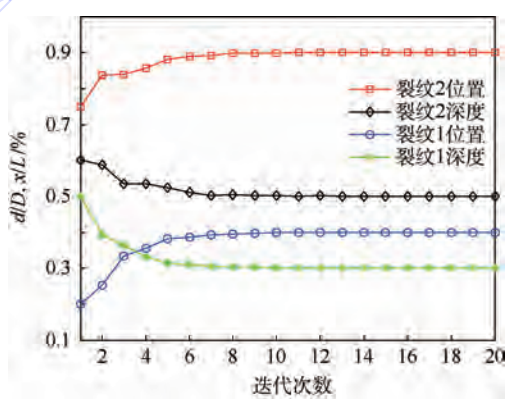


图 7　复杂边界条件下裂纹损伤识别方法迭代过程

Fig. 7　Iterative process of crack damage identification method under complex boundary conditions

北航学报 赠阅

表 4 复杂边界条件下损伤识别输入频率

Table 4 Damage identification input frequency under complex boundary conditions

Hz

实测输入频率	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
数值	32.7859	42.3352	148.4916	156.1309

表 5 复杂边界条件下裂纹位置 x/L 识别结果

Table 5 Identification results of crack position x/L under complex boundary conditions

裂纹	实际值	初始值	辨识结果	误差/%
裂纹 1	0.40	0.20	0.40125	0.3125
裂纹 2	0.90	0.75	0.89011	1.0989

表 6 复杂边界条件下裂纹深度 d/D 识别结果

Table 6 Identification results of crack depth d/D under complex boundary conditions

裂纹	实际值	初始值	辨识结果	误差/%
裂纹 1	0.3	0.5	0.29301	2.330
裂纹 2	0.5	0.6	0.49011	1.978

3 结 论

本文通过变量替换得到了一组新的状态空间变量,通过状态空间理论得到了功能梯度 Timoshenko 梁的传递矩阵。

1) 所使用的状态空间传递矩阵法物理概念清晰,通过状态空间变量的替换,不但降低了问题的求解难度,而且减少了计算量。

2) 分析了裂纹对结构局部柔度的影响,推导了裂纹区域的传递矩阵,建立了表面存在裂纹的功能梯度 Timoshenko 梁的解析模型。

3) 建立了复杂边界条件下多跨功能梯度 Timoshenko 梁的解析模型。

4) 结构裂纹损伤识别方法中,将多目标优化问题转化为单一目标优化问题,通过采用增广拉格朗日算法与差分进化算法的结合对功能梯度 Timoshenko 梁进行损伤识别,计算结果表明,识别精度较高。

参考文献 (References)

[1] BIRMAN V, BYRD L W. Modeling and analysis of functionally graded materials and structures[J]. Applied Mechanics Reviews, 2007, 60(1-6): 195-216.

[2] ZHONG Z, YU T. Analytical solution of a cantilever functionally graded beam[J]. Composites Science and Technology, 2007, 67(3-4): 481-488.

[3] LI X F. A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler-Bernoulli beams[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 318(4-5): 1210-1229.

[4] LI X F, WANG B L, HAN J C. A higher-order theory for static and dynamic analyses of functionally graded beams[J]. Archive Applied Mechanics, 2010, 80(10): 1197-1212.

[5] PRADHAN K K, CHAKRAVERTY S. Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh-Ritz method[J]. Composites Part B: Engineering, 2013, 51: 175-184.

[6] KANG Y A, LI X F. Large deflections of a non-linear cantilever functionally graded beam[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2010, 29(12): 1761-1774.

[7] ELISHAKOFF I. Eigenvalues of inhomogeneous structures: Unusual closed-form solutions[M]. Boca Raton: CRC Press, 2005: 284-285.

[8] ECE M C, AYDOGDU M, TASKIN V. Vibration of a variable cross-section beam[J]. Mechanics Research Communications, 2007, 34(1): 78-84.

[9] ATMANE H A, TOUNSI A, MEFTAH S A, et al. Free vibration behavior of exponentially functionally graded beams with varying cross-section[J]. Journal of Vibration and Control, 2011, 17(2): 311-318.

[10] WANG C Y, WANG C M. Exact vibration solutions for a class of nonuniform beams[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2013, 139(7): 928-931.

[11] WANG C Y, WANG C M. Exact vibration solution for exponentially tapered cantilever with tip mass[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2012, 134(4): 041012.

[12] SANKAR B V. An elasticity solution for functionally graded beams[J]. Composites Science and Technology, 2001, 61(5): 689-696.

[13] ESMAILZADEH E, OHADI A. Vibration and stability analysis of non-uniform Timoshenko beams under axial and distributed tangential load[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 236(3): 443-456.

[14] HUANG Y, YANG L E, LUO Q Z. Free vibration of axially functionally graded Timoshenko beams with non-uniform cross-section[J]. Composites Part B: Engineering, 2013, 45(1): 1493-1498.

[15] LI X F, KANG Y A, WU J X. Exact frequency equations of free vibration of exponentially functionally graded beams[J]. Applied Acoustics, 2013, 74(3): 413-420.

[16] TANG A Y, WU J X, LI X F. Exact frequency equations of free vibration of exponentially non-uniform functionally graded Timoshenko beams[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2014, 89: 1-11.

[17] YOKOYAMA T, CHEN M C. Vibration analysis of edge-cracked beams using a line-spring model[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 59(3): 403-409.

[18] SHIFRIN E I, RUOTOLO R. Natural frequencies of a beam with arbitrary number of cracks[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 222(3): 409-423.

[19] LI Q S. Buckling of muti-step cracked columns with shear deformation[J]. Engineering Structures, 2001, 23(4): 356-364.

[20] HSU M H. Vibration analysis of edge-cracked beam on elastic foundation with axial loading using the differential quadrature method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and En-

gineering,2005,194(1):1-17.
[21] YANG J,CHEN Y,XIANG Y,et al. Free and forced vibration of cracked inhomogeneous beams under an axial force and a moving load[J]. Journal of Sound and Vibration,2008,312(1-2):166-181.
[22] WEI D,LIU Y H,XIANG Z H. An analytical method for free vibration analysis of functionally graded beams with edge cracks [J]. Journal of Sound and Vibration,2012,331(7):1686-1700.
[23] ATTAR M. A transfer matrix method for free vibration analysis and crack identification of stepped beams with multiple edge cracks and different boundary conditions[J]. International Journal of Mechanical Sciences,2012,57(1):19-33.
[24] TADA H,PARIS P C,IRWIN G R. The stress analysis of cracks handbook[M]. New York:ASME Press,2000:164.
[25] NARKIS Y,ELMALAH E. Crack identification in a cantilever beam under uncertain end conditions[J]. International Journal of Mechanical Sciences,1996,38(5):499-507.
[26] GROSAN C,ABRAHAM A. A new approach for solving nonlinear equations systems[J]. IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics,Part A:Systems and Humans,2008,38(3):698-714.
[27] POURRAJABIAN A,EBRAHIMI R,MIRZAEI M,et al. Applying genetic algorithms for solving nonlinear algebraic equations [J]. Applied Mathematics and Computation,2013,219(24):11483-11494.
[28] CONN A R,GOULD N I M,TOINT P L. A globally convergent augmented Lagrangian algorithm for optimization with general constraints and simple bounds[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis,1991,28(2):545-572.
[29] HESTENES M R. Multiplier and gradient methods[J]. Journal of Optimization Theory and Applications,1969,4(5):303-320.
[30] 杨启文,蔡亮,薛云灿. 差分进化算法综述[J]. 模式识别与人工智能,2008,21(4):507-513.
YANG Q W,CAI L,XUE Y C. A survey of differential evolution algorithms[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence,2008,21(4):507-513(in Chinese).

作者简介:

邓昊　男,硕士研究生。主要研究方向:结构动力学。
Tel.:15313257835
E-mail:15313257835@163.com

程伟　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:结构动力学。
Tel.:010-82310409
E-mail:cheng_wei@buaa.edu.cn

Damage identification method for functionally graded Timoshenko beams

DENG Hao, CHENG Wei*

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: To acquire high precision damage identification method for functionally graded materials, based on the state space variable replacement, the transfer matrix of the functionally graded Timoshenko beam along the axial exponential distribution is obtained. By analyzing the influence of crack on the local flexibility of structure, the contribution of the crack to the local stiffness of the structure is simulated by the torsion spring. The surface crack transfer matrix of functionally graded Timoshenko beams is established. And the theoretical model of multi-span beam under complex boundary conditions is derived. In this paper, the nonlinear equations are transformed into a single objective function optimization problem. The generalized Lagrange algorithm and differential evolution algorithm are combined to identify the damage of the structure. Computational examples show that the proposed algorithm has the characteristics of high precision and fast convergence and is suitable for damage identification of multi-damage model under complex boundary conditions.

Key words: state space transfer matrix method; damage identification; functionally graded materials; exponential gradient; complex boundary condition

Received: 2015-09-22; **Accepted**: 2015-12-25; **Published online**: 2016-04-01 14:12
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160401.1412.001.html
* **Corresponding author**. Tel.: 010-82310409　E-mail: cheng_wei@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0617

民机起飞爬升梯度适航符合性数学仿真评估

孟祥光[1], 王立新[2,*], 刘海良[2]
(1. 北京航空航天大学 大型飞机高级人才培训班, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 民机起飞过程中沿起飞航迹各点的爬升梯度反映了飞机超越地面障碍达到安全飞行高度的能力。针对适航条款对于起飞程序和爬升性能的要求,提出了一种基于人机闭环数学仿真计算的单发停车起飞爬升梯度适航符合性评估方法。建立了飞机本体动力学模型、起落架运动模型和驾驶员操纵模型,提出了适航符合性评估指标,并设计了飞机单发停车起飞的仿真任务和驾驶员操纵程序。通过闭环数字飞行仿真完成了不同验证状态点的爬升梯度评估。该方法可应用于民机的概念方案设计,计算结果可为飞机起飞重量的确定与单发失效爬升性能的试飞验证等提供理论参考。

关 键 词: 爬升梯度; 适航; 单发停车; 数字飞行仿真; 驾驶员操纵模型
中图分类号: V212.1
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2222-09

为了保障飞行安全,飞机起飞离地后需要迅速拉起爬升加速至起飞安全速度,达到 10.5 m 的起飞安全高度,进入起飞爬升阶段并继续爬升至离地高度不低于 450 m。爬升梯度定义为飞机爬升的高度与飞过的水平距离的比值[1]。民机起飞阶段和起飞爬升阶段的爬升梯度反映了飞机超越地面障碍物并爬升到安全飞行高度的能力。根据运输类飞机适航标准 CCAR-25 部的规定,民用飞机在关键发动机停车后继续起飞时,起飞航迹各阶段需满足一定的爬升梯度要求,爬升梯度的适航符合性验证最终应通过飞行试验完成。但是,起飞爬升梯度是飞机起飞重量的重要限制条件,同时也是影响起飞飞行航迹的重要因素,因此有必要在民机的概念方案阶段较为准确地计算起飞过程中的爬升梯度,为飞机起飞重量的确定提供依据,并保证飞机最终通过单发停车爬升性能条款的适航符合性验证。

目前,单发停车爬升梯度的计算方法主要是根据飞机爬升状态下的动力学方程推导出爬升梯度的计算公式,将爬升梯度表示为以飞机重量、发动机推力、飞机升阻比和加速因子等为自变量的函数,通过代入上述自变量的数值最终确定飞机爬升梯度的大小[2-4]。关键发动机停车后可用推力减小,起飞加速过程受到影响;不对称推力将导致飞机在发动机停车后的一段时间内偏离预定的起飞航迹和姿态,甚至出现机头下沉等现象[5]。采用数学公式的计算方法难以反映单发停车后飞机飞行参数的动态过程和纠偏过程中驾驶员的操纵程序,以及上述因素对于起飞爬升性能的影响。

本文建立了飞机本体动力学模型、起落架运动模型以及基于起飞任务的驾驶员操纵模型,构成了人机闭环数学仿真模型。在此基础上,结合民用航空规章的要求提出了适航符合性评估指标,最终建立了基于人机闭环数学仿真计算的民机单发停车起飞爬升梯度适航符合性评估方法,并以某型飞机为算例完成了仿真计算验证。

收稿日期: 2015-09-22; **录用日期**: 2015-10-18; **网络出版时间**: 2016-01-21 08:44
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160121.0844.001.html
基金项目: 国家"863"计划 (2014AA110501)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82338821 E-mail: wlx_c818@163.com

引用格式: *孟祥光, 王立新, 刘海良. 民机起飞爬升梯度适航符合性数学仿真评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2222-2230. MENG X G, WANG L X, LIU H L. Mathematical simulation and assessment of airworthiness compliance of climb gradient during takeoff of civil aircraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2222-2230 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

1　适航条款的要求与理解

CCAR-25R4 第 25.121 条(a)~(c)款对民机在单发停车情况下起飞飞行航迹不同阶段的最小爬升梯度做出了规定[6]。单发停车爬升梯度的适航符合性验证需要考虑起落架位置、起飞重量以及结冰条件等因素。其中,起落架的位置应按照 CCAR-25R4 第 25.111 条的规定形态进行设置,起飞重量应选为最大起飞重量,在民机的方案设计阶段可主要针对非结冰条件进行适航符合性验证。CCAR-25R4 第 25.121(a)条规定的验证状态为:飞机在离地速度 V_{LOF} 时,起落架在放下位置,关键发动机停车且其余发动机处于开始收起落架时的可用功率状态;第 25.121(b)条规定的验证状态为:飞机在起飞安全速度 V_2 时,起落架在收起位置,关键发动机停车且其余发动机处于开始收起落架时的可用功率状态;第 25.121(c)条规定的验证状态为:飞机在起飞航迹末端的航路形态,关键发动机停车且其余发动机处于可用的最大连续功率状态。

在各个验证状态下,根据发动机数量的不同,飞机需满足不同的最小爬升梯度要求,具体数值如表 1 所示。

在对民机单发停车起飞爬升梯度的数学仿真计算过程中,起飞仿真任务必须保证在起飞航迹的每一点满足相应的速度要求。CCAR-25R4 第 25.107 条对起飞过程中的关键速度做出了明确的规定,各个速度的定义及详细确定方法可参阅文献[6]。图 1 表示了部分起飞参考速度的名称及彼此间的大小关系。

表 1　单发停车起飞的最小爬升梯度值

Table 1　Minimum climb gradients for takeoff with one engine inoperative

发动机数	最小爬升梯度/%		
	离地速度 V_{LOF}	起飞安全速度 V_2	起飞航迹末端
双发	> 0	2.4	1.2
三发	0.3	2.7	1.5
四发	0.5	3.0	1.7

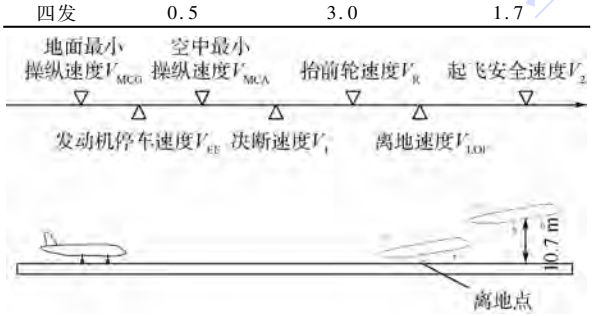


图 1　起飞参考速度关系

Fig. 1　Relationship of reference speeds during takeoff

单侧发动机失效产生不对称推力,不平衡的力和力矩会导致飞机向发动机停车一侧偏航和滚转,从而产生航向偏离。此外,由图 1 可知,起飞过程中的抬前轮速度 V_R 应大于空中最小操纵速度 V_{MCA};发动机停车速度 V_{EF} 应大于地面最小操纵速度 V_{MCG}。综合上述原因,数学仿真过程中应保证单发停车后驾驶员的纠偏操纵合理,对飞机的姿态和航迹偏离进行限制。根据 CCAR-25R4 第 25.149 条对于最小操纵速度的规定,适航符合性验证需满足以下限制条件:①在单侧发动机停车后的整个纠偏过程中,航迹偏角的最大改变量不超过 20°,并且在恢复直线飞行后能保持滚转角不大于 5°[6];②单侧发动机停车后飞机偏离跑道中心线的横向距离不超过 9 m[6]。

综合上述分析,民机单发停车起飞爬升梯度的适航符合性评估应包含两方面内容:①在适航条款规定的各验证状态下,飞机的爬升梯度大小是否满足要求;②数学仿真任务是否符合规定的起飞程序以及纠偏过程中飞机的飞行参数是否满足限制条件。

2　飞机数学仿真计算模型

2.1　飞机本体动力学模型

为模拟单发停车情况下的起飞过程,需建立飞机的六自由度全量运动方程组。地面运动过程的建模考虑起落架对飞机的作用力和力矩。在机体坐标系下,机体质心平移的动力学方程为[7]

$$m\begin{bmatrix}\dot{u}\\ \dot{v}\\ \dot{w}\end{bmatrix}=\left(n_T T\begin{bmatrix}\cos\varphi_T\\ 0\\ -\sin\varphi_T\end{bmatrix}+\sum_{k=1}^{3}\begin{bmatrix}F_{xk}\\ F_{yk}\\ F_{zk}\end{bmatrix}\right)+\boldsymbol{L}_{BA}\begin{bmatrix}-D\\ C\\ -L\end{bmatrix}+m\begin{bmatrix}rv-qw\\ pw-ru\\ qu-pv\end{bmatrix}+mg\begin{bmatrix}-\sin\theta\\ \cos\theta\sin\phi\\ \cos\theta\cos\phi\end{bmatrix}\tag{1}$$

式中:m 为飞机质量;u、v 和 w 分别为空速在机体坐标系三轴上的分量;D、C 和 L 分别为阻力、侧力和升力;p、q 和 r 分别为滚转、俯仰和偏航角速度;g 为重力加速度;θ 和 ϕ 分别为俯仰角和滚转角;T 为单台发动机的推力;n_T 为工作发动机的台数;φ_T 为发动机安装角;F_{xk}、F_{yk} 和 F_{zk} 分别为第 k 个起落架作用于机体的力在机体坐标系 x、y 和 z 三轴方向的分量;$\boldsymbol{L}_{BA}$ 为气流轴坐标系到机体坐标系的坐标转换矩阵[7]。

对式(1)进行一次积分和二次积分即可得到机体质心的速度和位移。

在机体坐标系内,考虑起落架作用力和力矩的刚性机体的转动动力学方程为[7]

北航学报 赠阅

$$\begin{bmatrix} I_x\dot{p} + (I_z - I_y)qr - I_{zx}(pq + \dot{r}) \\ I_y\dot{q} + (I_x - I_z)rp + I_{zx}(p^2 - r^2) \\ I_z\dot{r} + (I_y - I_x)pq + I_{zx}(qr - \dot{p}) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n_T} T \begin{bmatrix} -y_{Ti}\sin\varphi_T \\ -l_{Ti} \\ -y_{Ti}\cos\varphi_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_b \\ M_b \\ N_b \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{3} \left(\begin{bmatrix} M_{xk} \\ M_{yk} \\ M_{zk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -z_{bk} & y_{bk} \\ z_{bk} & 0 & -x_{bk} \\ -y_{bk} & x_{bk} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{xk} \\ F_{yk} \\ F_{zk} \end{bmatrix} \right) \tag{2}$$

式中：I_x、I_y 和 I_z 分别为绕 x、y 和 z 轴的转动惯量；y_{Ti} 为第 i 台发动机的推力作用点在机体坐标系的 y 轴坐标；l_{Ti} 为第 i 台发动机的俯仰力臂，推力线在飞机重心之上为正；L_b、M_b 和 N_b 分别为气动力矩在机体坐标系上的分量；M_{xk}、M_{yk} 和 M_{zk} 分别为第 k 个起落架作用于机体的力矩在机体坐标系 x、y 和 z 三轴方向的分量；x_{bk}、y_{bk} 和 z_{bk} 分别为起落架在机身上安装点的机体坐标系三轴坐标分量。

机体的姿态运动学方程为[7]

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi\sec\theta & \cos\phi\sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中：ψ 为偏航角。

2.2 起落架运动模型

支柱式起落架模型主要包括缓冲支柱模型和轮胎模型。建模过程中将起落架支柱等效为悬臂梁，可沿轴向平动，同时可发生侧向弯曲变形，不考虑扭转变形[8]。缓冲器运动方程、机轮轴线平动运动方程和机轮转动运动方程共同构成了起落架运动模型。具体建模方法可参阅文献[9-10]。

飞机在地面滑行过程中，轮胎与跑道发生相互作用引起轮胎的弹性变形。轮胎径向作用力 F_{gz}、纵向作用力 F_{gx}、侧向摩擦力 F_{gy} 和滚阻力矩 M_r 表示为[11-12]

$$\begin{cases} F_{gz} = f(\delta, \dot{\delta}) \\ F_{gx} = \mu_x F_{gz} \\ F_{gy} = \mu_y F_{gz} \\ M_r = \mu_r R F_{gz} \end{cases} \tag{4}$$

式中：δ 为轮胎的径向压缩量；μ_x 为滑动摩擦阻力系数；μ_y 为轮胎侧向摩擦系数；μ_r 为轮胎的纯滚动摩擦系数；R 为轮胎的滚动半径。

2.3 发动机模型

为模拟发动机的推力响应特性，发动机的推力与油门偏度的关系可表示为[13]

$$T_i = \frac{T_{i\max}}{T_p s + 1}\delta_{pi} \tag{5}$$

式中：T_i 为第 i 台发动机的推力；T_p 为发动机时间常数；$T_{i\max}$ 为发动机最大推力；δ_{pi} 为油门偏度，取值范围为 0 ~ 1。

发动机停车可以采用突然关闭或减小油门的方法来模拟[13]，因此发动机停车后推力的响应特性由时间常数 T_p 决定。

2.4 驾驶员操纵模型

单发停车后，飞机驾驶员的操纵策略与全发工作时有所不同。在方向舵效能允许的情况下，通常可选择带侧滑的飞行姿态。但是在起飞阶段，需要尽可能减小飞行阻力，不宜存在侧滑角，因此应采用无侧滑、略带一定坡度的飞行状态[7]。在驾驶员发现发动机停车后的最初一段时间内，应立即蹬舵使方向舵满偏，以平衡不对称推力引起的偏航力矩。同时，驾驶员需要操纵副翼，一方面用以平衡方向舵偏转、发动机推力不对称和侧滑引起的滚转力矩；另一方面使飞机向发动机正常工作一侧适当滚转以平衡蹬舵产生的侧力。飞机的滚转角 ϕ 应保持在期望的范围内，并且在恢复直线飞行后不大于 5°。

单发停车起飞过程的人机闭环仿真控制结构如图 2 所示[14]，其操纵过程通过内外 2 个闭环实现。图中：χ 为航迹偏角；χ_c 为航迹偏角指令；y_c 为飞机质心在地面坐标系的 y 轴坐标指令；ϕ_{err}、θ_{err} 和 ψ_{err} 为姿态控制指令误差信号；$G_{p\theta}(s)$、$G_{p\phi}(s)$ 和 $G_{p\psi}(s)$ 为驾驶员操纵模型；δ_a、δ_r 和 δ_e 分别为副翼、方向舵和升降舵偏度。

外环控制依据起飞操纵程序跟踪飞机起飞过程中的质心运动参考轨迹并生成相应的俯仰、偏航和滚转姿态指令作为内环控制的输入，这部分

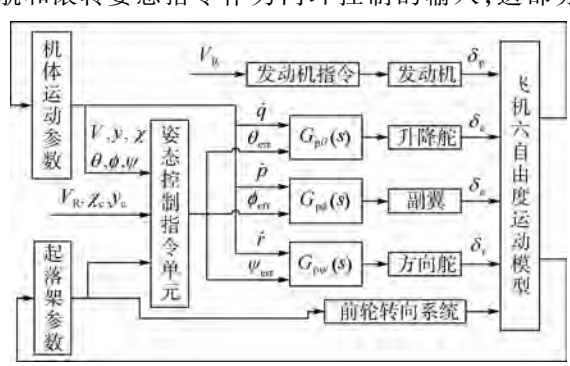


图 2 起飞任务仿真控制结构框图[14]

Fig. 2 Structure block diagram of model for pilot-in-loop takeoff control simulation[14]

北航学报 赠阅

任务由图 2 中的姿态控制指令单元完成。

在升降舵通道中,俯仰姿态指令单元根据飞机抬前轮时刻 t_R 和离地时刻 t_{LOF} 生成俯仰轴姿态控制指令 θ_c。其中,t_R 和 t_{LOF} 可分别根据飞机地面加速滑跑速度是否达到预定的抬前轮速度 V_R 和离地速度 V_{LOF} 来确定。θ_c 的表达式如下:

$$\theta_c=\begin{cases}0 & t\leqslant t_R\\ \theta_R & t_R<t\leqslant t_{LOF}\\ \theta_0 & t>t_{LOF}\end{cases} \tag{6}$$

式中:θ_R 为飞机两轮滑跑阶段的目标俯仰角;θ_0 为飞机离地后起飞爬升段的目标俯仰角。

在副翼通道中,滚转姿态指令单元根据飞机质心与跑道中心线的位置偏差(y_c-y)和航迹偏角的偏差($\chi_c-\chi$)生成滚转轴姿态控制指令 ϕ_c:

$$\phi_c=\left(k_{P_y}+\frac{k_{I_y}}{s}\right)(y_c-y)+k_{P_\chi}(\chi_c-\chi) \tag{7}$$

式中:k_{P_y} 和 k_{P_χ} 分别为驾驶员根据飞机质心侧向偏差(y_c-y)和航迹偏角偏差($\chi_c-\chi$)进行操纵的增益;k_{I_y} 为驾驶员消除稳态误差环节的增益。

在方向舵通道中,偏航姿态指令单元生成偏航轴姿态控制指令 ψ_c:

$$\psi_c=\begin{cases}\left(k_{P_{y_{ng}}}+\dfrac{k_{I_{y_{ng}}}}{s}\right)(y_{ngc}-y_{ng})+k_\chi(\chi_c-\chi) & t\leqslant t_{LOF}\\ \left(k_{P_\psi}+\dfrac{k_{I\psi}}{s}\right)(\psi_0-\psi) & t>t_{LOF}\end{cases} \tag{8}$$

式中:$k_{P_{y_{ng}}}$ 和 k_χ 分别为驾驶员根据起落架前轮位置偏差($y_{ngc}-y_{ng}$)和航迹偏角偏差($\chi_c-\chi$)进行操纵的增益;$k_{I_{y_{ng}}}$ 为驾驶员消除稳态误差环节的增益;ψ_0 为飞机爬升过程中的目标偏航角;$k_{P\psi}$ 为驾驶员根据偏航角偏差进行操纵的增益;$k_{I\psi}$ 为驾驶员消除稳态误差环节的增益;y_{ngc} 为起落架前轮在地面坐标系的 y 轴坐标指令;y_{ng} 为起落架前轮在地面坐标系的 y 轴坐标。

内环控制的任务是依据姿态控制指令误差形成实际的三轴操纵输入,由数字驾驶员完成对飞机的操纵。

图 2 中的 $G_{p\theta}(s)$、$G_{p\phi}(s)$ 和 $G_{p\psi}(s)$ 均采用一种改进的 McRuer 驾驶员操纵模型。该模型除包含驾驶员依据视觉信息调节其自身的操纵策略与行为模型外,还引入了人体生理器官对运动感觉的反应,其结构框图如图 3 所示。图中:F_a、F_e 和 F_r 分别为驾驶杆(盘)/脚蹬力大小;δ_{ac}、δ_{ec} 和 δ_{rc} 分别为副翼、升降舵和方向舵指令。该驾驶员操纵模型以姿态控制指令误差和角加速度作为输入信号,输出驾驶员操纵杆(盘)力和脚蹬力。驾驶

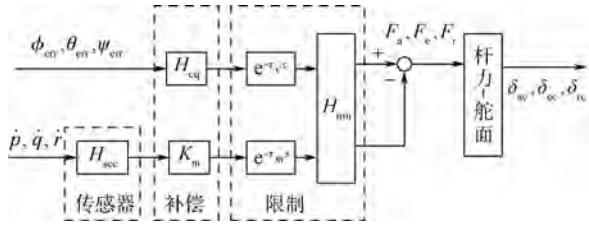


图 3　驾驶员操纵模型结构图

Fig. 3　Structure chart of pilot control model

杆(盘)和脚蹬指令再通过杆力-杆位移模型和杆位移-舵偏量模型最终生成舵面偏转指令。

图 3 中,H_{scc} 为人体内耳前庭器官系统用于感知角运动变化的半规管模型,其数学描述为[15]

$$H_{scc}(s)=\frac{0.1097s+1}{(5.924s+1)(0.01s+1)} \tag{9}$$

H_{eq} 为视觉补偿项,其数学描述为[16-17]

$$H_{eq}(s)=\frac{K_v(T_Ls+1)}{T_Ds+1} \tag{10}$$

式中:T_L 为驾驶员对操纵过程的预测而需要的超前补偿时间常数,约为 0 ~ 1.0 s,该值反映了驾驶员精神负荷的大小;T_D 为中枢信息的传递和加工过程的时滞,约为 0 ~ 1 s,该值反映了驾驶员体力负荷的大小;K_v 为驾驶员操纵增益,取值范围为1 ~ 100[18]。

K_m 为运动补偿增益,取值范围为 1 ~ 100。

驾驶员操纵模型中的“限制”项 $e^{-\tau_v s}$ 和 $e^{-\tau_m s}$ 表示驾驶员对信息反应的神经传导时延,τ_v 和 τ_m 的取值范围约为 0.06 ~ 0.20 s。$H_{nm}(s)$ 表示人体的肌肉作动延迟,其数学描述为自然频率 $\omega_n=9.0$ rad/s、阻尼比 $\zeta=0.7$ 的二阶环节:

$$H_{nm}(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \tag{11}$$

杆力-杆位移模型可根据适航条款中对于杆力梯度和最大杆力等指标的规定进行设计。杆位移-舵偏量模型则由飞机的操纵系统决定。

特别地,驾驶员油门通道采用开环操纵,在飞机速度未达到发动机停车速度 V_{EF} 之前,关键发动机的油门偏度确定为最大可用起飞功率,否则取为停车功率。

3　数学仿真计算与评估方法

3.1　适航符合性评估流程

民机单发停车起飞爬升梯度的数学仿真计算与适航符合性评估分为以下几个步骤:①根据适航条款的要求确定量化评估指标,并设计考核飞行任务;设置大气条件及飞行条件,包括飞机飞行高度、起飞过程中各个关键速度值、重量与重心位置、起落架收放状态及发动机功率等。②通过人

北航学报 赠阅

机闭环数学仿真,模拟飞机完成考核任务的起飞过程,并采集相关数据。③根据适航条款及相关准则的要求,对飞机的爬升梯度和起飞过程中的重要飞行参数进行评估。具体评估流程如图 4 所示。



图 4 单发停车起飞爬升性能评估流程

Fig. 4 Assessment process of climb performance during takeoff with one engine inoperative

3.2 飞行仿真任务设计

数学仿真验证的飞行任务和驾驶员操纵程序制定如下:

1)飞机采用起飞构型,起飞前飞机静止停在跑道上,机体纵轴线与跑道中心线对齐。将油门杆推至起飞功率位置,前轮对准跑道中心线。

2)飞机从起始点加速至 V_{EF},此时关键发动机停车,1 s 后飞机加速至 V_1,并且飞行员意识到关键发动机停车,操纵方向舵平衡偏航力矩并维持飞机起飞姿态继续加速至抬前轮速度 V_R。

3)速度达到 V_R 后,飞行员拉杆抬前轮,在速度达到离地速度 V_{LOF} 时飞机离地,开始爬升,并同时开始收起起落架。

4)飞机离地后继续起飞,直至飞行速度达到 V_2,起落架完全收上。

5)飞机以预定的姿态继续爬升,距离地面高度达到 120 m 之前,襟翼位置不变,速度保持表速不变;高度达到 120 m 以后,襟翼收上,等表速爬升至高 450 m。

3.3 关键速度计算

在飞机完成起飞的整个过程中,各阶段的速度均需满足适航条款的规定。其中,决断速度 V_1、抬前轮速度 V_R 和起飞安全速度 V_2 是执行起飞任务前需要确定的性能参数。表 2 列出了部分关键速度之间需满足的数值关系。

从表 2 可以看出,地面最小操纵速度 V_{MCG} 和空中最小操纵速度 V_{MCA} 的大小限制了其他速度的取值范围,这 2 个速度值可事先计算获得[13]。V_1 的大小也受到起飞跑道长度的限制,而 V_1 由 V_{EF} 和驾驶员反应时间(通常取 1 s)共同决定,因此在仿真过程中应保证 V_{EF} 的取值合理。V_{EF} 限制值 V_{EFmax} 的确定步骤如图 5 所示,其中加速停止距离的计算流程和方法可参阅文献[6],L_p 为可用跑道长度。

表 2 部分参考速度间的数值关系

Table 2 Numerical relationship of reference speeds

速度	数值条件
V_{EF}	$V_{EF} \geqslant V_{MCG}$
V_1	$V_1 \geqslant 1.05V_{MCG}$, $V_1 \leqslant V_R$
V_R	$V_R \geqslant 1.05V_{MCA}$

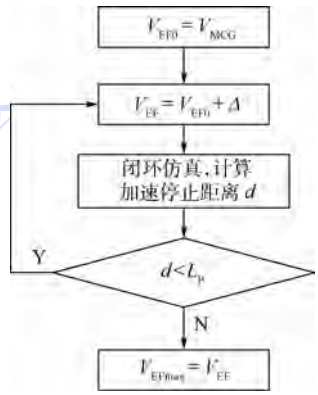


图 5 V_{EF} 限制值的确定流程

Fig. 5 Determination process of maximum value of V_{EF}

V_R 的取值将影响飞机离地前的地面滑跑距离[19]。较小的 V_R 会导致离地起飞所需的升力不足,飞机继续两轮滑跑加速的过程中会产生更大的阻力,延长了离地的时间,同时增加了滑跑距离。较大的 V_R 则意味飞机抬前轮时间较晚,也会增大滑跑距离。因此,在满足表 2 要求的前提下,应综合多次数字飞行仿真计算的结果确定 V_R 的取值以尽量缩短起飞距离。

3.4 爬升梯度计算

飞机起飞爬升过程中任意时刻的爬升梯度为该时刻爬升角的正切值:

$$CG_i = \tan \gamma_i \tag{12}$$

式中:CG_i 和 γ_i 分别为第 i 个验证状态点对应的爬升梯度和爬升角。

适航条款规定的 3 个验证状态点分别为飞机离地点、速度达到起飞安全速度 V_2 时以及起飞航迹末端。因此,可根据仿真结果输出的爬升角时间历程曲线计算得到各验证状态点的爬升梯度值。

4 算例及结果分析

以某型四发飞机为例,对单发停车起飞过程进行人机闭环数学仿真。飞机在海平面高度以最大起飞重量起飞,最右侧发动机停车,发动机停车速度 $V_{EF}=49$ m/s($t_{EF}=19.3$ s),$V_R=55$ m/s,$V_2=59$ m/s,升降舵预置量为 $-2.5°$。

北航学报 赠阅

图 6 为飞行状态参数及舵面偏转时间历程曲线。可知,t = 28.6 s 时,飞机速度达到起飞安全速度 V_2,并在之后等速爬升。在 t = 30.5 s 时飞机达到起飞安全高度 10.5 m,之后继续爬升到起飞航迹末端 450 m。整个起飞任务过程中,飞机质心相对于跑道中心线的侧向偏差最大值为 8 m。

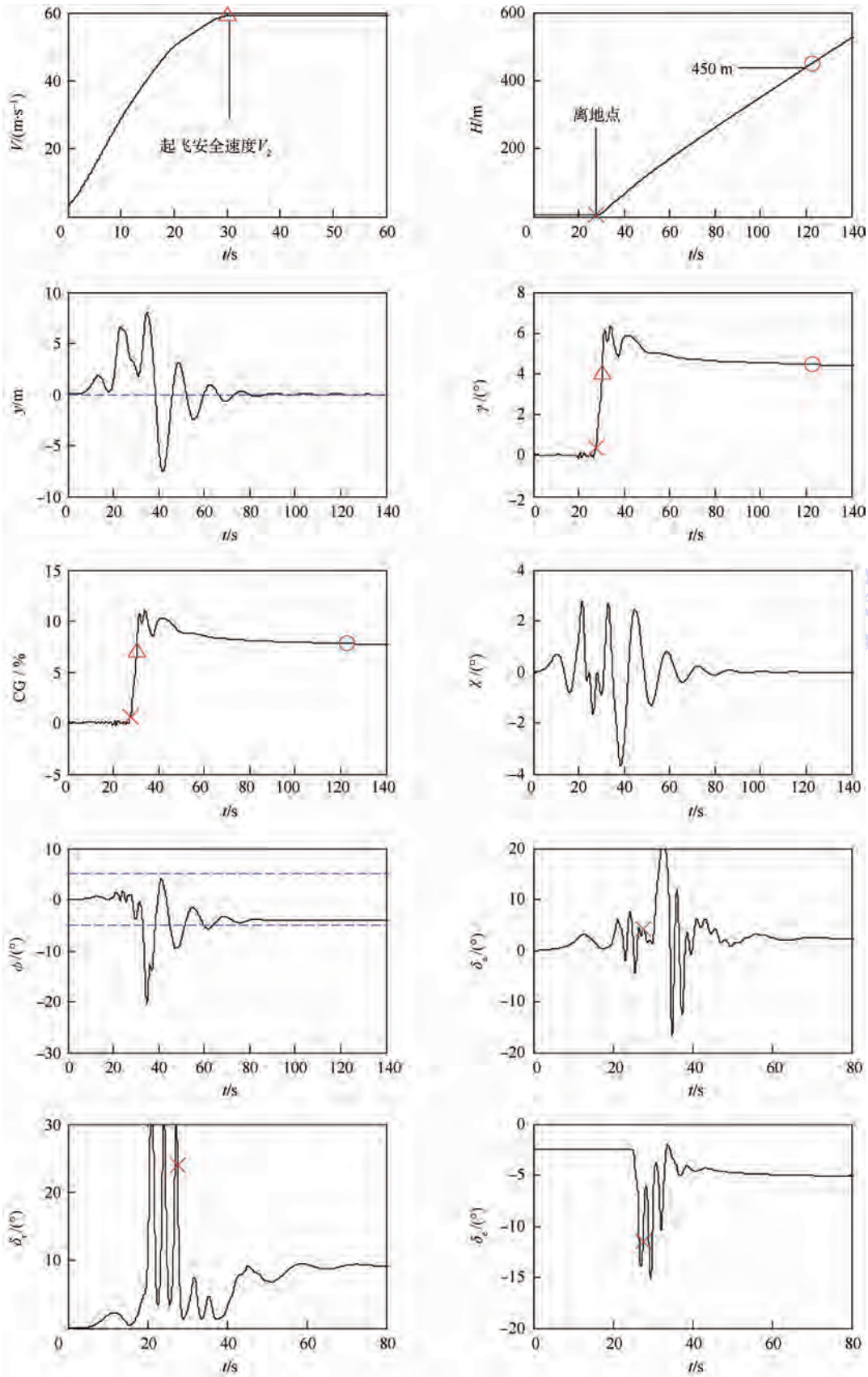
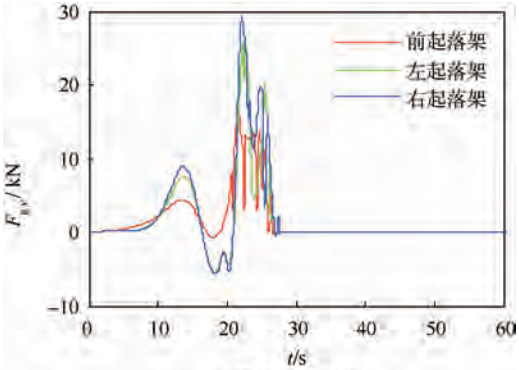


图 6　飞行状态参数及舵面偏转时间历程曲线

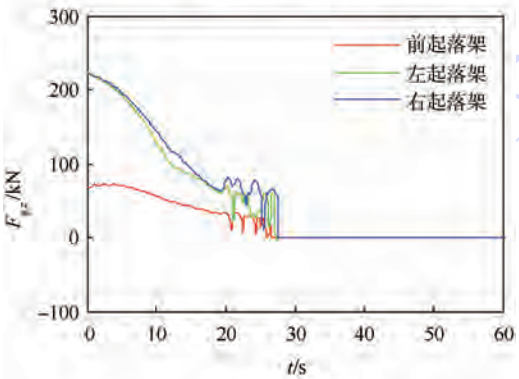
Fig. 6　Time histories of airframe state parameters and deflections of control surfaces

北航学报 赠阅

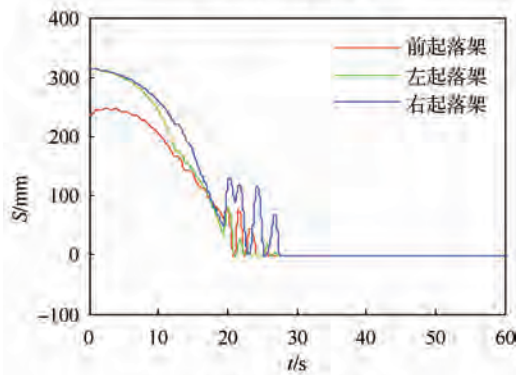
在关键发动机停车后至飞机离地前的地面加速滑跑过程中,驾驶员操纵方向舵偏转以平衡不对称推力引起的偏航力矩。由图 7(a)可知,起落架轮胎与地面之间产生侧向摩擦力以平衡方向舵偏转产生的侧力,从而抑制了飞机的侧向偏离。副翼主要用于平衡滚转力矩,尽量保持机翼水平,飞机离地前的滚转角最大值为 1.7°。飞机离地后,轮胎与地面作用力消失(见图 7(a)、图 7(b)),驾驶员操纵副翼使飞机向发动机正常工作一侧滚转以平衡侧力,副翼偏度增大并达到满偏 20°,同时升降舵负偏角度增大以保持爬升姿态,防止升力的垂直分量减小引起机头下沉。随着飞机恢复平衡,副翼和方向舵的偏度逐渐减小并趋于稳定。



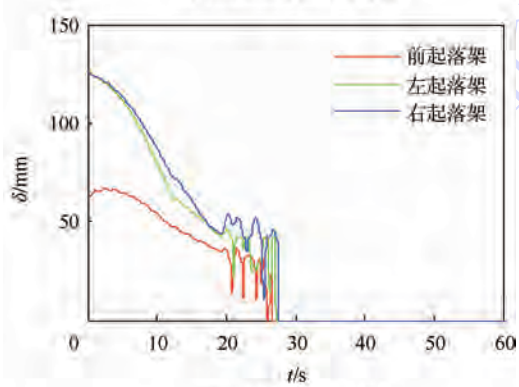
(a) 轮胎侧向摩擦力



(b) 轮胎径向作用力



(c) 支柱缓冲器压缩行程



(d) 轮胎径向压缩量

图 7 起落架参数时间历程曲线

Fig. 7 Time histories of landing gear state parameters

由图 6 可知,整个纠偏过程中航迹偏角 χ 的最大改变量为 3.7°,飞机最终恢复平衡并维持 −3°的滚转角继续爬升。飞机在离地速度 V_{LOF}、起飞安全速度 V_2 和起飞航迹末端(H = 450 m)处的爬升角 γ 分别为 0.4°、1.9°和 4.5°。飞机起飞爬升过程中的爬升梯度为爬升角的正切值,根据仿真输出的爬升角计算得到上述验证状态下的爬升梯度分别为 0.7%、3.3% 和 7.9%。对比表 1 中的规定值可知,飞机在单发停车起飞过程中的爬升梯度满足适航条款的要求。

5 结 论

1)针对适航条款对于民机单发停车起飞爬升梯度的要求和起飞程序的规定,建立了包含飞机本体动力学模型、起落架运动模型和驾驶员操纵模型的人机闭环数学仿真模型;设计了飞行仿真任务和驾驶员操纵程序,并最终建立了基于人机闭环数学仿真计算的单发停车起飞爬升梯度适航符合性评估方法。

2)基于人机闭环数学仿真的起飞爬升梯度计算方法考虑了关键发动机停车后非对称推力对飞机起飞姿态和航迹的影响,以及飞机离地前起落架对于驾驶员纠偏操纵的影响。该方法可以反映飞行过程中飞机的动态响应特性,能够更精确地对各验证状态下的爬升梯度进行适航符合性评估。

3)在单发停车起飞的过程中,飞机离地前主要依靠起落架轮胎与地面之间的摩擦力平衡侧力并控制侧向偏离,副翼偏度较小以保持机翼水平。飞机离地后,驾驶员操纵副翼和方向舵使飞机恢复预定爬升姿态。

4)在民机的方案设计阶段可采用本文方法对其单发失效的起飞爬升性能进行适航符合性评估,为飞机的设计和起飞重量的确定等提供依据,并为其适航符合性试飞验证提供理论参考。

北航学报 赠阅

参考文献（References）

[1] 黄太平. 飞机性能工程[M]. 北京：科学出版社，2005：37-43.
HUANG T P. Aircraft performance engineering[M]. Beijing: Science Press, 2005: 37-43(in Chinese).

[2] 李旭，臧志恒，魏志强. 民用飞机起飞第 2 爬升段爬升梯度计算分析[J]. 交通与计算机，2006，24(5)：85-87.
LI X, ZANG Z H, WEI Z Q. Climb gradient calculation for the second segment in airplane takeoff[J]. Computer and Communications, 2006, 24(5): 85-87(in Chinese).

[3] JOHNSON S C, GLOVER H. Method for determining a currently obtainable climb gradient of an aircraft: U. S. Patent 6, 691, 004[P]. 2004-02-10.

[4] FILIPPONE A. Theoretical framework for the simulation of transport aircraft flight[J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(5): 1679-1696.

[5] 韩丰波，于新江，樊丹. 某大型运输机不对称推力飞行初探[J]. 飞行力学，1997，15(3)：82-85.
HAN F B, YU X J, FAN D. Discussion on non-symmetric thrust flight for a certain type of the large transporter[J]. Flight Dynamics, 1997, 15(3): 82-85(in Chinese).

[6] 中国民用航空局. 中国民用航空规章第 25 部：运输类飞机适航标准：CCAR-25R4[S]. 北京：中国民用航空局，2011.
Civil Aviation Administration of China. China civil aviation regulations part 25: Airworthiness standards of transport category aircraft: CCAR-25R4[S]. Beijing: Civil Aviation Administration of China, 2011(in Chinese).

[7] ETKIN B. Dynamics of flight: Stability and control[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.

[8] 刘海良，王立新. 基于数字虚拟飞行的民用飞机纵向地面操稳特性评估[J]. 航空学报，2015，36(5)：1432-1441.
LIU H L, WANG L X. Assessment of longitudinal ground stability and control for civil transport aircraft based on virtual flight testing methodology[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(5): 1432-1441(in Chinese).

[9] PI W S, YAMANE J R, SMITH M J C. Generic aircraft ground operation simulation: AIAA-1986-0989[R]. Reston: AIAA, 1986.

[10] KHAPANE P D. Simulation of asymmetric landing and typical ground maneuvers for large transport aircraft[J]. Aerospace Science and Technology, 2003, 7(8): 611-619.

[11] SMILEY R F, HORNE W B. Mechanical properties of pneumatic tires with special reference to modern aircraft tires: NASA TR-64[R]. Hampton: NASA, 1960.

[12] WOOD G, BLUNDELL M, SHARMA S. A low parameter tyre model for aircraft ground dynamic simulation[J]. Materials & Design, 2012, 35: 820-832.

[13] 贾重任，黄成涛，王立新. 空中最小操纵速度的人机闭环数学仿真计算[J]. 北京航空航天大学学报，2013，39(5)：580-584.
JIA Z R, HUANG C T, WANG L X. Mathematical simulation method to calculate air minimum control speed[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(5): 580-584(in Chinese).

[14] LIU F, WANG L, TAN X. Digital virtual flight testing and evaluation method for flight characteristics airworthiness compliance of civil aircraft based on HQRM[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(1): 112-120.

[15] HOSMAN R, VAN DER GEEST P, VAN DER ZEE J. Development of a pilot model for the manual balked landing maneuver: AIAA-2009-5818[R]. Reston: AIAA, 2009.

[16] POOL D M, ZAAL P M T, DAMVELD H J, et al. Pilot equation in manual control of aircraft dynamics[C]// Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. San Antonio: [s. n.], 2009.

[17] ROBINSON J, BARNES S, WEBB M, et al. The use of pilot modeling in aviation regulatory affairs: AIAA-2009-5825[R]. Reston: AIAA, 2009.

[18] 高金源，李陆豫，冯亚昌，等. 飞机飞行品质[M]. 北京：国防工业出版社，2003：139-142.
GAO J Y, LI L Y, FENG Y C, et al. Aircraft handling qualities[M]. Beijing: National Defend Industry Press, 2003: 139-142(in Chinese).

[19] OHME P. A model-based approach to aircraft takeoff and landing performance assessment: AIAA-2009-6154[R]. Reston: AIAA, 2009.

作者简介：

孟祥光　男，硕士研究生。主要研究方向：飞行动力学。
Tel.：010-82338821
E-mail：xiangguangmeng@163.com

王立新　男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：飞机设计、飞行动力学与控制及飞行安全等。
Tel.：010-82338821
E-mail：wlx_c818@163.com

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Mathematical simulation and assessment of airworthiness compliance of climb gradient during takeoff of civil aircraft

MENG Xiangguang[1], WANG Lixin[2,*], LIU Hailiang[2]

(1. Large Aircraft Advanced Training Center, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The climb gradient along the takeoff path reflects the civil aircraft's ability of flying over the ground obstacles to reach the safe height. According to the requirements of airworthiness regulations for takeoff procedure and climb performance, an airworthiness compliance assessment method of climb gradient with one engine inoperative was proposed based on the pilot-in-loop flight simulation and calculation. A nonlinear aircraft model, a landing gear model and pilot control models were established and assessment criteria were set up. A simulation task of takeoff with one engine inoperative as well as the control procedure of the pilot was designed. The climb gradient of various states was assessed based on the closed-loop digital flight simulation. This method can be applied to the preliminary design phase of civil aircrafts to provide support for the configuration design and the determination of takeoff weight limit, and offer theoretical references for flight tests of climb performance with one engine inoperative.

Key words: climb gradient; airworthiness; one engine inoperative; digital flight simulation; pilot control model

北京航空航天大学学报

Received: 2015-09-22; **Accepted**: 2015-10-18; **Published online**: 2016-01-21 08:44

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160121.0844.001.html

Foundation item: National High-tech Research and Development Program of China (2014AA110501)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82338821 E-mail: wlx_c818@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0556

基于 LMI 的输出反馈 μ 控制器求解

李喆, 高元楼*, 李佩林

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: D-K 算法是结构奇异值(μ)方法的主要实现方式,存在着求解条件较苛刻、系统适用性差的问题,针对 D-K 算法应用的局限性,提出将线性矩阵不等式(LMI)用于 D-K 算法的改进,即通过 Schur 引理与有界实引理得到了结构奇异值上界的 LMI 判据,利用消元法得到了输出反馈的 H_∞ 控制器,在此基础上通过 D-K 迭代解出输出反馈 μ 控制器,避免了因求解 Riccati 方程受到求解条件的限制以及待定参数选择好坏的影响,增强了 D-K 算法对一般系统的适用性并提高了求解效率。数值结果表明,该方法得到的输出反馈系统的鲁棒稳定性及鲁棒性能均优于传统 D-K 算法。

关 键 词: 结构奇异值; 线性矩阵不等式(LMI); 输出反馈; 控制器; 鲁棒性能
中图分类号: TP131
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2231-07

结构奇异值 μ 理论于 1982 年被文献[1-2]提出,由于采用 Small-μ 方法减少了鲁棒判据的保守性同时在一定程度上兼顾性能鲁棒性,因而可以精确地处理具有混合不确定性系统的鲁棒分析问题,一直是鲁棒控制理论研究中的重点之一[3-4]。

由于 μ 值难以得到精确解,通常采用 Doyle[1] 提出的 D-K 迭代法进行求解,基本思想是利用 μ 的上下界函数对 μ 进行多次迭代逼近求近似解。传统的 D-K 迭代采用 H_∞ 的方法设计控制器,涉及 Riccati 方程的求解,尽管 Riccati 方程处理方法可以给出控制器的结构形式便于进行理论分析,但是求解前往往需要确定待定参数,这些参数的选择直接影响结论的好坏,此外还无法处理病态状态矩阵系统的鲁棒问题。

针对这些不足,相关学者提出了一些具有发展潜力的新的研究方向。文献[5-6]分别提出了基于非线性矩阵不等式(Nonlinear Matrix Inequality, NMI)和双线性矩阵不等式(Bilinear Matrix Inequality, BMI)的 μ 方法,但迄今为止,BMI 和 NMI 的数值算法还未成熟。Chen[7] 和 Fu[8] 等给出了基于线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)的 μ 分析方法,该方法具有良好的数值性态(多项式时间复杂度),这使得该方法能够更加有效地处理实际控制工程中的问题。

运用 LMI 方法进行 μ 分析的关键在于:针对 H_∞ 控制器的求解问题将形如式(7)所示的Riccati 不等式根据 Schur 补的性质等价转化成一个 LMI 可行性问题,不但降低了求解难度,可解条件也得到有效放宽。但文献[7-8]的处理方法仍然存在一定的局限性,即只能进行状态反馈控制器设计,需要附加状态观测器,当状态信息难以获得时则无能为力。

为了弥补以上所述各种方法不足,本文在文献[7,9]的基础上,进行基于 LMI 的输出反馈控制器设计,运用 LMI 方法给出了问题线性可解的凸约束条件以改善 D-K 迭代的最优解问题,并同文献[10]提出的一种改进 D-K 迭代、PID 算法进

收稿日期: 2015-08-31; **录用日期**: 2015-11-27; **网络出版时间**: 2016-01-05 10:42
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160105.1042.003.html
* **通讯作者**: Tel.: 010-82339757 E-mail: gaoyuanlou@263.net

引用格式: 李喆, 高元楼, 李佩林. 基于LMI的输出反馈 μ 控制器求解[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2231-2237.
LI Z, GAO Y L, LI P L. Solution of output feedback μ controller based on LMI[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2231-2237 (in Chinese).

北航学报 赠阅

行比较。数值计算表明解出的控制器具有较好鲁棒稳定性和鲁棒性能,本方法增强了 μ 分析对病态状态矩阵系统的适用性。

1 预备知识

1.1 参数摄动模型

μ 问题可描述成:对给定不确定量集合 Δ,$\gamma \in \mathbf{R}^+$ 及标称系统 $\boldsymbol{G}(s) \in H_\infty$ 空间。

$$\sup_{\omega \in \mathbf{R}} \mu_\Delta(\boldsymbol{G}(\mathrm{j}\omega)) < \gamma \tag{1}$$

式中:sup 为结构奇异值 μ 的上确界。

系统 $\boldsymbol{G}(s)$ 有以下状态空间实现:

$$\boldsymbol{G}(s) \sim (\boldsymbol{A}_{n\times n}, \boldsymbol{B}_{n\times m}, \boldsymbol{C}_{m\times n}, \boldsymbol{E}_{m\times m}) \tag{2}$$

式中:n 为状态维数;m 为控制输入维数。

在如图 1 所示的输出反馈系统中的状态方程:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{z} = \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x} + \boldsymbol{E}_{11}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{E}_{12}\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x} + \boldsymbol{E}_{21}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{E}_{22}\boldsymbol{u} \end{cases} \tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 为状态矢量;$\boldsymbol{\omega}$ 为外部扰动;$\boldsymbol{z}$ 为输出误差;$\boldsymbol{u}$ 为控制输入;$\boldsymbol{y}$ 为量测输出。

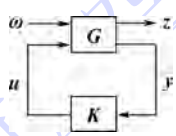


图 1 输出反馈系统模型

Fig. 1 Output feedback system model

定义 1 给定非负整数 r、u 及非负整数数组 $\{k_1, k_2, \cdots, k_r\}$,$\{l_1, l_2, \cdots, l_r\}$,$\{l_1, l_2, \cdots, l_u\}$,$\sum_{i=1}^{r} l_i + \sum_{j=1}^{u} l_j = m$

不确定集合 $\tilde{\Delta} \subset \mathbf{C}^{m\times m}$ 定义为

$$\tilde{\Delta} = \{\mathrm{diag}(k_1\boldsymbol{I}_{l_1}, k_2\boldsymbol{I}_{l_2}, \cdots, k_r\boldsymbol{I}_{l_r}, \Delta_{l_1}, \Delta_{l_2}, \cdots, \Delta_{l_u}) \mid k_i \in \mathbf{R}, |k_i| \leqslant 1; \Delta_j \in \mathbf{C}^{l_j\times l_j}, \bar{\sigma}(\Delta_j) \leqslant 1\} \tag{4}$$

式中:$\bar{\sigma}(\cdot)$ 表示矩阵奇异值上确界。

结构奇异值定义为

$$\mu_{\tilde{\Delta}}(\boldsymbol{G}) = \begin{cases} (\min\{\bar{\sigma}(\Delta): \Delta \in \tilde{\Delta}, \det(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{G}\Delta) = 0\})^{-1} \\ 0: \det(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{G}\Delta) \neq 0, \forall \Delta \in \tilde{\Delta} \end{cases} \tag{5}$$

1.2 矩阵不等式

1.2.1 Schur 引理[11]

在将 NMI 转化为 LMI 的问题中,常用到矩阵的 Schur 补性质。具体描述如下:考虑对称矩阵 $\boldsymbol{S} \in \mathbf{R}^{n\times n}$,并将 $\boldsymbol{S}$ 进行分块:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12} \\ \boldsymbol{S}_{21} & \boldsymbol{S}_{22} \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{S}_{11}$ 为方阵,则以下条件等价:

1) $\boldsymbol{S} < 0$

2) $\boldsymbol{S}_{11} < 0, \boldsymbol{S}_{22} - \boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{11}^{-1}\boldsymbol{S}_{12} < 0$

3) $\boldsymbol{S}_{22} < 0, \boldsymbol{S}_{11} - \boldsymbol{S}_{12}\boldsymbol{S}_{22}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}} < 0$

其中:$\boldsymbol{S}_{22} - \boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{11}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}$ 或 $\boldsymbol{S}_{11} - \boldsymbol{S}_{12}\boldsymbol{S}_{22}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}}$ 称为矩阵 $\boldsymbol{S}$ 的 Schur 补。当 $\boldsymbol{S}$ 为线性矩阵变量时上述等价关系也说明了条件 2)和 3)中的 NMI 分别定义了一个关于变量的凸约束。在控制问题中经常遇到形如式(7)的 Riccati 不等式:

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} < 0 \tag{7}$$

式中:$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}} > 0, \boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} > 0$ 为适当维数的常数矩阵;$\boldsymbol{P}$ 为对称矩阵变量。根据 Schur 补的性质可以将 Riccati 不等式的问题转化成一个等价的如式(8)所示 LMI 的可行性问题。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{Q} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

1.2.2 有界实引理

设 $\gamma > 0$,系统 $\boldsymbol{G}(s)$ 的状态空间矩阵为 $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{E})$,则以下条件等价:

1) 系统渐近稳定,且 $\|\boldsymbol{G}(s)\|_\infty < \gamma$

2) 存在一个对称矩阵 $\boldsymbol{P} > 0$,使得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & -\gamma\boldsymbol{I} & \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{E} & -\gamma\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{9}$$

2 D-K 迭代的 LMI 表述

2.1 D 求解

现有的 D-K 迭代算法可描述为

定义集合

$$\tilde{\boldsymbol{D}} := \{\mathrm{diag}(\boldsymbol{D}_{k_1}, \boldsymbol{D}_{k_2}, \cdots, \boldsymbol{D}_{k_m}, d_1\boldsymbol{I}_1, d_2\boldsymbol{I}_2, \cdots, d_n\boldsymbol{I}_n) \mid \boldsymbol{D}_i = \boldsymbol{D}_i^* > 0, \boldsymbol{D}_i \in \mathbf{C}^{k_i\times k_i}, d_j > 0\} \tag{10}$$

求 $\inf_{\boldsymbol{K}\ \text{stabilize}\ \boldsymbol{G}} \sup_{\omega} \inf_{\boldsymbol{D}\in\tilde{\boldsymbol{D}}} \bar{\sigma}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}_l(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{K})\boldsymbol{D}^{-1})$[12]。式(10)中:$\boldsymbol{D}_i^*$ 为矩阵 $\boldsymbol{D}_i$ 的共轭转置;$\boldsymbol{F}_l(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{K})$ 表示系统 $\boldsymbol{G}$ 与控制器 $\boldsymbol{K}$ 形成闭环系统的下线性变换。

为利用 LMI 并迭代解出优化后的 $\boldsymbol{K}$,需要得到式(10)的 LMI 描述,不仅要用闭环系统系数矩阵表述以方便 $\boldsymbol{K}$ 求解,还要将非线性不等式条件转换成线性不等式矩阵的形式。下面利用 Schur 引理和有界实引理经过推导实现。式(10)的初步等价描述为:求 $\boldsymbol{D} \in \tilde{\boldsymbol{D}}$ 使得

$$\sup_{\omega} \|\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}_l(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{K})\boldsymbol{D}^{-1}\| < 1 \tag{11}$$

设初始控制器状态矩阵为 $(\boldsymbol{A}_{\mathrm{k}}, \boldsymbol{B}_{\mathrm{k}}, \boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}, \boldsymbol{E}_{\mathrm{k}})$,输出反馈闭环系统状态矩阵为 $(\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}, \boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}, \boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}, \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}})$,易知

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{C}_2 & \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{C}_2 & \boldsymbol{A}_{\mathrm{k}} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{E}_{21} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{E}_{21} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}=[\boldsymbol{C}_1+\boldsymbol{E}_{12}\boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{C}_2 \quad \boldsymbol{E}_{12}\boldsymbol{C}_{\mathrm{k}}] \\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}=\boldsymbol{E}_{11}+\boldsymbol{E}_{12}\boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\boldsymbol{E}_{21} \end{cases} \tag{12}$$

根据有界实引理得到与式(10)等价约束条件:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1} \\ (\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} (\boldsymbol{D}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}})^{\mathrm{T}} \\ (\boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{I}\cdot[\boldsymbol{D}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} \quad \boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1}]<0 \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1} \\ (\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+(\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & (\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1}-\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & (\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}-\boldsymbol{S} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}^{-1} \end{bmatrix}<0 \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}-\boldsymbol{S} \end{bmatrix}<0 \tag{17}$$

式中:

$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\in\mathbf{R}^{m\times m}$

$\boldsymbol{I}=(\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{-1}=(\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{D}^{-1}$

由于式(17)是 LMI 的形式,进而解出 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{S}$ 得到 $\boldsymbol{D}$,可通过 MATLAB 软件中 LMI 工具箱凸优化求解器 feasp 实现。

2.2　输出反馈控制器 $\boldsymbol{K}$ 求解

2.2.1　输出反馈的 LMI 表述

首先进行以下假定:①$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}_2,\boldsymbol{C}_2)$是能稳能检的;②$\boldsymbol{E}_{22}=0$。条件①对系统的输出反馈镇定是充分必要的,条件②对一般系统都具有适用性[13]。

设 H_∞ 控制器 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{y}$ 应用到系统后得到闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}=\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}\tilde{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{z}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}\tilde{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{\omega} \end{cases} \tag{18}$$

闭环系统是渐近稳定的且从 $\boldsymbol{\omega}$ 到 $\boldsymbol{z}$ 的传递函数的 H_∞ 范数小于 1 的充分必要条件是存在对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}_k$ 使得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}+\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}} & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{19}$$

由于 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}$及 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}$依赖于未知的控制器参数,再加上不确定的矩阵变量 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}$导致矩阵不等式难以像状态反馈情形那样方便解出控制器,必须对矩阵不等式进行处理使之成为可解的 LMI 形式。

2.2.2　消元法

通过对式(19)进行矩阵参数替代、消元使之

$$\left[\begin{array}{cc:c} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1} & (\boldsymbol{D}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}})^{\mathrm{T}} \\ (\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & -\boldsymbol{I} & (\boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1})^{\mathrm{T}} \\ \hdashline \boldsymbol{D}\boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}} & \boldsymbol{D}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{D}^{-1} & -\boldsymbol{I} \end{array}\right]<0 \tag{13}$$

运用 Schur 引理对式(13)左侧矩阵变量按虚线所示分成 4 个子矩阵,由条件 3)可得式(14),矩阵分解后得到式(15)和式(16),因为 $\boldsymbol{D}\in\tilde{\boldsymbol{D}}$,所以式(16)等价于式(17)。

转化成一组 LMI 可行性问题,详细推导见文献[9],下面直接写出求解步骤:

1)求满足下列条件的矩阵 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}$。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_{\mathrm{o}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{E}_{11}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{E}_{11} & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_{\mathrm{o}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_{\mathrm{c}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{Y} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{E}_{11} \\ \boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{E}_{11}^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_{\mathrm{c}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0 \tag{21}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{X} & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{Y} \end{bmatrix}\geqslant 0 \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{N}_{\mathrm{o}}$ 和 $\boldsymbol{N}_{\mathrm{c}}$ 分别是以子空间 $\ker([\boldsymbol{C}_2 \quad \boldsymbol{E}_{21}])$和 $\ker([\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{E}_{12}^{\mathrm{T}}])$中任意一组向量作为列向量所构成的矩阵,即满足 $\mathrm{Im}\,\boldsymbol{N}_{\mathrm{o}}=\ker([\boldsymbol{C}_2 \quad \boldsymbol{E}_{21}])$和 $\mathrm{Im}\,\boldsymbol{N}_{\mathrm{c}}=\ker([\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{E}_{12}^{\mathrm{T}}])$的矩阵[14]。

2)求满足 $\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}^{-1}=\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}}$的矩阵 $\boldsymbol{X}_1\in\mathbf{R}^{n\times n_{\mathrm{k}}}$,其中 n_{k} 为 $\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}^{-1}$的秩;再通过式(23)构造 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}$,文献[9]已证明,只要 1)中不等式条件满足且要设计的控制器维数大于等于系统状态量即 $n_{\mathrm{k}}\geqslant n$,就总能找到满足要求的 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}$:

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{X} & \boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{X}_1 & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \tag{23}$$

此外将反馈系统系数矩阵按式(24)构造:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}=\boldsymbol{A}_0+\overline{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K}\overline{\boldsymbol{C}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}=\boldsymbol{B}_0+\overline{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K}\overline{\boldsymbol{E}}_{21} \\ \boldsymbol{C}_{\mathrm{cl}}=\boldsymbol{C}_0+\overline{\boldsymbol{E}}_{12}\boldsymbol{K}\overline{\boldsymbol{C}} \\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}=\boldsymbol{E}_{11}+\overline{\boldsymbol{E}}_{12}\boldsymbol{K}\overline{\boldsymbol{E}}_{21} \end{cases} \tag{24}$$

式中:$\boldsymbol{A}_0=\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$;$\boldsymbol{B}_0=\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$;$\boldsymbol{C}_0=[\boldsymbol{C}_1 \quad \boldsymbol{0}]$;$\overline{\boldsymbol{B}}=$

北航学报 赠阅

$\begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_2 \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$；$\overline{\boldsymbol{C}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{C}_2 & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$；$\overline{\boldsymbol{E}}_{12} = [\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{E}_{12}]$；$\overline{\boldsymbol{E}}_{21} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{E}_{21} \end{bmatrix}$。

3）将式（23）、式（24）代入式（19）得到如式（25）的等价表述：

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{xcl}} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{xcl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{Q} + \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{xcl}} < 0 \tag{25}$$

式中：

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{xcl}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}} + \boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{A}_0 & \boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}}\boldsymbol{B}_0 & \boldsymbol{C}_0^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{E}_{11}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{C}_0 & \boldsymbol{E}_{11} & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{xcl}} = [\overline{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{cl}} \quad \boldsymbol{0} \quad \overline{\boldsymbol{E}}_{12}^{\mathrm{T}}]$$

$$\boldsymbol{Q} = [\overline{\boldsymbol{C}} \quad \overline{\boldsymbol{E}}_{21} \quad \boldsymbol{0}]$$

式（25）得到只包含矩阵变量 $\boldsymbol{K}$ 的一个 LMI，通过应用 MATLAB 软件中的 LMI 工具箱——mincx 求解器可以求出系统的输出反馈最优 H_∞ 控制器，连续时间系统 H_∞ 控制器综合问题的求解器是 hinflmi，离散时间系统 H_∞ 控制器综合问题的求解器是 dinflmi，本文在数值仿真环节将采用 hinflmi 求解器进行计算。

3 基于 LMI 的 D-K 迭代步骤

结合传统 D-K 迭代步骤如下：

1）初始化 $\boldsymbol{K}$，求解满足

$$\begin{cases} \boldsymbol{D} \in \tilde{\boldsymbol{D}} \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm{cl}} + \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}} + \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{cl}} - \boldsymbol{S} \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \tag{26}$$

的稳定 $\boldsymbol{D}(s)$。

2）根据最小化 $\|\boldsymbol{D}\boldsymbol{M}\boldsymbol{D}^{-1}\|_\infty$ 的 $\boldsymbol{D}(s)$ 矩阵，设计求解满足 $\min\|\boldsymbol{D}\boldsymbol{M}\boldsymbol{D}^{-1}\|_\infty$ 的控制器 $\boldsymbol{K}$，即

$$\min\|\boldsymbol{D}F_l(\boldsymbol{G},\boldsymbol{K})(\mathrm{j}\omega)\boldsymbol{D}^{-1}\|_\infty = \min\|F_l(\boldsymbol{G}_{\mathrm{D}},\boldsymbol{K})\|_\infty$$

定义 $\boldsymbol{G}_{\mathrm{D}}$ 状态矩阵 $(\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}},\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}},\boldsymbol{E}_{\mathrm{d}})$：

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{D}^{-1} \\ \boldsymbol{C}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{E}\boldsymbol{D}^{-1} \end{cases}$$

其中：$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_{11} & \boldsymbol{E}_{12} \\ \boldsymbol{E}_{21} & \boldsymbol{E}_{22} \end{bmatrix}$。

利用消元法求出 H_∞ 控制器参数矩阵 $\boldsymbol{K}$。

3）代入 $\boldsymbol{K}$ 状态参数，返回 1）继续求解 $\boldsymbol{D}$，重复迭代直到 $\boldsymbol{K}$ 满足要求，得到最优化的 μ 控制器。

4 数值仿真

考虑如图 2 所示参数摄动对象系统模型，对于系统 $\boldsymbol{G}$，其中 $(z_1, z_2, \boldsymbol{u})$ 分别为输入干扰、建模误差和控制输入，$(\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2, \boldsymbol{y})$ 为对应输出，(k, τ) 为标称系统参数，(w_0, w_1) 为加权函数。注意到该模型代表的广义系统状态矩阵中 $\boldsymbol{E}_{12}$ 非列满秩不满足 Riccati 方程解法的正常条件，由于在实际工程中具有一般性，不妨定义此类系统为病态状态矩阵系统。

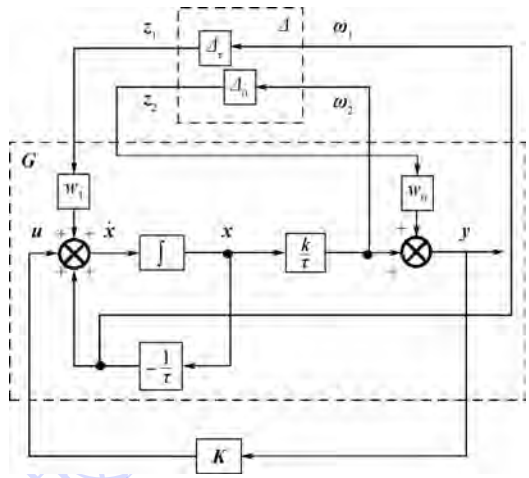


图 2 参数摄动对象系统模型

Fig. 2 Parameter perturbation model of object system

$$w_0 = \frac{s + 30}{s + 100} \qquad w_1 = 0.64$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0.0796 & 0 \\ 0 & -100 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0.64 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} -0.0796 & 0 \\ 9.87 \times 10^5 & 0 \\ 9.87 \times 10^5 & -70 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

针对这类系统文献[10]提出一种解决方法，对 $\boldsymbol{E}_{12}$、$\boldsymbol{E}_{21}$ 加入较小修正系数使之满秩，据此方法得到的 μ 控制器鲁棒稳定性如图 3 所示。此外采用本文提出的基于 LMI 的 D-K 迭代进行 μ 控制器设计。

经过 5 次迭代，最终得到的控制器如下：

$$\boldsymbol{K}_\mu(s) = \frac{79\,040s + 6\,293}{s^2 + 3\,825s + 304.7} \tag{27}$$

其幅频特性如图 4 所示，此外最优化设计 PID 控制器[15]如下：

$$\boldsymbol{K}(s) = 12 + \frac{3.6}{s} \tag{28}$$

同 μ 控制器的鲁棒性能进行对比，对应参数摄动结构的系统矩阵结构奇异值曲线如图 5 所示。可知 μ 控制器系统比 PID 控制器系统的最大奇异值更小，曲线过渡也更加平稳，鲁棒稳定性更好。图 3 所示采用文献[10]处理方法求解出的控制器系统与 μ 控制系统结构奇异值曲线对比，可知虽然Riccati方程求解条件满足，但是由于系

北航学报 赠阅

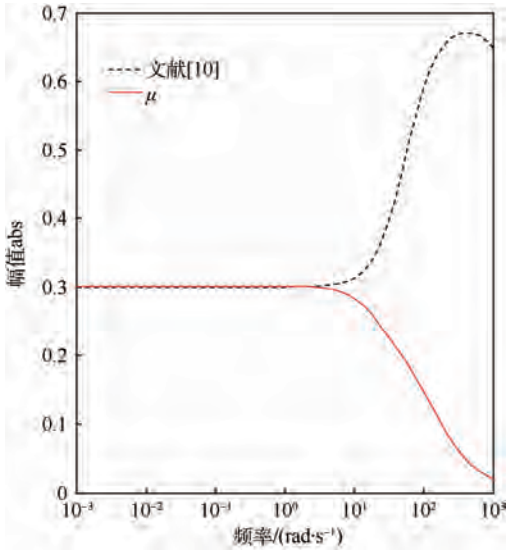


图 3　μ/文献[10]系统结构奇异值曲线

Fig. 3　Structured singular value curves of μ/Ref. [10] system

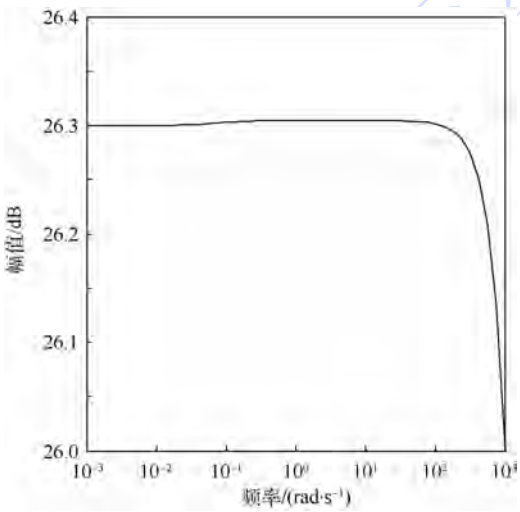


图 4　μ 控制器幅频特性

Fig. 4　Amplitude-frequency characteristic of μ controller

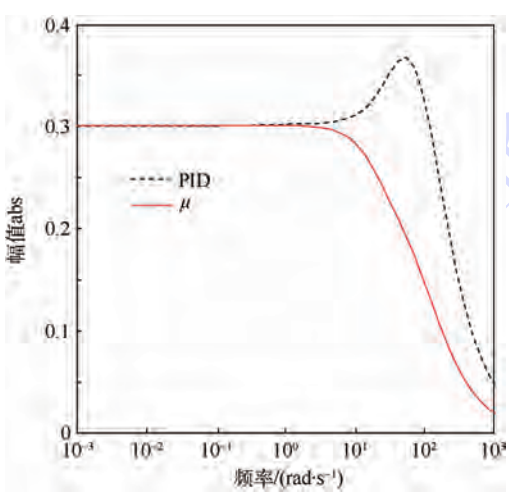


图 5　μ/PID 系统结构奇异值曲线

Fig. 5　Structured singular value curves of μ/PID system

统矩阵处理后存在一定程度失真,导致控制器鲁棒稳定性变差,无法得到最优的鲁棒控制器。

为了检测 μ 控制器的鲁棒性能,利用 SIMULINK 进行数值仿真,设置输出反馈系统,求解器类型为 Gear,仿真时间为 5 s,输入为电流阶跃信号,当标称输出 25 MPa 的压力信号时,对比 PID 控制器与 μ 控制器输出反馈系统的阶跃响应曲线如图 6 所示,可以看到上升时间 PID:0.2 s,μ:0.1 s,说明 μ 控制器的动态性能略好于 PID 控制器;当输入信号为强度 10%,频率 33 Hz 的特征扰动时,PID 控制器与 μ 控制器输出反馈系统的输出曲线如图 7 所示,可以看到 μ 控制器最大输出 0.2 MPa,PID 控制器最大输出 1.75 MPa,即 μ 控制器的干扰抑制性能明显强于 PID 控制器。

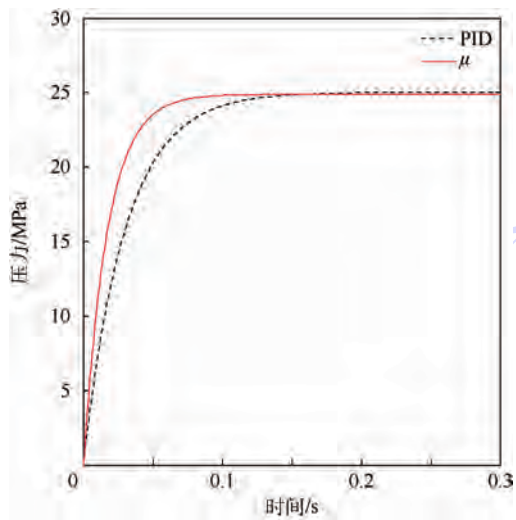


图 6　μ/PID 系统阶跃响应

Fig. 6　Step response of μ/PID system

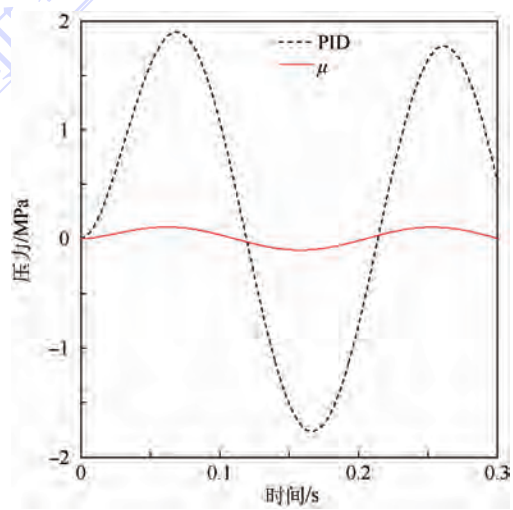


图 7　干扰输入 μ/PID 系统输出

Fig. 7　Output of input disturbance μ/PID system

北航学报 赠阅

5 结 论

针对传统 D-K 迭代算法在应用上受局限的问题,本文分别给出 D-K 算法中对角矩阵 D、输出反馈控制器 K 的矩阵不等式描述。由于 μ 方法中的 D、K 求解具有非线性,为了将其转化成 LMI 的描述形式,文中在 Schur 引理和有界实引理的基础上对传统 D-K 算法 D 求解问题进行线性化处理,并利用消元法使 K 设计问题线性化,并通过构造系数矩阵使得 D、K 的求解得以交替迭代进行,突破了 LMI 方法输出反馈 H_∞ 控制器局部最优的局限。本文设计的 μ 控制器经理论分析和数值仿真表明:

1) 综合了 LMI 方法适用性广以及 D-K 算法交替凸优化的优点。

2) 相对于文献[7-8]中的控制器由于无需状态观测器更具有工程实用性。

3) 相较于文献[15]中方法得到的 PID 控制器具有较好的动态性能以及较好的鲁棒性能;相较于文献[10]方法解出的 μ 控制器具有较好的鲁棒稳定性和鲁棒性能。

参考文献(References)

[1] DOYLE J C. Analysis of feedback systems with structured uncertainties[J]. IEE Proceedings D-Control Theory and Applications,1982,129(6):242-250.

[2] SAFONOV M G. Stability margins of diagonally perturbed multivariable feedback systems[C]// IEEE Conference on Decision & Control Including the Symposium on Adaptive Processes. Piscataway,NJ:IEEE Press,1981:1472-1478.

[3] FAN K H,TITS A L,DOYLE J C. Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodeled dynamics[J]. IEEE Transaction on Automatic Control,1991,36(1):25-38.

[4] BALAS G J,DOYLE J C,GLOVER K. Analysis and synthesis toolbox[M]. Minneapolis:Musyn Incorporated and Mathworks Incorporated,1998.

[5] COLLINS E G,SADHUKHAN D,WATSON L T. Robust controller synthesis via non-linear matrix inequalities[J]. International Journal of Control,1999,72(11):971-980.

[6] CHAMANBAZ M,DABBENCE F,TEMPO R,et al. A statistical learning theory approach for uncertain linear and bilinear matrix inequalities[J]. Automatic,2014,50(6):1617-1625.

[7] CHEN G,SUGIE T L. Analysis and synthesis of state feedback systems based on multipliers and LMI[C]// Proceedings of the American Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1998:537-541.

[8] FU R,HUANG L. Optimized LMI algorithm for L-analysis and synthesis with application in power system[J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering,2002,22(10):7-11.

[9] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京:清华大学出版社,2002:88-120.
YU L. Robust control-linear matrix inequalities approach [M]. Beijing:Tsinghua University Press,2002:88-120(in Chinese).

[10] 傅剑,杨卫东,李伯群,等. 基于 μ 综合的热轧动态设定 AGC 鲁棒控制[J]. 北京科技大学学报,2006,28(3):293-298.
FU J,YANG W D,LI B Q,et al. Robust control of hot rolling dynamic setting AGC based on μ synthesis[J]. Chinese Journal of Engineering,2006,28(3):293-298(in Chinese).

[11] WANG J L,YANG G H,LIU J. An LMI approach to H-index and mixed H_-/H_∞ fault detection observer design[J]. Automatic,2007,43(9)1656-1665.

[12] STEIN G,DOYLE J C. Beyond singular values and loop shapes [J]. AIAA Journal of Guidance and Control,1991,14(1):5-16.

[13] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京:清华大学出版社,1990:10.
ZHENG D Z. Linear system theory[M]. Beijing:Tsinghua University Press,1990:10(in Chinese).

[14] SERRE D. Matrices:Theory and applications[M]. New York: Springer,2002:6-7.

[15] 何芝强. PID 控制器参数整定方法及其应用研究[D]. 杭州:浙江大学,2005:35-38.
HE Z Q. The PID controller parameter setting method and application research[D]. Hangzhou:Zhejiang University,2005:35-38.

作者简介

李喆 男,硕士研究生。主要研究方向:控制工程。

Tel.:010-82339513

E-mail:dzztlz@163.com

高元楼 男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:机电控制。

Tel.:010-82339757

E-mail:gaoyuanlou@263.net

北航学报 赠阅

Solution of output feedback μ controller based on LMI

LI Zhe, GAO Yuanlou*, LI Peilin

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: D-K iteration is the main implementation method of structured singular value (μ), which has problems of strict solution conditions and poor system suitability. Aimed at overcoming limitation shortage of D-K iteration application, the linear matrix inequality (LMI) was proposed to improve D-K iteration, which uses Schur's lemma and bounded real lemma to get LMI criterion of upper boundary of structured singular value, and elimination method was developed to obtain H_∞ controller in output feedback system. Based on improvements related to LMI, D-K iteration was adopted to solve μ controller in output feedback system, which avoids solution limitation of Riccati equation and influence by selection quality of some uncertain parameters, enhances its applicability in general system, and improves the solution efficiency of controller in output feedback system. Numerical results show that this method gets not only robust stability but also robust performance superior to the traditional D-K iteration of output feedback system.

Key words: structured singular value; linear matrix inequality (LMI); output feedback; controller; robust performance

北京航空航天大学学报

Received: 2015-08-31; **Accepted**: 2015-11-27; **Published online**: 2016-01-05 10:42

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160105.1042.003.html

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82339757　E-mail: gaoyuanlou@263.net

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0604

双 β 衰变半衰期的唯象学研究

肖杨，耿立升*
（北京航空航天大学 物理科学与核能工程学院，北京 100083）

摘 要：为了研究一个能较好描述实验数据的联系双 β 衰变半衰期和衰变能的唯象学公式的物理意义，通过对双 β 衰变相空间因子的分析，给出了该唯象学公式中双 β 衰变半衰期的对数和衰变能的反比关系的物理来源的一个可能的解释。此外，在该唯象学公式的基础上，基于壳模型理论，对该唯象学公式做出了改进。结果表明，唯象学公式中的对数反比关系是由双 β 衰变的相空间因子所造成的。按照改进后的公式所计算得到的双 β 衰变半衰期的对数的理论值与实验值之间的平均偏差由原本的 0.486 下降到了 0.408。

关 键 词：双 β 衰变；相空间因子；壳修正；半衰期；唯象学
中图分类号：O571.3
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2238-05

双 β 衰变是 β 衰变的一种特殊形式，分为两类：一类是放出中微子的双 β 衰变，简称为 2νββ 衰变；另一类是不放出中微子的双 β 衰变，简称为 0νββ 衰变[1-2]。双 β 衰变一直以来都是核物理理论和实验研究的热点课题。近期，任月皎和任中洲[3-4]发现了一个简单实用的描述 2νββ 衰变半衰期的唯象公式。该唯象公式形式非常简单，仅需要两个参数就能够依据衰变能计算双 β 衰变的半衰期，并且计算结果与实验数据十分接近，对于与双 β 衰变有关的理论和实验研究都有一定的参考意义。

本文在任月皎和任中洲[3-4]工作的基础上，分析并且改进了关于描述 2νββ 衰变半衰期的唯象公式，希望能对未来与双 β 衰变有关的工作有所借鉴。

1 双 β 衰变半衰期的唯象公式

通过分析双 β 衰变半衰期与衰变能实验数据，任月皎和任中洲[3-4]发现，双 β 衰变半衰期与衰变能之间存在一个对数反比关系，在考虑了库仑势与核结构的修正之后，得出了一个简单实用的描述双 β 衰变半衰期与衰变能关系的唯象公式：

$$\lg T_{1/2}(\mathrm{Ey}) = \frac{a - 2\lg(2\pi Z/137) + S}{Q_{\beta\beta}}\ \mathrm{MeV} \quad (1)$$

式中：$T_{1/2}$为 2νββ 过程的半衰期；Ey 表示 10^{18}年；$Q_{\beta\beta}$为双 β 衰变的衰变能；常数 a 为与弱相互作用强度有关的项，通过拟合双 β 衰变半衰期的实验数据确定其值为 $a=5.843$；Z 为母核的电荷数；S 为一个描述壳相互作用的物理量，当母核的中子数等于幻数时 $S=2$，其他情况 $S=0$。

利用唯象公式（1）得到的计算结果和实验半衰期以及衰变能的数值在表 1 给出[3-12]。可以看到，对于不同的原子核，式（1）仅含有两个变量，因此应用起来十分方便。与其他一些双 β 衰变的理论计算方法比较[13-16]，式（1）的计算简便，适用范围广（理论上对于所有能发生双 β 衰变的原子核都适用）。因此有必要对它进行进一步的研究。

收稿日期：2015-09-16；**录用日期**：2015-11-28；**网络出版时间**：2016-02-18 10:50
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160218.1050.001.html
基金项目：国家自然科学基金（11375024）；中央高校基本科研业务费专项资金（YWF-15-WLXY-001）
* **通讯作者**：Tel.：010-82338376 E-mail：lisheng.geng@buaa.edu.cn

引用格式：肖杨，耿立升. 双 β 衰变半衰期的唯象学研究[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2238-2242.
XIAO Y，GENG L S. Phenomenological study of double-beta decay half-lives[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2238-2242 (in Chinese).

北航学报 赠阅

表 1　双 β 衰变的半衰期与衰变能[3-12]

Table 1　Double-beta decay half-lives and decay energy[3-12]

原子核	实验半衰期的对数	衰变能/MeV	理论半衰期的对数	
			文献[3-4]的唯象公式	本文改进后的唯象公式
^{48}Ca	1.643	4.267	1.865	1.890
^{76}Ge	3.265	2.039	2.702	2.774
^{82}Se	1.964	2.966	1.822	1.870
^{96}Zr	1.371	3.349	1.578	1.631
^{100}Mo	0.851	3.034	1.738	1.127
^{116}Cd	1.447	2.813	1.834	1.174
^{128}Te	6.279	0.866	5.872	6.040
^{130}Te	2.845	2.528	2.013	2.070
^{136}Xe	3.362	2.458	2.871	2.930
^{150}Nd	0.960	3.371	1.473	1.516
^{238}U	3.301	1.144	4.015	4.142

2　相空间因子对双 β 衰变半衰期的影响

从式(1)可看出,双 β 衰变的半衰期的对数与衰变能之间存在一个反比关系。纵观物理学发展史,一种奇特的物理现象的背后都蕴藏着更深的物理含义。例如氢原子的线状光谱是由分离的原子能级所导致的。因此,下面本文从理论的角度分析双 β 衰变,试图找到双 β 衰变的半衰期的对数与衰变能之间的反比关系所蕴含的物理规律。

理论上计算 2νββ 过程半衰期的公式为[17]

$$[T_{1/2}^{2\nu}]^{-1}=G_{2\nu}|M_{GT}^{2\nu}|^2 \tag{2}$$

式中:$G_{2\nu}$为一个与 4 个费米子相关的相空间因子;$M_{GT}^{2\nu}$为 2νββ 过程的核矩阵元。

这里可以发现,要计算双 β 衰变的半衰期,需要计算相空间因子与矩阵元两项。对于相空间因子,无论终态有几个粒子,计算方法都大同小异。而对于矩阵元,采取不同的理论,结果可能大相径庭。除此之外,矩阵元的计算一般比较复杂,需要用到比较高深的量子力学知识。按照从易到难的思想,首先考虑相空间因子的影响。如果不能在相空间因子的方向有所收获,再去考虑矩阵元的影响。下面给出推导相空间因子的一般过程。

双 β 衰变过程在弱相互作用中是一个二阶过程。它的计算方法可以类比 β 衰变过程。0^+ 态到 0^+ 态的 2νββ 过程的微分几率为[17]

$$\mathrm{d}W_{2\nu}=(a^{(0)}+a^{(1)}\cos\theta_{12})w_{2\nu}\mathrm{d}w_1\mathrm{d}\varepsilon_1\mathrm{d}\varepsilon_2\mathrm{d}(\cos\theta_{12}) \tag{3}$$

式中:ε_1和 ε_2 为电子的能量; w_1 和 w_2 为中微子的能量; θ_{12}为 2νββ 过程释放出来的两个电子之间的夹角; $w_{2\nu}$的定义如下[17]:

$$w_{2\nu}=\frac{g_A^4(\cos\theta_{12})^4}{64\pi^7h}w_1w_2(p_1c)(p_2c)\varepsilon_1\varepsilon_2 \tag{4}$$

式中:p_1 和 p_2 为中微子的动量;c 为光速;$a^{(0)}$ 和 $a^{(1)}$为所有中间态的贡献之和,依赖于奇奇核中间态的激发能以及核矩阵元,其具体形式为

$$a^{(0)}=\frac{1}{4}f_{11}^0|M_{2\nu}|^2\tilde{A}^2\left[(\langle K_N\rangle+\langle L_N\rangle)^2+\frac{1}{3}(\langle K_N\rangle-\langle L_N\rangle)^2\right] \tag{5}$$

$$a^{(1)}=\frac{1}{4}f_{11}^1|M_{2\nu}|^2\tilde{A}^2\left[(\langle K_N\rangle+\langle L_N\rangle)^2+\frac{1}{9}(\langle K_N\rangle-\langle L_N\rangle)^2\right] \tag{6}$$

其中:$\langle L_N\rangle$ 和 $\langle K_N\rangle$ 是两个缩写,具体形式如下:

$$\langle L_N\rangle=\frac{1}{\varepsilon_1+w_2+\langle E_N\rangle-E_I}+\frac{1}{\varepsilon_2+w_1+\langle E_N\rangle-E_I} \tag{7}$$

$$\langle K_N\rangle=\frac{1}{\varepsilon_1+w_1+\langle E_N\rangle-E_I}+\frac{1}{\varepsilon_2+w_2+\langle E_N\rangle-E_I} \tag{8}$$

$$\tilde{A}^2=\frac{1}{2}(Q_{\beta\beta}+2m_ec^2)+E_N-E_I \tag{9}$$

式中:E_N为 2νββ 过程中中间核的激发能;E_I 为母核的能量;m_e 为电子的质量。$\langle E_N\rangle$ 是一个适当选择的偶偶核激发能的近似。由于 $\langle E_N\rangle$ 同时通过 $\langle K_N\rangle$ 与 $\langle L_N\rangle$ 出现在分母项,且通过 $\tilde{A}^2$出现在分子项,因此衰变概率对于 $\langle E_N\rangle$ 的依赖很弱。这里的 $M_{2\nu}$是核矩阵元,f_{11}^0 和 f_{11}^1 是电子径向波函数的产物,由于它们的形式比较复杂,这里就不再列举,具体形式可以参见文献[17]。

在所有参数的意义已经明确后,将它们代入式(3)并积分,借助一定的近似,可以在半衰期中将相空间因子与矩阵元的影响分离开来,即[17]

$$[T_{1/2}^{2\nu}]^{-1}=G_{2\nu}g_A^4|m_ec^2M_{GT}^{2\nu}|^2 \tag{10}$$

其中,相空间因子的部分为

$$G_{2\nu}=\frac{F_{2\nu}}{g_A^4(m_ec^2)^2} \tag{11}$$

式中:

$$F_{2\nu}=\frac{2\tilde{A}^2}{3\ln 2}\int_{m_ec^2}^{Q_{\beta\beta}+m_ec^2}\int_{m_ec^2}^{Q_{\beta\beta}+m_ec^2-\varepsilon_1}\int_0^{Q_{\beta\beta}-\varepsilon_1-\varepsilon_2}f_{11}^0\cdot(\langle K_N\rangle^2+\langle L_N\rangle^2+\langle K_N\rangle\langle L_N\rangle)w_{2\nu}\mathrm{d}w_1\mathrm{d}\varepsilon_1\mathrm{d}\varepsilon_2 \tag{12}$$

核子的轴矢量耦合常数 g_A 已经重整化以便于从相空间因子中分离出来。

仔细观察式(12)很容易发现,相空间因子

式(11)无法得到解析解,只能得到数值解。这与本文初衷,即得到相空间因子对半衰期的具体影响的形式多少有些出入。但是,无法得到相空间因子的解析解对本文的研究影响并不大,仍然可以将已有的实验数据(如衰变能)代入式(11)求得不同原子核的相空间因子的数值。从式(10)中可以看出,双 β 衰变的半衰期与相空间因子成反比,假若相空间因子的数值解的对数与所对应的核子的衰变能成正比,那么就可以认为双 β 衰变的半衰期的对数与衰变能的反比关系是由相空间因子造成的。

将式(12)积分并代入式(11)后可得到相空间因子的数值解,表 2 是具体的结果[17]。

表 2 双 β 衰变的相空间因子与衰变能的比较[17]

Table 2 Comparison between phasespace factor and decay energy of double-beta decay[17]

原子核	相空间因子/(10^{-21} a^{-1})	衰变能/MeV	相空间因子的对数
^{48}Ca	15 550	4.267	4.192
^{76}Ge	48.17	2.039	1.683
^{82}Se	1 596	2.996	3.203
^{96}Zr	6 816	3.349	3.834
^{100}Mo	3 308	3.034	3.520
^{116}Cd	2 764	2.813	3.441
^{128}Te	0.268 8	0.866	−0.570
^{130}Te	1 529	2.528	3.184
^{136}Xe	1 433	2.458	3.156
^{150}Nd	36 430	3.371	4.561
^{238}U	14.57	1.144	1.163

表 2 中列出了发生双 β 衰变原子核相空间因子及其对数和衰变能。观察表 2 中第 3 列与第 4列的数据,可以清楚发现双 β 衰变的衰变能与相空间因子的对数是正相关的,至于是否是成正比关系,可以进行如下检验。

图 1 给出了双 β 衰变相空间因子的对数与衰变能的关系。从中可以发现,基本上所有的数据点都在趋势线的附近。对数据点进行线性拟合得到的相关系数的平方(R-square)为 0.843。所

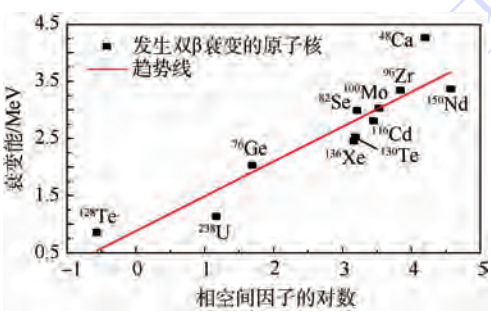


图 1 双 β 衰变衰变能与相空间因子关系

Fig. 1 Relationship between phasespace factor and decay energy of double-beta decay

有的数据点与趋势线的平均偏离为 0.285。偏离最小的^{100}Mo,为 0.003 4,偏离最大的^{48}Ca,为 0.828。其中偏离大于 0.3 的共有 4 个核,分别是^{48}Ca,偏离为 0.828;^{128}Te,偏离为 0.323;^{136}Xe,偏离为 0.351;^{238}U,偏离为 0.454。总的来说,可以认为双 β 衰变的衰变能与相空间因子的对数之间存在较强的正比关系。而式(10)中已经指出,双 β 衰变的半衰期与相空间因子是成反比的,也就是说双 β 衰变的半衰期的对数与衰变能存在反比关系。这与从双 β 衰变半衰期与衰变能的实验数据中观察到的现象不谋而合。至此,可以得出结论,任月皎和任中洲[3-4]所发现的双 β 衰变半衰期的对数与衰变能的近似反比关系可以认为是在忽略双 β 衰变的核矩阵元随衰变能变化的情况下(核矩阵元不仅仅与 Q 值有关,而且依赖于原子核的结构。正因为如此,半衰期的对数与 Q 值的反比关系才不严格成立。然而,考虑这些问题不仅超出了提出简单唯象公式的目的,也超出了本文的研究范畴),由双 β 衰变的相空间因子导致的。

3 对唯象公式所做的改进

任月皎和任中洲[3-4]通过观察双 β 衰变半衰期与衰变能的实验数据以及合理的分析,得到了描述双 β 衰变半衰期的唯象公式(1)。利用唯象公式计算所得到的双 β 衰变的半衰期与实验数据之间的平均偏差只有 0.486(定义平均偏差 $\Delta=\sum_{i=1}^{11}|x_i-y_i|/11$,其中 x_i 和 y_i 分别为半衰期的对数的计算值与实验值)[3]。这说明唯象公式可以较好地描述现有实验数据。然而,虽然大部分的计算结果与实验的数据比较吻合,还是有少量原子核的计算结果与实验数据的偏差较大,比如^{100}Mo 核。接下来,探索改进该唯象公式,使其能够更加精确地描述双 β 衰变半衰期。

首先仔细分析^{100}Mo 核的特点。^{100}Mo 是^{96}Mo 的一种同位素,质子数是 42,中子数是 58,半衰期为 7.1Ey,衰变能是 3.034 MeV。虽然 ^{100}Mo 不是幻数核,但是依据壳模型理论,它的中子数恰好填满 $2f_{7/2}$这个亚壳层。之前我们在对唯象公式添入壳模型修正这一项时是当母核的中子数等于幻数时令 $S=2$,其他情况时令 $S=0$。假设中子数填满亚壳层时,S 也不为 0(其值可以通过拟合表 1 的实验数据得到),或许能够对唯象公式做出改进。

表 3 是所有发生双 β 衰变的原子核的质子

数、中子数以及对应的壳修正项的关系表。即当母核中子数等于幻数时，$S'=2$；母核中子数恰好填满亚壳层时，$S'=-2$（对于母核中子数填满亚壳层的原子核，其 S' 的取值是通过拟合实验数据得到的近似整数，其真实的拟合值为 -1.973）；其他情况时，$S'=0$。

表 3　双 β 衰变原子核的质子数、中子数以及对应的壳效应修正项的数值

Table 3　Number of protons, neutrons and corresponding shell corrections for double-beta decay nuclei

原子核	质子数	中子数	质量数	改进后的壳效应修正项
^{48}Ca	20	28	48	2
^{76}Ge	32	44	76	0
^{82}Se	34	48	82	0
^{96}Zr	40	56	96	0
^{100}Mo	42	58	100	−2
^{116}Cd	48	68	116	−2
^{128}Te	52	76	128	0
^{130}Te	52	78	130	0
^{136}Xe	54	82	136	2
^{150}Nd	60	90	150	0
^{238}U	92	146	238	0

从表 3 中可以看到，改进后的壳效应修正项不仅对^{100}Mo 核有影响，对^{116}Cd 核也有影响，而对其他的原子核无影响。利用表 1 的实验数据拟合公式：

$$\lg T_{1/2}(\mathrm{Ey})=\frac{a-2\lg(2\pi Z/137)+S'}{Q_{\beta\beta}}\ \mathrm{MeV}\quad(13)$$

得到的新的参数的数值为 $a=5.989$。

图 2 是改进后的从^{48}Ca 到^{238}U 11 个偶偶核的双 β 衰变的半衰期的计算结果与改进前计算结果的对比。图中：“■”为改进前半衰期的计算结果与实验数据的偏差；“●”为相应的改进后的计算结果与实验数据的偏差。

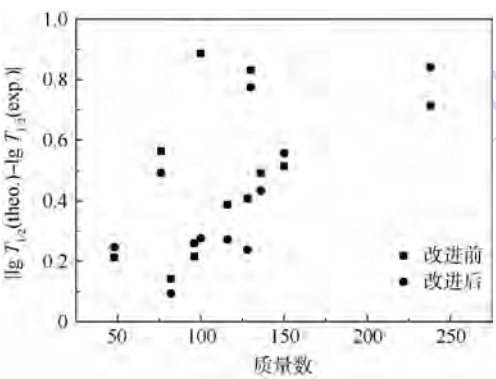


图 2　双 β 衰变半衰期的对数的计算值与实验值的偏差

Fig. 2　Deviation between calculated and experimental values of logarithms of double-beta decay half-lives

观察图 2 很容易发现，改进后的壳修正效应所作用的两个核子^{100}Mo 与^{116}Cd 的计算结果与实验值的偏差比利用原本的唯象公式（1）所得到的计算值与实验值的偏差要小。不仅如此，从整体来看，图 2 中有 7 个改进后的数据点（●）比改进前的数据点（■）要更接近横轴。也就是说，按照改进后的唯象公式（13）所计算的双 β 衰变的半衰期要比改进前的唯象公式（1）所给出的结果更接近于实验值。从^{48}Ca 到^{238}U 11 个偶偶核的双 β 衰变的半衰期对数的计算值与实验值之间的平均偏差 $|\lg T_{1/2}(\mathrm{theo.})-\lg T_{1/2}(\mathrm{exp.})|$ 也从原本的 0.486 下降到了 0.408。总之，无论是从个别还是从整体来说，改进后的唯象公式都要比改进前的能更好地描述双 β 衰变的半衰期。

此外研究发现，对唯象公式（1）中其他项做改动难以有效地改进其对实验数据的描述。

4　结　论

1）在忽略核矩阵元影响的情况下，可以认为任月皎和任中洲所发现的双 β 衰变的唯象公式中衰变半衰期的对数与衰变能的反比关系是由双 β 衰变的相空间因子所造成的。

2）在任月皎和任中洲工作的基础上，本文用新的壳效应修正项替换了原本的修正项。替换之后双 β 衰变的半衰期的对数的理论值与实验值之间的平均偏差从原本的 0.486 下降到了 0.408。

致谢　感谢李凯文、周丹、崔二亮和陆俊旭有益的讨论。此工作是在任中洲教授作客北京航空航天大学物理科学与核能工程学院《物理与核科学大家谈》的启发下完成的，在此对任月皎和任中洲表示诚挚的谢意。

参考文献（References）

[1] 卢希庭. 原子核物理[M]. 修订版. 北京：原子能出版社，2001：144-145.
LU X T. Nuclear physics[M]. Revised ed. Beijing: Atomic Energy Press, 2001: 144-145 (in Chinese).

[2] ALFONSO K, ARTUSA D R, Avignone F T, et al. Search for neutrinoless double-beta decay of ^{130}Te with CUORE-0[J]. Physical Review Letters, 2015, 115(10): 102502.

[3] REN Y J, REN Z Z. Systematic law for half-lives of double-β decay with two neutrinos[J]. Physical Review C, 2014, 89(6): 064603.

[4] REN Y J, REN Z Z. Half-lives of double β^+-decay with two neutrinos[J]. Nuclear Science and Techniques, 2015, 26(2): S20510.

[5] SAAKYAN R. Two-neutrino double-beta decay[J]. Annual Re-

北航学报 赠阅

view of Nuclear and Particle Science, 2013, 63(1): 503-529.

[6] WANG M, AUDI G, KONDEV F G, et al. NUBASE2012 evaluation of nuclear properties[J]. Chinese Physics C, 2012, 120(12): 6-7.

[7] ACKERMAN N, AHARMIM B, AUGER M, et al. Observation of two-neutrino double-beta decay in ^{136}Xe with the EXO-200 detector[J]. Physical Review Letters, 2011, 107(21): 212501.

[8] GANDO A, GANDO Y, HANAKAGO H, et al. Measurement of the double-β decay half-life of ^{136}Xe with the KamLAND-Zen experiment [J]. Physical Review C, 2012, 85(4): 045504.

[9] ARNOLD R, AUGIER C, BAKER J, et al. Measurement of the ββ decay half-life of ^{130}Te with the NEMO-3 detector[J]. Physical Review Letters, 2011, 107(6): 062504.

[10] BARABASH A S. Precise half-life values for two-neutrino double-β decay [J]. Physical Review C, 2010, 81(3): 035501.

[11] RADUTA A A, RADUTA C M. Double beta decay to the first^{2+} state within a boson expansion formalism with a projected spherical single particle basis[J]. Physics Letters B, 2007, 647(4): 265-270.

[12] AUNOLA M, SUHONEN J. Systematic study of beta and double beta decay to excited final states[J]. Nuclear Physics A, 1996, 602(2): 133-166.

[13] TOIVANEN J, SUHONEN J. Study of several double-beta-decaying nuclei using the renormalized proton-neutron quasiparticle random-phase approximation[J]. Physical Review C, 1997, 55(5): 2314-2323.

[14] STOICA S, MIHUT I. Nuclear structure calculations of two-neutrino double-beta decay transitions to excited final states [J]. Nuclear Physics A, 1996, 602(2): 197-210.

[15] BARABASH A S, HUBERT F, HUBERT P, et al. New limits on the ββ decay of ^{130}Te to excited states of ^{130}Xe[J]. The European Physical Journal A, 2001, 11(2): 143-145.

[16] HIRSCH J G, CASTANOS O, HESS P O, et al. Double-beta decay of ^{100}Mo: The deformed limit[J]. Physical Review C, 1995, 51(4): 2252-2255.

[17] KOTILA J, IACHELLO F. Phase space factors for double-β decay[J]. Physical Review C, 2012, 85(3): 034316.

作者简介:

肖杨 男,硕士研究生。主要研究方向:理论核物理、超标准模型物理及计算物理。

Tel.: 18810437286

E-mail: xyoung@buaa.edu.cn

耿立升 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:理论核物理、超标准模型物理及计算物理。

Tel.: 010-82338376

E-mail: lisheng.geng@buaa.edu.cn

Phenomenological study of double-beta decay half-lives

XIAO Yang, GENG Lisheng*

(School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In order to study the physical interpretation of a phenomenological formula which can well describe the available experimental data and connects double-beta decay half-lives and decay energy, a convincible explanation for the source of the inverse relationship between the logarithm of the double-beta decay half-life and the decay energy in the phenomenological formula is proposed based on the analyses of double-beta decay phasespace factor. In addition, based on shell model theory, a slight modification to the phenomenological formula is proposed, which can further improve the description of the experimental data. The results indicate that double-beta decay phasespace factor is the source of the inverse relationship between the logarithm of the double-beta decay half-life and the decay energy in the phenomenological formula. By using the new formula, the average deviation between theoretical and experimental values of the logarithms of the double-beta decay half-lives reduces from 0.486 to 0.408.

Key words: double-beta decay; phasespace factor; shell corrections; half-lives; phenomenology

Received: 2015-09-16; **Accepted**: 2015-11-28; **Published online**: 2016-02-18 10:50

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160218.1050.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11375024); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-15-WLXY-001)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82338376 E-mail: lisheng.geng@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0627

氯离子和温度对铝合金在冷却液中腐蚀的影响

陈鑫, 田文明, 李松梅*, 高叔伦, 刘建华

(北京航空航天大学 材料科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 分别采用了动电位极化法、电化学阻抗法研究了不同温度下、不同氯离子浓度下防锈铝在模拟冷却液中的腐蚀行为,采用金相显微镜和扫描电镜对极化后防锈铝的表面特征进行了观察和记录。结果表明,氯离子吸附在防锈铝氧化膜表面,对氧化膜表面造成破坏。在一定温度下(30℃),当氯离子浓度超过0.01 mol/L时,中间产物吸附作用就会增强,阻抗谱中低频区出现感抗弧,点蚀萌生。随着氯离子浓度增高(超过0.01 mol/L),防锈铝的腐蚀加剧,耐腐蚀性能下降。随着温度的升高,阴极和阳极反应阻力变小,阳极金属铝的溶解和阴极氧还原速度增大,腐蚀速度增大。温度升高的同时,溶解氧含量下降,阴极反应受到抑制。与此同时扩散过程在整个腐蚀反应过程中的支配性降低,中间产物在氧化膜表面的吸附作用增强,从而导致低频容抗弧的出现。温度对点蚀形貌的影响主要体现在影响单个点蚀坑的几何大小,促进点蚀坑的生长。

关 键 词: 氯离子; 温度; 防锈铝; 冷却液; 乙二醇; 腐蚀行为
中图分类号: O646.6
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2243-07

铝合金因为其具有良好的加工成型性能和较高的综合性能而在航空工业上有着越来越广泛的应用[1-2]。但是,铝合金的腐蚀问题时常发生并成为制约铝合金广泛应用的关键因素。铝合金在发动机冷却系统的腐蚀主要与温度和其所接触的具有复杂成分的冷却液有关[3-4]。为了防止铝合金的腐蚀和冷却系统的报废,冷却液必须具备一定的物理和化学性质。乙二醇由于其价格低廉,在一定温度范围内凝固点低而广泛应用于制造冷却液[5]。传统冷却液的主要成分是30% ~70%(体积分数)的乙二醇和缓蚀剂[6]。一般情况下冷却液的腐蚀性较低,除非出现污染或者发生高温分解。冷却系统里的冷却液常常会夹杂氯离子,导致铝合金的耐腐蚀能力急剧下降,并发生点蚀[7-10]。而作为冷却液导管常用材料防锈铝,其微观组织中含有二次相粒子和夹杂,这些二次相粒子在发生腐蚀时,或者作为阴极或者作为阳极,导致铝合金发生腐蚀[4]。

文献[11-14]研究发现,铝合金在乙二醇水溶液中主要发生点蚀,且与溶液中溶解的氧密切相关;有氧气存在时,阴极反应主要由氧还原支配[15-17]。

温度是影响阴阳极腐蚀反应的重要因素,同时温度又是影响阴极还原剂氧扩散的关键因素,特别是,当温度变化时,缓蚀剂的效率会受到影响;而氯离子浓度($c(Cl^-)$)是影响点蚀的关键因素。研究温度和$c(Cl^-)$对腐蚀的影响都将会为材料保护和设计提供依据和有用的数据。因此有必要研究温度和氯离子对防锈铝在乙二醇水溶液中的腐蚀行为影响。

收稿日期: 2015-09-23; **录用日期**: 2015-10-30; **网络出版时间**: 2015-12-08 14:53
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1453.005.html
基金项目: 国家自然科学基金(51271012)
* **通讯作者**: Tel.: 010-82317103 E-mail: songmei_li@buaa.edu.cn

引用格式: 陈鑫, 田文明, 李松梅, 等. 氯离子和温度对铝合金在冷却液中腐蚀的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2243-2249. CHEN X, TIAN W M, LI S M, et al. Effect of chloride ion and temperature on corrosion of aluminum alloy in coolant [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2243-2249 (in Chinese).

本文采用动电位极化曲线法、电化学阻抗法等电化学方法,研究了 $c(Cl^-)$ 对防锈铝在乙二醇水溶液中腐蚀行为的影响。采用金相显微镜、扫描电镜对铝合金腐蚀后的表面形貌进行观察,并对蚀坑做了记录和统计分析。

1 试 验

1.1 电极和溶液

试验所采用的材料为防锈铝,牌号为 5A02,材料从防锈铝板材上切下,加工成直径为 10 mm 的圆柱。材料的质量分数为: Cu 0.05, Mn 0.6, Fe 0.30, Si 0.30 , Mg 0.5, Ti 0.05, Zn 0.2 和余量 Al。铝电极放入胶木粉中封装,留出 0.785 cm^2 的工作面积。从试样后面焊接一条铜导线用作电极引线;电极的非工作面用环氧树脂密封。每个电极的工作面用 5000# 砂纸打磨。然后分别用酒精和去离子水冲洗干净。溶液是由体积分数均为 50% 的乙二醇水组成,加入了不同浓度的 NaCl 来模拟含有氯离子的冷却液,浓度分别为 0、0.01、0.05、0.10 和 0.50 mol/L;做温度影响实验时 NaCl 浓度为 0.01 mol/L,试验温度分别为 30、40、50、60、70 和 80℃,试验的温度通过热电偶连接的水浴锅保持。

1.2 电化学测量

采用电化学工作站(CorrTest, CS150 Electrochemical Workstation)进行电化学测试。测试采用典型的三电极体系进行的,试样作为工作电极,铂电极作为辅助电极,饱和甘汞电极作为参比电极。在进行电化学测试之前,试样浸入静态溶液中至少 1 h 以得到一个相对稳定的腐蚀电位。在进行极化和阻抗测定之前,进行开路电位测量。不同 $c(Cl^-)$ 下动电位极化扫描速度为 30 mV/min,扫描范围是 -250 ~ 250 mV(vs. E_{ocp}, E_{ocp} 为开路电位),不同温度下动电位极化扫描以 30 mV/min 的速度从 -0.8 V 向正方向扫到 -0.45 V,通过 Zview 分析软件进行拟合,并计算腐蚀电流密度(i_{corr})、腐蚀电位(E_{corr})、阳极塔菲尔斜率(b_a)和阴极塔菲尔斜率(b_c)。

电化学阻抗采用 CHI660E 进行测量,频率范围为 100 ~ 10 000 kHz,交流信号振幅为 10 mV。每个试验测试了至少 3 个有用的平行试样以保证试验结果的重复性。

1.3 表面形貌观察

动电位极化以后,将防锈铝电极取下超声波清洗 10 min,在电极表面镀上一层铂金增强导电性来进行扫描电镜(Cam Scan3400)分析。电极不同区域的表面形貌特征用 2 000 倍放大倍数下表征。无重复的记录下显微镜视野里点蚀坑的总数和蚀坑口宽度。选取一部分腐蚀后试样用去离子水清洗后吹干用于宏观形貌观察。

2 试验结果

图 1 为室温防锈铝在含有 0.01 mol/L 氯离子的乙二醇水溶液测试的电位(E)与时间(t)的曲线。从图中可以看出,开路电位刚开始上升而后在 -0.58 V 附近波动。

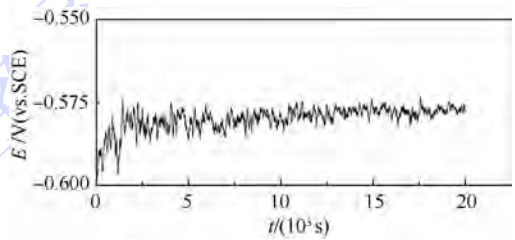


图 1 室温下防锈铝在含有 0.01 mol/L 氯离子的乙二醇水溶液中的电位与时间曲线

Fig. 1 Corrosion potential and time curve of aluminum alloy in ethylene glycol-water solution containing 0.01 mol/L chloride ions at room temperature

2.1 氯离子影响电化学结果

图 2 为防锈铝在 $c(Cl^-)$ 下的极化曲线。从图中可以看出,各条曲线形状相似,表明在不同浓度氯离子存在条件下,铝合金有着相同的腐蚀过程。另外图中曲线都没有出现钝化区,说明在不同浓度氯离子溶液中并未发生钝化现象。随着 $c(Cl^-)$ 的升高,阳极电流密度(i)增加,腐蚀电位(E_{corr})负移。由图 2 拟合的自腐蚀电流密度、自腐蚀电位、阴极阳极塔菲尔斜率结果如表 1 所示。

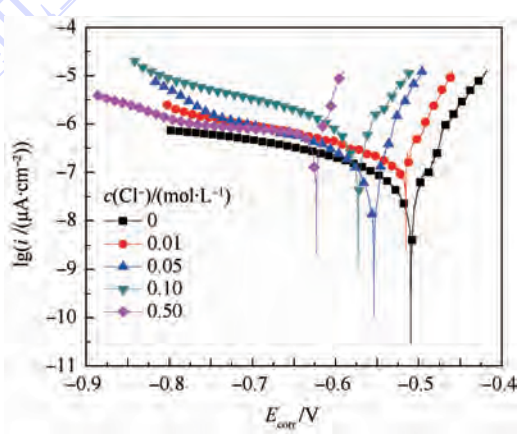


图 2 室温下防锈铝在不同氯离子浓度下的极化曲线

Fig. 2 Polarization curves of aluminum alloy under different concentrations of chloride ion at room temperature

北航学报 赠阅

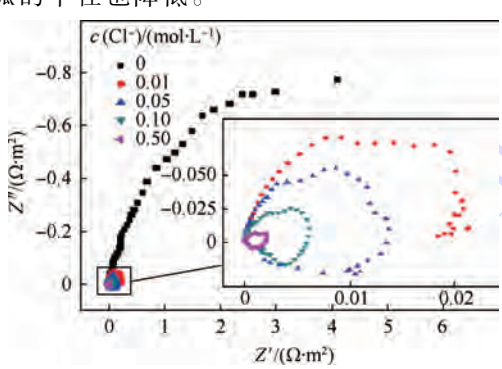
表 1　防锈铝在不同氯离子浓度的极化曲线拟合的电化学参数值

Table1　Fitted electrochemical parameters of polarization curves of aluminum alloy under different concentrations of chloride ion

$c(Cl^-)$/(mol·L^{-1})	E_{corr}/mV	i_{corr}/(μA·cm^{-2})	b_a/mV	b_c/mV
0	-508.2	0.726	37.41	-207.92
0.01	-521.8	1.360	32.22	-162.71
0.05	-550.0	2.090	31.77	-218.96
0.10	-563.5	6.320	27.78	-241.79
0.50	-615.4	8.970	16.42	-863.14

从拟合的结果看,腐蚀电位负移,一般情况下,自腐蚀电位越负说明电极表面状态越活泼,随着 $c(Cl^-)$ 升高,电极变得更容易受到腐蚀,腐蚀倾向变大;阴极、阳极塔菲尔斜率降低说明腐蚀反应所受阻力降低,阳极反应更容易进行。自腐蚀电流密度 i_{corr} 变大,自腐蚀电流密度从 0.726 μA·cm^{-2} 增加到 8.97 μA·cm^{-2},增加了一个数量级,说明 $c(Cl^-)$ 升高到 0.50 mol/L 后腐蚀程度加剧很明显。随着溶液 $c(Cl^-)$ 增大,反应体系阴阳极反应阻力变小,从而导致合金基体表面更容易受到氯离子的侵蚀,自腐蚀电流密度变大,金属溶解速度加快,金属腐蚀速度显著加剧。

图 3 为室温下防锈铝在含有不同氯离子浓度的乙二醇水溶液中的 Nyquist 图。从图中可以看出,随着 $c(Cl^-)$ 不同,观察到两种阻抗谱特征。当 $c(Cl^-)$ 为 0 和 0.01 mol/L 时,阻抗谱的特征为一个高频容抗弧和一个低频容抗弧;当 $c(Cl^-)$ 为 0.05、0.10 和 0.50 mol/L 时,阻抗谱特征为高频容抗弧和低频区的感抗弧。随着 $c(Cl^-)$ 的升高,高频容抗弧的半径降低,低频感抗弧的半径也降低。



Z', Z''—阻抗实部和虚部。

图 3　室温下防锈铝在含有不同氯离子浓度的乙二醇水溶液中的 Nyquist 图

Fig. 3　Nyquist diagrams of aluminum alloy in ethylene glycol-water solution containing different concentrations of chloride ion at room temperature

2.2　温度影响电化学结果

图 4 为防锈铝在含有 0.01 mol/L 氯离子的乙二醇水溶液中不同温度(T)下的极化曲线,可以看出,防锈铝在含有氯离子的乙二醇水溶液中并不会发生钝化。随着温度升高,铝的腐蚀电位降低而阳极电流密度呈升高趋势。拟合的自腐蚀电流密度、自腐蚀电位、阴极阳极塔菲尔斜率结果如表 2 所示。

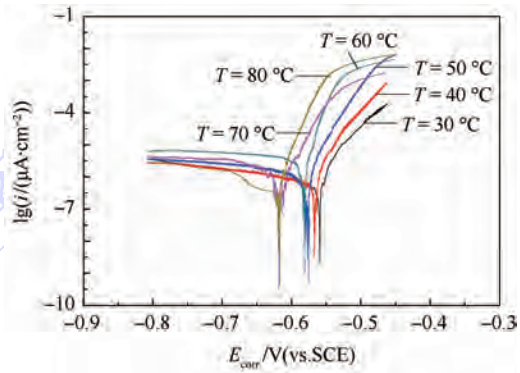


图 4　防锈铝在含有 0.01 mol/L 氯离子的乙二醇水溶液中不同温度下的极化曲线

Fig. 4　Polarization curves of aluminum alloy in ethylene glycol-water solution containing 0.01 mol/L chloride ions at different temperatures

表 2　防锈铝在不同温度下的极化曲线拟合的电化学参数值

Table 2　Fitted electrochemical parameters of polarization curves of aluminum alloy at different temperatures

T/℃	E_{corr}/mV	i_{corr}/(μA·cm^{-2})	b_a/mV	b_c/mV
30	-577	0.77	45.9	-317
40	-584	0.92	38.2	-402
50	-585	1.59	31.7	-545
60	-589	2.49	27.5	-656
70	-608	3.87	26.5	-458
80	-618	3.91	19.3	-287

从表 2 可以看出温度升高,自腐蚀电位 E_{corr} 负移。温度升高有促进阳极金属溶解的趋势。随着温度升高,阴极塔菲尔斜率 b_c 从 -317 mV 降低到 -656 mV 然后又上升到 -287 mV,这说明阴极反应随着温度升高有先升高后降低的趋势。阴极反应速度在 60℃ 达到最大值。阳极塔菲尔斜率 b_a 从 45.9 mV 降低到 19.3 mV,说明了温度升高降低了阳极反应阻力。自腐蚀电流密度 i_{corr} 随着温度的升高而增大,说明了温度越高腐蚀速度越大。

图 5 为防锈铝在含有 0.01 mol/L 氯离子的乙二醇水溶液中不同温度下的 Nyquist 图。从图中可以看出,在高频区每一个阻抗谱图都有一个容抗弧。在低频区,温度为 30、40、50、60 ℃时,阻抗谱图都有一个典型的扩散特征:一条直线。而当

北航学报 赠阅

温度为 70、80℃时，这条扩散特征的直线就被一段感抗弧所代替，并且感抗弧的直径随着温度的升高而降低；同时容抗弧的半径也随着温度的升高而降低。

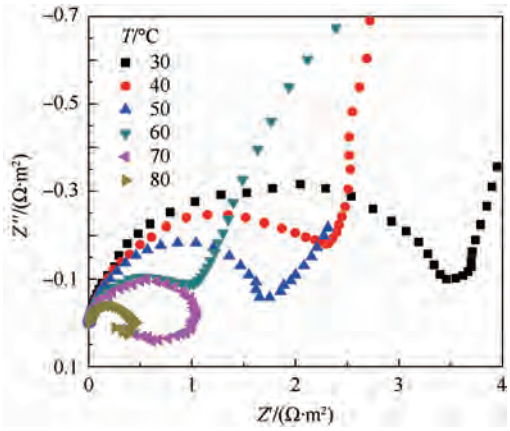


图 5 防锈铝在含有 0.01 mol/L 氯离子的乙二醇水溶液中不同温度下的 Nyquist 图

Fig. 5 Nyquist diagrams of aluminum alloy in test ethylene glycol solution containing 0.01 mol/L chloride ions at different temperatures

2.3 表面形貌

图 6 为防锈铝在不同氯离子浓度溶液中极化曲线测量以后的宏观表面形貌图。从图中可以看出，不同 $c(Cl^-)$ 下经过极化后，防锈铝表面都发生了点蚀，且点蚀坑的尺寸随着 $c(Cl^-)$ 的升高而变大。

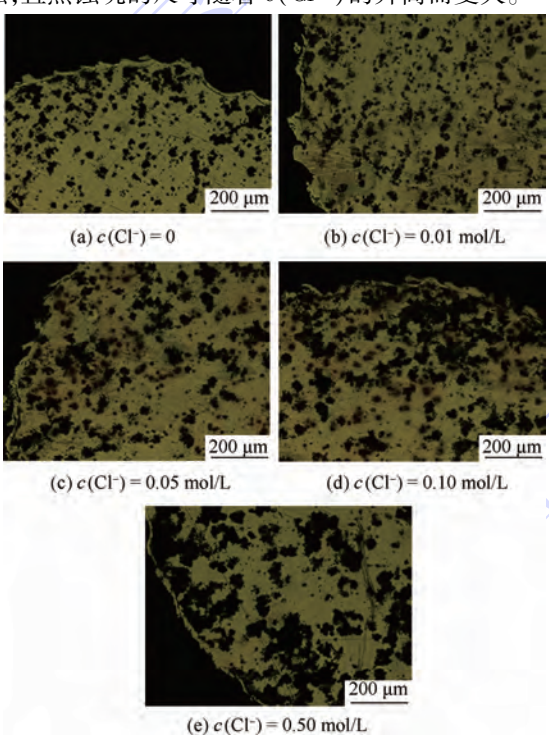


图 6 防锈铝在不同氯离子浓度溶液中极化后的金相显微镜照片

Fig. 6 Metallurgical photographs of aluminum alloy after polarization in solution containing different concentrations of chloride ion

图 7 为不同温度下的防锈铝在极化曲线测量以后的表面形貌扫描电镜（SEM）照片；图 8 为统计的每 mm^2 内的点蚀坑的数量（n），从图中可以看出，不同温度下经过极化后，各个电极表面都发生了点蚀，且点蚀坑口宽度都随着温度的升高而升高，蚀坑数量随着温度升高而稍有降低。

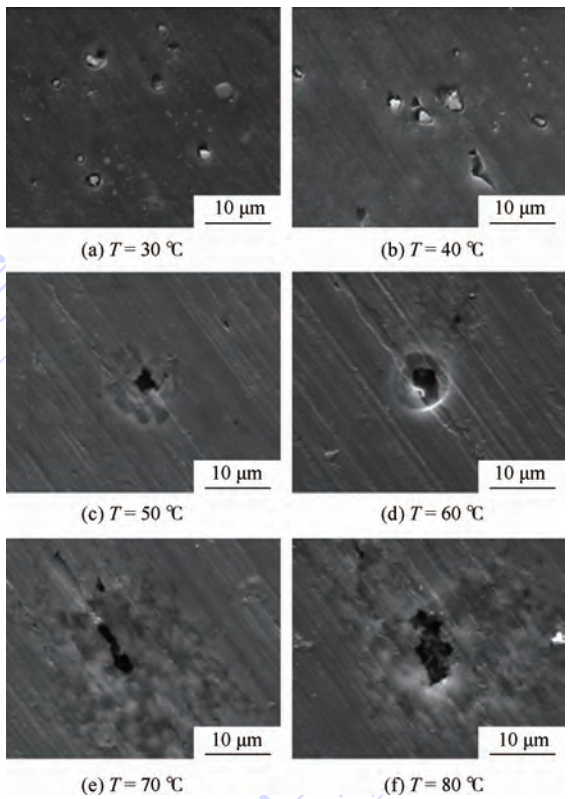


图 7 防锈铝在不同温度下极化后的扫描电镜照片

Fig. 7 SEM photographs of aluminum alloy after polarization at different temperatures

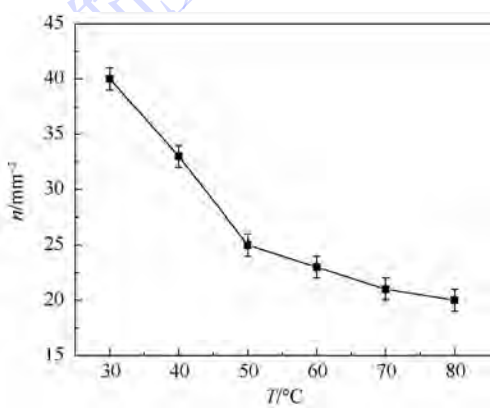


图 8 不同温度下点蚀坑数量统计

Fig. 8 Pit number at different temperatures

3 分析讨论

3.1 反应机理与电化学讨论

一般的铝合金在含有氯离子的中性水溶液中的腐蚀反应如下。

北航学报 赠阅

阴极反应:

$$O_2 + 2H_2O + 4e \rightarrow 4OH^- \quad (1)$$

阳极反应:

$$Al \rightarrow Al^{3+} + 3e \quad (2)$$

$$Al^{3+} + 3OH^- \rightarrow Al(OH)_3 \quad (3)$$

当有氧气存在时,铝的表面就会产生一层氧化铝膜层。当溶液中含有乙二醇,乙二醇将会被还原,阴极反应增加了乙二醇的还原反应,产生醇化铝膜层[18]。

$$CH_2CH_2(OH)_2 + e \rightarrow OHCH_2CH_2O^- + H \quad (4)$$

$$Al^{3+} + 3OHCH_2CH_2O^- \rightarrow Al(OHCH_2CH_2O)_3 \quad (5)$$

醇化铝主要在氧气不足时产生。因此最终形成的氧化膜是氧化铝和醇化铝的混合[19]。

图 1 中开路电位的正移说明电极在浸入溶液后发生了氧化。铝在溶液中发生溶解,阴极发生还原反应,金属铝被氧化生成膜层。开路电位最后稳定在一具体值,说明金属的溶解和膜层的形成达到一个动态的平衡。

室温下没有氯离子存在时,防锈铝的耐腐蚀性能比较好。图 2 和表 1 中 $c(Cl^-)=0$ 时的自腐蚀电位最正,自腐蚀电流密度最低,阴极和阳极塔菲尔斜率最大。当有氯离子存在,氯离子对氧化膜表面的穿透作用极强,氧化膜遭到破坏;金属发生点蚀的前置过程是氯离子的吸附。由于最终形成的氧化膜是氧化铝和醇化铝的混合,氯离子覆盖在金属表面慢慢代替 $Al(OH)_3$ 基体上的 OH^- 和 $Al(OHCH_2CH_2O)_3$ 上的 $OHCH_2CH_2O^-$ 形成 $AlCl_3$。

$$Al(OH)_3 + 3Cl^- \rightarrow AlCl_3 + 3OH^- \quad (6)$$

$$Al(OHCH_2CH_2O)_3 + 3Cl^- \rightarrow AlCl_3 + 3OHCH_2CH_2O^- \quad (7)$$

$Al(OH)_3$ 基体上的 OH^- 和 $Al(OHCH_2CH_2O)_3$ 上的 $OHCH_2CH_2O^-$ 被氯离子替代形成 $AlCl_3$ 后,膜层被破坏,耐腐蚀性能下降。随着 $c(Cl^-)$ 的升高,氯离子对氧化铝和醇化铝膜层产生的破坏作用增强,材料的耐腐蚀性能严重下降。

在图 3 阻抗谱中的高频容抗弧与氧化膜的形成有关,而低频感抗弧或者容抗弧与界面转移反应有关[20]。高频容抗弧半径越大说明铝合金氧化膜稳定性越好,保护性和耐腐蚀性就强。$c(Cl^-)=0$ 时,高频容抗弧的半径远大于有氯离子存在时的半径,再次说明没有氯离子存在时防锈铝有良好的耐腐蚀性能。随着氯离子的出现,容抗弧半径减小,氧化膜耐腐蚀性能开始下降。当 $c(Cl^-)>0.05$ mol/L 时,在低频区出现了感抗弧,这个感抗弧是由于腐蚀反应过程中中间产物的吸附作用增强引起的。这些中间产物主要是在 $Al(OHCH_2CH_2O)_3$ 上的 $OHCH_2CH_2O^-$ 被 Cl^- 替代形成的 $AlCl_3$ 过程中产生的 $Al(OHCH_2CH_2O)^{2+}$、$Al(OHCH_2CH_2O)Cl^+$ 和 $Al(OHCH_2CH_2O)_2Cl$[21]。中间产物吸附在氧化膜表面会降低氧化膜的稳定性,减弱其保护性。当 $c(Cl^-)$ 较低时,例如 $c(Cl^-)<0.01$ mol/L 时,中间产物的吸附影响并不明显,当 $c(Cl^-)$ 升高到 0.05 mol/L时,反应中间产物吸附作用的增强,将导致腐蚀的加剧和耐腐蚀性能的明显下降。在宏观上表现为点蚀坑尺寸增大、深度增大、小的点蚀坑融合成大的斑状点蚀坑。

当温度升高时,阴极反应和阳极反应的活化能降低,反应阻力变小,反应速率变快。电极表面状态变得更活泼,所以自腐蚀电位负移,阴极、阳极塔菲尔斜率减小,如图 5 和表 2 所示。从自腐蚀电流密度 i_{corr} 来看,腐蚀随着温度的升高而加剧。

在有氧气存在的条件下,阴极反应是由氧的扩散和还原支配的,当温度升高时,氧分子的扩散系数增加,乙二醇黏度降低[14],加快了氧气的扩散从而使阴极电流密度增加。但是,温度升高时,氧气的溶解度降低,随着反应进行氧含量降低,阴极反应没有足够的氧气支撑,从而受到抑制。温度上升到 60℃ 时阴极反应速度达到最大值。而温度对阳极反应一直是促进的,阳极金属溶解速度随着温度升高而升高。从整体上看,整个腐蚀过程随着温度的升高而加速,这也是导致自腐蚀电流密度 i_{corr} 升高的原因。

不同温度下电化学阻抗谱(EIS)测试中,较低温度下观察到的扩散特征代表了 Warburg 阻抗,是含有氧气扩散的腐蚀过程的典型特征[22]。这表明质子转移步骤在反应过程中起了重要作用。Warburg 阻抗随着温度的升高而变小,当温度高于 60℃ 时消失,说明扩散的支配作用随着温度升高而变小。温度高于 60℃ 时出现了腐蚀产物的吸附引起的容抗弧。当温度较高时,中间产物在氧化膜表面的吸附作用增强,从而导致容抗弧的出现。随着温度的升高高频容抗弧的半径一直减小,也说明了随着温度升高耐腐蚀性减弱,氧化膜的保护作用减弱,防锈铝更容易受到氯离子侵蚀。

3.2　对点蚀的影响

从扫描电镜照片的形貌上看,不同 $c(Cl^-)$ 下经过极化后,防锈铝表面都发生了点蚀,且点蚀坑数量增加的同时尺寸随着 $c(Cl^-)$ 的升高而变大。

北航学报 赠阅

由此可见氯离子对防锈铝点蚀的影响主要体现在促进点蚀形核和促进点蚀坑的生长。不同温度下,椭圆形蚀坑尺寸随着温度的升高而升高,而蚀坑的数量反而有所降低,这说明温度影响的是单个点蚀坑的大小(蚀坑口宽度和蚀坑深度)、生长程度而并没有显著增加点蚀的形核率。

防锈铝在含有氯离子的乙二醇水溶液中,当室温下 $c(Cl^-)$超过一定值(0.05 mol/L),或者在含有 0.01 mol/L 的氯离子、温度高于某一温度(60℃)时,其电化学阻抗谱都表现出一共同特征:出现由于反应中间产物吸附产生的感抗弧。一般认为这个时候点蚀正在电极表面萌生[23]。也就是说在乙二醇水溶液中,防锈铝点蚀的萌生是由溶液中 $c(Cl^-)$和温度共同影响决定的。不同的温度下都存在一个点蚀萌生的氯离子门槛值。$c(Cl^-)$高于这个门槛值时,点蚀萌生。在门槛值下,温度升高时,点蚀萌生。粗略地估计点蚀萌生氯离子的门槛值可以评价点蚀发生的敏感性。在室温时,防锈铝在体积分数均为 50% 的乙二醇和水溶液中的点蚀萌生氯离子门槛值在 0.01 ~0.05 mol/L之间;在 60℃时,防锈铝在体积分数均为 50% 的乙二醇和水溶液中的点蚀萌生氯离子门槛值小于 0.01 mol/L。可见,点蚀萌生氯离子门槛值随着温度的升高而降低。从另一个方面说明温度升高使腐蚀更容易发生,温度促进点蚀生长。

4 结 论

1) 在乙二醇水(体积比 1∶1)溶液中,室温下没有氯离子存在时,防锈铝的耐腐蚀性能很好。防锈铝表面形成较稳定的氧化铝和醇化铝膜层。

2) 当氯离子出现时,氯离子吸附在氧化膜表面,对氧化膜表面造成破坏,造成点蚀。反应过程中产生的中间产物会吸附在氧化膜表面,当 $c(Cl^-)$不高时(小于 0.01 mol/L),这种吸附作用不明显;当 $c(Cl^-)$较高(高于 0.05 mol/L)时,中间产物吸附作用就会增强,阻抗谱中低频区出现感抗弧,点蚀萌生。随着 $c(Cl^-)$增高,防锈铝的腐蚀加剧,耐腐蚀性能下降。

3) 随着温度的升高,电极表面状态变得更活泼,阴极反应和阳极反应的活化能降低,反应阻力变小,腐蚀速度增大。温度升高的同时,溶解氧含量下降,阴极反应受到抑制。与此同时扩散过程在整个腐蚀反应过程中的支配性降低,中间产物在氧化膜表面的吸附作用增强,从而导致低频容抗弧的出现。

4) 从形貌分析上看,氯离子明显的促进点蚀坑的生长;温度对点蚀的影响主要体现在影响单个点蚀坑的几何大小(蚀坑口宽度和蚀坑深度)和生长程度,而并没有显著增加点蚀的形核率。

参考文献(References)

[1] 刘建华,高庆娜,李英东,等. 5A05 和 2A12 铝合金在硫酸-己二酸中阳极氧化行为及膜层电化学性能研究[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(5):757-763.
LIU J H,GAO Q N,LI Y D,et al. Oxidation behavior of aluminum alloy 5A06 and 2A12 in sulfuric-adipic acid and eletrocheical property of anodic oxide[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(5):757-763(in Chinese).

[2] SU J X,MA M Y,WANG T J,et al. Fouling corrosion in aluminum heat exchanger[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2015,28(3):954-960.

[3] WEON J I. Corrosion mechanism of aluminum alloy by ethylene glycol-based solution[J]. Materials Corrosion,2013,64(1):50-59.

[4] MONTICELLI C,BRUNORO G,ZUCCHI F. Inhibition of localized attack on the aluminum alloy AA 6351 in glycol/water solutions[J]. Materials and Corrossion,1989,40(6):393-398.

[5] VIGDOROVIVH V I,TSYGANKOVA L E. Corrosion of aluminum in sulfate ethylene glycol solutions[J]. Corrosion Science,1993,13(2):215-222.

[6] MONTICELLI C,BRUNORO G,FRIGNANI A. Corrosion behavior of the aluminum alloy AA 6351 in glycol/water solutions degraded at elevated temperature[J]. Materials and Corrosion,1988,39(4):379-384.

[7] 战广深,殷正安. NaCl 溶液中氯离子浓度对铝合金电偶腐蚀的影响[J]. 材料保护,1994,27(2):20-23.
ZHAN G S,YIN Z A. Effect of concentration of chloride in NaCl solution to galvanic corrosion of aluminum[J]. Material Protection,1994,27(2):20-23(in Chinese).

[8] ABIOLA O K,OTAIGBE J O E. Effect of common water contaminants on the corrosion of aluminum alloys in ethylene glycol-water solution[J]. Corrosion Science,2008,50(1):242-247.

[9] ZHOU W,AUNG N N,CHOUDHARY A. Heat-transfer corrosion behavior of cast Al alloy[J]. Corrosion Science,2008,50(12):3308-3313.

[10] ZAHARIEVA J,MILANOVA M,MITOV M,et al. Corrosion of aluminum and aluminum alloy in ethylene glycol-water mixtures[J]. Journal of Alloys and Compounds,2009,470:397-403.

[11] 范金龙,龚敏,侯肖,等. 3A21 铝合金在乙二醇水溶液中的腐蚀行为[J]. 腐蚀与防护,2014,35(11):1116-1121.
FAN J L,GONG M,HOU X,et al. Corrosion behavior of 3A21 aluminum alloy in ethylene glycol water solution[J]. Corrosion and Protection,2014,35(11):1116-1121(in Chinese).

[12] FERIKY A M,FATAYERJI M Z. Electrochemical corrosion behavior of AZ91D alloy in ethylene glycol[J]. Electrochimica Acta,2009,54(26):6522-6528.

北航学报 赠阅

[13] LUO C,GAO M,SUN Z,et al. FIB-SEM investigation on corrosion propagation of aluminum-lithium alloy in sodium chloride solution[J]. Corrosion Engineering Science and Technology: The International Journal of Corrosion Processes and Corrosion Control,2015,50(5):390-396.

[14] XU L Y,CHENG Y F. Electrochemical characterization and CFD simulation of flow-assisted corrosion of aluminum alloy in ethylene glycol-water solution[J]. Corrosion Science,2008,50(7):2004-2010.

[15] LIU Y,CHENG Y F. Effects of coolant chemistry on corrosion of 3003 aluminum alloy in automotive cooling system[J]. Material Corrosion,2010,61(7):574-578.

[16] WONG D,SWETTE L. Aluminum corrosion in uninhibited ethylene glycol-water solutions[J]. Journal of the Electrochemical Society,1979,126(1):11-15.

[17] BAZELEVA N A,HERASYMENKO Y S. Corrosion-electrochemical behavior of aluminum alloys in aqueous ethylene glycol media[J]. Material Science,2007,43(6):851-860.

[18] LIU Y,CHENG Y F. Characterization of passivity and pitting corrosion of 3003 aluminum alloy in ethylene glycol-water solutions[J]. Journal of Applied Electrochemstry,2011,41(2):151-159.

[19] NIU L,CHENG Y F. Electrochemical characterization of metastable pitting of 3003 aluminum alloy in ethylene glycol-water solution[J]. Material Society,2007,42(20):8613-8617.

[20] ZHANG G A,XU Y L,CHENG Y F. Investigation of erosion-corrosion of 3003 aluminum alloy in ethylene glycol-water solution by impingement jet system[J]. Corrosion Science,2009,51(2):283-290.

[21] ZHANG G A,XU Y L,CHENG Y F. Mechanistic aspects of electrochemical corrosion of aluminum alloy in ethylene glycol-water solution[J]. Electrochimica Acta,2008,53(28):8245-8252.

[22] NIU L,CHENG Y F. Cathodic reaction kinetics and its implication on flow-assisted corrosion of aluminum alloy in aqueous ethylene glycol solution[J]. Journal of Applied Electrochemistry,2009,39(8):1267-1272.

[23] NIU L,CHENG Y F. Synergistic effects of fluid flow and sand particles on erosion-corrosion of aluminum in ethylene glycol-water solutions[J]. Wear,2008,265(3-4):367-374.

作者简介:

陈鑫　男,硕士研究生。主要研究方向:金属腐蚀与防护。

Tel.:010-82317103

E-mail:1241296881@qq.com

李松梅　女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:材料电化学、微生物腐蚀、材料表面电化学改性等。

Tel.:010-82317103

E-mail:songmei_li@buaa.edu.cn

Effect of chloride ion and temperature on corrosion of aluminum alloy in coolant

CHEN Xin, TIAN Wenming, LI Songmei*, GAO Shulun, LIU Jianhua

(School of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The effect of chloride concentration and temperature on the corrosion of aluminum alloy in the stimulated coolant was studied by potentiodynamic polarization and electrochemical impedance spectra. The surface characterization of aluminum alloy after polarization was featured by metallurgical microscope and scanning electron microscope. The results show that chloride ions would be involved in the film formation, and decrease the stability of the film. Under a certain temperature (30℃), when the concentration of chloride ion is higher than 0.01 mol/L, the adsorption of intermediate was significant. Inductive loop emerged in the low frequency part of Nyquist diagram, and pits initiate. With the increase of chloride ion concentration (more than 0.01mol/L), the corrosion resistance of aluminum alloy decreased. With the increase of temperature, as the resistance of anodic and cathodic reaction decreased, the rate of anodic and cathodic reaction increased, and corrosion rate increased. When the temperature rose, the dominant effect of diffusion in corrosion process was weakened due to the content of oxygen decreased, the adsorption effect of intermediate was enhanced and inductive loop emerged in the low frequency part. Temperature affects the size of single pit and facilitates the growth of pits.

Key words: chloride ion; temperature; aluminum alloy; coolant; ethylene glycol; corrosion behavior

Received: 2015-09-23; **Accepted**: 2015-10-30; **Published online**: 2015-12-08 14:53

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1453.005.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51271012)

* **Corresponding author**. Tel.: 010-82317103　E-mail: songmei_li@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0649

基于宽窄带微多普勒信息的进动目标特征提取

赵双，鲁卫红，冯存前*，贺思三，李靖卿

（空军工程大学 防空反导学院，西安 710051）

摘 要：微动特征是弹道目标识别的重要特征之一。针对锥体目标模型，提出了一种基于宽窄带相结合的混合体制雷达网的微动参数提取方法。首先，在详细分析锥体目标等效散射中心微多普勒变化规律的基础上，利用微多普勒和差比实现了不同体制雷达回波中散射中心的匹配关联。其次，构建宽窄带微多普勒信息联合方程组，提取出锥体目标的进动角、底面半径、锥体高度等参数，并进一步对目标参数估计精度随曲线参数提取误差变化的关系做了比较研究。最后，仿真结果表明，在曲线参数提取值存在一定误差时，目标参数估计精度仍然较高。

关 键 词：弹道目标；进动特征；微多普勒；目标识别；雷达组网
中图分类号：TN957
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2250-08

弹道导弹攻防对抗的关键仍是对目标进动和结构参数的联合提取，单部雷达由于其视角局限性，通常都需要已知目标的进动角或者某些结构参数才能准确提取目标特征[1-3]，而对于非合作目标，这些参数信息都难以提前获知，因此该类方法实用性不高。目前，考虑到雷达组网能极大地丰富目标观测信息，提高防御系统对抗群目标突防及有源无源干扰的性能，因而备受关注[4-8]。

文献[7]在宽带组网体制下，详细分析了不同视角观测时旋转对称锥体目标的一维距离像特性，并基于时间距离像分布准确估计出了锥体目标的特征参数。文献[8]通过三站一维距离像融合实现了锥体目标的三维重构及参数提取。文献[9]在窄带组网体制下，推导了不同视角散射中心瞬时频率变化关系，利用频谱熵实现了散射中心的匹配关联，并进一步提出了基于散射中心瞬时频率相关性的目标参数提取算法。然而，上述目标特征提取算法均是在单一体制雷达网中进行的，基于混合体制雷达组网的目标参数提取研究则相对较少。考虑到在实际作战条件下，利用不同体制雷达对目标同时进行观测的可能性较大，且混合体制雷达网较单一雷达网能更好地实现全空域、跨频段的目标联合识别，极大地提高防御系统的反隐身、抗干扰性能，因此，进行混合体制雷达网中的目标识别研究是十分必要的。目前，国内主要处于理论研究阶段，文献[10]在总结基于宽带雷达网和窄带雷达网的目标微动特征提取研究现状的基础上，对基于宽窄带混合体制雷达网的弹道目标识别技术进行了深入探讨，并依据现有雷达工作模式初步提出了2种混合体制雷达网的构成方案。且研究表明[11]，对目标同一散射中心而言，窄带雷达获取的微多普勒曲线可以等效为宽带雷达获得的距离像曲线的导函数，文献[12]正是基于此思想对宽窄带混合体制雷达网

收稿日期：2015-10-08；**录用日期**：2016-01-15；**网络出版时间**：2016-04-01 17:07
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160401.1707.006.html
基金项目：国家自然科学基金（61372166）；陕西省自然科学基础研究计划（2014JM8308）
* **通讯作者**：Tel.：029-84789131 E-mail：fengcunqian@sina.com

引用格式：*赵双，鲁卫红，冯存前，等. 基于宽窄带微多普勒信息的进动目标特征提取[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2250-2257. ZHAO S，LU W H，FENG C Q，et al. Feature extraction of precession targets based on wideband and narrowband micro-Doppler information[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2250-2257 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

中旋转目标的微多普勒效应进行分析,并实现了目标三维微动特征的提取。国外,Linde[13]对基于宽窄带混合体制雷达网的非合作目标识别技术进行了深入探讨,并依据现有雷达工作模式初步提出了两种混合体制雷达网的构成方案,其中一种已在美国 Senrad 雷达上得到了应用,并且针对飞机目标的识别进行了相关测试。

本文在文献[7]的基础上,进一步对宽窄带混合体制雷达网中的目标参数提取进行了研究。首先建立了锥体目标进动模型,详细分析了宽带和窄带体制下进动对回波的调制特性。然后利用微多普勒和差比实现了不同体制下散射中心的匹配关联,并提出了通过一部宽带雷达和一部窄带雷达联合提取目标参数的新方法。最后,仿真分析了散射中心曲线提取误差对目标参数提取精度影响。

1　进动模型

首先建立宽窄带混合体制雷达网观测模型如图 1 所示,O'-xyz 为全局坐标系;R_i 为雷达网中的第 i 部单基雷达,$i=1,2,\cdots,N$;$\boldsymbol{n}_i$ 为第 i 部雷达的单位视线方向。当雷达网探测空间存在多个目标时,本文假设目标匹配已经完成,且各雷达之间的时间同步精度已满足雷达网联合观测要求。现选取其中一部雷达进行分析,O-XYZ 为参考坐标系,其构建准则与文献[14]中相同。D、p、q 分别为锥体的 3 个强散射中心,ω_c 为锥旋角速度,(α,β)分别为雷达视线与目标锥旋轴、对称轴的夹角,θ 为进动角,ε 为半锥角,h 为锥体高度,r 为底面半径,h_1 和 h_2 则分别为 O 点与锥顶以及底面中心的距离,且在远场条件下,雷达与 O 点的距离为 R_0。

对于单部雷达而言,当 β 满足 $\beta\in(0,\varepsilon)\cup(\pi/2,\pi-\varepsilon)$时,锥体 3 个散射中心同时可见,且

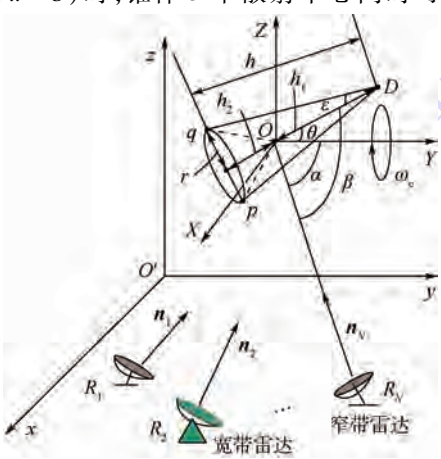


图 1　组网雷达示意图

Fig. 1　Sketch map of netted radar

通常 ε 较小[7],因此本文主要在视角范围为 $\beta\in(\pi/2,\pi-\varepsilon)$内进行算法研究。

t 时刻,取锥体对称轴上的单位方向向量为

$$\boldsymbol{L}=[\sin\theta\sin(w_c t+\varphi_i),\cos\theta,\sin\theta\cos(w_c t+\varphi_i)]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

式中:φ_i 为初始相位角。

雷达网中,第 i 部雷达视线方向向量定义为

$$\boldsymbol{F}_i=[\sin\alpha_i,\cos\alpha_i,0]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

式中:α_i 为第 i 部雷达视线与锥旋轴的夹角。由式(1)、式(2)可知 β 满足:

$$\cos\beta(t)=\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{F}_i/(|\boldsymbol{L}||\boldsymbol{F}_i|)=\cos\theta\cos\alpha_i+\sin\theta\sin\alpha_i\sin(w_c t+\varphi_i) \tag{3}$$

进而可得各散射中心的径向距离表达式分别为[13]

$$\begin{cases}R'_D=R_0+h_1\cos\beta(t)\\ R'_p=R_0-h_2\cos\beta(t)+r\sin\beta(t)\\ R'_q=R_0-h_2\cos\beta(t)-r\sin\beta(t)\end{cases} \tag{4}$$

由式(4)可以看出,锥顶 D 的径向距离变化服从正弦规律,而 p、q 的径向距离随进动变化偏离了正弦规律,且三者均与目标的结构参数、进动角、雷达视线角有关,此时如果能准确提取出散射中心径向距离变化曲线参数,便可实现对目标进动和结构特征的求解。

2　信号模型

2.1　宽带信号模型

假设雷达发射线性调频信号为

$$s_t(t_m,t_k)=\mathrm{rect}\left(\frac{t_k}{T_p}\right)\cdot\exp\left[\mathrm{j}2\pi\left(f_1 t_k+\frac{1}{2}\gamma t_k^2\right)\right] \tag{5}$$

其中:

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t_k}{T_p}\right)=\begin{cases}1 & -\frac{T_p}{2}\leqslant t_k\leqslant\frac{T_p}{2}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{6}$$

式中:$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$;T_p 为脉冲宽度;f_1 为信号载频;γ 为调频率;$t_k=t-mT_r$ 为快时间,T_r 为脉冲重复周期,$m=0,1,\cdots,M-1$ 为发射脉冲序号;$t_m=mT_r$ 为慢时间。假设目标的平动已得到完全补偿,t_m 时刻第 l 个散射中心与雷达的径向距离为 $R_l(t_m)$,令参考距离 $R_{\mathrm{ref}}=R_0$,$R_{\Delta l}(t_m)=R_l(t_m)-R_{\mathrm{ref}}$,则回波信号经过去斜处理、去除视频残余项(RVP)和包络斜置项,可以得到目标的距离像表达式为

$$s_r(f_k,t_m)=\sum_{l=1}^{L}\left\{\sigma_l T_p\mathrm{sinc}\left[T_p\left(f_k+\frac{2\gamma}{c}\cdot R_{\Delta l}(t_m)\right)\right]\cdot\exp\left(-\mathrm{j}\frac{4\pi f_1}{c}R_{\Delta l}(t_m)\right)\right\} \tag{7}$$

式中:L 为目标上等效散射中心的个数;c 为光速;σ_l 为第 l 个散射中心的散射系数,进一步观察可

北航学报 赠阅

知距离像的峰值出现在:

$$f_k = -\frac{2\gamma}{c}R_{\Delta l}(t_m) \tag{8}$$

对式(8)两边同时乘以系数因子 $-c/(2\gamma)$,便可实现距离定标,使散射中心在距离像中的峰值位置与微距离变化保持一致。结合式(4)可得第 1 节中锥体目标各散射中心微距离变化表达式为

$$\begin{cases} R_D = h_1\cos\beta(t) \\ R_p = -h_2\cos\beta(t) + r\sin\beta(t) \\ R_q = -h_2\cos\beta(t) - r\sin\beta(t) \end{cases} \tag{9}$$

2.2 窄带信号模型

假设雷达发射单频脉冲信号,在高频近似的条件下,目标呈光学区散射特性,目标回波可等效为几个强散射中心回波之和[15],若目标第 l 个散射中心在 t 时刻与雷达的距离为 $R_l(t)$,经正交双通道解调可以得到回波基带信号为

$$s_b(t) = \sum_{l=1}^{L}\sigma_l\exp\left[j\frac{4\pi f_2}{c}R_l(t)\right] \tag{10}$$

式中:f_2 为载波频率。对式(10)进行时频分析可得第 l 个散射中心的多普勒变化表达式为

$$f_l(t) = \frac{2f_2}{c}\cdot\frac{d}{dt}R_l(t) \tag{11}$$

假设目标平动已得到完全补偿,结合式(4)可得第 1 节中锥体目标各散射中心的微多普勒频率表达式为

$$\begin{cases} f_{d\text{-}D} = 2w_c h_1\sin\theta\sin\alpha_i\cos(w_c t + \varphi_i)/\lambda \\ f_{d\text{-}p} = 2w_c(-h_2 - r/\tan\beta(t))\sin\theta\sin\alpha_i\cdot \\ \qquad \cos(w_c t + \varphi_i)/\lambda \\ f_{d\text{-}q} = 2w_c(-h_2 + r/\tan\beta(t))\sin\theta\sin\alpha_i\cdot \\ \qquad \cos(w_c t + \varphi_i)/\lambda \end{cases} \tag{12}$$

从式(12)可以看出,$f_{d\text{-}D}$ 服从标准的正弦分布,而 $f_{d\text{-}p}$、$f_{d\text{-}q}$ 的包络还受到 $r/\tan\beta(t)$ 项的调制,变化形式复杂,难以直接用于目标参数求解。

进一步观察比较式(9)和式(12)发现,底面两个散射中心的微距离及微多普勒频率均具有对称结构。两散射中心的微距离正弦项同为 $R_1 = -h_2\cos\beta(t)$,微多普勒频率的正弦项同为 $f_{d1} = -2w_c h_2\sin\theta\sin\alpha\cos(w_c t + \varphi_i)/\lambda$,而非正弦项则只是正负符号相反,因而本文考虑利用该对称性来简化目标参数求解算法。

3 目标特征参数的宽窄带融合提取

3.1 散射中心关联特性分析

根据第 2 节分析可知,若利用宽带雷达和窄带雷达分别从不同视角对锥体目标进行观测,在得到的距离像和时频分布图中均将包含 3 个微动调制分量,由于观测视角及雷达体制不同,各散射中心的排列顺序也将存在差异,因而在对目标特征进行融合提取前,首先要进行散射中心的匹配关联。观察式(9)和式(12)可知,令 $k_1 = (R_p + R_q)/R_D$,$k_2 = (f_{d\text{-}p} + f_{d\text{-}q})/f_{d\text{-}D}$,两者满足:

$$k_1 = k_2 = -2h_2/h_1 \tag{13}$$

可以看出 k_1、k_2 均不随雷达观测视角和观测时间改变,仅与 h_1、h_2 有关。对式(9)和式(12)做进一步分析,令 $R_k = (R_p + R_q)/(R_p - R_q)$、$f_{dk} = (f_{d\text{-}p} + f_{d\text{-}q})/(f_{d\text{-}p} - f_{d\text{-}q})$,推导可得

$$R_k = -\frac{h_2}{r\tan\beta(t)} \tag{14}$$

$$f_{dk} = \frac{h_2\tan\beta(t)}{r} \tag{15}$$

由于本文选取的 $\beta\in(\pi/2, \pi-\varepsilon)$,于是 $\tan\beta(t)<0$,且 r、h_1 为目标结构参数均大于零。因此,在观测时间内 R_k、f_{dk} 分别满足 $R_k>0$,$f_{dk}<0$。若调换 R_k、f_{dk} 假设式中 p、q 的顺序,结果刚好相反。由此便可实现 p、q 两点的关联识别。

综上所述,基于微多普勒和差比的宽窄带匹配关联算法步骤如下:

Step 1 径向距离预处理。采用 ESPRIT 算法[16]提取宽带雷达距离像中某一时刻 3 个散射中心径向位置,求得其中任意两点径向距离之和与第 3 点径向距离的比值。

Step 2 瞬时频率预处理。采用峰值法提取窄带雷达时频图中某一时刻 3 个散射中心瞬时频率值,求得其中任意两点瞬时频率之和与第 3 点瞬时频率的比值。

Step 3 初步关联出锥顶散射中心。对预处理后的数据进行比较,根据式(13)识别出锥顶散射中心。

Step 4 对 2 个锥底散射中心进行细分。在区分出锥顶散射中心的基础上,分别求得剩余 2 个散射中心的径向距离和差比、瞬时频率和差比,借助式(14)、式(15)区分出 2 个锥底散射中心。

3.2 进动与结构参数提取

在 3.1 节分析的基础上,现利用一部宽带雷达和一部窄带雷达对目标特征参数进行融合提取。假设雷达 1 发射线性调频信号,雷达 2 发射单频脉冲信号,雷达视线角分别为 α_1 和 α_2,为进一步简化参数求解过程,可分别选取雷达 1 距离像中时刻 t_1 对应的散射中心径向距离,雷达 2 时频图中 t_2 时刻对应的散射中心瞬时频率进行计

北航学报 赠阅

算，且 t_1 和 t_2 分别满足 $\cos(w_c t_1 + \varphi_1) = 1$，$\cos(w_c t_2 + \varphi_2) = 1$，结合式(3)，由式(9)和式(12)可知此时锥顶散射中心径向位置取得均值，瞬时频率取得极值 $f_{d\text{-}D}(t_2)$ 为

$$f_{d\text{-}D}(t_2) = 2w_c h_1 \sin\theta \sin\alpha_2 \tag{16}$$

且 R_k、f_{dk} 的瞬时值分别为

$$R_k(t_1) = -\frac{h_2 \cos\theta \cos\alpha_1}{r\sqrt{1 - \cos^2\theta\cos^2\alpha_1}} \tag{17}$$

$$f_{dk}(t_2) = \frac{h_2\sqrt{1 - (\cos^2\theta\cos^2\alpha_2)}}{r\cos\theta\cos\alpha_2} \tag{18}$$

至此，便实现了目标各散射中心微距离和微多普勒频率表达式的联合化简。现采用扩展 Hough 变换提取雷达 1 获得的距离像中锥顶散射中心径向距离变化曲线参数，由式(9)可知曲线幅度 $A_D = h_1 \sin\theta \sin\alpha_1$，令 $m_1 = A_D / f_{d\text{-}D}(t_2)$，$m_2 = R_k(t_1)/f_{dk}(t_2)$，于是得到

$$\begin{cases} m_1 = \dfrac{\lambda \sin\alpha_1}{2\omega_c \sin\alpha_2} \\ m_2 = -\dfrac{\cos^2\theta\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{\sqrt{1 - \cos^2\theta\cos^2\alpha_1}\sqrt{1 - \cos^2\theta\cos^2\alpha_2}} \end{cases} \tag{19}$$

式(19)中包含 α_1、α_2、θ、w_c 4 个未知量，其中锥旋角频率 w_c 可采用文献[17]中的自相关函数凸包算法求得，这种改进的自相关法对先验信息的要求不高，且适用范围广，对宽、窄带回波分别得到的角频率求平均即可获得角频率的精确估计值 $\hat{w}_c$。

然而，在减少一个未知量的基础上，常规条件仍难以实现其他几个参数的求解。考虑 $\theta \in [5°, 15°]$ 时，$\cos^2\theta$ 的取值区间为 0.99 ~ 0.94，该变化对方程组求解结果影响不大[9,14]。基于此，现提出参数估计算法如下：

Step 1　对 α_1、α_2 进行粗估计。设定 θ 的取值范围为 5° ~ 15°，取值步长为 0.5°，由式(19)可求得各 θ 值所对应的 α_1、α_2，进而求平均可得粗估计值 $\hat{\alpha}_1$、$\hat{\alpha}_2$。

Step 2　对 r、θ 进行粗估计。令 $A = R_p(t_1) - R_q(t_1)$，$B = f_{d\text{-}p}(t_2) - f_{d\text{-}q}(t_2)$，将 $\hat{\alpha}_1$、$\hat{\alpha}_2$ 分别代入 A、B 中，通过最小二乘优化可得 r、θ 的估计值 $\hat{r}$、$\hat{\theta}$，此时 $\hat{\theta}$ 更接近真实值，$\hat{r}$、$\hat{\theta}$ 的表达式为

$$(\hat{r},\hat{\theta}) = \operatorname{argmin}\left[\left(A - 2r\sqrt{1 - \cos^2\theta\cos^2\alpha_1}\right)^2 + \left(B + \frac{4w_c r\sin\theta\cos\theta\sin\alpha_2\cos\alpha_2}{\lambda\sqrt{1 - \cos^2\theta\cos^2\alpha_2}}\right)^2\right] \tag{20}$$

Step 3　通过循环迭代对 α_1、α_2、r、θ 进行精估计。在 Step 2 求得 $\hat{\theta}$ 的基础上，进一步缩小 θ 取值范围，并设定取值步长为 0.05°，返回 Step 1 中，于是 α_1、α_2 的估计精度得到提高。重复 Step 2，从而实现了 r、θ 的精确提取。

Step 4　估计 h_1、h_2、h。在精确估计出 $\hat{\alpha}_1$、$\hat{\alpha}_2$、$\hat{r}$、$\hat{\theta}$ 的基础上，由式(17)、式(18)可求得 h_2 的 2 组不同估计值，通过求平均得到 $\hat{h}_2$ 的表达式为

$$\hat{h}_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\hat{r}\cos\hat{\theta}\cos\hat{\alpha}_2 f_{dk}(t_2)}{\sqrt{1 - \cos^2\hat{\theta}\cos^2\hat{\alpha}_2}} - \frac{\hat{r}R_k(t_1)\sqrt{1 - \cos^2\hat{\theta}\cos^2\hat{\alpha}_1}}{\cos\hat{\theta}\cos\hat{\alpha}_1}\right) \tag{21}$$

结合式(13)，令 $k = (k_1 + k_2)/2$，可以求得 $\hat{h}_1 = -2\hat{h}_2/k$，进一步得到 h 的估计值 $\hat{h}$ 为

$$\hat{h} = \hat{h}_2 - 2\hat{h}_2/k \tag{22}$$

4　仿真分析

4.1　目标参数估计

仿真时设置目标参数为：$h_1 = 2$ m，$h_2 = 0.5$ m，$r = 0.5$ m，$h = 2.5$ m，$\theta = 13°$，锥旋频率 $f_c = 4$ Hz。设置雷达参数为：雷达 1 发射信号载频 $f_1 = 10$ GHz，带宽为 4 GHz，脉冲重复频率为 1 kHz；雷达 2 发射信号载频为 $f_2 = 8$ GHz，脉冲重复频率为 2 kHz。2 部雷达观测视线与旋转轴的夹角分别为 $\alpha_1 = 120°$、$\alpha_2 = 135°$，积累时间均为 1 s，雷达信噪比(SNR)均为10dB。图2(a)为雷达1获得的目

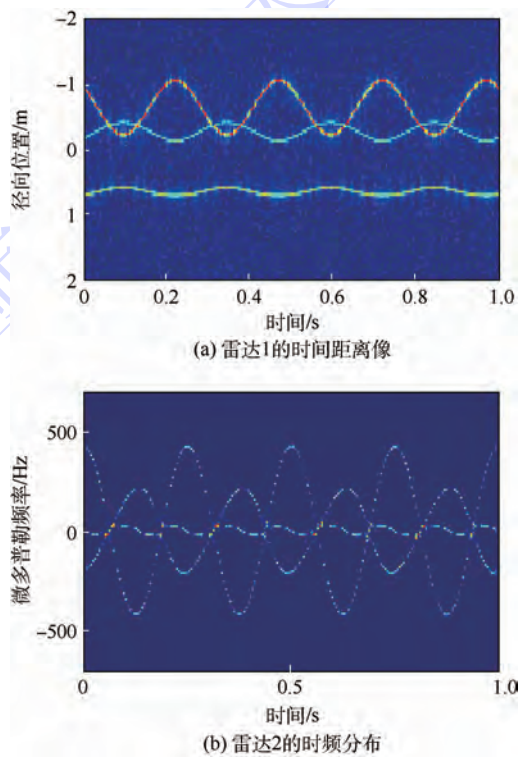


图 2　不同视角观测结果

Fig. 2　Observation results from different perspectives

北航学报 赠阅

标回波时间距离像,图 2(b)为雷达 2 获得的重排谱图,它有效地改善了信号分量的时频聚集性,对提高瞬时频率估计精度具有很大帮助。

对图 2 进行采样,并分别借助 ESPRIT 算法和峰值法提取出雷达 1 的散射中心径向位置和雷达 2 的散射中心瞬时频率值,进一步运用 3.1 节中的散射中心关联匹配准则完成散射中心匹配如图 3 所示,表 1 为此时提取的各散射中心对应径向位置和瞬时频率值。图 4 为采用扩展 Hough 变换检测图 2(a)中锥顶散射中心径向位置变化曲线所得的曲线振幅、中值二维参数空间,提取得到正弦曲线振幅为 0.412 5 m,相对误差为 2.44%。

结合表 1,将提取结果代入式(19)中,利用本文 3.2 节算法可求得目标参数值如表 2 所示,其中 α_1、α_2、r、θ 的估计精度较高,而 h、h_1、h_2 的估计精度相对较低,这主要是由于后三者的估计方法中用到了其他估计参数,产生了误差积累。此外,将本文方法与其他目标参数提取方法进行比较发

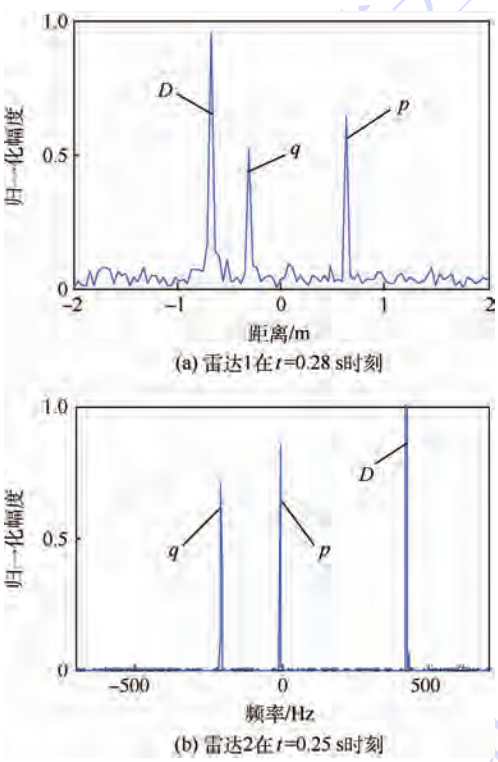


图 3 2 部雷达不同时刻采样结果

Fig. 3 Sampling results of two radars at different time

表 1 不同雷达回波散射中心采样结果

Table1 Sampling results of scattering center in different radar echoes

散射点	雷达 1 径向位置/m		雷达 2 瞬时频率值/Hz	
	理论值	估计值	理论值	估计值
D 点	-0.666 5	-0.653 2	426.424 0	423.828 1
p 点	0.638 0	0.627 0	-5.264 7	-3.906 3
q 点	-0.304 8	-0.291 4	-207.947 2	-205.078 1

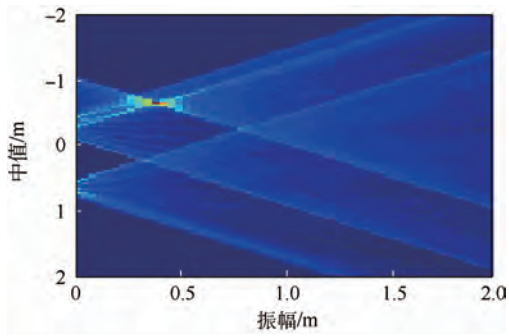


图 4 扩展 Hough 变换二维参数空间

Fig. 4 Two-dimensional parametric space of expanded Hough transform

表 2 锥体弹头特征参数估计结果

Table 2 Estimation results of cone-shaped warhead's feature parameters

参数	理论值	估计值	相对误差/%
α_1/(°)	110	111.250 9	0.23
α_2/(°)	135	134.405 7	0.44
θ/(°)	13	13.309 8	2.38
r/m	0.5	0.490 7	1.86
h_1/m	2	1.886 4	5.68
h_2/m	0.5	0.474 8	5.04
h/m	2.5	2.361 2	5.55

现,文献[18]通过分布式宽带雷达组网对空间目标的三维进动特征进行提取,提取参数多且性能好,当信噪比为 -10 dB 时,进动角估计相对误差仅为 2.58%,略高于本文的 2.38%,但该方法对各雷达时间同步精度和各雷达性能要求很高,在目前装备条件下难以满足;文献[19]通过泰勒级数展开得到锥体目标底部散射中心回波相位的 6 阶近似表达式,然后利用各阶系数与目标参数之间的解析关系联立方程组求解目标进动和结构特征,实现难度较大,且易受噪声影响,当信噪比为 10 dB 时,该算法参数估计精度才刚刚达到 85%,明显低于本文参数估计精度,这也充分说明了本文基于宽窄带混合体制雷达网的目标特征提取方法的有效性和可行性。在现有高分辨雷达装备不足的情况下,利用宽带雷达和窄带雷达对目标特征进行联合提取,既能充分发挥窄带雷达的优势,又能保证目标特征提取精度,是一种更为实用的组网方式。

4.2 算法鲁棒性分析

为了验证本文目标参数提取算法的鲁棒性,分别设置不同曲线参数估计精度对目标特征参数提取精度进行验证。对雷达 1 而言,由于受雷达发射信号带宽的限制及一维距离像旁瓣的影响,在提取距离像曲线幅度及某一时刻散射点径向位置时必然会引入误差;对于雷达 2 而言,时频分辨

北航学报 赠阅

率的不足同样会影响瞬时频率提取精度。而上述误差均会制约方程式(19)的求解精度，因此本文主要分析它们对目标参数估计的影响。为便于分析，定义归一化误差为

$$\eta = \frac{\hat{X} - X}{X} \tag{23}$$

式中：$\hat{X}$ 为估计值；X 为真实值。进一步定义 $|\eta|$ 为归一化绝对误差。假设曲线幅度 A_D、径向位置、瞬时频率的提取值归一化误差服从 $[-a, a]$ 上的均匀分布，当 a 在区间 $[0, 0.1]$ 变化时，考察目标参数估计精度随之变化的规律。采用蒙特卡罗方法进行分析，仿真 100 次，可以得到目标特征参数归一化绝对误差平均值 $|\bar{\eta}|$ 的变化如图 5 所示。图5(a) ~ 图5(c)分别为径向位置、瞬时频率、曲线幅度 A_D 提取精度对目标参数估计结果影响的误差分析图，可以看出随着提取值归一化误差的增大，参数估计误差基本上呈线性增加趋势，其中 θ 值的估计精度变化最为敏感，而其他几个参数估计精度变化则相对较为平和。总的来说，当提取值归一化误差小于 0.1 时，目标参数估计精度仍然较高。若要进一步提高估计精度，需最大限度地增加雷达 1 发射信号带宽和雷达 2 的时频分辨率。

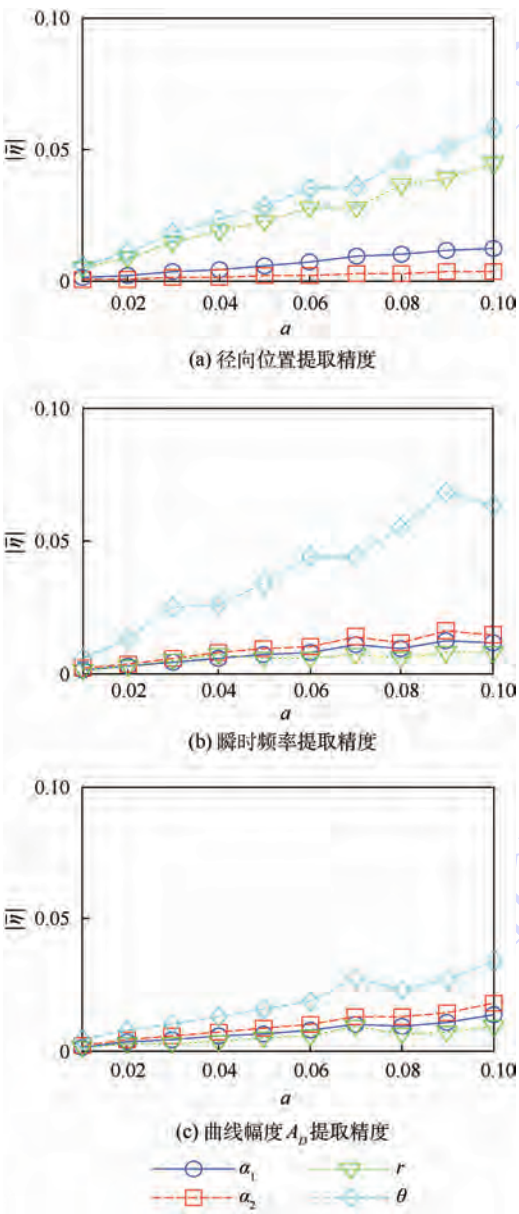


图 5　不同曲线参数对参数估计的影响

Fig. 5　Influences on parameter estimation caused by different curve parameters

5　结　论

本文对基于宽窄带混合体制雷达网的锥体进动目标特征参数联合提取问题展开了研究，经仿真实验验证表明：

1）在锥体目标 3 个散射中心同时可见范围内，仅使用一部宽带雷达和一部窄带雷达进行联合观测即可实现对目标进动和结构参数的联合提取。

2）本文提出的目标参数联合提取算法估计精度较高，在现有高分辨雷达装备不足的情况下，其可以获得比单使用窄带雷达更好的识别性能。

3）考虑到目前可通过对低分辨雷达加装宽带信号发射装置来实现性能升级，因此下一步将尝试提出基于这种升级版雷达的目标微动参数联合提取算法。

参考文献（References）

[1] 贺思三，周剑雄，付强. 利用一维距离像序列估计弹道中段目标进动参数[J]. 信号处理，2009，25(6)：925-929.
HE S S，ZHOU J X，FU Q. Using HRRP sequence to estimate the precession parameters of midcourse target[J]. Signal Processing，2009，25(6)：925-929(in Chinese).

[2] 颜维，孙文峰，钱李昌，等. 基于一维像序列的弹道中段目标进动特征提取[J]. 空军雷达学院学报，2011，25(2)：87-96.
YAN W，SUN W F，QIAN L C，et al. Precession feature extraction of ballistic midcourse target based on HRRP sequences[J]. Journal of Air Force Radar Academy，2011，25(2)：87-96(in Chinese).

[3] WANG J，LEI P，SUN J P，et al. Spectral characteristics of mixed micro-Doppler time-frequency data sequences in micro-motion and inertial parameter estimation of radar targets[J]. IET Radar，Sonar & Navigation，2014，8(4)：275-281.

[4] YE C M，XU J，PENG Y N，et al. Key parameter estimation for radar rotating object imaging with multi-aspect observations[J]. Science China：Information Sciences，2010，53(8)：1641-1652.

[5] SMITH G E，WOODBRIDGE K，BAKER C J，et al. Multistatic micro-Doppler radar signatures of personnel targets[J]. IET

Signal Processing,2010,4(3):224-233.

[6] 贺思三,赵会宁,冯存前.多视角距离像序列弹道目标的进动参数估计[J].信号处理,2013,29(8):1027-1035.
HE S S,ZHAO H N,FENG C Q. Precession parameter estimation for ballistic targets based on multi-aspect range-profile sequence[J]. Journal of Signal Procession,2013,29(8):1027-1035(in Chinese).

[7] 艾小锋,邹小海,李永桢,等.基于时间-距离像分布的锥体目标进动与结构特征提取[J].电子与信息学报,2011,33(9):2083-2088.
AI X F,ZOU X H,LI Y Z,et al. Feature extraction of precession and structure of cone-shaped object based on time-HRRP distribution[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2011,33(9):2083-2088(in Chinese).

[8] 雷腾,刘进忙,杨少春,等.基于三站一维距离像融合的弹道目标特征提取方法研究[J].宇航学报,2012,33(2):228-234.
LEI T,LIU J M,YANG S C,et al. Study on feature extraction method of ballistic target based on three-station range profiles[J]. Journal of Astronautics,2012,33(2):228-234(in Chinese).

[9] 韩勋,杜兰,刘宏伟.基于窄带雷达组网的空间锥体目标特征提取方法[J].电子与信息学报,2014,36(12):2956-2962.
HAN X,DU L,LIU H W. Feature extraction of space cone-shaped target based on narrow-band radar networks[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2014,36(12):2956-2962(in Chinese).

[10] 冯存前,李靖卿,贺思三,等.组网雷达中弹道目标微动特征提取与识别综述[J].雷达学报,2015,4(6):609-620.
FENG C Q,LI J Q,HE S S,et al. Micro-Doppler feature extraction and recognition based on netted radar for ballistic targets[J]. Journal of Radars,2015,4(6):609-620(in Chinese).

[11] 张群,罗迎.雷达目标微多普勒效应[M].北京:国防工业出版社,2013:22-81.
ZHANG Q,LUO Y. The micro-Doppler effect of radar targets[M]. Beijing:National Defence Industry Press,2013:22-81(in Chinese).

[12] 李东伟,罗迎,张群,等.组网雷达中旋转目标微多普勒效应分析及三维微动特征提取[J].空军工程大学学报,2012,13(3):45-49.
LI D W,LUO Y,ZHANG Q,et al. Research on micro-Doppler effect and extraction of three-dimensional micro-motion features of rotating targets in netted radar[J]. Journal of Air Force Engineering University,2012,13(3):45-49(in Chinese).

[13] LINDE G. Use of wide-band waveforms for target recognition with surveillance radar [C]// Proceedings of IEEE Radar Conference. Piscataway,NJ:IEEE Press,2000:128-133.

[14] 赵双,鲁卫红,冯存前,等.多视角微多普勒融合的进动目标特征提取[J].信号处理,2016,32(3):296-303.
ZHAO S,LU W H,FENG C Q,et al. Feature extraction of precession targets based on multi-aspect micro-Doppler fusion[J]. Signal Processing,2016,32(3):296-303(in Chinese).

[15] 关永胜,左群声,刘宏伟,等.空间进动目标微动参数估计方法[J].电子与信息学报,2011,33(10):2427-2432.
GUAN Y S,ZUO Q S,LIU H W,et al. Micro-motion parameters estimation of space precession targets[J]. Journal of Astronautics,2011,33(10):2427-2432(in Chinese).

[16] 张贤达.现代信号处理[M].北京:清华大学出版社,2002:135-140.
ZHANG X D. Modern signal processing[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2002:135-140(in Chinese).

[17] 肖立,周剑雄,何峻,等.弹道中段目标进动周期估计的改进自相关法[J].航空学报,2010,31(4):812-818.
XIAO L,ZHOU J X,HE J,et al. Improved autocorrelation method for precession period estimation of ballistic target in midcourse[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2010,31(4):812-818(in Chinese).

[18] LUO Y,YUAN N,ZHU F,et al. Three-dimensional precession feature extraction of space targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2014,50(2):1313-1329.

[19] 韩勋,杜兰,刘宏伟.窄带雷达观测下的锥体目标参数估计方法[J].西安电子科技大学学报,2015,42(6):43-48.
HAN X,DU L,LIU H W. Parameter estimation method for cone-shaped target under narrow-band radar observation[J]. Journal of Xidian University,2015,42(6):43-48(in Chinese).

作者简介:

赵双 男,硕士研究生。主要研究方向:雷达信号处理。
Tel.:029-84789420
E-mail:zhaoshuanglw@163.com

冯存前 男,博士,教授,硕士生导师。主要研究方向:自适应信号处理。
Tel.:029-84789131
E-mail:fengcunqian@sina.com

北航学报 赠阅

Feature extraction of precession targets based on wideband and narrowband micro-Doppler information

ZHAO Shuang, LU Weihong, FENG Cunqian*, HE Sisan, LI Jingqing

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Micro-motion feature is one of the crucial features used for ballistic target recognition. Aimed at the model of cone-shaped target, a novel algorithm based on hybrid-scheme radar network combining wideband radar with narrowband radar is proposed to extract the micro-motion parameters. First, on the basis of analyzing the micro-Doppler change rule of the equivalent scattering centers on the precession cone-shaped target in detail, each scattering center in different system radar echoes is matched and identified by utilizing the micro-Doppler sum-difference ratio. Second, the associated systems of equations of micro-Doppler information are established, and parameters including the precession angle, radius of undersurface and height of cone-shaped target are extracted jointly. Furthermore, comparative study on the relationship between parameter estimation accuracy and error change of curve parameter extraction is made. Finally, the simulation results show that even though errors occur in curve parameter extraction, the parameter estimation accuracy of target is still enough.

Key words: ballistic object; precession feature; micro-Doppler; object recognition; radar networking

北京航空航天大学学报

Received: 2015-10-08; **Accepted**: 2016-01-15; **Published online**: 2016-04-01 17:07

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160401.1707.006.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61372166); Project Supported by Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province of China (2014JM8308)

* **Corresponding author**. Tel.: 029-84789131　E-mail: fengcunqian@sina.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0664

结合短帧优先的权重轮询 AFDX 端系统发送策略

杨景中，葛红娟*，吴双，徐媛媛

（南京航空航天大学 民航学院，南京 211106）

摘 要：提出一种新型的端系统虚链路调度(VL)策略，该策略在短帧优先基础上结合权重轮询(WRR)进行调度，既确保了重要短帧的优先级又可以平衡其他不同优先级信号的延迟上限。应用网络演算理论推导了基于该新型调度策略的端系统不同虚链路的延迟上界，研究了最大延迟上界与不同权重比及其帧长之间的关系，并建立了基于 OPNET 的航空电子全双工交换式以太网(AFDX)网络模型，仿真分析新型调度策略与短帧优先、带权重轮询调度算法下端系统数据的发送延迟。结果表明，该新型调度策略有效可行，降低了短帧虚链路的最大延迟时间，提高了长帧数据中较重要任务数据的处理带宽，适用于具有较多重要短帧并具有不同优先级数据的机载系统网络。

关 键 词：航空电子全双工交换式以太网(AFDX)；短帧优先；权重轮询(WRR)；最大延迟上界；机载网络

中图分类号：V247.1

文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2016)10-2258-07

新一代民用航空器的当前通信架构为基于高速率航空电子全双工交换式以太网(AFDX)主干网和低速率数据外围总线互连的网络结构。对于 AFDX 端系统而言，为满足数据流处理实时性和传输准确性的要求，其虚拟调度策略显得尤为重要。

先进先出(FIFO)调度算法按照数据帧的到达顺序依次进行处理，难以对不同优先级、不同安全性及实时性要求的数据包进行分类处理，在实现紧急数据流的优先发送方面有待改善[1]。严格优先级队列(SP)调度算法对所有的数据流根据优先级分类，对同一优先级的数据流采用 FIFO，该方法的不足在于高优先级队列数据流流量较大时，会抢占端系统发送通道，造成低优先级队列延迟时间过长[2]。文献[3]介绍了短帧优先算法，该调度策略考虑到机载电气系统数据传输过程中，短帧数据流量较大且实时性要求较高，优先发送短帧以减小其发送延迟，但是当短帧数据流相对较大时会造成长帧数据链路长时间等待的问题以及数据流的处理带宽不合理性。文献[4]介绍的带权重轮询(WRR)算法，是以数据帧帧长划分优先级，通过带权重轮询的方式轮询调度各优先级队列的数据流，使得不同队列得到合理的传输带宽，但是效率较低，且短帧会因为等待长帧发送而延迟。

本文以配电控制系统与 AFDX 网络数据交互为例，提出一种在短帧优先基础上结合带权重轮询的组合调度(CS)策略，结合短帧优先调度算法的优点，通过带权重轮询长帧数据，以牺牲一般任务数据流的带宽来保证较重要任务数据的及时传输，提高机载网络 AFDX 端系统带宽利用率，降低短帧

收稿日期：2015-10-14；**录用日期**：2015-11-13；**网络出版时间**：2015-12-08 14:49
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1449.003.html
基金项目：国家自然科学基金（U1233127）
* **通讯作者**：Tel.：025-84896005 E-mail：allenge@nuaa.edu.cn

引用格式：*杨景中，葛红娟，吴双，等. 结合短帧优先的权重轮询 AFDX 端系统发送策略[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(10)：2258-2264. YANG J Z，GE H J，WU S，et al. Short-frame prior scheduling with weighted round robin transmission strategy in AFDX terminal system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(10)：2258-2264 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

虚链路(VL)的最大延迟上界,尤其适用于短帧数据流较多的数据传输网络。

1　AFDX 网络与配电系统数据交互

AFDX 网络用于互连机载设备、子系统及各模块,实现系统之间信息传递和数据交互[5-6]。

图 1 给出了 AFDX 网络与配电系统数据交互示意图,其中配电系统时间触发(TTP)总线信号与 AFDX 网络通过数据转换接口进行消息传输。供电系统处理机(PSP)完成系统控制任务,从发电机控制器(GCU)、负载管理中心(ELMC)和汇流条控制器(BPCU)处接收状态数据并结合从航空电子系统接收到的控制指令,对配电系统进行综合管理[7]。在系统信息交互中,负载电源请求信号、汇流条转换接触器控制信号和转换继电器控制指令等为重要短帧数据;发电机状态、蓄电池状态和负载供电状态等为较重要任务数据;汇流条转换接触器状态、转换继电器状态和数据备份等为一般任务数据。重要指令一般多为重要短帧且要求实时性高、延迟小[8],因此本文提出短帧优先的权重轮询组合调度算法,降低端系统发送延迟上界,进一步提高端系统发送效率。

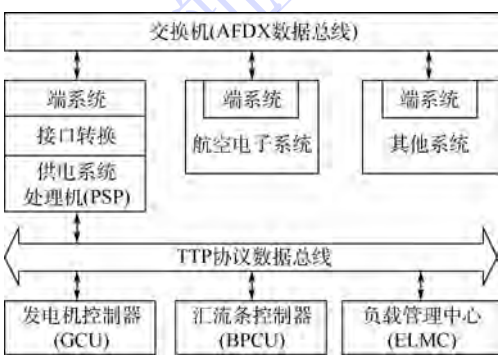


图 1　AFDX 网络与配电系统数据交互

Fig. 1　Data interaction between AFDX network and power distribution system

2　短帧优先与带权重轮询组合调度

组合调度策略结构如图 2 所示,根据系统网络各单元之间信息交互,将网络数据流根据帧长的长短分为:短帧数据流和长帧数据流,其中短帧数据流被赋予最高优先级,优先进行短帧数据包的调度和处理,同时将长帧数据流设置为低优先级,按照其数据类型分为较重要任务和一般任务,并对其分配不同比例的传输带宽,保证不同类型的数据流有不同的权重分别满足其对实时性的要求[9]。调度短帧队列时,优先发送以保证短帧数据的及时传输,长帧队列的权重比则给予了较重要任务、一般任务数据包传输所需要的带宽,实现较重要任务数据及时传输[10-11]。

图 2 中的组合调度策略结构参数说明如下:BAG_i 为虚链路的参数,表示带宽分配间隔,ms;l^i_{max} 为虚链路的最大帧长[3-4],b;Q_1 为优先级最高队列,聚集短帧数据流且帧长小于 100 B 的虚链路;Q_2 为优先级次高队列,数据类型为较重要任务且帧长大于 100 B 的虚链路;Q_3 为优先级最低队列,数据类型为一般任务且帧长大于 100 B 的虚链路;L 为优先级最高队列 Q_1 中聚集的最大数据流,B;ϕ_2 为优先级次高队列 Q_2 的权重,表示一轮轮询调度中 Q_2 队列被处理发送的分组数[4];ϕ_3 为优先级最低队列 Q_3 的权重,表示一轮轮询调度中 Q_3 队列被处理发送的分组数[4];C 为物理链路的带宽,b/s。

k_2、k_3 为 Q_2、Q_3 队列在一轮轮询调度中已被处理发送的分组数。设在某时刻,虚链路到达组合调度服务器,到达的虚链路按照最大帧长分别进入相应的优先级队列(见图 2),初始化 $k_2 = k_3 = 0$,设置 C 的值。其步骤如下:

1) 首先判断 Q_1 队列是否有数据帧到达,若是则发送 Q_1 队首的一个分组数据,继续步骤 1),否则跳转到步骤 2)。

2) 判断 k_2 是否大于等于 ϕ_2,若是则跳转到步骤 3),否则发送 Q_2 队首的一个分组,$k_2 = k_2 + 1$,继续步骤 2)。

3) 判断 k_3 是否大于等于 ϕ_3,若是则 $k_2 = k_3 = 0$且跳转到步骤 1),否则发送 Q_3 队首的一个分组,$k_3 = k_3 + 1$,继续步骤 3)。

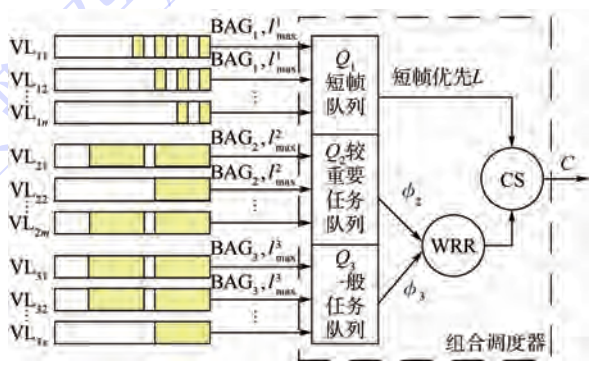


图 2　组合调度策略结构

Fig. 2　Structure of combinatorial scheduling strategy

2.1　不同优先级队列的服务曲线

对于组合调度器,服务曲线满足 $\beta(t) = Ct$,t 为时间,s。以各个优先级队列聚集的虚链路最大帧长 l^i_{max} 相等为前提,则调度器执行一轮最大

北航学报 赠阅

执行时间为 $\sum_{i=1}^{3}(8\phi_i l_{\max}^i)/C$。

则对于各个优先级队列,其服务时间为

$$\begin{cases} Q_1: 8L/C & i=1 \\ Q_i: 8\phi_i l_{\max}^i/C & 2\leqslant i\leqslant 3 \end{cases} \tag{1}$$

得到优先级队列 Q_i 的服务速率 C_i 保证为

$$\begin{cases} C_1 = C\dfrac{8L}{\sum_{j=2}^{3}(8\phi_j l_{\max}^j)+8L} & i=1 \\ C_i = C\dfrac{8\phi_i l_{\max}^i}{\sum_{j=2}^{3}(8\phi_j l_{\max}^j)+8L} & 2\leqslant i\leqslant 3 \end{cases} \tag{2}$$

考虑最差情况下的队列 Q_i 被延时处理的情形,需等待其他队列数据被轮回调度后,再在下一轮调度中被处理,所以其最大延时时间 T_i 为

$$\begin{cases} T_1 = \dfrac{8\max(l_{\max}^2, l_{\max}^3)}{C} & i=1 \\ T_i = \dfrac{\sum_{j\neq 1, j\neq i}(8\phi_j l_{\max}^j)+8L}{C} & 2\leqslant i\leqslant 3 \end{cases} \tag{3}$$

可推算出组合调度器分配给队列 Q_i 的服务曲线 $\beta_i(t)$ 为

$$\begin{cases} \beta_1(t) = C\dfrac{8L}{\sum_{j=2}^{3}(8\phi_j l_{\max}^j)+8L}\cdot \left(t-\dfrac{8\max(l_{\max}^2, l_{\max}^3)}{C}\right) & i=1 \\ \beta_i(t) = C\dfrac{8\phi_i l_{\max}^i}{\sum_{j=2}^{3}(8\phi_j l_{\max}^j)+8L}\cdot \left[t-\dfrac{\sum_{j\neq 1, j\neq i}(8\phi_j l_{\max}^j)+8L}{C}\right] & 2\leqslant i\leqslant 3 \end{cases} \tag{4}$$

队列 Q_i 由多个虚链路组成时,则 Q_i 队列中的第 j 条虚链路的服务曲线 $\beta_{ij}(t)$ 为

$$\begin{cases} \beta_{1j}(t) = C\left[\dfrac{8L}{\sum_{k=2}^{3}(8\phi_k l_{\max}^k)+8L}-\sum_{n\neq j}\dfrac{l_{\max}^1}{\mathrm{BAG}_1}\right]\cdot \left(t-\dfrac{8\max(l_{\max}^2, l_{\max}^3)}{C}\right) & i=1 \\ \beta_{ij}(t) = \left[C\dfrac{8\phi_i l_{\max}^i}{\sum_{k=2}^{3}(8\phi_k l_{\max}^k)+8L}-\sum_{n\neq j}\dfrac{l_{\max}^i}{\mathrm{BAG}_i}\right]\cdot \left[t-\dfrac{\sum_{k\neq 1, k\neq i}(8\phi_k l_{\max}^k)+8L}{C}\right] & 2\leqslant i\leqslant 3 \end{cases} \tag{5}$$

式中:n 为各优先级队列聚集的虚链路个数。

2.2 虚链路的延迟时间

如图 3 所示,对于不同优先级队列 Q_i,所有

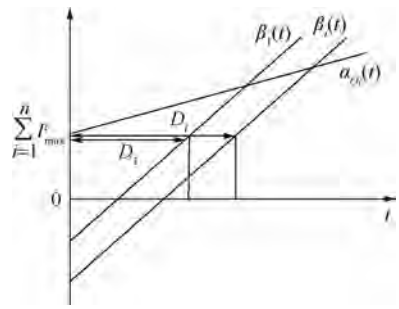


图 3 最大延迟上界 D_i

Fig. 3 Maximum delay upper bound D_i

虚链路的到达曲线可表示为[3]

$$\alpha_{Qi}(t) = \sum_{i=1}^{n}\left(l_{\max}^i + \frac{l_{\max}^i}{\mathrm{BAG}_i}t\right) \tag{6}$$

由图 3 可知,为确保端系统数据传输的实时性和稳定性,带宽、权重比等参数的设定需满足:

$$\begin{cases} \dfrac{CL}{\sum_{j=2}^{3}(\phi_j l_{\max}^j)+L} > \sum_{i=1}^{n}\dfrac{l_{\max}^i}{\mathrm{BAG}_i} \\ \dfrac{C\phi_i l_{\max}^i}{\sum_{j=2}^{3}(\phi_j l_{\max}^j)+L} > \sum_{i=1}^{n}\dfrac{l_{\max}^i}{\mathrm{BAG}_i} \end{cases} \tag{7}$$

解算出组合调度算法下队列 Q_i 的最大延迟上界 D_i 为

$$\begin{cases} D_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} l_{\max}^1}{\dfrac{CL}{\sum_{j=2}^{3}(\phi_j l_{\max}^j)+L}} + \dfrac{8\max(l_{\max}^2, l_{\max}^3)}{C} & i=1 \\ D_i = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} l_{\max}^i}{\dfrac{C\phi_i l_{\max}^i}{\sum_{j=2}^{3}(\phi_j l_{\max}^j)+L}} + \dfrac{\sum_{j\neq 1, j\neq i}(8\phi_j l_{\max}^j)+8L}{C} & 2\leqslant i\leqslant 3 \end{cases} \tag{8}$$

队列 Q_i 由多个虚链路组成时,Q_i 队列中的第 j 条虚链路的最大延迟上界 D_{ij} 为

$$\begin{cases} D_{1j} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} l_{\max}^1}{\dfrac{CL}{\sum_{k=2}^{3}(\phi_k l_{\max}^k)+L}-\sum_{n\neq j}\dfrac{l_{\max}^i}{\mathrm{BAG}_i}} + \dfrac{8\max(l_{\max}^2, l_{\max}^3)}{C} & i=1 \\ D_{ij} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} l_{\max}^i}{\dfrac{C\phi_i l_{\max}^i}{\sum_{k=2}^{3}(\phi_k l_{\max}^k)+L}-\sum_{n\neq j}\dfrac{l_{\max}^i}{\mathrm{BAG}_i}} + \dfrac{\sum_{k\neq 1, k\neq i}(8\phi_k l_{\max}^k)+8L}{C} & 2\leqslant i\leqslant 3 \end{cases} \tag{9}$$

北航学报 赠阅

由式(9)可知,虚链路的最大延迟上界与物理链路带宽、虚链路的最大帧长和轮询权重比等因素有关。

3　组合调度与其他调度算法比较

以某短帧较多的机载主干网 AFDX 网络环境为例[12](配置参数情况如表 1 所示,X 表示有短帧数据时就一直发送短帧数据),比较研究组合调度与其他调度算法下虚链路的最大延迟上界。

表 1 虚链路配置表

Table 1　VL configuration table

数据类型	链路数	BAG_i/ms	l_{max}/B	分组数
短帧	12	1	100	X
较重要任务	4	1	800	5
一般任务	3	1	800	2

3.1　短帧优先调度策略

使用短帧优先调度算法时,按照帧长分为 3 个队列,队列 1 的链路 $VL_1 \sim VL_i$ 最大帧长不超过 300 B,队列 2 的链路 $VL_{i+1} \sim VL_j$ 最大帧长范围为 300 ~ 600 B,队列 3 的链路 $VL_{j+1} \sim VL_n$ 最大帧长大于 600 B。优先发送短帧数据以达到减小其发送延迟的目的,虚链路的最大延迟上界为[3]

$$\begin{cases} d_1 = \left(\sum_{k=1}^{n} l_{max}^{k} + l_{max}^{E1} \right) / C \\ d_2 = \sum_{k=i+1}^{n} l_{max}^{k} / (C - l_{max}^{E2} / BAG_{E2}) \\ d_3 = \sum_{k=j+1}^{n} l_{max}^{k} / (C - l_{max}^{E3} / BAG_{E3}) \end{cases} \tag{10}$$

式中:l_{max}^{E1} 为队列 2 和队列 3 中虚链路的最大帧长;l_{max}^{E2} 为队列 1 和队列 3 中虚链路的最大帧长;l_{max}^{E3} 为队列 1 和队列 2 中虚链路的最大帧长;BAG_{E2} 为队列 2 虚链路的带宽分配间隔;BAG_{E3} 为队列 3 虚链路的带宽分配间隔。

3.2　带权重轮询调度策略

使用带权重轮询调度算法时,根据数据对实时性的要求,分别赋予短帧队列、中等帧队列和长帧队列不同的比重,虚链路的最大延迟上界为[4]

$$D_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_{max}^{i}}{C l_{max}^{i} \phi_i / \sum_{k=1}^{3} (l_{max}^{i} \phi_k)} + \frac{\sum_{k \neq i} (8 l_{max}^{i} \phi_k)}{C} \tag{11}$$

分别计算以上两种调度策略和本文提出的短帧优先与带权重轮询组合调度算法下,表 1 配置环境的虚链路最大延迟上界,见表 2,可见:

1)与短帧优先调度算法相比,组合调度算法可改善当短帧数据流相对较大时造成的长帧数据链路长时间等待的问题,以牺牲一般任务的处理带宽,以保证较重要任务的完整带宽,减小其发送时延。

2)与带权重轮询调度算法相比,组合调度算法有效降低短帧虚链路的最大延迟上界,对于短帧数据流占主要部分的机载网络而言,该方法比较适用,可有效提高网络传输效率。

表 2　组合调度与 FIFO 调度最大延迟上界比较

Table 2　Comparison of maximum delay upper bound between combinatorial scheduling and FIFO scheduling

数据类型	链路数	最大延迟上界/μs		
		组合调度	短帧优先	权重轮询
短帧	12	89	89	472
较重要任务	4	702	836	702
一般任务	3	971	836	971
总和		6 789	6 920	11 385

4　仿真分析

建立 AFDX 网络仿真模型,根据表 1 的参数配置,仿真研究该端系统模型在不同调度算法下,虚链路的延迟时间和端系统的数据传输效率[13-14]。

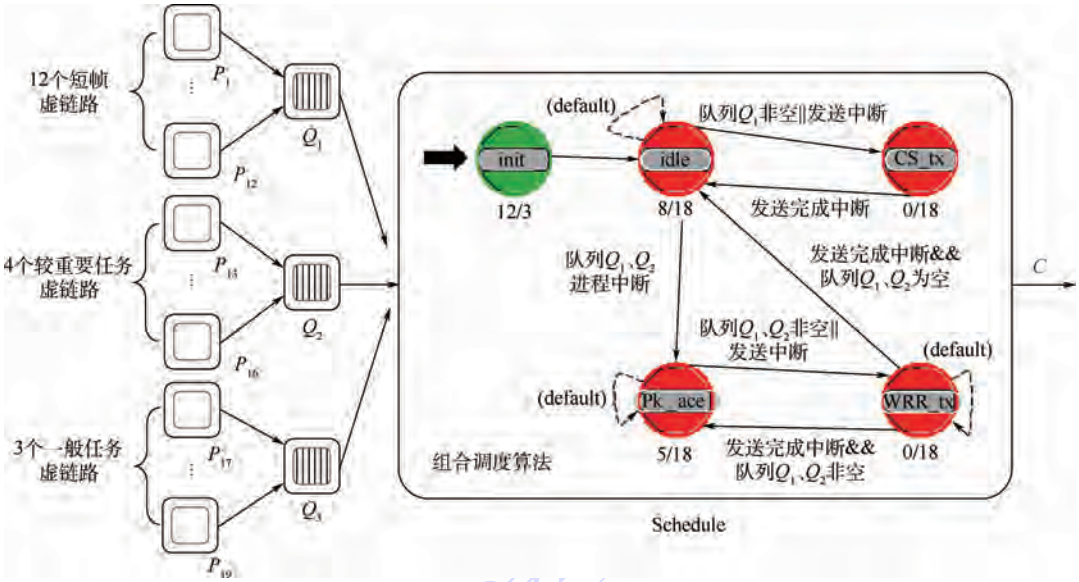
4.1　端系统建模

利用 OPNET 网络工具构建不同调度算法下的 AFDX 端系统仿真模型,如图 4 所示。$P_1 \sim P_{12}$、$P_{13} \sim P_{16}$、$P_{17} \sim P_{19}$ 分别为 12 个短帧、4 个较重要任务和 3 个一般任务虚链路的源模块,Schedule 则为调度算法处理模块。在 Schedule 模块中分别引用新型组合调度策略、短帧优先调度以及带权重轮询调度的处理器模型,结合理论计算结果,仿真验证组合调度算法的优越性和适用性[15-16]。

4.2　发送效率比较

利用所建模型比较分析 3 种调度策略下,各虚链路延迟时间,仿真结果如图 5 所示。

由图 5(a)可见,组合调度算法提高了较重要任务虚链路的传输效率,延迟时间减少了16.0%,然而对于一般任务虚链路延迟时间增加了15.9%,延迟时间控制在 ms 级以内。



init—初始化进程模块;idle—闲置进程模块;default—系统默认自循环等待发送;CS_tx—Q_1 队列发送进程;WRR_tx—Q_2 和 Q_3 队列轮询发送进程;Pk_ace—发送完成中断模块。

图 4 AFDX 端系统仿真模型

Fig. 4 Simulation model of AFDX terminal system

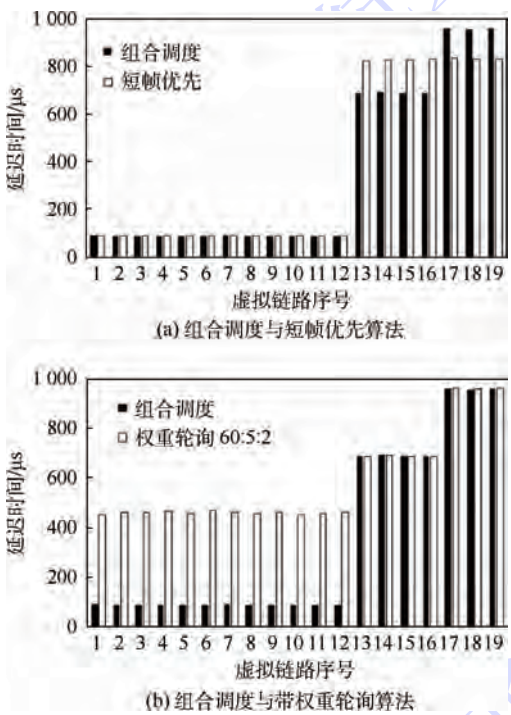


图 5 各调度算法下虚链路的延迟时间

Fig. 5 VL delay time with different scheduling strategies

由图 5(b)可见,组合调度算法减少了短帧链路的延迟时间,并且各虚链路的延迟时间都小于最大延迟上界,其延迟时间总和减少了 40.0%,提高了 AFDX 端系统的发送效率。

4.3 权重比对延迟时间的影响

针对本文提出的组合调度算法,适当调整较重要任务和一般任务队列的权重,研究分析该队列聚集的虚链路延迟时间的变化,以及对所有虚链路延迟时间总和的影响,如图 6 所示。

若提高较重要任务队列的权重,可进一步缩短较重要任务虚链路的延迟时间,但一般任务虚链路的延迟时间增加。当一般任务对发送时间有要求时,应适当提高一般任务的权重,缩短一般任务队列的延迟时间。

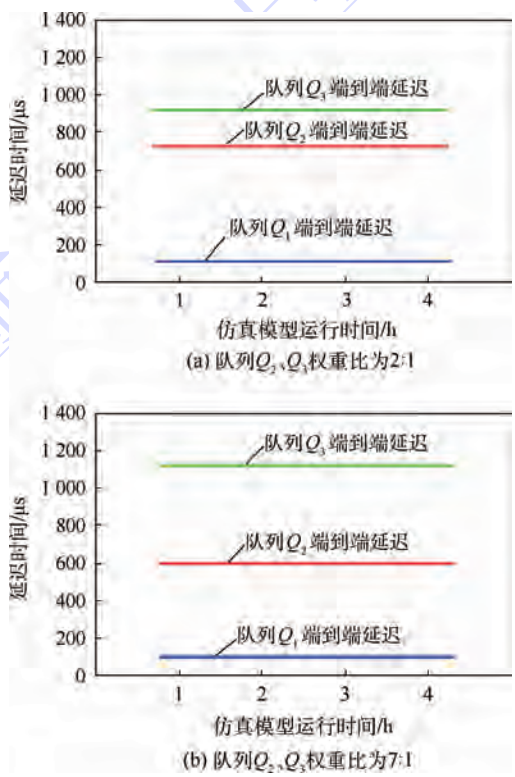


图 6 不同权重比的各队列延迟

Fig. 6 Queue delay time at different weight radios

北航学报 赠阅

5　结　论

本文使用网络微积分理论,分析和研究了飞机 AFDX 网络端系统的数据流发送延时,给出一个可行的基于短帧优先的带权重轮询的组合调度策略。

1)与短帧优先调度策略相比,该策略提高了较重要任务虚拟链路的传输效率,有效保证了较重要任务的及时传输。当一般任务对发送时间有要求时,应适当提高一般任务的权重,缩短一般任务队列的延迟时间。

2)与带权重轮询调度策略相比,组合策略有效降低了短帧虚拟链路的最大延迟上界和延迟时间、系统所有链路的延迟时间总和,提高了端系统带宽利用率。

本文给出的组合调度策略以较多重要短帧并具有不同优先级数据的机载网络为适用研究对象,如何让该策略兼容更加复杂的数据流还需进一步研究。

参考文献(References)

[1] BOYER M, FRABOUL C. Tightening end to end delay upper bound for AFDX network calculus with rate latency FIFO servers using network calculus[C]// IEEE International Workshop on Factory Communication Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 11-20.

[2] 张勇涛,黄臻,熊华钢. 保证速率的 AFDX 交换机实时调度算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(12): 1412-1416.
ZHANG Y T, HUANG Z, XIONG H G. Real time scheduling algorithm based on rate guaranteed in AFDX switch[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(12): 1412-1416(in Chinese).

[3] 吴桓,葛红娟,倪建丽,等. 基于短帧优先调度的 AFDX 端系统发送策略[J]. 航空计算技术,2012,42(6):125-128.
WU H, GE H J, NI J L, et al. AFDX end system transmission strategy based on shortest frame first scheduling[J]. Aeronautical Computing Technique, 2012, 42(6): 125-128(in Chinese).

[4] XU Y Y, GE H J, WU H, et al. Research of virtual combinatorial scheduling strategy in AFDX end system[J]. Journal of Information & Computational Science, 2015, 12(1): 255-262.

[5] HUSSEIN C, JEAN L S, CHRISTIAN F. Methods for bounding end-to-end delays on an AFDX network[C]// Proceedings of the 18th Euromicro Conference on Real-Time Systems (ECRTS'06). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 193-202.

[6] 周天然,张勇涛,何锋,等. 基于 AFDX 的航空电子系统可调度性分析[J]. 北京航空航天大学报,2012,38(1):75-79.
ZHOU T R, ZHANG Y T, HE F, et al. Schedulability analysis for AFDX-based avionics systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(1): 75-79(in Chinese).

[7] 陈思,葛红娟,杨宗翰,等. 基于 TTP 协议的飞机配电系统通信仿真研究[J]. 航空计算技术,2014,44(6):95-99.
CHEN S, GE H J, YANG Z H, et al. Research on simulation of communication in aircraft power distribution system based on TTP protocol[J]. Aeronautical Computing Technique, 2014, 44(6): 95-99(in Chinese).

[8] 杨绪强,支高飞. 新一代航空总线协议 AFDX[J]. 科技传播,2010(17):194.
YANG X Q, ZHI G F. A new generation of avionics bus protocol AFDX[J]. Public Communication of Science & Technology, 2010(17): 194(in Chinese).

[9] 刘成,王彤,李铮,等. 时间触发 AFDX 网络的设计和实时性分析[J]. 北京航空航天大学报,2013,39(6):728-733.
LIU C, WANG T, LI Z, et al. Design and delay analysis of time-triggered AFDX network[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(6): 728-733(in Chinese).

[10] 赵红敏,王建新,黄家玮. FRA:基于帧长和发送速率的信道竞争算法[J]. 计算机工程,2010,36(17):123-125.
ZHAO H M, WANG J X, HUANG J W. FRA: Channel contending algorithm based on frame size and transmission rate[J]. Computer Engineering, 2010, 36(17): 123-125(in Chinese).

[11] 王绮卉. AFDX 核心交换技术的研究与实现[D]. 西安:西安石油大学,2010.
WANG Q H. The study and application about switching technique of AFDX [D]. Xi'an: Xi'an Shiyou University, 2010(in Chinese).

[12] 王建宇,王世奎. AFDX 交换机管子功能测试方法的研究与设计[J]. 测控技术,2012,31(7):82-84.
WANG J Y, WANG S K. Research and design of test method of AFDX switch policing function[J]. Measurement & Control Technology, 2012, 31(7): 82-84(in Chinese).

[13] 安东,曾星星,丁丽娜. AFDX 网络系统建模与仿真实现[J]. 测控技术,2012,31(2):76-80.
AN D, ZENG X X, DING L N. The modeling and the simulation implementation of AFDX network system[J]. Measurement & Control Technology, 2012, 31(2): 76-80(in Chinese).

[14] 赵永库,李贞,唐来胜. AFDX 网络协议研究[J]. 自动化测试技术,2012,20(1):8-10.
ZHAO Y K, LI Z, TANG L S. Research on network protocol of AFDX[J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20(1): 8-10(in Chinese).

[15] 陈昕,周拥军,万剑雄. AFDX 端系统关键技术的研究与实现[J]. 计算机工程,2009,35(5):1-3.
CHEN X, ZHOU Y J, WAN J X. Research and implementation of key techniques in AFDX end system [J]. Computer Engineering, 2009, 35(5): 1-3(in Chinese).

[16] Condor Engineering, Inc.. AFDX PROTOCOL TUTORIAL [EB/OL]. 2005 [2015-10-14]. Santa Barbara, CA: Condor Engineering, Inc.. http://www.cems.uwe.ac.uk/~a2-lenz/n-gunton/afdx_detailed.pdf.

北航学报 赠阅

作者简介：

杨景中 男，硕士研究生。主要研究方向：机电综合控制与管理技术。

E-mail：kendall@nuaa.edu.cn

葛红娟 女，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：机电综合总线技术和仿真技术。

Tel.：025-84896005

E-mail：allenge@nuaa.edu.cn

Short-frame prior scheduling with weighted round robin transmission strategy in AFDX terminal system

YANG Jingzhong, GE Hongjuan*, WU Shuang, XU Yuanyuan

(College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: A new scheduling strategy of terminal system virtual link (VL) is put forward, which is based on the short-frame prior scheduling and integrated with weighted round robin (WRR). The new approach ensures the priority of the important short-frame and balances the delay upper bound of other different priority signals. Based on the theory of network calculus, the paper derives the delay upper bound of different virtual links through the new combinatorial scheduling strategy and researches the relation among the maximum delay upper bound, weight ratio and frame length. The Avionics Full Duplex Switched Ethernet (AFDX) network model based on OPNET is established, and the terminal system data transmission delay under the three scheduling strategies is simulated and compared. The results show that the new scheduling strategy can reduce the maximum delay time of short-frame virtual link, and improve the processing bandwidth of relatively important task in long-frame data transmission. It is feasible and applicable to airborne system network with more short-frame and different priority data flow.

Key words: Avionics Full Duplex Switched Ethernet (AFDX); short-frame prior; weighted round robin (WRR); maximum delay upper bound; airborne network

Received: 2015-10-14; **Accepted**: 2015-11-13; **Published online**: 2015-12-08 14:49

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20151208.1449.003.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (U1233127)

* **Corresponding author**. Tel.: 025-84896005 E-mail: allenge@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2015.0620

PN 码相位精确测量的累加最小二乘法

张波[1,2], 郭英[1,3,*], 齐子森[1], 张东伟[1], 张坤峰[1]

(1. 空军工程大学 信息与导航学院, 西安 710077; 2. 空军航空大学 信息对抗系, 长春 130022;
3. 通信网信息传输与分发技术重点实验室, 石家庄 050081)

摘 要: 利用最小二乘(LS)法可以实现 PN 码相位的精确测量,但该方法对粗同步要求高,难以满足实际工程需求。给出了一种新的累加 LS 法的实现结构,在该结构下根据鉴相曲线的波形变化特征,利用累加后的离散鉴相曲线的最大值和最小值点作为特征基准点,取最值之间的数据进行 LS 线性拟合,实现粗同步于半个码元宽度以内的伪码相位精确测量。理论分析表明,该方法的鉴相特性呈线性特征,可以有效使用累加 LS 线性拟合方法。仿真结果表明,该方法相比于其他方法使用范围更广,测量精度更高。

关 键 词: 直序扩频(DSSS)信号; PN 码; 精确测量; 最小二乘(LS)法; 鉴相曲线
中图分类号: TN914.42
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2016)10-2265-06

在数字直扩系统中,PN 码相位的测量精度直接决定了扩频同步或测距的精度。扩频同步多采用码跟踪环的方法[1-3],须要迭代循环,运算量较大。现有众多 PN 码相位精确测量方法的测量精度均依赖于采样频率,而采样频率的增加会成倍数增加处理的运算量和复杂度。因此,最常使用的方法是借助于内插或拟合思想实现超采样率级的 PN 码相位精确测量。

文献[4-6]分别使用最大的 3 个相关值进行两点线性内插、三角内插或者抛物线内插以提高相位测量精度,但该类内插方法提高 PN 码相位的测量精度的效果不明显,测量精度提高较小。文献[7]提出了使用分段相关来提高系统的抗频偏能力,但是该方法没有考虑如何提高同步精度。文献[8]利用相关峰两侧的数据作直线拟合实现精确同步,虽然精度高,但如文献[9]指出相关曲线的非理想特性对于伪码同步精度影响较大,因此该方法难以满足工程需求。

文献[10-16]提出了采用最小二乘拟合的方法提高 PN 码相位测量精度,相对于内插类方法该方法实现简单,同步精度高。文献[10]最早提出用最小二乘(LS)法提高测量精度,但该方法测量范围较小,仅适合于 PN 码相位误差在一个采样点以内的测量区域。文献[11]在文献[10]的基础上进行改进,利用延迟锁相环(DLL)S 型鉴相曲线中间部分的线性特点,采用最小二乘法,得到精确 PN 序列相位值。但该方法要求先进行 DLL 跟踪,保证粗同步误差在一个采样点偏差以内,而 DLL 跟踪过程又较为复杂,如果不跟踪,在粗同步误差较大时,该方法不再适用。文献[12]提出一种有效抵抗频偏的基于最小二乘法的测相方案,具有精度高的优点,但该方法仍受制于应用范围太小。文献[13]引入了多速率处理,提高了相位测量精度,但该方法的内插处理增加了运算量,而且应用范围有限。文献[14]对拟合的鉴相曲线所得数据进行滑动筛选,并利用一组最优数据估计同步位置。文献[15]采用迭代方法降低了对粗同步的要求。文献[14-15]虽然使用范围

收稿日期: 2015-09-22; **录用日期**: 2015-12-09; **网络出版时间**: 2016-01-08 15:17
网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160108.1517.002.html
基金项目: 航空科学基金(20112096016); 通信网信息传输与分发技术重点实验室开放课题(ITD-U12003/K1260009)
* **通讯作者**: Tel.: 029-84791773 E-mail: guoying_dsp@sina.com

引用格式: *张波, 郭英, 齐子森, 等. PN 码相位精确测量的累加最小二乘法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(10): 2265-2270. ZHANG B, GUO Y, QI Z S, et al. Precise measurement of PN code phase by accumulative least square method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(10): 2265-2270 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

较大,但都需要迭代循环处理,增加了相位测量时间。文献[16]利用正交三角(QR)分解和奇异值分解的整体最小二乘法拟合出鉴相曲线,可以得到优于基于普通最小二乘法的同步测量精度和稳定性。但整体最小二乘法需要矩阵 QR 分解和奇异值分解,运算量太大。

因此,本文提出一种宽范围粗同步误差下的最小二乘精确相位测量方法。该方法利用早迟码相位估计器鉴相曲线最大值和最小值之间的数据样点进行最小二乘线性拟合完成相位测量,可实现粗同步误差在半个码元宽度范围内 PN 码相位的精确测量。

1 最小二乘法

理想条件下 PN 序列相关值为

$$R(\tau)=\begin{cases}1-|\tau|/T_c & |\tau|<T_c\\ 0 & |\tau|\geqslant T_c\end{cases} \tag{1}$$

式中:τ 为相位差;T_c 为码元宽度。

如图 1 所示,当相位差为 τ 时,理想条件下 PN 序列鉴相曲线如实线所示,t 为相位,黑点表示离散样点。实线左右两边的虚线分别代表着相位延迟正负半个码元的鉴相曲线,也呈现与实线相似的线性特征。

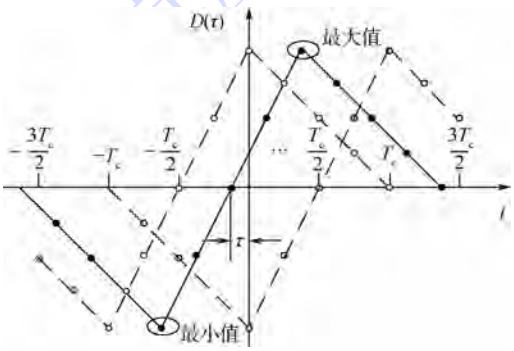


图 1 鉴相曲线示意图

Fig. 1 Diagrammatic sketch of phase discrimination curve

文献[11]指出,鉴相曲线的中间部分具有线性特征,在误差平方和最小准则下,基于最小二乘法测量 PN 码相位的方法,基于拟合直线的方法化离散为连续,能够获得分数倍采样周期的测量精度的相位差 τ。

以实线为例,鉴相曲线为

$$D(\tau)=R^2(\tau-T_c/2)-R^2(\tau+T_c/2)=\begin{cases}2\tau/T_c & |\tau|<T_c/2\\ -(3/2+\tau/T_c)^2 & -3T_c/2\leqslant\tau\leqslant-T_c/2\\ (3/2-\tau/T_c)^2 & T_c/2\leqslant\tau\leqslant 3T_c/2\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{2}$$

文献[10]中指出利用图 1 中鉴相曲线的线性部分,基于最小二乘直线拟合实现高精准度的相位测量。计算过程如下。

设鉴相值坐标为(x_i,y_i),$i=1,2,\cdots,K$,K 为参与拟合的点数。建立拟合直线 $\hat{y}=a+bx$,则误差的平方和为

$$Q(a,b)=\sum_{i=1}^{K}(\hat{y}_i-y_i)^2=\sum_{i=1}^{K}(a+bx_i-y_i)^2 \tag{3}$$

根据最小二乘法,取 a、b 使 $Q(a,b)$ 最小,即

$$\begin{cases}\dfrac{\partial Q(a,b)}{\partial a}=2\sum\limits_{i=1}^{K}(a+bx_i-y_i)=0\\ \dfrac{\partial Q(a,b)}{\partial b}=2\sum\limits_{i=1}^{K}x_i(a+bx_i-y_i)=0\end{cases} \tag{4}$$

解式(4),得

$$\begin{cases}a=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{K}y_i\sum\limits_{i=1}^{K}x_i^2-\sum\limits_{i=1}^{K}x_i\sum\limits_{i=1}^{K}x_iy_i}{K\sum\limits_{i=1}^{K}x_i^2-\left(\sum\limits_{i=1}^{K}x_i\right)^2}\\ b=\dfrac{K\sum\limits_{i=1}^{K}x_iy_i-\left(\sum\limits_{i=1}^{K}x_i\right)\left(\sum\limits_{i=1}^{K}y_i\right)}{K\sum\limits_{i=1}^{K}x_i^2-\left(\sum\limits_{i=1}^{K}x_i\right)^2}\end{cases} \tag{5}$$

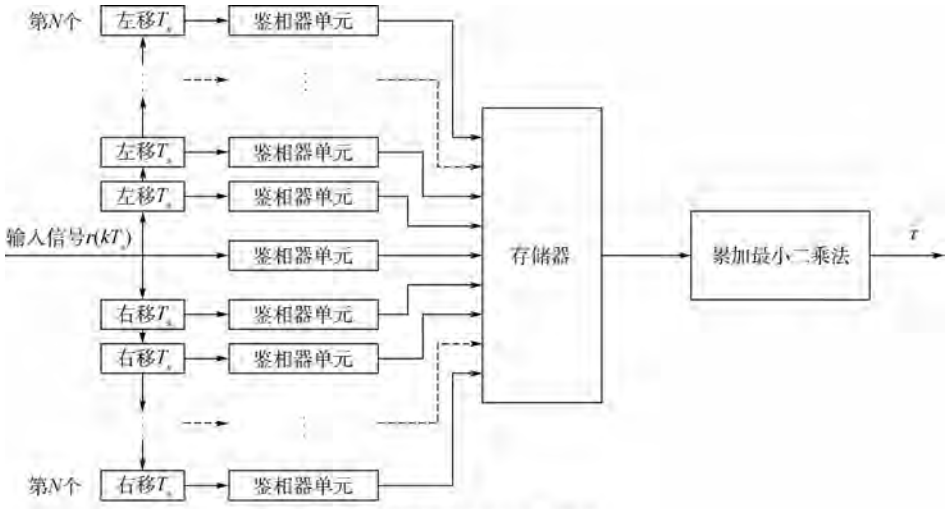
因此,PN 序列相位差为

$$\tau=-a/b=\frac{\sum\limits_{i=1}^{K}y_i\sum\limits_{i=1}^{K}x_i^2-\sum\limits_{i=1}^{K}x_i\sum\limits_{i=1}^{K}x_iy_i}{K\sum\limits_{i=1}^{K}x_iy_i-\left(\sum\limits_{i=1}^{K}x_i\right)\left(\sum\limits_{i=1}^{K}y_i\right)} \tag{6}$$

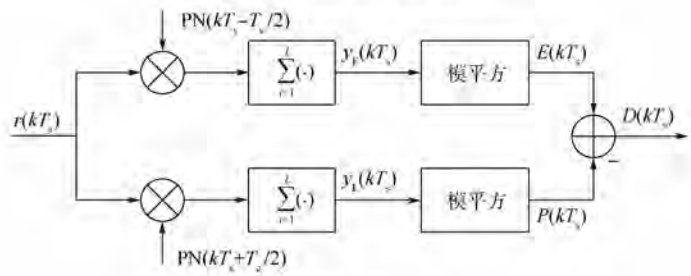
2 累加最小二乘法

在粗同步完成后,相位差在区间$(-T_c/2,T_c/2)$,鉴相曲线如图 1 中实线所示。而图 1 中实线左右两边的虚线是鉴相曲线分别左右平移了 $T_c/2$ 个单元。可以看出,虚线依然具有线性特征。因此,可以利用鉴相曲线的中间部分,以曲线的最大值和最小值为临界点,进行线性拟合。

非相干早迟码相位估计器原理图如图 2 所示。图 2(a)中,$r(kT_s)$ 为下变频后的基带信号,k 为采样点位置,T_s 为采样时间,将其分别超前和滞后 N 路,N 为采样率,共须要 $2N+1$ 路鉴相器单元。经过鉴相器单元,得到鉴相值 $D(kT_s)$。图 2(b)为鉴相器单元,将延迟后的信号分别与超前和滞后半个码元宽度的 PN 序列作匹配相关处理后,取超前减滞后功率差 $D(kT_s)$,然后用最小二乘法拟合得到精确相位 τ。



(a) 非相干早迟码相位估计器结构图



(b) 鉴相器单元

L—PN 序列长度；$y_E(kT_s)$，$y_L(kT_s)$—相关后的超前和滞后信号；$E(kT_s)$—超前支路信号模平方；$P(kT_s)$—滞后支路信号模平方。

图 2　非相干早迟码相位估计器原理图

Fig. 2　Schematic diagram of non-coherent early-later code delaying phase estimator

接收到的信号为

$$r(kT_s)=A\cdot \mathrm{PN}(kT_s)\exp(\mathrm{j}\Delta w_0 kT_s+\phi)+n(kT_s) \tag{7}$$

式中：A 为接收信号的幅度；$\mathrm{PN}(kT_s)$ 为采样后的伪随机码；Δw_0 为归一化数字频偏；ϕ 为载波初始相位；$n(kT_s)$ 为噪声项，服从均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布。

理想鉴相曲线由 3 段直线组成，区分 3 段曲线的拐点为曲线的最大值和最小值，因此可以使用最大值和最小值将曲线分为 3 段，利用中间段的线性部分进行参数特征的提取。假设频偏较小，不足以影响检测相关峰的出现，累加最小二乘法实现步骤如下所示。

步骤 1　求出鉴相曲线，以矩阵的形式存储这些样点，记为 $\boldsymbol{Y}$，$\boldsymbol{Y}$ 为 M 阶 $\times(2N+1)$ 阶的矩阵，M 为非相干累加次数。

步骤 2　将矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 的每列相加，得到向量 $\boldsymbol{Z}$，取出 $\boldsymbol{Z}$ 的最大值和最小值所在位置，分别记为 $z_{\max}$ 和 $z_{\min}$。

步骤 3　取区间 $(z_{\min},z_{\max})$ 之间的 K 个点，且 $K\leqslant 2N-1$，K 为不定长；利用最小二乘法进行线性拟合，然后计算相位差 τ。

因此，PN 码相位差为

$$\tau=-a/b=\frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}y_{i,j}\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}x_{i,j}^2-\left(\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}x_{i,j}\right)\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}x_{i,j}y_{i,j}}{K\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}x_{i,j}\sum_{j=1}^{M}y_{i,j}-\left(\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}x_{i,j}\right)\left(\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}y_{i,j}\right)} \tag{8}$$

3　方法有效性分析

接收到的信号 $r(kT_s)$ 经过滑动相关累加后得到两路信号 $y_E(kT_s)$ 和 $y_L(kT_s)$，表达式为

$$\begin{cases} y_E(kT_s)=A\dfrac{\sin(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin(\Delta w_0 T_c/2)}\cdot \\ \qquad R(kT_s+T_c/2)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}+w(kT_s+T_c/2) \\ y_L(kT_s)=A\dfrac{\sin(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin(\Delta w_0 T_c/2)}\cdot \\ \qquad R(kT_s-T_c/2)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}+w(kT_s-T_c/2) \end{cases} \tag{9}$$

式中：$R(kT_s-T_c/2)$ 和 $R(kT_s+T_c/2)$ 分别为超前和滞后的相关累加值；$w(kT_s+T_c/2)$ 和 $w(kT_s-$

北航学报 赠阅

$T_c/2$)为 $n(kT_s)$ 相关累加后的噪声信号,服从 $N(0,2NL\sigma^2)$。因此 $y_E(kT_s)$ 和 $y_L(kT_s)$ 服从的分布为

$$y_E(kT_s) \sim N\left(A\frac{\sin(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin(\Delta w_0 T_c/2)}R(kT_s+T_c/2),2NL\sigma^2\right)$$

$$y_L(kT_s) \sim N\left(A\frac{\sin(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin(\Delta w_0 T_c/2)}R(kT_s-T_c/2),2NL\sigma^2\right)$$

$E(kT_s)$ 服从自由度为 $2M$ 的非中心 χ^2 分布,非中心参数的均值为

$$2MA^2\frac{\sin^2(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin^2(\Delta w_0 T_c/2)}R^2(kT_s-T_c/2)$$

信道为加性高斯白噪声(AWGN)信道,累加后判决量 z 的概率密度函数为

$$f_1(z)=\left(\frac{z/V}{M\mu}\right)^{(M-1)/2}\exp[-(z/V+M\mu)]I_{M-1}\cdot(2\sqrt{M\mu z/V})$$

其中:$I_{M-1}(\cdot)$ 为 $M-1$ 阶贝塞尔函数;$V=2NL\sigma^2$;$\mu=M_1^2/V$,$M_1^2=N^2L^2A^2D^2(kT_s)$。

由于 f_1 分布含有贝赛尔函数,考虑到 z 分布的自由度比较高,根据中心极限定理,可将其近似为高斯分布。则 y_E 的概率密度分布为

$$f_E(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_E^2}}\exp\left[-\frac{(y-m_E)^2}{2\sigma_E^2}\right] \tag{10}$$

式中:

$$m_E=2MNL\sigma^2+MA^2\frac{\sin^2(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin^2(\Delta w_0 T_c/2)}\cdot R^2(kT_s+T_c/2) \tag{11}$$

$$\sigma_E^2=8M^2N^2L^2\sigma^4\left[1+\frac{A^2}{NL\sigma^2}\cdot\frac{\sin^2(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin^2(\Delta w_0 T_c/2)}\cdot R^2(kT_s+T_c/2)\right] \tag{12}$$

同理可得,y_L 的概率密度分布为

$$f_L(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_L^2}}\exp\left[-\frac{(y-m_L)^2}{2\sigma_1^2}\right] \tag{13}$$

式中:

$$\begin{cases} m_L=2MNL\sigma^2+MA^2\dfrac{\sin^2(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin^2(\Delta w_0 T_c/2)}\cdot R^2(kT_s-T_c/2) \\ \sigma_L^2=8M^2N^2L^2\sigma^4\left[1+\dfrac{A^2}{NL\sigma^2}\cdot\dfrac{\sin^2(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin^2(\Delta w_0 T_c/2)}\cdot R^2(kT_s-T_c/2)\right] \end{cases} \tag{14}$$

因此,$D(kT_s)=E(kT_s)-P(kT_s)$ 服从 $N(\mu_D,\sigma_D^2)$,均值和方差分别为

$$\mu_D=m_E-m_L=MA^2\frac{\sin^2(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin^2(\Delta w_0 T_c/2)}[R^2(kT_s-T_c/2)-R^2(kT_s+T_c/2)] \tag{15}$$

$$\sigma_D^2=\sigma_E^2+\sigma_L^2=8M^2N^2L^2\sigma^4\cdot\left\{2+\frac{A^2}{NL\sigma^2}\cdot\frac{\sin^2(\Delta w_0 T_c NL/2)}{\sin^2(\Delta w_0 T_c/2)}\cdot[R^2(kT_s-T_c/2)+R^2(kT_s+T_c/2)]\right\} \tag{16}$$

由式(15)可知,在鉴相曲线中间段 μ_D 呈线性特征,因此可以使用线性拟合方式估计相位差 τ,表明本文提出方法的有效性。

4 仿真分析

为了验证提出方法的性能,选取生成多项式为 x^4+x+1,长度为 31 的 m 序列为例,采样率取 8,归一化频偏为 0,仿真 1 000 次,对比本文方法与文献[5,11]方法。

4.1 不同初始相位测量精度仿真

信噪比(SNR)为 0 dB,不累加,即累加次数为 1,设置 m 序列初始相位为 $0\sim4T_s$。如表 1 所示,文献[5]在 $0\sim4T_s$ 时的相位测量均方根值约为 1,在小于 1 个采样点时文献[11]的均方根值较小,但超出一个采样点时,测量误差迅速增大,大于 2 个采样点时超过 1。而提出的方法在初始相位在 $0\sim4T_s$ 时,均方根误差基本没有增加,大约为 1/4 采样点。因此,提出方法的均方根误差远小于文献[5]的,在偏差较小时与文献[11]的均方根误差接近,但当偏差增大时,提出的方法均方根误差基本没有增加,而文献[11]增大很多。因此,本文方法在信噪比恒定情况下可以得到更为稳定且准确的相位差估计,具有更宽的适用范围和适用性。

表 1 不同初始相位均方根误差

Table 1 Root mean square error in different initial phases

测量方法	初始相位				
	0	$1T_s$	$2T_s$	$3T_s$	$4T_s$
文献[5]方法	1.016	1.022	1.045	1.069	1.074
文献[11]方法	0.220	0.321	0.481	2.591	17.691
本文方法	0.220	0.220	0.226	0.232	0.238

4.2 不同信噪比相位测量精度仿真

设置信噪比为从 −10 dB 至 10 dB,累加次数为 1,步长为 3 dB。图 3 表明,文献[5]的均方根误差相比提出的方法增大很多。当偏差较小时,提出方法与文献[11]的抗噪声能力接近,但当相

位偏差增大时，文献[11]的均方根误差急剧增大。而提出的方法在信噪比变化时，误差变化不明显。因此，提出的方法受信噪比影响较小，具有很好的抗噪声能力。

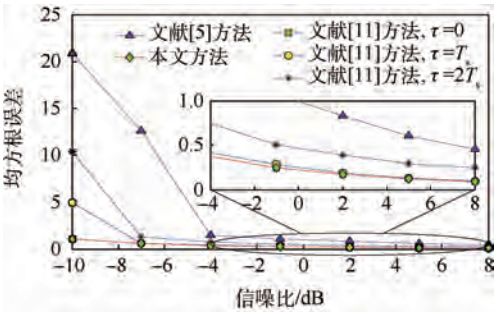


图 3　不同信噪比下的均方根误差

Fig. 3　Root mean square error at different SNRs

4.3　不同累加次数相位测量精度仿真

分别累加 1、2、4、8 和 16 次，对比不同累加次数（M）的均方根误差，如图 4 所示。从图 4 可以看出，累加次数越多，相位测量的均方根误差越小，但随着累加也会出现平台效应，均方根误差趋于稳定。而且累加次数的增加会增加信号的长度和处理时间，因此设计时常对累加次数和运算量折衷考虑。

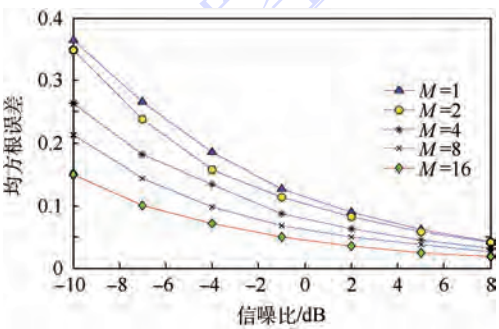


图 4　不同累加次数下的均方根误差

Fig. 4　Root mean square error at different accumulative times

5　结　论

本文给出了一种非相干鉴相结构，在该结构基础上提出基于累加最小二乘法的 PN 序列相位精确测量方法，经实验验证表明：

1）在不累加的情况下，在初始相位小于半个码元宽度条件下，方法相比于其他现有的最小二乘法，运算量基本相同，可获得更高的相位测量精度，达到分数级的测量精度；而且抗噪声能力更强。

2）在累加的情况下，相位测量精度更佳，而且累加次数越多，精度越高。

为使本文的方法在更广的环境下应用，仍需改进该方法使其在多径或存在人为干扰的复杂电磁环境下正常使用。

参考文献（References）

[1] 沈锋，李伟东，李强. 基于 I/Q 支路相干积分观测滤波的 GPS 接收机信号跟踪方法[J]. 电子与信息学报，2015，31(1)：37-42.
SHEN F，LI W D，LI Q. GPS receiver signal tracking method based on I/Q branch coherent integration measurements filter [J]. Journal of Electronics & Information Technology，2015，31(1)：37-42(in Chinese).

[2] 程俊仁，刘光斌，姚志成，等. 一种鲁棒 GNSS 矢量跟踪环[J]. 航空学报，2014，35(11)：3106-3114.
CHENG J R，LIU G B，YAO Z C，et al. A robust GNSS vector tracking loop [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica，2014，35(11)：3106-3114(in Chinese).

[3] 刘晗超，简伟，侯建文. 再生伪码测距中的码跟踪环实现[J]. 时间频率学报，2014，37(2)：104-110.
LIU H C，JIAN W，HOU J W. A realization of code tracking loop in PN code ranging[J]. Journal of Time and Frequency，2014，37(2)：104-110(in Chinese).

[4] KRASNR R，NORMAN F. GPS receiver and method for processing GPS signals：United States，Patent 6725159[P]. 2004-04-20.

[5] FRANCESCO B，GAETANO G. A fast time-delay estimator of PN signals[J]. IEEE Transactions on Communications，2011，59(8)：2057-2062.

[6] 龚国辉，李思昆. 提高 DSSS 信号 PN 码相位测量精度的三点二次插值法[J]. 通信学报，2007，28(2)：130-133.
GONG G H，LI S K. Improving DSSS signal PN code phase measurement precision by 3-point quadratic interpolation[J]. Journal on Communications，2007，28(2)：130-133(in Chinese).

[7] 王磊，徐大专. 一种抗频偏的时间精同步方法及性能分析[J]. 电子与信息学报，2011，33(2)：300-303.
WANG L，XU D Z. An anti frequency offset fine time synchronization method and its performance analysis[J]. Journal of Electronics & Information Technology，2011，33(2)：300-303(in Chinese).

[8] 李柏渝，陈雷，李彩华，等. 通道非理想特性对导航接收机伪码测距零值的影响分析[J]. 电子与信息学报，2011，33(9)：2138-2143.
LI B Y，CHEN L，LI C H，et al. The impact non-ideal-front-end characteristic on PN zero value measurement of navigation receivers[J]. Journal of Electronics & Information Technology，2011，33(9)：2138-2143(in Chinese).

[9] 罗海军，彭卫东，李明阳，等. 基于分段直线拟合的伪随机码相位测量法[J]. 计算机测量与控制，2015，23(3)：727-730.
LUO H J，PENG W D，LI M Y，et al. Method of phase measurement of PN codes based on piecewise linear fitting[J]. Computer Measurement & Control，2015，23(3)：727-730(in Chinese).

[10] 胡修林，张俊，杨灵. 直接序列扩频通信系统中 PN 码相位的精确测量方法[J]. 电讯技术，2005(4)：128-131.
HU X L，ZHANG J，YANG L. A method for accurately measuring the phase of PN code in DSSS systems[J]. Telecommunication Technology，2005(4)：128-131(in Chinese).

[11] 胡修林，曾臻，张俊，等. 直扩系统伪码精同步及 FPGA 实现

[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2005,33(6):44-46.
HU X L,ZENG Z,ZHANG J,et al. Synchronization of pseudo-random code and its implementation on FPGA in DSSS[J]. Journal of Huazhong University of Science & Technology (Nature Science Edition),2005,33(6):44-46(in Chinese).

[12] 王徐华,柏鹏,李明阳,等. 基于最小二乘法的高动态条件下抗频偏的精确同步方法[J]. 电子与信息学报,2012,34(11):2755-2760.
WANG X H,BAI P,LI M Y,et al. Anti-frequency offset method for precision synchronization on highly dynamic condition based on the least squares[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2012,34(11):2755-2760(in Chinese).

[13] 王徐华,柏鹏,李寰宇,等. 基于多速率内插和最小二乘法的精确同步方法[J]. 计算机应用研究,2012,29(10):3922-3925.
WANG X H,BAI P,LI H Y,et al. Precise synchronization approach based on multi-rate interpolation and least squares method[J]. Application Research of Computers,2012,29(10):3922-3925(in Chinese).

[14] 王徐华,柏鹏,李明阳,等. 一种基于滑动最小二乘法的精确同步方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版),2013,25(5):599-604.
WANG X H,BAI P,LI M Y,et al. A precise synchronization method based on slipping least square algorithm[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition),2013,25(5):599-604(in Chinese).

[15] 李明阳,柏鹏,王徐华,等. 一种基于迭代最小二乘法的精确同步方法[J]. 电子与信息学报,2013,35(4):832-837.
LI M Y,BAI P,WANG X H,et al. A precise synchronization method based on iterative least square algorithm[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2013,35(4):832-837(in Chinese).

[16] 罗海军,彭卫东. 整体最小二乘法在精同步中的应用[J]. 计算机测量与控制,2014,22(7):2291-2294.
LUO H J,PENG W D. Application of total least squares in precise synchronization[J]. Computer Measurement & Control,2014,22(7):2291-2294(in Chinese).

作者简介:

张波 男,博士研究生,助教。主要研究方向:软件无线电、同步技术。
Tel.:0431-86958347
E-mail:bo_zhang0106@126.com

郭英 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:通信信号处理、语音信号处理。
Tel.:029-84791773
E-mail:guoying_dsp@sina.com

Precise measurement of PN code phase by accumulative least square method

ZHANG Bo[1,2], GUO Ying[1,3,*], QI Zisen[1], ZHANG Dongwei[1], ZHANG Kunfeng[1]

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;
2. Information Countermeasure Department, Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China;
3. Science and Technology on Information Transmission and Dissemination in Communication Networks Laboratory, Shijiazhuang 050081, China)

Abstract: As least square (LS) method, which is applied to precise measurement of PN sequence phase in high-accuracy, is limited in narrow range condition of coarse synchronization, it is difficult to satisfy the needs of practical project. A novel realized structure of accumulative LS method for PN sequence phase measurement is presented. According to the characteristic of phase discrimination curve, the accumulative maximal value and minimal value of the phase discrimination curve are viewed as the characteristic reference position, and the samples between the maximal value and the minimal value are fitted by LS method. A high-accuracy measurement of the PN sequence phase can be achieved in half-width of the chips under the condition of coarse synchronization. It is proved that the characteristic of phase discrimination is linear in theory, and can use accumulative LS method suitably. The simulation results indicate that the proposed method has wider range of coarse synchronization and higher measurement precision.

Key words: direct sequence spread spectrum (DSSS) signal; PN code; precise measurement; least square (LS) method; phase discrimination curve

Received: 2015-09-22; **Accepted**: 2015-12-09; **Published online**: 2016-01-08 15:17
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20160108.1517.002.html
Foundation items: Aeronautical Science Foundation of China (20112096016); Foundation of the Science and Technology on Information Transmission and Dissemination in Communication Networks Laboratory (ITD-U12003/K1260009)

* **Corresponding author**. Tel.: 029-84791773 E-mail: guoying_dsp@sina.com

《北京航空航天大学学报》征稿简则

北航学报
赠 阅

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码,中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5~8 个),中图分类号,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词,引言,正文,参考文献。首、末页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100083 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部
办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间
电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426
E-mail:jbuaa@ buaa. edu. cn
http://bhxb. buaa. edu. cn
http://www. buaa. edu. cn

《北京航空航天大学学报》
第五届编辑委员会

北航学报
赠 阅

主　任（主　编）：赵沁平

（以下按姓氏笔划为序）

副主任（副主编）：丁希仑　王少萍　孙志梅　李秋实　李焕喜　杨嘉陵
苗俊刚　相　艳　徐立军　钱德沛　曹晋滨

编　委：马殿富　王　琪　王　聪　邓小燕　王青云　王荣明　刘　宇
刘　红　江　洁　刘　强　闫　鹏　朱天乐　刘铁钢　齐铂金
陈万春　邹正平　苏东林　杨世春　沈成平　邱志平　宋知人
杨树斌　张晓林　杨晓奕　杨继萍　李惠峰　吴新开　张瑞丰
杨照华　宋凝芳　周　锐　林宇震　林贵平　战　强　姚仰平
胡庆雷　赵秋红　段海滨　赵巍胜　席　平　郭　宏　徐　洁
徐世杰　郭洪波　康　锐　翟　锦　熊华钢

北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

（原《北京航空学院学报》）

（月刊　1956 年创刊）

第 42 卷 第 10 期　2016 年 10 月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS (JBUAA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.42 No.10　October 2016

主管单位　中华人民共和国工业和信息化部
主办单位　北京航空航天大学
主　　编　赵沁平
编辑出版　《北京航空航天大学学报》编辑部
邮　　编　100083
地　　址　北京市海淀区学院路 37 号
印　　刷　北京科信印刷有限公司
发　　行　北航文化传媒集团
发行范围　国内外发行
联系电话　(010) 82315594　82338922　82314839
电子信箱　jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by　Ministry of Industry and Information Technology of the People's Republic of China
Sponsored by　Beijing University of Aeronautics and Astronautics (BUAA)
(Beijing 100083, P. R. China)
Chief Editor　Zhao Qinping
Edited and Published by　Editorial Board of JBUAA
Printed by　Beijing Kexin Printing Co., Ltd.
Distributed by　BUAA Culture Media Group Limited
Telephone　(010) 82315594　82338922　82314839
E-mail　jbuaa@buaa.edu.cn
http://bhxb.buaa.edu.cn

刊　　号　ISSN 1001-5965 / CN 11-2625/V
国内定价　20.00 元／期

ISSN 1001-5965

