北航学报
赠 阅

ISSN 1001-5965
CODEN BHHDE8

北京航空航天大學学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

2018-03
Vol.44 No.3

北京航空航天大学学报

第 44 卷　第 3 期　（总第 301 期）　2018 年 3 月

北航学报
赠阅

目　次

基于模糊逻辑的交互式多模型滤波算法 …… 周卫东，刘璐，唐佳（413）
高速撞击梯度电势靶板产生等离子体诱发的放电 ……
…… 唐恩凌，刘美，韩雅菲，王睿智，贺丽萍，刘淑华（420）
多外力柔性微动机构输出位移求解方法 …… 宫金良，贾国朋，张彦斐（429）
基于故障行为的惯导产品贮存寿命试验设计 …… 许丹，林坤松，陈云霞（437）
火星沙尘环境光学图像增强方法 …… 李海波，曹云峰，丁萌，庄丽葵（444）
产生匀强磁场的圆柱形线圈组设计方法 …… 胡朝晖，穆维维，吴文峰，周斌权（454）
多星对合作目标的分布式协同导航滤波算法 …… 李兆铭，杨文革，丁丹，廖育荣（462）
一种跨声速定常流场求解加速方法…… 乔磊，白俊强，邱亚松，华俊，张扬（470）
磁悬浮控制敏感陀螺转子前馈解耦内模控制…… 夏长峰，蔡远文，任元，武登云，王英广（480）
基于改进积分视线导引策略的欠驱动无人水面艇路径跟踪 ……
…… 陈霄，刘忠，张建强，董蛟，周德超（489）
基于 K-V 阻尼模型的铁木辛柯梁振动响应分析 …… 张夏阳，祝明，武哲（500）
超流体陀螺相位波动噪声自适应抵消系统分析 …… 赵玉龙，沈怀荣，任元（508）
基于数字虚拟飞行的民机侧风着陆地面航向操稳特性评估 …… 刘海良，王立新（516）
充气展开自支撑臂振动模态分析 …… 马瑞强，卫剑征，谭惠丰（526）
基于 $L_{1/2}$ 范数正则化的塑性回声状态网络故障诊断模型 …… 逯程，徐廷学，王虹（535）
基于 Kriging 模型的浮空器氦气昼夜温差最优化 …… 林康，马云鹏，武哲，王强（542）
调频引信谐波时序检测抗干扰方法及实现 …… 孔志杰，郝新红，栗苹，闫晓鹏（549）
高超末段机动突防/精确打击弹道建模与优化 …… 李静琳，陈万春，闵昌万（556）
一种新型并联灌注机器人运动学分析和多目标优化 …… 杨会，房海蓉，李典，方跃法（568）
一种基于 SVM 的低空飞行冲突探测算法 …… 韩冬，张学军，聂尊礼，管祥民（576）
基于 BDS-GD 的低截获概率雷达信号识别 …… 王星，吴鹏程，田元荣，王玉冰（583）
基于多态系统的总线胚胎电子阵列可靠性分析 …… 王涛，蔡金燕，孟亚峰，朱赛（593）
大前置角拦截攻击时间控制导引律…… 王斌，雷虎民，李炯，叶继坤，李宁波（605）
探测器触地关机软着陆稳定性分析…… 丁宗茂，王春洁，吴宏宇，丁建中，郭璠（614）
基于深度学习的航空发动机故障融合诊断 …… 车畅畅，王华伟，倪晓梅，洪骥宇（621）
基于三站点库存组织的备件转运策略分析 …… 薛佩，王乃超，肖波平，马麟（629）
一种多运动模式下自适应阈值零速修正算法 …… 张健敏，修春娣，杨威，杨东凯（636）
一种带移动副平面六连杆机构分支识别方法…… 龚雅静，王君，汪泉，毕树生，任军，孙金凤（645）

期刊基本参数： CN 11-2625/V * 1956 * m * A4 * 240 * zh * P * ￥50.00 * 900 * 28 * 2018-03

（**编　辑**　娄　嘉　张　嵘　李　晶　张欣蔚　孙　芳　王艳梅）

北京航空航天大学学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

Vol. 44 No. 3 (Sum 301) March 2018

北航学报 赠阅

CONTENTS

Interactive multiple model filtering algorithm based on fuzzy logic
…… ZHOU Weidong, LIU Lu, TANG Jia (413)
Discharge induced by plasma during high-velocity impact on target plate with gradient potential
…… TANG Enling, LIU Mei, HAN Yafei, WANG Ruizhi, HE Liping, LIU Shuhua (420)
Method for output displacement solving of compliant micro-motion mechanism with multi-input forces
…… GONG Jinliang, JIA Guopeng, ZHANG Yanfei (429)
Failure behavior based storage life test design for inertial navigation products
…… XU Dan, LIN Kunsong, Chen Yunxia (437)
Optical image enhancement method in dust environment on Mars
…… LI Haibo, CAO Yunfeng, DING Meng, ZHUANG Likui (444)
Design method of cylindrical coil systems for generating uniform magnetic field
…… HU Zhaohui, MU Weiwei, WU Wenfeng, ZHOU Binquan (454)
Distributed coordinated navigation filtering algorithm for cooperative target by multi-satellite
…… LI Zhaoming, YANG Wenge, DING Dan, LIAO Yurong (462)
High-efficiency solving method for steady transonic flow field
…… QIAO Lei, BAI Junqiang, QIU Yasong, HUA Jun, ZHANG Yang (470)
Feedforward decoupling and internal model control for rotor of magnetically suspended control and sensing gyroscope
…… XIA Changfeng, CAI Yuanwen, REN Yuan, WU Dengyun, WANG Yingguang (480)
Path following of underactuated USV based on modified integral line-of-sight guidance strategies
…… CHEN Xiao, LIU Zhong, ZHANG Jianqiang, DONG Jiao, ZHOU Dechao (489)
Response analysis of Timoshenko beam based on K-V damping model
…… ZHANG Xiayang, ZHU Ming, WU Zhe (500)
Phase fluctuation noise adaptive cancellation system of superfluid gyroscope
…… ZHAO Yulong, SHEN Huairong, REN Yuan (508)
Evaluation of directional ground stability and control characteristics in crosswind landing for civil airplane based on digital virtual flight
…… LIU Hailiang, WANG Lixin (516)
Vibration modal analysis of inflatable self-supporting booms
…… MA Ruiqiang, WEI Jianzheng, TAN Huifeng (526)
A fault diagnosis model of plasticity echo state network based on $L_{1/2}$-norm regularization
…… LU Cheng, XU Tingxue, WANG Hong (535)
Optimization of aerostat helium temperature differences between day and night based on Kriging model
…… LIN Kang, MA Yunpeng, WU Zhe, WANG Qiang (542)
Harmonic timing sequence detection anti-jamming method and its implementation for FM fuze
…… KONG Zhijie, HAO Xinhong, LI Ping, YAN Xiaopeng (549)
Terminal hypersonic trajectory modeling and optimization for maneuvering penetration and precision strike
…… LI Jinglin, CHEN Wanchun, MIN Changwan (556)
Kinematics analysis and multi-objective optimization of a novel parallel perfusion robot
…… YANG Hui, FANG Hairong, LI Dian, FANG Yuefa (568)
A conflict detection algorithm for low-altitude flights based on SVM
…… HAN Dong, ZHANG Xuejun, NIE Zunli, GUAN Xiangmin (576)
LPI radar signal recognition based on BDS-GD
…… WANG Xing, GUO Pengcheng, TIAN Yuanrong, WANG Yubing (583)
Reliability analysis of bus-based embryonic electronic array based on multi-state system
…… WANG Tao, CAI Jinyan, MENG Yafeng, ZHU Sai (593)
Impact time control guidance law for large heading errors
…… WANG Bin, LEI Humin, LI Jiong, YE Jikun, LI Ningbo (605)
Stability analysis of explorer in soft landing mode of engine shutdown at touchdown
…… DING Zongmao, WANG Chunjie, WU Hongyu, DING Jianzhong, GUO Fan (614)
Fault fusion diagnosis of aero-engine based on deep learning
…… CHE Changchang, WANG Huawei, NI Xiaomei, HONG Jiyu (621)
Spares transshipment strategy analysis based on a three-site inventory system
…… XUE Pei, WANG Naichao, XIAO Boping, MA Lin (629)
Adaptive threshold zero-velocity update algorithm under multi-movement patterns
…… ZHANG Jianmin, XIU Chundi, YANG Wei, YANG Dongkai (636)
A method for branch identification of planar six-bar linkages with sliding pairs
…… GONG Yajing, WANG Jun, WANG Quan, BI Shusheng, REN Jun, SUN Jinfeng (645)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0160

基于模糊逻辑的交互式多模型滤波算法

周卫东[1,*], 刘璐[1], 唐佳[2]
(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001; 2. 江南工业集团有限公司, 湘潭 411100)

摘 要: 针对交互式多模型(IMM)滤波算法在对反舰导弹的"蛇形"机动方式进行跟踪时收敛速度慢、滤波精度低的问题。在三维空间内,假定目标以匀速直线和"蛇形"机动2种方式进行运动,以相对距离和视线角为观测信息,对IMM滤波算法的模型概率更新模块进行改进,提出了基于模糊逻辑的交互式多模型(FLIMM)滤波算法。通过仿真对比分析,改进后的算法能够有效地提高收敛速度,进而获得更高的跟踪精度。

关 键 词: "蛇形"机动; 目标跟踪; 交互式多模型(IMM); 模糊逻辑; 滤波算法
中图分类号: TP202$^+$.2
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0413-07

随着制导技术的发展,反舰导弹的机动形式更加灵活,"蛇形"机动与其他一种或多种机动方式相结合的运动形式屡见不鲜[1]。而不需要机动检测的交互式多模型(Interactive Multiple Model,IMM)滤波算法通过选用多个数学模型近似目标的实际运动情况,且各模型并行工作,进而利用马尔可夫系数进行模型概率转移,从而获得了较好的跟踪性能。但是,该算法收敛速度慢,滤波精度需要进一步提高[2-3]。

目标在飞行过程中,其机动通常是瞬间发生的,而多模型滤波算法的模型概率是一个近似连续的变化过程[4],不同于目标机动发生的突然性。因此在采用IMM滤波算法对机动目标进行跟踪滤波时,通常仅有一个滤波模型起主要作用,该模型能准确描述目标的运动方程,其模型概率近似为1,其余模型的概率近似为0。也就是说,通过IMM滤波算法计算出的模型概率与实际模型所起作用存在一种模糊的非线性关系。基于此,本文依据模糊控制的思想,通过设计模糊逻辑系统,提出了一种基于模糊逻辑的交互式多模型(Fuzzy Logic Interactive Multiple Model, FLIMM)滤波算法来改善传统IMM滤波算法收敛速度慢、滤波精度低的缺点。

1 "蛇形"机动模型

"蛇形"机动模型描述的是一种目标做强机动的情况,目标机动加速度按正弦规律不断变化[5]。其既是一种特殊的转弯运动,又是一种特殊的匀速圆周运动,是多个半圆周运动的叠加,在每个半圆周,角速率变化为相反的方向,同时半径也在不停地改变。本文假设目标的"蛇形"机动发生在水平面上,即在x轴方向上和y轴方向上分别做速度为v_x的直线运动和正弦运动,其运动方程为

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = y_0 + A\sin(\omega t) \\ \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = A\omega\cos(\omega t) \\ \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -A\omega^2\sin(\omega t) \\ \dddot{x} = 0 \\ \dddot{y} = -A\omega^3\cos(\omega t) = -\omega^2\dot{y} \end{cases} \tag{1}$$

收稿日期: 2017-03-20; **录用日期**: 2017-06-16; **网络出版时间**: 2017-08-31 14:30
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170831.1430.005.html
基金项目: 国家自然科学基金(6157020038)
*通信作者. E-mail: zhouweidong@hrbeu.edu.cn

引用格式: 周卫东, 刘璐, 唐佳. 基于模糊逻辑的交互式多模型滤波算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 413-419.
ZHOU W D, LIU L, TANG J. Interactive multiple model filtering algorithm based on fuzzy logic[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 413-419 (in Chinese).

北航学报 赠阅

式中：x、$\dot{x}$、$\ddot{x}$ 和 $\dddot{x}$ 分别为 x 轴方向的位置、速度、加速度和加速度的导数；y、$\dot{y}$ 和 $\ddot{y}$、$\dddot{y}$ 分别为 y 轴方向的位置、速度、加速度和加速度的导数；A 为机动幅值；ω 为机动频率；t 为机动时间；y_0 为目标初始位置的纵坐标。由式(1)可得

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \\ \dddot{x}(t) \\ \dddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中：$w_1(t)$ 和 $w_2(t)$ 为高斯白噪声。

设采样周期为 T，对式(2)进行离散化，有

$$\boldsymbol{X}(k+1) = \boldsymbol{F}\boldsymbol{X}(k) + \boldsymbol{G}\boldsymbol{W}(k) \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{X}(k)$、$\boldsymbol{X}(k+1)$ 分别为 k 时刻、$k+1$ 时刻的状态向量；$\boldsymbol{W}(k)$ 为过程噪声；$\boldsymbol{F}$ 为状态转移矩阵；$\boldsymbol{G}$ 为过程噪声输入矩阵。取值如下：

$$\boldsymbol{X}(k) = [x(k) \quad y(k) \quad \dot{x}(k) \quad \dot{y}(k) \quad \ddot{x}(k) \quad \ddot{y}(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{W}(k) = [w_1(k) \quad w_2(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} & 0 & \frac{1-\cos(\omega T)}{\omega^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\omega T) & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega\sin(\omega T) & 0 & \cos(\omega T) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{6} & 0 \\ 0 & \frac{\omega T - \sin(\omega T)}{\omega^3} \\ \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1-\cos(\omega T)}{\omega^2} \\ T & 0 \\ 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} \end{bmatrix}$$

2 交互式多模型滤波算法

假设机动目标的运动方程由 r 个数学模型来描述，其模型集可以用集合表示为 $M = \{m_1, m_2, \cdots, m_r\}$，描述机动目标运动方程的第 $j(j=1,2,\cdots,r)$ 个数学模型表示为[6]

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_j(k+1) = \boldsymbol{F}_j(k)\boldsymbol{X}(k) + \boldsymbol{G}_j(k)\boldsymbol{W}_j(k) \\ \boldsymbol{Z}_j(k) = \boldsymbol{H}_j(k)\boldsymbol{X}(k) + \boldsymbol{V}_j(k) \end{cases} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{X}_j(k+1)$ 为第 j 个模型的状态向量；$\boldsymbol{F}_j(k)$ 为第 j 个模型的过程矩阵；$\boldsymbol{G}_j(k)$ 为第 j 个模型的过程噪声传递矩阵；$\boldsymbol{Z}_j(k)$ 为第 j 个模型的观测向量；$\boldsymbol{H}_j(k)$ 为第 j 个模型的观测矩阵；过程噪声 $\boldsymbol{W}_j(k)$ 和观测噪声 $\boldsymbol{V}_j(k)$ 为相互独立的零均值高斯白噪声序列，协方差矩阵分别为 $\boldsymbol{Q}_j$ 和 $\boldsymbol{R}_j$。

IMM 滤波算法主要包括输入交互、并行滤波、模型概率更新和输出数据融合 4 个步骤[7]，如图 1 所示。

假设已知 $k-1$ 时刻第 j 个模型的滤波状态估计为 $\hat{\boldsymbol{X}}_j(k-1|k-1)$，估计误差协方差矩阵为 $\boldsymbol{P}_j(k-1|k-1)$，第 j 个模型的概率为 $\mu_j(k-1)$，各模型之间的转移概率服从马尔可夫过程[8]，其概率转移矩阵为

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1r} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{r1} & p_{r2} & \cdots & p_{rr} \end{bmatrix} \tag{5}$$

式中：p_{ij} 表示从模型 i 到模型 j 的转移概率，$i,j=1,2,\cdots,r$。则 IMM 滤波算法步骤为：

1）输入交互

输入交互概率：

$$\mu_{i|j}(k-1|k-1) = \frac{p_{ij}\mu_i(k-1)}{\bar{c}_j} \tag{6}$$

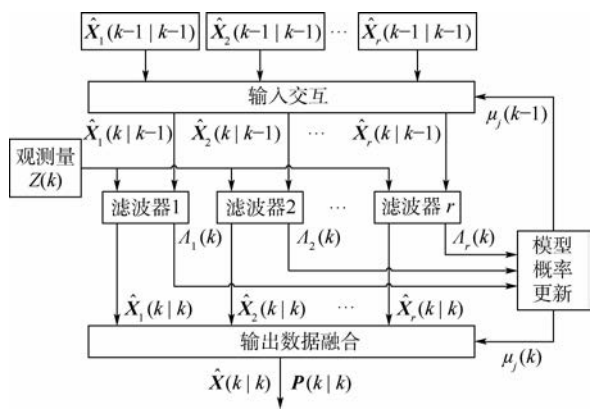


图 1 IMM 滤波算法原理框图

Fig. 1 Principle block diagram of IMM filtering algorithm

北航学报 赠阅

式中：$\bar{c}_j = \sum_i p_{ij}\mu_i(k-1)$ 为归一化常数。

初始状态估计：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{0j}(k-1|k-1) = \sum_i \hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1|k-1)\mu_{i|j}(k-1|k-1) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{P}_{0j}(k-1|k-1) = \sum_i \{\boldsymbol{P}_i(k-1|k-1) + [\hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1|k-1) - \hat{\boldsymbol{X}}_{0j}(k-1|k-1)] \cdot [\hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1|k-1) - \hat{\boldsymbol{X}}_{0j}(k-1|k-1)]^{\mathrm{T}}\} \cdot \mu_{i|j}(k-1|k-1) \tag{8}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{X}}_{0j}(k-1|k-1)$ 和 $\boldsymbol{P}_{0j}(k-1|k-1)$ 分别为初始状态值和初始估计误差协方差；$\hat{\boldsymbol{X}}_i(k-1|k-1)$ 为第 i 个模型在 $k-1$ 时刻的状态估计。

2）并行滤波

状态预测：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_j(k|k-1) = \boldsymbol{F}_j(k-1)\hat{\boldsymbol{X}}_{0j}(k-1|k-1) \tag{9}$$

$$\boldsymbol{P}_j(k|k-1) = \boldsymbol{F}_j(k-1)\boldsymbol{P}_{0j}(k-1|k-1)\boldsymbol{F}_j^{\mathrm{T}}(k-1) + \boldsymbol{G}_j(k-1)\boldsymbol{Q}_j(k-1)\boldsymbol{G}_j^{\mathrm{T}}(k-1) \tag{10}$$

计算残差：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_j(k) = \boldsymbol{Z}_j(k) - \boldsymbol{H}_j\hat{\boldsymbol{X}}_j(k-1|k-1) \tag{11}$$

残差协方差矩阵：

$$\boldsymbol{S}_j(k) = \boldsymbol{H}_j(k)\boldsymbol{P}_j(k|k-1)\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{R}_j(k) \tag{12}$$

滤波增益：

$$\boldsymbol{K}_j(k) = \boldsymbol{P}_j(k|k-1)\boldsymbol{H}_j(k)\boldsymbol{S}_j^{-1}(k) \tag{13}$$

状态更新：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_j(k|k) = \hat{\boldsymbol{X}}_j(k|k-1) + \boldsymbol{K}_j(k)\boldsymbol{\varepsilon}_j(k) \tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_j(k|k) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_j(k)\boldsymbol{H}_j(k)]\boldsymbol{P}_j(k|k-1) \tag{15}$$

3）模型概率更新

似然函数：

$$\Lambda_j(k) = \frac{1}{\sqrt{|2\pi\boldsymbol{S}_j(k)|}}\exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_j^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{S}_j^{-1}(k)\boldsymbol{\varepsilon}_j(k)\right) \tag{16}$$

概率更新：

$$\mu_j(k) = \frac{1}{c}\Lambda_j(k)\bar{c}_j \tag{17}$$

式中：$c = \sum_{j=1}^{r}\Lambda_j(k)\bar{c}_j$ 为归一化常数。

4）输出数据融合

$$\hat{\boldsymbol{X}}(k|k) = \sum_j \hat{\boldsymbol{X}}_j(k|k)\mu_j(k) \tag{18}$$

$$\boldsymbol{P}(k|k) = \sum_j \{\boldsymbol{P}_j(k|k) + [\hat{\boldsymbol{X}}_j(k|k) - \hat{\boldsymbol{X}}(k|k)] \cdot [\hat{\boldsymbol{X}}_j(k|k) - \hat{\boldsymbol{X}}(k|k)]^{\mathrm{T}}\}\mu_j(k) \tag{19}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{X}}(k|k)$ 为 k 时刻的状态更新；$\boldsymbol{P}(k|k)$ 为 k 时刻的状态误差协方差更新。

3　改进的交互式多模型滤波算法

由于目标在进行“蛇形”机动时，存在短暂的匀速运动，引起运动模型频繁切换。在采用 IMM 滤波算法对其进行跟踪时，模型概率转移时间延迟较长，导致了收敛速度慢，滤波精度低，而且估计误差大，在滤波后期依然存在较大波动。为此，本文基于传统 IMM 滤波算法，运用模糊逻辑的设计思想[9-10]来改进模型概率更新模块，提出了 FLIMM 滤波算法。改进后的更新模块结构如图 2 所示。

假定目标采用“蛇形”机动与匀速直线运动相结合的运动方式，设滤波器的输入为 Λ_1 和 Λ_2（Λ_1 与 Λ_2 是各滤波器的输出），匀速直线运动（设为模型 1）的模型概率 $\hat{\mu}_1$ 和“蛇形”机动（设为模型 2）的模型概率 $\hat{\mu}_2$ 的取值方法同 IMM 滤波，模型概率转移矩阵如式(5)所示，则由式(17)可以计算出

$$\begin{cases}\hat{\mu}_1(k) = \dfrac{\Lambda_1(k)\bar{c}_1}{\Lambda_1(k)\bar{c}_1 + \Lambda_2(k)\bar{c}_2} \\ \hat{\mu}_2(k) = \dfrac{\Lambda_2(k)\bar{c}_2}{\Lambda_1(k)\bar{c}_1 + \Lambda_2(k)\bar{c}_2}\end{cases} \tag{20}$$

式中：$\bar{c}_1 = p_{11}\mu_1(k-1) + p_{21}\mu_2(k-1)$；$\bar{c}_2 = p_{12}\cdot\mu_1(k-1) + p_{22}\mu_2(k-1)$。

对模型 1 进行分析，假定模型概率更新模块获得的输入变量是 I_1 和 I_2，得出的输出变量是 u，令

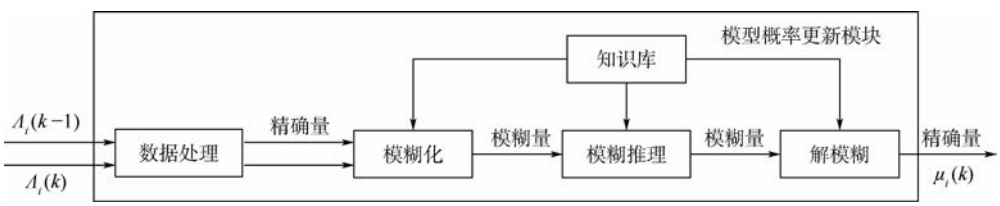


图 2　基于模糊逻辑的模型概率更新模块结构

Fig. 2　Structure of model probability updating module based on fuzzy logic

北航学报 赠阅

$$\begin{cases} I_1 = \mu_1(k-1) \\ I_2 = \hat{\mu}_1(k) - \mu_1(k-1) \\ \mu_1(k) = u \end{cases}$$

1）输入变量与输出变量的论域

$$\begin{cases} I_1:[0,1] \\ I_2:[-1,1] \\ u:[0,1] \end{cases}$$

2）输入变量与输出变量的模糊子集

$$\begin{cases} I_1:\{小(S),中(M),大(B)\} \\ I_2:\{负(N),零(Z),正(P)\} \\ u:\{小(S),中(M),大(B)\} \end{cases}$$

3）确定隶属度函数[11]，如图 3 ~ 图 5 所示。

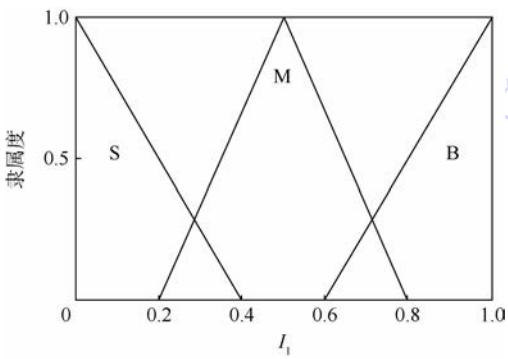


图 3 I_1 的隶属度函数

Fig. 3 Membership function of I_1

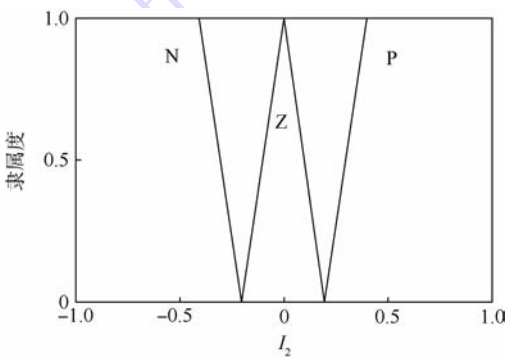


图 4 I_2 的隶属度函数

Fig. 4 Membership function of I_2

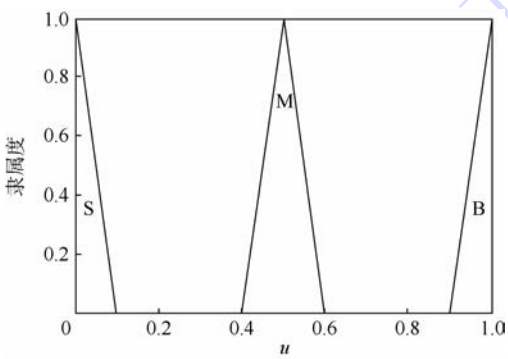


图 5 u 的隶属度函数

Fig. 5 Membership function of u

总结上述过程，可以发现：如果获取的模型概率变化是负值，即 I_2 为 N，那么当前模型概率的取值应该小于前一时刻的模型概率 I_1；如果获取的模型概率变化是零，即 I_2 为 Z，那么当前模型概率的取值应该等于前一时刻的模型概率 I_1；如果获取的模型概率变化是正值，即 I_2 为 P，那么当前模型概率的取值应该大于前一时刻的模型概率 I_1。与之相应的模糊逻辑规则如表 1 所示。本文使用中位数法解模糊化，得出模型的实际概率[12-13]。

表 1 模糊逻辑规则

Table 1 Rule of fuzzy logic

规则号	I_1	I_2	u
1	S	N	S
2	S	Z	S
3	S	P	M
4	M	N	S
5	M	Z	M
6	M	P	B
7	B	N	M
8	B	Z	B
9	B	P	B

4 仿真分析

在导弹飞行实验的背景下，以导弹为机动目标，采用 MATLAB 进行仿真分析。导弹的质心运动方程[14-15]为

$$\begin{cases} \dot{v} = g_{x_2} + a_{x_2} \\ v\dot{\theta} = g_{y_2} + a_{y_2} \\ -\dot{\psi}v\cos\theta_v = g_{z_2} + a_{z_2} \\ \dot{x} = v\cos\theta\cos\psi_v \\ \dot{y} = v\sin\theta \\ \dot{z} = -v\cos\theta\sin\psi_v \end{cases} \tag{21}$$

式中：机动加速度按正弦规律变化；v 为导弹的运动速率；θ 为导弹的弹道倾角；ψ_v 为弹道偏角；g_{x_2}、g_{y_2}、g_{z_2}与 a_{x_2}、a_{y_2}、a_{z_2}分别为重力加速度与导弹过载在弹道坐标系中 3 个坐标轴方向的分量。弹道坐标系的定义如文献[1]所示：

$$\begin{cases} g_{x_2} = -g\sin\theta \\ g_{y_2} = -g\cos\theta \\ g_{z_2} = 0 \\ a_{x_2} = 0 \\ a_{y_2} = -g_{y_2} \\ a_{z_2} = a_0\cos(\omega t) \end{cases}$$

目标的初始状态为

$$[v \quad \theta \quad \psi_v \quad x \quad y \quad z]^{\mathrm{T}} =$$

$$[1\,450\ \mathrm{m/s} \quad 0 \quad \pi \quad 60\,000\ \mathrm{m} \quad 2\,000\ \mathrm{m} \quad 50\ \mathrm{m}]^{\mathrm{T}}$$

对第 1 节所述的“蛇形”机动模型进行三维扩展,离散状态方程如式(3)所示,取 $w_1(k)$、$w_2(k)$、$w_3(k)$为高斯白噪声,式中各项取值依次为

$$\boldsymbol{X}(k) = [x(k) \quad y(k) \quad z(k) \quad \dot{x}(k) \quad \dot{y}(k) \quad \dot{z}(k) \quad \ddot{x}(k) \quad \ddot{y}(k) \quad \ddot{z}(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{W}(k) = [w_1(k) \quad w_2(k) \quad w_3(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} & 0 & 0 & \frac{1-\cos(\omega T)}{\omega^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\omega T) & 0 & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega\sin(\omega T) & 0 & 0 & \cos(\omega T) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{6} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega T - \sin(\omega T)}{\omega^3} \\ \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\cos(\omega T)}{\omega^2} \\ T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} \end{bmatrix}$$

设机动目标在飞行过程中有 2 种运动方式,第 0 ~ 15 s,沿 x 轴负方向进行匀速直线运动,速度为 1 450 m/s;第 16 ~ 60 s,在水平面上进行“蛇形”机动,x 和 y 方向上的机动加速度是 0,目标在 z 方向的加速度按余弦规律变化,目标机动加速度的幅值为 $A_s = 2g$,机动频率 $\omega = 0.2\pi$。

针对目标的运动形式,IMM 滤波算法的模型集由匀速直线运动模型(模型 1)和“蛇形”机动模型(模型 2)组成,采样周期为 $T = 0.015$ s,采用球坐标系下的视线角、视距作为观测信息,观测方程为

$$\boldsymbol{Z}(t) = h(\boldsymbol{X}(t)) + \boldsymbol{V}(t) \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{Z}(t)$为观测向量;$\boldsymbol{V}(t)$为观测噪声;$h(\cdot)$为观测函数,取值为

$$h(\boldsymbol{X}(t)) = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \arctan \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}} \\ \arctan \dfrac{-z}{x} \end{bmatrix}$$

观测噪声协方差阵为

$$\boldsymbol{R} = \mathrm{diag}\{[100 \quad 10^{-6} \quad 10^{-6}]\}$$

过程噪声协方差矩阵为

$$\boldsymbol{Q} = 0.1\boldsymbol{I}_3$$

式中:$\boldsymbol{I}_3$ 为 3 阶单位矩阵。

滤波器的状态估计初始值为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_1(0) = \hat{\boldsymbol{X}}_2(0) = [60\,010 \quad 2\,010 \quad 60 \quad -1\,445 \quad 5 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{P}_1(0) = \boldsymbol{P}_2(0) = \mathrm{diag}\{[100 \quad 100 \quad 100 \quad 25 \quad 25 \quad 25 \quad 1 \quad 1 \quad 1]\}$$

模型之间的转移矩阵为

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 0.999 & 0.001 \\ 0.001 & 0.999 \end{bmatrix}$$

模型概率为

$$\begin{cases} \mu_1(0) = 0.5 \\ \mu_2(0) = 0.5 \end{cases}$$

为了对比分析,分别采用传统的 IMM 滤波算法和改进后的 FLIMM 滤波算法对目标进行跟踪,进行 100 次 Monte Carlo 仿真,图 6 为目标在铅垂面和水平面内的运动轨迹以及滤波结果。

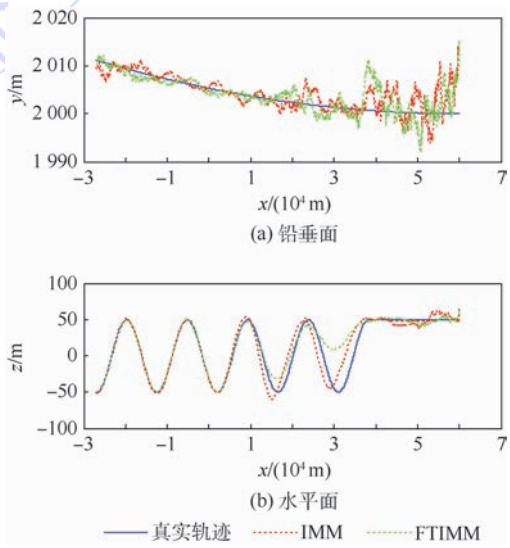


图 6　目标的运动轨迹

Fig. 6　Motion trail of target

北航学报 赠阅

由于目标在 x 和 y 方向近似做匀速运动，采用 2 种算法的估计效果几乎一致，故对 z 方向的估计误差进行分析，如图 7 ~ 图 9 所示。图 7 为 z 方向位置估计误差 Δp_z，前期估计误差一致，当目标发生“蛇形”机动时，FLIMM 滤波算法最大估计误差为 -61 m，而 IMM 滤波算法的最大估计误差为 -43 m，但是随后 FLIMM 滤波算法的估计误差迅速收敛，最终两者估计误差在 -15 ~ 2 m 之间。图 8 为 z 向速度估计误差 Δv_z，最大估计误差均为 -30 m/s左右，而 FLIMM 滤波算法的收敛速度明显较 FLIMM 滤波算法快，而且稳定后 FLIMM 滤波算法的估计误差没有发生突变或跳跃，较

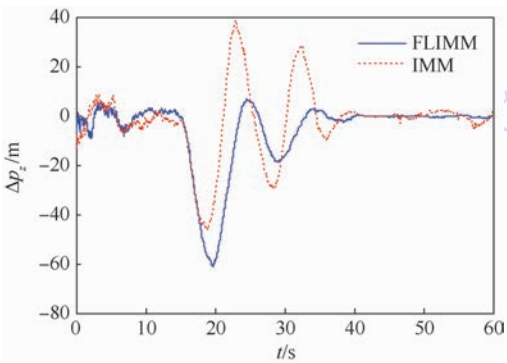


图 7 z 向位置估计误差

Fig. 7 Estimation error of position in z axis

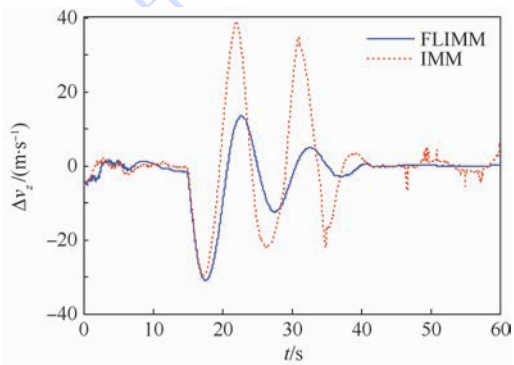


图 8 z 向速度估计误差

Fig. 8 Estimation error of velocity in z axis

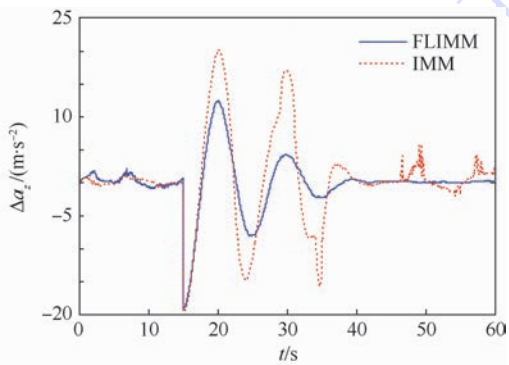


图 9 z 向加速度估计误差

Fig. 9 Estimation error of acceleration in z axis

IMM 滤波算法更平稳，FLIMM 滤波算法后期估计误差大约为 ±0.5 m/s，而 IMM 滤波算法后期估计误差大约为 -8 ~ 2 m/s 之间。图 9 为 z 向加速度估计误差 Δa_z，最大估计误差均为 -20 m/s^2，但是 FLIMM 滤波算法较 IMM 滤波算法收敛更快、更平稳、精度更高，具有更好的滤波效果，FLIMM 滤波算法后期估计误差大约为 ±0.3 m/s^2，而 IMM 滤波算法后期估计误差大约为 -2 ~ 4 m/s^2 之间。

综上所述，当机动目标在 0 ~ 15 s 进行匀速直线运动时，IMM 滤波算法与 FLIMM 滤波算法的估计误差几乎一致，这是因为目标做匀速运动，IMM 滤波算法和 FLIMM 滤波算法都能很快调整模型概率，快速跟踪上目标的运动。当目标在第 16 s 进行“蛇形”机动后，由于其在 x 和 y 2 个方向依然近似是匀速直线运动，故 2 种算法在这 2 个方向的估计误差基本无变化；在 z 方向，由于目标的机动，2 种算法均突然产生了较大的跟踪误差，但是由于 FLIMM 滤波算法能够快速调整模型概率，估计误差收敛速度明显较 IMM 滤波算法要快，而且 FLIMM 滤波算法具有一定的鲁棒稳定性，获取的估计误差在后期比较稳定，无突然大幅增加现象，具有比 IMM 滤波算法更高的估计精度。总体而言，FLIMM 滤波算法比 IMM 滤波算法的滤波效果更好。

5 结 论

本文根据模糊逻辑的思想对 IMM 滤波算法的模型概率更新模块进行改进，提出的 FLIMM 滤波算法有效地缩短了模型概率转移时间，提高了收敛速度，减小了估计误差，而且滤波过程更加平稳，对“蛇形”机动的跟踪精度更高，对工程实践应用具有一定的借鉴价值。但该算法的观测量获取均是以观测点静止不动为前提的，在实际应用中，存在从拦截弹上获取弹目相对信息的情况，希望在今后的学习中能够将其完善。

参考文献（References）

[1] 周荻. 寻的导弹新型导引规律[M]. 北京：国防工业出版社，2002：11-26.
ZHOU D. New type homing missile guidance law[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002: 11-26 (in Chinese).

[2] XING X F, ZUO L L, LEI S. Maneuvering target tracking using real-time input estimation[C]// Proceedings of the 1996 CIE International Conference of Radar Proceedings. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1996: 731-734.

[3] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with ap-

北航学报 赠阅

plications to tracking and navigation: Theory algorithms and software[M]. New York: John Wiley & Sons. Inc., 2001: 115-178.

[4] JOHNSTON L A, KRISHNAMURTHY V. An improvement to the interacting multiple model (IMM) algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(12): 2909-2923.

[5] 周宏仁,敬忠良,王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京:国防工业出版社,1991:89-122.
ZHOU H R, JING Z L, WANG P D. Maneuver targets tracking[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1991: 89-122 (in Chinese).

[6] 刘胜,张红梅. 最优估计理论[M]. 北京:科学出版社,2011:102-134.
LIU S, ZHANG H M. The optimal estimation theory[M]. Beijing: Science Press, 2011: 102-134 (in Chinese).

[7] VASUHI S, VAIDEHI V. Target tracking using interactive multiple model for wireless sensor network[J]. Information Fusion, 2016, 27(1): 41-53.

[8] LIU M Y, LI Y, ZHANG X J. A research on the weight of interactive multiple model in maneuvering target tracking[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 568-570: 1008-1011.

[9] 王立新,王迎军. 模糊系统与模糊控制教程[M]. 北京:清华大学出版社,2003:193-244.
WANG L X, WANG Y J. The tutorial of fuzzy system with fuzzy logic[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 193-244 (in Chinese).

[10] 刘政,马增强,柳晓云,等. 基于模糊推理的改进的交互式多模型算法[J]. 济南大学学报(自然科学版),2017,31(2):129-135.
LIU Z, MA Z Q, LIU X Y, et al. The improved interactive multiple model algorithm based on fuzzy reasoning[J]. Journal of University of Jinan (Science and Technology), 2017, 31(2): 129-135 (in Chinese).

[11] 刘杨,姜礼平,王炜. 一种结合弹道规律的模糊交互式多模型算法[J]. 海军工程大学学报,2015,27(1):41-44.
LIU Y, JIANG L P, WANG W. A fuzzy interactive multiple model algorithm combined with ballistic rule[J]. Journal of Naval Engineering University, 2015, 27(1): 41-44 (in Chinese).

[12] 国强,贺紫兰. 一种新的模糊控制多模型算法在目标跟踪中的应用[J]. 哈尔滨工业大学学报,2016,48(11):123-128.
GUO Q, HE Z L. The application of a new fuzzy multiple model control algorithm in target tracking[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(11): 123-128 (in Chinese).

[13] 付魏,郑宾. 基于模糊控制交互式多模型粒子滤波的静电机目标跟踪[J]. 兵工学报 2014,35(1):42-48.
FU W, ZHENG B. Electrostatic maneuvering target tracking based on fuzzy interacting multiple model particle filter[J]. Acta Armamentarii, 2014, 35(1): 42-48 (in Chinese).

[14] 张翼飞,邓方林,顾文锦. 反舰导弹末端机动弹道设计及弹道仿真[J]. 计算机仿真,2005,22(2):19-22.
ZHANG Y F, DENG F L, GU W J. Anti-ship missile terminal maneuver trajectory design and trajectory simulation[J]. Computer Simulation, 2005, 22(2): 19-22 (in Chinese).

[15] 李新国,方群. 有翼导弹飞行动力学[M]. 西安:西北工业大学出版社,2005:26-63.
LI X G, FANG Q. Flight dynamics of winged missile[M]. Xi'an: Northwestem Polytechnical University Press, 2005: 26-63 (in Chinese).

作者简介:

周卫东　男,博士,教授, 博士生导师。主要研究方向:组合导航、数据融合技术。

刘璐　女,博士研究生。主要研究方向:非线性滤波与信息融合技术。

Interactive multiple model filtering algorithm based on fuzzy logic

ZHOU Weidong[1,*], LIU Lu[1], TANG Jia[2]

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;
2. Jiangnan Industry Group Co., Ltd., Xiangtan 411100, China)

Abstract: The convergence speed and the filtering precision are poor when the interactive multiple model (IMM) filtering algorithm is applied to track the anti-ship missile in S maneuver. Thus a fuzzy logic interactive multiple model (FLIMM) filtering algorithm is proposed by improving the model probability updating module of IMM filtering algorithm in three-dimensional space. Taking relative distance and angle of sight as observation information, the algorithm assumes that the target moves in two modes: uniform motion in a straight line and S maneuver. The simulation shows that the proposed algorithm can improve the convergence speed effectively and achieve higher tracking accuracy.

Keywords: S maneuver; target tracking; interactive multiple model (IMM); fuzzy logic; filtering algorithm

Received: 2017-03-20; **Accepted**: 2017-06-16; **Published online**: 2017-08-31 14:30

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170831.1430.005.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (6157020038)

* **Corresponding author**. E-mail: zhouweidong@hrbeu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0203

高速撞击梯度电势靶板产生等离子体诱发的放电

全下文载

唐恩凌*, 刘美, 韩雅菲, 王睿智, 贺丽萍, 刘淑华
(沈阳理工大学 装备工程学院, 沈阳 110159)

摘 要: 针对在轨运行航天器在空间等离子体环境和空间带电粒子活动下诱发航天器表面梯度电势存在的客观现实,航天器在空间碎片的撞击下会诱发表面带电或深层电介质带电的航天器放电。为了在实验室模拟航天器表面存在电势差的真实情况,采用对航天器外表面分割的方法,在分割的表面间预留不同间距且在2靶板间加装电阻的方法创造具有梯度电势的高电势2A12铝板作为靶板。利用自行构建的梯度电势靶板的充放电测试系统、超高速相机采集系统和二级轻气炮加载系统,开展高速撞击梯度电势2A12铝靶的实验室实验。实验中,弹丸以入射角度为60°(弹道与靶板平面的夹角)、撞击速度约为3 km/s的条件撞击间距分别为2、3、4和5 mm的2A12铝高电势靶板,利用电流探针和电压探针采集放电电流和放电电压。实验结果表明:放电产生的等离子体形成了高电势与低电势靶板间的放电通道,且在梯度电势靶板间距分别为2、3 mm时诱发了一次放电,放电电流随高低电势靶板间间距的增加而减小;在梯度电势靶板间距分别为4、5 mm时诱发了二次放电,放电电流随高低电势靶板间间距的增加变化不明显。

关 键 词: 高速撞击; 梯度电势靶板; 放电电压; 放电电流; 靶板间距
中图分类号: O383; O531
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0420-09

随着人类空间活动的日益频繁,人造空间垃圾快速增加,自然空间环境也在逐步恶化,航天器的在轨空间环境显著恶化[1-3]。恶劣的空间环境将对太阳同步轨道(SSO)、极地轨道(PO)和地球同步轨道(GEO)的航天器造成极大威胁。如果空间碎片与航天器撞击,在撞击的过程中,航天器的舱壁内会产生强冲击波,冲击波压缩材料导致材料内能增加,使空间碎片与航天器的舱壁材料部分电离并形成等离子体。若超高速撞击具有梯度电势的航天器,其表面产生的等离子体进入航天器的内部,会对航天器内部的集成电路产生干扰甚至毁伤,进而引发故障[4]。由于空间环境中99%以上的物质都是以等离子体形式存在[5],这种空间环境会诱发航天器带电,使电荷在航天器表面以及内部产生累积效应[6-10],进入航天器材料中不同深度处的电荷所形成的电子和离子层可在航天器内保留数周甚至数月[11-12]。空间碎片碰撞航天器所产生的穿孔会在航天器材料内部产生电离路径,当等离子体侵入航天器材料内部时,会沿着电离路径诱发航天器内部集成电路的状态发生改变,对航天器构成严重威胁,甚至导致航天器失踪[13-14]。20世纪末英国研究人员在研究可能会触发放电的空间环境因素中,利用等离子体加速器对碎片碰撞过程进行了碰撞诱发放电的初

收稿日期: 2017-04-06; **录用日期**: 2017-06-30; **网络出版时间**: 2017-09-08 17:34
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180302.1552.001.html
基金项目: 国家自然科学基金(11472178, 10972145, 11272218); 辽宁省"百千万人才工程"培养经费资助项目(2012921044); 辽宁省高校优秀人才支持计划(LR2013008); 爆炸科学与技术国家重点实验室开放基金(北京理工大学)
* **通信作者**. E-mail: tangenling@126.com

引用格式: *唐恩凌, 刘美, 韩雅菲, 等. 高速撞击梯度电势靶板产生等离子体诱发的放电[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 420-428. TANG E L, LIU M, HAN Y F, et al. Discharge induced by plasma during high-velocity impact on target plate with gradient potential[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 420-428 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

步尝试并证实了该机制的存在。中国某 GEO 轨道卫星的计算机由于表面放电引起了多次复位,分析表明即使按照最恶劣的空间等离子体环境考虑也只能产生几百伏的电位差,本身不足以引起放电,但是撞击产生的等离子体诱发的高电压会达到数千伏,可能是导致航天器出现表面放电的重要诱因,该机制诱发的放电对在轨航天器的威胁巨大。为了增加在轨航天器的可靠性,正确理解空间碎片撞击梯度电势航天器产生的等离子体及其诱发放电的放电特性,进行高速撞击梯度电势靶板产生等离子体诱发的放电特性研究更显重要。Fukushige 等在日本九州工业大学航天器程实验中心开展了 LY11 铝弹丸超高速撞击太阳能电池阵产生静电放电的实验研究[16-19]。实验中,模拟航天器的在轨工作条件,进行了超高速撞击产生等离子体的特征参量诊断和静电放电的实验测量,证实了超高速撞击太阳能电池阵产生等离子体放电现象的可探测性,并获取了初步实验数据。在静电放电测试系统研究中,Toyoda 等[19]通过长期的艰难探索,认为选择电源的关键是固有电容和响应时间。Akahoshi 等[17]进行了 LY11 铝弹丸超高速撞击太阳能电池阵产生放电的实验室实验,得出弹丸在穿透太阳能电池阵衬板的过程中产生的离子流电荷量与弹丸撞击速度的平方成正比;并通过大量的实验,给出了产生持续静电放电的条件,即太阳能电池阵的输入功率高于 110 W。笔者[20-22]开展了超高速碰撞供电太阳能电池阵产生等离子体诱发的放电效应研究,得到了放电特性与碰撞参数的关系。高速撞击梯度电势靶板产生等离子体诱发的放电会对航天器构成更严重的威胁,但对此研究仍然较少,主要原因在于甄别撞击诱发故障和地面模拟撞击诱发放电的实验难度极大。目前国内外鲜有关于高速撞击梯度电势靶板产生等离子体诱发放电研究方面的相关报道。为了模拟航天器外表面具有梯度电势的特征,在实验室中利用对靶板分割的方法,使分割靶板具有梯度电势,采用二级轻气炮加载系统和相关测试系统开展了相近撞击速度、相同弹丸入射角度、各分割靶板间不同间距条件下高速碰撞梯度电势靶板产生等离子体诱发静电放电的实验研究,实验揭示了分割靶板间间距对放电特性的影响。

1　实　验

1.1　实验装置

实验系统由弹丸、靶板、弹丸发射系统、支撑连接系统、绝缘系统和测速系统组成(见图 1)。测试系统由对靶板的充放电测试系统及超高速相机采集系统组成。实验在沈阳理工大学强动载研究中心的二级轻气炮上完成,该二级轻气炮能将直径为4.8 mm的球形铝弹丸加速到7 km/s,靶室内的抽真空能力可达 10 Pa。

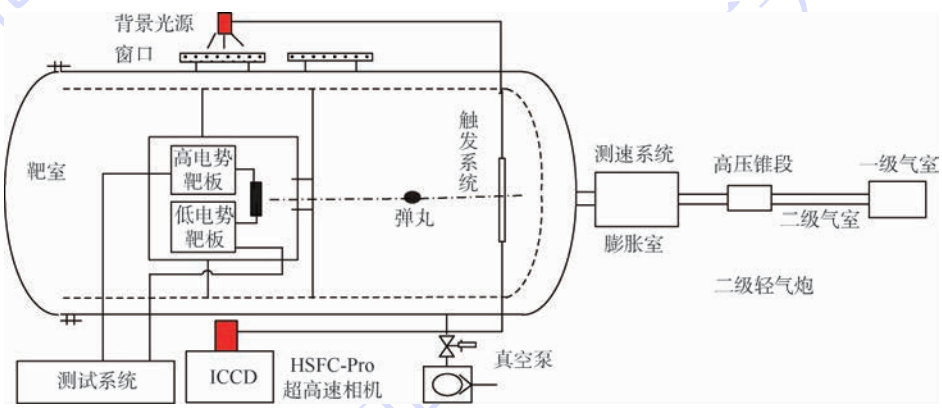


图 1　实验系统

Fig. 1　Experimental system

1.2　实验基本参数

弹丸为直径 4.8 mm 的 7075 实心铝球,该铝球在发射管内被加速,在膨胀室内飞行一段距离后与弹托分离;弹丸的入射角度为 60°。高电势与低电势靶板均为 120 mm × 120 mm × 20 mm 的 2A12 铝分割靶板,用于模拟航天器表面存在的梯度电势,弹丸撞击高电势靶板。实验基本参数如表 1 所示。

实验中,绝缘系统对实验的成败具有决定性意义,靶板及其垫板均采用耐压 5 000 V 的绝缘纸绝缘,靶架上所有的外露金属均采用绝缘纸绝缘,避免为放电产生的电弧提供电荷泄漏的通道。

北航学报 赠阅

表 1 实验基本参数

Table 1 Basic experimental parameters

实验编号	撞击速度/(km·s^{-1})	电势靶板间距/mm	电压探针编号	靶板的稳恒电压/V	电流探针编号	电路中的稳恒电流/A	靶室内真空压力/Pa
No.1	3.08	2	VP1	298.0	CP1	3.64	40
					CP2	3.01	
					CP3	2.98	
No.2	3.05	3	VP1	297.5	CP1	3.57	40
					CP2	2.94	
					CP3	3.02	
No.3	3.05	4	VP1	298.2	CP1	3.46	39
					CP2	2.94	
					CP3	3.10	
No.4	2.98	5	VP1	297.4	CP1	3.58	38
					CP2	3.02	
					CP3	2.91	

2 测试系统

测试系统由对靶板的充放电测试系统及超高速相机采集系统组成。

2.1 供电及放电测试系统

图 2 为供电电路系统及放电测试系统。实现分割靶板具有梯度电势的供电系统由分割靶板和电阻组成;放电测试系统由恒压源、电阻、电压探针、电流探针、二极管及示波器组成。电压探针用于采集放电测试系统中的放电电压,电流探针 CP1 用于采集放电中干路的放电电流,电流探针 CP2 用于采集放电中靶板支路的放电电流,电流探针 CP3 用于采集流过电阻 R_1 的放电电流,采集的放电电压、放电电流数据经示波器存储、记录。实验中,恒压源采用台湾生产的艾德克斯直流电源(ITECH),工作电压为0 ~ 300 V。电路中的电阻 $R_1 = 100\ \Omega$、$R_2 = 100\ \Omega$ 和 $R_3 = 2\,000\ \Omega$。

实验前,将恒压源的电压调至 300 V,利用直流电流测试仪(UT211B)测量干路和各支路的稳恒电流。电压探针型号为 TMDP0200,带宽可达 200 MHz;电流探针的型号为 P6021A,带宽可达 60 MHz,电流探针是利用感应原理测量电路中电流的变化,对于稳态电流没有输出。待二级轻气炮发射系统准备完毕,将恒压源的电压调至 300 V,此时高电势靶板与低电势靶板的电位差之比为 21∶1,此时高低电势靶板的外表面均带有正电荷。当高速飞行的 2A12 铝弹丸撞击到高电势靶板时,撞击点瞬间产生了高浓度的等离子体。实验中,示波器采集系统与超高速相机采用同一触发系统,保证各系统同步联动,触发系统与弹丸着靶点的距离为 355 mm,结合弹丸的撞击速度可知测试系统由触发到着靶的时间约为 109 μs。

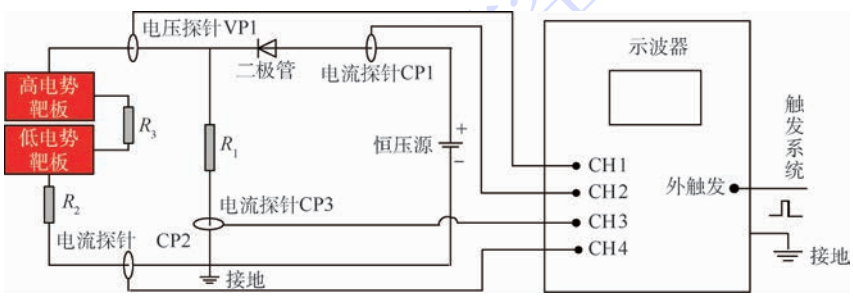


图 2 供电及放电测试系统

Fig. 2 Power supply and discharge measurement system

2.2 超高速相机采集系统

实验使用的超高速相机采集系统购自德国 PCO 公司,型号为 HSFC-PRO,该采集系统由超高速相机、工控机和背景光源组成。实验中,将超高速相机安装在靶室的一侧窗口并对准靶板区域进行照片采集,通过数字图像捕捉技术将目标信号转换成图像信号,同时传输给专用的图像处理系统进行处理。相机和背景光源分别置于靶室两侧,调整相机或背景光源的高度使相机和背景光源的镜头分别透过靶室观察窗口正对靶板安装位

北航学报 赠阅

置,使用相机镜头焦距来调整预览画面清晰度。再结合弹丸撞击速度、辅助触发到着靶点间的距离和对应条件下放电照片的演化时间,调整相机开始捕捉时刻、采集时间间隔和曝光时间。当弹丸穿透辅助触发薄膜时,辅助触发电路导通输出电信号触发超高速相机采集系统开始捕捉碰撞过程的图像。相机可在 Windows 环境下控制,使用自带的 Camware 软件,可以实时显示于数字显示屏上,背景光源在相机采集影像的瞬时发光,为超高速相机采集图像的区域提供适量的光强以使采集到的图像更清晰。

3　实验结果与分析

3.1　放电电流和放电电压

图 3 ~ 图 6 为 No. 1 ~ No. 4 实验放电电压和放电电流波形图。

由图 3(a)、(b)和图 4(a)、(b)可以看出,电流探针 CP1 与 CP2 的波形基本相同,说明放电过程中 R_1 所在的支路几乎没有电流流过,由流过电阻 R_1 的电流 CP3 很弱的特点恰好证实了 R_1 对放电测试系统的影响微弱。该物理现象的出现可微观描述为:当弹丸与靶板作用瞬间,等离子体产生,由于等离子体中电子的运动速度远大于离子的运动速度,等离子体中的电子首先与高电势靶板表面的部分正电荷中和,使高电势靶板的电势降低;与此同时,高低电势靶板间由于电势差的存在而产生了电场,电场力会吸引大量电子或离子奔向高低电势靶板间,导致离子和电子在高低电势靶板间导通,电阻 R_3 被瞬间短路,形成放电路径,很快高低电势靶板变成了等势体,此时的等势体是处于高电势还是低电势呢?结合图 3(d)和图 4(d)可知,等势体尽最大能力维持高电势,然而,此时低电势靶板的电位又不能满足形成等势体的电量要求,因此,瞬间电源的负电荷迅速上行来维持高低电势的靶板以高电势的状态处于平衡,此过程经历约 250 μs,此时高低电势靶板间出现了强放电电流,带电粒子还会在建立的电场中受到电场力的作用做往复运动。此外,由于该物理过程中高低电势靶板的间距相对较小,相伴而生的磁场作用表现不明显。等离子体的存在使带电靶板支路的电荷损失较大,恒压源对电路电势的补偿主要作用于该支路,因此,流过电阻 R_1 支路的电势相对稳定,只是使该支路出现了小幅度的振荡电流,其表现形式如图 3(c)和图 4(c)所示。图 7 为高低电势靶板间建立的电场示意图。

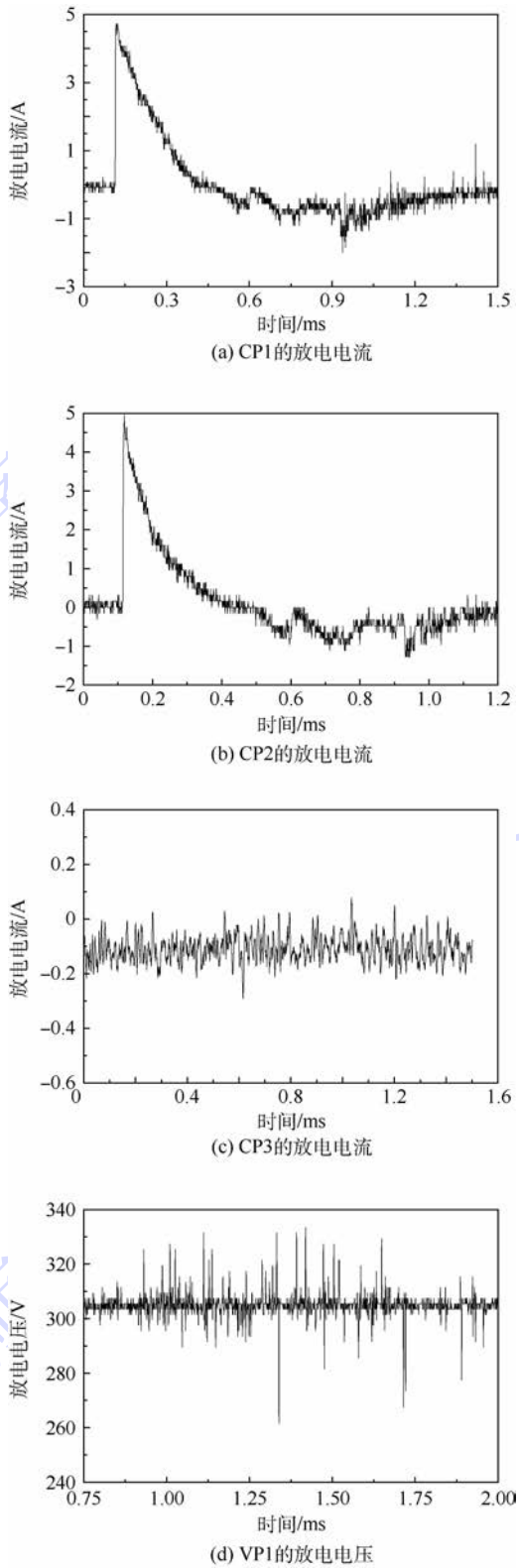


图 3　No. 1 实验中的放电电压和放电电流

Fig. 3　Discharge voltage and discharge current in experiment No. 1

基于前文分析,结合图 5(d)和图 6(d)可知,等势体尽最大能力维持高电势。然而,此时低电势靶板的电位又不能满足形成等势体的电量要求。因此,瞬间恒压源的负电荷迅速上行去维持高低

北航学报 赠阅

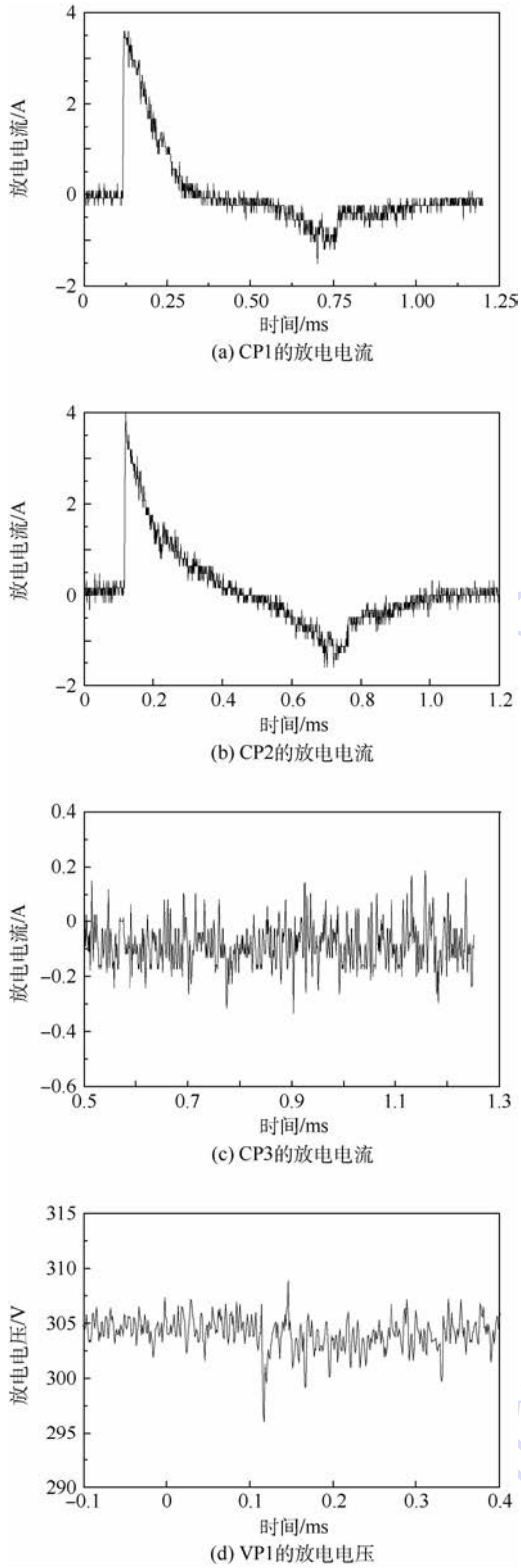


图 4 No. 2 实验中的放电电压和放电电流

Fig. 4 Discharge voltage and discharge current in experiment No. 2

电势的靶板以高电势的状态处于平衡,此过程经历约 780 μs,此时高低电势靶板间出现了强放电电流,带电粒子还会在建立的电场中受到电场力的作用周而复始地做往复运动。等离子体的存

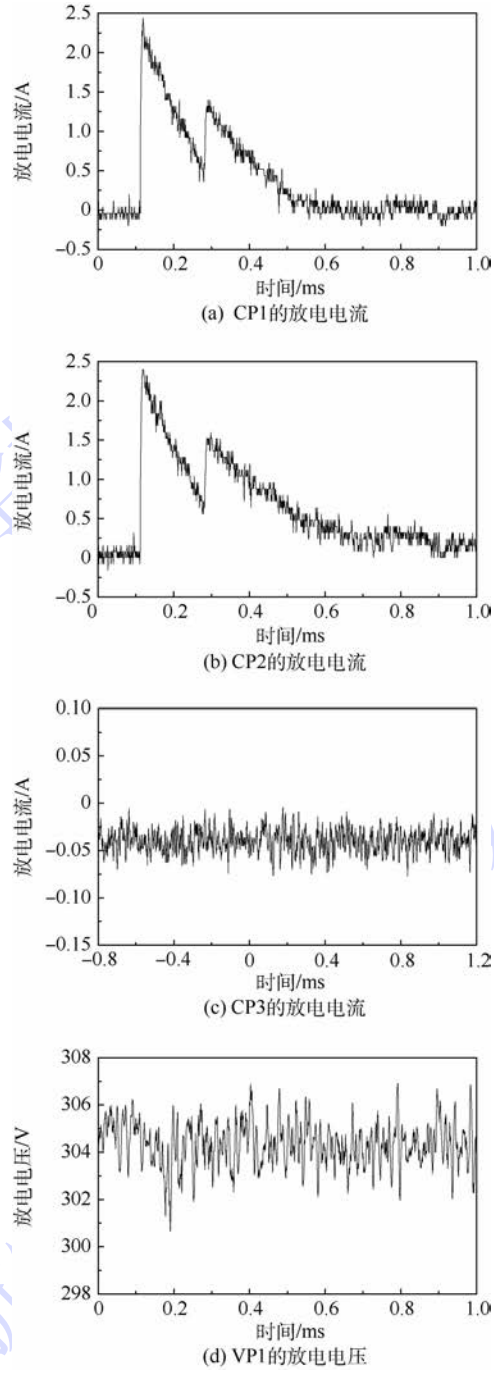
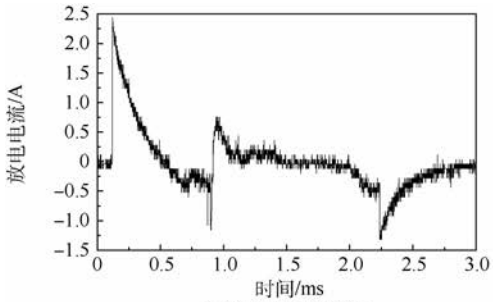


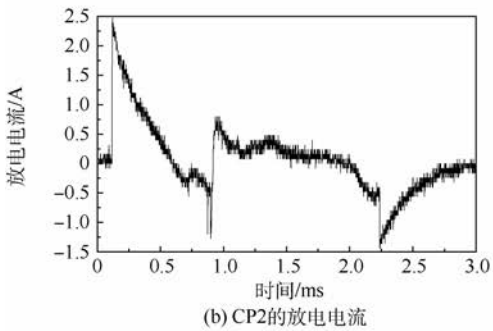
图 5 No. 3 实验中的放电电压和放电电流

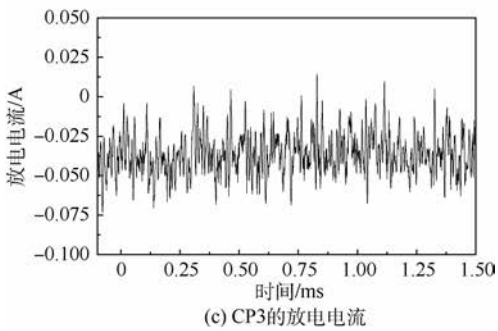
Fig. 5 Discharge voltage and discharge current in experiment No. 3

在使带电靶板支路的电荷损失较大,恒压源对电路电势的补偿作用更多地施加于该支路,流过电阻 R_1 支路的电势相对稳定,只是使该支路出现了小幅度的振荡电流,其表现形式如图 5(c)和图 6(c)所示。此外,由于该物理过程中高低电势靶板的间距比 No. 1 实验和 No. 2 实验大,相伴而生的磁场作用表现较为明显,带电粒子在磁场中还受到洛伦兹力的作用,导致高低电势靶板间出现了更为复杂的放电通道,多通道的出现是使

北航学报 赠阅







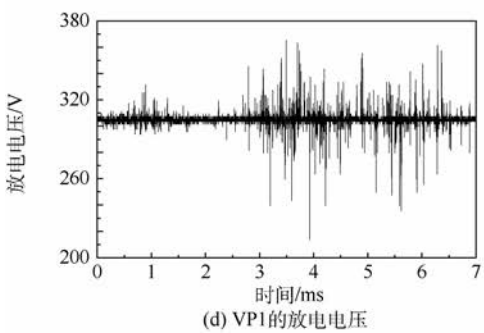


图 6　No. 4 实验中的放电电压和放电电流

Fig. 6　Discharge voltage and discharge current in experiment No. 4

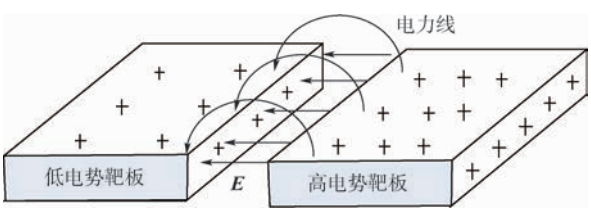


图 7　高低电势靶板间建立的电场示意图

Fig. 7　Schematic diagram of electric field between high-potential and low-potential target

该高低电势靶板出现二次放电的源泉。图 8 为高低电势靶板间建立的电磁场示意图。

图 9 为放电电流随高低电势靶板间间距的变化关系。由图 5 ~ 图 9 可以看出,在撞击速度约为 3 km/s、弹丸入射角度为 60°时放电产生的等离子体形成了高电势与低电势靶板间的放电通道,且在梯度电势靶板间距分别为 2、3 mm 时诱发了一次放电,放电电流随高低电势靶板间间距的增加而减小;在同样碰撞参数条件下,梯度电势靶板间距分别为 4、5 mm 时诱发了二次放电,放电电流随高低电势靶板间间距的增加变化不明显。

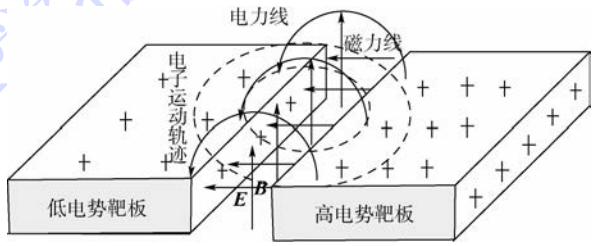


图 8　高低电势靶板间建立的电磁场示意图

Fig. 8　Schematic diagram of electromagnetic field between high-potential and low-potential target

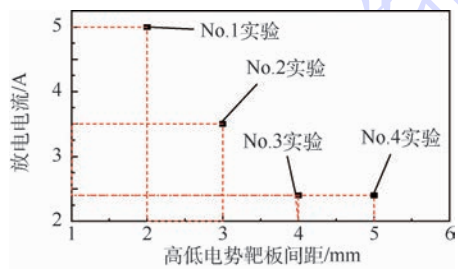


图 9　放电电流随高低电势靶板间距的变化关系

Fig. 9　Variation of discharge current with distance between high-potential and low-potential target

3.2　实验放电照片

图 10 为典型实验条件下超高速相机采集的不同时刻的放电照片。实验中,触发到着靶点的距离均为 333 mm。

由 No. 1、No. 2 和 No. 3 实验中不同时刻采集的实验照片可以看出,由于高速碰撞产生的等离子体与放电等离子体的耦合作用,超高速相机采集到的实验照片出现火光的持续时间更长,亮度更高。而且在实验过程结束时肉眼依然能看到光亮的带电粒子在建立的电磁场间往返运动。

图 11 为 No. 2 实验放电过程的视频截图,由图中可以看出,超高速碰撞梯度电势靶板产生等离子体诱发的放电过程可分为 3 个阶段。第 1 阶段为超高速碰撞过程中产生的等离子体;第 2 阶段为碰撞产生等离子体与放电产生等离子体的

北航学报 赠阅

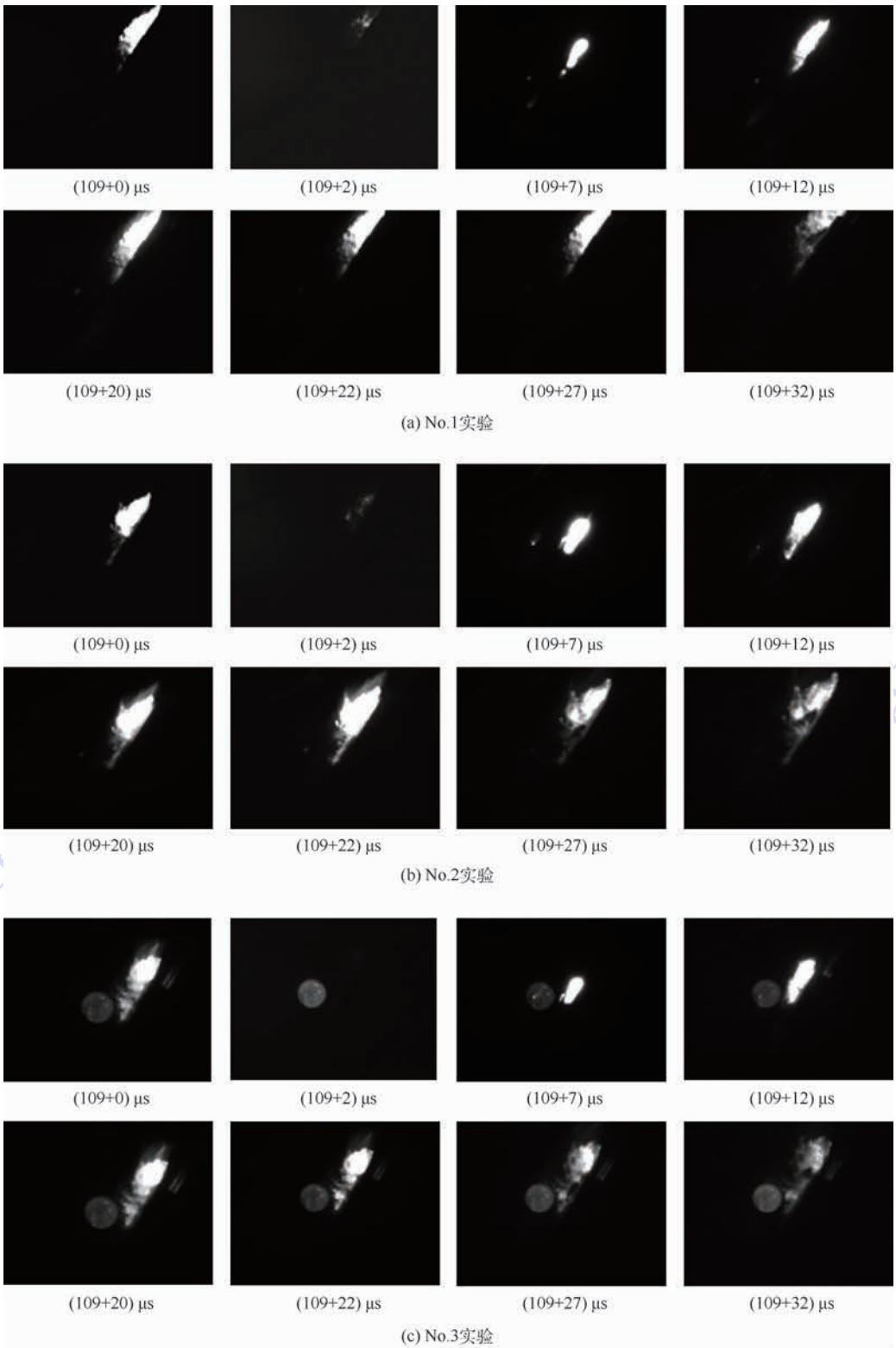


图 10 典型实验条件下超高速相机采集的不同时刻的放电照片

Fig. 10 Discharge photos at different moments acquired by ultra-high speed camera under typical experimental conditions

耦合等离子体;第 3 阶段为放电诱发的等离子体。第 1 阶段对应图 11(a)、(b),该阶段持续的时间较短而且膨胀速度相对较低;第 2 阶段对应于图 11(c)、(d),放电蒸气云持续膨胀,颜色由黄变蓝,膨胀持续时间较第 1 阶段更长;第 3 阶段对应于图 11(e)~(h),而且火球经历着由膨胀到消失的过程,该阶段火球为由放电等离子体所决定的完全蓝光,放电持续时间明显长于第 1、2 阶段。

北航学报 赠阅

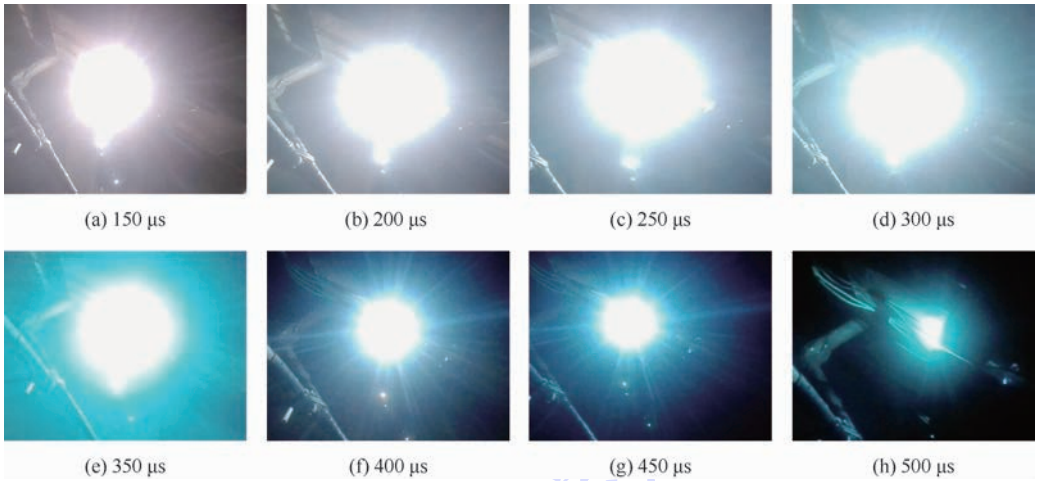


图 11　No. 2 实验放电在不同时刻的视频截图

Fig. 11　Discharge video screenshot at different moments in experiment No. 2

4　结　论

为了在实验室模拟航天器表面存在梯度电势的真实情况,采用对航天器外表面分割的方法,在分割的表面间预留不同间距且在 2 靶板间加装电阻的方法创造具有梯度电势的高电势表面作为靶板。利用自行建立的对靶板的充放电测试系统、超高速相机采集系统和二级轻气炮加载系统,开展高速撞击梯度电势 2A12 铝靶的实验室实验。在撞击速度约为 3 km/s、弹丸入射角度为 60°时得出如下结论:

1)放电产生的等离子体形成了高电势与低电势靶板间的放电通道,且在梯度电势靶板间距分别为 2、3 mm 时诱发了一次放电,放电电流随高低电势靶板间间距的增加而减小。

2)在梯度电势靶板间距分别为 4、5 mm 时诱发了二次放电,放电电流随高低电势靶板间间距的增加变化不明显。

参考文献(References)

[1] CRAWFORD D A. The production and evolution of plasma associated magnetic fields during hypervelocity impacts: Implications for planetary paleomagnetism [D]. Providence: Brown University, 1992.

[2] ANDERSON B J, SMITH R E, ROBERT E. Natural orbital environment guidelines for use in aerospace vehicle development: NASA TM-4527 [R]. Washington, D. C.: NASA, 1994.

[3] TANG E L, ZHANG Q M, XIANG S H, et al. Triple Langmuir probe diagnosis of transient plasma created by hypervelocity impact [J]. International Journal of Applied Electromagnetic Mechanics, 2012, 38(2): 117-125.

[4] TANG E L, ZHANG Q M, ZHANG J. Preliminary study on magnetic induction intensity induced by plasma during hypervelocity impact [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22(4): 387-392.

[5] TANG E L, LI Z B, ZHANG Q M, et al. Experimental research on light flash generated by high-velocity impact on solar array [J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2017, 54(4): 569-581.

[6] RUNCOM S K. Lunar magnetism, polar displacements and primeval satellites in the earth-moon system [J]. Nature, 1983, 304(5927): 589-596.

[7] GOLD T, SOTER S. Cometary impact and the magnetization of the Moon [J]. Planetary & Space Science, 1976, 24(1): 45-54.

[8] SRNKA L J. Spontaneous magnetic field generation in hypervelocity impacts [C] // Proceeding Lunar Science Conference. Houston: Harvard Publishing House, 1977, 8: 893-895.

[9] BRUNDIN C L. Effects of charged particles on the motion of an earth satellite [J]. AMA Journal, 1963, 1(11): 2529-2538.

[10] ROBINSON C J. Introduction to plasma physics [M]. New York: Plenum Press, 1974.

[11] LAI S T, MURAD E, MCNEIL W J. Hazards of hypervelocity impacts on spacecraft [J]. Spacecraft & Rockets, 2002, 39(1): 106-114.

[12] LAI S T. A review of critical ionization velocity [J]. Reviews of Geophys, 2001, 39(4): 471-506.

[13] CASWELL R D, MCBRIDE N, TAYLOR A. Olympus end of life anomaly-A perseid meteoroid impact event? [J]. International Journal of Impact Engineering, 1995, 17: 139-150.

[14] WILSON P F, MA M T, ONDREJKA A R. Fields radiated by electrostatic discharges [J]. IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 1988, 33(1): 179-183.

[15] CRAWFORD D A, SCHULTZ P H. Laboratory observations of impact-generated magnetic fields [J]. Nature, 1988, 336(6194): 50-52.

[16] FUKUSHIGE S, AKAHOSHI Y, WATANABE K, et al. Solar-array arcing due to plasma created by space-debris impact [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2008, 36(5): 2434-2439.

[17] AKAHOSHI Y, NAKAMURA T, FUKUSHIGE S, et al. Influence of space debris impact on solar array under power genera-

tion[J]. International Journal of Impact Engineering,2008,35(12):1678-1682.

[18] HARANO T, MACHIDA Y, FUKUSHIGE S, et al. Preliminary study on sustained arc due to plasma excited by hypervelocity impact of space debris on the solar array coupon[J]. International Journal of Impact Engineering,2006,33(1):326-334.

[19] TOYODA K, ASO S, KYOKU T, et al. Proposal of a current regulative diode for power supply in sustained arc test[J]. IEEE transactions on Plasma Science,2006,34(5):1967-1972.

[20] TANG E L, XU M Y, ZHANG Q M, et al. Research on the ionization degree of the plasma generated by 2A12 aluminum target during hypervelocity impact[J]. IEEE Transactions on Plasma Science,2016,44(8):1333-1340.

[21] TANG E L, ZHANG L J, ZHANG Q M, et al. Discharges of plasma induced by hypervelocity impact on the solar array with different substrate structures[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics,2016,51(3):337-347.

[22] TANG E L, WANG H L, XIA J, et al. Experimental study on plasma discharge induced by high-velocity impact solar array associated with projectile incidence angles[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics,2016,51(2):107-117.

作者简介:

唐恩凌 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:超高速加载及测试技术、飞秒脉冲激光加载及测试技术、凝聚态物理、原子分子物理、空间环境及临近空间高超声速磁流体力学等。

Discharge induced by plasma during high-velocity impact on target plate with gradient potential

TANG Enling*, LIU Mei, HAN Yafei, WANG Ruizhi, HE Liping, LIU Shuhua

(School of Equipment Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China)

Abstract: Based on the objective reality of gradient potential existence in spacecraft surface caused by charged particles in space plasma environment in the orbiting spacecraft, discharge of spacecraft with surface charging or deep dielectric charging would be induced by debris or meteoroids impacting. In order to simulate the existence of the spacecraft surface potential in the laboratory, method of spacecraft surface segmentation was used, different spacing is reserved between two adjacent surfaces, and resistance is added to create high-potential surface and high-potential gradient as a target in the segmentation of the surface for 2A12 aluminum plate. Potential gradient power supply circuit system, discharge test system and ultra-high speed camera photo acquisition system were built by ourselves, and combining with two-stage light gas gun loading system, we have carried out experiments on high-velocity impact on 2A12 aluminum target with gradient potential. In the experiments, high-potential 2A12 aluminum was used as the target with gaps of 2 mm, 3 mm, 4 mm and 5 mm between high-potential and low-potential 2A12 aluminum, the incidence angle (between projectile flying trajectory and target plane) of 60°, and the impact velocity of about 3 km/s. Voltage probe and current probes were used to acquire discharge voltage and current. The experimental results show that the plasma discharge is generated by forming a discharge channel between high-potential and low-potential target, the gaps with 2 mm and 3 mm evoke primary discharge, and the discharge current increases when the level of spacing decreases; the gaps with 4 mm and 5 mm induce the second discharge, and the discharge current does not change significantly when the spacing between high-potential and low-potential target increases.

Keywords: high-velocity impact; gradient potential target plate; discharge voltage; discharge current; spacing of target plate

Received: 2017-04-06; **Accepted**: 2017-06-30; **Published online**: 2017-09-08 17:34

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180302.1552.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11472178, 10972145, 11272218); Liaoning Province Talents Engineering Projects (2012921044); Program for Liaoning Excellent Talents in University (LR2013008); Open Foundation of the State Key Laboratory of Explosive Science and Technology (Beijing Institute of Technology)

* **Corresponding author**. E-mail: tangenling@126.com

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0219

多外力柔性微动机构输出位移求解方法

全下文载

宫金良，贾国朋，张彦斐*
（山东理工大学 机械工程学院，淄博 255049）

摘 要：对于单个外力作用下的微动机构，柔度描述了外力与其输出位移之间的关系，是影响微动机构动态性能和精度的重要性能指标。对于多个外力作用下的情况，与之相对应的是微动机构输出位移与其多外力间的关系式。为求解该关系式，采用了柔度矩阵和刚体运动规律相结合的方法。首先，对整体进行单元划分，并求解结构中各柔性单元的端点位移与端点力之间的关系式；然后，根据各单元间的结构关系求解各不同单元端点力或端点位移间的叠加和协调关系式；最后，综合所有求得的关系式整理出输出位移与外力之间的关系式。运用该方法求解了一种微动夹持器的工作端位移，并与有限元分析软件的计算结果进行了对比。研究结果表明：该方法具有普遍适用性以及可靠的精度，能够用于一般微动机构的性能分析与优化。应用 MATLAB 软件对求得的关系式进行分析，获得了结构参数优化所需的理论依据。

关 键 词：柔性微动机构；输出位移；柔度矩阵；微动夹持器；有限元分析
中图分类号：TH112.5
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0429-08

柔性微动机构是一种依靠结构的弹性变形来传递确定的力和运动的机构[1-2]。因为应用柔性结构代替了传统的运动副，所以避免了传统运动副存在的间隙、摩擦和装配等缺点，具有高精度、高寿命和可微型化等优点。柔性微动机构在众多领域都有重要应用，例如精密仪器、微加工、微装配、纳米技术、生物工程和航空航天等领域[3-5]，其性能直接影响到这些领域的发展。

刚度是评价柔性微动机构的重要性能指标之一，不仅影响到机构的定位精度以及动态性能，还是其他性能指标求解的基础。目前刚度有多种求解方法[6-7]，应用较普遍的有伪刚体模型法、有限元方法、刚度矩阵法和柔度矩阵法。其中伪刚体模型法[8-9]是将柔性结构简化为刚体机构，并结合能量原理来求解刚度，该方法思路简单，但精度不高。有限元方法[10-11]是一种精确较高的数值解法，应用软件能够求解任意复杂结构的刚度，但不能得到相应的解析解。刚度矩阵法[12]和柔度矩阵法[13-14]是2种比较相近的方法，应用已知单元的刚度或柔度来组装求解整体的刚度或柔度，精度较高，并具有较规范的求解过程。上述方法一般应用于求解柔性结构中单个输入外力与单个输出位移之间的关系，即柔度或刚度，但在实际情况中，有时需要求解柔性结构在多个外部载荷作用下，其输出位移与这些输入外力之间的关系。

对于多输入柔性微动机构的输出位移，本文将柔度矩阵法与刚体上力或位移的规律相结合，并通过叠加和协调原理来求解。应用该方法求解结构对称型微动夹持器输出位移与驱动力和夹持力间的关系式，并将求解结果与有限元分析结果进行比对，结果表明该方法具有足够的精度，能够用于多外力微动机构的结构分析与优化。应用MATLAB 软件对该结构进行基于所求关系式的参数分析，并得到机构参数设计时所需的理论依据。

收稿日期：2017-04-11；**录用日期**：2017-05-26；**网络出版时间**：2017-06-30 10:00
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.1000.012.html
基金项目：国家自然科学基金（61303006）；山东省优秀中青年科学家科研奖励基金（BS2012ZZ009）
* **通信作者**. E-mail：88659258@qq.com

引用格式：宫金良，贾国朋，张彦斐. 多外力柔性微动机构输出位移求解方法[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：429-436.
GONG J L，JIA G P，ZHANG Y F. Method for output displacement solving of compliant micro-motion mechanism with multi-input forces[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：429-436(in Chinese).

北航学报 赠阅

1 多外力下输出位移求解原理

1.1 柔性单元末端力与末端位移的关系

矩形杆单元 i 的几何参数及相应坐标系如图 1所示,设末端在 x-y 平面内外力 $\boldsymbol{F}_i$ 作用下的位移为 $\boldsymbol{U}_i$,可得

$$\boldsymbol{U}_i = \boldsymbol{C}_i \boldsymbol{F}_i \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{C}_i$ 为矩形杆单元的柔度矩阵。

若将其视为悬臂梁,则根据材料力学基本原理可求得 $\boldsymbol{C}_i$ 为

$$\boldsymbol{C}_i = \begin{bmatrix} \dfrac{l}{Ebh} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{4l^3}{Ehb^3} & \dfrac{6l^2}{Ehb^3} \\ 0 & \dfrac{6l^2}{Ehb^3} & \dfrac{12l}{Ehb^3} \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中:E 为材料的弹性模量;b、h 和 l 为矩形杆的几何参数。

柔性铰链单元 j 几何参数及相应坐标系如图 2所示,设末端在 x_j-y_j 平面内外力 $\boldsymbol{F}_j$ 作用下的位移为 $\boldsymbol{U}_j$,同样可得形如式(1)的公式,对应的矩阵 $\boldsymbol{C}_j$ 可从文献[15]中获得。

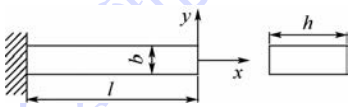


图 1 矩形杆单元

Fig. 1 Square bar element

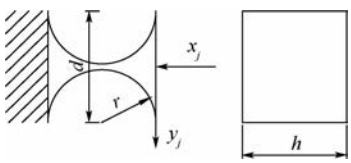


图 2 柔性铰链单元

Fig. 2 Compliant hinge element

1.2 刚体单元上力与位移的关系

在三维坐标系中,施加于刚体上点 k 处的外力可表示为向量 $\boldsymbol{F}_k = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^{\mathrm{T}}$,$F_x$、$F_y$ 和 F_z 为沿坐标轴方向的力,M_x、M_y 和 M_z 为绕坐标轴的力矩。为得到刚体的力平衡方程,需要将作用在不同点处的外力平移到同一点处,设作用在刚体上 A 点处的外力向量为 $\boldsymbol{F}_A$,将其平移到 B 点时表示为 $\boldsymbol{F}_B$,由 A 点到 B 点的力平移转换矩阵表示为 $\boldsymbol{V}_{AB}$,若已知 A 点坐标为(x_A, y_A, z_A),B 点坐标为(x_B, y_B, z_B),则由力平移定理可得

$$\boldsymbol{F}_B = \boldsymbol{V}_{AB} \boldsymbol{F}_A \tag{3}$$

式中:

$$\boldsymbol{V}_{AB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_B - z_A & y_A - y_B & 1 & 0 & 0 \\ z_A - z_B & 0 & x_B - x_A & 0 & 1 & 0 \\ y_B - y_A & x_A - x_B & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在三维坐标系中,可用向量 $\boldsymbol{U}_n = [d_x, d_y, d_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^{\mathrm{T}}$ 来描述刚体的位移,其中 d_x、d_y 和 d_z 为刚体上点 n 沿坐标轴的线位移,θ_x、θ_y 和 θ_z 为刚体绕点 n 处坐标系各轴的角位移。刚体运动在不同点处的表示不同,设某刚体上的 A 点和B 点,且 A 点到 B 点的位移转换矩阵为 $\boldsymbol{P}_{AB}$,该刚体位移在 A 点处的表示为 $\boldsymbol{U}_A$,在 B 点的表示为 $\boldsymbol{U}_B$,则根据刚体平面运动规律可得

$$\boldsymbol{U}_B = \boldsymbol{P}_{AB} \boldsymbol{U}_A \tag{4}$$

式中:

$$\boldsymbol{P}_{AB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_B - z_A & y_A - y_B \\ 0 & 1 & 0 & z_A - z_B & 0 & x_B - x_A \\ 0 & 0 & 1 & y_B - y_A & x_A - x_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

对于外力向量或位移向量,在不同的坐标系中会有不同的表现形式,需要应用坐标变换矩阵进行转化,对于外力和位移,坐标变换矩阵是相同的。设向量在三维坐标系 O_i 中表示为 $\boldsymbol{F}_{O_i}$,当坐标系 O_2 绕坐标系 O_1 的 m 轴转动 θ 角度时,相应的坐标变换矩阵为$\overline{\boldsymbol{R}}_m(\theta)$,则有

$$\boldsymbol{F}_{O_2} = \overline{\boldsymbol{R}}_m(\theta) \boldsymbol{F}_{O_1} \tag{5}$$

式中:

$$\overline{\boldsymbol{R}}_m(\theta) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_m(\theta) & 0 \\ 0 & \boldsymbol{R}_m(\theta) \end{bmatrix} \qquad m = x, y, z$$

其中:

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

1.3 整体结构上力与位移的关系

从位移角度分析,通过对整体结构的划分,可根据结构的串并联关系得到整体位移与各部分位移之间的关系,即叠加关系或协调关系,若拆分部分不是末端柔度已知的单元,则继续拆分。如此循环,直到拆分部分全为末端柔度已知的单元。

从力角度分析，在上述拆分的过程中同样会得到整体外力与其拆分部分外力之间的关系，即力平衡关系。综合上述关系，便可通过已知单元末端柔度建立整体结构上力与位移的关系。

当整体结构由各单元串联组成时，整体位移等于各单元对整体位移贡献量之和，即叠加关系。每个单元对整体位移的贡献量为假设该单元单独变形，其他单元为刚体时，对应产生的整体位移。例如，某平面型支链由 3 个杆单元串联而成，即整体位移与各单元位移为叠加关系，如图 3 所示，各单元在其单元坐标系 O_m 中的单元柔度分别为 $\boldsymbol{C}_1$、$\boldsymbol{C}_2$ 和 $\boldsymbol{C}_3$，文献[16]给出了在整体坐标系 3 中该支链末端刚度 $\boldsymbol{C}$ 的求解公式为

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{T}_1 \otimes \boldsymbol{C}_1 + \boldsymbol{T}_2 \otimes \boldsymbol{C}_2 + \boldsymbol{C}_3 \tag{6}$$

式中：运算符 $\otimes$ 定义为 $\boldsymbol{T}_i \otimes \boldsymbol{C}_i = \boldsymbol{T}_i \boldsymbol{C}_i \boldsymbol{T}_i^{-1}$（$i = 1, 2$），$\boldsymbol{T}_i = \overline{\boldsymbol{R}}_i(\theta)\boldsymbol{P}_{i3}$，$\overline{\boldsymbol{R}}_i(\theta)$ 为由局部坐标系 O_i 到整体坐标系 O_3 的坐标变换矩阵，$\boldsymbol{P}_{i3}$ 为在坐标系 O_i 中由点 O_i 到点 O_3 的位移转换矩阵。

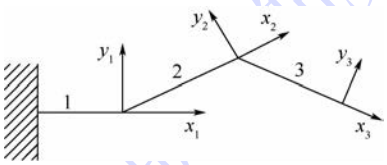


图 3　三连杆串联支链

Fig. 3　Serial chain of three bars

当整体可以看作各单元并联组成时，整体位移与各单元位移为协调关系，可假设相交部分为刚性单元来求解协调关系式，并联立相交单元上的力平衡关系式来求解整体上的力与位移的关系式。

2　微动夹持器的输出位移求解

2.1　微动夹持器结构模型

本文提出了一种微动夹持器如图 4 所示，该结构由两侧对称放置的压电陶瓷提供动力，并通过弹性移动副和连接梁传递到左右 2 个夹持手，实现夹持动作。

2.2　参数模型和力学模型

微动夹持器的参数模型如图 5 所示，在实际应用中，该夹持器不仅需要完成夹持动作，还需要提供特定的夹持力，以便完成特定的夹持任务。

首先对整体结构进行单元划分，各单元分别编号为 1 ~ 9，单元之间的连接点及输入输出点分别用字母 $A \sim L$ 来表示。为简化计算，现将单元 3 和 7 视为刚体。定义外力 F_1 为单元 3 的外力，外力 F_2 为单元 7 的外力，微动夹持器力学模型如图 6所示。为了得到完成夹持动作并提供特定夹持力时所需要的驱动力，需要建立外力 F_1、F_2 和 I 点位移 $\boldsymbol{U}_I$ 的关系式。

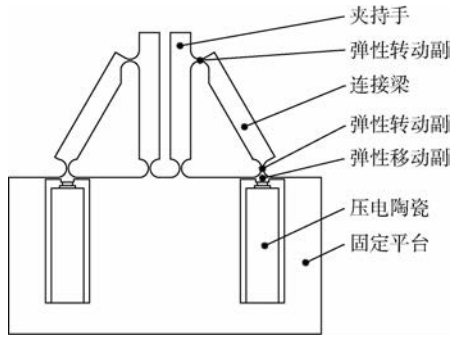


图 4　微动夹持器结构模型

Fig. 4　Structural model of micro-motion gripper

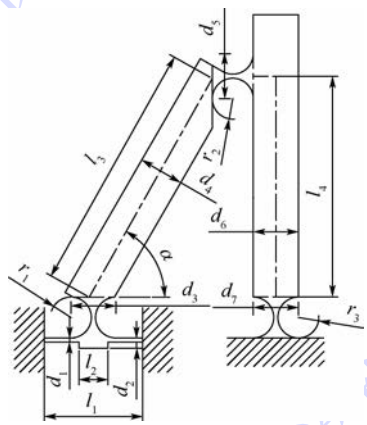


图 5　微动夹持器参数模型

Fig. 5　Parameterized model of micro-motion gripper

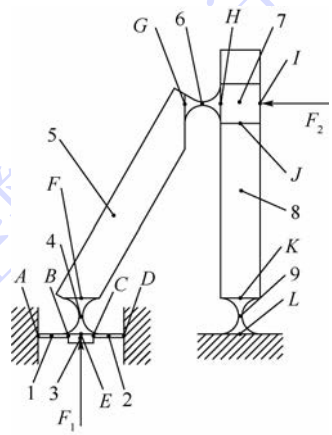


图 6　微动夹持器力学模型

Fig. 6　Mechanical model of micro-motion gripper

2.3　位移求解

由分析可得，$\boldsymbol{U}_I$ 是刚性单元 7 在 I 点的位移，单元 7 的位移是单元 6 和 8 末端位移在该处的协调，单元 8 末端位移又是单元 8 和 9 的位移叠加，单元 6 末端位移是单元 3、4、5 和 6 的位移叠加，刚体单元 3 的位移又是单元 1 和 2 末端位移在该处的协调，而实际求解则需倒序进行。

北航学报 赠阅

规定在坐标系 O_k 中，单元 i 对单元 j 的作用力在 v 点处的向量表示为 ${}^k\boldsymbol{F}_v^{ij}$，单元 i 在点 j 处的位移向量表示为 ${}^k\boldsymbol{U}_j^i$，由点 i 到点 j 的力平移转换矩阵为 $\boldsymbol{V}_{ij}^k$，由点 i 到点 j 的位移转换矩阵为 $\boldsymbol{P}_{ij}^k$。$\boldsymbol{R}_{ij}$ 为坐标系 O_i 到坐标系 O_j 的坐标变换矩阵，$\boldsymbol{C}_i$ 表示单元 i 在其单元坐标系中的柔度矩阵。

2.3.1 单元 3 的位移求解

建立如图 7 所示坐标系，并将单元 3 视为刚体。根据矩形杆的柔度计算式(1)可得单元 1 和 2 的位移

$$\begin{cases} {}^1\boldsymbol{U}_B^1 = \boldsymbol{C}_1({}^1\boldsymbol{F}_B^{31}) \\ {}^2\boldsymbol{U}_C^2 = \boldsymbol{C}_2({}^2\boldsymbol{F}_C^{32}) \end{cases} \tag{7}$$

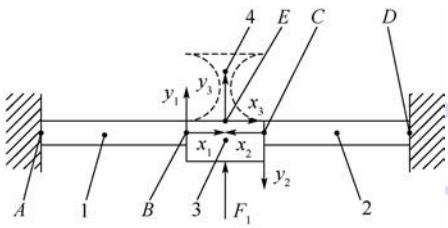


图 7 单元 3 结构

Fig. 7 Structure of Element 3

由刚体单元 3 上位移或力的关系式可得

$$\begin{cases} {}^3\boldsymbol{U}_E^3 = \boldsymbol{P}_{BE}^1({}^1\boldsymbol{U}_B^3) \\ {}^3\boldsymbol{U}_E^3 = \boldsymbol{R}_{23}(\boldsymbol{P}_{CE}^2)({}^2\boldsymbol{U}_C^3) \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} {}^3\boldsymbol{F}_E^{13} = -\boldsymbol{V}_{BE}^1({}^1\boldsymbol{F}_B^{31}) \\ {}^3\boldsymbol{F}_E^{23} = -\boldsymbol{R}_{23}(\boldsymbol{V}_{CE}^2)({}^2\boldsymbol{F}_C^{32}) \end{cases} \tag{9}$$

$${}^3\boldsymbol{F}_E^{13} + {}^3\boldsymbol{F}_E^{23} + {}^3\boldsymbol{F}_E^{43} + {}^3\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{0} \tag{10}$$

式中：${}^3\boldsymbol{F}_1$ 为外力 F_1 在坐标系 O_3 中的向量表示。

将式(7)～式(9)代入式(10)整理可得

$${}^3\boldsymbol{U}_E^3 = \boldsymbol{C}_{12}({}^3\boldsymbol{F}_E^{43} + {}^3\boldsymbol{F}_1) \tag{11}$$

式中：

$$\boldsymbol{C}_{12} = \{\boldsymbol{V}_{BE}^1(\boldsymbol{C}_1)^{-1}(\boldsymbol{P}_{BE}^1)^{-1} + \boldsymbol{R}_{23}(\boldsymbol{V}_{CE}^2)(\boldsymbol{C}_2)^{-1}[\boldsymbol{R}_{23}(\boldsymbol{P}_{CE}^2)]^{-1}\}^{-1}$$

2.3.2 单元 6 末端的位移求解

建立如图 8 所示坐标系，首先求解当单元 3 刚性化时，由柔性单元 4、5 和 6 引起的单元 6 的末端柔度，根据单元 4、5 和 6 间的串联关系可得

$$\boldsymbol{C}_{456} = \boldsymbol{T}_4 \otimes \boldsymbol{C}_4 + \boldsymbol{T}_5 \otimes \boldsymbol{C}_5 + \boldsymbol{C}_6 \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{T}_4 = \boldsymbol{R}_{46}\boldsymbol{P}_{FH}^4$；$\boldsymbol{T}_5 = \boldsymbol{R}_{56}\boldsymbol{P}_{GH}^5$。

单元 6 末端的实际位移由 2 部分叠加而成，即单元 4、5 和 6 对其贡献量和单元 3 对其贡献量，则有

$${}^6\boldsymbol{U}_H^6 = \boldsymbol{C}_{456}({}^6\boldsymbol{F}_H^{76}) + {}^6\boldsymbol{U}_H^3 \tag{13}$$

视单元 4、5 和 6 为刚体时可得

$${}^6\boldsymbol{U}_H^3 = \boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{P}_{EH}^3({}^3\boldsymbol{U}_E^3) \tag{14}$$

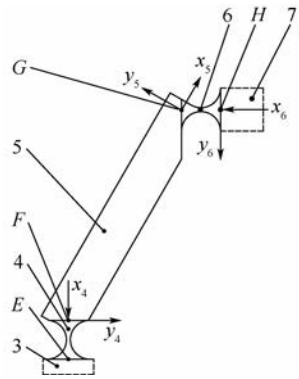


图 8 单元 6 结构

Fig. 8 Structure of Element 6

$$\begin{cases} {}^6\boldsymbol{F}_H^{76} + {}^6\boldsymbol{F}_H^{34} = \boldsymbol{0} \\ {}^6\boldsymbol{F}_H^{34} = \boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{V}_{EH}^3({}^3\boldsymbol{F}_E^{34}) \end{cases} \tag{15}$$

将式(14)和式(15)代入式(13)整理可得

$${}^6\boldsymbol{U}_H^6 = \boldsymbol{C}_{456}({}^6\boldsymbol{F}_H^{76}) + \boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{P}_{EH}^3\boldsymbol{C}_{12} \cdot [(\boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{V}_{EH}^3)^{-1}({}^6\boldsymbol{F}_H^{76}) + {}^3\boldsymbol{F}_1] \tag{16}$$

2.3.3 单元 7 的位移求解

首先求解单元 8 和 9 串联支链末端柔度，建立如图 9 所示坐标系，根据单元 8 和 9 的串联关系可得

$${}^8\boldsymbol{U}_J^8 = \boldsymbol{C}_{89}({}^8\boldsymbol{F}_J^{78}) \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{C}_{89} = \boldsymbol{C}_8 + (\boldsymbol{R}_{98}\boldsymbol{P}_{KJ}^9) \otimes \boldsymbol{C}_9$。

建立如图 10 所示坐标系，为简化计算，视单元 7 为刚体，根据单元 7 的外力平衡可得

$${}^7\boldsymbol{F}_I^{67} + {}^7\boldsymbol{F}_I^{87} + {}^7\boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{0} \tag{18}$$

式中：${}^7\boldsymbol{F}_2$ 为外力 F_2 在坐标系 O_7 中的向量表示。

根据单元 7 上力和位移的关系可得

$$\begin{cases} {}^7\boldsymbol{U}_I^7 = \boldsymbol{R}_{67}\boldsymbol{P}_{HI}^6({}^6\boldsymbol{U}_H^7) \\ {}^7\boldsymbol{U}_I^7 = \boldsymbol{R}_{87}\boldsymbol{P}_{JI}^8({}^8\boldsymbol{U}_J^8) \end{cases} \tag{19}$$

$$\begin{cases} {}^7\boldsymbol{F}_I^{67} = \boldsymbol{R}_{67}\boldsymbol{V}_{HI}^6({}^6\boldsymbol{F}_H^{67}) \\ {}^7\boldsymbol{F}_I^{87} = \boldsymbol{R}_{87}\boldsymbol{V}_{JI}^8({}^8\boldsymbol{F}_J^{87}) \end{cases} \tag{20}$$

联立式(11)、式(16)～式(20)，整理可得单元 7 上 I 点位移 ${}^7\boldsymbol{U}_I^7$ 与输入力 ${}^3\boldsymbol{F}_1$ 和 ${}^7\boldsymbol{F}_2$ 间的关系为

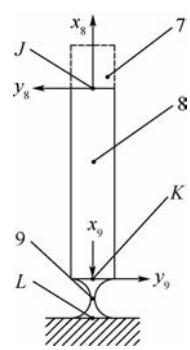


图 9 单元 8 和单元 9 的串联支链结构

Fig. 9 Structure of series chain of Element 8 and 9

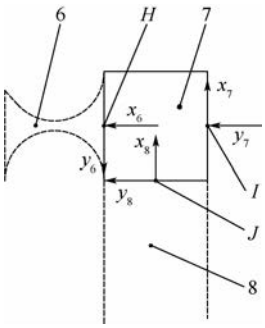


图 10　单元 7 结构

Fig. 10　Structure of Element 7

$$ {}^{7}\boldsymbol{U}_{I}^{7} = (\boldsymbol{C}_{A})^{-1}\boldsymbol{C}_{B}({}^{3}\boldsymbol{F}_{1}) + (\boldsymbol{C}_{A})^{-1}({}^{7}\boldsymbol{F}_{2}) \tag{21} $$

式中：

$$ \begin{cases} \boldsymbol{C}_{A} = \boldsymbol{R}_{67}\boldsymbol{V}_{HI}^{6}[\boldsymbol{C}_{456} + \boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{P}_{EH}^{3}\boldsymbol{C}_{12}(\boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{V}_{EH}^{3})^{-1}]^{-1} \cdot \\ \quad (\boldsymbol{R}_{67}\boldsymbol{P}_{HI}^{6})^{-1} + \boldsymbol{R}_{87}\boldsymbol{V}_{JI}^{8}(\boldsymbol{C}_{89})^{-1}(\boldsymbol{R}_{87}\boldsymbol{P}_{JI}^{8})^{-1} \\ \boldsymbol{C}_{B} = \boldsymbol{R}_{67}\boldsymbol{V}_{HI}^{6}[\boldsymbol{C}_{456} + \boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{P}_{EH}^{3}\boldsymbol{C}_{12}(\boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{V}_{EH}^{3})^{-1}]^{-1} \cdot \\ \quad \boldsymbol{R}_{36}\boldsymbol{P}_{EH}^{3}\boldsymbol{C}_{12} \end{cases} $$

3　有限元方法验证

为了验证理论分析的准确性，现将理论值与有限元分析结果进行比对。设定几何参数为：$l_1 = 24$ mm，$l_2 = 7$ mm，$d_1 = 1$ mm，$d_2 = 1.5$ mm，$l_3 = 62$ mm，$l_4 = 54$ mm，$d_4 = d_6 = 11$ mm，$r_1 = r_2 = r_3 = 5$ mm，$\alpha = \pi/3$ rad，$d_3 = d_5 = d_7 = 11$ mm，厚度 $b = 15$ mm。利用软件ANSYS15.0对该模型进行有限元分析，首先将三维模型导入到软件中，选取实体单元 Solid186，设定材料为 60Si2Mn，即设定材料弹性模量 E 为 206 GPa，泊松比 μ 为 0.27，剪切模量 G 为 79 GPa，进行网格划分如图 11 所示。约束固定平台，在 C 处施加驱动力 F_1，在 L 处施加夹持力 F_2，提取 L 处的位移。

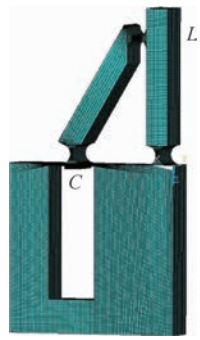


图 11　微动夹持器有限元网格划分模型

Fig. 11　Finite element meshing model of micro-motion gripper

F_2 选取 0 ~ 20 N内的 5 组值，F_1 选取 10 ~ 50 N内的 5 组值，两者相互组合得到 25 组输入数对，对其进行理论计算与有限元分析，对比结果如表 1 所示。

表 1 中 u_{Ix} 和 u_{Iy} 分别表示单元 7 上的 I 点在坐标系 O_7 中沿 x 轴和 y 轴的位移量，数据分析表

表 1　位移 u_{Ix} 和 u_{Iy} 的理论值与有限元分析值结果对比

Table 1　Comparison of displacement u_{Ix} and u_{Iy} results between theoretical analysis and finit element analysis

外　力		位 移 u_{Iy}			位 移 u_{Ix}		
F_2/N	F_1/N	理论值/μm	有限元分析值/μm	相对误差/%	理论值/μm	有限元分析值/μm	相对误差/%
0	10	-1.31	-1.42	7.7	-0.122	-0.132	7.6
	20	-2.62	-2.84	7.7	-0.245	-0.265	7.5
	30	-3.93	-4.27	7.9	-0.367	-0.397	7.6
	40	-5.24	-5.69	7.9	-0.490	-0.530	7.5
	50	-6.56	-7.12	7.8	-0.612	-0.663	7.7
5	10	0.0209	0.0478	56	0.00375	0.00745	49
	20	-1.29	-1.37	5.8	-0.119	-0.125	4.8
	30	-2.60	-2.80	7.1	-0.241	-0.258	6.5
	40	-3.91	-4.22	7.3	-0.364	-0.390	6.6
	50	-5.22	-5.65	7.6	-0.486	-0.523	7.1
10	10	1.34	1.46	8.2	0.132	0.142	7.0
	20	0.0417	0.0956	56	0.00751	0.0149	49
	30	-1.27	-1.33	4.5	-0.115	-0.118	2.5
	40	-2.58	-2.75	6.2	-0.237	-0.250	5.2
	50	-3.89	-4.17	6.7	-0.360	-0.382	5.7
15	10	2.68	2.92	8.2	0.256	0.281	8.8
	20	1.37	1.50	8.6	0.134	0.146	8.2
	30	0.0626	0.143	56	-0.0113	-0.0223	49
	40	-1.25	-1.28	2.3	-0.111	-0.110	1.0
	50	-2.56	-2.70	5.2	-0.234	-0.242	3.3
20	10	4.02	4.38	8.2	0.382	0.418	8.6
	20	2.71	2.97	8.7	0.260	0.284	8.4
	30	1.40	1.53	8.4	0.141	0.154	8.4
	40	0.0835	0.191	56	0.015	0.0298	49
	50	-1.23	-1.24	0.8	-0.107	-0.103	3.9

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

明理论值与有限元分析值的相对误差多数在9%以内,而每5组中存在1组相对误差较大,这些误差较大的数据均发生在所求位移很小的时候,即 F_1 和 F_2 对输出位移的作用效应相当之时两者产生的位移几乎完全抵消。当 F_1 作用效应相对 F_2 较大时,对比值误差相对较小,如图12和图13所示。

理论与有限元分析所求得的 u_{Ix} 和 u_{Iy} 位移云图均为平面,当一个输入力为定值时,另一输入力与输出位移之间均为近似线性关系。对于 u_{Ix} 和 u_{Iy} 而言,相应的理论值与有限元分析结果基本一致,考虑到有两者之间的差别,其原因可能有以下几个方面:①在理论计算中,由于对单元3和7进行了刚化处理,忽略了其本身的实际变形。②应用的柔性单元关系式要求端面均布受力,忽略了实际中单元端面受力不均匀的现象,这种界面的微观受力情况有待进一步研究。③位移计算中应用了叠加原理,忽略了叠加对象相互间的影响。

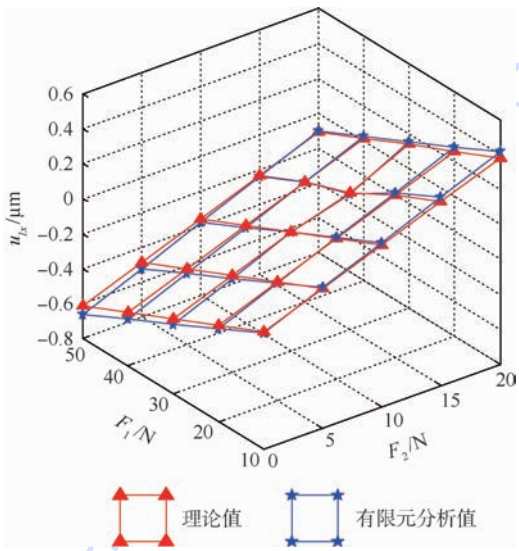


图12 u_{Ix} 的理论值与有限元分析值

Fig. 12 Theoretical analysis and finit element analysis results of u_{Ix}

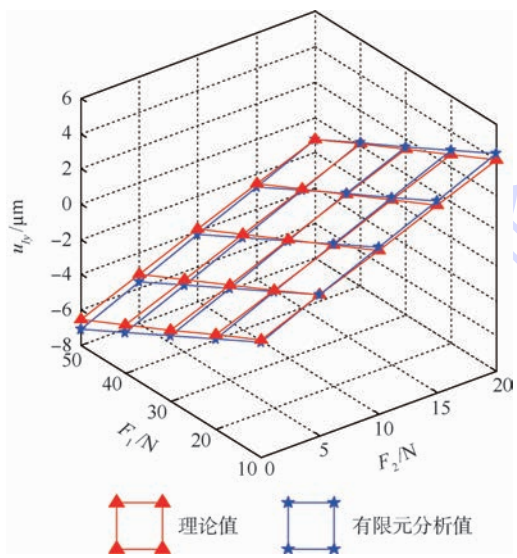


图13 u_{Iy} 的理论值与有限元分析值

Fig. 13 Theoretical analysis and finit element analysis results of u_{Iy}

4 基于解析式的参数分析

在第2节中,获得了单元7上 I 点位移 ${}^7\boldsymbol{U}_I^7$ 与输入力 ${}^3\boldsymbol{F}_1$ 和 ${}^7\boldsymbol{F}_2$ 间的解析表达式(21),为通过参数优化设计提高柔性夹持器性能提供了依据。式(21)涉及到2个外力,可以通过建立两者之间的线性关系,得到只与结构参数有关的因变量,即外力与输出位移之间的柔度。

现将夹持力 F_2 设定为驱动力 F_1 的0、0.1、0.2、0.3、0.4、0.5和0.6倍大小的7种情况,且每种情况下都存在输出位移 u_{Ix} 与外力 F_1 之间的柔度系数 c_{Ix} 和输出位移 u_{Iy} 与外力 F_1 之间的柔度系数 c_{Iy}。结构参数 α 代表着连接梁的倾斜程度,对微动夹持器的驱动力与输出位移之间的关系具有重要影响。以 α 为参数自变量,则可得 α 与的 c_{Ix} 之间的关系如图14所示,α 与 c_{Iy} 之间的关系如图15所示。

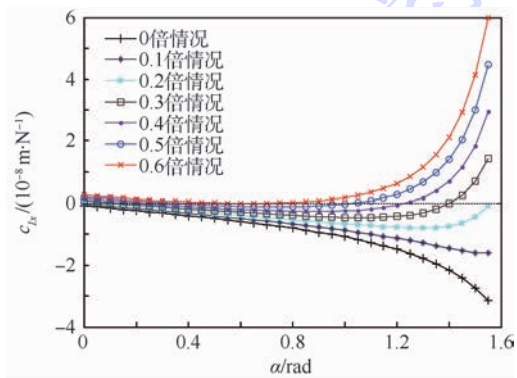


图14 参数 α 与柔度系数 c_{Ix} 的关系曲线

Fig. 14 Relation curves of parameter α and compliance coefficient c_{Ix}

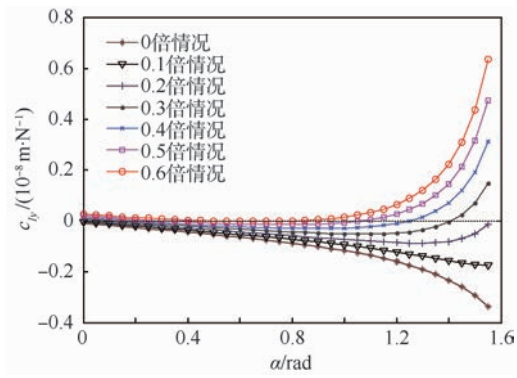


图15 参数 α 与柔度系数 c_{Iy} 的关系曲线

Fig. 15 Relation curves of parameter α and compliance coefficient c_{Iy}

从图 14 和图 15 中可以看出，在 0、0.1 和 0.2 倍的情况下柔度系数 c_{Ix} 和 c_{Iy} 在 α 的整个取值范围上均为负值，在 0.3 和 0.4 倍情况下柔度系数 c_{Ix} 和 c_{Iy} 在 α 小于 1.3 rad 的取值上为负值，在 0.6 及以上倍数的情况下柔度系数 c_{Ix} 和 c_{Iy} 在 α 的绝大部分取值上均为正值，由于柔度取正值时不能完成正常的夹持动作，因此在仅改变 α 值的情况下，该夹持手最多可以提供 0.5 倍驱动力大小的夹持力。

单元 7 上 I 点沿 y 向位移为夹持器的主运动方向，因此从图 15 中可以看出，若要获得较大的夹持范围，即柔度较大，在 0 和 0.1 倍情况下，在满足其他条件的情况下应使 α 尽可能取大值；在 0.2倍的情况，应使 α 取值在 1.3 rad 左右；对于 0.4 和 0.5 倍的情况，应使 α 取值在 0.8 rad 左右。

5　结　论

1）本文结合柔度矩阵法和刚体受力与移动规律得到了求解多外力作用下柔性机构输出位移解析解的方法，从而满足了实际情况中多外力作用情况的工程需要。该方法具有普遍适用性，能为一般柔性机构的性能分析和进一步的参数优化提供方法支持。

2）运用该方法求解了两外力下的微动夹持器的输出位移，并与有限元方法的计算结果进行了对比。结果表明该方法具有可靠的精度及规范的求解过程。给出了机构参数 α 与柔度的解析表达式，根据关系曲线对结构参数 α 的选择做了定性分析，表明了该方法在参数优化方面的实际应用价值。

参考文献（References）

[1] SARAJILIC E, YAMAHATA C, CORDERO M, et al. Three-phase electrostatic rotary stepper micromotor with a flexural pivot bearing[J]. Journal of Microelectromechanical System, 2012, 19(2): 338-394.

[2] 于靖军，郝光波，陈贵敏，等. 柔性机构及其应用[J]. 机械工程学报，2015，51(13)：53-68.
YU J J, HAO G B, CHEN G M, et al. State-of-art of compliant mechanisms and their applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 53-68(in Chinese).

[3] 李静，庞岩，冯咬齐，等. 柔性航天器姿控执行机构微振动集中隔离与分散隔离对比研究[J]. 航天器环境工程，2016，33(1)：58-64.
LI J, PANG Y, FENG Y Q, et al. Comparison of concentrated and distributed isolations of micro vibrations in flexible spacecraft attitude actuators[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2016, 33(1): 58-64(in Chinese).

[4] LI Y, XU Q. A totally decoupled piezo-driven XYZ flexure parallel micropositioning stage for micro/nanomanipulation[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2011, 8(2): 265-279.

[5] FUCHIWAKI O, AOYAMA H. Design and control of versatile micro robot for microscopic manipulation[M]. Livermore: American Society for Precision Engineering, 2001: 22-29.

[6] 郑洋洋，宫金良，张彦斐. 基于传递矩阵法的柔性杠杆放大机构刚度分析[J]. 北京航空航天大学学报，2017，43(4)：849-856.
ZHENG Y Y, GONG J L, ZHANG Y F. Rigidity analysis of a flexible lever magnifying mechanism based on transfer matrix method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(4): 849-856(in Chinese).

[7] NI Y, DENG Z, WU X, et al. Modeling and analysis of an over-constrained flexure-based compliant mechanism[J]. Measurement, 2014, 50(1): 270-278.

[8] 于靖军，毕树生，宗光华，等. 基于伪刚体模型法的全性机构位置分析[J]. 机械工程学报，2002，38(2)：75-78.
YU J J, BI S S, ZONG G H, et al. Kinematics analysis of fully compliant mechanisms using the pseudo-rigid-body model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(2): 75-78(in Chinese).

[9] HER I, CHANG J. A linear scheme for the displacement analysis of micropositioning stages with flexure hinges[J]. Journal of Mechanical Design, 1994, 116(3): 770-776.

[10] 李育文，张华，杨建新，等. 6-UPS 并联机床静刚度的有限元分析和实验研究[J]. 中国机械工程，2004，15(2)：112-115.
LI Y W, ZHANG H, YANG J X, et al. Finite element analysis and experimental study for the stiffness of a 6-UPS parallel kinematic machine[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(2): 112-115(in Chinese).

[11] 栾玉亮，荣伟彬，孙立宁. 基于有限元方法的 3-PPSR 大长径比柔性并联机器人刚度模型分析[J]. 机器人，2014，36(6)：730-736.
LUAN Y L, RONG W B, SUN L N. Analysis on stiffness model of 3-PPSR flexible parallel robot with high aspect based on finite element method[J]. Robot, 2014, 36(6): 730-736(in Chinese).

[12] 于靖军，毕树生，宗光华. 空间全柔性机构位置分析的刚度矩阵法[J]. 北京航空航天大学学报，2002，28(3)：323-326.
YU J J, BI S S, ZONG G H. Stiffness matrix method for displacement analysis of full spatial compliant mechanisms[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(3): 323-326(in Chinese).

[13] 张德福，赵磊. 基于柔度矩阵法的整体式 XY 光学微调整机构研究[J]. 仪器仪表学报，2014，35(2)：269-275.
ZHANG D F, ZHAO L. Research of monolithic XY micro-adjustment mechanism based on compliance matrix[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(2): 269-275(in Chinese).

[14] 于靖军，毕树生，宗光华，等. 3 自由度柔性微机器人的静刚度分析[J]. 机械工程学报，2002，38(4)：7-10.
YU J J, BI S S, ZONG G H, et al. Analysis for the static stiff-

北航学报 赠阅

ness of a 3DOF parallel compliant micromanipulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2002,38(4):7-10(in Chinese).

[15] 吴鹰飞,周兆英. 柔性铰链的设计计算[J]. 工程力学,2002,19(6):136-140.
WU Y F,ZHOU Z Y. Design of flexure hinges[J]. Engineering Mechanics,2002,19(6):136-140(in Chinese).

[16] KOSEKI Y, TANIKAWA T, KOYACHI N, et al. Kinematic analysis of a translational 3-d of micro-parallel mechanism using the matrix method[J]. Advanced Robotics, 2002, 16(3):251-264.

作者简介:

宫金良 男,博士,副教授。主要研究方向:并联机器人分析与设计理论。

贾国朋 男,硕士研究生。主要研究方向:微动机构的性能分析与结构优化。

张彦斐 女,博士,副教授。主要研究方向:并联机器人分析与设计理论。

Method for output displacement solving of compliant micro-motion mechanism with multi-input forces

GONG Jinliang, JIA Guopeng, ZHANG Yanfei *

(School of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China)

Abstract: For the compliant micro-motion mechanism with one input force, compliance describes the relation between output displacement and input force, and is an important performance index for the dynamic performance and positioning precision. For the one with many input forces, the relation equation between output displacement and input forces has the same role with the compliance. For obtaining this equation, the method which combined the compliance matrix method and the motion raw of rigid body was proposed. Firstly, the whole structure is divided to elements, and the relation equation between displacement and force of element end is established. Secondly, the superposition or coordinate relation equation about displacements or forces of different element ends was solved according to their structural relation. Finally, the equation of relation between the output displacement and the input forces was worked out by synthesizing all the solved equations. The output displacement of a micro-motion gripper was worked out by this method and contrasted with the one from finite element analysis method. The results show that this method has the enough precision and a good adaptability for micro-motion mechanism performance analysis and optimization. The theory suggestion about dimension optimization was obtained by analyzing the equation by using MATLAB software.

Keywords: compliant micro-motion mechanism; output displacement; compliance matrix; micro-motion gripper; finite element analysis

Received: 2017-04-11; **Accepted**: 2017-05-26; **Published online**: 2017-06-30 10:00

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.1000.012.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61303006); the Research Award Fund for Outstanding Young Scholars of Shandong Province (BS2012ZZ009)

* **Corresponding author**. E-mail: 88659258@qq.com

北航学报 赠阅

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0408

基于故障行为的惯导产品贮存寿命试验设计

全下文载

许丹*, 林坤松, 陈云霞
(北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院 可靠性与环境工程技术重点实验室, 北京 100083)

摘 要: 以典型惯导产品加速度计贮存寿命评估为例,提出了一种基于故障行为模型的加速退化试验设计方法,解决了缺乏预试验数据情况下试验应力水平设计的问题。在通过对产品特性和主机理分析基础上,确定表征产品贮存寿命特征参数及试验应力,构建了考虑材料等分散性的加速度计故障行为模型,用以描述参数加速时变规律的特性。在试验应力最高水平确定的情况下,基于给定置信度和故障行为模型,以高应力水平下退化量的置信下限与低应力水平下退化量的置信上限不交叉为原则,采用基于仿真的加速退化试验设计方法,优化确定低应力和中间应力水平,从而设计给出试验剖面,并给出了加速退化试验方案优选流程,最终从备选方案集中确定加速度计试验最优方案。通过实际案例分析,验证了该方法的有效性。

关 键 词: 故障行为模型; 惯导产品; 试验设计; 优选方案; 加速度计
中图分类号: V241.4; TB114.3
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0437-07

惯导产品(如加速度计、陀螺等)广泛应用于导弹、卫星、火箭等飞行器中,其精度高低和性能优劣对于保障飞行器姿态是否稳定和目标是否准确起着非常重要的作用。由于材料、工艺、制造等因素,惯导产品在受到时间和外界环境的作用影响下,发生内应力释放、蠕变、退磁等变化,导致其关键参数(如加速度计零偏、标度因数)产生漂移,造成在使用过程中普遍存在长期重复性差、使用维护复杂等问题,难以满足整个惯导系统的精度及稳定性要求。惯导产品受使用情况决定,贮存寿命是一个重要指标,其长短会影响武器系统的使用维护性及效能的发挥。因此,如何在短时间内获得惯性产品贮存寿命,为惯导系统的维护标定提供依据是亟待解决的问题。

加速退化试验(ADT)由于不需观测到产品实际失效发生,只需要获取产品在高应力水平下的性能退化数据,通过向正常应力水平下的外推进行寿命评估,使得加速试验技术的应用和高可靠长寿命产品寿命评估得到了长足的发展和广泛应用。加速试验方案优化设计的研究可追溯到20世纪60年代。现有加速退化试验设计方法主要有基于解析的加速退化试验设计方法和基于仿真的加速退化试验设计方法。基于解析的加速退化试验设计方法发展较早,也更为成熟。Yu研究了在一定试验费用约束下,以产品 p 分位寿命的均方差最小为目标的加速退化试验方案优化设计问题[1]。在此基础上,Yu进一步考虑了产品的退化速率服从逆Weibull分布情况下的优化设计问题[2]。Weaver和Meeker采用大样本近似方法基于随机效应线性退化模型研究了单应力加速退化试验设计和评估问题[3]。Hu等研究了基于Wiener过程的步进加速退化试验方案设计,并证明

收稿日期: 2017-06-15; **录用日期**: 2017-06-23; **网络出版时间**: 2017-09-15 17:09
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170915.1709.004.html
基金项目: 国家自然科学基金(61403010)
* **通信作者**. E-mail: xudan@buaa.edu.cn

引用格式: 许丹, 林坤松, 陈云霞. 基于故障行为的惯导产品贮存寿命试验设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 437-443. XU D, LIN K S, CHEN Y X. Failure behavior based storage life test design for inertial navigation products[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 437-443 (in Chinese).

北航学报 赠阅

了多水平步进加速退化试验在一定的准则和约束下会退化为一个恒定应力加速试验[4]。Wang 等研究了退化模型为逆高斯过程的试验方案设计问题,得到了在费用约束下的最小 p 分位寿命渐进方差的优化设计方案,并验证该方法的稳健性[5]。Tsai 和 Ling 等考虑了退化过程中的单调性,采用 Gamma 过程对产品的退化行为进行建模,同样以费用为约束,以平均故障前时间(MTTF)的最小渐进方差为目标进行优化设计,并进行了敏感性分析[6-7]。而 Shi 和 Meeker 则先后用非贝叶斯和贝叶斯方法研究了破坏性加速退化试验方案的优化设计问题[8-9]。

基于解析的加速退化试验设计方法虽然能够准确得到试验的最优设计方案,然而对于某些复杂的试验情形则难以得到解析解。随着计算机的计算能力不断提高,基于仿真的加速退化试验设计方法越来越被科学家和工程人员所接受和广泛运用。Li 和 Kececioglu 以 LED 为对象,考虑应力水平设置因素,给出了基于仿真的加速退化试验设计方法[10]。Nasir 和 Pan 利用仿真方法基于 Hellinger 距离和 DIC 准则考虑加速试验设计中的模型鉴别问题[11]。Wang 等利用基于仿真的试验设计方法优化了多应力加载条件下的各应力水平的样本数,测量频率及试验终止时间[12]。上述加速退化试验设计方法的研究主要基于统计和优化方法,如果能够利用产品的故障行为模型(FBM),融合物理和其他试验信息,将能快速给出一种试验应力水平设计方法,并且根据文献调研目前还鲜有针对惯导产品的加速退化试验设计方法相关研究。

本文以典型惯导产品加速度计为例,在通过对产品特性和主机理分析基础上,确定表征产品寿命特征参数及试验应力。根据仿真计算、强化试验分析结果以及工程经验,确定各试验应力极限,从而确定试验应力的最高水平和最低水平。根据考虑分散性的故障行为模型,给定置信度下,高应力水平下的置信下限与低应力水平下的置信上限不交叉的原则,在最高应力水平和最低应力水平之间,确定中间应力水平,从而给出了基于故障行为模型的加速度计加速退化试验设计方法。

1 加速度计故障行为模型

石英挠性加速度计是一种机械摆式加速度计,由表头本体和伺服放大电路两部分组成,表头主要由软磁体、磁钢、摆片、力矩器线圈等构成,表头结构见图 1。

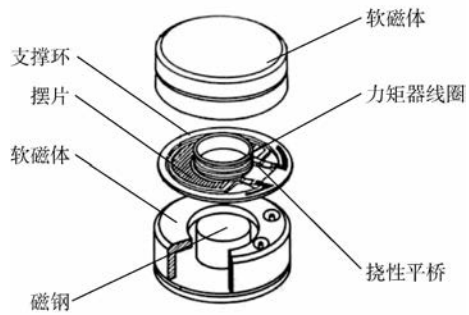


图 1 石英挠性加速度计表头结构

Fig. 1 Structure of quartz flexible accelerometer header

故障行为即产品或单元在不同的环境条件和输入条件下,随时间表现出来的,可从外部探知的非正常状态。故障行为模型是描述多种机理作用下产品故障规律的模型,可以用状态变化模型或失效时间模型来表示[13]。

在贮存过程中,由于石英挠性加速度计内的石英摆片、环氧树脂胶等材料均耐潮,并且考虑实际贮存剖面为不通电的密封恒温环境(-5~40℃的室温条件),因此,仅考虑贮存过程中的温度因素对加速度计参数的影响,而不再考虑湿度、磁场和电应力等。标度因数是加速度计的重要参数。通过主机理分析可以得知标度因数变化主要由于温度作用下磁钢退磁[14]。加速度计标度因数主要呈现退化状态,由此描述标度因数随时间和应力变化规律的故障行为模型如下[15]:

$$\begin{cases}\dfrac{\Delta K_1}{K_1}=-\dfrac{\Delta B_{\mathrm{m}}}{B_{\mathrm{m}}}=-\Delta B_{\mathrm{r}}\\ \Delta B_{\mathrm{r}}=0.231\exp\left(-\dfrac{24\,151}{8.314}\cdot\dfrac{1}{T}\right)\ln t\\ \left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'=-\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\times 10^6\end{cases}\tag{1}$$

即

$$\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'=2.31\times 10^5\exp\left(-\frac{24\,151}{8.314}\cdot\frac{1}{T}\right)\ln t\tag{2}$$

式中:ΔB_{m} 和 B_{m} 分别为最大磁感应强度变化量和最大磁感应强度;ΔB_{r} 为剩余磁感应强度变化量;K_1 为标度因数;ΔK_1 为 t 时刻标度因数与 $t=0$ 时刻标度因数之差;t 为时间,h;T 为绝对温度,K。

考虑模型参数的分散性,根据式(2),建立标度因数加速退化的随机模型为

$$\begin{cases}\left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'=A\exp\left(-\dfrac{B}{T}\right)\ln t+\varepsilon\\ A\sim N(\mu_A,\sigma_A^2)\\ B\sim N(\mu_B,\sigma_B^2)\\ \varepsilon\sim N(0,\sigma_\varepsilon^2)\\ A,B,\varepsilon\quad\text{相互独立}\\ t\geqslant 1\ \mathrm{h}\end{cases}\tag{3}$$

式中：$\mu_A = 2.31 \times 10^5$；$\mu_B = \dfrac{24\,151}{8.314}$；$\sigma_A$ 和 σ_B 可根据磁钢试验曲线模型参数的分散性确定，这里假设参数 A 和 B 的变异系数分别为 0.05 和 0.01，即 $\sigma_A = 0.05\mu_A$，$\sigma_B = 0.01\mu_B$；根据加速度计标度因数测试误差的随机散布特性（可通过实测数据统计得到），确定 $\sigma_\varepsilon = 5 \times 10^{-6}$。

2　基于故障行为模型的加速退化试验设计方法

基于故障行为模型的加速退化试验设计方法针对缺乏预试验数据的情况下粗略给出试验应力水平问题，利用故障行为模型可描述参数加速时变规律的特性，根据考虑分散性的故障行为模型，给定置信度下，以高应力水平下的置信下限与低应力水平下的置信上限不交叉为原则，设计给出试验剖面应力水平。

2.1　含置信度的故障行为模型包络

首先确定应力水平极限条件。根据加速度计强化试验分析结果以及工程经验，确定了温度极限，高温环境下加速度计加速退化机理不变的温度上限为 90℃。

在确定工作极限条件后，根据考虑分散性的标度因数加速退化模型，即式（3），采用一阶泰勒展开可以近似得到 t 时刻 $\left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'$ 的方差：

$$\sigma^2_{K_1} = D\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)' = \sigma_A^2\left(\exp\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)\ln t\right)^2 + \sigma_B^2\left(\frac{1}{T}\mu_A\exp\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)\ln t\right)^2 + \sigma_\varepsilon^2 = \left(\sigma_A^2 + \frac{1}{T^2}\mu_A^2\sigma_B^2\right)\left(\exp\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)\ln t\right)^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad (4)$$

假设 $\left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'$ 服从正态分布，则 t 时刻置信度为 $\gamma = 1 - \alpha$ 的 $\left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'$ 的单侧置信上限和下限分别为

$$\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{\mathrm{U}} = \mu_A\exp\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)\ln t + u_\alpha\sigma_{K_1} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{\mathrm{L}} = \mu_A\exp\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)\ln t - u_\alpha\sigma_{K_1} \quad (6)$$

$\left[\left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{\mathrm{L}}, \left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{\mathrm{U}}\right]$ 为 t 时刻置信度为 $(1+\gamma)/2$ 的 $\left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'$ 的置信区间上下限。u_α 为标准正态分布的 α 分位数；σ_{K_1} 为 t 时刻 $\left(\dfrac{\Delta K_1}{K_1}\right)'$ 的标准差。

根据考虑分散性的故障行为模型式（5），图 2 给出了 25、60 和 90 ℃下 10 年内的标度因数退化置信曲线（$\gamma = 90\%$），可以看出 3 个应力水平下的置信曲线没有交叉。

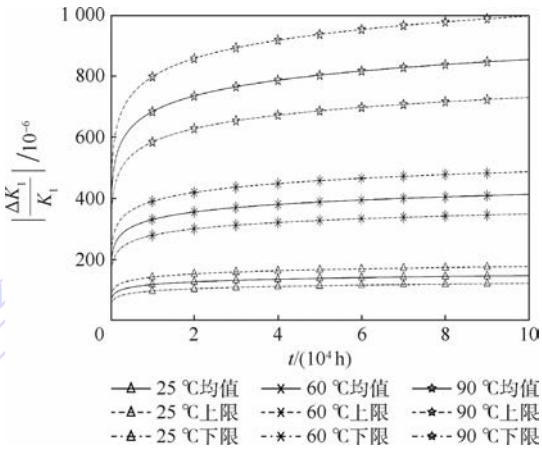


图 2　含置信度的标度因数退化曲线（$\gamma = 90\%$）

Fig. 2　Degradation curves of scale factor with confidence coefficient ($\gamma = 90\%$)

2.2　试验应力水平设计方法

本试验采用基于仿真的加速退化试验方法。在试验样本量、检测时间间隔以及最高应力水平给定的情况下，主要对低应力和中间应力 2 个水平进行优化。优化时考虑的约束为根据考虑分散性的故障行为模型，给定置信度下，高应力水平下退化量的置信下限与低应力水平下退化量的置信上限不交叉的原则，在最高应力水平和最低应力水平之间，确定中间应力水平。其具体过程如图 3所示。

步骤1　根据式（3）生成进行N次仿真，按退

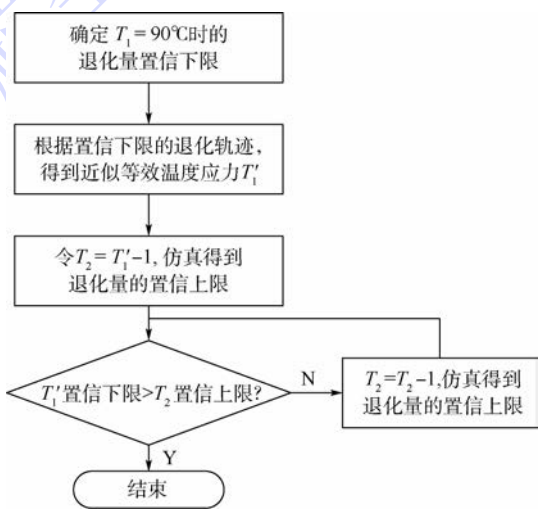


图 3　T_2 可选范围确认流程示意图

Fig. 3　Schematic diagram of optional range validation procedure for T_2

北航学报 赠阅

化量由小到大对 N 次仿真进行排序，得到 $\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{L(1)} < \left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{L(2)} < \cdots < \left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{L(N)}$，则 $\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'_{L(0.05N)}$ 为其在 90% 置信度下的双侧置信下限。

步骤 2 由图 2 可知，其置信下限曲线为一条光滑曲线，将其近似看成某一温度下的退化轨迹，由式(3)反推得到近似等效温度 T_1'。

步骤 3 令 $T_2 = T_1' - 1$，在 T_2 温度下进行 N 次仿真，得到退化量在 90% 置信度下的双侧置信上限。

步骤 4 若在任一时刻 T_1' 的置信下限均大于 T_2 的置信上限，则 T_2 此时的值为 T_2 可选温度范围的上限值；若不成立，则令 $T_2 = T_2 - 1$，重复步骤 4，直至满足条件跳出循环为止。

同理可以获得 T_2 可选温度的下限值和 T_3 可选温度的上限值。为了保证一定的加速效果，T_3 可选温度的下限值已经确定为 30℃。

2.3 确定试验最优方案

确定 T_2 和 T_3 的可选温度范围并进一步确定备选方案后，需要对备选方案进行优选，其流程如图 4所示，T_i 为第 i 应力水平的温度。

步骤 1 在进行优化设计前，首先确定备选方案集、优化目标函数、故障行为模型(即加速退化模型)和仿真规模 Ω_d。

步骤 2 根据故障行为模型和备选方案 d_l，仿真得到该方案中的各加速应力下 Ω_d 条标度因数的退化曲线。

步骤 3 利用加速度计标度因数的加速退化模型对仿真得到的退化曲线进行拟合，得到备选方案 d_l 下各加速应力下的伪寿命分布及其参数估计。

步骤 4 从步骤 3 中的各加速应力下的伪寿命分布中分别抽取一组伪寿命，构成备选方案 d_l 下一组加速应力下伪寿命仿真数据。

步骤 5 利用加速模型对步骤 4 中的伪寿命仿真数据进行拟合，并外推得到正常温度下可靠寿命估计。

步骤 6 重复步骤 4 和步骤 5 直至完成 Ω_d 次仿真。

步骤 7 对备选方案 d_l 下的 Ω_d 个正常温度下的寿命估计值计算目标函数值。

步骤 8 重复步骤 2 至步骤 7 直至完成所有仿真计算。

步骤 9 对所有备选方案的目标函数值进行排序，确定其中的最优试验方案。

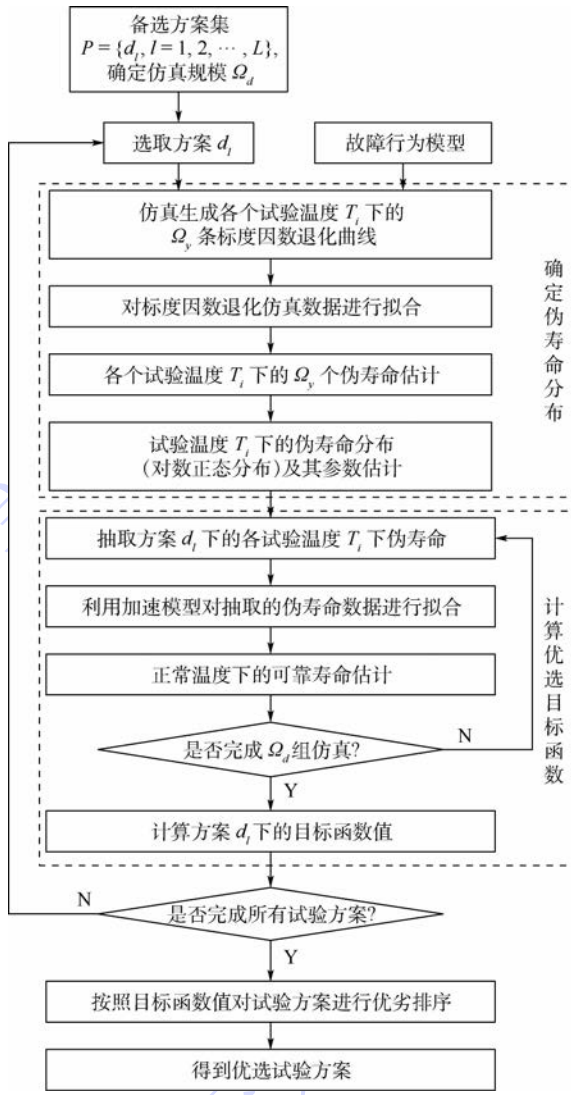


图 4 加速度计标度因数加速退化试验方案优选流程

Fig. 4 Optimization procedure of accelerometer scale factor accelerated degradation test scheme

3 案例分析

根据图 3 所阐述的方法和流程进行仿真，得到 T_2 可选温度的上限值为 75.85℃、下限值为 43.85℃，T_3 可选温度的上限值为 61.85℃。其中，T_2 为可选温度的上限值和 T_3 为可选温度的上限值时，其退化轨迹如图 5 所示。

根据上述仿真结果得到的温度选择范围，结合工程实践中所需考虑的温度梯度问题，确定备选方案的应力设置如表 1 所示，1 个 T_2 和 T_3 构成一组备选方案。

以备选方案 1“$T_2 = 75$℃，$T_3 = 60$℃”为例，分别生成 3 个应力水平下的 20 000 条退化轨迹，通过非线性拟合得到每条退化轨迹的参数估计值，再分别外推得到每个样本的伪寿命值。在得到的试验温度 T_i 下的 Ω_y 个伪寿命估计的基础上，进

行伪寿命分布的估计，确定伪寿命的分布类型和分布参数。根据图 6 显示的概率分布可以看出，对数正态分布可以有效拟合伪寿命数据。

鉴于伪寿命可用对数正态分布近似描述，那么正常贮存温度下的对数寿命服从正态分布，此时的寿命点估计值同时是样本的中位数，能有效反应群体的平均寿命情况。因此选择正常贮存温度下寿命的对数方差作为优化目标函数比较合适。根据式(3)，伪寿命加速模型为

$$\ln t = \left|\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'\right|_{\mathrm{f}} A^{-1}\exp\left(\frac{B}{T}\right) = A'\exp\left(\frac{B}{T}\right) \tag{7}$$

式中：$A' = \left|\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'\right|_{\mathrm{f}} A^{-1}$；$\left|\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'\right|_{\mathrm{f}}$ 为 $\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)'$ 的

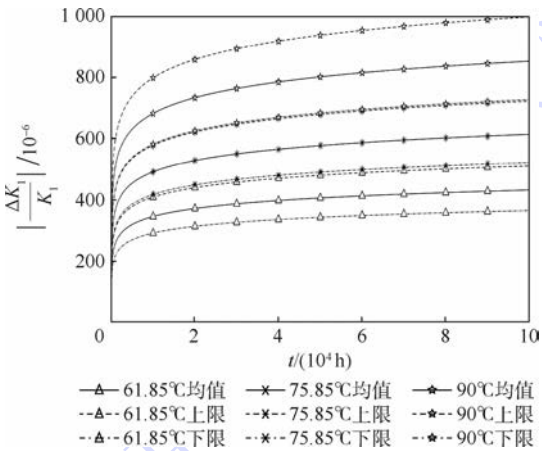


图 5　T_2，T_3 温度可选范围上限时的标度因数退化曲线

Fig. 5　Degradation curves of scale factor under optional range upper limit of temperature T_2，T_3

表 1　备选方案 T_2，T_3 温度设置

Table 1　Optional plan of temperature setting of T_2，T_3

℃

T_2	T_3
75	60，55，50，45，40，35，30
70	55，50，45，40，35，30
65	50，45，40，35，30
60	45，40，35，30
55	40，35，30
50	35，30
45	30

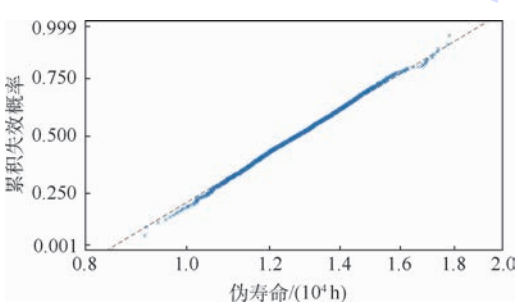


图 6　90℃伪寿命对数正态分布概率图

Fig. 6　Probability graph of lognormal distribution of pseudo life at 90℃

失效阈值的绝对值。对多应力水平伪寿命数据 $(T_i, \ln t_{ij})$，$\ln t_{ij}$ 为该应力水平下的伪寿命数据，采用非线性拟合可以得到参数 A' 和 B 的估计 $\hat{A}'$ 和 $\hat{B}$，进一步可获得对数寿命 $\ln \hat{t}$。重复 2.3 节步骤 1、步骤 2，Ω_d 次，则可得到 Ω_d 个对数可靠寿命估计。试验方案 d_l 下的目标函数，即对数方法的计算公式为

$$U_l = \frac{1}{\Omega_d}\sum_{k=1}^{\Omega_d}\left[(\ln \hat{t}_0)_{lk} - \overline{(\ln \hat{t}_0)_l}\right]^2$$

式中：$\overline{(\ln \hat{t}_0)_l} = \frac{1}{\Omega_d}\sum_{k=1}^{\Omega_d}(\ln \hat{t}_0)_{lk}$，$\hat{t}_0$ 为初始寿命估计值；U_l 为 $\ln \hat{t}_0$ 的方差。

优化结果如图 7 所示，从图 7 中可以看出当 $T_2 = 75$℃，$T_3 = 55$℃（图中黑点处）时，目标函数达到最小值 0.064 2。

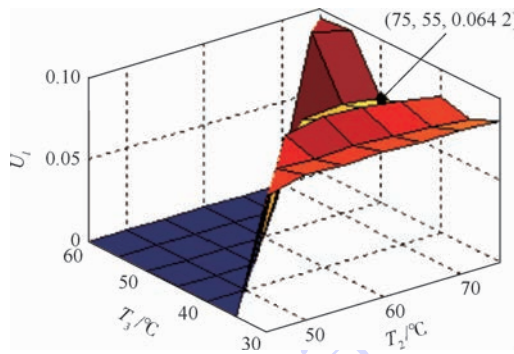


图 7　备选方案优化目标函数值

Fig. 7　Optimization objective function value of optional plan

4　结　论

1）本文提出了一种基于故障行为模型的加速退化试验设计方法。以高应力水平下的置信下限与低应力水平下的置信上限不交叉为原则，采用基于仿真的加速退化试验方法，优化确定了试验方案，从而解决了缺乏预试验数据情况下试验设计问题。

2）以典型惯导产品加速度计为对象，进行了方法可行性和有效性验证。通过主机理分析得到加速度计主要参数标度因数变化的主退化机理为温度作用下的磁钢退磁，并得到描述标度因数应力作用下时变规律的故障行为模型。在加速度计最高温度应力水平为 90℃条件下，基于该模型设计加速度计加速退化试验的优选应力为 $T_2 = 75$℃，$T_3 = 55$℃。该设计方法为提高基于加速退化试验的产品可靠寿命评估精度提供了前提保障。

北航学报 赠阅

参考文献（References）

[1] YU H. Designing an accelerated degradation experiment by optimizing the estimation of the percentile[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2003, 19(3): 197-214.

[2] YU H. Designing an accelerated degradation experiment with a reciprocal Weibull degradation rate[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2006, 136(1): 282-297.

[3] WEAVER B P, MEEKER W Q. Methods for planning repeated measures accelerated degradation tests[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2014, 30(6): 658-671.

[4] HU C, LEE M, TANG J. Optimum step-stress accelerated degradation test for Wiener degradation process under constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 241(2): 412-421.

[5] WANG H, WANG G, DUAN F. Planning of step-stress accelerated degradation test based on the inverse Gaussian process[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2016, 154: 97-105.

[6] TSAI T, SUNG W, LIO Y L, et al. Optimal two-variable accelerated degradation test plan for Gamma degradation processes[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2016, 65(1): 459-468.

[7] LING M H, TSUI K L, BALAKRISHNAN N. Accelerated degradation analysis for the quality of a system based on the Gamma process[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2015, 64(1): 463-472.

[8] SHI Y, MEEKER W Q. Bayesian methods for accelerated destructive degradation test planning[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 245-253.

[9] SHI Y, MEEKER W Q. Accelerated destructive degradation test planning[J]. Technometrics, 2009, 51(1): 1-13.

[10] LI Q, KECECIOGLU D B. Design of an optimal plan for an accelerated degradation test: A case study[J]. International Journal of Quality & Reliability Management, 2013, 23(4): 426-440.

[11] NASIR E A, PAN R. Simulation-based Bayesian optimal ALT designs for model discrimination[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 134(2): 1-9.

[12] WANG Y, ZHANG C, ZHANG S, et al. Optimal design of constant stress accelerated degradation test plan with multiple stresses and multiple degradation measures[J]. Journal of Risk and Reliability, 2015, 229(1): 83-93.

[13] ZENG Z G, KANG R, WEN M, et al. Measuring reliability during product development considering aleatory and epistemic uncertainty[C]// Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 1-6.

[14] XU D, CHEN Y X, KANG R. Quartz flexible accelerometer stability duration prediction on storage condition based on accelerated degradation test[J]. Chemical Engineering Transactions, 2013, 33(1): 541-546.

[15] 许丹，廖寻，陈云霞，等. 加速度计贮存稳定期分析[J]. 北京航空航天大学学报，2013，39(2)：173-177.
XU D, LIAO X, CHEN Y X, et al. Analysis of the storage stability of accelerometers[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(2): 173-177(in Chinese).

作者简介：

许丹 女，博士，讲师。主要研究方向：基于故障物理的寿命建模与试验验证、加速试验。

林坤松 男，博士研究生。主要研究方向：系统试验评估技术。

陈云霞 女，博士，教授。主要研究方向：系统寿命设计分析与试验评估技术、寿命学。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Failure behavior based storage life test design for inertial navigation products

XU Dan*, LIN Kunsong, Chen Yunxia

(Science and Technology on Reliability and Environmental Engineering Laboratory, School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper proposed a failure-behavior-model based accelerated degradation test designing method for assessing the storage life of accelerometer for inertial navigation products, which determines test stress levels while lacking of the preliminary experimental data. On the basis of analyzing the product characteristics and main mechanisms, the storage life characteristic parameters and test stress types are determined. An accelerometer failure behavior model which takes the material dispersion into consideration is established to describe the time-varying law. Given the highest stress level, based on the given confidence level and failure behavior model, a simulation accelerated degradation test design method is proposed to determine the lowest and intermediate stress levels with the constraint that the upper bound of degradation under lower stress level is lower than the lower bound of degradation under high stress level. Following the proposed framework, the experimental profile is designed, and then a best test plan is finally obtained. The validity of the proposed method is verified by a case study.

Keywords: failure behavior model; inertial navigation products; test design; plan optimization; accelerometer

北京航空航天大学学报

Received: 2017-06-15; **Accepted**: 2017-06-23; **Published online**: 2017-09-15 17:09

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170915.1709.004.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61403010)

* **Corresponding author**. E-mail: xudan@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0188

火星沙尘环境光学图像增强方法

全下文载

李海波[1], 曹云峰[2,*], 丁萌[3], 庄丽葵[2]
(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 210016; 2. 南京航空航天大学 航天学院, 南京 210016;
3. 南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016)

摘 要: 针对火星探测器着陆时沙尘天气对机器视觉的影响,提出一种去除沙尘天气对光学成像影响的方法,为视觉系统提供清晰输入图像。首先对受沙尘天气影响的图像建立模型,然后求取模型中大气光值与透射系数值。对于大气光值的计算采用基于四叉树细分的方法,在最小值图像上搜寻指定阈值面积中灰度均值最大的区域,在初始图像中相同区域计算各通道均值,作为大气光值。在此基础上计算透射系数,完成清晰图像的恢复。通过对受沙尘影响图像测试表明,该方法能够将受沙尘影响的图像恢复成清晰的图像。即使在复杂的环境中,该方法对光照变化、沙尘强度变化和场景变化等仍具有较好的效果。与其他方法相比,本文方法在去除沙尘对光学图像影响方面效果较好,在恢复图像评价指标等方面优于其他方法,能够进一步提高图像清晰度,为光学图像的后期处理提供更丰富信息。

关 键 词: 图像增强; 沙尘环境; 四叉树; 大气光估计; 火星
中图分类号: V19
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0444-10

火星是人类进行深空探测的热点之一,到目前为止,世界各国对火星的探测任务已超过40次,然而成功率并不高,在着陆任务中只有7次是成功的,其中着陆过程中的技术故障是失败的主要原因[1]。未来探测任务要求探测器能够在环境复杂的高科学价值区域精确着陆,这需要提高探测器着陆精度,美国国家航空航天局(NASA)公布的新一代精确着陆精度为10~100 m[2]。现阶段的着陆导航系统主要依靠惯性测量单元,其采用的航位递推算法难以达到上述精度要求,因此需要补充其他传感器,引入新的测量信息提高导航精度[3]。与其他传感器相比,光学相机具有体积小、质量轻和功耗低等优点,其在"勇气号(Spirit)"与"机遇号(Opportunity)"着陆时已成功用于水平速度估计[4]。随着计算机视觉技术的发展,许多学者对光学辅助导航在深空探测中的应用进行了研究。文献[5]提出了一种基于图像灰度特征的撞击坑自主检测方法,并将检测信息用于着陆导航;文献[6-7]研究了利用机器视觉对撞击坑、岩石等障碍的检测方法,并对相关方法做了总结;文献[8]针对光学导航的状态估计问题提出了一种利用天体表面阴影区进行特征提取与匹配的方法;文献[9-11]研究了将光学测量信息与惯性测量信息融合的火星探测器着陆导航方法。除此之外,国内外还有关于将机器视觉应用于辅助火星探测器着陆导航的大量研究。

上述所有将机器视觉用于辅助着陆导航的一个前提是视觉传感器采集的图像是清晰的。然而,在火星上沙尘天气活跃。20世纪70年代,火星上的沙尘气旋首先被"海盗号(Viking)"轨道探

收稿日期: 2017-03-29; **录用日期**: 2017-05-05; **网络出版时间**: 2017-09-01 15:54
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1554.003.html
基金项目: 国家自然科学基金(61673211); 江苏省研究生培养创新工程(KYLX_0282)
* **通信作者**. E-mail: cyfac@nuaa.edu.cn

引用格式: 李海波, 曹云峰, 丁萌, 等. 火星沙尘环境光学图像增强方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 444-453.
LI H B, CAO Y F, DING M, et al. Optical image enhancement method in dust environment on Mars[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 444-453 (in Chinese).

测器观测到[12-13]。这种沙尘气旋可达到数英里的宽度和高度[14]。当火星的表面由松散的物质构成时,沙尘颗粒可以在空气中传播,使形成沙尘气旋成为可能[15-16]。此外,沙尘暴也偶然在火星上发生。在 1971—1972 年,沙尘暴曾经被“水手 9 号(Mariner 9)”探测器观测到[17-19]。探测器着陆时极有可能遇见沙尘天气,从而导致视觉传感器采集的图像对比度降低,颜色发生偏移,影响机器视觉算法对撞击坑、岩石等地表障碍的检测识别。

对于受雾霾干扰图像的增强研究较多,如文献[20-22],采用基于 Retinex 的方法对图像进行增强。但对于去除火星探测器着陆过程沙尘对机器视觉影响的研究并不多。在其他应用领域里,也鲜有去除沙尘影响的研究。文献[23]分析了沙尘天气对光脉冲时延和展宽的影响,但主要针对的是激光。文献[24]在目标识别中提出了一种去除沙尘影响的方法,然而这种方法需要比较长的处理时间。文献[25]提出了一种对单幅静止图像去除沙尘影响的方法,此方法需要对特定目标测量一些先验信息,不适合用于解决火星着陆沙尘影响问题。针对这一问题,本文提出一种去除火星探测器着陆时沙尘对机器视觉影响的方法。该方法采用基于四叉树细分的方法计算大气光值,以此为基础,计算透射系数,完成清晰图像恢复。

1　去除沙尘影响方法原理

在计算机视觉中,一个描述受不同天气影响的模型被广泛使用,这些天气情况包括阴霾、雨、雾、冰雹和雪等[26-27]。本文采用这个模型来表示受沙尘影响的图像,此模型为

$$\boldsymbol{I}(x)=\boldsymbol{J}(x)\boldsymbol{t}(x)+\boldsymbol{A}(1-\boldsymbol{t}(x)) \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{I}$ 为受沙尘影响的图像,可以由视觉传感器获得,是可知的;$\boldsymbol{J}$ 为火星地表实际的图像,是期望得到的清晰图像,不受沙尘影响并且能够反映更多火星地表实际情况;$\boldsymbol{t}$ 为透射系数;$\boldsymbol{A}$ 为大气光值;x 为图像的像素点。大气光值 $\boldsymbol{A}$ 和透射系数 $\boldsymbol{t}$ 是未知的,因此要想得到清晰图像 $\boldsymbol{J}$,需要获得 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{t}$ 的值。

1.1　大气光值计算方法

对于大气光值 $\boldsymbol{A}$ 的计算,直接在全图范围内搜索亮度最大区域,容易将白色物体或亮度较高物体作为大气光值,产生错误的恢复结果。为避免局部图像在某通道存在极大值引起对大气光值的错误估计,本文采用在最小值图像上进行四叉树细分的方法。最小值图像是由原始图像各像素取其各通道(R、G、B 通道)最小值构成。该方法的具体步骤为:①选取受沙尘影响的图像;②计算图像各个通道(R、G、B 通道)的最小值,构成最小值图像;③对最小值图像进行 4 等分,计算 4 个子图像块均值,选取均值最大的图像块继续进行 4 等分,重复划分迭代,直至子图像块的面积小于指定阈值时,记录图像块均值最大部分;④在此基础上,在初始图像中寻找相同位置区域,计算区域各通道均值,选取区域各通道均值作为大气光各通道值。

1.2　透射系数计算方法

对于透射系数计算,本文采用暗通道方法。火星探测器拍摄的图像经过白平衡后可以呈现出类似地球光照拍摄的图像,因此暗通道的方法可以在火星上应用。暗通道由 He 等[28]发现,暗通道表明清晰图像一个或多个通道中经常存在一些较小且接近于零的值,当图像受到恶劣天气影响时,暗像素的值不再趋近于零,这反映了恶劣天气对清晰图像的影响。暗通道的存在可以用来计算 $\boldsymbol{t}$ 的值。

对于任何一个图像 $\boldsymbol{J}$,暗通道 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{dark}}$ 可以描述为

$$\boldsymbol{J}^{\mathrm{dark}}(x)=\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{\mathrm{R,G,B}\}}(\boldsymbol{J}^{c}(x))\right) \tag{2}$$

式中:c 表示图像某一通道;$\boldsymbol{J}^{c}$ 表示图像 $\boldsymbol{J}$ 在某一通道的分量;R、G 和 B 为图像的彩色通道;$\Omega(x)$ 为以 x 为中心的一块区域。从式(2)中可以看出,暗通道是由 2 次最小值操作获得:第 1 次操作是在每个像素上执行;第 2 次操作是在每个区域上进行,其操作顺序是可以交换的。

暗通道提供了一个重要的先验条件,对于一幅未受到天气影响的清晰图像,暗像素的值趋近于零,即

$$\boldsymbol{J}^{\mathrm{dark}}\to\boldsymbol{0} \tag{3}$$

这是计算 $\boldsymbol{t}$ 值的关键先验条件。式(1)中,$\boldsymbol{A}$ 在一幅图像中其值是恒定的。因此,式(1)可以由 $\boldsymbol{A}$ 标准化为

$$\frac{\boldsymbol{I}^{c}(x)}{\boldsymbol{A}^{c}}=\boldsymbol{t}(x)\frac{\boldsymbol{J}^{c}(x)}{\boldsymbol{A}^{c}}+1-\boldsymbol{t}(x) \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{I}^{c}(x)$ 为图像 $\boldsymbol{I}$ 在某一通道 c 中像素点 x 的值;$\boldsymbol{A}^{c}$ 为大气光值在某一通道 c 中的分量。每个彩色通道的标准化是独立的。在图像一块区域内,透射系数标记为 $\tilde{\boldsymbol{t}}(x)$,假设其恒定,那么暗通道可以由对式(4)进行 2 次最小值操作获得

$$\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{\mathrm{R,G,B}\}}\frac{\boldsymbol{I}^{c}(x)}{\boldsymbol{A}^{c}}\right)=$$

北航学报 赠阅

$$\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{R,G,B\}}\left(\tilde{t}(x)\frac{J^c(x)}{A^c}\right)\right)+1-\tilde{t}(x) \tag{5}$$

式中:假设在一块区域中 $\tilde{t}(x)$ 恒定,可以从 2 次最小值操作中提取出来,结果如下:

$$\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{R,G,B\}}\frac{I^c(x)}{A^c}\right)=$$

$$\tilde{t}(x)\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{R,G,B\}}\frac{J^c(x)}{A^c}\right)+1-\tilde{t}(x) \tag{6}$$

如前所述,当 $\boldsymbol{J}$ 是一个不受恶劣天气情况影响的清晰图像时,其暗像素的值趋近于零,即

$$\boldsymbol{J}^{\mathrm{dark}}(x)=\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{R,G,B\}}\boldsymbol{J}^c(x)\right)=\boldsymbol{0} \tag{7}$$

$\boldsymbol{A}^c$ 总是正的,因此有

$$\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{R,G,B\}}\frac{\boldsymbol{J}^c(x)}{\boldsymbol{A}^c}\right)=\boldsymbol{0} \tag{8}$$

将式(8)代入式(6)中,多项式项从式(6)中消除,即

$$\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{R,G,B\}}\frac{\boldsymbol{I}^c(x)}{\boldsymbol{A}^c}\right)=1-\tilde{t}(x) \tag{9}$$

因此有

$$\tilde{t}(x)=1-\min_{x\in\Omega(x)}\left(\min_{c\in\{R,G,B\}}\frac{\boldsymbol{I}^c(x)}{\boldsymbol{A}^c}\right) \tag{10}$$

由于大气光值 $\boldsymbol{A}$ 在 1.1 节的计算中已求出,因此一块区域内的透射系数 $\tilde{\boldsymbol{t}}$ 可以通过式(10)计算获得,进而获得整幅图像的透射系数 $\boldsymbol{t}$。

1.3 清晰图像恢复模型

在大气光值 $\boldsymbol{A}$ 与透射系数 $\boldsymbol{t}$ 通过计算获得的情况下,通过式(1)可以推导出清晰图像的恢复模型,其形式为

$$\boldsymbol{J}(x)=\frac{\boldsymbol{I}(x)-\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{t}(x)}+\boldsymbol{A} \tag{11}$$

当 $\boldsymbol{t}(x)$ 取值过小时,$\boldsymbol{J}(x)$ 计算值较大趋向于噪声,因此要对 $\boldsymbol{t}(x)$ 值进行限制,设定 $\boldsymbol{t}(x)$ 下限值为 t_0,防止恢复图像时产生噪声,其最终的恢复形式为

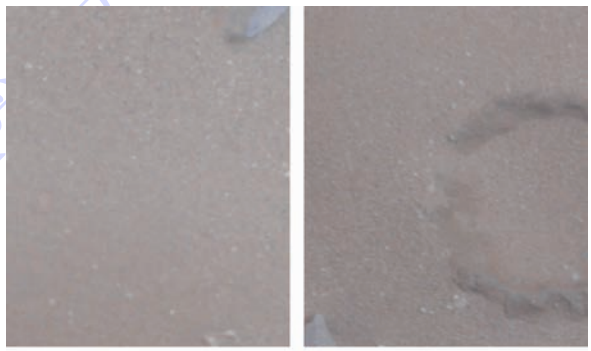
$$\boldsymbol{J}(x)=\frac{\boldsymbol{I}(x)-\boldsymbol{A}}{\max(\boldsymbol{t}(x),t_0)}+\boldsymbol{A} \tag{12}$$

2 清晰图像恢复实验及分析

2.1 大气光值计算实验过程

由于目前条件限制,很难获得当火星探测器进入着陆段时遇到沙尘的图像。因此通过实验室模拟的方式获得一系列受沙尘影响的图像,对本文方法进行原理性校验。其具体操作步骤为:首先,制作一个包含火星地表常见着陆障碍(撞击坑、岩石和斜坡等)的沙盘;然后,利用吹风机产生风,将沙尘吹起,沙尘笼罩在沙盘的上方;最后,通过相机拍摄沙盘,获得受沙尘影响的原始图像。将这些图像进行分割,做成样本集,用来测试校验所提出的方法。任意选取 2 个样本如图 1 所示,首先求取大气光值,按 1.1 节所述方法计算图 1 最小值图像,结果如图 2 所示。在图 2 中,利用四叉树细分方法,搜寻均值最大的图像块,细分图像块的阈值面积设定为初始图像面积的 1%,搜寻结果如图 3 中矩形填充区域所示。

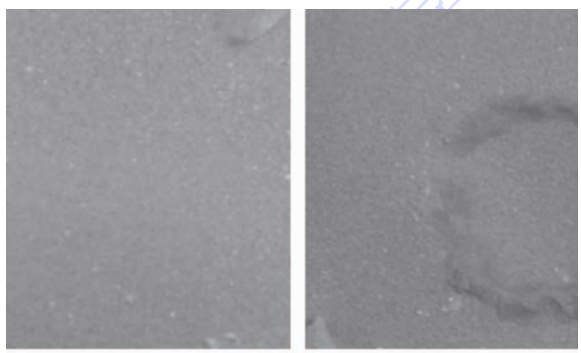
对于图3的搜寻结果,在图1中寻找与图3



(a) 样本1 (b) 样本2

图 1 受沙尘影响的图像

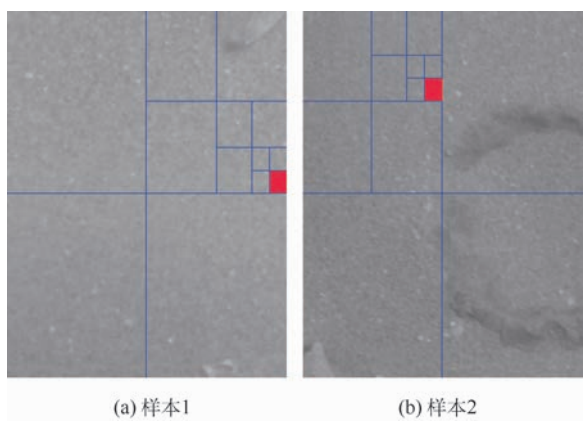
Fig. 1 Images affected by dust



(a) 样本1 (b) 样本2

图 2 最小值图像

Fig. 2 Minimum images



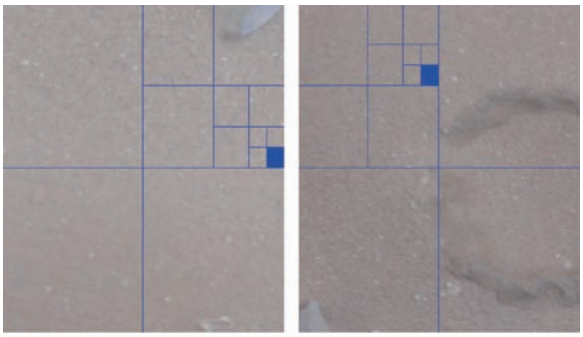
(a) 样本1 (b) 样本2

图 3 细分搜寻结果

Fig. 3 Subdivision search results

北航学报 赠阅

搜寻结果位置相同的区域,如图 4 中矩形填充区域所示。计算区域各通道的均值,将各通道均值作为大气光各通道估计值,求出大气光 $\boldsymbol{A}$ 的值。



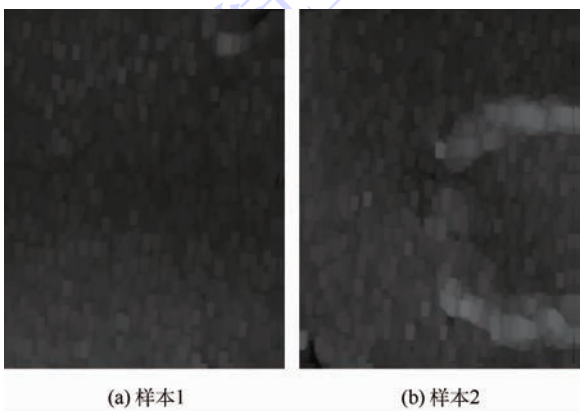
(a) 样本1　　(b) 样本2

图 4　搜寻结果在初始图位置

Fig. 4　Search results on the positions of initial images

2.2　透射系数计算及清晰图像恢复

在 $\boldsymbol{A}$ 值确定的情况下,根据式(10)可以求出透射系数 $\tilde{\boldsymbol{t}}$。为方便观察所求得的透射系数,构建透射系数图,透射系数图的每个像素映射一个系数值。计算图 1 的透射系数,建立相应的透射系数图如图 5 所示。



(a) 样本1　　(b) 样本2

图 5　透射系数图

Fig. 5　Transmission coefficient maps

从图 5 中可以看出,2 幅图像中均存在一些光晕和方块,这导致在每个恢复图像中存在恢复图像质量低和不连续的情况。为解决此问题,本文采用快速导向滤波[29]优化透射系数,结果如图 6所示。

从图 6 中可以看出,光晕和方块从图中消失了。利用优化后的透射系数对受沙尘影响的图 1 进行恢复,其结果如图 7 所示。

2.3　恢复图像特征分析

进一步分析初始图像与最终恢复图像颜色特征,分别建立初始图像(见图 1)与最终恢复图像(见图 7)的RGB通道直方图,分别如图8和图9所

(a) 样本1　　(b) 样本2

图 6　优化后的透射系数图

Fig. 6　Optimized transmission coefficient maps

(a) 样本1　　(b) 样本2

图 7　最终恢复图像

Fig. 7　Final recovered images

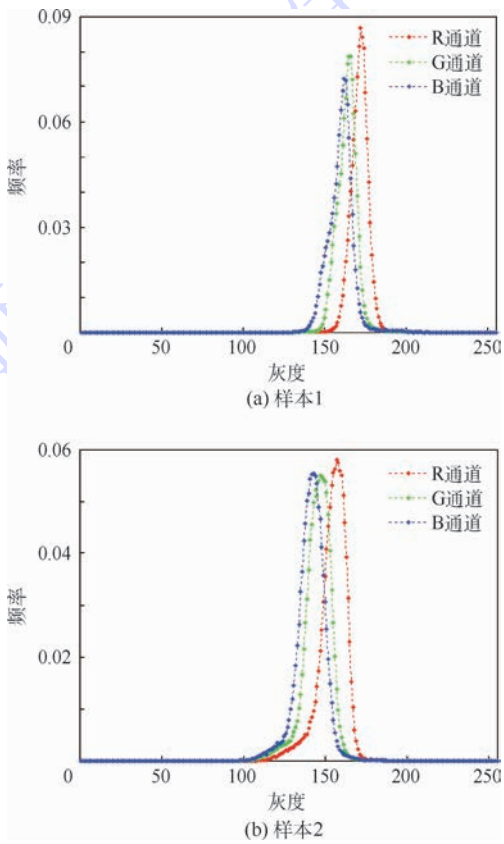


图 8　初始受沙尘影响图像 RGB 通道直方图

Fig. 8　RGB channel histograms of initial dust images

北航学报 赠阅

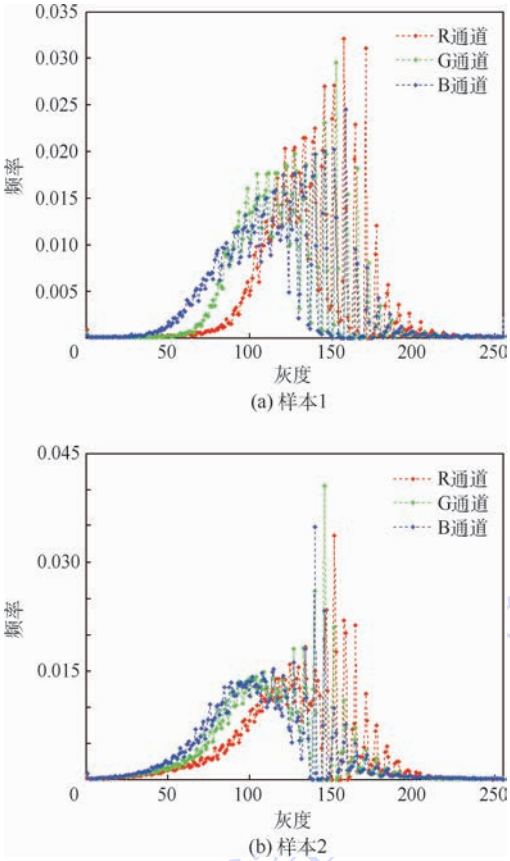


图 9 最终恢复图像 RGB 通道直方图

Fig. 9 RGB channel histograms of final recovered images

示。从图 8 中可以看出,受沙尘影响图像的色彩分布相对集中,RGB 三色值动态变化范围较窄,直方图分布相对集中。图 9 中恢复图像的彩色值分布非常广泛,颜色明显得到改善,直方图分布比较均匀,分布模式符合清晰图像的特点。

3 方法性能分析

3.1 四叉树细分阈值变化的影响

为检验四叉树细分阈值对去除沙尘效果的影响,选取不同的阈值进行测试分析。首先在受沙尘影响的样本图像库中随机选取一张受沙尘影响的图像,如图 10(a)所示;然后分别选取阈值面积为初始图像面积的 0.001%、0.005%、0.01%、0.05%、0.1%、0.5%、1%、5%、10% 检验去尘效果,其测试结果如图 10(b) ~ (j)所示。从图 10 中可以看出,当阈值选取过大时,恢复图像的质量会降低,如图 10(i)、(j)所示,图像中岩石区域部分图像亮度增加,存在发白失真的现象;当阈值选取的过小时,如图 10(b)、(c)所示,恢复图像的整体略暗。从图 10 的测试结果可以看出,阈值选择为初始图像面积的 0.01% ~ 1% 较为合适。采用四叉树细分的方法时间复杂度为 $O(N)$,空间复杂度为 $O(N)$。其中 N 为输入图像的像素数量。

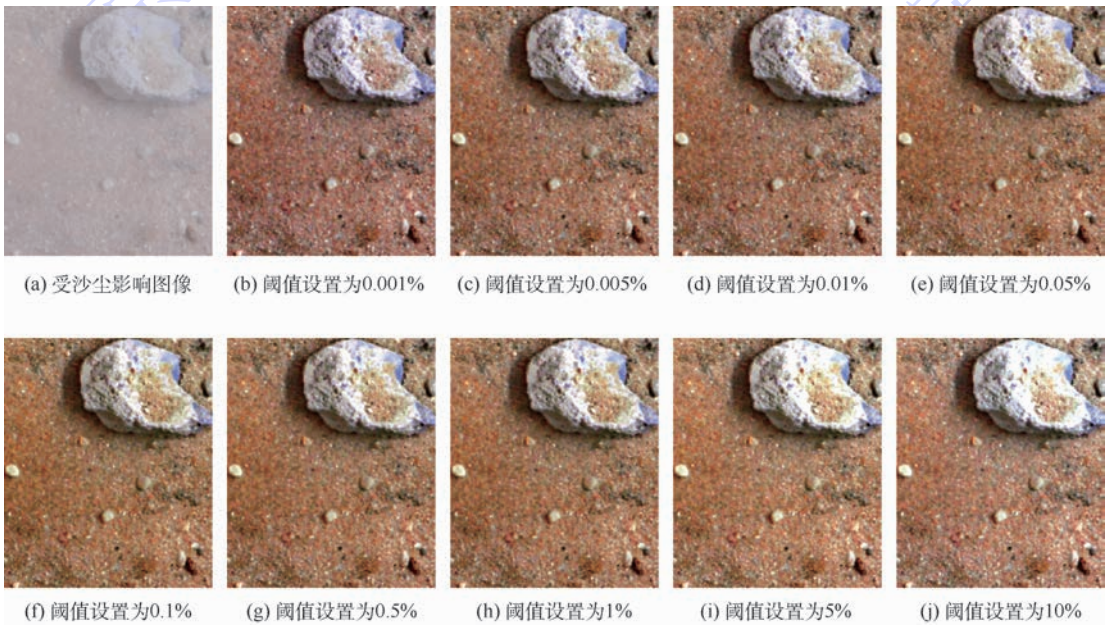


图 10 受沙尘影响图像及设置不同阈值的测试结果

Fig. 10 Dust image and test results with different threshold values

3.2 光照条件变化的影响

选取不同时间和不同光照条件下受沙尘影响的图像如图 11(a) ~ (c)所示,其各个图像中光照强度不同。通过采用本文方法,相应的恢复图像如图 11(d) ~ (f)所示,从图中可以看出该方法对不同光照条件的影响具有一定的适应性。

3.3 沙尘强度变化的影响

随机选取一组受沙尘影响的图像如图 12(a) ~ (c)所示,从图中可以看出每幅图像的沙尘强度

北航学报 赠阅

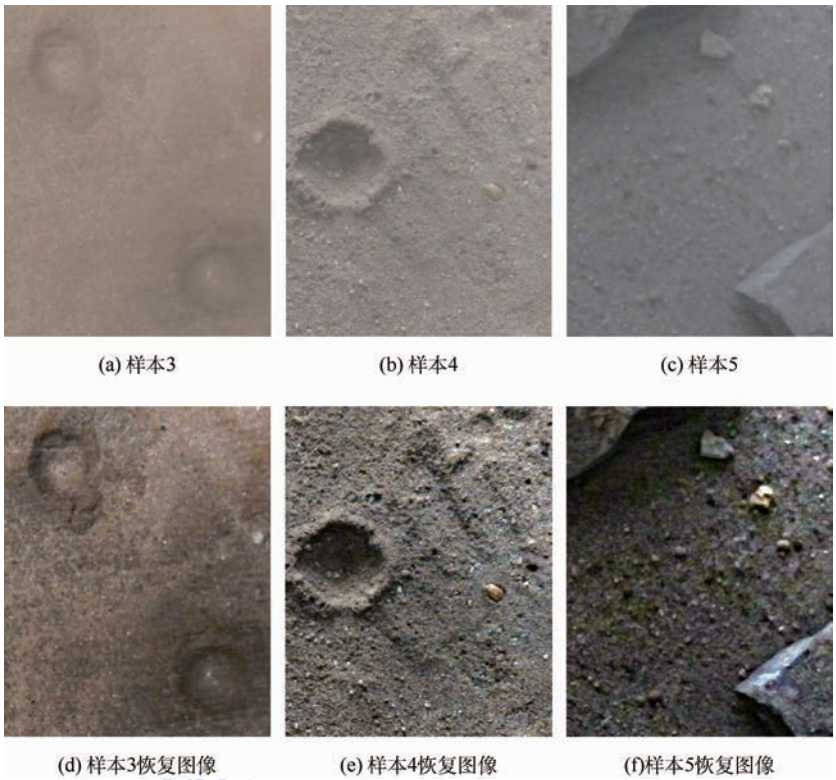


图 11　不同光照条件下受沙尘影响图像及对应恢复图像

Fig. 11　Images affected by dust in different illumination conditions and corresponding recovered images

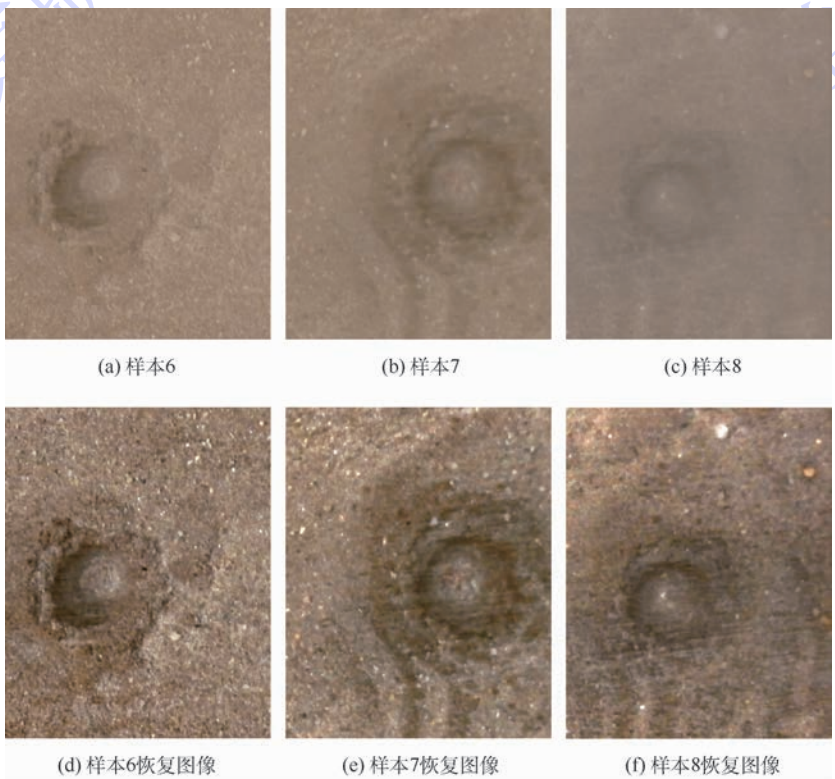


图 12　不同沙尘强度下受沙尘影响图像及对应恢复图像

Fig. 12　Images affected by dust with different intensities and corresponding recovered images

并不相同,是一组沙尘强度逐渐增加的图像。图 12(d)~(f)为(a)~(c)对应的恢复图像,从图中可以看出,本文方法对沙尘强度的变化具有一定的鲁棒性。

北航学报 赠阅

3.4 场景变化的影响

考虑场景变化对受沙尘影响图像恢复的影响。火星探测器着陆时,地表撞击坑、岩石和斜坡等障碍是需要规避的,为此建立相应场景图像,如图 13(a)~(c)所示,分别为包含撞击坑、岩石和斜坡的一组图像。图 13(d)~(f)为(a)~(c)对应的恢复图像,从图中可以看出,本文方法对场景的变化具有一定的适应性。

图 13 不同场景下受沙尘影响图像及对应恢复图像

Fig. 13 Images affected by dust in different scenarios and corresponding recovered images

4 与其他方法比较分析

目前,美国国家航空航天局兰利研究中心(NASA Langley Research Center)采用 Retinex 技术获得清晰的图像,其详细信息可以参考相关网站(http://dragon.larc.nasa.gov/retinex/)。采用 Retinex 技术的方法主要包括单尺度 Retinex(Single Scale Retinex,SSR)方法、多尺度加权平均 Retinex(Multi-Scale Retinex,MSR)方法和彩色恢复多尺度 Retinex(Multi-Scale Retinex with Color Restoration,MSRCR)方法。这些方法也经常用于受雾霾干扰图像的增强[20-22]。为进一步检验本文方法效果,将本文方法与这几种方法进行对比。本文方法与 MSR、SSR、MSRCR 方法的时间复杂度均为 $O(N)$,对图像的处理效果进行对比分析。从图像库中随机选取一张受沙尘影响的图像如图 14(a)所示,将这幅图像分别由 MSR、SSR、MSRCR 方法和本文方法进行处理,其结果分别如图 14(b)~(e)所示。从图 14 中可以看出,采用 MSR、SSR、MSRCR 方法恢复的图像均不如采用本文方法恢复的图像效果好。

进一步分析,引入定量分析指标来评估实验结果,采用清晰度、标准差指标评估恢复图像质量。清晰度的计算公式为

$$\bar{g}=\frac{1}{n}\sum\sqrt{(\Delta I_x^2+\Delta I_y^2)/2} \tag{13}$$

式中:$\bar{g}$ 为清晰度;ΔI_x 和 ΔI_y 分别为 x 方向和 y 方向的差分;n 为图像的大小。$\bar{g}$ 值越高,图像越清晰。标准差的计算式为

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2} \tag{14}$$

式中:x_i 为第 i 个像素;μ 为像素灰度均值。σ 值越高,图像包含的信息量越大。采样这 2 个指标的客观评价结果如表 1所示。

从表 1 中可以看出,初始图像的清晰度和标准差都比较低,采用不同方法恢复后清晰度与标准差均获得提高,其中采用本文方法恢复后的清晰度与标准差最大,恢复效果最好。

在一些视觉导航算法中,边缘检测经常是其中的一个重要步骤,因此引用边缘强度来评估恢复图像的效果。边缘强度的计算式为

图 14　受沙尘影响图像及各种方法恢复结果对比

Fig. 14　Image affected by dust and comparison of recovery results among various methods

$$G=\frac{1}{n}\sqrt{G_x^2+G_y^2} \tag{15}$$

式中:G 为边缘强度;G_x 为水平方向边缘检测灰度值;G_y 为垂直方向边缘检测灰度值。G 值越高,图像包含的边缘信息量越大。比较结果如表 2 所示。

表 1　定量分析对比

Table 1　Comparison of quantitative analysis

客观评价指标	初始图像	MSR	SSR	MSRCR	本文方法
清晰度	3.0222	6.5353	6.5319	6.5368	12.2851
标准差	12.4507	25.6661	25.7078	25.1149	38.3383

表 2　边缘强度对比

Table 2　Comparison of edge intensity

客观评价指标	初始图像	MSR	SSR	MSRCR	本文方法
边缘强度	24.3585	51.88445	51.8465	51.7509	96.1843

从表 2 中可以看出,初始图像由于受沙尘影响边缘强度值较小,采用不同方法进行恢复后边缘强度得到提高,其中采用本文方法恢复后的图像边缘强度最大,图像包含的边缘信息量最大,这表明本文方法相比其他方法具有较好的效果。

5　结　论

本文提出一种火星沙尘环境中光学图像增强的方法,该方法对受沙尘影响图像模型中大气光值计算采用基于四叉树细分的方法,在最小值图像上进行细分迭代搜寻均值最大的指定阈值区域,然后在输入图像中寻找相对应的区域并计算区域各通道均值,求出大气光值。在此基础上,计算透射系数,完成清晰图像的恢复。从实验结果可以看出,本文方法在去除沙尘对光学图像影响方面具有较好的效果;与文中提到的其他方法比较,本文方法在主观评价和客观评价方面都具有明显的优势。机器视觉在火星探测器精确着陆中具有重要的辅助作用,而火星的沙尘天气会对机器视觉造成一定的影响,本文方法能够进一步减轻沙尘对机器视觉的影响,为机器视觉的后期处理提供清晰图像。

参考文献(References)

[1] 崔平远,高艾,于正湜. 火星着陆自主导航方案研究进展[J]. 深空探测学报,2014,1(1):18-27.
CUI P Y,GAO A,YU Z S. Research progress of autonomous navigation scheme for Mars landing[J]. Journal of Deep Space Exploration,2014,1(1):18-27(in Chinese).

[2] STEINFELDT B A,GRANT M J,MATZ D A,et al. Guidance,navigation,and control system performance trades for Mars pinpoint landing[J]. Journal of Spacecraft and Rockets,2010,47(1):188-198.

[3] 吴伟仁,李骥,黄翔宇,等. 惯导/测距/测速相结合的安全软着陆自主导航方法[J]. 宇航学报,2015,36(8):893-899.
WU W R,LI J,HUANG X Y,et al. INS/rangefinder/velocimetry based autonomous navigation method for safe landing[J]. Journal of Astronautics,2015,36(8):893-899(in Chinese).

[4] BRAUN R D,MANNING R M. Mars exploration entry,descent and landing challenges[J]. Journal of Spacecraft and Rockets,2007,44(2):310-323.

[5] 陈建清,朱圣英,崔祜涛,等. 应用灰度特征的行星陨石坑自主检测方法与着陆导航研究[J]. 宇航学报,2014,35(8):908-915.
CHEN J Q,ZHU S Y,CUI H T,et al. Automated crater detection method using gray value features and planet landing navigation research[J]. Journal of Astronautics,2014,35(8):908-915(in Chinese).

[6] 丁萌. 空间探测器着陆过程中的机器视觉关键技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2010:11-16.
DING M. Research on key technology of machine vision for spacecraft landing[D]. Nanjing:Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2010:11-16(in Chinese).

[7] 丁萌,李海波,曹云峰,等. 基于光学图像的撞击坑识别研究[J]. 深空探测学报,2015,2(3):195-202.
DING M,LI H B,CAO Y F,et al. Research survey of passive image-based impact crater detection[J]. Journal of Deep Space Exploration,2015,2(3):195-202(in Chinese).

[8] 魏若岩,阮晓钢,肖尧,等. 一种小天体表面阴影区的鲁棒匹配算法[J]. 宇航学报,2015,36(2):203-210.
WEI R Y,RUAN X G,XIAO Y,et al. A robust match algorithm

北航学报 赠阅

for asteroid shadow areas[J]. Journal of Astronautics,2015,36(2):203-210(in Chinese).

[9] 李建国,崔祜涛,田阳. 光学辅助惯性测量信息的火星着陆导航算法[C]//中国宇航学会深空探测技术专业委员会第九届学术年会,2012:17-20.
LI J G,CUI H T,TIAN Y. Vision-aided inertial navigation algorithm for Mars landing[C]//The 9th Academic Annual Meeting of Committee of Deep Space Exploration Technology,Chinese Society of Astronautics,2012:17-20(in Chinese).

[10] 李建国. 火星探测器自主光学着陆导航方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2014:42-64.
LI J G. Research on autonomous vision navigation methods for spacecraft landing on Mars[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2014:42-64(in Chinese).

[11] 李建国,崔祜涛,田阳. 基于特征匹配的着陆导航敏感器相对校准算法[J]. 红外与激光工程,2014,43(1):267-273.
LI J G,CUI H T,TIAN Y. Sensors relative calibration method for landing navigation based on feature matching[J]. Infrared and Laser Engineering,2014,43(1):267-273(in Chinese).

[12] THOMAS P,GIERASCH P J. Dust devils on Mars[J]. Science,1985,230(4722):175-177.

[13] REISS D,FENTON L,NEAKRASE L,et al. Dust devil tracks[J]. Space Science Reviews,2016,203(1-4):143-181.

[14] STATELLA T,PINA P,DA SILVA E A. Automated determination of the orientation of dust devil tracks in mars orbiter images[J]. Advances in Space Research,2014,53(12):1822-1833.

[15] RENNÓ N O,BURKETT M L,LARKIN M P. A simple thermos dynamical theory for dust devils[J]. Journal of the Atmospheric Sciences,1998,55(21):3244-3252.

[16] LORENZ R D,BALME M R,GU Z,et al. History and applications of dust devil studies[J]. Space Science Reviews,2016,203(1-4):5-37.

[17] HANEL R A,CONRATH B J,HOVIS W A,et al. Infrared spectroscopy experiment on the Mariner 9 mission:Preliminary results[J]. Science,1972,175(4019):305-308.

[18] HANEL R,CONRATH B,HOVIS W,et al. Investigation of the Martian environment by infrared spectroscopy on Mariner 9[J]. Icarus,1972,17(2):423-442.

[19] HANEL R,SCHLACHMAN B,BREIHAN E,et al. Mariner 9 michelson interferometer[J]. Applied Optics,1972,11(11):2625-2634.

[20] 赵苏齐,吴健珍. 基于 Retinex 的雾霾图像去雾算法[J]. 科教导刊,2016(4):156-157.
ZHAO S Q,WU J Z. Defogging images based on Retinex theory[J]. Scientific and Technological Innovation,2016(4):156-157(in Chinese).

[21] 刘志晨,徐惠民. 基于单尺度 Retinex 算法的雾霾图像清晰化系统开发研究[J]. 国土与自然资源研究,2017(1):71-73.
LIU Z C,XU H M. Research on haze image clarity system based on single scale Retinex algorithm[J]. Territory & Natural Resources Study,2017(1):71-73(in Chinese).

[22] 张雅媛. 基于多尺度 Retinex 算法的彩色雾霾图像增强研究[J]. 包装学报,2016,8(3):60-65.
ZHANG Y Y. Research of haze color image enhancement based on multi-scale Retinex[J]. Packaging Journal,2016,8(3):60-65(in Chinese).

[23] WANG H,WANG Y,CAO M,et al. Influence of atmospheric visibility on laser pulse delay and broadening in sand and dust weather[J]. Acta Optica Sinica,2015,35(7):9-16.

[24] WANG Y,LI Y,ZHANG T. The method of image restoration in the environments of dust[C]//International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). Piscataway,NJ:IEEE Press,2010:294-298.

[25] WANG Y Y,YANG C Y,WANG X K. The dedusting method based on a single still image[J]. Applied Mechanics and Materials,2013,333-335:929-933.

[26] NARASIMHAN S G,NAYAR S K. Vision and the atmosphere[J]. International Journal of Computer Vision,2002,48(3):233-254.

[27] NARASIMHAN S G,NAYAR S K. Chromatic framework for vision in bad weather[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway,NJ:IEEE Press,2002,1:598-605.

[28] HE K,SUN J,TANG X. Single image haze removal using dark channel prior[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence,2011,33(12):2341-2353.

[29] HE K,SUN J. Fast guided filter[EB/OL]. New York:Cornell University Library,2015[2017-03-29]. https://arxiv.org/abs/1505.00996.

作者简介:

李海波 男,博士研究生。主要研究方向:深空探测 GNC 技术、计算机视觉。

曹云峰 男,教授,博士生导师。主要研究方向:深空探测 GNC 技术、无人机飞行控制与导航、计算机视觉。

北航学报 赠阅

Optical image enhancement method in dust environment on Mars

LI Haibo[1], CAO Yunfeng[2,*], DING Meng[3], ZHUANG Likui[2]

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
3. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: For dust impact on machine vision of the probe landing in Mars, a method was brought forward to remove the effect of dust on optical image and provide clear input image for the visual system. First, a model was built for the dust image. Then, the values of the atmospheric light and the transmission coefficient of the model were obtained by calculation. Among them, a quadtree subdivision approach was employed to calculate the value of the atmospheric light. The computing method was to search the maximal average region of the specified threshold area on the minimum image. Then the mean values of each channel on the same position of the original image were calculated as the estimation value of atmosphere light. And on this basis, the calculation of transmission coefficient was performed. At last, the recovery of the clear picture was finished. Test on dust images indicates that the dust image can be restored to clear image by the proposed method. Even in the complex environment, this method has high robustness to illumination variations, dust intensity change and scene change. Compared to other methods, this method has better effect in removing dust impact on optical images and is superior to other methods in terms of the restoring image evaluation index. It can further improve the clearness of dust images and provide more abundant information for post-processing.

Keywords: image enhancement; dust environment; quadtree; atmospheric light estimation; Mars

北京航空航天大学学报

Received: 2017-03-29; **Accepted**: 2017-05-05; **Published online**: 2017-09-01 15:54

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1554.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61673211); Funding of Jiangsu Innovation Program for Graduate Education (KYLX_0282)

* **Corresponding author**. E-mail: cyfac@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0152

产生匀强磁场的圆柱形线圈组设计方法

胡朝晖[1,2], 穆维维[1,2], 吴文峰[1,2], 周斌权[1,2,*]

(1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 惯性技术重点实验室, 北京 100083)

摘 要: 在精密测量和航空航天领域,原子陀螺仪、原子磁强计等对线圈产生磁场的均匀度有很高的要求,而传统的亥姆霍兹线圈磁场均匀度较差,难以满足应用需求。为了设计产生高均匀度磁场的线圈组,基于线圈轴向磁场的泰勒展开式,提出了任意线圈数的圆柱形线圈组参数的计算方法,并给出了9线圈以内的线圈参数,分析了磁场均匀度、线圈尺寸、线圈最大安匝比随线圈个数的变化趋势。结果表明随着线圈个数的增加,均匀区面积几乎线性增大,9线圈组磁场均匀度优于0.01%的区域面积约为亥姆霍兹线圈的30倍。在要求各个线圈由整数匝线圈组成且各匝线圈电流相同的情况下,提出了一种线圈安匝比取整的方法,并给出2~9线圈组的安匝比取整结果,计算结果表明相同线圈个数下设计的线圈组产生磁场的均匀度优于已有文献。以5线圈组为例,对实际线圈组制作工艺产生的误差进行了仿真分析,仿真结果表明,考虑误差的情况下,设计的尺寸和磁场也满足原子陀螺仪、原子磁强计等的实际要求。

关 键 词: 磁场线圈; 线圈参数; 线圈组设计; 匀强磁场; 磁场均匀度

中图分类号: TL62+2

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0454-08

匀强磁场在精密测量、航空航天等领域都有广泛的应用,在近年来飞速发展的量子传感技术中,高均匀度的匀强磁场更是扮演着重要的角色。在量子传感技术中,原子陀螺仪作为一种新型陀螺仪,有体积小和精度高的优点,已经成为下一代超高精度陀螺仪的发展方向[1-2];原子磁强计是一种利用原子自旋效应来测量磁场的新型磁强计,以其结构简单、便于微型化和高灵敏度等优点,成为新一代超高灵敏磁强计的发展方向[3-5]。原子陀螺仪和原子磁强计都要求对气态原子进行磁场精密控制,气态原子所在区域为陀螺仪和磁强计的敏感单元——碱金属气室,因此要让整个气室处于匀强磁场中[6]。

一般用线圈来产生匀强磁场,其中最常用的是螺线管线圈和亥姆霍兹线圈[7-10]。无限长螺线管线圈可以产生理想的匀强磁场,但实际应用中线圈尺寸总是有限的,导致其产生的磁场均匀度变差;亥姆霍兹线圈结构简单、尺寸小,但产生的磁场均匀区较小,只能应用于对磁场均匀区要求不大的场合。为了在一定范围内产生高均匀度的磁场,学者们展开了关于线圈的大量研究。提出由半径不同的线圈组成的多个线圈组[11-13],其产生的磁场均匀度都优于亥姆霍兹线圈,但其结构较复杂,不便加工。Wang 等提出半径相同的3圆形线圈组[14],外侧线圈与内侧线圈安匝比为1.881 6,安匝比近似取整为111/59/111,产生的磁场均匀度优于亥姆霍兹线圈。文献[15]提出半径相同的4圆形线圈组,外侧线圈与内侧线圈安匝比为2.260 4,安匝比近似取整为9/4/4/9,产生的磁场均匀度优于3圆形线圈组。Baranova 等

收稿日期: 2017-03-14; **录用日期**: 2017-04-24; **网络出版时间**: 2017-07-11 11:46
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170711.1146.004.html
基金项目: 国家自然科学基金(61227902); 国家"863"计划(2014AA123401)
* **通信作者**. E-mail: bqzhou@buaa.edu.cn

引用格式: 胡朝晖, 穆维维, 吴文峰, 等. 产生匀强磁场的圆柱形线圈组设计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 454-461. HU Z H, MU W W, WU W F, et al. Design method of cylindrical coil systems for generating uniform magnetic field[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 454-461 (in Chinese).

提出半径相同的 8 圆形线圈组[16],安匝比近似取整为 34/17/12/10/10/12/17/34,产生的磁场均匀度优于上述线圈。

本文基于线圈轴向磁场的泰勒展开式,提出任意线圈数下圆柱形线圈组各参数的计算方法,并给出 9 线圈组以内的线圈参数及其变化趋势。在要求各个线圈由整数匝线圈组成且各匝线圈电流相同的情况下,还提出一种线圈安匝比取整的方法。并对实际线圈组制作工艺产生的误差进行了仿真分析。

1　线圈参数的计算方法

在由 N 个半径均为 R、中心轴线与柱坐标系 z 轴重合且关于 $z=0$ 平面对称分布的圆形线圈组成的圆柱形线圈组中,有 2 种未知参数,即各个线圈安匝数和各个线圈在 z 轴的坐标。基于线圈轴向磁场的泰勒展开式可以计算这 2 种参数,结果一般为小数。小数坐标容易实现,小数安匝数可通过给线圈组中各个线圈通不同的电流来实现,若要求各个线圈由整数匝线圈组成且各匝线圈电流相等,则用第 3 节的方法进行安匝比取整。

圆柱形线圈组中,序号为 i 的线圈在 $z=d_i$ 平面,安匝数为 m_i,其在空间任一点产生磁场的径向分量 $B_{r,i}(r,z)$ 和轴向分量 $B_{z,i}(r,z)$ 分别为[14]

$$B_{r,i}(r,z)=\frac{\mu_0 m_i I}{2\pi}\cdot\frac{z+d_i}{r[(R+r)^2+(z+d_i)^2]^{1/2}}\cdot\left[-K_i+\frac{R^2+r^2+(z+d_i)^2}{(R-r)^2+(z+d_i)^2}E_i\right] \tag{1}$$

$$B_{z,i}(r,z)=\frac{\mu_0 m_i I}{2\pi}\cdot\frac{1}{[(R+r)^2+(z+d_i)^2]^{1/2}}\cdot\left[K_i+\frac{R^2-r^2-(z+d_i)^2}{(R-r)^2+(z+d_i)^2}E_i\right] \tag{2}$$

式中:μ_0 为真空磁导率;I 为线圈所通电流;K_i 和 E_i 分别为第一类和第二类完全椭圆积分。由于线圈分布的对称性,磁场在任一点的切向分量 $B_{\theta,i}(r,z)=0$,轴线上($r=0$)磁场的径向分量 $B_{r,i}(z)=0$,轴线上总磁场等于轴向磁场。N 个线圈在空间任一点产生的总磁场径向和轴向分量由每个线圈线性叠加得到:

$$B_r(r,z)=\sum_{i=1}^{N}B_{r,i}(r,z) \tag{3}$$

$$B_z(r,z)=\sum_{i=1}^{N}B_{z,i}(r,z) \tag{4}$$

当线圈个数N为奇数时($N=5$时如图1(a)所示),中心线圈位于 $z=0$ 平面(坐标 $d_0=0$),安匝数为 m_0;其余 $(N-1)/2$ 对线圈关于 $z=0$ 平面对称分布,每对线圈与 z 轴的坐标是 $\pm d_i$($i=1,2,\cdots,(N-1)/2$)且具有相同的安匝数 $m_i=n_i m_0$,其中 n_i 为安匝比。则轴线上总磁场等于轴向磁场:

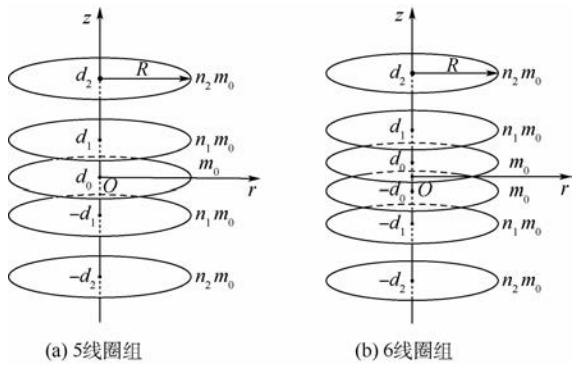


图 1　5 线圈组和 6 线圈组结构示意图

Fig. 1　Configuration of five-coil and six-coil systems

$$B(z)=B_z(z)=\frac{1}{2}\mu_0 IR^2\{m_0(R^2+z^2)^{-3/2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}(n_i m_0[R^2+(z\pm d_i)^2]^{-3/2})\} \tag{5}$$

当线圈个数 N 为偶数时($N=6$ 时如图 1(b)所示),$N/2$ 对线圈关于 $z=0$ 平面对称分布且每对线圈的坐标是 $\pm d_i$($i=0,1,\cdots,N/2-1$),一对中心线圈($i=0$)安匝数为 m_0,其余每对线圈的安匝数为 $n_i m_0$。则轴线上总磁场为

$$B(z)=\frac{1}{2}\mu_0 IR^2\sum_{i=0}^{N/2-1}(n_i m_0[R^2+(z\pm d_i)^2]^{-3/2}) \tag{6}$$

$B(z)$ 在 $z=0$ 处的泰勒展开式可以写成

$$B(z)=B(0)+\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{1}{j!}B^{(j)}(0)z^j\right) \tag{7}$$

式中:$B^{(j)}(0)$($j=1,2,\cdots$)为 $B(z)$ 的第 j 阶导数在 $z=0$ 处的值。由于线圈分布的对称性,$B(z)$ 在 $z=0$ 处的奇数阶导数均为 0,式(7)可以简化为

$$B(z)=B(0)+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{(2j)!}B^{(2j)}(0)z^{2j} \tag{8}$$

要产生理想匀强磁场,即要求 $B(z)=B(0)$。由式(8)可知,即要求各阶导数($B^{(2)}(0)$,$B^{(4)}(0)$,$B^{(6)}(0)$,$\cdots$)为 0。实际设计中要求低阶项为 0,且为 0 的项数越多,均匀度越高。

为计算方便,设 $R=1$,$m_0=1$。当 N 为奇数时,求 $B(z)$ 在 $z=0$ 处的各阶导数,可以得到:

$$B^{(2)}(0)=3\mu_0 I\left[-\frac{1}{2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}\left(n_i\frac{4d_i^2-1}{(1+d_i^2)^{7/2}}\right)\right] \tag{9}$$

北航学报 赠阅

$$B^{(4)}(0)=45\mu_0 I\left[\frac{1}{2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}\left(n_i\frac{8d_i^4-12d_i^2+1}{(1+d_i^2)^{11/2}}\right)\right] \tag{10}$$

$$B^{(6)}(0)=315\mu_0 I\left[-\frac{5}{2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}\left(n_i\frac{64d_i^6-240d_i^4+120d_i^2-5}{(1+d_i^2)^{15/2}}\right)\right] \tag{11}$$

$$B^{(8)}(0)=14\,175\mu_0 I\left[\frac{7}{2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}\left(n_i\cdot\frac{128d_i^8-896d_i^6+1\,120d_i^4-280d_i^2+7}{(1+d_i^2)^{19/2}}\right)\right] \tag{12}$$

$$B^{(10)}(0)=467\,775\mu_0 I\left[\frac{21}{2}-\sum_{i=1}^{(N-1)/2}(n_i(512d_i^{10}-5\,760d_i^8+13\,440d_i^6-8\,400d_i^4+1\,260d_i^2-21)/(1+d_i^2)^{23/2})\right] \tag{13}$$

$$B^{(12)}(0)=42\,567\,525\mu_0 I\left[\frac{33}{2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}(n_i(1\,024d_i^{12}-16\,896d_i^{10}+63\,360d_i^8-73\,920d_i^6+27\,720d_i^4-2\,772d_i^2+33)/(1+d_i^2)^{27/2})\right] \tag{14}$$

$$B^{(14)}(0)=638\,512\,875\mu_0 I\left[-\frac{429}{2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}\left(n_i(16\,384d_i^{14}-372\,736d_i^{12}+2\,050\,048d_i^{10}-3\,843\,840d_i^8+2\,690\,688d_i^6-672\,672d_i^4+48\,048d_i^2-429)/(1+d_i^2)^{31/2}\right)\right] \tag{15}$$

$$B^{(16)}(0)=97\,692\,469\,875\mu_0 I\left[\frac{715}{2}+\sum_{i=1}^{(N-1)/2}\left(n_i(32\,768d_i^{16}-983\,040d_i^{14}+7\,454\,720d_i^{12}-20\,500\,480d_i^{10}+23\,063\,040d_i^8-10\,762\,752d_i^6+1\,921\,920d_i^4-102\,960d_i^2+715)/(1+d_i^2)^{35/2}\right)\right] \tag{16}$$

当 N 为偶数时，去掉式(9)～式(16)中括号内的常数项并将 i 的取值范围改为 $0\sim N/2-1$ 即可得到 $B(z)$ 在 $z=0$ 处的各阶导数。

当线圈个数 N 为奇数时，共 $N-1$ 个未知量，包括 $(N-1)/2$ 个未知坐标 d_i 和 $(N-1)/2$ 个未知安匝比 n_i。当线圈组数 N 为偶数时，也是 $N-1$ 个未知量，包括 $N/2$ 个未知坐标 d_i 和 $N/2-1$ 个未知安匝比 n_i。因此，无论奇数还是偶数个线圈，都有 $N-1$ 个未知量，要确定这些未知数，需要解含有 $N-1$ 个方程的方程组。为此，令式(8)中前 $N-1$ 个偶数阶导数为 0，即

$$\begin{cases}B^{(2)}(0)=0\\B^{(4)}(0)=0\\\vdots\\B^{(2(N-1))}(0)=0\end{cases} \tag{17}$$

由此，可计算任意个线圈形成的圆柱形线圈组产生匀强磁场时的线圈参数，即线圈的轴向坐标 d_i 和线圈的安匝比 n_i。

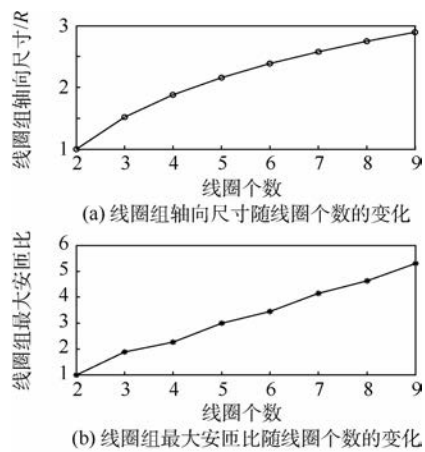
2 理论参数与磁场均匀度分析

利用第 1 节给出的线圈参数计算方法，得到了 $N=2\sim9$ 的圆柱形线圈组的理论参数，如表 1 所示。由表 1 可以得到线圈组轴向尺寸(即 d_i 的最大值与最小值之差)和线圈组最大安匝比(即 n_i 最大值)随线圈个数 N 的变化曲线，如图 2 所

表 1 圆柱形线圈组的理论参数

Table 1 Theoretical parameters of cylindrical coil systems

线圈个数 N	各线圈到中心的距离(坐标) d_i	各线圈与中心线圈的安匝比 n_i
2	$\pm0.5R$	1
3	$0,\pm0.760\,1R$	1/1.881 6
4	$\pm0.243\,2R,\pm0.940\,8R$	1/2.260 4
5	$0,\pm0.409\,2R,\pm1.080\,1R$	1/1.223 2/3.000 7
6	$\pm0.162\,6R,\pm0.537\,0R,\pm1.193\,9R$	1/1.347 7/3.455 2
7	$0,\pm0.286\,2R,\pm0.641\,6R,\pm1.290\,2R$	1/1.105 8/1.575 0/4.146 8
8	$\pm0.122\,4R,\pm0.386\,7R,\pm0.730\,3R,\pm1.373\,6R$	1/1.173 3/1.730 5/4.636 0
9	$0,\pm0.221\,1R,\pm0.471\,8R,\pm0.807\,7R,\pm1.447\,3R$	1/1.062 3/1.295 2/1.955 8/5.302 8



(a) 线圈组轴向尺寸随线圈个数的变化

(b) 线圈组最大安匝比随线圈个数的变化

图 2 线圈组轴向尺寸和最大安匝比随线圈个数的变化

Fig. 2 Variation of coil systems' axial size and maximum ampere-turn ratio with coil number

北航学报 赠阅

示。可见,随着 N 从 2 增大到 9,线圈组轴向尺寸从 R 增大到 2.894 6R,且增大趋势逐渐变缓;线圈组最大安匝比从 1 增大到 5.302 8,且基本呈线性增大。

为分析各线圈组产生磁场的均匀度,定义无量纲磁场均匀度 ε 为空间任一点轴向磁场分量 B_z 相对中心磁场($r=0,z=0$)的相对变化率的绝对值,即

$$\varepsilon(r,z)=\left|\frac{B_z(r,z)-B(0)}{B(0)}\right| \tag{18}$$

磁场均匀度 ε 越小,表示磁场变化越小,磁场越均匀。

根据表1中的线圈参数,由式(4)和式(18)计算出各线圈组在 rz 平面产生的磁场均匀度分布及其等高线,如图 3 所示。其中画出了 ε 分别为 0.01%、0.1%、1% 和 10% 4 条等高线。表 2 列出了各线圈在 rz 平面内 $\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 和 $\varepsilon\leqslant 0.1\%$ 区域的面积以及 r 和 z 的取值范围。磁场均匀区面积随线圈个数 N 的变化曲线如图 4 所示。从表 2 和图 4 可以看出,随着线圈个数的增加,均匀区面积几乎线性增大。亥姆霍兹线圈 $\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 和 $\varepsilon\leqslant 0.1\%$ 区域的面积分别为 $0.065R^2$ 和 $0.206R^2$;9 线圈组 $\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 和 $\varepsilon\leqslant 0.1\%$ 区域的面积分别为 $1.979R^2$ 和 $2.595R^2$,分别约为亥姆霍兹线圈的 30 倍和 13 倍。

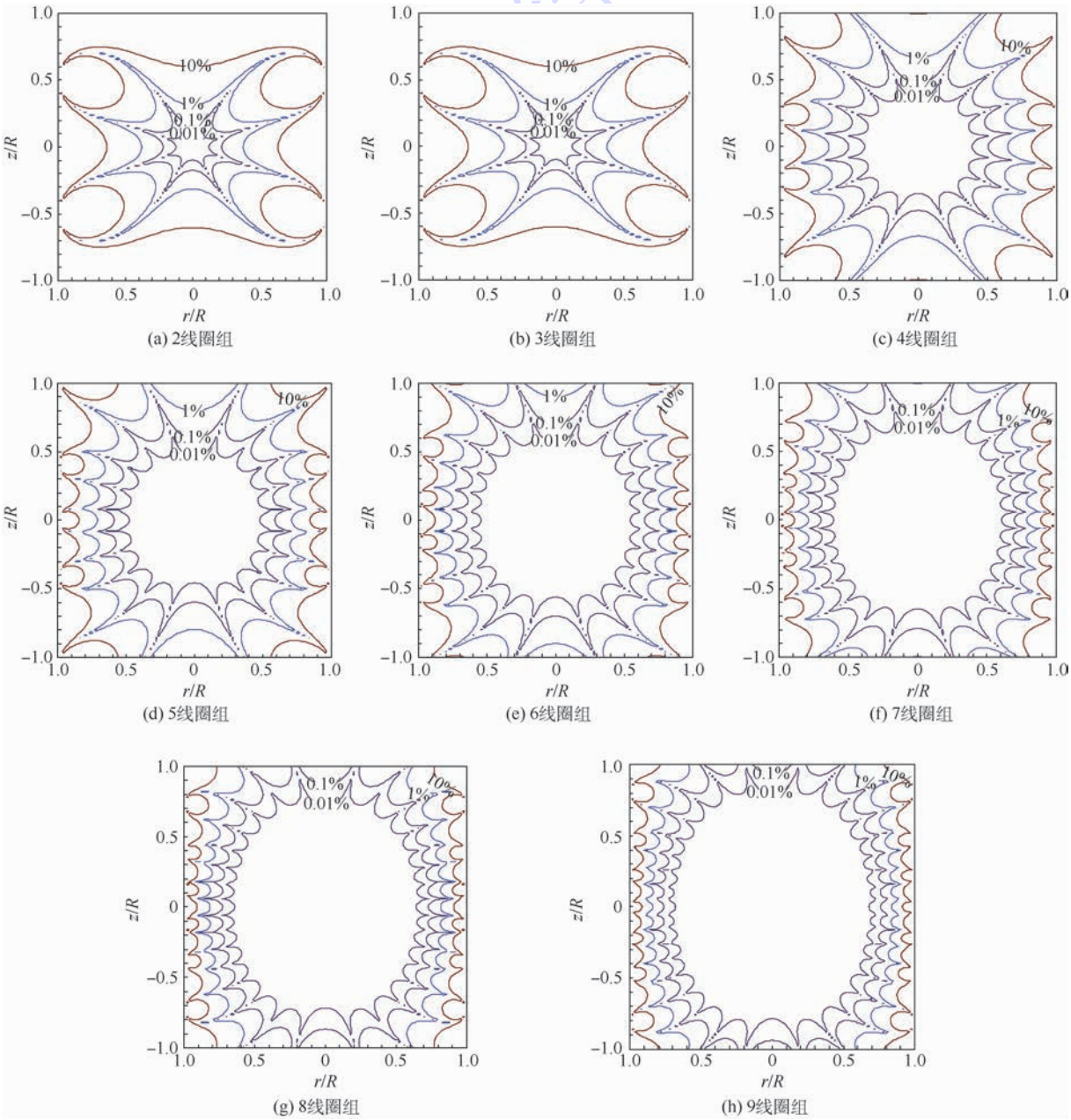


图 3　各线圈组产生磁场的均匀度等高线

Fig. 3　Contours of magnetic field uniformity for each coil system

北航学报 赠阅

表 2 各线圈组 $\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 和 $\varepsilon\leqslant 0.1\%$ 区域比较

Table 2 Comparison of each coil system between regions of $\varepsilon\leqslant 0.01\%$ and $\varepsilon\leqslant 0.1\%$

线圈个数 N	$\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 区域			$\varepsilon\leqslant 0.1\%$ 区域		
	$\lvert z\rvert/R$ 最大值	r/R 最大值	面积/R^2	$\lvert z\rvert/R$ 最大值	r/R 最大值	面积/R^2
2	0.097	0.123	0.065	0.173	0.217	0.206
3	0.226	0.267	0.271	0.336	0.384	0.584
4	0.350	0.387	0.561	0.478	0.504	1.001
5	0.458	0.479	0.873	0.597	0.588	1.396
6	0.563	0.544	1.179	0.701	0.648	1.754
7	0.649	0.608	1.467	0.791	0.696	2.074
8	0.717	0.645	1.733	0.868	0.731	2.354
9	0.789	0.679	1.979	0.940	0.759	2.595

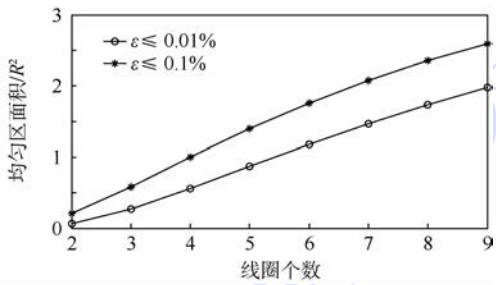


图 4 均匀区面积与线圈个数关系

Fig. 4 Variation of uniform region area with coil number

3 线圈安匝比取整方法

在实际搭建圆柱形线圈组时，常要求各个线圈由整数匝线圈组成且各匝线圈电流相等。本节提出线圈安匝比取整的编程计算方法，用一系列整数之比近似小数安匝比，并且在保证均匀区基本不变的情况下线圈安匝数尽可能少。

假设线圈安匝比近似取整为 $m_0/m_1/\cdots/m_{\max-1}/m_{\max}$，其中 m_0 为中心线圈安匝数，$m_{\max}$ 为最外侧线圈安匝数。当线圈个数 N 为奇数时，$\max=(N-1)/2$；当 N 为偶数时，$\max=N/2-1$。程序开始时，m_0 从 1 开始逐步增大，$m_i\in[\lfloor(1-e)n_im_0\rfloor,\lceil(1+e)n_im_0\rceil]$，其中，$e$ 为预期的相对偏差(如 0.01)，$\lfloor(1-e)n_im_0\rfloor$ 表示取比 $(1-e)\cdot n_im_0$ 小的最大整数，$\lceil(1+e)n_im_0\rceil$ 表示取比 $(1+e)n_im_0$ 大的最小整数。m_i 取值从最小值开始，逐步增大。由此可以得到一组安匝数，编程计算此组安匝数对应的线圈产生的磁场均匀度 $\varepsilon\leqslant\varepsilon_0$ 区域(ε_0 为预期磁场均匀度，如 0.01%)的面积 S 与理想安匝比下的面积 S_0 之比 $\eta=S/S_0$，用 η 来评价取整结果与理想结果之间的接近程度。若 $\eta<\eta_0$(η_0 为预期接近程度，如 95%)，则计算下一组安匝数。下一组安匝数为最外层安匝数加 1；当最外层安匝数达到最大值时，次外层安匝数加 1，最外层安匝数降为最小值；当最外层和次外层安匝数都达到最大值时，次次外层安匝数加 1，最外层和次外层安匝数都降为最小值；如此循环。若 $\eta\geqslant\eta_0$，则停止计算，此时的这组安匝数即为达到理想面积 η_0 倍的最小整数安匝比。程序流程如图 5 所示。取 $e=0.01$，分别求 $\eta_0=85\%$、95%、99% 时的线圈最小整数安匝比，结果如表 3 所示。

文献[14]中给出了 3 线圈系统的另一种近似安匝比 111/59/111，经过计算得到 $\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 区域的面积为 $0.271R^2$，达到了理想面积的 100%。表 3 中给出的 3 线圈组安匝比 32/17/32，$\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 区域的面积也为 $0.271R^2$，二者得到的磁场基本相同，但 32/17/32 安匝数远少于 111/59/111，方便构建。文献[15]中给出了 4 线圈系统的另一种近似安匝比 9/4/4/9，经过计算得到 $\varepsilon\leqslant 0.01\%$ 区域的面积为 $0.298R^2$，只达到理想面积的 53.12%，也小于表 3 给出的 4 线圈组的均匀区面积，但远优于 2 线圈(亥姆霍兹线圈)的面积 $0.065R^2$。文献[16]中给出了 8 线圈系统的另一种近似安匝比34/17/12/10/10/12/17/34，

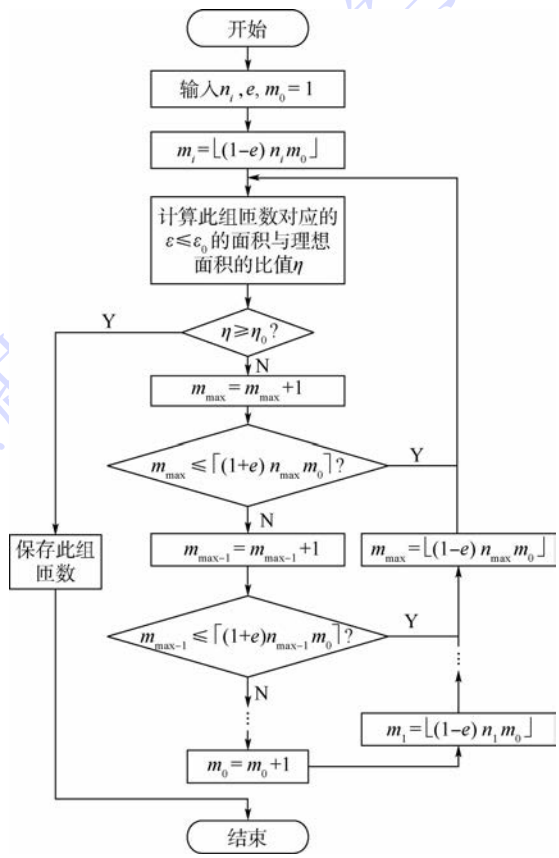


图 5 线圈安匝比取整程序流程图

Fig. 5 Program flowchart of coil ampere-turn ratio rounding

北航学报 赠阅

表 3　各线圈组在 η 分别达到 85%、95%和 99%时的最小整数安匝比及实际面积

Table 3　Minimum integer ampere-turn ratio and actual area for each coil system when η is greater than or equal to 85%, 95% and 99%

线圈个数 N	$\eta \geqslant 85\%$		$\eta \geqslant 95\%$		$\eta \geqslant 99\%$	
	最小整数安匝比	实际面积/R^2	最小整数安匝比	实际面积/R^2	最小整数安匝比	实际面积/R^2
2	1/1	0.065	1/1	0.065	1/1	0.065
3	15/8/15	0.262	15/8/15	0.262	32/17/32	0.271
4	34/15/15/34	0.501	43/19/19/43	0.534	52/23/23/52	0.561
5	27/11/9/11/27	0.873	27/11/9/11/27	0.873	27/11/9/11/27	0.873
6	38/15/11/11/15/38	1.007	121/47/35/35/47/121	1.147	159/62/46/46/62/159	1.171
7	124/47/33/30/33/47/124	1.363	187/71/50/45/50/71/187	1.403	195/74/52/47/52/74/195	1.467
8	186/69/47/40/40/47/69/186	1.487	190/71/48/41/41/48/71/190	1.648	241/90/61/52/52/61/90/241	1.727
9	164/61/40/33/31/33/40/61/164	1.912	164/61/40/33/31/33/40/61/164	1.912	389/143/95/78/73/78/95/143/389	1.960

经过计算得到 $\varepsilon \leqslant 0.01\%$ 区域的面积为 $0.305R^2$，只达到理想面积的 17.6%，远小于表 3 给出的 8 线圈组几种近似安匝比的结果。

4　线圈组制作工艺产生的误差分析

在实际圆柱形线圈组中，组成线圈的导线直径和导线间距等工艺参数会引起匀强磁场误差。导线密绕时，可认为组成每个线圈的各匝导线之间的间距为 0，此时主要误差源是导线直径，导线直径在上文的分析中均假设为 0，实际中导线直径为 ϕ。仿真计算时假设线圈由间距为 ϕ 的细导线（即直径为 0）组成。以 5 线圈组为例，线圈半径为 R，线圈整数匝数取 27/11/9/11/27，实际制作中线圈分布图如图 6 所示，组成每个线圈的各匝导线密绕对称分布，每个线圈的中心匝导线分别位于该线圈的理论位置 d_i 处，其余各匝导线的位置分别为中心匝导线加上导线直径的相应整数倍。计算 ϕ/R 在 0～0.01 时 $\varepsilon \leqslant 0.01\%$ 区域的面积，结果如图 7 所示。可以看出，当 $\phi/R \leqslant 0.004$ 时，均匀区面积都比较接近理想值。实际应用中，以小型化原子陀螺仪为例，按照原子陀螺仪结构尺寸和工作原理，半径 $R = 15$ mm 的线圈组在中心区域需产生 10 μT 的磁场。由此计算出单匝线圈需要通入 5.5 mA 电流，对应铜导线直径 $\phi \geqslant 0.029\ 6$ mm。可选择直径 $\phi = 0.056$ mm 的铜导线，此时 $\phi/R = 0.003\ 7 \leqslant 0.004$，因此可得到近似理想情况的匀强磁场。

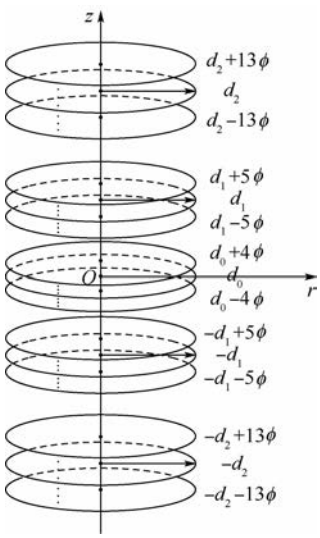


图 6　实际制作 5 线圈组线圈分布图

Fig. 6　Coil distribution diagram of practical five-coil system

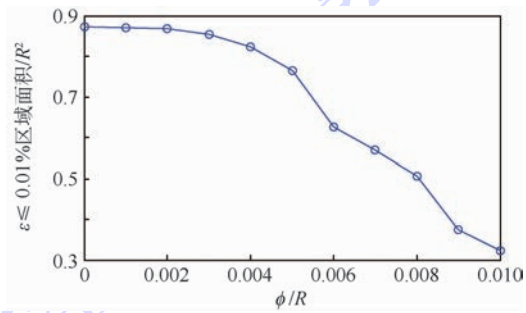


图 7　5 线圈组 $\varepsilon \leqslant 0.01\%$ 区域面积与 ϕ/R 关系

Fig. 7　Variation of five-coil system's region area ($\varepsilon \leqslant 0.01\%$) with ϕ/R

5　结　论

本文利用轴向磁场的泰勒展开式，提出了由半径相同的圆形线圈组成的、产生匀强磁场的圆柱形线圈组在任意线圈数下各参数的计算方法，并给出了 9 线圈以内的线圈参数，分析了这些线圈产生磁场的均匀度和线圈参数变化趋势。针对实际线圈组制作中产生的误差进行了仿真分析。结果表明：

1）随着线圈个数从 2 增大到 9，磁场均匀度越来越高，均匀度小于等于 0.01% 和 0.1% 的区域面积都基本呈线性增大，9 线圈组两区域的面

北航学报 赠阅

积分别约为亥姆霍兹线圈的 30 倍和 13 倍。

2）随着线圈个数从 2 增大到 9，线圈组最大安匝比基本呈线性增大，线圈组轴向尺寸增大且增大趋势逐渐变缓。

3）在要求各线圈电流相同的情况下，提出了一种线圈安匝比取整的方法，给出了 2 ~ 9 线圈组的安匝比取整结果。计算表明，相同线圈数下，设计的线圈组产生磁场的均匀度优于已有文献，或者在相同均匀度下设计的线圈安匝数比已有文献少。

4）实际中用导线直接缠绕法制作线圈时，主要误差源是导线直径，对于 5 线圈组，当导线直径和线圈半径之比小于等于 0.004 时，均匀区面积接近理想值。

本文设计的圆柱形线圈组不仅可应用于原子陀螺仪和原子磁强计等量子传感器，而且可应用于精密测量和航空航天等领域其他需要产生高均匀度磁场的系统。实际应用中，可根据自身对磁场均匀度和线圈安匝比的要求，按照本文提出的方法计算满足自身要求的线圈安匝数。

参考文献（References）

[1] MEYER D, LARSEN M. Nuclear magnetic resonance gyro for inertial navigation[J]. Gyroscopy and Navigation, 2014, 5(2): 75-82.

[2] FANG J C, WAN S A. Atomic spin gyroscope based on ^{129}Xe-Cs comagnetometer[J]. Science Bulletin, 2013, 58(13): 1512-1515.

[3] DANG H B, MALOOF A C, ROMALIS M V. Ultrahigh sensitivity magnetic field and magnetization measurements with an atomic magnetometer[J]. Applied Physics Letters, 2010, 97(15): 151110.

[4] HILSCHENZ I, ITO Y, NATSUKAWA H, et al. Remote detected low-field MRI using an optically pumped atomic magnetometer combined with a liquid cooled pre-polarization coil[J]. Journal of Magnetic Resonance, 2017, 274: 89-94.

[5] GUSAROV A, LEVRON D, PAPERNO E, et al. Three-dimensional magnetic field measurements in a single SERF atomic-magnetometer cell[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(10): 4478-4481.

[6] EKLUND E J. Microgyroscope based on spin-polarized nuclei[D]. Irvine: University of California, 2008: 87-88.

[7] HANSON R J, PIPKIN F M. Magnetically shielded solenoid with field of high homogeneity[J]. Review of Scientific Instruments, 1965, 36(2): 179-188.

[8] SCHILL R A, HOFF K. Characterizing and calibrating a large Helmholtz coil at low ac magnetic field levels with peak magnitudes below the earth's magnetic field[J]. Review of Scientific Instruments, 2001, 72(6): 2769-2776.

[9] WANG L, LI G X, XU C L, et al. Effect of characteristic parameters on the magnetic properties of solenoid valve for high-pressure common rail diesel engine[J]. Energy Conversion & Management, 2016, 127: 656-666.

[10] SONG X C. Comparison of magnetic field distribution and homogeneity between Helmholtz coil and Maxwell coil[J]. Journal of Magnetic Materials & Devices, 2016, 47(5): 16-19.

[11] GARRETT M W. Axially symmetric systems for generating and measuring magnetic fields. Part I[J]. Journal of Applied Physics, 1951, 22(9): 1091-1107.

[12] EVERETT J E, OSEMEIKHIAN J E. Spherical coils for uniform magnetic fields[J]. Journal of Scientific Instruments, 1966, 43(43): 470-474.

[13] GOTTARDI G, MESIRCA P, AGOSTINI C, et al. A four coil exposure system (tetracoil) producing a highly uniform magnetic field[J]. Bioelectromagnetics, 2003, 24(2): 125-133.

[14] WANG J, SHE S, ZHANG S. An improved Helmholtz coil and analysis of its magnetic field homogeneity[J]. Review of Scientific Instruments, 2002, 73(5): 2175-2179.

[15] KIRSCHVINK J L. Uniform magnetic fields and double-wrapped coil systems: Improved techniques for the design of bioelectromagnetic experiments[J]. Bioelectromagnetics, 1991, 13(5): 401-411.

[16] BARANOVA V E, BARANOV P F, MURAVYOV S V, et al. The production of a uniform magnetic field using a system of axial coils for calibrating magnetometers[J]. Measurement Techniques, 2015, 58(5): 550-555.

作者简介：

胡朝晖 男，博士，讲师，硕士生导师。主要研究方向：量子传感技术。

周斌权 男，硕士，讲师。主要研究方向：原子陀螺仪技术。

北航学报 赠阅

Design method of cylindrical coil systems for generating uniform magnetic field

HU Zhaohui[1,2], MU Weiwei[1,2], WU Wenfeng[1,2], ZHOU Binquan[1,2,*]

(1. School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China; 2. Science and Technology on Inertial Laboratory, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In the field of precision measurement and aerospace, atomic gyroscope and atomic magnetometer have high requirements on the uniformity of magnetic field, while the uniformity of magnetic field generated by the traditional Helmholtz coil is not good enough for these applications. To obtain better field uniformity, a method to calculate the parameters of cylindrical coil systems is proposed based on the Taylor expansion of the axial magnetic field. The parameters of two-coil to nine-coil systems are computed, and the variation trends of magnetic field uniformity, coils' size, and coils' maximum ampere-turn ratio with coil number are analyzed. Numerical results demonstrate that the uniform region area of magnetic field increases almost linearly with the increasing of coil number, and the region area where the field uniformity is better than 0.01% in nine-coil system is about 30 times as large as that in Helmholtz coil. A method of rounding coil ampere-turn ratio is presented when integer coil turns and the same current in each coil turn are required, and the integer ampere-turn ratios of two-coil to nine-coil systems are given. Numerical results show that the uniformity of our coil systems is better than those in other papers. Finally, simulation analysis for the error caused by fabrication technique in practical five-coil system is conducted. Simulation results demonstrate that both the designed size and magnetic field of the coil meet the practical demand of atomic gyroscope and atomic magnetometer when error is taken into consideration.

Keywords: magnetic coils; coil parameter; coil systems design; uniform magnetic field; magnetic field uniformity

北京航空航天大学学报

Received: 2017-03-14; **Accepted**: 2017-04-24; **Published online**: 2017-07-11 11:46

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170711.1146.004.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61227902); National High-tech Research and Development Program of China (2014AA123401)

* **Corresponding author**. E-mail: bqzhou@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0150

多星对合作目标的分布式协同导航滤波算法

李兆铭[1], 杨文革[2,*], 丁丹[2], 廖育荣[2]
(1. 装备学院 研究生院, 北京 101416; 2. 装备学院 光电装备系, 北京 101416)

摘 要: 针对多颗在轨卫星对空间合作目标的协同导航问题,提出了一种适用于协同导航的分布式球面单形-径向容积求积分卡尔曼滤波(DSSRCQKF)算法。为了计算非线性滤波中的高斯加权积分,分别使用球面单形准则和二阶高斯-拉盖尔求积分准则计算球面积分和径向积分,提出了一种新的球面单形-径向容积求积分准则。将该准则嵌入分布式卡尔曼滤波框架中,结合协同导航的非线性数学模型,给出适用于协同导航的 DSSRCQKF 算法,该算法要求每颗导航星仅与其邻居星进行通信,通过数据的分布式融合实现对目标星轨道状态的一致估计,从而避免了传统集中式处理中较高的通信和计算压力。仿真实验结果表明,与分布式卡尔曼滤波相比,本文算法将对合作目标的实时定位精度提高了 11 m,定速精度提高了 0.02 m/s,从而验证了本文算法的有效性。

关 键 词: 分布式协同导航; 容积卡尔曼滤波; 球面单形; 高斯-拉盖尔求积分; 非线性系统
中图分类号: V249.3
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0462-08

随着小卫星功能模块化、一箭多星和应急发射等技术的发展,在轨卫星的数量急剧增加。而传统地面测控站受布站位置的约束,无法提供连续的测控能力。一旦小卫星的导航星座信号受到干扰,而自身又不具备自主导航功能,则需要利用天基测量信息为其提供一种应急导航能力。因此,有必要研究利用多星测距对空间合作目标提供协同导航的方法[1-2]。

本文研究的协同导航方法在本质上属于多源信息融合滤波问题,主要有集中式和分布式 2 种。集中式滤波要求融合中心汇集所有节点的测量信息,进行集中式数据处理,一般会对融合中心造成较高的通信和计算压力,而且一旦该中心出现故障,则容易导致系统崩溃。为了分散通信和计算压力,降低节点故障对系统的影响,分布式滤波逐渐成为研究的热点问题[3]。Olfati-Saber[4] 建立了一种分布式卡尔曼滤波(Distributed Kalman Filter, DKF)计算框架,但该方法在实际工程应用中容易受到系统非线性因素的限制。进而,Battistelli 和 Chisci[5] 提出了适用于非线性系统的分布式扩展卡尔曼滤波(Distributed Extended Kalman Filter, DEKF)。然而,DEKF 对非线性系统的一阶线性化近似精度较低,并且需要计算系统的雅可比矩阵。为了提高非线性系统滤波精度,学者们相继提出了无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)[6] 和容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter, CKF)[7]。其中,CKF 将非线性高斯加权积分分解为球面积分和径向积分,并采用一组等权值的容积点计算非线性高斯加权积分,具有比 EKF 和 UKF 更高的滤波精度和数值计算稳定

收稿日期: 2017-03-14; **录用日期**: 2017-06-16; **网络出版时间**: 2017-07-14 19:12
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170714.1912.003.html
基金项目: 国家"863"计划 (2015AA7026085)
* **通信作者**. E-mail: wengeyang_3@163.com

引用格式: *李兆铭, 杨文革, 丁丹, 等. 多星对合作目标的分布式协同导航滤波算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 462-469. LI Z M, YANG W G, DING D, et al. Distributed coordinated navigation filtering algorithm for cooperative target by multi-satellite[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 462-469 (in Chinese).*

性[8],已在工程中取得广泛的应用[9-10]。Wang 等[11]采用正则单形变换群计算球面积分,提出了球面单形-径向容积卡尔曼滤波(Spherical Simplex-Radial Cubature Kalman Filter, SSRCKF),并且指出球面单形准则具有比 CKF 中的球面准则更高的精度。然而,CKF 和 SSRCKF 2 种方法均采用矩匹配法计算径向积分,而该方法无法保证径向积分计算的最优性。为了提高径向积分精度,Shovan 和 Swati[12]提出一种容积求积分卡尔曼滤波(Cubature Quadrature Kalman Filter, CQKF),其采用高阶高斯-拉盖尔求积分准则计算径向积分,具有比矩匹配法更高的精度。然而,上述非线性滤波需要向分布式滤波中推广。

本文将球面单形准则与高斯-拉盖尔求积分准则相结合,提出了一种新的球面单形-径向容积求积分准则,将该准则嵌入 DKF 框架,得到了一种适用于非线性系统的分布式球面单形-径向容积求积分卡尔曼滤波(Distributed Spherical Simplex-Radial Cubature Quadrature Kalman Filter, DSSRCQKF)算法,并将该算法应用于解决多颗卫星对空间合作目标的协同导航问题,仿真实验结果验证了本文算法的有效性。

1　分布式协同导航数学模型

用导航星表示自身具备自主导航能力的卫星,用目标星表示空间合作目标,协同导航示意图如图 1 所示。s 个导航星处在一个分布式通信网络中,使用无向图 $G=(V,E)$ 对该通信网络进行建模[13]。其中,$V=\{1,2,\cdots,s\}$ 为导航星集合,

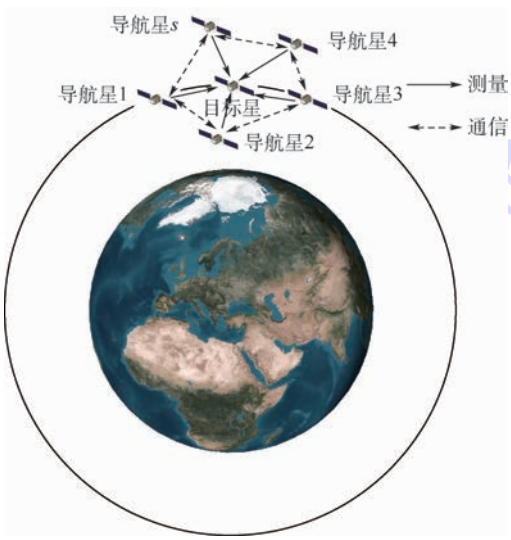


图 1　分布式协同导航示意图

Fig. 1　Schematic of distributed coordinated navigation

$E=\{(d,q)\mid d,q\in V\}$ 为通信链路集合。当导航星 d 和 q 之间可以通信时,$(d,q)\in E$,此时称导航星 d 和 q 互为邻居星。导航星 d 的邻居星集合用 N_d 表示,同时记 $J_d=N_d\cup(d)$ 为邻居星集与自身的并集。假设每个导航星均具备对目标星的测距能力,通过与其邻居星的分布式数据融合实现对目标星的协同一致定轨。

1.1　协同导航状态方程

地球 J_2 项非球形摄动是卫星所受到的最主要的摄动力。在 J2000 地心惯性坐标系中,考虑 J_2 项摄动影响,卫星的轨道动力学模型为[14]

$$\begin{cases}\dot{x}=v_x\\ \dot{y}=v_y\\ \dot{z}=v_z\\ \dot{v}_x=\dfrac{\mu x}{\rho^3}\left[J_2\left(\dfrac{R_e}{\rho}\right)^2\left(7.5\dfrac{z^2}{\rho^2}-1.5\right)-1\right]+f_x\\ \dot{v}_y=\dfrac{\mu y}{\rho^3}\left[J_2\left(\dfrac{R_e}{\rho}\right)^2\left(7.5\dfrac{z^2}{\rho^2}-1.5\right)-1\right]+f_y\\ \dot{v}_z=\dfrac{\mu z}{\rho^3}\left[J_2\left(\dfrac{R_e}{\rho}\right)^2\left(7.5\dfrac{z^2}{\rho^2}-4.5\right)-1\right]+f_z\\ \rho=\sqrt{x^2+y^2+z^2}\end{cases}\tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{X}=(x\quad y\quad z\quad v_x\quad v_y\quad v_z)^{\mathrm{T}}$ 为卫星的轨道状态;J_2 为带谐项系数;μ 为地球引力常数;R_e 为地球半径;$(f_x\quad f_y\quad f_z)^{\mathrm{T}}$ 为地球高阶非球形摄动、三体引力摄动和太阳光压摄动等摄动之和在 3 个坐标轴上的分量,在研究中可以等效成零均值的高斯白噪声。

用四阶龙格库塔法可以将式(1)写成如下离散状态方程的形式:

$$\boldsymbol{X}_k=f(\boldsymbol{X}_{k-1})+\boldsymbol{w}_{k-1}\tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{X}_k=(x_k\quad y_k\quad z_k\quad v_{x,k}\quad v_{y,k}\quad v_{z,k})^{\mathrm{T}}$ 为 k 时刻的轨道状态;$\boldsymbol{w}_k$ 为系统噪声。

1.2　协同导航量测方程

使用微波测距技术可以直接测量目标星与导航星 d 之间的径向距离 R_d,设导航星 d 的轨道位置为 $(x_d\quad y_d\quad z_d)^{\mathrm{T}}$,则测量值与轨道状态 $\boldsymbol{X}$ 有如下几何关系:

$$R_d=\sqrt{(x-x_d)^2+(y-y_d)^2+(z-z_d)^2}\tag{3}$$

将式(3)的几何关系写成如下离散量测方程的形式:

$$z_{d,k}=h(\boldsymbol{X}_k)+v_{d,k}\tag{4}$$

式中:$z_{d,k}$ 为 k 时刻的量测值;$v_{d,k}$ 为量测噪声。

北航学报 赠阅

2 分布式协同导航滤波算法

2.1 球面单形-径向容积求积分准则

考虑积分 $I(f)=\int_{\mathbf{R}^n} f(\boldsymbol{x})\mathrm{e}^{-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}$，令 $\boldsymbol{x}=r\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{y}$ 满足 $\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}=1$ 为单位球体表面，$r\geqslant 0$ 为球体半径，则 $I(f)$ 可以分解为如下球面积分 $S(r)$ 和径向积分 R[7]：

$$S(r)=\int_{U_n} f(r\boldsymbol{y})\mathrm{d}\sigma(\boldsymbol{y}) \tag{5}$$

$$R=\int_0^{\infty} S(r)r^{n-1}\mathrm{e}^{-r^2}\mathrm{d}r \tag{6}$$

式中：U_n 为单位球体表面；$\sigma(\boldsymbol{y})$ 为面积分元素。

一般难以得到积分 $S(r)$ 和 R 的解析解，因此考虑采用数值积分的方法对其进行近似。由文献[11,15]可知，可以采用如下由 $2n+2$ 个积分点构成的三阶球面单形准则对球面积分进行近似：

$$S(r)=\frac{T_n}{2(n+1)}\sum_{l=1}^{n+1}\left(f(r\boldsymbol{a}_l)+f(-r\boldsymbol{a}_l)\right) \tag{7}$$

式中：$T_n=2\sqrt{\pi^n}/\Gamma(n/2)$ 为 n 维单位球面的表面积，$\Gamma(z)=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-t}t^{z-1}\mathrm{d}t$ 为 Gamma 函数；$\boldsymbol{a}_l=[a_{l,1}\quad a_{l,2}\quad\cdots\quad a_{l,n}]^{\mathrm{T}}$，$l=1,2,\cdots,n+1$ 为 n 维单形的顶点，其元素定义为

$$a_{l,m}=\begin{cases}-\sqrt{\dfrac{n+1}{n(n-m+2)(n-m+1)}} & m<l\\ 0 & m>l\\ \sqrt{\dfrac{(n+1)(n-l+1)}{n(n-l+2)}} & m=l\end{cases} \tag{8}$$

对径向积分 $R=\int_0^{\infty}S(r)r^{n-1}\mathrm{e}^{-r^2}\mathrm{d}r$，令 $r^2=t$，得到 $r=\sqrt{t}$，进而得 $R=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}S(\sqrt{t})t^{\frac{n-2}{2}}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$，令 $g(t)=S(\sqrt{t})$，$\beta=\frac{n-2}{2}$，则 $R=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}g(t)t^{\beta}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$，采用如下高斯-拉盖尔求积分准则对 R 中的积分项进行近似处理[12]：

$$\int_0^{\infty}g(t)t^{\beta}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t\approx\sum_{j=1}^{p}A_j g(t_j) \tag{9}$$

式中：t_j 为求积分点；A_j 为对应的权值。求积分点可以由如下 p 阶切比雪夫-拉盖尔多项式[12]的解求得：

$$L_p^{\beta}(t)=(-1)^p t^{-\beta}\mathrm{e}^{t}\frac{\mathrm{d}^p}{\mathrm{d}t^p}(t^{\beta+p}\mathrm{e}^{-t})=0 \tag{10}$$

相应的权值可以由式(11)解得：

$$A_j=\frac{p!\Gamma(\beta+p+1)}{t_j(\dot{L}_p^{\beta}(t_j))^2} \tag{11}$$

该准则的近似精度取决于求积分点的个数，当 $p=2$ 时可以得到

$$R=\frac{1}{2}(A_1S(\sqrt{t_1})+A_2S(\sqrt{t_2})) \tag{12}$$

由式(10)、式(11)解得 t_1、A_1、t_2 和 A_2 的值为

$$\begin{cases}t_1=\dfrac{n}{2}+1+\sqrt{\dfrac{n}{2}+1}\\ A_1=\dfrac{n\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}{2n+4+2\sqrt{2n+4}}\\ t_2=\dfrac{n}{2}+1-\sqrt{\dfrac{n}{2}+1}\\ A_2=\dfrac{n\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}{2n+4-2\sqrt{2n+4}}\end{cases} \tag{13}$$

非线性卡尔曼滤波的核心是计算高斯加权积分 $I_N=\int_{\mathbf{R}^n}f(\boldsymbol{x})N(\boldsymbol{x};\bar{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{P}_x)\mathrm{d}\boldsymbol{x}$，$N(\cdot)$ 为高斯概率密度函数，且变量 $\boldsymbol{x}$ 的均值为 $\bar{\boldsymbol{x}}$，协方差矩阵为 $\boldsymbol{P}_x$。该积分具有如下恒等形式[7]：

$$I_N=\frac{1}{\sqrt{\pi^n}}\int_{\mathbf{R}^n}f(\sqrt{2\boldsymbol{P}_x}\boldsymbol{x}+\bar{\boldsymbol{x}})\mathrm{e}^{-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}}\mathrm{d}\boldsymbol{x} \tag{14}$$

结合式(12)和 t_1、t_2、A_1、A_2，可以得到如下计算 I_N 的球面单形-径向容积求积分准则：

$$\begin{aligned}I_N=&\frac{n}{4(n+1)(n+2+\sqrt{2n+4})}\cdot\\ &\sum_{i=1}^{n+1}\left(f\left(\bar{\boldsymbol{x}}+\sqrt{(n+2+\sqrt{2n+4})\boldsymbol{P}_x}\boldsymbol{a}_i\right)+\right.\\ &\left.f\left(\bar{\boldsymbol{x}}-\sqrt{(n+2+\sqrt{2n+4})\boldsymbol{P}_x}\boldsymbol{a}_i\right)\right)+\\ &\frac{n}{4(n+1)(n+2-\sqrt{2n+4})}\cdot\\ &\sum_{i=1}^{n+1}\left(f\left(\bar{\boldsymbol{x}}+\sqrt{(n+2-\sqrt{2n+4})\boldsymbol{P}_x}\boldsymbol{a}_i\right)+\right.\\ &\left.f\left(\bar{\boldsymbol{x}}-\sqrt{(n+2-\sqrt{2n+4})\boldsymbol{P}_x}\boldsymbol{a}_i\right)\right)\end{aligned} \tag{15}$$

特别的，当式(9)中的 $p=1$ 时，可以解得 $t_1=n/2$，$A_1=\Gamma(n/2)$，进而可推导出文献[11,15]中的球面单形-径向容积准则。由此可见，本文提出的球面单形-径向容积求积分准则的精度要高于球面单形-径向容积准则。

用 $\boldsymbol{a}=[\boldsymbol{a}_1\quad\boldsymbol{a}_2\quad\cdots\quad\boldsymbol{a}_{n+1}]$ 表示由 $\boldsymbol{a}_l$ 组成的矩阵，用 $[\cdot]_i$ 表示矩阵的第 i 列，利用准则式(15)构造容积点 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}$ 和权值 ω_i 分别为

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}=\begin{cases}\bar{\boldsymbol{x}}+\sqrt{(n+2+\sqrt{2n+4})\boldsymbol{P}_x}\left[\boldsymbol{a}\quad-\boldsymbol{a}\right]_i \\ \qquad i=1,2,\cdots,2n+2 \\ \bar{\boldsymbol{x}}+\sqrt{(n+2-\sqrt{2n+4})\boldsymbol{P}_x}\left[\boldsymbol{a}\quad-\boldsymbol{a}\right]_{i-2n-2} \\ \qquad i=2n+3,2n+4,\cdots,4n+4\end{cases} \tag{16}$$

$$\omega_i=\begin{cases}\dfrac{n}{4(n+1)(n+2+\sqrt{2n+4})} \\ \qquad i=1,2,\cdots,2n+2 \\ \dfrac{n}{4(n+1)(n+2-\sqrt{2n+4})} \\ \qquad i=2n+3,2n+4,\cdots,4n+4\end{cases} \tag{17}$$

2.2　DSSRCQKF 算法

由状态方程式(2)和量测方程式(4)构成如下滤波系统方程,为了使算法研究更具有一般性,考虑状态向量 $\boldsymbol{x}_k\in\mathbf{R}^n$,量测向量 $\boldsymbol{z}_k\in\mathbf{R}^c$,同时为了使公式的表述更为简洁,在没有歧义的情况下省略下标 d。

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_k=f(\boldsymbol{x}_{k-1})+\boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{z}_k=h(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{v}_k\end{cases} \tag{18}$$

式中:$\boldsymbol{w}_k$ 和 $\boldsymbol{v}_k$ 为不相关的零均值高斯白噪声,其协方差矩阵分别为 $\boldsymbol{Q}_k$ 和 $\boldsymbol{R}_k$。利用统计线性误差传播方法可以得到交叉协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{xz}$ 的等价表达式 $\boldsymbol{P}_{xz}\approx\boldsymbol{P}_k^-\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}$,从而定义伪观测矩阵 $\widehat{\boldsymbol{H}}_k=\boldsymbol{P}_{xz}^{\mathrm{T}}\cdot(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1}$,将式(16)和式(17)所示的容积点和权值嵌入 DEKF[5] 的更新过程可以得到如下 DSSRCQKF 算法,具体计算步骤如下:

步骤 1　滤波初始化。

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_0^+=E(\boldsymbol{x}_0) \\ \boldsymbol{P}_0^+=E((\boldsymbol{x}_0-\hat{\boldsymbol{x}}_0^+)(\boldsymbol{x}_0-\hat{\boldsymbol{x}}_0^+)^{\mathrm{T}})\end{cases} \tag{19}$$

循环 $k=1,2,\cdots$,完成以下步骤。

步骤 2　时间更新。分别利用 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^+$ 和 $\boldsymbol{P}_{k-1}^+$ 代替式(16)中的 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 和 $\boldsymbol{P}_x$ 计算容积点 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)}$,并利用 $f(\cdot)$ 计算其非线性传递:

$$\boldsymbol{X}_k^{(i)}=f(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^{(i)}) \tag{20}$$

按照式(17)中 ω_i 的取值加权合并 $\boldsymbol{X}_k^{(i)}$ 得到先验状态估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^-$:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^-=\sum_{i=1}^{4n+4}(\omega_i\boldsymbol{X}_k^{(i)}) \tag{21}$$

计算先验状态协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_k^-$:

$$\boldsymbol{P}_k^-=\sum_{i=1}^{4n+4}(\omega_i(\boldsymbol{X}_k^{(i)}-\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)(\boldsymbol{X}_k^{(i)}-\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)^{\mathrm{T}})+\boldsymbol{Q}_{k-1} \tag{22}$$

步骤 3　量测更新。分别利用 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^-$ 和 $\boldsymbol{P}_k^-$ 代替式(16)中的 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 和 $\boldsymbol{P}_x$ 计算容积点 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}$,并利用 $h(\cdot)$ 计算其非线性传递:

$$\boldsymbol{Z}_k^{(i)}=h(\hat{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}) \tag{23}$$

按照式(17)中 ω_i 的取值加权合并 $\boldsymbol{Z}_k^{(i)}$ 得到量测预测值 $\hat{\boldsymbol{z}}_k$:

$$\hat{\boldsymbol{z}}_k=\sum_{i=1}^{4n+4}(\omega_i\boldsymbol{Z}_k^{(i)}) \tag{24}$$

计算交叉协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{xz}$:

$$\boldsymbol{P}_{xz}=\sum_{i=1}^{4n+4}(\omega_i(\hat{\boldsymbol{x}}_k^{(i)}-\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)(\boldsymbol{Z}_k^{(i)}-\hat{\boldsymbol{z}}_k)^{\mathrm{T}}) \tag{25}$$

步骤 4　与邻居星进行信息交互。向邻居星发送信息 $\boldsymbol{m}_k=(\boldsymbol{i}_k\quad\boldsymbol{I}_k\quad\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)$,并从邻居星接收信息,其中,$\boldsymbol{I}_k$ 和 $\boldsymbol{i}_k$ 定义为

$$\begin{cases}\boldsymbol{I}_k=\widehat{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k^{-1}\widehat{\boldsymbol{H}}_k=(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1}\boldsymbol{P}_{xz}\boldsymbol{R}_k^{-1}\boldsymbol{P}_{xz}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1} \\ \boldsymbol{i}_k=\widehat{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_k^{-1}(\boldsymbol{\varepsilon}_k+\widehat{\boldsymbol{H}}_k\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)= \\ \qquad(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1}\boldsymbol{P}_{xz}\boldsymbol{R}_k^{-1}[\boldsymbol{\varepsilon}_k+\boldsymbol{P}_{xz}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1}\hat{\boldsymbol{x}}_k^-]\end{cases} \tag{26}$$

式中:$\boldsymbol{\varepsilon}_k=\boldsymbol{z}_k-\hat{\boldsymbol{z}}_k$ 为滤波新息;$\boldsymbol{R}_k$ 为量测误差协方差矩阵。

步骤 5　对接收到的信息进行融合。

$$\begin{cases}\boldsymbol{d}_k=\sum_{j\in J_d}\boldsymbol{i}_{j,k} \\ \boldsymbol{S}_k=\sum_{j\in J_d}\boldsymbol{I}_{j,k}\end{cases} \tag{27}$$

步骤 6　状态更新。计算后验协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_k^+$:

$$\boldsymbol{P}_k^+=[(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1}+\boldsymbol{S}_k]^{-1} \tag{28}$$

计算后验状态估计 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^+=\hat{\boldsymbol{x}}_k^-+\boldsymbol{P}_k^+(\boldsymbol{d}_k-\boldsymbol{S}_k\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)+\gamma\boldsymbol{P}_k^-\sum_{j\in N_d}(\hat{\boldsymbol{x}}_{j,k}^--\hat{\boldsymbol{x}}_k^-) \tag{29}$$

式中:$\gamma=\dfrac{\varepsilon}{1+\|\boldsymbol{P}_k^-\|_{\mathrm{F}}}$,$\varepsilon$ 为一个小量,$\|\cdot\|_{\mathrm{F}}$ 为矩阵的 Frobenius 范数。

从式(18)可以看出,本文算法并没有对非线性函数的具体形式进行约束,因此 DSSRCQKF 算法不仅适用于本文所述的多星对合作目标的协同导航问题,同样可以应用于传感器网络目标跟踪、编队卫星协同导航和地基测控协同定轨等非线性系统协同滤波问题。

3　仿真实验

图 2 为某型号卫星的地面实验模拟器,其上运行的高精度轨道预报算法经过实际飞行任务的检验,是可靠的仿真实验数据来源。仿真中考虑

北航学报 赠阅

4 颗导航星和 1 颗目标星,其轨道六根数见表 1。仿真时间为 1 Jul 2016 12:00:00/UTC 至 1 Jul 2016 13:30:00/UTC,4 颗导航星间的通信拓扑关系如图 3 所示,假设星间测距精度为 20 m。

滤波初值为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_0^+ = (4\,998\,111 \quad 14\,981\,098 \quad 4\,679\,448 \quad -4\,528\,939 \quad 1\,715)^{\mathrm{T}}$$

初始协方差矩阵为

$$\boldsymbol{P}_0^+ = \mathrm{diag}(10^6 \quad 10^6 \quad 10^6 \quad 10^3 \quad 10^3 \quad 10^3)$$

对比本文提出的 DSSRCQKF 算法与 DEKF 算法,参数 ε 取为 0.01,用均方根误差(RMSE)描述导航星对目标星的实时定轨精度,运行 200 次 Monte Carlo 仿真,仿真结果如图 4 ~ 图 7 所示。统计平均定轨 RMSE,并分别列于表 2 和表 3。从仿真结果可以看出,本文 DSSRCQKF 算法实时定位精度约为19 m,定速精度约为1.71 m/s,而

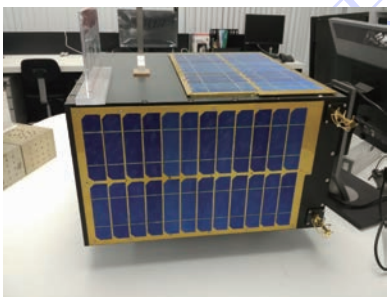


图 2 卫星地面实验模拟器

Fig. 2 Satellite simulator for ground experiment

表 1 卫星轨道六根数

Table 1 Six orbital elements of satellites

卫 星	半长轴/km	偏心率	轨道倾角/(°)	升交点赤经/(°)	近地点幅角/(°)	真近点角/(°)
目标星	16378.1	0	27	35	30	10
导航星 1	15378.1	0	45	60	0	0
导航星 2	15378.1	0	10	60	15	20
导航星 3	15378.1	0	38	60	20	0
导航星 4	15378.1	0	70	60	30	0

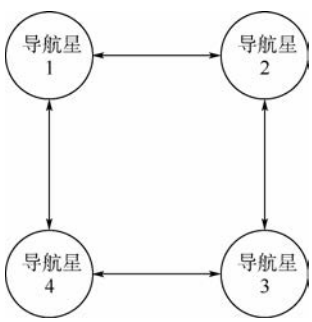


图 3 4 颗导航星间的通信拓扑结构

Fig. 3 Communication topology structure among four navigation satellites

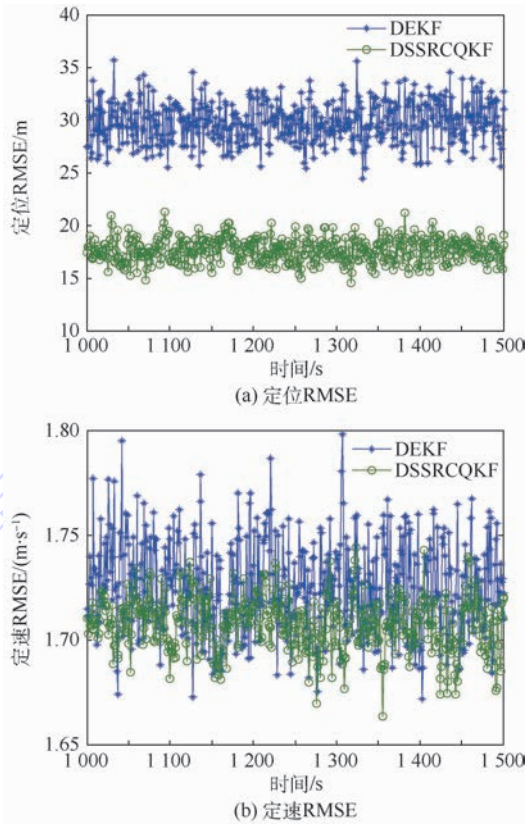


图 4 导航星 1 对目标星的实时定轨 RMSE

Fig. 4 Real-time orbit determination RMSE of navigation Satellite 1 to target satellite

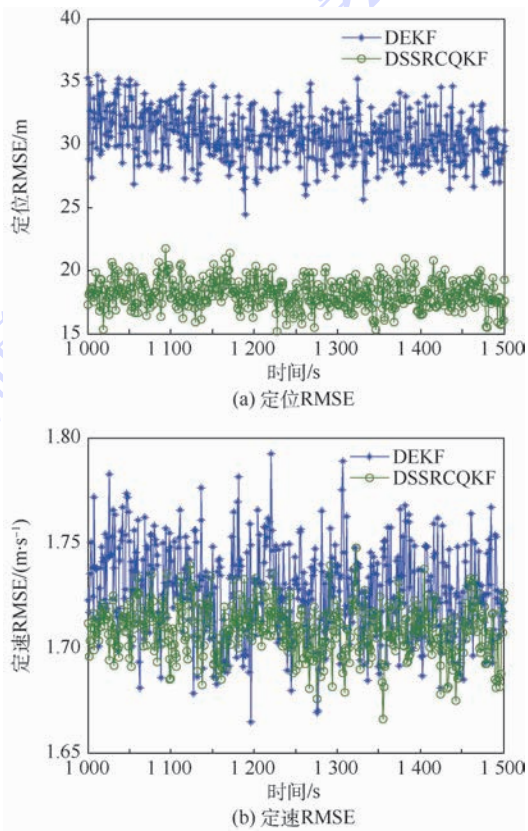


图 5 导航星 2 对目标星的实时定轨 RMSE

Fig. 5 Real-time orbit determination RMSE of navigation Satellite 2 to target satellite

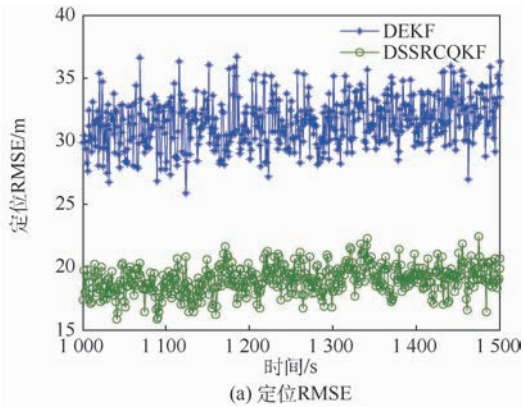


图 6　导航星 3 对目标星的实时定轨 RMSE

Fig. 6　Real-time orbit determination RMSE of navigation Satellite 3 to target satellite

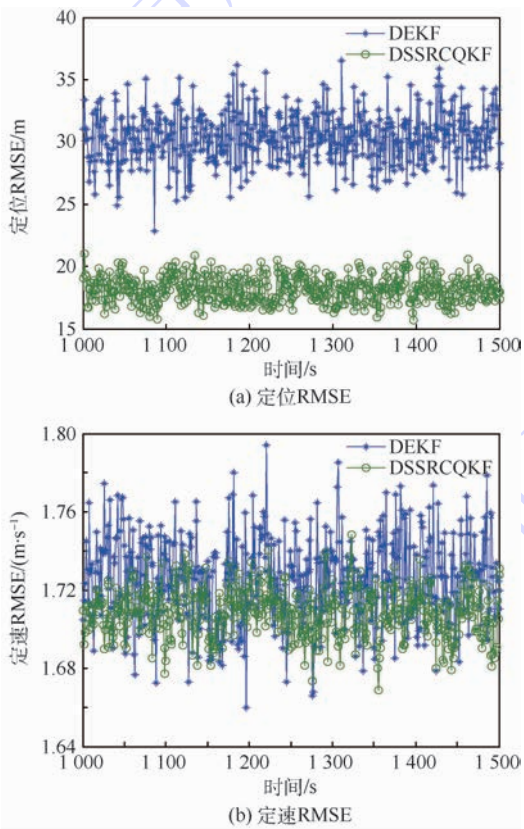


图 7　导航星 4 对目标星的实时定轨 RMSE

Fig. 7　Real-time orbit determination RMSE of navigation Satellite 4 to target satellite

表 2　协同导航平均定位 RMSE

Table 2　Mean position RMSE of coordinated navigation

导航星	平均定位 RMSE/m	
	DEKF	DSSRCQKF
导航星 1	30.775	18.633
导航星 2	30.679	18.166
导航星 3	31.456	18.969
导航星 4	30.393	18.189

表 3　协同导航平均定速 RMSE

Table 3　Mean velocity RMSE of coordinated navigation

导航星	平均定速 RMSE/(m·s^{-1})	
	DEKF	DSSRCQKF
导航星 1	1.726	1.708
导航星 2	1.727	1.709
导航星 3	1.727	1.709
导航星 4	1.725	1.706

DEKF 算法定位精度约为 30 m,定速精度约为 1.73 m/s,从而表明本文算法具有更高的导航精度。对于多星协同导航问题,2 种算法通过导航星间的分布式通信与数据融合,均可实现对目标星轨道状态的一致估计。每颗导航星的估计结果基本相同,结果间细微的差别主要由系统的非线性引起,因为在非线性卡尔曼滤波中,假设后验概率密度服从高斯分布,本质上是一种次优滤波方法,无法像线性卡尔曼滤波一样得到理论上的最优估计。而且为了将非线性卡尔曼滤波嵌入分布式滤波中而引入的伪观测矩阵同样会带来一些误差,但每颗导航星估计值间的差别在应用中是可以接受的。从导航星间的通信拓扑结构可以看出,每颗导航星仅与其邻居星通信,滤波中间数据在整个无线网络中分布式流动,从而避免了将所有数据发送到融合中心的集中式处理,提高了系统的灵活性。

4　结　论

1)本文将球面单形准则与高斯-拉盖尔求积分准则相结合,提出一种新的球面单形-径向容积求积分准则,并将该准则嵌入 DKF 框架,得到一种适用于多星对空间目标协同导航的 DSSRCQKF 算法。该算法要求每颗导航星仅与其邻居星进行通信和数据融合,通过数据的分布式流动实现对目标星轨道状态的一致估计,从而避免了传统集中式处理中较高的通信和计算压力。

2)仿真实验结果表明,本文 DSSRCQKF 算法中各导航星对目标星的实时定位精度约为 19 m,定速精度约为 1.71 m/s。DEKF 算法中各导

北航学报 赠阅

航星对目标星的定位精度约为 30 m,定速精度约为 1.73 m/s,相比之下本文算法将定位精度提高了 11 m,定速精度提高了 0.02 m/s,从而验证了本文算法的有效性。

3)本文提出的 DSSRCQKF 算法还可以进一步应用于其他非线性系统协同滤波问题。

参考文献(References)

[1] 王晓初,尤政,赵开春,等. 分布式卫星系统的协同导航估计方法[J]. 宇航学报,2013,34(8):1107-1113.
WANG X C,YOU Z,ZHAO K C,et al. A cooperative navigation estimation method in distributed satellite system[J]. Journal of Astronautics,2013,34(8):1107-1113(in Chinese).

[2] 张艾,李勇. 基于星间测距的编队卫星一致性导航算法[J]. 空间控制技术与应用,2015,41(3):24-27.
ZHANG A,LI Y. A consensus navigation algorithm for spacecraft formation based on distance ranging[J]. Aerospace Control and Application,2015,41(3):24-27(in Chinese).

[3] ZHOU Z W,FANG H T,HONG Y G. Distributed estimation for moving target based on state-consensus strategy[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2013,58(8):2097-2100.

[4] OLFATI-SABER R. Distributed Kalman filtering for sensor networks[C]// Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 5492-5496.

[5] BATTISTELLI G, CHISCI L. Stability of consensus extended Kalman filtering for distributed state estimation[C]// Preprints of the 19th World Congress the International Federation of Automatic Control. Amsterdam: Elsevier, 2014: 5520-5525.

[6] JULIER S J,UHLMANN J K,DURRANTWHYTE H F. A new method for nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2000,45(3):477-482.

[7] ARASARATNAM I,HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2009,54(6):1254-1269.

[8] ZAREI J,SHOKRI E. Convergence analysis of non-linear filtering based on cubature Kalman filter[J]. IET Science, Measurement & Technology,2015,9(3):294-305.

[9] 钱华明,黄蔚,葛磊,等. 基于四元数平方根容积卡尔曼滤波的姿态估计[J]. 北京航空航天大学学报,2013,39(5):646-649.
QIAN H M,HUANG W,GE L,et al. Attitude estimation based on quaternion square-root cubature Kalman filter[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2013,39(5):646-649(in Chinese).

[10] 方君,戴邵武,许文明,等. 基于 ST-SRCKF 的超高速强机动目标跟踪算法[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(8):1698-1708.
FANG J,DAI S W,XU W M,et al. Highly maneuvering hypervelocity-target tracking algorithm based on ST-SRCKF[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2016,42(8):1698-1708(in Chinese).

[11] WANG S Y,FENG J C,CHI K T. Spherical simplex-radial cubature Kalman filter[J]. IEEE Signal Processing Letters,2014,21(1):43-46.

[12] SHOVAN B,SWATI. Cubature quadrature Kalman filter[J]. IET Signal Processing,2013,7(7):533-541.

[13] BATTISTELLI G, CHISCI L, MUGNAI G, et al. Consensus-based linear and nonlinear filtering[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2015,60(5):1410-1415.

[14] 李璟璟,张迎春,郑靖,等. 基于信息融合的大椭圆轨道卫星组合导航方法[J]. 宇航学报,2012,33(9):1234-1239.
LI J J,ZHANG Y C,ZHENG J,et al. An information fusion based integrated navigation method for highly elliptical orbit satellite[J]. Journal of Astronautics,2012,33(9):1234-1239(in Chinese).

[15] 朱奇光,袁梅,王梓巍,等. 机器人球面单径容积 FastSLAM 算法[J]. 机器人,2015,37(6):709-716.
ZHU Q G,YUAN M,WANG Z W,et al. A robot spherical simplex-radial cubature FastSLAM algorithm[J]. Robot,2015,37(6):709-716(in Chinese).

作者简介:

李兆铭 男,博士研究生。主要研究方向:航天测控最优状态估计。

杨文革 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:先进数字信号处理技术。

丁丹 男,博士,讲师。主要研究方向:先进数字信号处理技术。

廖育荣 男,硕士,教授。主要研究方向:军事航天技术。

北航学报 赠阅

Distributed coordinated navigation filtering algorithm for cooperative target by multi-satellite

LI Zhaoming[1], YANG Wenge[2,*], DING Dan[2], LIAO Yurong[2]

(1. Graduate School, Academy of Equipment, Beijing 101416, China;
2. Department of Optical and Electrical Equipment, Academy of Equipment, Beijing 101416, China)

Abstract: A distributed spherical simplex-radial cubature quadrature Kalman filter (DSSRCQKF) was proposed aiming at the coordinated navigation problem for cooperative target by multi-satellite on orbit. The spherical simplex rule and second-order Gauss-Laguerre quadrature rule were adopted to calculate the spherical integral and radial integral, respectively, in order to calculate the Gaussian weighted integral in nonlinear Kalman filter, and a novel spherical simplex-radial cubature quadrature rule was put forward. Combined with the nonlinear cooperative navigation mathematical model, the above rule is embedded into the distributed Kalman filter framework to achieve the DSSRCQKF, in which the satellite only needs to communicate with its neighbors. The consensus estimation of the orbital state of the target satellite is achieved using the distributed data fusion method, thus avoiding the higher communication and computational burden in centralized filter. The simulation results show that, compared with the distributed extended Kalman filter, DSSRCQKF improves the real-time positioning accuracy by 11 m and the velocity accuracy by 0.02 m/s, which verifies the validity of the proposed algorithm.

Keywords: distributed coordinated navigation; cubature Kalman filter; spherical simplex; Gauss-Laguerre quadrature; nonlinear system

北京航空航天大学学报

Received: 2017-03-14; **Accepted**: 2017-06-16; **Published online**: 2017-07-14 19:12

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170714.1912.003.html

Foundation item: National High-tech Research and Development Program of China (2015AA7026085)

* **Corresponding author**. E-mail: wengeyang_3@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0216

一种跨声速定常流场求解加速方法

乔磊[1], 白俊强[1], 邱亚松[1,*], 华俊[1,2], 张扬[3]

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072; 2. 中国航空工业集团有限公司 中国航空研究院, 北京 100012;
3. 西安交通大学 航天航空学院, 西安 710049)

摘 要: 跨声速定常流场的隐式求解相当于使用牛顿迭代法求解一个非线性方程组。为满足牛顿迭代收敛性的要求,通常需要对所求解问题进行全局化处理。在同伦延拓的框架内,提出了一种基于拉普拉斯算子的方程延拓方法,提高了定常流场隐式求解收敛速度。针对定常流场通常初始化为均匀来流的特点,一方面利用拉普拉斯算子的椭圆性加快边界条件信息向流场内部的传播,另一方面利用拉普拉斯算子的线性和正定性改善延拓问题的正则性,综合两者增加拟牛顿算法的稳定性,提高可用 CFL 数,最终达到提高流场求解效率的目的。由于流场问题的复杂性和非线性,难以通过理论分析得出先验的最优非线性求解策略。因此,通过无黏 NACA0012 翼型、湍流 RAE2822 翼型和三维 ONERA M6 机翼等算例的数值实验,研究了拉普拉斯项参数对收敛效率的影响,给出了效率较优的参数组合,验证了本文方法在跨声速情况下相对于经典伪时间推进法可以节约 20% 以上的 CPU 计算时间。

关 键 词: 非线性方程; 隐式格式; 牛顿法; 空气动力学; 跨声速; 定常流动
中图分类号: V221.3
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0470-10

在飞行器和风力机械气动特性的评估和优化设计中,需要进行大量的定常流动模拟。在非定常数值模拟中,需要用定常流动的解作为初始解。因此,提高定常流场数值模拟的效率,可以使计算流体力学方法在气动外形设计应用中发挥更有力的作用。目前,常用的定常流动问题的控制方程是定常可压缩雷诺平均纳维-斯托克斯(Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS)方程,此方程是一个由对流项主导的非线性偏微分方程组,其求解分为显式和隐式 2 种方法。由于定常问题不需要考虑时间精度,隐式解法得以充分发挥其稳定性强、计算效率高的优点,因而得到了广泛的应用。

隐式解法的实质是非线性方程的牛顿迭代解法。牛顿迭代的优点是可以实现快速的平方收敛,但是要求初值足够接近方程的解才能避免发散。在实际应用中,一般情况下在迭代开始前是无法获得足够接近真实解的初值的。在外流流场模拟中,定常计算的初值通常为按自由来流条件设定的一个均匀场,直接应用牛顿解法往往会导致求解发散。因此,研究者们发展了多种类型的牛顿迭代全局化方法。

针对非线性问题的牛顿迭代全局化方法可以分为 2 种类型。第一类是不涉及非线性问题本身的方法。在这类方法中,比较常见的有网格序列法[1-2]和线性搜索法[3-4]。这类方法不是本文研究的重点,故不做深入介绍。因为这些方法独立于非线性问题本身,所以可以与本文所讨论的方法叠加使用,构造进一步提高求解效率的方法。另外一类方法是与非线性问题本身相关的。这类方法是通过修改所要求解的问题,保证迭代的收

收稿日期: 2017-04-10; **录用日期**: 2017-07-07; **网络出版时间**: 2017-09-22 10:16
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1016.002.html
基金项目: 国家自然科学基金 (11502211, 11602199)
* **通信作者**. E-mail: qiuyasong@nwpu.edu.cn

引用格式: *乔磊, 白俊强, 邱亚松, 等. 一种跨声速定常流场求解加速方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 470-479.*
QIAO L, BAI J Q, QIU Y S, et al. High-efficiency solving method for steady transonic flow field[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 470-479 (in Chinese).

敛。针对定常流场模拟问题,这类方法的典型代表有边界松弛(boundary condition relaxation)法和方程延拓(equation continuation)法[5]。在均匀初始解中,求解域内部残差全部为零。在物面边界处,由于边界条件(无滑移或无穿透条件)的存在,会产生一个阶跃型非零残差。针对这一特点,边界松弛法通过逐步施加边界条件,降低迭代的不稳定性。Lyra[6]和 Kuzmin[7-8]等对边界松弛法有较多的研究和应用。

在方程延拓法中,最为常见的就是经典的伪时间推进法(Pseudo Time Marching,PTM)。方程延拓法是指在控制方程中引入额外的项,得到性质改善的近似方程。然后逐次求解拓项系数不断减少的近似方程,逼近原方程的解。由于这种延拓处理不改变非线性迭代的起点和终点,所以此类延拓方法又被称为同伦延拓。伪时间推进法作为一种方程延拓法,在定常控制方程中引入了一个时间项,随着求解的收敛时间项的作用逐渐消失。对于隐式方法,伪时间项使控制方程雅可比矩阵的非奇异性和对角占优得到增强,保证了隐式迭代稳定性。作为一种经典方法,伪时间推进法得到了非常广泛的应用,也有很多研究和发展。Coffey 等[9]提出了一种差分代数方程形式的时间推进法,提高了可压缩燃烧问题的收敛速度。Kelley 等[10]提出了一种带约束的伪时间推进法,提高了迭代的稳定性。Ceze 和 Fidkowski[11-12]提出了一种针对非物理解的罚函数法,以提高伪时间推进法的鲁棒性,降低迭代发散的几率,从而提高计算效率。

在方程延拓法中,还有一类基于黏性或人工耗散的方法。这种方法在计算流体力学发展的早期就被用于定常流场的计算。Young 等提出了用于加速全速势方程收敛的黏性松弛法[13]。Hicken 等对比了黏性延拓和伪时间推进法在定常 RANS 方程求解中的效率和稳定性,认为"黏性延拓法"具有较高的鲁棒性和效率,是伪时间推进法的一种可能的替代方法"[14-15]。在计算流体力学领域以外,Pollock 发表了一种针对线性对流输运方程的,通过拉普拉斯算子解决由于解中不光滑成分而导致病态雅可比的问题[16]。黏性延拓法中还有一种雷诺数延拓法[17]。这种方法非常便于实现,需要做的就是从一个较低的雷诺数开始定常迭代,这样较大的物理黏性会使问题具有足够的耗散从而保持稳定。根据 Hicken 和 Zingg 的研究结论[15],这种方法存在一个不足,就是 Navier-Stokes 方程的物理黏性不涉及连续方程,所以增稳作用比较有限。

通常外流流场定常模拟的迭代过程就是把绕流物体的壁面边界对流动的影响传播到流场内部的过程。从这方面考虑,黏性延拓法有助于改善非线性求解部分的效率。然而,在牛顿迭代中,延拓项会对雅可比矩阵的性质产生直接影响,从这个角度看,伪时间法带来的较强的对角占优特性又相对更具有优势。为综合利用两者的优势,本文提出了一种拉普拉斯增稳伪时间推进(Laplacian stabilized Pseudo Time Marching, LPTM)法。通过引入拉普拉斯算子增加方程的稳定性,提高可用的 CFL 数,达到加速收敛、节约计算时间的目的。

本文首先介绍了控制方程和牛顿迭代法等工作基础,然后详细阐述了拉普拉斯增稳的迭代思路,分析其与经典伪时间推进法的优缺点,并给出了 LTPM 法的实现细节,最后,通过无黏 NACA0012 翼型、湍流 RAE2822 翼型和三维 ONERA M6 机翼 3 个算例,对 LPTM 法的收敛加速效果进行了验证。

1　控制方程及其隐式解法

本文计算采用格心格式有限体积法求解可压缩 RANS 方程,无黏通量通过三阶 MUSCL 重构的 Roe 格式计算[18],无黏通量采用二阶中心格式离散[18],隐式时间推进中采用对称高斯-赛德尔(Symmetric Gauss-Seidel, SGS)迭代预处理的广义最小残差法(Generalized Minimal RESidual method,GMRES)求解线性子问题,并使用多重网格技术加速收敛。程序通过基于 MPI 的分布式并行策略提高计算速度。本文在计算中使用的湍流模型为 SA(Spalart-Allmaras)一方程湍流模型[19]。

1.1　控制方程

本文所研究问题的控制方程是无量纲的定常可压缩 RANS 方程,表示为

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}) = \int_{\Omega} \nabla \cdot (\boldsymbol{F}(\boldsymbol{w}) - \boldsymbol{F}_{\mathrm{v}}(\boldsymbol{w}))\,\mathrm{d}v = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w})$为残差,流体状态向量 $\boldsymbol{w} = (\rho, \boldsymbol{U}, p)$,$\rho$、$\boldsymbol{U}$ 和 p 分别为密度、速度和压力的流场自变量;$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{w})$和 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{v}}(\boldsymbol{w})$分别为无黏和黏性通量;$\Omega$ 为求解域或控制体;v 为积分变量。控制方程中的湍流黏性项需要通过求解湍流模型得到。在本文的讨论中,湍流模型的求解是和流动控制方程独立的。因此,本文不涉及关于湍流模型求解的问题。

1.2　伪时间推进法的基本作用

方程式(1)是关于 $\boldsymbol{w}$ 的非线性方程。在非线

北航学报 赠阅

性迭代法中,牛顿迭代由于其二阶收敛能力而得到广泛应用。关于方程式(1)的牛顿迭代可以表示为

$$\begin{cases}\delta \boldsymbol{w}^n = -(\boldsymbol{R}'(\boldsymbol{w}^n))^{-1}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}^n) \\ \boldsymbol{w}^{n+1} = \boldsymbol{w}^n + \delta \boldsymbol{w}^n\end{cases} \quad n = 0,1,\cdots \tag{2}$$

式中:n 为迭代步数;$\boldsymbol{R}'$为非线性算子的雅可比矩阵;$\delta \boldsymbol{w}$ 为解向量 $\boldsymbol{w}$ 的增量。

但是牛顿迭代的收敛对方程的性质和初始解有较苛刻的要求:必须满足雅可比矩阵非奇异,初始解足够接近方程解。所谓“足够接近”,具体是指对于任意第 n 步牛顿迭代,须满足

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\|\boldsymbol{R}''(\boldsymbol{w}^n)\|}{\|\boldsymbol{R}'(\boldsymbol{w}^n)\|}\|\boldsymbol{\varepsilon}^n\| < 1 \tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{R}''$为非线性算子的海森矩阵;$\boldsymbol{\varepsilon}$ 为当前解的误差。因此,增强牛顿迭代收敛性的一般思路是降低问题雅可比矩阵的奇异性,以及增强问题的线性。作为一种常见的特例,经典的全局化方法是伪时间推进法,通过引入伪时间项,所求问题转化为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{PT}}(\boldsymbol{w}) = \frac{\partial \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w})}{\partial \tau} + \boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{0} \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{R}_{\mathrm{PT}}(\boldsymbol{w})$为包含伪时间项的总残差;$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w})$为守恒变量;$\tau$ 为伪时间。

在实际计算中,$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w})$可以取为 Navier-Stokes 方程守恒变量,也可以简单取 $\boldsymbol{w}$ 本身。出于简化分析的考虑,本文取 $\boldsymbol{w}$。这样,牛顿迭代转化为

$$\Delta \boldsymbol{w}^n = -\left(\frac{1}{\mathrm{d}\tau}\boldsymbol{I} + \boldsymbol{R}'(\boldsymbol{w}^n)\right)^{-1}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}^n) \tag{5}$$

式中:$\mathrm{d}\tau$ 为伪时间步长。由于对角阵 $\boldsymbol{I}$ 的引入,所解问题的线性增强,式(4)中的雅可比矩阵在对角占优和条件数方面相对于式(2)有所改善,使牛顿迭代得以收敛。

2 拉普拉斯延拓

2.1 拉普拉斯算子的引入

1.2 节提到,要保证牛顿迭代的收敛,基本策略就是降低雅可比矩阵的奇异性,增加问题的线性,使近似解尽快靠近问题真实解。要满足这些要求,伪时间推进法并不是唯一的选择。实际上,任意非奇异的线性算子,都能起到减少海森矩阵范数、增加雅可比矩阵范数的作用。因此,本文考虑引入另外一种线性算子——拉普拉斯算子作为延拓项。引入拉普拉斯项的控制方程如下:

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{LPT}}(\boldsymbol{w}) = \frac{\partial \boldsymbol{w}}{\partial \tau} - c_{\mathrm{LP}}\Delta \boldsymbol{w} + \boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{0} \tag{6}$$

式中:$R_{\mathrm{LPT}}(\boldsymbol{w})$为由流体状态向量 $\boldsymbol{w}$ 计算得到的残差;c_{LP}为拉普拉斯项的缩放系数;Δ 为拉普拉斯算子。这样,牛顿迭代公式变为

$$\delta \boldsymbol{w}^n = -\left(\frac{1}{\mathrm{d}\tau}\boldsymbol{I} - c_{\mathrm{LP}}\Delta + \boldsymbol{R}'(\boldsymbol{w}^n)\right)^{-1}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}^n) \tag{7}$$

需要特别说明的一点是,在具体实现中,式(5)和式(7)的残差矢量都是由原始方程得到的,并不包含由延拓项产生的残差。根据作者的经验,这种选择得到的迭代格式比严格用牛顿迭代求解延拓后的方程具有更高的收敛效率。

另外,在黏性计算中,速度场在无滑移边界附近会形成边界层。此时,若对动量方程增加拉普拉斯算子,则会较大程度地扩散由无滑移边界条件引起的低速区,反而不利于收敛。因此,对于存在无滑移边界的问题,本文只对密度和压力等受诺依曼边界条件约束的分量施加拉普拉斯项。

2.2 拉普拉斯延拓作用

伪时间项向雅可比矩阵中加入了一个对角阵,拉普拉斯项在雅可比矩阵中引入了一个拉普拉斯算子。两者都是对称正定的线性算子,在改善控制方程正则性方面具有类似的作用。不过拉普拉斯逆算子与伪时间项逆算子相比,一个重要的特点是全局性。在实际计算中,数值解的误差以及雅可比矩阵和海森矩阵的范数都难以得到,延拓算子与方程本身复合后的逆算子的具体形式更是难以求出。因此,此处仅对拉普拉斯算子和伪时间项的区别做定性分析。

由于伪时间项是一个对角阵,对角阵的逆算子仍然是对角阵,显然它对残差矢量的响应是当地的、局部的。而拉普拉斯算子则不同。在三维欧氏空间中,通过格林函数法[20]可知,对于残差向量 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}(\boldsymbol{x}))$,在拉普拉斯逆算子作用下的响应为

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{4\pi}\int_{\Omega}\frac{\boldsymbol{R}(\boldsymbol{w}(\hat{\boldsymbol{x}}))}{|\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}|}\mathrm{d}^3\hat{\boldsymbol{x}} \tag{8}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 和$\hat{\boldsymbol{x}}$分别为空间位置向量和积分变量。

这意味着任意一点的残差都会对解向量产生全局性的影响;同时任意一点的解向量变化,都包含了整个求解域中的残差信息。这正是拉普拉斯算子椭圆性的体现。考虑到定常流场求解通常初始化为均匀来流状态,初始残差仅在壁面处不为零,则在计算初始阶段,拉普拉斯算子向流场内部传递边界信息的效果要远远强于伪时间项,解的残差也就可以更快地降低。这样,由式(3)可知,牛顿迭代的稳定性也就更容易保证,对 CFL 数的要求也就可以放得更宽,最终可以通过使用较大的 CFL 数,得到更快的收敛速度。

但是,拉普拉斯延拓相对于伪时间推进法有

2 个方面的不足。第一,伪时间项在解逐步收敛时会自动消失,而拉普拉斯算子的作用在不加特殊处理的情况下会一直存在。这样,即使选用的较小的 CFL 数,其负面影响也只是局限于使收敛速度变慢,只要进行充分的迭代,仍能得到原始问题的解。这一特点给实际应用带来极大便利。而对于拉普拉斯延拓,必须特别设计一种机制,使得拉普拉斯项随迭代推进而消失。不过,这是个很容易克服的缺点。并且,在伪时间推进法中,为追求较高的收敛效率,通常也不会使用单一 CFL 数进行计算,同样涉及到在迭代过程中改变 CFL 数的问题。第二,正如式(8)所示,拉普拉斯算子的逆是具有全局影响的,反映在离散系统中,就意味其值对应的矩阵不再具有稀疏性。这样,基于近似 LU 分解的线性求解方法,包括 ADI、LU-SGS 以及本文使用的 SGS 方法,效率就会有所下降,从而导致线性问题求解的代价增加。在实际应用中,需要综合权衡拉普拉斯算子的正负作用,才能得到整体效率更优的求解策略。

2.3　迭代策略

本文的求解策略包含 3 层迭代。最外层是延拓迭代,随着迭代的进行,要保证延拓项不断降低。第 2 层是牛顿迭代,每个延拓方程仍然是一个非线性问题,本文通过牛顿迭代法进行求解。由于延拓问题不是最终关心的问题,所以牛顿迭代并不需要精确进行。本文针对每个延拓问题,只进行一步牛顿迭代。第 3 层迭代是针对牛顿迭代产生的线性问题,本文使用 SGS 预处理的 GMRES 方法进行求解。同样,由于牛顿迭代只是近似求解,线性求解同样也不需要严格进行。本文的策略是线性残差降低 2 个数量级时认为 GMRES 迭代收敛。

延拓项的推进策略使用成熟的 CFL 数递增策略(Switched Evolution Relaxation, SER)[21-22]。本文对 c_{LP}和 CFL 数的导数采用同样的递减模式,如式(9)所示。

$$\kappa^n=\min\left(\left(\frac{\|\boldsymbol{R}^n\|_{\mathrm{L2}}}{\|\boldsymbol{R}^0\|_{\mathrm{L2}}}\right)^{\beta}\kappa^0,R_{\max}\kappa^{n-1}\right)$$
$$\kappa\in\left\{c_{\mathrm{LP}},\frac{1}{\mathrm{CFL}}\right\}\tag{9}$$

式中:$\|\boldsymbol{R}\|_{\mathrm{L2}}$为残差向量的 L2-范数;延拓参数 κ^0,$\beta\in[0.5,1.5]$和 $R_{\max}\in[0.7,1.0]$为根据经验确定的常数。强制缩减因子 $R_{\max}$的作用是防止收敛停滞的发生。这是因为,在本文所使用的非线性迭代中方法中,没有保证残差单调收敛的机制。因此,本文需要这一额外参数,确保在残差收敛较慢或残差暂时增加时,延拓项仍能适当地减小,使所求解的近似问题能向原始问题靠近。

由于指数递减存在渐近性质,为避免残存的拉普拉斯项影响解的精度,以及节省计算微小的拉普拉斯项所消耗的时间,本文对充分小的 c_{LP}进行截断处理,即:若 $c_{\mathrm{LP}}^n<1.0\times10^{-10}$,则设置

$$c_{\mathrm{LP}}^k=0\qquad\forall k\geqslant n\tag{10}$$

延拓参数的选择对计算的稳定性和效率有至关重要的影响。较大的延拓参数(对于时间推进法对应较小的 CFL 数)会使求解稳定但是收敛较慢,反之亦然。由于控制方程的非线性性质,对延拓参数数值的选择进行先验的理论分析较为困难,因此参数数值的选择具有一定的经验性。但是,这一问题在实际应用中是比较容易克服的。在气动外形优化工作中,通常需要对相似的计算状态进行数十、数百乃至上千次重复计算。在这种情况下,通过对目标状态进行数次试算,选取相对高效的 CFL 数和拉普拉斯项参数是完全可行的。

3　算例验证

3.1　计算效率的比较方法

本文通过计算收敛所消耗的 CPU 时间 t 衡量计算方法的效率。因此,首先需要保证计算硬件环境的一致。具体地,二维算例是在 1 个 Intel Xeon E5-2 620 v3 2.40 GHz CPU 上通过单进程计算,三维 M6 算例是在 2 个同样的 CPU 上通过 10 个MPI 进程并行计算。其次要统一收敛判断标准。由于本文牛顿迭代所用的是近似雅可比矩阵,所以这里不追求控制方程非线性残差收敛到数值极限,而是以气动设计中常用的升力和阻力系数的收敛为标准。文献[23]指出一般工程问题对气动力的要求为:升力系数 C_L 精确到0.001,阻力系数 C_D 精确到0.000 1。本文采用上述容差的一半作为气动力收敛判断标准。具体地,针对最后 10 步非线性迭代,如果升力系数的变化范围小于 0.5×10^{-3},并且阻力系数的变化范围小于 0.5×10^{-4},则认为计算收敛。

$$\begin{cases}\max_{10}(C_L)-\min_{10}(C_L)<0.5\times10^{-3}\\ \max_{10}(C_D)-\min_{10}(C_D)<0.5\times10^{-4}\end{cases}\tag{11}$$

需要说明的是,选取最后 10 步迭代作为观察范围是不具有一般性的,特别是在 CFL 比较小的计算中,很容易得到虚假收敛判定。因此,出于严谨性的考虑,对于本文所涉及的算例,在达到这一收敛判据后仅记录当时的 CPU 时间,计算迭代仍继续进行,后续的计算结果可以作为对收敛性进

北航学报 赠阅

行人工辅助判断的依据。如果后续计算没有出现 C_L 和 C_D 的明显漂移或波动，则认为此收敛判定有效。实际结果表明，这一收敛判据对本文涉及的算例来说是合理准确的，以此为基础的计算效率对比也是有效的。

3.2 无黏 NACA0012 翼型

本算例考察了 LPTM 法对二维无黏问题的收敛加速作用。计算状态为来流马赫数 0.8，迎角 1.25°。计算网格总量为 44 640 单元，物面第一层网格高度为 1.0×10^{-3}，法向增长率为 1.2。网格的大致结构和疏密分布如图 1 所示，Y/C 和 X/C 分别为以弦长 C 无量纲化的纵、横坐标。

在本算例中，CFL 的 SER 参数取为 $\beta=0.5$，$R_{\max}=1.0$；c_{LP} 的 SER 参数取为 $\beta=1.5$，$R_{\max}=0.8$。表 1 给出了本算例所测试的其他计算参数的数值和相应的收敛效率。其中 PTM1 和 PTM2 是 2 个经典伪时间推进法的计算结果，可以看出 CFL 数对计算效率有明显的影响。受限于计算稳定性，经典伪时间法不能接受比 8 更大的 CFL^0。LPTM1 ~ 5 是 5 个拉普拉斯增稳的算例。其中 LPTM5 由于 c_{LP}^0 较小，故 CFL^0 只增加到 10；LPTM1 ~ 4 的初始 CFL 数均增加到了 20。随着计算 CFL 数的增加，收敛所需的迭代步数 n 相应地减少了。但在 LPTM1 中，由于引入了较大的的初始拉普拉斯项，线性系统求解效率降低，虽然迭代步数有较大的减少，但是收敛所需的总时间并没有相应比例的节约。而 c_{LP}^0 比较适中的3 个算例（LPTM2 ~ 4）都节约了 25% 以上的计算时间。

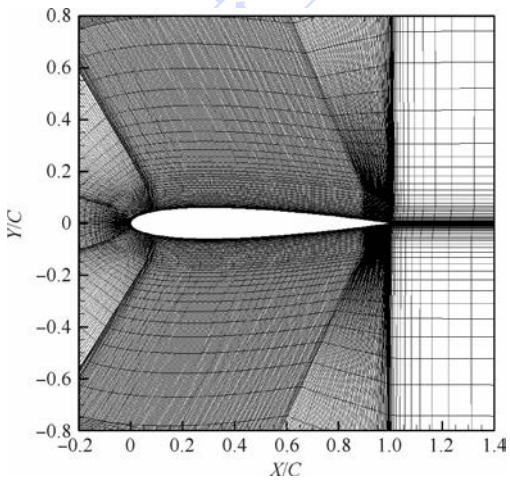


图 1 无黏 NACA0012 翼型算例的计算网格

Fig. 1 Computational grid of invicid NACA0012 airfoil test case

表 1 无黏 NACA0012 翼型算例的延拓参数和收敛效率

Table 1 Continuation parameters and convergence efficiency of invicid NACA0012 airfoil test case

算 例	CFL^0	c_{LP}^0	n	t/s	相对时间节约/%
PTM1	6		152	38.79	−28.2
PTM2	8		109	30.25	0
LPTM1	20	5×10^{-2}	67	25.77	14.8
LPTM2	20	5×10^{-3}	66	22.07	27.0
LPTM3	20	1×10^{-3}	64	22.50	25.6
LPTM4	20	5×10^{-4}	62	21.37	29.4
LPTM5	10	5×10^{-5}	92	25.56	15.5

图2（a）、（b）给出了无黏NACA0012翼型算例

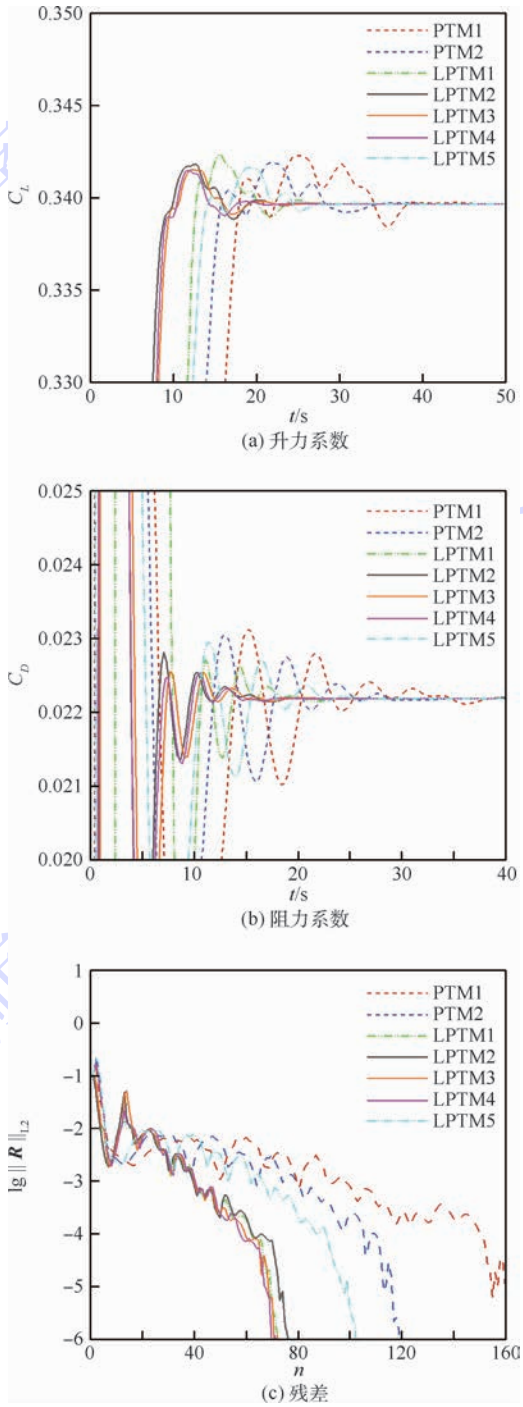


图 2 无黏 NACA0012 翼型算例升力系数、阻力系数及残差收敛曲线

Fig. 2 Lift coefficient, drag coefficient and residual convergence history of invicid NACA0012 airfoil test case

北航学报 赠阅

升力系数和阻力系数对计算 CPU 时间的收敛曲线。可以看出 LPTM 法的力系数收敛有明显的提前,并且振荡的幅度也有所降低。图 2(c)给出了系统残差随迭代步数的收敛过程。由图 2 可见,收敛曲线依 CFL 数分为 4 簇,显示了 CFL 数对收敛效率具有直接决定性作用。而 LPTM 算例之所以能使用更高的 CFL 数,原因是拉普拉斯算子的引入。在最初的几步迭代中,拉普拉斯算子的引入可以使残差更快收敛,验证了 2.2 节中对拉普拉斯项作用的分析。

图 3 给出了本文计算得到的翼型压力分布与 Vassberg 和 Jameson[24] 通过 4 096 × 4 096 规模的网格得到的压力分布的对比,C_p 为压力系数。由于各计算结果收敛较为一致,为清晰起见,图中只给出了 LPTM 法与 PTM 法各一个结果,并未逐一对比。从图中可见,LPTM 法与 PTM 法得到的计算结果有较高的一致性,并且与参考结果符合较好。这表明,本文 LPTM 法并没有因为提高计算效率而牺牲精度。

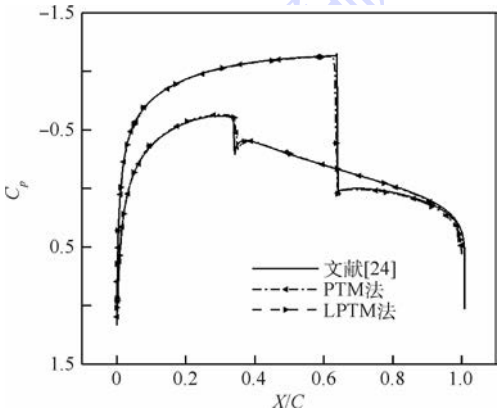


图 3　无黏 NACA0012 翼型算例的表面压力系数分布

Fig. 3　Surface pressure coefficient distribution of invicid NACA0012 airfoil test case

3.3　湍流 RAE2822 翼型

本算例考察了 LPTM 法对二维湍流问题的收敛加速作用。计算算例采用 AGARD-AR-138 报告中湍流 RAE2822 翼型实验[25] 的 Case10。实验来流马赫数 0.75,基于弦长的雷诺数 6.2×10^6,实验迎角 3.19°,升力系数 0.743。计算时为匹配实验升力系数,将迎角修正为 3.09°。计算网格总量为 58 720 单元,物面第一层网格高度为 1.0×10^{-5},法向增长率为 1.2,平均 y^+ 为 0.9。网格的大致结构和疏密分布如图 4 所示。

在本算例中,CFL 的 SER 参数取为 $\beta = 0.5$,$R_{\max} = 1.0$;c_{LP} 的 SER 参数取为 $\beta = 1.0$,$R_{\max} = 0.8$。除 c_{LP} 的 β 外,其余 SER 参数都与无黏 NACA0012 翼型算例一致。调整 c_{LP} 的 β 值的原因是,黏性问题控制方程自带耗散,所以拉普拉斯参数可适当降低。为避免拉普拉斯项过早衰竭,所以降低了其衰减率。表 2 给出了本算例所测试的其他计算参数的数值和相应的收敛效率。CFL 数与拉普拉斯项对收敛效率的影响与无黏 NACA0012 翼型算例是类似的。其中 PTM1 和 PTM2 的计算结果表现出 CFL 数对计算效率明显的影响。LPTM5 的 c_{LP}^0 较小,故初始 CFL 数只增加到 6;LPTM1 ~ 4 的初始 CFL 均增加到了 8。随着计算 CFL 数的增加,收敛所需的迭代步数相应地减少了。在 LPTM1 中,由于引入了较大的的初始拉普拉斯项,线性系统求解效率降低,虽然迭代步数相对 PTM2 减少了约 30%,但是收敛所需的总时间只降低了 13%。

图 5(a)、(b)给出了本算例升力系数和阻力系数的收敛过程。比较值得注意的一点是,从收敛历程的形态上看,在 c_{LP} 较小时,收敛过程似乎只是由于 CFL 数较大而被压缩了。而当 c_{LP} 较大时,收敛过程的形态也发生了变化,这意味着拉普拉斯算子的存在改变了迭代过程在解空间的路径。图 5(c)给出了本算例系统残差随迭代

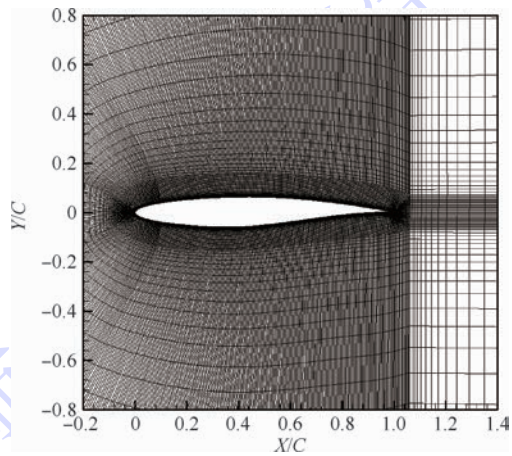


图 4　湍流 RAE2822 翼型算例的计算网格

Fig. 4　Computational grid of turbulent RAE2822 airfoil test case

表 2　湍流 RAE2822 翼型算例的延拓参数和收敛效率

Table 2　Continuation parameters and convergence efficiency for turbulent RAE2822 airfoil test case

算　例	CFL^0	c_{LP}^0	n	t/s	相对时间节约/%
PTM1	3		94	51.00	-20.4
PTM2	4		78	42.37	0
LPTM1	8	5×10^{-4}	55	36.86	13.0
LPTM2	8	5×10^{-5}	52	31.43	25.8
LPTM3	8	1×10^{-5}	56	33.25	21.5
LPTM4	8	5×10^{-6}	57	32.80	22.6
LPTM5	6	5×10^{-7}	65	36.52	13.8

北航学报 赠阅

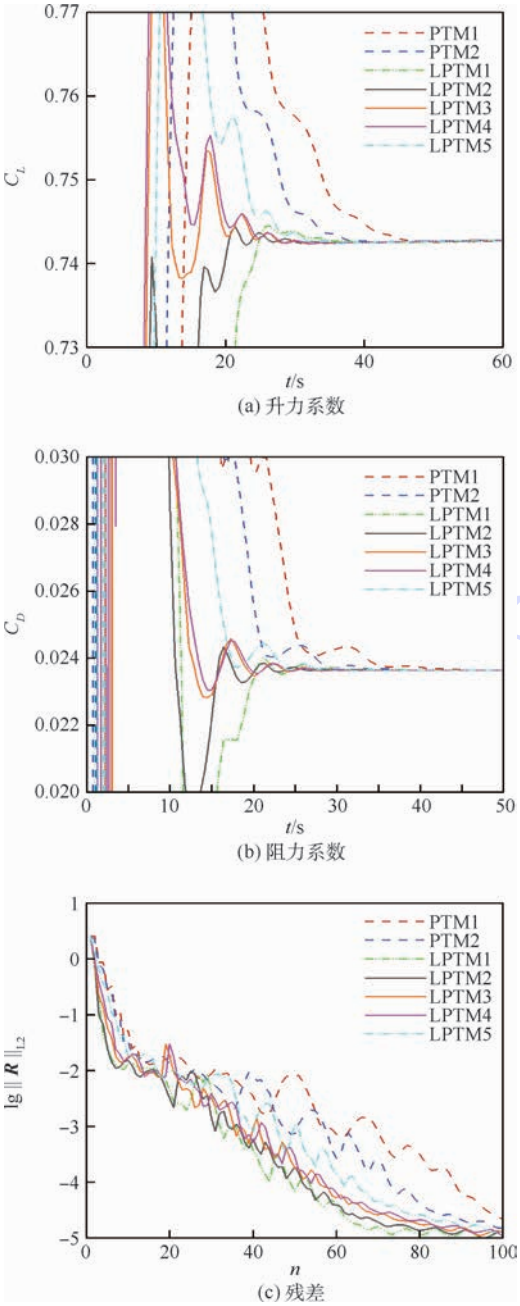


图 5 湍流 RAE2822 翼型算例升力系数、阻力系数及残差收敛曲线

Fig. 5 Lift coefficient, drag coefficient and residual convergence history of turbulent RAE2822 airfoil test case

步数变化的过程。在迭代初始阶段，CFL 数相同的 LPTM1 ~4 算例，较大 c_{LP} 的算例残差收敛速度较快，直接体现了拉普拉斯算子的作用。而整体收敛历史同样以 CFL 数分为 4 簇，体现了 CFL 数对收敛效率的重要影响，以及通过拉普拉斯延拓增加可用 CFL 数的意义。

图 6 给出了本算例得到的表面压力系数分布。可以看出，计算结果与实验结果符合较好，并且 LPTM 法与经典的 PTM 法得到的压力分布有较高的一致性。

3.4 三维 ONERA M6 机翼

本算例通过 ONERA M6[26] 算例来测试 LPTM 法在三维黏性计算中的表现。计算状态为来流马赫数 0.839 5，基于参考弦长 C_{ref} = 0.646 1 m 的雷诺数为 1.172×10^7，迎角 3.06°。相对于前2 个算例，本算例雷诺数更高，因此物面第一层网格尺度更小，数值离散后的控制方程稳定性问题更为突出。本算例计算所用湍流模型仍为 SA 模型。计算网格 5 997 680 单元，物面第一层网格法向高度为 2.0×10^{-6}，法向增长率为 1.2，平均 y^+ 为1.2。网格的大致结构和疏密分布如图 7 所示。

在本算例中，所有 SER 参数均与 RAE2822 算例相同，不再需要调整。表3 给出了本算例涉

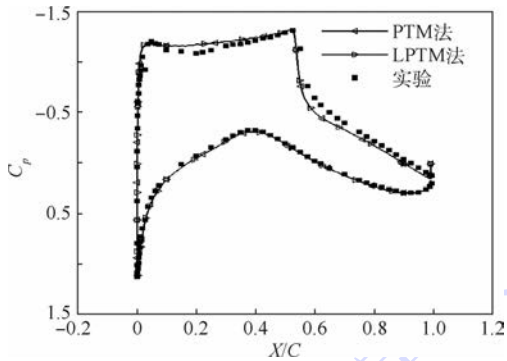


图 6 湍流 RAE2822 翼型算例的表面压力系数分布

Fig. 6 Surface pressure coefficient distribution of turbulent RAE2822 airfoil test case

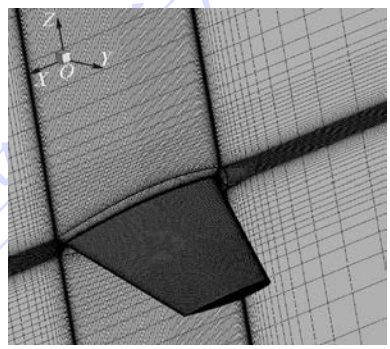


图 7 三维 ONERA M6 机翼算例的计算网格

Fig. 7 Computational grid of 3D ONERA M6 wing test case

表 3 ONERA M6 机翼算例的延拓参数和收敛效率

Table 3 Continuation parameters and convergence efficiency for 3D ONERA M6 wing test case

算 例	CFL^0	c_{LP}^0	n	t/s	相对时间节约/%
PTM1	3		80	8 864.73	−12.5
PTM2	4		66	7 877.23	0
LPTM1	10	5×10^{-4}	48	7 167.50	9.0
LPTM2	10	5×10^{-5}	42	6 231.59	20.9
LPTM3	10	1×10^{-5}	43	6 074.64	22.9
LPTM4	10	5×10^{-6}	45	6 154.65	21.9
LPTM5	5	5×10^{-7}	58	7 190.52	8.7

及的其他计算参数的数值和相应的收敛效率。PTM1 和 PTM2 的计算结果表现出 CFL 数对计算效率明显的影响。LPTM5 由于 c_{LP}^{0} 较小，故初始 CFL 数只增加到 5；LPTM1 ~ 4 的 CFL^{0} 均增加到 10。从计算所需 CPU 时间来看，与前面 2 个算例相同，过大的 c_{LP}^{0} 虽然不妨碍迭代步数的节约，但是却会消耗较多的计算时间。而较小的 c_{LP}^{0} 不足以使问题稳定到接受更大的 CFL 数，对收敛的加速效果也就相对有限。

图 8（a）、（b）给出了本算例升力系数和阻力系数的收敛曲线，可见不同 c_{LP} 值对力系数收敛的加速效果。图 8（c）给出了本算例残差随迭代步数的收敛历史，收敛曲线同样依 CFL 数分为 4 簇。在迭代初期，引入拉普拉斯延拓的算例同样显示了较快的收敛速度。图 9 给出了本文计算

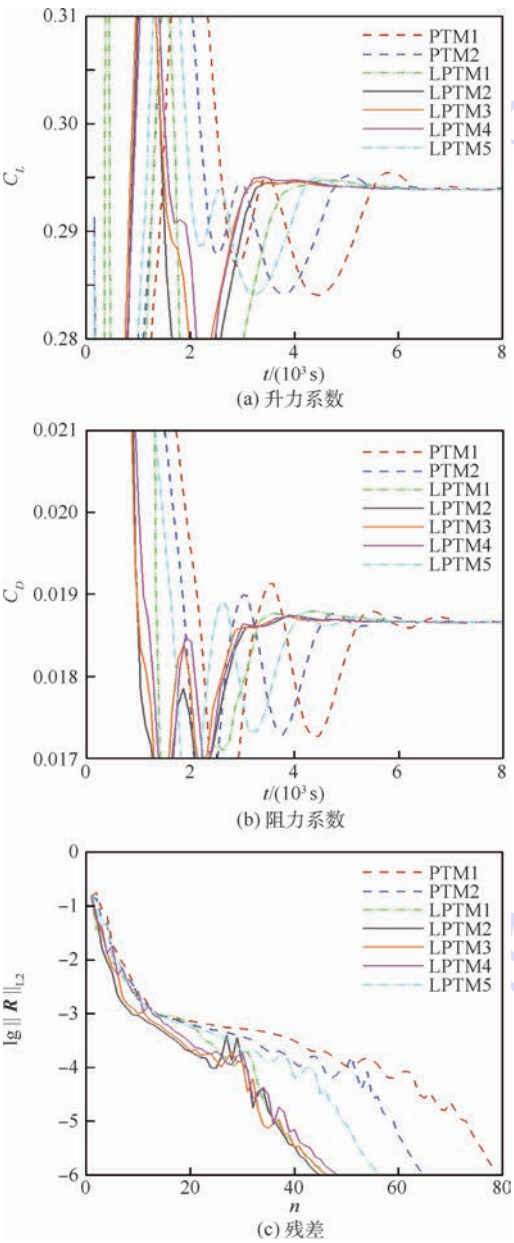


图 8　三维 ONERA M6 机翼算例升力系数、阻力系数及残差收敛曲线

Fig. 8　Lift coefficient, drag coefficient and residual convergence history of 3D ONERA M6 wing test case

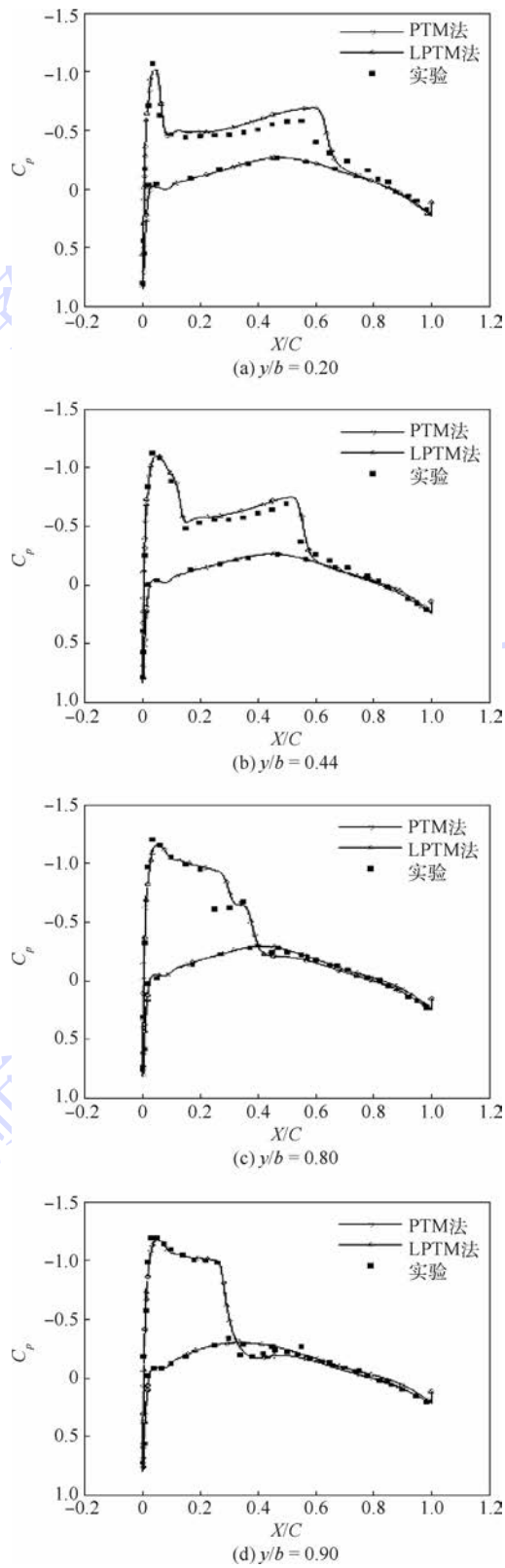


图 9　三维 ONERA M6 机翼算例表面压力系数分布

Fig. 9　Surface pressure coefficient distribution of 3D ONERA M6 wing test case

北航学报 赠阅

得到的表面压力分布与实验结果的对比，y/b 为截面展向站位。可以看出，计算结果与实验结果符合较好，并且 LPTM 法与经典的 PTM 法得到的压力分布有较高的一致性。

4 结 论

为提高速定常流动模拟的计算效率，构造了一种在经典伪时间推进法基础上附加一个拉普拉斯项的混合延拓方法。

1）在常规的伪时间推进法中，伪时间项作为延拓项，通过增强控制方程的线性以及改善雅可比矩阵的对角占优实现了牛顿迭代的稳定化。拉普拉斯算子是一个对称正定的线性椭圆算子，不仅与伪时间项同样有增强方程正则性的作用，还有提供耗散、加速边界信息向流场内部传播的作用。综合利用拉普拉斯算子和伪时间项各自的优势可以构造效率更高的计算方法。

2）拉普拉斯延拓法对收敛效率的实际影响与迭代参数的选择有密切关系。本文通过数值实验，总结得到了计算效率较优的一个拉普拉斯项参数平台区，可以作为在实际问题中应用本文方法的一个参考。具体地，通过无黏 NACA0012 翼型、湍流 RAE2822 翼型和三维 ONERA M6 机翼等 3 个算例，验证了拉普拉斯延拓方法分别在有黏/无黏、二维/三维对定常流动求解的加速效果。计算结果表明，拉普拉斯延拓法可以节省 20% 以上的计算时间，在迭代过程中引入拉普拉斯算子作为加速收敛措施，是有实际应用价值的。此外，即使选定相对次优的拉普拉斯参数时，本文方法仍能起到部分加速作用，而不至于完全失效或起到负效果，证明本文方法在实际应用中足够的鲁棒性。

参考文献（References）

[1] GEUZAINE P. Newton-Krylov strategy for compressible turbulent flows on unstructured meshes[J]. AIAA Journal, 2001, 39(3): 528-531.

[2] WONG J S, DARMOFAL D L, PERAIRE J. The solution of the compressible Euler equations at low mach numbers using a stabilized finite element algorithm[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(43-44): 5719-5737.

[3] DENNIS J, SCHNABEL R. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996: 116-126.

[4] MICHALAK C, OLLIVIER-GOOCH C. Globalized matrix-explicit Newton-GMRES for the high-order accurate solution of the euler equations[J]. Computers & Fluids, 2010, 39(7): 1156-1167.

[5] BROWN D A, ZINGG D W. Advances in homotopy continuation methods in computational fluid dynamics: AIAA-2013-2944[R]. Reston: AIAA, 2013.

[6] LYRA P R M, MORGAN K. A review and comparative study of upwind biased schemes for compressible flow computation. Part Ⅲ: Multidimensional extension on unstructured grids[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2002, 9(3): 207-256.

[7] KUZMIN D, LOHNER R, TUREK S. Flux-corrected transport: Principles, algorithms, and applications[M]. 2nd ed. Berlin: Springer, 2012: 193-238.

[8] KUZMIN D, LOHNER R, TUREK S. Flux-corrected transport: Principles, algorithms, and applications[M]. Berlin: Springer, 2005: 207-250.

[9] COFFEY T S, KELLEY C T, KEYES D E. Pseudotransient continuation and differential-algebraic equations[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2003, 25(2): 553-569.

[10] KELLEY C T, LIAO L Z, QI L, et al. Projected pseudotransient continuation[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 2008, 46(6): 3071-3083.

[11] CEZE M, FIDKOWSKI K J. A robust adaptive solution strategy for high-order implicit CFD solvers: AIAA-2011-3696[R]. Reston: AIAA, 2011.

[12] CEZE M, FIDKOWSKI K J. Constrained pseudo-transient continuation[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2015, 102(11): 1683-1703.

[13] YOUNG D P, MELVIN R G, BIETERMAN M B, et al. Global convergence of inexact Newton methods for transonic flow[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1990, 11(8): 1075-1095.

[14] HICKEN J, BUCKLEY H, OSUSKY M, et al. Dissipation-based continuation: A globalization for inexact-Newton solvers: AIAA-2011-3237[R]. Reston: AIAA, 2011.

[15] HICKEN J, ZINGG D. Globalization strategies for inexact-Newton solvers: AIAA-2009-4139[R]. Reston: AIAA, 2009.

[16] POLLOCK S. A regularized Newton-like method for nonlinear PDE[J]. Numerical Functional Analysis and Optimization, 2015, 36(11): 1493-1511.

[17] KNOLL D A, KEYES D E. Jacobian-free Newton-Krylov methods: A survey of approaches and applications[J]. Journal of Computational Physics, 2004, 193(2): 357-397.

[18] BLAZEK J. Computational fluid dynamics: Principles and applications[M]. 2nd ed. Oxford: Elsevier Science, 2005: 227-270.

[19] SPALART P R, ALLMARAS S R. A one-equatlon turbulence model for aerodynamic flows: AIAA-1992-0439[R]. Reston: AIAA, 1992.

[20] POLYANIN A D, NAZAIKINSKII V E. Handbook of linear partial differential equations for engineers and scientists[M]. 2nd ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2015: 1199-1231.

[21] CEZE M, FIDKOWSKI K. Pseudo-transient continuation, solution update methods, and CFL strategies for DG discretizations of the RANS-SA equations: AIAA-2013-2686[R]. Reston: AIAA, 2013.

北航学报 赠阅

[22] MULDER W A, LEER B V. Experiments with implicit upwind methods for the euler equations[J]. Journal of Computational Physics, 1985, 59(2): 232-246.

[23] 张涵信. 关于 CFD 高精度保真的数值模拟研究[J]. 空气动力学学报, 2016, 34(1): 1-4.
ZHANG H X. Investigation on fidelity of high order accuate numerical simulation for computational fluid dynamics[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2016, 34(1): 1-4 (in Chinese).

[24] VASSBERG J, JAMESON A. In pursuit of grid convergence, Part I: Two-dimensional Euler solutions: AIAA-2009-4114[R]. Reston: AIAA, 2009.

[25] COOK P H, MCDONALD M A, FIRMIN M C P. Aerofoil RAE2822—Pressure distribution and boundary layer and wake measurements: AGARD-AR-138[R]. Reston: AGARD, 1979.

[26] SCHMITT V, CHARPIN F. Pressure distributions on the ONERA-M6-wing at transonic mach numbers: AGARD-AR-138[R]. Reston: AGARD, 1979.

作者简介:

乔磊　男,博士研究生。主要研究方向:计算流体力学。

白俊强　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计、设计空气动力学、非定常空气动力学、工程湍流模拟。

邱亚松　男,博士,助理工程师。主要研究方向:飞行器气动设计、计算流体力学与降阶方法。

华俊　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器气动设计、机翼防冰系统数值模拟、计算流体力学与控制系统耦合。

张扬　男,博士研究生。主要研究方向:工程湍流模拟、流动控制。

High-efficiency solving method for steady transonic flow field

QIAO Lei[1], BAI Junqiang[1], QIU Yasong[1,*], HUA Jun[1,2], ZHANG Yang[3]

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. China Aeronautical Establishment, Aviation Industry Corporation of China, Ltd., Beijing 100012, China;
3. School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The implicit solving approach of steady transonic flow field equals a Newton iteration for a nonlinear equation system. Globalization of Newton iteration is usually necessary in practice in order to fulfill the convergence requirement. In the framework of homogenous continuation, a Laplace operator based function continuation method which accelerates convergence of implicit solving of steady flow field is proposed. Considering that the steady flow field is usually initialized as uniform freestream condition, the Laplace operator is employed to speed up information propagation from wall boundary to internal flow field due to its ellipticity and to improve regularity of the problem due to its linearity and symmetric positive definite property. Thus the stability of Newton's method is improved then larger CFL number could be employed and finally the flow field solving efficiency is improved. Due to the complexity and nonlinearity of the flow field problem, a priori optimal nonlinear solving strategy is impossible to be obtained through theoretical analysis. Thus, the effect of Laplacian coefficient on convergence efficiency is investigated through numerical experiments on inviscid NACA0012 airfoil, turbulent RAE2822 airfoil and ONERA M6 3D wing test cases. Generally pragmatic combination of iteration parameters are also given and the proposed method is proved to gain over 20% saving in CPU computing time compared with the classic pseudo time marching method under transonic condition.

Keywords: nonlinear equations; implicit scheme; Newton's method; aerodynamics; transonic; steady flow

Received: 2017-04-10; **Accepted**: 2017-07-07; **Published online**: 2017-09-22 10:16
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1016.002.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11502211, 11602199)
* **Corresponding author**. E-mail: qiuyasong@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0190

磁悬浮控制敏感陀螺转子前馈解耦内模控制

夏长峰[1], 蔡远文[2], 任元[2,*], 武登云[3], 王英广[3]

(1. 装备学院 研究生院, 北京 101416; 2. 装备学院 航天装备系, 北京 101416; 3. 北京控制工程研究所, 北京 100190)

摘 要: 磁悬浮控制敏感陀螺以洛伦兹力磁轴承(LFMB)为力矩器驱动转子偏转。针对磁悬浮控制敏感陀螺转子径向转动自由度间存在耦合的问题以及转子偏转高精度快响应要求,提出一种前馈解耦内模控制方法。根据洛伦兹力磁轴承的工作原理建立了转子偏转动力学模型,并设计了前馈解耦矩阵实现转子径向偏转解耦,在此基础上,采用二自由度内模控制器(2-DOF IMC)对转子进行高精度快响应偏转控制。MATLAB 仿真结果表明所提出的控制方法可有效实现对陀螺转子偏转的完全解耦,且转子偏转响应时间较交叉 PID 算法减少 57.1%,受 $0.1\sin(2\pi t)°$ 正弦信号扰动影响产生的偏转波动幅值较交叉 PID 算法减少 76%。

关 键 词: 磁悬浮控制敏感陀螺; 洛伦兹力磁轴承(LFMB); 径向偏转; 前馈解耦; 二自由度内模控制

中图分类号: V448.2

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0480-09

随着中国航天事业的飞速发展,对航天器姿态控制能力的要求越来越高[1]。基于磁阻力磁轴承支承的磁悬浮控制力矩陀螺(Magnetically Suspended Control Momentum Gyroscope, MSCMG)具有输出力矩大[2]、响应速度快[3]、精度高、寿命长[4]等优点,是飞船、卫星和空间站进行姿态快速机动的关键执行机构[5]。任元等[6]提出一种磁悬浮控制敏感陀螺(Magnetically Suspended Control & Sensing Gyroscope, MSCSG)方案,该方案以洛伦兹力磁轴承(Lorentz Force Magnetic Bearing, LFMB)为力矩器,除具备 MSCMG 对外输出力矩的功能外,还能对载体航天器进行姿态敏感,实现 MSCMG 与敏感陀螺仪一体化,有助于减小航天器姿控系统的体积、质量和成本。

高速旋转的 MSCSG 转子受陀螺效应的影响,因此,LFMB 驱动高速转子径向偏转过程中,径向二转动自由度间存在耦合;此外,MSCSG 转子偏转响应速度快、抗扰性强的要求难以同时满足。德国的 Teldix 公司研制了基于洛伦兹力悬浮的全主动磁悬浮飞轮,能够输出 3 N·m 的控制力矩[7];北京航空航天大学的王春娥和汤继强提出了永磁偏置与 LFMB 相结合的磁悬浮飞轮,实现了转子的五自由度悬浮[8];在此基础上,向彪等提出采用 LFMB 实现了飞轮转子最大偏角为1.7°的偏转控制[9-10]。但鲜见对 LFMB 驱动的转子进行解耦以及高精度快响应偏转控制的研究报道。

为消除转子径向耦合,现有的针对 MSCMG 的转子解耦算法包括交叉比例-积分-微分(Proportional-Integral-Differential, PID)控制算法[11]、线性二次型调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)控制方法[12]、Cholesky 分解降秩方法[13]、最小二乘支持向量积解耦方法[14]、微几何方法[15]等。交叉 PID 方法在分散 PID 控制的基础上引入交叉项以补偿偏转通道间耦合,结构简单,但目前

收稿日期: 2017-03-30; **录用日期**: 2017-06-09; **网络出版时间**: 2017-06-30 10:00
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.1000.011.html
基金项目: 国家自然科学基金(51475472, 61403396, 51605489)
* **通信作者**. E-mail: renyuan_823@aliyun.com

引用格式: *夏长峰, 蔡远文, 任元, 等. 磁悬浮控制敏感陀螺转子前馈解耦内模控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 480-488. XIA C F, CAI Y W, REN Y, et al. Feedforward decoupling and internal model control for rotor of magnetically suspended control and sensing gyroscope[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 480-488 (in Chinese).*

缺乏有效的交叉参数设计方法，只能通过根轨迹仿真试凑；LQR 控制方法、Cholesky 分解降秩方法、最小二乘支持向量积解耦方法结构复杂且运算量大，不易于工程实现；微几何方法可以用于抑制高速转子径向两转动通道间的耦合，但该方法抽象、复杂，需将模型变换到几何域中讨论，且算法模型受映射形式约束。

为实现转子偏转的高精度快响应控制，现有的 MSCMG 转子偏转控制算法包括交叉 PID 控制[11,16]、滑模变结构控制[17]、基于状态观测器的补偿控制[18-19]等。交叉 PID 算法原理简单便于实现，但是机动性差，对指令信号的跟踪存在相位滞后；滑模变结构控制具有响应迅速、对参数变化不敏感的优点，但在变结构切换过程中容易引起系统的抖振；基于状态观测器补偿算法可以抑制外界扰动，但是观测器存在一定滞后，会影响动态响应速度。因此，这些控制算法无法同时实现对转子偏转的快速响应和扰动抑制。

前馈解耦方法是近年来针对单元机组信号间存在耦合问题提出的一种串联解耦方法，具有物理概念清晰、数学模型简单、便于理解等优点[20]；二自由度内模控制器(2-DOF IMC)是一种具备独立调节跟踪性和抗扰性的控制器[21-22]，结构简单，容易实现。因此，本文提出针对 MSCSG 转子偏转的前馈解耦内模控制器，通过前馈解耦矩阵消除 MSCSG 转子径向偏转二自由度间耦合，采用二自由度内模控制器对解耦的转子偏转系统进行快速响应、抗扰控制。

1　MSCSG 转子偏转动力学模型

MSCSG 结构如图 1 所示，主要由上陀螺房、中陀螺房、下陀螺房、电机组件、转子组件、力矩器、轴向磁轴承、径向磁轴承、位移传感器构成。图 1 中，以 MSCSG 转子质心 O 为原点建立转子坐标系 O-XYZ，其中，Z 轴指向转子轴向，转子沿该轴高速转动[23]。MSCSG 转子平动通过纯电磁结构的径向磁轴承和轴向磁轴承实现，磁轴承极面位于 2 个不同半径的球形包络面上，如图 1 中虚线所示。由于球面磁极产生的电磁力始终经过磁极球心，当磁极球心与转子质心重合时，无论转子在磁间隙内处于什么位置，都不会产生扭转力矩，从而实现了平动自由度对径向转动自由度的解耦。因此，转子径向偏转只受力矩器控制。

MSCSG 采用 LFMB 为力矩器驱动转子偏转，LFMB 产生的电磁力依据安培力定律，即磁感应强度为 B 的磁场中沿与磁场垂直方向放置长度为 L 的线圈，当流经线圈中电流为 I 时，线圈将受到安培力作用，其表达式为

$$f = BIL \tag{1}$$

基于 LFMB 驱动的转子偏转系统结构如图 2 所示。图 2 中，转子外缘一周狭槽内壁中放置着上、下 2 层磁钢，2 层磁钢中内外磁钢间充磁方向相反，磁钢间磁场分布均匀，从而形成了沿径向的闭合回路。4 组匝数相同的定子线圈位于内、外磁钢间的狭缝中，沿 LFMB 周向均匀分布，成对使用，其中，沿 x 轴正、负方向上的 2 组线圈构成一对，沿 y 轴正、负方向上的 2 组线圈构成一对。以 LFMB 几何中心 O' 为原点定义定子坐标系 O'-xyz，其中 x 轴与 y 轴分别与相对方向两组线圈中心线重合，z 轴方向根据右手定则确定。图中：α、β 分别为转子绕 x、y 轴径向偏转角度；l_m 为 LFMB 定子半径；l_r 为位移传感器到 z 轴的距离；Ω 为转子轴向角速度。

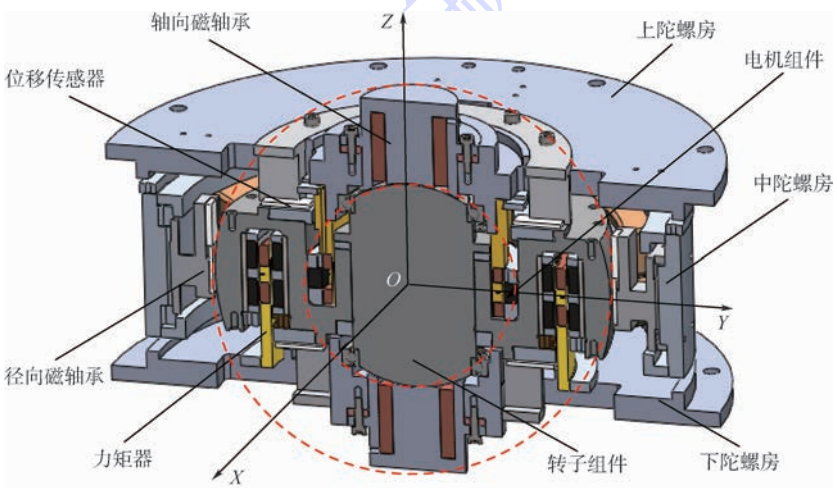


图 1　MSCSG 结构示意图

Fig. 1　Structure diagram of MSCSG

北航学报 赠阅

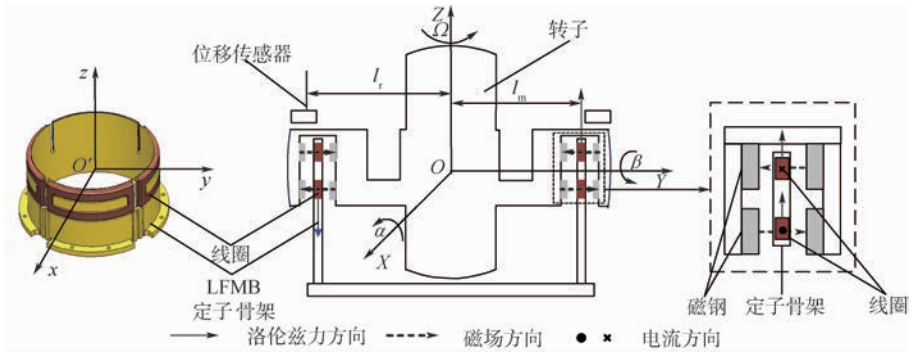


图 2 转子偏转系统结构示意图

Fig. 2 Structure diagram of rotor tilting system

当与磁场垂直方向放置的线圈通入电流时，线圈的上下两部分将分别产生垂直于线圈及磁场方向的安培力，合力大小为

$$F = 2nBIL \tag{2}$$

式中：n 为线圈匝数。当相对方向线圈通入大小相等、方向相反的电流时，线圈将产生大小相等、方向相反的安培力，形成力偶驱动转子径向偏转。根据式(2)中电流与安培力间线性关系，并依据力矩器结构可知，沿 x、y 方向的控制力矩 p_x、p_y 表达式为

$$\begin{cases} p_x = 2l_{\mathrm{m}}(2nBLi_\alpha) = 4nBLl_{\mathrm{m}}i_\alpha \\ p_y = 2l_{\mathrm{m}}(-2nBLi_\beta) = -4nBLl_{\mathrm{m}}i_\beta \end{cases} \tag{3}$$

其中：i_α、i_β 分别为线圈中驱动转子绕 x、y 轴偏转的激励电流。

对于高速旋转的 MSCSG 的转子，其陀螺技术方程为[24]

$$\begin{cases} J_x\ddot{\alpha} + J_z\Omega\dot{\beta} = p_x \\ J_y\ddot{\beta} - J_z\Omega\dot{\alpha} = p_y \end{cases} \tag{4}$$

式中：J_x 和 J_y 分别为转子相对于 x 轴及 y 轴的转动惯量，大小与转子赤道转动惯量 J_{r} 相等；J_z 为转子相对于 z 轴的转动惯量；α、β 的数值可通过实时采集 y、x 轴正、负方向上位移传感器的测量值 h_{y+}、h_{y-}、h_{x+}、h_{x-} 获得，即

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{h_{y+} - h_{y-}}{2l_{\mathrm{r}}} \\ \beta = -\dfrac{h_{x+} - h_{x-}}{2l_{\mathrm{r}}} \end{cases} \tag{5}$$

根据式(3)、式(4)，并考虑到控制系统存在时延 τ，MSCSG 转子偏转动力学方程组可以表示为

$$\begin{cases} J_{\mathrm{r}}\ddot{\alpha}(t) + J_z\Omega\dot{\beta}(t) = 4nl_{\mathrm{m}}BLi_\alpha(t-\tau) \\ J_{\mathrm{r}}\ddot{\beta}(t) - J_z\Omega\dot{\alpha}(t) = -4nl_{\mathrm{m}}BLi_\beta(t-\tau) \end{cases} \tag{6}$$

对式(6)进行拉普拉斯变换得到

$$\begin{cases} J_{\mathrm{r}}s^2\alpha(s) + J_z\Omega s\beta(s) = 4nl_{\mathrm{m}}BLi_\alpha(s)\mathrm{e}^{-\tau s} \\ J_{\mathrm{r}}s^2\beta(s) - J_z\Omega s\alpha(s) = -4nl_{\mathrm{m}}BLi_\beta(s)\mathrm{e}^{-\tau s} \end{cases} \tag{7}$$

式中：s 为算子。

因此，转子径向偏转的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \alpha(s) \\ \beta(s) \end{bmatrix} = 4nl_{\mathrm{m}}BL\begin{bmatrix} J_{\mathrm{r}}s^2 & J_z\Omega s \\ J_z\Omega s & -J_{\mathrm{r}}s^2 \end{bmatrix}^{-1}\mathrm{e}^{-\tau s}\begin{bmatrix} i_\alpha(s) \\ i_\beta(s) \end{bmatrix} \tag{8}$$

从而确定被控对象传递函数为

$$\boldsymbol{G}(s) = 4nl_mBL\begin{bmatrix} J_{\mathrm{r}}s^2 & J_z\Omega s \\ J_z\Omega s & -J_{\mathrm{r}}s^2 \end{bmatrix}^{-1}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{9}$$

2 基于前馈解耦的内模控制器设计

2.1 前馈解耦网络设计

由式(9)可知，陀螺转子径向两偏转通道间存在耦合。为实现转子径向两偏转角独立控制，需通过矫正网络使其解耦，从而令该系统转化为 2 个单输入、单输出的系统。

前馈解耦的本质在于将解耦补偿器串联在待解耦对象前端，用于抵消多变量被控对象各通道间的相互关联，从而保证各回路控制系统独立工作。对于式(9)所描述的双输入双输出系统，其前馈解耦方法的核心思想如图 3 所示。图中，$\boldsymbol{C}(s)$ 为控制器，$\boldsymbol{D}(s)$ 为解耦器，$\boldsymbol{G}(s)$ 为被控对象，解耦器 $\boldsymbol{D}(s)$ 将被控对象 $\boldsymbol{G}(s)$ 解耦为 2 个独立的单通道回路。解耦器与被控对象构成广义被控对象 $\boldsymbol{N}(s)$，即 $\boldsymbol{N}(s) = \boldsymbol{D}(s)\boldsymbol{G}(s)$。前馈解耦的最终目的是通过设计合适的解耦器 $\boldsymbol{D}(s)$，使广义被控对象 $\boldsymbol{N}(s)$ 的表达式为对角矩阵。

由图 3 可知，$X_1(s)$ 通过 $G_{21}(s)$ 对 $Y_2(s)$ 施加作用时，也通过 $D_{21}(s)$ 和 $G_{22}(s)$ 进行了补偿；同理，$X_2(s)$ 通过 $G_{12}(s)$ 对 $Y_1(s)$ 施加作用时，也通过 $D_{12}(s)$ 和 $G_{11}(s)$ 进行了补偿，因此，解耦矩阵具有前馈补偿的性质。为简化解耦矩阵 $\boldsymbol{D}(s)$ 结

北航学报 赠阅

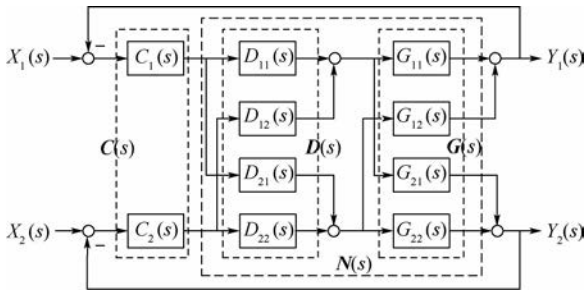


图 3　前馈解耦系统结构

Fig. 3　Structure of feedforward decoupling system

构,本文令 $D_{11}(s)=D_{22}(s)=1$。此时,广义被控对象 $\boldsymbol{N}(s)$ 表达式为

$$\boldsymbol{N}(s)=\boldsymbol{D}(s)\boldsymbol{G}(s)=\begin{bmatrix}1 & D_{12}(s)\\ D_{21}(s) & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}G_{11}(s) & G_{12}(s)\\ G_{21}(s) & G_{22}(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G_{11}(s)+D_{12}(s)G_{21}(s) & G_{12}(s)+D_{12}(s)G_{22}(s)\\ G_{21}(s)+D_{21}(s)G_{11}(s) & G_{22}(s)+D_{21}(s)G_{12}(s)\end{bmatrix} \tag{10}$$

当 $\boldsymbol{N}(s)$ 中主对角线元素外的项都为 0 时,可实现解耦控制。此时可求解出:

$$\begin{cases}D_{12}(s)=-\dfrac{G_{12}(s)}{G_{22}(s)}\\ D_{21}(s)=-\dfrac{G_{21}(s)}{G_{11}(s)}\end{cases} \tag{11}$$

根据式(9)、式(11),确定转子偏转系统前馈解耦矩阵表达式为

$$\boldsymbol{D}(s)=\begin{bmatrix}1 & \dfrac{J_z\Omega}{J_r s}\\ -\dfrac{J_z\Omega}{J_r s} & 1\end{bmatrix} \tag{12}$$

因此,化简为对角矩阵的广义被控对象传递函数为

$$\boldsymbol{N}(s)=\boldsymbol{D}(s)\boldsymbol{G}(s)=4nl_mBL\begin{bmatrix}J_r s^2 & 0\\ 0 & -J_r s^2\end{bmatrix}^{-1}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{13}$$

2.2　二自由度内模控制器

由于控制系统时延 τ 的不确定性、模型误差的客观存在性以及外界扰动因素的影响,导致建立的模型与实际被控对象存在差异。采用 PID 控制算法、滑模控制算法难以兼顾系统的响应速度及抗扰性。因此,本文将能够同时调节系统响应速度和抗扰性的二自由度内模控制器应用于转子偏转控制。

二自由度内模控制器结构如图 4 所示[21]。

图4中,$G_\alpha(s)$ 为实际被控对象,$P_\alpha(s)$ 为被控对象的内部模型,$Q_1(s)$ 和 $Q_2(s)$ 构成二自由度内模控制器,$R(s)$ 为给定输入,$d(s)$ 为外界干扰,$Y(s)$ 为系统输出。根据图 4 可知,系统输出 $Y(s)$ 表达式为

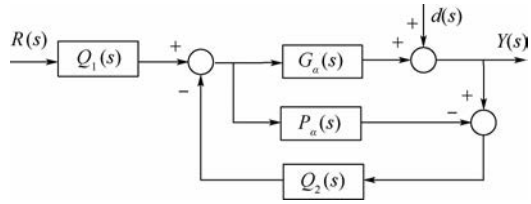


图 4　二自由度内模控制器结构

Fig. 4　Structure of 2-DOF IMC

$$Y(s)=\frac{G_\alpha(s)Q_1(s)R(s)+(1-Q_2(s)P_\alpha(s))d(s)}{1+Q_2(s)(G_\alpha(s)-P_\alpha(s))} \tag{14}$$

模型精确条件下,式(14)可表述为

$$Y(s)=G_\alpha(s)Q_1(s)R(s)+(1-Q_2(s)P_\alpha(s))d(s) \tag{15}$$

由式(15)可知,系统输出 $Y(s)$ 由 $G_\alpha(s)\cdot Q_1(s)R(s)$ 和 $(1-Q_2(s)P_\alpha(s))d(s)$ 两部分构成,分别对应着系统的参考输入项以及干扰项,因此系统对参考输入项的响应特性取决于 $Q_1(s)$,系统对干扰项的抑制性能取决于 $Q_2(s)$。为了提高控制器响应速度及抗扰性能,$Q_1(s)$、$Q_2(s)$ 中分别引入低通滤波器 $F_1(s)$、$F_2(s)$,使 $Q_1(s)$、$Q_2(s)$ 满足:

$$\begin{cases}Q_1(s)=\dfrac{F_1(s)}{P_\alpha(s)}\\ Q_2(s)=\dfrac{F_2(s)}{P_\alpha(s)}\end{cases} \tag{16}$$

式中:

$$\begin{cases}F_1(s)=\dfrac{1}{(\lambda_1 s+1)^2}\\ F_2(s)=\dfrac{1}{(\lambda_2 s+1)^2}\end{cases} \tag{17}$$

其中:滤波器参数 λ_1、λ_2 均为正数。因此,可将图 4等效简化为图 5 形式。

进而确定等效二自由度内模控制器的 $C_f(s)$、$C_d(s)$ 表达式为

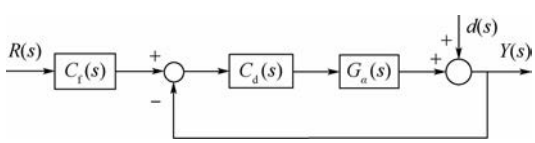


图 5　简化的二自由度内模控制器结构

Fig. 5　Simplified structure of 2-DOF IMC

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

$$\begin{cases} C_{\mathrm{f}}(s)=\dfrac{Q_1(s)}{Q_2(s)}=\dfrac{F_1(s)}{F_2(s)} \\ C_{\mathrm{d}}(s)=\dfrac{Q_2(s)}{1-P_\alpha(s)Q_2(s)}=\dfrac{F_2(s)}{P_\alpha(s)(1-F_2(s))} \end{cases} \tag{18}$$

以转子绕 x 轴径向偏转的 α 通道为例，根据式(13)，经前馈解耦，该通道的被控对象传递函数为

$$G_\alpha(s)=\frac{4nl_{\mathrm{m}}BL}{J_{\mathrm{r}}s^2}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{19}$$

$G_\alpha(s)$ 中包含不确定项 τ，因此其内部模型 $P_\alpha(s)$ 的伪线性函数表达式为

$$P_\alpha(s)=\frac{4nl_{\mathrm{m}}BL}{J_{\mathrm{r}}s^2} \tag{20}$$

将式(17)、式(20)代入式(18)，可确定径向偏转 α 通道二自由度内模控制器的 $C_{\mathrm{f}}(s)$、$C_{\mathrm{d}}(s)$ 表达式为

$$\begin{cases} C_{\mathrm{f}}(s)=\dfrac{Q_1(s)}{Q_2(s)}=\dfrac{(\lambda_2 s+1)^2}{(\lambda_1 s+1)^2} \\ C_{\mathrm{d}}(s)=\dfrac{Q_2(s)}{1-P_\alpha(s)Q_2(s)}=\dfrac{J_{\mathrm{r}}s^2}{4nBLl_{\mathrm{m}}\lambda_2 s(\lambda_2 s+2)} \end{cases} \tag{21}$$

采用同样的方法可以设计出径向偏转 β 通道的二自由度内模控制器。

2.3 控制器性能分析

定义灵敏度函数为系统误差 $E(s)$ 与给定输入值 $R(s)$ 间传递函数：

$$S(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{R(s)-Y(s)}{R(s)}=1-\frac{C_{\mathrm{f}}(s)C_{\mathrm{d}}(s)G_\alpha(s)}{1+C_{\mathrm{d}}(s)G_\alpha(s)} \tag{22}$$

定义补灵敏度函数为系统输出 $Y(s)$ 与给定输入 $R(s)$ 间传递函数：

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{C_{\mathrm{f}}(s)C_{\mathrm{d}}(s)G_\alpha(s)}{1+C_{\mathrm{d}}(s)G_\alpha(s)} \tag{23}$$

灵敏度函数 $S(s)$ 是闭环系统对动态性能的度量函数，其增益值越小，系统的跟随性越好；补灵敏度函数 $T(s)$ 是闭环系统鲁棒性的度量函数，其增益值越小，系统对扰动的抑制能力越强[24]。

将二自由度内模控制器和 PID 控制器的灵敏度函数和补灵敏度函数 Bode 图进行对比，主要参数如表 1 所示，其中，和 PID 控制器相关参数依照文献[25]设定。除前文介绍过参数外，表 1 中，K_{p}、K_{i}、K_{d} 分别为 PID 控制器的比例、积分、微分系数，ω_{L}、ω_{H} 分别为交叉环节低通、高通滤波器截止频率，k_{L}、k_{H} 分别为交叉环节低通、高通系数，k_{r} 为总交叉系数。基于表 1 中控制器参数，二自由度内模控制器与 PID 控制器的灵敏度函数及补灵敏度函数 Bode 图如图 6 所示。

由图 6(a)可知，二自由度内模控制器在 0.01 ~ 1 Hz 频段范围内灵敏度函数幅值约为 −16 dB，在 1 ~ 1 000 Hz 范围内，灵敏度函数幅值随频率升高而减小，且远小于 0 dB；PID 控制器在0.01 ~ 0.8 Hz范围内，灵敏度函数幅值随频率

表 1 转子偏转系统参数

Table 1 Parameters of rotor tilting system

参数	数值	参数	数值
J_z/(kg·m²)	0.0166	J_{r}/(kg·m²)	0.0097
Ω/Hz	100	λ_1	0.08
λ_2	0.003	τ/s	0.002
K_{p}	15	K_{i}	0.001
K_{d}	3	B/T	0.4
n	200	l_{m}/m	0.059
L/m	0.1158	ω_{L}/Hz	80
k_{L}	0.5	ω_{H}/Hz	400
k_{H}	0.2	k_{r}	0.05
l_{r}/m	0.078		

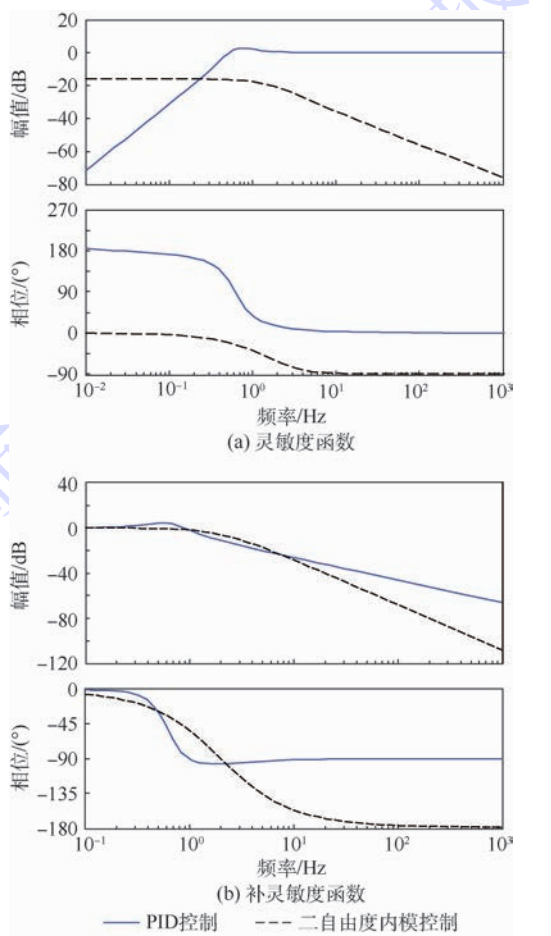


图 6 灵敏度函数与补灵敏度函数 Bode 图

Fig. 6 Bode diagrams of sensitivity function and penalty sensitivity function

北航学报 赠阅

升高而增加,峰值约为 3 dB,随后衰减,在 2 Hz 左右稳定在 0 dB;对比 2 种控制器灵敏度函数 Bode 图可知,二自由度内模控制系统在 0.3 Hz 以上的频段范围内灵敏度增益小于 PID 控制器,说明设计的二自由度内模控制器与 PID 控制器相比具有更好的跟踪能力。

由图 6(b)可知,二自由度内模控制器在 0.1 ~ 1 Hz 频段范围内补灵敏度函数增益幅值保持在 0 dB,从 1 Hz 起幅值随频率升高呈衰减趋势;PID 控制器在 0.1 ~ 0.8 Hz 频段范围内补灵敏度函数增益幅值保持在 0 dB,在 0 ~ 2.5 Hz 频段范围增益幅值随频率升高呈小幅度增加趋势,在 2.5 Hz 达到峰值 4.5 dB,在大于 2.5 Hz 频段范围内增益幅值呈衰减趋势。

对比 2 种控制器补灵敏度函数 Bode 图可知,二者在 0 ~ 7 Hz 频段范围内补灵敏度函数增益幅值大致相等,在 7 Hz 以上的频段范围内二自由度内模控制系统补灵敏度函数增益小于 PID 控制系统,且随频率增加,二自由度内模控制器增益幅值衰减速度大于 PID 控制器,由此可以判断,二自由度内模控制器抗扰性强于 PID 控制器。

3　仿真分析

为验证本文算法的有效性和优越性,将所提出的前馈解耦内模控制算法和交叉 PID 算法在 MATLAB 环境下进行对比仿真,主要参数如表 1 所示。

3.1　解耦仿真分析

图 7 为 $t = 0.5$ s 时,令转子绕 x 轴偏转阶跃 1°;$t = 2.5$ s 时,令转子绕 y 轴偏转阶跃 −1°,分别采用交叉 PID 控制和前馈解耦内模控制的条件下,转子径向两偏转通道间耦合关系仿真曲线。

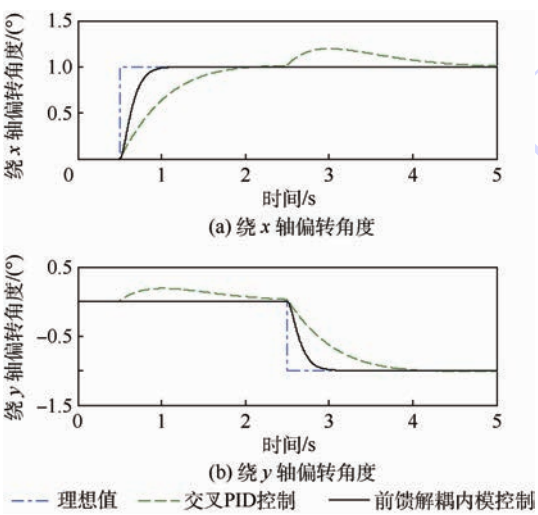


图 7　解耦效果仿真对比

Fig. 7　Comparison of decoupling simulation results

由图 7 可知,采用交叉 PID 控制算法条件下,0.5 s 时刻转子绕 x 轴偏转 1°引起转子产生绕 y 轴偏转约 0.2°抖动,2.5 s 时刻转子绕 y 轴偏转 −1°导致转子同时产生绕 x 轴偏转约 0.2°抖动;采用前馈解耦内模控制算法时,0.5 s 时刻 x 轴偏转对 y 轴转动状态无影响,2.5 s 时刻转子绕 y 轴偏转对 x 轴转动状态也无影响;对比可知,与交叉 PID 控制算法相比,前馈解耦内模控制算法可实现转子径向两偏转自由度完全解耦。

3.2　响应速度仿真分析

转子绕 x 轴偏转的指令信号如图 8 中实线所示,1 s 时,令转子正向偏转阶跃 0.5°,3 s 时令转子偏转角恢复为 0°;5 s 时令转子反方向偏转 0.5°,7 s 时刻再令转子偏转角恢复为 0°。分别采用交叉 PID 控制和前馈解耦内模控制算法条件下,转子偏转响应曲线如图 8 所示。根据图 8 可知,采用交叉 PID 控制算法在对指令阶跃信号进行跟踪过程中,超调量约为 24%,响应时间约为 0.7 s;采用前馈解耦内模控制算法的控制系统无超调,响应时间约为 0.3 s,较交叉 PID 控制算法减少 57.1%。仿真结果表明,与交叉 PID 控制算法相比,前馈解耦内模控制算法具有更快的响应速度。

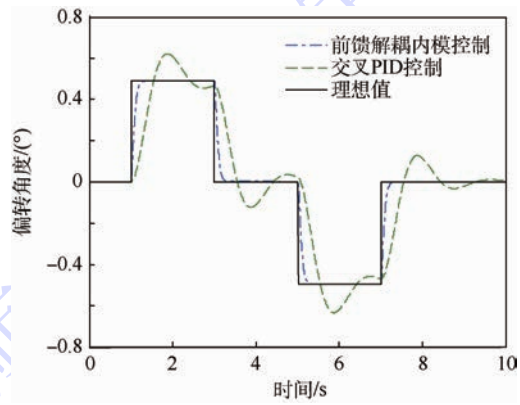


图 8　偏转响应曲线对比

Fig. 8　Comparison of tilting response curves

3.3　抗扰性仿真分析

1 s 时刻对处于平衡位置的转子施加绕 x 轴偏转的 $0.1\sin(2\pi t)$°正弦干扰信号时,分别采用交叉 PID 算法和前馈解耦内模控制算法情况下,干扰信号对转子系统偏转角度的影响如图 9(a)所示。为使交叉 PID 控制器性能达到最优,其控制器参数参照文献[25]设定,如表 1 所示。由图 9(a)可知,采用交叉 PID 算法的转子系统受 $0.1\sin(2\pi t)$°的正弦信号干扰后产生幅值约为 0.02°的往复偏转;采用前馈解耦内模控制算法

北航学报 赠阅

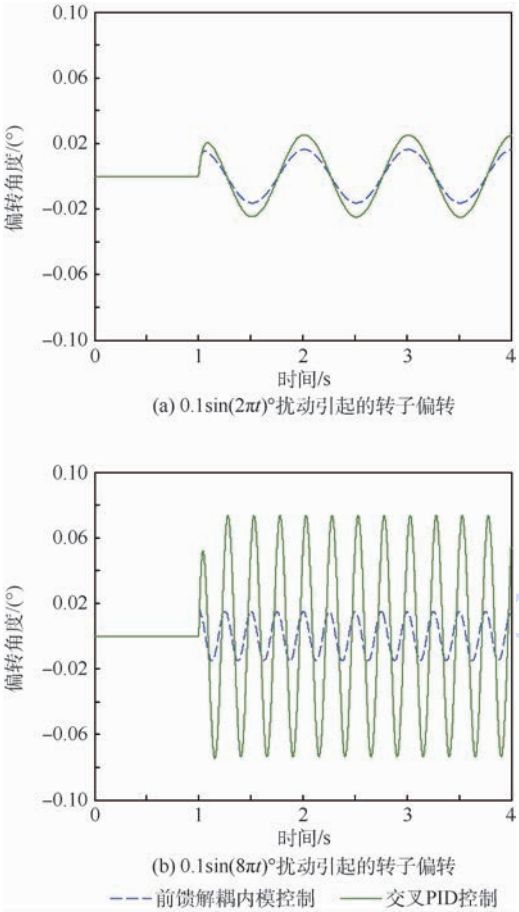


图 9 抗扰性能对比

Fig. 9 Comparison of disturbance rejection performance

的控制系统受 $0.1\sin(2\pi t)°$ 正弦信号干扰后产生幅值约为 0.018°的往复偏转。

以上 2 种控制器参数不变的条件下，干扰信号由 $0.1\sin(2\pi t)°$ 变为 $0.1\sin(8\pi t)°$ 时，转子系统因干扰产生的偏转角度如图 9(b)所示。由图 9(b)可知，干扰信号频率变为 4 Hz 时，采用交叉 PID 算法的转子系统产生幅值约为 0.075°的往复偏转；而采用前馈解耦内模控制算法的转子系统产生幅值约为 0.018°的往复偏转，偏转幅度较 PID 算法减少 76%。

对比图 9(a)、(b)可知，当干扰信号频率发生变化时，采用交叉 PID 算法的转子系统偏转幅度随频率增加而变大，这主要是因为交叉 PID 控制器中的微分项对正弦扰动信号进行处理时，扰动信号频率越大，引入的量化噪声越大，如果改变微分系数弱化微分项的作用，系统的跟随性又将受到影响；而采用前馈解耦内模控制算法的转子系统不包含纯微分环节，且具备独立调节跟踪性和抗扰性的特点，具有较强的鲁棒性，因此偏转幅度几乎不随干扰信号频率变化。因此，前馈解耦内模控制器抗扰性优于交叉 PID 控制器。

结合图 8、图 9 仿真结果可知，由于前馈解耦内模控制器可以同时实现跟踪性和抗扰性的独立调整，而交叉 PID 控制算法机动性差，难以使系统兼顾快速性和准确性，因此前馈解耦内模控制算法的响应速度和抗扰性优于交叉 PID 控制算法。

4 结 论

1）转子分别沿 x、y 轴偏转过程中，相比于采用交叉 PID 算法会导致转子沿 y、x 轴方向产生约 20%的耦合性偏转跳动，基于前馈解耦的二自由度内模控制算法可以消除转子径向两偏转自由度间的耦合。

2）基于前馈解耦的二自由度内模控制算法可兼顾系统的跟随性和抗扰性，偏转响应时间较交叉 PID 算法降低了 57.1%，受 $0.1\sin(2\pi t)°$ 正弦信号扰动产生的偏转波动幅值较交叉 PID 算法减少 10%，受 $0.1\sin(2\pi t)°$ 正弦信号扰动产生的偏转波动幅值较交叉 PID 算法减少 76%。

参考文献（References）

[1] YU Y, FANG J, YANG Z. Torque distribution of the integrated magnetically suspended inertia actuator for attitude maneuvers [J]. Acta Astronautica, 2015, 119: 71-78.

[2] ABBAS H S, ALI A, HASHEMI S M, et al. LPV state-feedback control of a control moment gyroscope [J]. Control Engineering Practice, 2014, 24: 129-137

[3] TANG J Q, XIANG B, ZHANG Y B. Dynamic characteristics of the rotor in a magnetically suspended control moment gyroscope with active magnetic bearing and passive magnetic bearing [J]. ISA Transactions, 2014, 53(4): 1357-1365.

[4] 崔培玲，盖玉欢，房建成，等. 主被动磁悬浮转子的不平衡振动自适应控制[J]. 光学精密工程，2015，23(1)：122-131.
CUI P L, GAI Y H, FANG J C, et al. Adaptive control for unbalance vibration of active-passive hybrid magnetically suspended rotor [J]. Optics & Precision Engineering, 2015, 23(1): 122-131 (in Chinese).

[5] CUI P L, LI S, ZHAO G Z, et al. Suppression of harmonic current in active-passive magnetically suspended CMG using improved repetitive controller [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(4): 2132-2141.

[6] 任元，王卫杰，刘强，等. 一种磁悬浮控制敏感陀螺：ZL201510006597.5[P]. 2017-04-28.
REN Y, WANG W J, LIU Q, et al. A kind of magnetically suspended control and sensing gyroscopic: ZL201510006597.5 [P]. 2017-04-28 (in Chinese).

[7] GERLACH B, EHINGER M, KNUT RAUE H, et al. Gimballing magnetic bearing reaction wheel with digital controller [C]// Proceedings of the 11th European Space Mechanisms and Tribology Symposium. Loutraki: European Space Agency, 2005: 35-40.

[8] WANG C E,TANG J Q. Design and mathematical analysis of a novel reluctance force-type hybrid magnetic bearing for flywheel with gimballing capability[J]. Mathematical Problems in Engineering,2013,2013(8):147-160.

[9] XIANG B,TANG J Q. Suspension and titling of vernier-gimballing magnetically suspended flywheel with conical magnetic bearing and Lorentz magnetic bearing[J]. Mechatronics,2015,28:46-54.

[10] TANG J Q,XIANG B,WANG C E. Rotor's suspension for vernier-gimballing magnetically suspended flywheel with conical magnetic bearing[J]. ISA Transactions,2015,58:509-519.

[11] CHEN J,LIU K,CHEN X. Modeling and low power control of active magnetic bearings system[C]// International Conference on Modelling,Identification and Control. Piscataway,NJ:IEEE Press,2011:319-324.

[12] BENOMAIR A M,BASHIR F A,TOKHI M O. Optimal control based LQR-feedback linearisation for magnetic levitation using improved spiral dynamic algorithm[C]// International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Piscataway,NJ:IEEE Press,2015:558-562.

[13] ZHANG Y C,SUN G J,ZHANG Y J. Experimental verification for zero power control of 0.5kWh class flywheel system using magnetic bearing with gyroscopic effect[C]// Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Piscataway,NJ:IEEE Press,2002:2059-2062.

[14] 孙玉坤,朱志莹. 三自由度混合磁轴承最小二乘向量机逆模辨识与解耦控制[J]. 中国电机工程学报,2010,30(15):112-117.
SUN Y K,ZHU Z Y. Inverse-model identification and decoupling control based on least squres support vector machine for 3-DOF hybrid magnetic bearing[J]. Proceedings of the CSEE,2010,30(15):112-117(in Chinese).

[15] REN Y,FANG J. High-precision and strong-robustness control for an MSCMG based on modal separation and rotation motion decoupling strategy[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2014,61(3):1539-1551.

[16] 谢进进,刘刚,文通,等. 双框架磁悬浮控制力矩陀螺磁轴承负载力矩复合补偿的控制[J]. 光学精密工程,2015,23(8):2211-2219.
XIE J J,LIU G,WEN T,et al. Composite compensation for load torque of active magnetic bearing in DGMSCMG[J]. Optics and Precision Engineering,2015,23(8):2211-2219(in Chinese).

[17] KANG M S,LYOU J,LEE J K. Sliding mode control for an active magnetic bearing system subject to base motion[J]. Mechatronics,2010,20(1):171-178.

[18] PENG C,FANG J,XU X. Mismatched disturbance rejection control for voltage-controlled active magnetic bearing via state-space disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Power Electronics,2015,30(5):2753-2762.

[19] ZHENG S,HAN B,GUO L. Composite hierarchical antidisturbance control for magnetic bearing system subject to multiple external disturbances[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2014,61(12):7004-7012.

[20] 吴鹏松,吴朝野,周东华. 信号解耦控制系统分析[J]. 控制工程,2013,20(3):471-474.
WU P S,WU C Y,ZHOU D H. Analysis of signal decoupling control system[J]. Control Engineering of China,2013,20(3):471-474(in Chinese).

[21] OKAJIMA H,MATSUNAGA N,KAWAJI S. Design of dynamic quantizers for 2-DOF IMC and its application to the temperature control of a heat plate[J]. SICE Journal of Control Measurement & System Integration,2011,4(1):77-82.

[22] OKAJIMA H,UMEMOTO T,MATSUNAGA N,et al. Analysis of dynamic quantizer in 2-DOF internal model control system with dead-time[C]// ICCAS-SICE,2009. Piscataway,NJ:IEEE Press,2009:4380-4383.

[23] 辛朝军,蔡远文,任元,等. 磁悬浮敏感陀螺动力学建模与关键误差源分析[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(10):2048-2058.
XIN C J,CAI Y W,REN Y,et al. Dynamic modeling and key error sources analysis of magnetically suspended sensitive gyroscopes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2016,42(10):2048-2058(in Chinese).

[24] 房建成,孙津济,樊亚洪. 磁悬浮惯性动量轮技术[M]. 北京:国防工业出版社,2012:279-280.
FANG J C,SUN J J,FAN Y H. Magnetically suspended inertial momentum wheel technology[M]. Beijing:National Defense Industry Press,2012:279-280(in Chinese).

[25] 房建成,任元. 磁悬浮控制力矩陀螺技术[M]. 北京:国防工业出版社,2014:107-120.
FANG J C,REN Y. Magnetically suspended control momentum gyroscope technology[M]. Beijing:National Defense Industry Press,2014:107-120(in Chinese).

作者简介:

夏长峰　男,博士研究生。主要研究方向:磁悬浮控制敏感陀螺的测量与控制。

蔡远文　男,博士,教授。主要研究方向:航天器测试与发射。

任元　男,博士,副教授。主要研究方向:导航、制导与控制。

北航学报 赠阅

Feedforward decoupling and internal model control for rotor of magnetically suspended control and sensing gyroscope

XIA Changfeng[1], CAI Yuanwen[2], REN Yuan[2,*], WU Dengyun[3], WANG Yingguang[3]

(1. Company of Postgraduate Management, Equipment Academy, Beijing 101416, China;
2. Department of Space Equipment, Equipment Academy, Beijing 101416, China;
3. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

Abstract: Magnetically suspended control and sensing gyroscope takes Lorentz force magnetic bearing (LFMB) as torquer to drive the rotor to tilt. As there is coupling between the two radial rotation degrees of freedom and it requires that rotor tilts with high precision and fast response, feedforward decoupling and internal model controller is proposed. Dynamic model for rotor tilting is established based on basic structure of LFMB. Feedforward decoupling matrix is designed to perform tilting decoupling in radial direction, and then on this basis, two-degree-of-freedom internal model controller (2-DOF IMC) is adopted to perform rotor tilting control with high precision and fast response. Simulation results by MATLAB indicate that the proposed method can realize full decoupling for rotor tilting, response time is reduced by 57.1% than that of cross PID controller, and tilting fluctuation amplitude produced by $0.1\sin(2\pi t)°$ disturbance signal is reduced by 76% than that of cross PID controller.

Keywords: magnetically suspended control and sensing gyroscope; Lorentz force magnetic bearing (LFMB); radial tilting; feedforward decoupling; two-degree-of-freedom internal model control

北京航空航天大学学报

Received: 2017-03-30; **Accepted**: 2017-06-09; **Published online**: 2017-06-30 10:00
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.1000.011.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51475472, 61403396, 51605489)
* **Corresponding author**. E-mail: renyuan_823@aliyun.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0192

基于改进积分视线导引策略的欠驱动无人水面艇路径跟踪

全下文载

陈霄，刘忠*，张建强，董蛟，周德超
（海军工程大学 电子工程学院，武汉 430000）

摘 要：路径跟踪控制是无人水面艇（USV）自主完成各项任务使命的关键技术之一，受到国内外运动控制领域的普遍关注。为提高风浪流等外界环境干扰下，无人水面艇（USV）路径跟踪控制的准确性和鲁棒性，研究海流等外界扰动环境下一类非对称欠驱动无人水面艇的路径跟踪问题，提出了2种改进积分视线（ILOS）导引策略，并基于改进导引策略和反馈控制思想实现了无人水面艇水平面的路径跟踪。与传统ILOS导引策略相比，第1种改进策略具有变积分增益能够避免积分饱和及超调现象；第2种改进策略在前者的基础上将前视距离设计为时变量，使得无人水面艇操纵更加灵活，其中积分增益和前视距离均为垂直距离误差的不同函数，引导无人水面艇灵活快速地跟踪期望路径。基于级联系统理论证明了当所有控制目标实现时，控制系统为全局 k-指数稳定（GKES）的，理论分析和仿真实验证明了算法的有效性和先进性。

关 键 词：欠驱动控制；无人水面艇（USV）；积分视线（ILOS）导引；路径跟踪；级联系统；稳定性证明
中图分类号：TP242；TP273
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0489-11

无人水面艇（Unmanned Surface Vehicle，USV）作为一种小型水面智能任务平台，具有体积小、成本低、高速智能、雷达反射面积小、无人员伤亡等优势，在军用和民用领域具有广泛的应用前景[1]。同时，USV还是整合低空无人机和水下机器人跨网络的关键节点，备受世界各国科研人员的关注[2]。路径跟踪是USV完成各项使命任务的关键技术之一，定义为USV在控制系统的驱动下，不考虑时间约束，从任意初始位置出发，驶入预先设定的期望航线，并沿此航线最终到达指定位置[3]。不具有侧向推进器或侧向推进器在高速航行时失效的USV是一类典型的欠驱动系统，由于控制输入个数少于其所需控制的自由度个数，故该类系统存在不可积的加速度约束[3]。目前国内外对于欠驱动USV路径跟踪控制已有较多的研究成果。

Caharija等设计了基于坐标变换的全局 k-指数直线路径跟踪控制器和海流观测器，但并未考虑更为一般的曲线路径跟踪控制问题[4]。田勇等基于视线导引策略和抗饱和PID控制算法设计了直线航迹跟踪控制器，并进行湖上试验验证，但并未考虑外界扰动的影响[5]。Fossen和Lekkas考虑海流等外界干扰对USV运动学模型的扰动，进行了路径跟踪控制研究，但并未考虑USV模型的非对称特性[6]。Børhaug等提出了用于补偿外界环境干扰的积分视线（Integral Line-of-Sight，IL-

收稿日期：2017-03-31；**录用日期**：2017-06-30；**网络出版时间**：2017-09-11 10:33
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170911.1033.003.html
*通信作者. E-mail：liuzh531@163.com

引用格式：陈霄，刘忠，张建强，等. 基于改进积分视线导引策略的欠驱动无人水面艇路径跟踪[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：489-499. CHEN X，LIU Z，ZHANG J Q，et al. Path following of underactuated USV based on modified integral line-of-sight guidance strategies [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：489-499 (in Chinese).

北航学报 赠阅

OS)导引策略,并给出系统的稳定性证明[7]。文献[8]设计了基于相对速度模型的路径跟踪 ILOS 导引策略,并证明了控制系统是全局 k-指数稳定(Global k-Exponential Stable,GKES)的,但只实现直线路径跟踪。

本文在研究国内外现有成果的基础上,提出了 2 种改进 ILOS 导引策略,之后综合考虑 USV 的欠驱动性和不对称性以及外界扰动的影响,基于改进 ILOS 导引策略和反馈控制思想实现了 USV 水平面内的直线和曲线路径跟踪控制,并利用级联系统理论证明了当所有控制目标实现时,控制系统为全局 k-指数稳定的。仿真对比实验表明了算法的有效性和先进性。

1 USV 运动数学模型及问题描述

1.1 USV 运动建模

欠驱动 USV 的水平面三自由运动学和动力学模型[3]如下:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{J}(\psi)\boldsymbol{v}\\ \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{f}\end{cases} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^{\mathrm{T}}$ 为大地坐标系 $\boldsymbol{i}$ 下 USV 在水平面的位置(x, y)和航向角 ψ;$\boldsymbol{J}(\psi)$为旋转矩阵;$\boldsymbol{v} = [u, v, r]^{\mathrm{T}}$ 为 USV 的纵向、横向线速度$(u、v)$及航向角速度(r);$\boldsymbol{f} = [T_u, T_r]^{\mathrm{T}}$ 为控制输入矩阵,T_u 和 T_r 分别为前进推力和转艏力矩;$\boldsymbol{B}$ 为控制输入配置矩阵;$\boldsymbol{M}$ 为惯性参数矩阵;$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}(\boldsymbol{v}) + \boldsymbol{C}_{\mathrm{A}}(\boldsymbol{v})$,$\boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}(\boldsymbol{v})$和 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{A}}(\boldsymbol{v})$分别为刚体自身和附加的科氏力和向心力矩阵;$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{v})$为阻尼参数矩阵。各矩阵定义如下:

$$\boldsymbol{J}(\psi) = \begin{bmatrix}\cos\psi & -\sin\psi & 0\\ \sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix}m_{11} & 0 & 0\\ 0 & m_{22} & m_{23}\\ 0 & m_{32} & m_{33}\end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix}b_{11} & 0\\ 0 & b_{22}\\ 0 & b_{32}\end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{v}) = \begin{bmatrix}0 & 0 & -m_{22}v - m_{23}r\\ 0 & 0 & m_{11}u\\ m_{22}v + m_{23}r & -m_{11}u & 0\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{v}) = \begin{bmatrix}d_{11} & 0 & 0\\ 0 & d_{22} & d_{23}\\ 0 & d_{32} & d_{33}\end{bmatrix} \tag{6}$$

上述 USV 模型中没有考虑作用在艇体上的外界干扰,因此以上模型中的速度均为绝对运动速度。考虑存在海流等外界干扰的情况,若满足以下 2 个条件:

条件 1 在大地坐标系 $\boldsymbol{i}$ 中,海流速度 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{c}} = [V_x, V_y, 0]^{\mathrm{T}}$ 为常值无旋,合速度 $U_{\mathrm{c}} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$,存在常值 $V_{\max} > 0$,使 $V_{\max} \geqslant U_{\mathrm{c}}$,且 $\dot{U}_{\mathrm{c}} = 0$,其中 $V_{\mathrm{c}} = \|\boldsymbol{V}_{\mathrm{c}}\|$。

条件 2 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}(\boldsymbol{v})$与速度 u、v 无关,即 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}})$,其中 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}$ 为相对运动速度。

此时可通过在 USV 运动数学模型中加入海流速度 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{c}} = [V_x, V_y, 0]^{\mathrm{T}}$ 的方式,直接用相对运动速度 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = [u_{\mathrm{r}}, v_{\mathrm{r}}, r]^{\mathrm{T}}$ 替代式(1)中的绝对运动速度$\boldsymbol{v} = [u, v, r]^{\mathrm{T}}$,模型如下:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{J}(\psi)\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{V}_{\mathrm{c}}\\ \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}})\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{f}\end{cases} \tag{7}$$

模型式(7)不仅可避免同时使用绝对前进速度 u 和相对前进速度 u_{r} 给控制器设计带来的复杂公式推导,而且由于 T_u 作用于船体产生的速度为 u_{r},而不是 u,因此可通过控制总能量消耗直接控制 USV 的相对前进速度 u_{r}。

1.2 USV 模型坐标变换

为便于 2.3 节欠驱动 USV 航向、航速控制律的设计,本文将船体坐标系的原点变换到船体枢心位置处,去除偏航力矩对横向运动的直接影响[9]。

定义:

$$\begin{cases}\bar{x} = x + \varepsilon\cos\psi\\ \bar{y} = y + \varepsilon\sin\psi\\ \bar{\psi} = \psi\\ \bar{u}_{\mathrm{r}} = u_{\mathrm{r}}\\ \bar{v}_{\mathrm{r}} = v_{\mathrm{r}} + \varepsilon r\\ \bar{r} = r\end{cases} \tag{8}$$

式中:$\varepsilon = -(m_{33}b_{22} - m_{23}b_{32})/(m_{22}b_{32} - m_{23}b_{22})$。坐标变换后,式(7)可写为

$$\dot{\bar{x}} = \bar{u}_{\mathrm{r}}\cos\bar{\psi} - \bar{v}_{\mathrm{r}}\sin\bar{\psi} + V_x \tag{9}$$

$$\dot{\bar{y}} = \bar{u}_{\mathrm{r}}\sin\bar{\psi} + \bar{v}_{\mathrm{r}}\cos\bar{\psi} + V_y \tag{10}$$

$$\dot{\bar{\psi}} = \bar{r} \tag{11}$$

$$\dot{\bar{u}}_{\mathrm{r}} = F_{u_{\mathrm{r}}}(\bar{u}_{\mathrm{r}}, \bar{v}_{\mathrm{r}}, \bar{r}) + T_u(b_{11}/m_{11}) \tag{12}$$

$$\dot{\bar{v}}_{\mathrm{r}} = X(\bar{u}_{\mathrm{r}})\bar{r} + Y(\bar{u}_{\mathrm{r}})\bar{v} \tag{13}$$

$$\dot{\bar{r}} = F_r(\bar{u}_{\mathrm{r}}, \bar{v}_{\mathrm{r}}, \bar{r}) + T_r(b_{32}m_{22} - b_{32}m_{23})/(m_{22}m_{33} - m_{23}^2) \tag{14}$$

其中:

北航学报 赠阅

$$F_{u_r}(\bar{u}_r,\bar{v}_r,\bar{r}) = \frac{m_{22}(\bar{v}_r - \varepsilon\bar{r})\bar{r} + m_{23}\bar{r}^2}{m_{11}} - \frac{d_{11}\bar{u}_r}{m_{11}} \tag{15}$$

$$X(\bar{u}_r) = \frac{(m_{23}^2 - m_{11}m_{33})\bar{u}_r + (m_{23}d_{33} - m_{33}d_{23})}{m_{22}m_{33} - m_{23}^2} + \varepsilon\frac{(m_{11}m_{23} - m_{22}m_{23})\bar{u}_r + (m_{23}d_{23} - m_{22}d_{33})}{m_{22}m_{33} - m_{23}^2} \tag{16}$$

$$Y(\bar{u}_r) = \frac{(m_{22}m_{23} - m_{11}m_{23})\bar{u}_r + (m_{23}d_{32} - m_{33}d_{22})}{m_{22}m_{33} - m_{23}^2} \tag{17}$$

$$F_r(\bar{u}_r,\bar{v}_r,\bar{r}) = \frac{(m_{11}m_{23} - m_{22}m_{23})\bar{u}_r\bar{r} + (m_{23}d_{23} - m_{22}d_{33})\bar{r}}{m_{22}m_{33} - m_{23}^2} + \frac{(m_{11}m_{22} - m_{22}^2)\bar{u}_r + (m_{23}d_{22} - m_{22}d_{32})}{m_{22}m_{33} - m_{23}^2}(\bar{v}_r - \varepsilon\bar{r}) \tag{18}$$

由式(13)可以看出，经过坐标变换，$\dot{\bar{v}}_r$ 表达式中没有直接驱动力，因此本文中的 USV 具有欠驱动性。

1.3　问题描述

考虑计划航线为由一系列航路点 $(x_p(\theta), y_p(\theta))$ 相连组成期望路径 $\boldsymbol{P}(\theta)$，其中 θ 为大于 0 的路径参数变量，且对于非闭合曲线路径 θ 满足 $\dot{\theta} = \frac{U}{(x_p'^2(\theta) + y_p'^2(\theta))^{1/2}}$，$y_p'(\theta) = \mathrm{d}y_p(\theta)/\mathrm{d}\theta$，$x_p'(\theta) = \mathrm{d}x_p(\theta)/\mathrm{d}\theta$，$U = \sqrt{(\dot{\bar{x}})^2 + (\dot{\bar{y}})^2} > 0$ 为 USV 在大地坐标系 $\boldsymbol{i}$ 中的绝对运动合速度；$\gamma_p(\theta)$ 为参数路径上任一点 $(x_p(\theta), y_p(\theta))$ 处的切线方向与固定坐标系 $\boldsymbol{i}$ 纵轴 y_i 之间的夹角，顺时针为正，表达式如下：

$$\gamma_p(\theta) = \arctan\left(\frac{y_p'(\theta)}{x_p'(\theta)}\right) \qquad \gamma_p(\theta) \in (-\pi, \pi) \tag{19}$$

为便于 USV 路径跟踪误差的描述，基于 Serret-Frenet 坐标系来描述路径跟踪误差，如图 1 所示。该坐标系以期望路径 $\boldsymbol{P}(\theta)$ 上的自由点为原点，横轴 $\boldsymbol{X}_P$ 沿 $\boldsymbol{P}(\theta)$ 的切线方向，纵轴 $\boldsymbol{Y}_P$ 沿 $\boldsymbol{P}(\theta)$ 的法线方向并指向右侧；$x_e(t)$ 为 USV 的纵向位置误差；$\boldsymbol{P}_{los}(t)$ 为视线导引矢量，t 为时间；$\bar{v}$ 为坐标变换后 USV 的横向速度；$\Delta = nL$ 为 USV 的前视距离，$n = 2 \sim 5$，L 为船长。

在大地坐标系 $\boldsymbol{i}$ 中，USV 当前位置为 $\boldsymbol{P}(t) = [\bar{x}, \bar{y}]^{\mathrm{T}}$，由图 1 得横向位置误差

$$y_e(t) = -(\bar{x} - x_p(\theta))\sin\gamma_p(\theta) + (\bar{y} - y_p(\theta))\cos\gamma_p(\theta) \tag{20}$$

对 $y_e(t)$ 微分得

$$\dot{y}_e(t) = -(\dot{\bar{x}} - \dot{x}_p(\theta))\sin\gamma_p(\theta) - \dot{\gamma}_p(\theta)(\bar{x} - x_p(\theta))\cos\gamma_p(\theta) + (\dot{\bar{y}} - \dot{y}_p(\theta))\cos\gamma_p(\theta) - \dot{\gamma}_p(\theta)(\bar{y} - y_p(\theta))\sin\gamma_p(\theta) \tag{21}$$

由式(19)可得

$$\dot{x}_p(\theta)\sin\gamma_p(\theta) - \dot{y}_p(\theta)\cos\gamma_p(\theta) = 0 \tag{22}$$

由图 1 所示的几何关系可知：

$$\dot{\gamma}_p(\theta)[(\bar{x} - x_p(\theta))\cos\gamma_p(\theta) + (\bar{y} - y_p(\theta))\sin\gamma_p(\theta)] = 0 \tag{23}$$

将式(7)、式(22)及式(23)代入式(21)中得

$$\dot{y}_e(t) = U\sin(\bar{\psi} + \beta - \gamma_p(\theta)) \tag{24}$$

式中：$\beta = \arctan(u, v)$ 为 USV 转向时造成的横向速度与外界干扰环境海流等共同作用产生的漂角，这将导致 USV 的航迹角 $\bar{\chi}$ 与航向角 $\bar{\psi}$ 不相等，且 $\bar{\chi} = \bar{\psi} + \beta$。在船舶路径跟踪应用中，$\bar{\chi}$ 一般可通过导航系统测量得到，那么可将漂角对路径跟踪的影响直接映射到航迹角中，设计相应的航迹控制器去进行路径跟踪。考虑到实际 USV 路径跟踪应用中，未安装导航系统或导航系统失灵情况下，仍可根据 USV 上安装的电子罗盘量测到的航向以完成路径跟踪任务，此时应考虑设计航向控制器，故控制器设计过程中对漂角的处理方式就显得尤为重要。一般 USV 航行时都满足条件 3。

条件 3　漂角 β 很小(一般小于 5°)且为常值。即存在 $\beta_{max} > 0$，使得 $|\beta| \leqslant \beta_{max}$，且 $\dot{\beta} = 0$。

那么，式(24)可改写为

$$\dot{y}_e(t) = U\sin(\bar{\psi} - \gamma_p(\theta)) + U\cos(\bar{\psi} - \gamma_p(\theta))\beta \tag{25}$$

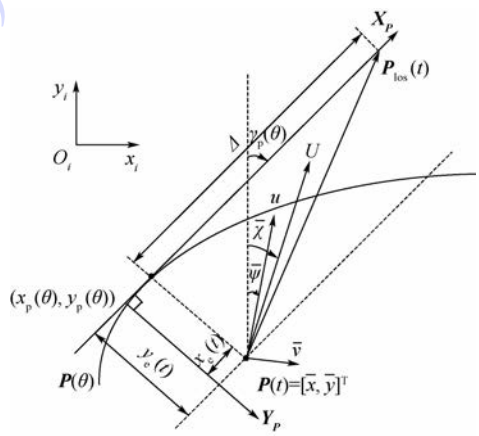


图 1　基于前视距离的 ILOS 导引策略原理图

Fig. 1　Schematic diagram of ILOS guidance strategy based on lookahead distance

北航学报 赠阅

2 路径跟踪

本文设计的路径跟踪控制系统采用 ILOS 导引子系统与航向控制子系统级联的方式。导引子系统根据 USV 的位置、姿态信息和计划航线的信息,求解出期望的 USV 航向,而航向控制子系统则根据导引子系统给定的期望信号和当前 USV 的运动信息计算出期望的舵机操纵信号,以此使得 USV 路径跟踪的位置和航向都收敛到平衡位置,同时航速控制子系统实现 USV 对期望速度的跟踪。

因此本文的 3 自由度欠驱动 USV 路径跟踪控制目标为

$$\lim_{t\to\infty} y_e(t) = 0 \tag{26}$$

$$\lim_{t\to\infty} \psi(t) = \psi_d \tag{27}$$

$$\lim_{t\to\infty} u_r(t) = u_d \tag{28}$$

式中:ψ_d 为导引子系统给出的航向参考信号,即期望航向角;u_d 为期望的相对前进速度。

2.1 传统 ILOS 导引策略

ILOS 导引策略是一种经典有效的导航算法,文献[3]中定义了船舶运动控制领域中视线导引的概念:ILOS 矢量是船舶当前位置在计划航线投影点的切线上一点与船舶当前位置的连线。通过控制船舶合速度的方向始终对准 ILOS 矢量,引导船舶逼近计划航线。ILOS 导引原理独立于动力学控制,不依赖于任何模型,对高频白噪声敏感度低,且需要设计的参数少,期望航向的获取只与船舶的实时位置和给定的期望航线有关,能够实时高效地计算期望航向并传递给控制层。ILOS 导引策略可分为基于包围圈和前视距离 2 种,本文采用基于前视距离的 ILOS 导引策略来完成路径跟踪目标,传统 ILOS 导引策略[7]定义如下:

$$\psi_d = \gamma_p(\theta) - \arctan\left(\frac{1}{\Delta} y_e(t) + y_{int}\right) \tag{29}$$

$$\dot{y}_{int} = \gamma \frac{\Delta U y_e(t)}{\sqrt{\Delta^2 + (y_e(t) + \Delta y_{int})^2}} \quad \gamma > 0 \tag{30}$$

式中:y_{int}为虚拟控制输入,是一个积分环节。

2.2 改进 ILOS 导引策略

本节基于自适应观测技术,设计自适应观测器来估计漂角 β,再选择恰当的虚拟控制输入对漂角进行补偿,最终实现对路径的精确跟踪。基于以上思想,本文提出 2 种改进 ILOS 导引策略。

第 1 种改进 ILOS 导引策略设计如下:

$$\psi_d = \gamma_p(\theta) - \arctan(k_p y_e(t) + y_{int}) \tag{31}$$

$$\dot{y}_{int} = k_p \frac{\Delta U y_e(t)}{\sqrt{\Delta^2 + (y_e(t) + \Delta y_{int})^2}} \tag{32}$$

$$k_p = k_i e^{-\rho y_e^2(t)} \tag{33}$$

式中:$k_p = 1/\Delta$、k_i 和 ρ 为要设计的严格大于零的常值参数。

记$\hat{\beta}$为自适应观测器对漂角 β 的估计值,且估计误差为$\tilde{\beta} = \beta - \hat{\beta}$,取 $y_{int} = \hat{\beta}$,则式(32)即为自适应扰动观测器。

由式(31)~式(33)可以看出,当 USV 距离计划航线较远时,首要任务是快速减小 $y_e(t)$,此时积分增益 $\lim_{y_e(t)\to\infty} e^{-\rho y_e^2(t)} \approx 0$,积分项 $y_{int} = 0$ 不起作用;当 USV 在计划航线附近时,积分增益 $\lim_{y_e(t)\to 0} e^{-\rho y_e^2(t)} \approx 1$,此时积分项 y_{int}起到估计和补偿扰动漂角的作用,以使 USV 精确地跟踪计划航线。该改进 ILOS 导引策略可有效减小定积分增益选择不当带来的积分饱和及超调等不利影响。

第 2 种改进 ILOS 导引策略在前者的基础上将常值增益 k_p 用位置误差函数来替代:

$$1/k_p = \Delta = (\Delta_{max} - \Delta_{min}) e^{-\lambda y_e^2(t)} + \Delta_{min} \tag{34}$$

式中:λ 为严格大于零的常值参数;Δ_{max} 和 Δ_{min} 分别为前视距离 Δ 的最大值和最小值。设计如下:

$$\psi_d = \gamma_p(\theta) - \arctan(k_p y_e(t) + y_{int}) \tag{35}$$

$$\dot{y}_{int} = k_p \frac{\Delta U y_e(t)}{\sqrt{\Delta^2 + (y_e(t) + \Delta y_{int})^2}} \tag{36}$$

$$k = k_i e^{-\rho y_e^2(t)} \tag{37}$$

$$1/k_p = \Delta = (\Delta_{max} - \Delta_{min}) e^{-\lambda y_e^2(t)} + \Delta_{min} \tag{38}$$

时变的 Δ 可使得船舶操纵更加灵活[3]。由式(37)和式(38)可知,当 USV 距离计划航线很远时,$\lim_{y_e(t)\to\infty} e^{-\lambda y_e^2(t)} \approx 0$,此时前视距离 $\Delta = \Delta_{min}$,较小的前视距离会使得 USV 快速逼近计划航线,且 $y_e(t)$较大时积分,增益 $\lim_{y_e(t)\to\infty} e^{-\rho y_e^2(t)} \approx 0$,积分项 $y_{int} = 0$ 不起作用;当 USV 在计划航线附近时,$\lim_{y_e(t)\to 0} e^{-\lambda y_e^2(t)} \approx 1$,此时前视距离 $\Delta = \Delta_{max}$,大的前视距离 Δ 可有效减小位置误差的超调,且 $y_e(t)$很小时,$\lim_{y_e(t)\to 0} e^{-\rho y_e^2(t)} \approx 1$,此时积分项 y_{int}起到估计和补偿扰动漂角的作用,以使 USV 精确的跟踪计划航线。

下面给出以上导引子系统的稳定性证明。

证明 定义 $\tilde{\psi} = \bar{\psi} - \psi_d$ 为 USV 航向角误差,式(25)可改写为

$$\dot{y}_e(t) = U\sin(\tilde{\psi} + \psi_d - \gamma_p(\theta)) + U\cos(\tilde{\psi} + \psi_d - \gamma_p(\theta))\beta \tag{39}$$

北航学报 赠阅

又因为

$$\sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{\Delta}y_e(t)-y_{int}\right)\right)=\frac{y_e(t)+\Delta y_{int}}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta y_{int})^2}} \tag{40}$$

$$\cos\left(\arctan\left(-\frac{1}{\Delta}y_e(t)+y_{int}\right)\right)=\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta y_{int})^2}} \tag{41}$$

将式(40)和式(41)代入式(39)中，可得

$$\dot{y}_e(t)=-\frac{U(y_e(t)+\Delta y_{int})}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta y_{int})^2}}+\frac{U\Delta}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta y_{int})^2}}\beta+U(\phi_1(y_e(t),\tilde{\psi})+\beta\phi_2(y_e(t),\tilde{\psi}))\tilde{\psi} \tag{42}$$

式中：

$$\phi_1(y_e(t),\tilde{\psi})=\frac{\sin\tilde{\psi}}{\tilde{\psi}}\cos(\psi_d-\gamma_p(\theta))+\frac{\cos\tilde{\psi}-1}{\tilde{\psi}}\sin(\psi_d-\gamma_p(\theta)) \tag{43}$$

$$\phi_2(y_e(t),\tilde{\psi})=-\frac{\sin\tilde{\psi}}{\tilde{\psi}}\sin(\psi_d-\gamma_p(\theta))+\frac{\cos\tilde{\psi}-1}{\tilde{\psi}}\cos(\psi_d-\gamma_p(\theta)) \tag{44}$$

显然，$|\sin\tilde{\psi}/\tilde{\psi}|\leqslant 1$，$|(\cos\tilde{\psi}-1)/\tilde{\psi}|\leqslant 0.73$，$|\cos(\psi_d-\gamma_p(\theta))|\leqslant 1$，$|\sin(\psi_d-\gamma_p(\theta))|\leqslant 1$。因此，函数 $\phi_1(y_e(t),\tilde{\psi})$、$\phi_2(y_e(t),\tilde{\psi})$ 满足：

$$\begin{cases}|\phi_1(y_e(t),\tilde{\psi})|\leqslant 1.73\\ |\phi_2(y_e(t),\tilde{\psi})|\leqslant 1.73\end{cases} \tag{45}$$

当航向控制器精确跟踪期望航向角 ψ_d，可选择虚拟控制输入 $y_{int}=\hat{\beta}$ 且满足 1.3 节条件 3 时，式(42)可改写为

$$\dot{y}_e(t)=-\frac{U(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}+\frac{U\Delta}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}\beta \tag{46}$$

整理得

$$\dot{y}_e(t)=-\frac{Uy_e(t)}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}+\frac{U\Delta}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}\tilde{\beta} \tag{47}$$

设计李雅普诺夫函数 V_1，定义如下：

$$V_1(y_e(t),t,\tilde{\beta})=\frac{1}{2}y_e(t)^2+\frac{1}{2k}\tilde{\beta}^2>0 \tag{48}$$

式中：$y_e(t)\neq 0$，$\tilde{\beta}\neq 0$ 且 $k>0$。

对其微分得

$$\dot{V}_1(y_e(t),t,\tilde{\beta})=y_e(t)\dot{y}_e(t)+\frac{1}{k}\tilde{\beta}\dot{\tilde{\beta}}=-\frac{Uy_e(t)^2}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}+\left(\frac{U\Delta y_e(t)}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}+\frac{1}{k}\dot{\tilde{\beta}}\right) \tag{49}$$

因为 $\dot{\tilde{\beta}}=-\dot{\hat{\beta}}$，将式(32)或式(36)代入式(49)中，得

$$\dot{V}_1(y_e(t),t,\tilde{\beta})=-\frac{Uy_{e(t)}^2}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}\leqslant 0 \tag{50}$$

故导引子系统在平衡点 $y_e(t)=0$ 处是一致全局渐近稳定的(Uniform Global Asymptotic Stability，UGAS)。

此外，存在 $\mu>0$，使得 $y_e(t)$ 满足 $D=\{y_e(t)\in\mathbf{R}\,\|\,y_e(t)|\leqslant\mu\}$ 时，$\dot{V}_1(y_e(t),t)$ 满足：

$$\dot{V}_1(y_e(t),t,\tilde{\beta})=\frac{-Uy_{e(t)}^2}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}\leqslant -wy_e(t)^2 \tag{51}$$

式中：$0<w<\dfrac{U}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta\hat{\beta})^2}}$。故导引子系统在平衡点 $y_e(t)=0$ 处是一致局部指数稳定(Uniform Local Exponential Stability，ULES)的。UGAS 与 ULES 一起等价于 GKES，其稳定性概念强于 UGAS，而稍弱于全局指数稳定(Global Exponential Stable，GES)[10]。　　**证毕**

2.3　航向、航速控制子系统设计

本节采用反馈线性化比例微分控制和比例控制分别设计航向、航速控制器，实现对导引子系统给出的参考信号 ψ_d 和期望速度的跟踪[11]。控制律设计如下：

$$T_r=\frac{m_{22}m_{33}-m_{23}^2}{b_{32}m_{22}-b_{32}m_{23}}\left(-F_r(\bar{u}_r,\bar{v}_r,\bar{r})+\ddot{\bar{\psi}}_d-k_1(\dot{\bar{\psi}}-\dot{\bar{\psi}}_d)-k_2(\bar{\psi}-\bar{\psi}_d)\right) \tag{52}$$

$$T_u=\frac{m_{11}}{b_{11}}\left(-F_{u_r}(\bar{u}_r,\bar{v}_r,\bar{r})+\frac{b_{11}}{m_{11}}\bar{u}_{rd}+\dot{\bar{u}}_{rd}-k_{u_r}(\bar{u}_r-\bar{u}_{rd})\right) \tag{53}$$

式中：$\bar{u}_{rd}$ 为坐标变换后 USV 的参考相对期望速度；k_1、k_2、k_{u_r} 为严格大于零的常值增益，参考信号 ψ_d 和 $\dot{\psi}_d$ 由导引子系统给出。下面给出航向、航

北航学报 赠阅

速控制子系统的稳定性证明。

证明 定义速度误差为:$u=\tilde{u}_{\mathrm{r}}=\bar{u}_{\mathrm{r}}-\bar{u}_{\mathrm{rd}}$,$\boldsymbol{h}=[\tilde{\psi},\tilde{r}]^{\mathrm{T}}=[\bar{\psi}-\bar{\psi}_{\mathrm{d}},\bar{r}-\bar{r}_{\mathrm{d}}]^{\mathrm{T}}$,根据式(12)~式(14)和航向、航速控制律式(52)、式(53)得到误差系统 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{h}$ 的动态特性:

$$\dot{\boldsymbol{u}}=[\dot{\tilde{u}}_{\mathrm{r}}]=\left[-k_{u_{\mathrm{r}}}\quad -\frac{d_{11}}{m_{11}}\right]\boldsymbol{u} \tag{54}$$

$$\dot{\boldsymbol{h}}=\begin{bmatrix}\dot{\tilde{\psi}}\\ \dot{\tilde{r}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -k_2 & -k_1\end{bmatrix}\boldsymbol{h} \tag{55}$$

系统式(54)和式(55)为线性时不变的,此外 k_1、k_2、$k_{u_{\mathrm{r}}}$ 和 $-\frac{d_{11}}{m_{11}}$ 均为正值,故 $\left[-k_{u_{\mathrm{r}}}\quad -\frac{d_{11}}{m_{11}}\right]$ 和 $\begin{bmatrix}0 & 1\\ -k_2 & -k_1\end{bmatrix}$ 为霍尔维茨矩阵,即 2 个系统所有特征根的实部均为负值[4,12]。因此,系统式(54)和式(55)的平衡状态 $\tilde{u}_{\mathrm{r}}=0$ 和 $(\tilde{\psi},\tilde{r})=(0,0)$ 均为全局指数稳定。 **证毕**

3 系统稳定性证明

导引子系统与航向控制子系统一起构成级联系统,完成对期望航线的跟踪。航向控制子系统通过航向跟踪误差 $\tilde{\psi}=\bar{\psi}-\psi_{\mathrm{d}}$ 影响导引子系统,而导引子系统则通过参考信号 ψ_{d} 和出现在参考信号 r_{d} 中的 $y_{\mathrm{e}}(t)$ 扰动航向控制子系统。需要注意的是,第 2 种改进 ILOS 导引策略中前视距离是时变的,在以下的级联系统稳定性证明过程中,首先假定时变量 Δ、k 为大于 0 的常数,之后讨论时变量 Δ 对级联系统稳定性的影响。证明过程如下:

证明 将位置误差动态与航向跟踪误差动态写成如下级联形式:

$$\dot{y}_{\mathrm{e}}(t)=-\frac{U(y_{\mathrm{e}}(t)+\Delta y_{\mathrm{int}})}{\sqrt{\Delta^2+(y_{\mathrm{e}}(t)+\Delta y_{\mathrm{int}})^2}}+\frac{U\Delta\beta}{\sqrt{\Delta^2+(y_{\mathrm{e}}(t)+\Delta y_{\mathrm{int}})^2}}+\boldsymbol{g}(t,y_{\mathrm{e}}(t),\boldsymbol{h})\boldsymbol{h} \tag{56}$$

$$\dot{\boldsymbol{h}}=\begin{bmatrix}\dot{\tilde{\psi}}\\ \dot{\tilde{r}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -k_2 & -k_1\end{bmatrix}\boldsymbol{h}=f_2(t,\boldsymbol{h}) \tag{57}$$

式中:

$$\boldsymbol{g}(t,y_{\mathrm{e}}(t),\boldsymbol{h})=\begin{bmatrix}U[\phi_1(y_{\mathrm{e}}(t),\tilde{\psi})+\beta\phi_2(y_{\mathrm{e}}(t),\tilde{\psi})]\\ 0\end{bmatrix}$$

由 2.2 节可知,取虚拟控制输入 $y_{\mathrm{int}}=\hat{\beta}$,则系统式(56)、式(57)和观测误差动态可改写成如下级联系统的形式:

$$\dot{\boldsymbol{z}}=\boldsymbol{F}(t,\boldsymbol{z})+\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{z},\tilde{\beta})\tilde{\beta} \tag{58}$$

$$\dot{\tilde{\beta}}=-k[\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{z},\tilde{\beta})]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z} \tag{59}$$

式中:$\dot{\tilde{\beta}}=-\dot{\hat{\beta}}$;$\boldsymbol{z}=[z_1\quad z_2]^{\mathrm{T}}$,$z_1=y_{\mathrm{e}}(t)$,$z_2=\boldsymbol{h}$;$k>0$ 为积分增益。矢量矩阵 $\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{z},\tilde{\beta})$ 和 $\boldsymbol{F}(t,\boldsymbol{z})$ 的具体表达式如下:

$$\boldsymbol{F}(t,\boldsymbol{z})=\begin{bmatrix}-\dfrac{k_{\mathrm{p}}\Delta U z_1}{\sqrt{\Delta^2+(y_{\mathrm{e}}(t)+\Delta y_{\mathrm{int}})^2}}+\boldsymbol{g}(t,\boldsymbol{z})z_2\\ f_2(t,z_2)\end{bmatrix} \tag{60}$$

$$\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{z},\tilde{\beta})=\begin{bmatrix}\dfrac{\Delta U}{\sqrt{\Delta^2+(y_{\mathrm{e}}(t)+\Delta y_{\mathrm{int}})^2}}\\ 0\end{bmatrix} \tag{61}$$

证毕

下面给出级联系统式(60)和式(61)的稳定性及证明过程。

定理 1 系统 $\boldsymbol{F}(t,\boldsymbol{z})$ 在平衡点 $(y_{\mathrm{e}}(t),\boldsymbol{h})$ 处是全局 k-指数稳定的。

证明 由式(58)可知,当 $\tilde{\beta}=0$ 时,系统式(58)的标称形式如下:

$$\dot{y}_{\mathrm{e}}(t)=f_1(t,y_{\mathrm{e}}(t))+\boldsymbol{g}(t,y_{\mathrm{e}}(t),\boldsymbol{h})\boldsymbol{h} \tag{62}$$

$$\dot{\boldsymbol{h}}=f_2(t,\boldsymbol{h}) \tag{63}$$

式中:

$$f_1(t,y_{\mathrm{e}}(t))=-\frac{Uk_{\mathrm{p}}}{\sqrt{1+(k_{\mathrm{p}}y_{\mathrm{e}}(t)+y_{\mathrm{int}})^2}}y_{\mathrm{e}}(t) \tag{64}$$

$$\boldsymbol{g}(t,y_{\mathrm{e}}(t),\boldsymbol{h})=\begin{bmatrix}U[\phi_1(y_{\mathrm{e}}(t),\tilde{\psi})+\beta\phi_2(y_{\mathrm{e}}(t),\tilde{\psi})]\\ 0\end{bmatrix} \tag{65}$$

由本节可知子系统式(63)在平衡点 $(\tilde{\psi},\tilde{r})=(0,0)$ 处是全局指数稳定的。系统式(62)的标称系统为 $\dot{y}_{\mathrm{e}}(t)=f_1(t,y_{\mathrm{e}}(t))$,设计李雅普诺夫函数 $V_1(y_{\mathrm{e}}(t),t)=\frac{1}{2}y_{\mathrm{e}(t)}^2$,对其微分可得

$$\dot{V}_1(y_{\mathrm{e}}(t),t)=-\frac{Uk_{\mathrm{p}}}{\sqrt{1+(k_{\mathrm{p}}y_{\mathrm{e}}(t)+y_{\mathrm{int}})^2}}y_{\mathrm{e}(t)}^2 \tag{66}$$

由于 $U>0$,$k_{\mathrm{p}}=\frac{1}{\Delta}>0$,故控制系统在平衡点 $y_{\mathrm{e}}(t)=0$ 处是一致全局渐进稳定的。此外,存在 $\mu>0$,使得 $y_{\mathrm{e}}(t)$ 满足 $D=\{y_{\mathrm{e}}(t)\in\mathbf{R}\,\|\,y_{\mathrm{e}}(t)\,|\leqslant\mu\}$ 时,$\dot{V}_1(y_{\mathrm{e}}(t),t)$ 满足:

北航学报 赠阅

$$\dot{V}_1(y_e(t),t)=\frac{-Uy_{e(t)}^2}{\sqrt{\Delta^2+(y_e(t)+\Delta y_{int})^2}}\leqslant -wy_{e(t)}^2 \tag{67}$$

式中：$0<w<\dfrac{U}{\sqrt{\Delta^2+(\mu+\Delta y_{int})^2}}$。故控制系统在平衡点 $y_e(t)=0$ 处是一致指数稳定的，UGAS 与 ULES 一起等价于 GKES。

由式(45)可知函数 $\phi_1(y_e(t),\tilde{\psi})$、$\phi_2(y_e(t),\tilde{\psi})$有界，故关联项 $\boldsymbol{g}(t,y_e(t),\boldsymbol{h})$满足：

$$|\boldsymbol{g}(t,y_e(t),\boldsymbol{h})|\leqslant 1.73U(1+\beta_{0\max}) \tag{68}$$

式中：$\beta_{0\max}$为漂角的最大值。

由式(68)知$|\boldsymbol{g}(t,y_e(t),\boldsymbol{h})|$不恒为零，因此级联系统式(62)、式(63)是全局 k-指数稳定的，即系统式(58)的标称系统 $\boldsymbol{F}(t,z)$是全局 k-指数稳定的。　　**证毕**

定理 2　级联系统式(58)、式(59)是全局 k-指数稳定的。

证明　首先证明式(59)是全局 k-指数稳定的，取李雅普诺夫函数：

$$V_2(t,z,\tilde{\beta})=\frac{1}{2}z^{\mathrm{T}}z+\frac{1}{2k}\tilde{\beta}^2 \tag{69}$$

对其微分得

$$\dot{V}_2(t,z,\tilde{\beta})=z^{\mathrm{T}}\dot{z}+\frac{1}{k}\tilde{\beta}\dot{\tilde{\beta}}=$$

$$z^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{F}(t,z)+\boldsymbol{G}(t,z,\tilde{\beta})\tilde{\beta})-$$

$$\frac{1}{k}\tilde{\beta}(k[\boldsymbol{G}(t,z,\tilde{\beta})^{\mathrm{T}}]z)=$$

$$z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}(t,z)+z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}(t,z,\tilde{\beta})\tilde{\beta}-$$

$$\tilde{\beta}[\boldsymbol{G}(t,z,\tilde{\beta})^{\mathrm{T}}]z=z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}(t,z)\leqslant 0 \tag{70}$$

由定理 1 可知式(59)是全局 k-指数稳定的，又由于$|\boldsymbol{G}(t,z,\tilde{\beta})|\geqslant 0$不恒为零，故级联系统式(58)、式(59)在平衡点$(z,\tilde{\beta})=(\boldsymbol{0},0)$处是全局 k-指数稳定的。　　**证毕**

最后，讨论时变参数 k_p 和积分增益 k 对导引子系统稳定性的影响：根据式(36)可知，较大的前视距离 Δ 和积分增益 k 会限制导引系统的指数稳定域。在第 1 种改进导引策略中，只有参数 k 影响系统的指数稳定域，而在第 2 种改进 ILOS 导引策略中，参数 Δ 和 k 一起限制了系统的指数稳定域[13-14]。

4　仿真实验

为验证本文提出的改进 ILOS 导引策略的有效性和优越性，以文献[15]中的模型为例，在 MATLAB/Simulink 中进行路径跟踪对比仿真实验。USV 模型具体参数如表 1 所示。

表 1　USV 模型参数

Table 1　Model parameters of USV

参　数	数　值	参　数	数　值
m_{11}	25.8	b_{32}	1
m_{22}	33.8	d_{11}	2.0
m_{23}	−11.748	d_{22}	7.0
m_{32}	−11.748	d_{23}	−2.5425
m_{33}	6.813	d_{32}	−2.5425
b_{11}	1	d_{33}	1.422
b_{22}	0		

通常情况下 USV 的期望航线分为直线和曲线 2 种，故将本文提出的 2 种改进 ILOS 导引新策略下和传统 ILOS 导引策略下的路径跟踪控制算法在直线和曲线 2 种工况下进行仿真实验对比。2 种工况下航向、航速控制子系统的参数选择为：$k_1=5$，$k_2=3$，$k_{u_r}=5$；导引子系统参数选择如下：传统的 ILOS 导引策略中，$\gamma=0.005$，$\Delta=8$ m；第 1 种改进 ILOS 导引策略中，选择 $k_i=0.001$，$\rho=5$，$\Delta=8$ m；第 2 种改进 ILOS 导引策略中，选择 $k_i=0.0009$，$\rho=5$，$\lambda=3$，$\Delta_{\min}=6$ m，$\Delta_{\max}=14$ m。

1）工况 1。USV 的初始位置为$(x_0,y_0)=(50,-100)$ m，初始航向 $\psi_0=\pi/4$ rad，初始航速 $u_r=0.5$ m/s；大地坐标系下的海流设置为：$U_c=0.2$ m/s，$\psi_c=30°$；期望航线为 $y=x$，期望航速 $u_d=3$ m/s。仿真结果如图 2 所示。其中，传统 ILOS 导引策略下(以下简称为算法 1)和 2 种改进ILOS导引策略下(以下简称为算法 2、3)的路径跟踪控制算法的相对纵向速度分别对应变量下标为 1、2、3 的仿真结果。

2）工况 2。USV 的初始位置为$(x_0,y_0)=(0,-10)$ m，初始航向 $\psi_0=\pi/4$ rad，初始航速 $u_r=0.5$ m/s；大地坐标系下的海流设置为：$U_c=0.2$ m/s，$\psi_c=30°$；期望航线为由(0,0) m、(100,50) m、(200,100) m、(300,50) m、(600,200) m 经过 3 次样条差值生成的连续曲线，期望航速 $u_d=3$ m/s。仿真结果如图 3 所示。

分析图 2(a)和图 3(a)可知，在仅有纵向控制力和转艏控制力矩、没有侧向推进器的欠驱动情况下，本文设计的 3 种控制算法均能够保证欠驱动 USV 快速地跟踪期望的直线和曲线路径，并沿该路径航行；曲线路径跟踪过程中，在曲率变化较大时，传统 ILOS 导引策略超调和振荡较大，而第 1 和第 2 种改进 ILOS 导引策略超调和振荡较小，且第 2 种 ILOS 改进导引策略最优。

从图 2(b)和图 3(b)可以看出，直线和曲线路径跟踪过程中，3种控制算法均能够保证位

北航学报 赠阅

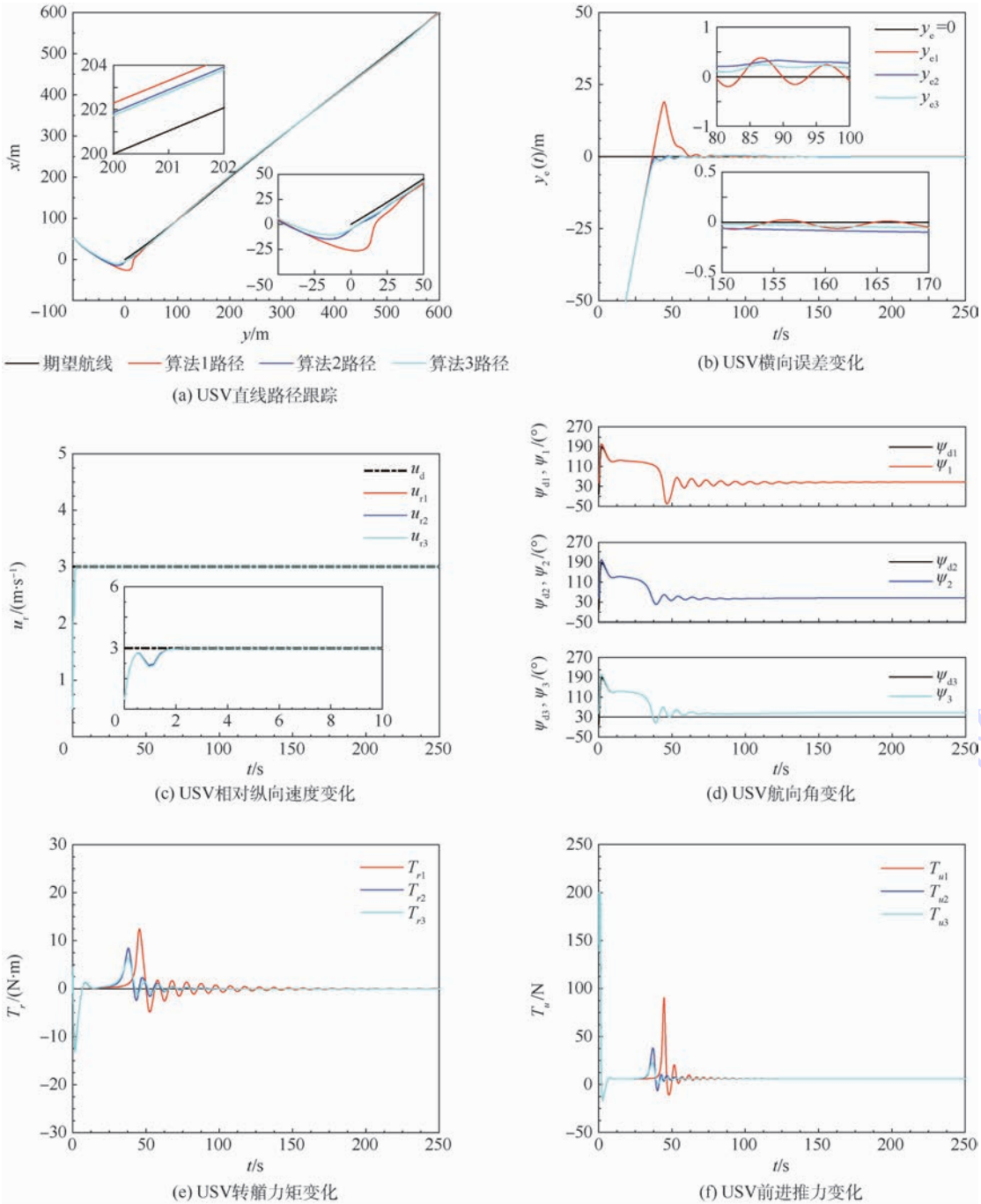


图 2 不同导引策略下 USV 直线路径跟踪、横向误差、相对纵向速度、航向角、转艏力矩及前进推力的变化(工况 1)

Fig. 2 Straight path following, cross-track error, relative vertical velocity, course angle, steering torque and forward thrust variation of USV under different guidance strategies(working condition 1)

置误差 y_e 最终收敛到 0 附近;传统 ILOS 导引策略下,y_e 的振荡大、持续时间长,第 1 和第 2 种改进 ILOS 导引策略下,y_e 的振荡小、持续时间较短。

分析图 2(c)、(f)和图 3(c)、(f)可以看出,直线和曲线路径跟踪过程中,3 种控制算法均能够保证航速控制在 u_d = 3 m/s 附近,稳态误差较小,但算法 1 较其他 2 种改进算法作用下的前进推力在初始加速阶段所需推力较大。

从图 2(d)可以看出,直线路径跟踪过程中,3 种算法都能很好的跟踪期望航向角,但算法 1 给出的期望航向角振荡较大,而算法 2、3 给出的期望航向角相对较为平缓,这也导致图 2(e)中算法 1作用下的转艏力矩振荡幅度较大,而算法 2、3 则作用下的转艏力矩变化相对较为平滑。

从图 3(d)、(e)可以看出,曲线路径跟踪过

北航学报 赠阅

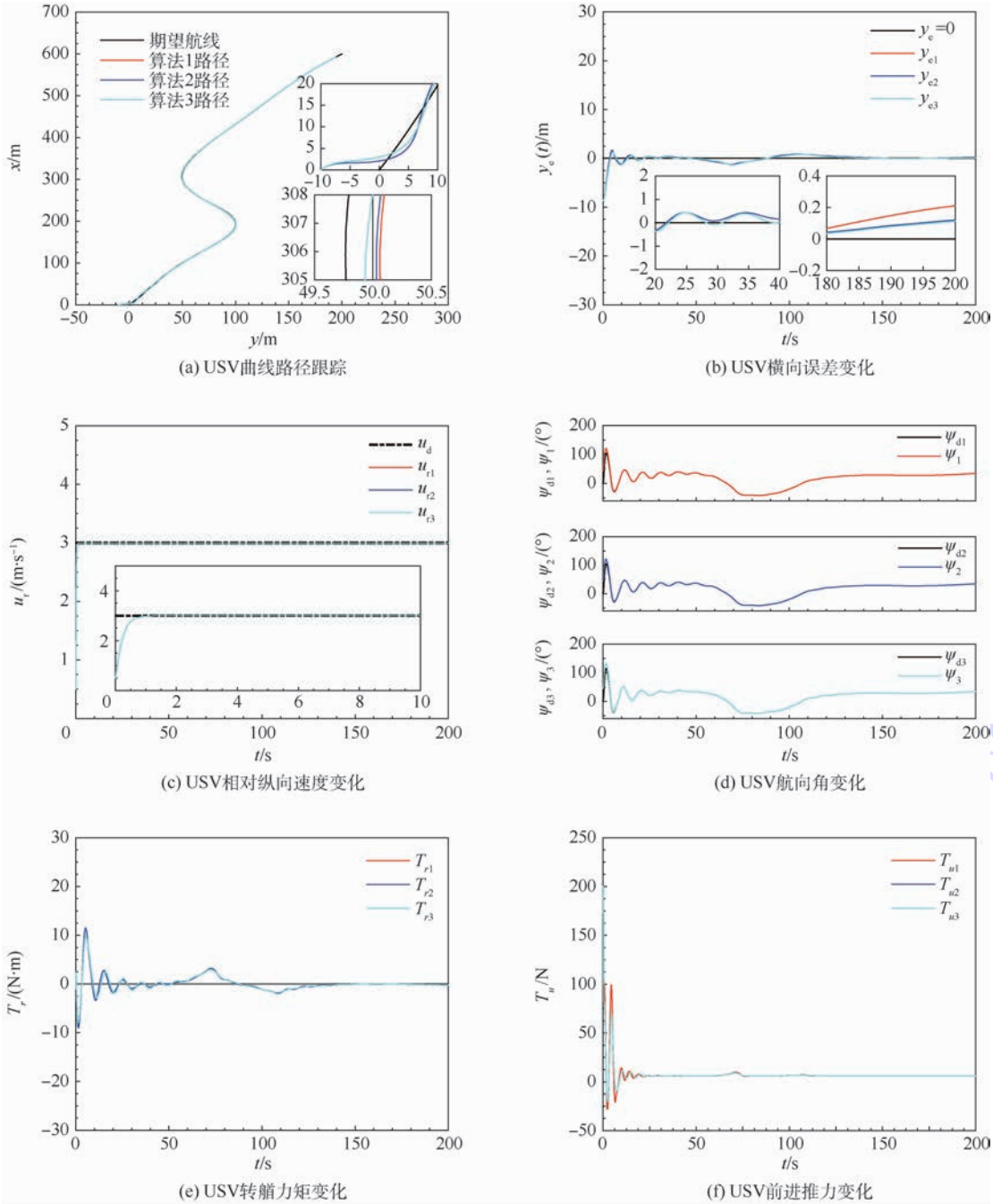


图 3　不同导引策略下 USV 曲线路径跟踪、横向误差、相对纵向速度、航向角、转艏力矩及前进推力的变化(工况 2)

Fig. 3　Curve path following, cross-track error, relative vertical velocity, course angle, steering torque and forward thrust variation of USV under different guidance strategies(working condition 2)

程中,3 种算法都能很好的跟踪期望航向角,且算法 3 给出的期望航向角最为平滑,同时转艏力矩也最小。

5　结　论

1) 本文研究了一类非对称欠驱动 USV 的路径跟踪问题,综合考虑了 USV 的欠驱动性、非对称性以及外界干扰如海流等因素,提出了 2 种改进 ILOS 导引策略和反馈控制思想的路径跟踪控制算法,实现了 USV 水平面内的路径跟踪。

2) 基于级联系统和李雅普诺夫理论证明了当所有控制目标实现时,控制系统是全局 k-指数稳定的。

3) 通过与传统 ILOS 导引策略的路径跟踪算法进行仿真实验对比分析可以看出,所提出的 2 种改进引导策略算法具有更好的路径跟踪效果和动态性能,具有一定的先进性。

下一步将研究风、浪、流等复杂海况下以及模

北航学报 赠阅

型不确定情况下欠驱动 USV 的路径跟踪控制问题。

参考文献（References）

[1] 张树凯,刘正江,张显库,等. 无人船艇的发展及展望[J]. 世界海运,2015,38(9):29-36.
ZHANG S K,LIU Z J,ZHANG X K,et al. The development and outlook of unmanned vessel[J]. World Shipping,2015,38(9):29-36(in Chinese).

[2] 薛春祥,黄孝鹏,朱咸军,等. 外军无人系统现状与发展趋势[J]. 雷达与对抗,2016(36):1-5.
XUE C X,HUANG X P,ZHU X J,et al. Status quo and development trends of foreign military's unmanned systems[J]. Radar & ECM,2016(36):1-5(in Chinese).

[3] FOSSEN T I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control[M]. Hudson County:John Wiley & Sons,2011:60-89.

[4] CAHARIJA W,PETTERSEN K Y,SØRENSEN A J,et al. Relative velocity control and integral LOS for path following of autonomous surface vessels:Merging intuition with theory[J]. Engineering for the Marine Environment,2014,228(2):180-191.

[5] 田勇,王丹,彭周华,等. 无人水面艇直线航迹跟踪控制器的设计与验证[J]. 大连海事大学学报,2015,41(4):14-18.
TIAN Y,WANG D,PENG Z H,et al. Design and validation of path tracking controller for USV along straight-lines[J]. Journal of Dalian Maritime University,2015,41(4):14-18(in Chinese).

[6] FOSSEN T I,LEKKAS A M. Direct and indirect adaptive integral line-of-sight path-following controllers for marine craft exposed to ocean currents[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing,2015,28(3):20-35.

[7] BØRHAUG E,PAVLOV A,PETTERSEN K Y. Integral LOS control for path following of underactuated marine surface vessels in the presence of constant ocean currents[C]// Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway,NJ:IEEE Press,2008:4984-4991.

[8] WANG H,WANG D,PENG Z H. Adaptive neural control for cooperative path following of marine surface vehicles:State and output feedback[J]. International Journal of Systems Science,2016,47(2):343-359.

[9] FREDRIKSEN E,PETTERSEN K Y. Global-exponential waypoint maneuvering of ships:Theory and experiments[J]. Automatica,2006,42(4):677-687.

[10] FOSSEN T I,PETTERSEN K Y,GALEAZZI R. Line-of-sight path following for Dubins paths with adaptive sideslip compensation of drift forces[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2015,23(2):820-827.

[11] LEKKAS A M,FOSSEN T I. Integral LOS path following for curved paths based on a monotone cubic Hermite spline parametrization[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2014,22(6):2287-2301.

[12] ZHENG Z W,HUO W,WU Z. Direct-adaptive fuzzy path following control for an autonomous airship[J]. Control and Decision,2014,29(3):1418-1424.

[13] WIIG M S,PETTERSEN K Y,KROGSTAD T R. Uniform semiglobal exponential stability of integral line-of-sight guidance laws[J]. IFAC Papers Online,2015,48(16):61-68.

[14] FOSSEN T I,PETTERSEN K Y. On uniform semiglobal exponential stability (USGES) of proportional line-of-sight guidance laws[J]. Automatica,2014,50(11):2912-2917.

[15] BREIVIK M. Nonlinear maneuvering control of underactuated ships[D]. Trondheim:Norwegian University of Science and Technology,2003:10-30.

作者简介：

陈霄 男,博士研究生。主要研究方向:无人水面艇智能航行控制技术及其作战应用。

刘忠 男,博士,教授。主要研究方向:无人水面艇总体设计及系统集成技术、复杂系统建模与仿真。

张建强 男,博士,副教授。主要研究方向:无人水面艇智能航行控制及系统集成技术。

董蛟 男,博士研究生。主要研究方向:无人水面艇智能航行控制技术。

周德超 男,博士,副教授。主要研究方向:无人水面艇航行控制算法、复杂系统建模与仿真。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Path following of underactuated USV based on modified integral line-of-sight guidance strategies

CHEN Xiao, LIU Zhong*, ZHANG Jianqiang, DONG Jiao, ZHOU Dechao

(School of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430000, China)

Abstract: Path following control is one of the key technologies for unmanned surface vehicle (USV) to complete its mission, which is widely concerned by the field of motion control at home and abroad. In order to improve the accuracy and robustness of USV's path following control under the disturbance of the external environment such as wind, wave and flow, path following control problem of the asymmetry underactuated USV under external disturbances such as current is discussed, and two modified integral line-of-sight(ILOS) guidance strategies are proposed. Based on the modified guidance strategies and feedback control theory, path following of the USV at horizontal level is realized. Compared to the conventional ILOS guidance strategy, the first modified strategy with time-varying integral gain can avoid integral windup and overshoot phenomenon; on the basis of the first modified strategy, the lookahead distance is designed as a time-varying element in the second modified strategy, making the USV control more flexible. In the modified strategies, integral gain and lookahead distance are all computed as different functions of cross-track error, which can conduce the USV to converge to desired path in an elegant and fast manner. Based on the cascaded system theory, the control system proposed is proved to be global k-exponential stable (GKES) when the target tasks are all achieved. The theoretical analysis and simulations show effectiveness and advancement of the proposed method.

Keywords: underactuated control; unmanned surface vehicle (USV); integral line-of-sight (ILOS) guidance; path following; cascaded systems; proof of stability

Received: 2017-03-31; **Accepted**: 2017-06-30; **Published online**: 2017-09-11 10:33

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170911.1033.003.html

* **Corresponding author**. E-mail: liuzh531@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0196

基于 K-V 阻尼模型的铁木辛柯梁振动响应分析

张夏阳，祝明*，武哲
（北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100083）

摘 要：基于铁木辛柯梁理论，对两端固支梁在承受阶跃载荷和移动载荷下的响应进行了分析。借助 K-V 阻尼模型，研究了阻尼对系统动态性能的影响。为了进行理论求解，推导了比例阻尼的使用条件，继而运用实模态叠加法理论，最终导出了系统受载时响应的解析解。数值分析结果表明，该方法准确可靠，为其他数值算法，如拉普拉斯变换法，提供了横向对比的依据。有阻尼振动的分析表明系统在高阶模态具有过临界阻尼特性，在低阶模态为收敛振荡特性。阻尼对系统的响应有很大影响，尤其在大长细比时，甚至出现了振幅增大的情形。此外，在阶跃载荷的作用下，系统均呈现出了低频模态为主的响应特性。

关 键 词：铁木辛柯梁；K-V 阻尼；实模态理论；阶跃载荷；移动载荷
中图分类号：V214.3+7
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0500-08

铁木辛柯梁由于其适用性广，被广泛地运用于梁结构的分析中[1-4]。而铁木辛柯梁承受阶跃载荷和冲击载荷也是其中的基础问题，并得到了广泛的研究。20 世纪中期，Boley 和 Chao 就研究过半无限铁木辛柯梁在脉冲载荷作用下的响应问题[5]。20 世纪末到 21 世纪初，邢誉峰等基于铁木辛柯模型，利用模态叠加法研究了碰撞载荷在梁内部的传播问题[6-7]。Su 和 Ma 通过拉普拉斯变换，并利用数值反拉普拉斯变换法对悬臂式铁木辛柯模型承受阶跃载荷后的响应问题进行了探究，但未考虑阻尼的影响[8-9]。而且，在众多关于铁木辛柯梁模型的理论研究中，阻尼的模型大多采用的是瑞利阻尼[10]，而因 K-V 阻尼模型不满足比例阻尼条件，一般不用于求解系统的动态响应，而被用于求解系统的频率[11]。例如，在分析热传导对梁的振动特性影响中，结构阻尼模型仍在最终求解时被采用[12]，而运用 K-V 阻尼模型的例子很少。Zhang 等利用哈密顿原理建立了一种流固耦合的振动模型，并在建模中考虑了 K-V 模型[13]。实际上，由于 K-V 阻尼模型能从应力和应变关系给出阻尼的影响，因此其可能更准确地反映结构的实际情况。基于此，本文通过构造一种特定条件，将其能满足比例阻尼条件，使 K-V 模型可以利用实模态叠加法进行求解。

相比较于拉普拉斯变换，对于复杂型式的载荷，例如移动载荷，其数学表述与空间变量存在耦合特性，使得拉普拉斯反变换的解析解很难求得，即使在固定的阶跃载荷情况下也得运用复杂的谱分析法才能获得解析解[9]。且对于数值拉普拉斯反变换，例如 Dubner 和 Durbin 法[14-15]，对于参数 a 和 T 的选择也较依赖经验公式，且效果不一定好。

1 建模与求解

1.1 建 模

对于二自由度铁木辛柯梁，截面弯曲引起的

收稿日期：2017-04-05；**录用日期**：2017-07-12；**网络出版时间**：2017-09-22 10:12
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1012.001.html
基金项目：国家重点研发计划（2016YFB1200100）
*通信作者. E-mail：zhumingbuaa@163.com

引用格式：张夏阳，祝明，武哲. 基于K-V阻尼模型的铁木辛柯梁振动响应分析[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：500-507. ZHANG X Y，ZHU M，WU Z. Response analysis of Timoshenko beam based on K-V damping model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：500-507 (in Chinese).

位移 z_b 和剪切引起的位移 z_s 可以表示为

$$\begin{cases} kGA\dfrac{\partial^2 z_s}{\partial x^2}=\rho A\dfrac{\partial^2(z_s+z_b)}{\partial t^2} \\ EI\dfrac{\partial^3 z_b}{\partial x^3}+kGA\dfrac{\partial z_s}{\partial x}=\rho I\dfrac{\partial^3 z_b}{\partial x\partial t^2} \end{cases} \tag{1}$$

式中:E 和 G 分别为梁的弹性模量和剪切模量;I 为截面惯性矩;ρ 为材料密度;A 为截面积;k 为剪切系数[16],对于矩形截面,一般取 5/6;z_b 和 z_s 共同构成梁的总位移 Z_T;x 为梁的横向坐标;t 为时间。为便于推导,引入截面转动角 φ 和剪切角 γ。

进一步,考虑 K-V 阻尼模型[17]:

$$\begin{cases} \sigma=E\varepsilon+C_b\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial t} \\ \tau_s=G\gamma+C_s\dfrac{\partial\gamma}{\partial t} \end{cases} \tag{2}$$

式中:σ 和 ε 分别为梁内部的拉伸应力和应变;τ_s 为梁内部的剪切应力;C_b 和 C_s 分别为梁的拉伸和剪切黏性阻尼系数。采用截面线性应变模型:

$$\varepsilon=\frac{\partial\varphi}{\partial x}h \tag{3}$$

式中:h 为截面上任意一点到中线的距离,为积分变量。借此,截面弯矩 M_b 和剪力 Q 可以显式地表示为

$$\begin{cases} M_b=\displaystyle\int_{-H/2}^{H/2}\sigma Bh\mathrm{d}h=EI\frac{\partial\varphi}{\partial x}+C_bI\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial t} \\ Q=\displaystyle\int_{-H/2}^{H/2}\tau_sB\mathrm{d}h=kGA\gamma+C_skA\frac{\partial\gamma}{\partial t} \end{cases} \tag{4}$$

式中:B 为梁截面 y 向总长;H 为 z 向总长。

因此,考虑 K-V 阻尼模型的铁木辛柯梁动力学方程可以表示为[13]

$$\begin{bmatrix} \rho A & \rho A \\ \rho I\dfrac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{q}}+\begin{bmatrix} 0 & -C_skA\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -C_bI\dfrac{\partial^3}{\partial x^3} & -C_skA\dfrac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}+\begin{bmatrix} 0 & -kGA\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -EI\dfrac{\partial^3}{\partial x^3} & -kGA\dfrac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}\boldsymbol{q}=\boldsymbol{F} \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{F}$ 为外力;$\boldsymbol{q}=[z_s,z_b]^{\mathrm{T}}$。

式(5)同时考虑了外力 $\boldsymbol{F}$,可以包括任意型式的力和力矩,但本文仅考虑阶跃载荷和移动载荷。因此,$\boldsymbol{F}=[f(x,t),0]^{\mathrm{T}}$。为方便研究,将式(5)进行无量纲化,引入无量纲化的各变量:

$$X=\frac{x}{L},\bar{\boldsymbol{q}}=\frac{\boldsymbol{q}}{L},\lambda_0=\sqrt{\frac{kG}{E}},L_r=\frac{L}{r},w_0=\sqrt{\frac{\sqrt{kGE}}{\rho L^2}},$$

$$C_s^*=\frac{C_sk}{w_0\rho L^2},C_b^*=\frac{C_b}{w_0\rho L^2},\zeta=w_0\tau$$

。其中:L 和 r 分别为梁 x 方向总长和截面等效惯量半径;τ 为无量纲时间 t。

因此,式(5)可以改写为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}\ddot{\bar{\boldsymbol{q}}}+\begin{bmatrix} 0 & -C_s^*\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -C_b^*\dfrac{\partial^3}{\partial x^3} & -C_s^*L_r^2\dfrac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}\dot{\bar{\boldsymbol{q}}}+\begin{bmatrix} 0 & -\lambda_0\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\dfrac{1}{\lambda_0}\cdot\dfrac{\partial^3}{\partial x^3} & -\lambda_0L_r^2\dfrac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}\bar{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{F}^* \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{F}^*$ 为 $\boldsymbol{F}$ 的无量纲形式。

1.2　求　解

定义 $\bar{z}_s=Z_s(\zeta)\mathrm{e}^{\lambda X}$,$\bar{z}_b=Z_b(\zeta)\mathrm{e}^{\lambda X}$,式(6)中对应齐次问题的解可简写为 $\boldsymbol{M}\ddot{\bar{\boldsymbol{q}}}+\boldsymbol{C}\dot{\bar{\boldsymbol{q}}}+\boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{0}$,$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{K}$ 分别为系统质量、阻尼和刚度矩阵,即

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{Z}_s \\ \ddot{Z}_b \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -C_s^*\lambda^2 & 0 \\ -C_s^*L_r^2\lambda & -C_b^*\lambda^3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{Z}_s \\ \dot{Z}_b \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -\lambda_0\lambda^2 & 0 \\ -\lambda_0L_r^2\lambda & -\dfrac{\lambda^3}{\lambda_0} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_s \\ Z_b \end{bmatrix}=\boldsymbol{0} \tag{7}$$

先验证系统是否具有比例阻尼特性,分别对 $\boldsymbol{KM}^{-1}\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{CM}^{-1}\boldsymbol{K}$ 进行求解,分别为

$$\begin{bmatrix} C_s^*\lambda_0\lambda^2(\lambda^2-L_r^2) & -C_b^*\lambda_0\lambda^4 \\ C_s^*L_r^2\lambda\left(\lambda_0\lambda^2-\lambda_0L_r^2+\dfrac{\lambda^2}{\lambda_0}\right) & C_b^*\lambda^3\left(-\lambda_0L_r^2+\dfrac{\lambda^2}{\lambda_0}\right) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} C_s^*\lambda_0\lambda^2(\lambda^2-L_r^2) & -C_s^*\dfrac{\lambda^4}{\lambda_0} \\ C_s^*L_r^2\lambda\left(\lambda_0\lambda^2-\lambda_0L_r^2+\dfrac{C_b^*}{C_s^*}\lambda_0\lambda^2\right) & C_b^*\lambda^3\left(-\dfrac{C_s^*}{C_b^*}\cdot\dfrac{1}{\lambda_0}L_r^2+\dfrac{\lambda^2}{\lambda_0}\right) \end{bmatrix} \tag{9}$$

可以得出,当 $C_s^*/C_b^*=\lambda_0^2$ 成立时,系统具有比例阻尼特性,即,$\boldsymbol{KM}^{-1}\boldsymbol{C}=\boldsymbol{CM}^{-1}\boldsymbol{K}$。因此,为了研究阻尼对系统的总体影响,这一假设可以大大降低求解的难度,而且也可以得到实用的结果。Chen 在分析系统参数对轴向受扭状态下的铁木辛柯梁的频率特性研究中,将 C_b 和 C_s 处理为相等的常数[11]。而 Capsoni 等证明具有临界振动特性的 C_b 和 C_s 的大小与系统的参数密切相关,它

北航学报 赠阅

们之间比值关系会随着参数发生变化[18]。因此，本文的假设不会使系统的机理模型产生矛盾。

1.2.1 无阻尼振动求解

本节之后的推导仍然同时保留 C_b 和 C_s，但其已满足比例阻尼条件，假设式(7)无阻尼的解为 $[Z_s, Z_b]^T = [C_1, C_2]^T e^{iw_0\zeta}$。因此，根据非平凡解 $[C_1, C_2]$ 的存在性，可得特征方程：

$$\lambda^4 + \Omega\lambda_0 + \frac{1}{\lambda_0}\lambda^2 + \Omega^2 - \lambda_0 L_r^2\Omega = 0 \tag{10}$$

式中：$\Omega = w^2$；λ 为特征方程式变量，可得

$$\lambda^2 = -\frac{1}{2}\Omega\left(\lambda_0 + \frac{1}{\lambda_0}\right)\left[1 \pm \sqrt{\frac{\left(\lambda_0 - \frac{1}{\lambda_0}\right)^2 + 4\frac{\lambda_0 L_r^2}{\Omega}}{\left(\lambda_0 + \frac{1}{\lambda_0}\right)^2}}\right] \tag{11}$$

式(10)解的结构决定其具体形式。一般的，其通解为

$$Z_i = a_1 e^{\lambda_1 X} + a_2 e^{-\lambda_1 X} + a_3 e^{\lambda_2 X} + a_4 e^{-\lambda_2 X} \tag{12}$$

式中：a_i 为系数；Z_i 的下标 i 为 s 或 b；λ_1 和 λ_2 分别为式(11)的 2 个正根。

将其转化至实域时，可由 sinh( )、cosh( )、sin( )和cos( )等实函数进行表示。本文以两边固支的边界条件为例，其他形式的边界条件可以用同样的方法得出。其中，固支边界条件为

$$\begin{cases} \bar{Z}_L(0,\zeta)\big|_{X=0} = \bar{Z}_L(0,\zeta)\big|_{X=1} = 0 \\ \varphi(0,\zeta)\big|_{X=0} = \varphi(0,\zeta)\big|_{X=1} = 0 \end{cases} \tag{13}$$

式中：$\bar{Z}_L$ 为 z 向总位移。

1）当 $\Omega < \lambda_0 L_r^2$ 时，式(10)由一对实根和一对共轭复根构成，分别记为 $\pm\eta$ 和 $\pm\alpha$。其频率方程和特征向量分别为

$$\begin{vmatrix} -\frac{\lambda_0\eta^2}{\Omega}\sinh\eta - \frac{K_{11}}{K_{12}}\cdot\frac{\lambda_0\alpha^2}{\Omega}\sin\alpha & \frac{\lambda_0\eta^2}{\Omega}(\cos\alpha - \cosh\eta) \\ K_{11}(\eta\cosh\eta - \eta\cos\alpha) & K_{11}\eta\sinh\eta - K_{12}\frac{\eta^2}{\alpha^2}\alpha\sin\alpha \end{vmatrix} = 0 \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} Z_s \\ Z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sinh(\eta X) \\ K_{11}\sinh(\eta X) \end{bmatrix} + \frac{A_{12}}{A_{11}}\begin{bmatrix} \cosh(\eta X) \\ K_{11}\cosh(\eta X) \end{bmatrix} + \frac{A_{13}}{A_{11}}\begin{bmatrix} \sin(\alpha X) \\ K_{12}\sin(\alpha X) \end{bmatrix} + \frac{A_{14}}{A_{12}}\cdot\frac{A_{12}}{A_{11}}\begin{bmatrix} \cos(\alpha X) \\ K_{12}\cos(\alpha X) \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中：$K_{11} = -\frac{\lambda_0\eta^2 + \Omega}{\Omega}$；$K_{12} = \frac{\lambda_0\alpha^2 - \Omega}{\Omega}$；$\frac{A_{14}}{A_{12}} = \frac{\eta^2}{\alpha^2}$；$\frac{A_{13}}{A_{11}} = -\frac{K_{11}\eta}{K_{12}\alpha}$；$\frac{A_{12}}{A_{11}} = -\frac{\sinh\eta + \frac{K_{11}}{K_{12}}\cdot\frac{\alpha^2}{\eta^2}\sin\alpha}{\cosh\eta - \cos\alpha}$。

2）当 $\Omega = \lambda_0 L_r^2$ 时，式(10)由 2 个 0 重根和一对虚根 $\pm\alpha$ 组成。其频率方程和特征向量分别为

$$\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha - 1 \\ K_{22}\cos\alpha - K_{22} & -K_{22}\sin\alpha - \alpha \end{vmatrix} = 0 \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} Z_s \\ Z_b \end{bmatrix} = \frac{A_{21}}{A_{23}}\cdot\frac{A_{23}}{A_{24}}\begin{bmatrix} X \\ -X \end{bmatrix} + \frac{A_{22}}{A_{24}}\begin{bmatrix} 1 - \frac{\Omega}{2\lambda_0}X^2 \\ \frac{\Omega}{2\lambda_0}X^2 \end{bmatrix} + \frac{A_{23}}{A_{24}}\begin{bmatrix} \sin(\alpha X) \\ K_{22}\sin(\alpha X) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\alpha X) \\ K_{22}\cos(\alpha X) \end{bmatrix} \tag{17}$$

式中：$K_{22} = \frac{\lambda_0\alpha^2 - \Omega}{\Omega}$；$\frac{A_{22}}{A_{24}} = -\frac{\lambda_0\alpha^2}{\Omega}$；$\frac{A_{21}}{A_{23}} = \alpha K_{22}$；$\frac{A_{23}}{A_{24}} = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$。

3）如果 $\Omega > \lambda_0 L_r^2$，式(10)的解由一对虚根 $\pm\alpha$ 和另一对虚根 $\pm\beta$ 构成，其频率方程和特征向量分别为

$$\begin{vmatrix} \sin\beta - \frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{K_{31}}{K_{32}}\sin\alpha & \cos\beta - \cos\alpha \\ \beta K_{31}(\cos\beta - \cos\alpha) & -\beta K_{31}\cos\beta + \alpha K_{32}\frac{\beta^2}{\alpha^2}\sin\alpha \end{vmatrix} = 0 \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} Z_s \\ Z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\beta X) \\ K_{31}\sin(\beta X) \end{bmatrix} + \frac{A_{32}}{A_{31}}\begin{bmatrix} \cos(\beta X) \\ K_{31}\cos(\beta X) \end{bmatrix} + \frac{A_{33}}{A_{31}}\begin{bmatrix} \sin(\alpha X) \\ K_{32}\sin(\alpha X) \end{bmatrix} + \frac{A_{34}}{A_{32}}\cdot\frac{A_{32}}{A_{31}}\begin{bmatrix} \cos(\alpha X) \\ K_{32}\cos(\alpha X) \end{bmatrix} \tag{19}$$

式中：$K_{31} = \frac{\lambda_0\beta^2 - \Omega}{\Omega}$；$K_{32} = \frac{\lambda_0\alpha^2 - \Omega}{\Omega}$；$\frac{A_{34}}{A_{32}} = -\frac{\beta^2}{\alpha^2}$；$\frac{A_{33}}{A_{31}} = -\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{K_{31}}{K_{32}}$；$\frac{A_{32}}{A_{31}} = \frac{\sin\beta - \frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{K_{31}}{K_{32}}\sin\alpha}{\cos\alpha - \cos\beta}$。

需要指出的是，考虑到实际情形，式(17)的情况不存在[6,8]。

1.2.2 阻尼振动求解

同 1.2.1 节，根据分离变量法，比例阻尼条件下的系统模态响应为

$$\begin{bmatrix} Z_s \\ Z_b \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty}\begin{bmatrix} Z_{sn}(X) \\ Z_{bn}(X) \end{bmatrix} Q_n(\zeta) \tag{20}$$

北京航空航天大学学报

式中:$Q_n(\zeta)$为比例阻尼情形下的模态响应函数,仅和时间变量 ζ 相关。同时,考虑到式(6)中的外力源项,此处将式(20)代入式(7),然后在等式两侧同时左乘$[Z_{sm},Z_{bm}]$($m\neq n$,m、n 为正整数),并将所得的结果对 X 从 0 到 1 积分,根据模态振型的正交特性,式(7)最终可以被转换为第 m 阶模态的振动表达式:

$$\ddot{Q}_m(\zeta)+2\kappa_m w_m\dot{Q}_m(\zeta)+\Omega_m Q_m(\zeta)=F_m^* \tag{21}$$

其中:

$$\Omega_m=w_m^2=\frac{\int_0^1\left(\lambda_0 Z_{sm}Z''_{sm}+\lambda_0 L_r^2 Z_{bm}Z'_{sm}+\frac{1}{\lambda_0}Z_{bm}Z^{(3)}_{bm}\right)\mathrm{d}X}{-\int_0^1\left(Z_{sm}^2+Z_{bm}Z_{sm}+Z_{bm}Z'_{bm}\right)\mathrm{d}X}$$

$$\kappa_m=\frac{\int_0^1\left(C_s^* Z_{sm}Z''_{sm}+C_s^* L_r^2 Z_{bm}Z'_{sm}+C_b^* Z_{bm}Z^{(3)}_{bm}\right)\mathrm{d}X}{-2w_m\int_0^1\left(Z_{sm}^2+Z_{bm}Z_{sm}+Z_{bm}Z'_{bm}\right)\mathrm{d}X}$$

此处,式(21)的显式结果可以通过 Zhang 等的求解过程导出[13]。其中,利用 Duhamel 积分或者卷积积分法,系统在受载时的响应可以表示为如下结果:

1)阻尼比满足 $\kappa_m=0$ 时,

$$Q_m(\zeta)=\frac{1}{w_m}\int_0^\zeta F_m^*(\tau)\sin(w_n^i(\zeta-\tau))\mathrm{d}\tau \tag{22}$$

2)阻尼比满足 $0<\kappa_m<1$ 时,

$$Q_m(\zeta)=\frac{1}{w_m^{\mathrm{d}}}\int_0^\zeta F_m^*(\tau)\mathrm{e}^{-\kappa_m w_m(\zeta-\tau)}\sin(w_m^{\mathrm{d}}(\zeta-\tau))\mathrm{d}\tau \tag{23}$$

式中:上标 d 代表阻尼情形。

3)阻尼比满足 $\kappa_m=1$ 时,

$$Q_m(\zeta)=\int_0^\zeta F_m^*(\tau)(\zeta-\tau)\mathrm{e}^{-w_m(\zeta-\tau)}\mathrm{d}\tau \tag{24}$$

4)阻尼比满足 $\kappa_m>1$ 时,

$$Q_m(\zeta)=\frac{\int_0^\zeta F_m^*(\tau)\left[\mathrm{e}^{\left(-\kappa_m+\sqrt{\kappa_m^2-1}\right)w_m(\zeta-\tau)}+\mathrm{e}^{\left(-\kappa_m-\sqrt{\kappa_m^2-1}\right)w_m(\zeta-\tau)}\right]\mathrm{d}\tau}{2w_m\sqrt{\kappa_m^2-1}} \tag{25}$$

具体的,位于 $X=d^*$ 阶跃载荷可以通过海威塞得函数 $H(\zeta)$ 定义为

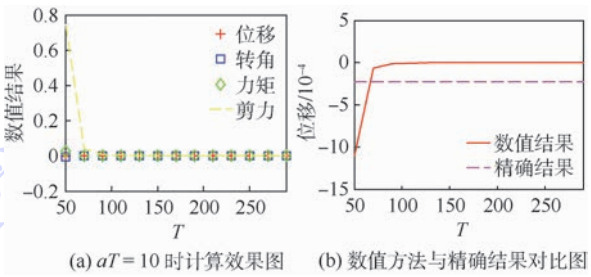
$$F_m^*=-F_0^* H(\zeta)Z_{sm}\qquad X=d^* \tag{26}$$

移动载荷可以定义为

$$F_m^*=-F_0^* Z_{sm}\qquad X=v_0\zeta \tag{27}$$

2　算例分析

图 1 是关于 Durbin 法的一个数值实验,可以看出当乘积 aT 一定时,随着 T 的改变,梁内部物理量求解误差相差极大。而模态叠加法,因其具有较好的数值稳定性,常用作检验数值方法的标准和较强的适用性,因此被第 1 节采用。



(a) $aT=10$ 时计算效果图　(b) 数值方法与精确结果对比图

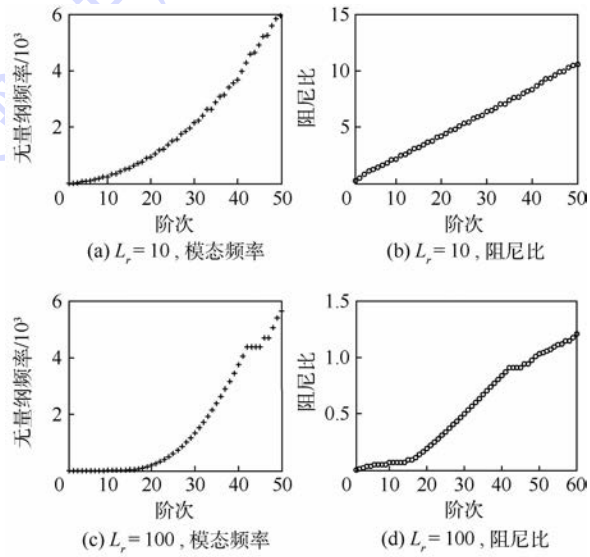
图 1　Durbin 数值反拉普拉斯求解效果示意图

Fig. 1　Schematic of solving accuracy of Durbin's inverse Laplace

2.1　模态求解

本节首先对频率和模态特性进行计算,参考一组真实原始数据[13]:$L=1\,800$ m,$A=20$ m^2,$I=309.156\,3$ kg·m^2,$E=3.63\times10^{10}$ N·m^{-2},$G=1.578\,3\times10^{10}$ N·m^{-2},$\rho=5.128\,2\times10^3$ kg·m^{-3},$C_b=2\times10^8$ Pa,$k=5/6$,$F_0=2\times10^4$ N。

图 2(a)、(c)为在无阻尼时的频率求解结果,随着 L_r 的增大,系统的固有频率逐渐降低;此外,从图 2(b)、(d)的阻尼变化趋势可以看出:采用铁木辛柯梁模型计算出的阻尼比,在 $L_r=10$ 时,系统在前3阶频率内为振荡阻尼特性,在其之后



(a) $L_r=10$,模态频率　(b) $L_r=10$,阻尼比

(c) $L_r=100$,模态频率　(d) $L_r=100$,阻尼比

图 2　模态频率和阻尼比变化趋势图

Fig. 2　Changing tendency of modal frequencies and damping ratios

北航学报 赠阅

进入了过阻尼状态,并随着阶次的增长迅速增大;而当 $L_r=100$ 时,系统在第 48 阶模态之后才进入过阻尼振动状态;而且,与 $L_r=10$ 同阶模态相比,$L_r=100$ 时的阻尼值明显减小。这说明系统在受载后将更慢恢复到平衡状态。对于所研究的 2 种长细比,过阻尼状态均发生在第 1 种和第 3 种情况的交界处,当具有第 1 种情况的振型特性时,过阻尼状态不会发生。

图 3(a)~(f)给出了系统的模态振型图。其中,图 3(a)~(c)和图 3(d)~(f)分别为在 $L_r=10$ 和 $L_r=100$ 时的模态振型,图 3(a)、(b)、(d)、(e)为 $\Omega<\lambda_0 L_r^2$ 时的解,图 3(c)、(f)对应 $\Omega>\lambda_0 L_r^2$ 的情况。从模态阵型形状来看,第 1 类振型呈现出正余弦波动的特性,第 3 类振型则呈现出 2 种不同正弦叠加的特性。对于第 1 种情况,阵型函数更为平滑。

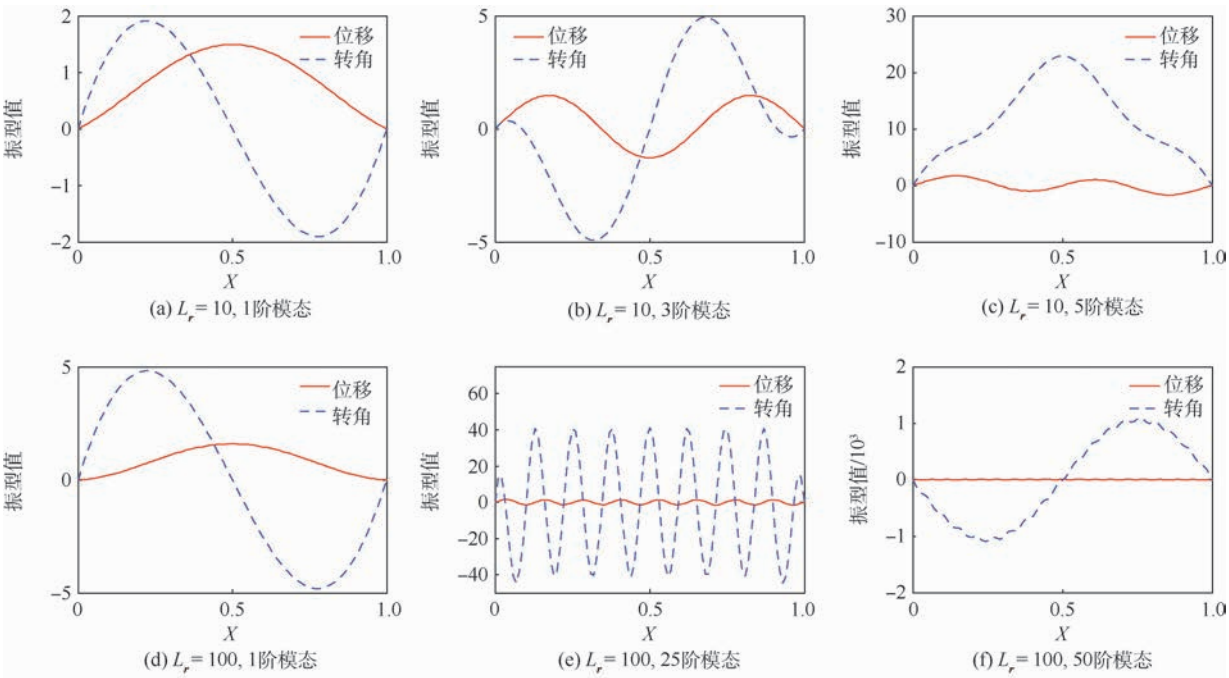


图 3 归一化模态振型

Fig. 3 Normalized modal shapes

2.2 阶跃载荷

本节对系统在承受阶跃载荷情况下的动态响应进行了研究,并对 $L_r=10$ 和 $L_r=100$ 的 2 种不同长细比进行对比分析。选用 $X=0.2$ 和 $X=0.8$ 为 2 个不同的研究点,分别对对称受载 $d^*=0.5$ 和非对称载荷 $d^*=0.25$ 进行了探究。其中,系统的总响应为前 500 阶模态叠加的结果。

从图 4、图 5 中可以看出,在阶跃载荷的作用下,阶次越高,模态响应所占的比例越少,证明了在非简谐特性的阶跃载荷作用下,系统表现出了低频模态为主导的特性。从模态响应的变化趋势来看,由于系统在高 L_r 时具有较低的阻尼比,其在受载后回至平衡状态的时间也大大增加。$L_r=10$ 和 $L_r=100$ 的模态响应趋势也验证了这一特点。系统在对称阶跃载荷的作用下,其响应相对于中点,理论上也应为对称的,如图 6 所示,$X=0.2$ 和 $X=0.8$ 的求解结果证实了这一结论。而当载荷被偏置后($d^*=d/L=0.25$),从图7可

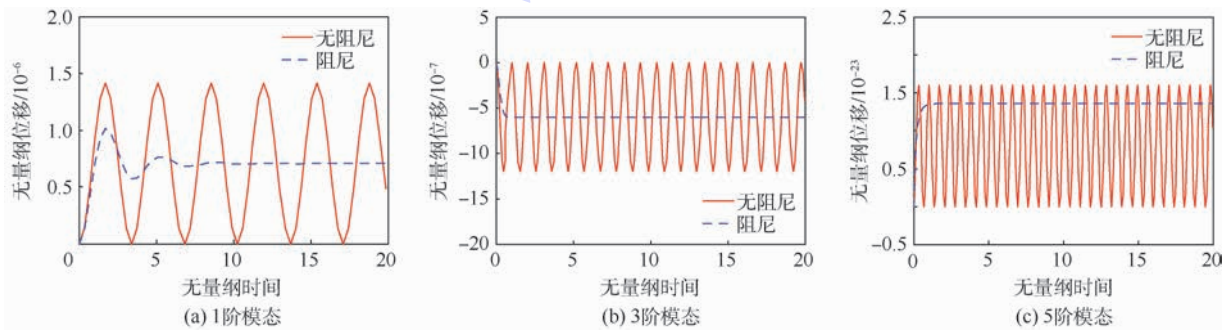


图 4 $L_r=10$ 模态响应

Fig. 4 Modal response when $L_r=10$

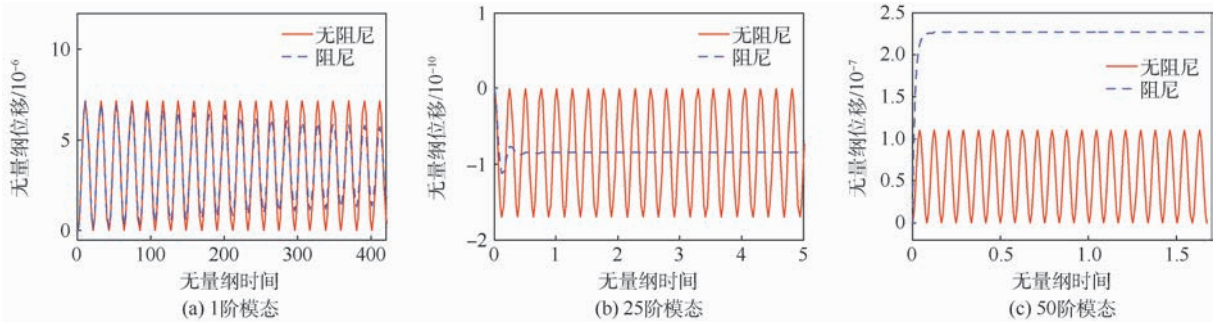


图 5　$L_r=100$ 模态响应

Fig. 5　Modal response when $L_r=100$

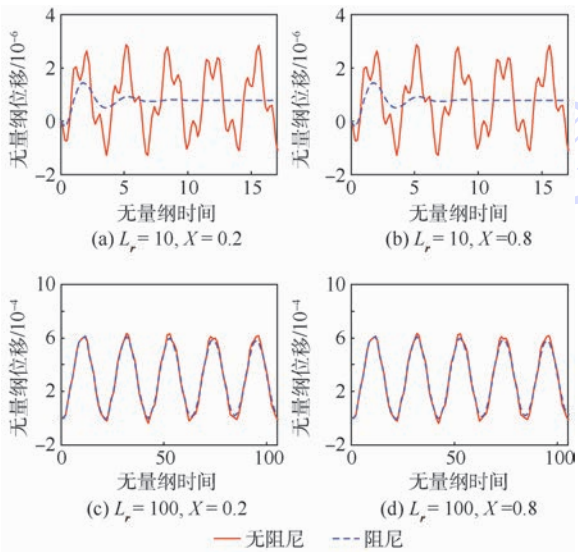


图 6　$d^*=0.5$ 时无量纲位移总响应

Fig. 6　Non-dimensionalized response of total displacement when $d^*=0.5$

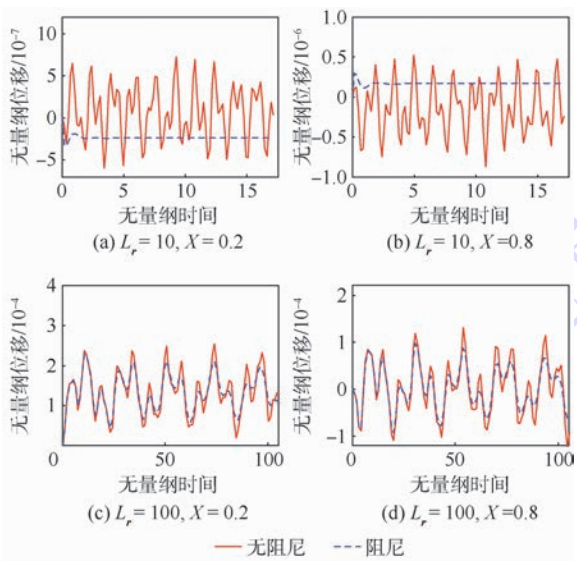


图 7　$d^*=0.25$ 时无量纲位移总响应

Fig. 7　Non-dimensionalized response of total displacement when $d^*=0.25$

以看出系统的响应随时间的变化发生了变化，然而 2 个研究点处的振幅具有相同的量级。

此外，通过模态响应图或总响应图，对比无阻尼振动和有阻尼振动的结果可以得出：当 L_r 较小时，系统的各阶阻尼系数较大，振动收敛很快，例如对于 $L_r=10$，响应在 3 ~ 4 个波峰之后基本趋于稳定，而对于大 L_r 情形，系统则需要历经更长的时间才能收敛。这也间接证明了对于阶跃响应，系统的低阶模态起主导作用。

2.3　移动载荷

本节对系统承受移动载荷时进行了进一步的研究。载荷的计算条件为 $v_0=0.001$ m/s。计算时间考虑载荷沿起始位置 $X=0$ 运动至终点 $X=1$。

图8和图9的计算结果表明，无论在低L_r或高

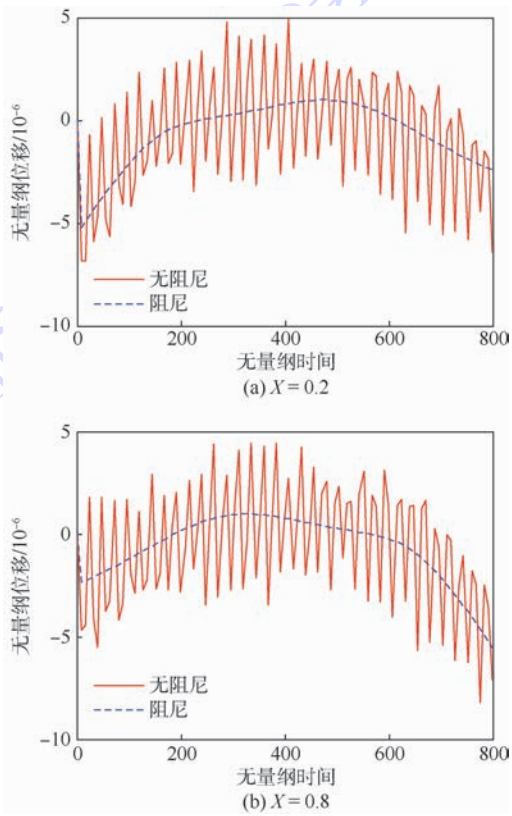


图 8　$L_r=10$ 无量纲位移总响应

Fig. 8　Non-dimensionalized response of total displacement when $L_r=10$

北航学报 赠阅

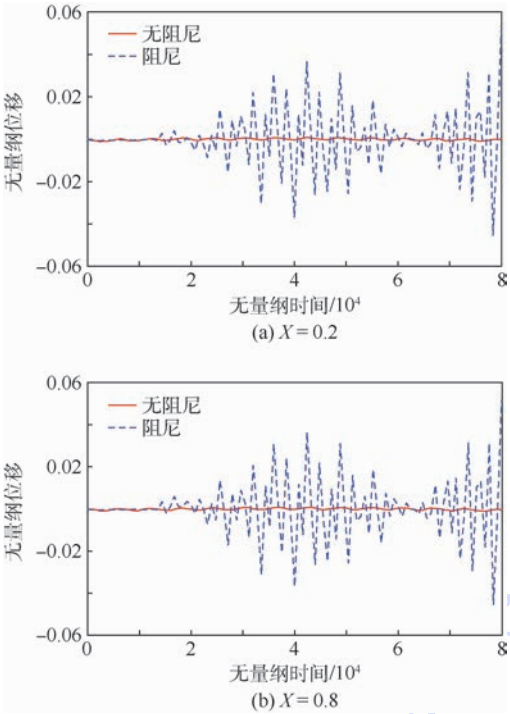


图 9 $L_r=100$ 无量纲位移总响应

Fig. 9 Non-dimensionalized response of total displacement when $L_r=100$

L_r 情况下，无阻尼响应曲线在移动受载时均呈现出了往复波动的特性。而得益于在低 L_r 时系统具有高阻尼比，阻尼响应在 $L_r=10$ 时没有呈现出波动特性。对于高 L_r，从响应结果可以看出，较低的模态阻尼比使得系统在考虑阻尼的情况下也呈现出明显的波动特性。而且，当载荷运动至中间位置和末端位置时，其响应竟远远超过了无阻尼振动的响应，这是因为当载荷在低速运动时，阻尼的存在使得考虑阻尼振动的梁频率比自然振动频率更低，载荷的低频分量更接近有阻尼振动时的频率，从而导致局部更接近共振频率所致。

3 结 论

本文采用了实模态叠加法导出了铁木辛柯梁在承受阶跃载荷和移动载荷时的解析解，其中，通过比例阻尼条件将 K-V 模型转化为了比例阻尼模型。对动态响应的分析表明：

1）铁木辛柯梁模型可以预测更复杂的模态振型形状，因而其频率求解更准确。

2）系统在承受阶跃载荷时，系统的响应主要由低阶频率主导，对于小长细比，阻尼振动可以很快收敛，而对于大长细比，振动收敛很慢，这是因为当长细比较大时，各阶模态的阻尼比明显减小。

3）系统在承受低速移动载荷时，无阻尼振动和有阻尼振动的结果表明，小长细比情况下，有阻尼振动由于能量很快被耗散掉，所以响应没有呈现出波动特性，而在大长细比下，有阻尼振动波动十分明显，而且小速度移动的载荷引起了有阻尼振动的共振，使得振幅远远超过了无阻尼的响应。

参考文献（References）

[1] LABUSCHAGNE A, RENSBURG N F J V, MERWE A J V D. Comparison of linear beam theories[J]. Mathematical & Computer Modelling, 2009, 49(1-2): 20-30.

[2] STEPHEN N G. The second spectrum of Timoshenko beam theory—Further assessment[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 292(1-2): 372-389.

[3] HAN S M, BENAROYA H, WEI T. Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 225(5): 935-988.

[4] KOCATÜRK T, ŞIMŞEK M. Dynamic analysis of eccentrically prestressed viscoelastic Timoshenko beams under a moving harmonic load[J]. Computers & Structures, 2006, 84(31): 2113-2127.

[5] BOLEY B, CHAO C. Some solutions of the timoshenko beam equations[J]. Journal of Applied Mechanics, 1955, 25: 579-586.

[6] XIN Y F, SONG Y C, ZHU D C, et al. Elastic impact on finite Timoshenko beam[J]. Acta Mechanica Sinica (English Series), 2002, 18(3): 252-263.

[7] 邢誉峰. 有限长 Timoshenko 梁弹性碰撞接触瞬间的动态特性[J]. 力学学报, 1999, 31(1): 68-74.
XIN Y F. The characteristics of Timoshenko beam during the process of elastic impact and contact[J]. Acta Mechanica Sinica, 1999, 31(1): 68-74(in Chinese).

[8] SU Y C, MA C C. Transient wave analysis of a cantilever Timoshenko beam subjected to impact loading by Laplace transform and normal mode methods[J]. International Journal of Solids & Structures, 2012, 49(9): 1158-1176.

[9] SU Y C, MA C C. Theoretical analysis of transient waves in a simply-supported Timoshenko beam by ray and normal mode methods[J]. International Journal of Solids & Structures, 2011, 48(3): 535-552.

[10] HU M Y, WANG A W, ZHANG X M. Approximate analytical solutions and experimental analysis for transient response of constrained damping cantilever beam[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2010, 31(11): 1359-1370.

[11] CHEN W R. Parametric studies on bending vibration of axially-loaded twisted Timoshenko beams with locally distributed Kelvin-Voigt damping[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2014, 88: 61-70.

[12] GU L L, QIN Z Y, CHU F L. Analytical analysis of the thermal effect on vibrations of a damped Timoshenko beam[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2014, 60-61: 619-643.

[13] ZHANG X Y, ZHU M, LIANG H Q. Dynamic analysis of the continuous fluid-structure system based on Timoshenko model and considering damping: AIAA-2017-1984[R]. Reston: AIAA,

北航学报 赠阅

2017.

[14] DUBNER H, ABATE J. Numerical inversion of Laplace transforms by relating them to the finite Fourier cosine transform [J]. Journal of the ACM, 1968, 15(1): 115-123.

[15] DURBIN F. Numerical inversion of Laplace transforms: An efficient improvement to Dubner and Abate's method [J]. Computer Journal, 1974, 17(4): 371-376.

[16] JENSEN J J. On the shear coefficient in Timoshenko's beam theory [J]. Journal of Applied Mechanics, 1966, 33(2): 621-635.

[17] ZHAO H L, LIU K S, ZHANG C G. Stability for the Timoshenko beam system with local Kelvin-Voigt damping [J]. Acta Mathematica Sinica (English Series), 2005, 21(3): 655-666.

[18] CAPSONI A, VIGANÒG M, BANI-HANI K. On damping effects in Timoshenko beams [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2013, 73(8): 27-39.

作者简介:

张夏阳　男,博士研究生。主要研究方向:飞行器设计。

祝明　男,副教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计。

武哲　男,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计。

Response analysis of Timoshenko beam based on K-V damping model

ZHANG Xiayang, ZHU Ming*, WU Zhe

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on Timoshenko beam theory, this paper has analyzed the dynamic properties when a clamped beam subjected to step load and moving load respectively. In addition, K-V damping model is considered to study the influence of damping on dynamic performance of the system. To acquire the theoretical solution, proportional damping utilization condition is derived, the real modal superposition method is applied, and eventually obtain the analytical responses when beam subjected to external loads. The numerical analysis results indicate that the solving process is accurate and reliable, providing a measurement reference to other methods, like Laplace transformation. The results of damping cases demonstrate that the high modes inherit over damping property, while in low modes present oscillation convergent characteristic. Sometimes, the damping can have significantly impact on the whole system, and for large slender ratios, the amplitude under moving load is even enlarged. Furthermore, the dynamic response subjected to step load is dominated by the low modes.

Keywords: Timoshenko beam; K-V damping; real mode theory; step load; moving load

Received: 2017-04-05; **Accepted**: 2017-07-12; **Published online**: 2017-09-22 10:12

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1012.001.html

Foundation item: National Key R&D Program of China (2016YFB1200100)

* **Corresponding author**. E-mail: zhumingbuaa@163.com

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0199

超流体陀螺相位波动噪声自适应抵消系统分析

赵玉龙[1], 沈怀荣[2], 任元[2,*]
(1. 装备学院 研究生管理大队, 北京 101416; 2. 装备学院 航天装备系, 北京 101416)

摘 要: 针对超流体陀螺相位波动噪声影响陀螺角速度检测精度的问题,提出了一种基于递推最小二乘(RLS)算法的陀螺自适应噪声抵消系统。首先,建立了超流体陀螺的相位检测模型,得到了陀螺输出薄膜幅值和相位的关系。其次,考虑热运动的影响,建立了相位波动噪声的等效输入角速度模型,探索了陀螺参数对角速度噪声的影响,得到了陀螺角速度噪声幅值范围。在此基础上,考虑该角速度噪声与输入角速度的互不相关性,将超流体陀螺薄膜幅值解算输出的混合角速度信息作为抵消系统的期望输入,将相位波动噪声引起的角速度噪声作为 RLS 自适应滤波器的参考输入,通过自适应调节参数使得 RLS 自适应滤波器的输出与混合角速度信息的噪声部分相抵消。通过与最小均方(LMS)算法仿真对比表明,在大角速度、大噪声情况下,该抵消系统能够有效消除陀螺混合角速度信息中的噪声成分,且具有较快的收敛速度和较好的稳定性。

关 键 词: 超流体陀螺; 相位波动噪声; 自适应滤波; 递推最小二乘 (RLS)算法; 噪声抵消
中图分类号: V448.2
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0508-08

进入21世纪,量子技术特别是低温物理学的研究取得了重大突破[1],由此诞生了基于物质波干涉的新型低温超流体陀螺[2]。该陀螺是利用液氦在低温条件下呈现的量子宏观效应,基于物质波 Sagnac 效应实现角速率敏感的一类新概念陀螺,其计算灵敏度比激光干涉陀螺高将近 10 个数量级,因此引起各国的极大兴趣[3]。美国的加州大学伯克利分校[4]和哈佛大学[5]、俄罗斯的科学研究院[6]等机构竞相开始研究[6]。凭借超高精度、超高灵敏度、小体积等优势,超流体陀螺有望被应用于深空探测、新型战略武器等长航时、大航程高精度军用和民用领域[7]。

超流体陀螺是通过检测薄膜位移而实现角速度测量的,因此位移传感器的分辨率是影响超流体陀螺分辨率的重要因素。文献[8]通过改进测量电路,将位移传感器的输出噪声由 3×10^{-5} m/Hz 降低到了 1×10^{-5} m/Hz,从而提高了超流体量子干涉陀螺的测量精度。文献[9]对超流体陀螺的热噪声进行了分析,验证了增加弱连接微孔数目可实现陀螺热噪声的抑制,然而受限于弱连接的加工技术,微孔数目不宜过多。文献[10]设计了多圈环绕结构,在一定程度上降低了陀螺噪声,但增加了加工难度和成本,且不能实现噪声的完全抑制。

此外,关于噪声抑制的滤波算法方面,由于非线性自适应滤波计算较复杂且硬件实现困难,因此实际中仍多采用线性自适应滤波[11]。考虑维纳滤波和卡尔曼滤波对先验知识的初始条件依赖较大[12],最小均方(LMS)算法对非平稳信号的适应性差[13],为此,本文在明晰陀螺相位波动噪声

收稿日期: 2017-04-05; **录用日期**: 2017-06-09; **网络出版时间**: 2017-09-01 17:43
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1743.004.html
基金项目: 国家自然科学基金 (51475472); 国家"863"计划 (2015AA8018038C)
* **通信作者**. E-mail: renyuan_823@aliyun.com

引用格式: *赵玉龙, 沈怀荣, 任元. 超流体陀螺相位波动噪声自适应抵消系统分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 508-515. ZHAO Y L, SHEN H R, REN Y. Phase fluctuation noise adaptive cancellation system of superfluid gyroscope[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 508-515 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

形成机理的基础上，结合陀螺角速度噪声与外界输入角速度互不相关的特性，提出了一种基于递推最小二乘（RLS）自适应滤波的陀螺相位波动噪声抵消系统。该方法结合陀螺混合角速度信息，基于 RLS 算法实现滤波参数调节，使得 RLS 自适应滤波器的输出与混合角速度中噪声部分相抵消，在对信号的适应性和收敛速率方面有很大优势。

1　超流体陀螺相位检测模型

超流体陀螺结构如图 1 所示，该陀螺装置主要由热驱动部分、干涉环路和薄膜检测模块组成。

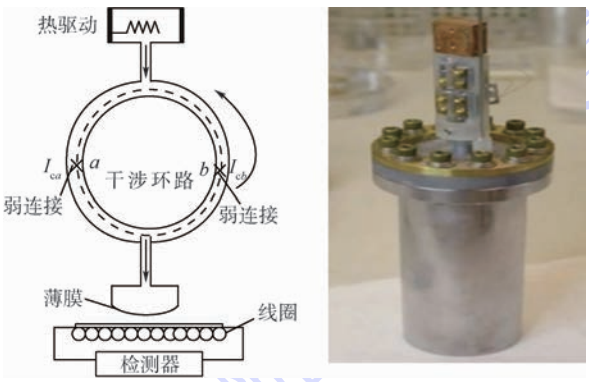


图 1　超流体陀螺示意图

Fig. 1　Schematic of superfluid gyroscope

超流体陀螺工作时，启动热驱动装置使得超流体在环形干涉环路的双弱连接处发生约瑟夫森效应从而产生物质波，超流体流经单个微孔的物质波流量 I_0 可表示为[14]

$$I_0 = I_{ci}\sin\Delta\phi_i \qquad i = a,b \tag{1}$$

式中：I_{ca}、$\Delta\phi_a$ 和 I_{cb}、$\Delta\phi_b$ 分别为流过弱连接 a、b 两端单个微孔的超流体临界流量和相位。

则环形腔内超流体的总物质波流量 I 为

$$I = NI_{ca}\sin\Delta\phi_a + NI_{cb}\sin\Delta\phi_b \tag{2}$$

式中：N 为单弱连接包含的微孔数目。

假设双弱连接加工完全一致，则流过弱连接 a、b 两端的临界流量大小一致，即 $I_{ca} = I_{cb} = I_c$，由和差化积公式，得到总物质波流量为

$$I = 2NI_c\cos\left(\frac{\Delta\phi_a - \Delta\phi_b}{2}\right)\sin\left(\frac{\Delta\phi_a + \Delta\phi_b}{2}\right) \tag{3}$$

当存在外界角速度时，由于物质波 Sagnac 效应，超流体物质波流量幅值 H 将被调制为[15]

$$H = 2NI_c\left|\cos\Delta\phi_s\right| = 2NI_c\left|\cos\left(\frac{2\pi m_4}{h}\omega A\right)\right| = 2NI_c\left|\cos\left(\frac{2\pi}{k_4}\omega A\right)\right| \tag{4}$$

式中：$\Delta\phi_s$ 为外界输入角速度引起的转动相位；A 为陀螺的感应面积；m_4 为氦-4 的原子质量；h 为普朗克常数；ω 为外界输入角速度；$k_4 = h/m_4$ 为超流体量子环流量。

在超流体物质波流量的作用下，陀螺的薄膜位移发生变化，使用高精度的超导量子干涉仪作为薄膜位移的检测模块，将检测到的薄膜位移经快速傅里叶变化便可得到约瑟夫森频率下的位移幅值 X_m。位移幅值 X_m 与流量幅值 H 满足[16]：

$$X_m = \frac{H}{2\pi f_J \rho A_f} \tag{5}$$

式中：f_J 为约瑟夫森频率；ρ 为总的流体密度；A_f 为柔性薄膜面积。

根据式（4），当陀螺检测较小的角速度时，则由该角速度引起的转动相位也较小，此时超流体陀螺转动相位与薄膜幅值的关系可表示为

$$\Delta\phi_s = \arccos\left(\frac{\pi\rho A_f f_J X_m}{NI_c}\right) \tag{6}$$

2　相位波动噪声分析及抑制

2.1　相位波动噪声分析

考虑超流体内部分子的热运动始终存在，超流体陀螺环路中的流体热能量为 $K_B T/2$，K_B 为玻尔兹曼常数，T 为陀螺工作温度。热能量作用下，超流体流过弱连接的流体包含的动能为 $N\rho_s D^2 \ell \Delta v_s^2/2$，$\rho_s$ 为超流体密度，D 为微孔孔径，Δv_s 为超流体流动速度，ℓ 为弱连接厚度。

超流体流动速度与弱连接两侧相位差 $\Delta\phi$ 满足[14]：

$$\Delta v_s = \frac{\hbar}{m_4}\cdot\frac{\Delta\phi}{\ell} \tag{7}$$

式中：$\hbar = h/(2\pi)$。

根据能量守恒关系可得，由热运动引起弱连接两侧的相位波动为

$$\Delta\phi = \frac{m_4}{\hbar}\sqrt{\frac{K_B T\ell}{N\rho_s D^2}} \tag{8}$$

超流体陀螺的角速度检测原理是通过检测薄膜位移而间接得到外界输入角速度信息。由式（6）、式（8）易知，相位波动噪声的存在将直接影响陀螺的薄膜检测幅值。显然弱连接 a、b 在位置上相互独立，波动相位掺杂在转动相位中，由相位波动噪声引起的角速度噪声属于热噪声范畴[6]。结合式（4）、式（8），得到相位波动噪声引起的陀螺等效输入角速度噪声为

$$\Delta\omega = \frac{k_4}{2\pi A}\cdot\frac{m_4}{\hbar}\sqrt{\frac{K_B T\ell}{N\rho_s D^2}} \tag{9}$$

北航学报 赠阅

由式(9)易知,由相位波动噪声引起的陀螺角速度噪声与外界输入角速度无关,只与弱连接的结构和陀螺工作温度有关,通过设置合适的陀螺工作温度、弱连接厚度、微孔数目和孔径横截面积,可以在一定程度上实现陀螺相位波动噪声的抑制。

由于超流体在弱连接处发生约瑟夫森效应的前提为[4]

$$D \leqslant 2\xi_4 \tag{10}$$

式中:ξ_4 为与温度相关的关联长度,单位为 nm,表示为[3]

$$\xi_4 = \frac{0.3}{\left(1 - \frac{T}{T_\lambda}\right)^{0.67}} \tag{11}$$

其中:T_λ 为超流体的相变温度。

可见,微孔孔径的选取受到关联长度的限制,且陀螺的工作温度应结合弱连接微孔孔径而选取。考虑受限于弱连接的微制造加工技术和微孔的边缘效应,通常微孔的厚度在 50 ~ 90 nm 之间。结合式(9)、式(10)可知,在微孔数目和弱连接厚度固定时,设置 $\sqrt{T/(2\xi_4)^2}$ 为最小时,可以得到最小的陀螺噪声。

2.2 基于 RLS 算法的噪声自适应抵消系统设计

根据超流体陀螺工作原理,通过薄膜幅值信息可以求解出相位波动噪声影响下陀螺输出的混合噪声角速度信息。针对该角速度信息中相位波动噪声引起的角速度噪声与输入角速度互不相关的特性,设计的陀螺波动噪声自适应抵消系统如图 2 所示。期望输入 $d(i)$ 为陀螺薄膜解算出的有用角速度信息 $\omega(i)$ 和噪声 $\delta_\omega(i)$ 的混合角速度信息,$u(i)$ 为与 $\delta_\omega(i)$ 相关但与 $\omega(i)$ 不相关的参考噪声输入。

通过将薄膜幅值信息解算出的混合角速度信息作为噪声自适应抵消系统的期望输入,相位波动引起的角速度噪声作为 RLS 自适应滤波器的参考噪声输入,经过参数调节使得 RLS 自适应滤波器的输出与混合角速度的噪声部分相抵消。其中,RLS 自适应滤波器采用如图 3 所示的横向滤波器结构。

RLS 横向滤波器的输出为

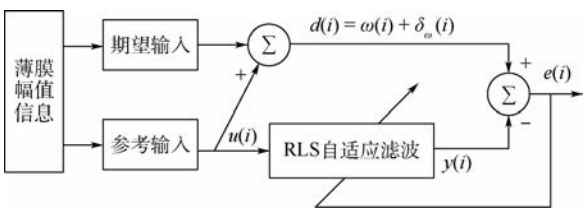


图 2 噪声自适应抵消系统示意图

Fig. 2 Schematic of noise adaptive cancellation system

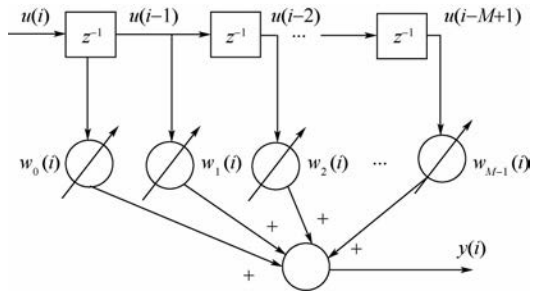


Fig. 3 横向滤波器结构

Fig. 3 Structure of transversal filter

$$y(i) = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{U}(i) = \sum_{n=0}^{M-1}(w_n(i)u(i-n)) \tag{12}$$

式中:$\boldsymbol{U}(i) = [u(i), u(i-1), \cdots, u(i-M+1)]^{\mathrm{T}}$ 为输入向量;$\boldsymbol{W}(i) = [w_0(i), w_1(i), \cdots, w_{M-1}(i)]^{\mathrm{T}}$ 为权系数向量,i 为时间序列,M 为滤波器阶数。

则超流体陀螺噪声自适应抵消系统的实际输出为

$$e(i) = \omega(i) + \delta_\omega(i) - y(i) \tag{13}$$

对式(13)平方得到

$$e^2(i) = \omega^2(i) + (\delta_\omega(i) - y(i))^2 + 2\omega(i)(\delta_\omega(i) - y(i)) \tag{14}$$

由式(9)可知,由相位波动噪声引起的陀螺角速度噪声与输入角速度不相关,即 $\omega(i)$ 与 $y(i)$ 及 $\delta_\omega(i)$ 互不相关,则 $\omega(i)$ 与 $\delta_\omega(i) - y(i)$ 也不相关,对式(14)取数学期望得到

$$E(e^2(i)) = E(\omega^2(i)) + E((\delta_\omega(i) - y(i))^2) \tag{15}$$

调节权系数使 $E((\delta_\omega(i) - y(i))^2)$ 为 0,$E(e^2(i))$ 对应也为最小,此时超流体陀螺噪声自适应抵消系统的输出即为有用角速度信息。

采用 RLS 算法时,为使得系统期望输出和实际输出之间误差最小,取代价函数[17]为

$$J(k) = \sum_{i=0}^{k}(\lambda^{k-i}|e(i)|^2) \tag{16}$$

式中:λ 为遗忘因子,其作用是使得离 k 时刻远的误差赋较小权重。

将误差代入代价函数,得到加权误差平方和的完整表达式为

$$J(k) = \sum_{i=0}^{k}(\lambda^{k-i}|d(i) - \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{U}(i)|^2) \tag{17}$$

为使代价函数取得最小值,可通过对权向量求导,得到代价函数达到最小值时,存在如下关系:

$$\begin{cases} \boldsymbol{W}(k) = \boldsymbol{R}^{-1}(k)\boldsymbol{r}(k) \\ \boldsymbol{R}(k) = \sum_{i=0}^{k}(\lambda^{k-i}\boldsymbol{U}(i)\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}(i)) \\ \boldsymbol{r}(k) = \sum_{i=0}^{k}(\lambda^{k-i}\boldsymbol{U}(i)d(i)) \end{cases} \tag{18}$$

北航学报 赠阅

$\boldsymbol{R}(k)$和$\boldsymbol{r}(k)$可由递推关系得到

$$\begin{cases}\boldsymbol{R}(k)=\lambda\boldsymbol{R}(k-1)+\boldsymbol{U}(k)\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}(k)\\ \boldsymbol{r}(k)=\lambda\boldsymbol{r}(k-1)+\boldsymbol{U}(k)d(k)\end{cases}\tag{19}$$

根据矩阵逆的引理，令$\boldsymbol{P}(k)=\boldsymbol{R}^{-1}(k)$，得到

$$\begin{cases}\boldsymbol{P}(k)=\lambda^{-1}(\boldsymbol{P}(k-1)-\boldsymbol{g}(k)\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{P}(k-1))\\ \boldsymbol{g}(k)=\dfrac{\boldsymbol{P}(k-1)\boldsymbol{U}(k)}{\lambda+\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}(k)\boldsymbol{P}(k-1)\boldsymbol{U}(k)}\end{cases}\tag{20}$$

将式(19)、式(20)代入式(18)，得权向量的更新方程为

$$\boldsymbol{W}(k)=\boldsymbol{W}(k-1)+\boldsymbol{g}(k)(d(k)-\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}(k-1)\boldsymbol{U}(k))\tag{21}$$

超流体陀螺噪声自适应抵消系统通过实时比较期望信息和 RLS 自适应滤波器输出信息的差值信息，自适应调整权向量$\boldsymbol{W}(k)$，同时更新$\boldsymbol{P}(k)$，并把 RLS 自适应滤波器的输出与期望输入信息相抵消，最终实现对陀螺角速度噪声的完全抑制。

3　仿真分析

为保证微孔发生约瑟夫森效应的一致性，通常设定工作温度在临界温度以下的 10 mK 以内。恒定的温度保持系统和高精度的温度控制系统是超流体陀螺稳定工作的前提，为了获得恒定的陀螺工作温度，通常将陀螺装置放置于体积远远大于超流体陀螺的液氦浴恒温系统中，通过高精度温度控制系统维持低温液氦浴系统在恒温环境。因此，陀螺启动后的工作温度也是恒定的，可不考虑其对陀螺标度因数的影响。超流体陀螺的主要参数如表 1 所示，分析陀螺参数对陀螺角速度噪声的影响，在保证超流体在弱连接处发生约瑟夫森效应的基础上，仿真得到相位波动噪声引起的角速度噪声随工作温度和弱连接厚度的变化曲面如图 4 所示。

由图 4 的曲面走势可知，角速度噪声随着陀螺工作温度的升高而降低，陀螺的工作温度为 2.175 K时，角速度噪声达到最小。在工作温度固定的情况下，陀螺的角速度噪声随着弱连接厚度的增加而增大。在陀螺工作参数范围内，取陀螺工作温度为 2.175 K，弱连接厚度为 50 nm 时，角速度噪声幅值达到最小为 $0.210\,5\times10^{-6}$ rad/s。可见，通过合理设置陀螺相关参数，在一定程度上可实现陀螺角速度噪声的抑制。

分析图 4 易知，一旦陀螺工作温度和弱连接厚度确定时，由相位波动噪声引起的等效角速度噪声也是确定的，该噪声幅值（标准偏差）在

表 1　超流体陀螺的主要参数

Table 1　Main parameters of superfluid gyroscope

参　数	数　值
柔性薄膜面积/cm^2	0.5
微孔数目	4 225
超流体密度/($\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$)	3
陀螺的感应面积/cm^2	10
临界流量/($\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$)	5.6×10^{-12}

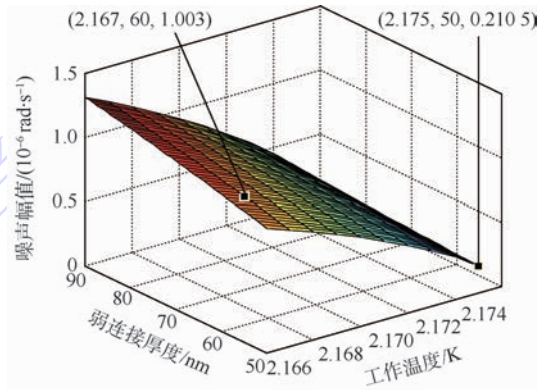


图 4　角速度噪声变化曲面

Fig. 4　Change surface of angular velocity noise

$10^{-7}\sim10^{-6}$ rad/s 数量级。不失一般性，考虑陀螺角速度噪声标准偏差为 1.003×10^{-6} rad/s 的情况（对应陀螺参数为：工作温度为 2.167 K，弱连接厚度为 60 nm），相位波动噪声属于热噪声范畴，则其等效角速度噪声可表示为 10^{-6} randn(1,i)。

超流体陀螺噪声自适应抵消系统的关键是要保证参考输入与被抵消噪声相关，而与有用信息无关。因此，选取参考输入 $u(i)$ 与被抵消噪声 $\delta_\omega(i)$ 这 2 路噪声都来自于同一个噪声源，则可满足相关性要求，即参考输入噪声为 $u(i)=10^{-6}\cdot$ randn (1,i)；此外，相位波动引起的角速度噪声是只与陀螺结构参数相关的独立随机变量，与外界输入角速度显然不相关。

为了验证所设计的超流体陀螺噪声自适应抵消系统的可行性和有效性，对超流体陀螺薄膜输出的混有噪声的正弦角速度信息进行研究。有用角速度设为 $2\times10^{-6}\sin(0.03\pi i)$ rad/s，背景信息的时域和频域信息特性如图 5 所示。图 5(a)为噪声源的时域特性，可见噪声源是在整个时域内呈均匀分布的白噪声；图 5(b)为混合噪声的角速度信息的频域特性，分析可知，背景信息在 0.015 Hz频率处有一个幅度突变，其余频率处信息幅度都为均匀分布，突变点处的幅值在 2×10^{-6} rad/s 附近，说明背景信息中包含频率为 0.015 Hz、幅值为 2×10^{-6} rad/s 的交流分量信息，此信息即有用角速度信息。

北航学报 赠阅

考虑输入信噪比为 3 dB 的情况,设计滤波器阶数为 3,遗忘因子为 0.99,仿真得到基于 RLS 算法的噪声抵消效果如图 6 所示。可知,经过约 100 次的迭代运算后,陀螺角速度噪声已基本被抵消掉,基于 RLS 算法的噪声自适应抵消系统能够有效抑制陀螺相位波动噪声引起的角速度噪声对测量角速度的污染。

固定滤波器阶数为 3,图 7 为采用 RLS 算法、LMS 算法和归一化 LMS(NLMS)算法调节滤波器参数时得到的噪声自适应抵消系统输出结果。对比分析可知,与 RLS 算法相比,其他 2 种算法初始时速度波动较大,且调整时间较长。基于RLS 算法的噪声自适应抵消系统的输出角速度较为平滑且调整时间较短,可实现有用角速度信息的快速精确跟踪。

为了直观分析不同算法对有用角速度跟踪的误差收敛情况,仿真得到采用 RLS 算法、LMS 算法和 NLMS 算法时噪声自适应抵消系统的输出与有用角速度信息误差的平方变化情况,如图 8 所示。可知,3 种算法都能实现良好的噪声抑制效果,噪声自适应抵消系统的输出误差最终均能收敛,且 RLS 算法具有较快的收敛速度和较好的跟踪精度。

表 2 为使用 3 种算法时,有用角速度信息为 $2\times10^{-6}\sin(0.03\pi i)$ rad/s、输入信噪比为 3 dB 时,得到的相关量化指标的对比。其中,输入信噪比是指输入有用信息的能量与噪声能量的比

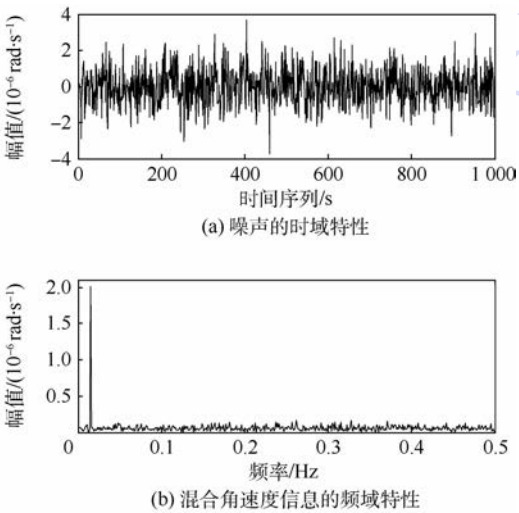


图 5 背景信息的时域和频域特性

Fig. 5 Time domain and frequency domain characteristics of background information

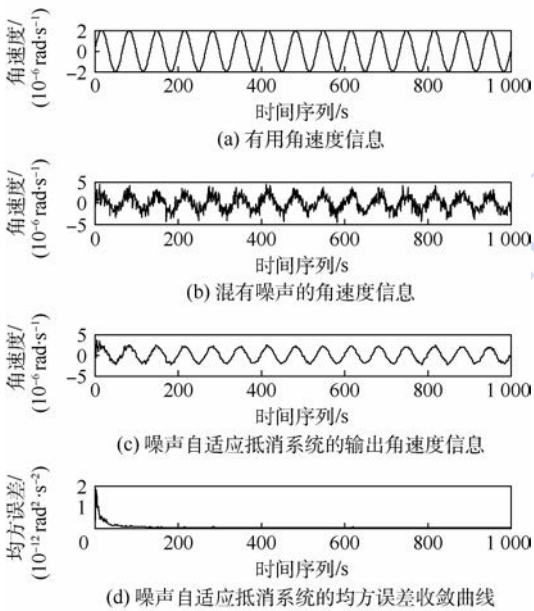


图 6 基于 RLS 算法的噪声抑制效果

Fig. 6 Noise suppression effect based on RLS algorithm

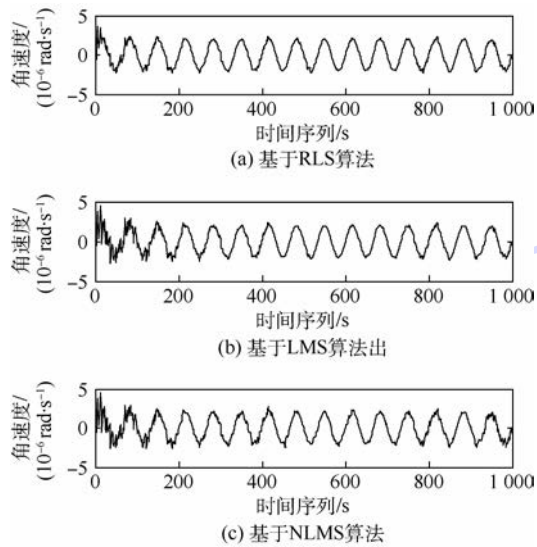


图 7 3 种算法的噪声抑制效果

Fig. 7 Noise suppression effect of three algorithms

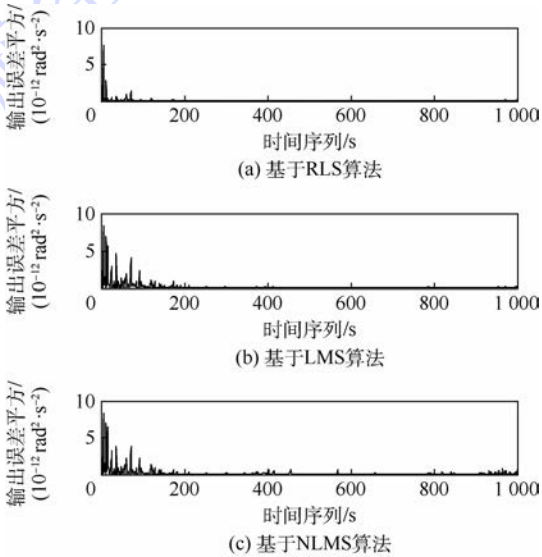


图 8 3 种算法的输出误差平方

Fig. 8 Square of output error of three algorithms

值,输出信噪比是指输出有用信息的能量和剩余噪声能量的比值。分析可知,3 种算法作用下,系统最终的输出信噪比均远远大于输入信噪比 3 dB,表明 3 种算法对噪声均具有较好的抑制能力,其中,RLS 算法作用下输出信噪比最大为 16.43 dB。

考虑陀螺中可能存在其他白噪声增强效应的影响,将角速度噪声的强度增大 4 倍,有用角速度信息保持不变,对应信噪比变为 -3 dB,滤波参数不变。考虑在强噪声背景条件下,基于 3 种不同算法的噪声自适应抵消系统输出与有用角速度信息的均方误差收敛曲线对比如图 9 所示。可知,在强噪声背景下,基于 RLS 算法的噪声自适应抵消系统能够使均方误差快速收敛;而采用 LMS 算法和 NLMS 算法时,不仅收敛速度慢,且系统始终存在未被抵消的剩余误差,即无法精确地跟踪有用角速度信息。

表3为使用3种算法时,有用角速度信息为

表 2　输入信噪比为 3 dB 时的相关量化指标

Table 2　Relevant quantitative indicators when input signal to noise ratio is 3 dB

算　法	均方误差/(10^{-12} rad^2 · s^{-2})	输出信噪比/dB	100 次迭代运算耗时/s
RLS	1	16.43	5.124
LMS	1	12.03	2.552
NLMS	1	12.39	3.414

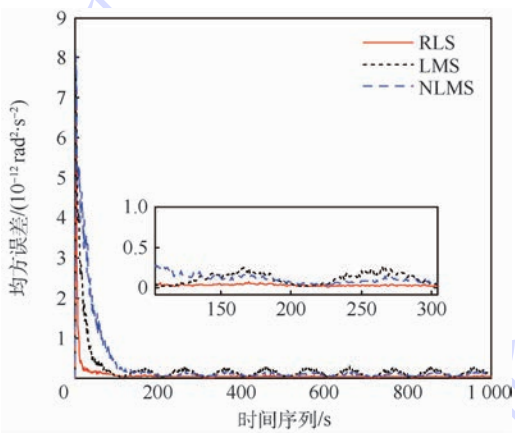


图 9　3 种算法的均方误差

Fig. 9　Mean square error of three algorithms

表 3　输入信噪比为 -3 dB 时的相关量化指标

Table 3　Relevant quantitative indicators when input signal to noise ratio is -3 dB

算　法	均方误差/(10^{-12} rad^2 · s^{-2})	输出信噪比/dB	100 次迭代运算耗时/s
RLS	4	16.31	5.281
LMS	4	9.29	2.474
NLMS	4	9.48	3.282

$2\times10^{-6}\sin(0.03\pi i)$ rad/s、输入信噪比为 -3 dB 时,得到的相关量化指标对比。对比表 2、表 3 可知,随着均方误差的增大,采用 LMS 算法和 NLMS 算法对噪声的抑制能力较为有限,输出信噪比明显降低,而采用 RLS 算法仍能保持较大的输出信噪比。

进一步考虑大输入角速度、大噪声复杂情况对噪声自适应抵消系统的影响,角速度噪声的方差增大 16 倍,相应的增大输入角速度噪声幅值,使得信噪比为 3 dB 保持不变,得到大角速度、大噪声时,3 种算法均方误差收敛曲线如图 10 所示。可知,基于 LMS 算法的噪声自适应抵消系统受到大角速度、大噪声的影响,系统失稳而不能收敛,这是由于 LMS 滤波器受到了梯度噪声放大的影响。NLMS 算法对 LMS 算法进行了归一化处理,规避了梯度噪声放大的影响。基于 NLMS 算法的噪声自适应抵消系统在初始时可实现较快的误差收敛,但系统最终仍存在未被抵消的剩余误差,导致均方误差曲线无法收敛为 0。基于 RLS 算法的噪声自适应抵消系统在大角速度、大噪声的情况下,仍能实现快速稳定的收敛和角速度信息的精确跟踪。

表 4 为使用 3 种算法时,有用角速度信息为$8\times10^{-6}\sin(0.03\pi i)$ rad/s、输入信噪比为3dB

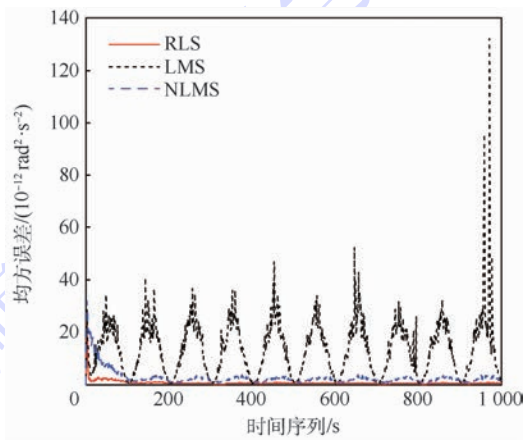


图 10　大角速度、大噪声时 3 种算法的均方误差

Fig. 10　Mean square error of three algorithms when angular velocity and noise are large

表 4　大角速度、大噪声时的相关量化指标

Table 4　Relevant quantitative indicators when angular velocity and noise are large

算　法	均方误差/(10^{-12} rad^2 · s^{-2})	输入信噪比/dB	输出信噪比/dB	100 次迭代运算耗时/s
RLS	16	3	16.44	5.304
LMS	16	3	4.52	2.492
NLMS	16	3	10.48	3.293

北航学报 赠阅

时,得到的相关量化指标的对比。可知,在输入大幅值角速度信息、大噪声的复杂情况时,采用 LMS 算法对噪声的抑制能力极小,输出信噪比几乎接近输入信噪比 3 dB。NLMS 算法仍能保持较好的噪声抑制能力,这是由于 NLMS 算法归一化处理而规避了梯度噪声放大的影响。对比表 2 ~ 表 4 中 3 种算法的输出信噪比变化情况可知,相比于其他 2 种算法,RLS 算法作用下噪声自适应抵消系统的输出信噪比始终能维持在 16 dB 附近,表明 RLS 算法对噪声的抑制能力是最好的。

综上所述,相比于其他 2 种算法,RLS 算法在不同输入信噪比、均方误差情况下,均能有效抵消陀螺混合角速度信息中的噪声成分,且具有较快的均方误差收敛速度和较好的稳定性。然而通过分析表 2 ~ 表 4 中 3 种算法在不同工况时的 100 次迭代运算耗时可知,相比于其他 2 种算法,RLS 算法由于计算复杂度较高导致其计算时间是最长的。可见,为了实现 RLS 算法从离线处理走向实时系统应用,还需进一步研究如何降低 RLS 算法的计算复杂、计算时间长的问题。

4 结 论

针对超流体陀螺相位波动噪声影响陀螺角速度检测精度的问题,本文开展了超流体陀螺噪声抑制的相关研究,得出以下结论:

1)相位波动噪声引起的等效角速度噪声随着工作温度的升高而降低,随着弱连接厚度的增加而增大。在陀螺参数范围内,其噪声幅值为 $10^{-7} \sim 10^{-6}$ rad/s,通过合理设置陀螺相关参数,在一定程度上可以实现陀螺角速度噪声的抑制。

2)在不同输入信噪比、均方误差情况下,基于 RLS 算法的噪声自适应抵消系统均能够有效消除陀螺混合角速度信息中的噪声成分,且具有较快的收敛速度和较好的稳定性。然而,相比于 LMS 算法和 NLMS 算法,RLS 算法由于计算复杂度较高导致其计算时间是最长的。

参考文献(References)

[1] DOLBIN A V. Physics of nanostructures at low temperatures [J]. Low Temperature Physics, 2016, 42(2): 75.

[2] PACKARD R. Principles of superfluid helium gyroscopes [J]. Physical Review B, 1992, 46(6): 3540-3549.

[3] SATO Y, ADITYA J, PACKARD R. Superfluid ^{4}He quantum interference grating [J]. Physical Review Letters, 2008, 101(8): 085302-1-085302-4.

[4] HOSKINSON E. Superfluid ^{4}He weak links [D]. Berkeley: University of California, 2005: 45-58.

[5] SATO Y. Sagnac-based rotation sensing with superfluid helium quantum interference devices [J]. Comptes Rendus Physique, 2014, 15(10): 898-906.

[6] GOLOVASHKIN A I, ZHERIKHINA L N, TSKHOVREBOV A M, et al. Ordinary SQUID interferometers and superfluid helium matter wave interferometers: The role of quantum fluctuations [J]. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2010, 111(2): 332-339.

[7] SIMMOND R W, MARCHENKOV A, HOSKINSON E, et al. Quantum interference of superfluid ^{3}He [J]. Nature, 2001, 412(6842): 55-58.

[8] SATO Y, PACKARD R. DC superconducting quantum interference device based neodymium magnet displacement sensor for superfluid experiments [J]. Review of Scientific Instruments, 2009, 80(5): 055102.

[9] CHUI T, HOLMES W, PENANEN K. Fluctuations of the phase difference across an array of Josephson junctions in superfluid ^{4}He near the Lambda transition [J]. Physical Review Letters, 2003, 90(8): 085301.

[10] NARAYANA S, SATO Y. Superfluid quantum interference in multiple-turn reciprocal geometry [J]. Physical Review Letters, 2011, 106(25): 255301.

[11] MAO Y, DING F, ALSAEDI A, et al. Adaptive filtering parameter estimation algorithms for Hammerstein nonlinear systems [J]. Signal Processing, 2016, 128: 417-425.

[12] DU G, ZHANG P. A markerless human-robot interface using particle filter and Kalman filter for dual robots [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(4): 2257-2264.

[13] AMIRYARAHMADI N, KROPP W, LARSSON K. Application of LMS algorithm to measure low-frequency transient forces from human walking [J]. Acta Acustica United with Acustica, 2016, 102(1): 23-34.

[14] SATO Y, ADITYA J, PACKARD R. Flux locking a superfluid interferometer [J]. Applied Physics Letters, 2007, 91(7): 1-3.

[15] SATO Y. Experiments using 4He weak link [D]. Berkeley: University of California, 2007: 51-58.

[16] PACKARD R. The role of the Josephson-Anderson equation in superfluid helium [J]. Review of Modern Physics, 1998, 70(2): 641-651.

[17] KOHLI A K, RAI A. Numeric variable forgetting factor RLS algorithm for second-order volterra filtering [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2013, 32(1): 223-232.

作者简介:

赵玉龙 男,博士研究生。主要研究方向:先进惯性测量与控制技术。

任元 男,博士,副教授。主要研究方向:先进惯性测量与控制技术。

北航学报 赠阅

Phase fluctuation noise adaptive cancellation system of superfluid gyroscope

ZHAO Yulong[1], SHEN Huairong[2], REN Yuan[2,*]

(1. Department of Graduate Management, Equipment Academy, Beijing 101416, China;
2. Department of Space Equipment, Equipment Academy, Beijing 101416, China)

Abstract: Aimed at the deterioration issue of gyroscope angular velocity measurement precision, which is caused by phase fluctuation noise of superfluid gyroscope, a gyroscope noise cancellation system based on recursive least square (RLS) algorithm was proposed. First, the phase detection model of superfluid gyroscope was established, and the relationship between thin film displacement and phase of gyroscope was obtained. Second, considering the influence of thermal motion, the noise equivalent input angular velocity model of gyroscope was established, the influence of gyroscope parameter on angular velocity noise was explored, and the amplitude range of angular velocity noise was obtained. Furthermore, considering the irrelevance between angular velocity noise and input angular velocity, the mixed angular velocity information which is calculated from the thin film amplitude of the gyroscope was taken as original input of the noise cancellation system, and angular velocity noise which is caused by phase noise as the reference input of RLS adaptive filter. The noise portion of the mixed angular velocity is offset by the output of RLS filter through adjusting the parameters. Finally, the comparison results between this method and least mean square (LMS) algorithm show that the noise portion in mixed angular velocity information can be effectively suppressed by this cancellation system with fast convergence speed and good stability in the case of large angular velocity and large noise.

Keywords: superfluid gyroscope; phase fluctuation noise; adaptive filtering; recursive least square (RLS) algorithm; noise cancellation

Received: 2017-04-05; **Accepted**: 2017-06-09; **Published online**: 2017-09-01 17:43

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1743.004.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51475472); National High-tech Research and Development Program of China (2015AA8018038C)

* **Corresponding author**. E-mail: renyuan_823@aliyun.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0200

基于数字虚拟飞行的民机侧风着陆地面航向操稳特性评估

刘海良，王立新*
（北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100083）

摘 要：基于民机的适航要求，建立了一种基于数字虚拟飞行的侧风着陆地面航向操稳特性评估方法。以着陆滑跑过程中最大机体倾斜角和最大航迹偏移量作为评估的关键参数，依据人机闭环数字飞行仿真计算结果，评估了某大型水陆两栖飞机侧风着陆任务的地面航向操稳特性适航符合性。对于20 kts侧风分量，算例飞机着陆滑跑的机身最大机体倾斜角为3.44°，最大侧向航迹偏差为2.51 m，能够满足适航要求。进一步研究表明，侧风分量大小、道面污染情况均影响侧风着陆的安全性。在干道面上当侧风分量超过30 kts时即会出现地面打转现象；道面污染增加滑跑减速所消耗的跑道长度，同时不利于驾驶员对滑行航向的控制。所提评估方法可应用于民机的概念和方案设计阶段，并为后续开展飞行试验验证等提供理论参考。

关 键 词：民用飞机；侧风着陆；地面操稳特性；飞行仿真；起落架；适航
中图分类号：V212.1
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0516-10

侧风着陆是一种对飞机操稳特性与驾驶员操纵技术要求高、需要经常完成且飞行事故相对高发的飞行任务。在侧风着陆最终进近的末段，驾驶员需要在保证飞机空速、高度下降率等纵向关键飞行参数平稳变化的同时，通过方向舵、副翼等横侧操纵来克服侧风引起的机体顺风漂移、顺风滚转及迎风转向等不利影响，尽可能地减小着陆接地相对跑道中心线的航迹偏差，并保持机翼不出现严重的倾斜[1-2]。不恰当的操纵或超出限制大小的侧风可能导致飞机出现翼尖擦地、地面打转，甚至从侧向冲出跑道等严重的安全事故。

飞机在着陆过程中抗御侧风的能力与其地面航向操稳特性密切相关。飞机重量与重心位置、气动特性、起落架布置、发动机安装位置等设计因素决定了其抵抗侧风的能力。根据运输类飞机适航标准CCAR-25-R4[3]的规定，民用飞机需在规定大小的侧风条件下，演示验证飞机的地面航向稳定性与操纵性是否满足相关的要求；飞机侧风着陆的操作程序以及允许的着陆最大侧风分量（通常按道面情况不同）则需要在飞行手册或机组人员培训手册中明确给出。因此，有必要在民机的概念、方案设计阶段较准确地评估其着陆抗御侧风的能力，以支撑飞机总体方案特别是起落架布置方案的设计，为飞机后续顺利通过地面航向操稳特性等条款的适航符合性验证奠定基础。

目前，中国在概念设计和方案设计阶段主要依靠经验公式校核飞机的抗侧风能力[4]，后期采用原型机地面滑行和飞行试验的方法验证地面航

收稿日期：2017-04-05；**录用日期**：2017-07-12；**网络出版时间**：2017-10-13 12:17
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171013.1217.001.html
基金项目：国家“863”计划（2014AA110501）
*通信作者. E-mail：wlx_c818@163.com

引用格式：刘海良，王立新. 基于数字虚拟飞行的民机侧风着陆地面航向操稳特性评估[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：516-525. LIU H L，WANG L X. Evaluation of directional ground stability and control characteristics in crosswind landing for civil airplane based on digital virtual flight[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：516-525 (in Chinese).

向操稳特性的适航符合性[5-6]。工程计算公式以静力平衡为基础，未能充分考虑飞机对侧风响应以及驾驶员操纵本身所具有的动态特性，同时忽略了起落架动力学中的非线性因素，因而计算精度较低；而原型机飞行试验只能在设计完成后进行，此时设计方案修改的自由度大大减小，若需要修改设计将付出巨大的时间代价和经济成本。国外，基于飞机地面运动仿真的方法已广泛地应用于飞机的地面航向操稳特性的评估与起落架的优化设计中[7-9]。Burdun 和 Mavris 等[10-11]采用数字虚拟飞行的方法在飞机概念和方案设计阶段评估了飞机的操纵特性和运营安全性。采用这种数值计算方法可不需要硬件支持和真实驾驶员参与，具有更好的经济性和快速性，设计人员可方便有效地评估设计方案。

本文建立了一种基于数字虚拟飞行的侧风着陆地面航向操稳特性的评估方法。首先，依据相关的适航条款，设计了数字化的侧风着陆任务，并提出了量化的评估准则；其次，建立了飞机地面运动模型以及侧风着陆任务的驾驶员操纵模型；最后，进行人机闭环数学仿真，分析关键参数时间历程曲线，评估侧风着陆任务的操稳特性是否满足适航要求。此外，基于上述评估方法探究了侧风分量大小、道面污染情况等使用条件对飞机侧风着陆地面航向操稳特性及安全性的影响。

1　侧风着陆的操稳特性与适航要求

民用飞机地面航向操稳特性以及与之相关的风速规定在运输类飞机适航标准 CCAR-25-R4 的第 25.235 和 25.237 条给出[3]。根据要求：对于陆上飞机，应确定在干跑道上对起飞和着陆是安全的 90° 侧风分量的大小，该分量必须至少为 20 kts(1 kts≈0.515 1 m/s)或 $0.2V_{SR0}$(取大者，但不必超过 25 kts，其中 V_{SR0}为与着陆构型相对应的失速参考速度)；在直到上述限制的侧风分量大小下，飞机在地面运行可预期的任何速度，不得有不可控制的地面打转(ground-looping)倾向。

地面打转是飞机在地面运行过程中的一种转向失控状态，严重的地面打转可能最终导致飞机翼尖擦地、起落架损坏或从侧向冲出跑道。从设计的因素来看，飞机是否容易发生地面打转现象与其地面滑行的航向稳定性密切相关。现代大型民用飞机多采用前三点式起落架，其主起落架位于全机重心的后方且承受了大部分垂直载荷，速度矢量偏离机体纵向对称面后所引起的侧向摩擦力矩总起到回复力矩的作用，并起到抑制飞机偏航运动、稳定滑行航向的作用，因而大大减小了飞机发生地面打转的可能性。尽管如此，前重心装载、剧烈的刹车等使前起落架承载加重的工况所产生的“独轮车效应”，会降低飞机地面滑行的航向稳定性。

在飞机侧风着陆过程中，侧风分量则是诱发地面打转现象的重要外因。图 1 为飞机在地面滑跑时，侧风引起的机体横侧向受力示意图。侧风分量对飞机运动的影响包括侧向漂移、顺风滚转和迎风偏航(即风标稳定性)3 个方面。在着陆接地前，驾驶员通过操纵使机翼倾斜或利用机体偏流角抵消侧风的上述影响以保持飞机的进近航向；接地后，则依靠机轮轮胎提供的侧向摩擦力抵抗侧风引起的漂移，同时需要顺风偏转方向舵以克服迎风转向趋势和迎风偏转副翼以保持机翼水平。侧向摩擦力 f 与侧力 C 形成的力偶矩会进一步增加飞机顺风滚转的倾向。飞机在着陆接地过程中，空速减小，副翼与方向舵的操纵效能降低，若不足以克服侧风的不利影响，接地后的滑跑过程中就可能发生地面打转现象。此外，驾驶员应对侧风的不当操纵也增大了地面打转现象发生的可能性。

一般地，飞机的重量越小，起降速度越低，其抗御侧风分量的能力越差，因而侧风着陆安全性的验证任务应在小重量、前重心、着陆构型、干跑道条件下进行[12]。

在侧风着陆过程中，飞机质心与跑道中心线之间侧向航迹偏差 d 以及机体倾斜姿态角 ϕ 在一定程度上反映了地面打转倾向的严重程度。随着侧风分量的增大，为克服地面打转倾向、保持滑行航向对横航向操纵效能的要求增加。因此，对于侧风着陆任务，安全性评估的判定准则应当包含以下2 个方面的内容：

1) 机体姿态几何限制。在飞机地面运行阶段，起落架外的其他机体部件与地面之间应保持足够的安全间距，这需要限制飞机的俯仰和倾斜姿态角。对于本文研究的某大型水陆两栖飞机，

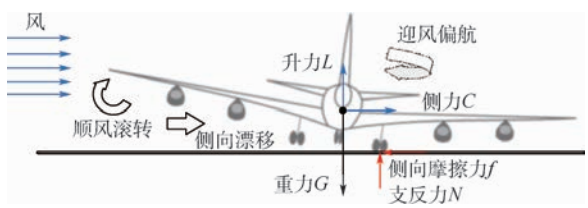


图 1　侧风着陆横侧向受力分析

Fig. 1　Lateral-directional force analysis for crosswind landing

北航学报 赠阅

为确保涡轮螺旋桨发动机的桨尖及机翼翼尖与地面之间的安全距离,要求飞机在地面滑行段的倾斜姿态角不大于5°。

2)跑道限制。着陆滑跑过程中,机体质心相对跑道中心线的侧向航迹偏差最大允许值与机场等级相关。关于飞机地面直线滑行的要求,适航标准 CCAR-25-R4[3] 第 25.149 条(地面最小操纵速度)指出,飞机质心相对跑道中心线的侧向航迹偏差 d 不应超过 9 m,这一数值可作为侧风着陆滑跑所允许最大侧向航迹偏差的参考。对于本文研究的某大型水陆两栖飞机,其准降跑道等级为4D,对应的跑道半宽度为 22.5 m,允许的滑跑最大航迹取 9 m。

2 数字虚拟飞行的运动建模

2.1 飞机地面运动模型

飞机的地面运动模型分为机体运动模型、机轮运动模型以及起落架的缓冲支柱模型 3 个主要部分。其中,缓冲支柱为连接机体和机轮的弹性装置,位于缓冲器之上的机体视为弹性支承质量(sprung mass),位于缓冲器之下的其余部分(机轮、轮架和刹车装置等)视为非弹性支承质量(un-sprung mass)[13]。以下简要给出各部分的数学模型,详细的推导过程、参考系的定义及参考系之间的坐标转换矩阵请阅读文献[14-16]。

1)机体六自由度运动模型

在地面参考系(视为惯性系)内,考虑起落架作用力的刚性机体质心平移动力学方程为

$$m_{\mathrm{b}}\begin{bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\m_{\mathrm{b}}g\end{bmatrix}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{IB}}\left(\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\end{bmatrix}-\sum_{k=1}^{3}\begin{bmatrix}F_{xk}\\F_{yk}\\F_{zk}\end{bmatrix}\right)\tag{1}$$

式中:m_{b} 为弹性支撑的机体质量;g 为重力加速度常数,取 9.81 m/s^2;$[x\quad y\quad z]^{\mathrm{T}}$ 为机体质心位移;$[X\quad Y\quad Z]^{\mathrm{T}}$ 为气动力与发动机推力的合力在体轴系上的分量;$[F_{xk}\quad F_{yk}\quad Z_{zk}]^{\mathrm{T}}$ 为第 k 个起落架作用于机体的力在体轴系内的分量($k=1$,2,3 分别表示前起落架和左、右主起落架);$\boldsymbol{L}_{\mathrm{IB}}$ 为体轴系到惯性系的坐标转换矩阵。

在机体参考系内,考虑起落架作用力和力矩的刚性机体转动动力学方程及姿态运动学方程为

$$\begin{bmatrix}I_{xx}\dot{p}+(I_{zz}-I_{yy})qr-I_{zx}(pq+\dot{r})\\I_{yy}\dot{q}+(I_{xx}-I_{zz})rp+I_{zx}(p^2-r^2)\\I_{zz}\dot{r}+(I_{yy}-I_{xx})pq+I_{zx}(qr-\dot{p})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_x\\M_y\\N_z\end{bmatrix}+\sum_{k=1}^{3}\left(\begin{bmatrix}M_{xk}\\M_{yk}\\M_{zk}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0&-z_{\mathrm{b}k}&y_{\mathrm{b}k}\\z_{\mathrm{b}k}&0&-x_{\mathrm{b}k}\\-y_{\mathrm{b}k}&x_{\mathrm{b}k}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_{xk}\\F_{yk}\\F_{zk}\end{bmatrix}\right)\tag{2}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{\phi}\\\dot{\theta}\\\dot{\psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&\sin\phi\tan\theta&\cos\phi\tan\theta\\0&\cos\phi&-\sin\phi\\0&\sin\phi\sec\theta&\cos\phi\sec\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p\\q\\r\end{bmatrix}\tag{3}$$

式中:$[p\quad q\quad r]^{\mathrm{T}}$ 为机体转动角速度在体轴系内的分量;$[\phi\quad\theta\quad\psi]^{\mathrm{T}}$ 为机体的欧拉角;I_{xx}、I_{yy}、I_{zz} 和 I_{zx} 分别为转动惯量和惯性积;$[L_x\quad M_y\quad N_z]^{\mathrm{T}}$ 为气动力和发动机推力的合力矩在体轴系上的分量;$[M_{xk}\quad M_{yk}\quad M_{zk}]^{\mathrm{T}}$ 为起落架作用于机体的力矩在体轴系上的分量;$[x_{\mathrm{b}k}\quad y_{\mathrm{b}k}\quad z_{\mathrm{b}k}]^{\mathrm{T}}$ 为起落架在机身上安装点在体轴系下的坐标。

2)机轮运动模型

单个起落架的双机轮折算为单个机轮,其轴线参考点具有 3 个平动自由度,机轮沿轮轴具有 1 个转动自由度。机轮轴线参考点的平动方程及机轮绕轮轴转动方程分别表示为

$$m_k\begin{bmatrix}\ddot{x}_k\\\ddot{y}_k\\\ddot{z}_k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\m_kg\end{bmatrix}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{WI}k}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}F_{gxk}\\F_{gyk}\\F_{gzk}\end{bmatrix}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{IB}}\begin{bmatrix}\tilde{F}_{xk}\\\tilde{F}_{yk}\\\tilde{F}_{zk}\end{bmatrix}\tag{4}$$

$$I_k\dot{\omega}_k=r_{ek}F_{gxk}-M_{rk}-T_{\mathrm{b}k}\tag{5}$$

式中:m_k 为包括机轮等起落架非弹性支承质量;I_k 为机轮转动惯量;$[x_k\quad y_k\quad z_k]^{\mathrm{T}}$ 为机轮轴线参考点的位移;$[\tilde{F}_{xk}\quad\tilde{F}_{yk}\quad\tilde{F}_{zk}]^{\mathrm{T}}$ 为支柱施加于机轮的作用力在体轴系内的分量;$[F_{gxk}\quad F_{gyk}\quad F_{gzk}]^{\mathrm{T}}$ 为地面对机轮的作用力在机轮参考系内的分量;ω_k 为机轮滚动角速度;r_{ek} 为轮胎有效滚动半径;M_{rk} 为滚阻力矩;$T_{\mathrm{b}k}$ 为刹车力矩;$\boldsymbol{L}_{\mathrm{WI}k}$ 为惯性系到机轮参考系的坐标转换矩阵。轮胎力学模型及地面作用力的计算公式详见文献[17-18]。

3)起落架缓冲支柱模型

起落架支柱等效为可变长度的悬臂梁,即沿缓冲器轴向具有 1 个平动自由度,同时可沿航向和侧向发生弯曲变形,但不考虑支柱扭转变形。

由几何关系确定的支柱末端变形量为

$$\begin{bmatrix}\Delta x_{sk}\\\Delta y_{sk}\\\Delta z_{sk}\end{bmatrix}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{SB}k}\begin{bmatrix}x_{sk}\\y_{sk}\\z_{sk}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\0\\l_k\end{bmatrix}\tag{6}$$

$$\begin{bmatrix}x_{sk}\\y_{sk}\\z_{sk}\end{bmatrix}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{IB}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}x_k-x\\y_k-y\\z_k-z\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}x_{\mathrm{b}k}\\y_{\mathrm{b}k}\\z_{\mathrm{b}k}\end{bmatrix}\tag{7}$$

式中:$[x_{sk}\quad y_{sk}\quad z_{sk}]^{\mathrm{T}}$ 为缓冲支柱末端相对于安

北航学报 赠阅

装点的位移在体轴系内的分量；l_k 为支柱在缓冲器未压缩时的长度；$\boldsymbol{L}_{\mathrm{SB}k}$ 为体轴系到第 k 个起落架缓冲支柱参考系的坐标转换矩阵。

依据变形量及求导得出的变形速率可确定支柱在上下端的受力为

$$\begin{bmatrix} F_{xk} \\ F_{yk} \\ F_{zk} \end{bmatrix} = \boldsymbol{L}_{\mathrm{SB}k}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -K_{xk}\Delta x_{sk} \\ -K_{yk}\Delta y_{sk} \\ f(-\Delta z_{sk}, -\Delta \dot{z}_{sk}) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{F}_{xk} \\ \tilde{F}_{yk} \\ \tilde{F}_{zk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xk} \\ F_{yk} \\ F_{zk} \end{bmatrix} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{SB}k}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -C_{xk}\Delta \dot{x}_{sk} \\ -C_{yk}\Delta \dot{y}_{sk} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

式中：K_{xk} 和 K_{yk} 分别为支柱的航向和侧向刚度系数；C_{xk}、C_{yk} 为相应的阻尼系数；$f(-\Delta z_{sk}, -\Delta \dot{z}_{sk})$ 为支柱轴向缓冲力与压缩行程及其速率之间的函数关系。

依据力矩平衡关系，可求出起落架在安装点作用于机体的力矩分量为

$$\begin{bmatrix} M_{xk} \\ M_{yk} \\ M_{zk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z_{sk} & -y_{sk} \\ -z_{sk} & 0 & x_{sk} \\ y_{sk} & -x_{sk} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{xk} \\ F_{yk} \\ F_{zk} \end{bmatrix} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{IB}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L}_{\mathrm{WI}k}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} F_{\mathrm{gy}k} r_{ek} \\ -T_{bk} \\ M_{\mathrm{gz}k} \end{bmatrix} \tag{10}$$

式中：$M_{\mathrm{gz}k}$ 为轮胎回正力矩。

在上述模型中，方程式(1)～式(5)为微分方程，联立后构成描述飞机地面运动的封闭方程组，方程式(8)～式(10)为代数方程，用于求解微分方程中出现的起落架作用力。各个子模型（机体、起落架缓冲支柱和机轮）之间详细输入输出关系参阅文献[19]。

2.2　气动力模型

飞机的气动力和气动力矩的计算公式为

$$\begin{cases} D = 0.5\rho V_{\mathrm{T}}^2 S C_D \\ L = 0.5\rho V_{\mathrm{T}}^2 S C_L \\ C = 0.5\rho V_{\mathrm{T}}^2 S C_C \\ L_{\mathrm{aero}} = 0.5\rho V_{\mathrm{T}}^2 S b C_l \\ M_{\mathrm{aero}} = 0.5\rho V_{\mathrm{T}}^2 S c C_m \\ N_{\mathrm{aero}} = 0.5\rho V_{\mathrm{T}}^2 S b C_n \end{cases} \tag{11}$$

式中：D、L 和 C 分别为在风轴系上定义的气动阻力、升力和侧力；C_D、C_L 和 C_C 分别为相应的气动阻力系数、升力系数和侧力系数；L_{aero}、M_{aero} 和 N_{aero} 分别为在体轴系上定义的气动滚转力矩、俯仰力矩和偏航力矩；C_l、C_m 和 C_n 分别为相应的气动滚转力矩系数、俯仰力矩系数和偏航力矩系数；ρ 为大气密度；S 为机翼参考面积；b 为气动展长；c 为平均气动弦长；V_{T} 为真空速(TAS)。

本文研究对象为某大型水陆两栖飞机的气动模型，其构成为

$$\begin{cases} C_D = C_{D,\mathrm{basic}}(\alpha,\beta,C_T) + \Delta C_{D,\mathrm{ctrl}}(\alpha,\beta,C_T,\delta_{\mathrm{f}},\delta_{\mathrm{e}}) + \\ \quad \Delta C_{D,\mathrm{gear}}(\alpha,\beta,C_T) + \Delta C_{D,\mathrm{ground}}(\alpha,\beta,C_T,\delta_{\mathrm{f}},H) \\ C_L = C_{L,\mathrm{basic}}(\alpha,\beta,C_T) + \Delta C_{L,\mathrm{ctrl}}(\alpha,\beta,C_T,\delta_{\mathrm{f}},\delta_{\mathrm{e}}) + \\ \quad C_{Lq}\bar{q} + C_{L\dot{\alpha}}\bar{\dot{\alpha}} + \Delta C_{L,\mathrm{gear}}(\alpha,\beta,C_T) + \\ \quad \Delta C_{L,\mathrm{ground}}(\alpha,\beta,C_T,H) \\ C_C = C_{C,\mathrm{basic}}(\alpha,\beta,C_T) + \Delta C_{C,\mathrm{ctrl}}(\alpha,\beta,C_T,\delta_{\mathrm{f}},\delta_{\mathrm{a}},\delta_{\mathrm{r}}) + \\ \quad C_{C\dot{\beta}}\bar{\dot{\beta}} + \Delta C_{C,\mathrm{ground}}(\alpha,\beta,C_T,H) \\ C_l = C_{l,\mathrm{basic}}(\alpha,\beta,C_T) + \Delta C_{l,\mathrm{ctrl}}(\alpha,\beta,C_T,\delta_{\mathrm{f}},\delta_{\mathrm{a}},\delta_{\mathrm{r}}) + \\ \quad C_{lp}\bar{p} + C_{lr}\bar{r} + \Delta C_{l,\mathrm{ground}}(\alpha,\beta,C_T,H) \\ C_m = C_{m,\mathrm{basic}}(\alpha,\beta,C_T) + \Delta C_{m,\mathrm{ctrl}}(\alpha,\beta,C_T,\delta_{\mathrm{f}},\delta_{\mathrm{e}}) + \\ \quad C_{m\dot{\alpha}}\bar{\dot{\alpha}} + C_{mq}\bar{q} + \Delta C_{m,\mathrm{gear}}(\alpha,\beta,C_T,H) + \\ \quad \Delta C_{m,\mathrm{ground}}(\alpha,\beta,C_T,H) \\ C_n = C_{n,\mathrm{basic}}(\alpha,\beta,C_T) + \Delta C_{n,\mathrm{ctrl}}(\alpha,\beta,C_T,\delta_{\mathrm{f}},\delta_{\mathrm{a}},\delta_{\mathrm{r}}) + \\ \quad C_{np}\bar{p} + C_{nr}\bar{r} + \Delta C_{n,\mathrm{ground}}(\alpha,\beta,C_T,H) \end{cases} \tag{12}$$

式中：$\bar{p}$、$\bar{q}$、$\bar{r}$ 为 3 个无量纲的机体转动角速度；$\bar{\dot{\alpha}}$ 和 $\bar{\dot{\beta}}$ 分别为无量纲的迎角变化率和侧滑角变化率。

气动系数由基本项、操纵面增量、起落架修正项、地面效应修正项和动导数项组成。其中，气动系数基本项、起落架修正项和地面效应修正项均是作为迎角 α、侧滑角 β 和发动机拉力系数 C_T 的函数；操纵面偏转引起的纵向气动系数增量作为襟翼偏度 δ_{f} 和升降舵偏度 δ_{e} 的函数，引起横航向气动系数增量作为襟翼偏度 δ_{f}、副翼偏度 δ_{a} 和方向舵偏度 δ_{r} 的函数。特别地，气动力地面效应的强弱与飞机离地高度 H 相关，当离地高度大于半翼展时，认为地面效应对气动力的影响减弱为零。上述气动系数来自飞机的风洞试验测量数据，数据迎角有效范围为 $-12°$～$18°$，侧滑角有效范围为 $-30°$～$30°$。

2.3　侧风着陆操纵指令与驾驶员操纵模型

民用飞机侧风着陆的一般操作程序及对应的仿真参考指令输入如下：

1）飞机以最终着陆构型沿预定的下滑道稳定进近，俯仰、滚转和偏航三轴的运动均配平。稳定进近空速 V_{app} 约为 $1.3V_{\mathrm{SR0}}$，下滑轨迹角 $\gamma_{\mathrm{app}} = -3.0°$。在侧风分量较小时，可选用侧滑法或偏流法进近；在侧风分量较大时，使用侧滑法＋偏流法进近，即机头保持固定的偏流角 ψ_{trim}，通过滚转

调整飞行航向χ_{ref},使其与跑道中心线(假设与惯性系的 x 轴方向)重合。

对应的仿真参考指令输入为

$$\begin{cases} V_{\mathrm{ref}} = V_{\mathrm{app}} \\ H_{\mathrm{ref}} = h(t, \gamma_{\mathrm{app}}) \\ \chi_{\mathrm{ref}} = 0, y_{\mathrm{ref}} = 0 \\ \psi_{\mathrm{cmd}} = \psi_{\mathrm{trim}} \end{cases} \tag{13}$$

式中:$h(t,\gamma_{\mathrm{app}})$表示随时间 t 变化的、由进近下滑轨迹角 γ_{app}解算的参考高度。

2) 在距离地面 50 ft(1 ft = 0.304 8 m)开始拉平(flare)操纵,即拉杆以增加机体的俯仰姿态,同时缓慢地收油门到慢车状态 $\delta_{\mathrm{p,idle}}$。若稳定进近时机体存在偏流角,需在改平后操纵方向舵减小或消除偏流角(de-crab),同时操纵副翼抵消侧风引起的漂移。若侧风分量较大,接地时允许存在剩余的偏流角以确保机翼不至过度倾斜。

对应的仿真参考指令输入为

$$\begin{cases} \delta_{\mathrm{p}} = \delta_{\mathrm{p,idle}} \\ \theta_{\mathrm{cmd}} = \theta + \Delta\theta \\ \chi_{\mathrm{ref}} = 0, y_{\mathrm{ref}} = 0 \\ \psi_{\mathrm{cmd}} = 0 \end{cases} \tag{14}$$

式中:$\Delta\theta$ 为在拉平过程中所需增加的俯仰姿态角变化量,根据经验可取 3.5°~5.0°。

3) 飞机建立起着陆姿态,空速逐渐减小使飞机飘落接地。主轮接地后逐渐松除拉杆力,平稳地将前轮落至跑道上。依据跑道长度和道面情况选择自动刹车挡位或柔和地进行人工刹车。当存在强侧风时,适当地迎风偏转副翼以保持机翼水平。在后续的着陆滑跑阶段,驾驶员通过脚蹬控制方向舵和前轮偏转,以使飞机沿跑道中心线滑行,直至滑行速度减小至零。

对应的仿真参考指令输入为

$$\begin{cases} \delta_{\mathrm{p}} = 0 \\ \delta_{\mathrm{e}} = \delta_{\mathrm{e,trim}} \\ \chi_{\mathrm{ref}} = 0, y_{\mathrm{ref}} = 0 \\ \psi_{\mathrm{cmd}} = 0 \end{cases} \tag{15}$$

在侧风着陆任务的数字虚拟飞行仿真时,上述操纵程序需要通过驾驶员操纵模型实现,所采用的人机闭环仿真模型结构框图如图 2 所示。驾驶员操纵模型由内外 2 个闭环实现。外环操纵以与着陆操纵程序对应的轨迹参考指令(参考速度 V_{ref}、参考高度 H_{ref}、参考航向χ_{ref}或参考侧向位移 y_{ref})作为输入,按照操纵规则转化为俯仰、偏航和滚转姿态参考指令。内环操纵以姿态参考指令(滚转指令 ϕ_{cmd}、俯仰指令 θ_{cmd}和偏航指令 ψ_{cmd})作为输入,依据姿态指令误差经过驾驶员操纵模型形成实际的三轴操纵输入。

内环操纵模型采用一种改进的 McRuer 驾驶员模型[20-22],该模型除对驾驶员依据视觉的操纵行为进行建模外,还引入了人体生理器官对运动感觉的反应,如图 3 所示。视觉和运动感知通道的输入分别为姿态指令误差 ϕ_{err}、θ_{err}、ψ_{err}和转动角加速度 $\dot{p}$、$\dot{q}$、$\dot{r}$。

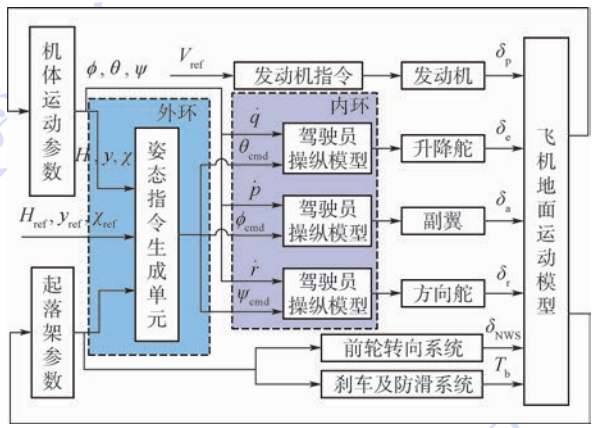


图 2 侧风着陆任务仿真计算结构框图

Fig. 2 Structure diagram of simulation calculation of crosswind landing task

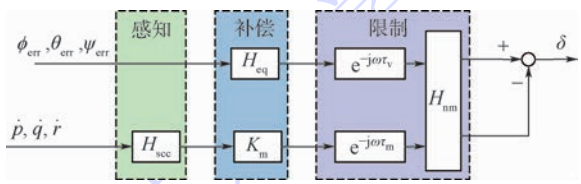


图 3 驾驶员操纵模型结构

Fig. 3 Structure of pilot control model

图 3 中,H_{scc}为人体内耳前庭器官系统用于感知角运动变化的半规管模型,其数学描述为[20]

$$H_{\mathrm{scc}}(s) = \frac{0.1097s + 1}{(5.924s + 1)(0.01s + 1)} \tag{16}$$

K_{m} 为运动感知通道补偿增益;H_{eq}为视觉补偿项,其数学描述为[21]

$$H_{\mathrm{eq}}(s) = \frac{K_{\mathrm{v}}(T_{\mathrm{L}}s + 1)}{T_{\mathrm{D}}s + 1} \tag{17}$$

式中:T_{L} 为驾驶员对操纵过程的预测而需要的超前补偿时间常数,约为 0~1.0 s,该值反映了驾驶员精神负荷的大小;T_{D} 为中枢信息的传递和加工过程的时滞,约为 0~1.0 s,该值反映了驾驶员体力负荷的大小;K_{v} 为驾驶员操纵增益,取值范围为 1~100[23]。

驾驶员操纵模型中的"限制"项 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_{\mathrm{v}}}$ 和 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_{\mathrm{m}}}$表示驾驶员对信息反应的神经传导时延,$\tau_{\mathrm{v}}$

北航学报 赠阅

和 τ_m 的取值范围约为 0.06 ~ 0.20 s。H_{nm} 表示人体的肌肉作动延迟,其数学描述为特征频率 ω_{nm} = 9.0 rad/s、阻尼比 ζ_{nm} = 0.7 的二阶环节:

$$H_{nm}(s) = \frac{81}{s^2 + 12.66s + 81} \tag{18}$$

在本文的仿真中,俯仰、滚转、偏航三轴操纵通道驾驶员操纵模型参数的具体取值如表 1 所示。

本节所述的基于数字虚拟飞行建模和评估方法已应用于中国某支线客机十余个适航审定科目的试飞模拟,仿真计算与飞行试验结果符合较好[24],满足工程设计的精度要求。

表 1　驾驶员操纵模型参数取值

Table 1　Values of pilot control model parameters

通　道	K_v	T_L/s	T_D/s	τ_v/s	K_m	τ_m/s
俯仰	42	0.25	0.30	0.15	70	0.10
滚转	15	0.10	0.15	0.15	24	0.10
偏航	60	0.75	0.15	0.15	70	0.10

3　评估算例及分析

3.1　侧风着陆安全性评估

以某大型水陆两栖飞机作为算例,对侧风着陆过程进行人机闭环数学仿真。飞机初始飞行状态为:高度 100 m,空速 55.95 m/s,在 20 kts 左侧风中以着陆构型稳定进近,偏流角为 5.0°,用于配平侧风分量的机体倾斜姿态角为 4.28°(左倾斜)。道面情况为混凝土干跑道。

飞机侧风着陆进近与接地后的部分飞行状态参数和起落架状态参数的时间历程曲线如图 4 所示,图中:C. G. 为飞机质心;NG为前轮;LMG为左侧主轮;RMG 为右侧主轮。

经过改平操纵后,飞机建立接地姿态,接地瞬间机体俯仰角 θ = 6.13°,倾斜角 ϕ = −4.21°,偏航角(此处亦即偏流角)ψ = −5.10°。接地前机体左倾斜使迎风侧主轮(LMG)先接地,随后被风侧主轮(RMG)接地。主轮接地后出现一次轻微回弹后进入两轮滑跑,再经历 2.1 s 后前轮接地,飞机转入三点姿态滑跑。因接地过程倾斜角和偏流角减小,顺风飘移使得飞机接地时的质心偏向被风侧(t = 8.12 s, y = 0.08 m);飞机接地后未完全消除的偏流角是滑跑起始段形成质心右偏差(t = 8.69 ~ 11.17 s, y < 0 m)的主要原因。随后的滑跑过程中,机体顺风倾斜(ϕ > 0)程度增加,迎风侧起落架的缓冲支柱压缩行程 S 明显小于被风侧,作用于被风侧主轮的刹车力矩 T_b 也大于迎风侧,双侧主轮不对称的纵向摩擦力形成右偏航力矩,使滑跑航迹偏向顺风侧(t > 11.17 s, y > 0 m)。滑跑末段,滑行速度降低使不对称气动作用减弱,加之前轮与方向舵的协同纠偏操纵,机体倾斜角和偏航角均逐渐减小至零,质心侧向偏差逐渐减小。

算例飞机在 20 kts 侧风分量条件下着陆时,地面滑跑过程中机体的最大倾斜角 ϕ_{max} = 3.44°(右倾斜),不超过 5°;最大侧向航迹偏差 d_{max} = 2.51 m,小于 9 m。据此可初步判定算例飞机的地面航向操稳特性满足适航要求。

3.2　侧风分量大小的影响

随着侧风分量增大,飞机侧风着陆驾驶员操纵难度增大,飞行安全性降低。在民机飞行手

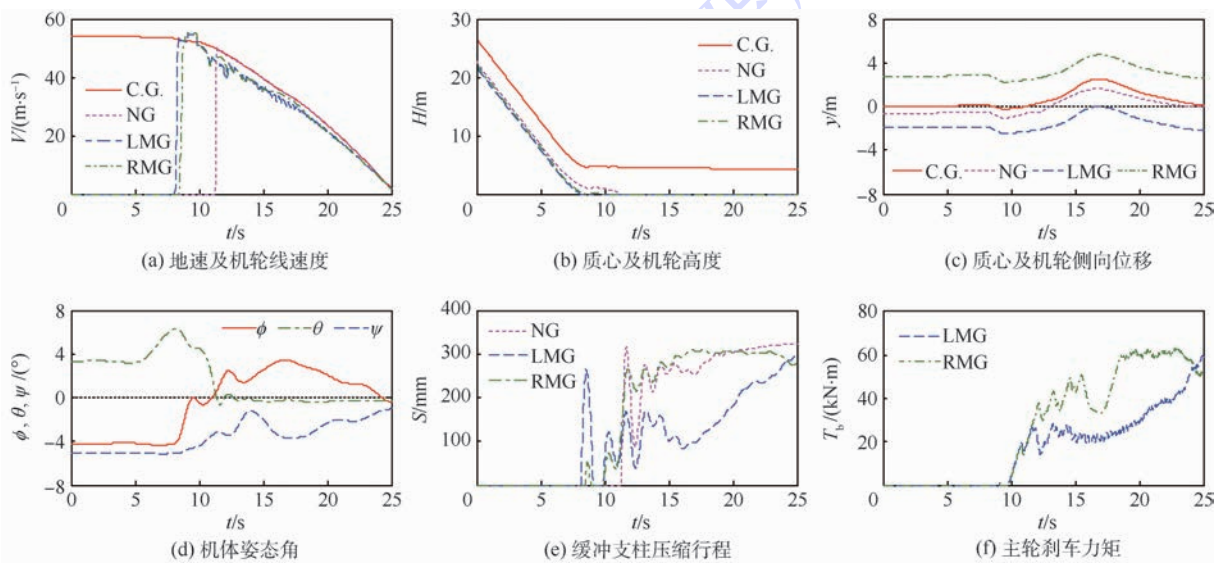


图 4　侧风着陆滑跑机体与起落架运动状态参数及操纵输出的时间历程

Fig. 4　Time histories of airframe and landing gear motion state parameters and controls in crosswind landing roll-out

北航学报 赠阅

册中,需要明确给出随道面情况变化的、允许飞机安全着陆的最大侧风分量的大小。图 5 给出了算例飞机分别在 20、25 和 30 kts 侧风分量中着陆的仿真结果。图中:“×”为接地点。

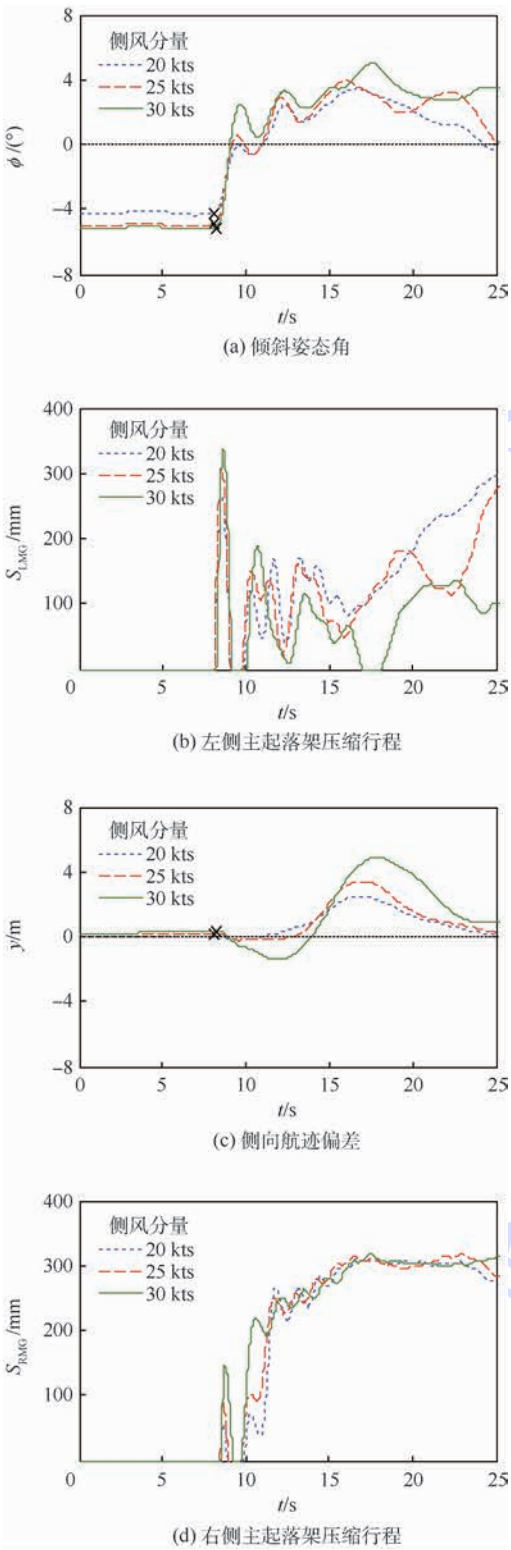


图 5 侧风分量大小对侧风着陆安全性的影响

Fig. 5 Effect of crosswind component value on crosswind landing safety

由图 5 可知,当侧风风速分量由 20 kts 增加到 25 kts 时,气动不对称导致的飞机滑跑航向运动不对称性增大,使位于迎风侧的主起落架承载减小;着陆滑跑过程中的最大倾斜角由 3.44°增加到 4.01°,最大侧向航迹偏差由 2.51 m 增加到 3.49 m。特别地,当风速分量增加到 30 kts 时,地面滑跑的最大倾斜角为 5.11°,不满足近地面机体几何姿态角限制。对比图 5(b)和图 5(d),双侧承载严重不对称,如图 5(b)绿色实线所示,迎风侧主起落架在触地初始瞬间(8.9 s 时刻)的压缩行程峰值为 350 mm,十分接近行程结构限制 355 mm;而滑行过程机体顺风倾斜使其在 16 ~ 18 s之间出现短暂的压缩量为零的离地现象,此时机体表现出强烈的侧翻倾向。从图 5(c)轨迹侧向偏差曲线可观察到较明显的地面打转现象:滑跑初始段(8.9 ~ 14.2 s)飞机质心轨迹在跑道中心线右侧,迎风打转的趋势使其转入跑道中心线左侧,在驾驶员纠偏操纵下逐渐向跑道中心线靠近。

3.3 道面污染情况的影响

道面条件是指道面的铺设材质以及受污染程度等,其中道面污染形式包括潮湿、积水、覆雪和覆冰等。道面条件会显著地影响轮胎与跑道之间的地面结合力系数,因而是影响飞机起降安全性的重要因素,尤其对于侧风着陆任务。图 6 对比了算例飞机在干道面、湿道面以及覆冰道面上侧风着陆的仿真结果。仿真中,侧风分量为 20 kts,左侧风;在 40 mph(1 mph = 0.447 2 m/s)前行速度下,干道面的最大地面结合力系数 μ 取 0.60,湿道面取 0.45,覆冰道面取 0.18[17]。

由图 6(a)和图 6(b)测算可知,当地面最大结合力系数由 0.60 减小至 0.18 时,滑行速度减为零的耗时由 17.1 s 增加为 23.2 s,滑行距离由 560.4 m 增加到 799.8 m,即随着道面最大结合力系数的减小,刹车效率降低使得飞机滑行减速至停止所需的时间和跑道长度增加,增大出现直接冲出跑道危险的可能性。

此外,在侧风分量为 20 kts 的情况下,当道面最大结合力系数由 0.60 减小至 0.18 时,地面滑行的最大侧向航迹偏差由 2.51 m 增加到 3.92 m,但反映飞机滑行地面打转倾向的最大机体倾斜角变化不显著。此外,由图 6(e)可见,在湿滑跑道滑行的偏航角速度峰值较大,易诱发驾驶员的误操纵,使飞机从侧向冲出跑道。

北航学报 赠阅

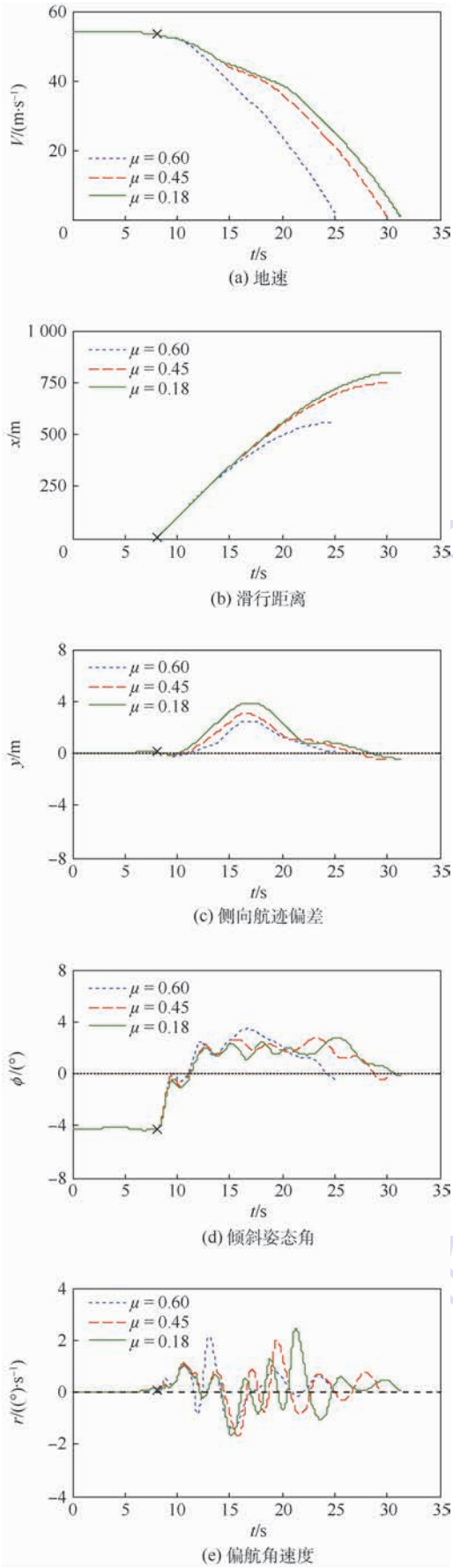


图 6　道面污染情况对侧风着陆安全性的影响

Fig. 6　Effect of runway contamination on crosswind landing safety

4　结　论

1）基于适航要求，建议将倾斜角不超过 5°且航迹侧向偏差不超过 9 m 作为侧风着陆地面滑行安全性的定量判定准则；建立飞机地面运动模型和驾驶员操纵模型，完成人机闭环数学仿真，最终形成一种基于数字虚拟飞行仿真计算的侧风着陆地面航向操稳特性评估方法。

2）算例飞机在 20 kts 侧风分量条件下着陆时，机体最大倾斜角为 3.44°，最大侧向航迹偏差为 2.51 m，可初步判定其地面航向操稳特性能满足适航要求。

3）增大侧风分量会同时增加滑跑过程中的最大机体倾斜角和侧向航迹偏差；当侧风分量增加到 30 kts，着陆滑跑过程机体的最大倾斜角超过 5°，出现明显的地面打转倾向，不满足飞行安全的要求。

4）道面污染降低地面结合力系数，一方面，会增加滑跑减速消耗的时间和跑道长度，对于算例飞机，当地面最大结合力系数由 0.60 减小至 0.18 时，减速滑跑耗时由 17.1 s 增加为 23.2 s，滑行距离由 560.4 m 增加到 799.8 m，；另一方面，增大侧风着陆时的侧向航迹偏差和偏航角速度峰值，最大侧向偏差由 2.51 m 增加到 3.92 m，容易诱发驾驶员的误操纵，使飞机从侧向冲出跑道。

参考文献（References）

[1] U. S. Department of Transportation, Faderal Aviation Administration. Airplane flying handbook: FAA-H-8083-3A [M]. Oklahoma City: FAA, 2004: 8-33.

[2] 蒋康博，蒙泽海，叶忱. 自然风对飞机着陆的影响[J]. 飞行力学，2014，32(3)：197-199.
JIANG K B, MENG Z H, YE C. The effect of natural wind on aircraft landing[J]. Flight Dynamics, 2014, 32(3): 197-199 (in Chinese).

[3] 中国民用航空局. 中国民用航空规章 第 25 部 运输类飞机适航标准：CCAR-25-R4[S]. 北京：中国民用航空局，2011.
Civil Aviation Administration of China. China civil aviation regulations Part 25: Airworthiness standards of transport category aircraft: CCAR-25-R4[S]. Beijing: Civil Aviation Administration of China, 2011 (in Chinese).

[4] 程不时. 飞机设计手册 第 5 册：民用飞机总体设计[M]. 北京：航空工业出版社，2005.
CHENG B S. Aircraft design handbook 5th book: Preliminary design of civil airplane[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2005 (in Chinese).

[5] 郑作棣. 运输类飞机适航标准技术咨询手册[M]. 北京：航空工业出版社，1995.
ZHENG Z D. Technical advisory for airworthiness standards of

北航学报 赠阅

transport category aircraft[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1995(in Chinese).

[6] 修忠信,由立岩. 运输类飞机合格审定飞行试验指南[M]. 上海:上海交通大学出版社,2013.
XIU Z X, YOU L Y. Flight test guide for certification of transport category airplanes[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2013(in Chinese).

[7] BALTES E, SPITZ W. Virtual flight test as advanced step in aircraft development: AIAA-2002-5823[R]. Reston: AIAA, 2002.

[8] GEORGE R, DOYLE J. A review of computer simulations for aircraft-surface dynamics[J]. Journal of Aircraft, 1986, 23(4): 257-265.

[9] COETZEE E B. Modelling and nonlinear analysis of aircraft ground manoeuvres[D]. Bristol: University of Bristol, 2006.

[10] SCHARL J, MAVRIS D N, BURDUN I Y. Use of flight simulation in early design: Formulation and application of the virtual testing and evaluation methodology: AIAA-2000-5590[R]. Reston: AIAA, 2000.

[11] BURDUN I Y, DELAURENTIS D A, MAVRIS D N. Modeling and simulation of airworthiness requirements for an HSCT prototype in early design: AIAA-1998-4936[R]. Reston: AIAA, 1998.

[12] U. S. Department of Transportation, Faderal Aviation Administration. Flight test guide for certification of transport category airplanes: AC No. 25-7C[S]. Oklahoma City: FAA, 2012.

[13] KRÜGER W, BESSELINK I, COWLING D, et al. Aircraft landing gear dynamics: Simulation and control[J]. Vehicle System Dynamics, 1997, 28(2-3): 119-158.

[14] ETKIN B. Dynamics of flight: Stability and control[M]. New York: John Wiley and Sons, 1995.

[15] PI W S, YAMANE J R, SMITH M J C. Generic aircraft ground operation simulation: AIAA-1986-0989[R]. Reston: AIAA, 1986.

[16] KHAPANE P D. Simulation of asymmetric landing and typical ground maneuvers for large transport aircraft[J]. Aerospace Science and Technology, 2003, 7(8): 611-619.

[17] SMILEY R F, HORNE W B. Mechanical properties of pneumatic tires with special reference to modern aircraft tires: NASA TR-64[R]. Washington, D. C.: NASA, 1960.

[18] WOODA G, BLUNDELL M, SHARMA S. A low parameter tyre model for aircraft ground dynamic simulation[J]. Materials and Design, 2012, 35: 820-832.

[19] 刘海良,王立新. 基于数字虚拟飞行的民用飞机纵向地面操稳特性评估[J]. 航空学报,2015,36(5):1432-1441.
LIU H L, WANG L X. Assessment of longitudinal ground stability and control for civil transport aircraft based on virtual flight testing methodology[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(5): 1432-1441(in Chinese).

[20] HOSMAN R, VAN DER GEEST P, VAN DER ZEE J. Development of a pilot model for the manual balked landing maneuver: AIAA-2009-5818[R]. Reston: AIAA, 2009.

[21] POOL D M, ZAAL P M T, DAMVELD H J, et al. Pilot equation in manual control of aircraft dynamics[C]// Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 2480-2485.

[22] ROBINSON J, BARNES S, WEBB M, et al. The use of pilot modeling in aviation reguatory affairs: AIAA-2009-5825[R]. Reston: AIAA, 2009.

[23] 高金源,李陆豫,冯亚昌,等. 飞机飞行品质[M]. 北京:国防工业出版社,2003.
GAO J Y, LI L Y, FENG Y C, et al. Aircraft handling qualities[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003(in Chinese).

[24] 涂章杰,王立新,陈俊平. 基于数字虚拟飞行的民机复飞爬升梯度评估[J]. 北京航空航天学学报,2017,43(12):2530-2538.
TU Z J, WANG L X, CHEN J P. Assessment of airworthiness compliance of go-around climb gradient for civil aircraft based on digital virtual flight testing method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(12): 2530-2538(in Chinese).

作者简介:

刘海良 男,博士研究生。主要研究方向:飞行动力学与控制。

王立新 男,教授,博士生导师。主要研究方向:飞机设计、飞行动力学与控制、飞行安全等。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Evaluation of directional ground stability and control characteristics in crosswind landing for civil airplane based on digital virtual flight

LIU Hailiang, WANG Lixin*

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on airworthiness requirements of civil airplane, a method for evaluating ground stability and control of crosswind landing based on digital virtual flight is established. With maximum bank angle of airframe and maximum lateral deviation during the landing roll-out as key parameters, and in accordance with the results of pilot-in-loop digital flight simulation, ground stability and control as well as airworthiness compliance of crosswind landing task of a certain large amphibious aircraft were evaluated. Simulation result shows that, for a 20 kts crosswind component, the aircraft conducted a safe and well-behaving landing roll with a 3.44° maximum bank angle and 2.51 m maximum lateral deviation on dry runway, which was of airworthiness compliance. Further research indicates that crosswind component value and the extent of runway contamination significantly affect the safety of crosswind landing roll-out. A 30 kts crosswind component might result in uncontrollable ground-looping tendency on dry runway, while contaminated runway increases landing roll-out distance and brings difficulty to direction control of taxiing. The method delivered in this paper can be applied to the preliminary design phase of civil airplane and offer theoretical references for subsequent flight tests.

Keywords: civil airplane; crosswind landing; ground stability and control characteristics; flight simulation; landing gear; airworthiness

北京航空航天大学学报

Received: 2017-04-05; **Accepted**: 2017-07-12; **Published online**: 2017-10-13 12:17

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171013.1217.001.html

Foundation item: National High-tech Research and Development Program of China (2014AA110501)

* **Corresponding author**. E-mail: wlx_c818@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0207

充气展开自支撑臂振动模态分析

全下文载

马瑞强，卫剑征，谭惠丰*
（哈尔滨工业大学 复合材料与结构研究所，哈尔滨 150001）

摘 要：充气展开自支撑臂是由层合铝膜和离散自支撑壳组成，可在无充气压力下实现对有效载荷的支撑。为提高充气展开自支撑臂振动特性预测精度，首先，基于 Timoshenko 梁理论和哈密顿原理，推导了自支撑臂振动微分方程，提出了考虑充气压力的预应力和构型变化的梁单元模型。该单元模型考虑了结构自支撑壳的离散分布特性，使建立的质量矩阵更接近自支撑臂结构的真实值。然后，通过实验对该模型进行验证，结果表明本文方法比传统梁单元模型具有更好的精度。最后，分析了充气压力和自支撑壳宽度等参数对自支撑臂结构振动模态的影响规律，结果可为充气展开自支撑臂的设计提供理论参考。

关 键 词：可展开结构；自支撑；充气结构；预应力；振动模态
中图分类号：O327
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0526-09

充气结构以其质量轻、展折比大和可靠性高等特点，不仅在充气帐篷和临时住所等民用建筑上得到应用，而且在遮阳罩、太阳帆、充气减速器、飞艇和充气机翼等空间结构具有广泛的应用前景[1-5]。充气伸展臂作为简单的充气结构，其不仅能够组建大型的可展开空间结构，还可用作精密仪器等有效载荷的支撑结构[6]。而传统的充气伸展臂通常需要充入较高的充气压力才能够满足相应的承载要求，这就要求伸展臂的材料本身具有较高的强度和气密性，进而增加结构质量或成本。为此，哈尔滨工业大学和北京机电研究所提出并研制了一种新型充气伸展臂，即充气展开自支撑臂，其由层合铝膜和离散自支撑壳组成。充气展开自支撑臂在运输阶段处于折叠状态，进入轨道后通过充气展开，较高的内部气体压力使得铝膜达到塑性变形，可保证无充气压力下自支撑臂仍能维持截面形状，使得自支撑臂结构在无内外压差下保持支撑刚度。该自支撑臂已经于2013 年进行了在轨可控展开试验，目前仍可支撑其端部的有效载荷，表明充气展开自支撑臂可用于空间任务[7-8]。

自支撑臂属于充气梁的一种，其力学特性可以采用充气梁模型研究。一些学者研究并提出了多种充气梁的刚度、强度和稳定性等静力学特性求解模型。如 Comer 和 Levy[9] 最早在 1963 年建立了充气梁的欧拉-伯努利模型；Main 等[10] 通过实验验证了 Comer 和 Levy[9] 模型的正确性；Liu 等[11] 提出了考虑压力追随效应的充气梁褶皱分析模型和相关屈曲分析模型；杜振勇[12] 考虑褶皱区域对充气梁刚度的影响，提出了一种充气梁单元模型；Thomas、Bloch[13] 和 Elsabbagh[14] 考虑褶皱、屈曲和材料非线性因素，建立了一种非线性充气梁单元模型。

柔性空间结构动力学研究也是重要的研究方向[15]。卫剑征[16] 和徐彦[17] 等分析了充气伸展臂、空间薄膜结构等充气展开结构的展开动力学

收稿日期：2017-04-06；**录用日期**：2017-04-14；**网络出版时间**：2017-06-12 17:59
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170612.1759.002.html
基金项目：国家自然科学基金创新研究群体项目（11421091）；中央高校基本科研业务费专项资金（HIT.MKSTISP.2016 09）
* **通信作者**. E-mail：tanhf@hit.edu.cn

引用格式：*马瑞强，卫剑征，谭惠丰. 充气展开自支撑臂振动模态分析[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：526-534.*
MA R Q，WEI J Z，TAN H F. Vibration modal analysis of inflatable self-supporting booms[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：526-534 (in Chinese).

北航学报 赠阅

问题；Main[18]、谭惠丰[19]和刘福寿[20]等得出充气梁的固有频率与充气压力有关；Jha 和Inman[21]指出结构构型变化和充气压力会影响充气结构的振动特性。为了考虑充气压力的影响效应，学者们一般采用壳或膜单元分析方法，但壳或膜单元在大型空间结构求解中会导致计算量过大。因此，合理梁单元模型的建立是非常必要的。Apedo 等[22]考虑几何非线性和充气压力效应建立了充气织物梁单元模型；Thomas 等[23]基于动态刚度法提出了充气梁的连续梁单元模型。这些模型主要用于单一材料构成的充气梁，而对于由 2 种或多种材料构成的自支撑臂结构，其梁单元模型的研究不成熟。

针对自支撑臂结构的振动模态分析问题，本文提出了一种考虑充气压力和自支撑壳离散特性的梁单元模型，并在 MATLAB 中实现该模型的编程；与实验结果对比验证了该模型的有效性。本文以细长充气展开自支撑臂为研究对象，研究充气压力和自支撑壳宽度等参数对结构固有频率的影响规律。

1　理论模型

1.1　自支撑臂振动微分方程

充气展开后的自支撑臂结构几何模型和横截面见图 1 和图 2，自支撑臂长度为 L，直径为 D，自支撑壳个数为 $2N$ 个，其中第 i 个自支撑壳与 y 轴的夹角为 φ_i，自支撑臂关于 xy 平面对称，即第 i 个和第 $N+i$ 个自支撑壳的尺寸和材料参数均相同。

自支撑臂结构的层合铝膜厚度为 t_1，等效弹性模量为 E_1，泊松比为 μ_1；第 i 个自支撑壳的弹性模量为 E_i，泊松比为 μ_i，厚度为 t_i，宽度为 b_i。基于自支撑壳对称的条件，同时考虑层合铝膜和自支撑壳的联合作用，自支撑臂的弯曲刚度可以近似表示为二者弯曲刚度的叠加：

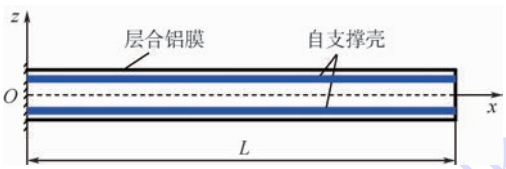


图 1　自支撑臂几何示意图

Fig. 1　Schematic of geometry of self-supporting boom

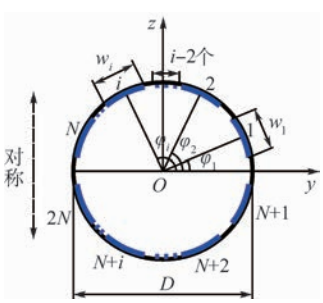


图 2　自支撑臂横截面示意图

Fig. 2　Schematic of cross-section of self-supporting boom

$$EI = E_1 I_1 + E_s I_s \tag{1}$$

式中：E 和 I 分别为自支撑臂的等效弹性模量和截面惯性矩；E_1 和 E_s 分别为层合铝膜和自支撑壳的等效弹性模量；I_1 和 I_s 分别为层合铝膜和自支撑壳的截面惯性矩；$E_1 I_1$ 和 $E_s I_s$ 分别为层合铝膜和自支撑壳提供的弯曲刚度：

$$\begin{cases} E_1 I_1 = \pi E_1 t_1 R^3 \\ E_s I_s = \sum_{i=1}^{N} \left[E_i t_i R^2 \left(b_i - R\cos(2\varphi_i)\sin(b_i/R) \right) \right] \end{cases} \tag{2}$$

式中：R 为自支撑臂的半径。

基于 Timoshenko 梁理论，假设自支撑臂振动过程中截面保持圆形，且不会出现屈曲和局部屈曲；自支撑臂的层合铝膜和自支撑壳在振动变形中厚度不变。

由于自支撑臂结构在 y 方向和 z 方向的振动形式相同，本文仅研究 xy 面内的二维振动。根据上述假设，得到自支撑臂的壁面上任意一点 $P(x, y, z)$ 的位移 (u_1, v_1, w_1) 为

$$\begin{cases} u_1(x,z,t) = u(x,t) - z\phi(x,t) \\ v_1(x,z,t) = 0 \\ w_1(x,z,t) = w(x,t) \end{cases} \tag{3}$$

式中：$u(x,t)$ 和 $w(x,t)$ 分别为 P 点所在截面中点 G_o 的 x 方向和 z 方向位移；$\phi(x,t)$ 为截面转角。

通过式(3)得到自支撑臂的几何方程，即任意点 P 处的 x 方向应变 ε_{xx} 和 z 方向切应变 γ_{xz} 为

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - z\dfrac{\partial \phi}{\partial x} \\ \gamma_{xz} = \dfrac{\partial w}{\partial x} - \phi \end{cases} \tag{4}$$

自支撑臂的应变能可表示为

$$\begin{aligned} U = {} & \frac{1}{2}\int_0^L \left(E_1 A_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + E_1 I_1 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 \right) \mathrm{d}x + \\ & \frac{kG_1 A_1}{2}\int_0^L \left(\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - 2\frac{\partial w}{\partial x}\phi + \phi^2 \right) \mathrm{d}x + \\ & \frac{1}{2}\int_0^L \left(E_s A_s \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + E_s I_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 \right) \mathrm{d}x + \\ & \frac{kG_s A_s}{2}\int_0^L \left(\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - 2\frac{\partial w}{\partial x}\phi + \phi^2 \right) \mathrm{d}x \end{aligned} \tag{5}$$

式中：k 为自支撑臂结构的剪切修正因子，依据文献[24]可得到圆柱薄壁梁的剪切修正因子为 0.5；G_1 和 A_1 分别为层合铝膜的剪切刚度和截面面积；G_s 和 A_s 分别为自支撑壳的等效剪切模量

北航学报 赠阅

和面积；E_sA_s 和 G_sA_s 分别为自支撑壳提供给自支撑臂的等效压缩刚度和剪切刚度。

$$\begin{cases} E_sA_s = 2\sum_{i=1}^{N}(E_iA_i) \\ G_sA_s = 2\sum_{i=1}^{N}(G_iA_i) \end{cases} \tag{6}$$

自支撑臂的动能为

$$T = \frac{1}{2}\int_0^L (m\dot{u}^2 + J_z\dot{\phi}^2 + m\dot{w}^2)\,\mathrm{d}x \tag{7}$$

式中：$\dot{u}$、$\dot{\phi}$ 和 $\dot{w}$ 分别为 u、ϕ 和 w 对时间的一阶导数；m 为自支撑臂的线密度；J_z 为单位长度自支撑臂的转动惯量。

$$\begin{cases} m = \iint_{A_1}\rho_1\,\mathrm{d}A + \sum_{i=1}^{2N}\iint_{A_i}\rho_i\,\mathrm{d}A \\ J_z = \iint_{A_1}\rho_1 z^2\,\mathrm{d}A + \sum_{i=1}^{2N}\iint_{A_i}\rho_i z^2\,\mathrm{d}A \end{cases} \tag{8}$$

式中：ρ_1 和 ρ_i 分别为层合铝膜和第 i 个自支撑壳的密度。

哈密顿原理的变分形式为

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T - U)\,\mathrm{d}t = 0 \tag{9}$$

式中：δ 为变分符号。

将式(5)和式(7)代入式(9)可得

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2}\int_0^L \Big\{ & \Big[-m\ddot{u} + (E_1A_1 + E_sA_s)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Big]\delta u + \\ & \Big[(E_1I_1 + E_sI_s)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - J_z\ddot{\phi} + (kG_1A_1 + \\ & kG_sA_s)\frac{\partial w}{\partial x} - (kG_1A_1 + kG_sA_s)\phi\Big]\delta\phi + \\ & \Big[(kG_1A_1 + kG_sA_s)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - m\ddot{w} - \\ & (kG_1A_1 + kG_sA_s)\frac{\partial\phi}{\partial x}\Big]\delta w\Big\}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}t = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

式中：$\ddot{u}$、$\ddot{\phi}$ 和 $\ddot{w}$ 分别为 u、ϕ 和 w 对时间的二阶导数。

根据 δu、δw 和 $\delta\phi$ 的无关性，得到

$$\begin{cases} -m\ddot{u} + (E_1A_1 + E_sA_s)\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \\ -m\ddot{w} + k(G_1A_1 + G_sA_s)\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \\ \quad k(G_1A_1 + G_sA_s)\dfrac{\partial\phi}{\partial x} = 0 \\ -J_z\ddot{\phi} + (E_1I_1 + E_sI_s)\dfrac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + k(G_1A_1 + \\ \quad G_sA_s)\dfrac{\partial w}{\partial x} + k(G_1A_1 + G_sA_s)\phi = 0 \end{cases} \tag{11}$$

式(11)为自支撑臂的自由振动微分方程，引入形函数将位移变量进行离散，并分别代入单元的应变能和动能表达式，进而得到自支撑臂的单元刚度矩阵和单元质量矩阵，并建立自支撑臂振动特性的梁单元模型。

1.2 自支撑臂梁单元的建立

将自支撑臂离散为 n 个单元，第 i 个单元的长度为 l_i，其节点编号为 i 和 $i+1$，x 方向坐标分别为 x_i 和 x_{i+1}。

当 $x = x_i$，有 $u = u_i$，$w = w_i$，$\phi = \phi_i$；当 $x = x_{i+1}$，有 $u = u_{i+1}$，$w = w_{i+1}$，$\phi = \phi_{i+1}$。本文中 u、w 和 ϕ 为独立的变量，可分别插值表示为

$$\begin{cases} u = N_{2i-1}(x)u_i + N_{2i}(x)u_{i+1} \\ w = N_{2i-1}(x)w_i + N_{2i}(x)w_{i+1} \\ \phi = N_{2i-1}(x)\phi_i + N_{2i}(x)\phi_{i+1} \end{cases} \tag{12}$$

式中：$N_{2i-1}(x)$ 和 $N_{2i}(x)$ 为形函数，本文采用线性函数，即 $N_{2i-1} = 0.5(1-\xi)$，$N_{2i} = 0.5(1+\xi)$，$\xi = (2x - x_i - x_{i+1})/l_i$。

则第 i 个单元的应变能为

$$\begin{aligned} U = & \begin{bmatrix} u_i & u_{i+1}\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{K}_{uu}\cdot\begin{bmatrix} u_i \\ u_{i+1}\end{bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} w_i & w_{i+1}\end{bmatrix}\cdot \\ & \boldsymbol{K}_{ww}\cdot\begin{bmatrix} w_i \\ w_{i+1}\end{bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} w_i & w_{i+1}\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{K}_{w\phi}\cdot\begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_{i+1}\end{bmatrix} + \\ & \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \phi_i & \phi_{i+1}\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{K}_{\phi w}\cdot\begin{bmatrix} w_i \\ w_{i+1}\end{bmatrix} + \\ & \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \phi_i & \phi_{i+1}\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{K}_{\phi\phi}\cdot\begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_{i+1}\end{bmatrix} \end{aligned} \tag{13}$$

式中：

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}_{uu} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{x_i}^{x_{i+1}}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot(E_1A_1 + E_sA_s)\cdot \\ \qquad \begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}\mathrm{d}x \\ \boldsymbol{K}_{ww} = \displaystyle\int_{x_i}^{x_{i+1}}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot k(G_1A_1 + G_sA_s)\cdot \\ \qquad \begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}\mathrm{d}x \\ \boldsymbol{K}_{w\phi} = -\displaystyle\int_{x_i}^{x_{i+1}}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot k(G_1A_1 + G_sA_s)\cdot \\ \qquad [N_{2i-1} \quad N_{2i}]\,\mathrm{d}x \\ \boldsymbol{K}_{\phi w} = -\displaystyle\int_{x_i}^{x_{i+1}}[N_{2i-1} \quad N_{2i}]^{\mathrm{T}}\cdot k(G_1A_1 + G_sA_s)\cdot \\ \qquad \begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}\mathrm{d}x \\ \boldsymbol{K}_{\phi\phi} = \displaystyle\int_{x_i}^{x_{i+1}}[N_{2i-1} \quad N_{2i}]^{\mathrm{T}}\cdot k(G_1A_1 + G_sA_s)\cdot \\ \qquad [N_{2i-1} \quad N_{2i}]\,\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\displaystyle\int_{x_i}^{x_{i+1}}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot \\ \qquad (E_1I_1 + E_sI_s)\cdot\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_{2i-1}}{\partial x} & \dfrac{\partial N_{2i}}{\partial x}\end{bmatrix}\mathrm{d}x \end{cases} \tag{14}$$

将单元节点的位移表示为 $\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}} = [u_i, w_i, \phi_i, u_{i+1}, w_{i+1}, \phi_{i+1}]^{\mathrm{T}}$，则自支撑臂的单元刚度矩阵为

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{K}=\frac{1}{l_i}\begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 & \frac{l_i k_3}{2} & 0 & -k_3 & \frac{l_i k_3}{2} \\ 0 & \frac{l_i k_3}{2} & k_2+\frac{l_i^2 k_3}{3} & 0 & -\frac{l_i k_3}{2} & -k_2+\frac{l_i^2 k_3}{6} \\ -k_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & -\frac{l_i k_3}{2} & 0 & k_3 & -\frac{l_i k_3}{2} \\ 0 & \frac{l_i k_3}{2} & -k_2+\frac{l_i^2 k_3}{6} & 0 & -\frac{l_i k_3}{2} & k_2+\frac{l_i^2 k_3}{3} \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中：$k_1=E_1A_1+E_sA_s$；$k_2=E_1I_1+E_sI_s$；$k_3=k(G_1A_1+G_sA_s)$。

将形函数代入式(7)得到

$$\frac{1}{2}\int_{x_i}^{x_{i+1}}(m\dot{u}^2+J_z\dot{\phi}^2+m\dot{w}^2)\,\mathrm{d}y=\frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}} \tag{16}$$

式中：质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 为

$$\boldsymbol{M}=\frac{l_i}{6}\begin{bmatrix} 2m & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 2m & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 2J_z & 0 & 0 & J_z \\ m & 0 & 0 & 2m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 2m & 0 \\ 0 & 0 & J_z & 0 & 0 & 2J_z \end{bmatrix} \tag{17}$$

自支撑臂结构在充气压力作用下，其构型会发生变化而影响抗弯刚度；同样，充气压力的预应力刚度效应也会影响结构的抗弯刚度，进而影响自支撑臂固有频率。

1）结构构型变化效应

自支撑臂在充气压力 p 作用下，结构的环向张力为 pR，则对应的层合铝膜处的预应力为 pR/t_1，自支撑壳与层合铝膜黏接处的等效预应力为 $pR/(t_1+t_i)$。根据层合板理论，可近似认为层合铝膜和自支撑壳黏接处的弹性模量为

$$E_{ci}=\frac{t_1}{t_1+t_i}E_1+\frac{t_i}{t_1+t_i}E_i \tag{18}$$

通过几何关系，得到层合铝膜的环向应变为 $\varepsilon_1=pR/(E_1t_1)$，层合铝膜和自支撑壳黏接处的应变为 $\varepsilon_i=pR/[E_{ci}(t_1+t_i)]$。自支撑臂的截面周长改变量为

$$\Delta l=\left(2\pi R-\sum_{i=1}^{2N}w_i\right)\varepsilon_1+\sum_{i=1}^{2N}(w_i\varepsilon_i) \tag{19}$$

根据自支撑臂的假设条件，结合式(1)和式(2)得到截面构型变化引起的刚度变化为

$$\Delta(EI)=\{3\pi R^2E_1t_1+\sum_{i=1}^{N}[RE_it_i(2w_i-3R\cos(2\varphi_i)\cdot\sin(w_i/R)+w_i\cos(2\varphi_i)\cos(w_i/R))]\}\Delta R+\sum_{i=1}^{N}[R^2E_it_i(1-\cos(2\varphi_i)\sin(w_i/R))\Delta w_i] \tag{20}$$

式中：$\Delta w_i=pRw_i/[E_{ci}(t_1+t_i)]$；$\Delta R=\Delta l/(2\pi)$。得到充气压力作用下自支撑臂的弯曲刚度为 $EI+\Delta(EI)$。

2）预应力刚度效应

预应力下自支撑臂的振动方程的矩阵形式为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}(t)+(\boldsymbol{K}+\boldsymbol{K}_p)\cdot\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{Q}(t) \tag{21}$$

式中：$\boldsymbol{Q}(t)$ 为外界激振力；$\boldsymbol{K}_p$ 为应力刚度矩阵，根据文献[25]可以得到，在轴向力 F 作用下的梁单元预应力刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K}_p=\frac{F}{l_i}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{1}{10}l_i & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{1}{10}l_i \\ 0 & \frac{1}{10}l_i & \frac{2}{15}l_i^2 & 0 & -\frac{1}{10}l_i & -\frac{1}{30}l_i^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l_i & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l_i \\ 0 & \frac{1}{10}l_i & -\frac{1}{30}l_i^2 & 0 & -\frac{1}{10}l_i & \frac{2}{15}l_i^2 \end{bmatrix} \tag{22}$$

对于自支撑臂而言，轴向力 $F=pA$。修正后充气自支撑臂的刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K}'=\boldsymbol{K}+\boldsymbol{K}_p \tag{23}$$

由式(17)和式(22)可得充气压力下自支撑臂的单元刚度矩阵 $\boldsymbol{K}'$ 和质量矩阵 $\boldsymbol{M}$，对其进行坐标转换、组装得到结构的整体刚度和质量矩阵，组装方法见图 3，即首先将整体刚度矩阵的全部元素置零值，然后依次将每一个经过坐标转化的

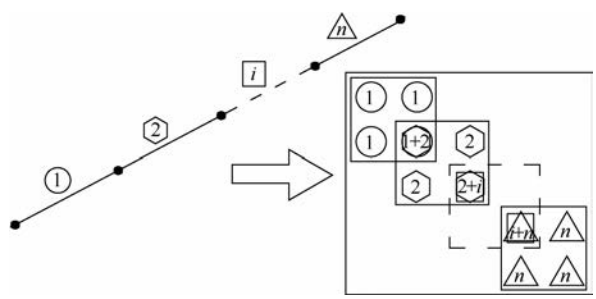


图 3　整体刚度矩阵或质量矩阵的组装方法

Fig. 3　Assembly method of global stiffness matrix or mass matrix

北航学报 赠阅

单元刚度矩阵组嵌入整体刚度矩阵的相应位置。在组装一个单元刚度矩阵时，分别将每一个元素 k_{rs}^{m}（根据单元的节点编号，找到与局部自由度 r 和 s 相对应的总体自由度编号 I 和 J）累加到对应的整体刚度矩阵元素 $\boldsymbol{K}_{IJ}$ 中，进而得到自支撑臂结构的整体刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{IJ}$，同理得到结构整体质量矩阵 $\boldsymbol{M}_{IJ}$。

结合上述得到的自支撑臂的整体刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{IJ}$ 和质量矩阵 $\boldsymbol{M}_{IJ}$，引入自支撑臂的位移边界条件，去除约束自由度相对应的刚度和质量矩阵中的行和列，生成满足位移边界条件的刚度矩阵 $\boldsymbol{K}'_{IJ}$ 和质量矩阵 $\boldsymbol{M}'_{IJ}$。最后采用 MATLAB 编程求解 $\boldsymbol{K}'_{IJ}$ 和 $\boldsymbol{M}'_{IJ}$ 的特征值和特征矩阵，进而得到自支撑臂的固有频率和振型。

相比传统梁单元模型，本文方法不仅可以考虑自支撑臂横截面变化引起的结构刚度变化效应，而且建立的结构质量矩阵比传统梁单元更加接近实际值，这是因为传统梁单元会将单元截面均匀化，使得其建立的质量矩阵无法准确反映自支撑壳的离散分布特性。本文也将进一步通过实验验证本文方法在自支撑臂固有频率方面计算的有效性。

2 自支撑臂振动模态分析

2.1 对比验证

文献[26]对 $L=1$ m 的由 4 根 T50 钢自支撑壳和层合铝膜组成的自支撑臂进行了实验测试，并得到 0、10、20、30 和 40 kPa 充气压力下自支撑臂的基频分别为 17.55、17.70、17.70、17.71 和 17.98 Hz；其中自支撑臂的层合铝膜厚度为 0.1 mm，弹性模量为 12.36 GPa，泊松比为 0.3，密度为1 960 kg/m^3；自支撑壳的厚度为 0.2 mm，宽度为 15 mm，弹性模量为 150 GPa，泊松比为 0.3，密度为 4 535 kg/m^3。将自支撑臂结构离散为 40 个单元，并求解得到自支撑臂的固有频率，如表 1 所示，与实验结果的平均偏差为 8.00%；表 1 中还列出了 ANSYS Beam188 单元计算结果，其与实验的平均误差为 18.63%，验证了本文方法在自支撑臂振动特性方面的计算有效性。

图 4 给出了 ANSYS Beam188 单元模型和本文方法对自支撑臂基频的分析偏差随长细比（L/D）的变化关系。随着自支撑臂长细比的增加，二者偏差呈现非线性增加趋势；这也表明自支撑臂长细比较大时，相比 Beam188 单元模型，本文方法具有较高的计算精度。此外，本课题组曾对

表 1 自支撑臂振动模态对比

Table 1 Comparison of self-supporting boom's vibration mode

充气压力/kPa	结构基频/Hz			偏差/%	
	实验[26]	Beam188	本文方法	Beam188 与实验偏差	本文方法与实验偏差
0	17.55	20.23	18.38	15.27	4.73
10	17.70	20.64	18.77	16.61	6.05
20	17.70	21.04	19.16	18.87	8.25
30	17.71	21.44	19.53	21.06	10.28
40	17.98	21.82	19.90	21.36	10.68

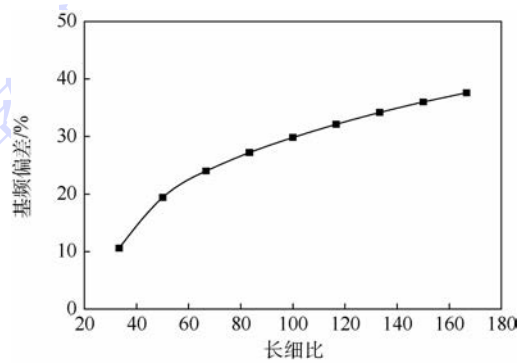


图 4 本文方法和 ANSYS Beam188 的基频求解偏差随长细比的变化曲线

Fig. 4 Variation curve of the first natural frequency solving deviation of proposed method and ANSYS Beam188 with slenderness ratios

3 m 自支撑臂基频进行了实验测试[27]，得到 0 和 40 kPa 充气压力作用下，支撑 2 kg 重物的自支撑臂基频分别为 0.960 和 0.961 Hz。通过本文方法得到2 种工况下自支撑臂的基频分别为 0.860 和 0.979 Hz，与实验值的平均偏差为 6.13%，也进一步验证了本文方法的有效性。

2.2 自支撑臂振动特性的参数影响分析

由于空间结构采用的充气展开自支撑臂一般长度较大，因此本文采用上述方法，以长为 6.5 m 的自支撑臂为例，研究充气压力和自支撑壳宽度等参数对结构振动模态的影响规律。本算例的自支撑臂由 4 个均匀分布自支撑壳和层合铝膜组成，其材料属性见表 2 和表 3。

表 2 层合铝膜的材料属性

Table 2 Material properties of laminated aluminum membrane

参数	厚度/mm	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg·m^{-3})
数值	0.1	12.36	0.3	1960

表 3 自支撑壳的材料属性

Table 3 Material properties of self-supporting shell

参数	宽度/mm	厚度/mm	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg·m^{-3})
数值	15	0.2	150	0.3	4535

通过本文方法得到自支撑臂前三阶固有频率随充气压力的变化曲线,如图 5 所示。可以得到,无充气压力下自支撑壳的前五阶固有频率分别为 1.68、10.53、29.48、57.72 和 95.33 Hz,且随着充气压力的变化较小;例如充气压力增加到40 kPa,自支撑臂的前五阶固有频率仅仅分别增加了 0.81、1.14、1.03、1 和 1 Hz。图 6 为本文方法得到的自支撑臂的前五阶固有振型,可得充气梁的振动模态主要为梁的弯曲振动。

充气展开自支撑臂的优点之一是可设计性高,通过自支撑壳材料和其分布的改变就可以实现自支撑臂力学特性的改变。为此,本文在保证自支撑臂的质量不变情况下,分别研究了自支撑壳宽度、个数及其分布对自支撑壳振动特性的影响规律。

首先研究自支撑壳宽度对结构固有频率的影响规律,研究中通过改变层合铝膜厚度保证自支撑臂质量不变。图 7 为自支撑臂的固有频率随自支撑壳宽度的变化曲线。可以得到,随着自支撑壳宽度的增加,高阶模态频率近似于线性增加,而低阶模态频率变化较小;其中自支撑壳的宽度从 5 mm 增加到 22 mm,结构基频仅仅增加了 0.66 Hz,而第二至五阶频率分别增加了 4.1、11.45、22.35 和 36.80 Hz。

在自支撑壳个数对自支撑臂振动特性的影响研究中,保证自支撑臂质量不变,即自支撑壳个数增加,自支撑壳宽度降低,其中个数为 4、6、8 和 10 个时自支撑壳的宽度分别为 0.015、0.010、0.007 5和 0.006 cm。图 8 分析了自支撑壳个数对自支撑臂固有频率的影响规律,得到自支撑壳个数对结构固有频率没有影响。

此外,自支撑壳的分布同样会对自支撑臂

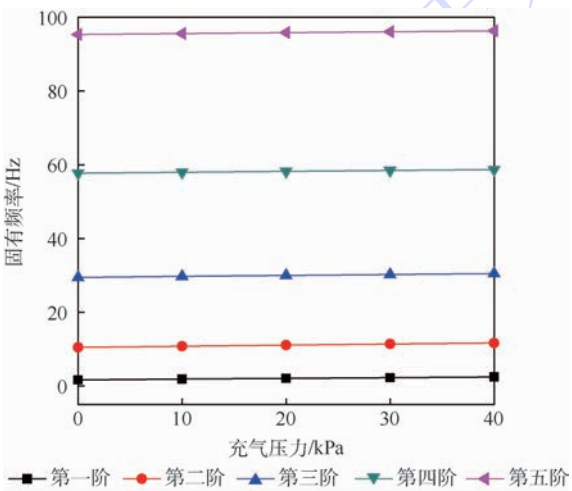


图 5　自支撑臂固有频率随充气压力的变化曲线

Fig. 5　Variation curves of self-supporting boom's natural frequency with internal pressure

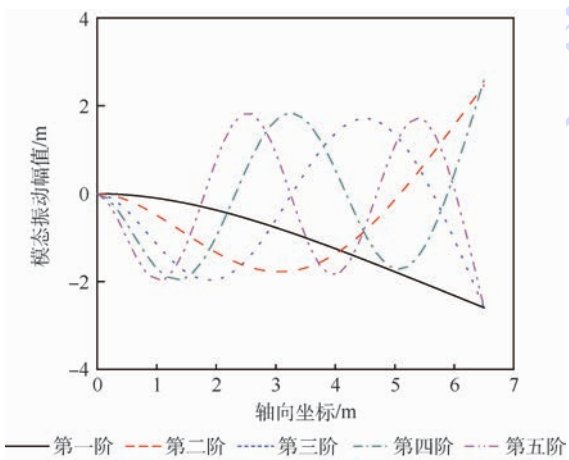


图 6　自支撑臂前五阶固有振型

Fig. 6　The first five modal shape of self-supporting boom

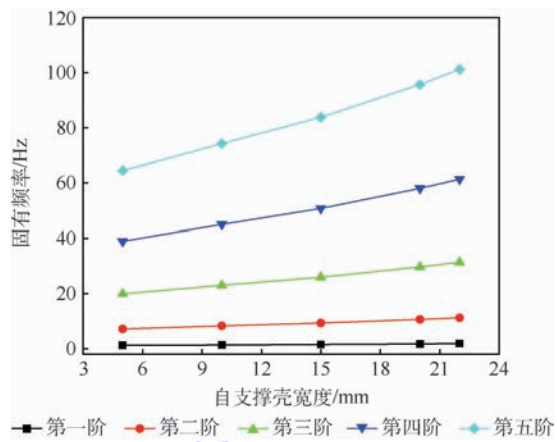


图 7　自支撑壳宽度对自支撑臂固有频率的影响曲线

Fig. 7　Effect curves of width of self-supporting shell on natural frequency of self-supporting boom

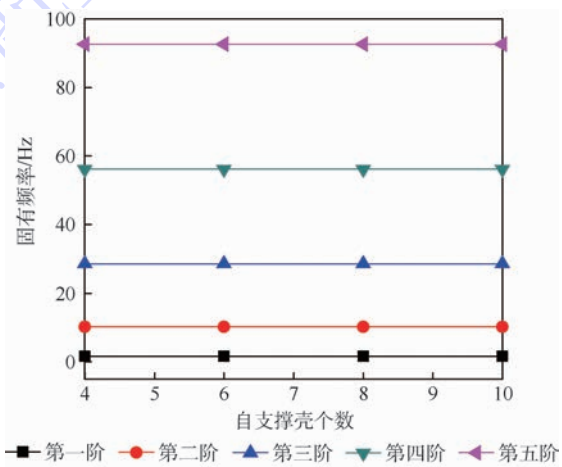


图 8　自支撑壳个数对自支撑臂固有频率的影响曲线

Fig. 8　Effect curves of number of self-supporting shell on natural frequency of self-supporting boom

北航学报 赠阅

的固有频率产生明显的影响。以 6 个自支撑壳和层合铝膜构成的自支撑臂为例，研究自支撑壳分布对结构固有频率的影响规律。图 9 为 6 个自支撑壳和层合铝膜构成自支撑臂的截面示意图，其中自支撑臂结构关于 xOy 和 xOz 面对称，即当 $\varphi_2=90°,\varphi_1+\varphi_3=180°$，或当 $\varphi_1=0°,\varphi_2+\varphi_3=180°$。首先对 $\varphi_2=90°,\varphi_1+\varphi_3=180°$的情况进行分析。图 10 为自支撑臂固有频率随 φ_1 的变化规律，其中低阶频率变化较小，高阶频率变化较大，例如 φ_1 从 15°增加到 75°，前五阶固有频率分别增加了 0.49、3.09、8.59、16.61 和 26.97 Hz。

然后对 $\varphi_1=0°,\varphi_2+\varphi_3=180°$情况进行分析，并得到自支撑臂固有频率随 φ_2 的变化规律如图 11所示。固有频率接近于线性增长，φ_2 从 15°增加到 75°，结构固有频率分别增加了 0.6、3.8、10.61、20.64 和 33.78 Hz。

综上可以得到，自支撑壳的数量对结构的固有频率影响较小；其宽度和分布参数对低阶频率影响较小，对高阶频率影响较大。

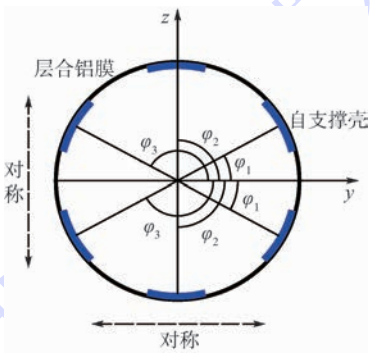


图 9 6 个自支撑壳的自支撑臂截面示意图

Fig. 9 Schematic of cross-section of self-supporting boom with six self-supporting shells

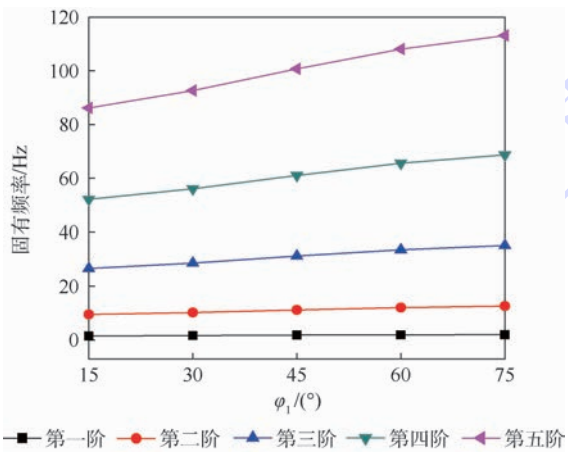


图 10 自支撑臂固有频率随 φ_1 的变化曲线($\varphi_2=90°$)

Fig. 10 Variation curves of self-supporting boom's natural frequency with φ_1 ($\varphi_2=90°$)

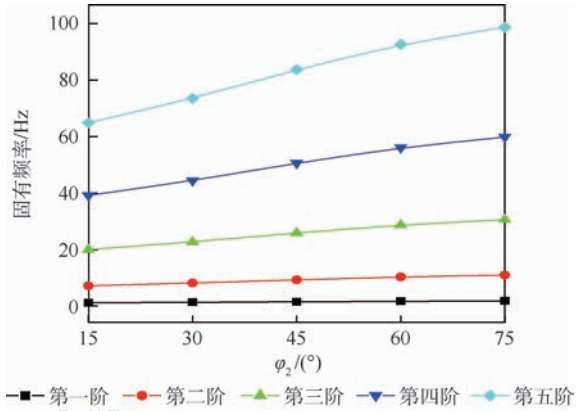


图 11 自支撑臂固有频率随 φ_2 的变化曲线($\varphi_1=0°$)

Fig. 11 Variation curves of self-supporting boom's natural frequency with φ_2 ($\varphi_1=0°$)

3 结 论

针对由层合铝膜和离散自支撑壳组成的自支撑臂，建立了其振动特性分析梁单元模型，并对其力学特性进行分析，得到如下结论：

1）考虑充气压力的预应力和构型变化的梁单元模型计算方法与实验结果相互吻合，且计算的误差很小。

2）当自支撑臂的长细比越大时，本文方法比 Beam188 单元模型具有更高的计算精度。

3）随着充气压力的增加，自支撑臂结构的前五阶固有频率增加幅度不明显。

4）在保证自支撑臂质量不变情况下，自支撑壳的个数对固有频率没有影响；自支撑壳宽度和其分布对低阶频率影响较小，而对高阶频率影响较大。

参考文献（References）

[1] FELLINI R A, KROPP Y L. James Webb space telescope sunshield: Challenges in analysis of gossamer structures[J]. Technology Review Journal, 2008, 16(1): 17-44.

[2] AAROHI V. Lightweight, high-performance solar cells for high power-to-weight and deployable solar arrays: AIAA-2016-5283 [R]. Reston: AIAA, 2016.

[3] 刘龙斌，吕明云，肖厚地，等. 基于压差梯度的平流层飞艇艇囊应力计算和仿真[J]. 北京航空航天大学学报，2014，40(10)：1386-1391.
LIU L B, LÜ M Y, XIAO H D, et al. Calculation and simulation of stratospheric airship capsule stress considering the pressure gradient[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(10): 1386-1391 (in Chinese).

[4] 卫剑征,谭惠丰,王伟志,等. 充气式再入减速器研究最新进展[J]. 宇航学报,2013,34(7):881-890.
WEI J Z,TAN H F,WANG W Z,et al. New trends in inflatable re-entry aeroshell[J]. Journal of Astronautics,2013,34(7):881-890(in Chinese).

[5] JOSHUA B,GRANT S,JUSTIN K,et al. An investigation of three-dimensional flow over an undulating inflatable wing:AIAA-2016-0593[R]. Reston:AIAA,2016.

[6] TAN D,YANG Z. Deployment simulation and comparison of inflatable antenna beam with different folded configurations[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics,2010,33(3):1513-1527.

[7] 曹旭,王伟志,张宏伟,等. 一种新型充气式重力梯度杆的研制和在轨展开试验[J]. 航天返回与遥感,2014,35(3):20-27.
CAO X,WANG W Z,ZHANG H W,et al. Development and space experiment of a new inflatable gravity gradient boom[J]. Spacecraft Recovery and Remote Sensing,2014,35(3):20-27(in Chinese).

[8] WEI J,TAN H,WANG W,et al. Deployable dynamic analysis and on-orbit experiment for inflatable gravity-gradient boom[J]. Advances in Space Research,2015,55(2):639-646.

[9] COMER R L,LEVY S. Deflections of an inflated circular-cylindrical cantilever beam[J]. AIAA Journal,1963,1(7):1652-1654.

[10] MAIN A,PETERSON S W,STRAUSS A M. Load deflection behaviour of space-based inflatable beams[J]. Journal of Aerospace Engineering,1994,7(2):225-238.

[11] LIU Y P,WANG C G,TAN H F. The interactive bending wrinkling behaviour of inflated beams[J]. Proceedings of the Royal Society A-Mathematical,Physical and Engineering Sciences,2016,472(2193):20160504.

[12] 杜振勇. 充气梁弯皱特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012.
DU Z Y. Research on bending-wrinkling characteristics of inflated beams[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2012(in Chinese).

[13] THOMAS J,BLOCH A. Non linear behaviour of an inflatable beam and limit states[J]. Procedia Engineering,2016,155:398-406.

[14] ELSABBAGH A. Nonlinear finite element model for the analysis of axisymmetric inflatable beams[J]. Thin-Walled Structures,2015,96:307-313.

[15] 夏人伟. 自适应结构综述[J]. 北京航空航天大学学报,1999,25(6):623-628.
XIA R W. Overview of adaptive strusture[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,1999,25(6):623-628(in Chinese).

[16] 卫剑征,毛丽娜,杜星文. 空间卷曲折叠管充气控制展开动力学研究[J]. 工程力学,2009,26(1):227-232.
WEI J Z,MAO L N,DU X W. Study for inflatable control deployment dynamics of rolled booms[J]. Engineering Mechanics,2009,26(1):227-232(in Chinese).

[17] 徐彦,关富玲. 可展开薄膜结构折叠方式和展开过程研究[J]. 工程力学,2008,25(5):176-181.
XU Y,GUAN F L. Fold methods and deployment analysis of deployable membrane structure[J]. Engineering Mechanics,2008,25(5):176-181(in Chinese).

[18] MAIN J A,CARLIN R A,GARCIA E,et al. Dynamic analysis of space-based inflated beam structures[J]. Journal of the Acoustical Society of America,1995,97(2):1035-1045.

[19] 谭惠丰,李云良,毛丽娜,等. 空间充气展开支撑管的自振特性研究[J]. 哈尔滨工业大学学报,2008,40(5):709-713.
TAN H F,LI Y L,MAO L N,et al. Free vibration characteristics of inflatable supporting tube[J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2008,40(5):709-713(in Chinese).

[20] 刘福寿. 大型空间结构动力学等效建模与振动控制研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2015:49-74.
LIU F S. Dynamic equivalent modeling and vibration control of large space structures[D]. Nanjing:Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2015:49-74(in Chinese).

[21] JHA A,INMAN D. Importance of geometric non-linearity and follower pressure load in the dynamic analysis of a gossamer structure[J]. Journal of Sound and Vibration,2004,278(1-2):207-231.

[22] APEDO K L,RONEL S,JACQUELIN E,et al. Free vibration analysis of inflatable beam made of orthotropic woven fabric[J]. Thin-Walled Structures,2014,78:1-15.

[23] THOMAS J C,JIANG Z,WIELGOSZ C. Continuous and finite element methods for the vibrations of inflatable beams[J]. International Journal of Space Structures,2006,21(4):197-222.

[24] COWPER G R. The shear coefficient in Timoshenko's beam theory[J]. Journal of Applied Mechanics,1967,33(2):335-340.

[25] PRZEMIENIECKI J S. Theory of matrix structural analysis[M]. New York:McGraw-Hill,1968:388-391.

[26] 宋博. 充气展开自支撑结构力学特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2015:50-62.
SONG B. Research of mechanical properties of inflatable self-supporting structure[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2015:50-62(in Chinese).

[27] WEI J Z,TAN H F,YU J X,et al. Dynamic testing and analysis of inflatable beams[J]. Applied Mechanics and Materials,2012,226-228:546-552.

作者简介:

马瑞强　男,博士研究生。主要研究方向:充气结构的振动特性。

卫剑征　男,博士,副教授。主要研究方向:大型充气展开结构的展开动力学。

谭惠丰　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:超大型航天器可展开结构。

北航学报 赠阅

Vibration modal analysis of inflatable self-supporting booms

MA Ruiqiang, WEI Jianzheng, TAN Huifeng*

(Center for Composite Materials and Structures, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The inflatable self-supporting boom, which is made of laminated aluminum film and local discrete self-supporting thin shell, has the ability to support the effective load at zero inner pressure. In order to improve the accuracy predicting the vibration characteristics of the inflatable self-supporting boom, the vibration differential equation of the self-supporting boom was first deduced based on the Timoshenko beam theory and Hamiltonian principle, and a new beam element model considering the prestress and configuration change for inflation pressure was proposed. Moreover, this beam element model also considers the discrete characteristics of the self-supporting shell in self-supporting boom, and the mass matrix established by this model is closer to true value. Then, this beam element model is verified by the vibration test results, and the verified results show that this model has better accuracy than the traditional beam element model. Finally, the influence of the inflatable pressure and the width of self-supporting shell on the vibration characteristics of the self-supporting booms is analyzed. This study would provide a theoretical reference for the design of the inflatable self-supporting boom.

Keywords: deployable structure; self-supporting; inflatable structures; prestress; vibration mode

北京航空航天大学学报

Received: 2017-04-06; **Accepted**: 2017-04-14; **Published online**: 2017-06-12 17:59

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170612.1759.002.html

Foundation items: Project supported by the Foundation for Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (11421091); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (HIT.MKSTISP.2016 09)

* **Corresponding author**. E-mail: tanhf@hit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0214

基于 $L_{1/2}$ 范数正则化的塑性回声状态网络故障诊断模型

逯程[1], 徐廷学[1,*], 王虹[2]
(1. 海军航空大学 岸防兵学院, 烟台 264001; 2. 中央军委联合参谋部 第55研究所, 北京 100094)

摘 要: 为了提升储备池的动态适应性能,克服回声状态网络(ESN)输出权值求解的病态不适定问题,平衡其拟合与泛化能力,提出了一种基于 $L_{1/2}$ 范数正则化的塑性回声状态网络故障诊断模型。在储备池构建中引入 BCM 规则对连接权矩阵进行预训练,并在目标函数中添加 $L_{1/2}$ 范数惩罚项以提高稀疏化效率,利用一个光滑化的 $L_{1/2}$ 正则子克服迭代数值振荡问题,并采用半阈值迭代法对模型进行求解。将模型应用于机载电台的故障诊断问题中,仿真结果证明了模型的有效性和优越性。

关 键 词: 储备池; 回声状态网络 (ESN); BCM 规则; $L_{1/2}$ 范数正则化; 半阈值迭代法; 故障诊断
中图分类号: V240.2; TP391
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0535-07

人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN)凭借其强大的分类和自学习能力,已在故障诊断领域展现了良好的性能和应用价值[1-3]。但是传统 ANN 存在训练时间长、收敛速度慢、易陷入局部最优等局限性,这也影响了对故障诊断实时性和准确性的要求。

回声状态网络(Echo State Network, ESN)是一种基于储备池计算模型的新型递归神经网络[4],其储备池生成独立于训练过程,内部神经元随机稀疏连接,只需对储备池输出权值采用线性回归方法进行训练。ESN 不仅训练算法简捷易实现,还能获得全局最优的输出权值,在非线性预测领域引起了学术界的广泛关注,并已得到成功应用[5-8],但在模式识别领域方面的应用研究还处于起步阶段[9-10]。

虽然 ESN 发展潜力巨大,但仍面临一些理论和实际问题有待解决。由于储备池生成的随机性,导致网络模型往往与具体问题不相关,而储备池的适应性问题对网络性能至关重要,目前有关储备池优化的研究主要集中在改变神经元类型[5]、改进网络拓扑结构[11]和优化网络参数[12]等方面。同时,ESN 的训练算法还不成熟,为控制模型规模,相关学者通过子集选择方法[13]剔除了无关网络节点,但是这种基于梯度的方法效率并不高[14],且容易得到次优结果;正则化方法是一种有效的特征选择方法,它能够在计算输出权值的同时控制模型的复杂程度,相关学者进行了多种正则化稀疏模型的研究[15-18],取得了良好的效果,在兼顾性能的同时还进一步提高了模型的可解释性。

基于以上分析,本文提出了一种基于 $L_{1/2}$ 范数正则化的改进 ESN,并将其应用于故障诊断问题中。通过神经可塑性机制对储备池进行优化,利用 BCM 规则(Bienenstock-Cooper-Munro rule)

收稿日期: 2017-04-10; **录用日期**: 2017-08-11; **网络出版时间**: 2017-10-19 11:12
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171019.1112.001.html
基金项目: 国家自然科学基金 (51605487); 山东省自然科学基金 (ZR2016FQ03)
* **通信作者**. E-mail: xtx-yt@163.com

引用格式: 逯程, 徐廷学, 王虹. 基于 $L_{1/2}$ 范数正则化的塑性回声状态网络故障诊断模型[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 535-541. LU C, XU T X, WANG H. A fault diagnosis model of plasticity echo state network based on $L_{1/2}$-norm regularization [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 535-541 (in Chinese).

北航学报 赠阅

进行储备池连接权矩阵预训练,以期提升储备池的动态适应性能。在输出权值矩阵训练计算过程中,将 $L_{1/2}$ 正则子引入目标函数惩罚项,并进行改进使其在零点附近光滑,以克服迭代数值振荡问题,通过半阈值迭代法完成模型的求解过程。本文提出的模型在末制导雷达和机载电台的故障诊断中取得了良好的应用效果,具有较高的准确率。

1 基于 ESN 的分类基本原理

传统 ESN 模型结构如图 1 所示。图中:$\boldsymbol{u}(n)\in\mathbf{R}^L$、$\boldsymbol{x}(n)\in\mathbf{R}^N$ 和 $\boldsymbol{y}(n)\in\mathbf{R}^M$ 分别为 n 时刻的输入信号、状态向量和输出向量。ESN 的状态方程[19]为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(n+1)=f(\boldsymbol{W}^{\text{in}}\boldsymbol{u}(n+1)+\boldsymbol{W}^{\text{res}}\boldsymbol{x}(n))\\ \boldsymbol{y}(n+1)=\boldsymbol{W}^{\text{out}}\boldsymbol{x}(n+1)\end{cases}\tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{W}^{\text{in}}\in\mathbf{R}^{N\times L}$、$\boldsymbol{W}^{\text{res}}\in\mathbf{R}^{N\times N}$ 和 $\boldsymbol{W}^{\text{out}}\in\mathbf{R}^{M\times N}$ 分别为输入权值矩阵、储备池连接权矩阵和输出权矩阵,$\boldsymbol{W}^{\text{in}}$ 和 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 在训练前随机生成并保持不变,$\boldsymbol{W}^{\text{out}}$ 是唯一需要通过训练计算得到的权值矩阵;$f(\cdot)$ 为储备池内部神经元的激励函数,通常为 S 型函数。

在分类问题中,给定 K 对训练样本集 $\{\boldsymbol{u}(n),\boldsymbol{y}(n)\}_{n=1}^{K}$,$\boldsymbol{u}(n)$ 为样本数据,输出变量 $\boldsymbol{y}(n)$ 为其对应的类别标识,当输入样本数据属于 j 类别时,则相应第 j 个输出单元为 +1,其余单元为 0。由于网络的回声状态属性,为避免在网络稳定之前任意初始状态对变量的影响,通常会舍弃初始的暂态过程。假设舍弃的网络状态长度为 K_0,储备池状态矩阵 $\boldsymbol{X}$ 和输出矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}(K_0+1),\boldsymbol{x}(K_0+2),\cdots,\boldsymbol{x}(K)]\tag{2}$$

$$\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{y}(K_0+1),\boldsymbol{y}(K_0+2),\cdots,\boldsymbol{y}(K)]\tag{3}$$

式中:实际训练长度 $\tilde{K}=K-K_0$;$\boldsymbol{X}\in\mathbf{R}^{N\times\tilde{K}}$;$\boldsymbol{Y}\in\mathbf{R}^{M\times\tilde{K}}$。

因此,网络的训练过程即为求解以下线性回归问题:

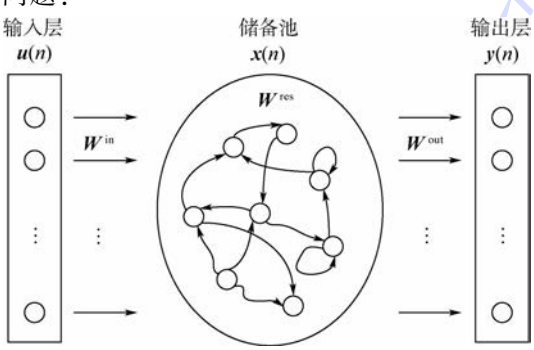


图 1 ESN 模型结构

Fig. 1 Architecture of ESN model

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{W}^{\text{out}}\boldsymbol{X}\tag{4}$$

回归方程可以通过伪逆法求解得到,则目标函数 $L(\cdot)$ 和输出权值估计矩阵 $\hat{\boldsymbol{W}}^{\text{out}}$ 表达式为

$$L(\hat{\boldsymbol{W}}^{\text{out}})=\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{W}^{\text{out}}\boldsymbol{X}\|_2^2\tag{5}$$

$$\hat{\boldsymbol{W}}^{\text{out}}=\boldsymbol{X}^{\dagger}\boldsymbol{Y}=(\boldsymbol{X}^{\text{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\text{T}}\boldsymbol{Y}\tag{6}$$

式中:$\|\cdot\|_2$ 为 L_2 范数;$\boldsymbol{X}^{\dagger}$ 为矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的伪逆。

伪逆法虽然计算简单便捷,且输出权值为无偏估计,但是存在过拟合问题,即训练误差很小,而测试误差却很大,这是由于计算过程中会产生较大方差,严重影响了模型的泛化能力。

2 储备池连接权矩阵优化

在传统 ESN 模型中,储备池内部的连接关系及连接权矩阵 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 均为随机产生,并在训练过程中保持不变,然而储备池的内部结构对 ESN 分类及预测性能具有重要影响。由于突触可塑性机制能够根据输入信号刺激的活动改变储备池内部突触的强度,在可塑性准则的作用下,输入信号中所蕴含的结构信息可以在储备池训练过程中得到学习,实现连接权值的修正。本节利用 BCM 规则对储备池内部连接权值进行改进。

BCM 规则[20]遵循 Hebbian 学习原理,其通过一个相当于稳定器功能的滑动阈值来控制突触的变化,阈值的改变能够控制神经元活动的增强或减弱,这一自我调节的可塑特性能够改善储备池的学习稳定性。BCM 规则不仅对前后突触的时间移动平均值起作用,还能够调节突触后的活动,当积极权值变化水平较高时,减少相应的改变量。在 BCM 规则下,阈值大小与突触变化速率呈反比关系,当突触变化速率增加时,阈值处于较小值,反之阈值也相应增加,这也就意味着修正阈值决定了突触效能改变的方向,原理如图 2 所示。

BCM 规则有多种变式,本文采用如下一种形式:

$$\theta_{\text{m}}=E(c_k^2)=\sum(p_k c_k^2)\tag{7}$$

$$\Delta w_{kj}^{\text{res}}(t)=\frac{1}{\theta_{\text{m}}}c_k(c_k-\theta_{\text{m}})x_j\tag{8}$$

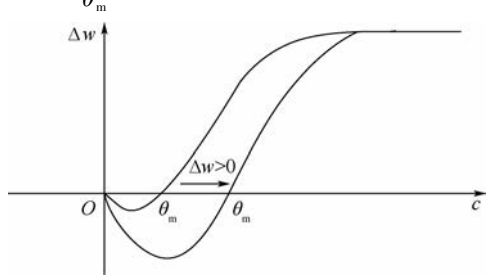


图 2 突触权值修正规则

Fig. 2 Synaptic weight modification rule

北航学报 赠阅

式中:x_j 为突触前神经元输入;c_k 为突触后神经元输出,其等于所有输入神经元的加权和,即 $c_k = \sum_i (w_{ki}x_{ki})$,$w_{ki}$ 为节点 k 到节点 i 的连接权值;θ_m 为 c_k 的修正阈值;p_k 为从数据集中选取 c_k 的概率;$E(c_k^2)$ 为 c_k^2 的时域均值数学期望;$\Delta w_{kj}^{res}(t)$ 为 t 时刻 c_k 与 x_j 的连接权重调整值。同时,为保证 ESN 的稳定性及回声状态属性,连接权矩阵需满足谱半径 $\lambda_{max} < 1$ 的条件[4],因此对修正后的权值矩阵 $\boldsymbol{W}_0^{res}$ 进行正则化缩放处理,给定缩放因子 $0 < \alpha < 1$,令 $\boldsymbol{W}^{res} = (\alpha/|\lambda_{max}|)\boldsymbol{W}_0^{res}$,$\lambda_{max}$ 为 $\boldsymbol{W}_0^{res}$ 的谱半径。

由式(8)和图 2 可以看出,BCM 规则可以使神经元根据特定输入形成一种选择能力[21],当 $\Delta w = 0$ 时权值收敛,此时对应神经元输出 $c = 0$ 或 $c = \theta_m$ 的情况。此外,可塑性也是 BCM 规则的一个重要特点,本文改进的式(7)中,$1/\theta_m$ 为学习速率,与标准 BCM 规则中学习速率为恒定常数不同,当输入分布变化使相应环境改变时,神经元连接权重就不再稳定而发展成为另一种选择特性。

经典 ESN 的连接权值产生是一种与具体“问题”无关的通用随机方式,本节通过引入 BCM 规则对储备池连接权值进行自组织优化,使得权值与训练样本输入数据相适应,并可根据输入样本的改变而做出相应调整,增强了 ESN 系统的适应性和样本训练过程中的数据拟合能力,进而实现提高测试样本分类准确度的目的。

3　基于 $L_{1/2}$ 范数正则化的回声状态网络

3.1　光滑 $L_{1/2}$ 范数正则化模型

为克服普通线性最小二乘法出现的病态不适定问题,平衡模型的拟合能力与泛化能力,考虑在 ESN 的目标函数中增加正则化项,这种正则化方法已成为解决稀疏问题的有效工具,其一般具有如下形式:

$$L(\hat{\boldsymbol{W}}^{out},\lambda) = \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{W}^{out}\boldsymbol{X}\|_2^2 + \lambda\|\boldsymbol{W}^{out}\| \tag{9}$$

式中:等号右边第 1 项为误差项,第 2 项为正则化惩罚项;λ 为控制后项大小的惩罚系数。

正则化模型是一种系数收缩方法,利用惩罚项平衡模型的偏差与方差,控制输出权值幅值,改善模型求解的稳定性。

由于在改善机器学习过拟合问题上的优异表现,基于 L_2 范数正则化的岭回归模型[15]已在 ESN 连接权重学习算法中得到广泛应用,作为一种光滑的凸优化模型,岭回归算法可以输出解析形式的权值解:

$$\hat{\boldsymbol{W}}^{out} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} + \lambda\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \tag{10}$$

由式(10)可以看出,由于 $\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}$ 的对角元素添加了正常数项,避免了在线性回归问题中出现不可逆的状态矩阵,但是 L_2 范数正则化模型无法得到稀疏化的解,不能通过特征选择来控制模型规模。

为了使式(9)得到稀疏化的解,基于 L_1 范数正则化模型[22]的研究开始逐渐流行。模型惩罚项选择兼具 L_2 范数优点的 L_1 范数,可以利用其特征选择能力产生稀疏解,并控制网络规模[23]。但是 L_1 范数正则化模型的目标函数在零点附近非光滑且不可微,常规求导优化方法不能直接应用,增加了模型求解的复杂程度;而且模型得到的往往不是最稀疏的解,甚至在某些变量选择情况下可能会产生不一致性问题[24]。

$L_{1/2}$ 正则子[25]为解决特征提取及变量选择问题提供了一个新的思路,实验[26]已经证明 $L_{1/2}$ 范数正则化模型较流行的 L_1 范数模型有更稀疏的解,且鲁棒性更优。本文利用 $L_{1/2}$ 正则子的优良性质,将其与 ESN 结合,在目标函数中增加 $L_{1/2}$ 正则项:

$$L(\hat{\boldsymbol{W}}^{out},\lambda) = \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{W}^{out}\boldsymbol{X}\|_2^2 + \lambda\|\boldsymbol{W}^{out}\|_{1/2}^{1/2} \tag{11}$$

$$\|\boldsymbol{W}^{out}\|_{1/2} = \left(\sum_{i=1}^{M}\sum_{k=1}^{N}|w_{ik}^{out}|^{\frac{1}{2}}\right)^2 \tag{12}$$

但是 $L_{1/2}$ 正则子在零点处并非光滑,这会造成数值学习训练出现振荡现象。为克服上述问题,提高正则化效率,本文通过一个零点附近的光滑函数 $g(x)$ 逼近 $|x|$ 函数,改进 $L_{1/2}$ 正则项,改进后的误差目标函数及光滑函数为

$$L(\hat{\boldsymbol{W}}^{out},\lambda) = \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{W}^{out}\|_2^2 + \lambda\|g(\boldsymbol{W}^{out})\|_{1/2}^{1/2} \tag{13}$$

$$g(x) = \begin{cases} -x & x \leqslant -a \\ -\dfrac{1}{8a^3}x^4 + \dfrac{3}{4a}x^2 + \dfrac{3}{8}a & -a < x < a \\ x & x \geqslant a \end{cases} \tag{14}$$

式中:输出权矩阵函数 $g(\boldsymbol{W}^{out}) \in \mathbf{R}^{M\times N}$;$a$ 为一个较小的正常数。

3.2　$L_{1/2}$-ESN 模型

对于 $L_{1/2}$ 范数正则化模型的求解,虽然通过重赋权迭代算法[26]可以将其转化为 $L_{1/2}$ 范数模型进行求解,但是计算速度及复杂度依然不够理想。对应于软硬阈值迭代算法,半阈值迭代法[27]是解

北航学报 赠阅

决 $L_{1/2}$ 正则化问题的一种快速而有效的手段，因此本文结合半阈值迭代法针对光滑 $L_{1/2}$-ESN 模型的输出权值进行求解推导。

令 $\boldsymbol{R}_0^{M\times N}=\{\boldsymbol{Z}=(\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_M)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{z}_i\neq\boldsymbol{0}\}$，若 $\boldsymbol{W}\in\boldsymbol{R}_0^{M\times N}$ 为式(11)所示正则化模型的解，根据 $\boldsymbol{W}$ 的最优化一阶条件，可得

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{WX}-\boldsymbol{Y})+\frac{\lambda}{2}\nabla\left(\|g(\boldsymbol{W})\|_{1/2}^{1/2}\right)=0 \tag{15}$$

式中：$\nabla(\|\cdot\|_{1/2}^{1/2})$ 为正则项的梯度。

在式(15)两边同乘任意正参数 μ，变为

$$\boldsymbol{W}+\mu\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{WX})=\boldsymbol{W}+\frac{\lambda\mu}{2}\nabla(\|g(\boldsymbol{W})\|_{1/2}^{1/2}) \tag{16}$$

如果 $\nabla(\|\cdot\|_{1/2}^{1/2})$ 存在，则表明算子 $\boldsymbol{R}_{\lambda,1/2}(\cdot)=(\boldsymbol{I}+\nabla(\|\cdot\|_{1/2}^{1/2}))^{-1}$ 对任意正实数的正则化参数 λ 均有定义，且有

$$\boldsymbol{W}=(\boldsymbol{I}+\nabla(\|\cdot\|_{1/2}^{1/2}))^{-1}[\boldsymbol{W}+\mu\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{WX})]=\boldsymbol{R}_{\lambda\mu,1/2}[\boldsymbol{W}+\mu\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{WX})] \tag{17}$$

定义 $B_\mu(\boldsymbol{W})=\boldsymbol{W}+\mu\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{WX})$，则正则化模型的解可以固定表示为 $\boldsymbol{W}=\boldsymbol{R}_{\lambda\mu,1/2}(\boldsymbol{B}_\mu(\boldsymbol{W}))$，进一步给出算子 $\boldsymbol{R}_{\lambda,1/2}$ 的定义函数。

令

$$\boldsymbol{R}_{1/2}^{M}(w_{ik})=\arg\min_{y_{ik}\neq0}\{(y_{ik}-w_{ik})^2+\lambda|y_{ik}|^{\frac{1}{2}}\} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{R}_{1/2}^{M\times N}(\boldsymbol{W})=\prod_{i=1}^{M}\prod_{k=1}^{N}\boldsymbol{R}_{1/2}^{M\times N}(w_{ik}) \tag{19}$$

$$\boldsymbol{R}_{1/2}^{M\times N}=\bigcup_{\boldsymbol{W}\in\mathbf{R}^{M\times N}}\boldsymbol{R}_{1/2}^{M\times N}(\boldsymbol{W}) \tag{20}$$

$$\boldsymbol{D}_{1/2}^{M\times N}=\left\{\boldsymbol{W}\in\mathbf{R}^{M\times N}:|w_{ik}|>\frac{3}{4}\lambda^{\frac{2}{3}}\right\} \tag{21}$$

定理[27]已经证明，从 $\boldsymbol{D}_{1/2}^{M}$ 映射到 $\boldsymbol{R}_{1/2}^{M}$ 的算子存在非线性对角化的形式，特记为

$$\boldsymbol{R}_{\lambda,1/2}(\boldsymbol{W})=\begin{bmatrix}f_{\lambda,1/2}(w_{11}) & f_{\lambda,1/2}(w_{12}) & \cdots & f_{\lambda,1/2}(w_{1N})\\ f_{\lambda,1/2}(w_{21}) & f_{\lambda,1/2}(w_{22}) & \cdots & f_{\lambda,1/2}(w_{2N})\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ f_{\lambda,1/2}(w_{M1}) & f_{\lambda,1/2}(w_{M2}) & \cdots & f_{\lambda,1/2}(w_{MN})\end{bmatrix} \tag{22}$$

式中：

$$f_{\lambda,1/2}(w_{ik})=\frac{2}{3}w_{ik}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{2}{3}\varphi_\lambda(w_{ik})\right)\right) \tag{23}$$

$$\varphi_\lambda(w_{ik})=\arccos\left(\frac{\lambda}{8}\left(\frac{g(w_{ik})}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}\right) \tag{24}$$

此时，若最小化目标函数的解为 $\hat{\boldsymbol{W}}\in\boldsymbol{R}_0^{M\times N}$，其中 $\mu\in(0,\|\boldsymbol{X}\|_2^{-2})$，各分量可以表示为

$$\hat{w}_{ik}=\begin{cases}f_{\lambda\mu,1/2}([B_\mu(\hat{w})]_{ik}) & |[B_\mu(\hat{w})]_{ik}|>\frac{\sqrt[3]{54}}{4}(\lambda\mu)^{\frac{2}{3}}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{25}$$

综上所述，光滑 $L_{1/2}$-ESN 模型的输出权值可以通过式(26)进行迭代更新：

$$\boldsymbol{W}^{n+1}=\boldsymbol{H}_{\lambda\mu,1/2}(B_\mu(\boldsymbol{W}^n)) \tag{26}$$

式中：$\boldsymbol{H}_{\lambda\mu,1/2}$ 为半阈值迭代算子。若 $\forall\boldsymbol{Z}\in\mathbf{R}^{M\times N}$，则算子定义为

$$\boldsymbol{H}_{\lambda\mu,1/2}(\boldsymbol{Z})=\begin{bmatrix}h_{\lambda\mu,1/2}(z_{11}) & h_{\lambda\mu,1/2}(z_{12}) & \cdots & h_{\lambda\mu,1/2}(z_{1N})\\ h_{\lambda\mu,1/2}(z_{21}) & h_{\lambda\mu,1/2}(z_{22}) & \cdots & h_{\lambda\mu,1/2}(z_{2N})\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ h_{\lambda\mu,1/2}(z_{M1}) & h_{\lambda\mu,1/2}(z_{M2}) & \cdots & h_{\lambda\mu,1/2}(z_{MN})\end{bmatrix} \tag{27}$$

式中：

$$h_{\lambda\mu,1/2}(z_{ik})=\begin{cases}f_{\lambda\mu,1/2}(z_{ik}) & |z_{ik}|>\frac{\sqrt[3]{54}}{4}(\lambda\mu)^{\frac{2}{3}}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{28}$$

算法的参数选取及收敛性证明可参见文献[27-28]。

3.3 $L_{1/2}$-PESN 模型

针对 ESN 储备池随机生成的稀疏网络结构，考虑引入 BCM 规则对随机权重进行调整以改善储备池的动态性能，提高其对样本数据的适应性。同时在网络训练学习阶段，考虑在目标函数中添加光滑 $L_{1/2}$ 范数正则项，如式(11)所示，构建 $L_{1/2}$-PESN($L_{1/2}$-Plasticity Echo State Network)模型。与传统 ESN 模型相比，$L_{1/2}$-PESN 模型在保证泛化能力的基础上，能够产生更稀疏的解，以更优秀的鲁棒性求解表现实现对模型规模的有效控制。结合半阈值迭代法，可以对模型进行快速有效的求解，本文提出的 $L_{1/2}$-PESN 模型结构如图 3 所示，其训练算法具体实现步骤如下：

步骤1 设定相关网络参数。包括储备池规

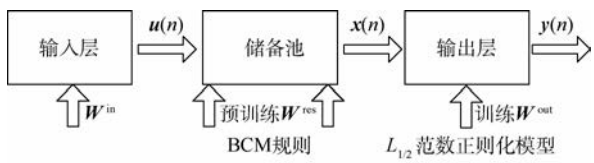


图 3 $L_{1/2}$-PESN 模型结构

Fig. 3 Architecture of $L_{1/2}$-PESN model

北航学报 赠阅

模、谱半径和稀疏程度；随机初始化储备池输入权值 $\boldsymbol{W}^{\text{in}}$ 和内部连接权值 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$。

步骤 2　连接权值 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 预训练。利用 BCM 规则进行 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 的无监督学习训练，调整 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 以优化储备池对样本的适应性。

步骤 3　网络状态采样。根据网络方程更新状态变量，舍弃暂态过程的预热数据，形成状态矩阵 $\boldsymbol{X}$。

步骤 4　计算输出权值 $\boldsymbol{W}^{\text{out}}$。利用半阈值迭代法对目标函数的光滑 $L_{1/2}$ 范数正则化模型进行求解，得到 $\boldsymbol{W}^{\text{out}}$。

4　机载电台故障诊断实例分析

某型超短波机载通信电台具有抗干扰通信功能，用于现代电子战条件下的地空和空空指挥通信，可与空军现役地空超短波抗干扰通信系统实现兼容。该电台采用模块化设计结构，其组成如图 4 所示，整机由前面板模块、主接收机模块、救生接收机模块、主控微机模块、同步模块、频率合成器模块、激励模块、解扩解调模块和功放模块共 9 个 SRU(Shop Replaceable Unit)组成。

以“电台不受控制”这一故障现象为例，对电台进行故障模块定位，涉及的测试参数包括 +5 V 电压(c_1)、1553B 总线电压(c_2)、UUT 收信端电压(c_3)、UUT 发信端电压(c_4)、UUT 收信端功耗(c_5)、UUT 发信端功耗(c_6)。可能存在故障的模块为前面板模块(d_1)和主控微机模块(d_2)。以某部队 175 组实测故障数据为样本，表 1 给出了经过精确离散化处理后的部分诊断数据，“1”表示正常，“0”和“2”分别表示低于下限和高于上限的情况。

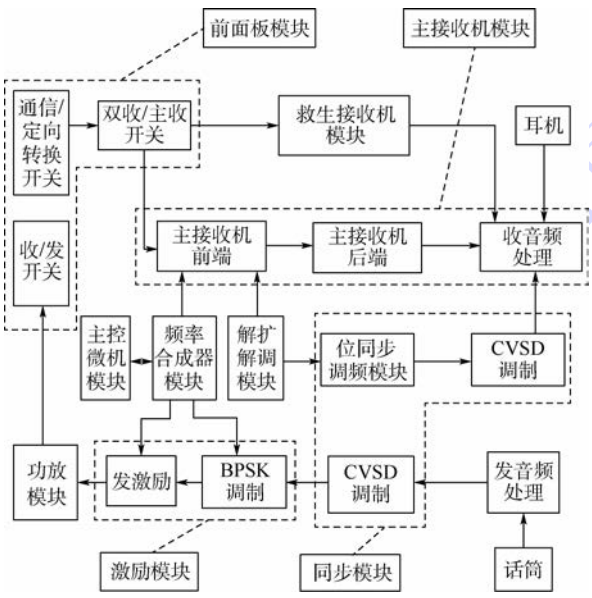


图 4　机载通信电台组成

Fig. 4　Composition of airborne communication station

随机选取故障数据的 80% 作为训练样本，剩余 20% 为测试样本。设置 ESN 储备池规模 $N=50$，谱半径 $\lambda_{\max}=0.75$，稀疏程度 $D=20\%$，输入单元 $L=8$，输出单元 $M=3$，针对 $L_{1/2}$-PESN 模型，在训练开始前先利用 BCM 规则对 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 进行 50 次迭代的预训练。为比较分析各方法效果，本文引入在故障诊断领域广泛应用的 BP 神经网络(Back Propagation Neural Network，BPNN)、传统 ESN、BCM-ESN、$L_{1/2}$-ESN 与本文提出的 $L_{1/2}$-PESN 模型进行对比，其中 BPNN 采用单隐层的 3 层网络结构，隐层节点数量采用交叉验证获得，隐层激活函数为 S 型函数。表 2 给出了各方法的性能对比结果，训练测试时间及诊断结果为分别进行 100 次实验后得到的平均值。

表 1　离散化处理的故障数据

Table 1　Fault data after discrete processing

序　号	测试参数						故障模块
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	
1	2	0	1	1	1	1	d_1
2	1	2	1	2	1	2	d_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
174	1	1	1	1	1	2	d_2
175	1	2	1	0	1	1	d_1

表 2　诊断方法性能对比

Table 2　Performance comparison of diagnostic methods

方　法	储备池生成时间/s	训练时间/s	诊断正确率/%
BPNN		43.76	79.6
传统 ESN	0.49	14.13	88.4
BCM-ESN	6.04	14.37	90.5
$L_{1/2}$-ESN	0.36	16.78	91.2
$L_{1/2}$-PESN	6.58	16.64	93.1

从表 2 中 BPNN 与传统 ESN 对比的实验结果可以看出，由于 BPNN 在训练过程中收敛速度较慢，而传统 ESN 的训练过程得以简化，避免了传统神经网络易陷入局部最小等问题，使得传统 ESN 的诊断正确率较 BPNN 相比提高了 8.8%，训练时间的消耗也显著降低，这也证明了传统 ESN 具有比 BPNN 更加优异的性能表现。

进一步观察分析可知，仅利用 BCM 规则对 ESN 的 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 进行优化后，储备池的生成时间明显高于传统 ESN 模型，这是由于要对 $\boldsymbol{W}^{\text{res}}$ 进行预训练迭代学习造成的。但是故障诊断的正确率有了一定提高，这也证明了 BCM 准则对储备池适应性的优化是合理有效的。进一步比较 $L_{1/2}$-ESN 与

北航学报 赠阅

传统 ESN 可知，二者的训练时间相当，$L_{1/2}$-ESN 仅比 ESN 消耗稍高一些，但是由于引入了 $L_{1/2}$ 范数惩罚项，有效避免了过拟合，借助于模型的特征选择能力，诊断正确率上较传统 ESN 有了更优越的表现。

综合对比各诊断模型的性能表现，本文提出的 $L_{1/2}$-PESN 模型具有最好的效果，诊断正确率最高，这也证明了本文方法在提升储备池动态性能和提升 ESN 泛化能力上的优越性。同传统 ESN 相比，虽然储备池生成需要一定的时间消耗，但是这一阶段是在训练开始前独立进行的，因此这部分额外的时间消耗对实际应用影响不大。实验结果表明，$L_{1/2}$-PESN 模型在机载电台模块级故障诊断问题中具有不错的应用前景。

5 结 论

1）本文提出的 $L_{1/2}$-PESN 模型在储备池生成过程中通过引入 BCM 规则对储备池连接权值进行自组织优化，使得权值与训练样本输入数据相适应，并可根据输入样本的改变而做出相应调整，改善了储备池的动态适应性能和样本训练过程中的数据拟合能力。

2）借助于 $L_{1/2}$ 正则子优秀的稀疏性表现，对储备池进行了有效的输出特征选择，在控制网络规模的同时提升了模型的泛化能力。基于机载电台的故障诊断实验结果表明，本文方法较 BPNN 和传统 ESN 模型，具有良好的稳定性及更高的诊断准确率。

参考文献（References）

[1] CHINE W, MELLIT A, LUGHI V, et al. A novel fault diagnosis technique for photovoltaic systems based on artificial neural networks[J]. Renewable Energy, 2016, 90: 501-512.

[2] UNAL M, ONAT M, DEMETGUL M, et al. Fault diagnosis of rolling bearings using a genetic algorithm optimized neural network[J]. Measurement, 2014, 58: 187-196.

[3] SHATNAWI Y, AL-KHASSAWENEH M. Fault diagnosis in internal combustion engines using extension neural network[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(3): 1434-1443.

[4] JAEGER H. The "echo state" approach to analysing and training recurrent neural networks-with an erratum note[R]. Bonn: German National Research Center for Information Technology GMD Technical Report, 2001.

[5] LUN S X, YAO X S, QI H Y, et al. A novel model of leaky integrator echo state network for time-series prediction[J]. Neurocomputing, 2015, 159: 58-66.

[6] VARSHNEY S, VERMA T. Half hourly electricity load prediction using echo state network[J]. International Journal of Science and Research, 2014, 3(6): 885-888.

[7] MORANDO S, JEMEI S, HISSEL D, et al. ANOVA method applied to proton exchange membrane fuel cell ageing forecasting using an echo state network[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2017, 131: 283-294.

[8] 许美玲，韩敏. 多元混沌时间序列的因子回声状态网络预测模型[J]. 自动化学报，2015，41(5)：1042-1046.
XU M L, HAN M. The model of factor echo state network prediction for multivariate chaotic time series[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(5): 1042-1046(in Chinese).

[9] 郭嘉，雷苗，彭喜元. 基于相应簇回声状态网络静态分类方法[J]. 电子学报，2011，39(3A)：14-18.
GUO J, LEI M, PENG X Y. Static classification method based on corresponding cluster echo state network[J]. Acta Sinica, 2011, 39(3A): 14-18(in Chinese).

[10] SCARDAPANE S, UNCINI A. Semi-supervised echo state networks for audio classification[J]. Cognitive Computation, 2017, 9(1): 125-135.

[11] SONG Q S, FENG Z R. Effects of connectivity structure of complex echo state network on its prediction performance for nonlinear time series[J]. Neurocomputing, 2010, 73(10-12): 2177-2185.

[12] MARTIN C E, REGGIA J A. Fusing swarm intelligence and self-assembly for optimizing echo state networks[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2015, 2015(5-6): 642429.

[13] DUTOIT X, SCHRAUWEN B, VAN CAMPENHOUT J, et al. Pruning and regularization in reservoir computing[J]. Neurocomputing, 2009, 72(7): 1534-1546.

[14] KUMP P, BAI E W, CHAN K, et al. Variable selection via RIVAL(removing irrelevant variables amidst Lasso iterations) and its application to nuclear material detection[J]. Automatica, 2012, 48(9): 2107-2115.

[15] SHI Z, HAN M. Support vector echo-state machine for chaotic time-series prediction[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2007, 18(2): 359-372.

[16] 刘建伟，李双成，罗雄麟. p 范数正则化支持向量机分类算法[J]. 自动化学报，2012，38(1)：76-87.
LIU J W, LI S C, LUO X L. Classification algorithm of support vector machine via p-norm regularization[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(1): 76-87(in Chinese).

[17] 韩敏，李德才. 基于替代函数及贝叶斯框架的 1 范数 ELM 算法[J]. 自动化学报，2011，37(11)：1344-1350.
HAN M, LI D C. An norm 1 regularization term ELM algorithm based on surrogate function and Bayesian framework[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(11): 1344-1350(in Chinese).

[18] ZOU H, HASTIE T. Regularization and variable selection via the elastic net[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 2005, 67(2): 301-320.

[19] LUKOŠEVIČIUS M, JAEGER H. Reservoir computing approaches to recurrent neural network training[J]. Computer Science Review, 2009, 3(3): 127-149.

[20] CASTELLANI G C, INTRATOR N, SHOUVAL H, et al. Solutions of the BCM learning rule in a network of lateral interacting nonlinear neurons[J]. Network: Computation in Neural Sys-

北航学报 赠阅

tems，1999，10(2)：111-121.

[21] LEFORT M，BONIFACE Y，GIRAU B. Self-organization of neural maps using a modulated BCM rule within a multimodal architecture[C]// Brain Inspired Cognitive Systems 2010. Berlin：Springer，2010：26-38.

[22] TIBSHIRANI R. Regression shrinkage and selection via the lasso[J]. Journal of the Royal Statistical Society，1996，58(1)：267-288.

[23] 彭义刚，索津莉，戴琼海，等. 从压缩传感到低秩矩阵恢复：理论与应用[J]. 自动化学报，2013，39(7)：981-994.
PENG Y G，SUO J L，DAI Q H，et al. From compressed sensing to low-rank matrix recovery：Theory and applications[J]. Acta Automatica Sinica，2013，39(7)：981-994(in Chinese).

[24] ZOU H. The adaptive lasso and its oracle properties[J]. Journal of the American Statistical Association，2006，101(476)：1418-1429.

[25] XU Z，ZHANG H，WANG Y，et al. L 1/2 regularization[J]. Science China Information Sciences，2010，53(6)：1159-1169.

[26] DAUBECHIES I，DEVORE R，FORNASIER M，et al. Iteratively reweighted least squares minimization for sparse recovery[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics，2010，63(1)：1-38.

[27] XU Z，CHANG X，XU F，et al. $L_{1/2}$ regularization：A thresholding representation theory and a fast solver[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems，2012，23(7)：1013-1027.

[28] ZENG J，LIN S，WANG Y，et al. $L_{1/2}$ regularization：Convergence of iterative half thresholding algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2014，62(9)：2317-2329.

作者简介：

逯程　男，博士研究生。主要研究方向：综合保障。

徐廷学　男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：综合保障。

王虹　女，硕士，助理工程师。主要研究方向：综合保障。

A fault diagnosis model of plasticity echo state network based on $L_{1/2}$-norm regularization

LU Cheng[1]，XU Tingxue[1,*]，WANG Hong[2]

(1. Coastal Defense College，Naval Aeronautical and Astronautical University，Yantai 264001，China；
2. The 55th Institute，Joint Staff Department of the Central Military Commission，Beijing 100094，China)

Abstract：In order to improve the dynamic adaptability of reservoir，overcome the ill-posed problems of output weights in echo state network (ESN)，and balance the fitting and generalization ability，a fault diagnosis model of plasticity echo state network based on $L_{1/2}$-norm regularization is presented. BCM rule was introduced into the reservoir construction to train the connection weight matrix. Meanwhile，the $L_{1/2}$-norm penalty term was added to the objective function in order to improve the sparsification efficiency. An iterative numerical oscillation problem was solved by using a smoothing $L_{1/2}$ regularizer，and finally the model was solved by using the half threshold iteration method. The model is applied to the fault diagnosis of airborne radio station，and the simulation results prove the validity and superiority of the model.

Keywords：reservoir；echo state network (ESN)；BCM rule；$L_{1/2}$-norm regularization；half threshold iteration method；fault diagnosis

Received：2017-04-10；**Accepted**：2017-08-11；**Published online**：2017-10-19 11：12

URL：kns. cnki. net/kcms/detail/11. 2625. V. 20171019. 1112. 001. html

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (51605487)；Shandong Provincial Natural Science Foundation，China (ZR2016FQ03)

* **Corresponding author**. E-mail：xtx-yt@163. com

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0221

基于 Kriging 模型的浮空器氦气昼夜温差最优化

林康[1], 马云鹏[1,*], 武哲[1], 王强[2]
(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘 要: 分析浮空器氦气昼夜温差时通常将整个囊体蒙皮涂层设置为同一种材料,分析材料的吸收率与发射率对氦气昼夜温差的影响。为进一步减小氦气昼夜温差,提出了将囊体分为迎光面和背光面,迎光面采用吸收率低的材料,背光面采用发射率高的材料。建立了囊体热力学模型,采用 Kriging 模型对囊体不同部位的材料特性进行优化,其基本思想是将囊体划分为 48 个部分,采用拉丁超立方体方法进行抽样,进行热力学分析得到样本的响应,以此建立 Kriging 近似模型。经过该方法优化后发现,氦气的昼夜温差减小到 28.6 K,比传统的分析减少 7.7%。

关 键 词: 浮空器; 热分析; Kriging 模型; 蒙皮热特性; 氦气昼夜温差
中图分类号: V273
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0542-07

全下文载

平流层浮空器具有广泛的应用前景,可以用于对地观测、战区侦查以及远程通信。日本 ISAS 组织在 2002 年放飞了总体积达到 600 000 m^3 的高空气球[1]。2005 年,美国洛克希德·马丁公司设计了长 152.4 m、直径 45.7 m、总体积 105 000 m^3 的高空飞艇[2],并且于 2011 年 7 月进行了缩比验证艇的首次试飞,缩比验证艇体积为 14 150 m^3[3]。韩国设计了长 50 m、最大直径为 12.5 m、总体积为409 m^3、载重量为 100 kg 的飞艇[4]。

浮空器高空飞行时,囊体内部氦气温度不断变化,白天太阳辐射囊体导致其内部温度增高,夜间囊体内部温度降低,对于长航时浮空器来说,昼夜温差导致囊体产生内外压差,且昼夜温差越大囊体内外压差越大,昼夜温差越小内外压差越小。因此,减小囊体昼夜温差至关重要。

文献[5]对比了囊体吸收率、发射率和吸收发射比等辐射参数对浮空器热性能的影响;文献[6]列出了飞艇热特性模型建立的难点问题,并提出了建模的一些建议;文献[7]分析了囊体蒙皮热特性和云层对浮空器热特性的影响;文献[8]建立了飞艇的传热数学模型,仿真分析了蒙皮的温度以及艇内气体的温度;文献[9]建立了浮空器的热动力模型,分析了浮空器在上升和下降过程中的热特性;文献[10]建立了浮空器热力学模型,并且通过地面试验验证了热力学模型的正确性;文献[11]通过地面试验分析了浮空器在不同太阳光辐射和空气对流情况下的热特性,证明了太阳辐射对浮空器热特性起到了关键性的作用;文献[12]建立了浮空器热力学模型,得出囊体内部不同部位的温度相差 20 K;文献[13]运用传热学基本原理分析了浮空器热状况的形成机制与影响因素;文献[14]对浮空器上升过程中超冷和下降过程中的超热问题进行了研究;文献[15]采用了 25 m 和 35 m 长度的飞艇进行了热力学测试,并成功预测了飞艇的上升过程和飞行轨迹。

Kriging 优化方法已经应用于各领域[16-17]。文献[18-19]将 Kriging 优化方法应用于气动优化设计;文献[20]将 Kriging 优化方法应用于结构

收稿日期: 2017-04-11; **录用日期**: 2017-07-07; **网络出版时间**: 2017-09-22 10:23
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1023.003.html
* **通信作者**. E-mail: myp@buaa.edu.cn

引用格式: 林康, 马云鹏, 武哲, 等. 基于 Kriging 模型的浮空器氦气昼夜温差最优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 542-548. LIN K, MA Y P, WU Z, et al. Optimization of aerostat helium temperature differences between day and night based on Kriging model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 542-548 (in Chinese).

北航学报 赠阅

优化设计,得到了金属加筋板的优化布局;文献[21]将 Kriging 优化方法应用于机械零件的形状优化,结合有限元分析,得到最优的零件形状。

本文将囊体分为 48 个部分,每个部分采用不同吸收率和发射率的涂层材料。建立浮空器囊体热力学模型,采用拉丁超立方体方法选取样本点,对样本点进行热力学分析得到响应值,采用 Kriging 模型进行模拟,并求出囊体最优的材料分布。

1　Kriging 模型

Kriging 模型利用样本点的响应可以得出最优解。若已知样本点 $\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}^1 \quad \boldsymbol{x}^2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{x}^m]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{x}^i$ 为 n 维行向量,其维数为设计变量的个数,对应的响应为 $\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{y}^1 \quad \boldsymbol{y}^2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{y}^m]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{y}^i$ 为 q 维行向量。第 i 维响应 $\boldsymbol{y}^i$ 可以表示为

$$\boldsymbol{y}^i=f(\beta_i,\boldsymbol{X})+z_i(\boldsymbol{X}) \quad i=1,2,\cdots,q \tag{1}$$

式中:$f(\beta_i,\boldsymbol{X})$ 为回归模型,β_i 为回归系数;$z_i(\boldsymbol{X})$ 为随机过程。

Kriging 模型要求预测模型的方差最小,可以得出待测点的响应估计值为

$$\hat{\boldsymbol{y}}=f(\boldsymbol{x})\beta^*+\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\gamma^* \tag{2}$$

式中:β^*、γ^* 为权重系数,样本点一定时,β^*、γ^* 为固定值。计算出 $f(\boldsymbol{x})$ 和 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{x})$,即可求出待测点的响应值。

2　浮空器囊体热力学模型

2.1　大气模型

根据国际标准大气模型,不同高度 H 下的大气参数计算公式为

$$T=\begin{cases}288.15-0.0065H & H\leqslant 11\ \mathrm{km}\\ 216.65 & 11\ \mathrm{km}<H\leqslant 20\ \mathrm{km}\\ 216.65+0.0012(H-20\,000) & 20\ \mathrm{km}<H\leqslant 33\ \mathrm{km}\end{cases}$$

$$P=\begin{cases}101\,325(1-H/44\,330)^{5.26} & H\leqslant 11\ \mathrm{km}\\ 22\,605\mathrm{e}^{(11\,000-H)/6\,340} & 11\ \mathrm{km}<H\leqslant 20\ \mathrm{km}\\ 2\,447\mathrm{e}^{(141.89+0.003H)/216.65} & 20\ \mathrm{km}<H\leqslant 33\ \mathrm{km}\end{cases}$$

$$\rho=\begin{cases}1.225\,05(1-0.0065H/288.15)^{4.255\,88} & H\leqslant 11\ \mathrm{km}\\ 0.363\,92\mathrm{e}^{1.73-0.000\,157H} & 11\ \mathrm{km}<H\leqslant 20\ \mathrm{km}\\ 1.225\,05(0.977\,588+H/201\,161)^{-35.163\,19} & 20\ \mathrm{km}<H\leqslant 33\ \mathrm{km}\end{cases}$$

式中:T 为大气温度,K;P 为大气压强,Pa;ρ 为大气密度,kg/m^3。

浮空器飞行在 20 km 高空,大气环境温度为 216.5 K,大气压力为 5 475 Pa,大气密度为 0.089 kg/m^3。

2.2　太阳辐射模型

太阳方位通过太阳高度角 α、方位角 θ 表示,如图 1 所示。太阳光线的方向计算公式为

$$\boldsymbol{M}=(n_x,n_y,n_z)=(\cos\alpha\cos\theta,\cos\alpha\sin\theta,\sin\alpha) \tag{3}$$

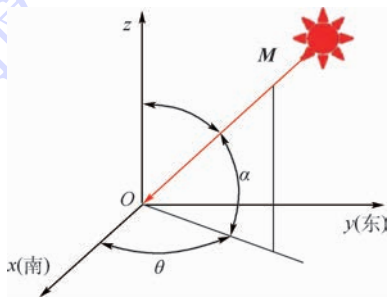


图 1　太阳高度角与方位角

Fig. 1　Solar altitude angle and azimuth angle

太阳高度角 α 计算公式为

$$\sin\alpha=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos\omega \tag{4}$$

式中:φ 为当地纬度;δ 为太阳赤纬角;ω 为时角,上午为负,中午为 0,下午为正。

太阳赤纬角和时角计算公式为

$$\delta=23.45\sin\left(\frac{360}{365}(284+n)\right) \tag{5}$$

$$\omega=15(t_s-12) \tag{6}$$

式中:n 为当天在一年中的顺序数,如元旦为 $n=1$;t_s 为真太阳时。

太阳方位角 θ 的计算公式为

$$\sin\theta=\frac{\cos\delta\sin\omega}{\cos\alpha} \tag{7}$$

太阳对地面的辐射强度 Q_{D} 计算公式为

$$Q_{\mathrm{D}}=\frac{S}{\mathrm{e}^{B/\sin\alpha}} \tag{8}$$

式中:S 为大气上方的太阳辐射,根据世界气象组织测量数据,$S=1\,367\ \mathrm{W/m^2}$;B 为大气消光系数。

大气散射辐射强度 Q_{Atm} 计算公式为

$$Q_{\mathrm{Atm}}=CQ_{\mathrm{D}}(1+\cos\psi)/2 \tag{9}$$

式中:C 为常数;ψ 为散射面与水平面之间的夹角。

地面反射辐射强度 Q_{Ref} 计算公式为

$$Q_{\mathrm{Ref}}=\rho_{\mathrm{g}}(Q_{\mathrm{D}}+Q_{\mathrm{Atm}})(1-\cos\psi)/2 \tag{10}$$

式中:ρ_{g} 为地面的平均反射率,地面的反射率与地区纬度、地面情况等因素有关。北京地区草地地面反射率测量数据为 0.174 ~ 0.219,混凝土地

北航学报 赠阅

面反射率可达 0.33 ~ 0.37,因此本文中计算时选取地面反射率 $\rho_g = 0.2$。

2.3 云遮系数

浮空器飞行过程中,空中云的数量直接影响飞艇表面受到的太阳辐射、大气散射和地面反射辐射。云遮系数 C_F 定义为天空被云层全部遮挡的比例。云遮系数可以通过天空云量计算,本文中分析时假设云遮系数 $C_F = 0.9$。

云遮系数对太阳辐射与地面反射辐射的影响如表 1 所示。

浮空器飞行高度为 20 km,云层在对流层高空,高度小于 20 km,因此本文分析时取 $H > H_c$。云层中水滴和冰晶的散射,使云层表面形成了比较强的反射面,不同类型的云层反射率均不同,云层的平均反射率为 60%[22],本文选取 $\rho_c = 0.6$。

表 1 云遮系数对太阳辐射的影响

Table 1 Influence of cloud cover coefficient on solar radiation

条 件	太阳直接辐射强度	地面反射辐射强度
$H > H_c$	$Q_{D,real} = Q_D$	$Q_{Ref} = [C^2\rho_g + (1 - C_F)\rho_c] \cdot (Q_D + Q_{Atm})$
$H < H_c$	$Q_{D,real} = CQ_D$	$Q_{Ref} = C\rho_g(Q_D + Q_{Atm})$

注:H_c—云层高度;ρ_c—云层反射率。

2.4 浮空器蒙皮辐射

2.4.1 浮空器蒙皮外表面辐射

浮空器蒙皮外表面辐射包括蒙皮外表面与地面和大气之间的长波辐射。

浮空器蒙皮外表面与地面的长波辐射强度计算公式为

$$Q_{B\to g} = \phi_a\sigma\varepsilon(T_a^4 - \tau_a T_g^4) \tag{11}$$

式中:ε 为蒙皮发射率;T_a 为蒙皮温度;T_g 为地球表面温度,地球表面平均温度为 288 K[22];σ 为斯蒂芬-玻尔兹曼常数,$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/(m^2 · K^4);ϕ_a 为接受辐射的表面对地面的角系数;τ_a 为红外透射率。

$$\tau_a = 1.76 - (e^{-0.65p_a/p_0} + e^{0.95p_a/p_0})/2 \tag{12}$$

其中:p_a 为浮空器周围大气压力;p_0 为地球表面的大气压力。

浮空器蒙皮外表面与大气的长波辐射强度计算公式为

$$Q_{B\to a} = \varphi_a\sigma\varepsilon(T_a^4 - T_s^4) \tag{13}$$

式中:φ_a 为接受辐射的表面对天空的角系数;T_s 为天空的有效温度,计算公式为

$$T_s = 0.052T_{Atm}^{1.5} \tag{14}$$

其中:T_{Atm} 为大气的温度。

2.4.2 浮空器蒙皮内表面辐射

假设浮空器由 N 个灰表面组成的封闭腔体,内表面是漫射的。若每个表面的温度 T_i 已知,任意表面的辐射换热计算公式为

$$Q_r = J_i - G_i \tag{15}$$

式中:

$$J_i = \varepsilon\sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon)\sum_{j=1}^{N}(J_j X_{i,j}) \tag{16}$$

$$G_i = (J_i - \varepsilon\sigma T_i^4)/(1 - \varepsilon) \tag{17}$$

其中:J_i 为离开表面 i 的辐射,包括自身热辐射和反射;G_i 为投入到表面 i 的辐射;$X_{i,j}$ 为表面 j 对表面 i 的角系数。

2.5 浮空器蒙皮对流换热

2.5.1 浮空器蒙皮外表面强迫对流换热

浮空器蒙皮外表面对流换热计算公式为

$$Q_{C,i} = h_C A_{f,i}(T_{Atm} - T_{f,i}) \tag{18}$$

式中:$T_{f,i}$ 为蒙皮第 i 个单元的温度;$A_{f,i}$ 为蒙皮第 i 个单元的面积;h_C 为对流换热系数,其计算公式为

$$h_C = \begin{cases} (2 + 0.47Re^{0.5}Pr_{air}^{\frac{1}{3}})\lambda_{air}/d & Re \leqslant 5 \times 10^4 \\ (0.0262Re^{0.8} - 615)Pr_{air}^{\frac{1}{3}}\lambda_{air}/d & 5 \times 10^4 < Re \leqslant 10^8 \end{cases} \tag{19}$$

其中:λ_{air} 为空气的热传导系数;Pr_{air} 为空气的普朗特数;d 为浮空器的直径;Re 为空气的雷诺数。

2.5.2 浮空器蒙皮内表面自然对流换热

浮空器内表面与囊体内氦气产生自然对流换热,对流换热计算公式为

$$Q_{CI,i} = h_{CI}A_{f,i}(T_{He} - T_{f,i}) \tag{20}$$

式中:T_{He} 为氦气的温度;h_{CI} 为内表面对流换热系数,其计算公式为

$$h_{CI} = \begin{cases} 0.59\lambda_{He}Pr_{He}^{1/4}/d & 10^4 < Pr_{He} \leqslant 10^9 \\ 0.13\lambda_{He}Pr_{He}^{1/3}/d & 10^9 < Pr_{He} \leqslant 10^{12} \end{cases} \tag{21}$$

其中:λ_{He} 为氦气的热传导系数;Pr_{He} 为氦气的普朗特数。

2.5.3 氦气温度计算

内部氦气的平均温度计算公式为[23]

$$\frac{dT_{He}}{dt} = \frac{Q_{CI,He}}{c_v m_{He}} \tag{22}$$

式中:c_v 为氦气的定容比热容;m_{He} 为氦气的质量;$Q_{CI,He}$ 为氦气与蒙皮交换热量,其计算公式为

$$Q_{\mathrm{CI,He}} = -\sum_{i=1}^{N} Q_{\mathrm{CI},i} \tag{23}$$

将式(23)代入式(22),可得氦气温度与蒙皮温度的关系表达式为

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{He}}}{\mathrm{d}t} = \frac{h_{\mathrm{CI}} A (T_{\mathrm{f}} - T_{\mathrm{He}})}{c_v m_{\mathrm{He}}} \tag{24}$$

式中:T_{f} 为蒙皮的平均温度;A 为蒙皮的面积。

2.6　浮空器蒙皮热平衡模型

将浮空器囊体划分为 N 个微元,第 i 个囊体微元的热平衡方程为

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{f},i}}{\mathrm{d}t} = (Q_{\mathrm{D},i} + Q_{\mathrm{Atm},i} + Q_{\mathrm{Ref},i} + Q_{\mathrm{B}\to\mathrm{g},i} + Q_{\mathrm{B}\to\mathrm{a},i} + Q_{\mathrm{C},i} + Q_{\mathrm{CI},i})/(M_{\mathrm{f},i} c_{\mathrm{f}}) \tag{25}$$

式中:$M_{\mathrm{f},i}$ 为第 i 个蒙皮微元的质量;c_{f} 为材料的比热容;$Q_{\mathrm{D},i}$ 为太阳直接辐射;$Q_{\mathrm{Atm},i}$ 为大气散射辐射;$Q_{\mathrm{Ref},i}$ 为地面反射辐射;$Q_{\mathrm{B}\to\mathrm{g},i}$ 为蒙皮外表面与地面之间的长波辐射;$Q_{\mathrm{B}\to\mathrm{a},i}$ 为蒙皮外表面与大气之间的长波辐射。

3　优化方法

3.1　试验设计方法

囊体热力学优化设计变量为囊体蒙皮涂层材料的吸收率和发射率。优化目标为囊体内氦气昼夜温差最小。

优化(优化流程如图 2 所示)分为 2 个部分:第 1 部分是囊体热力学计算,第 2 部分是 Kriging 模型优化。囊体热力学计算在 CFD/FLUENT 软件中完成,计算出蒙皮的温度分布和囊体内部气体的平均温度。Kriging 模型优化在 ISIGHT 软件中完成,ISIGHT 软件通过样本点的响应值建立 Kriging 模型,得出最优解。

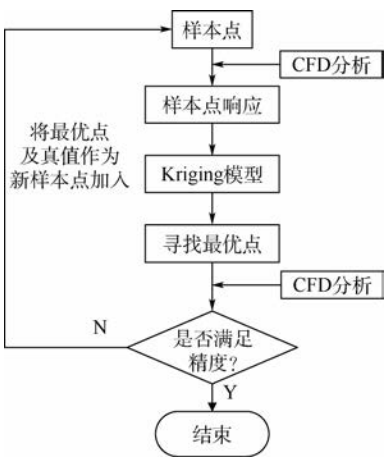


图 2　优化流程示意图

Fig. 2　Schematic of optimization process

3.2　优化流程

囊体内部氦气温度与蒙皮温度计算如式(24)所示。可以看出,氦气温度最终与蒙皮温度相等。为了提高计算效率,本文以蒙皮昼夜温差最小为目标,优化完成后,计算氦气昼夜温差。

假设 T_{D} 表示 N 个蒙皮微元白天的平均温度,T_{N} 表示 N 个蒙皮微元晚上的平均温度。白天 T_{D} 的计算公式为

$$T_{\mathrm{D}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{T_{\mathrm{f},i} M_{\mathrm{f},i}}{M} \tag{26}$$

假设 $\nabla T = T_{\mathrm{D}} - T_{\mathrm{N}}$,优化目标 ∇T 为最小,即

$$\begin{cases} \min(\nabla T) \\ \nabla T = T_{\mathrm{D}} - T_{\mathrm{N}} \end{cases} \tag{27}$$

4　算例分析

4.1　算例描述

算例为正球形囊体,具体尺寸和飞行参数如表 2 所示,浮升气体为氦气。

常用蒙皮材料吸收率 η、发射率 ε 的参数值如表 3 所示。

根据浮空器热平衡模型,分析不同吸收率、发射率特性蒙皮材料对氦气平衡温度的影响。分析对象特征如下:取蒙皮材料发射率 $\varepsilon = \eta + 0.5$ $(0.1 \leqslant \eta \leqslant 0.4)$。

将囊体划分为 48 个部分,如图 3 所示。

表 2　浮空器参数

Table 2　Parameters of aerostat

参　数	数　值
直径/m	30
面积/m^2	2 826
体积/m^3	14 130
飞行高度/km	20
飞行时间	6 月 21 日(夏至日)
飞行纬度/(°N)	40

表 3　常用材料的热辐射特性参数

Table 3　Thermal radiation characteristic parameters of common materials

材　料	η	ε
白色 PVF	0.25 ~ 0.40	0.75 ~ 0.90
白色 PU	0.35	0.8 ~ 0.9
镀银 Teflon	0.10 ~ 0.25	0.5 ~ 0.8

4.2　算例仿真

首先检验 CFD/FLUENT 囊体热特性分析的有效性,根据文献[5],蒙皮材料吸收率为 0.1,发射率为 0.6 时囊体的昼夜温差最小,囊体的温度分布如图 4 所示。

北航学报 赠阅

图 3 囊体划分图

Fig. 3 Envelop division map

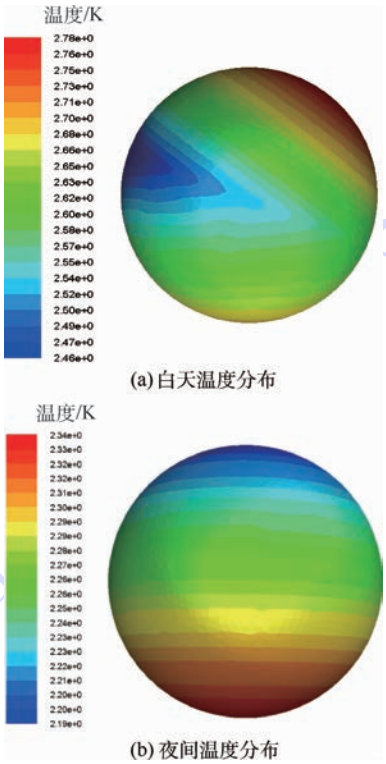


图 4 囊体温度分布

Fig. 4 Temperature distribution of envelop

分析可得囊体内部氦气昼夜温差为 31 K，与文献[5]相近。证明热力学模型的准确性。

采用拉丁超立方体方法选取样本点 500 个，取样本点 1，其 48 个面的参数如表 4 所示，其囊体温度分布如图 5 所示，昼夜温差为 54 K。

经过优化后，囊体白天蒙皮温度分布如图 6 所示，夜间囊体温度与样本点 1 相差不大，昼夜温差为 28.6 K。优化前，囊体内部氦气的昼夜温差为 31 K，因此经过优化，囊体内部氦气昼夜温差减少 7.7%。

表 4 样本点 1 的吸收率

Table 4 Absorption rate of sample point 1

编 号	吸 收 率	编 号	吸 收 率
1	0.34	25	0.39
2	0.23	26	0.33
3	0.12	27	0.25
4	0.36	28	0.28
5	0.23	29	0.46
6	0.13	30	0.19
7	0.43	31	0.38
8	0.32	32	0.28
9	0.24	33	0.41
10	0.14	34	0.42
11	0.10	35	0.12
12	0.49	36	0.16
13	0.35	37	0.28
14	0.18	38	0.11
15	0.25	39	0.31
16	0.26	40	0.28
17	0.18	41	0.18
18	0.47	42	0.37
19	0.42	43	0.27
20	0.48	44	0.12
21	0.17	45	0.41
22	0.37	46	0.23
23	0.29	47	0.26
24	0.45	48	0.18

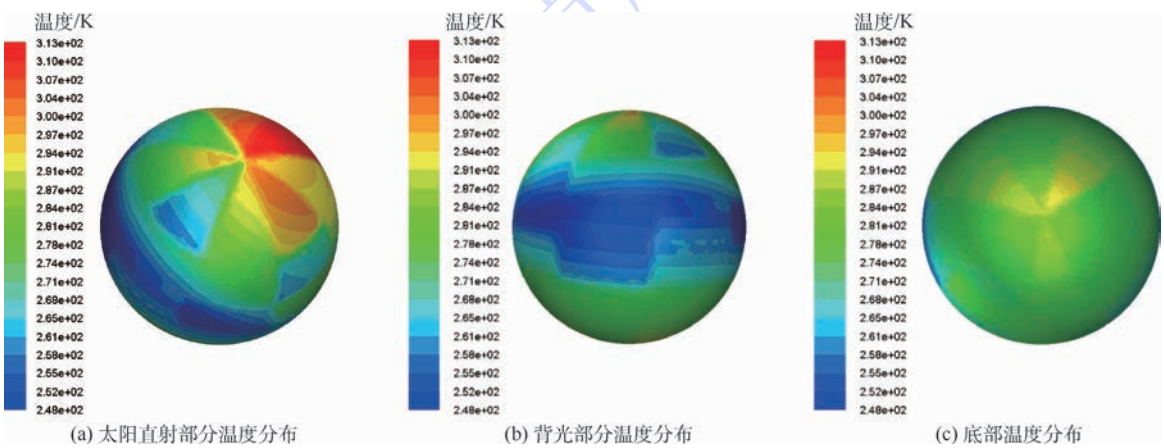


图 5 样本点 1 温度分布

Fig. 5 Temperature distribution of sample point 1

北航学报 赠阅

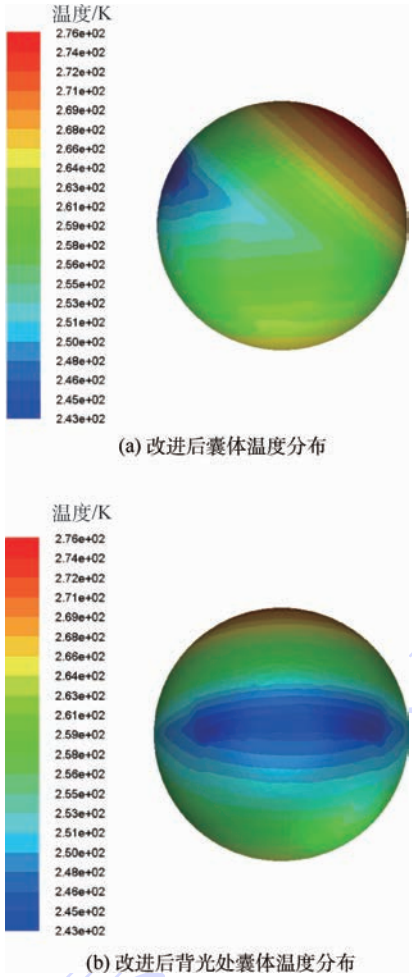


图 6　改进后囊体白天温度分布

Fig. 6　Temperature distribution of envelop during day after improvement

5　结　论

1）优化后氦气昼夜温差减小至 28.6 K，比采用同一种蒙皮材料加工的囊体昼夜温差减少 7.7%。

2）优化结果为囊体背光部位采用发射率为 0.9 的材料，其他部位采用吸收率为 0.1 的材料。

囊体迎光面和背光面采用不同热特性材料时可降低氦气昼夜温差。囊体背光面与浮空器飞行地点的纬度、太阳赤纬角、时角和囊体姿态有关，在进行囊体实际设计中，可以根据浮空器飞行地点和飞行时间判断背光面的位置。浮空器飞行时可以调节囊体姿态，使得囊体背光面始终背对太阳光。因此，本文提出的优化与设计方法对工程应用有一定的指导意义。

参考文献（References）

[1] NISHIMURA J. Scientific ballooning in Japan-An view of recent activites[J]. Advances in Space Research, 2006, 37(11): 2005-2014.

[2] COLOZZA A, DOLCE J L. High-altitude, long-endurance airships for coastal surveillance: NASA/TM-2005-213427[R]. Washington, D. C.: NASA Glenn Research Center, 2005.

[3] ANDROULAKAKIS S P, JUDY R A. Status and plans of high altitude airships program[C]// Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conferences. Reston: AIAA, 2013.

[4] LEE Y G, KIM D M, YEOM C H. Development of Korean high altitude platform systems[J]. International Journal of Wireless Information Networks, 2006, 13(1): 31-42.

[5] 刘东旭，杨永强，吕明云，等. 蒙皮热辐射特性对平流层浮空器氦气温度影响[J]. 北京航空航天大学学报，2010，36(7)：836-840.
LIU D X, YANG Y Q, LÜ M Y, et al. Effect of envelop thermal radiative properties on the stratospheric super-pressure LAT vehicle helium temperature[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(7): 836-840(in Chinese).

[6] WU J T, FANG X D, WANG Z G, et al. Thermal modeling of stratospheric airships[J]. Aerospace Sciences, 2015, 75: 26-37.

[7] DAI Q M, FANG X D, LI X J, et al. Performance simulation of high altitude scientific balloons[J]. Advances in Space Research, 2012, 49(6): 1045-1052.

[8] 方贤德，王伟志，李小建. 平流层飞艇热仿真初步探讨[J]. 航天返回与遥感，2007，28(2)：5-9.
FANG X D, WANG W Z, LI X J. A study of thermal simulation of stratospheric airships[J]. Spacecraft Recovery and Remote Sensing, 2007, 28(2): 5-9(in Chinese).

[9] LIU Q, WU Z, ZHU M, et al. A comprehensive numerical model investigating the thermal-dynamic performance of scientific balloon[J]. Advances in Space Research, 2014, 53(2): 325-338.

[10] LIU Q, LI Z J, YANG Y C, et al. Thermal simulation and experiments for a stratospheric balloon gondola[C]// AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference. Reston: AIAA, 2015, 6: 325-338.

[11] LI D F, XIA X L, SUN C. Experimental investigation of transient thermal behavior of an airship under different solar radiation and airflow conditions[J]. Advances in Space Research, 2014, 53(5): 862-869.

[12] XIA X L, LI D F, SUN C, et al. Transient thermal behavior of stratospheric balloons at float conditions[J]. Advances in Space Research, 2010, 46(9): 1184-1190.

[13] 夏新林，李德福，杨小川. 平流层浮空器的热特性与研究现状[J]. 航空学报，2009，30(4)：577-583.
XIA X L, LI D F, YANG X C. Thermal characteristics of stratospheric aerostats and their research[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(4): 577-583(in Chinese).

[14] YAO W, LU X C, WANG C, et al. A heat transient model for the thermal behavior prediction of stratospheric airships[J]. Applied Thermal Engineering, 2014, 70(1): 380-387.

[15] KENYA H, KUNIHISA E, MASAAKI S, et al. Experimental study of thermal modeling for stratospheric platform airships[C]// AIAA's 3rd Aviation Technology, Integration, and Operations(ATIO) Conference. Reston: AIAA, 2003, 5: 74-89.

[16] SIMPSON T W, MAUERY T M, KOPTEE J J, et al. Kriging models for global approximation in simulation based multidisciplinary design optimization[J]. AIAA Journal, 2001, 39(12): 2233-2241.

[17] TOAL D J J, BRESSLOFF N W, KEAN A J. Kriging hyperparameter tuning strategies[J]. AIAA Journal, 2008, 46(5): 1240-1252.

[18] LIU J, HAN Z H, SONG W P. Efficient kriging-based optimization design of transonic airfoils: Some key issues: AIAA-2012-0967[R]. Reston: AIAA, 2012.

[19] HAN Z H, LIU J, SONG W P, et al. Surrogate-based aerodynamic shap optimization with application to wind turbine airfoils: AIAA-2013-1108[R]. Reston: AIAA, 2013.

[20] 张柱国,姚卫星,刘克龙. 基于进化 Kriging 模型的金属加筋板结构布局优化方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40(4): 497-500.
ZHANG Z G, YAO W X, LIU K L. Configuration optimization method for metallic stiffened panel structure based on updated Kriging model[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 40(4): 497-500(in Chinese).

[21] 肖立峰,张广泉,张以都. 基于进化 Kriging 代理模型的结构形状优化方法[J]. 机械设计, 2009, 26(7): 57-60.
XIAO L F, ZHANG G Q, ZHANG Y D. Optimization method of structural shape based on Kriging surrogate model[J]. Journal of Machine Design, 2009, 26(7): 57-60(in Chinese).

[22] 周秀骥,陶善昌,姚克亚. 高等大气物理学(上册)[M]. 北京: 气象出版社, 1991: 85-95.
ZHOU X J, TAO S C, YAO K Y. Advanced atmospheric physics (Ⅰ)[M]. Beijing: China Meteorological Press, 1991: 85-95(in Chinese).

[23] FARLEY R E. BalloonAscent: 3-D simulation tool for the ascent and float of high-altitude balloons[C]// AIAA's 5th Aviation, Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference. Reston: AIAA, 2005.

作者简介:

林康 男,博士研究生。主要研究方向:浮空器热力学。

马云鹏 男,博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:浮空器总体设计。

武哲 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:浮空器总体设计。

王强 男,博士,研究员,博士生导师。主要研究方向:飞行器气动分析。

Optimization of aerostat helium temperature differences between day and night based on Kriging model

LIN Kang[1], MA Yunpeng[1,*], WU Zhe[1], WANG Qiang[2]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074, China)

Abstract: Considering the entire skin coating of aerostat envelop materials as one material, the effect of absorption and emission rate of aerostat envelop materials on helium temperature differences between day and night is investigated. In order to further reduce helium temperature differences between day and night, in this paper, aerostat envelop materials are divided into illuminated side with materials of low absorption rate and backlight side with materials of high emission rate. Under the established thermal analysis model, material properties in different parts of aerostat envelop materials are optimized with the method of Kriging model. It holds the thoughts that aerostat envelop materials can be divided into 48 parts, Latin hyper-cube method is used to do sampling, and sample response can be obtained through thermal analysis so as to build a Kriging approximate model. As the result, it shows that the helium temperature difference between day and night is reduced to 28.6 K, which is 7.7% less than the traditional ways of analysis.

Keywords: aerostat; thermal analysis; Kriging model; skin thermal characteristics; helium temperature differences between day and night

Received: 2017-04-11; **Accepted**: 2017-07-07; **Published online**: 2017-09-22 10:23

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1023.003.html

* **Corresponding author**. E-mail: myp@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0224

调频引信谐波时序检测抗干扰方法及实现

孔志杰，郝新红*，栗苹，闫晓鹏
（北京理工大学 机电动态控制重点实验室，北京 100081）

摘 要：针对调频(FM)引信抗干扰能力差的问题，提出了调频引信谐波时序检测抗干扰方法，利用弹目交会过程中谐波时序特征，提高了调频引信抗调幅(AM)、调频和扫频干扰能力；设计了基于快速傅里叶变换(FFT)的调频引信谐波提取方案，通过对差频信号进行FFT获得谐波幅值，与现有谐波定距调频引信通过带通滤波器(BPF)获得谐波幅值相比，在保证同等定距精度的前提下，可以灵活选取谐波次数和谐波通道，利用谐波时序性提高调频引信抗干扰能力，同时易于实现炸高分挡。仿真及实测结果验证了本文方案的可行性，调频引信抗干扰成功率由16.7%提高到90%以上。

关 键 词：调频(FM)引信；抗干扰；谐波时序检测；快速傅里叶变换(FFT)；差频信号
中图分类号：TJ43+4.1
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0549-07

调频(FM)引信是一种利用发射信号与回波信号的频率差确定目标距离的无线电引信，距离测量不依赖回波信号幅度，具有炸点散布小、定距精度高的优点。调频引信常用定距方法主要有谐波定距[1-2]和快速傅里叶变换(FFT)瞬时频率估计[3-4]2种。

现代战场上，调频引信处于中度或重度复杂电磁环境中，受到战场人为电子干扰和各种强背景噪声干扰的严重威胁[5-6]，调频引信静态抗干扰实验结果表明，扫频干扰下现有调频引信抗干扰成功率仅为16.7%。能否提高调频引信抗干扰能力是决定其战场生存能力的关键。

针对调频引信抗干扰研究，主要可归纳为基于发射信号设计[5-9]和基于信号处理[10-15]2个方向。基于发射信号设计研究的核心是提高引信发射信号的复杂度，但需要对现有调频引信射频电路进行重新设计；基于信号处理研究的核心是增加调频引信输出起爆控制信号可利用的信息特征，但不论是基于体目标特征[10-12]或是进行目标与干扰信号分类[13-15]都需要提取特征参量，算法相对复杂。

对调频引信差频信号和其包含的谐波信号分析可知，目标作用下调频引信差频信号包含的谐波信号峰值与弹目距离存在对应关系，且谐波次数越高，对应的弹目距离越远[16]。当弹目距离逐渐减小时，高次到低次谐波信号峰值依次出现，即谐波峰值存在时序性；而调幅(AM)、调频及扫频干扰作用下，引信差频信号不具有这种特性，只是表现为随机或偶发的在某(些)次谐波中出现峰值。因此，可以利用谐波时序性提高调频引信抗干扰能力。

谐波时序的检测依赖于谐波包络的获取，现有谐波定距调频引信通过带通滤波器(BPF)、二次混频获得谐波包络信号，滤波器设计直接影响

收稿日期：2017-04-13；**录用日期**：2017-06-05；**网络出版时间**：2017-09-04 15:08
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170904.1508.002.html
基金项目：国防“973”计划(613196)；国家自然科学基金(61673066)
*通信作者. E-mail：haoxinhong@bit.edu.cn

引用格式：孔志杰，郝新红，栗苹，等. 调频引信谐波时序检测抗干扰方法及实现[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：549-555. KONG Z J，HAO X H，LI P，et al. Harmonic timing sequence detection anti-jamming method and its implementation for FM fuze[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：549-555 (in Chinese).

北航学报 赠阅

抑制干扰效果[17]。改变所选取的谐波次数需要重新设计滤波器及二次混频参考信号;采用多通道时,二次混频参考信号必须严格是调频的倍频,且采用数字信号处理时,多通道滤波器的设计严重耗用系统资源,降低单个滤波器性能;而基于FFT瞬时频率估计的调频引信获得的是一次FFT运算区间内能量最大的频率,没有利用谐波包络信息。

针对调频引信抗扫频干扰问题,本文提出了调频引信谐波时序检测抗干扰方法,通过同时比较多个通道谐波峰值出现时序及幅度信息作为调频引信输出起爆控制信号的判决条件;提出了基于FFT的调频引信谐波提取方法,通过对每个发射周期差频信号进行一次FFT,获得每个发射周期各次谐波的幅值,从而实现基于多通道谐波时序检测的调频引信抗干扰方法。仿真及实测结果证明,本文方法有效提高了调频引信抗干扰能力,且实时性满足引信要求。

1 调频引信谐波时序检测抗干扰方法

以三角波信号为调制信号,调频引信发射信号 $S_t(t)$ 可以表示为

$$S_t(t)=\begin{cases}A\cos\left(2\pi\left[f_c+(4n+1)\Delta F\right]t-\pi\beta t^2\right) \\ \qquad nT\leqslant t\leqslant nT+\dfrac{T}{2} \\ A\cos\left(2\pi\left[f_c-(4n+3)\Delta F\right]t+\pi\beta t^2\right) \\ \qquad nT+\dfrac{T}{2}<t\leqslant(n+1)T\end{cases} \tag{1}$$

式中:A 为信号幅度;f_c 为信号载频;ΔF 为信号单边调制带宽;T 为调制信号周期,T 的倒数为调制信号频率 f_m;$\beta=4\Delta F/T=4\Delta F f_m$ 为信号调频率;n 为调制周期数。

简化的目标回波信号 $S_r(t)$ 可以表示为

$$S_r(t)=KS_t(t-\tau) \tag{2}$$

式中:K 为信号能量损耗因子;τ 为目标回波延迟时间。

一次混频参考信号与发射信号具有相同的表达式,只是信号幅度不同。设 A_1 为参考信号幅度,则参考信号 $S_1(t)=A_1S_t(t)$ 与目标回波信号混频后输出差频信号 $S_b(t)$ 可表示为

$$S_b(t)=\begin{cases}\dfrac{KAA_1}{2}\cos\left(2\pi\beta t^2-2\pi\beta\tau t-16\pi nt-2\pi\left[f_c-\right.\right. \\ \qquad \left.\left.(4n-1)\Delta F\right]\tau+\pi\beta\tau^2\right) \\ \qquad nT\leqslant t<nT+\tau \\ \dfrac{KAA_1}{2}\cos\left(2\pi\beta\tau t-2\pi\left[f_c+(4n+1)\Delta F\right]\tau-\right. \\ \qquad \left.\pi\beta\tau^2\right) \\ \qquad nT+\tau\leqslant t<nT+\dfrac{T}{2} \\ \dfrac{KAA_1}{2}\cos\left(2\pi\beta t^2-2\pi\beta\tau t-2\pi(8n+4)t+\right. \\ \qquad \left.2\pi\left[f_c+(4n+1)\Delta F\right]\tau+\pi\beta\tau^2\right) \\ \qquad nT+\dfrac{T}{2}\leqslant t<nT+\dfrac{T}{2}+\tau \\ \dfrac{KAA_1}{2}\cos\left(2\pi\beta t+2\pi\left[f_c-(4n+3)\Delta F\right]\tau-\right. \\ \qquad \left.\pi\beta\tau^2\right) \\ \qquad nT+\dfrac{T}{2}+\tau\leqslant t<(n+1)T\end{cases} \tag{3}$$

由式(3)可知,一个周期内差频信号由2个单频信号和2个调频信号组成。由于引信工作过程中 $\tau\ll T$,所以2段单频信号构成了差频信号的主要成分。

对一个调制周期内差频信号进行傅里叶变换,其频谱以调制信号角频率 $\Omega/(2\pi)$ 为间隔离散,表达式为

$$F_b(\omega,\tau)=\frac{1}{2}KAA_1\sum_n\left(k(m,\tau)\delta(\omega-m\Omega)\right) \tag{4}$$

式中:$\delta(\omega)$ 为单位冲击函数,ω 为角频率;$k(m,\tau)$ 为2段单频信号傅里叶级数,m 为谐波次数,其表达式为

$$k(m,\tau)=\begin{cases}\left(1-\dfrac{2\tau}{T}\right)\left|\left[\operatorname{sinc}\left((2\pi\beta\tau-2\pi mf_m)\left(\dfrac{T}{4}-\dfrac{\tau}{2}\right)\right)+\right.\right. \\ \qquad \left.\left.\operatorname{sinc}\left((2\pi\beta\tau+2\pi mf_m)\left(\dfrac{T}{4}-\dfrac{\tau}{2}\right)\right)\right]\cdot \\ \qquad \cos(2\pi f_c\tau)\right| \qquad m\text{ 为偶数} \\ \left(1-\dfrac{2\tau}{T}\right)\left|\left[\operatorname{sinc}\left((2\pi\beta\tau-2\pi mf_m)\left(\dfrac{T}{4}-\dfrac{\tau}{2}\right)\right)-\right.\right. \\ \qquad \left.\left.\operatorname{sinc}\left((2\pi\beta\tau+2\pi mf_m)\left(\dfrac{T}{4}-\dfrac{\tau}{2}\right)\right)\right]\cdot \\ \qquad \sin(2\pi f_c\tau)\right| \qquad m\text{ 为奇数}\end{cases} \tag{5}$$

由式(5)可知,m 次谐波幅值出现峰值时满足:

$$m = 8\Delta F \frac{R}{c} \tag{6}$$

式中:R 为弹目距离;c 为光速。

分析式(6)可知,目标作用下调频引信差频信号包含的谐波峰值与弹目距离存在对应关系,且谐波次数越高,对应的弹目距离越远。当弹目距离逐渐减小时,高次到低次谐波信号依次出现峰值,即谐波峰值存在时序性。时序检测可以通过峰值点检测、信号包络斜率检测等方法完成。

对于调幅干扰,干扰信号与引信本振混频后各次谐波能量不随时间改变,不存在各次谐波峰值依次出现规律;对于调频和扫频干扰,由于干扰信号与引信发射信号的弱相关性,干扰信号与引信本振混频后各次谐波能量分布较大且随时间随机改变,不满足各次谐波峰值时序要求。本文提出的调频引信谐波时序检测抗干扰方法可有效提高调频引信抗调幅、调频和扫频干扰的能力。

2　基于 FFT 的调频引信谐波时序检测实现

2.1　基于 BPF 的谐波包络提取

调频引信谐波时序检测抗干扰方法的一个重要步骤是提取谐波包络。现有谐波定距调频引信通过 BPF 获取谐波包络,原理框图如图 1 所示。

图 1 中虚线框内采用数字信号处理实现。使用 2 个 BPF,检测出差频信号中 m_p 和 m_p+2 次谐波信号,通过二次混频、包络检波提取谐波信号携带的多普勒信号。通过判断 m_p+2 次谐波通道多普勒信号先出现下降沿,m_p 次谐波通道多普勒信号后出现上升沿,同时检测两者时间间隔信息,判断回波信号是目标回波信号或是干扰信号。

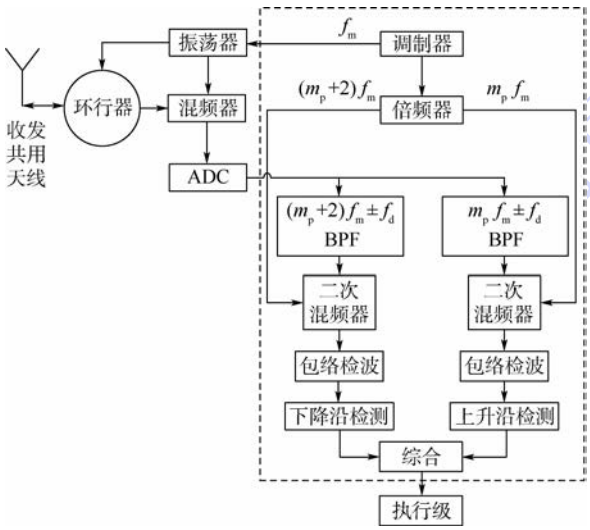


图 1　基于 BPF 的谐波包络提取原理框图

Fig. 1　Functional block diagram of BPF based harmonic envelope extraction

基于 BPF 的谐波包络提取需要设计 BPF 器及二次混频参考信号,更改选取的谐波次数时,需要重新设计滤波器及混频参考信号;使用多次通道谐波时序时,各通道二次混频参考信号需要严格是调频 f_m 的整数倍,对数字信号处理系统 DDS 要求较高,且受资源限制,实现多通道滤波会降低单个通道滤波器性能。

2.2　基于 FFT 的谐波包络提取

基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法实现方案如图 2 所示。调制信号控制压控振荡器(VCO)生成调频信号,大部分能量作为发射信号经环行器和收发共用天线辐射;少部分能量作为混频器参考信号。发射信号经目标后向散射被引信天线接收,通过环行器输入混频器,与参考信号混频产生差频信号。差频信号经 ADC 采样进入数字信号处理器,进行 FFT 变换。提取 FFT 变换后频域中选定的各次谐波处的 FFT 值,以这些值代替各次谐波信号幅值并进行实时判决,当满足幅度条件和时序逻辑条件后,数字信号处理器输出点火信号输送至执行级。

与基于 FFT 瞬时频率估计的调频引信获得的是一次 FFT 运算区间内能量最大的频率不同,基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法实现方案关注的是 FFT 运算后选定谐波的幅值,通过比较每个 FFT 区间选定次谐波幅值的变化规律,实现谐波时序检测。

基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法只需要一次 FFT 就可获得对应时间段内各次谐波幅值,计算复杂度与 FFT 本身复杂度 $O(N\text{lb}\ N)$ 一致,N 为 FFT 点数。

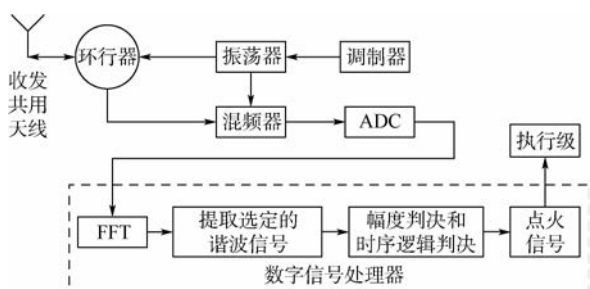


图 2　基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法原理框图

Fig. 2　Functional block diagram of FFT based harmonic time sequence detection anti-jamming method for FM fuze

北航学报 赠阅

2.2.1 定距性能分析

由式(5)可知,各次谐波幅度随距离变化类似于 sinc 函数形式,且第 m 次谐波在 $\tau=\frac{mf_{\mathrm{m}}}{\beta}=\frac{m}{4\Delta F}$ 取得主瓣峰值,对应的主瓣宽度为 $\Delta\tau_{\mathrm{main}}=\frac{1}{4\Delta F}$,距离分辨率为 $\Delta R=\frac{c}{8\Delta F}$,与现有调频谐波定距引信距离分辨率一致。

2.2.2 FFT 点数选取

调频引信通过谐波包络来获得距离信息,使用一个发射周期内差频信号的频谱特征,因此基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法中,FFT 长度至少包含一个发射周期内的差频信号。同时,为了减小多普勒频率 f_{d} 对谐波信号提取的影响,FFT 的分辨率应远大于多普勒信号频率,即

$$\frac{f_{\mathrm{s}}}{f_{\mathrm{d}}}>N\geqslant\frac{f_{\mathrm{s}}}{f_{\mathrm{m}}} \tag{7}$$

式中:f_{s} 为 ADC 采样频率。

3 验证与讨论

3.1 定距性能验证

3.1.1 定距性能仿真及实测验证

通过 MATLAB 仿真获取动态差频信号,对其进行 FFT,提取各谐波包络。与基于 BPF 的谐波包络提取方法对比,验证本文方法的定距性能和谐波时序检测性能。

仿真参数如下:载频为 X 波段,调频 f_{m} = 100 kHz,调制带宽 $\Delta F=\pm50$ MHz,弹目距离为 15 ~ 1 m,弹目接近速度为 500 m/s,ADC 采样率为 4 MHz,FFT 点数为 128。在信噪比(SNR)为 −10 dB输入下,基于 BPF 的谐波包络提取方法和基于 FFT 的谐波包络提取方法 2、4、6、8 次谐波通道输出信号随弹目距离变化规律如图 3(a)、(b)所示,图 4 给出了2 种方法包络对比。

由图 4 可知,基于 FFT 的谐波包络提取方法与基于 BPF 的谐波包络提取方法获得的 2、4、6、8 次谐波包络基本一致,且峰值点对应的弹目距离相同,与理论分析一致。在获得多通道谐波包络的前提下,可以通过下降沿、上升沿检测进行时序判断。

按照仿真参数设计基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法原理样机,在微波暗室进行低速(1 m/s)模拟相向交会测试,实验场景示意图如图 5 所示。将金属平板目标垂直固定在移动小车上,原理样机置于轨道一端,天线位置与金属平板目标中心平齐,小车以 1 m/s 速度沿轨道由远及近运动。由于实验场地交会距离限制,采集样机 4、6、8 次谐波输出信号。

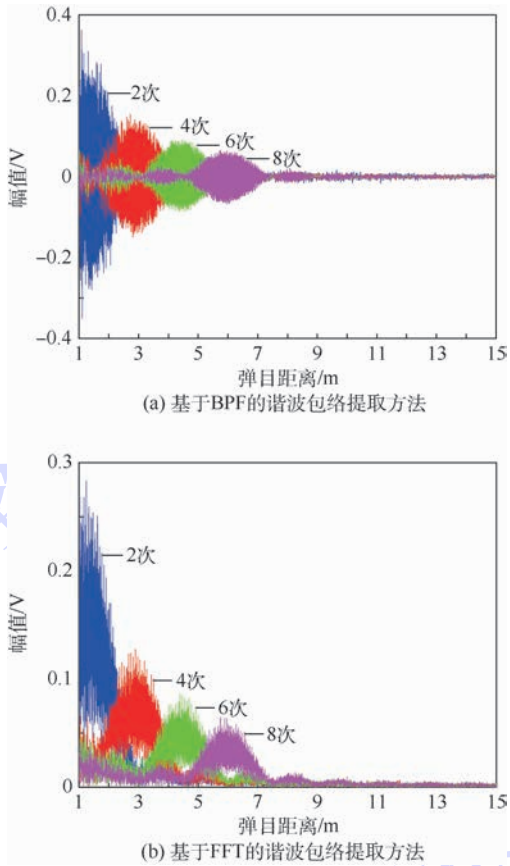


图 3 2 种方法的 2、4、6、8 次谐波通道多普勒输出信号(SNR = −10 dB)

Fig. 3 Output signal of the 2nd, 4th, 6th, 8th harmonic channel Doppler of two methods (SNR = −10 dB)

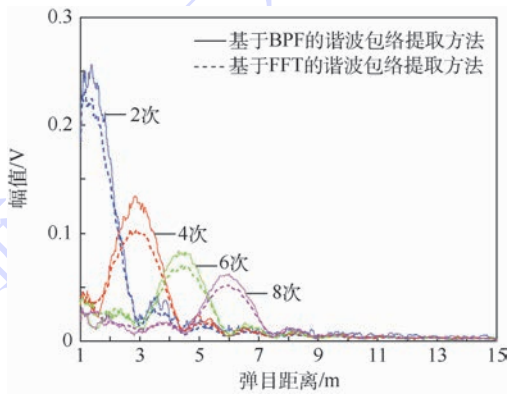


图 4 2 种方法的 2、4、6、8 次谐波包络输出信号(SNR = −10 dB)

Fig. 4 Output signal of the 2nd, 4th, 6th, 8th harmonic channel envelope of two methods (SNR = −10 dB)

实际测得的 4、6、8 次谐波信号幅度曲线如图 6所示。载有平板模拟目标的小车运动起始位置距样机天线10.5 m,以1 m/s速度向样机靠近。

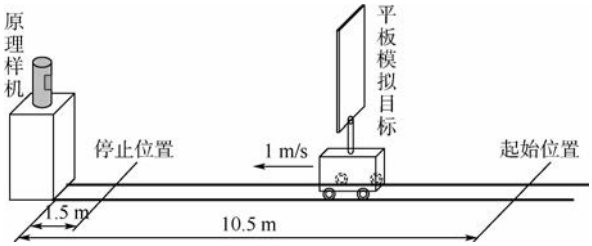


图 5　原理样机低速交会场景示意图

Fig. 5　Schematic of low-speed intersection experiment for principle prototype

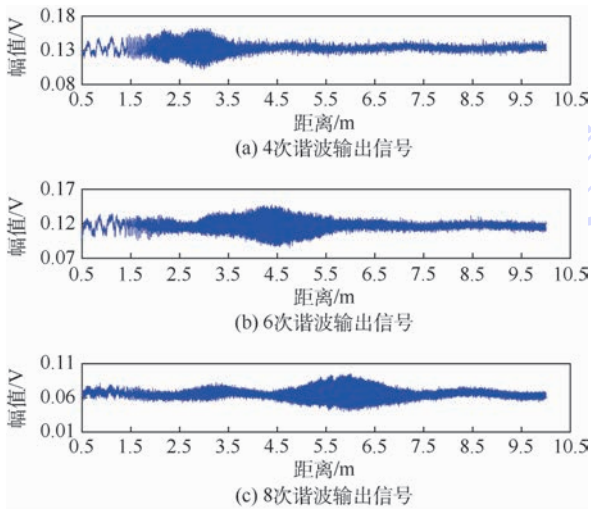


图 6　实测 4、6、8 次谐波幅度曲线

Fig. 6　Actual amplitude curves of the 4th,6th,8 th harmonics

实测结果表明,8 次谐波在 6 m 处出现峰值,6 次谐波在 4.5 m 处出现峰值,4 次谐波在 3 m 处出现峰值,与式(6)理论计算结果一致。小车在距样机 2 m 处开始减速,最终停止在距样机 1.5 m 处,制动过程中平板目标抖动造成 4 次谐波 1.5 ~ 2 m 处信号的异常,小车停止后平板模拟目标抖动造成 0 ~ 1.5 m 处信号异常。通过对图 6 所示的 4、6、8 次谐波进行幅值和时序判断,决定样机是否输出起爆控制信号。实测结果验证了基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法的可行性。

3.1.2　算法复杂度分析

以 4、6、8 次谐波时序检测原理样机实现为例,分析基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法的复杂度,如表 1 所示。

采用可编程逻辑门阵列(FPGA)进行 FFT,系统时钟为 50 MHz 时,128 点 FFT 需要时间为 μs 级,满足引信实时性要求。

3.2　抗干扰性能验证

通过仿真及静态抗干扰实验对基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法进行抗干扰性能验证。对调频引信干扰最大的调幅扫频干扰下,基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法 4、6、8 次谐波输出信号如图 7所示。

调幅扫频干扰下,在扫频驻留时间内调频引信差频信号恒定,各次谐波能量恒定;在不同扫频点上,各次谐波能量变化与扫频步进相关,不满足弹目交会过程中各次谐波能量变化规律,不能同时满足调频引信谐波时序检测抗干扰方法的幅度条件和时序逻辑条件。

按照调频引信静态抗干扰实验干扰参数,分别随机产生调幅干扰、调频干扰、扫频干扰和调幅扫频干扰,进行 2 000 次仿真实验。仿真结果表明,基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法抗干扰成功率为 95.5%;使用相同干扰参数,对样机进行 1 000 次静态抗干扰实验,样机抗干扰成功率为 91.3%。证明了基于 FFT 的调频引信谐波时序检测抗干扰方法的有效性。

表 1　复杂度分析

Table 1　Complexity analysis

指　标	数　值
DDS 个数	0
点数	128
乘法次数	540
加法次数	540

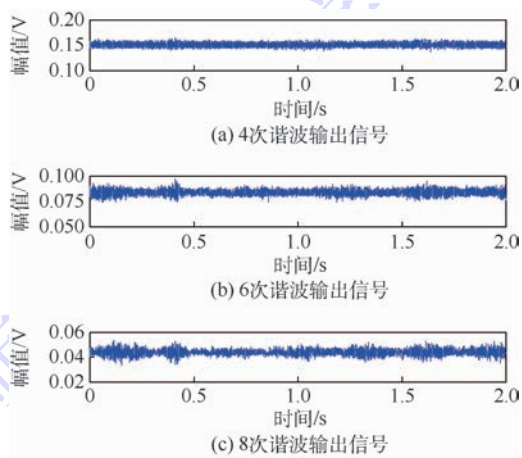


图 7　调幅扫频干扰下 4、6、8 次谐波幅度曲线

Fig. 7　The 4th,6th,8th harmonic amplitude curves under AM-sweeping jamming

4　结　论

1) 弹目交会由远及近过程中高次到低次谐波信号依次出现峰值,可以利用谐波时序检测提高调频引信抗干扰能力,且不需要改变现有调频引信硬件结构。

2) 基于 FFT 的谐波包络提取方法可以实现在通过一次 FFT 运算获得每个发射周期各次谐

北航学报 赠阅

波的幅值,简化系统数字信号处理复杂度,且可以灵活选取谐波次数及个数。

3)仿真及实测结果验证了本文方法在保证定距性能与现有调频引信一致的前提下,抗干扰成功率由 16.7% 提高到 90% 以上。

参考文献(References)

[1] CHOI J H, JANG J H, ROH J E. Design of an FMCW radar altimeter for wide-range and low measurement error[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2015, 64(12): 3517-3525.

[2] CHOI J H, JANG J H, LEE J H, et al. Implementation of signal processing algorithms for an FMCW radar altimeter[J]. The Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science, 2015, 26(6): 555-563.

[3] ANGHEL A, VASILE G, CACOVEANU R, et al. Short-range wideband FMCW radar for millimetric displacement measurements[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2014, 52(9): 5633-5642.

[4] JIANG Y, DENG B, WANG H, et al. An effective nonlinear phase compensation method for FMCW terahertz radar[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2016, 28(15): 1684-1687.

[5] RAO G N, SASTRY C V S, DIVAKAR N. Trends in electronic warfare[J]. IETE Technical Review, 2015, 20(2): 139-150.

[6] SIMONE F. Fuzing challenges for guided ammunition[C]// 59th Annual Fuze Conference. Washington, D. C.: NDIA, 2016: 1-6.

[7] 李明孜,赵惠昌. 基于 FM-AM 转换的伪码调相-载波调频复合引信信号的脉内特征提取研究[J]. 宇航学报, 2007, 28(1): 113-117.
LI M Z, ZHAO H C. The study on in-pulse characteristics extraction of pseudo code phase modulation-carry frequency modulation combined fuse signal based on the FM-AM transduction analysis[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(1): 113-117(in Chinese).

[8] TU Y, SI C, WU W. Pseudo-random frequency hopping fuze technology based on signal reconstruction[J]. IET Signal Processing, 2016, 10(3): 302-308.

[9] 岳凯,郝新红,栗苹,等. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频引信定距方法[J]. 兵工学报, 2015, 36(5): 801-808.
YUE K, HAO X H, LI P, et al. Research on ranging method for linear frequency modulation radio fuze based on fractional Fourier transform[J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(5): 801-808 (in Chinese).

[10] MAX P. New generation naval artillery multi-function fuze [C]// 56th Annual Fuze Conference. Washington, D. C.: NDIA, 2012: 1-20.

[11] 肖泽龙,张恒,董浩,等. 多普勒对空引信回波分析及碰炸优先判决准则研究[J]. 兵工学报, 2016, 37(10): 1820-1827.
XIAO Z L, ZHANG H, DONG H, et al. Research on modeling and simulation of echo signal of pulse Doppler fuze and judgment criterion of its impact[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(10): 1820-1827(in Chinese).

[12] MAX P. Proximity sensor technologies application to new munitions[C]// 58th Annual Fuze Conference. Washington, D. C.: NDIA, 2015: 1-19.

[13] LI Z Q, HAO X H, CHEN H L, et al. Target signal recognition for CW Doppler proximity radio detector based on SVM[C]// International Conference on Mechatronic Sciences. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 1160-1163.

[14] 张彪,闫晓鹏,栗苹,等. 基于支持向量机的无线电引信抗扫频式干扰研究[J]. 兵工学报, 2016, 37(4): 635-640.
ZHANG B, YAN X P, LI P, et al. Research on anti-frequency sweeping jamming of radio fuze based on support vector machine[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(4): 635-640(in Chinese).

[15] 黄莹,郝新红,孔志杰,等. 基于熵特征的调频引信目标与干扰信号识别[J]. 兵工学报, 2017, 38(2): 254-260.
HUANG Y, HAO X H, KONG Z J, et al. Recognition of target and jamming signal for FM fuze based on entropy features[J]. Acta Armamentarii, 2017, 38(2): 254-260(in Chinese).

[16] 梁远,刘芒龙,周祖国. 基于脉内调频的无线电引信信号处理方法[J]. 探测与控制学报, 2014, 36(2): 27-30.
LIANG Y, LIU M L, ZHOU Z G. Intra-pulse FM method of radio fuze signal processing[J]. Journal of Detection & Control, 2014, 36(2): 27-30(in Chinese).

[17] 左环宇,郝新红,岳凯. 调频多普勒引信抗调幅干扰性能分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(10): 2163-2170.
ZUO H Y, HAO X H, YUE K. Anti-AM jamming performance of FM Doppler fuze[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(10): 2163-2170(in Chinese).

作者简介:

孔志杰 男,博士研究生。主要研究方向:引信信号处理与抗干扰技术。

郝新红 女,博士,副教授,博士生导师。主要研究方向:中近程探测及控制技术、引信抗干扰技术。

栗苹 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:信息感知与对抗、智能探测与控制技术。

闫晓鹏 男,博士,副教授,博士生导师。主要研究方向:电子对抗技术、引信干扰技术。

北航学报 赠阅

Harmonic timing sequence detection anti-jamming method and its implementation for FM fuze

KONG Zhijie, HAO Xinhong*, LI Ping, YAN Xiaopeng

(Science and Technology on Electromechanical Dynamic Control Laboratory, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: In order to improve the anti-amplitude-modulation (AM)-jamming, anti-frequency-modulation (FM)-jamming and anti-sweep-jamming performance of FM fuze, a harmonic timing sequence detection anti-jamming method is proposed using the timing sequence characteristics of harmonics during the projectile-target encounter. A harmonic extraction method based on fast Fourier transform (FFT) is designed, and the harmonic amplitude is obtained by FFT on the difference frequency signal. Compared with the harmonic extraction method through the band-pass filter (BPF) of the existing FM harmonic fuze, the harmonic number and harmonic channel can be flexibly selected, under the condition of the same ranging precision. The better anti-jamming performance and flexible ignition height are achieved using the harmonic timing sequence detection. Simulation and experimental results verify the feasibility of the program and the anti-jamming success rate of FM fuze is improved from 16.7% to more than 90%.

Keywords: frequency-modulation (FM) fuze; anti-jamming; harmonic timing sequence detection; fast Fourier transform (FFT); difference frequency signal

北京航空航天大学学报

Received: 2017-04-13; **Accepted**: 2017-06-05; **Published online**: 2017-09-04 15:08

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170904.1508.002.html

Foundation items: National Security Program on Key Basic Research Project of China (613196); National Natural Science Foundation of China (61673066)

* **Corresponding author**. E-mail: haoxinhong@bit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0308

高超末段机动突防/精确打击弹道建模与优化

李静琳, 陈万春*, 闵昌万
(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘 要: 针对高超声速飞行器再入末段机动突防、精确打击问题,从最优控制角度出发,提出了一种考虑拦截弹动力学特性的最优机动突防弹道优化方法,获得了高超声速飞行器的最大机动能力。该方法将拦截弹运动模型引入突防弹道优化的模型中,通过施加约束限制拦截弹按照比例导引律飞行。根据飞行任务和交战双方的弹道特点分段,结合各段的任务和特性,分别提出了突防性能指标和精确打击性能指标等,并通过加权函数将各个独立、矛盾的性能指标统一,建立了多对象、多段、多约束机动突防弹道优化模型,采用 Radau 多段伪谱法(MRPM)进行求解。针对该问题求解的初值敏感、可行域窄等问题,提出了一系列弹道优化策略,提高了收敛速度和求解精度,最终获得了最优机动弹道,并通过协态映射原理对其最优性进行了验证。结果表明,该方法能充分发挥高超声速飞行器的机动能力,获得满足落点精度要求的突防弹道,相对已有方法,将脱靶量提高了 1~2 个量级。灵敏度分析表明,该弹道对拦截弹的发射时间不敏感。

关 键 词: 机动; 突防; 拦截; 优化策略; 最优性条件; 灵敏度分析
中图分类号: V412+.4; TJ765.3
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0556-12

高超声速飞行器是一种全球进攻性武器,能进行远距离、防区外作战,最终在末段实现高精度、大威力的定点打击。然而,多层次反导防御系统尤其是末段爱国者-3(PAC-3)低层防御系统的发展,对高超声速飞行器的生存造成很大的威胁。因此,有必要研究末段机动突防和精确打击问题。

再入弹头一般利用反导武器拦截时间短、过载易饱和的弱点,以程序机动的方式盲目突防,如蛇形机动、螺旋机动等[1-3]。但是其突防效果严重依赖于对反导拦截时机的准确把握,而且无法对末段实施精确打击。同时,由于高超声速飞行器末段具有极高的飞行速度,并处于极其恶劣的力、热环境,这些都严重限制了其大机动能力的发挥。为了获得一种最优机动规律,在精确打击的前提下,最大限度发挥导弹的机动性能、提高其突防能力,有必要从最优控制的角度研究该问题[4-10]。Imado 和 Uehara[8-9] 对飞机的最优躲避机动进行了深入研究,采用梯度法求解获得了适用于低速飞行器的最优机动弹道。但是该方法不能求解复杂的多段问题,只能对弹目交战阶段进行优化,无法考虑包含命中精度在内的多种终端约束。

Radau 多段伪谱法(Multiphase Radau Pseudospectral Method, MRPM)[11] 是一种求解多段、多约束最优控制问题的配点法,广泛应用于弹道优化、轨道转移等航空航天实际问题[12-14],具有收敛性好、求解精度高的优点。因此,基于

收稿日期: 2017-05-15; **录用日期**: 2017-08-11; **网络出版时间**: 2017-10-11 11:06
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171219.1904.008.html
* **通信作者**. E-mail: wanchun_chen@buaa.edu.cn

引用格式: 李静琳, 陈万春, 闵昌万. 高超末段机动突防/精确打击弹道建模与优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 556-567. LI J L, CHEN W C, MIN C W. Terminal hypersonic trajectory modeling and optimization for maneuvering penetration and precision strike [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 556-567 (in Chinese).

MRPM，本文以高超声速飞行器 CAV（Common Aero Vehicle）为研究对象，考虑末段机动突防和精确打击的需求，提出了一种最优机动突防弹道优化方法，得到一种适合于高超声速飞行器末段机动的规律，从而获得其最大机动能力。首先，同时对突防弹、拦截弹的运动进行建模，通过施加约束限制拦截弹按照比例导引律飞行；根据飞行任务和双方弹道特征的变化，将飞行阶段分为弹目交战段、拦截弹指令饱和段和对地打击段；结合各段的任务和特性，分别提出了突防性能指标和精确打击性能指标等，并以加权函数的形式将各段独立、矛盾的性能指标统一，最终形成多对象、多段、多约束的末段机动弹道优化问题。然后，采用 MRPM 求解，通过积分弹道作初值、约束渐强以及分段嵌套优化等一系列优化策略，解决了复杂高超弹道优化问题的初值敏感、可行域窄等问题，获得了高精度最优解。根据协态映射原理，通过 NLP（Nonlinear Programming Problem）问题的 KKT（Karush-Kuhn-Tucker）乘子准确估计了最优控制问题的协态，求解了哈密顿函数，证明了优化结果的最优性。最后，通过多次攻防对抗仿真，开展最优突防弹道相对拦截弹发射时间的灵敏度研究。

1　高超末段机动突防与对地打击

高超声速飞行器一般是指在大气层内飞行、速度超过 5 倍声速的飞行器。CAV 是一种典型的高超声速飞行器，其末段速度高达 5 倍声速，可以实现高速、大威力对地打击。但是由于拦截弹的存在（如 PAC-3），高超声速飞行器必须进行机动突防，如图 1 所示。CAV 采用升力体外形，升阻比较高，在大气层中飞行时具备良好的机动能力。因此，本文的研究旨在寻找一种最优的机动突防弹道，在保证终端对地打击精度的前提下，最大限度地发挥高超声速飞行器的机动能力。

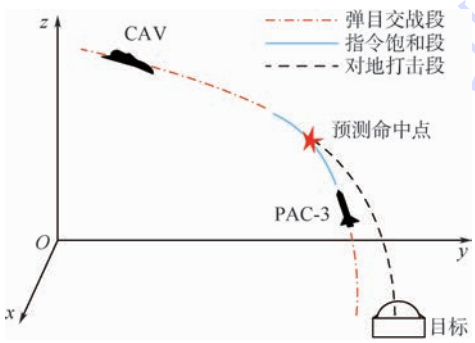


图 1　高超末段机动突防-对地打击示意图

Fig. 1　Diagram of maneuvering penetration and ground attack in terminal phase of hypersonic trajectory

1.1　动力学与运动学建模

建立攻防双方动力学模型是开展最优机动突防弹道优化研究的第一步。由于高超声速飞行器末段具有拦截时间短、拦截高度低等特点，可以忽略地球自转和地球曲率的影响；并采用“瞬时平衡”假设，不考虑转动惯量；无推力偏心，无侧滑。

于是，突防弹在地面坐标系下的质点动力学方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}\cos\psi_{\mathrm{A}} \\ \dot{y}_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{A}}\sin\theta_{\mathrm{A}} \\ \dot{z}_{\mathrm{A}} = -V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}\sin\psi_{\mathrm{A}} \\ \dot{V}_{\mathrm{A}} = -\dfrac{D_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}} - g\sin\theta_{\mathrm{A}} \\ \dot{\theta}_{\mathrm{A}} = \dfrac{1}{V_{\mathrm{A}}}\left(\dfrac{L_{\mathrm{A}}\cos\sigma_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}} - g\cos\theta_{\mathrm{A}}\right) \\ \dot{\psi}_{\mathrm{A}} = \dfrac{L_{\mathrm{A}}\sin\sigma_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}} \end{cases} \tag{1}$$

式中：x_{A}、y_{A}、z_{A} 为飞行器在地面坐标系下的位置；V_{A} 为飞行器的飞行速度；θ_{A} 和 ψ_{A} 分别为飞行器的弹道倾角和航向角；σ_{A} 为飞行器的倾侧角；m_{A} 为飞行器的质量；g 为当地地球引力项；L_{A} 和 D_{A} 分别为飞行器的升力和阻力。

同理，拦截弹在地面坐标系下的质点动力学方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_{\mathrm{D}} = V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}\cos\psi_{\mathrm{D}} \\ \dot{y}_{\mathrm{D}} = V_{\mathrm{D}}\sin\theta_{\mathrm{D}} \\ \dot{z}_{\mathrm{D}} = -V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}\sin\psi_{\mathrm{D}} \\ \dot{V}_{\mathrm{D}} = \dfrac{P_{\mathrm{D}}\cos\alpha_{\mathrm{D}} - D_{\mathrm{D}}}{m_{\mathrm{D}}} - g\sin\theta_{\mathrm{D}} \\ \dot{\theta}_{\mathrm{D}} = \dfrac{1}{V_{\mathrm{D}}}\left(\dfrac{P_{\mathrm{D}}\sin\alpha_{\mathrm{D}}\cos\sigma_{\mathrm{D}} + L_{\mathrm{D}}\cos\sigma_{\mathrm{D}}}{m_{\mathrm{D}}} - g\cos\theta_{\mathrm{D}}\right) \\ \dot{\psi}_{\mathrm{D}} = \dfrac{P_{\mathrm{D}}\sin\alpha_{\mathrm{D}}\sin\sigma_{\mathrm{D}} + L_{\mathrm{D}}\sin\sigma_{\mathrm{D}}}{m_{\mathrm{D}}V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}} \end{cases} \tag{2}$$

式中：x_{D}、y_{D}、z_{D} 为拦截弹在地面坐标系下的位置；V_{D} 为拦截弹的飞行速度；θ_{D} 和 ψ_{D} 分别为拦截弹的弹道倾角和航向角；σ_{D} 为拦截弹的倾侧角；m_{D} 为拦截弹的质量；P_{D} 为拦截弹发动机提供的推力；L_{D} 和 D_{D} 分别为拦截弹的升力和阻力；α_{D} 为拦截弹的攻角。

1.2　攻防对抗相对运动建模

在攻防双方动力学建模的基础上，可以得到二者相对位置的微分方程

$$\begin{cases} \dot{x}_{\mathrm{DA}} = V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}\cos\psi_{\mathrm{D}} - V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}\cos\psi_{\mathrm{A}} \\ \dot{y}_{\mathrm{DA}} = V_{\mathrm{D}}\sin\theta_{\mathrm{D}} - V_{\mathrm{A}}\sin\theta_{\mathrm{A}} \\ \dot{z}_{\mathrm{DA}} = -V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}\sin\psi_{\mathrm{D}} + V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}\sin\psi_{\mathrm{A}} \end{cases} \tag{3}$$

北航学报 赠阅

拦截弹按照纯比例导引律对突防弹进行拦截。则根据纯比例导引律,指令加速度为

$$a_{c\varepsilon}=\begin{cases}N'V_{\mathrm{D}}\dot{q}_{\varepsilon} & |a_{c\varepsilon}|\leqslant a_{\mathrm{cmax}}\\ a_{\mathrm{cmax}}\mathrm{sign}(a_{c\varepsilon}) & |a_{c\varepsilon}|>a_{\mathrm{cmax}}\end{cases} \tag{4}$$

$$a_{c\beta}=\begin{cases}N'V_{\mathrm{D}}\dot{q}_{\beta} & |a_{c\beta}|\leqslant a_{\mathrm{cmax}}\\ a_{\mathrm{cmax}}\mathrm{sign}(a_{c\beta}) & |a_{c\beta}|>a_{\mathrm{cmax}}\end{cases} \tag{5}$$

式中:$\dot{q}_{\varepsilon}$ 和 $\dot{q}_{\beta}$ 分别为视线俯仰角和视线偏航角变化率;N'为有效导航比;$a_{c\varepsilon}$为俯仰指令加速度;$a_{c\beta}$为偏航指令加速度;a_{cmax}为最大指令加速度。

2 多对象、多段、多约束最优控制问题

2.1 最优控制问题分段

本文研究的是一个典型的目标-突防-拦截(Target-Attack-Defend, TAD)问题[15],包含地面目标、突防弹、拦截弹 3 个对象,根据突防弹飞行任务和飞行弹道特征,主要分为以下几段:

第 1 段($T_0\sim T_1$)为弹目交战阶段,突防弹为了躲避拦截进行机动飞行,拦截弹的运动遵循纯比例导引律。

第 2 段($T_1\sim T_2$)为拦截弹指令饱和阶段。由于目标快速机动且二者相对距离过小,造成视线角速率过大,拦截弹指令加速度饱和,拦截弹保持恒定的最大或最小攻角飞行。该阶段飞行时间极短,攻防双方运动不再受制导律约束。

第 3 段($T_2\sim T_3$)为弹头成功突防后对地打击阶段,不再考虑拦截弹的运动。

弹道分段如图 2 所示。

通过分段,可以使得不同任务和性质的弹道相对独立,避免相互之间耦合影响,便于分别研究,摸清并尽可能发挥各段的能力。

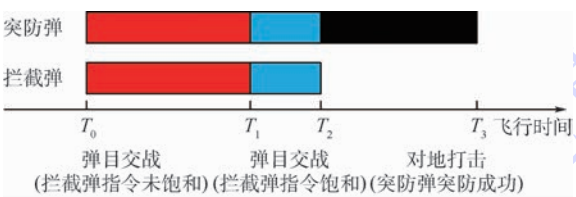


图 2 弹道分段示意图

Fig. 2 Schematic diagram of trajectory segment

2.2 变量选取

本文虽然研究的是突防弹道的运动形式,但为了充分考虑拦截弹运动的影响,准确反映攻防对抗情况,同时对攻防双方建模。需要说明的是,本文认为拦截弹的运动规律是确定的,严格按照比例导引律对突防弹进行拦截。但是为了方便利用MRPM直接对攻防双方的运动状态进行求解,避免数值积分求解拦截弹道,缩减计算规模,此处同时以突防弹和拦截弹的状态量

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_{\mathrm{A}}=[x_{\mathrm{A}},y_{\mathrm{A}},z_{\mathrm{A}},V_{\mathrm{A}},\theta_{\mathrm{A}},\psi_{\mathrm{A}},\alpha_{\mathrm{A}},\sigma_{\mathrm{A}}]\\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{D}}=[x_{\mathrm{D}},y_{\mathrm{D}},z_{\mathrm{D}},V_{\mathrm{D}},\theta_{\mathrm{D}},\psi_{\mathrm{D}},\alpha_{\mathrm{D}},\sigma_{\mathrm{D}}]\end{cases} \tag{6}$$

作为状态变量,突防弹和拦截弹的攻角、倾侧角变化率

$$\begin{cases}\boldsymbol{u}_{\mathrm{A}}=[\dot{\alpha}_{\mathrm{A}},\dot{\sigma}_{\mathrm{A}}]\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{D}}=[\dot{\alpha}_{\mathrm{D}},\dot{\sigma}_{\mathrm{D}}]\end{cases} \tag{7}$$

作为控制变量。式中:α_{A} 为突防弹的攻角。

2.3 系统状态方程

系统的状态方程包含突防弹和拦截弹的动力学方程,在 1.1 节已进行了详细介绍,即式(1)、式(2),此处不再赘述。

2.4 系统多约束设置

2.4.1 初始和终端约束

突防弹的初始状态为中、末交班状态,拦截弹的初始状态为地面发射点火时的状态,假设双方初始状态确定,该约束可以表示为

$$\begin{cases}x_{\mathrm{A0}}=x_{\mathrm{A0}}^{*}\\ y_{\mathrm{A0}}=y_{\mathrm{A0}}^{*}\\ z_{\mathrm{A0}}=z_{\mathrm{A0}}^{*}\\ V_{\mathrm{A0}}=V_{\mathrm{A0}}^{*}\\ \theta_{\mathrm{A0}}=\theta_{\mathrm{A0}}^{*}\\ \psi_{\mathrm{A0}}=\psi_{\mathrm{A0}}^{*}\\ \alpha_{\mathrm{A0}}=\alpha_{\mathrm{A0}}^{*}\\ \sigma_{\mathrm{A0}}=\sigma_{\mathrm{A0}}^{*}\end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases}x_{\mathrm{D0}}=x_{\mathrm{D0}}^{*}\\ y_{\mathrm{D0}}=y_{\mathrm{D0}}^{*}\\ z_{\mathrm{D0}}=z_{\mathrm{D0}}^{*}\\ V_{\mathrm{D0}}=V_{\mathrm{D0}}^{*}\\ \theta_{\mathrm{D0}}=\theta_{\mathrm{D0}}^{*}\\ \psi_{\mathrm{D0}}=\psi_{\mathrm{D0}}^{*}\\ \alpha_{\mathrm{D0}}=\alpha_{\mathrm{D0}}^{*}\\ \sigma_{\mathrm{D0}}=\sigma_{\mathrm{D0}}^{*}\end{cases} \tag{9}$$

式中:x_{A0}、y_{A0}、z_{A0}为突防弹的初始位置;V_{A0}、θ_{A0}、ψ_{A0}、α_{A0}和 σ_{A0}分别为突防弹的初始速度、弹道倾角、航向角、攻角和倾侧角;x_{D0}、y_{D0}、z_{D0}为拦截弹的初始位置;V_{D0}、θ_{D0}、ψ_{D0}、α_{D0}和 σ_{D0}分别为拦截弹的初始速度、弹道倾角、航向角、攻角和倾侧角;上标“*”表示期望值。

为了实现对地面目标进行精确打击,对突防弹的终端位置进行约束

$$\begin{cases} x_{A3f} = x_T \\ y_{A3f} = y_T \\ z_{A3f} = z_T \end{cases} \tag{10}$$

式中：$(x_{A3f}, y_{A3f}, z_{A3f})$为突防弹道终端位置坐标；$(x_T, y_T, z_T)$为地面目标的位置。

为了保证对落点的杀伤效果，同时避免速度过大造成飞行器解体，对突防弹的终端落角、落速和攻角进行严格限制：

$$\begin{cases} \theta_{max} \leqslant \theta_{A3f} \leqslant \theta_{min} \\ V_{max} \leqslant V_{A3f} \leqslant V_{min} \\ \alpha_{max} \leqslant \alpha_{A3f} \leqslant \alpha_{min} \end{cases} \tag{11}$$

式中：θ_{A3f}、V_{A3f}和 α_{A3f}分别为突防弹终端的落角、落速和攻角；θ_{max}、V_{max}和 α_{max}分别为最大终端落角、落速和攻角；θ_{min}、V_{min}和 α_{min}分别为最小终端落角、落速和攻角。

2.4.2　路径约束

高超声速飞行器再入末段飞行环境恶劣，典型的过程约束包括驻点热流密度约束、动压约束和过载约束，其具体表达式为

$$\begin{cases} \dot{Q}_A = k_Q \rho^{0.5} V_A^{3.15} \leqslant \dot{Q}_{max} \\ q_A = \dfrac{1}{2}\rho V_A^2 \leqslant q_{max} \\ n_{Ay} = (D_A \sin \alpha_A + L_A \cos \alpha_A)/(m_A g_0) \leqslant n_{ymax} \end{cases} \tag{12}$$

式中：$\dot{Q}_A$、q_A 和 n_{Ay}分别为突防弹飞行过程中的驻点热流密度、动压和过载；k_Q 为与热流密度相关的常数；$\dot{Q}_{max}$为最大热流密度；q_{max}为最大来流动压；n_{ymax}为最大机动过载；ρ 为大气密度；g_0 为海平面的重力加速度。

2.4.3　连接条件

对于多段最优控制问题，为了保证各段之间的连续性，段与段之间需要施加连接条件，即

$$\boldsymbol{X}_{if} = \boldsymbol{X}_{(i+1)0} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{X}_{if} = (x_{if}, y_{if}, z_{if}, V_{if}, \theta_{if}, \psi_{if}, \alpha_{if}, \sigma_{if})$表示第 i 段的终端状态；$\boldsymbol{X}_{(i+1)0} = (x_{(i+1)0}, y_{(i+1)0}, z_{(i+1)0}, V_{(i+1)0}, \theta_{(i+1)0}, \psi_{(i+1)0}, \alpha_{(i+1)0}, \sigma_{(i+1)0})$表示第$(i+1)$段的初始状态。

2.4.4　预测命中点耦合约束

为了保证拦截弹的指令饱和段在弹目相对距离最近时刻结束，需要对指令饱和段的终端状态设置如下约束条件：

$$\boldsymbol{r}_{AD} \cdot \boldsymbol{v}_{AD} = 0 \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{r}_{AD}$和 $\boldsymbol{v}_{AD}$分别为该时刻拦截弹和突防弹的相对位置和速度矢量。

2.4.5　拦截弹运动规律约束

在拦截弹和突防弹正常交战过程中，假设拦截弹按照纯比例导引律对突防弹进行拦截，根据三维空间纯比例导引律可知，弹道坐标系下，拦截弹的制导指令表示为

$$\begin{cases} n_{cy} = -N' V_D \dot{q}_\varepsilon \cos \Delta\psi \\ n_{cz} = -N' V_D \dot{q}_\beta \cos \theta_D - N' V_D \dot{q}_\varepsilon \sin \Delta\psi \sin \theta_D \end{cases} \tag{15}$$

式中：n_{cy}和 n_{cz}为指令加速度；$\Delta\psi$ 为拦截弹速度与弹目相对速度在地面投影的夹角。根据拦截弹的运动方程式(2)，可知其当前实际的加速度为

$$\begin{cases} n_{Dy} = \dfrac{P_D \sin \alpha_D \cos \sigma_D + L_D \cos \sigma_D}{m_D g} - g \cos \theta_D \\ n_{Dz} = \dfrac{P_D \sin \alpha_D \sin \sigma_D + L_D \sin \sigma_D}{m_D g} \end{cases} \tag{16}$$

将指令加速度与实际加速度严格相等作为过程约束引入优化模型中，即

$$\begin{cases} n_{cy} = n_{Dy} \\ n_{cz} = n_{Dz} \end{cases} \tag{17}$$

以限制拦截弹按照纯比例导引律运动。

2.5　综合性能指标选取

高超声速飞行器末段飞行的主要任务是机动突防和精确打击，二者相互矛盾却缺一不可。性能指标的选取，决定了最优弹道的能力和特性。

2.5.1　间接性能指标

在以往的突防弹道优化研究中，没有考虑拦截弹的动力学模型，无法获得脱靶量信息，因此只能采用间接的方式来衡量突防效果。一般认为，增大突防弹的速度和减小突防飞行时间是提高突防能力的有效手段，典型的性能指标如下：

$$J_{J1} = -V_{A2f} \tag{18}$$

$$J_{J2} = t_{2f} \tag{19}$$

式中：V_{A2f}为拦截时刻突防弹头的飞行速度；t_{2f}为拦截时刻。

2.5.2　突防性能指标

脱靶量是对突防/拦截效果最直接的评估指标。脱靶量越大，突防效果越好。本文同时建立了攻防双方的模型，根据指令饱和段的终端状态，可直接得到准确的拦截脱靶量，以此作为反映弹道突防性能的指标

$$J_T = -D_{Miss} \tag{20}$$

式中：

$$D_{Miss} = [(x_{A2f} - x_{D2f})^2 + (y_{A2f} - y_{D2f})^2 + (z_{A2f} - z_{D2f})^2]^{\frac{1}{2}} \tag{21}$$

北航学报 赠阅

其中:下标“2f”表示指令饱和段终端时刻即拦截时刻。

2.5.3 精确打击性能指标

为了实现对地精确打击,式(10)对末段弹道的终端位置进行了等式约束。但是如果为了满足打击精度要求,设置严格的等式约束,很难直接得到满足要求的可行解。因此,将终端位置约束转化为性能指标:

$$J_{Q1}=(x_{A3f}-x_T)^2+(y_{A3f}-y_T)^2+(z_{A3f}-z_T)^2 \tag{22}$$

同理,为了控制终端落角、落速,将其转化为性能指标:

$$J_{Q2}=(\theta_{A3f}-\theta_f)^2 \tag{23}$$

$$J_{Q3}=(V_{A3f}-V_f)^2 \tag{24}$$

式中:θ_f、V_f 分别为期望的落角、落速。

2.5.4 控制平滑性能指标

虽然本文优化的目的是得到同时具备突防能力和精确打击能力的机动弹道,但是仅仅以上述性能指标直接优化,得到的最优控制多数是存在突变、振荡的,如图 3 所示。显然平滑的控制更具有实际意义。因此,为了使优化得到的控制在一定程度上尽量平滑,需要施加如下性能指标:

$$J_K=\int_{t_0}^{t_f}(k_1\dot{\alpha}_A^2+k_2\dot{\sigma}_A^2)\,dt \tag{25}$$

式中:k_1、k_2 为权重系数。

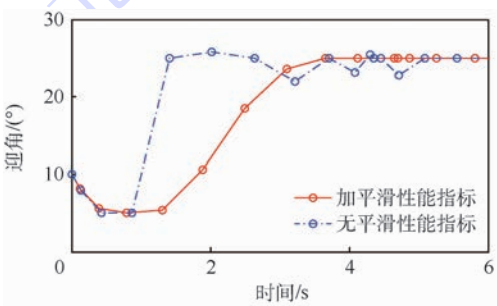


图 3 平滑性能指标对控制曲线的影响

Fig. 3 Influence of smoothness performance index on control curves

2.5.5 综合性能指标

为了得到兼顾机动突防和精确打击的末段弹道,采用加权函数的形式对上述几种性能指标进行组合,得到如下几种综合性能指标:

$$J_1=-V_{A2f}+\int_{t_0}^{t_f}(k_1\dot{\alpha}_A^2+k_2\dot{\sigma}_A^2)\,dt \tag{26}$$

$$J_2=t_{2f}+\int_{t_0}^{t_f}(k_1\dot{\alpha}_A^2+k_2\dot{\sigma}_A^2)\,dt \tag{27}$$

$$J_3=-D_{Miss}+\int_{t_0}^{t_f}(k_1\dot{\alpha}_A^2+k_2\dot{\sigma}_A^2)\,dt \tag{28}$$

$$J_4=-D_{Miss}+\int_{t_0}^{t_f}(k_1\dot{\alpha}_A^2+k_2\dot{\sigma}_A^2)\,dt+k_3(V_{A3f}-V_f)^2+k_4[(x_{A3f}-x_T)^2+(y_{A3f}-y_T)^2+(z_{A3f}-z_T)^2] \tag{29}$$

式中:k_1、k_2、k_3、k_4 均为权重系数。

综上,高超声速飞行器末段机动突防弹道设计是一个多对象、多段、多约束的最优控制问题。为了进一步明确建模流程,采用图 4 进行说明。图中,$\boldsymbol{x}_A$、$\boldsymbol{x}_D$ 分别表示突防弹、拦截弹的状态量;下标“0”、“f”分别表示初始和终端时刻;下标“1”、“2”、“3”分别表示第 1、2、3 段弹道;上标“*”表示该项的期望值:$\boldsymbol{n}_c$ 为指令过载,包括俯仰指令和偏航指令;$\bar{\boldsymbol{n}}_c$ 为实际过载;$\boldsymbol{\omega}$ 为视线转动角速度;t_A 和 t_D 分别为突防弹和拦截弹到达预测命中点的时刻。

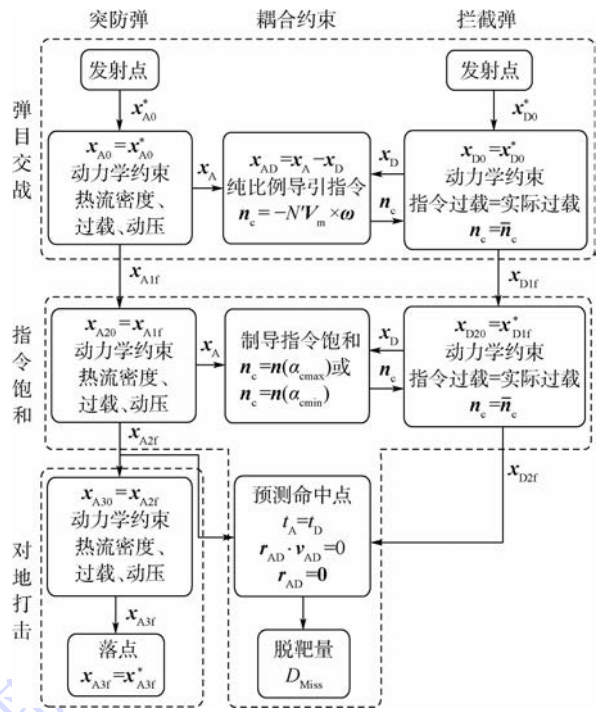


图 4 弹道优化流程图

Fig. 4 Trajectory optimization flowchart

3 Radau 多段伪谱法求解多对象、多段、多约束最优控制问题

为了得到末段最优机动弹道,采用 MRPM 求解该多对象、多段、多约束最优控制问题。MRPM 是一种处理最优控制问题的离散优化方法。其主要思想是将状态和控制在一系列正交节点即 Legendre-Gauss-Radau(LGR)节点上离散并满足状态微分方程,并以这些离散点为节点构造拉格朗日插值多项式来逼近状态和控制变量,从而将最优控制问题转化为参数优化问题,即 NLP 问题。而

且 MRPM 适合求解多段问题,具有高精度、指数收敛性质。

3.1　弹道优化策略

3.1.1　离散节点初值按弹道积分赋值

高超声速弹道具有强非线性、快速变化的特点,且对控制变量高度敏感。GPOPS 初值生成器是在给定初始、终端状态的初值后,通过线性插值获得离散节点上的初值,这很难满足动力学方程的约束,使得问题不能收敛到可行解,更无法获得最优解。

因此,考虑再入动力学模型,本文以常值控制下的积分弹道作为突防弹的状态初值,采用比例导引律对该积分弹道进行拦截,并以此拦截弹道作为拦截弹的状态初值,从而同时满足双方的动力学约束,以及二者之间拦截导引律的耦合约束。而且,常值攻角、倾侧角控制下的弹道较为平滑,容易满足热流密度、动压等过程约束。如图 5 和图 6 所示,在相同情况下,与 GPOPS 自动生成初值相比,以积分弹道作为初值,解的可行性精度和最优性精度更高,收敛速度更快。其中,可行性精度和最优性精度分别反映了优化结果对约束条件和 KKT 条件的满足情况。

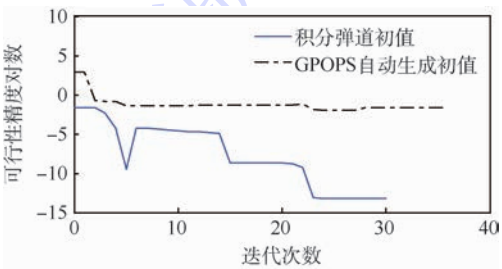


图 5　可行性精度对比

Fig. 5　Comparison of feasibility accuracy

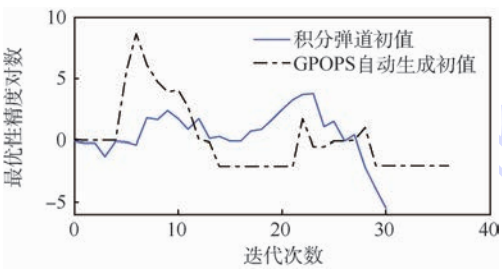


图 6　最优性精度对比

Fig. 6　Comparison of optimality accuracy

3.1.2　约束渐强

高超声速飞行器飞行速度快,在末段面临严峻的热、力学环境,热流密度、动压、过载等各种复杂约束使得弹道的可行域限制在较为狭窄的范围内,尤其对于多对象问题,还应当满足耦合约束即拦截导引律的限制。然而优化初值一般很难满足全部约束,仅通过一次优化很难收敛到狭窄的可行域中,通常得不到高精度的可行解。因此,需要先在一个扩展的可行域内得到可行解,并由该可行解迭代替换为优化初值,再由少到多逐步加强约束,缩小允许的可行域,直到得到满足约束的高精度解。如图 7 所示,强动压约束下,只能得到低精度可行解。而图 8 中,逐渐加强动压约束,3 次迭代优化即可将可行解的精度提高 2 个数量级。

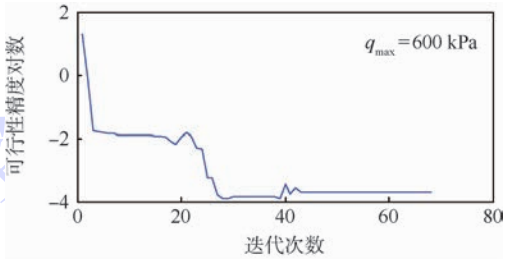


图 7　可行性精度收敛性

Fig. 7　Feasibility accuracy convergence

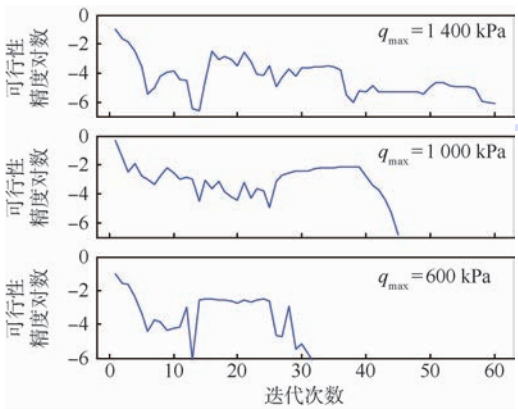


图 8　逐次迭代可行性精度收敛性

Fig. 8　Feasibility accuracy convergence in iteration

3.1.3　分段嵌套优化

本文研究的是一个复杂的多段优化问题,每一段都需要满足动力学方程约束、过程约束,而且段与段之间需要通过连接条件即多个严格的等式约束来保证解的连续性,如式(13)所示。若直接对 3 段同时优化,很难得到同时满足复杂多约束的可行解。因此,采用分段优化策略。先对第 1 段即弹目交战段优化得到最优解后,将第 1 段的优化结果作为初值、第 1 段的终端状态作为第 2 段即指令饱和段的初始状态,对前 2 段同时进行优化,得到前 2 段的最优解后再以此为初值,对 3 段同时进行优化,获得满足多段约束的解。

综上所述,针对该问题的一系列初值生成策略可以由图 9 表示。

3.2　协态映射原理及最优性验证

通过MRPM的求解原理可知,本文实际上

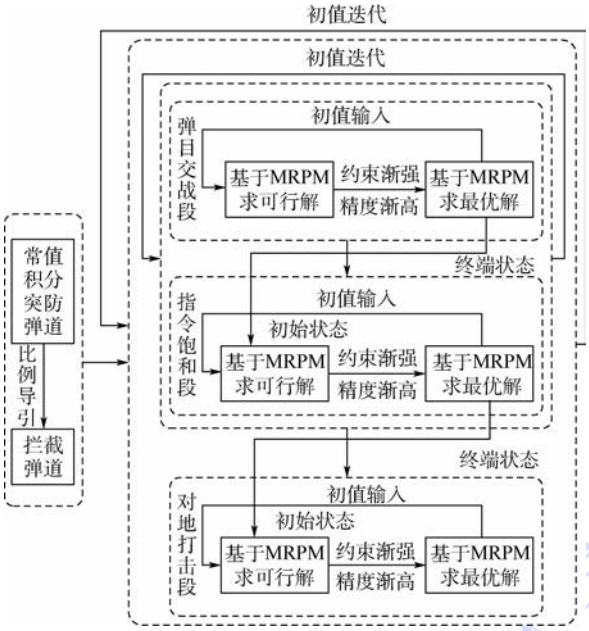


图 9 弹道分段嵌套优化流程

Fig. 9 Nested multi-phase trajectory optimization process

是将最优控制问题转化为 NLP 问题求解。对于 NLP 问题,KKT 条件是确保其最优解的充要条件,但是这不能保证该解为原最优控制问题的最优解。

本文研究的是一个终端时间自由的最优控制问题,根据最优控制理论,其哈密顿函数为

$$H[\boldsymbol{x}_1(t),\boldsymbol{u}_1(t),\boldsymbol{x}_2(t),\boldsymbol{u}_2(t),\boldsymbol{\lambda}_1(t),\boldsymbol{\lambda}_2(t),t] = L[\boldsymbol{x}_1(t),\boldsymbol{u}_1(t),t]+\boldsymbol{\lambda}_1^{\mathrm{T}}(t)f_1[\boldsymbol{x}_1(t),\boldsymbol{u}_1(t),t]+\boldsymbol{\lambda}_2^{\mathrm{T}}(t)f_2[\boldsymbol{x}_2(t),\boldsymbol{u}_2(t),t] \tag{30}$$

即

$$\begin{aligned}H[\boldsymbol{x}_1(t),\boldsymbol{u}_1(t),\boldsymbol{x}_2(t),\boldsymbol{u}_2(t),\boldsymbol{\lambda}_1(t),\boldsymbol{\lambda}_2(t),t] = {}& k_1\dot{\alpha}_{\mathrm{A}}^2+k_2\dot{\sigma}_{\mathrm{A}}^2+\lambda_{1x}V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}\cos\psi_{\mathrm{A}}+\\ & \lambda_{1y}V_{\mathrm{A}}\sin\theta_{\mathrm{A}}+\lambda_{1z}(-V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}\sin\psi_{\mathrm{A}})+\\ & \lambda_{1V}\left(\frac{-D_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}}-g\sin\theta_{\mathrm{A}}\right)+\\ & \lambda_{1\theta}\frac{1}{V_{\mathrm{A}}}\left(\frac{L_{\mathrm{A}}\cos\sigma_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}}-g\cos\theta_{\mathrm{A}}\right)+\\ & \lambda_{1\psi}\frac{L_{\mathrm{A}}\sin\sigma_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}}+\lambda_{2x}V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}\cos\psi_{\mathrm{D}}+\\ & \lambda_{2y}V_{\mathrm{D}}\sin\theta_{\mathrm{D}}+\lambda_{2z}(-V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}\sin\psi_{\mathrm{D}})+\\ & \lambda_{2V}\left(\frac{P_{\mathrm{D}}\cos\alpha_{\mathrm{D}}-D_{\mathrm{D}}}{m_{\mathrm{D}}}-g\sin\theta_{\mathrm{D}}\right)+\\ & \lambda_{2\theta}\frac{1}{V_{\mathrm{D}}}\left(\frac{P_{\mathrm{D}}\sin\alpha_{\mathrm{D}}\cos\sigma_{\mathrm{D}}+L_{\mathrm{D}}\cos\sigma_{\mathrm{D}}}{m_{\mathrm{D}}}-g\cos\theta_{\mathrm{D}}\right)+\\ & \lambda_{2\psi}\frac{P_{\mathrm{D}}\sin\alpha_{\mathrm{D}}\sin\sigma_{\mathrm{D}}+L_{\mathrm{D}}\sin\sigma_{\mathrm{D}}}{m_{\mathrm{D}}V_{\mathrm{D}}\cos\theta_{\mathrm{D}}}\end{aligned} \tag{31}$$

式中:λ_{1x}、λ_{1y}、λ_{1z}、λ_{1V}、$\lambda_{1\theta}$、$\lambda_{1\psi}$、λ_{2x}、λ_{2y}、λ_{2z}、λ_{2V}、$\lambda_{2\theta}$和 $\lambda_{2\psi}$为协态变量。由于哈密顿函数不显含时间 t,且终端时刻自由,则有

$$\frac{\partial H}{\partial t}=0 \tag{32}$$

即沿最优曲线哈密顿函数恒等于常数。因此,通过哈密顿函数的取值,可以验证优化结果的最优性。

根据 MRPM 的协态映射原理[16],通过 NLP 问题的 KKT 条件可以准确地估计最优控制问题的协态:

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{N+1}=\boldsymbol{D}_{N+1}\boldsymbol{\Lambda} \tag{33}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_k=\frac{\boldsymbol{\Lambda}_k}{\omega_k}\qquad 1\leqslant k\leqslant N \tag{34}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\gamma}}_k=\frac{\boldsymbol{\Gamma}_k}{\omega_k}\qquad 1\leqslant k\leqslant N \tag{35}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}}=\boldsymbol{\Psi} \tag{36}$$

式中:$\boldsymbol{D}_{N+1}$为微分矩阵;$\boldsymbol{\Lambda}$ 为与微分方程约束相关的拉格朗日乘子矩阵,$\boldsymbol{\Lambda}_k$ 为矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的第 k 行;$\boldsymbol{\Gamma}_k$ 为与不等式约束相关的拉格朗日乘子矩阵的第 k 行;$\boldsymbol{\Psi}$ 为与等式约束相关的拉格朗日乘子矩阵;$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{N+1}$、$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_k$、$\tilde{\boldsymbol{\gamma}}_k$、$\tilde{\boldsymbol{\psi}}$ 分别为相应的协态;ω_k 为第 k 个 LGR 节点的权重;N 为 LGR 节点数。

通过该映射,NLP 问题的 KKT 条件和离散的最优控制问题的一阶必要条件是等价的。通过 NLP 问题的拉格朗日乘子,可以得到最优控制问题的协态变量,从而引入最优控制问题的哈密顿函数验证 MRPM 得到的优化结果的最优性。

4 算例仿真

4.1 优化结果

为了验证最优控制问题建模的可行性,研究不同性能指标下最优机动弹道,获得高超飞行器的最大机动能力,以 CAV 和 PAC-3 为研究对象进行末段攻防对抗仿真。假设拦截弹的制导系统是理想的,即制导系统产生的制导指令,弹体能迅速进行跟踪,不会造成控制系统的偏差。

飞行器的初始、终端状态约束如表 1 所示。同时突防弹以攻角 10°,倾侧角 -180°为基准飞行状态。拦截弹的初始状态为发射后进行程序转弯前的状态,如表 2 所示。

末段需要严格满足热流密度、动压和过载约束,如表 3 所示。

攻防双方均采用BTT控制,且攻角、倾侧

北航学报 赠阅

表 1　突防弹初始及终端状态约束

Table 1　Initial and terminal state constraints of penetration missile

时　间	x_A/m	y_A/m	z_A/m	V_A/(m·s^{-1})	θ_A/(°)	ψ_A/(°)	α_A/(°)	σ_A/(°)
t_0	10 188.8	21 299.3	10 188.8	1 878.8	-18.9	135.0	10	-180
t_f	-9 346	0	-9 346	(800,1 100)	(-90,-75)		(0,7)	

表 2　拦截弹初始状态约束

Table 2　Initial state constraints of interception missile

状态约束	x_{D0}/m	y_{D0}/m	z_{D0}/m	V_{D0}/(m·s^{-1})	θ_{D0}/(°)	ψ_{D0}/(°)	m_{D0}/kg
数　值	-8 000	0	-8 000	1 000	38	-45	315

表 3　突防弹常规路径约束

Table 3　Path constraints of penetration missile

路径约束	$\dot{Q}_{max}$/(W·cm^{-2})	q/(N·m^{-2})	n_y
数　值	400	6×10^5	20

角及其变化率需满足以下约束条件:

$$\begin{cases} 5^\circ \leqslant \alpha_A \leqslant 25^\circ & |\dot{\alpha}_A| \leqslant 30(^\circ)/\mathrm{s} \\ -20^\circ \leqslant \alpha_D \leqslant 20^\circ & |\dot{\alpha}_D| \leqslant 30(^\circ)/\mathrm{s} \\ -270^\circ \leqslant \sigma_A \leqslant -90^\circ & |\dot{\sigma}_A| \leqslant 3\ \mathrm{rad/s} \\ -180^\circ \leqslant \sigma_D \leqslant 180^\circ & |\dot{\sigma}_D| \leqslant 1\ \mathrm{rad/s} \end{cases} \tag{37}$$

通过仿真,不同性能指标下的最优弹道如图 10和图 11 所示。终端状态如表 4 所示。其中,在 x、y、z 3 个方向的落点误差均在 1 m 以内,远远小于 CAV 的毁伤半径,满足精确打击的任务需要。

根据文献[1]显示,PAC-3 的毁伤半径为8 m,表 5 为常值控制和几种不同性能指标下突防弹道的拦截脱靶量。从表 5 可知,当飞行器按照常值攻角和倾侧角飞行不进行规避机动时,不能成功突防,但是,其他优化所得的机动弹道均成功突防,证明了动力学建模和最优控制问题建模的可行性。而且直接以脱靶量即 J_3、J_4 为性能指标所得到的最优弹道,其脱靶量比其他弹道高出 1 ~ 2 个数量级。从控制曲线图 12 可知,直接以脱靶量为指标优化,得到了一种纵横向组合机动控制规律,发挥了飞行器的最大机动能力,尤其是横向机动能力。

因此,为了验证最优纵横向组合机动弹道的优越性,与垂直 S 型机动弹道对比。二者的突防效果如表 6 所示。可见最优机动的突防效果更好。

图 13 为二者的控制曲线。最优组合机动在攻角近似 bang-bang 机动的同时,不断进行倾侧翻转,纵横向同时机动以躲避拦截,最大限度利用了高超声速飞行器升阻比高、机动性强的优点。

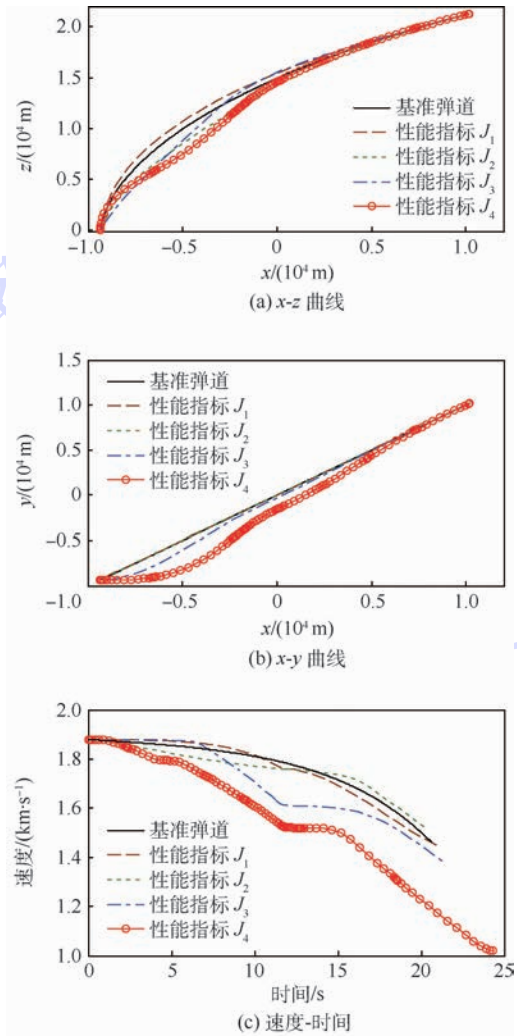


图 10　x-z 曲线、x-y 曲线和速度-时间曲线

Fig. 10　x-z curves, x-y curves and velocity-time curves

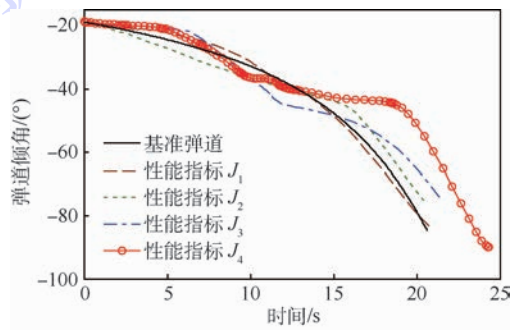


图 11　弹道倾角-时间曲线

Fig. 11　Flight path angle-time curves

后期攻角再次增大,以降低终端速度,而倾侧角变化则是为了返回落点。因此,通过纵横向组合机动,在满足落点、落角、落速要求的同时,增强

北航学报 赠阅

表 4 优化结果终端状态

Table 4 Terminal states of optimal results

性能指标	x_{Af}/m	y_{Af}/m	z_{Af}/m	V_{Af}/(m·s^{-1})	θ_{Af}/(°)	ψ_{Af}/(°)	α_{Af}/(°)	σ_{Af}/(°)
J_1	-9 346.99	-1.00	-9 346.99	1 450.67	-84.37	132.49	6.00	-178.64
J_2	-9 344.99	-1.00	-9 344.99	1 515.68	-75.01	135.00	6.00	-180.01
J_3	-9 344.99	-1.00	-9 346.99	1 377.61	-75.01	180.01	6.00	-210.65
J_4	-9 344.99	-1.00	-9 346.99	1 018.95	-90.01	180.01	6.00	-180.20
常值	-9 345.99	-1.81×10^{-12}	-9 345.99	1 462.12	-84.62	135.01	10.00	-180.00

表 5 突防脱靶量对比

Table 5 Comparison of penetration miss distance

性能指标	脱靶量/m
J_1	19.00
J_2	5.18
J_3	216.65
J_4	234.59
常值	3.69

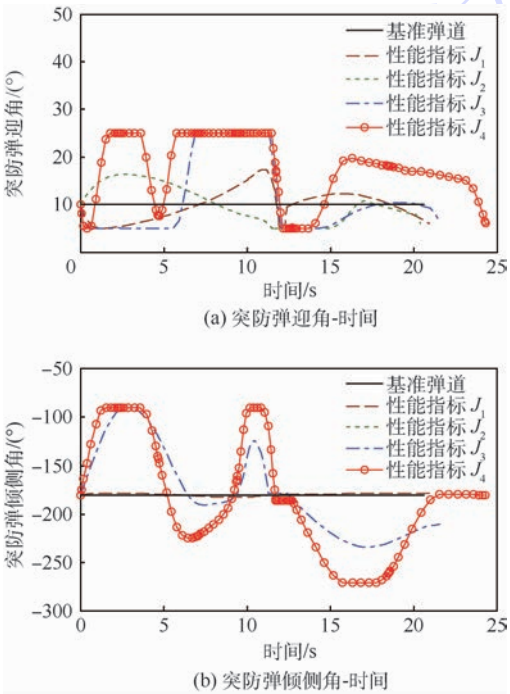


图 12 突防弹攻角-时间曲线和倾侧角-时间曲线

Fig. 12 Penetration missile attack angle-time curve and bank angle-time curves

表 6 不同机动形式突防脱靶量对比

Table 6 Comparison of penetration miss distance of different motivations

机动形式	最优机动	程序机动
脱靶量/m	234.6	119.7

了弹道的突防能力。而垂直 S 型机动是以最大加速度飞行,并通过 180°倾侧翻转来改变加速度的符号[17]。程序机动后按照比例导引律打击落点。因此,为了保证终端打击精度,必须缩短机动时间,保留足够能力修正弹道返回落点。二者的三维弹道如图 14 所示。

如图 15 所示,由于精确打击指标 J_4 中精确打击指标即式(22)~式(24)的应用,控制了最优组合机动弹道的落速,因此其热流密度、动压均很小,这对高超声速飞行器来说至关重要。经过大过载转弯后,过载在终端也控制到较小值,满足了过载约束。

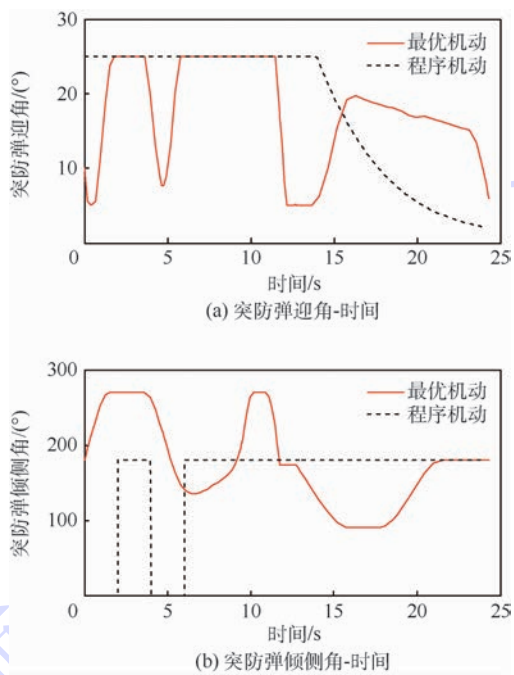


图 13 不同机动形式突防弹攻角-时间曲线和倾侧角-时间曲线

Fig. 13 Penetration missile attack angle-time curve and bank angle-time curves of different motivations

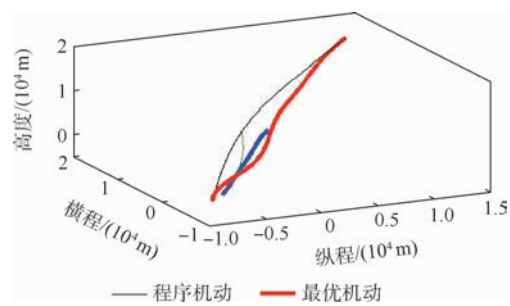


图 14 三维弹道曲线

Fig. 14 Three-dimensional trajectory curves

北航学报 赠阅

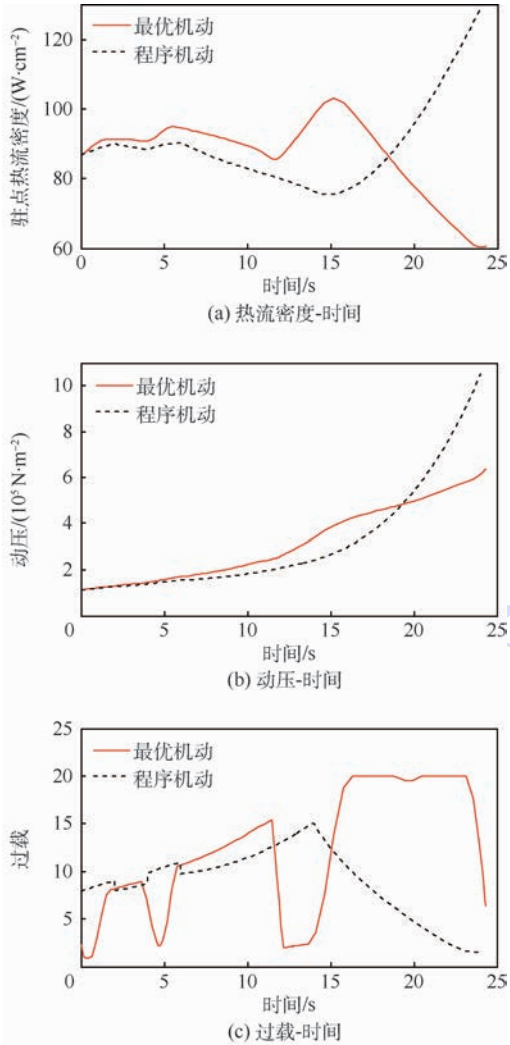


图 15　热流密度-时间，动压-时间，过载-时间曲线

Fig. 15　Heat flux-time, dynamic pressure-time and overload-time curves

4.2　最优性验证

为了验证弹道优化策略的必要性和有效性，在相同条件下，将采用 GPOPS 初值生成器与弹道优化策略后的求解精度对比，如表 7 所示。可见，采用优化策略后，解的可行性精度和最优性精度提高了多个数量级。

为了验证 MRPM 优化结果是否是原最优控制问题的最优解，图 16 给出了最优弹道的哈密顿函数曲线。可见，哈密顿函数值在 0 附近，满足最优性一阶必要条件，充分说明了 MRPM 求得的结果是最优的。

表 7　求解精度对比

Table 7　Comparison of solution accuracy

求解精度	GPOPS 初值生成器	分段嵌套优化
节点数	41	105
节点误差	0.2935	8.3139×10^{-5}
可行性	2.0×10^{-2}	3.2×10^{-8}
最优性	9.4×10^{-3}	7.2×10^{-6}

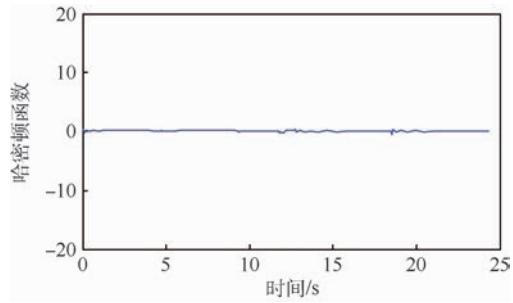


图 16　哈密顿函数曲线

Fig. 16　Hamiltonian function curves

4.3　灵敏度分析

对于末段低层拦截，由于攻防双方的相对速度很大，拦截弹的发射时机严重影响着拦截脱靶量。因此，针对前面的优化结果，改变拦截弹的发射时机，统计不同发射时机下的脱靶量。

观察图 17 的脱靶量统计结果可知，同一条机动弹道，其突防效果依赖于拦截弹的发射时机。但是对于以脱靶量（即 J_4）为性能指标的机动弹道，由于其脱靶量远远高于其他弹道，即使调整拦截弹的发射时机，脱靶量也在百米量级。因此，直接以脱靶量作为性能指标的最优机动弹道，飞行器的机动能力将得到充分发挥，突防能力最强。

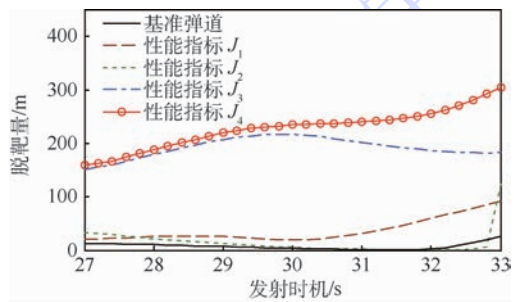


图 17　拦截弹发射时机影响

Fig. 17　Impact of interceptor launch time

5　结　论

针对高超末段的机动突防与精确打击问题，本文从最优控制角度出发，提出了一种多对象、多段、多约束的末段机动弹道优化方法。通过 MRPM求解得到了一种兼顾突防和精确打击的机动弹道，获得了高超声速飞行器的最大机动能力：

1）通过多对象、多段建模，分别获得了独立、直接的突防性能指标和精确打击性能指标，通过加权处理，获得了综合性能最优的弹道，在保证终端打击精度 1 m 的前提下，将突防脱靶量提高到百米量级，充分发挥了高超声速飞行器的纵横向机动性能，相比于其他间接性能指标的优化弹道、程序机动弹道，突防效果显著提升。

北航学报 赠阅

2）通过积分弹道作初值、约束渐强以及分段嵌套优化等一系列优化策略，解决了 MRPM 求解复杂多对象、多段、多约束弹道优化问题的初值敏感、可行域窄等问题，使得优化问题得以快速收敛，且解的可行性精度和最优性精度提高了多个量级。

3）根据协态映射原理，通过 NLP 问题的 KKT 乘子准确估计最优控制问题的协态，求解了哈密顿函数，证明了优化结果的最优性。

4）通过攻防对抗仿真，验证了最优机动弹道对拦截弹的发射时间不敏感。

参考文献（References）

[1] 陈万春，聂蓉梅，刘佳琪，等. PAC-3 爱国者拦截弹末制导精度仿真研究[J]. 飞航导弹，1999，19(7)：57-62.
CHEN W C，NIE R M，LIU J Q，et al. Simulation and research on the terminal guidance precision of PAC-3 patriot missile [J]. Winged Missiles Journal，1999，19(7)：57-62(in Chinese).

[2] 崔静，姜玉宪. 拦截导弹动力学特性对摆动式机动策略突防效果的影响[J]. 宇航学报，2001，22(5)：33-38.
CUI J，JIANG Y X. The effect of interceptor's dynamic system order on the penetration efficiency of weaving maneuver strategy [J]. Journal of Astronautics，2001，22(5)：33-38(in Chinese).

[3] 姜玉宪，崔静. 导弹摆动式突防策略的有效性[J]. 北京航空航天大学学报，2002，28(2)：133-136.
JIANG Y X，CUI J. Effectiveness of weaving maneuver strategy of a missile[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2002，28(2)：133-136(in Chinese).

[4] ZARCHAN P. Proportional navigation and weaving targets[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，1995，18(5)：969-974.

[5] SHINAR J，STEIBERG D. Analysis of optimal evasive maneuvers based on a linearized two-dimensional kinematic model [J]. Journal of Aircraft，1977，14(8)：795-802.

[6] SHINAR J，TABAK R. New results in optimal missile avoidance [J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，1994，17(5)：897-902.

[7] YANUSHEVSKY R. Analysis of optimal weaving frequency of maneuvering targets[J]. Journal of Spacecraft and Rockets，2004，41(3)：477-479.

[8] IMADO F. Some aspects of a realistic three-dimensional pursuit-evasion game[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，1993，16(2)：125-139.

[9] IMADO F，UEHARA S. High-g barrel roll maneuvers against proportional navigation from optimal control，viewpoint[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，1998，21(6)：876-881.

[10] IMADO F，KURODA T. Engagement tactics for two missiles against an optimally maneuvering aircraft[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，2011，34(2)：574-582.

[11] BENSON D A，THORVALDSEN G T，RAO A V. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，2006，29(6)：1435-1440.

[12] HUNTINGTON G T，RAO A V. Optimal reconfiguration of spacecraft formation via a Gauss pseudospectral method[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，2008，31(3)：689-698.

[13] ZHANGK N，CHEN W C. Reentry vehicle constrained trajectory optimization[C]// Proceedings of AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. Reston：AIAA，2011，1：1-16.

[14] DARBY C L，RAO A V. Minimum-fuel low earth orbit aeroassisted orbital transfer of small spacecraft[J]. Journal of Spacecraft and Rocket，2011，48(4)：618-628.

[15] WEISS M，SHIMA T，CASTANEDA D，et al. Minimum effort intercept and evasion guidance algorithms for active aircraft defense[J]. Journal of Guidance，Control，and Dynamics，2016，39(10)：2297-2311.

[16] DIVIA G. Advances in global pseudospectral methods for optimal control[D]. Gainesville：University of Floroda，2011：92-96.

[17] ZARCHAN P. Tactical and strategic missile guidance[M]. 6th ed. Reston：AIAA，2012：117-122.

作者简介：

李静琳 女，博士研究生。主要研究方向：弹道优化、制导导航与控制。

陈万春 男，博士，教授，博士生导师。主要研究方向：飞行力学、制导导航与控制。

北航学报 赠阅

Terminal hypersonic trajectory modeling and optimization for maneuvering penetration and precision strike

LI Jinglin, CHEN Wanchun*, MIN Changwan

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Aimed at the maneuvering penetration and precision strike problem of hypersonic vehicle terminal trajectory, an optimal maneuvering trajectory optimization method considering the dynamic characteristics of intercepting was proposed from the viewpoint of optimal control, so as to obtain the maximum maneuverability of hypersonic vehicles. In this paper, the intercepting missile model was introduced into the model of penetration trajectory optimization, and a constraint was imposed to restrict the intercepting missile to fly according to the proportional guidance law. The trajectories were divided into phases according to the different missions and trajectory characteristics of the belligerents. The penetration performance index and the precision strike performance index are put forward according to the task and characteristics of each phase, and by the weighting function the independent and contradictory performance indicators are unified. Thus a multi-object, multi-phase and multi-constrained maneuvering penetration trajectory optimization model was established. And multiphase Radau pseudospectral method (MRPM) was used to solve the problem. Due to the initial sensitivity and narrow feasible region of the problem, a series of trajectory optimization strategies were proposed to improve the convergence rate and the precision of the solution. Finally, the optimal maneuvering trajectory was obtained, and the optimality of the solution was verified based on the principle of costate mapping. The results show that the method can give full play to the maneuverability of the hypersonic vehicle, and obtain the penetration trajectory which satisfies the terminal accuracy. Compared with the existing method, the miss distance is increased by 1 – 2 orders of magnitude. Sensitivity analysis shows that the trajectory is insensitive to the launch time of the interceptor.

Keywords: maneuvering; penetration; interception; optimization strategy; optimality condition; sensitivity analysis

北京航空航天大学学报

Received: 2017-05-15; **Accepted**: 2017-08-11; **Published online**: 2017-10-11 11:06

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171219.1904.008.html

* **Corresponding author**. E-mail: wanchun_chen@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0157

一种新型并联灌注机器人运动学分析和多目标优化

杨会[1]，房海蓉[1,2,*]，李典[1]，方跃法[1,2]

（1. 北京交通大学 机械与电子控制工程学院 机器人研究中心，北京 100044；
2. 北京交通大学 载运工具先进制造与测控技术教育部重点实验室，北京 100044）

摘 要：针对大型航天器蜂窝结构灌注需求，提出一种新型串并混联灌注机器人机构，主要对并联机构进行分析研究。首先，对3PSS-PU并联机构进行了运动学分析，建立了运动学反解数学模型和雅可比矩阵；其次，确定了影响机构工作空间主要因素的约束条件，求解出了机构的工作空间；然后，建立了机构的刚度模型，求得机构在运动过程中的刚度变化分布；最后，利用遗传算法，以工作空间和全局刚度为目标对机构结构参数进行优化分析，确定了最终的机构尺寸参数，为蜂窝灌注机器人应用奠定基础。

关 键 词：并联灌注机器人；运动学分析；工作空间；刚度；多目标优化
中图分类号：TH112
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0568-08

航天器在上升和再入太空阶段受到巨大的气动加热效应，为保证飞行员安全和机载仪器正常运转，需在航天器的外部铺设防热层结构[1]。目前航天器防热层结构通常采用正六边形蜂窝板结构[2-3]，通过对蜂窝结构进行防热材料灌注来实现热防护的功能[4-5]。

由于蜂窝结构和防热层材料的特殊性，国内外防热层灌注多采用人工进行，但该灌注方式效率较低，随着中国航天器的发展，球冠面的外形尺寸逐渐变大，人工灌注方式无法满足防热材料灌注的需求，因此，需要提出一种满足要求的灌注机器人。

由于球冠面外形尺寸较大，灌注装置末端需携带负载，要求灌注机器人具有较大的工作空间和较高的刚度。串联机器人因其工作空间大、操作灵活、响应速度快等优点在工业生产方面得到了广泛的应用，例如，PUMA[6]、SCARA[7]和IRB[8]等工业机器人，但串联机器人同时具有刚度小的缺点。而与传统的串联机器人相比，具有复杂结构的并联机器人具有许多明显的优势，例如，高刚度、高精度、高承载能力和误差积累小等优点[9-12]，并应用于并联机床[13-14]、喷涂机器人[15]、微操作机器人[16]和力传感器[17]等方面，但并联机器人同时具有工作空间小的缺点。因此，对于灌注机器人来说，单纯的串联机器人和并联机器人都无法完全满足灌注要求。结合以上2种机器人的优点，串并混联机器人可以最大程度地满足航天器防热材料灌注要求。

本文提出一种用于防热层灌注的串并混联机器人，该机器人的工作空间能够覆盖整个球冠面。通过采用被动支链，使得并联机构具有较高的刚度。建立了并联机构的模型，对机构进行了运动学分析，通过约束分析绘制了并联机构的工作空间，在雅可比矩阵的基础上建立了并联机构的刚度模型，利用遗传算法，以工作空间和全局刚度为指标对并联机构的参数进行多目标优化分析。优化结果大大提高了并联机构的刚度和工作空间，能够满足防热层灌注的要求。

收稿日期：2017-03-17；**录用日期**：2017-05-12；**网络出版时间**：2017-06-30 09:00
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.0900.002.html
基金项目：国家自然科学基金（51675037）
*通信作者. E-mail：hrfang@bjtu.edu.cn

引用格式：杨会，房海蓉，李典，等. 一种新型并联灌注机器人运动学分析和多目标优化[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：568-575. YANG H，FANG H R，LI D，et al. Kinematics analysis and multi-objective optimization of a novel parallel perfusion robot[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：568-575 (in Chinese).

北航学报 赠阅

1　机构描述

如图 1(a)所示系统主要由 3PSS-PU 并联机构、圆形导轨和蜂窝转台组成,其中 3PSS-PU 并联机构可在圆形导轨上运动,蜂窝转台可绕自身转动,通过沿导轨和转台的自转使得灌注机构末端操作器能够到达整个蜂窝球冠面。本文重点对 3PSS-PU 并联机构进行分析,如图 1(b)所示机构由定平台、动平台以及连接定平台和动平台的 3 个完全相同的主动支链 PSS 和 1 个被动支链 PU 组成,主动支链均匀的分布在定平台上,每个主动支链依次由移动(P)副、球(S)副和球(S)副组成,每个 P 副由直线电机驱动;被动支链由P 副和虎克铰(U)副组成,U 副与动平台相连接。由于每条主动支链自由度为 6,对动平台不提供约束,所以动平台和中间被动支链具有相同的自由度数,即动平台具有沿 x 轴和 y 轴的转动自由度以及沿 z 轴的移动自由度。

如图2 所示为3 PSS - PU 机构运动简图,其

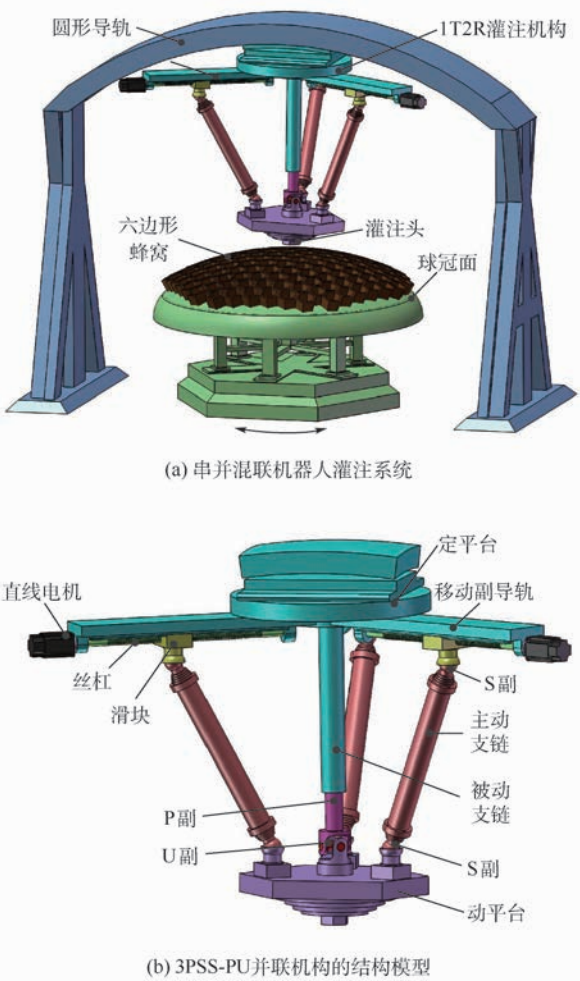


图 1　串并混联灌注机器人系统

Fig. 1　Serial-parallel perfusion robot system

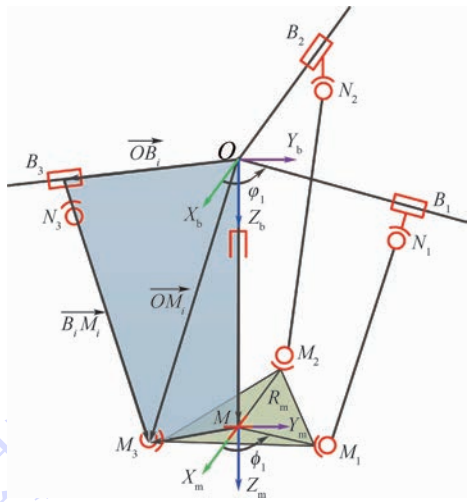


图 2　3PSS-PU 机构运动简图

Fig. 2　Kinematic sketch of 3PSS-PU mechanism

中 B_1、B_2、B_3 分别代表 3 个移动副,动平台上 3 个球副分别由 M_1、M_2、M_3 表示,与 P 副相连的 3 个球副分别由 N_1、N_2、N_3 表示,固定坐标系 O-$X_bY_bZ_b$ 建立在定平台的中心点 O,轴线 X_b 沿导轨 $\overrightarrow{OB_2}$ 的反方向,轴线 Z_b 竖直向上,动坐标系M-$X_mY_mZ_m$ 建立在动平台的中心点 M,且轴线 X_m 沿直线 MM_2 的反方向,轴线 Z_m 竖直向上,l_i 为主动杆 N_iM_i 的长度,R_m 为$\overline{MM_i}$ 的长度,φ_i 为直线 OB_i 与 X_b 轴的夹角,ϕ_i 为向量$\overrightarrow{MM_i}$ 与轴 X_m 的夹角。

2　运动学分析

2.1　约束分析

由图 2 可得,φ_i 和 ϕ_i 参数之间的关系表示如下:

$$\begin{cases}\varphi_i=\varphi_1+\dfrac{2\pi(i-1)}{3}\\ \phi_i=\phi_1+\dfrac{2\pi(i-1)}{3}\end{cases}\qquad i=1,2,3$$

定义 θ_1 和 θ_2 分别为动平台绕 x 轴和 y 轴的转角。

因此,可得出动坐标系相对于定坐标系的旋转矩阵:

$$\boldsymbol{R}_O^M=\boldsymbol{R}_M(x,\theta_1)\boldsymbol{R}_M(y,\theta_2)=\begin{bmatrix}\cos\theta_2 & 0 & \sin\theta_2\\ \sin\theta_1\sin\theta_2 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1\cos\theta_2\\ -\cos\theta_1\sin\theta_2 & \sin\theta_1 & \cos\theta_1\cos\theta_2\end{bmatrix}\tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{R}_M(x,\theta_1)$ 为绕 x 轴旋转 θ_1 的旋转矩阵;$\boldsymbol{R}_M(y,\theta_2)$ 为绕 y 轴旋转 θ_2 的旋转矩阵。

定义 z_m 为动平台沿 z 轴方向上的坐标,动坐标系原点 M 在定坐标系下的坐标 $\boldsymbol{M}^O$ 可以表示为

北航学报 赠阅

$$\boldsymbol{M}^{O}=[0\quad 0\quad z_{\mathrm{m}}]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

M_i 在动坐标系下的坐标 $\boldsymbol{M}_i^{M}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{M}_i^{M}=[R_{\mathrm{m}}\cos\phi_i\quad R_{\mathrm{m}}\sin\phi_i\quad 0]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

因此，M_i 在定坐标系下的坐标 $\boldsymbol{M}_i^{O}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{M}_i^{O}=\begin{bmatrix}x_{\mathrm{m}i}^{o}\\ y_{\mathrm{m}i}^{o}\\ z_{\mathrm{m}i}^{o}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_{\mathrm{m}}\cos\phi_i\cos\theta_2\\ R_{\mathrm{m}}\cos\phi_i\sin\theta_1\sin\theta_2+R_{\mathrm{m}}\sin\phi_i\cos\theta_1\\ -R_{\mathrm{m}}\cos\phi_i\cos\theta_1\sin\theta_2+R_{\mathrm{m}}\sin\phi_i\sin\theta_1+z_{\mathrm{m}}\end{bmatrix} \tag{4}$$

2.2 运动学反解

已知输出构件的位姿，求解输入构件的位置称为机构的运动学反解。由图 2 可得，第 i 个支链的封闭矢量方程可以表示为

$$\overrightarrow{OB_i}+\overrightarrow{B_iM_i}=\overrightarrow{OM_i} \tag{5}$$

式中：

$$\overrightarrow{OB_i}=\begin{bmatrix}s_i\cos\varphi_i\\ s_i\sin\varphi_i\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{B_iM_i}=\begin{bmatrix}x_{\mathrm{l}i}\\ y_{\mathrm{l}i}\\ z_{\mathrm{l}i}\end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM_i}=\begin{bmatrix}x_{\mathrm{m}i}^{o}\\ y_{\mathrm{m}i}^{o}\\ z_{\mathrm{m}i}^{o}\end{bmatrix}$$

其中：$s_i(i=1\sim3)$ 为每个移动副移动的距离；$x_{\mathrm{l}i}$、$y_{\mathrm{l}i}$、$z_{\mathrm{l}i}$ 分别为向量 $\overrightarrow{B_iM_i}$ 的三维坐标。

将式(4)代入式(5)可得

$$\begin{bmatrix}x_{\mathrm{l}i}\\ y_{\mathrm{l}i}\\ z_{\mathrm{l}i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{xi}+B_{xi}s_i\\ A_{yi}+B_{yi}s_i\\ A_{zi}+B_{zi}s_i\end{bmatrix} \tag{6}$$

式中：$A_{xi}=R_{\mathrm{m}}\cos\phi_i\cos\theta_2$；$B_{xi}=-\cos\varphi_i$；$A_{yi}=R_{\mathrm{m}}\cos\phi_i\sin\theta_1\sin\theta_2+R_{\mathrm{m}}\sin\phi_i\cos\theta_1$；$B_{yi}=-\sin\varphi_i$；$A_{zi}=-R_{\mathrm{m}}\cos\phi_i\cos\theta_1\sin\theta_2+R_{\mathrm{m}}\sin\phi_i\sin\theta_1+z_{\mathrm{m}}$；$B_{zi}=0$。

根据杆长条件可得

$$x_{\mathrm{l}i}^2+y_{\mathrm{l}i}^2+z_{\mathrm{l}i}^2=l_i^2 \tag{7}$$

将式(6)代入式(7)可得

$$s_{ai}s_i^2+s_{\mathrm{b}i}s_i+s_{\mathrm{c}i}=0 \tag{8}$$

式中：

$$s_{ai}=B_{xi}^2+B_{yi}^2+B_{zi}^2$$

$$s_{\mathrm{b}i}=2(A_{xi}B_{xi}+A_{yi}B_{yi}+A_{zi}B_{zi})$$

$$s_{\mathrm{c}i}=A_{xi}^2+A_{yi}^2+A_{zi}^2-l_i^2$$

因此，由式(8)中可得出运动学反解：

$$s_i=\frac{-s_{\mathrm{b}i}\pm\sqrt{s_{\mathrm{b}i}^2-4s_{ai}s_{\mathrm{c}i}}}{2s_{ai}} \tag{9}$$

2.3 雅可比矩阵

由于

$$(x_{\mathrm{m}i}^{o}-s_i\cos\varphi_i)^2+(y_{\mathrm{m}i}^{o}-s_i\sin\varphi_i)^2+(z_{\mathrm{m}i}^{o})^2=l_i^2 \tag{10}$$

对式(10)两边分别对 $x_{\mathrm{m}i}^{o}$、$y_{\mathrm{m}i}^{o}$ 和 $z_{\mathrm{m}i}^{o}$ 求偏导数，可得

$$\begin{cases}\partial s_i(y_{\mathrm{l}i}\sin\varphi_i+x_{\mathrm{l}i}\cos\varphi_i)=x_{\mathrm{l}i}\partial x_{\mathrm{m}i}^{o}\\ \partial s_i(y_{\mathrm{l}i}\sin\varphi_i+x_{\mathrm{l}i}\cos\varphi_i)=y_{\mathrm{l}i}\partial y_{\mathrm{m}i}^{o}\\ \partial s_i(y_{\mathrm{l}i}\sin\varphi_i+x_{\mathrm{l}i}\cos\varphi_i)=z_{\mathrm{l}i}\partial z_{\mathrm{m}i}^{o}\end{cases} \tag{11}$$

通过对式(11)整理可得

$$\partial s_i=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}\dfrac{x_{\mathrm{l}i}}{\lambda_{\mathrm{m}i}} & \dfrac{y_{\mathrm{l}i}}{\lambda_{\mathrm{m}i}} & \dfrac{z_{\mathrm{l}i}}{\lambda_{\mathrm{m}i}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\partial x_{\mathrm{m}i}^{o}\\ \partial y_{\mathrm{m}i}^{o}\\ \partial z_{\mathrm{m}i}^{o}\end{bmatrix} \tag{12}$$

式中：$\lambda_{\mathrm{m}i}=y_{\mathrm{l}i}\sin\varphi_i+x_{\mathrm{l}i}\cos\varphi_i$。

对式(4)两边同时对时间求偏导数可得

$$\begin{bmatrix}\delta x_{\mathrm{m}i}^{o}\\ \delta y_{\mathrm{m}i}^{o}\\ \delta z_{\mathrm{m}i}^{o}\end{bmatrix}=\boldsymbol{J}_i\begin{bmatrix}\partial\theta_1\\ \partial\theta_2\\ \partial\theta_3\\ \partial x_{\mathrm{m}}\\ \partial y_{\mathrm{m}}\\ \partial z_{\mathrm{m}}\end{bmatrix} \tag{13}$$

式中：

$$\boldsymbol{J}_i=\begin{bmatrix}j_{11} & j_{12} & j_{13} & j_{14} & j_{15} & j_{16}\\ j_{21} & j_{22} & j_{23} & j_{24} & j_{25} & j_{26}\\ j_{31} & j_{32} & j_{33} & j_{34} & j_{35} & j_{36}\end{bmatrix}$$

联立方程式(12)和方程式(13)可得

$$\begin{bmatrix}\partial s_1\\ \partial s_2\\ \partial s_3\end{bmatrix}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{p}}\begin{bmatrix}\partial\theta_1\\ \partial\theta_2\\ \partial\theta_3\\ \partial x_{\mathrm{m}}\\ \partial y_{\mathrm{m}}\\ \partial z_{\mathrm{m}}\end{bmatrix} \tag{14}$$

式中：x_{m} 和 y_{m} 分别为动平台沿 x 轴和 y 轴方向上的坐标；$\boldsymbol{J}_{\mathrm{p}}$ 为仅有 3 条主动支链组成机构的雅可比矩阵：

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{p}}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{x_{\mathrm{l}1}}{\lambda_{\mathrm{m}1}} & \dfrac{y_{\mathrm{l}1}}{\lambda_{\mathrm{m}1}} & \dfrac{z_{\mathrm{l}1}}{\lambda_{\mathrm{m}1}}\end{bmatrix}\boldsymbol{J}_1\\ \begin{bmatrix}\dfrac{x_{\mathrm{l}2}}{\lambda_{\mathrm{m}2}} & \dfrac{y_{\mathrm{l}2}}{\lambda_{\mathrm{m}2}} & \dfrac{z_{\mathrm{l}2}}{\lambda_{\mathrm{m}2}}\end{bmatrix}\boldsymbol{J}_2\\ \begin{bmatrix}\dfrac{x_{\mathrm{l}3}}{\lambda_{\mathrm{m}3}} & \dfrac{y_{\mathrm{l}3}}{\lambda_{\mathrm{m}3}} & \dfrac{z_{\mathrm{l}3}}{\lambda_{\mathrm{m}3}}\end{bmatrix}\boldsymbol{J}_3\end{bmatrix}$$

北京航空航天大学学报

如图 3 所示,建立了每个运动副的局部坐标系,因此可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}_{41} = \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{a}_{40} \\ \boldsymbol{a}_{42} = \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \boldsymbol{a}_{40} \\ \boldsymbol{a}_{43} = \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \boldsymbol{A}_3^2 \boldsymbol{a}_{40} \end{cases} \tag{15}$$

式中:$\boldsymbol{a}_{4i}$为旋转矩阵 $\boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \cdots \boldsymbol{A}_i^{i-1}$ 的第 3 列元素,$\boldsymbol{a}_{40} = [0 \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{A}_i^{i-1}$ 为从第 i 个坐标系到第 $i-1$个坐标系的旋转矩阵,同时位置矢量可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{c}_{41} = \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{b}_{41} + \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \boldsymbol{b}_{42} + \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \boldsymbol{A}_3^2 \boldsymbol{b}_{43} \\ \boldsymbol{c}_{42} = \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \boldsymbol{b}_{42} + \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \boldsymbol{A}_3^2 \boldsymbol{b}_{43} \\ \boldsymbol{c}_{43} = \boldsymbol{A}_1^0 \boldsymbol{A}_2^1 \boldsymbol{A}_3^2 \boldsymbol{b}_{43} \end{cases} \tag{16}$$

其中:$\boldsymbol{b}_{41} = [0 \quad 0 \quad z_{\mathrm{m}}]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{b}_{42} = [0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{b}_{43} = [0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$。

因此,对于中间约束支链,可得

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{s}} \begin{bmatrix} \dot{z}_{\mathrm{m}} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = [\partial\theta_1 \quad \partial\theta_2 \quad \partial\theta_3 \quad \partial x_{\mathrm{m}} \quad \partial y_{\mathrm{m}} \quad \partial z_{\mathrm{m}}]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

将方程式(17)代入方程式(14),可求出并联机构的整体雅可比矩阵:

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_{\mathrm{p}} \boldsymbol{J}_{\mathrm{s}} \tag{18}$$

式中:$\boldsymbol{J}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{a}_{42} & \boldsymbol{a}_{43} \\ \boldsymbol{a}_{41} & \boldsymbol{a}_{42} \times \boldsymbol{c}_{42} & \boldsymbol{a}_{43} \times \boldsymbol{c}_{43} \end{bmatrix}$。

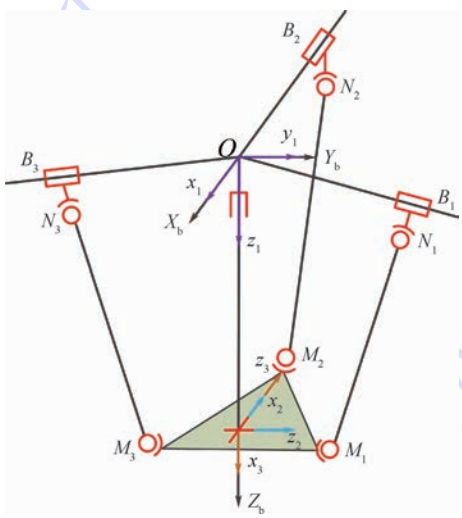


图 3　中间被动支链各运动副的局部坐标系

Fig. 3　Local coordinate system of every kinematic pair of middle passive link

3　性能分析

3.1　工作空间

根据机构的特点,影响机构工作空间的主要因素有:移动副移动的距离、杆的长度以及连杆分别与定平台和动平台的夹角。其中,移动副移动距离的约束是限制机构工作空间的主要因素。

因此,移动副的相应约束可表示为

$$s_{i\min} \leqslant s_i \leqslant s_{i\max} \tag{19}$$

式中:$s_{i\min}$ 和 $s_{i\max}$ 分别为移动副的最小和最大位移。

定义主动连杆与动平台之间的夹角为 α_i,其中杆件的半径忽略不计,故其约束条件可表示为

$$\alpha_{i\min} \leqslant \alpha_i \leqslant \alpha_{i\max} \tag{20}$$

式中:$\alpha_{i\min}$ 和 $\alpha_{i\max}$ 分别为 α_i 的最小值和最大值。

$$\alpha_i = \arccos \frac{\overrightarrow{MM_i} \cdot \overrightarrow{N_iM_i}}{\left\| \overrightarrow{MM_i} \cdot \overrightarrow{N_iM_i} \right\|} = \arccos \frac{\overrightarrow{MM_i} \cdot \overrightarrow{N_iM_i}}{R_{\mathrm{m}} l_i}$$

定义主动连杆与定平台之间的夹角为 β_i,故其约束条件可表示为

$$\beta_{i\min} \leqslant \beta_i \leqslant \beta_{i\max} \tag{21}$$

式中:$\beta_{i\min}$ 和 $\beta_{i\max}$ 分别为 β_i 的最小值和最大值。

3PSS-PU 并联机构结构参数和相关的变量如表 1 所示,通过以下参数和以上约束条件,可计算出并联机构在笛卡儿坐标系下的工作空间,如图 4(a)所示,图 4(b)和图 4(c)分别为工作空间的右视图和左视图。

表 1　3PSS-PU 并联机构结构参数

Table 1　Structural parameters of 3PSS-PU parallel mechanism

参　数	数　值	参　数	数　值
R_{m}/mm	250	$s_{i\max}$/mm	450
l_i/mm	220	$\alpha_{i\min}$/(°)	50
φ_1/(°)	60	$\alpha_{i\max}$/(°)	120
ϕ_1/(°)	60	$\beta_{i\min}$/(°)	50
$s_{i\min}$/mm	0	$\beta_{i\max}$/(°)	120

3.2　刚度模型

为了分析机构在运动过程中刚度的变化趋势,需建立刚度模型,假定整个系统为刚性,得出如下表达式[18]:

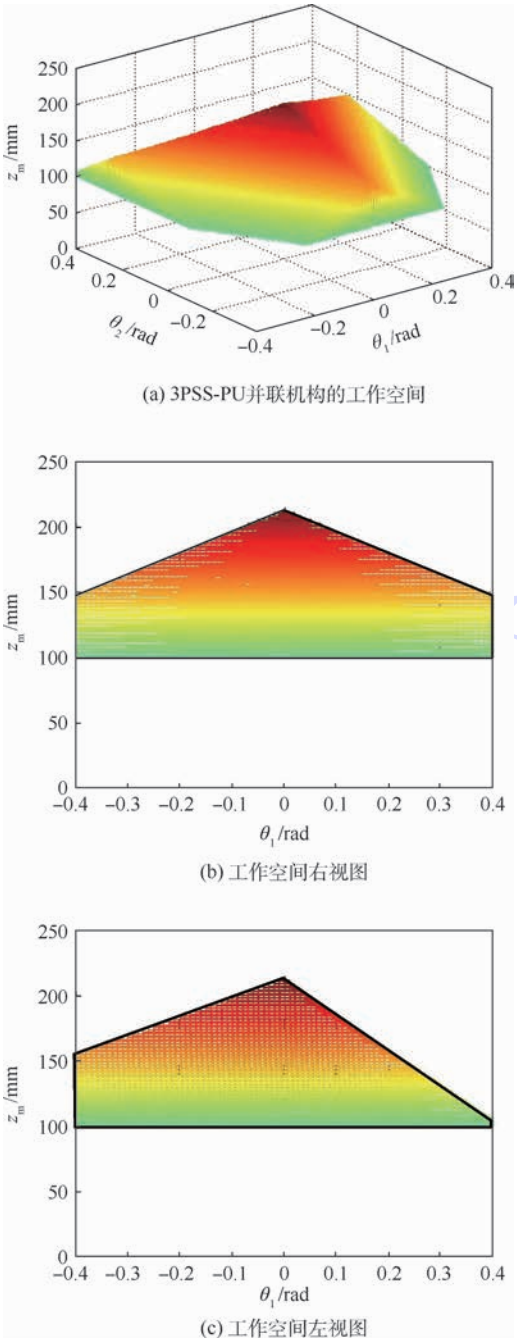
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{K} \Delta\boldsymbol{\sigma} \tag{22}$$

式中:

$\boldsymbol{\varepsilon} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad F_{\mathrm{m}}]^{\mathrm{T}}$ 为作用在末端操作器上的力(τ_1、τ_2)和力矩(F_{m})向量;$\Delta\boldsymbol{\sigma} = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{z}_{\mathrm{m}}]^{\mathrm{T}}$ 为动平台的角变形量($\dot{\theta}_1$、$\dot{\theta}_2$)和线性变形向量($\dot{z}_{\mathrm{m}}$);$\boldsymbol{K}$ 为刚度矩阵,通常 $\boldsymbol{K} = k\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}$,刚度系数 k = 1 000 N/mm。式(22)可表示为

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ F_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{z}_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} \tag{23}$$

北航学报 赠阅



(a) 3PSS-PU并联机构的工作空间

(b) 工作空间右视图

(c) 工作空间左视图

图 4 3PSS-PU 并联机构的工作空间及其左、右视图

Fig. 4 Workspace of 3PSS-PU parallel mechanism and its right and left side views

式中：k_{11}、k_{22}和 k_{33}为纯刚度，代表动平台在同一方向上力或力矩受变形的影响，在刚度矩阵中，这 3 个参数最重要，即其他参数可以忽略不计，k_{11}，k_{22}的单位为 N·mm/rad，k_{33}的单位为 N/mm。

当 θ_1 或 θ_2 为定值时，k_{22}在 θ_2 方向上随着 θ_2、z_m 或 θ_1、z_m 变化的刚度分布如图 5 和图 6 所示。随着 z_m 的增大，刚度都逐渐变大，当 z_m = 140 mm时，刚度达到最大值，当 z_m 为常数时，刚度值不随 θ_2 或 θ_1 的变化而变化。

图 7 为 z_m = 210 mm 时，k_{22}在 θ_2 方向上随着 θ_1 和 θ_2 的变化的刚度分布图，刚度随着 θ_1 和 θ_2 的增大逐渐变小，当 θ_1 = 0.35 rad 时，刚度达到最小值。

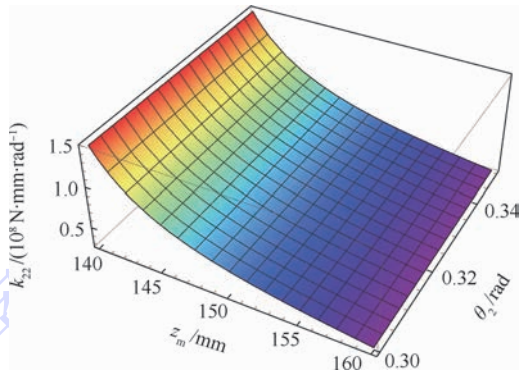


图 5 k_{22}在 θ_2 方向上随着 θ_2 和 z_m 变化的刚度分布（θ_1 = 0.3 rad）

Fig. 5 Stiffness distribution of k_{22} along θ_2 with change of θ_2 and z_m (when θ_1 = 0.3 rad)

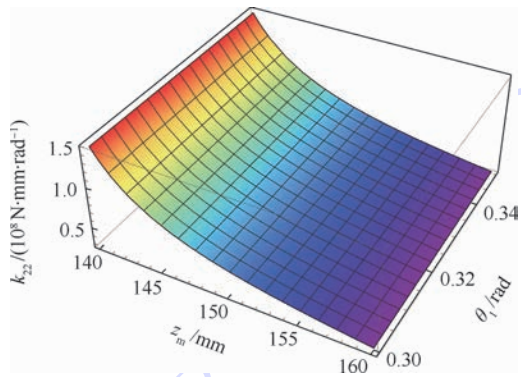


图 6 k_{22}在 θ_2 方向上随着 θ_1 和 z_m 变化的刚度分布（θ_2 = 0.3 rad）

Fig. 6 Stiffness distribution of k_{22} along θ_2 with change of θ_1 and z_m (when θ_2 = 0.3 rad)

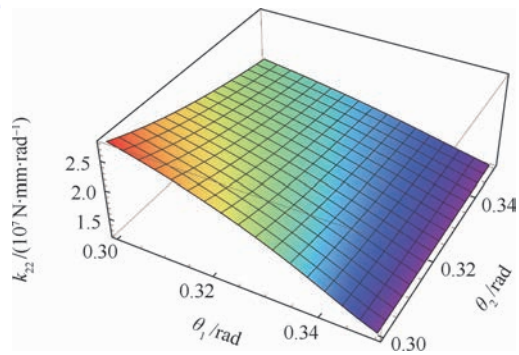


图 7 k_{22}在 θ_2 方向上随着 θ_1 和 θ_2 变化的刚度分布（z_m = 210 mm）

Fig. 7 Stiffness distribution of k_{22} along θ_2 with change of θ_1 and θ_2 (when z_m = 210 mm)

北航学报 赠阅

4　基于遗传算法的多目标优化

4.1　目标函数的建立

优化问题主要由目标函数和约束条件两部分组成[19-20]。目标函数主要包括 2 个:全局刚度和工作空间。对于全局刚度,由于刚度矩阵中对角线上的主元素 k_{11}、k_{22}、k_{33}分别对 θ_1、θ_2、z_m 上的刚度影响比较大,主要通过这几个刚度值来衡量全局刚度的大小。对于工作空间,可用工作空间内散点的个数来更衡量其大小,避免了复杂的推导过程,同时达到了优化的目的。

全局刚度 E 可以被描述为

$$E = k_{11} + k_{22} + k_{33} = \Omega(R_m, l_i, \varphi_1, \phi_1) \tag{24}$$

为区分 2 个优化目标的收敛曲线,定义以下优化目标函数:

$$\begin{cases} E = e_i \\ W = 1/w_i \end{cases} \tag{25}$$

式中:W 为工作空间体积的目标函数;e_i 和 w_i 分别为第 i 个性能指标。

结合约束条件,给出优化参数的尺寸约束范围:

$$\begin{cases} 220\ \text{mm} \leqslant R_m \leqslant 320\ \text{mm} \\ 200\ \text{mm} \leqslant l_i \leqslant 300\ \text{mm} \\ \pi/6\ \text{rad} \leqslant \varphi_1 \leqslant \pi/3\ \text{rad} \\ \pi/6\ \text{rad} \leqslant \phi_1 \leqslant \pi/3\ \text{rad} \end{cases} \tag{26}$$

同时,在优化过程中为保证刚度取值在工作空间之内,应对限制工作空间的参数进行约束

$$\begin{cases} 0 \leqslant s_i \leqslant 450\ \text{mm} \\ 50^\circ \leqslant \alpha_i \leqslant 120^\circ \\ 50^\circ \leqslant \beta_i \leqslant 120^\circ \end{cases} \tag{27}$$

4.2　优化过程

基于遗传算法对 3PSS-PU 并联机构进行多目标优化,优化的各项参数为:优化代数 G 为 100,群数为 20。通过编程计算,得出图 8 所示的目标函数优化曲线,图中展示了从 0 ~ 100 代的遗传运算的过程。由图 8(a)可看出 60 代以后,全局刚度值曲线趋于平稳;图 8(b)中工作空间散点曲线从 40 代以后趋于平稳,此时,全局刚度和工作空间散点数都达到最大。如表 2 所示,列举了第 100代中 20 组机构的优化设计参数值。

为了从 20 组设计参数中选出一组参数取值,此处采用机构体积最小的原则进行选取,该并联机构的体积公式近似表示为

$$V_m = \pi s_i^2 \sqrt{l_i^2 - (s_i - R_m)^2} \tag{28}$$

由式(28)可知,当s_i取最大值400 mm时,机

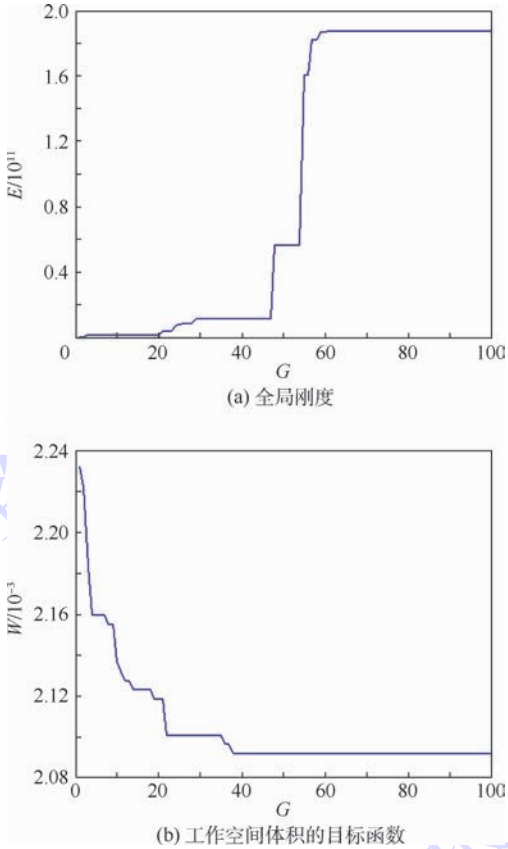


图 8　目标函数收敛图

Fig. 8　Convergence graph of objective function

表 2　3PSS-PU 并联机构优化设计参数

Table 2　Optimum design parameters of 3PSS-PU parallel mechanism

组　数	机构设计参数			
	R_m/mm	l_i/mm	φ_1/rad	ϕ_1/rad
1	266.608 0	237.058 5	0.676 7	0.687 6
2	269.573 9	237.284 5	0.634 9	0.733 3
3	270.356 9	236.858 3	0.634 9	0.733 3
4	267.452 5	237.519 3	0.676 7	0.687 6
5	269.551 9	237.284 3	0.634 9	0.733 3
6	269.551 9	237.284 3	0.676 7	0.687 6
7	267.452 5	237.519 3	0.676 7	0.687 6
8	267.199 7	237.557 2	0.634 9	0.733 3
9	266.526 2	237.056 6	0.634 9	0.733 3
10	269.573 4	237.284 4	0.634 9	0.733 3
11	270.347 2	236.971 9	0.676 7	0.687 6
12	267.452 5	237.519 3	0.634 9	0.733 3
13	269.551 7	237.284 3	0.634 9	0.733 3
14	269.329 7	237.303 0	0.676 7	0.687 6
15	270.355 1	236.848 2	0.634 9	0.733 3
16	269.562 5	237.280 2	0.634 9	0.733 3
17	269.414 6	237.272 3	0.676 7	0.687 6
18	267.473 7	237.515 3	0.676 7	0.687 6
19	270.339 5	236.969 1	0.634 9	0.733 3
20	267.452 5	237.519 3	0.634 9	0.733 3

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

构的体积最大，此时机构的体积公式可转化为

$$V_m = \pi s_{imax}^2 \sqrt{l_i^2 - (s_{imax} - R_m)^2} \tag{29}$$

把以上 20 组参数值代入式(29)对比可得，第 9 组参数优化值的机构体积最小，因此，取该组参数作为最终优化的设计参数值，整理后列出优化参数前后的对比值，如表 3 所示，$\theta_1 = \theta_2 = 0.34$ rad，$z_m = 120$ mm 时，优化前后的刚度对比值如表 4 所示，倍数为优化值与初始值的比值，S 为散点数。

通过以上对于全局刚度和工作空间的优化可以得出，优化后的机构的刚度和工作空间都变大，在一定条件下，优化后的全局刚度值是初始值的 1.880 倍，优化后工作空间的散点数是初始值的 1.150倍。

表 3 3PSS-PU 并联机构优化前后结构参数对比

Table 3 Comparison of initial and optimized structure parameters for 3PSS-PU parallel mechanism

设计参数	初始值	优化值
R_m/mm	250	267
l_i/mm	220	237
φ_1/rad	$\pi/3$	0.63
ϕ_1/rad	$\pi/3$	0.73

表 4 3PSS-PU 并联机构优化前后刚度参数对比

Table 4 Comparison of initial and optimized stiffness parameters for 3PSS-PU parallel mechanism

刚度参数	初始值	优化值	倍数
k_{11}	1 272.95	4 023.15	3.160
k_{22}	$6.244\,17 \times 10^7$	$1.102\,13 \times 10^8$	1.765
k_{33}	$9.851\,90 \times 10^5$	$9.015\,62 \times 10^6$	9.151
E	$6.342\,81 \times 10^7$	$1.192\,33 \times 10^8$	1.880
S	929 775	1 069 132	1.150

5 结 论

1）提出了一种用于防热层材料灌注的新型 3PSS-PU 并联灌注机器人，采用被动支链的约束方式，提高了机构的刚度，并通过圆形导轨增大了动平台的工作空间。

2）建立了并联灌注机构的约束方程，进行了运动学分析，在机构参数约束条件下绘制了机构的工作空间，并在雅可比矩阵的基础上建立了机构的刚度模型。

3）以全局刚度和工作空间为指标，基于遗传算法对机构进行多目标参数优化，并提出以工作空间内散点的数目来衡量工作空间体积大小，最终给出优化后机构尺寸参数，为蜂窝灌注机器人应用奠定基础。

参考文献（References）

[1] ACKERMAN P K, BAKER A L, NEWQUIST C W. Thermal protection system: US 5322725[P]. 1994-06-21.

[2] WU D F, ZHOU A F, ZHENG L M, et al. Study on the thermal protection performance of superalloy honeycomb panels in high-speed thermal shock environments[J]. Theoretical & Applied Mechanics Letters, 2014, 4(2): 19-26.

[3] 程文礼，袁超，邱启艳，等. 航空用蜂窝夹层结构及制造工艺[J]. 航空制造技术，2015，476(7)：94-98.
CHENG W L, YUAN C, QIU Q Y, et al. Honeycomb sandwich structure and manufacturing process in aviation industry[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2015, 476(7): 94-98 (in Chinese).

[4] 张纪奎，马志阳，李学梅，等. 带防热层复合材料锥壳热固化变形的数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报，2013，39(8)：1037-1041.
ZHANG J K, MA Z Y, LI X M, et al. Numerical simulation of cure deformation of composite taper shell with thermal protection layer[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(8): 1037-1041 (in Chinese).

[5] 郑力铭，吴大方，王岳武，等. 金属蜂窝板高温环境下的隔热性能试 验与计算[J]. 北京航空航天大学学报，2012，38(6)：731-735.
ZHENG L M, WU D F, WANG Y W, et al. Experiment and numerical simulation on heat-shielding properties of metallic honeycomb panel in high temperature environment[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(6): 731-735 (in Chinese).

[6] LEE C S G, ZIEGLER M. Geometric approach in solving inverse kinematics of PUMA robots[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 1984, 20(6): 695-706.

[7] OMODEI A, LEGNANI G, ADAMINI R. Three methodologies for the calibration of industrial manipulators: Experimental results on a SCARA robot[J]. Journal of Robotic Systems, 2000, 17(6): 291-307.

[8] NUBIOLA A, BONEV I A. Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(1): 236-245.

[9] FANG Y F, TSAI L W. Structure synthesis of a class of 4-DoF and 5-DoF parallel manipulators with identical limb structures[J]. International Journal of Robotics Research, 2002, 21(9): 799-810.

[10] 房海蓉，方跃法，郭胜. 四自由度对称并联机器人结构综合方法[J]. 北京航空航天大学学报，2005，31(3)：346-350.
FANG H R, FANG Y F, GUO S. Structural synthesis method for 4-degrees-of-freedom symmetrical parallel manipulators[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31(3): 346-350 (in Chinese).

[11] 张克涛，方跃法，房海蓉. 基于变胞原理的一种探测车机构设计与分析[J]. 北京航空航天大学学报，2007，33(7)：838-841.
ZHANG K T, FANG Y F, FANG H R. Design and analysis of a rover mechanism based on the metamorphic principle[J]. Jour-

nal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007,33(7):838-841(in Chinese).

[12] PASHKEVICH A,CHABLAT D,WENGER P. Stiffness analysis of over-constrained parallel manipulators[J]. Mechanism & Machine Theory,2009,44(5):966-982.

[13] GAO Z,ZHANG D. Performance analysis, mapping, and multi-objective optimization of a hybrid robotic machine tool[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(1):423-433.

[14] GAO F,PENG B,ZHAO H,et al. A novel 5-DOF fully parallel kinematic machine tool[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology,2006,31(1):201-207.

[15] 陈友东,季旭东,汤伟. 管道喷涂机器人:结构与位姿调整[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(2):209-215.
CHEN Y D,JI X D,TANG W. Pipeline spraying robot:Structure and pose adjustment[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(2):209-215(in Chinese).

[16] 于靖军,毕树生,宗光华,等. 面向生物工程的微操作机器人机构型综合研究[J]. 北京航空航天大学学报,2001,27(3):356-360.
YU J J,BI S S,ZONG G H,et al. Research on type synthesis of micromanipulation mechanisms for bioengineering[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2001,27(3):356-360(in Chinese).

[17] KIM G S,SHIN H J,YOON J. Development of 6-axis force/moment sensor for a humanoid robot's intelligent foot[J]. Sensors & Actuators A Physical,2008,2(3):122-133.

[18] CHI Z,ZHANG D,XIA L,et al. Multi-objective optimization of stiffness and workspace for a parallel kinematic machine[J]. International Journal of Mechanics and Materials in Design, 2013,9(3):281-293.

[19] KONAK A,COIT D W,SMITH A E. Multi-objective optimization using genetic algorithms:A tutorial[J]. Reliability Engineering & System Safety,2006,91(9):992-1007.

[20] HUANG H Z,QU N J,ZUO N M J. A new method of system reliability multi-objective optimization using genetic algorithms[C]// Proceedings of Reliability and Maintainability Symposium. Piscataway,NJ:IEEE Press,2006:278-283.

作者简介:

杨会　女,博士研究生。主要研究方向:并联机器人机构学。

房海蓉　女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:并联机器人机构学、数字化制造技术与装备、机电装备系统设计。

李典　男,博士研究生。主要研究方向:并联机器人机构学。

方跃法　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:机器人学、CAD/CAM、机械系统动力学、现代机械设计。

Kinematics analysis and multi-objective optimization of a novel parallel perfusion robot

YANG Hui[1], FANG Hairong[1,2,*], LI Dian[1], FANG Yuefa[1,2]

(1. Robotics Research Center, School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. Key Laboratory of Vehicle Advanced Manufacturing, Measuring and Control Technology, Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: In order to meet the demand of honeycomb structure perfusion of large spacecraft, a novel hybrid perfusion robot is proposed. This article mainly focuses on the analysis of the parallel mechanism. First, the kinematics analysis of 3PSS-PU parallel mechanism is conducted, and the inverse kinematic model and Jacobian matrix of 3PSS-PU mechanism are established. Then, the constraints of the main factors influencing workspace of the mechanism are given, and the reachable workspace is obtained. Next, stiffness model of the mechanism is established, and stiffness distribution of the mechanism in the process of movement is displayed. Finally, aimed at workspace volume and global stiffness, multi-objective optimization analysis of structure parameters is performed based on genetic algorithm, and final dimension parameters of the mechanism are obtained. This work would lay the foundation for the application of the honeycomb perfusion robot.

Keywords: parallel perfusion robot; kinematics analysis; workspace; stiffness; multi-objective optimization

Received: 2017-03-17; **Accepted**: 2017-05-12; **Published online**: 2017-06-30 09:00

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.0900.002.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51675037)

* **Corresponding author**. E-mail: hrfang@bjtu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0159

一种基于 SVM 的低空飞行冲突探测算法

韩冬[1], 张学军[1,*], 聂尊礼[1], 管祥民[2]
(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083; 2. 中国民航管理干部学院, 北京 100102)

摘 要: 随着低空飞行密度不断增加,低空航行安全已引起广泛关注,由于低空环境复杂,低空飞行受地面障碍物和天气影响比商用航空显著,传统的空中交通警戒与防撞系统(TCAS)和其他冲突探测方法并不适用于低空密集飞行环境。针对传统探测方法计算量大、适用性差的不足,引入支持向量机(SVM)的二元分类方法,通过对本机和周边飞机航迹归一化处理,采用智能优化算法对关键参数进行优化,利用模拟数据对分类器进行预先训练,实现了适用于低空飞行的高效冲突探测。以大量的仿造数据对算法有效性进行了测试验证,结果表明漏警率和误警率分别控制在约 0.1% 和 6%,克服了传统确定型方法与概率型方法难以兼顾效率与适用性的缺陷。

关 键 词: 通用航空; 冲突探测; 支持向量机(SVM); GA-PSO; 智能优化算法
中图分类号: V355
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0576-07

复杂低空受多样多变地形、障碍物和极端恶劣气象等复杂环境要素的约束,有限空域内多航空器的密集飞行呈现出高度复杂的时空相互制约性[1],基于航路航线冲突探测的一些假设条件在低空中并不适用。此外,由于低空冲突探测以短期预测为主,冲突探测必须在极短的时间内完成,这样才能保证在有限的时间、空间裕度内实施有效的躲避策略。综合考虑适用性与计算效率,是低空飞行冲突探测的难点所在。

国内外对于冲突探测的研究主要分为确定型(也称几何型)和概率型(也称解析型)2 类。确定型冲突探测[2-4]一般采用计算几何的方法,判断 2 架航空器在相遇几何内是否存在潜在飞行冲突。但是实际情况下存在风、导航定位、飞行员操作等不确定性因素引起的误差,将直接影响到冲突探测的准确度。概率型冲突探测[5-7]则通过计算航空器之间的冲突概率,以解析的方法确定是否存在潜在飞行冲突,但是阈值的选取十分关键:如果阈值选取过大,可能造成漏警;如果阈值选取过小,则可能造成大量的误警[8]。

传统的空中交通警戒与防撞系统(Traffic Alert and Collision Avoidance System, TCAS)是当前广泛应用的机载避撞系统[9],主要为飞行员提供空-空碰撞告警。TCAS Ⅰ只提供碰撞告警服务,TCAS Ⅱ除了告警外,还提供冲突解脱建议,但只是简单的爬升和下降机动,此外 TCAS Ⅱ在 1 000 m以下低空存在较高的虚警率,在通用航空上应用并不广泛[10]。广播式自动相关监视(Automatic Dependent Surveillance-Broadcast, ADS-B)设备结构简单,成本较低,信息更新速率快,监视精度较高,已经广泛用于高空航线飞机和低空通航飞机上[11]。

Lin[12]根据 TCAS 检测逻辑,设计了一种基于 ADS-B 和目视飞行规则的针对低空通航小飞机

收稿日期: 2017-03-17; **录用日期**: 2017-04-01; **网络出版时间**: 2017-04-13 17:48
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170413.1748.007.html
基金项目: 国家自然科学基金 (U1533119)
* **通信作者**. E-mail: zhxj@buaa.edu.cn

引用格式: 韩冬, 张学军, 聂尊礼, 等. 一种基于SVM 的低空飞行冲突探测算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 576-582. HAN D, ZHANG X J, NIE Z L, et al. A conflict detection algorithm for low-altitude flights based on SVM [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 576-582 (in Chinese).

的空域冲突探测和解脱方法。焦玉亮等[13]采用支持向量机(Support Vector Machine，SVM)，提出一种针对高空航路的水平二维冲突探测方法。

考虑到通用航空一般在特定空域内飞行，在相对固定的飞行环境中，可以获取丰富的历史飞行数据，通过提前分析这些先验数据，挖掘数据关联特征，提取飞行冲突探测的判定依据，是一种解决低空复杂飞行冲突探测问题的新思路。航空器可以在起飞前加载经过训练的分类器，减少飞行中在线解算的时间，有效解决传统冲突探测算法难以兼顾适用性与解算效率的缺陷。

1　基于 SVM 的冲突探测

假设空域内的飞机均装有 ADS-B OUT 设备，飞机获取到由监视空域内其他飞机播发的 ADS-B 报文数据，由自身的机载设备获取到本机的相关信息。数据选取主要选择目标飞机的识别号(ID)、目标飞机和本机的位置信息和速度信息。目标飞机的位置表示为 $\boldsymbol{P}_i^{\mathrm{a}}=(x_i,y_i,z_i)$，速度为 $\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{a}}=(v_{xi},v_{yi},v_{zi})$，本机的位置表示为 $\boldsymbol{P}_o=(x_o,y_o,z_o)$，速度为 $\boldsymbol{V}_o=(v_{xo},v_{yo},v_{zo})$。

检测系统的结构如图 1 所示。

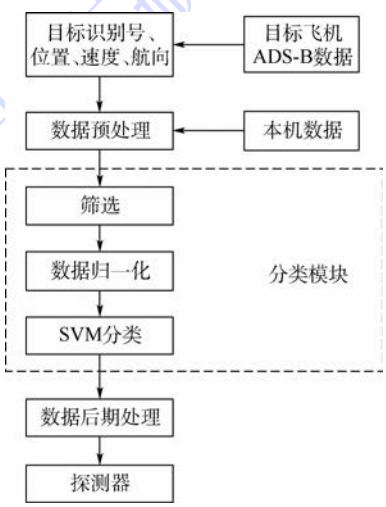


图 1　检测系统结构

Fig. 1　Detection system structure

1.1　数据预处理

数据预处理主要计算目标飞机相对于本机的位置、速度和航向等信息。

首先以本机为参考，进行坐标转换，得到相对位置 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{R}}=(x_{\mathrm{R}},y_{\mathrm{R}},z_{\mathrm{R}})=\boldsymbol{P}_i^{\mathrm{a}}-\boldsymbol{P}_o=(x_i-x_o,y_i-y_o,z_i-z_o)$，此时，本机位于坐标原点，本机航向方向为 Y 轴正方向方向。相对速度表示为 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}=(v_{\mathrm{Rx}},v_{\mathrm{Ry}},v_{\mathrm{Rz}})=\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{a}}-\boldsymbol{V}_o=(v_{xi}-v_{xo},v_{yi}-v_{yo},v_{zi}-v_{zo})$。之后，根据相对位置坐标和相对数据坐标计算目标飞机的相对水平航向和垂直航向。根据冲突模型，为避免飞机与飞机发生物理接触，设置一个环绕于飞机的圆柱形区域，该区域同时考虑了冲突模型中 2 架飞机导航设备的精度而产生的不确定性和飞机本身的尺寸。当一架飞机的位置处于另一架飞机的冲突保护区内时，则认为两架飞机发生冲突。当一架飞机的航迹将在一定时间后到达另一架飞机的冲突保护区内，则认为存在潜在冲突。

为了简化模型，保护区设置为半径 528 ft(1 ft = 0.304 8 m)的球形，如图 2 所示。

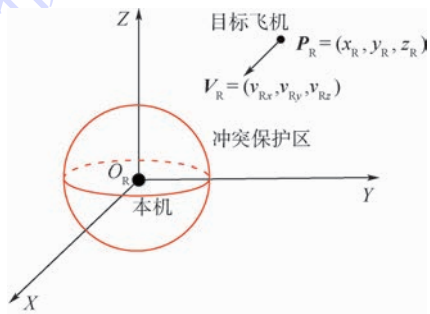


图 2　保护区模型

Fig. 2　Protection zone model

相对水平航向是以相对坐标系的 X 轴正方向为基准的。

1) 如果目标飞机的相对速度 $v_{\mathrm{Rx}}>0,v_{\mathrm{Ry}}>0$，水平相对航向为 $\theta=\arctan\left(\dfrac{v_{\mathrm{Ry}}}{v_{\mathrm{Rx}}}\right)$。

2) 如果目标飞机的相对速度 $v_{\mathrm{Rx}}<0,v_{\mathrm{Ry}}>0$ 或者 $v_{\mathrm{Rx}}<0,v_{\mathrm{Ry}}<0$，水平相对航向为 $\theta=\arctan\left(\dfrac{v_{\mathrm{Ry}}}{v_{\mathrm{Rx}}}\right)+\pi$

3) 如果目标飞机的相对速度 $v_{\mathrm{Rx}}>0,v_{\mathrm{Ry}}<0$，水平相对航向为 $\theta=\arctan\left(\dfrac{v_{\mathrm{Ry}}}{v_{\mathrm{Rx}}}\right)+2\pi$。

垂直航向是以相对坐标轴中 Z 轴正方向为基准。

1) 如果垂直相对速度 $v_{\mathrm{Rz}}>0$，垂直航向为 $\varphi=\arctan\left(\dfrac{\sqrt{v_{\mathrm{Rx}}^2+v_{\mathrm{Ry}}^2}}{v_{\mathrm{Rz}}}\right)$。

2) 如果垂直相对速度 $v_{\mathrm{Rz}}<0$，垂直航向为 $\varphi=\arctan\left(\dfrac{\sqrt{v_{\mathrm{Rx}}^2+v_{\mathrm{Ry}}^2}}{v_{\mathrm{Rz}}}\right)+\pi$。

将经过预处理的数据 $\boldsymbol{T}_i=(x_{\mathrm{Ri}},y_{\mathrm{Ri}},z_{\mathrm{Ri}},\|\boldsymbol{V}_{\mathrm{Ri}}\|,\theta_{\mathrm{Ri}},\varphi_{\mathrm{Ri}})$ 输入 SVM 模块进行分类判别，x_{Ri}、y_{Ri}、z_{Ri}、θ_{Ri}、φ_{Ri}分别为相对经度、相对纬度、相对高度、相对水平航向、相对垂直航向，$\|\boldsymbol{V}_{\mathrm{Ri}}\|=$

北航学报 赠阅

$\sqrt{v_{Rx}^2+v_{Ry}^2+v_{Rz}^2}$ 为相对速度。

1.2 SVM 模块

在将经过预处理的数据输入 SVM 模块后，笔者首先将数据进行过滤处理，将一些一定不会发生冲突的目标提前进行分类处理，如表 1 所示。

经过训练的 SVM 分类器对经过过滤和归一化的输入数据进行分类。对于所有的分类目标，如果在 t 时刻目标为存在潜在冲突可能，则在假设对于第 i 架飞机在 t 时刻的预测值为 $P_t(\boldsymbol{T}_i)=1$，如果目标在 t 时刻经过 SVM 分类检测不存在冲突可能，则 $P_t(\boldsymbol{T}_i)=-1$。

数据后期处理主要采用移动平均加权，考虑到对飞机的冲突检测是一个连续的过程，在某个时间点对冲突进行探测，需要考虑前一段时间的预测结果。移动加权平均的滑动窗口为 m，滑动加权系数 $w=\{w_{t-m+1},\cdots,w_{t-1},w_t\}$，则对于第 i 架飞机在 t 时刻经过移动加权平均后的预测值为

$$F_t^i=\frac{\sum_{j=t-m+1}^{t}w_jP_j(\boldsymbol{T}_i)}{\sum_{j=t-m+1}^{t}w_j}$$

设置判断阀值 T（固定常量）。如果 $F_t^i>T$，则在 t 时刻对于此目标飞机判定为存在冲突的可能，否则判为非冲突目标。

表 1 无冲突判定准则

Table 1 No conflict judgment criteria

卦限编号	卦限区间	无冲突判定准则
1	$x_R>0,y_R>0,z_R>0$	$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi,0<\varphi<\frac{\pi}{2}$
2	$x_R<0,y_R>0,z_R>0$	$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi,0<\varphi<\frac{\pi}{2}$
3	$x_R<0,y_R<0,z_R>0$	$\pi<\theta<\frac{3\pi}{2},0<\varphi<\frac{\pi}{2}$
4	$x_R>0,y_R<0,z_R>0$	$\frac{3\pi}{2}<\theta<2\pi,0<\varphi<\frac{\pi}{2}$
5	$x_R>0,y_R>0,z_R<0$	$0<\theta<\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}<\varphi<\pi$
6	$x_R<0,y_R>0,z_R<0$	$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi,\frac{\pi}{2}<\varphi<\pi$
7	$x_R<0,y_R<0,z_R<0$	$\pi<\theta<\frac{3\pi}{2},\frac{\pi}{2}<\varphi<\pi$
8	$x_R>0,y_R<0,z_R<0$	$\frac{3\pi}{2}<\theta<2\pi,\frac{\pi}{2}<\varphi<\pi$

2 支持向量机

SVM 是由 Cortes 和 Vapnik[14] 提出的一种基于统计学习理论的机器学习方法，它是基于结构风险最小化原则对数据进行分类，将原始数据通过核函数映射到高维空间中，采用线性超平面对数据进行分类，解决了在低维数据空间中线性不可分的问题。常用的核函数有：线性核函数为 $\langle\alpha\cdot\alpha_i\rangle$；多项式核函数为 $(\langle\alpha\cdot\alpha_i\rangle+R)^d$；径向基核函数为 $e^{\frac{-\|\alpha-\alpha_i\|^2}{\sigma^2}}$。其中：$R$ 为常数项；d 为多项式度；σ 为径向基函数的宽度。

通过选取适当的核函数及相应的参数，以及惩罚因子 C，可以建立一个适当的分类模型对数据进行分类。所以，参数的选取是建立 SVM 模型的重要步骤。本文选取径向基函数作为其核函数，涉及到的参数有 C 和 σ。

C 主要影响建立 SVM 模型的复杂度。较高的 C 使得模型的复杂度高，但模型的推广能力差，C 越低，建立的模型越简单，模型的推广能力越高。较高的 C 虽然使得模型训练准确度高，但是对于预测样本的分类正确率低。

σ 控制了径向的作用范围，σ 越高，对于特征数据的映射能力越弱，σ 越低，映射能力越强，但是可能会造成过拟合的情况。

传统的参数选取的方法包括网格搜索（Grid-Search）法和经验选择法，经验选择法虽然简单，但是存在很大的主观性。网格搜索法在一定的搜索空间中以一定的步进逐步搜索，但是存在计算量大，搜索精度不足等问题。

近年来，国内外许多研究学者采用进化算法对 SVM 的参数进行选取。常用的有遗传（GA）算法和粒子群（PSO）算法。GA 算法借鉴生物界中生物进化繁衍的规律，通过对个体的选择、交叉、变异等操作来寻找解空间的潜在最优解。但是 GA 算法具有较大的随机性，且算法本身的参数设置过多，容易产生早熟收敛等问题。PSO 算法模拟鸟群捕食行为，通过考虑粒子的个体最优值和全体最优值来引导粒子的搜索策略。但是 PSO 算法同样存在容易陷入局部最优的情况，切对于粒子的初始值比较敏感。所以本文结合 GA 和 PSO 算法各自的优点，提出一种 GA-PSO 混合算法，来解决 SVM 的参数寻优问题，训练流程如图 3 所示。

2.1 GA-PSO 混合算法

PSO 算法粒子种群由 n 个粒子组成 $\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_n)$，每一个粒子位置 $\boldsymbol{X}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{iD})$，$D$ 为解空间的维数；每一个粒子的速度为 $\boldsymbol{V}_i=(V_{i1},V_{i2},\cdots,V_{iD})$，以 K 类交叉验证（cross-validation）[15] 正确率作为粒子的适应度函数 P。所谓 K 类交叉验证，就是将训练集平均分为 K 份，

北航学报 赠阅

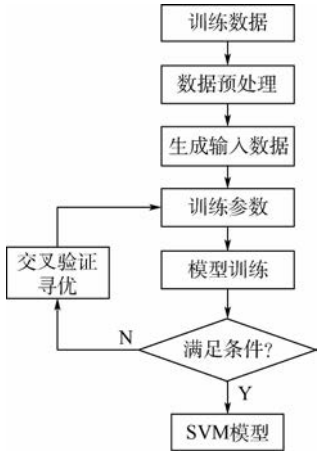


图 3　GA-PSO 混合算法训练流程

Fig. 3　GA-PSO hybrid algorithm training process

每次取 1 份作为测试集,剩余的 $K-1$ 份作为训练集,然后采用当前的参数取值,也就是粒子位置 $\boldsymbol{X}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{iD})$ 作为训练参数时进行模型的建立和对测试集的分类,最后将 K 个模型的分类正确率平均。个体极值为 $\boldsymbol{P}_i=(P_{i1},P_{i2},\cdots,P_{iD})$,全局极值为 $\boldsymbol{P}_g=(P_{g1},P_{g2},\cdots,P_{gD})$,粒子的更新公式为

$$V_{id}^{k+1}=wV_{id}^{k}+c_1r_1(P_{id}^{k}-X_{id}^{k})+c_2r_2(P_{gd}^{k}-X_{id}^{k})$$

$$X_{id}^{k+1}=X_{id}^{k}+V_{id}^{k+1}$$

式中:k 为种群的当前迭代次数;c_1、c_2 为加速度常数;r_1、r_2 为(0,1)之内的随机数。

粒子的位置变化幅度是由粒子的飞行速度的大小决定的,粒子飞行速度大,能够在短时间内飞到搜索空间中最优解的区域,其全局搜索能力较强,粒子飞行速度较低时,粒子的位置变化幅度较小,有利于增加搜索的精度,局部搜索能力强,全局搜索能力弱。但是,如果粒子的飞行速度一直保持一个较高的值,可能会导致粒子越过最优解区域,飞行速度一直较低的时候,虽然搜索的精度会增加,但是可能导致粒子陷入局部最优解。所以对速度更新公式增加了一个加权系数:

$$w=0.9-\frac{0.5}{1+\mathrm{e}^{-15\frac{g-\frac{G}{2}}{G}}}$$

式中:g 为当前迭代次数;G 为最大迭代次数。以此,粒子在迭代初期能够保持较高的更新速度,以获得较强的全局搜索能力,在迭代后期具有较低的更新速度,具有较强的局部搜索能力,w 变化曲线如图 4 所示。

在算法迭代初期,为了加大粒子的不确定度,增强算法的全局搜索能力参考遗传算法的机理,对粒子进行变异,具体流程如图 5 所示。

步骤 1　设定种群规模和迭代次数,搜索空间大小和速度大小等参数。根据限制随机初始化粒子的位置 $\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_n)$ 和速度 $\boldsymbol{V}=(\boldsymbol{V}_1,\boldsymbol{V}_2,\cdots,\boldsymbol{V}_n)$。

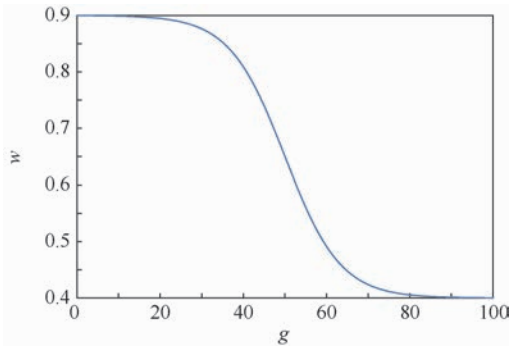


图 4　w 变化曲线

Fig. 4　Variation curve of w

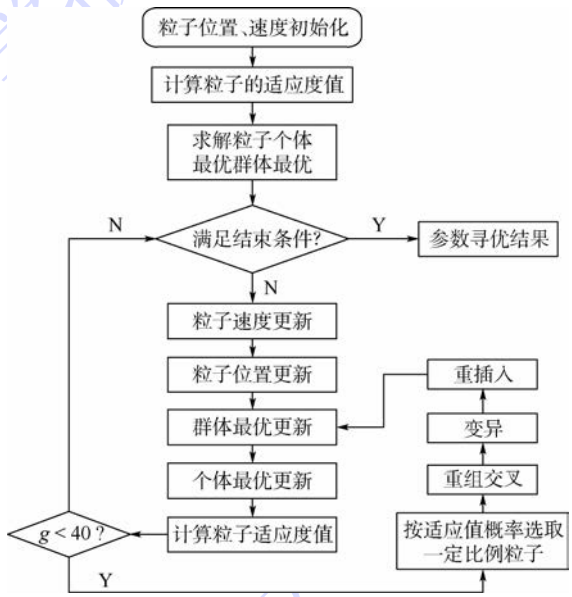


图 5　粒子变异流程

Fig. 5　Particle variation process

步骤 2　根据每个粒子的位置 $\boldsymbol{X}_i=(x_{i1},x_{i2})$ 对模型进行训练,将交叉验证正确率作为该粒子的适应度。

步骤 3　根据每个粒子的适应度和其历史位置上的适应度相比较,将适应度较高的作为新的个体极值 $\boldsymbol{P}_i=(P_{i1},P_{i2},\cdots,P_{iD})$。

步骤 4　根据每个粒子的适应度和所有粒子经过的最优适应度相比较,将适应度较高的作为新的全局极值 $\boldsymbol{P}_g=(P_{g1},P_{g2},\cdots,P_{gD})$。

步骤 5　根据粒子的速度和位置更新公式对粒子进行更新。

步骤 6　迭代次数是否满足条件 $g<40$,若满足进行步骤 7,是否满足最大迭代次数,如果满足,输出结果,若不满足,返回步骤 3。

步骤 7　计算粒子的适应度值,根据粒子适

北航学报 赠阅

应度的大小按一定比例选从种群 $\boldsymbol{Z}$ 取出种群 $\boldsymbol{Z}_2$。

步骤 8 对 $\boldsymbol{Z}_2$ 进行重组交叉。

步骤 9 对 $\boldsymbol{Z}_2$ 进行变异。

步骤 10 计算 $\boldsymbol{Z}_2$ 的适应度，根据适应度重插入种群 $\boldsymbol{Z}$ 中，保留适应度高的，排除适应度低的。

步骤 11 返回步骤 3。

2.2 算法比较

实验的相关参数设置如表 2 所示。

采用 5-折交叉验证，分别生成了 3 组训练数据，比较 GA、PSO 和 GA-PSO 3 种算法的寻优性能。训练数据为经过过滤和归一化的目标飞机状态信息，包含目标飞机的相对位置、相对速度和相对航向角等信息，如表 3 所示。

记录训练过程中的每一代的交叉验证正确率，针对每组数据，采用 3 种算法分别进行 50 次寻优，记录训练过程中每一代的平均正确率。图 6为训练数据样本为 200 个的时候，训练过程中，交叉验证过程适应度的变化。

将 50 次的训练结果作为参数去分别训练 SVM 模型，并对测试数据进行预测分类，测试数据为目标飞机相对状态信息，其中一半为冲突状态，另一半为非冲突状态。

平均正确率统计如表 4 所示。

可以看出，GA-PSO 混合算法能够克服原GA和PSO算法过早收敛的不足。由于寻优前期较大

表 2 3 种算法参数

Table 2 Parameters of three algorithms

参 数	GA 算法	PSO 算法	GA-PSO 混合算法
训练代数	100	100	100
种群大小	30	30	30
c_1	N/A	1.5	1.5
c_2	N/A	1.7	1.7
代沟	0.9	N/A	0.5
交叉概率	0.7	N/A	0.7
变异概率	0.02	N/A	0.02

注：N/A 表示不适用。

表 3 归一化飞行状态

Table 3 Normalized flight status

飞机序号	相对经度 x_{Ri}	相对纬度 y_{Ri}	相对高度 z_{Ri}	相对速度 $\|\boldsymbol{V}_{Ri}\|$	相对航向角 θ_{Ri}
1	0.34	0	0.212	-1	0.2
2	0.78	-0.5	-0.261	0.2	0.5
3	-0.88	1	0.921	0	0.1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	-0.44	0.34	0	-0.3	0.8

注：x_{Ri}、y_{Ri}、z_{Ri}、$\|\boldsymbol{V}_{Ri}\|$的区间为[-1,1]；θ_{Ri}区间为[0,1]。

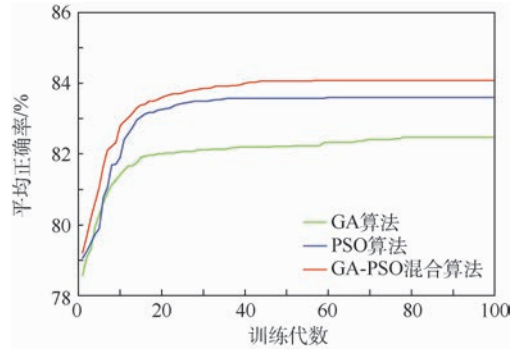


图 6 交叉验证平均正确率

Fig. 6 Average accuracy of cross-validation

表 4 SVM 模型的平均正确率

Table 4 Average accuracy of SVM models %

训练集(冲突-非冲突)	GA 算法	PSO 算法	GA-PSO 混合算法
100-100	82.016 9	81.903	82.789
150-150	87.649 8	87.603 4	89.029
200-200	82.713 1	83.641 4	84.244
300-300	85.779 7	87.139 8	87.411

的随机性和随着训练代数而变化的粒子速度。由于 GA-PSO 混合算法具有较好的全局寻优能力，在局部寻优时也有较好的准确性，其能够搜索到更优的解。

3 仿真分析

以经典的 CESSNA 172 单引擎飞机作为目标参考(其主要参数见表 5)，生成了4 000 个作为训练数据，其中包含 2 000 个冲突飞机的特征数据，2 000 个不冲突飞机的特征数据，相对位置坐标位于本机水平范围 0.9 ~ 3.0 nmi(1 nmi = 1.852 km)。选取 RBF 径向基核函数，采用 GA-PSO 混合算法寻得训练参数。

采用蒙特卡罗方法对该方法的性能进行分析，生成测试数据一共 20 组，每组一共包含 500 个航迹信息，250 个冲突航迹和 250 个不冲突的航迹，航迹的初始相对位置位于本机监视范围 1.3 ~ 3.0 nm之间，针对每个航迹，进行持续10 s 的检测时间，监视范围为水平1 ~ 3 nm，如果目

表 5 CESSNA 172 的尺寸和性能

Table 5 Dimensions and performance of CESSNA 172

尺 寸	数 值	主要性能	数 值
长/ft	27.2	最大巡航速度/(km · h^{-1})	230
高/ft	8.9	最大航程/nmi	640(1 185 km)
翼展/ft	36.1	最大爬升率/(ft · mim^{-1})	730(223 m/min)
		极限速度/(km · h^{-1})	302
		失速速度/(km · h^{-1})	89

注：最大承载人数为 4。

北航学报 赠阅

标飞机位置处于在水平监视范围以外时停止检测,垂直检测范围为 1 000 m 以下,测试统计结果如表 6 所示。

表 7 显示了所提出的检测系统的性能。初始检测状态是指第 1 s 时,SVM 对目标飞机状态的分类结果,-1 为非冲突,1 为冲突。10 s 内检测是指对目标的航迹进行持续 10 s 的检测,不经过移动平均加权时,-1 为非冲突,1 为冲突,经过移动平均时,$F_t^i \geqslant T$ 为冲突,$F_t^i < T$ 为不冲突,此处,移动步数为 3,加权系数 $w = \{2,3,5\}$,$T = 0$。

表 6　用于检测的统计数据

Table 6　Statistical data for detection

检测总次数	冲突航迹检测次数	不冲突航迹检测次数
104 069	51 680	52 439

表 7　检测系统性能的统计数据

Table 7　Statistical data for performance of detection system

性　能	初始检测状态	10 s 内检测	
		不经过移动加权平均	经过移动加权平均
漏警数	10	57	52
误警数	363	3 280	3 277
漏警率/%	N/A	0.110 3	0.100 6
误警率/%	N/A	6.254 9	6.249 2

4　结　论

1) 本文提出的基于 SVM 的冲突探测算法,将冲突探测问题转化为一个规划求解的问题。首先对 ADS-B 报文数据进行筛选和归一化处理,其次通过 GA-PSO 混合算法完成 SVM 的参数选优,并通过先验信息对 SVM 进行训练,最后通过移动加权平均,优化 SVM 分类判定结果,实现了基于 SVM 的飞行冲突探测。

2) 通过对比参数优化及探测能力实验结果,GA-PSO 混合算法在参数优化上性能优良,确保训练后的 SVM 在冲突探测时保持了较高的正确率和解算速度,本文算法适用于解决低空复杂飞行冲突探测问题。

参考文献 (References)

[1] GARIEL M, HANSMAN R, FRAZZOLI E. Impact of GPS and ADS-B reported accuracy on conflict detection performance in dense traffic: AIAA-2011-6893[R]. Reston: AIAA, 2011.

[2] FULTON N L. Airspace design: Towards a rigorous specification of complexity based on computational geometry[J]. Aeronautical Journal, 1999, 103(1020): 75-84.

[3] CHIANG, YI J, KLOSOWSKI J, et al. Geometric algorithms for conflict detection and resolution in air traffic management [C]// 36th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1997, 2(2): 1835-1840.

[4] MCDONALD J, VIVONA R. Strategic airborne conflict detection of air traffic and area hazards: NAS2-98005[R]. Washington, D. C.: NASA, 2000.

[5] PRANDINI M, HU J, SASTRY S. A probabilistic approach to aircraft conflict detection[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2000, 1(4): 199-220.

[6] JARDIN M R. Grid-based strategic air traffic conflict detection: AIAA-2005-5826[R]. Reston: AIAA, 2005.

[7] HU J. Aircraft conflict detection in presence of spatially correlated wind perturbations: AIAA-2003-5339[R]. Reston: AIAA, 2003.

[8] 李彬,吴珍珍. 基于航迹预测的飞行冲突预测[J]. 微处理机,2011(2):73-80.
LI B, WU Z Z. Flight conflict detection based on flight path prediction[J]. Microprocessors, 2011(2): 73-80(in Chinese).

[9] 韩艳茹,敬忠良,龚嘉琦. 空中交通预警与防撞系统(TCAS)风险及对策研究[J]. 计算机测量与控制,2012,20(3):737-740.
HAN Y R, JING Z L, GONG J Q. Research of traffic alert and collision avoidance system (TCAS) risk and countermeasure [J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20(3): 737-740 (in Chinese).

[10] WILLIAMSON T, SPENCER N A. Development and operation of the traffic alert and collision avoidance system(TCAS)[J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(11): 1735-1744.

[11] 林熙. 密集飞行条件下的间隔自主保持方法研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2011:11-13.
LIN X. Research on self-separation assurance methods in condition of intensive flight[D]. Beijing: Beihang University, 2011: 11-13(in Chinese).

[12] LIN C E. Collision avoidance solution for low-altitude flights [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2011, 225(7): 779-790.

[13] JIAO Y L, ZHANG X J, GUAN X M. An algorithm for airborne conflict detection based on support vector machine[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 229-231: 1140-1145.

[14] CORTES C, VAPNIK V. Support-vector networks[J]. Machine Learning, 1995, 20(3): 273-276.

[15] KOHAVI R. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection[C] // Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York: ACM, 1995: 1137-1143.

作者简介:

韩冬　男,博士研究生。主要研究方向:航空监视、航空电子。

张学军　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:航空数据通信系统、航空电子技术、现代空中交通管理技术。

北航学报 赠阅

A conflict detection algorithm for low-altitude flights based on SVM

HAN Dong[1], ZHANG Xuejun[1,*], NIE Zunli[1], GUAN Xiangmin[2]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. Civil Aviation Management Institute of China, Beijing 100102, China)

Abstract: With the continuous increasing of flight density, the aviation safety in low altitude has caused extensive concern. Low-altitude environment is complex, and ground obstacles and weather have more significant impact on low-altitude flight than commercial aviation. Traditional traffic alert and collision avoidance system (TCAS) and other methods may not be applicable to low-altitude intensive flight environment. In view of the computational complexity and lack of applicability of traditional detection methods, a binary classification method of support vector machine (SVM) was introduced. By normalizing the trajectories of own and surrounding aircraft, optimizing the key parameters by intelligent optimization algorithm, and pre-training the classifier through simulation data, efficient conflict detection for low-altitude flight was carried out. Various sets of artificial data were utilized to verify the effectiveness of the algorithm. The results show that the missed alarm rate and false alarm rate are controlled at about 0.1% and 6% respectively, which proves that the proposed algorithm can overcome the shortcomings of traditional deterministic and probabilistic methods which are difficult to take both the efficiency and applicability into account.

Keywords: general aviation; conflict detection; support vector machine (SVM); GA-PSO; intelligent optimization algorithm

北京航空航天大学学报

Received: 2017-03-17; **Accepted**: 2017-04-01; **Published online**: 2017-04-13 17:48

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170413.1748.007.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (U1533119)

* **Corresponding author**. E-mail: zhxj@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0146

基于 BDS-GD 的低截获概率雷达信号识别

王星*，吴鹏程，田元荣，王玉冰
（空军工程大学 航空航天工程学院，西安 710038）

摘 要：针对在信号特征提取与识别中使用双谱估计数据量大、维度高的问题，提出了双谱对角切片（BDS）与广义维数（GD）相结合的识别方法。通过提取信号双谱对角切片减少数据量，并利用多重分形理论中的广义维数降低数据维度，对切片内部特性进行细微描述，基于距离测度提出特征评价指标，从而选出最具有区分度的3个阶数对应的广义维数作为特征向量，输入到最小二乘支持向量机中进行分类识别。使用4种低截获概率（LPI）雷达信号作为待识别信号，仿真结果表明，本文方法提取的信号特征在特征空间中有良好的聚集性和离散性，在0 dB信噪比下，识别准确率能达到92.2%，与选取的其他方法对比说明其具有很好的识别性能。

关 键 词：低截获概率（LPI）；双谱对角切片（BDS）；多重分形；广义维数（GD）；特征提取
中图分类号：TN97
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0583-10

在电子情报（Electronic Intelligence，ELINT）分析中，需要对截获的信号进行预处理、分选、识别与参数估计等工作，其中传统的信号识别通常选择雷达信号的脉间参数[1]，主要有脉冲宽度（PW）、脉冲到达时间（DOA）、脉冲重复频率（PRI）和占空比（DR）等。基于信号脉间参数的识别技术在辐射源数量少、电磁环境较为简单、信号流密度低、信号形式简单的情况下，可以得到较好的结果。然而随着雷达技术的不断提高，新型雷达技术的发展改变了传统格局，尤其是低截获概率（Low Probability of Intercept，LPI）[2-3]雷达具有高分辨、低截获、大时宽带宽积和强抗干扰能力等特点，使得基于脉间参数的识别方法已经不能满足电子战的要求，因此亟需寻找信号脉内细微特征进行分析与提取。

高阶谱分析具有时移不变性、相位保持性、尺度不变性以及抑制高斯噪声性等特点，能够有效保留信号的振幅与相位信息[4-5]。国内外许多学者在利用高阶谱，尤其双谱进行特征提取方面也有广泛研究，主要是通过在获取信号双谱的基础上进行特征的多次提取。文献[6]提取信号双谱后计算双谱围线积分，利用围线积分提取均值、波形熵和双谱熵作为量化特征进行个体识别；文献[7]通过计算信号双谱后利用奇异值分解提取到双谱奇异谱熵，对不同雷达脉内调制进行识别；文献[8]在利用信号双谱的基础上将Bhattacharyya分离度准则作为特征的二次提取，在6种雷达信号中的平均识别率可达95%。然而上述文献都是直接利用双谱的高维数据进行二次特征提取，在计算量上较为复杂。

信号分形维数特征度量了信号的复杂度和不规则度，在信号检测、目标识别和故障诊断等领域中备受关注[9-10]。分形维数可分为单分形和多重分形，其中单分形仅仅从事物的平均或整体角度进行度量，很难描述不同调制的信号波动特征；而多重分形能够从信号的全局和局部出发研究信号的

收稿日期：2017-03-13；**录用日期**：2017-06-09；**网络出版时间**：2017-07-10 18:24
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170710.1824.001.html
基金项目：航空科学基金（20152096019）
*通信作者. E-mail：wangx1965@163.com

引用格式：王星，吴鹏程，田元荣，等. 基于BDS-GD的低截获概率雷达信号识别[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：583-592. WANG X，GUO P C，TIAN Y R，et al. LPI radar signal recognition based on BDS-GD[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：583-592(in Chinese).

北航学报 赠阅

内部特征,并且对于信号处理的计算量较小[11-12]。

本文使用目前应用较为广泛的 FMCW、Frank、BPSK 和 FSK/PSK 4 种 LPI 雷达信号作为研究对象。首先通过计算信号的双谱对角切片(Bispectra Diagonal Slice, BDS),降低数据维度,减少二次计算的复杂度;然后在对角切片的基础上,利用多重分形中的广义维数(Generalized Dimension, GD)刻画不同信号切片特征;最后通过最小二乘支持向量机(LSSVM)进行分类识别。仿真实验表明,本文方法提取的信号特征在不同信噪比条件下具有较高的识别准确率。

1 双谱对角切片提取

双谱是高阶谱中最简单的形式,是信号三阶累积量谱的简称,通过对信号三阶累积量进行 2 次傅里叶变换得到。相比于功率谱等二阶统计量,双谱包含了二阶统计量没有的相位信息,并且相对于阶数更高的其他高阶谱,双谱运算可以较好地避免维度过高产生的“维数灾难”[13],因此双谱在信号特征表示和识别中得到广泛运用。

对于零均值信号,其高阶累计量 $C_{kx}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})$ 是绝对可积的,即

$$\sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty}\sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty}\cdots\sum_{\tau_{k-1}=-\infty}^{\infty}|C_{kx}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})|<\infty \tag{1}$$

式中:τ 为随机变量。

则 k 阶谱定义为 k 阶累计量的 $k-1$ 维离散傅里叶变换,即

$$S_{kx}(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_{k-1})=\sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty}\sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty}\cdots\sum_{\tau_{k-1}=-\infty}^{\infty}C_{kx}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\sum_{i=1}^{k-1}\omega_i\tau_i} \tag{2}$$

式中:ω 为频率。

当 $k=3$ 时,即可得三阶累积量谱,即双谱

$$B_x(\omega_1,\omega_2)=S_{3x}(\omega_1,\omega_2)=\sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty}\sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty}C_{3x}(\tau_1,\tau_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2)} \tag{3}$$

式中:$C_{3x}(\tau_1,\tau_2)$ 为信号的三阶相关函数,表达式为

$$C_{3x}(\tau_1,\tau_2)=E\{s^*(t)s(t+\tau_1)s(t+\tau_2)\} \tag{4}$$

式中:t 为时间。

假设接收到的 LPI 信号为 $x(t)=s(t)+n(t)$,$s(t)$ 为原始的 LPI 信号,$n(t)$ 为高斯白噪声,且 $s(t)$ 与 $n(t)$ 相互独立。含高斯白噪声的信号的三阶累积量与高斯白噪声无关[14],估计出的双谱中只包含发射信号信息本身、非高斯噪声的特征以及相关常量。因此对于接收到的 LPI 信号,其双谱可以有效抑制高斯白噪声的影响,并能主要体现信号本身固有的信息,进而得到不同 LPI 信号特有的信号特征。

双谱估计常用的方法有直接法和间接法,为适用于实时性处理[15],本文对 LPI 雷达信号 FMCW、Frank、BPSK 和 FSK/PSK 采用直接法估计信号双谱。图1为4种LPI雷达信号的双谱三维图,

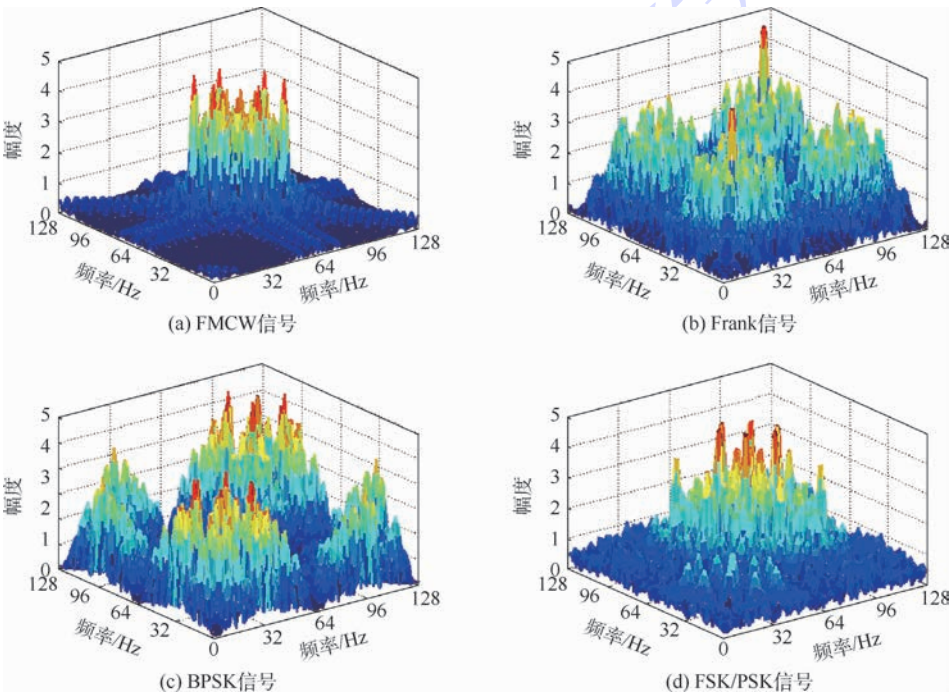


图 1 4 种 LPI 雷达信号的双谱示例

Fig. 1 Bispectra example of LPI four kinds of LPI radar signals

北航学报 赠阅

从图中可知 4 种信号的双谱图相对有一定的差异,可以选择信号双谱特征作为雷达信号识别依据。

双谱是信号三阶自相关的二维傅里叶变换,呈现为三维谱。从实时性处理角度来说,若直接应用三维双谱的数据进行相关二次计算,将大大增加计算的工作量以及复杂度。从特征提取出发,最重要目的是找到使信号间区分度较大的特征,因此在实际中只需要提取到能够区分不同信号的信息即可。针对双谱的大信息量,本文采用双谱对角切片的形式对信号双谱进行局部信息提取,图 2 为某一常规雷达信号的双谱二维投影图,由于三阶自相关函数在(τ_1,τ_2)平面有 6 种对称关系,因此只要知道信号在平面内 12 个区域中任意一个的值,即可根据对称性质得到全平面的值。

考虑到双谱的对称特性,且在对角线上能够最大化地保留双谱切片信息,可选取双谱矩阵的双谱对角切片作为信号的特征,这样将 128 × 128 的矩阵转换成1 × 128的向量,即将矩阵运算转换成对一维序列数值的运算,二次计算的工作量大大降低。而在对角切片中有主对角线(蓝色实线)与次对角线(红色实线)之分(见图 2),文献[16]已经证明在都是一维序列中,次对角线的双谱切片相比于主对角包含更加丰富的信息,因此最终选择次对角的双谱切片作为二次计算的输入值。

为保证对比量纲的一致性,对 LPI 信号的双谱对角切片进行归一化处理,采用最大最小化方法对数据进行归一化,如式(5)所示:

$$B_x^i(\omega_1,\omega_2)=\frac{B_x^i(\omega_1,\omega_2)-\min(B_x(\omega_1,\omega_2))}{\max(B_x(\omega_1,\omega_2))-\min(B_x(\omega_1,\omega_2))}$$

$$\omega_1=\omega_2 \tag{5}$$

图 3 为图 1 中 4 种 LPI 信号双谱图的归一化

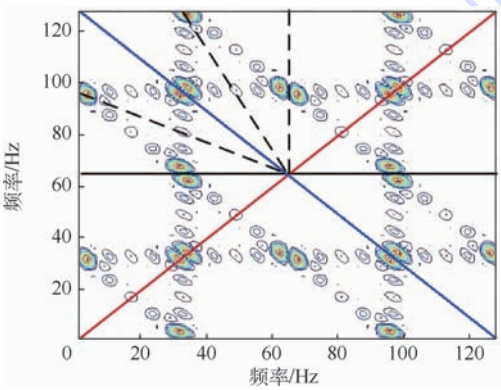


图 2　双谱的对称特性示意图

Fig. 2　Schematic of symmetry characteristic of bispectra

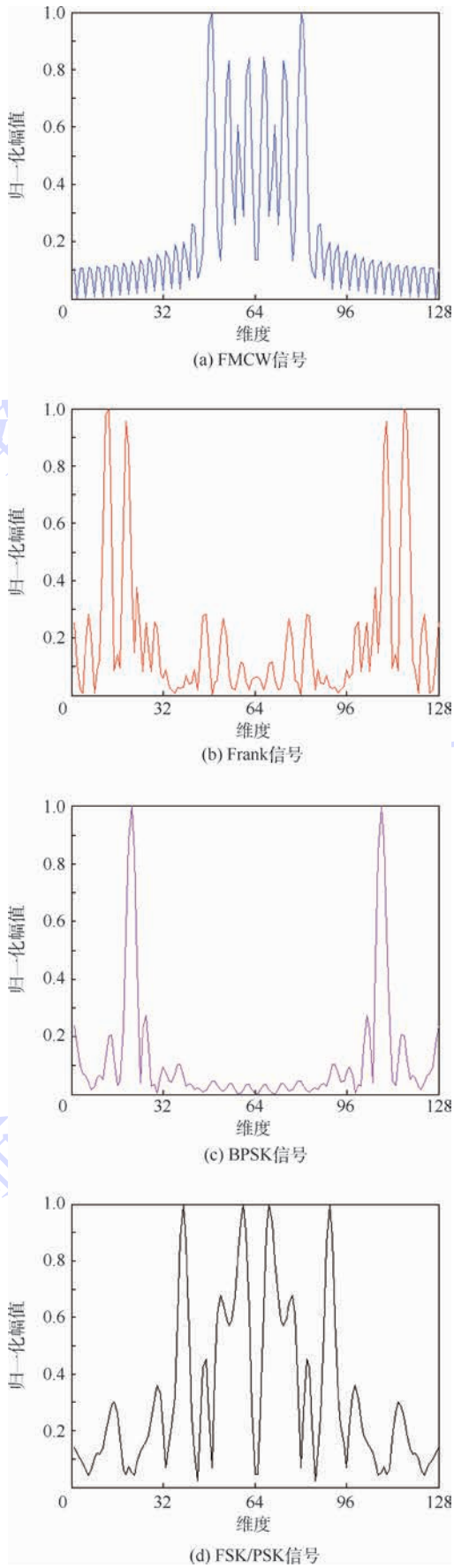


图 3　4 种 LPI 雷达信号双谱归一化对角切片示例

Fig. 3　Example of bispectra normalized diagonal slice of four kinds of LPI radar signals

北航学报 赠阅

对角切片。由图 3 可以看出,4 种 LPI 雷达信号的对角切片均关于中心对称,切面形状区分相对明显,因此可以作为信号识别依据。然而对于切片自身而言,维度依旧较大,需要进一步采取方法对切片降维,同时提取切片中能反映信号特有的细微特征。

2 基于广义维数的切片特征提取

2.1 多重分形

多重分形把分形结构中的整体视为由一些不同区域分形维数的局部结构组成,是由多个具有不同标度指数的奇异测度组成的集合。设 X 为一研究序列,将 X 用尺度 L 分成 N 个小单元 $X_i(i=1,2,\cdots,N)$,设第 i 个小单元的线度为 γ_i,P_i 为 X_i 上的测度,有

$$\begin{cases} P_i=\gamma_i/X_i \\ \sum_{i=1}^{N} P_i=1 \end{cases} \tag{6}$$

测度与线度之间存在幂指数的关系,即

$$P_i \sim \gamma_i^{\alpha_i} \tag{7}$$

式中:α_i 称为 Holder 指数,也称奇异性指数或标度指数,用来衡量区域奇异性的强弱,且 α 的取值范围是有限的,即 $\alpha\in[\alpha_{\min},\alpha_{\max}]$。具有相同的 α 值的小单元可构成一个子集,称为分形子集,而一个多重分形则看成由不同维数的分形子集构成。

令具有相同分形子集的盒子数为 $N_\alpha(L)$,有

$$f(\alpha)=-\lim_{L\to 0}\frac{\ln N_\alpha(L)}{\ln L} \tag{8}$$

式中:$f(\alpha)$ 表示具有相同 α 的分形子集的维数。若研究单重分形,则 $f(\alpha)$ 为一个定值;若研究多重分形,则 $f(\alpha)$ 称为多重分形谱,是一条单峰曲线。

设 $M(L,q)$ 为统计矩,表示每个单元的测度 $P_i(L)$ 值的大小:

$$M(L,q)=\sum_{i=1}^{N_\alpha(L)} P_i^q(L) \tag{9}$$

式中:q 为统计矩的阶,称为权重因子,可以取任意实数。给定一个 q 值,若满足式(10),将 $D_q=D(q)$ 称为广义维数。

$$M(L,q)\propto L^{-(q-1)D(q)} \tag{10}$$

则

$$D_q=\begin{cases} \lim_{L\to 0}\dfrac{1}{q-1}\cdot\dfrac{\lg M(L,q)}{\lg L} & q\neq 1 \\ \lim_{L\to 0}\dfrac{\sum_{i=1}^{N_\alpha(L)}\left(P_i^q(L)\lg P_i^q(L)\right)}{\lg L} & q=1 \end{cases} \tag{11}$$

当 $q=0$ 时,D_0 就是通常意义的容量维;当 $q=1$ 时,则可转化为信息维;当 $q=2$ 时,则与相关维等价。因此广义维数 D_q 包含了分形所涉及的全部维数,本文采用 D_q-q 曲线反映不同信号之间的差异。

2.2 一维序列广义维数的计算

经过双谱对角切片处理后的 LPI 信号实际是一个一维序列信号的形式,因此对 LPI 信号的多重分形就是对一个序列进行分形分析。具体计算步骤如下:

1) 令 $\{x_k,k=1,2,\cdots,N\}$ 为 LPI 信号双谱对角切片序列,将该序列投入到 d 维的欧氏空间中,得到向量集 $U_n(m)$,记为

$$U_n(m)=(x_n,x_{n+1},\cdots,x_{n+(m-1)})$$
$$n=1,2,\cdots,N_m,N_m=N-(m-1) \tag{12}$$

2) 在 N_m 个点中选取一个参考点 U_i,计算 U_i 与其余 N_m-1 个点的欧氏距离为

$$r_{ij}=d(U_i,U_j)=\left(\sum_{k=0}^{m-1}(x_{i+k}-x_{j+k})^2\right)^{1/2} \tag{13}$$

3) 重复步骤 2)直至计算完成所有的 U_i,定义 q 阶关联积分为

$$C_q(r)=\left(\frac{1}{N_m}\sum_{i=1}^{N_m}\left(\frac{1}{N_m}\sum_{i=1}^{N_m}H(r-r_{ij})\right)^{q-1}\right)^{1/(q-1)} \tag{14}$$

式中:$H(\cdot)$ 为阶跃函数。

4) 广义维数 D_q 通过 q 阶关联积分计算得到:

$$D_q=\lim_{r\to 0}\frac{\ln C_q(r)}{\ln r} \tag{15}$$

通过多重分形计算信号多重分形谱,如图 4 所示,可以看出 4 种信号的多重分形谱曲线都是上凸的,表明了 LPI 信号具有多重分形的性质。

经过上述一维序列广义维数的计算过程,可

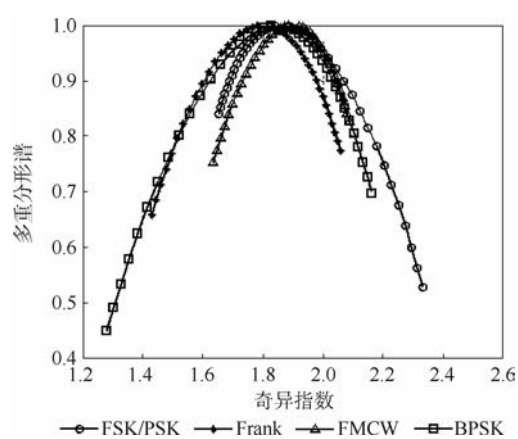


图 4 LPI 雷达信号多重分形谱曲线

Fig. 4 Multi-fractal spectrum curves of LPI radar signal

得到 FMCW、Frank、BPSK 和 FSK/PSK 4 种 LIP 雷达信号双谱对角切片的广义维数 D_q 与阶数 q 的曲线关系，如图 5 所示，其中 q 在本文中取值范围为[-8, 10]。从图中可以看出，在不同的 q 值下，各信号广义维数曲线的差异较为明显，能够为识别提供依据。

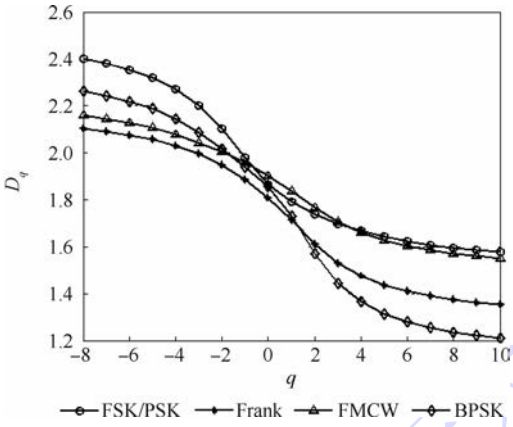


图 5　LPI 雷达信号双谱对角切片的广义维数

Fig. 5　GD of LPI radar signal bispectra diagonal slice

3　基于距离测度的特征值选择

从图 5 可以看出，q 值不同，信号广义维数的差异程度不同，而差异程度的大小决定着分类器设计的复杂程度以及最终分类识别的有效程度[17]。因此为提高识别的准确率，关键在于需要选择最具有分类特性，即广义维数差异最大所对应的特征 q 值。本文中对 q 值的特征评价基于距离测度公式。

假设共有 m 个 q 值，每个 q 值都包含 n 类信号，希望在每个 q 值中的 n 类信号自身具有较强的聚集性而每个 q 值间具有较大的离散性，因此利用距离测度将聚集性指标与离散性指标表达如下：

1）聚集性指标

$$C_j^i = \left(\frac{1}{M} \sum_{l=1}^{M} \| x_l - E(x^j) \|^2 \right)^{1/2} \tag{16}$$

式中：C_j^i 表示第 i 个 q 值下第 j 类信号的聚集性指标；x_l 为信号内第 l 个样本点值；M 为信号内样本个数；$E(x^j)$ 为第 j 类信号的期望值。

2）离散性指标

$$D_{ik} = \| E(x_i^q) - E(x_k^q) \| \tag{17}$$

式中：D_{ik} 表示第 i 个 q 值与第 k 类个 q 值期望值间的离散指标；$E(x_i^q)$ 表示第 i 个 q 值包含所有数据点的期望。

依据聚集性与离散性指标，可以得到每一个 q 值的特征评价指标 S_i：

$$S_i = \frac{\sum_{k=1,k\neq i}^{m} D_{ik}}{\sum_{j=1}^{n} C_j^i} \tag{18}$$

当某一 q 值中信号自身聚集性指标越小，且各 q 值间的离散性指标越大时，则特征评价指标值越大。

4　仿真分析

4.1　实验设置

实验测试在 PC 上进行，实验环境为：CPU 主频为 3.30 GHz，内存为 4 GB，Win7、32 位操作系统。通过 Low Probability of Intercept Toolbox 产生实验所使用的 LPI 雷达信号，包括 FMCW 信号、Frank 信号、BPSK 信号和 FSK/PSK 信号，每种信号的参数设置如下：①FMCW 信号：载频为 1 kHz，采样频率为1 kHz，调制带宽为 300 Hz，周期为100 ms，采用三角波波形。②Frank 信号。载频为 1 kHz，采样频率为1 kHz，步进频率 8 个。③BPSK 信号。载频为 1 kHz，采样频率为 3 kHz，编码周期为 100 ms，采用 7 位巴克码。④FSK/PSK 信号。采用基于 Costas 序列跳频，跳频序列为[3 2 6 4 5 1] kHz，采样频率为5 kHz，采用 5 位巴克码。

由于接收机收到的真实雷达信号不可能是纯净信号，而往往是噪声污染过的。因此，对每种信号在信噪比为 0 ~ 20 dB（以 5 dB 为间隔步进）仿真环境下，各随机产生 100 组作为训练样本，产生 200 组作为测试样本，共 500 组训练样本和 1 000 组测试样本。

4.2　数据预处理

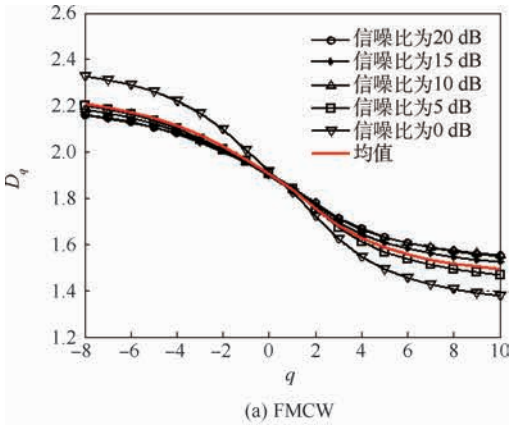
由于实验环境中给出的信噪比变化范围跨度大，噪声对信号双谱对角切片的提取以及广义维数的计算都会造成一定的影响，图 6 给出了 4 种 LPI 信号在去噪前不同信噪比下的广义维数对比。从图中可以看出，不同信噪比下的广义维数曲线呈发散状态，相对于均值有较大的差异，在不同信噪比条件下有较大的变化，若不经过去噪处理，提取的维数特征受噪声的影响较大，数值很不稳定，这将影响识别效果。

因此，本文对含噪 LPI 信号在接收时经过小波包变换去噪预处理，得到图 7。经过去噪处理后，可以发现不同信噪比下，各广义维数曲线相对去噪前更为集中，对特征提取的效果更为稳定，从而增加了识别算法对噪声的容限。

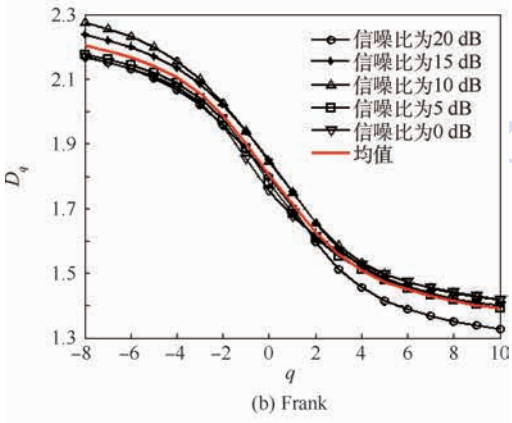
4.3　信号特征提取

文献[11]提取了多重分形谱奇异指数的最

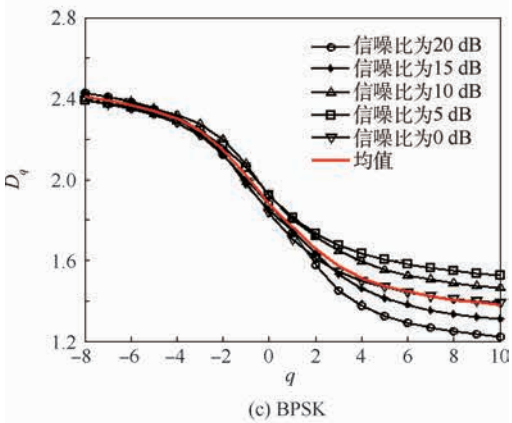
北航学报 赠阅



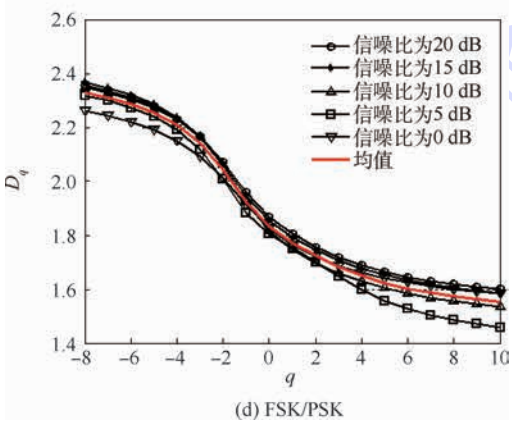
(a) FMCW



(b) Frank



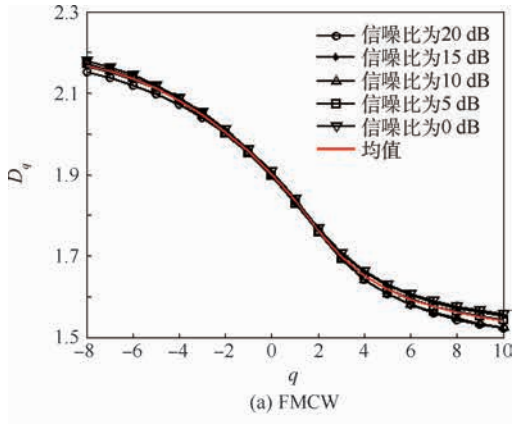
(c) BPSK



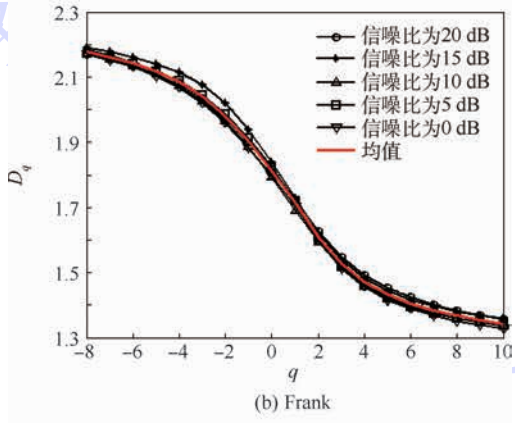
(d) FSK/PSK

图 6 4 种 LPI 雷达信号去噪前广义维数曲线

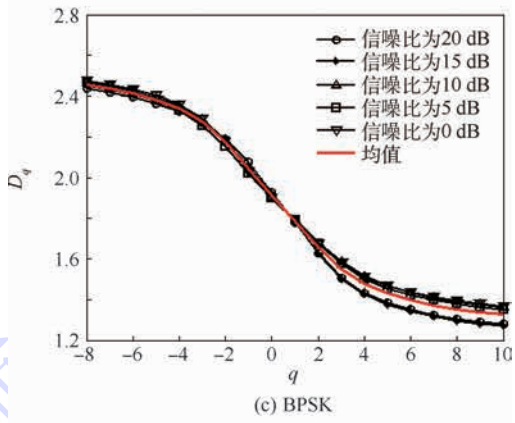
Fig. 6 GD curves of four LPI radar signals before denoising



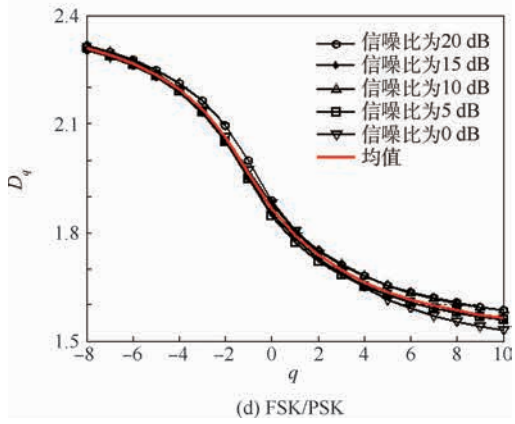
(a) FMCW



(b) Frank



(c) BPSK



(d) FSK/PSK

图 7 4 种 LPI 雷达信号去噪后广义维数曲线

Fig. 7 GD curves of four LPI radar signals after denoising

北航学报 赠阅

大值、最小值、谱宽度和谱值的跨度等 13 种分形特征参数，可以有效地从不同方面得到区分信号的特征，但是这要求计算量较多，且寻找特征的过程较繁琐，本文就得到的广义维数曲线进行特征提取。

结合第 3 节中给出的基于距离测度对 q 值计算特征评价指标 S，图 8 为在不同信噪比下，通过距离测度计算得到不同 q 值的特征评价指标。

从图 8 中可以看出，不同信噪比下评价指标的变化趋势基本一致，且随着信噪比的减小，评价指标值也逐渐减小，原因在于同类数据点之间聚集性减弱，并且不同 q 值的数据点相互间距离减小。因此提取到前 3 个较大的评价指标所对应的 q 值，如图中出的红色实线所示，将 $q=-1,1,10$ 对应的广义维数作为三维特征向量。以信噪比 10 dB和 0 dB 为例，得到不同信号在特征空间的分布，如图 9 和图 10 所示。

从图 9 和图 10 可以看出，LPI 信号在 10 dB 噪声条件下所提取的特征空间中，不同信号间的分离度较大，且每种信号之间自身的聚集性较好，分布的差距较为明显；随着信噪比的减小，信号的分离度性能降低，但可以看出在 0 dB 噪声条件下，但每种信号自身依然具有一定的聚集性，且 FMCW信号的聚集性最好。因此可作为识别方法的输入特征。

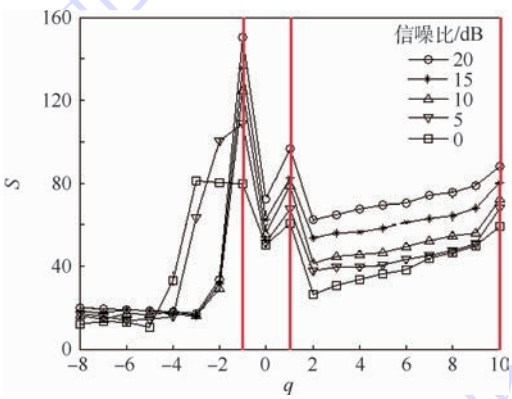


图 8　特征 q 值的评价指标曲线

Fig. 8　Evaluation index curves of feature q

4.4　信号识别准确率对比

不同调制方式信号的特征非线性分布比较明显，因此在分类器的选择上，使用线性分类器进行识别的效果可能较差，因此本文采用 LSSVM 对信号进行分类识别。

LSSVM 采用最小二乘线性系统作为损失函数，相比于传统支持向量机采用的二次规划方法，在降低运算复杂性的同时保持较高的识别准确率，能够较为有效地解决参数间存在模糊关

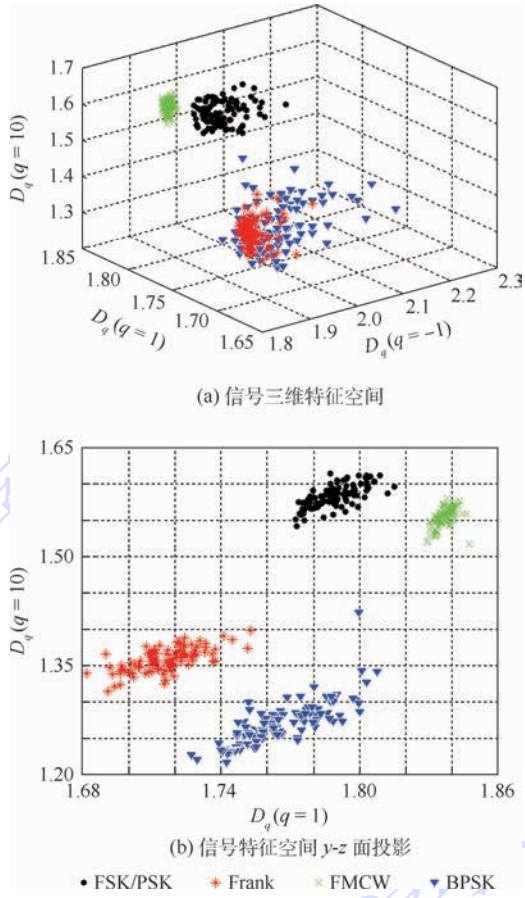


图 9　LPI 雷达信号特征空间分布（信噪比为 10 dB）

Fig. 9　Space distribution of LPI radar signal feature (SNR 10 dB)

系的非线性分类问题。本文对 LSSVM 采用网格搜索与 K-fold 交叉验证实现对惩罚因子 C 和核函数宽度 γ 参数寻优。

图 11(a)为在不同信噪比下，各类 LPI 信号的识别准确率。从图可以看出，在信噪比为 10 dB 时，所有信号的识别准确率已经达到 100%，且对于 FMCW 信号在特征空间的聚集度较高，数据点离散程度小，因此相对于其他 3 种信号能较快达到完全识别。信噪比在 0 dB 时，所有信号的识别准确率均在 85% 以上。

为了验证方法在更低信噪比下对信号的识别能力，重新产生 −6 ~ −1 dB 高斯白噪声环境下的 LPI 信号，步进为 1 dB，训练和测试样本数量不变，如图 11(b)所示。结果表明。在低信噪比下，FMCW 仍然保持比其他 3 种高的识别准确率，且在 −6 dB 下，仍有 70% 的识别准确率。随着信噪比下降，BPSK 信号识别准确率下降最快，在 −6 dB 时下降到 65% 以下，原因是在特征空间中数据点聚集性下降并与其他信号数据点混合较为严重。

为验证方法的有效性，将本文方法与 GD-LSSVM、BDS-LSSVM、BDS-PCA-LSSVM 以及文

北航学报 赠阅

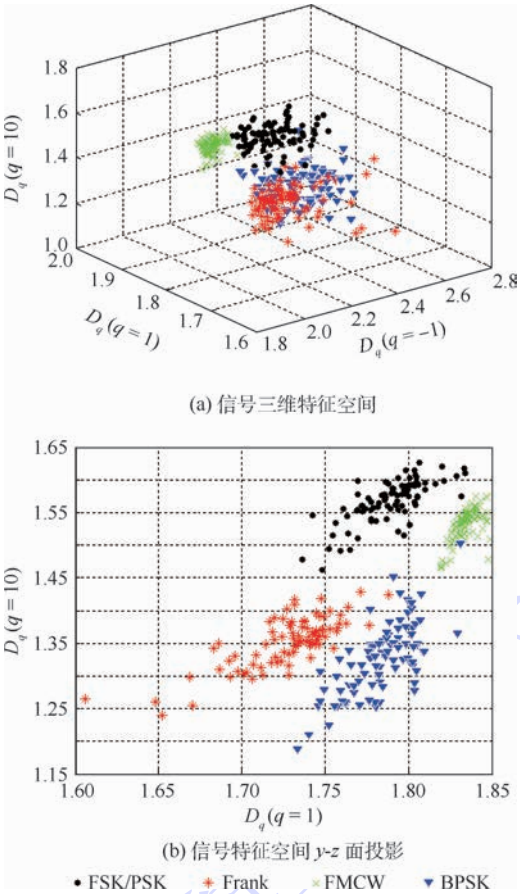


图 10 LPI 雷达信号特征空间分布(信噪比为 0 dB)

Fig. 10 Space distribution of LPI radar signal feature (SNR 0 dB)

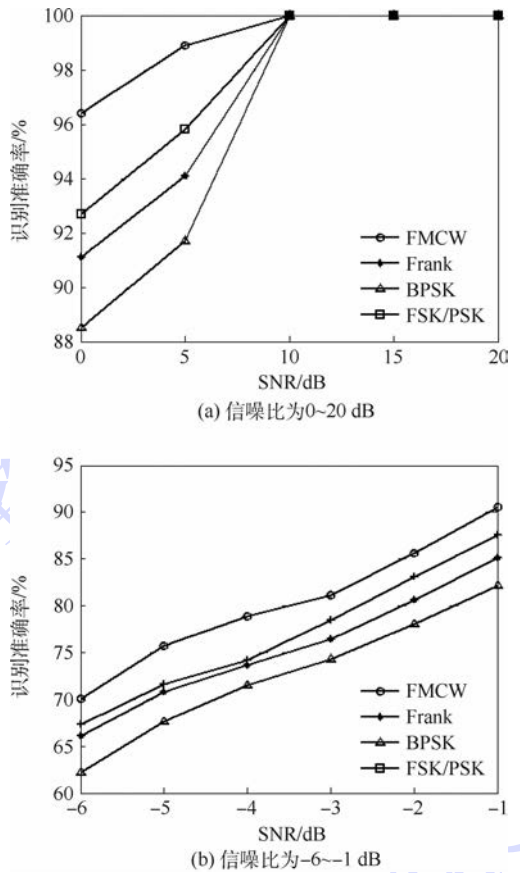


图 11 LPI 雷达信号在不同信噪比下的识别准确率对比

Fig. 11 Comparison of recognition accuracy rate of LPI radar signals under different SNRs

献[6-7]采用的算法进行对比。其中 GD-LSSVM 表示将原始信号直接经过广义分形变换后,提取区分度较大的 3 个 q 值对应的广义维数特征输入到 LSSVM 中;BDS-LSSVM 表示将原始信号经过双谱变换,提取对角切片后输入到 LSSVM 中;BDS-PCA-LSSVM 表示将双谱对角切片经过主成分分析后,提取前 3 个主要成分输入到 LSSVM 中。

表 1 为在信噪比为 0、5、10、15、20 dB 时,不同方法识别准确率对比,从表 1 可以看出,仅仅提取信号的广义维数进行识别的效果最差,原因在于信号间时域特征较为相似,直接提取到的各类信号广义维数曲线相似程度大,其数据在特征空间中混叠度较大,从而导致识别准确率低;对于信号提取的双谱对角切片,由于各类信号对角切片形状有所差异,其识别准确率大于 GD-LSSVM,然而对角切片的维度还是较大,由于 BDS-PCA-LSSVM 算法通过主成分分析降低了切片维度,且提取到信号的主要特征,使信号间的区分度增大,相比于 BDS-LSSVM 有效地提高了识别准确率;文献[6]在双谱基础上提取的奇异谱熵,即使在去噪的情况下,依然对噪声较为敏感,特征空间信号

表 1 不同方法识别准确率对比

Table 1 Accuracy rate of recognition among different methods %

方法	识别准确率					平均识别准确率
	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB	
GD-LSSVM	78.2	84.1	88.6	93.2	98.8	88.6
BDS-LSSVM	82.3	88.9	93.2	96.4	100	92.1
BDS-PCA-LSSVM	84.8	90.6	94.5	98.1	100	93.5
文献[6]	80.6	85.6	91.7	96.5	99.1	90.7
文献[7]	84.1	89.4	94.3	96.8	100	92.9
本文	92.2	95.3	100	100	100	97.5

的重叠度相对较大,因此识别效果与其他算法相比较差;文献[7]与 BDS-LSSVM 类似,围线积分与对角切片相比使用了双谱更多的信息,但是两者都提取到了不同信号最具有区别性的特征,所以在识别准确率上文献[7]与 BDS-LSSVM 相近,然而计算双谱围线积分的时间大于提取对角切片的时间;本文方法结合了对角切片与多重分形维数的特点,在提取到已经具有一定区分度的对角切片的基础上,使用多重分形中的广义维数更进一步描述切片内部特征,提取的特征在特征空

北航学报 赠阅

间中区分度大，从而能有效地进行分类识别，获得更高的识别准确率。

5　结　论

本文提出将双谱对角切片与广义维数相结合的信号识别方法，能够利用双谱对角切片数据量小但具有信号特征的特点，通过广义维数降低数据维度，将信号切片内部特征通过广义维数曲线描述出来，依据特征评价指标提取其中区分度大的特征 q 值作为特征向量，使用最小二乘支持向量机进行分类识别。仿真结果验证了方法提取到的特征的优良性能，能够在较低信噪比下取得较高的识别准确率。

参考文献（References）

[1] 王文哲，吴华，王经商，等. 基于 CEEMDAN 的雷达信号脉内细微特征提取法[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(11)：2532-2539.
WANG W Z，WU H，WANG J S，et al. Subtle intrapulse feature extraction based on CEEMDAN for radar signal[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(11)：2532-2539(in Chinese).

[2] LIU Y J，XIAO P，WU H C，et al. LPI radar signal detection based on radial integration of Choi-Williams time-frequency image[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics，2015，26(5)：973-981.

[3] 王星，周一鹏，周东青，等. 基于深度置信网络和双谱对角切片的低截获概率雷达信号识别[J]. 电子与信息学报，2016，38(11)：2972-2976.
WANG X，ZHOU Y P，ZHOU D Q，et al. Research on low probability of intercept radar signal recognition using deep belief network and bispectra diagonal slice[J]. Journal of Electronic & Information Technology，2016，38(11)：2972-2976(in Chinese).

[4] 陈涛，姚文杨，瞿孝霏，等. 雷达辐射源信号双谱估计的物理意义及其辐射源个体识别[J]. 中南大学学报(自然科学版)，2013，44(1)：179-187.
CHEN T，YAO W Y，ZHAI X F，et al. Bispectrum physical meaning and emitter individual recognition of radar emitter signal[J]. Journal of Central South University (Science and Technology)，2013，44(1)：179-187(in Chinese).

[5] YOU M L，JIANG T. New method for target identification in a foliage environment using selected bispectra and particle swarm optimistion-based support vector machine[J]. IET Signal Processing，2014，8(1)：76-84.

[6] 陈韬伟，金炜东，李杰. 基于围线积分双谱的雷达辐射源信号个体特征提取[J]. 计算机工程与应用，2013，49(8)：209-212.
CHEN T W，JIN W D，LI J. Individual feature extraction from radar emitter signals based on surrounding-line integral bispectrum[J]. Computer Engineering and Applications，2013，49(8)：209-212(in Chinese).

[7] 张彦龙，张登福，王世强，等. 一种雷达辐射源双谱二次特征提取方法[J]. 现代雷达，2013，35(3)：28-33.
ZHANG Y L，ZHANG D F，WANG S Q，et al. A new scheme for bispectrum cascade feature extraction of intra-pulse modulated radar signals[J]. Modern Radar，2013，35(3)：28-33(in Chinese).

[8] 王世强，张登福，毕笃彦，等. 双谱二次特征在雷达信号识别中的应用[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版)，2012，39(2)：127-132.
WANG S Q，ZHANG D F，BI D Y，et al. Research on recognizing the radar signal using the bispectrum cascade feature[J]. Journal of Xidian University (Natural Science)，2012，39(2)：127-132(in Chinese).

[9] 丁凯，方向，张卫平，等. 基于声信号多重分形和支持向量机的目标识别研究[J]. 兵工学报，2012，33(12)：1521-1526.
DING K，FANG X，ZHANG W P，et al. Target identification of acoustic signals based on multifractal analysis and support vector machine[J]. Acta Armamentarii，2012，33(12)：1521-1526(in Chinese).

[10] HARTMANN A，MUKLI P，NAGY Z，et al. Real-time fractal signal processing in the time domain[J]. Physica A：Statistical Mechanics and Its Applications，2013，392(1)：89-102.

[11] 陈红，蔡晓霞，徐云，等. 基于多重分形特征的通信调制方式识别研究[J]. 电子与信息学报，2016，33(4)：863-869.
CHEN H，CAI X X，XU Y，et al. Communication modulation recognition based on multi-fractal dimension characteristics[J]. Journal of Electronic & Information Technology，2016，33(4)：863-869(in Chinese).

[12] CHAKRABORTY B，HARIS K，LATHA G，et al. Multifractal approach for seafloor characterization[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters，2014，11(1)：54-58.

[13] 黄家圣. 调频信号指纹特征研究[D]. 北京：北京邮电大学，2011：12-13.
HUANG J S. Study on fingerprint features of frequency hopping spread spectrum signals[D]. Beijing：Beijing University of Posts and Telecommunications，2011：12-13(in Chinese).

[14] 何永亮，陈西豪，许华，等. 利用信号围线积分双谱分形特征实现电台识别[J]. 电讯技术，2014，54(10)：1354-1359.
HE Y L，CHEN X H，XU H，et al. Individual transmitter identification based on fractal feature of surrounding-line integral bispectrum[J]. Telecommunication Engineering，2014，54(10)：1354-1359(in Chinese).

[15] 梁华东，韩江洪. 采用双谱多类小波包特征的雷达信号聚类分选[J]. 光子学报，2014，43(3)：152-159.
LIANG H D，HAN J H. Clustering and sorting radar signal based on multi-wavelet packets characteristics of bispectrum[J]. Acta Photonica Sinica，2014，43(3)：152-159(in Chinese).

[16] 肖乐群，张玉灵，赵拥军. 基于对角积分双谱的雷达辐射源信号识别[J]. 信息工程大学学报，2012，13(1)：95-99.
XIA L Q，ZHANG Y L，ZHAO Y J. Radar emitter signal recognition based on diagonally integral bispectrum[J]. Journal of Information Engineering University，2012，13(1)：95-99(in Chinese).

北航学报 赠阅

[17] 邓延丽,金炜东,李家会,等. 基于聚集离散性与可分性的雷达信号特征评价[J]. 计算机应用,2013,33(7):1946-1949. DENG Y L,JIN W D,LI J H,et al. Feature evaluation of radar signal based on aggregation, discreteness and divisibility[J]. Journal of Computer Application,2013,33(7):1946-1949(in Chinese).

作者简介:

王星 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:电子对抗理论与技术。

吴鹏程 男,硕士研究生。主要研究方向:智能告警系统及其算法。

田元荣 男,博士研究生。主要研究方向:电子侦察与压缩感知。

王玉冰 女,硕士研究生。主要研究方向:雷达工作模式判定。

LPI radar signal recognition based on BDS-GD

WANG Xing*, GUO Pengcheng, TIAN Yuanrong, WANG Yubing

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Regarding the deficiencies of bispectrum with big data and high dimension in signal feature extraction and recognition, a method combining bispectra diagonal slice (BDS) with generalized dimension (GD) was proposed. First, BDS was used to reduce data volume and GD in the multi-fractal theory was taken to reduce dimension in order to make subtle description for slice. Second, generalized dimension corresponding to three ranks is treated as feature vectors by feature evaluation index based on distance measure. Finally, the feature vectors will be input into least squares support vector machine for recognition. Four sorts of low probability of intercept (LPI) signal are used to be recognized, and the simulation results show that the signal features in feature space have good aggregation and discreteness, and the accuracy rate of recognition can reach 92.2% when the SNR is 0 dB, which shows that it has good performance in recognition compared with other algorithms.

Keywords: low probability of intercept (LPI); bispectra diagonal slice (BDS); multi-fractal; generalized dimension (GD); feature extraction

Received: 2017-03-13; **Accepted**: 2017-06-09; **Published online**: 2017-07-10 18:24

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170710.1824.001.html

Foundation item: Aeronautical Science Foundation of China (20152096019)

* **Corresponding author**. E-mail: wangx1965@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0173

基于多态系统的总线胚胎电子阵列可靠性分析

王涛, 蔡金燕, 孟亚峰*, 朱赛
(陆军工程大学石家庄校区 电子与光学工程系, 石家庄 050003)

摘 要: 通过分析总线胚胎电子阵列(BBEEA)的结构特点和工作原理,将多态系统理论引入到阵列的可靠性分析中,采用通用生成函数(UGF)方法建立了阵列的可靠性分析模型。与基于 n/k 系统的阵列可靠性分析模型进行对比,验证了基于多态系统阵列可靠性分析模型的正确性和有效性。利用建立的阵列可靠性分析模型对总线胚胎电子阵列的可靠性进行分析,根据阵列的可靠性要求指导阵列的结构设计。同时,对比不同规模总线胚胎电子阵列与典型胚胎电子阵列(EEA)的可靠性,分析总线胚胎电子阵列的性能。分析结果表明:建立的阵列可靠性分析模型能够准确有效地分析阵列的可靠性,将阵列的可靠性分析与工作状态相结合,对阵列的结构设计和预防性维修决策具有重要的指导意义。

关 键 词: 总线胚胎电子阵列(BBEEA); 自修复; 可靠性; 多态系统; n/k 系统
中图分类号: V243.1; TP302.7
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0593-12

随着航空航天技术的发展和电子系统应用的拓展,电子系统对于可靠性的要求越来越高。电子系统的可靠性是衡量系统工作性能的重要指标,同时也是指导系统结构设计的重要依据,因此,合理准确地分析电子系统的可靠性显得尤为重要。胚胎电子阵列(Embryonic Electronic Array,EEA)是一种基于多细胞生物生长和发育过程而设计的新型硬件结构,具有类似于生物的自组织、自检测和自修复功能[1],其具有的自修复能力能够有效地提高电子系统的可靠性,本文主要对胚胎电子阵列的可靠性进行了研究。

20 世纪 90 年代, Garis[2] 和 Mange 等[3] 提出了仿生硬件的概念,仿生硬件分为进化型硬件和胚胎型硬件[4]。胚胎电子阵列是胚胎型硬件的基础,一经提出就受到了国内外学者的广泛关注,并取得了大量的研究成果。Ortega 和 Tyrrell 研究了胚胎电子阵列的基本结构和故障自修复方法[5],并基于 n/k 系统理论对阵列的可靠性进行了分析[6],为后续研究打下了基础。文献[7]研究了基于总线的胚胎电子阵列结构,利用总线通信的优势简化了胚胎电子阵列的内部通信和自修复实现的复杂程度,并基于 n/k 系统模型建立了阵列的可靠性模型,与典型的胚胎电子阵列进行了对比分析[7]。文献[8-9]研究了基于原核细胞的原核胚胎电子阵列,实现了故障自修复,并基于可靠性和硬件资源消耗 2 个指标,与真核胚胎电子阵列进行了深入对比分析。文献[10]研究了具有多种连接方式的胚胎电子阵列结构,有效地提高了阵列的自修复能力,基于可靠性指标对阵列内基因备份数目优选[11]和阵列的性能进行了研究。南京航空航天大学的王友仁教授团队基于 n/k 系统理论及其改进模型对胚胎电子阵列在行(列)移除自修复和细胞移除自修复方式下的可靠性进行了深入研究,将可靠性作为胚胎电子阵

收稿日期: 2017-03-23; **录用日期**: 2017-06-09; **网络出版时间**: 2017-06-30 10:00
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.1000.010.html
基金项目: 国家自然科学基金 (61372039, 61601495)
* **通信作者**. E-mail: myfrad@163.com

引用格式: 王涛, 蔡金燕, 孟亚峰, 等. 基于多态系统的总线胚胎电子阵列可靠性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 593-604. WANG T, CAI J Y, MENG Y F, et al. Reliability analysis of bus-based embryonic electronic array based on multi-state system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 593-604 (in Chinese).

北航学报 赠阅

列自修复策略选择的重要参考指标[12-13]。在阵列可靠性研究的基础上,对胚胎电子阵列的布局进行了优化[14]。考虑阵列中细胞粒度对于可靠性建模的影响[15],改进传统的可靠性模型,研究了应用设计过程的可靠性提高方法。文献[16]基于 n/k 系统模型分析了胚胎电子阵列的可靠性,并研究了 $n \times n$ 规模胚胎电子阵列的优化设计,为实际应用打下了基础。文献[17]基于可靠性指标,对演化硬件的性能进行了深入分析。

胚胎电子阵列的可靠性是衡量阵列结构和自修复能力的重要指标,同时也是衡量电子阵列工作性能的重要指标。现有关于胚胎电子阵列可靠性分析主要是基于 n/k 系统可靠性模型,该方法能够分析电子阵列可靠性随时间的变化,但是不能准确地将阵列的工作状态与阵列可靠性结合起来,更加透彻地分析阵列可靠性的规律。多态系统理论[18]能够准确地定义部件的多态性,透彻地分析部件性能的变化对系统性能和可靠性的影响,以及系统失效的渐变过程,因此在复杂系统可靠性分析和优化设计领域有广阔的应用前景[19]。

分析总线胚胎电子阵列(Bus-Based Embryonic Electronic Array,BBEEA)的结构特点和工作原理,将多态系统理论引入到总线胚胎电子阵列的可靠性分析中,利用通用生成函数(Universal Generating Function,UGF)方法建立总线胚胎电子阵列的可靠性分析模型。与基于 n/k 系统的电子阵列可靠性分析模型进行对比,对基于多态系统电子阵列可靠性分析模型的正确性和有效性进行验证。基于建立的多态系统阵列可靠性分析模型对总线胚胎电子阵列的可靠性进行分析,并根据阵列的可靠性要求指导阵列的结构设计。同时,对比不同规模总线胚胎电子阵列与典型胚胎电子阵列的可靠性,对总线胚胎电子阵列的性能进行分析。

1 总线胚胎电子阵列

1.1 总线胚胎电子阵列结构

现有胚胎电子阵列结构应用于大规模数字电路设计时,存在硬件资源消耗大、故障覆盖率低和资源利用率低等不足。为了使胚胎电子阵列技术适用于大规模数字电路的设计实现,从功能分解的角度设计了一种总线胚胎电子阵列结构,如图 1所示。

总线胚胎电子阵列主要由输入模块、输出模块、功能模块和总线组成。其中输入模块完成外部输入信号到胚胎电子阵列的输入;输出模块将胚胎电子阵列的处理结果输出到外部;功能模块是胚胎电子阵列的核心部分,主要完成具体的电路功能;总线将阵列中所有的模块连接起来,完成各个模块间的信号传递。对于复杂的功能电路,首先将功能电路分解为若干简单子电路,将分解后的子功能电路映射到功能模块,由功能模块实现各个子功能电路。输入模块将输入信号输入到总线中,各个功能模块对数据进行处理,最后将处理后的信号由输出模块进行输出,所有的功能模块共同实现复杂的功能电路。

功能模块是总线胚胎电子阵列的核心部分,用于实现具体的功能电路。功能模块主要由胚胎电子细胞和检测控制模块组成,功能模块的具体结构如图 2 所示。功能模块内的胚胎电子细胞分为工作细胞和空闲细胞 2 种,所有的工作细胞与空闲细胞成链状连接,胚胎电子细胞均与检测控制模块相连。工作细胞主要实现具体的电路功能,空闲细胞主要用于实现故障自修复。胚胎电子细胞由控制单元、基因配置存储单元、功能单元和输入输出单元构成。检测控制模块主要实现电路正常工作、故障自修复和故障检测的控制。功能模块内的空闲细胞和工作细胞数目可以根据电路的设计要求灵活选择。

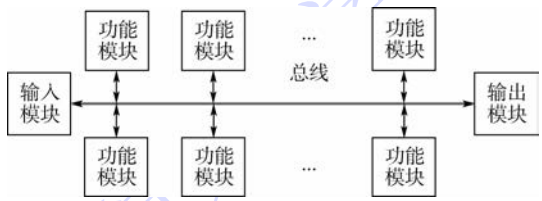


图 1 总线胚胎电子阵列结构

Fig. 1 Structure of bus-based embryonic electronic array

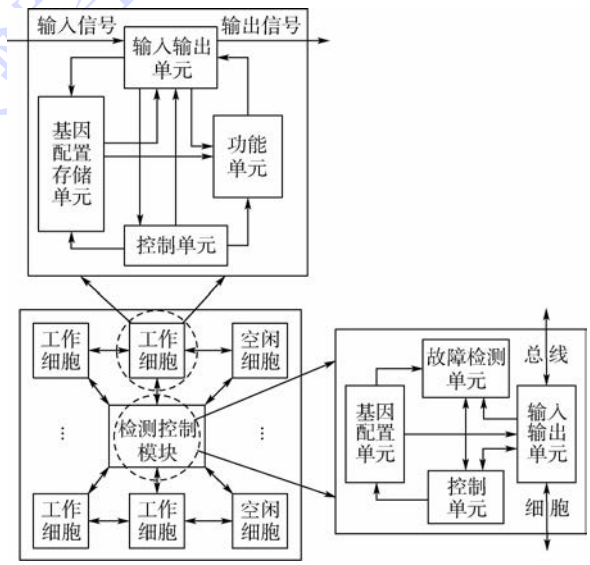


图 2 功能模块结构

Fig. 2 Structure of functional block

北航学报 赠阅

1.2　循环移除故障自修复策略

总线胚胎电子阵列中所有的电路功能由功能模块进行实现,所以故障自修复仅在各个功能模块中进行。功能模块内所有的胚胎电子细胞成链状连接,所以采用一种循环移除的故障自修复策略,其基本原理如图 3 所示。

当胚胎电子阵列中功能模块的功能出现故障时,并不知道故障细胞具体的位置。启动循环移除故障自修复功能,首先细胞 5 的基因向后移动 1 位并重新配置表达,细胞 5 变为透明状态,充当导线作用,此时电路功能仍不正常,说明细胞 5 无故障。以同样的步骤开始移动细胞 4 的基因,此时功能仍不正常,说明细胞 4 正常。移动细胞 3 的基因,当细胞 3 变为透明状态时,功能模块功能恢复正常,故障自修复完成。当细胞 4 出现故障,首先细胞 5 的基因向后移动 1 位并重新配置表达,细胞 5 变为透明状态,此时功能仍不正常,说明细胞 5 无故障。以同样的步骤开始移动细胞 4 的基因,细胞 4 变为透明状态,功能模块的功能恢复正常,故障自修复完成。

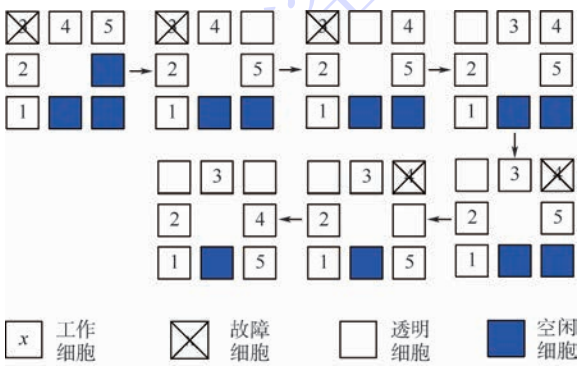


图 3　循环移除故障自修复

Fig. 3　Cyclic elimination fault self-repair

2　多态系统理论可靠性分析模型

2.1　多态系统理论

多态系统主要分为多工作(或失效)状态系统和多性能水平系统,其中多工作(或失效)状态系统是指系统除了“正常工作”和“完全失效”2 种状态外,还具有多种工作(或失效)状态[18]。

多态系统中一些部件失效或者性能衰退会导致系统部分失效或系统性能下降,从而引起整个系统呈现出多种工作(或失效)状态或性能水平[19]。多态系统理论能够准确定义部件的多态性,能够透彻地分析部件性能变化对系统性能和可靠性的影响,以及系统失效的渐变过程,因此在复杂系统可靠性分析和优化设计领域有广阔的应用前景。

2.2　运算法则

通过 UGF 方法对部件在工作过程中的状态性能概率分布可表示为[20]

$$v_i(x,t)=\sum_{k_i=1}^{m_i}\left(p_{k_i}(t)x^{h_{k_i}}\right) \tag{1}$$

式中:$v_i(x,t)$ 为部件 i 在 t 时刻处于状态 x 的概率;$p_{k_i}(t)$ 为部件在状态 k_i 时的状态概率;h_{k_i} 为部件处于状态 k_i 时的状态性能;i 为系统中的第 i 个部件,$i=1,2,\cdots,n$,n 为系统中部件的总数;k_i 为部件 i 的第 k_i 个状态,$k_i=1,2,\cdots,m_i$,m_i 为部件 i 的状态总数。系统的通用生成函数可以通过如下运算获得:

$$V(x,t)=\Omega(v_i(x,t),v_{i'}(x,t))=\sum_{k_i=1}^{m_i}\sum_{k_{i'}=1}^{m_{i'}}\left(p_{k_i}(t)p_{k_{i'}}(t)x^{f(h_{k_i},h_{k_{i'}})}\right) \tag{2}$$

式中:$f(h_{k_i},h_{k_{i'}})$ 为系统的状态性能。

根据系统内部部件连接的结构特点,定义如下运算符:

1) 当 h_{k_s} 为 h_{k_i} 和 $h_{k_{i'}}$ 的最小值时,定义 φ_1 运算符

$$\varphi_1(v_i(x,t),v_{i'}(x,t))=\sum_{k_i=1}^{m_i}\sum_{k_{i'}=1}^{m_{i'}}\left(p_{k_i}(t)p_{k_{i'}}(t)x^{\min\{h_{k_i},h_{k_{i'}}\}}\right) \tag{3}$$

2) 当 h_{k_s} 为 h_{k_i} 和 $h_{k_{i'}}$ 的和时,定义 φ_2 运算符

$$\varphi_2(v_i(x,t),v_{i'}(x,t))=\sum_{k_i=1}^{m_i}\sum_{k_{i'}=1}^{m_{i'}}\left(p_{k_i}(t)p_{k_{i'}}(t)x^{h_{k_i}+h_{k_{i'}}}\right) \tag{4}$$

定义多态系统的最小任务性能需求为 w,则系统工作过程的可靠度为

$$R(t)=P\{H(t)\geqslant w\}=\sum_{k_i=1}^{m_i}\left(p_{k_i}(t)\cdot l(h_{k_i}(t)-w\geqslant 0)\right) \tag{5}$$

式中:$l(h_{k_i}(t)-w\geqslant 0)$ 为示性函数,当 $h_{k_i}(t)-w\geqslant 0$ 时,$l(h_{k_i}(t)-w)=1$,当 $h_{k_i}(t)-w<0$ 时,$l(h_{k_i}(t)-w)=0$;$H(t)=\{h_{m_i}(t),h_{m_{i-1}}(t),\cdots,h_{k_i}(t),\cdots,h_2(t),h_1(t)\}$。

可靠度的本质是概率,为了从时间角度给出系统可靠性明确的评价指标,故采用平均故障前时间(MTTF)来衡量系统的可靠性,则系统的 MTTF 为

$$T=\int_0^{\infty}R(t)\,\mathrm{d}t \tag{6}$$

北航学报 赠阅

3 总线胚胎电子阵列可靠性建模

3.1 总线胚胎电子阵列结构分析

总线胚胎电子阵列的各个功能模块独立完成各自的功能。阵列中每个功能模块都正常工作，整个阵列才能完成特定的电路功能，因此整个阵列可以近似为一个由功能模块组成的串联系统。功能模块工作过程中，模块中可正常工作胚胎电子细胞数目大于完成电路功能所需要的胚胎电子细胞数目，功能模块就可以正常工作。但是在这个过程中，根据功能模块内可正常工作胚胎电子细胞的数目不同，功能模块存在多个不同工作状态。

总线胚胎电子阵列作为一个系统，功能模块相当于系统中的部件，在工作过程中，若功能模块内出现故障，由于功能模块内存在空闲细胞用于故障自修复，仍能保证功能模块正常工作。功能模块的工作状态相对于最初的工作状态已经发生了变化，但是阵列仍可以正常工作，所以在阵列正常工作过程中，因为功能模块具有多种工作状态，从而总线胚胎电子阵列也就具有了多种状态。因此总线胚胎电子阵列属于多工作状态的多态系统，故可以借助多态系统理论对总线胚胎电子阵列的可靠性进行透彻的分析和建模。

3.2 基于多态系统的阵列可靠性建模

在总线胚胎电子阵列中，假设阵列中功能模块的数目为 s，功能模块内工作细胞数目为 g，总的细胞数目为 m。则单一功能模块可划分为 $m-g+1$ 个状态，如表 1 所示。

表 1 中，0 表示故障状态，即功能模块内可正常工作胚胎电子细胞数目小于 g；1 表示可正常工作胚胎电子细胞数目为 g，功能模块刚好能正常工作；状态 x_j 表示可正常工作胚胎电子细胞数为 x_j+g-1；状态 $m-g+1$ 表示功能模块的胚胎电子细胞均可以正常工作。

假设电子细胞的失效率为 λ，胚胎电子细胞的寿命分布服从指数分布。因此胚胎电子细胞的可靠度（失效概率分布函数）为 $e^{-\lambda t}$，功能模块各个工作状态对应的概率如下：

状态 0 即功能模块内可正常工作的胚胎电子细胞数目小于 g，则可以正常工作的电子细胞数目可能为 $0,1,\cdots,g-1$。电子细胞正常工作的概率为 $e^{-\lambda t}$，对应电子细胞不能正常工作的概率为 $1-e^{-\lambda t}$。功能模块内可正常工作胚胎电子细胞数目为 0 时，即功能模块内所有的胚胎电子细胞全都故障，对应的概率为 $(1-e^{-\lambda t})^m=C_m^0e^{-0\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^m$。功能模块内可正常工作胚胎电子细胞数目为 1 时，存在 C_m^1 种可能情况，对应的概率为 $C_m^1e^{-1\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{m-1}$。同理可知功能模块内可正常工作胚胎电子细胞数目为 $g-1$ 时，存在 C_m^{g-1} 种可能选择，则对应的概率为 $C_m^{g-1}e^{-(g-1)\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{m-g+1}$，因此功能模块状态 0 对应的概率为

$$p_0(t)=\sum_{i=1}^{g-1}C_m^ie^{-i\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{m-i} \tag{7}$$

状态 1 即功能模块内可正常工作的胚胎电子细胞数目为 g，存在 C_m^g 种可能方式。g 个胚胎电子细胞正常工作的概率为 $e^{-g\lambda t}$，剩下 $m-g$ 个胚胎电子细胞故障的概率为 $(1-e^{-\lambda t})^{m-g}$，因此功能模块状态 1 对应的概率为

$$p_1(t)=C_m^ge^{-g\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{m-g} \tag{8}$$

状态 x_j 即功能模块内可正常工作的胚胎电子细胞数目为 $g+x_j-1$，存在 $C_m^{g+x_j-1}$ 种可能方式。$g+x_j-1$ 个胚胎电子细胞正常工作的概率为 $e^{-(g+x_j-1)\lambda t}$，剩下 $m-g-x_j+1$ 个胚胎电子细胞故障的概率为 $(1-e^{-\lambda t})^{m-g-x_j+1}$，因此功能模块状态 x_j 对应的概率为

$$p_{x_j}(t)=C_m^{x_j+g-1}e^{-(x_j+g-1)\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{m-x_j-g+1} \tag{9}$$

状态 $m-g+1$ 即功能模块内所有的胚胎电子细胞均可正常工作，这样就存在 C_m^m 种可能的方式，m 个胚胎电子细胞正常工作的概率为 $e^{-m\lambda t}$，因此功能模块状态 $m-g+1$ 对应的概率为

$$p_{m-g+1}(t)=C_m^me^{-m\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^0 \tag{10}$$

为简化计算的复杂程度，假设每个功能模块内的工作细胞和总的细胞数目相同，细胞的失效率也相同，则所有功能模块的状态数和各个状态对应的概率分布均相同。

对有 s 个功能模块的总线胚胎电子阵列，各个功能模块间以串联的形式连接。每个功能模块均有 $m-g+1$ 个状态，则阵列中功能模块具有的状态可表示为 $x_{s_1}=x_{s_2}=\cdots=x_{s_s}=\{0,1,\cdots,m-g+1\}$，各个工作状态对应的概率可表示为 $p_{s_1}=p_{s_2}=\cdots=p_{s_s}=\{p_0(t),p_1(t),\cdots,p_{m-g+1}(t)\}$，总线胚胎电子阵列的 MTTF 计算如下。

设集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_y\}$，集合 $B=\{b_1,b_2,\cdots,b_y\}$，定义 States 运算符。States$(A,B)=\{A(i)\times B(j)\}(1\leqslant i,j\leqslant y)$，即集合 A 中元素与集

表 1 功能模块的状态及概率

Table 1 States and probability of functional block

状 态	0	1	…	x_j	…	$m-g+1$
概 率	$p_0(t)$	$p_1(t)$	…	$p_{x_j}(t)$	…	$p_{m-g+1}(t)$

合 B 中元素依次相乘。

1）阵列内功能模块间是串联结构,因此总线胚胎电子阵列具有的状态 X 为

$$X = \text{States}(x_{s_1}, x_{s_2}, \cdots, x_{s_s}) \tag{11}$$

2）由定义的 States 运算可得总线胚胎电子阵列各个状态对应的概率 P 可表示为

$$P = \text{States}(p_{s_1}, p_{s_2}, \cdots, p_{s_s}) \tag{12}$$

3）若要保证总线胚胎电子阵列正常工作,则所有功能模块必须正常工作。定义功能模块刚好正常工作的状态为 1,要保证整个总线胚胎电子阵列正常工作,则必须保证阵列对应的状态 $X \geqslant 1$,则整个阵列正常工作的概率可表示为

$$p_\alpha = \sum P(X \geqslant 1) \tag{13}$$

p_α 即阵列中所有大于 0 状态对应的概率之和,总线胚胎电子阵列对应的可靠度 $R_\alpha(t) = p_\alpha$。

4）总线胚胎电子阵列的 MTTF 为

$$T_\alpha = \int_0^\infty R_\alpha(t)\,\mathrm{d}t \tag{14}$$

4　可靠性分析模型仿真验证与应用分析

4.1　可靠性分析模型仿真验证

假设总线胚胎电子阵列内功能模块数目 $s = 4$,每个功能模块内的胚胎电子细胞数目 $m = 10$,功能模块正常工作所需胚胎电子细胞数目 $g = 5$,胚胎电子细胞的失效率 $\lambda = 6 \times 10^{-5}/\text{h}$。每个功能模块均具有7 个工作状态,为 $x_j = \{0,1,2,3,4,5,6\}$,每个状态对应的概率为 $p_{x_j} = \{p_0(t), p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t), p_5(t), p_6(t)\}$。

$$\begin{cases} p_0(t) = \sum_{i=0}^{4} \mathrm{C}_{10}^{i} \mathrm{e}^{-\lambda i t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{10-i} \\ p_1(t) = \mathrm{C}_{10}^{5} \mathrm{e}^{-5\lambda t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{5} \\ p_2(t) = \mathrm{C}_{10}^{6} \mathrm{e}^{-6\lambda t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{4} \\ p_3(t) = \mathrm{C}_{10}^{7} \mathrm{e}^{-7\lambda t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{3} \\ p_4(t) = \mathrm{C}_{10}^{8} \mathrm{e}^{-8\lambda t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{2} \\ p_5(t) = \mathrm{C}_{10}^{9} \mathrm{e}^{-9\lambda t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{1} \\ p_6(t) = \mathrm{C}_{10}^{10} \mathrm{e}^{-10\lambda t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{0} \end{cases} \tag{15}$$

由式(11)和式(12)可知,总线胚胎电子阵列共具有 76 个工作状态,为 $X = \{0,1,2,3,4,\cdots,900,1\,080,1\,296\}$,各个工作状态对应的概率 $P = \{q_0(t), q_1(t), q_2(t), q_3(t), q_4(t), \cdots, q_{900}(t), q_{1\,080}(t), q_{1\,296}(t)\}$,由第 3 节基于多态系统的可靠性分析模型计算可知,阵列的可靠度曲线如图 4所示。

为了验证本文模型的有效性,以文献[21]中

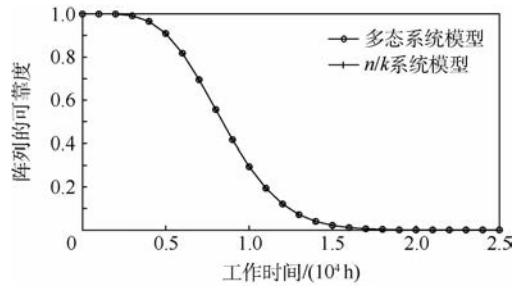


图 4　2 种可靠性分析模型下总线胚胎电子阵列的可靠度曲线

Fig. 4　Reliability curve of BBEEA with two kinds of reliability analysis model

基于 n/k 系统理论对总线胚胎电子阵列的可靠性分析为对比对象。阵列中每个功能模块的可靠度 $R_x(t)$ 为

$$R_x(t) = \sum_{i=g}^{m} \mathrm{C}_m^i \mathrm{e}^{-\lambda i t}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})^{m-i} \tag{16}$$

整个阵列的可靠度 $R_z(t)$ 为

$$R_z(t) = \prod_{x=1}^{s} R_x(t) \tag{17}$$

从而总线胚胎电子阵列的 MTTF 用 T_z 表示为

$$T_z = \int_0^\infty R_z(t)\,\mathrm{d}t \tag{18}$$

基于 n/k 系统建立的可靠性分析模型,利用 MATLAB 对总线胚胎电子阵列的可靠性进行仿真分析,结果也如图 4 所示。

图 4 为总线胚胎电子阵列在 2 种不同可靠性分析模型下的可靠度曲线,阵列在某个时刻的可靠度即阵列在该时刻可以正常工作的概率。图 4 中基于 2 种不同可靠性分析模型的阵列可靠度曲线几乎完全重合,表明基于多态系统的可靠性分析模型能够准确衡量阵列的可靠度变化。随着阵列时间的增加,2 种可靠性分析模型计算的阵列可靠度曲线均从 1 变为 0。$0 \sim 0.12 \times 10^4$ h,阵列的可靠度为 1,阵列开始工作时,所有的部件均工作性能良好,阵列此时能够正常工作,可靠度为 1。$0.12 \times 10^4 \sim 0.52 \times 10^4$ h,阵列的可靠度开始下降,仍高于 0.9,随着工作时间的增加,部件发生失效,阵列的可靠度开始下降,但是因为功能模块中有空闲细胞可用于故障修复,因此阵列的可靠度处于较高水平。0.52×10^4 h 后,随着阵列工作时间的增加,阵列可靠度下降速率加快,阵列的可靠度逐渐下降为 0。随着工作时间增加,阵列中故障细胞数目增加,而阵列的容错能力有限,且阵列内功能模块间组成串联系统,当功能模块内故障细胞数超过了空闲细胞数目,功能模块就将

北航学报 赠阅

故障,从而导致阵列失效,阵列的可靠度降为 0。

4.2 多态系统可靠性分析模型应用分析

4.2.1 总线胚胎电子阵列结构设计

利用多态系统可靠性分析模型对总线胚胎电子阵列的可靠性进行分析,根据阵列的可靠性设计要求指导阵列的结构设计。当功能模块内胚胎电子细胞数目一定时,可以改变功能模块内空闲细胞的数目,改变阵列的可靠性。当功能模块内空闲细胞数目一定时,可以改变功能模块内工作细胞数目,改变阵列的可靠性。

基于总线胚胎电子阵列设计实现某功能电路需要消耗 12 个工作细胞,为保证总线胚胎电子阵列的 MTTF 大于 1.2×10^4 h,应如何设计阵列的结构使之满足设计要求?

1)功能模块内胚胎电子细胞数目一定

假设每个功能模块有 8 个胚胎电子细胞,通过改变功能模块中空闲细胞的数目改变阵列的 MTTF。为保证每个功能模块内空闲细胞数相同,选择功能模块内空闲细胞数目分别为 2、4、5、6 和 7,对应阵列的可靠度曲线如图 5 所示,随功能模块内空闲细胞数目的变化,阵列的 MTTF 如图 6 所示,具体数值见表 2。

图5为功能模块内选择不同数目空闲细胞

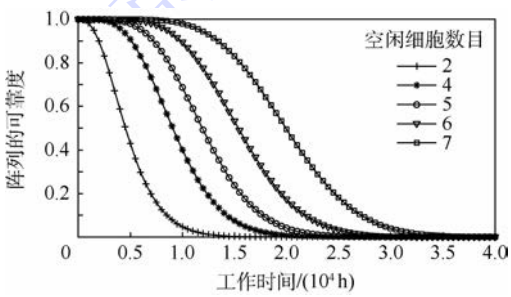


图 5 功能模块内选择不同空闲细胞数目时总线胚胎电子阵列的可靠度曲线

Fig. 5 Reliability curves of BBEEA with different numbers of spare cells chosen in functional block

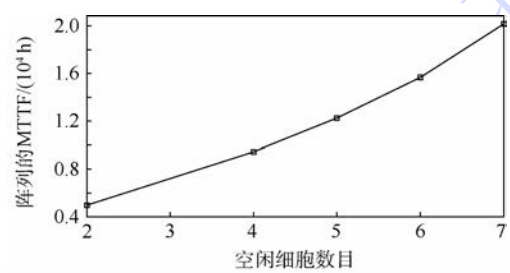


图 6 功能模块内选择不同空闲细胞数目时总线胚胎电子阵列的 MTTF 曲线

Fig. 6 MTTF curve of BBEEA with different numbers of spare cells chosen in functional block

表 2 功能模块内选择不同空闲细胞数目时总线胚胎电子阵列的 MTTF 值

Table 2 MTTF of BBEEA with different numbers of spare cells chosen in functional block

空闲细胞数目	2	4	5	6	7
阵列的 MTTF/h	4 967	9 455	12 251	15 667	20 160

阵列的可靠度曲线。随着工作时间的增加,阵列的可靠度由 1 下降为 0,功能模块内选择不同数目空闲细胞阵列的可靠度下降速度不一致。功能模块内空闲细胞数目为 2 时,阵列的可靠度下降最快;功能模块内空闲细胞数目为 7 时,阵列的可靠度下降最慢。随着功能模块内空闲细胞数目的增加,阵列的可靠度下降速度减缓。随着功能模块内空闲细胞数目的增加,功能模块能够自修复的次数也增加,阵列能够正常工作的时间更长,所以阵列的可靠度下降速度减缓。

图 6 和表 2 为功能模块内选择不同数目空闲细胞阵列的 MTTF。功能模块内空闲细胞数目为 2 时,阵列的 MTTF 最小,功能模块内空闲细胞数目为 7 时,阵列的 MTTF 最大。随着功能模块内空闲细胞数目的增加,阵列的 MTTF 也不断增加,且增加的速度越来越快。实现功能电路需要工作细胞数目一定,当功能模块内总的细胞数目一定时,功能模块内空闲细胞数目越多,阵列的空闲细胞数目越多,阵列可自修复的次数越多,阵列的 MTTF 就越高,从而阵列可正常工作的时间就越长。当功能模块内空闲细胞数目为 2、4、5、6 和 7 时,阵列内总的空闲细胞数目为 4、12、20、36 和 84。随着功能模块内空闲细胞数目的增加,阵列总的空闲细胞数目增加越来越多,所以随着功能模块内空闲细胞数目的增加,阵列 MTTF 增加速率不断增加。

阵列设计要求 MTTF 大于 1.2×10^4 h,根据分析当阵列功能模块内空闲细胞数目大于等于 5 时,阵列的 MTTF 满足设计要求。所以在设计阵列结构时,当功能模块内细胞数目固定为 8 时,选择阵列内空闲细胞数目大于等于 5 时,可满足设计要求。

2)功能模块内空闲细胞数目一定

假设每个功能模块内空闲细胞的数目为 6,改变功能模块内工作细胞的数目,改变阵列的 MTTF。为保证每个功能模块内细胞数目相同,选择功能模块内工作细胞数目分别为 1、2、3、4、6 和 12,对应阵列的可靠度曲线如图 7 所示,随功能模块内工作细胞数目变化,阵列的 MTTF 如图 8 所示,具体数值见表 3。

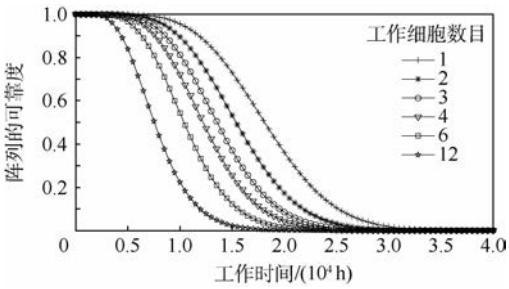


图 7　功能模块内选择不同工作细胞数目时总线胚胎电子阵列的可靠度曲线

Fig. 7　Reliability curves of BBEEA with different numbers of work cells chosen in functional block

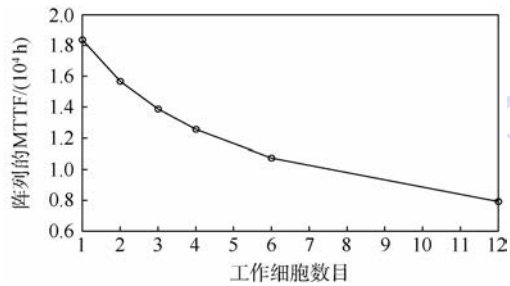


图 8　功能模块内选择不同工作细胞数目时总线胚胎电子阵列的 MTTF 曲线

Fig. 8　MTTF curve of BBEEA with different numbers of work cells chosen in functional block

表 3　功能模块内选择不同工作细胞数目时总线胚胎电子阵列的 MTTF 值

Table 3　MTTF of BBEEA with different numbers of work cells chosen in functional block

工作细胞数目	1	2	3	4	6	12
阵列的 MTTF/h	18 359	15 667	13 870	12 558	10 734	7 921

图 7 为功能模块内选择不同数目工作细胞阵列的可靠度变化曲线。随着工作时间的增加,阵列的可靠度均由 1 下降至 0,其中功能模块内工作细胞数目为 12 时,阵列的可靠度下降最快,功能模块内工作细胞数目为 1 时,阵列的可靠度下降最慢。随着功能模块内工作细胞数目的减少,阵列的可靠度下降依次变慢。功能电路实现需要的工作细胞数目一定,功能模块中空闲细胞数目一定,功能模块中的工作细胞数目越少,阵列中功能模块数目就越多,整个阵列内空闲细胞数目就越多,阵列可自修复次数就越多,阵列能够正常工作的概率就大,阵列的可靠度曲线下降就越慢。

图 8 和表 3 为功能模块内选择不同数目工作细胞数目阵列的 MTTF。当功能模块内工作细胞数目为 1 时,阵列的 MTTF 最大,当功能模块内工作细胞数目为 12 时,阵列的 MTTF 最小。随着功能模块内工作细胞数目的增加,阵列的 MTTF 依次下降,且下降的速度依次变缓。实现功能电路需要工作细胞的数目为 12 个,每个功能模块内空闲细胞的数目固定为 6 个,随着功能模块内工作细胞数目的增加,阵列中空闲细胞的数目不断下降,阵列可自修复的次数不断减少,阵列能够正常工作的时间也下降,阵列的 MTTF 也不断下降。当功能模块内工作细胞的数目分别为 1、2、3、4、6 和 12 时,阵列内空闲细胞的数目分别为 72、36、24、18、12 和 6,阵列中功能模块的数目分别为 12、6、4、3、2 和 1。随着功能模块内工作细胞数目的增加,阵列内空闲细胞数目减少的数目越来越少,所以阵列的 MTTF 下降速度不断变缓。

阵列设计要求 MTTF 大于 1.2×10^4 h,阵列中每个功能模块内的空闲细胞数目一定,可以通过改变功能模块内工作细胞数目的方法改变阵列的 MTTF。根据上述分析,当功能模块中工作细胞数目小于等于 4 时,阵列的 MTTF 满足设计要求。

4.2.2　总线胚胎电子阵列性能分析

可靠性是衡量胚胎电子阵列性能的重要指标。为了对总线胚胎电子阵列的可靠性指标进行分析,选择典型的二维胚胎电子阵列进行对比分析,二维胚胎电子阵列的可靠性在文献[22]中进行了详细的分析。选取阵列工作细胞数目分别为 25、100、625、2 500、5 625 和 10 000 个,阵列中空闲细胞数目分别为 15、60、375、1 500、3 375 和 6 000。二维胚胎电子阵列中工作阵列的规模分别为 5 × 5、10 × 10、25 × 25、50 × 50、75 × 75 和 100 × 100,为使行移除自修复获得最大的可靠性,二维胚胎电子阵列的规模分别为 8 × 5、16 × 10、40 × 25、80 × 50、120 × 75 和 160 × 100。总线胚胎电子阵列中,功能模块的结构都相同,每个功能模块由 5 个工作细胞和 3 个空闲细胞组成,胚胎电子细胞的失效率均相同为 $\lambda = 1 \times 10^{-6}$/h。不同阵列规模下行移除自修复二维胚胎电子阵列的可靠度曲线如图 9 所示,不同阵列规模下循环移除自修复总线胚胎电子阵列的可靠度曲线如图 10 所示,不同阵列规模下细胞移除自修复二维胚胎电子阵列的可靠度曲线如图 11 所示。不同阵列规模下总线胚胎电子阵列、行移除自修复二维胚胎电子阵列与细胞移除自修复二维胚胎电子阵列的 MTTF 如图 12 所示,具体的阵列 MTTF 如表 4 所示。

图 9 为不同阵列规模行移除二维胚胎电子阵列可靠度曲线。随着工作时间的增加,阵列的可靠度不断下降,其中阵列规模越大,阵列的可靠

北航学报 赠阅

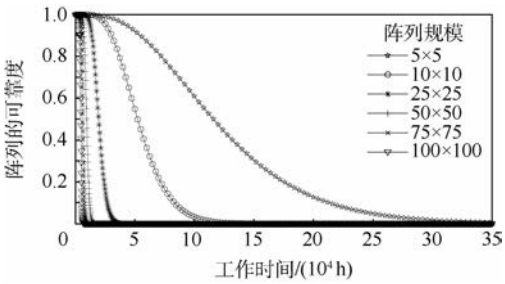


图 9 不同规模行移除二维胚胎电子阵列的可靠度曲线

Fig. 9 Reliability curves of different scales of two-dimensional EEA with row elimination

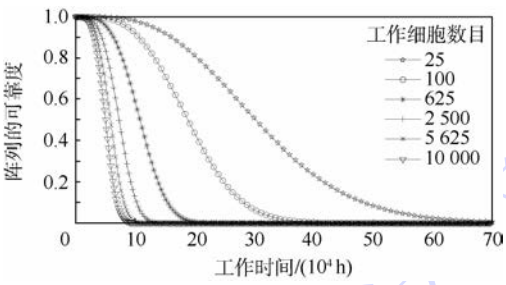


图 10 不同规模循环移除总线胚胎电子阵列的可靠度曲线

Fig. 10 Reliability curves of different scales of BBEEA with cyclic elimination

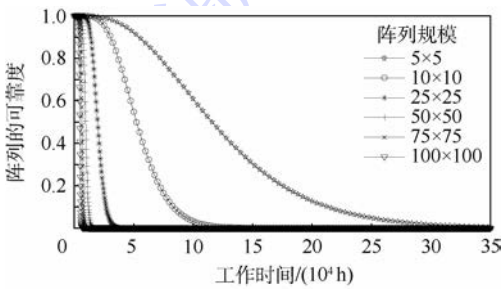


图 11 不同规模细胞移除二维胚胎电子阵列的可靠度曲线

Fig. 11 Reliability curves of different scales of two-dimensional EEA with cell elimination

度下降越快。胚胎电子阵列只进行了行冗余以保证最大的自修复次数,阵列的规模越大,阵列中胚胎电子细胞数目越多,胚胎电子细胞的失效率相同,因此阵列越容易出现故障,阵列的失效率越

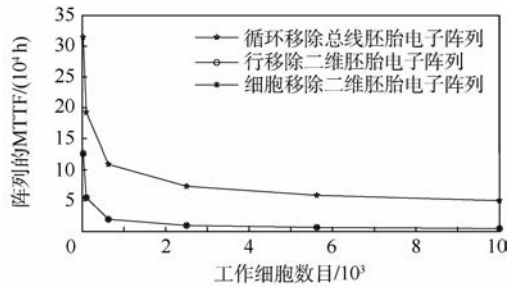


图 12 不同阵列结构、自修复方式和规模下阵列 MTTF 曲线

Fig. 12 MTTF curves of array with different structures, self-repair strategies and scales

高。阵列的冗余行数是固定的,所以阵列的规模越大,阵列的可靠度下降越快。

图 10 为不同阵列规模循环移除自修复总线胚胎电子阵列可靠度曲线。随着工作时间的增加,阵列的可靠度都不断下降,且阵列的规模越大,阵列的可靠度下降越快。总线胚胎电子阵列中,功能模块的结构均相同,当阵列规模确定后,功能模块的数目也就确定。总线胚胎电子阵列中,所有的功能模块均必须正常工作,整个阵列才能正常工作,若某个功能模块完全故障无法修复,整个阵列就将失效。每个功能模块内的空闲细胞数目固定,功能模块的自修复次数也就固定,且胚胎电子细胞的失效率相同,阵列规模越大,功能模块数目越多,整个阵列的失效概率就越大,所以阵列的可靠度下降越快。

图 11 为不同阵列规模细胞移除二维胚胎电子阵列可靠度曲线。随着工作时间的增加,阵列的可靠度不断下降,且阵列的规模越大,阵列的可靠度下降趋势就越快。已知阵列仅进行了行冗余,根据细胞移除自修复的修复原理,此时的细胞移除自修复与行移除自修复相同。该阵列仅进行了行冗余,所以在工作过程中,阵列中任意一行中出现故障都将进行行移除自修复。阵列中胚胎电子细胞的失效率均相同,阵列的规模越大,阵列某行的失效概率就越大,所以阵列规模越大,阵列的可靠度曲线下降越快。

表 4 不同阵列结构、自修复方式和规模下阵列 MTTF 值

Table 4 MTTF of array with different structures, self-repair strategies and scalesh 10^4 h

阵列结构与自修复方式	工作细胞数目					
	25	100	625	2 500	5 626	10 000
循环移除总线胚胎电子阵列	31.459	19.248	10.905	7.342 7	5.874 3	5.027 6
行移除二维胚胎电子阵列	12.666	5.517 6	2.010 3	0.972 55	0.641 13	0.478 13
细胞移除二维胚胎电子阵列	12.666	5.517 6	2.010 3	0.972 55	0.641 13	0.478 13

图 12 和表 4 为 3 种不同阵列结构和自修复方式下,不同规模胚胎电子阵列的 MTTF。随着阵列规模的增加,3 种自修复方式下胚胎电子阵列的 MTTF 都呈下降趋势,且下降的速率由快变慢。总线胚胎电子阵列中,功能模块的结构均相同,功能模块内空闲细胞数目也是固定的,胚胎电子细胞的失效率相同。阵列的规模越大,阵列内功能模块数目越多,所以阵列的MTTF就会下降。在二维胚胎电子阵列中,阵列规模越大,阵列中每行胚胎电子细胞数目就越多,胚胎电子细胞的失效率均相同,则该行胚胎电子细胞的失效率就越大。阵列的规模固定,可自修复次数固定,所以阵列的 MTTF 随着阵列规模增加而下降。总线胚胎电子阵列中,由式(18)可知,功能模块数目越少,可靠度曲线下降越慢,且功能模块数目越小,每增加一个功能模块,阵列可靠度下降越快,对应阵列的 MTTF 也就下降越快;阵列内功能模块数目较大时,功能模块数目增加,对阵列的可靠度影响很小,所以阵列的 MTTF 减少较慢。同理,对于二维胚胎电子阵列,阵列的行(列)数越小时,阵列的行(列)数目增加 1,阵列的可靠度曲线下降越多,对应阵列 MTTF 减少就越多,当阵列的行(列)数较大时,行(列)数目的增加,阵列的可靠度曲线下降开始减缓,对应阵列的 MTTF 下降就少。

循环移除自修复总线胚胎电子阵列的 MTTF 大于行移除自修复二维胚胎电子阵列和细胞移除自修复二维胚胎电子阵列,且行移除自修复二维胚胎电子阵列和细胞移除自修复二维胚胎电子阵列的 MTTF 完全相同。总线胚胎电子阵列中,阵列理论的最大可自修复次数为空闲细胞的数目,分别为 15、60、375、1 500、3 375 和 6 000。行移除自修复二维胚胎电子阵列中理论最大可修复次数为冗余的行数,分别为 3、6、15、30、45 和 60。细胞移除自修复二维胚胎电子阵列中,因为阵列仅对行进行了冗余,所以此时的细胞移除自修复方式与行移除自修复方式一致,理论最大可修复次数分别为 3、6、15、30、45 和 60。所以循环移除自修复总线胚胎电子阵列的 MTTF 高于行移除自修复二维胚胎电子阵列和细胞移除自修复二维胚胎电子阵列,且行移除自修复二维胚胎电子阵列和细胞移除自修复二维胚胎电子阵列的 MTTF 相同。

4.2.3　总线胚胎电子阵列预防性维修

总线胚胎电子阵列具有故障自修复能力,但是故障自修复能力是有限的,为了保证电子系统长时间处于正常工作状态,必须研究阵列的预防性维修。基于多态系统的总线胚胎电子阵列可靠性分析模型可以通过计算得到阵列在任意时刻的工作状态及对应概率,通过阵列处于不同工作状态的概率可以衡量阵列的工作性能,从而为预防性维修提供指导。以 4.1 节中总线胚胎电子阵列在$t=5\,000$ h 时工作为例,阵列的状态及各个状态对应概率如表 5 所示。

此时阵列可正常工作概率为所有大于 1 的工作状态概率之和,即此时的可靠度为 $R(5\,000)=0.909\,1$,此时阵列处于良好的工作状态。同时,由表 5 可以看出,阵列以较高的概率处于状态 24 至状态 400,表明随着阵列工作了 5 000 h,阵列内某些部件失效的概率较高,阵列难以处于较好的工作状态,阵列处于状态 400 以上的概率为 0.032 2。又因为阵列内仍有冗余的空闲细胞可以进行故障自修复,所以阵列此时也不会处于较差的工作状态,阵列处于状态 24 以下的概率为 0.134 8。此时阵列的工作状态性能良好,可不进行预防性维修,但是此时阵列的性能相对于最

表 5　$t=5\,000$ h 时总线胚胎电子阵列工作状态及概率

Table 5　Work states and probability of BBEEA at $t=5\,000$ h

状　态	概　率	状　态	概　率	状　态	概　率
0	0.090 9	60	0.034 6	270	0.006 8
1	0	64	0.016 5	288	0.012 8
2	0.000 2	72	0.043 3	300	0.028 4
3	0.000 3	75	0.006 1	320	0.014 4
4	0.000 9	80	0.024 4	324	0.001 0
5	0.000 2	81	0.004 3	360	0.015 4
6	0.002 1	90	0.024 9	375	0.005 4
8	0.003 2	96	0.043 1	384	0.004 1
9	0.001 7	100	0.011 0	400	0.013 7
10	0.001 4	108	0.025 0	432	0.002 2
12	0.009 0	120	0.052 2	450	0.004 6
15	0.002 3	125	0.001 4	480	0.007 8
16	0.007 9	128	0.012 9	500	0.005 8
18	0.008 8	135	0.017 7	540	0.001 3
20	0.005 9	144	0.043 6	576	0.001 3
24	0.023 0	150	0.015 8	600	0.005 0
25	0.000 8	160	0.024 6	625	0.000 9
27	0.004 4	162	0.003 3	648	0.000 1
30	0.011 5	180	0.046 2	720	0.001 4
32	0.013 5	192	0.028 1	750	0.001 1
36	0.027 0	200	0.015 6	864	0.000 1
40	0.014 5	216	0.011 9	900	0.000 5
45	0.009 0	225	0.011 9	1 080	0.000 1
48	0.040 0	240	0.049 2	1 296	0
50	0.003 8	250	0.003 3		
54	0.013 1	256	0.005 7		

北航学报 赠阅

初已经有了一定的下降,需要加强状态检测,当阵列处于较低状态的概率较大时,应立即采取预防性维修,保证阵列能够处于正常工作状态。因此,可以根据阵列在某一时刻所处工作状态的概率,近似衡量阵列的工作性能,为预防性维修决策提供指导。

基于多态系统的总线胚胎电子阵列可靠性分析模型能够非常直观地得到任意时刻总线胚胎电子阵列所处工作状态的概率,根据阵列所处各个状态的概率评估阵列此时的工作状态。如果阵列处于较高状态的概率很大,表明阵列此时的工作性能较好,可不进行维修;当阵列处于较低状态的概率较大时,表明阵列此时的工作性能较差,可以采取预防维修策略,防范阵列功能失效。所以基于多态系统理论的总线胚胎电子阵列可靠性分析模型可以为阵列预防性维修决策提供理论指导。

5 结 论

通过分析总线胚胎电子阵列的结构特点和工作原理,将多态系统理论引入到总线胚胎电子阵列的可靠性分析建模中,并利用建立的可靠性模型对总线胚胎电子阵列的结构设计、性能评估和预防性维修决策进行研究。主要结论如下:

1)通过与典型的 n/k 系统理论可靠性模型进行对比,基于多态系统理论的总线胚胎电子阵列可靠性分析模型能够准确地评估阵列的可靠性指标,同时可以将阵列的工作状态与可靠性结合起来,能够更透彻地分析阵列的可靠性。

2)基于多态系统理论的总线胚胎电子阵列可靠性分析模型可以根据阵列的可靠性设计要求,对阵列的结构设计进行指导,能够更加合理地选择阵列内空闲细胞数目和工作细胞数目。

3)基于多态系统理论的总线胚胎电子阵列可靠性分析模型将阵列的工作状态与可靠性相结合,可以对阵列的预防性维修决策提供指导。

总的来说,基于多态系统理论的总线胚胎电子阵列可靠性分析模型能够准确透彻地分析阵列的可靠性,为胚胎电子阵列技术的可靠性评估提供了一种新思路。同时,利用建立的阵列可靠性分析模型可以对阵列的结构设计、性能分析和预防性维修决策提供理论指导,对胚胎电子阵列技术的工程应用具有重要价值。

参考文献(References)

[1] 蔡金燕,朱赛,孟亚峰.一种新型的仿生电子细胞基因存储结构[J].电子学报,2016,44(8):1915-1923.
CAI J Y,ZHU S,MENG Y F. A novel gene memory structure for bio-inspired electronic cell[J]. Acta Electronica Sinica,2016,44(8):1915-1923(in Chinese).

[2] GARIS H D. Genetic programming:Artificial nervous systems,artificial embryos and embryological electronics[C]// Proceeding of the 1st Workshop on Parallel Problem Solving from Nature,1990:117-123.

[3] MANGE D,GOEKE M,MADON D,et al. Embryonics:A new family of coarse-grained field-programmable gate array with self-repair and self-reproducing properties[C]// Proceeding of 1996 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Piscataway,NJ:IEEE Press,1996:25-28.

[4] YAO X,HIGUCHI T. Promises and challenges of evolvable hardware[J]. IEEE Transaction on Systems,Man and Cybernetics,Part C,1999,29(1):87-97.

[5] ORTEGA C,TYRRELL A. Biologically inspired reconfigurable hardware for dependable applications[C]// IEEE Half-day Colloquium on Hardware Systems for Dependable Applications. Piscataway,NJ:IEEE Press,1997:1-4.

[6] ORTEGA C,TYRRELL A. Reliability analysis in self-repairing embryonic systems[C]// Proceeding of the 1st NASA/DoD Workshop on Evolvable Hardware. Piscataway,NJ:IEEE Press,1999:120-128.

[7] 李廷鹏.基于总线结构的仿生自修复技术研究[D].长沙:国防科学技术大学,2012:17-32.
LI T P. Research on bio-inspired self-repairing technology based on bus structure[D]. Changsha:National University of Defense Technology,2012:17-32(in Chinese).

[8] SAMIE M,DRAGFFY G,POPESCU A. Prokaryotic bio-inspired model for embryonic[C]// Proceedings of the 4th NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems. Piscataway,NJ:IEEE Press,2009:163-170.

[9] 李岳,王南天,钱彦岭.原核细胞仿生自修复电路设计[J].国防科学技术大学学报,2012,34(3):154-157.
LI Y,WANG N T,QIAN Y L. Self-healing circuit design inspired by prokaryotic cell[J]. Journal of National University of Defense Technology,2012,34(3):154-157(in Chinese).

[10] ZHU S,CAI J Y,MENG Y F. Partial-DNA cyclic memory for bio-inspired electronic cell[J]. Genetic Programming and Evolvable Machines,2016,17(2):83-117.

[11] 朱赛,蔡金燕,孟亚峰,等.胚胎电子细胞中基因备份数目优选方法[J].北京航空航天大学学报,2016,42(2):328-336.
ZHU S,CAI J Y,MENG Y F,et al. Gene backup number selection method for embryonics cell[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2016,42(2):328-336(in Chinese).

[12] ZHANG Z,WANG Y R. Method to self-repair reconfiguration strategy selection of embryonic cellular array on reliability analysis[C]//2014 NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems(AHS). Piscataway,NJ:IEEE Press,2014:225-232.

[13] 张砦,王友仁.基于可靠性分析的胚胎硬件容错策略选择方法[J].系统工程理论与实践,2013,33(1):236-242.
ZHANG Z,WANG Y R. Guidelines to fault-tolerant strategy selection in embryonics hardware based on reliability analysis

北航学报 赠阅

[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2013, 33(1): 236-242(in Chinese).

[14] 张砦,王友仁. 基于可靠性优化的芯片自愈型硬件细胞阵列布局方法[J]. 航空学报,2014,35(12):3392-3402.
ZHANG Z, WANG Y R. Method to reliability improvement of chip self-healing hardware by array layout reformation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(12): 3392-3402 (in Chinese).

[15] 张砦,王友仁. 应用设计过程的胚胎硬件细胞单元粒度优化方法[J]. 航空学报,2016,37(11):3502-3511.
ZHANG Z, WANG Y R. Cell granularity optimization method of embryonic hardware in application design process[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3502-3511 (in Chinese).

[16] 林勇,罗文坚,钱海,等. $n \times n$ 阵列胚胎电子系统应用中的优化设计问题分析[J]. 中国科学技术大学学报,2007,37(2):171-176.
LIN Y, LUO W J, QIAN H, et al. Analysis of optimization design in $n \times n$ array embryonic system applications[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2007, 37(2): 171-176(in Chinese).

[17] 张峻宾,蔡金燕,孟亚峰. 基于 EHW 和 RBT 的电子电路故障自修复策略性能分析[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(11):2423-2435.
ZHANG J B, CAI J Y, MENG Y F. The performance of electronic circuit fault self-repair strategy based on EHW and RBT [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(11): 2423-2435(in Chinese).

[18] 李春洋. 基于多态系统理论的可靠性分析与优化设计方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2010:48-91.
LI C Y. Research on reliability analysis and optimization based on the multi-state system theory[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010: 48-91(in Chinese).

[19] 潘刚,尚朝轩,蔡金燕,等. 基于 Semi-Markov 模型的多态系统不完全维修决策研究[J]. 航空学报,2017,38(2):320178.
PAN G, SHANG C X, CAI J Y, et al. Research on imperfect maintenance decision for multi-syatem based on Semi-Markov model [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(2): 320178(in Chinese).

[20] LISNIANSKI A, FRENKEL I, DING Y. Multi-state system reliability analysis and optimization for engineers and industrial managers[M]. Berlin: Springer, 2010: 143-198.

[21] 王涛,蔡金燕,孟亚峰. 总线细胞阵列中空闲细胞冗余数量研究[J]. 微电子学与计算机,2016,33(9):1-5.
WANG T, CAI J Y, MENG Y F. Research on the redundant number of spare cells in bus-based embryonic array[J]. Microelectronics & Computer, 2016, 33(9): 1-5(in Chinese).

[22] 王涛,蔡金燕,孟亚峰,等. 胚胎电子阵列中空闲细胞的配置研究 J]. 航空学报,2017,38(4):320266.
WANG T, CAI J Y, MENG Y F, et al. Research on the configuration of idle cells in embryonics electronic cell array [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(4): 320266 (in Chinese).

作者简介:

王涛　男,博士研究生。主要研究方向:电子系统故障检测与自修复技术。

蔡金燕　女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:电子系统可靠性分析与设计、电子系统仿生自修复技术。

孟亚峰　男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:电子系统可靠性分析与设计、电子系统仿生自修复技术。

北京航空航天大学学报

北航学报 赠阅

Reliability analysis of bus-based embryonic electronic array based on multi-state system

WANG Tao, CAI Jinyan, MENG Yafeng*, ZHU Sai

(Department of Electronic and Optical Engineering, Army Engineering University Shijiazhuang Campus, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Through the analysis on structure characteristics and work principle of bus-based embryonic electronic array (BBEEA), the multi-state system theory is introduced to the reliability analysis of BBEEA, and the universal generating function (UGF) was used to model and analyze BBEEA reliability. Compared with BBEEA reliability model based on n/k system, correctness and validity of BBEEA reliability model based on multi-state system are verified. BBEEA reliability is analyzed based on the proposed multi-state system reliability model so as to guide the structure design of BBEEA according to reliability requirement. At the same time, in order to analyze the performance of BBEEA, comparative analysis of reliability between typical embryonic electronic array (EEA) and BBEEA is completed. The results of analysis show that reliability model based on multi-state system can analyze BBEEA reliability in nature, and it can associate working states and reliability of BBEEA, which has great guiding significance on structure design and preventive maintenance decision of BBEEA.

Keywords: bus-based embryonic electronic array(BBEEA); self-repair; reliability; multi-state system; n/k system

北京航空航天大学学报

Received: 2017-03-23; **Accepted**: 2017-06-09; **Published online**: 2017-06-30 10:00

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.1000.010.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61372039, 61601495)

* **Corresponding author**. E-mail: myfrad@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0162

大前置角拦截攻击时间控制导引律

全下文载

王斌，雷虎民*，李炯，叶继坤，李宁波
（空军工程大学 防空反导学院，西安 710051）

摘 要：为了实现大前置角拦截下的时间一致性饱和攻击，利用非线性导引方程，采取基于预测命中点（PIP）的剩余时间估计方法，结合等效滑模控制理论和 Lyapunov 稳定性定理，设计了一种大前置角拦截攻击时间控制导引律（ITCG）。针对固定目标和非机动运动目标，在弹目接近速度为负的情况下也能保证准确命中，实现了任意初始前置角下的指定时间到达，拓宽了导弹的制导初始条件，并给出了严格的理论证明。不同初始条件下的仿真结果验证了导引律的有效性。

关 键 词：大前置角；攻击时间控制；饱和攻击；等效滑模；导引律
中图分类号：V448.13；TJ765.3
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0605-09

现代战争中，对于威胁程度较大的敌方目标，往往需要采取多弹齐射的方式进行拦截以保证毁伤概率。为了达到这种饱和攻击的战术效果，需要对多枚导弹实现一致性的攻击时间控制，各枚导弹根据指定的攻击时间，各自独立或者相互协同地完成攻击任务。

自从 Kim 等首次提出攻击时间控制的导引问题以来[1]，各国学者基于不同的导引理念和控制理论，已经取得不少攻击时间控制导引律（Impact Time Control Guidance，ITCG）的研究成果。文献[2]将攻击时间控制导引问题转化为标称弹目距离跟踪问题，利用动态逆理论设计了三维空间的 ITCG；文献[3]继续采用文献[2]的弹目距离跟踪思想设计了一种带攻击角度约束的 ITCG；文献[4]同样基于跟踪思想设计 ITCG，不同的是其跟踪的变量是视线角速率而不是弹目距离；文献[1,5]采用小前置角假设估算剩余飞行时间，利用最优控制理论求解 ITCG，但这种导引律只适用于初始前置角较小的情形；文献[6-8]研究了带攻击角度约束的 ITCG，基于最优控制理论将导引问题转化为能量最优的 2 点边值问题，但其数值解法的应用使得导引律缺乏实时性保证；文献[9]基于线性化导引方程推导了一种具有偏置项的比例导引 ITCG，偏置项用于调整攻击时间；文献[10]同样设计了具有偏置结构的 ITCG，不同的是采用非线性导引模型设计导引律，与文献[5]类似，在推导剩余飞行时间表达式时，其同样采用了小前置角假设；文献[11]设计了一种时变导航比的 ITCG，根据不同的攻击时间在线计算所需要的导航比，但算法的实时性难以保证；文献[12-13]采用滑模控制理论设计 ITCG，但其剩余时间估计表达式仍然不适用于大前置角拦截；文献[14-15]设计了基于虚拟领弹策略的 ITCG，其方法是先构造出一枚可按指定时间攻击的虚拟领弹，然后设计导引律使真实导弹的轨迹跟踪虚拟导弹的轨迹完成攻击时间的控制，不需要估计剩余时间，但其制导指令往往会出现奇异或产生跳变。

收稿日期：2017-03-20；**录用日期**：2017-06-23；**网络出版时间**：2017-09-11 10:26
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170911.1026.002.html
基金项目：国家自然科学基金（61573374，61503408）；航空科学基金（20150196006）
* **通信作者**. E-mail：lhm7600@sina.cn

引用格式：王斌，雷虎民，李炯，等. 大前置角拦截攻击时间控制导引律[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：605-613.
WANG B，LEI H M，LI J，et al. Impact time control guidance law for large heading errors[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：605-613(in Chinese).

北航学报 赠阅

综上所述,目前关于攻击时间控制的导引问题研究可大致分为 2 类:一类是不需要估计剩余时间的 ITCG,主要是基于跟踪的思想来实现,但被跟踪的理想曲线通常不易获得;另一类是需要估计剩余时间的 ITCG,但剩余时间的获取往往是通过基于小前置角假设的线性化导引方程来估算[16],以致导引律对大前置角拦截并不适用。针对以上问题,本文研究旨在得到一种可用于大前置角拦截的 ITCG,使其不仅适用于打击固定目标,而且可以打击非机动运动目标。导引律的推导利用非线性导引方程,采取基于预测命中点(Predicting Interception Point,PIP)的剩余时间估计方法,结合等效滑模控制理论得到,通过选择合适的滑模面和控制律,使其满足大初始前置角下的拦截要求,并给出了严格的数学证明。仿真结果证明了该导引律的有效性。

1 导引模型

末制导过程的弹目相对运动是俯仰平面和偏航平面的耦合运动,本文为了研究方便,将其简化为 2 个通道的独立运动。考虑到俯仰平面与偏航平面运动的相似性,本文只研究二维俯仰平面的弹目相对运动,其运动模型如图 1 所示。

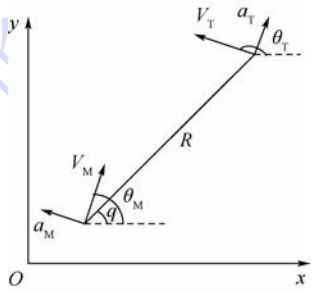


图 1 弹目相对运动模型

Fig. 1 Missile-target relative motion model

相对运动方程如下:

$$\dot{R} = V_T\cos\eta_T - V_M\cos\eta_M \tag{1}$$

$$R\dot{q} = V_T\sin\eta_T - V_M\sin\eta_M \tag{2}$$

$$\dot{\theta}_M = a_M/V_M \tag{3}$$

$$\dot{\theta}_T = a_T/V_T \tag{4}$$

式中:$\eta_M = \theta_M - q$,$\eta_T = \theta_T - q$ 分别为导弹和目标前置角;V_M 和 V_T 分别为导弹和目标的速度;θ_M 和 θ_T 分别为导弹和目标的弹道倾角;q 和 $\dot{q}$ 分别为弹目视线倾角和视线角速率;a_M 和 a_T 分别为导弹和目标的法向加速度;R 为弹目距离;$\dot{R}$ 为弹目接近速度。

对式(2)求导可得

$$\dot{R}\dot{q} + R\ddot{q} = \dot{V}_T\sin\eta_T + V_T(\dot{\theta}_T - \dot{q})\cos\eta_T - \dot{V}_M\sin\eta_M - V_M(\dot{\theta}_M - \dot{q})\cos\eta_M \tag{5}$$

整理可得

$$\ddot{q} = -\frac{2\dot{R}}{R}\dot{q} + \frac{A_T - A_M}{R} + \frac{\dot{V}_T\sin\eta_T - \dot{V}_M\sin\eta_M}{R} \tag{6}$$

式中:$A_M = a_M\cos\eta_M$,$A_T = a_T\cos\eta_T$ 分别为导弹和目标加速度在视线法向上的分量。在导弹飞行过程当中,不考虑其他气动力特性,认为导弹和目标均作均速运动,即 $\dot{V}_T = 0$,$\dot{V}_M = 0$。对于非机动运动目标,另有 $a_T = 0$,则式(6)可以改写为

$$\ddot{q} = -\frac{2\dot{R}}{R}\dot{q} - \frac{a_M\cos\eta_M}{R} \tag{7}$$

如果把攻击时间 t 定义为导弹发射时刻到弹目遭遇所用的总时间,则有

$$t = t_e + t_{go} \tag{8}$$

式中:t_e 为导弹制导时刻起已经飞行的时间;t_{go} 为剩余飞行时间,其准确值难以获取,只能通过表达式近似估计。ITCG 设计的目的就是找到一种合适的控制指令 a_M,使导弹的攻击时间 t 与指定的期望攻击时间 T_d 相一致。又因弹目视线角速率收敛于零是导弹命中目标的必要条件,因此导引律设计时应对 t 和 $\dot{q}$ 综合考虑。

2 导引律设计

2.1 滑模面选择依据

定义攻击时间误差

$$e = t - T_d = t_e + t_{go} - T_d = t_{go} - t_{go}^d \tag{9}$$

式中:t_{go}^d 为期望剩余飞行时间。考虑到导引律设计时要同时满足最小的脱靶量和最小的攻击时间误差要求,因此采用滑模控制的方法进行设计,滑模面的选择如下:

$$s = \dot{q} + ce\,\mathrm{sign}(\dot{q}) = \dot{q} + c(t_e + t_{go} - T_d)\,\mathrm{sign}(\dot{q}) \tag{10}$$

式中:$c = \mathrm{const} > 0$,决定了攻击时间误差权重的大小。选择上述滑模面的意义在于:当 $\dot{q} = 0$ 时,导弹能以准平行接近状态高精度击中目标;当 $e = 0$ 时,导弹能以指定的攻击时间实现弹目交会。而且一旦导弹进入滑模运动状态,则有

$$\dot{q} + ce\,\mathrm{sign}(\dot{q}) = 0 \tag{11}$$

即

$$\dot{q} = -ce\,\mathrm{sign}(\dot{q}) \tag{12}$$

如果在滑模运动的初始阶段,有:

1) 若 $e = 0$,则必有 $\dot{q} = 0$ 成立,如果接近速度 $V_c = -\dot{R} > 0$,导弹就能以指定的攻击时间和较小

北航学报 赠阅

的脱靶量命中目标,此时导引律只需要对攻击时间进行控制即可,即完成时间控制的同时也保证了制导精度。

2) 若 $e\neq 0$,需要对 $\dot{q}$ 是否为零进行讨论:

① $\dot{q}=0$,按照符号函数的基本定义,此时式(12)恒成立,如果接近速度为正,则导弹能以较高的精度击中目标,但攻击时间的控制无法实现($e\neq 0$)。为了实现攻击时间控制,应打破 $\dot{q}=0$ 时 $\dot{q}=-c\mathrm{esign}(\dot{q})$ 的恒成立问题,即设法让 $\dot{q}=0$ 时,$\mathrm{sign}(\dot{q})$ 不再取 0,因此可以对符号函数作如下新的定义:

$$\mathrm{sign}(\dot{q})=\begin{cases}1 & \dot{q}>0\\ 1\text{ 或 }-1 & \dot{q}=0\\ -1 & \dot{q}<0\end{cases}\tag{13}$$

根据重新定义的符号函数式(13),再结合式(12)可知当 $\dot{q}=0$ 时,$\dot{q}=\pm ce$,又因为 $\dot{q}=0$,故此时必有 $e=0$ 成立,即导弹能从 $e\neq 0$ 的初始状态调整至能按指定时间完成攻击任务的 $e=0$ 的状态,此时导引律在保证制导精度的同时也完成了攻击时间控制。

② $\dot{q}\neq 0$,此时需要对 e 的正负情况进行讨论($e=0$ 的情况已在①中讨论完毕):

a) 如果 $e>0$,由式(12)可知,当 $\dot{q}>0$ 时,$\dot{q}=-ce<0$,这与 $\dot{q}>0$ 的前提相矛盾;当 $\dot{q}<0$ 时,$\dot{q}=ce>0$,这与 $\dot{q}<0$ 的前提也相矛盾,因此 $e>0$ 时式(12)恒不成立,即无论导引律如何设计,都无法保证滑模面可达,亦无法实现攻击时间控制。

b) 如果 $e<0$,此时无论 $\dot{q}>0$ 还是 $\dot{q}<0$ 易知式(12)都成立,即滑模面可达,此时导引律对视线角速率和攻击时间同时控制。

综上所述,选择式(10)所示的滑模面能够完成任意 $e\leqslant 0$,即估计攻击时间小于指定攻击时间情况下的导引控制,这也是下文 t_{go} 近似算法的选择依据。

2.2　基于等效滑模控制的导引律设计

剩余时间 t_{go} 的经典计算方法是 R/V_c,V_c 为接近速度,但这种计算方法只适用于导弹前置角较小的情形,对大前置角拦截并不适用。文献[17]给出了一种逆轨拦截剩余时间估计计算方法,无论打击固定目标还是非机动运动目标,都能获得良好的估计精度。其计算式为

$$t_{go}=\frac{R}{V_M(1+k)}\left[1+\frac{(\eta_M-kq)^2}{2(2N-1)}\right]\tag{14}$$

式中:$k=V_T/V_M$ 为目标与导弹的速度比;N 为导航比。

由式(14)可以看出,当拦截固定目标 $k=0$ 且导弹前置角 η_M 为零或很小时,$t_{go}=R/V_M=R/V_c$,与经典计算方法相同;当导弹前置角不为零时,则通过修正项 $1+(\eta_M-kq)^2/(4N-2)$ 来修正估计误差,η_M 越大,t_{go} 越长,且式(14)所示的 t_{go} 计算方法依赖于 V_M 而与 V_c 无关,因此即使 $V_c<0$,即在前置角很大的情况下,也能取得较好的估计精度。同时由文献[17]可知,逆轨拦截模式下 t_{go} 的估计值要小于实际值,符合 2.1 节的结论。因此,将利用式(14)给出的 t_{go} 计算方法设计大前置角拦截 ITCG,以保证滑模面 $s=0$ 可达。

另外,采用式(14)所示的剩余时间估计计算方法能够保证时间控制和制导精度同时满足。这是因为一旦所设计的导引律使系统达到滑模面 $s=0$,则有 $e=t_{go}-t_{go}^{d}=0$ 成立,即 $t_{go}=t_{go}^{d}=T_d-t_e$,当时间控制满足要求时,有 $t_e=T_d$,即 $t_{go}=0$ 成立,结合式(14)可知此时必有 $R=0$ 成立;同理,$R=0$ 也必有 $t_e=T_d$ 成立。

等效滑模控制算法的一般形式为

$$a_M=a_M^{eq}+a_M^{disc}\tag{15}$$

式中:a_M^{eq} 为等效控制指令,保证系统状态到达滑模面;a_M^{disc} 为不连续补偿控制指令,用来保证系统状态不离开滑模面。

观察式(10)可知,滑模面 s 包含符号函数 $\mathrm{sign}(\dot{q})$,而符号函数在原点处不可导,因此在求解制导指令时,应对 s 在原点以外求导,得

$$\dot{s}=\ddot{q}+c(1+\dot{t}_{go})\mathrm{sign}(\dot{q})\tag{16}$$

对式(14)求导结合式(3)可得

$$\dot{t}_{go}=\frac{\dot{R}}{V_M(1+k)}\left[1+\frac{(\eta_M-kq)^2}{2(2N-1)}\right]+\frac{-R\dot{q}(\eta_M-kq)}{V_M(2N-1)}+\frac{R(\eta_M-kq)a_M}{V_M^2(2N-1)(1+k)}\tag{17}$$

将式(7)和式(17)代入式(16)得

$$\dot{s}=-\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R}+c\mathrm{sign}(\dot{q})\cdot\left\{1+\frac{-R\dot{q}(\eta_M-kq)}{V_M(2N-1)}+\frac{\dot{R}}{V_M(1+k)}\cdot\left[1+\frac{(\eta_M-kq)^2}{2(2N-1)}\right]\right\}-\left[\frac{\cos\eta_M}{R}-\frac{cR(\eta_M-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_M^2(2N-1)(1+k)}\right]a_M\tag{18}$$

令 $\dot{s}=0$,解得等效控制律

北航学报 赠阅

$$a_{\mathrm{M}}^{\mathrm{eq}}=\left\{-\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R}+c\mathrm{sign}(\dot{q})\left[1+\frac{-R\dot{q}(\eta_{\mathrm{M}}-kq)}{V_{\mathrm{M}}(2N-1)}+\frac{\dot{R}}{V_{\mathrm{M}}(1+k)}\left(1+\frac{(\eta_{\mathrm{M}}-kq)^2}{2(2N-1)}\right)\right]\right\}\Big/\left[\frac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\right] \tag{19}$$

$a_{\mathrm{M}}^{\mathrm{disc}}$ 一般采取如下形式：

$$a_{\mathrm{M}}^{\mathrm{disc}}=l\mathrm{sign}(s) \tag{20}$$

式中：l 为不连续控制器的增益。此时制导指令的计算式为

$$a_{\mathrm{M}}=a_{\mathrm{M}}^{\mathrm{eq}}+a_{\mathrm{M}}^{\mathrm{disc}}=\left\{-\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R}+c\mathrm{sign}(\dot{q})\left[1+\frac{-R\dot{q}(\eta_{\mathrm{M}}-kq)}{V_{\mathrm{M}}(2N-1)}+\frac{\dot{R}}{V_{\mathrm{M}}(1+k)}\left(1+\frac{(\eta_{\mathrm{M}}-kq)^2}{2(2N-1)}\right)\right]\right\}\Big/\left[\frac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\right]+l\mathrm{sign}(s) \tag{21}$$

为了得到不连续控制器的增益 l，定义 Lyapunov 函数为

$$V=\frac{1}{2}s^2 \tag{22}$$

对式(22)求导并将式(18)、式(21)代入可得

$$\dot{V}=-ls\left[\frac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\right]\mathrm{sign}(s) \tag{23}$$

取

$$l=\frac{m}{\mathrm{sign}\left(\dfrac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\dfrac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\right)} \tag{24}$$

式中：$m=\mathrm{const}>0$。

将式(24)代入式(23)，得

$$\dot{V}=-m|s|\left|\frac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\right| \tag{25}$$

注意到式(25)中，如果

$$\frac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\neq 0 \tag{26}$$

成立，则在滑模到达阶段，有 $\dot{V}<0$ 成立，即设计形如式(21)所示导引律，能够严格满足 Lyapunov 稳定条件，保证滑模状态可达，攻击时间可控。导引律的具体表达式为

$$a_{\mathrm{M}}=a_{\mathrm{M}}^{\mathrm{eq}}+a_{\mathrm{M}}^{\mathrm{disc}}=\left\{-\frac{2\dot{R}\dot{q}}{R}+c\mathrm{sign}(\dot{q})\left[1+\frac{-R\dot{q}(\eta_{\mathrm{M}}-kq)}{V_{\mathrm{M}}(2N-1)}+\frac{\dot{R}}{V_{\mathrm{M}}(1+k)}\left(1+\frac{(\eta_{\mathrm{M}}-kq)^2}{2(2N-1)}\right)\right]\right\}\Big/\left[\frac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\frac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\right]+\frac{m\mathrm{sign}(s)}{\mathrm{sign}\left(\dfrac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}-\dfrac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}\right)} \tag{27}$$

记 $\xi=\cos\eta_{\mathrm{M}}/R-cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})/[V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)]$，易知当 $\xi\to 0$ 时，$a_{\mathrm{M}}\to\infty$，为避免指令发散，令 $\xi\to 0$ 时，$\xi=\kappa=\mathrm{const}$，$\kappa$ 在零的邻域内取值。另外，采用双曲正切函数 $\tanh(s)$ 代替符号函数克服不连续控制项的影响，在保证弹道光滑的同时，也能解决滑模面 s 在原点处的不可导问题。

3 导引律改进方法

2.2 节提到，如果式(26)成立，则所设计的导引律能够严格满足 Lyapunov 稳定条件，保证大前置角拦截攻击时间可控。下面证明当式(26)不成立，即 Lyapunov 稳定条件不能严格满足时，大前置角拦截攻击时间控制的可行性及导引律改进方法。

当式(26)不成立时，有

$$\frac{\cos\eta_{\mathrm{M}}}{R}=\frac{cR(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)} \tag{28}$$

对式(28)重新整理，可得

$$\frac{(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})}{\cos\eta_{\mathrm{M}}}=\frac{V_{\mathrm{M}}^2(2N-1)(1+k)}{cR^2} \tag{29}$$

因为 $k>0$，$c>0$，N 一般取 3～6，因此式(29)的右端恒大于零。由式(2)可得

$$\dot{q}=\frac{V_{\mathrm{T}}\sin\eta_{\mathrm{T}}-V_{\mathrm{M}}\sin\eta_{\mathrm{M}}}{R}=\frac{V_{\mathrm{M}}(k\sin\eta_{\mathrm{T}}-\sin\eta_{\mathrm{M}})}{R} \tag{30}$$

不妨在式(30)中运用小角度假设近似得到 $\dot{q}\approx V_{\mathrm{M}}(kq-\eta_{\mathrm{M}})/R$，因为 $\mathrm{sign}(\dot{q})$ 与 $\dot{q}$ 同号，故其必然与 $(kq-\eta_{\mathrm{M}})$ 同号，因此式(29)左端分子项 $(\eta_{\mathrm{M}}-kq)\mathrm{sign}(\dot{q})$ 必然小于零。对 η_{M} 实际可能的情况进行讨论，证明任意前置角拦截的有效性：

1) 若 $0<|\eta_{\mathrm{M}}|<\pi/2$，则 $\cos\eta_{\mathrm{M}}>0$，此时式(29)等号左端小于零，而等号右端恒大于零，显然式(29)不成立，即所设计的导引律能够严格满足 $\dot{V}<0$，系统稳定，攻击时间可控。

北航学报 赠阅

2) 若 $|\eta_M|>\pi/2$,此时 $\cos\eta_M<0$,式(29)等号左端大于零,等式可能成立,此时 $\dot V\leqslant 0$,Lyapunov 稳定条件不能严格满足,需要对导引律式(27)作如下相应改进,取

$$l=\frac{m}{\operatorname{sign}\left(\dfrac{\cos\eta_M}{R}-\dfrac{cR(\eta_M-kq)\operatorname{sign}(\dot q)}{V_M^2(2N-1)(1+k)}\right)}+\frac{\varepsilon}{\dfrac{\cos\eta_M}{R}-\dfrac{cR(\eta_M-kq)\operatorname{sign}(\dot q)}{V_M^2(2N-1)(1+k)}} \tag{31}$$

式中:ε 为大于零的常数。

将式(31)代入式(23),得

$$\dot V=-|s|\left[m\left|\frac{\cos\eta_M}{R}-\frac{cR(\eta_M-kq)\operatorname{sign}(\dot q)}{V_M^2(2N-1)(1+k)}\right|+\varepsilon\right] \tag{32}$$

因为 $\varepsilon>0$,故在滑模到达阶段有 $\dot V<0$ 恒成立,满足 Lyapunov 稳定条件,系统稳定,攻击时间可控。此时导引律式(27)改写为

$$\begin{aligned}a_M=a_M^{eq}+a_M^{disc}=&\left\{-\frac{2\dot R\dot q}{R}+c\operatorname{sign}(\dot q)\left[1+\frac{-R\dot q(\eta_M-kq)}{V_M(2N-1)}+\frac{\dot R}{V_M(1+k)}\left(1+\frac{(\eta_M-kq)^2}{2(2N-1)}\right)\right]\right\}\Bigg/\left[\frac{\cos\eta_M}{R}-\frac{cR(\eta_M-kq)\operatorname{sign}(\dot q)}{V_M^2(2N-1)(1+k)}\right]+\\&\frac{m\operatorname{sign}(s)}{\operatorname{sign}\left(\dfrac{\cos\eta_M}{R}-\dfrac{cR(\eta_M-kq)\operatorname{sign}(\dot q)}{V_M^2(2N-1)(1+k)}\right)}+\frac{\varepsilon\operatorname{sign}(s)}{\dfrac{\cos\eta_M}{R}-\dfrac{cR(\eta_M-kq)\operatorname{sign}(\dot q)}{V_M^2(2N-1)(1+k)}}\end{aligned} \tag{33}$$

此处采取与式(27)同样的方法,避免指令出现奇异,即当 $\xi\to 0$ 时,取 $\xi=\kappa=\text{const}$,κ 在零的邻域内取值,其中,$\xi=\cos\eta_M/R-cR(\eta_M-kq)\cdot\operatorname{sign}(\dot q)/[V_M^2(2N-1)(1+k)]$。

4　仿真验证

为了验证本文所设计的大前置角拦截 ITCG 的有效性,本节将对拦截固定目标、拦截非机动运动目标和齐射攻击 3 种攻击情况进行仿真验证,其中导弹和目标初始状态的选择如表 1 所示,制导律参数 $N=3$,$m=200$,$\varepsilon=0.005$,$\kappa=0.0001$;目标静止时取 $c=1$,目标运动时取 $c=0.01$。自动驾驶仪等效为一阶惯性环节,时间常数取 0.1 s。

表 1　仿真参数值

Table 1　Value of simulation parameters

初始参数	数　值
导弹初始位置/m	(0,0)
目标初始位置/m	(10000,0)
导弹弹道倾角 θ_{M0}/(°)	60
目标弹道倾角 θ_{T0}/(°)	180
导弹速度 V_M/(m·s^{-1})	300
目标速度 V_T/(m·s^{-1})	0、120
导弹最大法向加速度 a_M^{max}/(m·s^{-2})	250

4.1　拦截固定目标($k=0$)

1) 导弹和目标的初值选取同表 1,此时前置角 $\eta_M=\theta_{M0}=60°$,指定攻击时间分别取 40、50、60、70 s 进行仿真,结果如图 2 所示。

从图 2(b)可以看出,4 种情况下,导弹都能以指定的攻击时间命中目标,时间分别是 39.99,49.99,59.99,69.99 s。而由图 2(a)可知,指定飞行时间越长,弹道弯曲程度越大,且在每一条飞行弹道的初段,导弹前置角均呈现出增大的趋势,即导弹出现偏离目标飞行的情况,此时剩余飞行时间也逐渐增大(见图 2(b)),这主要是由于调整弹道以实现指定时间攻击。而由图 2(c)可以看出,为了调整弹道以达到指定攻击时间,导弹需要以较大的法向加速度消除时间误差,随着时间误差修正完成,导弹就能以较小的前置角,较平滑的弹道命中目标,此时法向加速度逐渐减小直至维持在 0.5g 左右,g 为重力加速度。

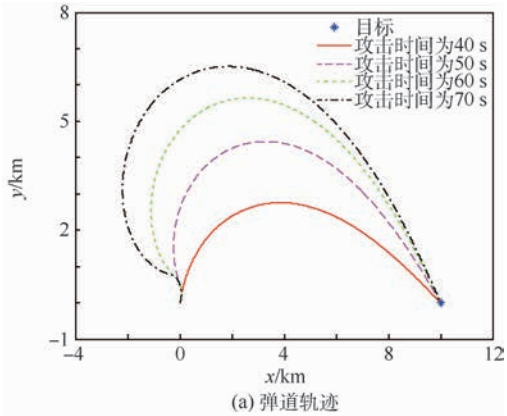
2) 为验证大前置角拦截时的有效性,在指定攻击时间取 50 s,前置角 $\eta_M=\theta_{M0}$ 分别取 45°、90°、135°、180°的情况下进行仿真,其余参数同表 1,仿真结果如图 3 所示。

由图 3(a)和(b)可以看出,前置角的不同取值并不影响导弹的攻击时间,即使导弹在制导初始时刻速度方向背离目标,即前置角取 180°时,导弹仍能以指定的时间准确命中目标。虽然此时初始时间误差较大(攻击时间大约 65 s),但随着弹目距离接近,时间误差很快消除至零,且 4 种情况下的拦截时间均为 49.99 s,说明了所设计的导引律在大前置角拦截时的有效性。从图 3(c)可以看出,在制导初段,导弹需要以较大的法向加速度调整攻击时间,而随着弹目距离接近,法向加速度也越来越小,并在弹目交会时刻收敛到零,从而保证了弹道平滑和制导精度。

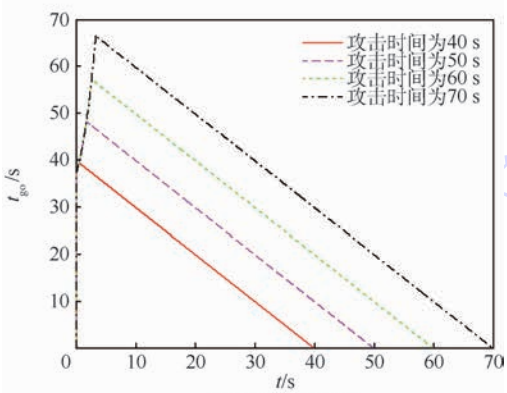
4.2　拦截非机动运动目标($k=2/5$)

1) 目标速度取 120 m/s,前置角 $\eta_M=\theta_{M0}=60°$,其余仿真条件同表1,取30、40、50、60 s作为不

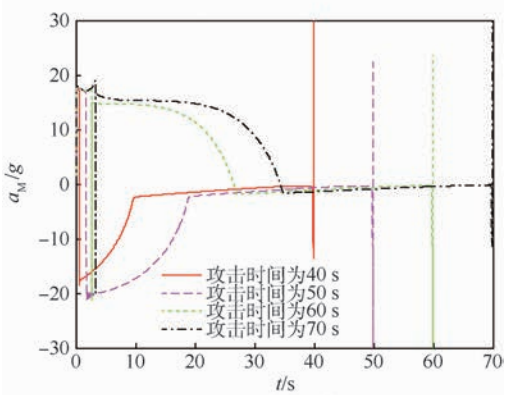
北航学报 赠阅



(a) 弹道轨迹



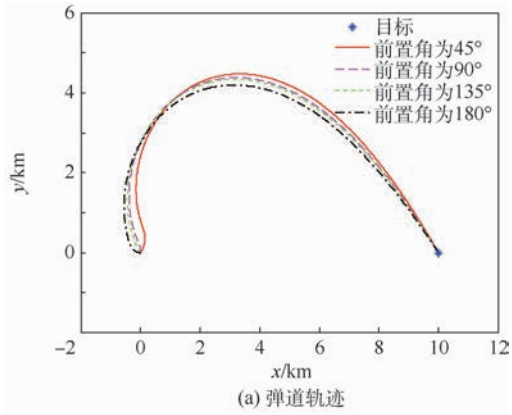
(b) 剩余飞行时间



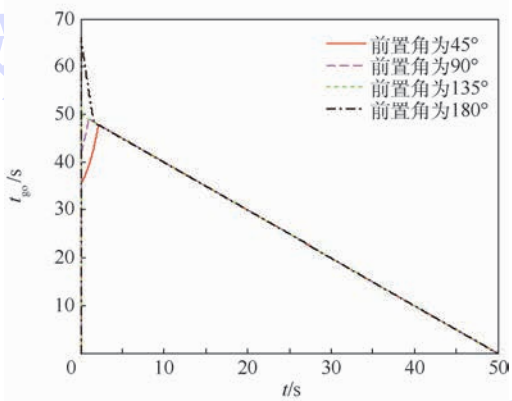
(c) 法向加速度

图 2 固定目标拦截时不同攻击时间仿真

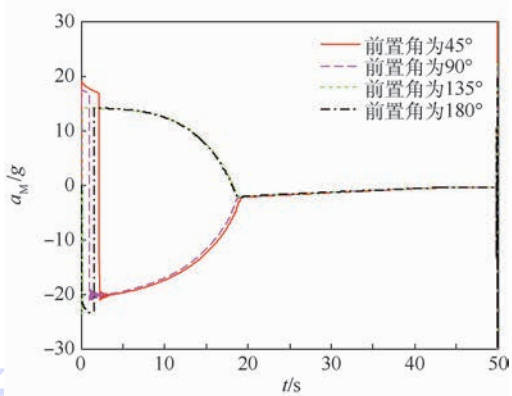
Fig. 2 Simulation of different impact time for intercepting stationary target



(a) 弹道轨迹



(b) 剩余飞行时间



(c) 法向加速度

图 3 固定目标拦截时不同前置角仿真

Fig. 3 Simulation of different heading errors for intercepting stationary target

同的攻击时间进行仿真,结果如图 4 所示。

由图 4(a)和(b)可以看出,针对运动目标的拦截,本文所设计的导引律同样有效,4 种情况下的仿真结果显示,拦截时间分别为 29.75,39.99,49.75,59.99 s,脱靶量依次为 0.22、0.07、0.63、0.34 m,满足攻击时间控制和制导精度要求。对导弹剩余时间和法向加速度的变化趋势分析与 4.1 节拦截固定目标时的 1)相同,这里不再赘述。而需要说明的是,此处运动目标的拦截与现有文献不同,现有文献在处理运动目标攻击时间控制的导引问题上采用的是PIP方法,即将运动的目标通过 PIP 转化为相对固定的目标,再运用针对固定目标的 ITCG 实施拦截,而本文所设计的 ITCG 可直接运用于运动目标拦截,制导指令随着目标速度的不同而不同,具体通过参数 k 进行相应的调整。

2)为验证大前置角拦截时的有效性,目标速度取 120 m/s,在指定攻击时间取 40 s,前置角 $\eta_M = \theta_{M0}$ 分别取 45°、90°、135°、180°的情况下进行仿真,其余参数同表 1,仿真结果如图 5 所示。

由仿真结果可以看出,针对运动目标的拦截

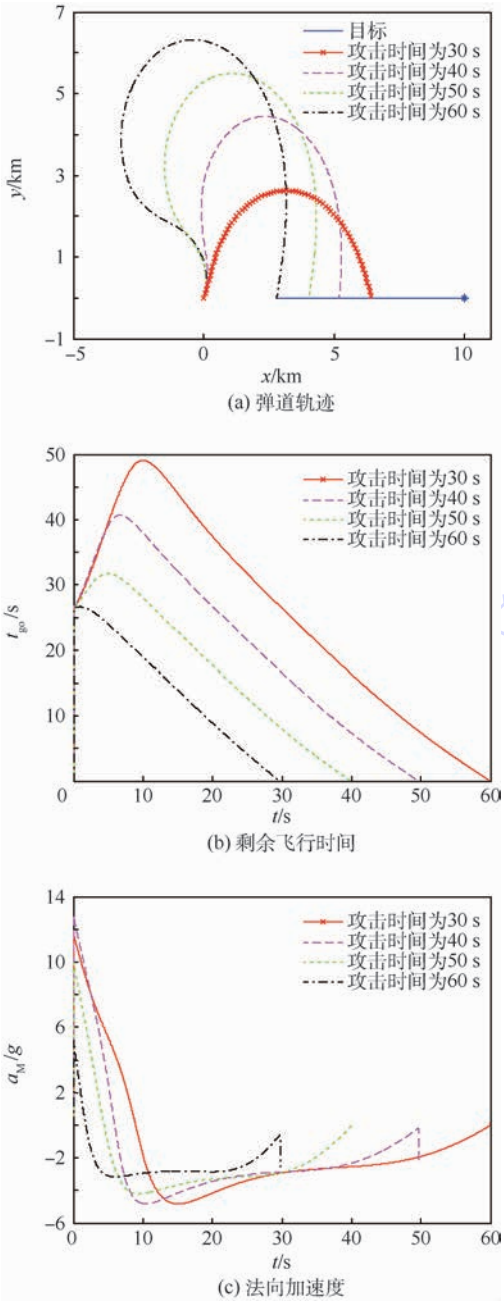


图 4　运动目标拦截时不同攻击时间仿真

Fig. 4　Simulation of different impact time for intercepting moving target

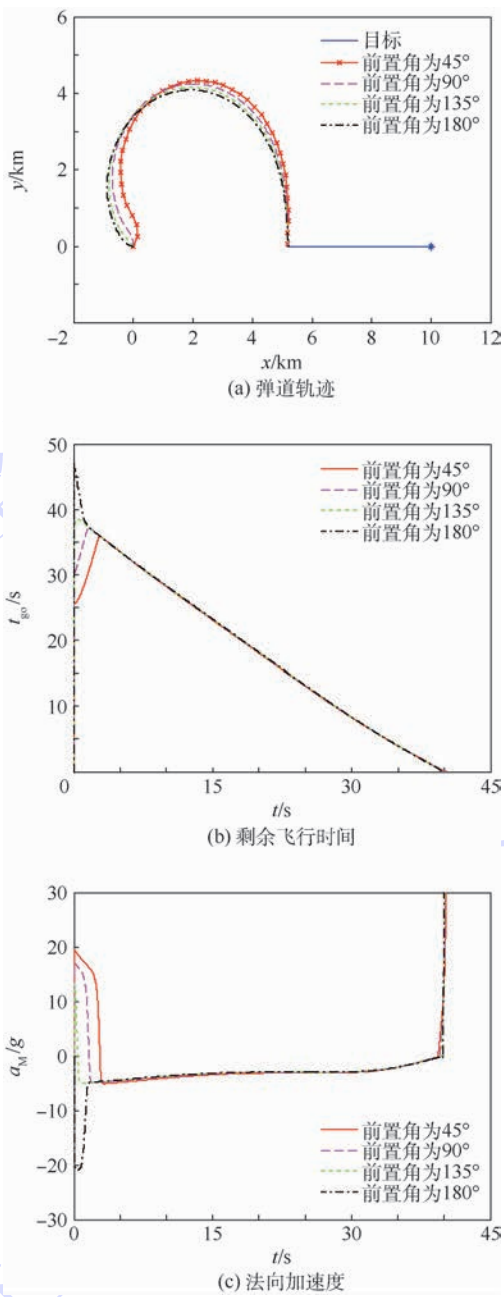


图 5　运动目标拦截时不同前置角仿真

Fig. 5　Simulation of different heading errors for intercepting moving target

问题,本文所设计的 ITCG 在大前置角情况下依然适用,包括初始速度指向背离目标的情形,其剩余飞行时间和法向加速度的变化趋势及分析与 4.1 节拦截固定目标时的 2)相同,这里不再赘述。

4.3　齐射攻击(以静止目标为例)

1)导弹和目标的初值选取同表 1,前置角 $\eta_M = \theta_{M0} = 60°$,假定有 4 枚导弹从同一位置两两间隔 2 s 依次发射,从第一枚导弹发射开始计时,指定攻击时间分别取 50、49、48、47 s,则相应每枚导弹的攻击时间依次为 50、47、44、41 s,仿真结果如图 6 所示。

从仿真结果可以看出,从同一位置依次发射的各枚导弹,均能在指定的时间完成攻击任务,且时间误差均小于 0.01 s。而指定的攻击时间越长,弹道弯曲程度越大,调整时间也越长,这与 4.1 节拦截固定目标时 1)中的结论相同。

2)目标位置取于坐标原点,4 枚导弹的位置分别取(-6 000, -8 000) m、(-10 000, 0) m、(0, 10 000) m、(8 000, -6 000) m,前置角 $\eta_M = \theta_{M0} = 60°$,假定导弹两两间隔 1 s 依次发射,从第一枚导弹发射开始 50 s 时同时命中目标,则相应每枚导弹的攻击时间依次为 50、49、48、47 s,仿真结果如图 7 所示。

北航学报 赠阅

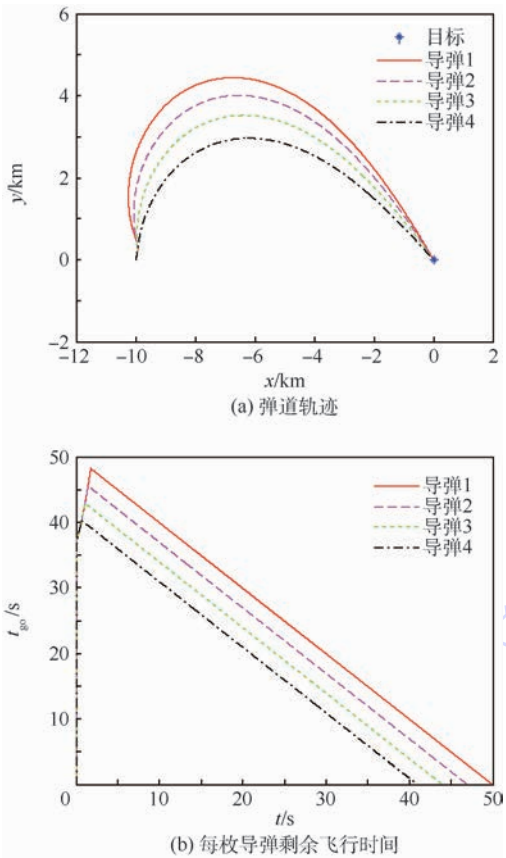


图 6 相同位置齐射攻击仿真

Fig. 6 Simulation of same position for salvo attack

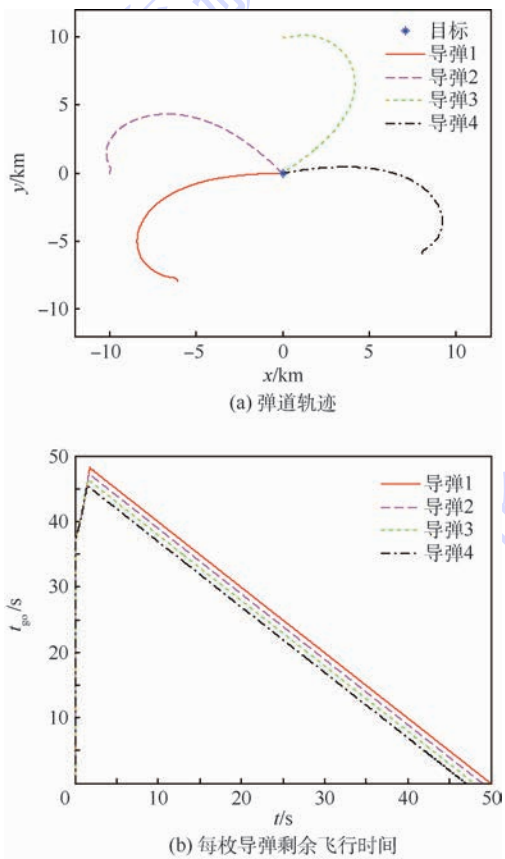


图 7 不同位置齐射攻击仿真

Fig. 7 Simulation of different position for salvo attack

由图 7 可知,从不同位置发射的各枚导弹也能在同一时间完成齐射攻击任务,且时间误差均小于 0.01 s,进一步说明了本文所设计的 ITCG 运用到多弹饱和攻击上的有效性。

5 结 论

1) 利用非线性导引方程,采用一种逆轨拦截剩余时间估计方法,结合等效滑模控制理论,设计了一种大前置角拦截攻击时间控制导引律(ITCG),拓宽了导弹的初始发射条件。

2) 无论是打击固定目标,还是非机动运动目标,该导引律都能在指定时间内完成攻击任务。即使在制导初段弹目接近速度为负,即弹目距离越来越大的情况下,也能最终修正弹道以指定的时间准确命中目标。

3) 结合网络拓扑理论,研究拦截机动目标的协同导引律是下一步的工作方向。

参考文献(References)

[1] KIM B S, LEE J G, HAN H S. Biased PNG law for impact with angular constraint[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 277-288.

[2] 张友安,马国欣. 攻击时间控制的动态逆三维制导律[J]. 哈尔滨工程大学学报,2010,31(2):215-219.
ZHANG Y A, MA G X. Dynamic inversion three-dimensional guidance law for impact time control[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(2): 215-219(in Chinese).

[3] 张友安,张友根. 多导弹攻击时间与攻击角度两阶段制导[J]. 吉林大学学报(工学版),2010,40(5):1442-1447.
ZHANG Y A, ZHANG Y G. Two stages guidance to control impact time and impact angle for multi-missiles[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Editiion), 2010, 40(5): 1442-1447(in Chinese).

[4] HARL N, BALAKRISHNAN S. Impact time and angle guidance with sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(6): 1436-1449.

[5] LEE J I, JEON I S, TAHK M J. Guidance law to control impact time and angle[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 301-310.

[6] ARITA S, UENO S. Optimal feedback guidance for nonlinear missile model with impact time and angle constraints[C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control(GNC) Conference. Reston: AIAA, 2013: 1-12.

[7] ZHANG L M, SUN M W, CHEN Z Q, et al. Receding horizon trajectory optimization with terminal impact specifications[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 28(6): 1-8.

[8] YAN F, KEMAO M, YUQING C. Cooperative guidance laws with constraints on impact time and terminal angle[J]. Journal of System Simulation, 2014, 26(10): 2434-2441.

[9] 马国欣,张友安. 带有导引头视场限制的攻击时间控制导引律[J]. 弹道学报,2013,25(2):6-11.

北航学报 赠阅

MA G X,ZHANG Y A. Impact time control guidance law with seeker field-of-view limit[J]. Journal of Ballistics,2013,25(2):6-11(in Chinese).

[10] ZHANG Y A,MA G X,LIU A L. Guidance law with impact time and impact angle constraints[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2013,26(4):960-966.

[11] GHOSH S,GHOSE D,RAHA S. Three dimensional retro-PN based impact time control for higher speed non-maneuvering targets[C]//2013 IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control(CDC). Piscataway,NJ:IEEE Press,2013:4865-4870.

[12] KUMAR S R,GHOSE D. Sliding mode control based guidance law with impact time constraints[C]//2013 American Control Conference(ACC). Piscataway,NJ:IEEE Press,2013:5760-5765.

[13] JEON I S,LEE J I,TAHK M J. Homing guidance law for cooperative attack of multiple missiles[J]. Journal of Guidance,Control,and Navigation,2010,33(1):275-280.

[14] 马国欣,张友安,李大鹏. 基于虚拟领弹的攻击时间和攻击角度控制[J]. 飞行力学,2009,27(5):51-54.
MA G X,ZHANG Y A,LI D P. Virtual-leader based impact time and impact angle control[J]. Flight Dynamics,2009,27(5):51-54(in Chinese).

[15] SHIYU Z,RUI Z,CHEN W,et al. Design of time-constrained guidance laws via virtual leader approach[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2010,23(1):103-108.

[16] KIM T H,LEE C H,JEON I S,et al. Augmented polynomial guidance with impact time and angle constraints[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2013,49(4):2806-2817.

[17] 李辕,赵继广,白国玉,等. 基于预测碰撞点的剩余飞行时间估计方法[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(8):1667-1674.
LI Y,ZHAO J G,BAI G Y,et al. The method of time-to-go estimation based on predicted crack point[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2016,42(8):1667-1674(in Chinese).

作者简介:

王斌　男,硕士研究生。主要研究方向:飞行器制导与控制。

雷虎民　男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器制导与控制。

Impact time control guidance law for large heading errors

WANG Bin, LEI Humin*, LI Jiong, YE Jikun, LI Ningbo

(College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: In order to achieve salvo attack for large heading errors with integrated time, an impact time control guidance (ITCG) law for large heading errors is proposed based on equivalent sliding mode control theory and Lyapunov stability theorem by adopting the nonlinear guidance equation and the time-to-go approximation algorithm according to predicting interception point (PIP). For stationary and non-maneuvering constant velocity targets, the proposed guidance law achieves impact time successfully with any designated initial heading error even when the closing speed is negative. Initial conditions of the missile guidance are widely broadened. Rigorous theoretical proof demonstrates the validity of the guidance law. The simulation results under different initial conditions verify the effectiveness of the proposed guidance law.

Keywords: large heading errors; impact time control; salvo attack; equivalent sliding mode; guidance law

Received: 2017-03-20; **Accepted**: 2017-06-23; **Published online**: 2017-09-11 10:26

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170911.1026.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61573374, 61503408); Aeronautical Science Foundation of China (20150196006)

* **Corresponding author**. E-mail: lhm7600@sina.cn

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0194

探测器触地关机软着陆稳定性分析

丁宗茂[1], 王春洁[1,2,*], 吴宏宇[1], 丁建中[1], 郭璠[3]

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083; 2. 虚拟现实技术与系统国家重点实验室, 北京 100083;
3. 中国空间技术研究院, 北京 100094)

摘 要: 深空探测器软着陆过程中发动机未能正常关闭将极大降低其软着陆稳定性,因此引入了触地关机着陆方案。针对触地关机方案,建立了腿式探测器动力学分析模型及发动机推力控制模型。考虑着陆环境与探测器着陆状态的不确定性,采用蒙特卡罗模拟分别对探测器在主发动机关闭失败时、触地关机着陆方案下、带有姿态控制的触地关机着陆模式下的软着陆稳定性进行了分析。采用描述性采样方法抽取样本点,基于均值估计相对误差建立模拟终止准则,在保证模拟精度的前提下提高蒙特卡罗模拟效率。计算并对比了3种着陆方式下探测器软着陆可靠度,触地关机方案可在主发动机关闭失败后将探测器稳定着陆可靠度提升11.6%,姿态控制的引入可进一步将安全着陆的可靠度提升9.7%。

关 键 词: 深空探测器; 动力学分析; 稳定性分析; 触地关机; 蒙特卡罗模拟
中图分类号: V476.4
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0614-07

深空探测器的着陆过程虽仅有不到10 min的时间,却在整个飞行任务中起到至关重要的作用[1]。探测器能否安全地降落星球表面,并保证其搭载的仪器仪表等精密设备保持正常工作状态,是探测任务能够顺利完成的关键。

国内外已进行多次深空探测活动,且多采用腿式缓冲机构实现软着陆[2]。针对探测器的软着陆稳定性,各国学者进行了大量的研究工作。文献[3-5]提出了探测器软着陆过程的动力学仿真分析方法,并给出了影响探测器着陆稳定性的关键因素。文献[6-8]在未考虑主发动机推力影响的情况下,采用蒙特卡罗模拟分析了非零高度关机着陆方案下不同着陆工况对探测器着陆缓冲性能及稳定性能的影响。文献[9-11]在对非零高度关机着陆方案下着陆性能的研究中引入了主发动机推力模型,但未考虑发动机推力受控变化过程。文献[12-13]则指出软着陆过程中主发动机作用时间增长对探测器软着陆稳定性具有消极影响。

为了改善腿式探测器高度关机方案失效时主发动机长时间作用对软着陆稳定性的影响,提出触地关机方案。触地关机方案指在探测器与星球表面接触后实施关闭主发动机操作,以尽可能减小主发动机推力作用的消极影响;本文进一步考虑在这一过程中引入实时姿态控制(姿控),提高探测器软着陆稳定性。针对触地关机方案,建立了新型探测器的ADAMS动力学分析模型,并引入变推力主发动机及姿控推进器的推力控制模型。而后采用蒙特卡罗模拟对多种着陆方式下探测器的着陆稳定性进行对比分析,为触地关机方

收稿日期: 2017-04-05; **录用日期**: 2017-05-12; **网络出版时间**: 2017-06-30 09:01
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.0901.003.html
基金项目: 国家自然科学基金(51635002)
* **通信作者**. E-mail: wangcj@buaa.edu.cn

引用格式: 丁宗茂, 王春洁, 吴宏宇, 等. 探测器触地关机软着陆稳定性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 614-620.
DING Z M, WANG C J, WU H Y, et al. Stability analysis of explorer in soft landing mode of engine shutdown at touchdown[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 614-620 (in Chinese).

北航学报 赠阅

案的设计提供参考。

1　探测器构型及动力学建模

1.1　探测器构型及坐标系定义

探测器整体构型如图 1 所示，可分为主体及 4 个相对独立的着陆缓冲机构。主体为各种探测仪表及控制分系统的安装平台，每套着陆缓冲机构由 3 个以倒三角形式布置的缓冲支柱（主支柱、辅助支柱）及一个固连于主支柱末端的足垫组成。辅助支柱通过万向节与主体连接，主支柱与固连在主体上的缓冲杆通过万向节连接。缓冲杆主要是为了限制通过主支柱传递给主体的冲击力，从而起到保护探测器有效负载的作用。

本文采用 ADAMS 进行动力学建模。坐标系定义如图 2 所示，其中，O_S-$X_S Y_S Z_S$ 为空间全局坐标系；O_C-$X_C Y_C Z_C$ 为质心控制坐标系；α_e 为着陆面等效坡度；沿 X_S 轴方向的速度 v_x 为竖直速度；沿 Z_S 轴方向的速度 v_y 为水平速度；空间全局坐标系依次绕 Z_S-X_S-Y_S轴旋转到与质心控制坐标系平行位置时绕 Z_S 轴、X_S 轴、Y_S 轴的旋转角分别为 ψ、φ、θ。

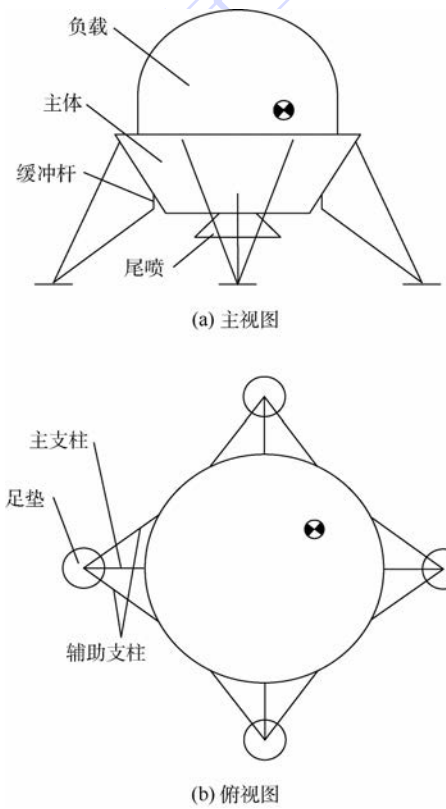


图 1　探测器构型

Fig. 1　Structures of explorer

1.2　着陆缓冲机构动力学建模

1.2.1　辅助支柱缓冲机构建模

辅助支柱由外筒、内筒及内部吸能材料组成，吸能材料为塑性变形材料。建模时，用外筒和内筒之间移动副的相对位移 d 描述吸能材料的缓冲行程，用吸能材料提供缓冲力 F_H 的做功描述冲击能量的耗散。缓冲力 F_H 由外筒与内筒之间的相互作用力来描述，其值为关于缓冲行程 d 的函数，根据吸能材料的力学特性，利用图 3 所示的曲线来描述 F_H 与 d 的函数关系，并通过 Spline 函数给内外间施加相互作用力进行模拟。

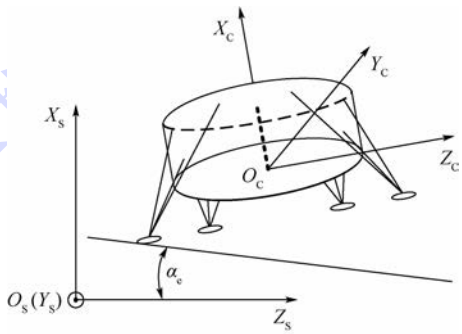


图 2　坐标系定义

Fig. 2　Definition of coordinate system

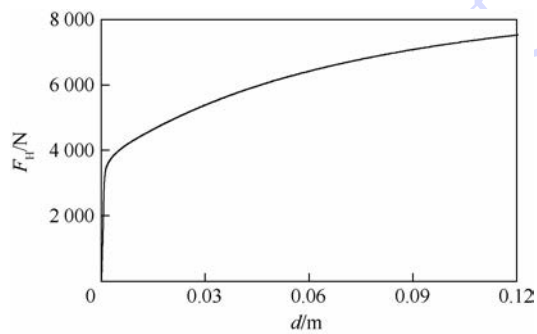


图 3　辅助支柱缓冲特性曲线

Fig. 3　Load-stroke characteristic curve of secondary strut

1.2.2　主支柱缓冲机构建模

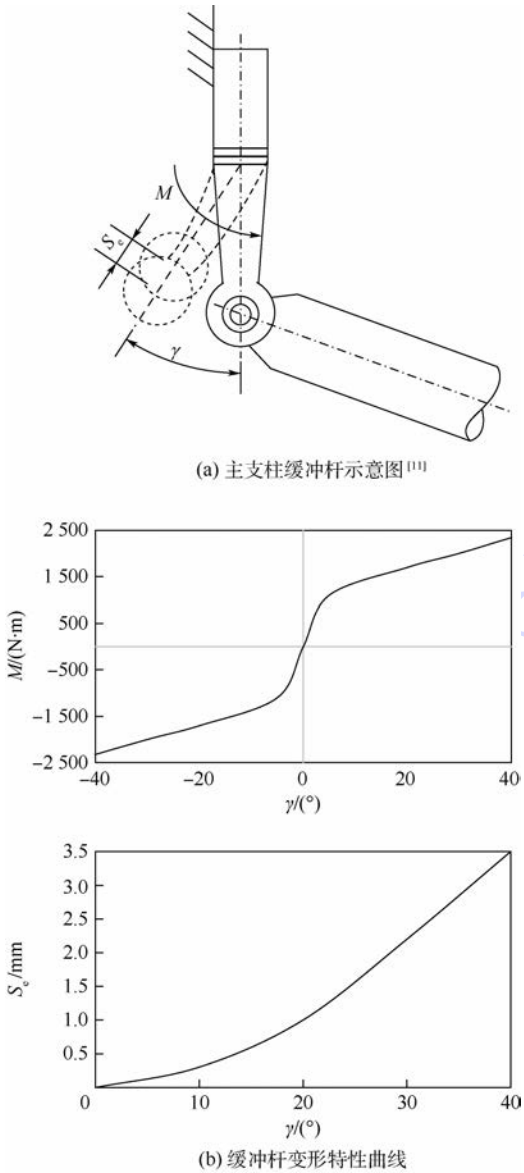
主支柱采用的缓冲方式与辅助支柱不同。图 4(a)、(b)分别为缓冲杆及与其对应的主支柱示意图[11]及缓冲杆变形特性曲线，M 为缓冲杆提供的缓冲力矩值，S_e 为缓冲杆轴向变形位移值，γ 为缓冲杆等效变形转角值。缓冲杆为固连于主体的悬臂梁，当主支柱受载时，缓冲杆亦受力发生弯曲。弯曲最初为弹性变形，但随着负载增加而使材料超出屈服极限时将变为塑性变形。

缓冲杆的动力学模型采用文献[14]提出的刚体等效方法建立。利用有限元软件建立缓冲杆力学模型，输出力矩和转角、力矩和位移之间的关系如图 4 所示，而后利用样条曲线拟合方法添加相应缓冲模型。

1.3　足垫与星球表面接触模型

本文采用接触力模型模拟足垫与星球表面的

北航学报 赠阅



(a) 主支柱缓冲杆示意图[11]

(b) 缓冲杆变形特性曲线

图 4 缓冲杆示意图[11]及其特性曲线

Fig. 4 Schematic diagram of load limiter[11] and its characteristic curves

相互作用。足垫接触点和着陆面间的接触作用力分解为法向碰撞力和切向摩擦力 2 个部分。

法向碰撞力 F_n 利用非线性弹簧阻尼模型模拟,根据 Hertz 理论及文献[15]的研究,其力学方程为

$$F_n = K\delta^e + D\dot{\delta} \tag{1}$$

式中:K 为接触刚度;e 为非线性指数;D 为阻尼系数;δ 为接触时产生的相对穿透量。

切向摩擦力 F_f 采用库仑摩擦模型模拟,其一般形式如下:

$$F_f = \mu_f F_n \tag{2}$$

式中:μ_f 为足垫与着陆面间动摩擦系数。

2 发动机推力控制模型

2.1 触地关机方案

非零高度关机软着陆方案是指腿式着陆器的足垫底面相对着陆面的高度不为零时的一种发动机关机方案。在非零高度关机出现异常而未能及时关闭主发动机时,探测器在下落过程中将受到尾喷产生的持续“地面效应”,严重影响软着陆稳定性[12];同时被尾喷羽流激起的星球表层沙尘也可能影响探测器正常工作甚至引起主发动机爆燃[13]。为了保证主发动机可靠关闭,采用通过高度关机敏感器发出信号关机(非零高度关机)和足垫接触星球表面发出信号关机(触地关机)2 种关机手段。若非零高度关机方案出现异常,则由触地关机方案承担关机任务,提高软着陆稳定性。

触地关机方案通过足垫上安装的触地敏感器感知触地动作,发出触地信号以关闭主发动机。考虑主发动机的减速作用及速度监测、控制存在的偏差,在足垫触地时刻探测器的竖直速度范围在 1 ~ 2 m/s。

2.2 变推力发动机推力控制模型

新型探测器采用 7 500 N 变推力火箭发动机为主发动机,其推力变比为 5∶1,能够实现 1 500 ~ 7 500 N 的大范围推力调节[16]。主发动机控制频率为 1 Hz,每经过 1 s 燃料流量调节系统根据当前各个传感器反馈的探测器状态参数,由式(3)所示的推力调节函数计算得当前所需推力大小,控制燃料流量从而实现对主发动机推力的负反馈调节[16]。

$$F = \max\left\{m\left(g - \frac{2v_x + 3}{4}\right) - \sum F_{Ci}, 1\,500\right\} \tag{3}$$

式中:F 为主发动机推力;m 为探测器总质量;g 为星球表面重力加速度;F_{Ci} 为 C 系列姿控推进器推力,将在 2.3 节具体介绍。

根据主发动机推力调节函数及控制过程,在探测器动力学模型的质心位置添加沿质心控制坐标系 X_C 方向的力矢量。建立实时测量项以不断获取探测器的位姿参数,根据式(3)计算所得值改变推力大小。

假设成功触发关机的足垫触地时刻为 t_0,控制系统接收到触地信号后发出关机指令的时刻为 t_1,发动机推力开始下降的时刻为 t_2,姿控推进器关闭时刻为 t_3,发动机推力下降至 0(完成熄火)的时刻为 t_4,且一旦启动熄火进程其推力将不通过控制系统进行调节[17]。若第 1 个足垫的触地开关未能触发,则控制系统感知的“触地时刻”t_0 为第 2 个触地时刻。着陆过程中,发动机推力的

北航学报 赠阅

“地面效应”等同于在探测器平台下表面发动机安装位置处(探测器质心处)沿质心控制坐标系 X_C 正方向始终作用有推力 F。图 5 为第 2 个足垫触地关机情况下推力 F 的变化过程示意图。

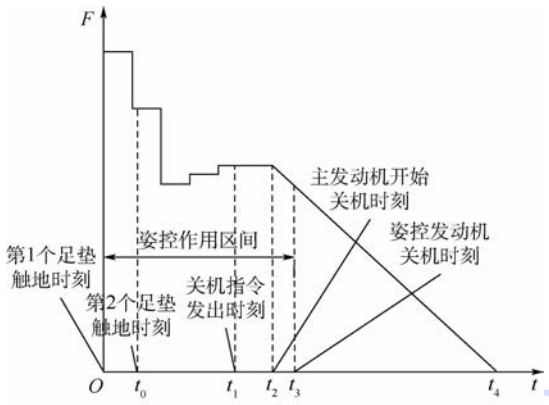


图 5　软着陆阶段主发动机推力控制过程

Fig. 5　Main engine thrust control process during soft landing

2.3　姿控推进器推力控制模型

触地关机软着陆过程中,由于主发动机推力的作用,会产生附加的竖直与水平初速度,增大了软着陆不稳定性[13,18]。为了保证探测器可靠软着陆,在触地关机方案中引入姿控策略。

姿控推进器点火逻辑模型指着陆过程中各个姿控推进器的点火时机及相应施加的推力大小。由姿控分系统感知探测器当前倾转角及角速度,并根据这些参数调整推进器的作用力及作用时长,从而实现反馈控制,保持探测器姿态稳定。10 台推进器对应的推力控制方程如式(4)~式(6)所示。

$$\begin{cases} F_{A2}=\min\{-a_2\psi-a_2b_1\dot{\psi},M_A\} & \psi+b_1\dot{\psi}>0 \\ F_{A1}=\min\{a_1\psi+a_1b_1\dot{\psi},M_A\} & \psi+b_1\dot{\psi}<0 \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} F_{C1}=\min\{-c_1\varphi-b_2c_1\dot{\varphi},M_C\} \\ F_{C2}=\min\{c_2\varphi-b_2c_2\dot{\varphi},M_C\} \end{cases} \quad \varphi+b_2\dot{\varphi}>0$$

$$\begin{cases} F_{C5}=\min\{-c_5\varphi-b_2c_5\dot{\varphi},M_C\} \\ F_{C6}=\min\{c_6\varphi-b_2c_6\dot{\varphi},M_C\} \end{cases} \quad \varphi+b_2\dot{\varphi}<0 \tag{5}$$

$$\begin{cases} F_{C7}=\min\{-c_7\theta-b_2c_7\dot{\theta},M_C\} \\ F_{C8}=\min\{c_8\theta+b_2c_8\dot{\theta},M_C\} \end{cases} \quad \theta+b_2\dot{\theta}>0$$

$$\begin{cases} F_{C3}=\min\{-c_3\theta-b_2c_3\dot{\theta},M_C\} \\ F_{C4}=\min\{c_4\theta+b_2c_4\dot{\theta},M_C\} \end{cases} \quad \theta+b_2\dot{\theta}<0 \tag{6}$$

式中:F_{Ai} 为 A 系列姿控推进器的推力;a_i、b_i、c_i 均为常数,其值根据文献[16-17]确定;M_A、M_C 分别为 A、C 系列发动机可调节的最大推力值。

姿控推进器的控制频率与主发动机相同。在探测器仿真模型相应位置添加相应方向的力矢量以模拟各个推进器的推力;建立测量项实时监测软着陆仿真过程中相关的位姿参数;后根据函数式及测量计算所得值改变推力大小。

3　着陆初始条件及稳定性判据

3.1　着陆初始条件

如图 2 所示,以探测器首个足垫触地时刻开始仿真,软着陆分析过程中探测器倾倒或探测器趋于静止则终止仿真。着陆初始条件参数的分布规律如表 1 所示[7],μ、σ 分别为正态分布的均值和标准差,min、max 分别为均匀分布的上下限值,α、β 分别为 Weibull 分布的形状参数和尺度参数。

表 1　着陆初始条件参数分布[7]

Table 1　Parameter distribution of initial landing conditions[7]

参　数	分　布
$v_x/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	$N(\mu=1.5,\ \sigma=0.15)$
$v_y/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	$N(\mu=0,\sigma=0.33)$
$\psi/(°)$	$N(\mu=0,\sigma=1.0)$
$\varphi/(°)$	$U(\min=0,\ \max=45)$
μ_f	$U(\min=0.3,\ \max=0.8)$
$\alpha_e/(°)$	$W(\alpha=5.608,\beta=1.717)$

3.2　着陆稳定性评判指标

本文主要研究变推力发动机模型及姿控模型对探测器软着陆稳定性的影响,综合考虑选取以下评判指标。

1)探测器软着陆过程中不倾倒。将过两相邻足垫中心且平行于重力方向的平面定义为翻倒墙[9],若探测器质心超出 4 个翻倒墙围成的区域,重力矢量将不再对探测器动力学起稳定作用,则认为探测器倾倒。

2)着陆倾转角在允许范围内。考虑对探测车的释放和太阳能电池采光效率的影响,探测器稳定着陆后,其主体与着陆面间夹角及探测器姿态角 φ 应不大于许用值。

3)主发动机在着陆过程中不发生爆燃。尾喷羽流激起外星球表层沙尘引起主发动机爆燃的概率难以采用常规方法进行分析,因此引入爆燃可能性指标以表征各因素对主发动机发生爆燃可能性的影响。

影响主发动机爆燃可能性的各因素中,发动机推力越大,则羽流密度越大,激起沙尘的可能性

北航学报 赠阅

和力度也越大;发动机作用时间越长,激起的沙尘使发动机爆燃失效的可能性越大;尾喷距星球表面距离越近,发动机的作用效果越明显。根据推力、距离与爆燃可能性的关系,构造函数式(7),在仿真过程中持续监测相关参数,输出该函数关于时间 t 的变化曲线,对 $f(t)$ 作时间的积分即得到反映爆燃可能性的指标值 P[17],如式(8)所示。

$$f(t)=\frac{F}{1\,500}\mathrm{e}^{9.8-10h} \tag{7}$$

$$P=\int_0^{t_{\mathrm{end}}} f(t)\,\mathrm{d}t \tag{8}$$

式中:h 为尾喷距着陆面距离;t_{end} 为仿真终止时间。

4 蒙特卡罗模拟

4.1 采样方法与模拟终止条件

本文结合仿真分析模型,采用蒙特卡罗模拟对探测器软着陆稳定性进行分析。在蒙特卡罗法的抽样环节采用描述性采样方法[19]。描述性采样相比简单随机抽样的优点是:能对同样数量的抽样点提供更好的响应估计,或只需更少的抽样点就可得到同样可信度的响应估计。

蒙特卡罗法的模拟次数是影响其模拟精度和模拟效率的一项重要因素。为了在模拟精度得以满足的同时提高计算效率,本文设定模拟终止准则为:均值估计的相对误差小于设定精度值[7]。

4.2 仿真结果分析

基于 4.1 节所述方法,分别对发动机未能正常关闭、触地关机方案及带有姿控的触地关机方案下探测器的软着陆稳定性进行了仿真分析。

给定置信水平 $1-\alpha_{\mathrm{d}}=0.99$,相对误差为 0.05,按照表 1 所示各输入变量服从的概率分布模型进行描述性随机采样后依次进行着陆动力学仿真,并记录仿真结果。设定每进行 50 次蒙特卡罗模拟,对所有仿真分析输出的性能参数进行统计学分析,当所有响应的模拟精度均小于给定值则结束模拟,而后计算出相应的软着陆可靠度。可靠度估计值 $\hat{p}$ 及其近似 99% 置信区间上下限 p_{U}、p_{L} 分别为

$$\hat{p}=\frac{S}{n} \tag{9}$$

$$p_{\mathrm{L}}=\frac{n+S-\frac{1}{2}\chi^2_{1-\alpha/2}(2(n-S)+2)}{n+S+\frac{1}{2}\chi^2_{1-\alpha/2}(2(n-S)+2)} \tag{10}$$

$$p_{\mathrm{U}}=\frac{n+S+1-\frac{1}{2}\chi^2_{\alpha/2}(2(n-S))}{n+S+1+\frac{1}{2}\chi^2_{\alpha/2}(2(n-S))} \tag{11}$$

式中:n 为蒙特卡罗模拟总次数;S 为稳定着陆的次数;$\chi^2_{\alpha}(v)$ 为自由度为 v 的 χ^2 分布的 α_{d} 分位点。

仿真分析算例配置情况及分析结果分别如表 2、表 3 所示。

对模拟结果进行对比分析可知:相较于算例 1,算例 2 的着陆可靠度提升了 11.6%,触地关机方案可一定程度改善延时关机故障发生后的探测器软着陆稳定性;对比算例 2 与算例 3 可知,引入姿控策略则将稳定着陆可靠度由 0.896 进一步提高至 0.983;且根据算例 4 的模拟结果,在首个足垫触发器故障而由第 2 个触地足垫发出关机指令时亦可以得到 0.987 的着陆可靠度。

由此可见,配备姿控的触地关机方案能够在高度关机方案发生异常时有效提高探测器的着陆稳定性。

表 2 仿真算例配置

Table 2 Configuration of simulation examples

算 例	发动机控制模型	模拟的着陆方式
1	主发动机不关闭 不添加姿控推力	主发动机关闭失败
2	首个触地足垫触发关机 不添加姿控推力	触地关机着陆方案
3	首个触地足垫触发关机 添加姿控推力	带姿控触地关机着陆方案
4	第 2 个触地足垫触发关机 添加姿控推力	带姿控触地关机着陆方案 下首个触地足垫触发失败

表 3 仿真结果对比

Table 3 Comparison of simulation results

仿真结果	算 例 1	算 例 2	算 例 3	算 例 4
触发足垫		1	1	2
姿控	×	×	√	√
模拟次数	600	900	2 600	1 500
翻倒数	84	86	19	8
倾转角超标数	34	8	25	11
P 的均值	12.23	3.39	2.26	2.28
P 的精度	0.041	0.023	0.020	0.027
可靠度估计值	0.803	0.896	0.983	0.987
99% 置信区间	[0.758, 0.844]	[0.867, 0.920]	[0.975, 0.989]	[0.978, 0.994]

注:× 表示未进行姿控;√ 表示进行姿控。

5 结 论

1)建立了一种腿式深空探测器的动力学分析模型,采用刚体等效方法模拟塑性变形部件,并针对触地关机着陆方案建立了包括 7 500 N 变推力发动机与姿态调整推进器的推力控制模型。

2)利用蒙特卡罗模拟分别对探测器在发动机延时关机、触地关机着陆方式以及带有姿态控制的触地关机着陆方式下的软着陆稳定性进行了

北航学报 赠阅

分析。分析过程采用描述性采样方法抽取样本点,并基于均值估计相对误差建立蒙特卡罗模拟终止准则,在保证模拟精度的同时提高仿真计算效率。

3)根据模拟结果计算了探测器在着陆条件不确定下稳定着陆的可靠度。经过对比分析,触地关机方案在高度关机异常时能够改善探测器的着陆稳定性;姿控对提高着陆稳定性亦有积极作用;姿控与触地关机方案的配合工作可进一步提升着陆稳定性。

参考文献(References)

[1] 高滨. 火星探测器着陆技术[J]. 航天返回与遥感,2009,30(1):1-9.
GAO B. Mars exploration entry, descent and landing technologies[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing,2009,30(1):1-9(in Chinese).

[2] 李萌. 腿式着陆缓冲装置吸能特性及软着陆过程动力学仿真研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2013:2-18.
LI M. Research on energy absorbers of legged-type lander and dynamic simulation on its soft landing process[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2013:2-18(in Chinese).

[3] 朱汪,杨建中. 月球探测器软着陆机构着陆稳定性仿真分析[J]. 宇航学报,2009,30(5):1792-1796.
ZHU W,YANG J Z. Touchdown stability simulation of landing gear system for lunar lander[J]. Journal of Astronautics,2009,30(5):1792-1796(in Chinese).

[4] 蒋万松,黄伟,沈祖炜,等. 月球探测器软着陆动力学仿真[J]. 宇航学报,2011,32(3):462-469.
JIANG W S,HUANG W,SHEN Z W,et al. Soft landing dynamics simulation for lunar explorer[J]. Journal of Astronautics,2011,32(3):462-469(in Chinese).

[5] 陈金宝,聂宏,万俊麟. 深空探测着陆器数字化设计及着陆性能影响因素[J]. 航空学报,2014,35(2):541-554.
CHEN J B,NIE H,WAN J L. Digital design and landing performance influence factors of deep space lander[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2014,35(2):541-554(in Chinese).

[6] LAVENDER R E. Monte Carlo approach to touchdown dynamics for soft lunar landings:NASA-TN-D-3117[R]. Washington, D. C.:NASA,1965.

[7] 宋顺广,王春洁. 基于蒙特卡罗法的月球探测器着陆稳定性分析[J]. 北京航空航天大学学报,2013,39(9):1192-1196.
SONG S G,WANG C J. Landing stability analysis of the lunar lander based on Monto Carlo approach[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2013,39(9):1192-1196(in Chinese).

[8] 丁建中,王春洁,王家俊,等. 着陆工况对月球探测器着陆缓冲性能影响分析[J]. 载人航天,2016,22(1):132-137.
DING J Z,WANG C J,WANG J J,et al. Effects of touchdown conditions on the buffering performance of the lunar lander[J]. Manned Spaceflight,2016,22(1):132-137(in Chinese).

[9] MERCHANT D H,SAWDY D T. Monte Carlo dynamic analysis for lunar module landing loads[J]. Journal of Spacecraft and Rockets,1971,8(1):48-55.

[10] ZUPP G A,DOIRONH H. A mathematical procedure for predicting the touchdown dynamics of a soft-landing vehicle:NASA-TN-D-7045[R]. Washington,D. C.:NASA,1971.

[11] MURACA R J,CAMPBELL J W,KING C A. A Monte Carlo analysis of the viking lander dynamics at touchdown:NASA-TN-D-7959[R]. Washington,D. C.:NASA,1975.

[12] DOIRON H H,ZUPP G A. Apollo lunar module landing dynamics[C]// 41st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics,and Materials Conference 2nd Exhibit. Reston:AIAA,2000:1-11.

[13] 吴建云,王春洁,宋顺广. 月球探测器典型故障模式分析[J]. 宇航学报,2014,35(6):633-638.
WU J Y,WANG C J,SONG S G. Analysis of typical failure modes for lunar lander[J]. Journal of Astronautics,2014,35(6):633-638(in Chinese).

[14] 吴宏宇,王春洁,丁建中,等. 基于多工况的新型探测器软着陆性能优化[J]. 北京航空航天大学学报,2017,43(4):776-781.
WU H Y,WANG C J,DING J Z,et al. Soft landing performance optimization for novel lander based on multiple working conditions[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2017,43(4):776-781(in Chinese).

[15] NOHMI M. Modeling for lunar lander by mechanical dynamics software[C]// AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit. Reston:AIAA,2005:64-73.

[16] 雷娟萍,兰晓辉,章荣军,等. 嫦娥三号探测器 7 500 N 变推力发动机研制[J]. 中国科学:技术科学,2014,44(6):569-575.
LEI J P,LAN X H,ZHANG R J,et al. The development of 7 500 N variable thrust engine for Chang'E-3[J]. Science China:Technology,2014,44(6):569-575(in Chinese).

[17] WU H Y,WANG C J,DING J Z,et al. Dynamics simulation analysis for novel lander based on two kinds of landing mode[C]// 2017 9th International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA). Piscataway,NJ:IEEE Press,2017:8-12.

[18] 严立,王平阳,欧阳华. 月面环境发动机羽流冲击力效应模拟计算[J]. 上海交通大学学报,2012,46(8):1310-1314.
YAN L,WANG P Y,OUYANG H. Simulation of plume impingement effects in the lunar lander environment[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University,2012,46(8):1310-1314(in Chinese).

[19] SALIBY E. A better approach to Monte Carlo simulation[J]. Journal of the Operational Research Society,1990,41(12):1133-1142.

作者简介:

丁宗茂　男,硕士研究生。主要研究方向:机械设计及理论。

王春洁　女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:机械设计及理论。

北航学报 赠阅

Stability analysis of explorer in soft landing mode of engine shutdown at touchdown

DING Zongmao[1], WANG Chunjie[1,2,*], WU Hongyu[1], DING Jianzhong[1], GUO Fan[3]

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. State Key Laboratory of Virtual Reality and Systems, Beijing 100083, China;
3. China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: The soft landing stability will be greatly reduced if the main engine of planetary explorer fails to shut down timely. In order to avoid this reduction, a new shutdown mode is introduced to serve as a remedy where engine is shut down at touchdown. The dynamic model of the explorer equiped with novel landing gear system was established, and the model of variable thrust rocket engine and attitude control thrusters were attached to it for the analysis of the remedy. The Monte Carlo simulation is used to analyze the soft landing stability of the explorer under three shutdown modes, which include the mode that main engine fails to be shut down, the mode of shutdown at touchdown mode and the mode of shutdown at touchdown with attitude controlling, considering the uncertainty of the landing site and the explorer state at touchdown. By adopting the descriptive sampling method and a termination criterion based on the relative error of the mean estimation, the efficiency of Monte Carlo simulation is improved on the premise of ensuring the accuracy. By comparing the landing reliability among three modes, the pad contact engine shutdown technique efficiently improves the landing stability by 11.6% after failure of main engine shutdown occurs, and the introduction of the attitude control system increases the reliability of successful landing by 9.7%.

Keywords: planetary explorer; dynamic analysis; stability analysis; engine shutdown at touchdown; Monte Carlo simulation

Received: 2017-04-05; **Accepted**: 2017-05-12; **Published online**: 2017-06-30 09:01
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170630.0901.003.html
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51635002)
* **Corresponding author**. E-mail: wangcj@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0197

基于深度学习的航空发动机故障融合诊断

车畅畅，王华伟*，倪晓梅，洪骥宇
（南京航空航天大学 民航学院，南京 210016）

摘 要：通过对航空发动机故障诊断，能够正确判断各部件工作状态，快速确定维修方案，保证飞行安全。在结合深度信念网络和决策融合算法的基础上，提出了基于深度学习的航空发动机故障融合诊断模型。该模型通过分析发动机的大量性能参数，先利用深度学习模型提取出性能参数中的隐藏特征，得出故障分类置信度；其后对多次故障分类结果进行决策融合，从而得出更准确的诊断结果。将普惠 JT9D 发动机故障系数用于数据仿真，通过算例验证本文算法的有效性；算例计算结果表明：多次实验结果经数据融合提高了可信度，该模型具有较高的故障分类诊断准确性和抗干扰能力。

关 键 词：深度学习；故障诊断；决策融合；抗干扰能力；航空发动机
中图分类号：V263.6；TK418
文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0621-08

航空发动机结构复杂，数学模型严重非线性，多故障类型之间监控数据变化相似程度高，同时测量误差容易对气路故障诊断造成干扰，从而影响故障诊断结果的准确性和可靠性。目前航空发动机故障诊断的研究主要有[1]：基于模型的故障诊断（如卡尔曼滤波器模型）、基于信号和数据处理的故障诊断（如神经网络、支持向量机等智能算法）、基于知识的故障诊断（如 D-S 证据理论、故障树理论、蒙特卡罗方法）。薛薇和王涛[2]针对航空发动机传感器特征，设计出对应的滤波器来进行故障诊断，提出传感器和执行机构信息融合的诊断方案。俞刚和黄金泉[3]先将航空发动机异常监测参数输入到最小二乘支持向量机模型中，得出故障分类结果；再用卡尔曼滤波器估计故障参数，从而完成故障综合诊断。廖洪一[4]使用费舍尔判别分析法和云模型理论，将从子空间中提取出的特征输入到极限学习机模型中来诊断航空发动机故障，进一步确定相应的故障类型。赵世荣和黄向华[5]针对航空发动机气路部件故障，融合神经网络算法和模糊集合论，建立故障诊断模型，估计与判断出故障状态。徐启华等[6]建立了基于层次支持向量机的快速多分类算法模型，研究了大数据样本条件下的航空发动机多类故障诊断问题。孙伟超等[7]融合粗糙集和证据诊断理论，提出了用于解决航空电子装备多源故障诊断信息冲突问题的故障诊断方法。于劲松等[8]建立了贝叶斯网络模型的量化评价指标，为故障诊断系统的性能评价提供依据。Tai 等[9]使用了隐马尔可夫模型监测在过程控制中的机械故障，该模型能够对可辨别以及不可辨识的单元进行分析。Gómez 等[10]使用小波变换与径向基人工神经网络架构结合的模型从振动信号入手检测转轴裂缝，对机械参数和缺陷条件进行故障识别，并调节模型参数对成功率进行优化。Bajric 等[11]提出了一种基于离散小波变换和时间同步平均的故障诊断新方法，用于高速轴齿轮剥落故障诊断和跟踪，

收稿日期：2017-04-05；**录用日期**：2017-06-09；**网络出版时间**：2017-09-01 18:08
网络出版地址：kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1808.005.html
基金项目：国家自然科学基金（71401073）；民航联合研究基金（U1233115）
* **通信作者**. E-mail：wang_hw66@163.com

引用格式：*车畅畅，王华伟，倪晓梅，等. 基于深度学习的航空发动机故障融合诊断[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：621-628. CHE C C，WANG H W，NI X M，et al. Fault fusion diagnosis of aero-engine based on deep learning[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：621-628 (in Chinese).*

提高了变速箱故障诊断能力。Simani[12]从模型结构、参数辨识方法、残差生成技术和故障诊断策略出发,建立了基于模糊识别的故障诊断模型,用于复杂系统动态故障诊断。

从上述研究可以发现,使用单一模型进行故障诊断时结果抗干扰性较差;但使用多种模型结合进行故障诊断又存在建模复杂,输出结果不直观等问题,当研究对象的故障特征发生变换时,就会严重影响故障诊断准确度。基于上述问题,本文在结合深度学习模型和决策融合算法的基础上,提出了基于深度学习的航空发动机故障融合诊断方法,把航空发动机的性能参数和故障类型样本输入到深度信念网络(DBN)模型中,提取出样本特征,从而输出故障分类数据,然后把输出数据代入到决策融合算法模型中进行决策融合,得出航空发动机故障融合诊断结果。该方法能够在结合2 种模型优势的基础上,构建故障融合诊断模型,该模型结构简单,不仅有效提高故障诊断准确度,而且能够得出更加直观的故障诊断结果,同时有一定抗干扰性。通过数据仿真实验,验证该方法具有有效性。

1 航空发动机故障诊断

航空发动机故障诊断能够在检测出系统故障时,分离故障部件、判断故障种类、评估故障严重程度,从而在第一时间展开维修工作,减少经济损失。在发动机试验故障诊断中,可利用的状态信息有:发动机振动、气动热力等过程参数、滑油参数以及试验操纵控制信息等。由于航空发动机结构复杂性,单纯依靠单一信息进行故障诊断的准确度不高,多元状态监测信息从不同角度实现了对故障的深层次认识,能够提高故障诊断的准确度。本文,首先采用基于深度学习的故障融合诊断方法对发动机主要参数[13]如:低压转子转速(N1)、高压转子转速(N2)、排气口燃气温度(EGT)、燃油量消耗量(FF)建立模型,然后进行故障融合诊断。

2 深度学习与决策融合算法

2.1 深度学习模型

深度学习是相对于浅层学习而言的,浅层学习包可以 BP 神经网络、支持向量机和最大熵方法等。这些模型结构只含有一层隐层或者没有隐层,理论分析难度大,同时训练方法依赖于经验和技巧,得出的样本特征也较为浅显。相对于浅层学习,深度学习模型是多隐层的人工神经网络,通过无监督学习实现网络模型的逐层学习,具有良好的特征提取和学习能力,在样本分类方面有独特的优势。深度学习模型的主要包括深度信念网络、卷积神经网络和循环神经网络等。深度信念网络模型较为灵活,与其他方法的兼容性较好,因此本文采用深度信念网络模型用于故障分类,并将分类结果输入决策融合模型得出故障融合诊断结果。

DBN 模型由多个限制玻尔兹曼机(RBM)[14]层组成,一个典型的 RBM 结构如图 1所示。该结构包括 3 个部分:显层、隐层、偏置层。其中显层作为输入层,隐层作为输出层,偏置层用来控制隐层和显层节点的激活,层内单元间相互独立。

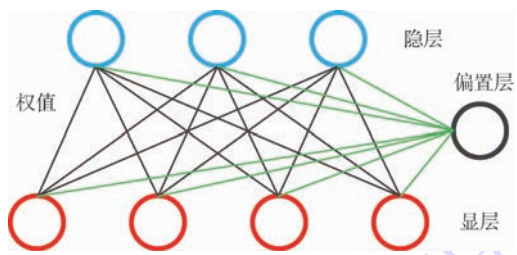


图 1 RBM 结构

Fig. 1 Structure of RBM

设显层向量为 $\boldsymbol{v}$,隐层向量为 $\boldsymbol{h}$,权值向量为 $\boldsymbol{w}$;对显层偏置为 $\boldsymbol{a}$,隐层偏置为 $\boldsymbol{b}$。对隐层和显层各单元参数定义如下:

$$\boldsymbol{v}=(v_1,v_2,\cdots,v_i,\cdots,v_m)^{\mathrm{T}} \quad i,m\in\boldsymbol{Z}^*$$

$$\boldsymbol{h}=(h_1,h_2,\cdots,h_j,\cdots,h_n)^{\mathrm{T}} \quad j,n\in\boldsymbol{Z}^*$$

$$\boldsymbol{w}=(w_{ij}) \quad i\in[1,m],j\in[1,n]$$

$$\boldsymbol{a}=(a_1,a_2,\cdots,a_i,\cdots,a_m)^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{b}=(b_1,b_2,\cdots,b_j,\cdots,b_n)^{\mathrm{T}}$$

2.1.1 建立深度信念网络模型

DBN 模型需要引入能量函数,首先用能量函数推导出显层和隐层的条件概率;然后求解偏置层,得出显层和隐层被激活的概率;最后求解能量函数,对模型参数进行更新。

1)引入能量函数

网络的稳态对应能量函数最低值状态,针对 RBM 模型而言,输入 $\boldsymbol{v}$ 向量和隐层输出向量 $\boldsymbol{h}$ 之间的能量函数为

$$E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})=-\sum_{i=1}^{m}(a_iv_i)-\sum_{j=1}^{n}(b_jh_j)-\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}(v_ih_jw_{ij}) \tag{1}$$

2)求隐层和显层的条件概率分布

$\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{h}$ 的联合概率为

$$P(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})=\frac{1}{Z}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})} \tag{2}$$

北航学报 赠阅

式中：归一化因子 $Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}=\sum_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{h}}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}$。

关于 $\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{h}$ 的概率分布函数为

$$P(\boldsymbol{v})=\sum_{j=1}^{n}P(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})=\sum_{\boldsymbol{h}}\frac{1}{Z}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})} \tag{3}$$

$$P(\boldsymbol{h})=\sum_{i=1}^{m}P(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})=\sum_{\boldsymbol{v}}\frac{1}{Z}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})} \tag{4}$$

$$P(\boldsymbol{v}\mid\boldsymbol{h})=\frac{P(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}{P(\boldsymbol{h})}=\frac{\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}}{\sum_{\boldsymbol{v}}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}} \tag{5}$$

$$P(\boldsymbol{h}\mid\boldsymbol{v})=\frac{P(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}{P(\boldsymbol{v})}=\frac{\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}}{\sum_{\boldsymbol{h}}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}} \tag{6}$$

3）偏置层求解

通过隐层和显层的条件概率分布和能量函数能够得到隐层和显层节点被激活（取值为 1）的概率，从而得到偏置层的求解结果：

$$P(h_j=1\mid\boldsymbol{v})=\frac{P(h_j=1,\boldsymbol{v})}{P(h_j=1,\boldsymbol{v})+P(h_j=0,\boldsymbol{v})}=\mathrm{sigm}\left(\sum_{i=1}^{m}(a_i+w_{ij}v_i)\right) \tag{7}$$

$$P(v_i=1\mid\boldsymbol{h})=\frac{P(v_i=1,\boldsymbol{h})}{P(v_i=1,\boldsymbol{h})+P(v_i=0,\boldsymbol{h})}=\mathrm{sigm}\left(\sum_{j=1}^{n}(b_j+w_{ij}h_j)\right) \tag{8}$$

式中：$\mathrm{sigm}(x)=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}}$。

4）能量函数求解

引入自由能量函数 $f(\boldsymbol{v})=-\ln\sum_{\boldsymbol{h}}\mathrm{e}^{-E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}$，则有

$$P(\boldsymbol{v})=\frac{\mathrm{e}^{-f(\boldsymbol{v})}}{\sum_{\boldsymbol{v}}\mathrm{e}^{-f(\boldsymbol{v})}} \tag{9}$$

从式（1）可以看出，如果要使系统（这里即指 DBN 网络）达到稳定，则应该是系统的能量值最小，由式（9）可知，要使能量 $E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})$ 最小，应该使 $f(\boldsymbol{v})$ 最小，也就是要使 $P(\boldsymbol{v})$ 最大。因此，此时的损失函数可以看做是 $-P(\boldsymbol{v})$，且求导时需要是加上负号的。设 $\boldsymbol{\theta}=\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{w}\}$，对 $P(\boldsymbol{v};\boldsymbol{\theta})$ 求偏导取负可得

$$-\frac{\partial\ln P(\boldsymbol{v};\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}}=\frac{\partial f(\boldsymbol{v};\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}}-\sum_{\boldsymbol{v}}P(\boldsymbol{v};\boldsymbol{\theta})\frac{\partial f(\boldsymbol{v};\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}} \tag{10}$$

将式（1）中的 $E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})$ 代入可得

$$-\frac{\partial\ln P(\boldsymbol{v})}{w_{ij}}=-\sum_{\boldsymbol{h}}\left[P(\boldsymbol{h}\mid\boldsymbol{v})\frac{\partial E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}{\partial w_{ij}}-\sum_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{h}}\left(P(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})\frac{\partial E(\boldsymbol{v},\boldsymbol{h})}{\partial w_{ij}}\right)\right]=$$

$$-\left[P(h_j=0\mid\boldsymbol{v})+P(h_j=1\mid\boldsymbol{v})v_ih_j-\sum_{\boldsymbol{v}}(P(\boldsymbol{v})(P(h_j=0\mid\boldsymbol{v}))+P(h_j=1\mid\boldsymbol{v})v_ih_j)\right]=$$

$$-P(h_j=1\mid\boldsymbol{v})v_i+\sum_{\boldsymbol{v}}(P(\boldsymbol{v})(P(h_j=1\mid\boldsymbol{v}))v_i) \tag{11}$$

同理可得 $P(\boldsymbol{v};\boldsymbol{\theta})$ 的偏导展开有

$$-\frac{\partial\ln P(\boldsymbol{v})}{\partial a_i}=-\sum_{\boldsymbol{v}}(P(\boldsymbol{v})P(h_j=1\mid\boldsymbol{v})+P(h_j=1\mid\boldsymbol{v})) \tag{12}$$

$$-\frac{\partial\ln P(\boldsymbol{v})}{\partial b_j}=-\sum_{\boldsymbol{v}}(P(\boldsymbol{v})v_i+v_i) \tag{13}$$

从偏导结果可以看出左边的减数是输入样本数据的自由能量函数期望值，$\boldsymbol{v}$ 状态已知。右边的被减数是模型产生样本数据的自由能量函数期望值，$\boldsymbol{v}$ 状态未知。

2.1.2　训练深度信念网络模型

1）深度信念网络训练流程

DBN 由多层 RBM 组成，是一种无监督学习模型，有一定的“黑箱性”。在实际应用过程中为了方便理解，更加直观得出分类结果，需要利用已知特征的样本对模型反向修正，相当于上述的 RBM 结构从隐层推导出显层，使故障样本的性能参数与故障类型想匹配，提高故障分类置信度。本文采用如今比较成熟的有监督算法 BP 神经网络来对 DBN 网络反向调节参数。由图 2 可以看出 DBN 网络的训练过程，先输入样本的状态参数到多层 RBM 中，逐层更新参数；其后把 RBM 训练结果和样本特征输入到 BP 神经网络中反向调节完成对模型的参数优化。

2）RBM 训练过程

RBM 的训练就是为了通过反复迭代得出 DBN 的隐藏特征。根据式（11）～式（13）可以得

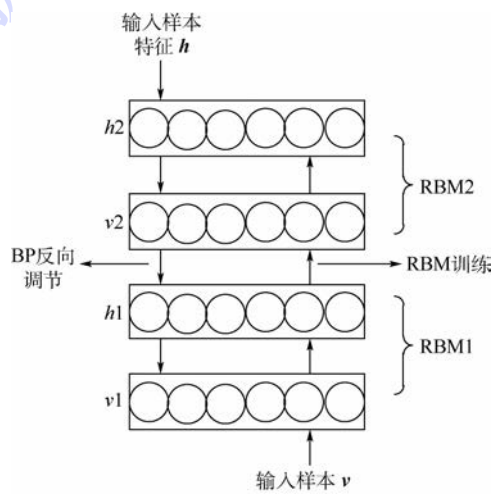


图 2　DBN 训练流程图

Fig. 2　Flowchart of DBN training

北航学报 赠阅

出参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的更新流程如图 3 所示，k 为训练次数[15]。

步骤 1 参数初始化。初始化参数 $\boldsymbol{w}$、$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、学习率 ε，允许重构误差 r、最大训练次数 p，k 初值赋为 1。把原始的数据 $\boldsymbol{v}$ 输入到网络。

步骤 2 参数更新。更新 $\boldsymbol{w}$、$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，计算输出从显层 $\boldsymbol{v}$ 推导到隐层 $\boldsymbol{h}$ 的第 1 次训练结果 $\boldsymbol{h}.1$，然后又反推 $\boldsymbol{v}.1$，继续计算 $\boldsymbol{h}.2$，$\boldsymbol{h}.3$，…，$\boldsymbol{h}.k$。

$$\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}+\varepsilon[P(h_j^{(k)}=1\mid\boldsymbol{v}^{(k)})(\boldsymbol{v}^{(k)})^{\mathrm{T}}-P(h_j^{(k+1)}=1\mid\boldsymbol{v}^{(k+1)})(\boldsymbol{v}^{(k+1)})^{\mathrm{T}}] \tag{14}$$

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+\varepsilon(\boldsymbol{v}^{(k)}-\boldsymbol{v}^{(k+1)}) \tag{15}$$

$$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\varepsilon[P(h_j^{(k)}=1\mid\boldsymbol{v}^{(k)})-P(h_j^{(k+1)}=1\mid\boldsymbol{v}^{(k+1)})] \tag{16}$$

式中：$h_j^{(k)}$ 为第 k 次训练的第 j 个隐层节点；$\boldsymbol{v}^{(k)}$ 为第 k 次训练的显层。

步骤 3 结果检验。判定循环次数和误差是否符合要求，当最后反推出的 $\boldsymbol{v}.k$ 和 $\boldsymbol{v}$ 比较其重构误差 $r=\|\boldsymbol{v}.k-\boldsymbol{v}\|^2$，当重构误差足够小时，将这个时候的 $\boldsymbol{h}.k$ 代入下一层 RBM 继续训练。如果不符合则将 k 赋值为 $k+1$ 然后重复进行步骤 2。

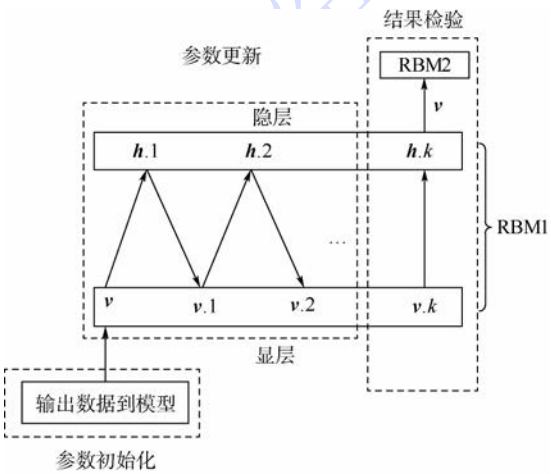


图 3 RBM 训练过程

Fig. 3 RBM training process

2.2 决策融合算法

决策融合算法以 D-S 证据理论[16]为基础，假设共有 m 个故障，其集合为 $\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$，n 次诊断结果 $\{B_1,B_2,\cdots,B_n\}$ 对应的函数为 $\{F_1,F_2,\cdots,F_n\}$，结果 $F_i(A_k)$ 和 $F_j(A_k)$ 的相似度函数定义为

$$S_{ij}(A_k)=1-\frac{|F_i(A_k)-F_j(A_k)|}{\max(F_i(A_k),F_j(A_k))} \tag{17}$$

式中：$i\neq j;i,j=1,2,\cdots,n;k=1,2,\cdots,m$。

可以看出 2 个结果之间相似度相差越小，相似度值越大。当 2 个结果的相似度完全相同时，相似度为最高值 1。定义结果 $B_i(A_k)$ 的支持度为和置信度分别为

$$P_i(A_k)=\prod_{j=1,i\neq j}^{n}S_{ij}(A_k) \tag{18}$$

$$C(A_k)=\frac{P_i(A_k)}{\sum_{j=1}^{n}P_j(A_k)} \tag{19}$$

求出经 n 个结果数据融合后得出的置信度，然后取 $\max(C(A_1),C(A_2),\cdots,C(A_k))$ 作为最终结果。

3 故障融合诊断流程

基于深度学习的航空发动机故障融合模型结合了 DBN 模型和决策融合模型，先通过 DBN 模型提取故障样本的性能参数特征，再对故障分类结果进行决策融合。具体诊断流程如图 4 所示。

步骤 1 采集故障样本数据，构建训练样本矩阵、样本标签矩阵和测试样本矩阵。样本是 $m\times n$ 矩阵，其中 n 为状态参数个数。

步骤 2 构建 DBN 网络，设置网络层数和节点个数，其中节点数最大值为 $2\sqrt{mn}+n$，初始状态参数设为极小值。

步骤 3 模型参数优化，把训练样本输入 DBN 网络中，从高层到底层训练 DBN 中的所有 RBM，得出权值 $\boldsymbol{w}$ 和各参数。把训练得到的参数输入到BP神经网络中进行反向优化训练，得到

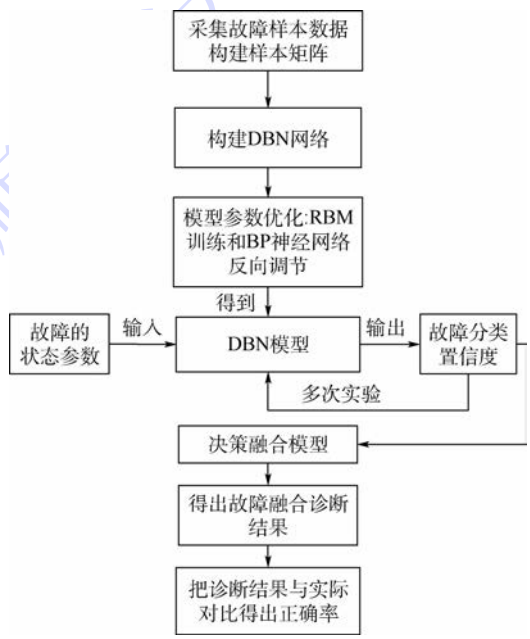


图 4 基于深度学习的航空发动机故障融合诊断流程

Fig. 4 Fault fusion diagnosis folw chart for aero-engine based on deep learning

最终的 DBN 网络模型。

步骤 4　输入测试样本的故障状态参数得出故障分类置信度。

步骤 5　重复步骤 4 进行多次实验，把得出的故障分类置信度结果输入到决策融合模型中。

步骤 6　根据决策融合结果得出故障融合诊断结果。

步骤 7　分析故障融合诊断结果，与实际故障情况对比并统计正确率。

4　算例分析

4.1　故障样本生成

本文选用普惠公司的 JT9D 发动机[17]为研究对象，选择排气口燃气温度偏差（ΔEGT）、燃油消耗量偏差（ΔFF）、低压转子转速偏差（ΔN1）、高压转子转速偏差（ΔN2）作为状态参数，用表 1 的发动机故障表作为原始样本进行仿真拓展，公式[14]如下：

表 1　JT9D 发动机故障

Table 1　Engine failure of JT9D

序　号	发动机故障类型	性能参数偏差			
		ΔEGT/℃	ΔFF/%	ΔN1/%	ΔN2/%
F01	风扇效率 +1%	-1.00	-0.25	-0.25	-0.05
F02	风扇流量 +1%	4.50	0.80	-0.85	0.05
F03	低压压气机效率 +1%	-2.00	-0.15	0.10	-0.15
F04	低压压气机流量 +1%	-2.00	-0.40	-2.00	-0.05
F05	高压压气机效率 +1%	-7.00	-0.85	-0.10	0.10
F06	高压压气机流量 +1%	-0.05	-0.10	0	-0.25
F07	高压涡轮效率 +1%	-0.85	-1.05	-0.10	0.20
F08	低压涡轮效率 +1%	-4.50	0	0.45	0
F09	3.0 +3.5 放气活门开度 -20%	-11.20	-2.40	-0.04	-0.24
F10	第 1 级涡轮导向叶片面积 +1%	2.50	0.35	0.05	-0.15

$$x = x_0 + l\sigma \cdot \mathrm{rand} \tag{20}$$

式中：x_0 为原始样本；l 为噪声控制因子用来模拟噪声受到环境干扰的情况；σ 为样本标准差；rand 函数用来生成服从正态分布的随机数。

4.2　建立故障融合诊断模型

首先建立 4 维样本矩阵，每维代表各个性能参数。根据仿真建立 1 000 个有样本故障状态标签的训练样本，每种故障类型 100 个，其中故障因子设置为 0.1 ~ 0.5，每隔 0.1 仿真 20 个样本。另外建立 1 000 个无标签的训练样本，参数设置与有标签样本相同。然后构建层数分别为 2、3、4 的共 7 个 4DBN 网络，代入所有训练样本求出样本的总重构误差如表 2 所示，可以看出网络结构为[4,8,9,10]的 DBN 网络，重构误差最小，说明该网络结构能够更加准确地挖掘出性能参数中的隐藏特征。因此，本文选取该网络结构做进一步的反向调节优化。

网络结构为[4,8,9,10]的 DBN 网络重构误差见图 5。可以看出在多次重构后，重构误差逐步下降到较小值。

并对带标签样本进行反向调节，可以得到 BP 神经网络误差曲线如图 6 所示，BP 神经网络误差反映出状态参数的隐藏特征与故障类型的匹配程

表 2　DBN 网络结构与重构误差

Table 2　DBN network structure and reconstruction error

DBN 网络结构	重构误差
[4,6,10]	0.083
[4,8,10]	0.047
[4,6,8,10]	0.076
[4,8,12,10]	0.037
[4,8,9,10]	0.028
[4,8,9,12,10]	0.049
[4,6,8,12,10]	0.065

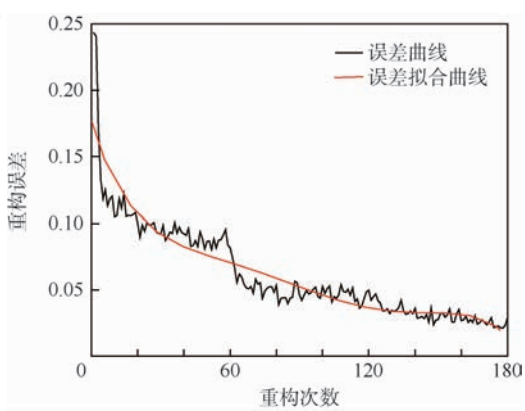


图 5　网络结构为[4,8,9,10]的 DBN 网络重构误差图

Fig. 5　DBN reconstruction error graph with network structure of [4,8,9,10]

北航学报 赠阅

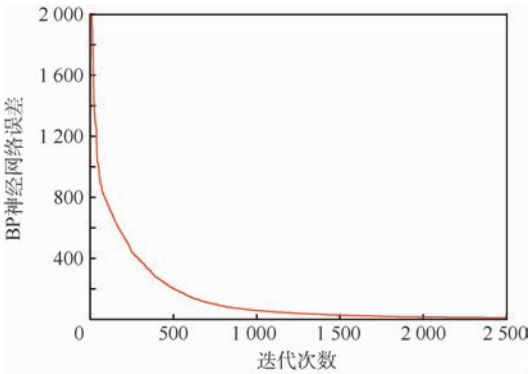


图 6 BP 神经网络误差图

Fig. 6 Graph of BP neutral network error

度,其误差为所有训练样本的特征值与故障类型的标准差总和。由于 RBM 训练过程为无监督训练,所以提取出的样本特征不能直接与故障类型相对应。从图 6可以看出,刚开始训练时 BP 神经网络误差很大,在2 500 次左右样本误差已经大幅度下降。在运算 30 000 次后最终 BP 误差仅为 0.41,已满足要求。

4.3 故障融合诊断结果

截取故障 F05 的 5 次实验结果,其置信度见表 3。从表中可以看出每次诊断得出的置信度(置信度 1 ~ 置信度 5)都有一定偏差,对于 F05 的置信度 1 约为 0.278,同时 F09 的置信度 1 约为 0.716,发生了明显的分类错误。对比故障F05 和 F09 的状态参数可以看出由于范围较为接近,在故障仿真中的数据特征较为模糊,因此容易在单次故障诊断结果出错。为了消除个别实验结果对诊断结果的影响,需要决策融合再进行更准确的诊断。同时应当对那些特征不明显的样本,应再仿真出一些类似样本,添加到深度信念网络的训练集中,从而对深度信念网络的参数进行进一步优化。

为了消除运算结果偏差对最终故障诊断结果所造成的影响,进一步提高诊断正确率,把表 3 中数据代入到决策融合算法中可得到最终结果见表 4。其中 $C(F)$ 为决策融合算法得出的置信度,诊断结果 0 表示无故障,1 表示有故障。从表中可以看出经过决策融合,故障在所属 F05 的置信度极高,达到了故障分类要求。

通过上述实验,选择网络结构为[4,6,8,10]的深度信念网络模型和决策融合模型组合成故障融合诊断模型。仿真出 1 000 个有故障状态标签的测试样本,每种故障类型 100 个,为检验模型抗干扰性,故障因子设置为 0.1 ~ 1.0 每隔 0.1 仿真 10 个样本。把测试样本代入到故障融合诊断模型中,把得出故障融合诊断结果与故障状态标签对比可以得出故障融合诊断正确率。

下面将测试样本代入到基于深度学习的故障融合诊断模型与 BP 神经网络和单独深度信念网络模型进行对比,并统计正确率。从表5中的可以看出,本文所采用的基于深度学习的故障融合诊断模型正确率为 99.58%,比无决策融合模型略高,同时 BP 神经网络模型在多故障诊断中效果较差。说明通过决策融合有效地提高了模型抗

表 3 故障分类置信度

Table 3 Confidence level of fault classification

故障类型	置信度 1	置信度 2	置信度 3	置信度 4	置信度 5
F01	9.00×10^{-8}	1.08×10^{-6}	6.01×10^{-7}	2.35×10^{-6}	4.90×10^{-5}
F02	2.41×10^{-7}	7.09×10^{-7}	5.39×10^{-7}	3.77×10^{-7}	6.06×10^{-7}
F03	5.16×10^{-3}	2.60×10^{-3}	3.05×10^{-3}	1.40×10^{-3}	6.57×10^{-5}
F04	6.30×10^{-5}	2.35×10^{-4}	1.81×10^{-4}	1.15×10^{-4}	2.50×10^{-5}
F05	2.78×10^{-1}	7.97×10^{-1}	6.44×10^{-1}	9.47×10^{-1}	9.99×10^{-1}
F06	1.16×10^{-5}	2.05×10^{-6}	3.78×10^{-6}	3.17×10^{-7}	1.91×10^{-9}
F07	1.01×10^{-3}	7.27×10^{-4}	1.08×10^{-3}	1.88×10^{-4}	1.18×10^{-5}
F08	1.10×10^{-5}	4.65×10^{-5}	2.30×10^{-5}	8.12×10^{-5}	4.31×10^{-4}
F09	7.16×10^{-1}	2.01×10^{-1}	3.52×10^{-1}	5.14×10^{-2}	5.54×10^{-4}
F10	4.66×10^{-7}	4.68×10^{-7}	4.34×10^{-7}	1.40×10^{-7}	3.39×10^{-8}

表 4 故障诊断结果

Table 4 Results of fault diagnosis

故障类型	$C(F)$	诊断结果
F01	3.9×10^{-5}	0
F02	7.6×10^{-7}	0
F03	7.16×10^{-5}	0
F04	0.38×10^{-3}	0
F05	0.998	1
F06	4.32×10^{-9}	0
F07	3.25×10^{-5}	0
F08	0.161×10^{-3}	0
F09	0.129	0
F10	4.14×10^{-8}	0

表 5 故障诊断正确率对比

Table 5 Comparison of fault diagnosis accuracy

模 型	正确率/%
基于深度学习的故障融合诊断模型	99.58
深度信念网络模型	95.30
BP 神经网络模型	82.13

北航学报 赠阅

干扰型，有更高地故障诊断正确率。

5　结　论

1）本文提出的基于深度学习的故障融合诊断模型与 BP 神经网络和单独深度信念网络模型相比有更高的故障诊断正确率，例如对 JT9D 发动机进行故障诊断的正确率达到 99.58%。

2）本文模型中的深度学习方法能够充分发掘大样本特征，对多故障进行分析，提取故障样本隐含特征。

3）本文模型结构简单，输入输出清晰直观。先把故障样本的状态参数作为输入，输出各个故障分类置信度；然后再用决策融合算法把多次故障分类结果相融合得出最终诊断结果。

4）本文模型使用决策融合算法消除了深度信念网络故障分类结果中的偶然误差，有较好的抗干扰能力。

为了使本模型的故障诊断结果更精确、速度更快，仍需要优化相关参数和模型结构。

参考文献（References）

[1] 黄强，王建，张桂刚. 一种航空发动机传感器故障诊断方法[J]. 传感技术学报，2014，27(10)：1315-1320.
HUANG Q，WANG J，ZHANG G G. A kind of approach for aero-engine sensor fault diagnosis [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators，2014，27(10)：1315-1320(in Chinese).

[2] 薛薇，王涛. 基于一组卡尔曼滤波器信息融合的故障诊断[J]. 计算机测量与控制，2015，23(7)：2285-2287.
XUE W，WANG T. Application of a bank of Kalman filters for aircraft engine sensor actuator fault diagnosis [J]. Computer Measurement and Control，2015，23(7)：2285-2287(in Chinese).

[3] 俞刚，黄金泉. 基于支持向量机和卡尔曼滤波器的航空发动机故障诊断研究[J]. 航空发动机，2012，38(1)：47-50.
YU G，HUANG J Q. Aeroengine fault diagnosis based on support vector machine and Kalman filter[J]. Aero-Engine，2012，38(1)：47-50(in Chinese).

[4] 廖洪一. 基于极限学习机的航空发动机故障诊断研究[D]. 广汉：中国民用航空飞行学院，2012.
LIAO H Y. Research on aero-engine fault diagnosis based on extreme learning machine[D]. Guanghan：Civil Aviation Flight University of China，2012(in Chinese).

[5] 赵世荣，黄向华. 应用神经网络信息融合诊断航空发动机故障[J]. 航空动力学报，2008，23(1)：164-168.
ZHAO S R，HUANG X H. Fault diagnosis for aeroengine gas path components based on neural network multisensor data fusion [J]. Journal of Aerospace Power，2008，23(1)：164-168(in Chinese).

[6] 徐启华，师军，耿帅. 应用快速多分类 SVM 的航空发动机故障诊断方法[J]. 推进技术，2012，33(6)：961-967.
XU Q H，SHI J，GENG S. Aero-engine fault diagnosis by a new fast multi-class support vector algorithm[J]. Journal of Propulsion Technology，2012，33(6)：961-967(in Chinese).

[7] 孙伟超，李文海，李文峰. 融合粗糙集与 D-S 证据理论的航空装备故障诊断[J]. 北京航空航天大学学报，2015，41(10)：1902-1909.
SUN W C，LI W H，LI W F. Avionic devices fault diagnosis based on fusion method of rough set and D-S theory[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2015，41(10)：1902-1909(in Chinese).

[8] 于劲松，沈琳，唐荻音. 基于贝叶斯网络的故障诊断系统性能评价[J]. 北京航空航天大学学报，2016，42(1)：35-40.
YU J S，SHEN L，TANG D Y. Performance evaluation of fault diagnosis system based on Bayesian network[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2016，42(1)：35-40(in Chinese).

[9] TAI A H，CHING W K，CHAN L Y. Detection of machine failure：Hidden Markov model approach[J]. Computers & Industrial Engineering，2009，57(2)：608-619.

[10] GÓMEZ M J，CASTEJÓN C，GARCÍA-PRADA J C. Automatic condition monitoring system for crack detection in rotating machinery[J]. Reliability Engineering & System Safety，2016，152：239-247.

[11] BAJRIC R，ZUBER N，SKRIMPAS G A，et al. Feature extraction using discrete wavelet transform for gear fault diagnosis of wind turbine gearbox[J]. Shock & Vibration，2016，2016(1)：1-10.

[12] SIMANI S. Residual generator fuzzy identification for automotive diesel engine fault diagnosis[J]. International Journal of Applied Mathematics & Computer Science，2013，23(2)：419-438.

[13] 周利敏，闫国华，瞿红春. 一种云环境下的发动机健康管理系统及其应用[J]. 计算机测量与控制，2014，22(12)：3926-3928.
ZHOU L M，YAN G H，QU H C. Engine health management system in cloud and its applications[J]. Computer Measurement and Control，2014，22(12)：3926-3928(in Chinese).

[14] 单外平. 基于深度信念网络的变速器故障分类识别研究[D]. 广州：华南理工大学，2015.
SHAN W P. Classification and recognition of transmission fault based on deep belief network [D]. Guangzhou：South China University of Technology，2015(in Chinese).

[15] 刘伟峰，杨爱兰. 基于 BIC 准则和 Gibbs 采样的有限混合模型无监督学习算法[J]. 电子学报，2011，39(S1)：134-139.
LIU W F，YANG A L. Unsupervised learning for finite mixture models based on BIC criterion and Gibbs sampling[J]. Acta Electronica Sinica，2011，39(S1)：134-139(in Chinese).

[16] 李文立，郭凯红. D-S 证据理论合成规则及冲突问题[J]. 系统工程理论与实践，2010，30(8)：1422-1432.
LI W L，GUO K H. Combination rules of D-S evidence theory and conflict problem [J]. Systems Engineering Theory and Practice，2010，30(8)：1422-1432(in Chinese).

[17] 张光明. 航空发动机气路故障诊断技术研究[D]. 沈阳：沈阳航空工业学院，2010.
ZHANG G M. Research on gas path fault diagnosis for aero-en-

北航学报 赠阅

gine[D]. Shenyang: Shenyang Institute of Aeronautical Engineering, 2010(in Chinese).

作者简介:

车畅畅 男,硕士研究生。主要研究方向:可靠性、维修性及维修工程。

王华伟 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:民航安全工程、民航维修工程、可靠性工程。

Fault fusion diagnosis of aero-engine based on deep learning

CHE Changchang, WANG Huawei*, NI Xiaomei, HONG Jiyu

(College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Through the fault diagnosis of aero-engine, the working status of each component can be correctly judged, and the maintenance program can be determined quickly to ensure the safety of flight. Based on the combination of deep belief network and decision fusion theory, the fault fusion diagnosis model of aero-engine based on deep learning was proposed. This model, through analyzing a large number of engine performance parameters, starts with getting fault classification confidence via hidden features in engine performance parameters extracted by deep learning algorithm, and then the multiple fault classification results were fused by decision fusion method to get more accurate results. The JT9D engine failure coefficient was simulated as data to prove the validity of the method. The results of an example show that the reliability of the data has been improved by fault fusion diagnosis of several experimental results, and the model has high fault classification and diagnosis accuracy and anti-interference ability.

Keywords: deep learning; fault diagnosis; decision fusion; anti-interference ability; aero-engine

北京航空航天大学学报

Received: 2017-04-05; **Accepted**: 2017-06-09; **Published online**: 2017-09-01 18:08

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1808.005.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (71401073); Joint Research Foundation for Civil Aviation (U1233115)

* **Corresponding author**. E-mail: wang_hw66@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0212

基于三站点库存组织的备件转运策略分析

薛佩[1,2], 王乃超[1,2], 肖波平[1,2], 马麟[1,2,*]

(1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 可靠性与环境工程技术国防科技重点实验室, 北京 100083)

摘 要: 基于三站点库存组织研究了备件转运策略对于系统期望延期交货量(EBO)的影响。首先,依据三站点库存组织中备件和故障件的消耗与补给过程以及库存控制策略,给出了考虑保障站点供应优先级的手边现货、应得备件数和延期交货量之间的状态方程。其次,通过定义站点延期交货量与应得备件数之间的比例系数,将原非线性方程组转化成线性方程组,然后借助线性方程组解的判定法则对方程组解的唯一性进行判定,并结合不动点原理构造柯西列逼近原方程的解。最后,在算例分析中借助 MATLAB 对 2 种转运策略(按固定概率转运和按优先级约束转运)下系统 EBO 的数值大小进行对比。结果表明:按优先级约束进行备件转运能够在大部分情况下提高备件利用率同时降低系统 EBO。此外,通过分析还可以发现,不同备件转运策略对系统 EBO 作用效果的显著性主要由转运策略的可行作用空间大小决定,而作用空间的可行变化范围主要由备件需求由本地满足的概率、库存配置方案以及需求率和维修速率决定。

关 键 词: 备件; 三站点库存组织; 期望延期交货量(EBO); 转运策略; 优先级约束
中图分类号: V215.7
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0629-07

转运策略是备件在库存组织站点间进行转运所遵从的规则,是备件保障中的关键因素之一。国内外学者对备件转运策略开展的研究就其特点可以分为 3 个阶段。第 1 阶段是传统纵向保障,这一阶段的主要特点就是上下级站点间的备件供应为单向运输(从高级别站点向低级别站点),比较有代表性的是早期 METRIC 系列模型[1-4]。第 2 阶段为考虑横向转运,这一阶段的库存转运模型中主要涉及了传统的上下级间备件运输和外场同级站点之间的备件横向转运。为了降低建模和计算难度,此类研究大多通过设置站点组[5-7]及相关假设,将横向保障问题转化成传统纵向保障问题,然后利用传统纵向保障的思路解决库存分配问题。常用的假设条件包括组内站点完全相同[8]、横向转运时间为 0[9]、备件随机供应[10-11],备件单向[12-13]或双向转运[14-15]等。也有学者通过设定优先级约束对转运策略进行研究,如设定纵向保障与横向转运的相对优先性[16-17]、设定选择性横向转运规则[18-19]、根据成本和运输距离设定运输路线等[20-21]。此阶段转运策略研究主要在同级站点之间展开。第 3 阶段是备件保障网络阶段,保障网络淡化了站点级别概念,其备件运输关系为传统纵向运输与横向转运的耦合。对于站点个数较少的结构,采用解析方法分析的成果较多,如文献[22]以三站点为基础,对具有概率约束的主动型备件转运策略进行研究;文献[23]对多个不同站点间的贪婪转运策略进行分析从而得出贪婪式转运策略在包含 2、3 个站点的库存系统中效果最优。对于采用复杂转运策略的多站点库存系统,由于建模及求解计算难度大,因而传统的

收稿日期: 2017-04-06; **录用日期**: 2017-05-12; **网络出版时间**: 2017-07-11 11:46
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170711.1146.002.html
* **通信作者**. E-mail: malin@buaa.edu.cn

引用格式: 薛佩, 王乃超, 肖波平, 等. 基于三站点库存组织的备件转运策略分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 629-635. XUE P, WANG N C, XIAO B P, et al. Spares transshipment strategy analysis based on a three-site inventory system [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 629-635 (in Chinese).

北航学报 赠阅

解析法在这方面的研究较少,针对这类问题一般采用仿真方法。文献[24]在三站点基础上对随机选择转运站点、权衡风险确定转运站点和根据可用库存确定转运站点3种被动型备件转运策略展开分析;文献[25-26]对基于复杂网络的备件保障问题进行研究。由于仿真无法对输入参数间逻辑关系进行准确描述,因而它在理论层面对系统特性的把握存在一定的不足。

基于上述背景,本文就转运策略在三站点库存组织中对系统期望延期交货量(EBO)的影响展开研究。文献[22]制定了按固定概率进行备件供应保障的转运策略(站点的备件需求根据固定概率由指定站点提供备件保障),并对采用此策略的三站点库存系统进行了建模和分析。本文在此基础上,对备件转运策略进行拓展和延伸,制定了具有优先级约束的备件转运策略(在选择备件供应保障站点时具有偏好),并针对三站点库存系统建立了新的库存转运模型。通过2种转运策略对库存系统EBO的影响分析可以发现不同备件转运策略的可行作用空间。上述发现可以为多站点库存系统备件的供应与补给提供指导性意见。

1 问题描述和建模

1.1 问题描述

保障站点由于库存量的约束或维修能力的限制,存在由其他站点进行紧急供货以及将部分故障件送去其他站点维修的情况。文献[22]中按照固定概率规定了备件转运策略,但当目标站点无可用库存时,进行目标站点的更换往往会带来更积极的作用。为了方便与文献[22]作对比,本文设定,各站点产生的备件需求部分由本地站点满足,部分由其他站点转运满足,其他站点的选择依需求产生站点的顺时针方向具有优先级,如图1所示。

图1中各站点的备件需求有r_{ii}的概率由本地满足,有$1-r_{ii}$的概率通过其他站点的转运满足。与此同时,提供备件的站点将会接收对应的故障件进行修复,修复后的故障件将被作为备件重新放入备件仓库。依图1所示规则,当首选站点无可用备件时,便继续寻找下一站点。如果所有备选站点均无可用备件,将强制选择最后的备选站点作为备件供应站点,此时被选站点的备件延期交货将对源站点产生影响。本研究中采用的主要假设如下:

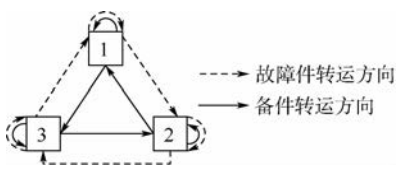


图1 部件在三站点库存组织中的转运模型

Fig. 1 Transshipment model of items in three-site inventory system

1)站点自身产生的备件需求服从均值为d_i($i=1,2,3$)的泊松分布。

2)站点维修能力不设限,因此不存在故障件维修延迟现象。

3)站点内故障件的维修时间相互独立,且服从均值为$1/u_i$($i=1,2,3$)的指数分布。

4)故障件经送修后修复如新。

5)各站点库存盘点策略为$(s-1,s)$,s为初始库存量。

1.2 模型建立

在稳态下,库存状态关系式如下[27]:

$$s = s_{\mathrm{OH}} + s_{\mathrm{DI}} - s_{\mathrm{BO}} \tag{1}$$

式中:s_{OH}为可用库存;s_{DI}为应得备件数,涵盖了处于修理环节、运输环节以及其他站点对本站点延期交货的备件及故障件;s_{BO}为备件延期交货量。

令s_{M}^{i}为正在站点i处维修的故障件数;s_{TP}^{ji}和s_{TF}^{ji}分别为站点j运往站点i途中的备件数和故障件数;s_{BO}^{ji}为站点j对站点i的延期交货量。定义站点i顺时针方向的第1个站点为j,第2个站点为k,那么站点i的应得备件数s_{DI}^{i}可以表示为

$$s_{\mathrm{DI}}^{i} = s_{\mathrm{M}}^{i} + \sum_{j\neq i} s_{\mathrm{TP}}^{ji} + \sum_{j\neq i} s_{\mathrm{TF}}^{ji} + s_{\mathrm{BO}}^{ki}$$
$$i,j,k = 1,2,3;\ i\neq j\neq k \tag{2}$$

式(2)各部分的表达式分别为

$$\begin{cases} s_{\mathrm{M}}^{i} = \dfrac{1}{\mu_i}\left[r_{ii}d_i + (1-r_{jj})d_j(1-p_k) + (1-r_{kk})d_k p_i\right] \\ \displaystyle\sum_{j\neq i} s_{\mathrm{TP}}^{ji} = (1-r_{ii})d_i p_j T_{ji} + (1-r_{ii})d_i(1-p_j)T_{ki} \\ \displaystyle\sum_{j\neq i} s_{\mathrm{TF}}^{ji} = (1-r_{jj})d_j(1-p_k)T_{ji} + (1-r_{kk})d_k p_i T_{ki} \\ s_{\mathrm{BO}}^{ki} = \dfrac{(1-r_{ii})d_i(1-p_j)}{(1-r_{ii})d_i(1-p_j) + (1-r_{jj})d_j p_k + r_{kk}d_k} s_{\mathrm{BO}}^{k} \\ \quad i,j,k = 1,2,3;\ i\neq j\neq k \end{cases} \tag{3}$$

式中:T_{ij}为站点i到站点j的运输时间;μ_i为站点i的故障件平均维修速率;p_i为站点i处的备件满足率,其定义为

$$p_i = \sum_{x=0}^{s_i} \frac{(s_{\mathrm{DI}}^{i})^{x}\mathrm{e}^{-s_{\mathrm{DI}}^{i}}}{x!} \tag{4}$$

其中:s_i为站点i的初始库存量。

s_{BO}^{i}为站点 i 的延期交货量,稳态下可以表示为延期交货量期望值的形式:

$$s_{\mathrm{BO}}^{i}=\sum_{x=s_i+1}^{\infty}(x-s_i)\frac{(s_{\mathrm{DI}}^{i})^{x}\mathrm{e}^{-s_{\mathrm{DI}}^{i}}}{x!} \tag{5}$$

2　方程分析及求解

2.1　方程分析

将式(3)代入式(2)得到

$$\begin{aligned}s_{\mathrm{DI}}^{i}=&\frac{1}{\mu_i}[r_{ii}d_i+(1-r_{jj})d_j]+(1-r_{ii})d_iT_{ki}+\\&(1-r_{jj})d_jT_{ji}+(1-r_{kk})\left(\frac{1}{\mu_i}+T_{ki}\right)d_kp_i+\\&(1-r_{ii})(T_{ji}-T_{ki})d_ip_j-\\&(1-r_{jj})\left(\frac{1}{\mu_i}+T_{ji}\right)d_jp_k+\\&\frac{(1-r_{ii})(1-p_j)d_i}{(1-r_{ii})(1-p_j)d_i+(1-r_{jj})d_jp_k+r_{kk}d_k}s_{\mathrm{BO}}^{k}\\&i,j,k=1,2,3;i\neq j\neq k\end{aligned} \tag{6}$$

对式(6)进行简化,记:

$$\begin{cases}\alpha_i=\dfrac{1}{\mu_i}[r_{ii}d_i+(1-r_{jj})d_j]+(1-r_{ii})d_iT_{ki}+\\\qquad(1-r_{jj})d_jT_{ji}\\\beta_i=(1-r_{kk})\left(\dfrac{1}{\mu_i}+T_{ki}\right)\\\gamma_i=(1-r_{ii})(T_{ji}-T_{ki})\\\delta_i=-(1-r_{jj})\left(\dfrac{1}{\mu_i}+T_{ji}\right)\\\varepsilon_i=\dfrac{(1-r_{ii})(1-p_j)d_i}{(1-r_{ii})(1-p_j)d_i+(1-r_{jj})d_jp_k+r_{kk}d_k}\\\qquad i,j,k=1,2,3;i\neq j\neq k\end{cases} \tag{7}$$

同时令 $s_{\mathrm{BO}}^{i}=\theta_i s_{\mathrm{DI}}^{i}$,其中 θ_i 为 s_{BO}^{i}与 s_{DI}^{i}之间的比例系数,因为$0<s_{\mathrm{BO}}\leqslant s_{\mathrm{DI}}$,所以 $0<\theta_i\leqslant 1$。可分别得到 s_{DI}^{1}、s_{DI}^{2}、s_{DI}^{3}的表达式,整理成式(8)。

$$\begin{bmatrix}1&0&-\varepsilon_1\theta_3\\-\varepsilon_2\theta_1&1&0\\0&-\varepsilon_3\theta_2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}s_{\mathrm{DI}}^{1}\\s_{\mathrm{DI}}^{2}\\s_{\mathrm{DI}}^{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha_1+\beta_1p_1+\gamma_1p_2+\delta_1p_3\\\alpha_2+\delta_2p_1+\beta_2p_2+\gamma_2p_3\\\alpha_3+\gamma_3p_1+\delta_3p_2+\beta_3p_3\end{bmatrix} \tag{8}$$

定义 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&0&-\varepsilon_1\theta_3\\-\varepsilon_2\theta_1&1&0\\0&-\varepsilon_3\theta_2&1\end{bmatrix}$,因为$0\leqslant\varepsilon_i\leqslant 1$,所以$|\boldsymbol{A}|=1-\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3\theta_1\theta_2\theta_3\geqslant 0$。

如果$|\boldsymbol{A}|>0$,那么 $\boldsymbol{A}^{-1}$存在,方程式(8)有唯一解。

如果$|\boldsymbol{A}|=0$,即 $\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3\theta_1\theta_2\theta_3=1$,此时必有 $\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3=1$ 及 $\theta_1\theta_2\theta_3=1$。根据式(6)可得

$$\begin{cases}r_{11}d_1+(1-r_{22})d_2p_1=0\\r_{22}d_2+(1-r_{33})d_3p_2=0\\r_{33}d_3+(1-r_{11})d_1p_3=0\end{cases} \tag{9}$$

因为 $p_i>0$,所以式(8)无解,因此$|\boldsymbol{A}|=0$ 的情况不存在。综上所述,模型具有唯一解。

2.2　求解算法设计

令 $\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}}=[s_{\mathrm{DI}}^{1},s_{\mathrm{DI}}^{2},s_{\mathrm{DI}}^{3}]^{\mathrm{T}}$,$f_n(\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}})(n=1,2,3)$表示式(8)等号右侧矩阵中每一项与 $\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}}$之间的函数关系,那么方程式(8)可以写成

$$\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}}=\boldsymbol{A}^{-1}\begin{bmatrix}\alpha_1+\beta_1p_1+\gamma_1p_2+\delta_1p_3\\\alpha_2+\delta_2p_1+\beta_2p_2+\gamma_2p_3\\\alpha_3+\gamma_3p_1+\delta_3p_2+\beta_3p_3\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}^{-1}\begin{bmatrix}f_1(\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}})\\f_2(\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}})\\f_3(\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}})\end{bmatrix} \tag{10}$$

根据 2.1 节分析可知方程的映射关系为压缩映射,参考式(10),可以采用迭代法构造柯西列逼近方程解,过程参见图 2。图 2 中 m 为迭代次数,ε 为误差精度,$\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}}^{(m)}$ 为 m 轮迭代的输入值,$\boldsymbol{s}_{\mathrm{DI}}^{(m)*}$ 为 m 轮迭代的输出值,通过对比输入输出的差值与 ε 的大小确定迭代是否终止。

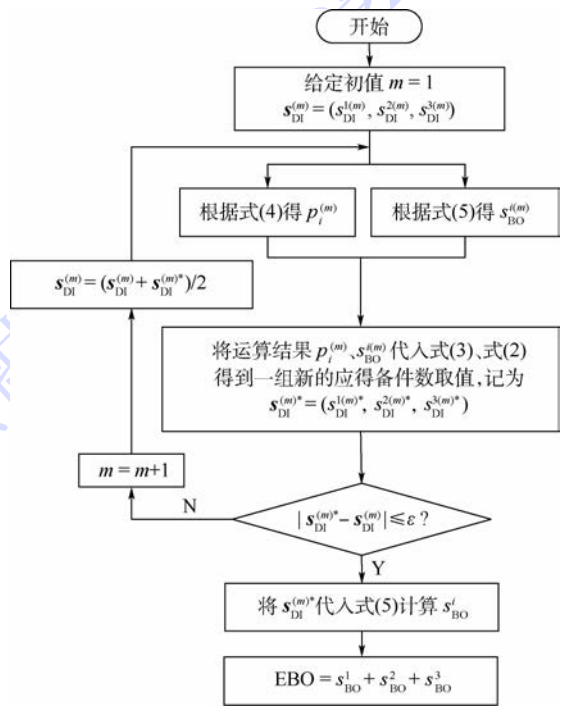


图 2　算法流程图

Fig. 2　Algorithm flowchart

3　不同转运策略算例

记文献[22]中转运策略对应模型Ⅰ,本文转

北航学报 赠阅

运策略对应模型Ⅱ。将表 1 中的数据作为基础输入,利用 MATLAB 软件展开参数影响分析。

表 1 基础数据

Table 1 Basic data

参数	s_i/个	d_i/(个·h^{-1})	u_i/(个·h^{-1})	r_{ii}	T_{ij}/h	T_{ik}/h
数值	15	0.12	0.05	0.2	50	50

注:文献[22]中模型Ⅰ还包含 2 个输入参数 r_{ij} 和 r_{ik},分别代表了站点 i 的备件需求中由站点 j、k 提供备件满足的概率,案例中规定 $r_{ij}=r_{ik}=(1-r_{ii})/2$。

3.1 库存配置方案对模型输出的影响

令 $s_1+s_2+s_3=50$,首先取 $s_1=0$,s_2 从 0 取值,逐次增加 5,直到等于$(50-s_1)$停止。然后 s_1 逐次增加 5,从而产生共 66 组(s_1,s_2,s_3)库存配置方案并按其产生顺序进行编号,记库存方案编号为 N,则 $N=1,2,\cdots,66$。将每种库存方案代入模型进行计算,得到模型Ⅰ的系统期望延期交货量 EBO1 和模型Ⅱ的系统期望延期交货量 EBO2,结果反映在图 3。

图 3 中 2 条底端包络曲线的最低点为最优库存配置方案,此时站点库存配置量与站点实际需求相对应。同时图中有 EBO1≥EBO2,因为本文转运策略相对模型Ⅰ的优势在于考虑到站点实时库存状况,提高备件利用率,能够降低系统 EBO。但在不同的配置方案下,EBO1 - EBO2 的值会有所变化。

局部放大图 3 中方案编号 1 ~ 11 输出曲线,得到图 4。从图 4 中可以看出两模型最优库存配置不一致。对于模型Ⅰ,需求分配根据概率进行,各站点实际需求完全相等,所以站点 1 库存为零的情况下,站点 2、3 库存相等为最优配置。而对于模型Ⅱ,站点 1 备件满足率接近 0,站点 2、3 备件满足率接近1,那么站点2、3的实际需求分

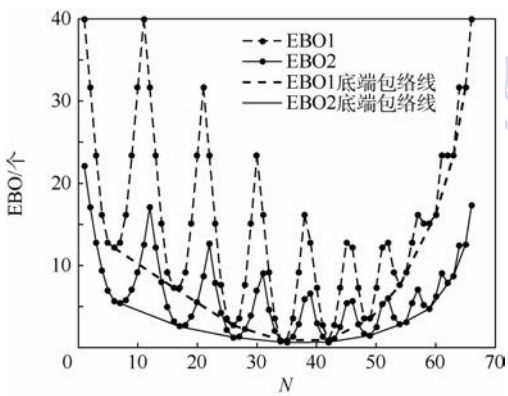


图 3 库存配置方案$(s_1+s_2+s_3=50)$对系统 EBO 的影响曲线

Fig. 3 Influence curves of inventory allocation schemes $(s_1+s_2+s_3=50)$ on system EBO

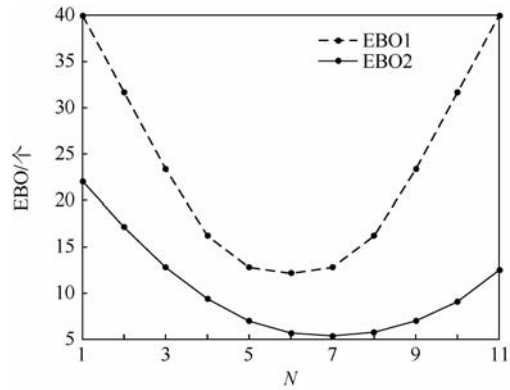


图 4 库存配置方案$(s_1=0,s_2+s_3=50)$对系统 EBO 的影响曲线

Fig. 4 Influence curves of inventory allocation schemes $(s_1=0,s_2+s_3=50)$ on system EBO

别近似等于

$$\begin{cases} d_2^* = r_{22}d_2 + (1-r_{33})d_3 + (1-r_{11})d_1 \\ d_3^* = r_{33}d_3 + (1-r_{22})d_2 \end{cases} \tag{11}$$

所以站点 2 初始库存稍大于站点 3 的情况为最优库存配置。由此说明,模型Ⅱ中各站点的实际需求与站点库存量相关,导致其最优库存配置与模型Ⅰ不一致。

3.2 备件需求由本地满足的概率对模型输出的影响

根据图 5,随着备件需求由本地满足的概率 $r_{ii}(i=1,2,3)$ 上升,站点间由转运满足的备件需求下降,那么转运策略的作用域缩小,2 种策略之间的优劣对比就更不明显。因此,需求由本地满足的概率决定了转运策略的作用空间大小。当其等于 1 时,转运策略不发挥作用。

在图 5 中,随 r_{ii} 增大,系统 EBO 下降。因为本案例中,各站点为最优库存配置,各站点相互独

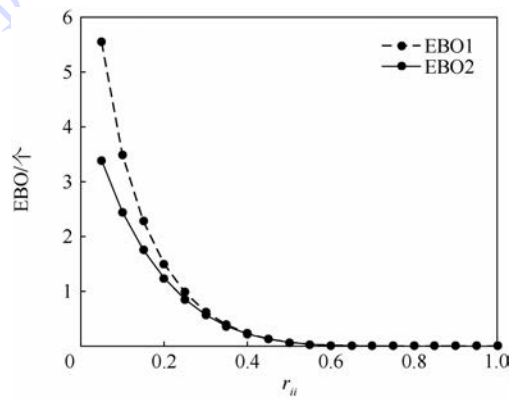


图 5 备件需求由本地满足的概率对系统 EBO 的影响曲线

Fig. 5 Influence curves of probability of demands filled by local site on system EBO

立自给自足时效能最高,此时 $r_{ii}=1$。r_{ii}不等于 1 时,不必要的转运造成系统 EBO 增大,且 r_{ii}越小,转运带来的消极影响越大。从而说明了站点库存配置与站点需求不对应时,备件转运才会产生积极影响,否则额外的转运会降低系统效能。

3.3　站点需求率、维修速率和站点间运输时间对模型输出的影响

缺货意味着可用备件满足不了备件需求,而可用备件包括了库存和过程中修复如新的故障件。为了排除库存的影响,这里设置 $s_i=0(i=1,2,3)$。

根据图 6 及式(3)进行分析:站点需求率 d_i 与维修速率 u_i 共同作用影响系统 EBO。站点需求率与维修速率的比值 d_i/u_i 较小时,故障件转化成备件的速度近似满足备件需求,此时对于系统中的有限备件而言,模型Ⅱ的转运策略能够提高备件利用率,因此 EBO1 > EBO2;当 d_i/u_i 较大时,维修产生的备件数量相对需求量过于少,系统 EBO 增大。此时提高备件共享率所带来的积极效果很微弱,因此 EBO2 曲线与 EBO1 曲线逐渐重合,但是 2 条曲线重合点的位置与其他模型参数相关。

由此可以总结出需求率和维修速率的相对大小,对于模型输出和运输策略作用的发挥具有显著影响。且可用库存降为 0 之后,系统维修速率与需求率的相互作用才开始起主导作用。在此之前,配置库存的共享为主导过程。

同时从图 6 可以看出,EBO 受运输时间 T_{ij}的影响并随时间的增大而增大。因为运输时间增加会延长故障件处于维修周转状态的时间和可用备件的送达时间,因此对需求得到满足的数量和时间产生消极影响。

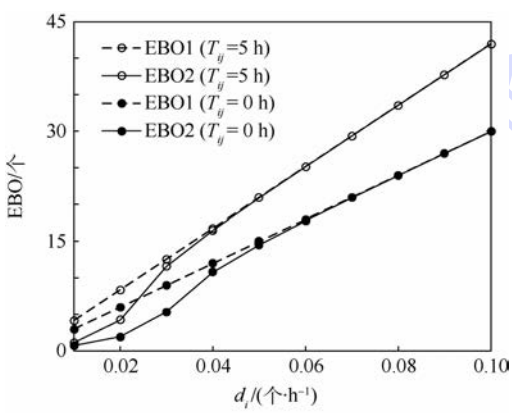


图 6　需求率和运输时间对系统 EBO 的影响曲线

Fig. 6　Influence curves of demanding rate and transport time on system EBO

4　结　论

1)具有优先级约束的转运策略能够提高备件利用率并降低系统 EBO,但是作用效果主要由转运策略的可行作用空间大小决定。作用空间的可行变化范围主要由备件需求由本地满足的概率、库存配置方案以及需求率与维修速率决定。其中,备件需求由本地满足的概率决定了转运策略的作用域;可用库存不为零时配置方案的合理性决定了转运策略的作用效果,而可用库存降为零后维修速率与需求率的相对大小决定转运策略的作用效果。

2)据此如果所有备件需求统一处理,优先选择本地备件保障,在本地无可用库存时依据优先级条件选择其他站点,并在所有站点无可用库存时,将故障件留在本地进行维修同时等待本地提供备件保障,系统的备件利用率将进一步提高,这一点在后续研究将进行论证。另外,本文的转运策略本质上是用运输成本增加来换取缺货成本降低,缺少经济性权衡分析,这可以作为以后的研究方向。

参考文献(References)

[1] SHERBROOKE C C. METRIC: A multi-echelon technique for recoverable item control[J]. Operations Research, 1968, 16(1): 122-141.

[2] MUCKSTADT J A. A model for a multi-item, multi-echelon, multi-indenture inventory system[J]. Management Science, 1973, 20(4): 472-481.

[3] SLAY F M. VARI-METRIC: An approach to modeling multi-echelon resupply when the demand process is Poisson with a gamma prior: Report AF301-3[R]. Washington, D. C.: Logistics Management Institute, 1984.

[4] SHERBROOKE C C. VARI-METRIC: Improved approximations for multi-indenture, multi-echelon availability models[J]. Operations Research, 1986, 34(2): 311-319.

[5] AXSATER S. Modelling emergency lateral transshipments in inventory systems[J]. Management Science, 1990, 36(11): 1329-1338.

[6] KRANENBURG A A, HOUTUM G J V. A new partial pooling structure for spare parts networks[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 199(3): 908-921.

[7] LEE H L. A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments[J]. Management Science, 1987, 33(10): 1302-1316.

[8] TER S. Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems[J]. Operations Research, 1993, 41(4): 777-785.

[9] 董琪,徐延学,丛林虎. 基于 Markov 三级库存系统备件横向调拨配置模型[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(11):

北航学报 赠阅

2524-2530.
DONG Q, XU Y X, CONG L H. Allocation model of spare parts for three-echelon inventory system with lateral transshipment based on Markov[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(11): 2524-2530(in Chinese).

[10] 张光宇, 李庆民, 郭璇. 基于横向转运策略的可修备件多点库存建模方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(7): 1424-1429.
ZHANG G Y, LI Q M, GUO X. Modeling for repairable spare parts in multi-location inventory system with lateral transshipments[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(7): 1424-1429(in Chinese).

[11] ALFREDSSON P, VERRIJDT J. Modeling emergency supply flexibility in a two-echelon inventory system[J]. Management Science, 1999, 45(10): 1416-1431.

[12] OLSSON F. An inventory model with unidirectional lateral transshipments[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 200(3): 725-732.

[13] AXSATER S. Evaluation of unidirectional lateral transshipments and substitutions in inventory systems[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 149(2): 438-447.

[14] 阮旻智, 刘任洋. 基于横向转运策略的多级库存配置建模与优化[J]. 中国工程科学, 2015, 17(5): 106-112.
RUAN M Z, LIU R Y. Modeling and optimization for multi-echelon spares inventory configuration with lateral transshipments[J]. Engineering Sciences, 2015, 17(5): 106-112(in Chinese).

[15] DIKS E B, KOK A G D. Controlling a divergent 2-echelon network with transshipments using the consistent appropriate share rationing policy[J]. International Journal of Production Economics, 1996, 45(1-3): 369-379.

[16] OLSSON F. Optimal policies for inventory systems with lateral transshipments[J]. International Journal of Production Economics, 2009, 118(1): 175-184.

[17] JUNG B R, SUN B G, KIM J S, et al. Modeling lateral transshipments in multiechelon repairable-item inventory systems with finite repair channels[J]. Computers & Operations Research, 2003, 30(9): 1401-1417.

[18] ALVAREZ E M, HEIJDEN M C V D, VLIEGEN I M H, et al. Service differentiation through selective lateral transshipments[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 237(3): 824-835.

[19] KRANENBURG A A, HOUTUM G J V. A new partial pooling structure for spare parts networks[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 199(3): 908-921.

[20] KUKREJA A, SCHMIDT C P, MILLER D M. Stocking decisions for low-usage items in a multilocation inventory system[J]. Management Science, 2001, 47(10): 1371-1383.

[21] 包记凯, 罗长远, 周道水, 等. 维修备件横向转运库存优化模型[J]. 信息工程大学学报, 2014, 15(1): 24-28.
BAO J K, LUO C Y, ZHOU D S, et al. Optimization model for maintenance spare parts inventory system with lateral transshipments[J]. Journal of Information Engineering University, 2014, 15(1): 24-28(in Chinese).

[22] 张颖, 王蕴, 薛佩. 三站点备件供应保障关系建模与分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(8): 1625-1631.
ZHANG Y, WANG Y, XUE P. Modeling and analysis of spares supply support relations among three stations[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(8): 1625-1631(in Chinese).

[23] NONAS L M, JORNSTEN K. Optimal solutions in the multi-location inventory system with transshipments[J]. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms in Operations Research, 2007, 6(1): 47-75.

[24] TAGARAS G. Pooling in multi-location periodic inventory distribution systems[J]. Omega, 1999, 27(1): 39-59.

[25] 张勇, 杨宏伟, 杨学强, 等. 基于复杂网络理论的装备保障网络模型研究[J]. 上海理工大学学报, 2012, 34(5): 429-434.
ZHANG Y, YANG H W, YANG X Q, et al. Model of equipment support network based on theory of complex networks[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2012, 34(5): 429-434(in Chinese).

[26] 张勇, 杨宏伟, 白勇, 等. 基于复杂网络理论的装备保障网络实证研究[J]. 装备学院学报, 2014, 25(1): 83-87.
ZHANG Y, YANG H W, BAI Y, et al. An empirical study on the equipment support network based on complex networks[J]. Journal of Academy of Equipment, 2014, 25(1): 83-87(in Chinese).

[27] SHERBROOKE C C. Optimal inventory modeling of systems: Multi-echelon techniques[M]. 2nd ed. Boston: John Wiley & Sons, 2004: 48-57.

作者简介:

薛佩 女, 硕士研究生。主要研究方向: 备件库存优化。

王乃超 男, 博士, 讲师, 硕士生导师。主要研究方向: 装备系统保障效能分析与优化、综合保障工程。

马麟 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 系统工程、综合保障工程、维修性工程。

Spares transshipment strategy analysis based on a three-site inventory system

XUE Pei[1,2], WANG Naichao[1,2], XIAO Boping[1,2], MA Lin[1,2,*]

(1. School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. National Science Key Laboratory of Reliability and Environmental Engineering Technology,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In this paper, the effect of variant transshipment strategies on expected backorders (EBO) of a three-site inventory system is researched. Based on the predefined assumptions and inventory control strategy, as well as the consumption and replenishment process of the spares, the state equations of spares on hand, spares due in from repair and resupply, and backorders are presented with the consideration of the supply priority among sites. By defining the ratio between EBO and the number of spares due in, the original nonlinear equations can be transformed into linear equations. Since the coefficient matrix of the linear equations is invertible, it can be said that the linear equations has only one solution. As indicated above, a Cauchy sequence of the number of spares due in is constructed to approach the sole solution. Finally, the numerical values of the EBO under two transshipment strategies (fixed probability transshipment and priority preferred transshipment) are compared. The results show that the strategy of priority preferred transshipment can not only increase the utilization rate of spares but also reduce EBO of the system in most cases. In addition, it can be found that the effect of different transshipment strategies on the EBO mainly depends on the feasible space of transshipment strategies, which is mainly determined by the rate of demands filled by local site, the inventory allocation scheme, and the repairing and demanding rate of each site.

Keywords: spares; three-site inventory system; expected backorders (EBO); transshipment strategy; priority restrictions

Received: 2017-04-06; **Accepted**: 2017-05-12; **Published online**: 2017-07-11 11:46
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170711.1146.002.html
* **Corresponding author**. E-mail: malin@buaa.edu.cn

北京航空航天大学学报

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0148

一种多运动模式下自适应阈值零速修正算法

张健敏，修春娣*，杨威，杨东凯
（北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100083）

摘 要：传统基于微机电惯性测量单元（MEMS-IMU）的惯性导航系统（INS）引入零速修正（ZUPT）算法校正器件的累积误差。但由于ZUPT算法零速判定阈值为固定值，只适合单一运动模式，当室内行人运动轨迹包含多种运动模式时，定位精度下降。对此，提出了一种多运动模式下自适应阈值ZUPT算法。分析了室内行人包括静止、走、跑、上楼和下楼5种运动模式零速判定阈值的选取，实现了利用随机森林（RF）算法对5种运动模式的分类识别，并根据识别结果对ZUPT算法零速判定阈值进行自适应调整。为了验证本文算法的可行性和有效性，利用MATLAB软件平台对实测数据进行处理，并与传统定位算法进行了比较。3组实验结果表明，当室内行人运动轨迹包括多种运动模式时，相比传统固定阈值的ZUPT算法，引入自适应调整阈值的ZUPT算法可使定位算法的定位精度提高73.83%。

关 键 词：惯性导航系统（INS）；零速修正（ZUPT）；模式识别；阈值选取；自适应调整

中图分类号：TN967.2；TP391.4

文献标识码：A **文章编号**：1001-5965(2018)03-0636-09

随着定位与导航技术的发展和普及，人们对基于位置服务（Location Based Service，LBS）的需求日益增加，尤其在大型商场、博物馆、超市、图书馆等复杂的室内环境中常常需要确定位置信息。研究高精度室内定位方法从而实现精确定位，在商业、社会公众服务、军事应用等方面具有广泛的应用。目前，室内定位系统主要分为2种：①基于蓝牙[1]、WiFi[2]、ZigBee[3]等各种无线网络的有源定位系统；②基于惯性传感器的无源定位系统[4]。基于各种无线网络的有源定位系统易受环境影响，在地震、火灾等突发事件发生时将不再适用。近年来，随着微机电系统（Micro-Electro-Mechanical System，MEMS）技术的发展，MEMS惯性测量单元（Inertial Measurement Unit，IMU）以其质量轻、体积小、功耗低且制造成本低等优点日益凸显[5]。基于脚部捷联MEMS-IMU的室内定位系统以其不受环境影响、定位精度高等优点逐步成为研究热点[6]。

由于惯性传感器本身存在漂移误差，尤其陀螺仪漂移率对惯性导航系统（Inertial Navigation System，INS）位置误差增长的影响是时间的三次方函数，而高精度的MEMS-IMU成本高昂，如何在节约成本的同时提高系统的定位精度是研究的难点。基于MEMS-IMU的室内定位系统框架INS+EKF+ZUPT方案[7]被提出，该方案首先引入零速修正（Zero-velocity Update，ZUPT）算法估计并校正器件的漂移误差，然后利用扩展卡尔曼滤波（Extended Kalman Filter，EKF）对INS[8]的解算结果进行修正。零速状态[9]的判定是ZUPT算法的基础，判定方法包括仅利用加速度信息或角

收稿日期：2017-03-14；**录用日期**：2017-07-14；**网络出版时间**：2017-09-08 17:08
网络出版地址：www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170908.1708.002.html
基金项目：北航北斗技术成果转化及产业化基金（BARI1701）
* **通信作者**. E-mail：xcd@buaa.edu.cn

引用格式：张健敏，修春娣，杨威，等. 一种多运动模式下自适应阈值零速修正算法[J]. 北京航空航天大学学报，2018，44(3)：636-644. ZHANG J M，XIU C D，YANG W，et al. Adaptive threshold zero-velocity update algorithm under multi-movement patterns [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2018，44(3)：636-644 (in Chinese).

北航学报 赠阅

速度信息进行独立判定[10],利用加速度和角速度信息进行联合判定[11],通过增加超声波[12]和磁力计[13]等辅助传感器进行判定等。为了降低成本,不增加额外传感器,同时充分利用现有传感器信息,本文 ZUPT 算法根据加速度计和陀螺仪输出的加速度和角速度信息对零速状态进行联合判定。传统 ZUPT 算法的零速判定阈值为固定值,一般根据室内行人最常见的运动模式即走(Walk)模式设定,可以有效修正器件累积误差[14]。但是当室内行人运动模式改变或增多时,如运动模式为静止(Still)、跑(Run)、上楼(Upstairs)或下楼(Downstairs)时,脚着地时间和方式不同,零速判定阈值也会改变,从而固定阈值将使包含多种运动模式的行人运动轨迹的定位精度下降。

随着模式识别理论研究的深入,基于惯性传感器的行人运动模式识别[15]具有运动数据获取自由、快捷等优点[16]。针对 ZUPT 算法零速判定阈值固定的缺陷,本文提出了一种多运动模式下自适应调整零速判定阈值的 ZUPT 算法。首先,对 ZUPT 算法原理进行了介绍;其次,论述了对室内行人包括静止、走、跑、上楼和下楼 5 种运动模式的零速判定阈值选取方法;然后,利用随机森林(Random Forest,RF)算法根据 MEMS-IMU 输出的加速度和角速度信息,实现对 5 种运动模式的识别;最后,实现了根据识别出的运动模式自适应调整 ZUPT 算法零速判定阈值。实验结果分析了不同条件下的算法性能,验证了其有效性。

1　ZUPT 算法

1.1　零速状态判定

由于 MEMS-IMU 器件存在漂移误差,如果不进行校正,误差会随室内行人的行进过程逐渐积累,导致定位结果发散。因此,定位算法常引入 ZUPT 算法修正器件的累积误差。理论上,如果行人捷联 MEMS-IMU 的脚在落地的短时间内,速度和角速度为零,此段时间即为零速状态。ZUPT 算法执行的核心是判定零速状态及其对应时刻。图 1 为室内行人最常见的走运动模式下截取部分 y 轴角速度的变化。

由图 1 可知,脚与地刚开始接触到脚再次离地时的角速度变化是指在零值附近且比较平稳的一段,即零速状态。然而,由于传感器的量测误差、噪声以及算法本身存在的误差等,此时速度计算值和陀螺仪的角速度输出值并不为零。本文选用根据加速度信息和角速度信息联合判定的方法对零速状态时刻进行判定。k 时刻零速判定公式[17]为

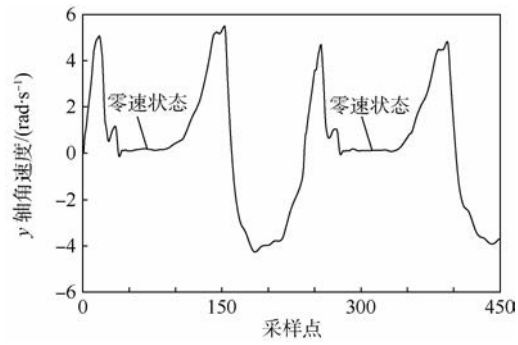


图 1　y 轴角速度变化

Fig. 1　Angular velocity variation of y axis

$$T(k)=\frac{1}{W}\sum_{l=k}^{k+W-1}\left(\frac{1}{\sigma_\omega^2}\|\boldsymbol{\omega}(l)\|^2+\frac{1}{\sigma_a^2}\left\|\boldsymbol{a}(l)-g\frac{\boldsymbol{m}_a}{\|\boldsymbol{m}_a\|}\right\|^2\right)<\gamma \tag{1}$$

式中:$T(k)$为 k 时刻加速度和角速度的函数;γ 为零速判定阈值;W 为时间窗的宽度;σ_ω 为角速度测量误差标准差;σ_a 为加速度测量误差标准差;g 为重力加速度;$\boldsymbol{\omega}(l)$和 $\boldsymbol{a}(l)$分别为时间窗内 l 时刻的角速度和加速度值;$\|\cdot\|$为 2-范数;$\boldsymbol{m}_a$ 为时间窗内所有样本的加速度平均值,计算公式如下:

$$\boldsymbol{m}_a=\frac{1}{W}\sum_{l=k}^{k+W-1}\boldsymbol{a}(l) \tag{2}$$

通常情况下,当 k 时刻的加速度和角速度信息满足式(1)时,则判定 k 时刻为零速状态。

1.2　零速判定阈值选取

零速判定阈值 γ 的正确选取是能否正确判定零速状态的关键,目前常用的方法是固定阈值法,即根据某种运动模式对应的 $T(k)$,使用多组实验数据验证,选取定位精度最高时的对应阈值作为 ZUPT 算法零速判定阈值。图 2 给出了静止、走、跑、上楼和下楼 5 种运动模式下的 $T(k)$变化。

由图 2 可知,不同运动模式下的 $T(k)$幅值变化曲线有明显区别,每种运动模式对应的 $T(k)$都是周期循环变化的,每个周期对应一次完整的步态,每个周期内的最低点附近对应的时刻即为零速状态时刻。静止运动模式下,$T(k)$在零值以上微小波动,零速判定阈值 γ 只要高于该值即可。对于其他 4 种运动模式,每个步态周期内,$T(k)$都有一个最低点和一个次最低点,零速判定阈值 γ 的选取应该位于最低点纵坐标值 y_1 和次最低点纵坐标值 y_2 之间。由于行人运动的随机性,每个步态周期输出的加速度和角速度数值会有一定的差异性,所以 $T(k)$在每个步态周期内的大小也具有差异性,每个步态最低点和次最低点对应纵坐标值不同,零速判定阈值 γ 应满足 $y_2<\gamma<y_1$。

北航学报 赠阅

由以上可知,不同运动模式下的零速判定阈值 γ 大小不同,并不是固定值,当运动轨迹包含多种运动模式时,固定阈值将造成零速状态的误判,导致定位结果严重发散。为了确定走、跑、上楼和下楼 4 种运动模式对应的零速判定阈值 γ,采用遍历的方法从(y_2,y_1)区间中选取出最优阈值,零速判定阈值选取流程如图 3 所示。

由图 3 可知,各运动模式零速判定阈值选取的方法如下:首先,根据 $T(k)$ 确定最低点和次最低点对应纵坐标值 y_1 和 y_2;然后,将零速判定阈值 γ 从 y_1 至 y_2 以 Δy 为间隔依次遍历,并依次输入给定位算法,得到定位结果;最后,选取最优定位结果对应的阈值作为该模式零速判定阈值,实现阈值的选取。

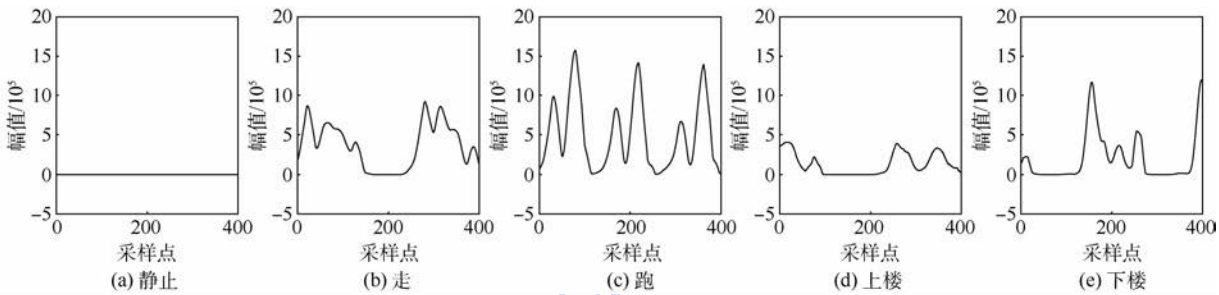


图 2 5 种运动模式 $T(k)$ 变化

Fig. 2 $T(k)$ variation of five movement patterns

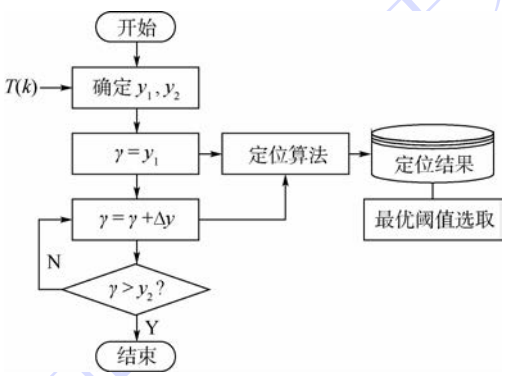


图 3 零速判定阈值选取流程

Fig. 3 Flowchart of zero-velocity determination threshold selection

2 多运动模式下阈值自适应调整

2.1 运动模式识别算法

在室内环境中,行人常见的运动模式有静止、走、跑、上楼和下楼 5 种。行人运动模式识别是利用 MEMS-IMU 采集的加速度和角速度信息来训练机器学习模型,然后对在线数据信息进行分类识别的过程[18]。该算法主要包括原始数据采集、数据预处理、特征向量提取、分类识别 4 个步骤。行人运动模式识别算法的总体流程如图 4 所示。

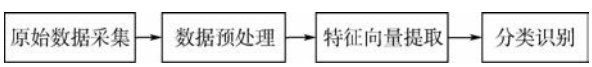


图 4 行人运动模式识别算法流程

Fig. 4 Flowchart of pedestrian movement pattern recognition algorithm

2.1.1 数据采集与预处理

利用 MEMS-IMU 集成的三轴加速度计、三轴陀螺仪以固定的采样频率采集数据信息,得到下列原始数据:三轴加速度(a_x、a_y、a_z)、三轴角速度(ω_x、ω_y、ω_z)。

采集过程中,坐标系的定义如图 5 所示,满足右手螺旋法则。

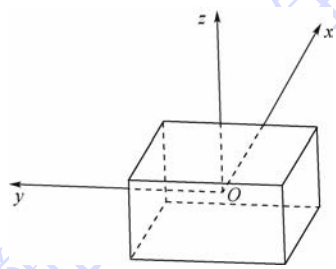


图 5 坐标系定义

Fig. 5 Definition of coordinate system

由于采集数据时人为启动和关闭设备会造成其抖动,数据采集过程中存在噪声,影响数据采集质量,利用平滑滤波及加窗方法对原始数据进行预处理,得到如式(3)所示的有用数据:

$$\boldsymbol{A}=(a_x,a_y,a_z,\omega_x,\omega_y,\omega_z,a,\omega) \tag{3}$$

式中:

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{4}$$

$$\omega=\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2+\omega_z^2} \tag{5}$$

$\boldsymbol{A}$ 为原始数据经预处理后的矩阵。a 和 ω 为三轴加速度(a_x、a_y、a_z)和三轴角速度(ω_x、ω_y、ω_z)的合成加速度和合成角速度。

2.1.2 特征向量提取

为了对 5 种行人运动模式进行分类识别,需要从预处理后的数据中提取特征向量。利用加窗

北航学报 赠阅

的方法,对数据进行分组,并对每组数据分别求取特征向量[19]。

假设 $s_1,s_2,\cdots,s_N$ 为 $\boldsymbol{A}$ 中某一惯性参数的样本数据,N 为样本个数,则特征向量为

$$\boldsymbol{T}=f(\boldsymbol{A})=(\mu,\sigma,s_{\max},s_{\min},s_k,r_{xy},r_{yz},r_{xz}) \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{T}$ 为特征向量;$f(\boldsymbol{A})$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的函数;μ 为样本算数平均值,且

$$\mu=\frac{s_1+s_2+\cdots+s_N}{N} \tag{7}$$

σ 为样本标准差,且

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(s_i-\mu)^2} \tag{8}$$

$s_{\max}$ 为样本最大值,且

$$s_{\max}=\max(s_1,s_2,\cdots,s_N) \tag{9}$$

$s_{\min}$ 为样本最小值,且

$$s_{\min}=\min(s_1,s_2,\cdots,s_N) \tag{10}$$

s_k 为样本偏度,且

$$s_k=\frac{N\sum_{i=1}^{N}(s_i-\mu)^3}{(N-1)(N-2)\sigma^3} \tag{11}$$

r_{xy} 为样本 x 轴和 y 轴数据之间的相关系数,且

$$r_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{N}((x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y))}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu_x)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i-\mu_y)^2}} \tag{12}$$

r_{yz} 为样本 y 轴和 z 轴数据之间的相关系数,且

$$r_{yz}=\frac{\sum_{i=1}^{N}((y_i-\mu_y)(z_i-\mu_z))}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i-\mu_y)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(z_i-\mu_z)^2}} \tag{13}$$

r_{xz} 为样本 x 轴和 z 轴数据之间的相关系数,且

$$r_{xz}=\frac{\sum_{i=1}^{N}((x_i-\mu_x)(z_i-\mu_z))}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu_x)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(z_i-\mu_z)^2}} \tag{14}$$

其中:x_i、y_i 和 z_i 分别为 x 轴、y 轴和 z 轴数据;μ_x、μ_y 和 μ_z 分别为 x 轴、y 轴和 z 轴数据的算术平均值。

2.1.3　分类识别

机器学习在数据挖掘、模式识别、计算机视觉等许多领域都有广泛应用。RF 算法[20]是一种可以有效解决分类问题的机器学习算法,引入 2 个随机性,具有很好的抗噪声能力,并且具有较快的学习速度,变量重要性度量可以作为高维数据的特征选择工具。近年来,RF 算法已经被广泛应用于各种分类预测特征选择以及异常点检测问题中。RF 算法定义为一个由一组决策树分类器 $\{h(X,\boldsymbol{\theta}_k),k=1,2,\cdots,n_{\text{tree}}\}$ 组成的集成分类器,$\{\boldsymbol{\theta}_k\}$ 为服从独立同分布的随机向量,n_{tree} 为 RF 算法中决策树的个数,在给定自变量 X 下,每个决策树分类器通过投票来决定最优的分类结果。RF 算法原理示意图如图 6 所示。

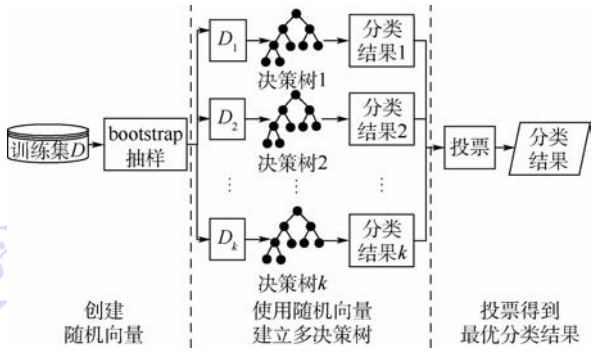


图 6　RF 算法原理示意图

Fig. 6　Schematic of RF algorithm

由图 6 可知,RF 算法基本原理主要分为 3 个步骤:

步骤 1　创建随机向量。利用 bootstrap 随机重采样方法从原始训练集抽取 k 个样本,且每个样本的样本容量都与原始训练集一样,得到 k 个随机向量。

步骤 2　使用随机向量建立多决策树。对 k 个随机向量分别建立 k 个决策树模型,并得到 k 种分类结果。

步骤 3　投票得到最优分类结果。根据 k 种分类结果对每个记录进行投票表决,决定其最终分类。

利用 RF 算法对 5 种运动模式的特征向量进行分类识别,选取决策树个数 $n_{\text{tree}}=100$。将离线采集的数据提取的特征向量作为训练集,训练模型;将在线采集的数据提取的特征向量作为测试集,输入模型即可得到识别结果。

2.2　ZUPT 算法阈值自适应调整

在得到 5 种运动模式对应的零速判定阈值和识别结果后,为了提高定位精度,对包含多种运动模式的室内行人运动轨迹实现零速判定阈值 γ 的自适应调整,需要将运动模式识别算法与 ZUPT 算法进行融合。阈值自适应调整算法流程如图 7 所示。

由图 7 可知,阈值自适应调整算法的基本原理主要分为以下步骤:

步骤 1　输入并读取室内行人一段运动轨迹采集的原始加速度和角速度数据。

步骤 2　对原始数据进行加窗,将数据分割为 n 组。

北航学报 赠阅

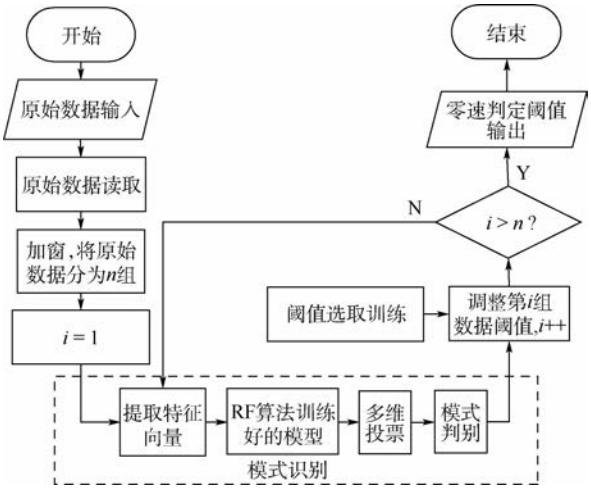


图 7 阈值自适应调整算法流程

Fig. 7 Flowchart of threshold adaptive adjustment algorithm

步骤 3 对第 i 组数据进行特征向量提取,并作为测试集输入到 RF 算法训练好的模型中,得到每个特征向量对应的运动模式。

步骤 4 将得到的多个运动模式识别结果进行多维投票,得到该组数据的判别模式。

步骤 5 结合 5 种运动模式阈值训练选取模块输出的 5 种运动模式的零速判定阈值,将该段时间内的 ZUPT 算法零速判定阈值调整为判别模式所对应阈值,同时将 i 值增 1。

步骤 6 循环整个过程直到 $i>n$,即 n 组数据都完成模式识别并自适应调整零速判定阈值,输出所有零速判定阈值。

3 实验与结果分析

3.1 数据采集

为了验证本文算法的可行性和有效性,需要利用 MEMS-IMU 采集加速度和角速度数据信息,考虑定位精度和设备体积,选择 Inertial Labs 公司的 AHRS-1 微机电惯性测量单元进行数据采集,并为了降低设备抖动,将 AHRS-1 安装在消防靴底部。AHRS-1 集成的三轴加速度计、陀螺仪参数如表 1 所示。

表 1 AHRS-1 参数

Table 1 AHRS-1 parameters

传感器	参数	指标
加速度计	采样率/Hz	200
	量程/g	6
	零偏稳定性/μg	50
	分辨率/mg	0.1
陀螺仪	采样率/Hz	200
	量程/$(°)\cdot s^{-1}$	500
	零偏稳定性/$(°)\cdot h^{-1}$	4
	分辨率/$(°)\cdot s^{-1}$	0.01

利用该惯性测量单元采集静止、走、跑、上楼和下楼 5 种运动模式的三轴加速度和三轴角速度信息,加速度大小都在$[-6g,6g]$范围内,角速度大小都在$[-500,500](°)/s$ 范围内,满足数据的采集需求。

为了利用 RF 算法训练模式识别模型并测试其识别效果,同时确定每种运动模式对应的零速判定阈值 γ,在北京航空航天大学新主楼内进行多组数据采集,对静止、走、跑、上楼和下楼 5 种运动模式分别采集 10 min。

为了验证本文所提出的多运动模式下自适应阈值 ZUPT 算法对定位精度的影响,在北京航空航天大学新主楼内进行了 3 组实验,同时为了说明统计效果,对包含 5 种运动模式的实验 3 采集了 3 组数据,采集方式如表 2 所示。

表 2 实验运动方式

Table 2 Movement patterns of experiments

实验	运动方式
实验 1	常速跑步,采集 2 min;运动轨迹闭合
实验 2	依次常速走路,常速跑步,共采集 5 min;运动轨迹闭合
实验 3	依次常速走路,常速上楼,静止站立,常速下楼,常速跑步,共采集 12 min;运动轨迹闭合;采集 3 组

3.2 算法验证

3.2.1 运动模式识别算法验证及阈值选取

为了验证 RF 算法对 5 种运动模式的识别效果,对采集的 5 种运动模式的原始数据经过数据预处理和特征向量提取,得到 5 种运动模式的特征向量,从每种模式的特征向量中随机选取 363 组构成数据集。为了充分利用数据集对算法效果进行测试,采用 10-折交叉验证(10-fold cross validation),即将数据集随机分成 10 份,每次选取 1 份作为测试集,其余 9 份作为训练集,采用 RF 算法进行分类识别,算法识别率如表 3 所示。

表 3 5 种运动模式识别率比较

Table 3 Recognition rate comparison of five movement patterns

测试	10-折交叉	识别率/%
Test1	171/171	100
Test2	178/179	99.44
Test3	169/169	100
Test4	181/181	100
Test5	164/164	100
Test6	200/200	100
Test7	204/204	100
Test8	182/182	100
Test9	188/188	100
Test10	177/177	100

根据表 3 中 10-折交叉验证结果,将 10 次测试识别率的平均值作为总识别率,可得总识别率为 99.94%。说明该运动模式识别算法可以用于识别室内行人的运动模式,进而根据识别结果自适应调整 ZUPT 算法的零速判定阈值。

在正确识别 5 种运动模式后,对 5 种运动模式采集的多组数据进行分析,选取最优定位结果对应阈值作为零速判定阈值,得到各运动模式阈值选取值如表 4 所示。

表 4　5 种运动模式阈值选取

Table 4　Threshold selection of five movement patterns

模　式	阈　值
静止	400
走	25 000
跑	40 000
上楼	4 000
下楼	5 000

5 种运动模式 $T(k)$ 与零速判定阈值 γ 比较如图 8 所示。

图 8(a)为 5 种运动模式 $T(k)$ 与对应零速判定阈值 γ 对比,图 8(b)为零速状态阶段 5 种运动模式 $T(k)$ 与对应零速判定阈值 γ 对比。可知,选取表 4 中 5 种运动模式的零速判定阈值都高于 $T(k)$ 最低点且低于次最低点,可以正确判定各运动模式室内行人零速状态。

3.2.2　阈值自适应调整验证

对于 3 组包含不同运动模式的实验,利用原始数据识别运动模式并自适应调整零速判定阈值,MATLAB 软件平台下自适应调整 ZUPT 阈值和传统固定 ZUPT 阈值的比较结果如图 9 所示。

图 9(a)为实验 1 自适应调整 ZUPT 阈值与传统固定 ZUPT 阈值对比,可知,与固定阈值的 ZUPT 算法相比,多运动模式下的自适应调整阈值的 ZUPT 算法将室内行人的运动模式识别为跑运动模式,以及设备启动后和关闭前短时间的静止运动模式,并根据识别结果自适应将阈值进行了相应调整。

图 9(b)为实验 2 自适应调整 ZUPT 阈值与传统固定 ZUPT 阈值对比,可知,与固定阈值的 ZUPT 算法相比,多运动模式下自适应调整阈值的 ZUPT 算法将室内行人的运动模式依次识别为走运动模式、跑运动模式,和设备关闭前短时间的静止运动模式,并根据识别结果自适应将阈值进行了相应调整。

图 9(c)为实验 3 第 1 组实验自适应调整 ZUPT阈值与传统固定ZUPT阈值对比,可知,与

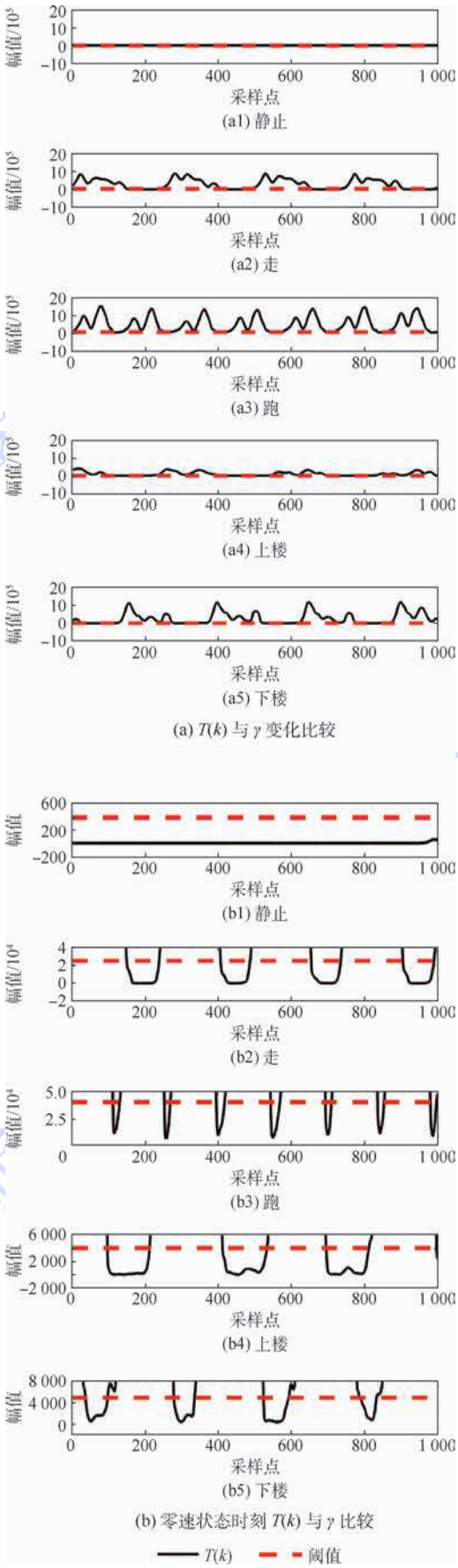


图 8　5 种运动模式 $T(k)$ 与 γ 比较

Fig. 8　Comparison of five movement patterns' $T(k)$ and γ

北航学报 赠阅

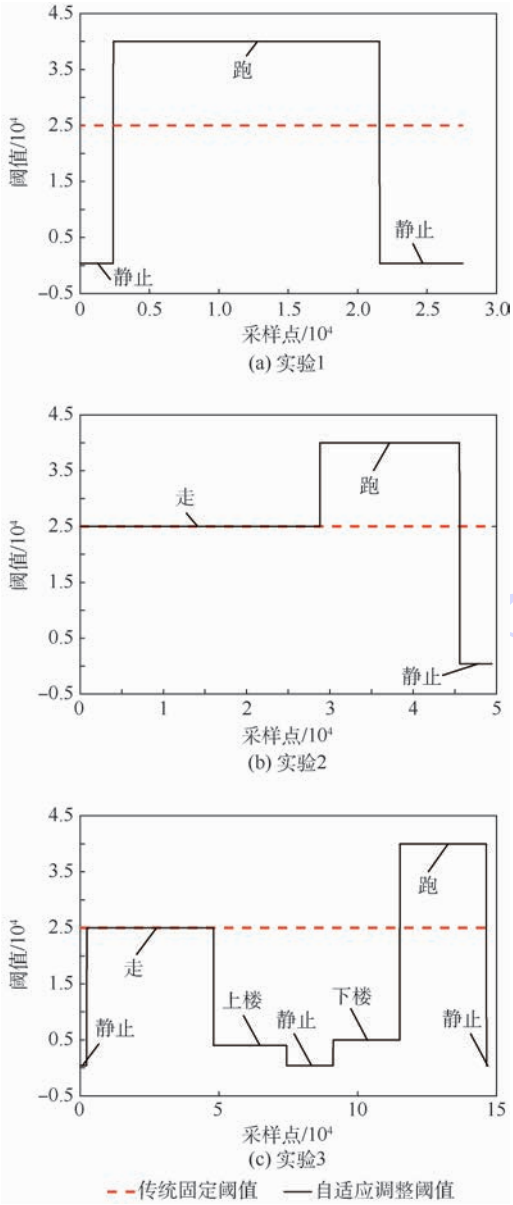


图 9 自适应调整阈值与固定阈值变化比较

Fig. 9 Variation comparison of adaptively adjusted threshold and fixed threshold

固定阈值的 ZUPT 算法相比，多运动模式下自适应调整阈值的 ZUPT 算法将室内行人的运动模式依次识别为走运动模式、上楼运动模式、静止运动模式、下楼运动模式、跑运动模式，以及设备启动后和关闭前短时间的静止运动模式，并根据识别结果自适应将阈值进行了相应调整。

由图 9 中 ZUPT 零速判定阈值自适应调整结果可知，3 组实验的运动模式识别结果与实验数据采集过程的实际运动模式相吻合。

3.2.3 定位结果分析

以包含 5 种运动模式的实验 3 第 1 组实验为例，引入本文多运动模式下自适应调整零速判定阈值的 ZUPT 算法与引入传统固定阈值 ZUPT 算法后，定位算法的平面定位结果在 MATLAB 软件平台下的仿真对比如图 10 所示。

由图 10 可知，由于自适应调整阈值的 ZUPT 算法将第 1 段时间内的运动模式识别为走运动模式，并将阈值自适应调整为走运动模式对应阈值，此阈值与传统固定阈值算法的阈值相同，所以该段时间内 2 种算法的定位结果相同。因此，引入多运动模式下自适应调整阈值的 ZUPT 算法主要是对走运动模式之后的上楼运动模式、静止运动模式、下楼运动模式和跑运动模式对应的阈值进行自适应调整，实现了对定位结果的修正，由图 10中 2 种定位算法定位结果的终点位置可知，定位误差减小。

为了说明本文提出的自适应调整零速判定阈值的 ZUPT 算法对定位精度的影响，引入行走总距离误差(Total Traveled Distance Error，TTDE)[6]，即闭环运动轨迹下最终定位误差与行走总距离之比。多运动模式下自适应调整零速判定阈值的 ZUPT 算法与传统固定阈值的 ZUPT 算法后的 TTDE 对比如表 5 所示。

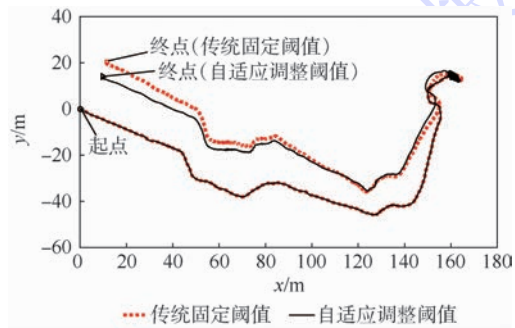


图 10 实验 3 平面定位结果比较

Fig. 10 Comparison of plane positioning results of Experiment 3

表 5 定位精度比较

Table 5 Comparison of positioning accuracy %

误差	实验 1	实验 2	实验 3			
			1	2	3	平均
TTDE（传统固定阈值）	6.19	10.60	4.39	5.41	3.76	4.52
TTDE（自适应调整阈值）	1.62	4.43	3.15	3.68	2.74	3.19
精度提升	73.83	58.21	28.25	31.98	27.13	29.12

由表 5 可知，识别运动模式并自适应调整零速判定阈值的 ZUPT 算法可以使包含多种运动模式的 3 组实验行走总距离误差 TTDE 减小，定位精度显著提升。对于跑运动模式占比较大的实验 1和实验 2，固定阈值下二者行走总距离误差 TTDE 都较大，而本文提出的多运动模式下自适应

阈值 ZUPT 算法可以使定位精度相应提升 73.83% 和 58.21%。对于包含 5 种运动模式的实验 3,3 组实验统计平均的定位精度提升 29.12%。

4　结　论

本文在传统 ZUPT 算法零速判定阈值固定的基础上,分析并选取静止、走、跑、上楼或下楼 5 种运动模式的零速判定阈值,并对室内行人运动模式进行分类识别,进而提出了多运动模式下自适应阈值 ZUPT 算法。经实验验证表明:

1) 实现了静止、走、跑、上楼或下楼 5 种运动模式的正确识别,采用 10-折交叉验证,5 种运动模式的总识别率达到 99.94%。

2) 针对静止、走、跑、上楼或下楼 5 种运动模式,实现了最优零速阈值的选取。

3) 进行了 3 组包含多运动模式的实验,定位精度最好可提升 73.83%。

本文提出的算法扩展了传统基于 MEMS-IMU 的惯性导航系统的适用范围,并提高了定位精度。

参考文献(References)

[1] BEKKELIEN A. Bluetooth indoor positioning[D]. Geneva: University of Geneva, 2012: 11-25.

[2] YANG C, SHAO H R. WiFi-based indoor positioning[J]. IEEE Communications Magazine, 2015, 53(3): 150-157.

[3] 李尧,汪明,于晓谕. 基于 ZigBee 室内定位算法[J]. 计算机系统应用,2016,25(6):180-184.
LI Y, WANG M, YU X Y. Indoor location algorithm based on ZigBee[J]. Computer Systems & Applications, 2016, 25(6): 180-184(in Chinese).

[4] FISCHER C, SUKUMAR P T, HAZAS M. Tutorial: Implementing a pedestrian tracker using inertial sensors[J]. IEEE Pervasive Computing, 2013, 12(2): 17-27.

[5] MONTORSI F, PANCALDI F, VITETTA G M. Design and implementation of an inertial navigation system for pedestrians based on a low-cost MEMS IMU[C]// IEEE International Conference on Communications Workshops. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 57-61.

[6] ZHENG X, YANG H, TANG W, et al. Indoor pedestrian navigation with shoe-mounted inertial sensors[M]// PARK J J, CHEN S C, GIL J M, et al. Multimedia and ubiquitous engineering. Berlin: Springer, 2014: 67-73.

[7] JIMÉNEZ A R, SECO F, PRIETO J C, et al. Indoor pedestrian navigation using an INS/EKF framework for yaw drift reduction and a foot-mounted IMU[C]// 2010 7th Workshop on Positioning Navigation and Communication (WPNC). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 135-143.

[8] 张华强,赵剡,陈雨. 捷联惯性导航系统整体标定新方法[J]. 北京航空航天大学学报,2012,38(4):459-463.
ZHANG H Q, ZHAO Y, CHEN Y. New system calibration method for strapdown inertial navigation system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(4): 459-463(in Chinese).

[9] ALTUN K, BARSHAN B. Pedestrian dead reckoning employing simultaneous activity recognitioncues[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(2): 25103.

[10] 唐文杰,吕志伟,张伦东,等. 基于零速修正辅助 MIMU 的行人导航算法研究[J]. 大地测量与地球动力学,2016,36(6):548-551.
TANG W J, LÜ Z W, ZHANG L D, et al. Research of pedestrian navigation algoritm based on zero velocity update aided MIMU[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2016, 36(6): 548-551(in Chinese).

[11] SKOG I, HÄNDEL P, NILSSON J O, et al. Zero-velocity detection-An algorithm evaluation[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2010, 57(11): 2657-2666.

[12] 李辰祥. 基于 MEMS 行人惯性导航的零速度修正技术研究[D]. 厦门:厦门大学,2014.
LI C X. Research on zero-velocity update technology of pedestrian inertial navigation based on MEMS[D]. Xiamen: Xiamen University, 2014(in Chinese).

[13] 李佳璇. 双 MIMU/磁力计单兵导航技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2015.
LI J X. Research on dual MIMU/magnetometer technology of pedestrian navigation system[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2015(in Chinese).

[14] WANG Z, ZHAO H, QIU S, et al. Stance-phase detection for ZUPT-aided foot-mounted pedestrian navigation system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2015, 20(6): 3170-3181.

[15] 路永乐,张欣,龚爽,等. 基于 MEMS 惯性传感器的人体多运动模式识别[J]. 中国惯性技术学报,2016,24(5):589-594.
LU Y L, ZHANG X, GONG S, et al. Recognition of multiple human motion patterns based on MEMS inertial sensors[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(5): 589-594(in Chinese).

[16] 薛洋. 基于单个加速度传感器的人体运动模式识别[D]. 广州:华南理工大学,2011.
XUE Y. Human motion patterns recognition based on single triaxial accelerometer[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2011(in Chinese).

[17] NILSSON J O, SKOG I, HÄNDEL P, et al. Foot-mounted INS for everybody-An open-source embedded implementation[C]// 2012 IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium (PLANS). Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 140-145.

[18] INCEL O D, KOSE M, ERSOY C. A review and taxonomy of activity recognition on mobile phones[J]. Bionanoscience, 2013, 3(2): 145-171.

[19] 张健敏,修春娣,杨威,等. 基于 Android 手机的用户行为模式识别算法[C]// 全国信号和智能信息处理与应用学术会议,2016:463-468.
ZHANG J M, XIU C D, YANG W, et al. User's behavior pattern recognition algorithm based on Android phones[C]// National Signal and Intelligent Information Processing and Appli-

北航学报 赠阅

cation Academic Conference,2016:463-468(in Chinese).
[20] 方匡南,吴见彬,朱建平,等.随机森林方法研究综述[J].统计与信息论坛,2011,26(3):32-38.
FANG K N,WU J B,ZHU J P,et al. A review of technologies on random forests[J]. Statistics & Information Forum,2011,26(3):32-38(in Chinese).

作者简介:

张健敏 女,硕士研究生。主要研究方向:室内定位、模式识别。

修春娣 女,博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:无线通信、室内定位。

Adaptive threshold zero-velocity update algorithm under multi-movement patterns

ZHANG Jianmin, XIU Chundi*, YANG Wei, YANG Dongkai

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Zero-velocity update (ZUPT) algorithm is imported to calibrate device's cumulative error in traditional inertial navigation system (INS) which is based on micro-electro-mechanical system inertial measurement unit (MEMS-IMU). The positioning accuracy will be reduced when the movement trajectory of indoor pedestrian contains multi-movement patterns, because the zero-velocity determination threshold is fixed and only suitable for a single movement pattern. An adaptive threshold ZUPT algorithm under multi-movement patterns was proposed. The selection of zero-velocity determination threshold of indoor pedestrian's five movement patterns including Still, Walk, Run, Upstairs and Downstairs was analyzed. Classification and recognition of five movement patterns using random forest (RF) algorithm were realized. And the zero-velocity determination threshold of ZUPT was adaptively adjusted according to the recognition results. In order to verify the feasibility and validity of the algorithm, the test data was disposed and was compared with traditional positioning algorithm through MATLAB software platform. The three groups of test results show that, when there are multiple movement patterns in an indoor pedestrian trajectory, the positioning accuracy of positioning algorithm can be improved by 73.83% when ZUPT algorithm with adaptively adjusted threshold is imported, compared with traditional positioning algorithm with fixed threshold.

Keywords: inertial navigation system (INS); zero-velocity update (ZUPT); pattern recognition; threshold selection; adaptive adjustment

Received: 2017-03-14; **Accepted**: 2017-07-14; **Published online**: 2017-09-08 17:08
URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170908.1708.002.html
Foundation item: Beihang Beidou Technology Industrialization Funding Program (BARI1701)
* **Corresponding author**. E-mail: xcd@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0151

一种带移动副平面六连杆机构分支识别方法

龚雅静[1], 王君[1,*], 汪泉[1], 毕树生[2], 任军[1], 孙金凤[1]

(1. 湖北工业大学 机械工程学院, 武汉 430068; 2. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

摘 要: 带移动副平面六连杆机构的分支、运动缺陷、运动范围等的判别是机构运动特性研究的重要指标。首先,将带2个移动副或3个移动副的平面六连杆机构分为四环链及五环链,引入欧拉公式、三角换元等方法,得到带移动副机构在极限位置(包括死点、分支点)的具体构型、具体关节输入输出关系以及关节旋转空间。其次,将2个链路结合,提出带2个移动副及3个移动副平面六连杆机构的分支识别方法。最后,通过实例验证,得到机构的分支点、死点及关节在所有极限位置的具体角度,为带移动副机构分支的自动识别提供了一种简便有效的方法。

关 键 词: 移动副; 平面六连杆机构; 极限位置; 分支; 关节旋转空间
中图分类号: TH112.1
文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2018)03-0645-08

全下文载

在平面带移动副多杆机构的研究中,机构的分支(或回路[1])指的是在不拆开给定参数机构的情况下,其连续运动所能达到的位置[2-4]。由于带移动副机构的复杂性,机构的分支往往是几个离散的运动空间。在同一个分支内,机构从一个位形转换到另一个位形不需要破坏其物理的连接。若机构的分支中存在阻挠机构运动的死点,此点为分支点,分支点将分支分为多个子分支。在子分支内,机构可以连续、平滑的运动且不存在任何奇异点。国内外很多学者提出了一系列理论对其进行分析,Ting、Wang[2-4]等根据机构的环路特点,将Stephenson六连杆机构分成2个环路,并引入关节旋转空间的概念,根据输入角和输出角之间的相互关系得到影响机构运动的奇异点。韩建友等[5-7]提出了解域综合方法,根据解曲线的映射特点构建平面多连杆机构的平面解域,继而得到机构的分支和分支缺陷。宋黎等[8-9]通过构建邻接矩阵的方法生成优先生成树,得到含复铰有移动副平面机构的分支,将机构的运动链分析及运动分析很好的结合。Plecnik和McCarthy[10]提出了自动创建平面单自由度多杆机构的运动生成算法,通过共同边缘建立循环方程对机构的分支进行分析,并对Stephenson Ⅲ型机构精确点位置进行了研究。Parrish等[11]将建立的单自由度环方程算法与连杆邻接图结合,运用到多杆多环单自由度机构中,得到9种六杆机构及71种八杆机构的环路自动生成算法。祖义祯和邓华[12]将弧长法运用到平面连杆机构的运动路径求解中,并提出了精确定位运动路径奇异点的计算方法,该方法能有效判断不同分段等情况下机构的提升形态特点。李佳等[13]提出了杆组特征值的概念,构建了带移动副机构的杆组拓扑图,导出了全移动副机构杆组的构件数和移动副之间的匹配关系。李占贤等[14]借助球面解析几何理论,采用解

收稿日期: 2017-03-14; **录用日期**: 2017-04-13; **网络出版时间**: 2017-05-18 17:33
网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170518.1733.003.html
基金项目: 国家自然科学基金(51405140, 51675015); 湖北省自然科学基金(2015CFA112); 湖北省高等学校优秀中青年科技创新团队计划(T201505)
* **通信作者**. E-mail: junwang@mail.hbut.edu.cn

引用格式: *龚雅静, 王君, 汪泉, 等. 一种带移动副平面六连杆机构分支识别方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(3): 645-652. GONG Y J, WANG J, WANG Q, et al. A method for branch identification of planar six-bar linkages with sliding pairs[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(3): 645-652 (in Chinese).*

北航学报 赠阅

析法得到二自由度带移动副球面机构位置正逆解，并进一步得到机构速度和加速度的正逆解，丰富了球面机构的构型。Sultan 和 Kalim[15] 先根据机构的环路式及微分法对齿轮五杆曲柄滑块机构进行轨迹分析，再引入 Levenberg-Marquardt 算法对机构的轨迹进行误差分析，减小误差，得到机构更加精确的轨迹。Soh 和 Ying[16] 设计了一种平面六连杆和八连杆滑块机构运动生成方法，得到 15 种不同类型单自由度平面六连杆和八连杆机构，并将其运用到了多功能轮椅的改造设计中。Saleh[17] 提出了一种带移动副和旋转副的闭环连杆机构轨迹生成方法，其中包括几何反演、分支以及奇异性等一系列运动特征。

在一定程度上，带移动副机构扩大了机构的运动范围，在工业的应用上有很重要的意义。目前，对平面多环连杆机构的死点和分支研究的较透彻的方法主要有雅可比矩阵分析法[6] 和等效四杆法[18] 等。雅可比矩阵分析法主要针对给定机构的几个运动位置，通过判断位置之间的关系来判断机构的运动缺陷，该方法简便且易于编程实现，对于特定位置的缺陷判断有重要的意义。而等效四杆法通过机构 4 个不同的瞬心构建等效四杆机构，从而推导复杂机构的死点，该方法主要用于种判断复杂机构的死点，不能判断机构分支和运动缺陷。本文在前人研究的基础上，提出了一种适用于计算机编程的方法，对带移动副平面六连杆机构的运动特性进行识别。该方法首先基于关节旋转空间的概念[1-3]，将带移动副平面六连杆机构分成 2 部分，包括对带移动副四环链输入输出关系识别及带移动副五环链关节旋转空间识别；其次根据 2 个链路的共同作用得到 2 种带移动副的平面六连杆机构的分支以及机构各个关节在死点、分支点及各个极限位置处的具体位型。本文方法能得到带移动副平面六连杆机构运动中所有连杆的运动顺序以及运动范围，并且通过分支之间的关系能直观地判定机构的运动缺陷。

1 带移动副四环链死点识别

任何带移动副平面多连杆机构都包含一个或多个带移动副四环链，如图 1、图 2 所示，2 种带移动副平面六连杆机构都包含带移动副四环链 *ABCD*。分析带移动副四环链是分析带移动副平面六连杆机构的基础。

根据欧拉环方程，四环链 *ABCD* 的环式可表示为[3]

$$a_2 e^{i\theta_2} + a_3 e^{i\theta_3} = a_1 + s_1 e^{i\alpha_2} \tag{1}$$

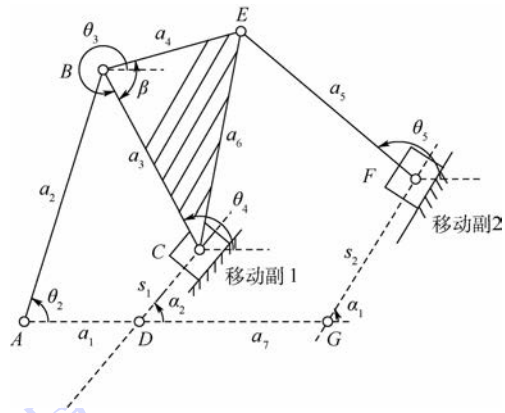


图 1 带 2 个移动副平面六连杆机构

Fig. 1 Planar six-bar linkage with two sliding pairs

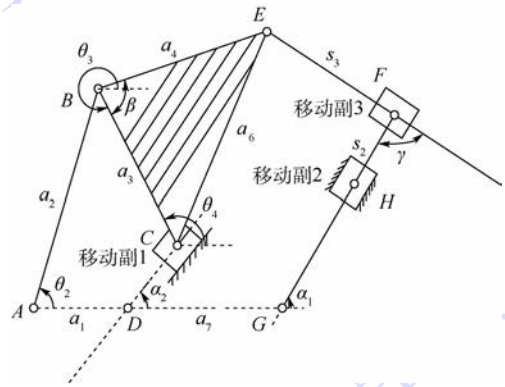


图 2 带 3 个移动副平面六连杆机构

Fig. 2 Planar six-bar linkage with three sliding pairs

式中：a_1、a_2、a_3 为连杆长度；s_1 为移动副 1 在导路上移动的距离；θ_2、θ_3 为对应连杆的运动角度；α_2 为移动副 1 导路倾斜角度。

$$s_1 = (a_2\cos\theta_2 + a_3\cos\theta_3 - a_1)/\cos\alpha_2 \tag{2}$$

$$s_1 = (a_2\sin\theta_2 + a_3\sin\theta_3)/\sin\alpha_2 \tag{3}$$

消除 s_1，式(1)可表示为

$$a_1\sin\alpha_2 + a_2\sin(\theta_2 - \alpha_2) + a_3\sin(\theta_3 - \alpha_2) = 0 \tag{4}$$

当 θ_2、θ_3 为输入、输出参数时，式(4)表示 θ_2、θ_3 输入-输出关系模型，利用半角公式 $x_3 = \tan(\theta_3/2)$，令 $\sin\theta_3 = 2x_3/(1+x_3^2)$，$\cos\theta_3 = (1-x_3^2)/(1+x_3^2)$，代入式(4)中，简化可得一个一元二次式，即

$$P_1 x_3^2 + Q_1 x_3 + R_1 = 0 \tag{5}$$

式中：

$$P_1 = a_2\sin(\theta_2 - \alpha_2) + (a_1 + a_3)\sin\alpha_2$$

$$Q_1 = 2a_3\cos\alpha_2$$

$$R_1 = a_2\sin(\theta_2 - \alpha_2) + (a_1 - a_3)\sin\alpha_2$$

当 $P_1 \neq 0$ 时，若要带移动副四环链型存在，即 x_3 存在解，则式(5)必须满足：

$$\Delta_1 = Q_1^2 - 4P_1R_1 \geqslant 0 \tag{6}$$

整理得

$$\Delta_1 = 4A_1A_2 \tag{7}$$

式中:

$$A_1 = a_3 - a_2\sin(\theta_2 - \alpha_2) - a_1\sin\alpha_2$$

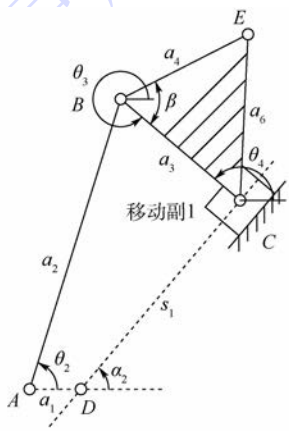
$$A_2 = a_3 + a_2\sin(\theta_2 - \alpha_2) + a_1\sin\alpha_2$$

当 $\Delta_1 = 0$ 时,即 $A_1 = 0$ 或 $A_2 = 0$ 时,表示四环链处在死点位置,其中或不能同时为 0。不论带移动副四环链连杆参数的差异,四环链处于死点位置时,忽略外五环链 $ABEFG$ 的影响,其构型都如图 3 所示,2 种构型的区别在于 AB 杆及滑块位置的区别。

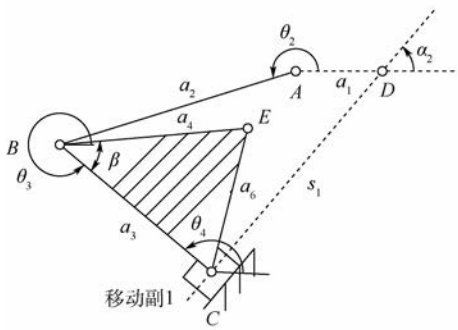
1) $A_1 = 0$ 且 $A_2 \neq 0$,即 $a_3 = a_2\sin(\theta_2 - \alpha_2) + a_1\sin\alpha_2$,可根据等式得到死点处 AB 杆的具体位置,BC 杆垂直于滑块 1 的导路 s_1,其中,$0 < \theta_2 < \alpha_2 + \pi$,$\theta_4 = \pm\pi/2 + \alpha_2$,滑块在 D 点处导路的上方。

2) $A_2 = 0$ 且 $A_1 \neq 0$,即 $a_3 = -a_2\sin(\theta_2 - \alpha_2) - a_1\sin\alpha_2$,可根据等式得到死点处 AB 杆的具体位置,BC 杆也垂直于滑块 1 的导路 s_1,其中,$\alpha_2 + \pi \leqslant \theta_2 < 2\pi$,$\theta_4 = \pm\pi/2 + \alpha_2$,滑块在 D 点处导路的下方。

根据式(5)及式(6),可根据输入角得输出角:



(a) 第1种构型



(b) 第2种构型

图 3　AB 杆处于极限位置的 2 种构型

Fig. 3　Two configurations of AB bar in limit positions

$$x_{3[1]} = \frac{-Q_1 - \sqrt{\Delta_1}}{2P_1} \qquad \theta_{31} = 2\arctan(x_{3[1]}) \tag{8a}$$

$$x_{3[2]} = \frac{-Q_1 + \sqrt{\Delta_1}}{2P_1} \qquad \theta_{32} = 2\arctan(x_{3[2]}) \tag{8b}$$

2　带移动副五环链的关节旋转空间

对于带移动副的平面五连杆机构 $ABEFG$,不论其是带 1 个移动副的平面五连杆机构,还是带 2 个移动副的平面五连杆机构,其自由度都为 2,根据一个驱动关节,可得带移动副平面五连杆机构在此驱动关节下的关节旋转空间,即输入变量与输出变量之间的运动范围。

2.1　带 1 个移动副五环链机构

带 1 个移动副平面五连杆机构的环式可根据欧拉公式表示为

$$a_2e^{i\theta_2} + a_4e^{i(\theta_3+\beta)} = a_1 + a_7 + a_5e^{i\theta_5} + s_2e^{i\alpha_1} \tag{9}$$

式中:a_4、a_5、a_7 为连杆长度;s_2 为移动副 2 在导路上移动的距离;$\theta_3 + \beta$、θ_5 为对应连杆的运动角度;α_1 为移动副 2 轴线与水平方向的夹角。

根据其实部和虚部,式(9)可表示为

$$s_2 = (a_2\cos\theta_2 + a_4\cos(\theta_3 + \beta) - a_1 - a_7 - a_5\cos\theta_5)/\cos\alpha_1 \tag{10a}$$

$$s_2 = (a_2\sin\theta_2 + a_4\sin(\theta_3 + \beta) - a_5\sin\theta_5)/\sin\alpha_1 \tag{10b}$$

消除 s_2,式(9)可表示为

$$a_2\sin(\theta_2 - \alpha_1) + a_4\sin(\theta_3 + \beta - \alpha_1) - a_5\sin(\theta_5 - \alpha_1) + (a_1 + a_7)\sin\alpha_1 = 0 \tag{11}$$

利用半角公式 $x_5 = \tan(\theta_5/2)$,令 $\sin\theta_5 = 2x_5/(1 + x_5^2)$,$\cos\theta_5 = (1 - x_5^2)/(1 + x_5^2)$,代入式(11)中,则式(11)同样可表示为一元二次式:

$$P_2x_5^2 + Q_2x_5 + R_2 = 0 \tag{12}$$

式中:

$$P_2 = a_2\sin(\theta_2 - \alpha_1) + a_4\sin(\theta_3 + \beta - \alpha_1) + a_5\sin\alpha_1 + (a_1 + a_7)\sin\alpha_1$$

$$Q_2 = 2a_5\cos\alpha_1$$

$$R_2 = a_2\sin(\theta_2 - \alpha_1) + a_4\sin(\theta_3 + \beta - \alpha_1) - a_5\sin\alpha_1 + (a_1 + a_7)\sin\alpha_1$$

当 $P_2 \neq 0$,式(12)有解必须满足:

$$\Delta_2 = Q_2^2 - 4P_2R_2 \geqslant 0 \tag{13}$$

整理得

$$\Delta_2 = 4B_1B_2 \geqslant 0 \tag{14}$$

式中:

$$B_1 = a_5 - (a_1 + a_7)\sin\alpha_1 - a_2\sin(\theta_2 - \alpha_1) - a_4\sin(\theta_3 + \beta - \alpha_1) \tag{15a}$$

$$B_2 = a_5 + (a_1 + a_7)\sin\alpha_1 +$$

北航学报 赠阅

$$a_2\sin(\theta_2-\alpha_1)+a_4\sin(\theta_3+\beta-\alpha_1) \quad (15b)$$

式(14)产生 θ_2 与 θ_3 之间的关节旋转空间，其中，$B_1=0$ 及 $B_2=0$ 表示关节旋转空间的边界，对于带移动副的平面五连杆机构 *ABEFG*，当其处于死点位置，其有如图 4 所示的 2 种构型。

1) $B_1=0$ 且 $B_2\neq0$，即 $a_5=(a_1+a_7)\sin\alpha_1+a_2\sin(\theta_2-\alpha_1)+a_4\sin(\theta_3+\beta-\alpha_1)$，可根据等式得到在死点处 *EF* 杆的具体位置，其中，$\theta_5=\pm\pi/2+\alpha_1$，此时，*EF* 杆垂直于移动副 2 的运动导路 *GF* 且移动副 2 在 *G* 点处导路的上方。

2) $B_2=0$ 且 $B_1\neq0$，即 $a_5=-(a_1+a_7)\sin\alpha_1-a_2\sin(\theta_2-\alpha_1)-a_4\sin(\theta_3+\beta-\alpha_1)$，同样可根据等式得到死点处 *EF* 杆的具体位置，同样，$\theta_5=\pm\pi/2+\alpha_1$，但 *EF* 垂直于滑块 2 的运动导路 *GF* 且移动副 2 在 *G* 点处导路的下方。

通过式(13)，可得 θ_5：

$$x_{5[1]}=\frac{-Q_2-\sqrt{\Delta_2}}{2P_2} \quad \theta_5=2\arctan(x_{5[1]}) \quad (16a)$$

$$x_{5[2]}=\frac{-Q_2+\sqrt{\Delta_2}}{2P_2} \quad \theta_5=2\arctan(x_{5[2]}) \quad (16b)$$

每个解对应一种机构构型，其中 $\arctan(x_5)$ 在 $(-\pi/2,\pi/2)$ 变化，与之一一相对应的 θ_5 在 $(-\pi,\pi)$ 变化。

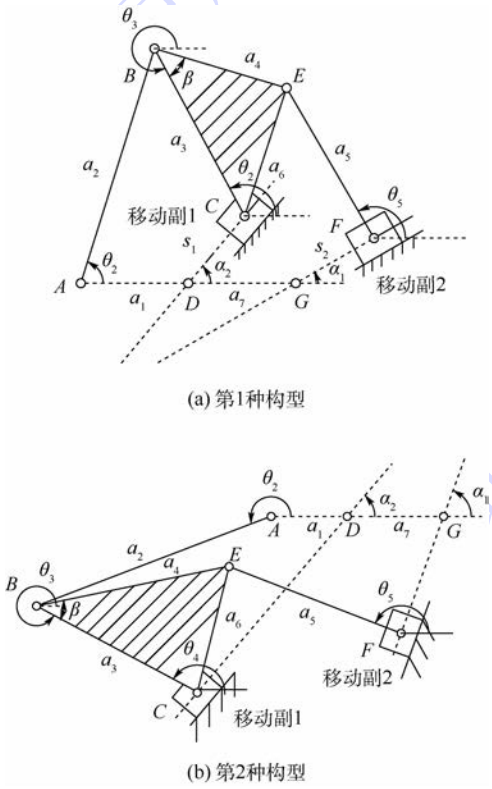


图 4 *EF* 杆处于极限位置的 2 种构型

Fig. 4 Two configurations of *EF* bar in limit positions

2.2 带 2 个移动副五环链机构

一个带 3 个移动副平面六连杆机构包含一个带 1 个移动副的四环链以及一个带 2 个移动副的五环链，五环通过拉伸旋转转变成四环。因此，带 3 个移动副平面六连杆机构的分支识别取决于四环 *ABCDA* 和五环 *ABEFGA* 的相互作用，其五环欧拉环式可表示为

$$a_2e^{i\theta_2}+a_4e^{i(\theta_3+\beta)}=a_1+a_7+s_3e^{i(\alpha_1+\gamma)}+s_2e^{i\alpha_1} \quad (17)$$

式中：s_3 为移动副 3 在导路上移动的距离；$\alpha_1+\gamma$ 为移动副 3 导路倾斜角度。

根据其实部和虚部，式(17)表示为

$$s_2=(a_2\cos\theta_2+a_4\cos(\theta_3+\beta)-a_1-a_7-s_3\cos(\alpha_1+\gamma))/\cos\alpha_1 \quad (18a)$$

$$s_2=(a_2\sin\theta_2+a_4\sin(\theta_3+\beta)-s_3\sin(\alpha_1+\gamma))/\sin\alpha_1 \quad (18b)$$

消除 s_2，式(17)可表示为

$$s_3\sin\gamma-a_2\sin(\theta_2-\alpha_1)-a_7\sin\alpha_1-a_4\sin(\theta_3+\beta-\alpha_1)=0 \quad (19)$$

令 s_3 为未知数，式(19)的判别式为

$$\Delta_3=\sin^2\gamma \quad (20)$$

在式(20)中，$\sin^2\gamma\geqslant0$ 恒成立；当 $\sin\gamma\neq0$ 时，对于每对 θ_2 和 θ_3，s_3 有唯一确定值；但当 $\sin\gamma=0$，s_3 有无穷大解，在这种情况下的机构是无用的，因此，要满足机构存在，必须 $\sin\gamma\neq0$。

3 分支识别方法

3.1 带 2 个移动副平面六连杆机构分支识别方法

对于 2 种带移动副平面六连杆机构，其分支识别采用不同方法，判别方法可用如图 5 所示的流程图表示。

对于带2个移动副平面六连杆机构，根据

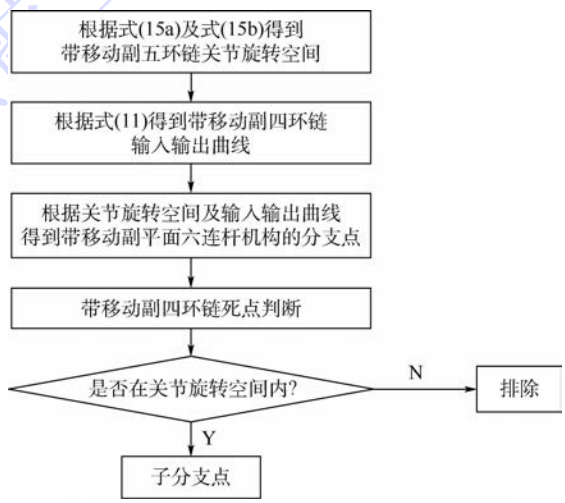


图 5 带 2 个移动副平面六连杆机构分支识别流程

Fig. 5 Flowchart of branch identification of planar six-bar linkage with two sliding pairs

式(14)可得六连杆机构的可动范围,即其关节旋转空间。

联立式(4)及式(15a),可得带 2 个移动副平面六连杆机构中 EF 杆处于第 1 种构型的关节角。同样,联立式(4)及式(15b),可得带 2 个移动副平面六连杆机构中 EF 杆处于第 2 种构型的关节角。根据第 1、2 节,可得在带移动副平面六连杆机构中四环链的死点位置。如图 6 所示,利用 Maple 软件对一定参数下带 2 个移动副平面六连杆机构进行仿真分析,得到 θ_2-θ_3 分支曲线。其中,曲线 1 表示 EF 杆处于第 1 种构型的关节旋转曲线边界,曲线 2 表示 EF 杆处于第 2 种构型的关节旋转曲线边界,曲线 1 与曲线 2 构成的阴影部分为带 2 个移动副平面六连杆机构的 θ_2-θ_3 关节旋转空间,曲线 3 为带移动副四环 $ABCD$ 的 θ_2-θ_3 输入输出曲线,与关节旋转空间边界交于 1、2、3、4 等 4 个点,这 4 个点表示整个机构在运动构成中产生的分支点,根据机构的分支点,将整个机构的运动分成 2 个分支 2-3、1-4。对曲线 3 进一步分析,根据第 1 节,此参数中带移动副四环本身有 2 个死点 a、b。对此进一步分析:

1) 死点 a 在关节旋转空间的阴影范围内,整个机构运动过程中,此死点是存在的,将 1-4 分支分成 2 个子分支 1-a 以及 a-4。

2) 死点 b 不在关节旋转空间的阴影范围内,机构在运动过程中,并不能达到 1-2 曲线,因此 b 在此参数的带移动副平面六连杆机构中不存在。

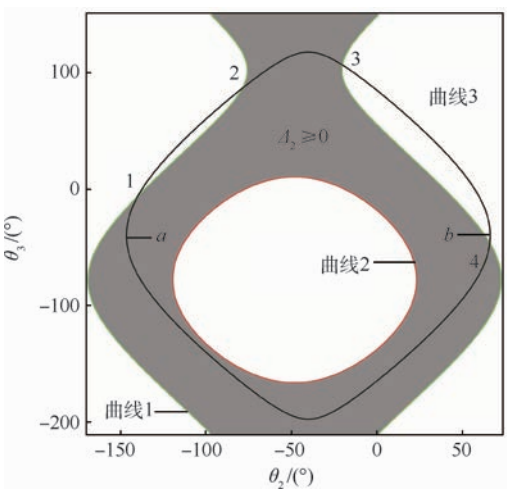


图 6　带 2 个移动副平面六连杆机构分支曲线

Fig. 6　Curve of branches of planar six-bar linkage with two sliding pairs

3.2　带 3 个移动副平面六连杆机构分支识别方法

由于带 3 个移动副平面六连杆机构不需要判定关节旋转空间,即当 $\gamma \neq 0$ 时,EF 杆没有限制,因此只需要得到其带移动副四环链的输入输出曲线,从而得到四环链死点。

3.3　带移动副平面六连杆机构雅可比矩阵分析法

联立式(10a)、式(10b)、式(18a)、式(18b)分别对 θ_3、θ_5、α_1、α_2 求导,整理得雅可比矩阵行列式[6]为

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} -a_3\sin\theta_3 & 0 & 0 & s_1\sin\alpha_2 \\ a_3\cos\theta_3 & 0 & 0 & -s_1\cos\alpha_2 \\ -a_4\sin(\theta_3+\beta) & a_5\sin\theta_5 & s_2\sin\alpha_1 & 0 \\ a_4\cos(\theta_3+\beta) & -a_5\cos\theta_5 & -s_2\cos\alpha_1 & 0 \end{vmatrix} \tag{21}$$

将式(21)展开并求其行列式的值为

$$|\boldsymbol{A}| = -\Delta_4 a_3 a_5 s_1 s_2 \tag{22}$$

式中:$\Delta_4 = \sin(\theta_5-\alpha_1)\sin(\theta_3-\alpha_2)$,$\alpha_1$、$\alpha_2$ 由 2 个移动副运动导路角度决定。

当 $\Delta_4 = 0$ 时,带移动副平面六连杆机构处于奇异点位置,根据机构所处具体位置以及 Δ_4 值的特点,可分析各个位置之间是否存在运动缺陷。

4　实　例

4.1　带 2 个移动副平面六连杆机构分支及死点判断实例

图 1 为带 2 个移动副平面六连杆机构,某实例尺寸参数如表 1 所示。

根据表 1 中带 2 个移动副平面六连杆机构的参数及上述对带 2 个移动副平面六连杆机构分支识别方法,利用 Maple 软件得到 θ_2-θ_3 的分支曲线,如图 7所示。

计算出当 EF 杆处于极限位置时机构的分支点,如表 2 所示。

根据图 7 和表 2,以及机构的分支点,整个机构分成如下 3 个分支:1-2、3-4、5-6。

表 1　带 2 个移动副平面六连杆机构参数

Table 1　Parameters of planar six-bar linkage with two sliding pairs

参　数	数　值
a_1	2.4
a_2	5.5
a_3	4.8
a_4	4.2
a_5	2.5
a_7	2.4
β/(°)	45
α_1/(°)	30
α_2/(°)	50

北航学报 赠阅

根据第 1 节计算可得,当带移动副平面六连杆机构处于死点位置时,机构在 2 种构型处,θ_2 分别为 -162.7°、82.6°,如图 7 所示,θ_2 在 82.6° 处时并不满足关节旋转空间的范围。因此在带 2 个移动副平面六连杆机构的运动范围内,θ_2 = 82.6°并不属于此参数机构中的带移动副平面六连杆机构死点。根据上述理论,可得带移动副平面六连杆机构的死点如表 3 所示。

死点的存在将机构的分支 1-2 分成 2 个子分支,分别是 1-a、a-2。

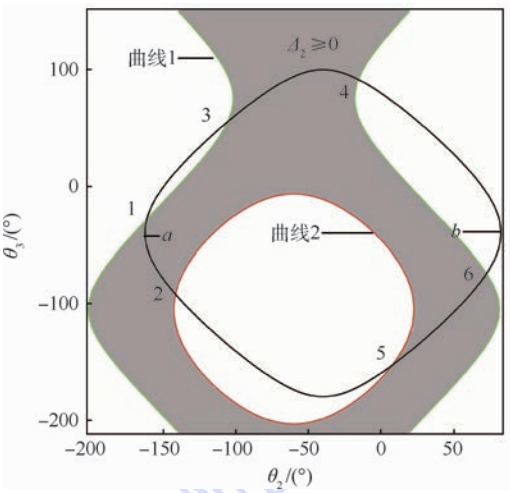


图 7 带 2 个移动副平面六连杆机构实例的分支曲线

Fig. 7 Curve of branches of planar six-bar linkage with two sliding pairs

表 2 带 2 个移动副平面六连杆机构的分支点

Table 2 Branch points of planar six-bar linkage with two sliding pairs

分支点	θ_2/(°)	θ_3/(°)	θ_4/(°)	θ_5/(°)
1	-161.4	-28.6	16.4	120
2	-141.6	-92.2	-47.2	-60
3	-105.5	55.3	100.3	120
4	-15.6	91.3	136.3	120
5	7.9	-152.7	-107.7	-60
6	72.6	-74.6	-29.6	120

表 3 带 2 个移动副平面六连杆机构的死点

Table 3 Dead points of planar six-bar linkage with two sliding pairs

死点	θ_2/(°)	θ_3/(°)	θ_4/(°)	θ_5/(°)
$b_{[1]}$	-162.7	-40.0	10.0	163.9
$b_{[2]}$	-162.7	-40.0	10.0	77.5

4.2 带 3 个移动副平面六连杆机构分支及死点判断实例

图 2 为带 3 个移动副平面六连杆机构,某实例尺寸参数如表 4 所示。

根据第 1、2 节可得,带 3 个移动副平面六连杆机构的关节旋转空间主要由 γ 影响,当 $\gamma \neq 0$ 时,不需要考虑其关节旋转空间,根据第 1 节,可得在此参数下机构的死点,如表 5 所示。

影响带 3 个移动副平面六连杆机构运动的因素主要是四环链 $ABCD$,通过 $\Delta_1 = 0$,可得到四环链死点 a、b,代入式(8)及式(4),进而得到死点处机构各连杆的具体位置。

表 4 带 3 个移动副平面六连杆机构参数

Table 4 Parameters of planar six-bar linkage with three sliding pairs

参数	数值
a_1	3
a_2	6
a_3	5.2
a_4	5
a_7	4
β/(°)	50
γ/(°)	30
α_1, α_2/(°)	30

表 5 带 3 个移动副平面六连杆机构的死点

Table 5 Dead points of planar six-bar linkage with three sliding pairs

死点	θ_2/(°)	θ_3/(°)	θ_4/(°)
a	-78.9	-40.0	10.0
b	-158.9	-40.0	10.0

4.3 基于雅可比矩阵分析法的带移动副平面六连杆机构分支判断实例

对于雅可比矩阵分析法,给定 2 个运动位置参数 θ_2 = -50°及 θ_2 = 10°。令 A 点为原点,将 AD 设为 x 轴,AD 逆时针旋转 90°后设为 y 轴,建立坐标系。根据表 1,带 2 个移动副平面六连杆机构参数给定时,在 2 个位置处的位置坐标参数如表 6所示。

图 8 为带 2 个移动副平面六连杆机构在可行运动范围内的 Δ_4 与 θ_2 关系曲线。其中,Δ_{41} 表示 θ_2 = -50°的 Δ_4 的值,Δ_{42} 表示 θ_2 = 10°的 Δ_4 的值。根据雅可比矩阵分析法,θ_2 2 个位置处 Δ_4 值的符号不同,说明存在运动缺陷。而根据本文方法,

表 6 带 2 个移动副平面六连杆机构的 2 个位置参数

Table 6 Parameters of planar six-bar linkage with two sliding pairs for 2 positions

参数	位置 1	位置 2
θ_2/(°)	-50	10
B	(3.54, -4.21)	(5.42, 0.96)
E	(2.94, -0.06)	(1.75, -1.10)
F	(1.32, 1.85)	(-0.12, -2.97)
Δ_4	0.25	-0.34

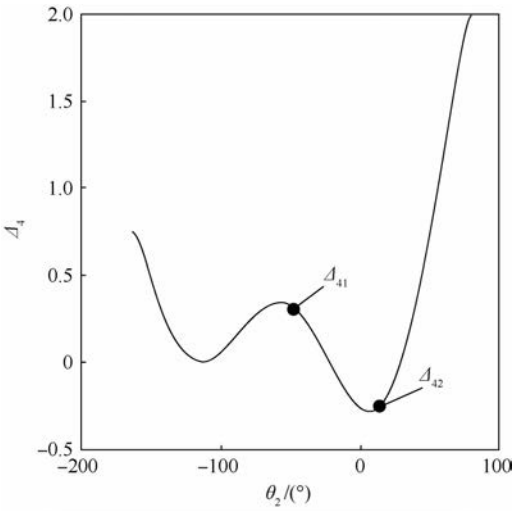


图 8　带 2 个移动副平面六连杆机构 Δ_4 随 θ_2 变化曲线

Fig. 8　Change of Δ_4 with θ_2 for planar six-bar linkage with two sliding pairs

在表 1 所示的机构参数下,由表 2 所示的分支点及图 7 所示的分支曲线,当 $\theta_2 = -50°$时,机构在分支 3-4 中,$\theta_2 = 10°$时,机构在分支 5-6 中,而 2 个分支之间存在运动缺陷 4-5,因此 2 个位置之间存在运动缺陷。

通过计算可知,2 种方法都能应用到带移动副平面六连杆机构的运动缺陷判定中,但切入点不同,雅可比矩阵分析法针对机构的运动位置,对各个位置之间的运动缺陷进行判断,而关节旋转空间分析法是将机构整个运动的运动分支曲线和分支点求出来,从而判断机构的运动是否存在运动缺陷。实例表明,关节旋转空间分析法在具体点之间的运动缺陷判断没有雅可比矩阵分析法直观方便,但通过分支识别图也能快速识别出来。其次,关节旋转空间分析法能得到机构极限位置的所有分支点、死点以及所有关节在极限位置的角度,对于判断机构在极限位置的构型有重要的作用。另外,关节旋转空间分析法通过分支识别图能将机构的运动范围、运动顺序、运动缺陷清晰地表达出来。

5　结　论

1)根据欧拉公式,消去移动副移动距离对环路的影响,得到机构在极限位置的具体构型。

2)结合三角换元法和判别式法,得到机构极限位置各个关节的具体角度,为带移动副平面六连杆机构的设计与制造提供了一定的理论基础。

3)2 个链路的结合(四环链和五环链)可准确得到抑制机构运动移动副六连杆链的分支点、死点,并得到机构的运动分支及所有分支的具体运动范围。通过实例验证及与雅可比矩阵分析法比较,得到本文方法能判断一定参数下的带移动副平面六杆机构的运动缺陷和运动顺序,以及 2 种方法各自的侧重点和优缺点,有助于探讨多环平面机构的一般研究方法。

参考文献(References)

[1] CHASE T R, MIRTH J A. Circuits and branches of single degree-of-freedom planar linkages[J]. Journal of Mechanical Design, 1993, 115(2): 223-230.

[2] TING K L, WANG J, XUE C, et al. Full rotatability and singularity of six-bar and geared five-bar linkages[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2010, 2(1): 298-300.

[3] TING K L, DOU X. Classification and branch identification of Stephenson six-bar chains[J]. Mechanism & Machine Theory, 1996, 31(31): 283-295.

[4] WANG J, TING K L, XUE C. Discriminant method for the mobility identification of single degree-of-freedom double-loop linkages[J]. Mechanism & Machine Theory, 2010, 4(5): 740-755.

[5] 杨通,韩建友,崔光珍,等. 给定两连杆运动面的 Watt-Ⅰ六连杆机构空间解域综合方法[J]. 农业机械学报,2014,45(10):307-312.
YANG T, HAN J Y, CUI G Z, et al. Synthesis of Watt-Ⅰ six-bar linkage based on spatial solution region for given two coupler plans[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural, 2014, 45(10): 307-312(in Chinese).

[6] 韩建友,崔光珍,杨通,等. 六连杆机构四位置运动生成的解域综合理论与方法[J]. 北京航空航天大学学报,2014,40(9):1170-1175.
HAN J Y, CUI G Z, YANG T, et al. The solution region synthesis theory and method of six-bar linkages with 4-position[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(9): 1170-1175(in Chinese).

[7] 崔光珍,韩建友,杨通. 给定 4R 开链的八杆机构解域综合理论与方法[J]. 农业机械学报,2015,46(4):331-337.
CUI G Z, HAN J Y, YANG T. Solution region synthesis method of eight-bar linkages for 4R open chain[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2015, 46(4): 331-337(in Chinese).

[8] 宋黎,陈磊. 含复铰有移动副平面运动链的结构类型综合方法[J]. 机械科学与技术,2009,28(3):295-300.
SONG L, CHEN L. A method for structural type synthesis of planar kinematic chains with multiple joints and sliding joints[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace, 2009, 28(3): 295-300(in Chinese).

[9] 宋黎,廖爱红,聂松辉. 含复铰有移动副平面机构运动分析数学模型的自动建立方法[J]. 机械科技与技术,2012,31(2):47-52.
SONG L, LIAO A H, NIE S H. A method for automatically establishing model for kinematic analysis of planar mechanism with multiple joints and prismatic pair[J]. Mechanical Science and

Technology for Aerospace,2012,31(2):47-52(in Chinese).
[10] PLECNIK M M,MCCARTHY J M. Kinematic synthesis of Stephenson Ⅲ six-bar function generators[J]. Mechanism & Machine Theory,2016,97(9):112-126.
[11] PARRISH B E,MCCARTHY J M,EPPSTEIN D. Automated generation of linkage loop equations for planar one degree-of-freedom linkages, demonstrated up to 8-bar[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2015,7(1):14-22.
[12] 祖义祯,邓华. 基于弧长法的平面连杆机构运动分析[J]. 浙江大学学报(工学版),2011,45(12):2159-2168.
ZU Y Z,DENG H. Kinematic analysis of planar pin-bar linkages by arc-length method[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science),2011,45(12):2159-2168(in Chinese).
[13] 李佳,孔建益,廖汉元,等. 全移动副机构的型综合[J]. 中国机械工程,2012,23(18):2165-2168.
LI J,KONG J Y,LIAO H Y,et al. Type synthesis of mechanism with all prismatic pairs[J]. China Mechanical Engineering,2012,23(18):2165-2168(in Chinese).
[14] 李占贤,杨志杰,于江. 移动副驱动的 2-DOF 球面并联机构运动学分析[J]. 机械设计与制造,2011(11):216-218.
LI Z X,YANG Z J,YU J. Kinematic analysis of a 2-DOF spherical parallel mechanism driven by sliding pair[J]. Machinery Design & Manufacture,2011(11):216-218(in Chinese).
[15] SULTAN A,KALIM A. On the kinematics and synthesis of a geared five-bar slider-crank mechanism[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science,2011,225(5):1253-1261.
[16] SOH G S,YING F. Motion generation of planar six- and eight-bar slider mechanisms as constrained robotic systems[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2015,7(3):975-978.
[17] SALEH M A. Singularity traces of single degree-of-freedom planar linkages that include prismatic and revolute joints[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2015,8(5):15-18.
[18] WANG J,TING K L,ZHAO D X. Equivalent linkages and dead center positions of planar single-degree-of-freedom complex linkages[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2015,7(4):1-6.

作者简介:

龚雅静 女,硕士研究生。主要研究方向:机构学及机器人技术。

王君 男,博士,教授,硕士生导师。主要研究方向:机构学、机器人学、先进制造技术与装备。

A method for branch identification of planar six-bar linkages with sliding pairs

GONG Yajing[1], WANG Jun[1,*], WANG Quan[1], BI Shusheng[2], REN Jun[1], SUN Jinfeng[1]

(1. School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;
2. School of Mechanical Engineering & Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The identification of branch, motion defect and range of motion of the planar six-bar linkages with sliding pairs is an important indicator for motion characteristics of linkages. Firstly, this paper divides the planar six-bar linkages with two sliding pairs or three sliding pairs into four-bar chain or five-bar chain. B-ring in Euler's formula and trigonometric substitution method, the specific configurations (including branch points and dead points) of the planar linkages with sliding pairs in their limit positions, input and output relationship and joint rotation space are obtained. Secondly, this paper combines two chains and proposes a method for the branch identification of planar six-bar linkages with two or three sliding pairs. Finally, this paper verifies the proposed method with examples of planar six-bar linkages with two and three sliding pairs. The branches, dead points and the specific angles of joints in limit positions of the two mechanisms are calculated. The proposed method gives a convenient and effective way for the automatic branch identification of planar linkages with sliding pairs.

Keywords: sliding pairs; planar six-bar linkages; limit position; branch; joint rotation space

Received: 2017-03-14; **Accepted**: 2017-04-13; **Published online**: 2017-05-18 17:33
URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170518.1733.003.html
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51405140,51675015); Hubei Provincial Natural Science Foundation of China (2015CFA112); Outstanding Young Science and Technology Innovation Team Project of Hubei Provincial Department of Education (T201505)

* **Corresponding author**. E-mail: junwang@mail.hbut.edu.cn

《北京航空航天大学学报》征稿简则

北航学报
赠 阅

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市 、邮政编码(作者顺序始终不得更改),中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5 ~ 8 个),中图分类号,引言,正文,参考文献,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词。首、末页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100083 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部
办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间
电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426
E-mail:jbuaa@ buaa. edu. cn
http://bhxb. buaa. edu. cn
http://www. buaa. edu. cn

北京航空航天大学学报

北航学报
赠阅

《北京航空航天大学学报》
第五届编辑委员会

主　任（主　编）：赵沁平

（以下按姓氏笔划为序）

副主任（副主编）：丁希仑　王少萍　孙志梅　李秋实　李焕喜　杨嘉陵
苗俊刚　相　艳　徐立军　钱德沛　曹晋滨

编　委：马殿富　王　琪　王　聪　邓小燕　王青云　王荣明　刘　宇
刘　红　江　洁　刘　强　闫　鹏　朱天乐　刘铁钢　齐铂金
陈万春　邹正平　苏东林　杨世春　沈成平　邱志平　宋知人
杨树斌　张晓林　杨晓奕　杨继萍　李惠峰　吴新开　张瑞丰
杨照华　宋凝芳　周　锐　林宇震　林贵平　战　强　姚仰平
胡庆雷　赵秋红　段海滨　赵巍胜　席　平　郭　宏　徐　洁
徐世杰　郭洪波　康　锐　翟　锦　熊华钢

北京航空航天大学学报
Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao
（原《北京航空学院学报》）
（月刊　1956年创刊）
第44卷第3期　2018年3月

主管单位　中华人民共和国工业和信息化部
主办单位　北京航空航天大学
主　　编　赵沁平
编辑出版　《北京航空航天大学学报》编辑部
邮　　编　100083
地　　址　北京市海淀区学院路37号
印　　刷　北京科信印刷有限公司
发　　行　北航文化传媒集团
发行范围　国内外发行
联系电话　(010) 82315594　82338922　82314839
电子信箱　jbuaa@buaa.edu.cn

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS (JBUAA)
(Monthly, Started in 1956)
Vol.44 No.3　March 2018

Administrated by　Ministry of Industry and Information Technology of the People's Republic of China
Sponsored by　Beijing University of Aeronautics and Astronautics (BUAA)
(Beijing 100083, P. R. China)
Chief Editor　ZHAO Qinping
Edited and Published by　Editorial Board of JBUAA
Printed by　Beijing Kexin Printing Co., Ltd.
Distributed by　BUAA Culture Media Group Limited
Telephone　(010) 82315594　82338922　82314839
E-mail　jbuaa@buaa.edu.cn
http://bhxb.buaa.edu.cn

刊　　号　ISSN 1001-5965 / CN 11-2625/V
国内定价　50.00元／期

ISSN 1001-5965
9 771001 596182 03>