



北航学报

赠阅

ISSN 1001-5965

CODEN BHHDE8

北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



2018-06

Vol.44 No.6

目 次

基于卷积神经网络的手势动作雷达识别方法 王俊, 郑彤, 雷鹏, 张原, 樵明朗 (1117)

基于 FRFT 域特征差异的压制干扰检测与分类算法 王国宏, 白杰, 张翔宇, 孙殿星 (1124)

新型单轴柔性铰链拓扑结构设计与柔度分析 邱丽芳, 陈海翔, 吴友炜 (1133)

Co 和 P 掺杂对 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光电化学催化分解水的影响 朱珊, 俞有幸, 郝维昌 (1141)

基于 Cartwheel 构型的微推力卫星高精度编队系统 杨博, 赵晓涛, 苗峻, 刘旭辉, 龙军 (1147)

结构输出响应概率密度估计中分数矩求解方法 李宝玉, 张磊刚, 师娇, 余雄庆 (1156)

纵列式双扇翼气动特性数值模拟与试验 杜思亮, 唐正飞, 赵文静, 陈荟, 王英宇 (1164)

基于干扰重构和峭度最大化的 SMSP 干扰抑制方法 李欣, 王春阳, 原慧, 金珊珊 (1176)

基于仿射变换 S 盒的轻量级杂凑函数 杜培, 王维克, 何展宏, 李林, 王翔 (1185)

磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合分析 吕志峰, 张金生, 王仕成, 宋忠国, 席晓莉, 李婷 (1194)

直升机尾桨完全失效后自转着陆轨迹优化 严旭飞, 陈仁良 (1203)

自适应 FLP 滤波在激光陀螺 IMU 标定中的应用 卢兆兴, 房建成, 王仕成, 李建利, 党鹏飞 (1213)

不同增长机制下航空网络自愈特性 傅超琦, 王瑛, 李超, 孙贇 (1221)

基于单胞有限元的波纹板等效刚度特性 王远, 臧勇, 管奔, 秦勤 (1230)

GNSS 多径信号模型及测高方法 李惟, 朱云龙, 王峰, 杨东凯 (1239)

有替换 I 型截尾试验无失效时设备可靠性分析 赵权, 葛红娟, 张璐, 陈舒文, 薛建良 (1246)

一种疲劳损伤参数确定新方法 刘潇潇, 王依兵, 张铮 (1253)

沿多孔壁面流动的液膜线性稳定性分析 赵越, 杨立军 (1258)

预燃级旋流数对 TeLESSII 燃烧室贫油熄火性能影响 肖荣洪, 林宇震, 张弛 (1265)

基于 Eshelby-Stroh 公式各向异性弹性体接触问题研究 颜灯灯, 李成刚, 申景金, 王艳, 王春明, 宋伟山 (1273)

临近空间环境下封闭方腔内耦合换热特性 宇贵才, 贺卫亮 (1283)

连接界面变形对转子动力特性影响的力学模型 金海, 刘继兴, 张大义, 洪杰 (1294)

非线性多项式模型结构与参数一体化辨识 贾伟州, 彭靖波, 谢寿生, 刘云龙, 李腾辉, 何大伟 (1303)

稀疏多小波时变系统辨识及脑电信号时频分析 雷梦颖, 魏彦兆, 李阳, 王丽娜 (1312)

激光测距传感器光束矢向和零点位置标定方法 曹双倩, 袁培江, 陈冬冬, 史震云 (1321)

干扰观测器在一种非线性刚度驱动器中的应用 高冬, 宋智斌, 赵亚茹 (1328)

基于 TruckSim 的装载工况影响下弯道安全车速阈值 王传连, 胡月琦, 李平 (1337)

CONTENTS

Hand gesture recognition method by radar based on convolutional neural network	WANG Jun, ZHENG Tong, LEI Peng, ZHANG Yuan, QIAO Minglang (1117)
Detection and classification algorithm of suppression interference based on characteristic differences of FRFT domain	WANG Guohong, BAI Jie, ZHANG Xiangyu, SUN Dianxing (1124)
Topological structure design and compliance analysis of a new single-axis flexure hinge	QIU Lifang, CHEN Haixiang, WU Youwei (1133)
Effect of Co and P doping on α -Fe ₂ O ₃ photoelectrochemical catalysis water splitting	ZHU Shan, YU Youxing, HAO Weichang (1141)
Micro-thrust high-precision satellite formation system based on Cartwheel configuration	YANG Bo, ZHAO Xiaotao, MIAO Jun, LIU Xuhui, LONG Jun (1147)
Solution method of fractional moments involved in probability density estimation of structural output response	LI Baoyu, ZHANG Leigang, SHI Jiao, YU Xiongqing (1156)
Numerical simulation and test on aerodynamic characteristics of tandem fan wing	DU Siliang, TANG Zhengfei, ZHAO Wenjing, CHEN Hui, WANG Yingyu (1164)
SMSP jamming suppression method based on jamming reconstruction and kurtosis maximum	LI Xin, WANG Chunyang, YUAN Hui, JIN Shanshan (1176)
Lightweight hash function based on affine transformation S-box	DU Pei, WANG Wei, HE Zhanhong, LI Lin, WANG Xiang (1185)
Coupling analysis between magnetic shielding device and magnetic field simulator	LYU Zhifeng, ZHANG Jinsheng, WANG Shicheng, SONG Zhongguo, XI Xiaoli, LI Ting (1194)
Helicopter autorotation landing trajectory optimization after tail-rotor total failure	YAN Xufei, CHEN Renliang (1203)
Application of adaptive FLP filter to ring laser gyro IMU calibration	LU Zhaoxing, FANG Jiancheng, WANG Shicheng, LI Jianli, DANG Pengfei (1213)
Self-healing characteristics of aviation network under different growth mechanisms	FU Chaoqi, WANG Ying, LI Chao, SUN Yun (1221)
Equivalent stiffness property of dimpled sheet based on unit cell finite element	WANG Yuan, ZANG Yong, GUAN Ben, QIN Qin (1230)
GNSS multipath signal model and altimetry method	LI Wei, ZHU Yunlong, WANG Feng, YANG Dongkai (1239)
Reliability analysis of equipment for zero-failure of type-I censoring test with replacement	ZHAO Quan, GE Hongjuan, ZHANG Lu, CHEN Shuwen, XUE Jianliang (1246)
A novel method for determining fatigue damage parameters	LIU Xiaoxiao, WANG Yibing, ZHANG Zheng (1253)
Linear stability analysis of liquid films flowing down a porous wall	ZHAO Yue, YANG Lijun (1258)
Effect of swirl number of pilot stage on TeLESS II combustor's lean blow-out performance	XIAO Ronghong, LIN Yuzhen, ZHANG Chi (1265)
Study on contact problem of anisotropic elastic body based on Eshelby-Stroh formalism	YAN Dengdeng, LI Chenggang, SHEN Jingjin, WANG Yan, WANG Chunming, SONG Weishan (1273)
Conjugate heat transfer characteristics of enclosure cavity in near space environment	ZI Guicai, HE Weiliang (1283)
Mechanical models of influence of interface deformation on rotor dynamic characteristics	JIN Hai, LIU Jixing, ZHANG Dayi, HONG Jie (1294)
Nonlinear polynomial model's structure and parameter integration identification	JIA Weizhou, PENG Jingbo, XIE Shousheng, LIU Yunlong, LI Tenghui, HE Dawei (1303)
Sparse multi-wavelet-based identification of time-varying system with applications to EEG signal time-frequency analysis	LEI Mengying, WEI Yanzhao, LI Yang, WANG Lina (1312)
Calibration method for laser beam direction and zero point of laser displacement sensor	CAO Shuangqian, YUAN Peijiang, CHEN Dongdong, SHI Zhenyun (1321)
Disturbance observer applied in a nonlinear stiffness compliant actuator	GAO Dong, SONG Zhibin, ZHAO Yaru (1328)
Safe driving speed threshold on curve section of road under different loading conditions based on TruckSim	WANG Chuanlian, HU Yueqi, LI Ping (1337)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0397

基于卷积神经网络的手势动作雷达识别方法



王俊, 郑彤, 雷鹏*, 张原, 樵明朗

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 随着手势动作识别技术在人机交互、生活娱乐及医疗服务等应用领域的逐步深入, 其对非接触、微光条件下的稳健测量与识别能力提出更高要求。针对该问题, 研究了一种基于线性调频连续波(LFMCW)雷达距离-多普勒(RD)信息和卷积神经网络(CNN)的典型手势动作识别方法。首先, 对于 LFMCW 雷达回波, 通过去斜、快时间域快速傅里叶变换和相干积累, 获取手势目标的二维 RD 像数据; 其次, 以 RD 像幅度矩阵作为 CNN 输入样本, 利用 2 层卷积与池化处理构建特征空间, 从而通过全连接与 softmax 分类器实现对手势动作的有效识别; 最后, 在此基础上, 采用 24 GHz 工业雷达传感器设计手势测量实验系统, 形成关于 4 种典型手势动作的 LFMCW 雷达回波数据库。实验结果表明, 将 24 GHz LFMCW 雷达回波 RD 处理与 CNN 结合能够实现对典型手势动作的有效识别。

关键词: 手势动作识别; 线性调频连续波(LFMCW)雷达; 距离-多普勒(RD); 卷积神经网络(CNN); softmax 分类器

中图分类号: TN951; TN959.5; TP183

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1117-07

手势动作识别技术通过对传感器获取的手势信息进行处理, 实现不同种类手势意图的分类判决, 该识别技术具有广泛的应用领域, 如手语实时翻译^[1]、智能家居^[2]、游戏操控^[3]等。目前, 典型的手势信息感知途径包括可穿戴设备^[4-8]、光学传感器^[9-10]、深度传感器^[11]以及雷达^[12-14]等。相比于其他感知方式, 基于雷达传感器的手势识别通常具有非接触、不受光照和烟雾影响等特点, 并且由于雷达波具有一定的穿透遮挡传播能力, 所以可将小型化雷达传感器嵌入应用设备, 从而增强系统外观设计的灵活性以及探测感知的隐蔽性。

近年来, 部分科技公司和研究人员先后开展了雷达手势目标识别探索工作。Google 设计并开发了 2 款工作于 60 GHz 的专用毫米波雷达芯片, 并通过低维特征向量提取和随机森林分类器实现

多种手势动作识别^[15]。文献[16]利用光学、深度和雷达传感器数据融合, 通过异源图像配准及三维卷积神经网络(Convolutional Neural Network, CNN)进行典型驾驶手势动作识别。文献[17]利用 77 GHz 线性调频连续波(Linear Frequency Modulated Continuous Wave, LFMCW)雷达获取手势目标的微多普勒回波, 通过其能量在各速度单元的分布提取高斯累加模型参数作为特征向量, 进而结合隐马尔可夫模型实现手势动作识别。

目前, 典型的手势动作识别雷达系统主要工作于 60 GHz 或以上频段, 其具有较高的开发难度和成本要求; 此外, 三维卷积处理、异源图像匹配的引入也将提升算法复杂度。因此, 本文研究了一种适用于通用型 24 GHz 工业雷达传感器的手势动作识别方法。以 24 GHz 工业雷达作为传感

收稿日期: 2017-06-12; 录用日期: 2017-06-30; 网络出版时间: 2017-09-05 11:14

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170905.1114.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(61501011, 61671035)

* 通信作者. E-mail: peng.lei@buaa.edu.cn

引用格式: 王俊, 郑彤, 雷鹏, 等. 基于卷积神经网络的手势动作雷达识别方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1117-1123. WANG J, ZHENG T, LEI P, et al. Hand gesture recognition method by radar based on convolutional neural network [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1117-1123 (in Chinese).

器,通过对手势目标的LFMCW雷达回波依次进行去斜、快时间域快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)和相干积累处理,获取其在距离-多普勒(Range-Doppler, RD)域的二维分布,进而利用2层CNN算法实现对手势动作的自动特征提取与识别。利用实测数据分析以及与传统基于运动轨迹的动态时间规划(Dynamic Time Warping, DTW)法的结果进行比较,验证了本文方法在雷达手势动作识别应用中的有效性。

1 LFM CW 雷达信号的脉冲多普勒处理方法

LFMCW 雷达具有结构简单、分辨率高、抗杂波能力强等特点,并且通过去斜以及快时间和慢时间域上的FFT分析,可获得目标距离和多普勒频率信息。设LFMCW 雷达发射信号为

$$s_t(\hat{t}, t_m) = A \exp(j2\pi f_c t + j\pi \Delta f \hat{t}^2 / T) \quad (1)$$

式中: \hat{t} 为脉内快时间; t_m 为脉间慢时间; t 为快时间,且 $t = \hat{t} + t_m$; A 为发射信号幅度; f_c 为信号载波频率; Δf 为扫频带宽; T 为扫频周期。

则回波信号可表示为

$$s_r(\hat{t}, t_m) = A' \exp[j2\pi f_c(t - t_r) + j\pi \Delta f(\hat{t} - t_r)^2 / T] \quad (2)$$

式中: A' 为回波信号幅度; t_r 为延迟时间,可表示为 $t_r = 2r/c$, r 为目标径向距离, c 为光速。

在此基础上,以 $s_t(\hat{t}, t_m)$ 为参考,经过去斜处理,忽略幅度影响,则差频输出信号为

$$s_a(\hat{t}, t_m) = \exp[j4\pi \Delta f r^2 / (c^2 T) - j4\pi f_c r / c + j4\pi \Delta f r \hat{t} / (cT)] \quad (3)$$

考虑目标静止,则可得差频输出信号频率 f_0 与目标径向距离 r 的关系为

$$f_0 = \frac{2\Delta f}{cT} r \quad (4)$$

因此,利用快时间域FFT处理,可获得手势目标的实时径向距离信息。该过程如图1所示,其中,横坐标为快时间 t ,纵坐标为频率 f 。观察可知, f_0 、 t_r 、 Δf 和 T 之间明显满足:

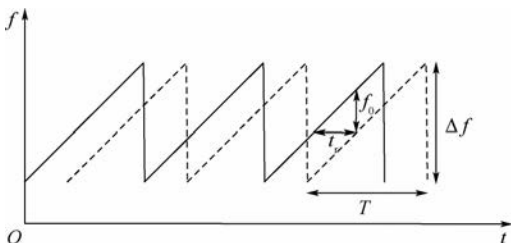


图1 LFM CW 雷达测距示意图

Fig.1 Schematic of range measurement by LFM CW radar

$$\frac{f_0}{t_r} = \frac{\Delta f}{T} \quad (5)$$

将 $t_r = 2r/c$ 代入式(5),所得结果与式(4)结果相同。在此基础上,对各距离单元内的基带信号做慢时间域的FFT处理,进而可得回波信号在RD域的能量分布,即雷达手势目标的二维RD像结果。

2 基于卷积神经网络的分类器

典型的CNN主要用于识别具有位移、缩放情况的二维图形。CNN避免特征提取,仅通过数据训练学习特征。此外,由于同一特征映射面上的神经元权值相同,所以该网络可以并行学习,节省资源。本文方法使用了 11×11 和 4×42 个卷积层进行特征选择,2个 2×2 池化层进行降维,之后进行全连接与softmax分类处理。与一般神经网络相同,其主要分为正向传播和反向传播2部分。在正向传播中,假设CNN第 l 层输出特征图为 $x_j^{(l)}$, j 表示特征图序号。该输出特征图可表示为

$$x_j^{(l)} = f\left(\sum_{i \in M_j} x_i^{(l-1)} * k_{ij} + b_j\right) \quad (6)$$

式中: M_j 为选择的输入特征图组合; k_{ij} 为输入第 i 种特征图与输出第 j 种特征图之间连接的卷积核; b_j 为第 j 种特征图偏置; $f(\cdot)$ 为激活函数;“*”表示卷积运算。本文采用典型的sigmoid函数。

在反向传播过程中,通过多次迭代使网络预测与实际正确情况更接近。以卷积层为例,定义平均误差代价函数为

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\text{kind}} (y_k - t_k)^2 \quad (7)$$

式中: y_k 为预测输出标签; t_k 为正确标签;kind为识别种类数量。迭代目标为使 E 逐渐减小。

定义节点灵敏度为

$$\delta = \frac{\partial E}{\partial x} \quad (8)$$

每层中每个输入特征图的节点灵敏度不同,例如在第 l 层卷积层中,有

$$\delta_j^{(l)} = \frac{\partial E}{\partial x_j^{(l)}} = \frac{\partial E}{\partial x_j^{(l+1)}} \cdot \frac{\partial x_j^{(l+1)}}{\partial x_j^{(l)}} = \delta_{j+1} \frac{\partial x_j^{(l+1)}}{\partial x_j^{(l)}} = \text{up}(\delta_{j+1}) \cdot f'(x^{(l)}) \quad (9)$$

式中:up(\cdot)表示上采样;“ \cdot ”表示每个元素相乘。

为了对核函数和偏置进行迭代更新,所以需要分别求出平均误差代价函数对核函数和偏置的偏导数:

$$\frac{\partial E}{\partial b_j} = \sum_{u,v} (\delta_j^{(l)})_{u,v} \quad (10)$$

$$\frac{\partial E}{\partial k_{ij}} = \sum_{u,v} (\delta_j^{(l)})_{u,v} (p_j^{(l-1)})_{u,v} \quad (11)$$

式中: $(p_j^{(l-1)})_{u,v}$ 为 $x_j^{(l-1)}$ 在与 k_{ij} 做卷积时每一个子模块; (u, v) 为该模块的中心位置。

核函数和偏置的梯度下降更新公式为

$$k_{ij, \text{new}}^{(l)} = k_{ij, \text{old}}^{(l)} - \eta \frac{\partial E}{\partial k_{ij, \text{old}}^{(l)}} \quad (12)$$

$$b_{j, \text{new}}^{(l)} = b_{j, \text{old}}^{(l)} - \eta \frac{\partial E}{\partial b_{j, \text{old}}^{(l)}} \quad (13)$$

式中: η 为学习率。

在全连接层部分,需要更新的变为权值 w 和偏置 b ,且其输入与输出的关系为

$$x^{(l)} = f(w^{(l)} x^{(l-1)} + b^{(l)}) \quad (14)$$

因此,节点灵敏度可表示为

$$\delta^{(l)} = \frac{\partial E}{\partial b^{(l)}} = (x^{(l)} - t) \circ f'(x^{(l)}) \quad (15)$$

通过多次迭代更新,可使平均误差代价函数达到最小。

最后进行 softmax 分类,其为一个类似逻辑回归的多分类问题,即标签 y 可取 k 个不同的值。假设其训练集为 $\{(x^{(1)}, y^{(1)}), (x^{(2)}, y^{(2)}), \dots, (x^{(m)}, y^{(m)})\}$, $p(y = j | x)$ 表示给定测试输入数据为 x 时估测所属类别 y 为 j 的概率值,则设 softmax 的分类函数为

$$h_{\theta}(x^{(i)}) = \begin{bmatrix} p(y^{(i)} = 1 | x^{(i)}; \theta_1) \\ p(y^{(i)} = 2 | x^{(i)}; \theta_2) \\ \vdots \\ p(y^{(i)} = k | x^{(i)}; \theta_k) \end{bmatrix} =$$

$$\frac{1}{\sum_{j=1}^k e^{\theta_j^T x^{(i)}}} \begin{bmatrix} e^{\theta_1^T x^{(i)}} \\ e^{\theta_2^T x^{(i)}} \\ \vdots \\ e^{\theta_k^T x^{(i)}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中: $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ 为模型的参数。

对应 softmax 回归中,代价函数为

$$J(\theta) = -\frac{1}{m} \left\{ \sum_{i=1}^m [(1 - y^{(i)}) \lg(1 - h_{\theta}(x^{(i)})) + y^{(i)} \lg(h_{\theta}(x^{(i)}))] \right\} = -\frac{1}{m} \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k [A_{y^{(i)}} \lg(p(y^{(i)} = j | x^{(i)}; \theta))] \right\} \quad (17)$$

式中:

$$A_{y^{(i)}} = \begin{cases} 1 & y^{(i)} = j \\ 0 & y^{(i)} \neq j \end{cases} \quad (18)$$

同样利用梯度下降法获得 $J(\theta)$ 最小值对应的 θ ,将 θ 值代入式(16),对应概率值最大的一项作为最终分类结果。

3 雷达系统及测量场景

为了验证 CNN 对手势动作的识别能力,本文采用基于 Infineon BGT24MTR12 射频前端的工业雷达传感器^[18]进行数据采集,主要结构如图 2 所示。压控振荡器通过锯齿波电压进行调频控制,且扫频周期 $T = 2.50 \text{ ms}$;LFMCW 雷达发射信号载波频率 $f_c \approx 24.13 \text{ GHz}$,扫频带宽 $\Delta f \approx 455 \text{ MHz}$,采样频率 $f_s = 48 \text{ kHz}$;相干积累时长为

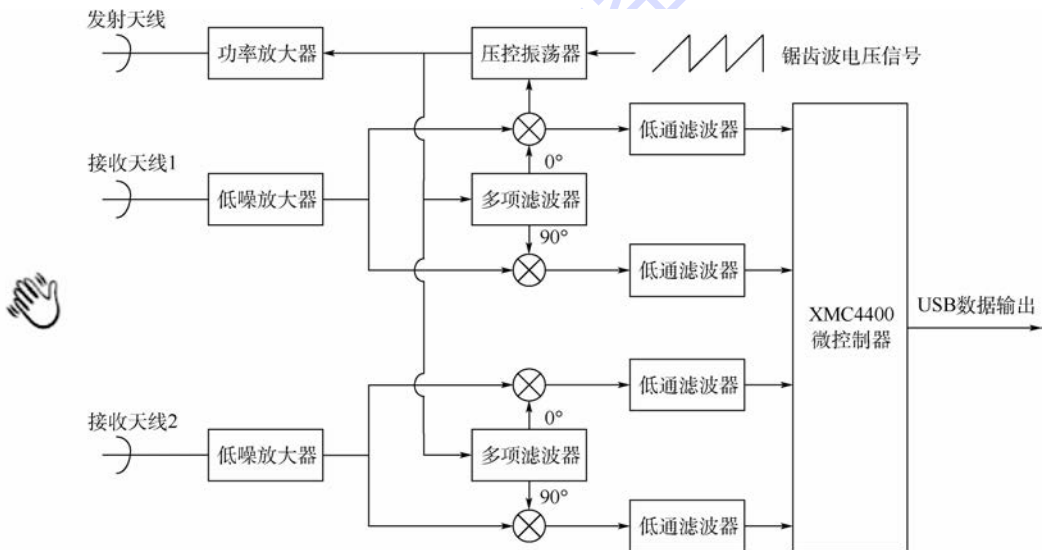


图 2 用于手势动作识别的 24 GHz LFMCW 雷达实验系统结构

Fig. 2 Block diagram of 24 GHz LFMCW radar experimental system for hand gesture recognition

80 ms,即对同一距离单元内连续 32 个慢时间域信号采样点进行 FFT 处理。需要说明的是,由于本文方法仅需要手势回波的距离和多普勒信息,因此,实验数据针对单接收通道的同相(I 路)和正交(Q 路)2 路信号进行采集。

图 3 给出了手势向前运动时的回波中频信号。观察可知,一次调频周期内的采样点数为 120,与实验系统设置参数相符;另一方面,此时手势与雷达天线距离约为 40 cm,因此根据式(4)及调频周期, T 时间内中频信号的周期数约为 1。在此基础上,图 4 给出了基于快时间 FFT 处理的手势目标径向距离。

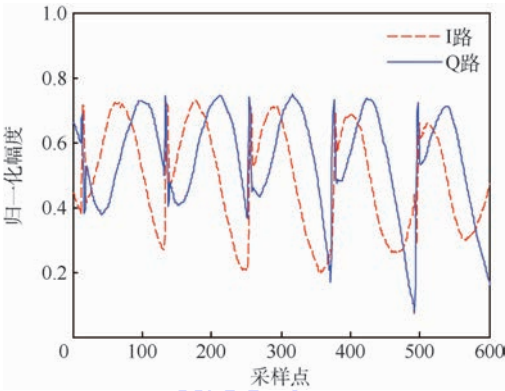


图 3 手势向前动作时的雷达回波中频信号

Fig. 3 Radar intermediate-frequency echoes of hand pushing

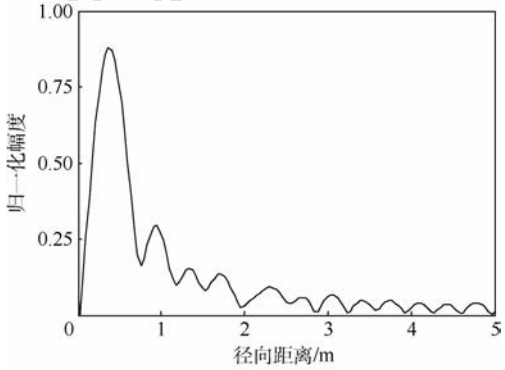


图 4 基于快时间 FFT 的手势目标径向距离

Fig. 4 Radial distance of gesture target based on FFT in fast-time domain

4 实验结果与分析

本文通过 24 GHz 雷达实验系统采集并生成 4 种手势动作的 RD 像,包括向后运动、向前运动、旋转运动和静止。图 5 给出了各手势动作的 RD 结果样图,其尺寸大小为 32×120 。

为了更好地验证 CNN 处理方法的识别性能,本文将与传统基于手势轨迹的 DTW^[19]法进行对比。首先,对每个动作的 12 帧图像分别提取单一

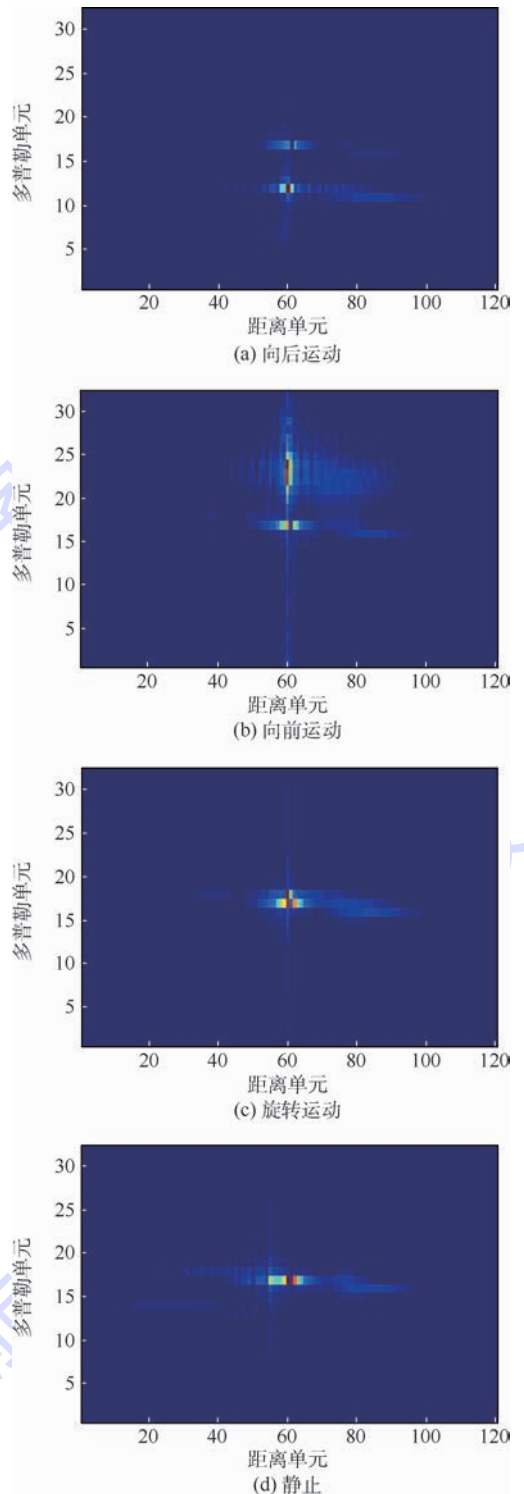


图 5 4 种手势动作的 RD 测量结果

Fig. 5 RD measurement results of four hand gestures

位置的多普勒序列;其次,将该 12 列数据按时间信息融合为一个矩阵,矩阵大小为 32×12 ;最后,提取每个时间点能量最大位置处置 1,其他位置处置 0,可得到不同动作的频率变化轨迹。分别选择每个动作的运动模板,如图 6(a) ~ (d) 所示。其中,纵坐标为具有最大能量的频率情况。

图 6 中,向后动作的运动轨迹呈现向下弯曲情况,如图 6(a) 所示。这与实际情况中,手相对雷达

的速度变化情况一致。即从速度为0开始,进行加速运动,之后减速至0。同理,向前运动与向后运动仅为运动速度方向相反,所以运动轨迹呈现多条向上弯曲的情况,如图6(b)所示。对于旋转而言,手相对雷达方向速度基本为0,但也可能存在小部分时刻存在相对速度,所以可能出现如图6(c)所示局部模糊情况。而静止情况下,手没有任何动作,所以不会出现速度随时间变化的情况,呈现结果应为图6(d)所示的一条直线。在识别过程中,对每个待识别的测试样本与4个模板分别进行DTW处理,之后求出处理后模板与待识别样本之间的距离,该样本与某一模板距离最小则说明其属于对应模板类。本组实验测试样本数为2000组。

对4组动作的RD像进行本文提出的CNN分类处理,具体CNN架构如图7所示。其由2层结构组成,而每层分别包括卷积层和池化层。其中,2层卷积核大小分别为 11×11 和 4×4 ,之后进行全连接以及softmax分类,最终输出分类结果。该实验的训练样本数为6000组,测试样本为2000组。训练误差变化情况如图8所示。可知,系统已训练到稳定状态,且训练误差维持在0.02~0.03。

为了比较2种方法的识别准确率,识别结果如表1所示。观察可知,在识别4种典型手势动作时,除静止外,本文方法的识别准确率明显高于DTW法,且全局识别准确率可提高约0.138。

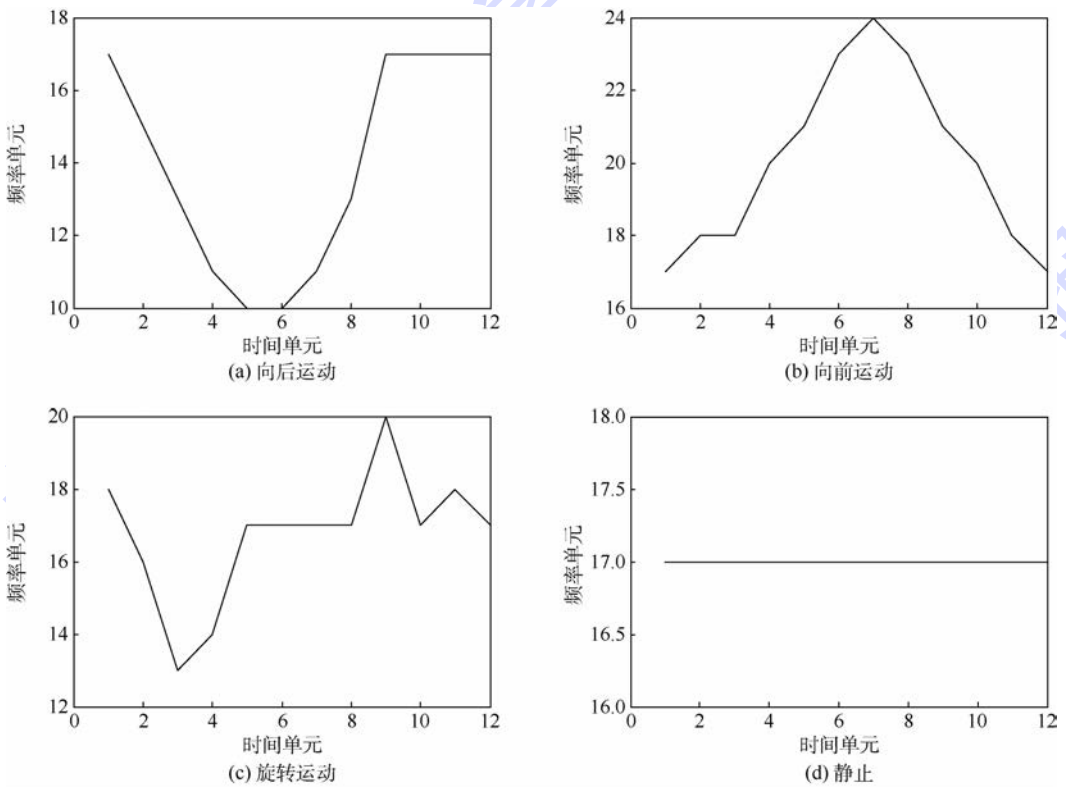


图6 运动轨迹模板

Fig. 6 Templates of moving tracks

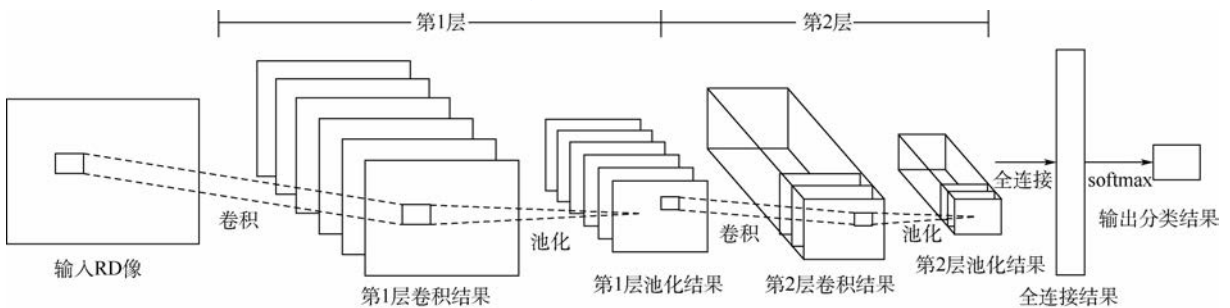


图7 基于RD像的CNN架构示意图

Fig. 7 Schematic diagram of CNN architecture used in RD image

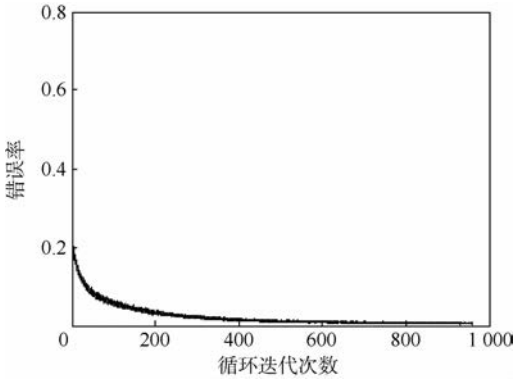


图8 训练错误率曲线

Fig.8 Error rates in training

表1 基于测试数据的手势识别准确率

Table 1 Testing accuracy of hand gesture recognition

方法	准确率				全局准确率
	向后运动	向前运动	旋转运动	静止	
DTW	0.8167	0.9133	0.2400	1.0000	0.7400
本文	0.9320	0.9200	0.8160	0.8440	0.8780

5 结论

本文研究了一种基于LFMCW雷达RD信息和CNN的手势动作识别方法。实验结果表明:

1) 该方法适用于通用的24 GHz工业雷达系统,通过多普勒信息的引入可降低对系统带宽的要求。

2) 由于典型手势目标RD像集中在有限的RD单元中,通过2层卷积处理即可实现有效特征表述,从而利用全连接与softmax分类器能够对向后运动、向前运动、旋转运动和静止4种手势动作进行识别。

3) 该方法可针对单帧RD像进行识别,具有较好的实时性,且与基于手势轨迹分析的DTW法相比,全局识别准确率可提升约0.138。

参考文献 (References)

[1] 张诗潮. 基于Kinect的手语教学系统设计研究[D]. 上海: 华东师范大学, 2014.
ZHANG S C. Design research in Kinect based sign-language teaching system[D]. Shanghai: East China Normal University, 2014 (in Chinese).

[2] 孙凯, 严潇然, 谢荣平. 基于手势识别的智能家居人机交互系统设计[J]. 工业控制计算机, 2014, 27(4): 54-56.
SUN K, YAN X R, XIE R P. Design of man-machine interaction system in smart home[J]. Industrial Control Computer, 2014, 27(4): 54-56 (in Chinese).

[3] 万华根, 肖海英, 邹松. 面向新一代大众游戏的手势交互技术[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(7): 1159-1165.

WAN H G, XIAO H Y, ZOU S. Hand gesture interaction for next-generation public games [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2011, 23 (7): 1159-1165 (in Chinese).

[4] OLIVITO R S, STUMPO P, SURACE L. Glove-Talk: A neural network interface between a data-glove and a speech synthesizer [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1993, 4(1): 2-8.

[5] STURMAN D J, ZELYZER D. A survey of glove-based input [J]. IEEE Computer Graphics & Applications, 1994, 14(1): 30-39.

[6] QUAM D L. Gesture recognition with a DataGlove [C] // Proceedings of Aerospace and Electronics Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1990, 2: 755-760.

[7] WANG C, CANNON D J. A virtual end-effector pointing system in point-and-direct robotics for inspection of surface flaws using a neural network based skeleton transform [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1993, 3: 784-789.

[8] BAUDEL T, BEAUDOUIN-LAFON M. Charade: Remote control of objects using free-hand gestures [J]. Communications of the ACM, 1993, 36(7): 28-35.

[9] TRAVER V J, LATORRE-CARMONA P, SALVADOR-BALAGUER E, et al. Three-dimensional integral imaging for gesture recognition under occlusions [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(2): 171-175.

[10] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Two-stream convolutional networks for action recognition in videos [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2014, 1(4): 568-576.

[11] WANG C, LIU Z, ZHAO J. Hand gesture recognition based on canonical formed superpixel earth mover's distance [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2016: 1-6.

[12] FAN T, MA C, GU Z, et al. Wireless hand gesture recognition based on continuous-wave Doppler radar sensors [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques, 2016, 64(11): 4012-4020.

[13] KIM Y, TOOMAJIAN B. Hand gesture recognition using micro-Doppler signatures with convolutional neural network [J]. IEEE Access, 2016, 4: 7125-7130.

[14] REN N, QUAN X, CHO S H. Algorithm for gesture recognition using an IR-UWB radar sensor [J]. Journal of Computer & Communications, 2016, 4(3): 95-100.

[15] LIEN J, GILLIAN N, KARAGOZLER M E, et al. Soli: Ubiquitous gesture sensing with millimeter wave radar [J]. ACM Transactions on Graphics, 2016, 35(4): 1-19.

[16] MOLCHANOV P, GUPTA S, KIM K, et al. Multi-sensor system for driver's hand-gesture recognition [C] // Proceedings of IEEE International Conference and Workshops on Automatic Face and Gesture Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 1-8.

[17] MALYSA G, WANG D, NETSCH L, et al. Hidden Markov model-based gesture recognition with FMCW radar [C] // Proceedings of IEEE Global Conference on Signal and Information Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2016: 1017-1021.

[18] Infineon Technologies AG. 24 GHz chipset-family for industrial

applications[EB/OL]. [2017-06-08]. <http://www.infineon.com/dgdl?folderId=db3a304344baa87a0144d47968a72d7&fileId=db3a304344baa87a0144d47b9a5e2df9>.

- [19] EYE R M, DOMINGUEZ G, ESCALERA S. Feature weighting in dynamic time warping for gesture recognition in depth data [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision Workshops. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 1182-1188.

作者简介:

王俊 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:雷达信号处理、实时信号处理。

郑彤 女,博士研究生。主要研究方向:信号处理、模式识别。

雷鹏 男,博士,讲师。主要研究方向:信号处理、模式识别。

Hand gesture recognition method by radar based on convolutional neural network

WANG Jun, ZHENG Tong, LEI Peng*, ZHANG Yuan, QIAO Minglang

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: With the widespread use of hand gesture recognition technique, capabilities of robust measurement and classification in non-contact and all-day conditions are much desired in its applications, such as human-computer interaction, life entertainment and medical service. According to this requirement, the paper introduces a hand gesture recognition method based on linear frequency modulated continuous wave (LFMCW) radar range-Doppler (RD) information and convolutional neural network (CNN). Firstly, for LFMCW radar echoes from hand gestures, dechirping, fast Fourier transform in fast-time domain and coherent integration are applied to produce the two-dimensional RD images of hand gesture. Next, they are used as the input data of CNN, and the feature space is constructed with the process of two-layer convolution and pooling. Finally, the effective hand gesture recognition is achieved by full connection and softmax classifier. On this basis, a 24 GHz industrial radar sensor is used to design the experimental system for hand gesture measurement, and a dataset of four typical hand gestures is also generated with the LFMCW waveform. The experimental results show that the proposed method based on RD information and CNN is applicable to general radar sensors at 24 GHz and could achieve effective recognition of typical hand gestures.

Keywords: hand gesture recognition; linear frequency modulated continuous wave (LFMCW) radar; range-Doppler (RD); convolutional neural network (CNN); softmax classifier

Received: 2017-06-12; **Accepted:** 2017-06-30; **Published online:** 2017-09-05 11:14

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170905.1114.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61501011, 61671035)

* **Corresponding author.** E-mail: peng.lei@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0423

基于 FRFT 域特征差异的压制干扰 检测与分类算法



王国宏, 白杰*, 张翔宇, 孙殿星

(海军航空大学 信息融合研究所, 烟台 264001)

摘 要: 针对干信比未知情况下有源压制干扰分类识别结果可置信度较低的问题, 提出了一种基于 FRFT 域特征差异的压制干扰检测与分类算法。首先, 通过 FRFT 域峰值阶次的序贯判决算法, 进行压制干扰的存在性检测, 以保证压制干扰分类识别在较高的干信比条件下进行; 然后, 在此基础上, 分别提取回波信号在 FRFT 域的极值阶次标准差和峰值阶次标准差作为分类识别特征量, 同时, 为避免硬判决造成的分类错误, 采用模糊判决的方法得到基于不同特征参数的分类识别结果; 最后, 按一定准则将 2 种分类识别结果进行融合, 以进一步提高分类识别正确率。仿真结果表明, 与现有压制干扰分类识别算法相比, 该算法较好地解决了分类识别结果可置信度较低的问题, 同时具有较高的分类识别正确率。

关键词: 有源压制干扰; 干扰检测; 分类识别; 模糊判决; 判决融合

中图分类号: TN954+.1

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1124-09

现代雷达所面临的电磁环境日益恶劣, 针对雷达的电磁干扰技术迅速发展, 特别是有源压制干扰的大量使用, 极大制约了雷达作战效能的发挥^[1]。面对有源压制干扰, 对干扰信号的分类识别成为抗干扰工作的关键, 根据分类识别结果, 抗干扰系统才能有针对性地采取不同的抗干扰措施, 以达到较为理想的抗干扰效果。因此, 对有源压制干扰的分类识别是当前抗干扰领域亟须解决的关键问题。

目前, 国内外学者在雷达压制干扰分类识别方面做了大量研究。文献[2]提出了一种基于随机投影和稀疏分类的雷达波形识别算法; 文献[3-4]分别提取不同的时域特征参数对有源压制干扰进行分类识别; 文献[5]提取信号的一阶矩和二阶矩作为特征参数, 并通过分类器实现有

源压制干扰的分类识别; 文献[6]将回波信号转换为时频图像, 并利用前馈神经网络实现压制干扰的分类识别; 文献[7]提取信号在 FRFT 域的信息维度和盒维数作为特征参数, 通过门限判决法完成干扰类型的分类识别。

上述文献通过提取不同的特征参数完成了有源压制干扰的分类识别, 但是当干信比相对较低时, 上述文献的分类识别正确率均出现明显的下降, 从而导致在干信比未知的情况下, 压制干扰分类识别结果可置信度较低。

针对此问题, 本文充分分析目标回波信号和压制干扰信号的特性差异, 综合考虑有源压制干扰的存在性检测以及分类识别, 提出了一种基于 FRFT 域特征差异的压制干扰检测与分类算法。

收稿日期: 2017-06-23; 录用日期: 2017-07-21; 网络出版时间: 2017-09-01 11:21

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1121.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(61372027, 61671462, 61501489, 61701519); 泰山学者攀登计划

*通信作者. E-mail: 1541753296@qq.com

引用格式: 王国宏, 白杰, 张翔宇, 等. 基于 FRFT 域特征差异的压制干扰检测与分类算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1124-1132. WANG G H, BAI J, ZHANG X Y, et al. Detection and classification algorithm of suppression interference based on characteristic differences of FRFT domain[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1124-1132 (in Chinese).

1 模型的建立与分析

1.1 模型建立

线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)信号作为一种重要的信号体制,具有较大的时宽带宽积,能够同时满足作用距离和距离分辨率的要求^[8-9],从而被广泛应用于现代雷达系统中,因此,本文选取 LFM 信号作为雷达发射信号进行研究。

假设在一段观测时间内目标的运动速度不变,则有源压制干扰环境下的回波信号 $r(t)$ 表示为

$$r(t) = s_r(t) + J(t) + n(t) \quad (1)$$

式中: $s_r(t) = s(t - \tau) e^{j\omega_d(t - \tau)}$ 为目标回波信号, ω_d 为多普勒角频率, τ 为回波时延; $J(t)$ 为射频噪声干扰、噪声调幅干扰和噪声调频干扰 3 种有源压制干扰中的 1 种; $n(t)$ 为过程噪声,并假设 $n(t)$ 服从高斯分布,且与 $J(t)$ 相互独立。

雷达发射的 LFM 信号 $s(t)$ 表示为^[10]

$$s(t) = \exp[-j(2\pi f_0 t + kt^2/2)] \quad (2)$$

式中: f_0 为 LFM 信号的载频; k 为调制斜率。

1.2 模型分析

通过式(1)可以看出,在干扰距离远、干扰方向未对准或干扰机功率不足等情况下,压制干扰 $J(t)$ 功率较小,此时回波信号 $r(t)$ 的干扰特征不明显,从而导致压制干扰分类识别正确率较低,所以在分类识别之前进行压制干扰的存在性检测是有必要的,通过检测,从而保证在干信比较高、回波信号干扰特征较明显时再进行压制干扰的分类识别。

在检测到压制干扰存在后,根据不同压制干扰类型之间的特性差异,提取多个特征参数分别进行压制干扰的分类识别。同时,为避免硬判决造成的分类识别错误,本文采用模糊判决的方法,并通过判决结果融合得到最终的分类识别结果。基于以上分析,本文算法流程如图 1 所示。

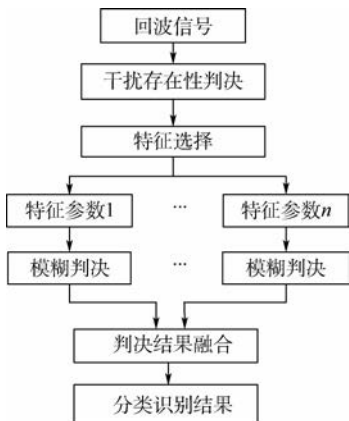


图 1 本文算法流程图

Fig. 1 Flowchart of proposed algorithm

2 压制干扰的检测与分类

2.1 压制干扰的存在性检测

2.1.1 算法分析

由于压制干扰存在性检测的主要目的是解决干信比未知情况下分类识别结果可信度不高的问题,所以结合分类识别正确率曲线对检测算法进行分析。

图 2 中:JSR 为回波信号干信比; p 为分类识别正确率;点 Q 表示检测到压制干扰存在的干信比临界点。由图 2 可以看出,对于点 Q 而言,其取值越大,则在此之后进行压制干扰分类识别的正确率越高,分类识别结果的可信度也越高,但同时,点 Q 取值越大,也意味着在此之前无法判定压制干扰的存在,这对于雷达抗干扰而言是不利的。

为解决这一矛盾,本文借鉴文献[11-12]中基于 FRFT 域峰值搜索的目标检测算法,通过提取 FRFT 域峰值作为特征参数,将压制干扰存在性检测与目标检测相结合:一方面,当压制干扰不存在或者干扰功率较低时,能够根据文献[11-12]算法进行目标检测;另一方面,因为 FRFT 对 LFM 信号的增益达 10 dB 以上,所以当判断压制干扰存在时,能够保证回波信号的干信比大于 10 dB,此时分类识别正确率较高。

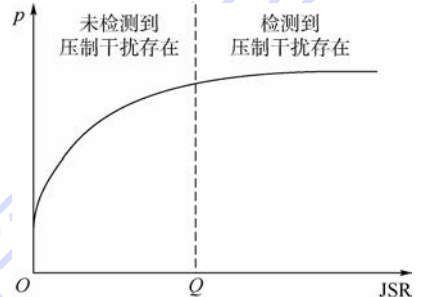


图 2 压制干扰的分类识别正确率曲线

Fig. 2 Classification recognition correct rate curve of suppression interference

2.1.2 FRFT 域峰值特性分析

1) LFM 信号峰值特性分析

时域函数 $x(t)$ 的 p 阶 FRFT 变换^[13] $X_p(u)$ 表示为

$$X_p(u) = F^p(x(t))(u) = \int_{-\infty}^{\infty} K_p(u, t) x(t) dt \quad (3)$$

式中: $K_p(u, t)$ 为 FRFT 核函数,表示为

$$K_p(u, t) = \begin{cases} A_\alpha \exp[j\pi(u^2 \cot \alpha - 2ut \csc \alpha + t^2 \cot \alpha)] & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t - u) & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t + u) & \alpha = (2n \pm 1)\pi \end{cases} \quad (4)$$

其中: $A_\alpha = \sqrt{1 - j \cot \alpha}$, $\alpha = p\pi/2$, $p \in (-2, 2]$ 。当变换角度 α 与 LFM 信号的调制斜率 k 正交, 即 $\alpha = -\arctan(1/(2\pi k))$ 时, LFM 信号的 FRFT 表示为

$$|F_\alpha(s(t))| = |A(t)A_\alpha \delta(2\pi f_0 - ucsc \alpha)| \quad (5)$$

由式(5)可以看出, 此时 LFM 信号在 u 域表现为冲激函数, 具有明显的能量聚集特性。能量聚集点所在变换阶次 p_z , 即 LFM 信号最佳变换阶次可以通过式(6)求得:

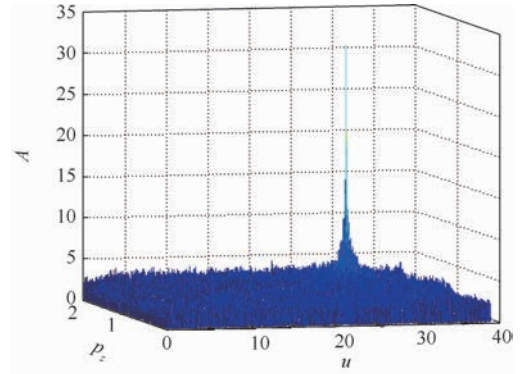
$$p_z = \arctan\left(-\frac{1}{2\pi k}\right) \frac{2}{\pi} \quad (6)$$

同时, 由式(6)可以看出, 由于 LFM 信号的调制斜率 k 满足 $k > 0$, 所以 $p_z > 1$ 。

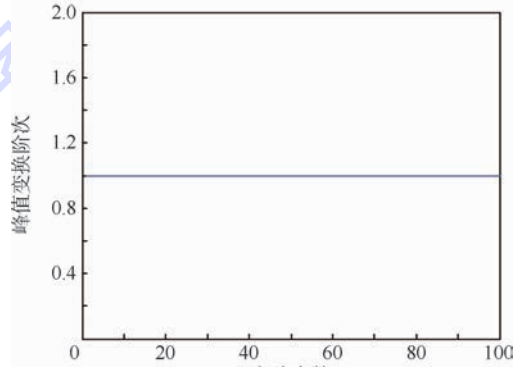
2) 压制干扰信号峰值特性分析

通过仿真实验得到不同压制干扰类型在 FRFT 域的峰值特性。图 3 ~ 图 5 分别表示射频噪声干扰、噪声调幅干扰和噪声调频干扰在 FRFT 域的谱分布以及峰值点所在变换阶次情况。图中: A 为幅值。

由图 3 ~ 图 5 可以看出, 射频噪声干扰在 FRFT



(a) FRFT域谱分布



(b) 峰值变换阶次

图 4 噪声调幅干扰在 FRFT 域的谱分布以及峰值变换阶次

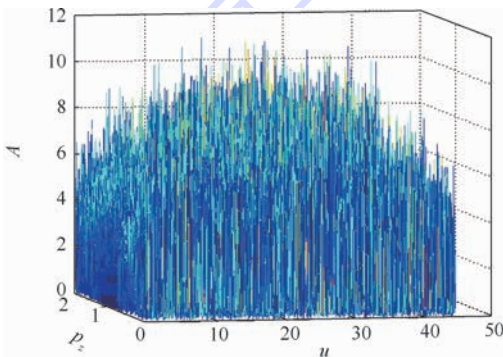
Fig. 4 Noise AM jamming spectrum distribution in FRFT domain and its order of peak

域能量均匀分布, 其在 FRFT 域的峰值随机出现在任意变换阶次; 噪声调幅干扰在 FRFT 域具有较强的能量聚集特性, 其在 FRFT 域的峰值稳定出现在变换阶次 $p = 1$ 的位置; 噪声调频干扰在 FRFT 域具有局部能量聚集的特性, 其在 FRFT 域的峰值出现在一定变换阶次范围内。

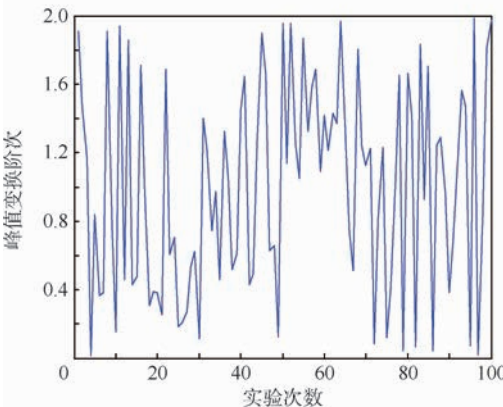
结合 LFM 信号的峰值特性可以看出, LFM 信号与压制干扰信号在 FRFT 域的峰值阶次具有明显差异, 所以根据回波信号在 FRFT 域的峰值阶次进行压制干扰的存在性检测是可行的。

2.1.3 算法流程

本文采用序贯判决算法^[14-15]进行压制干扰的存在性检测。根据式(6)得到 LFM 信号在 FRFT 域的最佳变换阶次 p_z , 取以 p_z 为中心的一小段区间为 $\delta(p_z)$ 。将一定观测时间内的回波信号分成 N 段, 通过峰值搜索算法得到其在 FRFT 域的峰值阶次分别为 $p_j (j = 1, 2, \dots, N)$, 若 p_j 中, 取值落在 $\delta(p_z)$ 区间内的个数 D 小于门限值 T , 则判断压制干扰存在, 否则判定压制干扰不存在。压制干扰存在性检测算法如图 6 所示。



(a) FRFT域谱分布



(b) 峰值变换阶次

图 3 射频噪声干扰在 FRFT 域的谱分布以及峰值变换阶次

Fig. 3 RF noise jamming spectrum distribution in FRFT domain and its order of peak

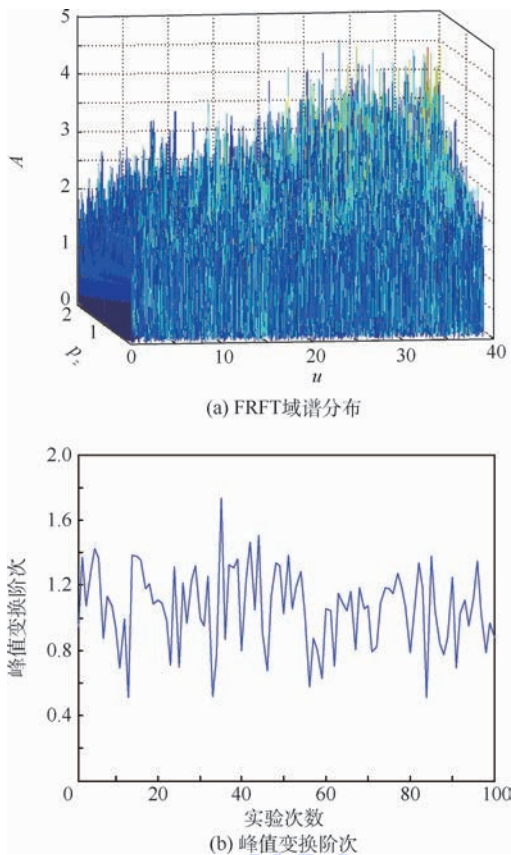


图 5 噪声调频干扰在 FRFT 域的谱分布以及峰值变换阶次

Fig. 5 Noise FM jamming spectrum distribution in FRFT domain and its order of peak

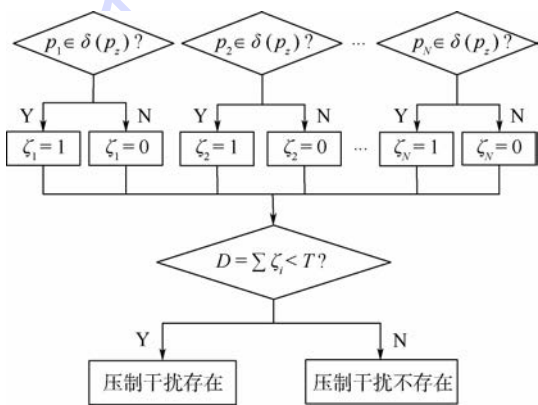


图 6 压制干扰存在性检测算法示意图

Fig. 6 Schematic of suppression interference existence detection algorithm

2.2 压制干扰的分类识别

在检测到压制干扰存在后,进一步根据不同压制干扰类型之间的特性差异进行压制干扰的分类识别。

2.2.1 FRFT 域特征参数提取

由图 3(b)、图 4(b)和图 5(b)的对比可以看出,不同压制干扰类型在 FRFT 域的峰值阶次也

表现出较明显差异,可以作为压制干扰分类识别的依据,并且峰值具有唯一性,在判断压制干扰存在后,峰值特性不受目标回波信号的影响。

同时,由图 3(a)、图 4(a)和图 5(a)可以看出,3 种压制干扰类型在 FRFT 域的能量聚集程度差异较大,所以导致不同干扰类型在 FRFT 域的极值阶次离散程度差异明显,据此,通过提取压制干扰在 FRFT 域的极值阶次作为特征参数,对 3 种压制干扰类型进行区分。

根据不同压制干扰类型在峰值阶次以及极值阶次上表现出来的差异,分别提取单时段极值阶次标准差和多时段峰值阶次标准差作为特征量进行压制干扰的分类识别。

1) 单时段极值阶次标准差

取 c 倍的 FRFT 域峰值幅度 f 作为门限, $c < 1$,对大于门限的极值点进行搜索。当极值点个数大于 M 时,求取前 M 个极值点所在阶次标准差作为特征量;当极值点个数小于 M 时,求取全部极值点所在阶次标准差作为特征量。

2) 多时段峰值阶次标准差

将一定观测时间内的回波信号分成 G 份,通过峰值搜索得到 G 段信号在 FRFT 域的峰值所在阶次,并求取 G 个变换阶次的标准差作为特征量。

2.2.2 算法流程

在判断压制干扰存在后,根据不同干扰类型的特性差异,分别以单时段极值阶次标准差和多时段峰值阶次标准差为特征量进行压制干扰的模糊判决。

1) 基于单时段极值阶次标准差的模糊判决

根据式(7)求取极值阶次标准差 σ_e :

$$\sigma_e = \left[\frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^M (p_k - \bar{p}_e)^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

式中: M 为极值点个数; p_k 为第 k 个极值点所在变换阶次; \bar{p}_e 为所有极值阶次的平均值。

对极值阶次标准差 σ_e 的模糊判决如图 7 所示。

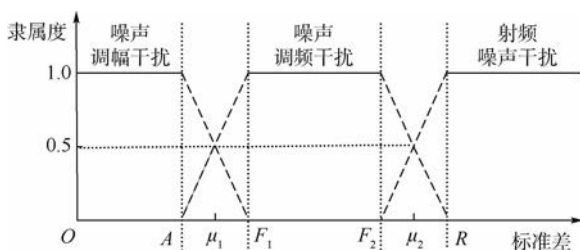


图 7 极值阶次标准差模糊判决示意图

Fig. 7 Schematic of fuzzy decision of extreme order standard deviation

图7中: A 、 F_1 、 F_2 和 R 分别表示标准差 σ_e 的判决门限值, 区间 $[A, F_1]$ 为噪声调幅干扰和噪声调频干扰的判决置信区间, 区间 $[F_2, R]$ 为噪声调频干扰和射频噪声干扰的判决置信区间, μ_1 和 μ_2 为置信区间中隶属度为 0.5 时所对应的标准差取值。当标准差 σ_e 落在判决置信区间以外时, 判别压制干扰属于某一种干扰类型; 当标准差 σ_e 落在判决置信区间之内时, 根据图7虚线得到压制干扰属于不同干扰类型的可能性。

2) 基于多时段峰值阶次标准差的模糊判决

根据式(8)求取峰值阶次标准差 σ_p :

$$\sigma_p = \left[\frac{1}{G-1} \sum_{j=1}^G (p_j - \bar{p}_p)^2 \right]^{1/2} \quad (8)$$

式中: G 为峰值阶次个数; p_j 为峰值所在变换阶次; \bar{p}_p 为所有峰值阶次的平均值。

采用与极值阶次标准差相同的模糊判决算法, 得到压制干扰属于不同干扰类型的可能性。

3) 判决结果融合算法

为提高分类识别正确率, 将基于不同特征参数的判决结果按一定准则进行融合。根据极值阶次标准差、峰值阶次标准差以及融合后所得到的分类识别结果分别用向量 $\mathbf{P} = (p_1, p_2, p_3)$ 、 $\mathbf{T} = (t_1, t_2, t_3)$ 、 $\mathbf{K} = (k_1, k_2, k_3)$ 表示, 其中, p_1 、 k_1 、 t_1 表示干扰信号属于射频噪声干扰的可能性, p_2 、 k_2 、 t_2 表示干扰信号属于噪声调幅干扰的可能性, p_3 、 k_3 、 t_3 表示干扰信号属于噪声调频干扰的可能性。针对可能出现的情况, 提出以下融合准则:

① 一种方法得到的干扰信号属于某种干扰类型的可能性为 1, 若另一种方法得到的干扰信号属于该种干扰的可能性不为 0, 则最终判断干扰来自于该种压制干扰类型, 即 $\max(\mathbf{P}) = p_j = 1$, 若 $k_j \neq 0$, 则取 $\mathbf{T} = \mathbf{P}$ 。

② 若一种方法得到的干扰信号属于某种干扰类型的可能性为 1, 另一种方法得到的干扰信号属于该种干扰的可能性为 0, 则认定判决无效, 进行下一次判决。

③ 除上述情况外, 最终判决结果向量 \mathbf{T} 均为 \mathbf{P} 和 \mathbf{K} 的平均值。

在完成融合之后, 取向量 \mathbf{T} 中可能性最大的压制干扰类型作为最终的判决结果。

完整的压制干扰检测与分类算法流程如图8所示。

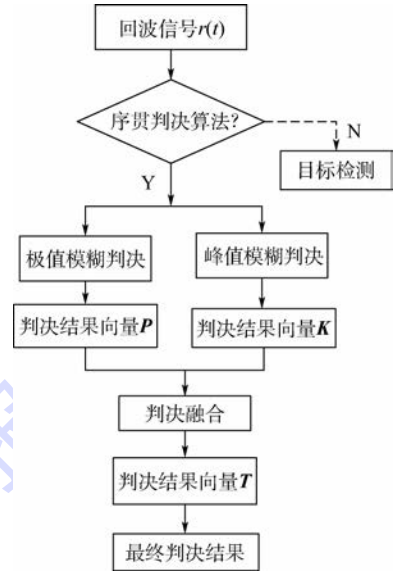


图8 压制干扰检测与分类算法流程图

Fig. 8 Flowchart of detection and classification algorithm of suppression interference

3 仿真实验验证

3.1 仿真参数设置

采用与文献[4]相同的参数设置, 如表1所示。

LFM 信号调制斜率 $k = 4 \times 10^{10}$ Hz/s, 时宽为 $50 \mu\text{s}$, 载频为 4 MHz; 过程噪声为高斯白噪声, 其方差 $\sigma_n^2 = 1$ 。

算法参数设置如下: 取观测时间为 $50 \mu\text{s}$, FRFT的变换阶次 p 的取值范围为 $[0, 2]$; 变换阶次的步长取为 0.001; 压制干扰存在性检测中, 信号段数 N 取值为 6, 序贯判决算法门限值为 3; 单时段极值阶次标准差模糊判决中, 倍数 c 取值为 0.5, 极值点个数 M 取值为 50, 多时段峰值阶次标准差模糊判决中, 信号段数 G 取值为 6; 干信比取值范围为 0 ~ 20 dB, 在每个节点进行 100 次蒙特卡罗实验来获得概率值。

表1 干扰信号仿真参数

Table 1 Interference signal simulation parameters

参数	射频噪声干扰	噪声调幅干扰	噪声调频干扰
中心频率/MHz	4	4	4
调制噪声		白噪声	白噪声
调制系数		0.5	100
时间宽度/ μs	50	50	50
采样频率/MHz	20	20	20

3.2 仿真实验

3.2.1 特征参数的仿真实验

仿真参数条件下, 在干信比为 15 dB 时, 对射

频噪声干扰、噪声调幅干扰和噪声调频干扰在 FRFT 域的单时段极值阶次标准差进行仿真实验,实验结果如图 9 所示。

由图 9 可以看出,3 种压制干扰的极值阶次标准差之间差异明显,可以作为压制干扰分类识别的依据。

仿真条件下,在干信比为 15 dB 时对射频噪声干扰、噪声调幅干扰和噪声调频干扰在 FRFT 域的多时段峰值阶次标准差进行仿真实验,实验结果如图 10 所示。

由图 10 可以看出,3 种压制干扰的峰值阶次标准差之间差异明显,可以作为压制干扰分类识别的依据。

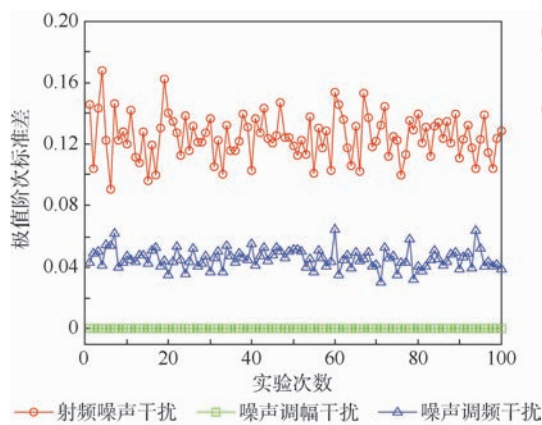


图 9 极值阶次标准差

Fig.9 Standard deviation of extreme value order

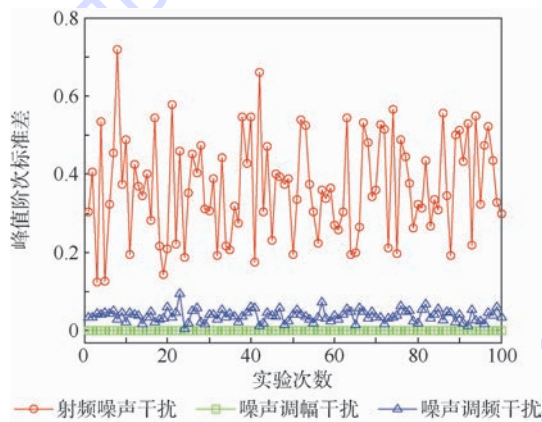
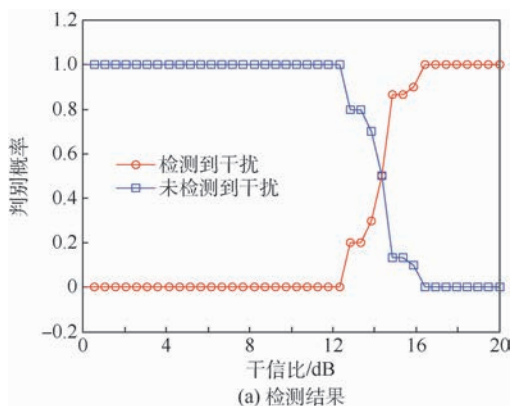


图 10 峰值阶次标准差

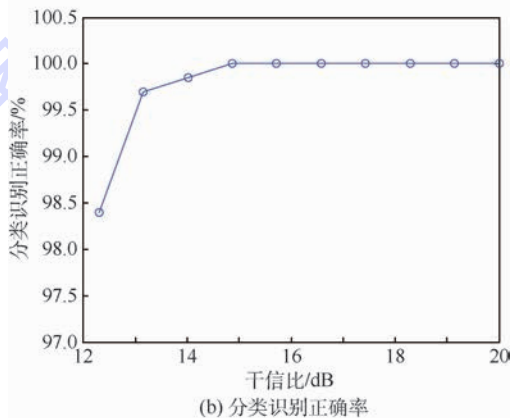
Fig.10 Standard deviation of peak order

3.2.2 仿真结果与分析

1) 射频噪声干扰环境下的干扰检测与分类识别结果如图 11 所示。图 11 (a) 表示射频噪声干扰的检测结果,可以看出,当干信比大于 12.3 dB 后,射频噪声干扰被检测到,在此之前可以直接进行目标检测;图 11 (b) 表示在检测到干扰存在后,对干扰进行识别的结果,可以看出,在检测到射频噪声干扰存在后,射频噪声干扰的分



(a) 检测结果



(b) 分类识别正确率

图 11 射频噪声干扰检测结果及分类识别正确率

Fig.11 Detection results and classification recognition accuracy rate of RF noise jamming

类识别正确率在 98% 以上。

2) 噪声调幅干扰环境下的干扰检测与识别结果如图 12 所示。图 12 (a) 表示噪声调幅干扰的检测结果,可以看出,当干信比大于 9.7 dB 后,噪声调幅干扰被检测到,在此之前可以直接进行目标检测;图 12 (b) 表示在检测到干扰存在后,对干扰进行识别的结果,可以看出,在检测到噪声调幅干扰存在后,噪声调幅干扰的分类正确识别率在 99% 以上。

3) 噪声调频干扰环境下的干扰检测与识别结果如图 13 所示。图 13 (a) 表示噪声调频干扰的检测结果,可以看出,当干信比大于 9.2 dB 后,噪声调频干扰被检测到,在此之前可以直接进行目标检测;图 13 (b) 表示在检测到干扰存在后,对干扰进行识别的结果,可以看出,在检测到噪声调频干扰存在后,噪声调频干扰的分类正确识别率在 96% 以上。

3.2.3 与现有算法比较

由于目前将压制干扰存在性检测与分类识别相结合的文献较少,所以主要将本文算法与文献[4]算法进行比较。图 14 为文献[4]算法分类识别结果,图 15 (a)、(b)、(c) 分别表示射频噪

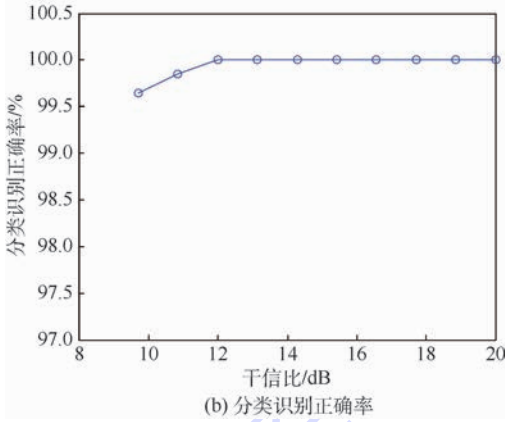
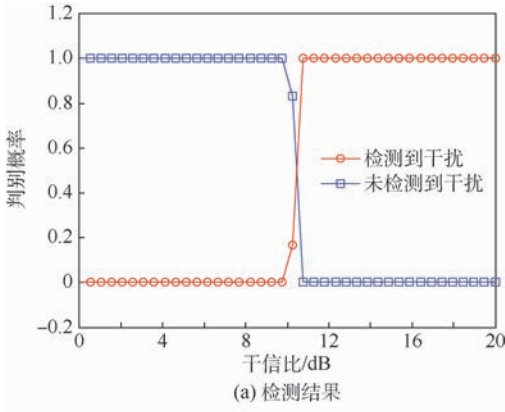


图12 噪声调幅干扰检测结果及分类识别正确率
Fig.12 Detection results and classification recognition accuracy rate of noise AM jamming

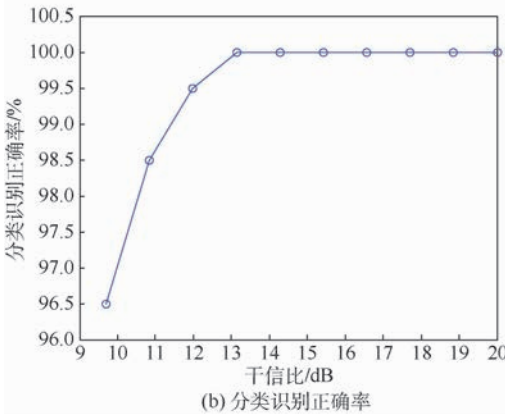
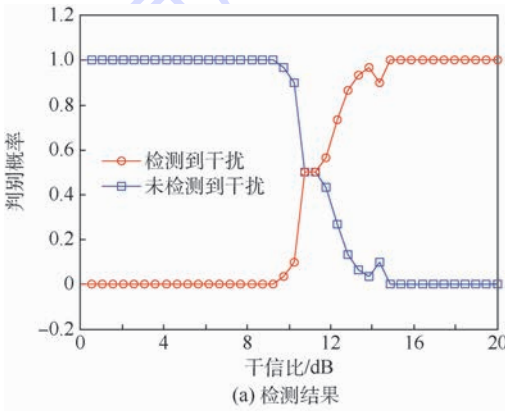


图13 噪声调频干扰检测结果及分类识别正确率
Fig.13 Detection results and classification recognition accuracy rate of noise FM jamming

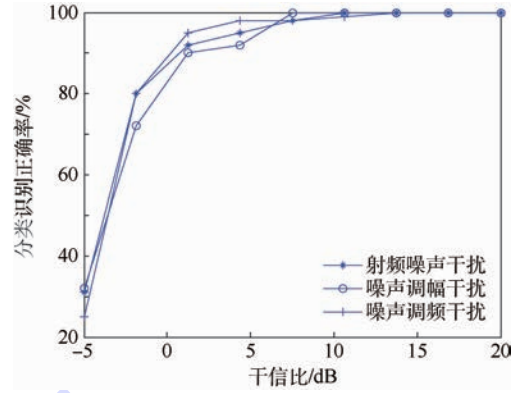


图14 文献[4]算法分类识别结果
Fig.14 Classification recognition results of Ref.4 algorithm

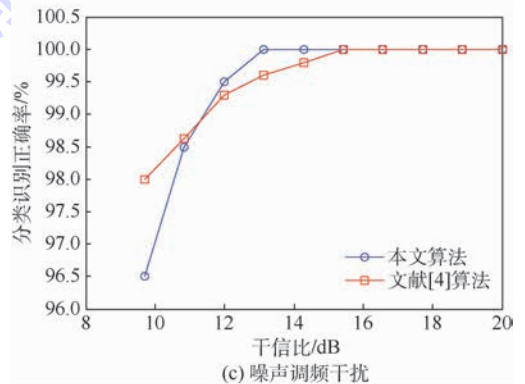
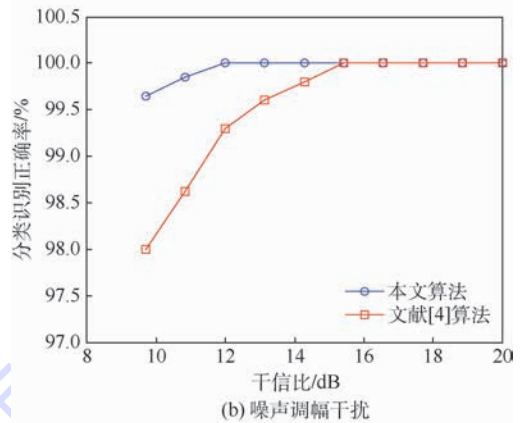
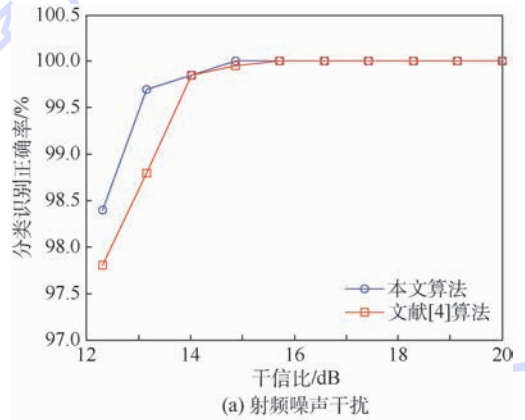


图15 不同压制干扰下本文算法与文献[4]算法分类识别结果对比
Fig.15 Comparison of classification and recognition results under different kinds of jamming with proposed algorithm and Ref.4 algorithm

声干扰、噪声调幅干扰和噪声调频干扰环境下本文算法与文献[4]算法分类识别结果的比较。

通过图15的比较可以看出,在检测到压制干扰存在后,本文对压制干扰的分类识别正确率高于文献[4]算法。同时,在回波信号干信比未知情况下,本文算法所得到的射频噪声干扰、噪声调幅干扰和噪声调频干扰识别结果可信度分别在98%、99%和96%以上,而文献[4]算法未进行压制干扰检测,从而导致干信比未知情况下分类识别结果可信度较低。

4 结论

本文通过在压制干扰分类识别之前进行压制干扰的存在性检测,有效解决了回波信号干信比未知情况下,压制干扰分类识别结果可信度较低的问题。

1) 对于射频噪声干扰而言,当干信比大于12.3 dB时能够被检测出来,而后进行分类识别,结果可信度大于99%。

2) 对于噪声调幅干扰而言,当干信比大于9.7 dB时能够被检测出来,而后进行分类识别,结果可信度大于98%。

3) 对于噪声调频干扰而言,当干信比大于9.2 dB时能够被检测出来,而后进行分类识别,结果可信度大于96%。

参考文献 (References)

- [1] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2012:122-123.
ZHAO G Q. Principle of radar countermeasure[M]. Xi'an: Xidian University Press,2012:122-123 (in Chinese).
- [2] MA J, HUANG G, ZUO W, et al. Robust radar waveform recognition algorithm based on random projections and sparse classification[J]. Radar Sonar & Navigation IET, 2014, 8(4): 290-296.
- [3] TANG Z, ZHANG B, LI G Q. Radar active blanket jamming sorting based on resemblance coefficient cluster[C]//IEEE International Conference on Signal Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 1-6.
- [4] 杜东平. 雷达压制式干扰抑制算法研究[D]. 成都:电子科技大学,2008:11-21.
DU D P. Research on radar suppress interference suppression algorithm[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology, 2008: 11-21 (in Chinese).
- [5] LU L, YANG J, WANG H, et al. The analysis and feature extraction of nonstationary random characteristics of radar jammer signal[C]//International Symposium on Electromagnetic Com-
- patibility. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002: 660-663.
- [6] HAYKIN S, BHATTACHARYA T K. Modular learning strategy for signal detection in a nonstationary environment[C]//MILCOM 97-Proceedings. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1997, 3: 1113-1116.
- [7] ZHU H, JIANG G, ZHANG H. Existence detection of blanket jamming based on fractal characteristics in FRFT domain[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2016, 28(5): 1-7.
- [8] WANG J H, XIE F, WANG Y C, et al. LFM radar signal processing based on multi-model Kalman filter[C]//International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 592-595.
- [9] QIAN R, GAO Y, JIANG D, et al. Implementation of wideband digital transmitting beamformer based on LFM waveforms[J]. IET Signal Processing, 2016, 11(2): 11-14.
- [10] WU H, ZHAO H Z. Modeling and simulation of a full coherent LFM pulse radar system based on Simulink[C]//International Conference on Measurement, Information and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 95-99.
- [11] LIU D, LIU Y, CAI H, et al. Linear frequency-modulated continuous wave active sonar signal processing[C]//Oceans Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 1-5.
- [12] 陈小龙, 关键, 刘宁波, 等. 基于FRFT的LFM信号自适应滤波算法及分析[J]. 现代雷达, 2010, 32(12): 48-53.
CHEN X L, GUAN J, LIU N B, et al. Adaptive filtering algorithm for LFM signal and performance analysis based on FRFT[J]. Modern Radar, 2010, 32(12): 48-53 (in Chinese).
- [13] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 55-57.
TAO R, DENG B, WANG Y. Fractional Fourier transform and its applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 55-57 (in Chinese).
- [14] YANG Y, WU Y, ZHANG H, et al. Improved sequential extraction method for determination of alkali and alkaline earth metals in Zhundong coals[J]. Fuel, 2016, 181: 951-957.
- [15] LINN C, WERTH D. Sequential anomaly detection techniques in business processes[M]//ABRAMOWICZ W, ALT R, BOGDAN F. Business information systems workshops. Berlin: Springer, 2016: 196-208.

作者简介:

王国宏 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 抗干扰、信息融合、雷达组网。

白杰 男, 硕士, 助理工程师。主要研究方向: 信息融合、雷达抗干扰。

张翔宇 男, 博士, 助理工程师。主要研究方向: 机动目标跟踪、信息融合。

孙殿星 男, 博士, 助理工程师。主要研究方向: 机动目标跟踪、信息融合。

Detection and classification algorithm of suppression interference based on characteristic differences of FRFT domain

WANG Guohong, BAI Jie*, ZHANG Xiangyu, SUN Dianxing

(Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Aimed at the problem that the reliability of the active suppression interference classification recognition result is low when the jamming-signal-ratio is unknown, a detection and classification algorithm of suppression interference based on characteristic differences of FRFT domain was proposed. Firstly, the existence judgment of suppression interference was carried out by the sequential decision algorithm of FRFT domain peak order to ensure that the suppression interference classification was carried out under the condition of high jamming-signal-ratio. On this basis, the standard deviation of the extreme value orders and the peak orders in FRFT domain were taken as the classification features, and at the same time, in order to avoid the classification error caused by the hard decision, the fuzzy decision method was used to obtain the classification recognition results which are based on different characteristic parameters. Finally, the two kinds of classification recognition results were merged to improve the accuracy of classification recognition results according to certain criteria. The simulation results show that compared with the existing classification algorithm, this algorithm can solve the problem of low confidence in the classification results. At the same time, this algorithm has a high accuracy of classification.

Keywords: active suppression interference; interference detection; classification recognition; fuzzy decision; decision fusion

Received: 2017-06-23; **Accepted:** 2017-07-21; **Published online:** 2017-09-01 11:21

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170901.1121.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61372027, 61671462, 61501489, 61701519); Taishan Scholar Climbing Plan

* **Corresponding author.** E-mail: 1541753296@qq.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0388

新型单轴柔性铰链拓扑结构与柔度分析



邱丽芳*, 陈海翔, 吴友炜

(北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘 要: 采用基于三维连续体拓扑优化理论的变密度法,以柔性铰链柔度比最大为目标,建立了单轴柔性铰链的拓扑优化模型。首先,借助 OptiStruct 软件设计出一种具有全新三维拓扑结构的单轴柔性铰链;其次,结合卡氏第二定理和能量法对该新型柔性铰链的转动性能进行理论分析,推导出该新型柔性铰链的柔度矩阵,通过 16 组实例的理论计算和有限元仿真分析,得到其相对误差在 6.35% 以内,验证了该新型柔性铰链柔度矩阵理论公式的正确性;最后,分析了具有相同切口轮廓的圆弧型柔性铰链和新型柔性铰链的柔度差异。结果表明:新型柔性铰链具有更大的柔度,其柔度性能提升 300%。使用三维连续体拓扑优化方法,可为单轴柔性铰链的设计提供一个新思路。

关键词: 圆弧型柔性铰链; 三维连续体拓扑优化; 变密度法; 柔度比; 柔度分析

中图分类号: TH122

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1133-08

柔性机构以其便于微型化、免装配、免润滑、运动灵敏度高、无噪声、环境适应性强等优点^[1],越来越多地被运用到航空航天、微操作机器人、精密光学仪器以及工业设备等领域^[2]。而其中的柔性铰链以其小体积、无摩擦和间隙、运动灵敏度高优点^[3],可以解决传统刚性铰链间隙带来的冲击、摩擦、润滑等问题。

在柔性铰链的设计方面,研究者们设计出如圆弧型柔性铰链^[4]、椭圆型柔性铰链^[5]、锥形柔性铰链^[6]等不同切口轮廓的柔性铰链,以及基于不同切口轮廓的组合型柔性铰链。在柔性铰链的性能优化方面,文献[7]以工作方向柔度和非工作方向柔度的柔度比为研究对象,建立了对柔性铰链的多目标优化模型;文献[8-9]以基于柔度比的多目标优化模型,研究优化了深切口椭圆弧柔性铰链^[8],优化设计了杠杆式柔性铰链放大机构^[9]。

随着近年来拓扑优化理论的成熟和其应用的普及,拓扑优化在柔性铰链的设计和 optimization 工作中也发挥着重要的作用。使用拓扑优化理论设计柔性铰链,可以得到柔性铰链针对拓扑优化目标的最佳拓扑结构和材料分布方式,不仅可以给设计者启发,还可以避免以往通过特异性设计带来的不确定性^[10]。朱本亮和张宪民等^[11]采用二维连续体拓扑优化方法以最小化柔度和为拓扑优化目标,设计出一种平移柔性铰链和一种转动柔性铰链;刘敏和张宪民等^[12]采用同样的方法,以最小归一化处理的柔度和为拓扑优化目标设计出类 V 型柔性铰链,并将类 V 型柔性铰链应用于微位移放大机构^[13],还改变拓扑优化区域,以最小归一化处理的柔度比为拓扑优化目标,设计出多孔洞型柔性铰链^[14]。

二维连续体拓扑优化方法仅限于在柔性铰链的切口轮廓平面寻求最佳的拓扑结构和材料分布

收稿日期: 2017-06-07; 录用日期: 2017-10-16; 网络出版时间: 2017-11-28 17:09

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171128.1709.005.html

基金项目: 国家自然科学基金(51475037)

* 通信作者. E-mail: qlf@ustb.edu.cn

引用格式: 邱丽芳, 陈海翔, 吴友炜. 新型单轴柔性铰链拓扑结构与柔度分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1133-1140. QIU L F, CHEN H X, WU Y W. Topological structure design and compliance analysis of a new single-axis flexure hinge [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1133-1140 (in Chinese).

方式。而本文基于三维连续体拓扑优化理论,并以最大化柔度比为拓扑优化目标,设计出一种具有全新三维拓扑结构的柔性铰链,对其柔度进行研究,并与圆弧型柔性铰链进行对比。

1 基于变密度法设计柔性铰链

1.1 拓扑优化模型

在以柔性铰链连接刚性连杆的柔性机构中,连杆的长度大于其高度,所以必然存在一个长度等于杆件高度的正方形区域。以此正方形为拓扑优化区域,设计的柔性铰链不仅具有普遍性,而且能够使柔性铰链结构更加紧凑。如图1所示,连杆尺寸为 $40\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$,为在其末端拓扑优化出柔性铰链,选取边长等于 10 mm 的立方体为拓扑优化区域 Ω_D ,非拓扑优化区域 Ω_N 为 $40\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ 的长方体。利用有限元思想将连杆等分成 $32\ 000$ 个边长为 0.5 mm 的细小立方体单元,设计区域 Ω_D 包含可变密度单元 $8\ 000$ 个,其余为非设计区域 Ω_N 所属的不可变密度单元。拓扑优化过程中,以设计区域 Ω_D 中每个单元的单元密度 ρ_e 为设计变量,假想材料的原始密度为 ρ_0 ,单元的相对密度 $x^e = \rho_e / \rho_0$, x^e 在 $0 \sim 1$ 之间连续取值;而在非设计区域 Ω_N 中,所有不可变密度单元密度为 ρ_0 。

如图1所示,以设计区域 Ω_D 左边为固定端,分别建立5个独立的工况:工况 F_x 、工况 F_y 、工况 F_z 中,在非设计区域右端加载沿 x 轴、 y 轴、 z 轴方向 1 N 单位力,并建立拓扑优化模型中沿坐标轴正方向的拓扑优化响应;工况 F_1 、工况 F_2 中,在非设计区域右端加载 zOy 平面内与 z 轴正方向成 $\pm 45^\circ$ 角的 1 N 单位力,并建立综合考虑对 y 轴和 z 轴方向不同柔度需求的拓扑优化响应。下文将详细说明这些拓扑优化响应。

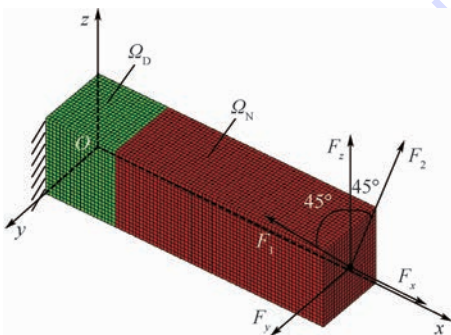


图1 拓扑优化区域与工况示意图

Fig. 1 Schematic of topology optimization area and working conditions

工况 F_x 和工况 F_z 的拓扑优化模型的柔度响应分别表征 x 轴方向柔度 C_x 和 z 轴方向柔度 C_z 。性能优异的单轴柔性铰链具有较小的 x 轴方向柔度 C_x 和较大的 z 轴方向柔度 C_z ,因此以最大柔度比为拓扑优化目标:

$$\text{Maximize: } F(\rho) = C_z / C_x$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} C_x = \mathbf{F}_x^T \cdot \mathbf{u}_x \\ C_z = \mathbf{F}_z^T \cdot \mathbf{u}_z \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{F}_x^T 为工况 F_x 柔性铰链末端所加载荷矩阵的转置; \mathbf{u}_x 为工况 F_x 柔性铰链末端的位移矩阵; \mathbf{F}_z^T 为工况 F_z 柔性铰链末端所加载荷矩阵的转置; \mathbf{u}_z 为工况 F_z 柔性铰链末端的位移矩阵^[12]。

中心漂移是一种柔性铰链转动中心随铰链弹性变形发生位置变化的现象,中心漂移严重影响着转动精度。为提高拓扑优化结果的转动精度,必须抑制拓扑优化模型的中心漂移。

图2中,柔性铰链转动产生的中心漂移为 d , d 是旋转后中性层反向延长线与原中性层的交点 C 和理论中心 O 的距离。由相似三角形原理,定义式(2)的中心漂移精度 ε 表征 d ,以抑制中心漂移:

$$\varepsilon = |d_z / l_z - (l_d + 2l_n) / l_d| \leq \varepsilon^* \quad (2)$$

式中: d_z 为非优化区域右侧中点 D 的 z 向位移响应; l_z 为优化区域右侧中点 B 的 z 向位移响应; l_d 为优化区域长度; l_n 为非优化区域长度; ε^* 为设定的中心漂移精度。由相似三角形原理计算可知,当中心漂移 $d \leq 0.085\text{ mm}$ 时,等价 $\varepsilon \leq 0.1$,故本文 ε^* 取值 0.1 。

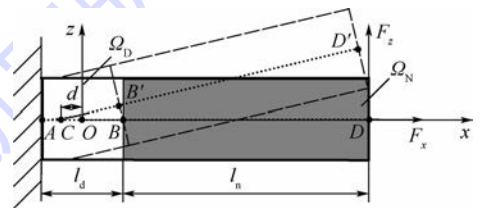


图2 拓扑优化模型的正视图和中心漂移
Fig. 2 Front view and center drift of topology optimization model

抗干扰能力更强的单轴柔性铰链工作方向的柔度最大,非工作方向的柔度小。图1所示的5种不同工况中,运动分别为沿 x 轴、 y 轴、 z 轴、1方向、2方向,而只有 z 轴是工作方向,其他方向为非工作方向。因此, z 轴方向柔度越大并且其他方向柔度越小的拓扑,其优化结果越符合单轴柔性铰链对抗干扰能力的要求。

工况 F_z 、工况 F_1 、工况 F_2 中右端中心点的 z 向位移响应分别为 d_{z-F_z} 、 d_{z-F_1} 、 d_{z-F_2} ; 工况 F_y 中右

端中心点的 y 向位移响应为 d_{y-F_y} 。其中, d_{z-F_z} 为工作方向位移响应,其他位移响应是非工作方向位移响应。由几何关系可知:工况 F_1 、工况 F_2 右端中心点的实际位移为 $\sqrt{2}d_{z-F_1}$ 、 $\sqrt{2}d_{z-F_2}$ 。创建 3 个第 2 类拓扑优化响应位移比 $s_{z-y} = d_{z-F_z}/d_{y-F_y}$ 、 $s_{z-1} = d_{z-F_z}/(\sqrt{2}d_{z-F_1})$ 、 $s_{z-2} = d_{z-F_z}/(\sqrt{2}d_{z-F_2})$,并根据传统单轴柔性铰链柔度的相关经验值确定各位移比最小值: z 方向柔度至少是 y 方向柔度的 1000 倍,是 1 方向、2 方向的 100 倍。因此,给定拓扑优化约束 $s_{z-y} \geq 1000$ 、 $s_{z-1} \geq 100$ 、 $s_{z-2} \geq 100$,以增大拓扑优化结果工作方向柔度,并减小非工作方向柔度。

所有单元的相对密度 x^e 与单元体积 v_e 的乘积之和等于优化区域拓扑优化后的体积,与拓扑优化前体积 V_0 之比为体积分数响应 V ,限制体积分数即限制材料用量,如式(3)所示。根据处理拓扑优化问题保留体积分数的常用经验值, V^* 取值 0.3。

$$V = \sum_{e=1}^N x^e v_e / V_0 \leq V^* \quad (3)$$

为避免求解刚度矩阵时出现奇异解,将相对密度下限 x_{\min}^e 设定为接近 0 但不等于 0 的值。

$$0 < x_{\min}^e \leq x^e \leq 1 \quad e = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

综上,基于变密度法的拓扑优化模型为

$$\text{Find: } \boldsymbol{\rho} = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_e, \dots, \rho_N]^T \in R_N$$

$$\text{Maximize: } F(\boldsymbol{\rho}) = C_z / C_x$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} C_x = \mathbf{F}_x^T \cdot \mathbf{u}_x \\ C_z = \mathbf{F}_z^T \cdot \mathbf{u}_z \\ x^e = \rho_e / \rho_0 \\ s_{z-y} \geq 1000 \\ s_{z-1} \geq 100 \\ s_{z-2} \geq 100 \\ \varepsilon \leq \varepsilon^* = 0.1 \\ V \leq V^* = 0.3 \\ 0 < x_{\min}^e \leq x^e \leq 1 \quad e = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (5)$$

1.2 拓扑优化过程和结果

HyperWorks 软件中的 OptiStruct 模块是基于变密度材料插值法进行拓扑优化迭代计算的,借助该软件将 1.1 节建立的拓扑优化模型实现求解,经过 38 轮迭代计算,得到满足各限制条件的拓扑优化结果,终止迭代计算,完成单轴柔性铰链的拓扑优化设计。输出拓扑优化结果的密度阈值设置为 0.3,即单元的相对密度 x^e 大于 0.3 的单元将被保留,小于 0.3 的单元将被去除,得到拓扑优化过程和结果如图 3 所示。

由此得到新型三维拓扑结构的几何模型如图 4 所示。设 b 为铰链宽度, $b = 10 \text{ mm}$; $t_i(x)$ 为截面高度; $b_i(x)$ 为截面宽度。设 R 为半圆切口轮廓的半径, t 为柔性铰链中间最薄处的厚度, r 为孔洞域半圆部分的半径, l 为孔洞域矩形部分的宽度,如图 5 所示。则拓扑优化结果为: $R = 4.75 \text{ mm}$, $t = 0.5 \text{ mm}$, $r = 1.5 \text{ mm}$, $l = 5 \text{ mm}$ 。

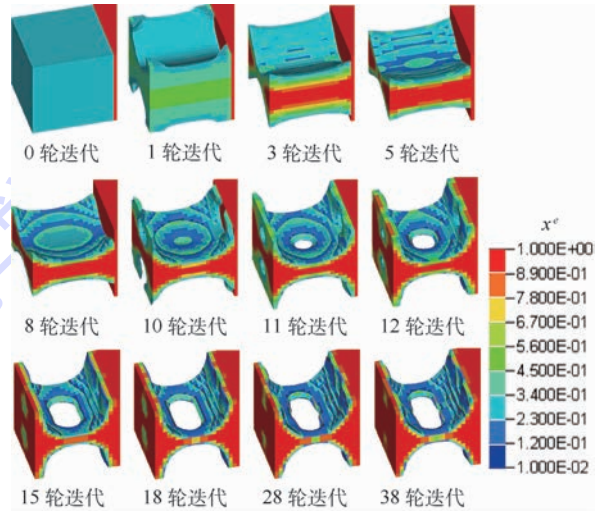


图 3 拓扑优化过程和结果

Fig. 3 Process and results of topology optimization

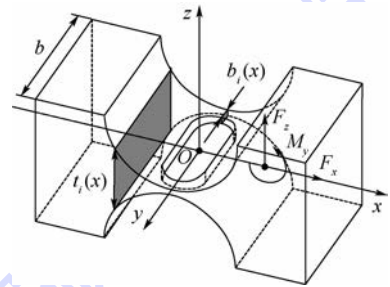


图 4 新型柔性铰链三维图

Fig. 4 3D drawing of new flexure hinge

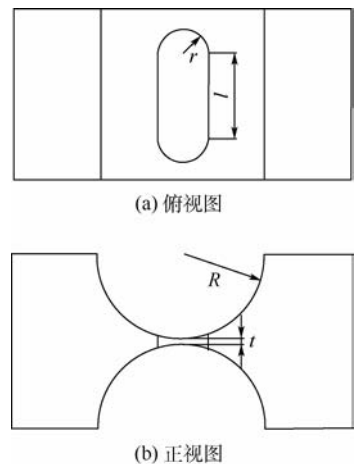


图 5 新型柔性铰链俯视图、正视图及参数

Fig. 5 Top and front view of new flexure hinge with parameters

2 柔度理论分析

如图6所示,以平面 $x = -r$ 和平面 $x = r$ 为分割面将柔性铰链分割成4个弯曲片段,按位置对其编号。第 i ($i = 1, 2, 3, 4$) 个弯曲片段截面高度 $t_i(x)$ 和宽度 $b_i(x)$ 的数学表达式为

$$t_i(x) = 2\left(R + \frac{t}{2}\right) - 2\sqrt{R^2 - x^2} \quad x \in [-R, R] \quad (6)$$

$$\begin{cases} b_1(x) = b_2(x) = 10 & x \in [-R, -r] \cup x \in (r, R] \\ b_3(x) = b_4(x) = 5 - \frac{l}{2} - \sqrt{r^2 - x^2} & x \in [-r, r] \end{cases} \quad (7)$$

第1个和第2个弯曲片段的截面是高度随切口轮廓变化、宽度不变的矩形,第3个和第4个弯曲片段的截面是高度随切口轮廓变化、宽度随孔洞域轮廓变化的矩形,则每个截面的惯性矩为

$$I_i(x) = \frac{b_i(x)(t_i(x))^3}{12} \quad (8)$$

每个截面的面积为

$$A_i(x) = b_i(x)t_i(x) \quad (9)$$

为求解新型柔性铰链柔度,使用等效弹簧系统描述新型柔性铰链的拓扑结构。如图6所示,4个弯曲片段的刚度系数分别为 k_1, k_2, k_3, k_4 ,通过弹簧的串并联关系求解等效弹簧刚度系数。 k_3 和 k_4 并联后与 k_1, k_2 串联,所以等效刚度系数为

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_3 + k_4} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \quad (10)$$

柔度 C 是刚度系数 k 的倒数, $C = 1/k$, 由式(10)推导得柔性铰链的等效柔度为

$$C = C_1 + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} + C_2 \quad (11)$$

求解各弯曲片段柔度,并结合式(11)即可

求得该新型柔性铰链柔度,下面将求解第 i 个弯曲片段的柔度。

基于微小位移欧拉-伯努利梁理论将各柔性片段简化为一端固定一段自由的悬臂梁^[15]。如图7所示,左侧 A 点为悬臂梁固定端,右侧 B 点为自由端, O 点为悬臂梁的几何中心,并以 O 点为原点建立坐标轴, AB 的长度为 $2a_i$ 。

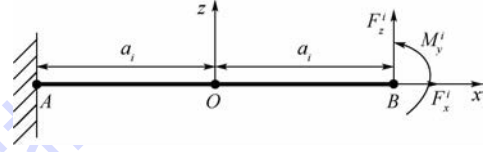


图7 第 i 个弯曲片段简化悬臂梁示意图
Fig. 7 Schematic of the i th bending segment's simplified cantilever beam

卡氏第二定理:

$$\mathbf{L}^i = \mathbf{C}^i \mathbf{F}^i \quad (12)$$

式中: \mathbf{L}^i 为第 i ($i = 1, 2, 3, 4$) 个弯曲片段变形量矩阵; \mathbf{C}^i 为第 i 个弯曲片段的柔度矩阵; \mathbf{F}^i 为第 i 个弯曲片段载荷矩阵,即

$$\mathbf{L}^i = \begin{bmatrix} x^i \\ \theta_y^i \\ z^i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{F}^i = \begin{bmatrix} F_x^i \\ M_y^i \\ F_z^i \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{C}^i = \begin{bmatrix} C_{x-F_x}^i & 0 & 0 \\ 0 & C_{\theta_y-M_y}^i & C_{\theta_y-F_z}^i \\ 0 & C_{z-M_y}^i & C_{z-F_z}^i \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中: x^i 为第 i 个弯曲片段末端 x 轴方向位移; θ_y^i 为第 i 个弯曲片段末端以 y 轴为轴的转角; z^i 为第 i 个弯曲片段末端 z 轴方向位移; F_x^i, M_y^i 和 F_z^i 分别为第 i 个弯曲片段末端加载的 x 轴方向力、 y 轴方向弯矩和 z 轴方向力; $C_{x-F_x}^i$ 为 B 点在 F_x^i 作用下的 x 轴方向位移; $C_{\theta_y-M_y}^i$ 和 $C_{z-M_y}^i$ 分别为 B 点在 M_y^i 作用下 y 轴转角和 z 轴方向位移; $C_{\theta_y-F_z}^i$ 和 $C_{z-F_z}^i$ 分别为 B 点在 F_z^i 作用下 y 轴转角和 z 轴方向位移。

由卡氏第一定理求解式(13):

$$\begin{cases} x^i = \frac{\partial U^i}{\partial F_x^i} \\ \theta_y^i = \frac{\partial U^i}{\partial M_y^i} \\ z^i = \frac{\partial U^i}{\partial F_z^i} \end{cases} \quad (16)$$

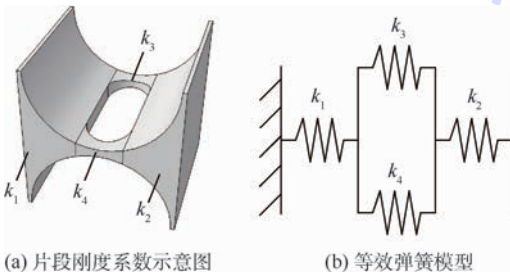


图6 柔性铰链等效弹簧刚度示意图

Fig. 6 Schematic of flexure hinge's equivalent spring stiffness

悬臂梁在 x 轴方向只受 F_x^i 作用, x 处所受弯矩为 M_y^i 和 F_z^i 对 x 点的弯矩之和,因此简化悬臂梁的变形能 U^i 的表达式为

$$U^i = \frac{1}{2} \int_{-a_i}^{a_i} \left\{ \frac{(F_x^i)^2}{EA_i(x)} + \frac{[M_y^i + (a_i - x)F_z^i]^2}{EI_i(x)} \right\} dx \quad (17)$$

式中: E 为弹性模量。

将式(8)和式(9)代入式(16)和式(17)得到 L^i , 再将 L^i 和 F^i 代入式(12)得到第 i 个弯曲片段的柔度矩阵 C^i 。 C^i 中主对角线柔度项是衡量柔度的关键,所以只求解主对角线柔度项:

$$C_{x-F_x}^i = \int_{-a_i}^{a_i} \frac{1}{EA_i(x)} dx \quad (18)$$

$$C_{\theta_y-M_y}^i = \int_{-a_i}^{a_i} \frac{1}{EI_i(x)} dx \quad (19)$$

$$C_{z-F_z}^i = \int_{-a_i}^{a_i} \frac{(a_i - x)^2}{EI_i(x)} dx \quad (20)$$

由式(18)~式(20)得到第 i 个弯曲片段的柔度项表达式具体形式。

$C_{x-F_x}^i$ 柔度项表达式:

$$C_{x-F_x}^1 = C_{x-F_x}^2 = \int_{-R}^{-r} \frac{1}{EA_1(x)} dx = \frac{1}{bE} \int_{-R}^{-r} \frac{1}{t_1(x)} dx \quad (21)$$

$$C_{x-F_x}^3 = C_{x-F_x}^4 = \int_{-r}^r \frac{1}{EA_1(x)} dx = \frac{1}{E} \int_{-r}^r \frac{1}{b_3(x)t_3(x)} dx \quad (22)$$

$C_{\theta_y-M_y}^i$ 柔度项表达式:

$$C_{\theta_y-M_y}^1 = C_{\theta_y-M_y}^2 = \int_{-R}^{-r} \frac{1}{EI_1(x)} dx = \frac{12}{bE} \int_{-R}^{-r} \frac{1}{(t_1(x))^3} dx \quad (23)$$

$$C_{\theta_y-M_y}^3 = C_{\theta_y-M_y}^4 = \int_{-r}^r \frac{1}{EI_3(x)} dx = \frac{12}{E} \int_{-r}^r \frac{1}{b_3(x)(t_3(x))^3} dx \quad (24)$$

$C_{z-F_z}^i$ 柔度项表达式:

$$C_{z-F_z}^1 = C_{z-F_z}^2 = \int_{-R}^{-r} \frac{(R-x)^2}{EI_1(x)} dx = \frac{12}{bE} \int_{-R}^{-r} \frac{(R-x)^2}{(t_1(x))^3} dx \quad (25)$$

$$C_{z-F_z}^3 = C_{z-F_z}^4 = \int_{-r}^r \frac{(R-x)^2}{EI_3(x)} dx = \frac{12}{E} \int_{-r}^r \frac{(R-x)^2}{b_3(x)(t_3(x))^3} dx \quad (26)$$

将式(21)~式(26)代入式(11),可求得新型柔性铰链柔度项 C_{x-F_x} 、 $C_{\theta_y-M_y}$ 和 C_{z-F_z} 。在 MATLAB 中编写该新型柔性铰链柔度计算程序,得到不同参数

新型柔性铰链的柔度矩阵主对角柔度项理论值。

3 有限元仿真分析验证

为验证新型柔性铰链柔度矩阵理论分析的正确性,利用 ABAQUS 软件对新型柔性铰链进行有限元仿真分析。在仿真分析中,孔洞域尺寸同拓扑优化结果的孔洞域尺寸,即 $r = 1.5 \text{ mm}$, $l = 5 \text{ mm}$ 。

材料为弹性模量 $E = 110 \text{ GPa}$ 、泊松比 $\nu = 0.3$ 的钛合金。单轴柔性铰链的边界条件和载荷加载情况如图 4 所示。模型左侧固定,在铰链右侧末端中点 B 点施加 y 轴方向单位弯矩 $M_y = 1 \text{ N} \cdot \text{mm}$ 得到柔度项 $C_{\theta_y-M_y}$;在铰链右侧末端 B 点分别施加 x 和 z 轴方向单位力 $F_x = 1 \text{ N}$ 和 $F_z = 1 \text{ N}$ 得到柔度项 C_{x-F_x} 、 C_{z-F_z} 。新型柔性铰链的仿真变形结果如图 8 所示,仿真值如表 1 中所示。利用第 2 节理论分析计算得到表 1 中理论值, δ 为理论值和仿真值的相对误差。

表 1 中采用控制变量法,参数 R 在 $[4, 10] \text{ mm}$ 的区间上间隔 2 取值,参数 t 在 $[0.2, 0.5] \text{ mm}$ 的区间上间隔 0.1 取值,共 16 组数据。

$C_{\theta_y-M_y}$ 柔度项相对误差的最大值为 6.36%,最小值为 0.83%,平均值为 3.46%; C_{z-F_z} 柔度项相对误差最大值为 5.11%,最小值为 0.79%,平均值为 3.05%; C_{x-F_x} 柔度项相对误差最大值为 5.32%,最小值为 0.54%,平均值为 3.20%。理论分析和仿真分析数值的相对误差均小于 6.36%,在误差允许范围内,验证了柔度矩阵理论公式的正确性。

但还存在一定的误差,是因为使用等效弹簧模型串并联关系描述孔洞域和实体域关系会带来一定误差;而且柔性铰链是一个空间连续体,而有限元法的思想是把无限的连续用有限的网格离散变形体近似,这时将产生离散误差,并且为使有限元分析同时兼顾精度和效率,所以单元不能过于细化也是引起误差的一个原因。

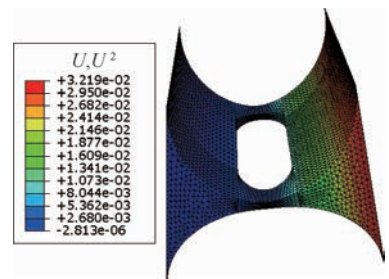


图 8 新型柔性铰链有限元仿真分析
Fig. 8 FEA of new flexure hinge

表1 新型柔性铰链柔度理论值与仿真值对比

Table 1 Comparison of theoretical and simulation compliance values of new flexure hinge

R/mm	t/mm	$C_{\theta_y-M_y}$			C_{z-F_z}			C_{x-F_x}		
		理论值/ ($10^{-4} \text{ rad} \cdot$ ($\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$))	仿真值/ ($10^{-4} \text{ rad} \cdot$ ($\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$))	相对 误差/%	理论值/ ($10^{-2} \text{ N}^{-1} \cdot$ mm)	仿真值/ ($10^{-2} \text{ N}^{-1} \cdot$ mm)	相对 误差/%	理论值/ ($10^{-6} \text{ N}^{-1} \cdot$ mm)	仿真值/ ($10^{-6} \text{ N}^{-1} \cdot$ mm)	相对 误差/%
4	0.2	64.442	66.383	3.01	10.420	10.770	3.36	37.143	38.302	3.12
4	0.3	23.106	23.298	0.83	3.775	3.805	0.79	28.384	28.538	0.54
4	0.4	11.298	11.005	2.59	1.858	1.810	2.58	23.641	22.985	2.77
4	0.5	6.202	6.123	1.27	1.026	1.014	1.17	19.700	19.352	1.77
6	0.2	77.907	78.843	1.20	28.263	28.695	1.53	42.968	43.792	1.92
6	0.3	28.290	27.365	3.27	10.316	10.023	2.84	33.563	32.419	3.41
6	0.4	13.458	12.810	4.81	4.927	4.724	4.12	27.114	26.029	4.00
6	0.5	7.401	7.073	4.43	2.720	2.626	3.46	22.915	21.882	4.51
8	0.2	86.393	88.427	2.35	55.480	57.161	3.03	46.336	47.892	3.36
8	0.3	31.454	30.408	3.33	20.309	19.784	2.59	36.874	35.342	4.15
8	0.4	14.781	14.133	4.38	9.571	9.259	3.26	29.199	28.345	2.92
8	0.5	8.288	7.761	6.36	5.282	5.012	5.11	25.165	23.827	5.32
10	0.2	95.256	96.204	1.00	95.177	97.148	2.07	50.632	51.210	1.14
10	0.3	34.478	32.827	4.79	34.696	33.372	3.82	38.963	37.730	3.16
10	0.4	16.066	15.174	5.55	16.209	15.534	4.16	31.940	30.258	5.27
10	0.5	8.849	8.299	6.22	8.997	8.557	4.89	26.450	25.449	3.78

4 与圆弧型柔性铰链的对比

通过该新型柔性铰链结构特点可知,其是以经典的圆弧型柔性铰链的实体域为基础,在铰链厚度最小处的水平面添加孔洞域而来,现对比相同参数 R 和 t 的 2 种柔性铰链的柔度与柔度比。

基于第 2 节新型柔性铰链的理论分析计算出新型柔性铰链的 C_{x-F_x} 、 $C_{\theta_y-M_y}$ 和 C_{z-F_z} 柔度项,文献[4]计算出圆弧型柔性铰链的 C_{x-F_x} 、 $C_{\theta_y-M_y}$ 和 C_{z-F_z} 柔度项,并定义柔度比 $\chi = C_{z-F_z}/C_{x-F_x}$ 。图 9 绘制了有相同参数 R 和 t 的圆弧型柔性铰链和新型柔性铰链的 $C_{\theta_y-M_y}$ 和 C_{z-F_z} 柔度项对比; $\gamma_{\theta_y-M_y}$ 为新型柔性铰链与圆弧型柔性铰链的 $C_{\theta_y-M_y}$ 柔度项比值, γ_{z-F_z} 为新型柔性铰链与圆弧型柔性铰链的 C_{z-F_z} 柔度项比值,这 2 个参数用以衡量 2 种柔性铰链柔度差异。图 10 为 2 种柔性铰链的柔度比 χ 对比, γ_χ 为 2 种柔性铰链的柔度比 χ 的比值。

通过图 9 可知,圆弧型柔性铰链和新型柔性铰链的柔度都随参数 R 的增大和参数 t 的减小而增大。但新型柔性铰链的柔度明显大于具有相同切口轮廓的圆弧型柔性铰链,尤其当参数 R 越大,参数 t 越小时,柔度增大的趋势越明显。 $\gamma_{\theta_y-M_y}$ 和 γ_{z-F_z} 都稳定在 $\gamma = 4$ 平面,所以新型柔性铰链的转动性能是圆弧型柔性铰链转动能力的 4 倍,新型柔性铰链具有更大的转动能力,柔度提

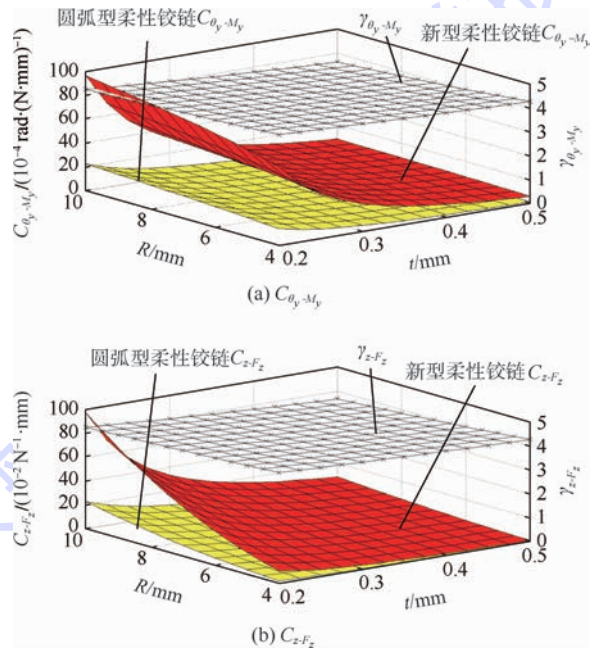


图9 2种柔性铰链 $C_{\theta_y-M_y}$ 和 C_{z-F_z} 柔度项对比
Fig.9 Comparison of compliance item $C_{\theta_y-M_y}$ and C_{z-F_z} between two flexure hinges

升 300%。

图 10 表明,在柔度比 χ 的对比中,新型柔性铰链的柔度比 χ 也明显大于圆弧型柔性铰链, γ_χ 稳定在 $\gamma = 1.5$ 平面,证明新型柔性铰链在 z 轴方向可以获得更大的柔度,也表明拓扑优化模型正确。

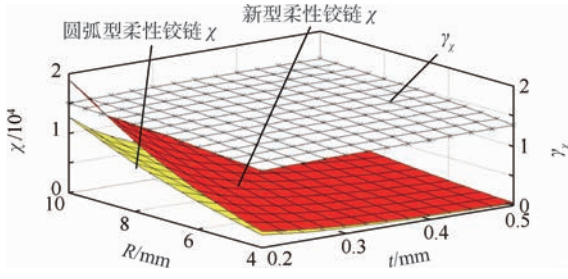


图 10 2 种柔性铰链柔度比对比

Fig. 10 Comparison of compliance ratio χ between two flexure hinges

5 结 论

1) 本文基于三维连续体拓扑优化的变密度法,建立了单轴柔性铰链的拓扑优化模型,设计出一种具有全新三维拓扑结构的单轴柔性铰链。

2) 借助等效弹簧模型描述新型柔性铰链的三维拓扑结构,推导出其柔度矩阵,设计 16 组实例进行有限元仿真分析,并与理论分析值进行对比,结果表明有限元仿真分析值和理论计算值的相对误差在 6.36% 以内,验证了理论分析的正确性。

3) 对比具有相同参数的新型柔性铰链与圆弧型柔性铰链的柔度和柔度比,结果表明新型柔性铰链比圆弧型柔性铰链柔度提升 300%,柔度比是其 1.5 倍。

综上,本文使用三维连续体拓扑优化方法,为设计单轴柔性铰链提供了一种在垂直于切口轮廓面的水平面添加孔洞域的思路,此设计结果可以明显增大单轴柔性铰链的转动能力。

参考文献 (References)

[1] 于靖军,郝广波,陈贵敏,等. 柔性机构及其应用研究进展[J]. 机械工程学报,2015,51(13):53-68.
YU J J,HAO G B,CHEN G M,et al. State-of-art of compliant mechanisms and their applications[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2015,51(13):53-68(in Chinese).

[2] 余跃庆,李清清. Y 型柔性铰链的设计与实验[J]. 光学精密工程,2017,25(2):394-400.
YU Y Q,LI Q Q. Design and experiment of Y-type flexure hinge[J]. Optics and Precision Engineering,2017,25(2):394-400(in Chinese).

[3] 陈贵敏,贾建援,刘小院,等. 柔性铰链精度特性研究[J]. 仪器仪表学报,2004,25(4):107-109.
CHEN G M,JIA J Y,LIU X Y,et al. Study on the accuracy of flexible hinges[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2004,25(4):107-109(in Chinese).

[4] LOBONTIU N,GARCIA E. Analytical model of displacement amplification and stiffness optimization for a class of flexure-based compliant mechanisms[J]. Computers and Structures,2003,81(32):2797-2810.

[5] SMITH S T,BADAMI V G,Dale J S,et al. Elliptical flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments,1997,68(3):1474-1483.

[6] CHEN G M,LIU X Y,GAO H W,et al. A generalized model for conic flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments,2009,80(5):106-116.

[7] 邱丽芳,南铁玲,柳林. 微柔性铰链转动能力和精度特性研究[J]. 微纳电子技术,2007,44(12):1068-1072.
QIU L F,NAN T L,LIU L. Study on the rotation capacity and the precision of micro flexible hinges[J]. Micronanoelectronic Technology,2007,44(12):1068-1072(in Chinese).

[8] 卢倩,黄卫清,王寅,等. 深切口椭圆柔性铰链优化设计[J]. 光学精密工程,2015,23(1):206-215.
LU Q,HUANG W Q,WANG Y,et al. Optimization design of deep-notch elliptical flexure hinges[J]. Optics and Precision Engineering,2015,23(1):206-215(in Chinese).

[9] 卢倩,黄卫清,孙梦馨. 基于柔度比优化设计杠杆式柔性铰链放大机构[J]. 光学精密工程,2016,24(1):102-111.
LU Q,HUANG W Q,SUN M X. Optimization design of amplification mechanism for level flexure hinge based on compliance ratio[J]. Optics and Precision Engineering,2016,24(1):102-111(in Chinese).

[10] 于靖军,裴旭,毕树生,等. 柔性铰链机构设计方法的研究进展[J]. 机械工程学报,2010,45(13):2-13.
YU J J,PEI X,BI S S,et al. State-of-arts of design method for flexure mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering,2010,45(13):2-13(in Chinese).

[11] ZHU B L,ZHANG X M,FATIKOW S. Design of single-flexure hinges using continuum topology optimization method[J]. Science China: Technological Sciences,2014,57(3):560-567.

[12] LIU M,ZHANG X M,FATIKOW S. Design and analysis of a high-accuracy flexure hinge[J]. Review of Scientific Instruments,2016,87(5):055106.

[13] 刘敏,张宪民. 基于类 V 型柔性铰链的微小位移放大机构[J]. 光学精密工程,2017,25(4):467-476.
LIU M,ZHANG X M. Mico-displacement amplifier based on quasi-V-shaped flexure hinge[J]. Optics and Precision Engineering,2017,25(4):467-476(in Chinese).

[14] LIU M,ZHANG X M,FATIKOW S. Design and analysis of a multi-notched flexure hinge for compliant mechanisms[J]. Precision Engineering,2017,48:292-304.

[15] PAROS J M,WEISBORO L. How to design flexure hinges[J]. Machine Design,1965,37(27):151-156.

作者简介:

邱丽芳 女,博士,教授。主要研究方向:机械设计及理论、柔性机构设计及研究。

Topological structure design and compliance analysis of a new single-axis flexure hinge

QIU Lifang^{*}, CHEN Haixiang, WU Youwei

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on three-dimensional continuum topology optimization theory, aimed at maximizing compliance ratio, solid isotropic material with penalization model was used to establish the topology optimization model of a single-axis flexure hinge. With the help of OptiStruct, this paper designed a kind of single-axis flexure hinge with a new three-dimensional topological structure. Secondly, combining Castigliano's second theorem and the method of energy for the compliance of flexure hinge in theory, it deduced the compliance matrix of the new flexure hinge. 16 groups' analysis in theory and finite element simulation analysis showed the correctness of the theoretical formula because the relative error of analysis and FEA was within 6.35%. Finally, it compared the difference of compliance between the new flexure hinge and circular flexure hinge with the same cut profile. The results show that the new flexure hinge has much better performance in compliance. Compared with the circular flexure hinge, its compliance can be improved by 300%. Based on the three-dimensional continuum topology optimization method, this paper presented a new thought for the design of single-axis flexure hinge.

Keywords: circular flexure hinge; three-dimensional continuum topology optimization; variable density method; compliance ratio; compliance analysis

Received: 2017-06-07; **Accepted:** 2017-10-16; **Published online:** 2017-11-28 17:09

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171128.1709.005.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51475037)

*** Corresponding author.** E-mail: qlf@ustb.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0444

Co 和 P 掺杂对 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光电化学催化分解水的影响



朱珊¹, 俞有幸^{1,*}, 郝维昌²

(1. 北京航空航天大学 材料科学与工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学 物理科学与核能工程学院, 北京 100083)

摘 要: 在众多光阳极材料中, 纳米结构材料 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 由于其光吸收显著、化学稳定性好、储量丰富等优势, 被认为是最有前途的材料之一。利用水热法制备了具有良好光解水性能的 Co 和 P 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米材料。经过掺杂后 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米材料仍为纳米棒状形貌, 纳米棒的粒径增加。实验发现, Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 制成的电极在标准光照射下的最大光生电流密度为 0.453 mA/cm^2 , 是未掺杂样品的 20.6 倍, P 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 制成的电极在标准光照射下的最大光生电流密度为 0.276 mA/cm^2 , 是未掺杂样品的 12.5 倍, 具备了高效光解水性能。同时通过 SEM、TEM、XRD、UV-Vis 和 Mott-Schottky 测试等方法, 结合形貌与结构表征, 研究了 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的光电化学分解水性能影响机理。

关键词: 光电化学催化分解水; $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$; Co 掺杂; P 掺杂; 纳米结构材料

中图分类号: O643.3; TQ116.2

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1141-06

光电化学催化分解水是利用太阳光的能量使水分子分解, 生成氢气和氧气。氢气可以作为清洁能源储存起来, 为解决能源问题提出了全新的概念和方法, 开启了太阳能光催化分解水技术研究的新篇章^[1-3]。 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 具有良好的化学稳定性、无毒性、可见光吸收、储量丰富和成本低等优点, 同时其禁带宽度较小(2.1 eV), 价带边缘低于水氧化电势^[4], 为 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 作为光电阳极材料用于光电化学催化分解水带来了希望^[5], 并且理论上在标准光辐射下可以产生高达 12.6 mA/cm^2 的光生电流密度, 太阳能转换效率理想值高达 15.5%。然而 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 电导率低 ($10^{-14} \Omega \cdot \text{cm}$)、光生空穴复合快、析氧反应动力学差以及空穴扩散距离(2~4 nm)短等几个关键因素极大地限制了 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的光电化学性能^[3,6]。自 20 世纪

70 年代以来, 科研人员不断开展非等效金属元素 ($\text{Ti}^{[7-10]}$ 、 $\text{Zr}^{[11-12]}$ 、 $\text{Mg}^{[13-14]}$ 、 $\text{Cu}^{[15]}$ 、 $\text{Zn}^{[16-17]}$) 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 充当电子给体或电子受体以提高电导率的研究。由于 Fe 在 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 为 +3 价, 非等效金属元素掺杂会产生额外的电子 (Ti^{4+} 、 Zr^{4+}) 或空穴 (Mg^{2+} 、 Cu^{2+} 、 Zn^{2+})。现阶段多是非等效金属元素掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$, 鲜有等效金属元素掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 来提高光电化学催化分解水性能的研究报道。

Co 与 Fe 同属 VIII 族元素, 具有相似的原子半径和电子亲合性。Schreiber 等^[18] 用 Co 助催化剂修饰 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜, 提高了其在波长为 370~450 nm 可见光范围内的光电转换效率 (IPCE)。Liao 等^[19] 通过密度泛函理论计算, 得出 Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 能够减小分解水的氧化电位。本文通过水

收稿日期: 2017-07-03; 录用日期: 2017-09-22; 网络出版时间: 2017-10-09 17:47

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171009.1747.001.html

基金项目: 国家自然科学基金 (51201004)

* 通信作者. E-mail: yuyouxing@buaa.edu.cn

引用格式: 朱珊, 俞有幸, 郝维昌. Co 和 P 掺杂对 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光电化学催化分解水的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1141-1146. ZHU S, YU Y X, HAO W C. Effect of Co and P doping on $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ photoelectrochemical catalysis water splitting[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1141-1146 (in Chinese).

热法成功将 Co 掺杂到 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 中。在外加偏压为 1.23 V vs RHE 时 (RHE 为相对可逆氢电极), Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光阳极的光生电流密度为 0.453 mA/cm^2 , 是未掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光阳极的光生电流密度的 20.6 倍。此外, 非金属元素掺杂除了 Si^[20-21] 以外, P 掺杂也是一种有效的措施, 它可以提供更多的电子载流子和较少的深电子俘获位点^[22]。本文将对 Co 和 P 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的光阳极进行比较研究, 阐明等效金属元素 Co 掺杂和非金属元素 P 掺杂对于光电化学催化分解水的作用。

1 实验方法

$\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜的制备方法: 室温下, 用电子天平称量 2.025 g $\text{FeCl}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ (西陇化工有限公司, 99%) 和 8.500 g NaNO_3 (北京化工厂, 99%), 通过磁力搅拌机使其溶解于 50 mL 去离子水中, 加入适量盐酸调节溶液 pH 至 1.5 左右。将清洗干净的 FTO 导电玻璃 (表面电阻为 $16 \Omega/\text{sq}$) 和搅拌好的溶液放入反应釜 (聚四氟乙烯: 100 mL) 中密封, 125°C 保温 4 h。保温结束冷却至室温时打开反应釜, 取出 FTO 玻璃, 用离子水冲洗干净并干燥放入马弗炉中, 设置升温速率为 $10^\circ\text{C}/\text{min}$, 550°C 保温 2 h, 继续升温至 750°C , 保温 20 min。

Co 掺杂的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜的制备方法: 在水热反应溶液中加入 $0.075 \text{ mmol Co}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, 其他反应过程同 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜制备过程。

P 掺杂的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜的制备方法: 将水热反应后的 FTO 清洗干燥后以一定角度倾斜放入 0.05 mol 的 Na_2HPO_4 溶液中浸泡 2 min, 再进行相同的热处理过程。

采用扫描电子显微镜 (Scanning Electron Microscope, SEM, 型号 JSM-4800)、透射电子显微镜 (Transmission Electron Microscope, TEM, 型号 JEOL JEM-2100F) 对 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜进行形貌观察。紫外-可见光吸收光谱 (UV-Vis) 采用 U3010 型分光光度计获得。光电化学性能的测量在辰华 660D 电化学工作站中进行, 采用三电极体系, 其中铂丝为对电极, 饱和甘汞电极 (SCE) 为参比电极。 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光阳极的工作面积为 1 cm^2 。电解液为 NaOH 溶液 (pH 为 13.6)。测试光源为氙灯 (XQ350W) 模拟太阳光, 调节光照强度为 100 mW/cm^2 (光经过电解池的石英玻璃窗垂直照射在 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光电极的背面)。

2 结果和讨论

图 1 为未掺杂的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜与 Co 和 P 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜的光生电流密度-电势 (J - V) 曲线。从图中可以看出, 在无光照条件下, 外加偏压小于 1.50 V 时, 并无明显的电流 ($< 10 \mu\text{A/cm}^2$), 这是因为 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜与电解液界面处形成内建电场, 使得电解液与半导体电荷转移受到阻碍^[21]。 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光生电流如图 1 中实线所示, 在 1.23 V vs RHE 时, 未掺杂的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的光生电流密度仅为 0.022 mA/cm^2 , 远低于文献报道值^[7-10, 15-17, 23]。而经过 Co 和 P 掺杂后的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的光生电流密度分别为 0.453 和 0.276 mA/cm^2 , 为未掺杂的 20.6 和 12.5 倍。

为了研究 Co 和 P 掺杂后 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光电化学性能得到提高的原因, 本文进行了 Mott-Schottky 测试分析。利用 Randles 电路模型来拟合阻抗数据和空间电荷电容 C_{sc} , 绘制图 2。根据 Mott-Schottky 等式:

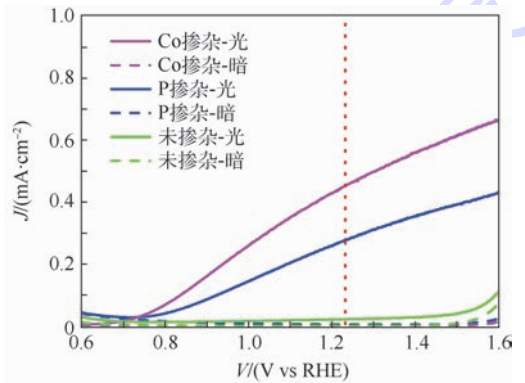


图 1 未掺杂、P 掺杂和 Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜的 J - V 曲线

Fig. 1 J - V curves of pristine, P doped and Co doped $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ films

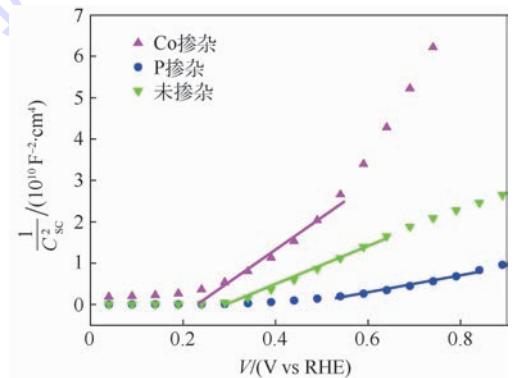


图 2 未掺杂、P 掺杂和 Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜的 Mott-Schottky 曲线

Fig. 2 Mott-Schottky curves of pristine, P doped and Co doped $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ films

$$\frac{1}{C_{sc}^2} = \frac{2}{q\epsilon\epsilon_0 N_d} \left(V - V_{fb} - \frac{kT}{q} \right)$$

式中: C_{sc} 为空间电荷区的电容; q 为电子电量 ($1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$); ϵ_0 为真空介电常数 ($8.854 \times 10^{-14} \text{ F/m}$); ϵ 为 α -Fe₂O₃ 的介电常数 (80 F/m)^[5]; N_d 为载流子浓度; V 为相对于参比电极的电位; V_{fb} 为平带电位; k 为玻尔兹曼常数 ($1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$); T 为绝对温度^[4] (可忽略)。从 Mott-Schottky 曲线可以得到未掺杂、P 和 Co 掺杂的 α -Fe₂O₃ 的载流子浓度 N_d 分别为 3.54×10^{21} 、 $2.75 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ 。由于本文测量在室温下进行 ($T = 300 \text{ K}$), 得到 Co 掺杂后的 α -Fe₂O₃ 平带电位 V_{fb} 为 0.22 V vs RHE , 要低于未掺杂的 α -Fe₂O₃ ($V_{fb} = 0.30 \text{ V vs RHE}$) 和 P 掺杂的 α -Fe₂O₃ ($V_{fb} = 0.49 \text{ V vs RHE}$)。因此经过 Co 掺杂后有效地降低了 α -Fe₂O₃ 的平带电位, 而 P 掺杂则提高了载流子浓度。文献[24]证明, 通过水热法掺杂 Co 可生成 CoOOH, 经过高温烧结后生成氧化钴颗粒修饰于 α -Fe₂O₃ 表面, 从而降低了平带电位。

本文利用 SEM 对未掺杂、Co 和 P 掺杂的纳米 α -Fe₂O₃ 的形貌进行了观察, 结果如图 3 所示。可以发现, 在 FTO 导电玻璃基底上, α -Fe₂O₃ 以纳米棒阵列的形式垂直生长在 FTO 表面 (图 3(a))。纳米棒的直径约为 50 nm (图 3(b));

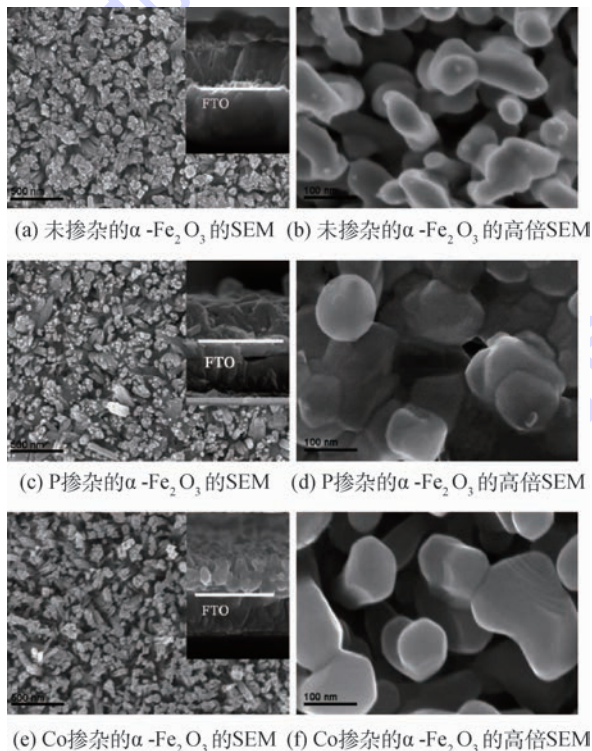


图3 Co和P掺杂 α -Fe₂O₃的SEM照片

Fig.3 SEM images of Co doped and P doped α -Fe₂O₃

经过 Co 掺杂后的 α -Fe₂O₃ 仍为纳米棒状结构 (图 3(e)), 但是更加规则均匀, 纳米棒的直径约为 $100 \sim 120 \text{ nm}$ (图 3(f)); 经过 P 掺杂后的 α -Fe₂O₃ 纳米棒直径约为 80 nm (图 3(d))。通过截面图可以发现薄膜厚度均约为 450 nm 。

UV-Vis 图谱反映了 α -Fe₂O₃ 样品对光子的吸收能力, 如图 4 所示。未掺杂、P 掺杂和 Co 掺杂的 α -Fe₂O₃ 的吸收边分别约为 610 、 624 和 638 nm 。根据 $\alpha h\nu = A(h\nu - E_g)^{n/2}$, 其中: α 为吸收系数; h 为普朗克常数, ν 为光子频率; E_g 为禁带宽度; A 为常数^[22]; n 为直接 (或间接) 带隙半导体的常数, 等于 1 (或 4)。通过计算, 经 Co 和 P 掺杂的 α -Fe₂O₃ 的 E_g 约为 2 eV , 低于未掺杂的 α -Fe₂O₃ 的带隙 (2.1 eV)^[1-3]。Co 掺杂 α -Fe₂O₃ 的吸收边显示了明显的红移, 说明可见光吸收增强。

从图 5 可以看出, 排除 FTO 基底中 SnO₂ 的衍射峰和高温退火过程中 FTO 基底与 α -Fe₂O₃ 相互扩散形成的 FeSiO_x 的衍射峰, 其余特征峰均

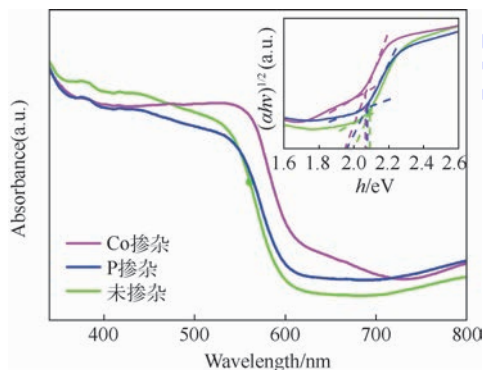


图4 未掺杂、P 掺杂和 Co 掺杂的 α -Fe₂O₃ 的 UV-Vis 图谱

Fig.4 UV-Vis spectra of pristine, P doped and Co doped α -Fe₂O₃

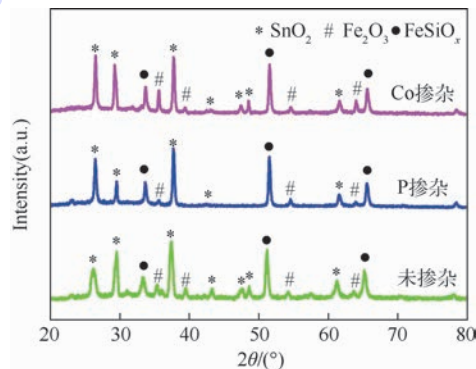


图5 未掺杂、P 掺杂和 Co 掺杂的 α -Fe₂O₃ 的 XRD 图谱

Fig.5 XRD patterns of pristine, P doped and Co doped α -Fe₂O₃

为 Fe_2O_3 的衍射峰。经过高温热处理后 (750°C , 保温 20 min), FTO 中的 Sn 元素通过高温退火^[25-26]从基底扩散到 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米结构中,并增强其电子传导性^[27]。

本文利用 TEM 和能量色散 X 射线光谱仪 (Energy Dispersive X-ray spectroscopy, EDX) 对 Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 进行了高分辨率的形貌表征和成分表征 (图 6)。可以观察到一个直径约 100 nm 的纳米棒附着在 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 颗粒上,这种 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 颗粒可能是在水热过程的前一步形成的种子层颗粒,如图 3(e) 所见到的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米棒阵列的裂隙底部,这对于 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米棒阵列的进一步生长是至关重要的。通过元素分布图可见 Fe、O 和 Co 元素均匀分布于样品中。P 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的 TEM 和 EDX 也观察到类似的结果,如图 7 所示。

纳米形貌控制和元素掺杂是影响 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 光阳极^[14]光电化学催化分解水性能的 2 种主要方法。如图 8(a) 所示, $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 薄膜样品的厚度约为 450 nm, 纳米棒的平均尺寸从 50 nm (未掺杂的

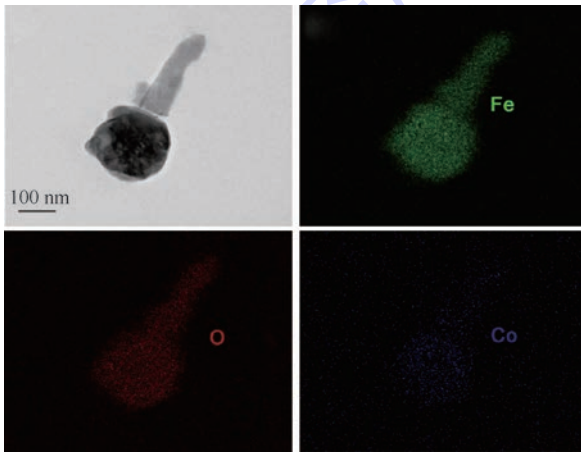


图 6 Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的元素分布图
Fig. 6 Element mapping of Co doped $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$

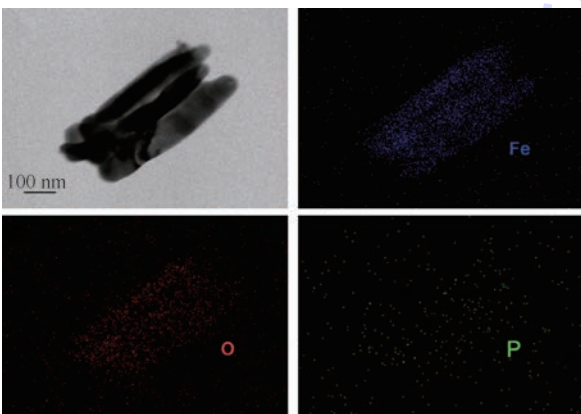
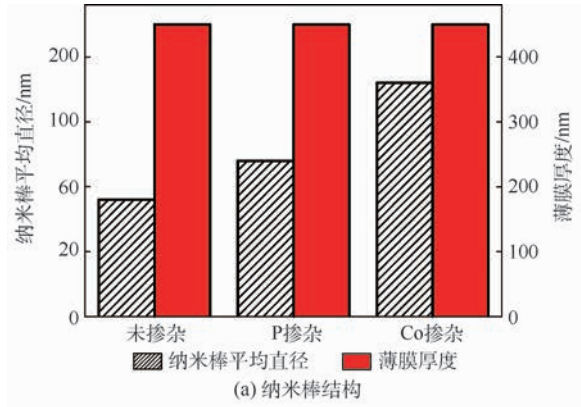
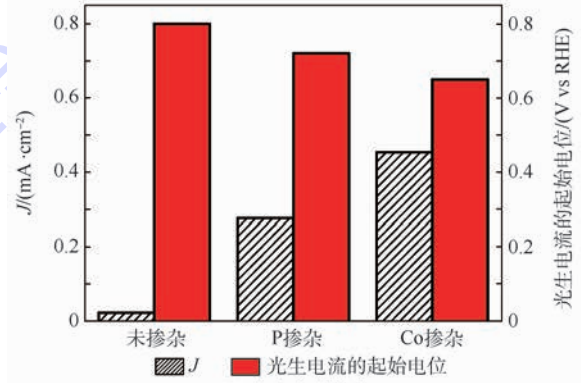


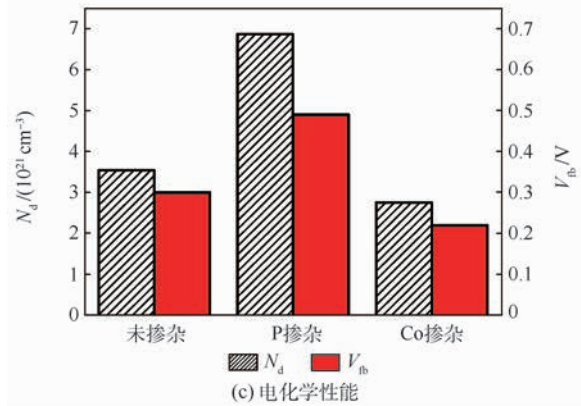
图 7 P 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的元素分布图
Fig. 7 Element mapping of P doped $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$



(a) 纳米棒结构



(b) 光电化学性能



(c) 电化学性能

图 8 未掺杂、P 掺杂与 Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的光电化学性能与形貌

Fig. 8 Electrochemistry performances and appearance of pristine, P doped and Co doped $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$

$\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$) 变化为 80 nm (P 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$) 和 120 nm (Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$)。粒径越小,则比表面积越大,越有利于光电化学催化分解水反应的发生。而通过图 8(a) 和 (b) 对比发现,未掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的纳米棒结构平均粒径小,但是光电化学催化分解水性能差 (当相对于相对可逆氢电极 1.23 V 时,光生电流密度为 0.022 mA/cm^2 ,光响应的起始电位为 0.80 V vs RHE)。而 Co 掺杂 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 的纳米棒平均粒径虽然达到 120 nm,但却表现出了良好的光电化学性能 (当相对于相对可逆氢电极 1.23 V 时,光生电流密度为 0.453 mA/cm^2 ,起始

电位为 0.65 V vs RHE),表明在本文样品中纳米形貌控制并不是影响光电化学性能的主要因素。如图 8(c)所示,与未掺杂的 α -Fe₂O₃ 相比,经过 Co 掺杂后, V_{fb} 下降了 80 mV,而 P 掺杂的 α -Fe₂O₃, V_{fb} 增加了 270 mV。平带电位是克服 α -Fe₂O₃/电解液界面的带弯曲需要施加的外加偏压^[1,3,22]。当外加偏压大于平带电位时,即可促进光生空穴向 α -Fe₂O₃/电解液界面移动进行氧化水的反应。平带电位的降低减小了克服 α -Fe₂O₃/电解液界面的带弯曲需要施加的外加偏压。Xi 等^[24]发现 Co₃O₄ 修饰 α -Fe₂O₃ 使得平带电位降低了 50 mV。而通过实验证明,Co 掺杂 α -Fe₂O₃ 使得平带电位的变化 (70 mV) 大于 Co₃O₄ 修饰的 α -Fe₂O₃ (50 mV),为降低 α -Fe₂O₃ 的平带电位提供了新思路。另一方面,未掺杂 α -Fe₂O₃ 载流子浓度为 $3.54 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$,P 掺杂 α -Fe₂O₃ 的载流子浓度为 $6.87 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$,Co 掺杂 α -Fe₂O₃ 的载流子浓度为 $2.75 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ 。可以发现,P 掺杂作为电子供体产生额外的电子,并增加载流子浓度^[22]。然而,Co 掺杂对载流子浓度没有明显的贡献。由于 Co 掺杂后, α -Fe₂O₃ 纳米棒更加规则(图 3),结晶度(图 5)更好,从而降低了 α -Fe₂O₃ 的本征缺陷,使得载流子浓度降低。总结来看,Co 掺杂虽使载流子密度降低了 22%,但平带电位降低了 27%,并降低析氧反应的过电位。P 掺杂使得载流子密度提高了 94%,但平带电位增加了 63%。Co 和 P 掺杂对于 α -Fe₂O₃ 的光电化学催化分解水性能发挥了不同的作用,为今后进一步提高 α -Fe₂O₃ 的光电化学性能提供了新思路。

3 结 论

本文通过水热法在 FTO 衬底成功制备 α -Fe₂O₃ 纳米棒阵列,并实现了等效金属元素 Co 和非金属元素 P 的掺杂。当相对于相对可逆氢电极 1.23 V 时,经过 P 和 Co 掺杂 α -Fe₂O₃ 的光生电流密度分别达到 0.276 和 0.453 mA/cm²,分别是未掺杂 α -Fe₂O₃ 的 12.5 和 20.6 倍,改善了 α -Fe₂O₃ 光电化学催化分解水的性能。同时 Co 掺杂有效地降低了平带电位,从而促进 α -Fe₂O₃/电解质界面的电荷转移;P 掺杂有助于增加载流子浓度和提高 α -Fe₂O₃ 光阳极的电导率。

在后续工作中将拟开展 Co/P 共掺杂,进一步提高材料光电化学性能。

参考文献 (References)

[1] FUJISHIMA A, HONDA K. Electrochemical photolysis of water

- at a semiconductor electrode [J]. *Nature*, 1972, 238 (5358): 37-38.
- [2] ASahi R, MORIKAWA T, OHWAKI T, et al. Visible-light photocatalysis in nitrogen-doped titanium oxides [J]. *Science*, 2001, 293 (5528): 269-271.
- [3] CHEN X, MAO S S. Titanium dioxide nanomaterials: Synthesis, properties, modifications, and applications [J]. *Chemical Reviews*, 2007, 107 (41): 2891-2959.
- [4] FRANKING R, LI L, LUKOWSKI M A, et al. Facile post-growth doping of nanostructured hematite photoanodes for enhanced photoelectrochemical water oxidation [J]. *Energy & Environmental Science*, 2013, 6 (2): 500-512.
- [5] CESAR I, SIVULA K, KAY A, et al. Influence of feature size, film thickness, and silicon doping on the performance of nanostructured hematite photoanodes for solar water splitting [J]. *Journal of Physics Chemistry C*, 2009, 113 (2): 772-782.
- [6] LIAO P, TOROKER M C, CARTER E A. Electron transport in pure and doped hematite [J]. *Nano Letters*, 2011, 11 (4): 1775-1781.
- [7] ZHANG P, SHWARSSTEIN K A, HU Y S, et al. Oriented Ti doped hematite thin film as active photoanodes synthesized by facile APCVD [J]. *Energy & Environmental Science*, 2011, 4 (3): 1020-1028.
- [8] ZANDI O, KLAHR B M, HAMANN T W. Highly photoactive Ti-doped α -Fe₂O₃ thin film electrodes: Resurrection of the dead layer [J]. *Energy & Environmental Science*, 2013, 6 (2): 634-642.
- [9] RIOULT M, MAGNAN H, STANESCU D, et al. Single crystalline hematite films for solar water splitting: Ti-doping and thickness effects [J]. *Journal of Physics Chemistry C*, 2014, 118 (6): 3007-3014.
- [10] ABEL A J, PATEL A M, SMOLIN S Y, et al. Enhanced photoelectrochemical water splitting via SILAR-deposited Ti-doped hematite thin films with an FeOOH overlayer [J]. *Journal of Materials Chemistry A*, 2016, 4 (17): 6495-6504.
- [11] KUMARN P, SHARMA P, JOSHI A G, et al. Nano porous hematite for solar hydrogen production [J]. *Journal of Electrochemical Society*, 2012, 159 (8): H685-H691.
- [12] SHEN S, GUO P, WHEELER D A, et al. Physical and photoelectrochemical properties of Zr-doped hematite nanorod arrays [J]. *Nanoscale*, 2013, 5 (20): 9867-9874.
- [13] LIN Y, XU Y, MAYER M T, et al. Growth of p-type hematite by atomic layer deposition and its utilization for improved solar water splitting [J]. *Journal of the American Chemical Society*, 2012, 134 (12): 5508-5511.
- [14] KOSA M, BARAD H N, SINGH V, et al. A combined computational and experimental investigation of Mg doped α -Fe₂O₃ [J]. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 2016, 18 (2): 781-791.
- [15] INGLER W B, KHAN S U M. Photoresponse of spray pyrolytically synthesized copper-doped P-Fe₂O₃ thin film electrodes in water splitting [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2005, 30 (8): 821-827.
- [16] INGLER JR W B I, BALTRUS J P, KHAN S U M. Photoresponse of p-type zinc-doped iron (III) oxide thin films [J]. *Journal of the American Chemical Society*, 2004, 126 (33): 10238-10239.

- [17] QI X, SHE G, WANG M, et al. Electrochemical synthesis of p-type Zn-doped α - Fe_2O_3 , nanotube arrays for photoelectrochemical water splitting[J]. *Chemical Communications*, 2013, 49(51):5742-5744.
- [18] SCHREBLER R S, BALLESTEROS L, BURGOS A, et al. Electrodeposited nanostructured α - Fe_2O_3 photoanodes for solar water splitting: Effect of surface co-modification on photoelectrochemical performance[J]. *Journal of the Electrochemical Society*, 2011, 158(8):D500-D505.
- [19] LIAO P, KEITH J A, CARTER E A. Water oxidation on pure and doped hematite (0001) surfaces: Prediction of Co and Ni as effective dopants for electrocatalysis [J]. *Journal of the American Chemical Society*, 2012, 134(32):13296-13309.
- [20] LEE C Y, WANG L, KADO Y, et al. Si-doped Fe_2O_3 , nanotubular/nanoporous layers for enhanced photoelectrochemical water splitting [J]. *Electrochemistry Communications*, 2013, 3(5):308-311.
- [21] KAY A, CESAR I, GRAETZEL M. New Benchmark for water photooxidation by nanostructured α - Fe_2O_3 films[J]. *Journal of the American Chemical Society*, 2006, 128(49):15714-15721.
- [22] ZHANG Y, JIANG S, SONG W, et al. Nonmetal P-doped hematite photoanode with enhanced electron mobility and high water oxidation activity[J]. *Energy & Environmental Science*, 2015, 8(4):1231-1236.
- [23] LIN Y, ZHOU S, SHEEHAN S W, et al. Nanonet-based hematite heteronanostructures for efficient solar water splitting[J]. *Journal of the American Chemical Society*, 2011, 133(8):2398-2401.
- [24] XI L, TRAN P D, CHIAM S Y, et al. Co_3O_4 -decorated hematite nanorods as an effective photoanode for solar water oxidation [J]. *Journal of Physics Chemistry C*, 2012, 116(26):13884-13889.
- [25] LIAN X, XIN Y, LIU S, et al. Enhanced photoelectrochemical performance of Ti-doped hematite thin films prepared by the sol-gel method[J]. *Applied Surface Science*, 2012, 258(7):2307-2311.
- [26] MORRISH R, RAHMAN M, MACELROY J M, et al. Activation of hematite nanorod arrays for photoelectrochemical water splitting[J]. *CHEMSUSCHEM*, 2011, 4(4):474-479.
- [27] MENG X, QIN G, GODDARD A G, et al. Theoretical understanding of enhanced photoelectrochemical catalytic activity of Sn-doped hematite: Anisotropic catalysis and effects of morin transition and Sn doping[J]. *Journal of Physics Chemistry C*, 2013, 117(8):3779-3784.

作者简介:

朱珊 女, 硕士研究生。主要研究方向: 纳米氧化铁材料的制备、光电化学催化分解水性能。

俞有幸 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 磁性材料、电催化材料。

郝维昌 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 氧化物半导体。

Effect of Co and P doping on α - Fe_2O_3 photoelectrochemical catalysis water splitting

ZHU Shan¹, YU Youxing^{1,*}, HAO Weichang²

(1. School of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. School of Physics and Nuclear Energy Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Among many photoanode materials, the nanostructured material α - Fe_2O_3 is considered as one of the most promising materials due to its remarkable light absorption, good chemical stability and abundant reserves. Co and P doped α - Fe_2O_3 nanomaterials with excellent water splitting properties were prepared by hydrothermal method. After doping, α - Fe_2O_3 nanomaterial is still nanorod shaped, and the particle size of nanorods increases. Experiments show that the maximum photocurrent density has reached 0.453 mA/cm² (Co doped α - Fe_2O_3) and 0.276 mA/cm² (P doped α - Fe_2O_3) in the standard light, which are 20.6 and 12.5 times higher than those of the undoped samples, respectively. Thus, they have the property of efficient photocatalytic water splitting. At the same time, we used SEM, TEM, XRD, UV-Vis, and Mott-Schottky testing methods, which are combined with the morphology and structure characterization, to study the property influence mechanism of photoelectrochemical water splitting of α - Fe_2O_3 .

Keywords: photoelectrochemical catalysis water splitting; α - Fe_2O_3 ; Co doping; P doping; nanostructured material

Received: 2017-07-03; **Accepted:** 2017-09-22; **Published online:** 2017-10-09 17:47

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171009.1747.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51201004)

* **Corresponding author.** E-mail: yuyouxing@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0463

基于 Cartwheel 构型的微推力卫星 高精度编队系统



杨博^{1,*}, 赵晓涛¹, 苗峻¹, 刘旭辉², 龙军²

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083; 2. 北京控制工程研究所, 北京 100190)

摘 要: 近距离协同工作的微推力器卫星编队能更好地完成高精度空天卫星编队任务。但摄动等干扰因素会导致编队卫星间保持特定的几何构型和相对运动关系发生不确定性变化,因此有必要设计一种编队构型和信息拓扑结构以实现卫星编队的长期高精度保持。同时微推力器的作用环境要求卫星编队系统更高的可靠性和快速性。为此,基于Cartwheel构型对微推力卫星编队系统进行了研究,设计了一种能够满足系统性能要求的拓扑网络结构,并据此对卫星编队构型进行修正。提出了基于粒子群优化(PSO)算法的在线轨迹优化算法,并将其应用于卫星编队保持控制系统之中,实现了高精度、低能耗的快速稳定控制。

关键词: Cartwheel 构型; 拓扑结构; 微推力器; 编队保持; 协同工作

中图分类号: V448.2

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1147-09

近年来,通过多颗微小型卫星彼此协同工作,从而实现单个大型复杂卫星才能完成甚至难以完成的任务,已成为微小型卫星最佳的空间应用模式。其协同工作的模式可以最大限度地扩展空间系统功能,提高空间利用效率和系统可靠性,降低系统的研制和维护成本。

为进一步降低编队卫星的运行与管理成本,提高编队工作的实时性和灵活性,亟待寻找一种利用在轨决策的编队运行与管理方法,以增强编队系统鲁棒性和可靠性,并尽可能减少编队卫星能量消耗,提高反应速度。而基于微推力的卫星编队能完成更高精度的飞行任务,提高对地观测的精度等,可广泛应用于地球重力场观测、地磁观测等需要超高精度对地观测的科学任务中。

NASA 的 Deep Space 1 和 ESA 的 SMART-1 都将微推力器卫星应用于深空探测领域中^[1-5]; 美国普兰尼特公司拥有 148 颗在轨微纳卫星时刻

进行对地观测,其中于 2017 年 2 月发射的 88 颗卫星可由人单手托举^[6]。而当前在轨微小卫星编队系统,或不进行控制,或采用电磁推进器作为动力源进行控制,但电磁推进器复杂、成本较高,限制了微纳卫星控制系统的发展。中国现有微推力系统仍不能满足微纳卫星编队的需求,已发射的微纳卫星均无推力控制系统。而由北京控制工程研究所研究的 MEMS 微推力器阵列可以产生 $10^{-5} \sim 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s}$ 的脉冲推力,且结构简单,成本低廉,为中国微纳卫星在轨控制的发展提供了有力的技术支持和保证^[7]。

从软件上来说,由于采用微推力器,则表明控制系统不能修正过大的误差,因此就对卫星编队控制系统的可靠性和快速性提出了要求。快速稳定的信息交流是卫星编队系统运行的重要保证,而具有高度可靠性和快速性的信息拓扑结构则是信息交流的前提。由于承载卫星编队成员信息交流任务的拓扑网络结构对卫星编队系统有着重要

收稿日期: 2017-07-10; 录用日期: 2017-10-20; 网络出版时间: 2018-01-12 09:33

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180111.1707.003.html

* 通信作者: E-mail: yangbo@buaa.edu.cn

引用格式: 杨博, 赵晓涛, 苗峻, 等. 基于 Cartwheel 构型的微推力卫星高精度编队系统[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1147-1155. YANG B, ZHAO X T, MIAO J, et al. Micro-thrust high-precision satellite formation system based on Cartwheel configuration [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1147-1155 (in Chinese).

的影响,从信息拓扑网络结构的角对卫星编队控制系统的性能进行分析,并据此设计出有效的编队构型、拓扑结构和控制策略就成了一个很有意义的研究方向。

本文以光学干涉成像卫星为背景,设计了一个低轨卫星编队控制系统,包括编队构型、拓扑结构以及控制系统,可以完成地形三维测绘和地面目标的跟踪定位,具有极高的科学意义和军事价值。由于卫星对地成像系统的测量要求编队卫星之间必须保证严格的相对位置关系,因此必须使用高精度的导航系统和控制系统。

1 Cartwheel 构型编队飞行动力学

Cartwheel 构型^[8]是法国空间中心(CNES)提出的概念,其编队由处于同一轨道平面、相对运动相位角差为 120°的 3 颗绕飞小卫星和 1 颗中心主星构成。Cartwheel 构型小卫星编队利用编队间的稳定几何关系,通过彼此通信协作,可以实现卫星编队测高、对地观测等多项功能。研究发现, Cartwheel 构型所形成的编队,垂直基线稳定,在各个轨道周期中变化极小,所以对其编队的设计和优化问题十分有意义。本节以 Cartwheel 编队构型为基础,建立卫星编队系统相对运动模型。

如图 1 所示,相对运动的坐标系采用主星 T 的轨道坐标系, y 轴垂直于轨道平面, z 轴指向地心, x 轴指向卫星 T 的运动方向。经过分析推导可以得到描述从星 F 的 C-W 方程如下:

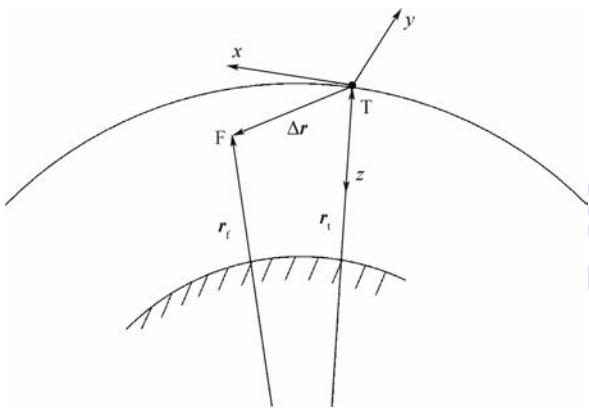


图 1 主从星间的相对运动

Fig.1 Relative motion of target and follower

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega_T \dot{z} = f_x \\ \ddot{y} + \omega_T^2 y = f_y \\ \ddot{z} + 2\omega_T \dot{x} - 3\omega_T^2 z = f_z \end{cases} \quad (1)$$

式中: ω_T 为主星的轨道角速度; f_x, f_y, f_z 为所受摄动力或控制力。

式(1)是本文的研究基础。卫星构型的摄动分析、导航算法以及轨道保持控制均基于此方程。解此方程就可以得到卫星相对运动轨迹。设定合理的初值,就可以得到卫星编队的构型。

取状态变量 $X = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$, 分别代表从星在主星轨道坐标系中的 3 轴坐标和 3 个方向的速度, C-W 方程可写为

$$\dot{X} = AX + BU \quad (2)$$

式中:

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_T \\ 0 & -\omega_T^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\omega_T^2 & -2\omega_T & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ U = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

求解可知,当 $6\omega_T z_0 - 3\dot{x}_0 = 0$ 时,相对运动构型稳定,其轨道为一闭曲线。解为

$$\begin{cases} x(t) = 2z_0 \sin(\omega_T t) - \frac{2\dot{z}_0}{\omega_T} \cos(\omega_T t) + \left(x_0 + \frac{2\dot{z}_0}{\omega_T}\right) \\ y(t) = \frac{\dot{y}_0}{\omega_T} \sin(\omega_T t) + y_0 \cos(\omega_T t) \\ z(t) = z_0 \cos(\omega_T t) + \frac{\dot{z}_0}{\omega_T} \sin(\omega_T t) \\ \dot{x}(t) = \dot{x}_0 \cos(\omega_T t) + 2\dot{z}_0 \sin(\omega_T t) \\ \dot{y}(t) = \dot{y}_0 \cos(\omega_T t) - y_0 \omega_T \sin(\omega_T t) \\ \dot{z}(t) = -3\omega_T z_0 \sin(\omega_T t) + \dot{z}_0 \cos(\omega_T t) \end{cases} \quad (4)$$

此时, Cartwheel 编队的相对运动为 2 种运动的叠加,即为在主星 T 轨道平面内的椭圆绕飞轨道(长短轴为 2 : 1)和沿主星 T 法线方向的简谐运动,可以严格证明二者的叠加运动为与主星轨道平面 x_o-y_o 夹角为 30° 或 150° 的圆轨道平面 x_c-y_c , 如图 2 所示^[9]。

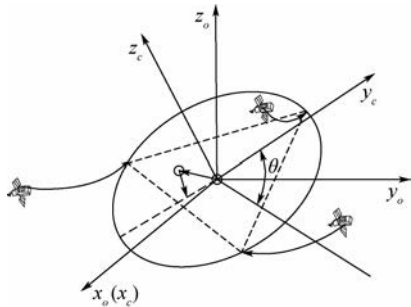


图 2 Cartwheel 构型空间示意图

Fig.2 Space schematic diagram of Cartwheel configuration

2 卫星编队拓扑结构设计与分析

卫星编队系统稳定运行的关键在于编队卫星之间信息的交互,而其拓扑结构就是信息交互的渠道。在微推力器作用下的卫星编队系统中,由于卫星编队的高精度要求和微推力器作用效果不足之间的矛盾,又对卫星节点间信息传递的快速性提出了要求。研究与分析卫星编队系统的拓扑结构,可以有效提高卫星编队的快速性和稳定性。本节将对基于 Cartwheel 构型的卫星编队系统的信息拓扑结构进行分析和比较,并据此选择 4 节点卫星最优拓扑结构。

2.1 适用于微推力卫星编队的拓扑结构分析

卫星编队系统的拓扑结构是实现信息交换和共享的基础。而卫星编队系统长时间在太空中进行高精度编队保持,系统要实时对各卫星进行轨道控制,以保证编队构型^[10]。

第 1 节中已确定采用主星沿太阳同步轨道,从星对主星进行圆轨道绕飞的 Cartwheel 编队构型。下面针对此编队构型的几种常用信息拓扑结构进行分析。

网络拓扑结构指网络中各节点相互连接的方式,在卫星编队系统网络应用中,主要的拓扑结构包括星形拓扑、环形拓扑和网形拓扑。

研究网络拓扑结构性能的最常见手段是通过图论知识研究拓扑结构的特征参数,分析网络的性能,其中平均最短路径(Average Shortest Path, ASP)和拓扑可靠性可用于对卫星编队飞行系统进行快速性和可靠性分析。

1) 平均最短路径

平均最短路径表示网络中 2 个信息节点的信息交互需要经过的最短中介路程,可以表示为

$$l = \frac{1}{2C_n^2} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d(i, j) \quad (5)$$

式中: N 为节点的集合; n 为集合中节点的个数;

$d(i, j)$ 为节点 i 和节点 j 之间的最短路径。

平均最短路径越大,网络中信息传递的路程越长,信息传输时间就越久,因此平均最短路径越小越好。

2) 拓扑可靠性

拓扑可靠性主要分析信息网络中有节点或信息链路被破坏或暂时故障时,信息网络是否仍能正常运作,或者因之产生如时滞、丢包、噪声等因素对系统带来的影响等。通常,对拓扑 $G(N, E)$ 的可靠性 R_c 可定义为

$$R_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n r_{ij} \right) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n r_{ij} \quad (6)$$

式中: r_{ij} 为节点 i 到节点 j 之间的可靠性。

现综合两方面分析本节中确定的编队构型在不同拓扑结构下的快速性和可靠性。分析由 4 个节点,即 1 颗中心主星和 3 颗环绕星做成的卫星编队系统构成的星形、环形、网形(全连通)拓扑结构参数,如图 3 所示。设拓扑结构中节点和链路的可靠性 k 都为 0.8。

根据表 1 中计算结果分析可知,在 Cartwheel 构型卫星编队系统中,节点数较少,故每种拓扑构型的平均最短路径值都很小,信息传递的效率很高,时滞较小。但由于星形结构和网形结构的信息传递过程中都需要经过中心节点,对中心节点处卫星的通信系统要求提出了更大的要求。且星形结构中一旦中心节点发生通信故障,则系统通信无法继续进行。而网形结构存在过多的冗余通信链路,虽然为通信网络提供了更高的可靠性和容错性,但同时也提高了网络搭建成本和对通信

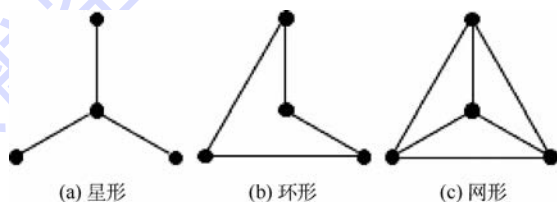


图 3 4 节点卫星编队常用拓扑结构

Fig.3 Common topological structure of satellite formation with four nodes

表 1 Cartwheel 构型编队 4 节点拓扑结构性能比较
Table 1 Topological structure performance comparison of Cartwheel configuration formation with four nodes

结 构	平均最短路径	拓扑可靠性
星形	1.5	0.72
环形	1.33	0.8917
网形	1	0.892

设备的要求。环形结构与星形结构相比可靠性略胜一筹,当某一链路或节点损坏时,经由之传递的信息可从另一方向的节点和链路传递,只是有可能使信息传递路径变长,增加信息传递的时滞;而与网形结构相比,组网成本和难度大大降低。

针对本文微推力卫星编队系统快速性和可靠性的需求,既要求卫星编队系统中信息的快速有效传递,又要求卫星编队系统有发生局部通信故障时持续工作的能力。综合几种适用于卫星编队的拓扑结构的优缺点,环形拓扑结构具有较高的快速性和可靠性;同时,相比于网形拓扑结构,又具有结构简单、易于实现、减轻对星载通信系统的要求。

2.2 基于拓扑结构对编队构型修正

当伴飞轨道与主轨道相差很小且为近圆轨道时,通过对其动力学模型线性化,得到 C-W 方程,当初始条件满足一定关系时,其运动是稳定的。但 C-W 方程的稳定解是必须严格满足初始条件并对环境理想化,且卫星间相对距离比较小的情况下才能得到,与实际情况略有差别。

卫星间通过信息拓扑系统可以进行信息交互,互换彼此的状态信息。拓扑结构中的相邻星可以利用彼此的相对状态信息(相对距离、方位角)对编队构型进行修正。

根据自然编队构型以及环形拓扑结构,如图4所示,根据其相对几何关系,每颗卫星可根据其相邻2颗卫星的运动状态推算出本星的运动状态。

以卫星 j_1, j_2 推导卫星 i 的运动状态为例。

由1.2节可知,自然编队空间圆轨道平面与编队整体绕地球轨道平面夹角为 30° ,在编队轨道坐标系中,由卫星导航系统可实时获得卫星的位置和速度信息 \mathbf{R}_s 和 \mathbf{V} ,以及环绕星在编队轨道坐标系中的角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 。

在编队轨道坐标系中,由卫星 j_1, j_2 将自身状态信息传递给卫星 i ,卫星 i 进行实时结算,可得

出卫星 i 相对于卫星 j_1, j_2 的目标位置矢量 $\mathbf{R}_{j_1 i}, \mathbf{R}_{j_2 i}$,如图5所示。

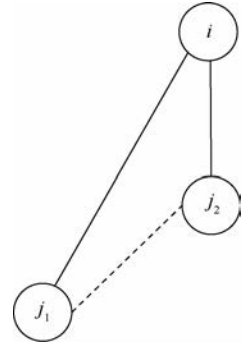


图5 卫星 j_1, j_2 推导卫星 i 的相对几何关系图

Fig.5 Relative geometric diagram for satellite i deduced by satellite j_1 and j_2

$$\mathbf{R}_{j_1 i} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} r \cos \left(\arccos \left(\frac{\mathbf{R}_{j_1 j_2} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{R}_{j_1 j_2}| \cdot |\mathbf{x}|} \right) + \angle ij_1 j_2 \right) \\ \sqrt{3} r \sin \left(\arccos \left(\frac{\mathbf{R}_{j_1 j_2} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{R}_{j_1 j_2}| \cdot |\mathbf{x}|} \right) + \angle ij_1 j_2 \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_{j_2 i} = \begin{bmatrix} r \sin \left(\angle ij_2 j_1 - \arccos \left(\frac{\mathbf{R}_{j_2 j_1} \cdot \mathbf{y}}{|\mathbf{R}_{j_2 j_1}| \cdot |\mathbf{y}|} \right) \right) \\ r \cos \left(\angle ij_2 j_1 - \arccos \left(\frac{\mathbf{R}_{j_2 j_1} \cdot \mathbf{y}}{|\mathbf{R}_{j_2 j_1}| \cdot |\mathbf{y}|} \right) \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: \mathbf{x}, \mathbf{y} 为编队轨道坐标系 x, y 方向单位向量; r 为自然编队圆半径。

将卫星 i 在编队轨道坐标系中的旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$ 叉乘 $\mathbf{R}_{j_1 i}, \mathbf{R}_{j_2 i}$,即可得到卫星 i 相对于卫星 j_1, j_2 的目标速度矢量 $\mathbf{V}_{j_1 i}, \mathbf{V}_{j_2 i}$ 。

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{j_1 i} = \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{R}_{j_1 i} \\ \mathbf{V}_{j_2 i} = \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{R}_{j_2 i} \end{cases} \quad (9)$$

综合考虑2颗目标星 j_1, j_2 在卫星编队系统中的重要性及其各自的实际可靠性后,选取合适的权值 k_{j_1}, k_{j_2} ,加权到式(9)求得的相对位置速度矢量中,即可求得本星的目标状态矢量。

$$\begin{cases} \mathbf{R}_i = k_{j_1} (\mathbf{R}_{j_1 i} + \mathbf{R}_{j_1}) + k_{j_2} (\mathbf{R}_{j_2 i} + \mathbf{R}_{j_2}) \\ \mathbf{V}_i = k_{j_1} (\mathbf{V}_{j_1 i} + \mathbf{V}_{j_1}) + k_{j_2} (\mathbf{V}_{j_2 i} + \mathbf{V}_{j_2}) \\ k_{j_1} + k_{j_2} = 1 \end{cases} \quad (10)$$

将其转换到编队整体绕地球飞行的轨道坐标系中,如下:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_i = \mathbf{CM} \cdot \mathbf{R}_i \\ \mathbf{V}_i = \mathbf{CM} \cdot \mathbf{V}_i \end{cases} \quad (11)$$

式中: \mathbf{CM} 为编队轨道坐标系到编队整体绕地球

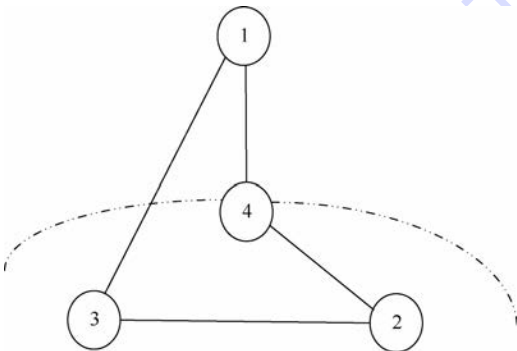


图4 拟采用的环形拓扑结构

Fig.4 Annular topological structure to be used

的轨道坐标系的转换矩阵,即

$$\mathbf{CM} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} \\ 0 & -\sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{bmatrix}$$

当考虑到信息传递以及处理的时滞影响,假设时滞 δt 已知,则时滞后的位置矢量可结算得出 $\mathbf{R}_{dt} = \mathbf{R}_0 + \delta t \cdot \mathbf{V}_0$,在短时滞内速度变化量可忽略不计。

表2为加入1s时滞,随机导航误差(0.03 mm),经过式(7)~式(11)结算后得到的目标运动状态与事先设计好的理想自然编队轨道比较。

综合比较各种影响因素,模型的计算误差主要来源于随机导航误差,但仍能经过结算后将导航误差对目标运动状态的影响减小一个量级。时间延迟对计算精度有一定影响,但影响不大。

表2 拓扑结构对编队构型的修正效果

Table 2 Effect of topological structure on formation configuration modification

系统所受干扰	位置误差量级/m	速度误差量级/(m·s ⁻¹)
仅加入时滞	10 ⁻¹²	10 ⁻¹⁵
仅加入导航误差	10 ⁻⁶	10 ⁻⁶
加入时滞和导航误差	10 ⁻⁶	10 ⁻⁶

3 卫星编队协同控制

卫星编队飞行系统的编队构型和拓扑结构的设计分析,以及相应的编队构型和拓扑结构的选取只能为其提供一个好的初始及期望状态,而卫星编队系统能长期稳定运行并完成空间任务,则必须对卫星编队系统进行有效控制。对于卫星编队飞行系统的保持控制是精密控制,控制的频度较高,所以必须进行实时的闭环控制,因此需采用自主轨道保持的控制方式。另外,由于系统的控制精度要求,需要使用精细的微推力器,不能提供大推力用于修正较大的轨道误差,因此对系统的快速性需求大大提高^[11-13]。

3.1 基于 LQR 的卫星编队保持协同控制策略

卫星编队系统的协同控制主要分为控制编队整体相对于预期轨道的保持,以及卫星编队中各子星的构型保持。卫星编队协同控制的工作主要如下:

- 1) 根据导航信息规划编队整体在惯性坐标系中的位置矢量 $[x_{oi} \ y_{oi} \ z_{oi}]^T$ 。
- 2) 根据导航信息为编队卫星规划任务,使其满足围绕编队中心的期望构型。

2部分工作产生带控制的2部分误差,即为保证编队整体不偏离预定轨道,编队整体相对于标准轨道的误差 $\mathbf{e}_{formation}$ 和每颗从星为了保持编队构型的误差 $\mathbf{e}_{structure}$,如图6所示。2部分误差矢量相加即为待控量 \mathbf{e}_{used} 。

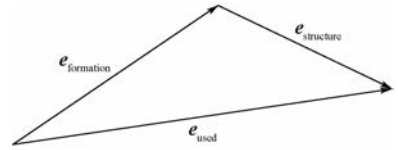


图6 卫星编队构型协同控制任务规划

Fig. 6 Satellite formation configuration collaborative control mission planning

卫星编队控制方法采用线性二次最优控制(LQR)^[14]。在编队卫星相对运动状态漂移的情况下,设计推进器冲量需求,使其作用下,把系统由偏离理想轨迹的状态驱动到满足编队构型的目标相对运动状态,同时使性能指标 J 取为最小值。

将上面得到待控误差 $\mathbf{e} = \mathbf{e}_{used} = \mathbf{e}_{formation} + \mathbf{e}_{structure}$ 代入误差状态方程:

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (12)$$

取 LQR 控制的优化指标为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t [\mathbf{e}^T \mathbf{Q}\mathbf{e} + \mathbf{U}^T \mathbf{R}\mathbf{U}] dt \quad (13)$$

式中: \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别为优化过程中误差和控制量的权值,它们分别决定于控制精度和燃料消耗在控制系统中的重要程度。对确定的 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} ,最优控制有唯一解:

$$\mathbf{U}^* = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}\mathbf{e} \quad (14)$$

式中: \mathbf{P} 为 Riccati 方程的解。

$$-\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{0}$$

本文中的编队保持显然是一个精度要求高的控制,因此,应选择较大的 \mathbf{R} 。但同时也要考虑到系统的动态品质和稳定度,调整 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 参数,在保证控制有效性的情况下尽量节省燃料。

3.2 基于粒子群优化算法的能量优化策略

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法也称鸟群觅食算法^[15],是目前应用最为广泛的群体智能优化算法。PSO 算法是一种元启发式算法,利用群体中的个体对信息的共享,从而使得整个群体的运动在问题求解空间中产生从无序到有序的演化过程,从随机解出发,经过迭代寻觅最优解,其解的品质由适应度来评价。

运用3.1节中LQR控制,只能保证单颗卫星对修正与目标运动状态之间的偏差,使得能量最

优。但在卫星编队飞行协同控制系统中,并没有综合考虑到整个系统的能量消耗。

考虑卫星编队构型保持系统整体的任务分配,以保证卫星编队构型为第一目标,以减少整体能量消耗为优化指标。如图7所示,若简单采用LQR控制,则为修正每颗卫星实际运动状态与目标运动状态之间的偏差。现考虑合理地将修正任务重新分配给每颗卫星,以减少能量消耗。将某颗卫星的目标运动状态放大到误差允许范围内在轨道圆上的一个弧段,为了严格保持编队构型,编队中其他星的目标运动状态同时随之改变。运用PSO算法,以卫星编队系统整体能量消耗为搜索函数,寻找在误差允许范围内这一弧段上的最优点,即为能量最优点。

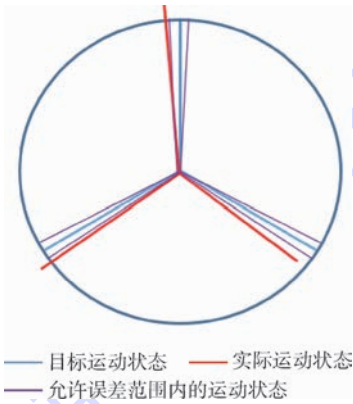


图7 基于 PSO 算法将控制任务重分配

Fig.7 Control task redistribution based on PSO algorithm

假设绕飞卫星位于同一相对运动轨迹圆上,3颗卫星相对均匀分布,则3颗卫星在虚拟中心轨道坐标系中的相位可表示为

$$\varphi_{kd} = \omega_T t + \psi + 2(k - 1)\pi/3 \quad k = 1, 2, 3 \quad (15)$$

观察式(15)可发现,只有一个参数 ψ 可供优化,将 ψ 设为 0.01° 幅值的扇形空间。将优化函数 J_ψ 设为

$$J_\psi = \min \left(\sum_{k=1}^3 (\varphi_{ks} - \varphi_{kd}) \right) = \min \left(\sum_{k=1}^3 (\varphi_{ks} - \omega_T t - \psi - 2(k - 1)\pi/3) \right) \quad (16)$$

运用 PSO 算法,求得可使优化函数 J_ψ 取得最小值时的 ψ 。与之对应,则可求得3颗卫星在虚拟中心轨道坐标系中的期望位置向量 $[x_{kd} \ y_{kd} \ z_{kd}]^T$,从而求得待控误差 e ,代入3.1节的控制方法中用于求解。

4 仿真校验

本文中仿真采用边长为20cm、质量为1kg的

立方星,考虑大气阻力、太阳光压、日月引力等摄动因素。编队整体沿太阳同步轨道运动,编队内部3颗卫星沿半径为1.5m的圆绕中心领航星运动,编队内部轨道面与太阳同步轨道面成 30° 夹角,微推力器单个比冲为 $10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s}$ 。控制过程中,领航星不受控制,对于3颗环绕星分别运用第2节和第3节中提到方法,使用 PSO 算法搜索对控制任务进行重分配后控制进行仿真,仿真效果如图8和图9所示。

3颗环绕卫星执行编队建立和编队保持的整体误差变化如图8和图9所示,图中蓝、红、橙线分别表示卫星三轴的位置误差信息。利用 PSO 算法对控制任务进行重新分配,编队能够在约500~600s的时间完成高精度重构;在轨道保持阶段,位置误差可保持在 $0.002 \text{ m} (3\sigma)$,速度误差可

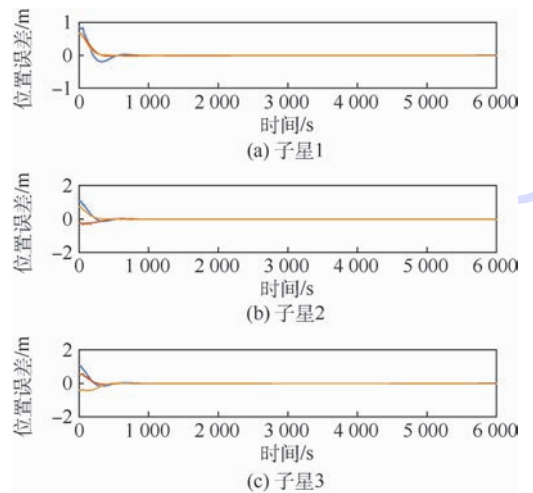


图8 Cartwheel 构型编队三轴位置误差

Fig.8 Triaxial position error of Cartwheel Configuration formation

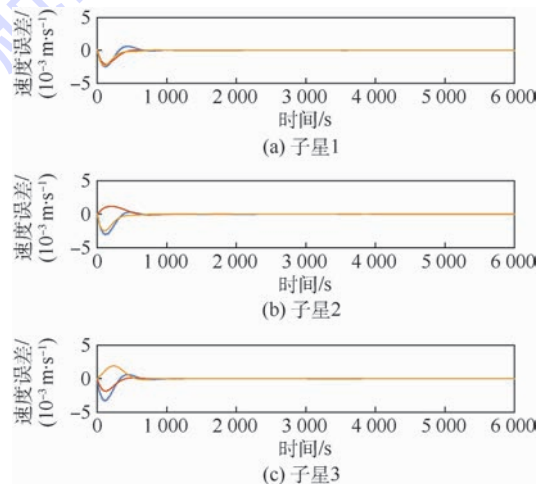


图9 Cartwheel 构型编队三轴速度误差

Fig.9 Triaxial velocity error of Cartwheel Configuration formation

保持在 $4 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ (3σ) 以下,能够较精确地完成控制任务。

4.1 能量优化仿真算例

对 3 颗环绕星分别进行地面事先规划所有目标点和实时 PSO 搜索目标点的控制策略,从能量消耗和控制精度 2 方面进行对比,如表 3 所示。

如表 3 所示,应用 PSO 算法可在尽量不影响控制精度的前提下,大幅度减少微推力器消耗,以提高卫星在轨寿命。

表 3 地面事先规划所有目标点和实时 PSO 搜索目标点控制效果对比

Table 3 Control effect comparison between ground planning of all targets in advance and real-time searching of targets by PSO

控制策略	位置精度/m	推力器消耗/($10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s}$)
地面事先规划	0.001 715	101 120 135
	0.001 833	
	0.001 539	
	0.001 265	
实时 PSO 搜索	0.001 517	554 739
	0.001 864	

4.2 导航误差对编队保持系统影响仿真算例

当卫星在轨飞行时,需要通过导航系统实时获得自身的运动状态信息,同时通过拓扑信息网络获得网络中相邻卫星的运动状态信息,高精度的导航信息是高精度控制的前提和保证。但是卫星实际运行过程中的导航误差是不可避免的,2.2 节中,基于拓扑结构对编队构型的修正算法已经可以有效减小导航误差的影响,然而并不能完全消除。利用基于拓扑结构的控制算法,并在 PSO 算法将控制任务重新分配后,能有效减小导航误差对控制系统精度的影响。如在 4.1 节的仿真中,在每一次获取导航信息时加入随机误差,分析导航误差对编队保持系统的影响。

如图 10 和图 11 所示,实时在线规划算法可

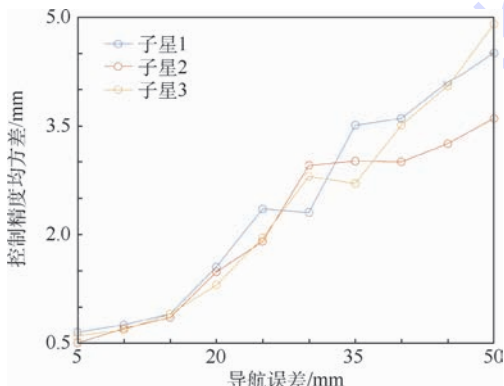


图 10 不同导航误差对控制精度的影响

Fig. 10 Influence of different navigation errors on control precision

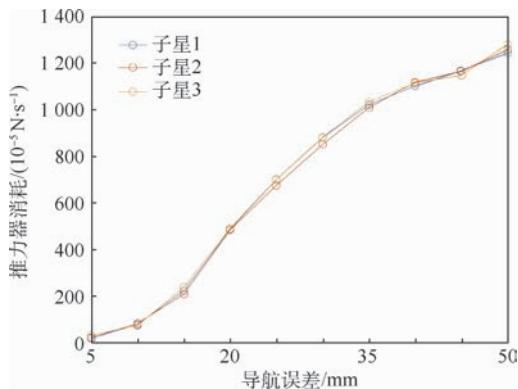


图 11 不同导航误差对推力器消耗的影响

Fig. 11 Influence of different navigation errors on thrust consumption

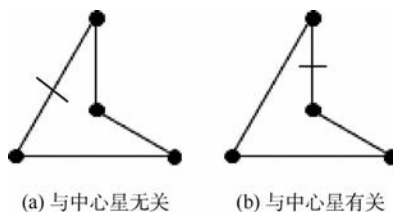
有效减小导航信息对编队保持的影响,能保持较高的控制精度,但当导航误差过大时,由于所使用的微推力器单个冲量太小,能量消耗过多。因此,这种应用微推力器的卫星编队保持系统应同时具备较高精度的导航系统。

4.3 拓扑结构容错仿真算例

卫星在轨运转过程中,难免会受到干扰,通信链路暂时中断,甚至永久无法使用。若采用星形结构,不难发现,发生通信链路损坏的卫星将完全处于失联状态,从而失去控制。当采用环形拓扑结构时,当某一条通信链路损坏时,原信息可经由另一条链路传递,只是由于其信息传递路径变长,会造成更长的时滞;只有当与某一颗卫星连接的 2 条通信链路同时损坏时,该颗卫星才会失联,与星形结构相比,大大提高了系统的可靠性。

环形拓扑结构通信链路的损坏分为以下 2 种情况,即与中心领航星无关的链路损坏和与中心领航星有关的链路损坏,如图 12 所示。现分别对这 2 种情况进行仿真,如表 4 所示。

由以上仿真可知,当考虑到拓扑结构中通信链路的损坏时,虽然系统仍能较正常的运转,而由于时滞变长使得误差积累以及由于信息滞后造成的计算误差,使得整个系统的控制精度会有不同程度的下降,推力器消耗也会大大提高。由于中心领航星在系统中占据较重要的地位,故 3.2 节



(a) 与中心星无关 (b) 与中心星有关

图 12 2 种通信链路损坏示意图

Fig. 12 Schematic diagram of two types of communication link damage

表4 在线搜索算法对于解决通信链路
损坏问题的效果

Table 4 Effect of online search algorithm on
problem solution of communication link damage

通信链路损坏情况	位置误差/m	推力器消耗/($10^{-5} \text{N} \cdot \text{s}$)
无通信损坏	0.001 265	554 739
	0.001 517	
	0.001 864	
通信损坏1 (与中心星无关)	0.003 387	149 158 162
	0.003 451	
	0.001 793	
通信损坏2 (与中心星有关)	0.002 755	265 258 269
	0.003 723	
	0.002 245	

提到的基于拓扑结构的修正算法中所占用的权值也较大,所以当与之有关的通信链路发生故障时,对系统也会产生更大的影响。

5 结 论

本文研究了微推力下的卫星编队保持问题及其应用,并进一步做出了一定优化。

1) 设计了适用于光学干涉测量和对地观测的Cartwheel编队构型,并针对此编队构型分析了其各种拓扑结构的特性,选取环形拓扑结构,并设计了基于环形拓扑结构对卫星编队构型的修正算法。

2) 在此基础上,利用LQR控制,并加入PSO算法对控制任务进行重分配,实现了微推力下的高精度卫星编队保持任务。

仿真表明,所设计的控制器能较好地完成对预定编队构型的保持,保持较高的精度的同时尽可能减少能量的消耗;在加入随机导航误差或模仿通信链路损坏时,仍能较好地完成控制任务;兼顾了快速性和可靠性。然而当控制过程受到影响时,控制精度不可避免地会有些降低,能量消耗有所提高,如何降低这些因素对控制系统的影响,将是下一步的研究方向。

参考文献 (References)

- [1] REICHBACH J, SEDWICK R J, MARTINEZ-SANCHEZ M. Micropropulsion system selection for precision formation flying satellites[D]. Cambridge; Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [2] SCHARF D P, KEIM J A, HADAEGH F Y. Flight-like ground demonstrations of precision maneuvers for spacecraft formations—Part I[J]. IEEE Systems Journal, 2010, 4(1): 84-95.
- [3] SCHARF D P, KEIM J A, HADAEGH F Y. Flight-like ground demonstrations of precision maneuvers for spacecraft formations—Part II[J]. IEEE Systems Journal, 2010, 4(1): 96-106.
- [4] RAYMAN M D, VARGHESE P. The Deep Space 1 extended

- mission[J]. Acta Astronautica, 2001, 48(5-12): 693-705.
- [5] RACCA G D, MARINI A, STAGNARO L, et al. SMART-1 mission description and development status[J]. Planetary & Space Science, 2002, 50(14): 1323-1337.
- [6] 刘博, 特日格乐, 王聪, 等. 印度“一箭104星”任务简析[J]. 国际太空, 2017(4): 55-61.
- LIU B, TERGEL, WANG C, et al. Analysis on the mission of India's launching of 104 Satellites on a single rocket[J]. Space International, 2017(4): 55-61 (in Chinese).
- [7] 杨灵芝, 魏延明, 刘旭辉. MEMS 固体微推力器阵列发展研究[J]. 空间控制技术与应用, 2016, 42(1): 13-19.
- YANG L Z, WEI Y M, LIU X H. Development of MEMS solid propellant micro-thruster array [J]. Aerospace Control and Application, 2016, 42(1): 13-19 (in Chinese).
- [8] MASSONNET D. Capabilities and limitations of the interferometric Cartwheel[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2001, 39(3): 506-520.
- [9] 范林东, 杨博, 苗峻, 等. 基于 SiC MEMS 阵列的高精度微纳卫星编队保持[J]. 中国空间科学技术, 2016, 36(2): 37-45.
- FAN L D, YANG B, MIAO J, et al. High precision micro-nano satellite formation keeping based on SiC MEMS micro thruster array [J]. Chinese Space Science and Technology, 2016, 36(2): 37-45 (in Chinese).
- [10] 张安慧. 大规模航天器编队协同控制性能分析与信息拓扑设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
- ZHANG A H. Performance analysis and information topology design for large scale spacecraft formation coordinated control [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013 (in Chinese).
- [11] TILLERSON M, INALHAN G, HOW J P. Coordination and control of distributed spacecraft systems using convex optimization techniques [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2002, 12(2-3): 207-242.
- [12] ALFRIEND K, VADALI S R, GURFIL P, et al. Spacecraft formation flying: Dynamics, control and navigation [M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2009.
- [13] JOHNSON L B, CHOI H L, PONDA S S, et al. Decentralized task allocation using local information consistency assumptions [J]. Journal of Aerospace Information Systems, 2017, 14(2): 103-122.
- [14] ULYBYSHEV Y. Long-term formation keeping of satellite constellation using linear-quadratic controller [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(1): 109-115.
- [15] FERNANDEZ-MARQUEZ J L, SERUGENDO G D M, MONTAGNA S, et al. Description and composition of bio-inspired design patterns: A complete overview [J]. Natural Computing, 2013, 12(1): 43-67.

作者简介:

杨博 女, 博士, 副教授。主要研究方向: 航天器天文自主导航技术等。

赵晓涛 男, 硕士研究生。主要研究方向: 导航制导与控制。

苗峻 男, 博士研究生。主要研究方向: 导航制导与控制。

Micro-thrust high-precision satellite formation system based on Cartwheel configuration

YANG Bo^{1,*}, ZHAO Xiaotao¹, MIAO Jun¹, LIU Xuhui², LONG Jun²

(1. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

Abstract: Micro-thrust satellite formation can better complete the high-precision aerospace satellite formation tasks. Close-range cooperative work is the basic feature of satellite formation flight, and the specific geometric configuration and relative movement between the satellites is the basic condition of the cooperative formation. But perturbation and other interference factors lead to the uncertain change of the relative relationship. It is necessary to design the formation configuration and information topology to achieve long-term high-precision formation maintenance. However, the micro-thruster's mechanism requires a higher reliability and fastness of the satellite formation system. To this end, a micro-thrust satellite formation system based on Cartwheel configuration is proposed, and a topological network structure is designed to meet the system performance requirements. An online trajectory optimization algorithm based on particle swarm optimization (PSO) algorithm was designed. The application to the control system of satellite formation maintenance achieves a high-precision fast and stable control with low energy consumption.

Keywords: Cartwheel configuration; topological structure; micro-thruster; formation maintenance; cooperative work

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0664

结构输出响应概率密度估计中分数矩求解方法

李宝玉^{1,2}, 张磊刚^{2,*}, 师娇², 余雄庆¹

(1. 南京航空航天大学 航空宇航学院, 南京 210016; 2. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)



摘 要: 鉴于概率不确定性背景下基于分数矩极大熵准则的结构可靠性分析方法具有较大的效率与精度优势, 综合研究并给出了可以用于极大熵准则中约束条件输出响应分数矩求解的3种分数矩求解方法, 包括降维积分(DRI)方法、稀疏网格积分(SGI)方法和无迹变换(UT)方法。阐述了分数矩求解原理及过程, 给出了方法的计算效率, 并分析了方法的适用性。3种分数矩求解方法在确保计算精度的同时可以很大程度减少结构输入-输出模型的调用次数, 大幅提高统计分析效率。通过与 Monte Carlo 仿真分析法对比, 验证了3种分数矩求解方法的正确性与高效性。

关键词: 极大熵准则; 分数矩; 降维积分(DRI); 稀疏网格积分(SGI); 无迹变换(UT)

中图分类号: TB114.3

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1156-08

在工程结构的优化设计及可靠性分析中, 普遍存在着参数的不确定性, 因此需要对参数的不确定性进行定量化描述, 利用不确定性分析方法进行参数统计分析、结构优化设计、可靠性分析等^[1]。不确定性分析方法包括概率统计方法、非概率凸集方法以及模糊方法。对于一些实际工程问题, 结构输入参数可能需要同时采用以上3种方法进行定量化描述, 不确定性的多源性问题以及概率与非概率条件下的相容性问题也得到了深入研究^[2-3]。

以概率统计为基础的不确定性传递分析得到了最为广泛的研究, 其中结构可靠性分析技术取得了丰硕的研究成果, 经过几十年的发展形成具有代表性的3类技术: 近似解析法^[4-5]、数值模拟法^[6-7]和代理模型法^[8-9]。近似解析法以计算功能函数的矩为基础, 以 FORM 和 SORM 方法为代表, 将原功能函数在设计点处线性或二次展开, 该类方法的精度不仅受限于设计点的确定精度, 而

且不适用于功能函数高度非线性的复杂问题。数值模拟法则避开对功能函数的近似, 对于结构响应函数的形式没有要求, 以 Monte Carlo 法、重要抽样法等为代表, 然而对于一般问题, 数值模拟法需要大量抽样并估计功能函数的值才能得到合理的结果, 尤其对于小失效概率的工程问题, 其计算代价无法承受。随着可靠性分析技术的发展与工程应用的需求, 建立代理模型来表示原结构输入-输出关系模型, 进而利用代理模型进行可靠性分析的思路得到了发展, 常用的代理模型有 Kriging、支持向量机等, 然而可靠性分析的精度依赖于代理模型的精度, 训练样本的选择与控制技术也正在不断研究发展中。

在以上几类成熟方法发展的基础上, 直接估计结构系统输出响应的概率密度函数, 进而将其在失效域积分进行可靠性分析的思路受到了研究者的青睐。其中, 极大熵准则得到了广泛的研究^[10-15]。通过在一实数点处的 Taylor 级数展开式

收稿日期: 2017-10-25; 录用日期: 2017-12-15; 网络出版时间: 2018-03-07 10:52

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.1029.003.html

基金项目: 军委装备发展部“十三五”装备预研领域基金(6140244010216HT15001)

* 通信作者: E-mail: leigang_zhang@163.com

引用格式: 李宝玉, 张磊刚, 师娇, 等. 结构输出响应概率密度估计中分数矩求解方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1156-1163. LI B Y, ZHANG L G, SHI J, et al. Solution method of fractional moments involved in probability density estimation of structural output response[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1156-1163 (in Chinese).

可看出一个正的变量的任一阶分数矩包括了其大量的整数矩的信息^[12],利用分数矩能够引入更多的被估计变量信息,基于分数矩的极大熵准则进一步提高了概率密度函数估计的精度与效率^[12-15],因此得到了很大的发展。

极大熵准则利用熵与不确定性的联系直接估计变量的概率密度分布,然而其计算精度与效率很大程度上取决于熵最大优化模型中的约束条件——变量分数矩的求解精度与效率,因为寻求最大熵值过程中,只有在求解输出响应函数的分数矩信息时才会涉及结构响应函数的估计,尤其是针对有限元辅助设计的隐式输入-输出模型,高效的分数矩求解方法可以很大程度地降低模型的调用次数,从而大幅提升计算效率。目前针对分数矩求解的专项研究比较少,因此,本文研究了 3 种高效的分数矩求解方法,可从根本上解决计算效率的问题。同时,通过与极大熵准则融合,提供了一种先进的可靠性分析方法。此外,基于本文的矩求解方法可为基于矩的可靠性分析以及稳健优化等应用提供很好的技术支持^[16-17]。

1 分数矩概念

分数矩的引入进一步促进了极大熵准则的发展与推广,基于分数矩的极大熵准则表达式如式(1)所示,通过式(1)中熵的最大优化估计结构输出响应 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$ 。

$$\begin{aligned} \max: H(f_Y(y)) &= - \int_Y f_Y(y) \ln(f_Y(y)) dy \\ \text{s. t. } \int_Y y^{\alpha_k} f_Y(y) dy &= M_Y^{\alpha_k} \quad k = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $H(f_Y(y))$ 为 $f_Y(y)$ 的信息熵; $M_Y^{\alpha_k}$ 为 Y 的 α_k 阶分数矩,用于熵最大优化过程中提供被估计变量的有限信息作为约束,而且一般仅需提供被估计量的低阶分数矩信息^[12-13]。

分数矩的计算需要变量为正的随机量,即假设结构系统的输出响应函数 $Y = g(\mathbf{X})$ 为正的随机量, $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ (n 为输入的维数) 为模型随机输入变量的向量, Y 的 α 阶分数矩可以表示为

$$M_Y^\alpha = E(Y^\alpha) = \int_{\mathbf{X}} (g(\mathbf{X}))^\alpha f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (2)$$

式中: α 为一个任意实数。

分数矩的优势可通过如下推导看出。将 Y^α 进行 Taylor 级数展开,进而 $E(Y^\alpha)$ 可表示为

$$E(Y^\alpha) = E\left(\sum_{i=0}^{\infty} C_\alpha^i Y_0^{\alpha-i} (Y - Y_0)^i\right) =$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} C_\alpha^i Y_0^{\alpha-i} E((Y - Y_0)^i) \quad (3)$$

式中: $C_\alpha^i = \alpha! / [i!(\alpha - i)!]$; Y_0 为任一实数。

将 $(Y - Y_0)^i$ 进行二项展开,进而式(3)可以表示为

$$E(Y^\alpha) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i C_\alpha^i C_i^j (-1)^{i-j} Y_0^{\alpha-j} E(Y^j) \quad (4)$$

由式(4)可以看出,一个正的随机变量的分数矩包含了大量的整数矩信息^[12],因此,采用分数矩作为约束,可以为极大熵准则提供更多的被估计变量信息,提高函数估计精度。由此可见,分数矩的计算是极大熵准则的核心与关键。

2 分数矩求解方法

2.1 降维积分方法

高维模型替代(High Dimensional Model Representation, HDMR)方法近年得到了大量的研究^[18],其能够合理且有效地近似一个复杂且为隐式关系的实际模型。采用基于 HDMR 的降维积分(Dimension Reduction Integration, DRI)方法可求解结构输出响应的分数矩。Cut-HDMR^[19]是常用的方法之一,文献[12]对 Cut-HDMR 进行了改进。对输出响应函数 $Y = g(\mathbf{X})$ 进行自然对数转化:

$$\varphi(\mathbf{X}) = \ln(Y) = \ln(g(\mathbf{X})) \quad (5)$$

将 $\varphi(\mathbf{X})$ 按 Cut-HDMR^[19]形式展开,表达为

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{X}) &= \varphi_0 + \sum_{i=1}^n \varphi_i(X_i) + \sum_{1 \leq i < j \leq n} \varphi_{ij}(X_i, X_j) + \dots + \\ &\quad \varphi_{12\dots n}(X_1, X_2, \dots, X_n) \end{aligned} \quad (6)$$

式中:

$$\begin{cases} \varphi_0 = \ln(g(\boldsymbol{\mu}_X)) \\ \varphi_i(X_i) = \ln(g(\boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_{i-1}, X_i, \boldsymbol{\mu}_{i+1}, \dots, \boldsymbol{\mu}_n)) - \varphi_0 \\ \varphi_{ij}(X_i, X_j) = \ln(g(\boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_{i-1}, X_i, \boldsymbol{\mu}_{i+1}, \dots, \boldsymbol{\mu}_{j-1}, \\ \quad X_j, \boldsymbol{\mu}_{j+1}, \dots, \boldsymbol{\mu}_n)) - \varphi_i(X_i) - \varphi_j(X_j) - \varphi_0 \\ \vdots \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\mu}_X = [\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\mu}_2, \dots, \boldsymbol{\mu}_n]^T$ 为结构输入向量 \mathbf{X} 的均值向量。

按照 Cut-HDMR 方法只保留式(6)中展开项的常数项与一阶项,进而得到简化与近似的结构输出响应函数:

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{X}) &\approx \sum_{i=1}^n \ln(g(\boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_{i-1}, X_i, \boldsymbol{\mu}_{i+1}, \dots, \boldsymbol{\mu}_n)) - \\ &\quad (n-1) \ln(g(\boldsymbol{\mu}_X)) = \sum_{i=1}^n \ln(g(X_i, \boldsymbol{\mu}_X)) - \\ &\quad (n-1) \ln(g(\boldsymbol{\mu}_X)) \end{aligned} \quad (8)$$

对式(8)进行逆变换,得到原始的输出响应函数为

$$Y = g(\mathbf{X}) = \exp(\varphi(\mathbf{X})) \approx$$

$$(g(\boldsymbol{\mu}_X))^{1-n} \prod_{i=1}^n g(X_i, \boldsymbol{\mu}_X) \quad (9)$$

由式(9)可以看出,输出响应函数近似地表达为 n 个一元函数的乘积形式,从而为分数矩的计算作好了铺垫。DRI 方法给出一个正的输出响应变量的 α 阶分数矩,可以按式(10)推导^[12-13]:

$$M_Y^\alpha = \int_X (g(\mathbf{X}))^\alpha f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \approx$$

$$\int_X \left[(g(\boldsymbol{\mu}_X))^{1-n} \prod_{i=1}^n g(X_i, \boldsymbol{\mu}_X) \right]^\alpha \prod_{i=1}^n f_{X_i}(X_i) d\mathbf{X} =$$

$$(g(\boldsymbol{\mu}_X))^{\alpha-an} \prod_{i=1}^n \left[\int_{X_i} (g(X_i, \boldsymbol{\mu}_X))^\alpha f_{X_i}(X_i) dX_i \right] \quad (10)$$

可以看出,式(10)建立了一个多元函数分数矩与一元函数分数矩的关系,也即 DRI 方法将一个多元函数分数矩的求解近似转化为多个一元函数分数矩求解后再乘积的形式,式(10)也可以用来求解输出响应的整数矩,只需令 α 为整数即可。可以通过高斯积分准则来求解一元函数的

积分,表1给出了常用的几种分布类型的一元函数高斯积分表达式^[19]。本文在具体的积分计算时采用五点高斯积分准则,表2给出了积分数据^[20],其中 w_j 为积分权重, z_j 为积分点。

表1 一元函数分数矩计算的高斯积分表达式^[19]

Table 1 Gauss integral expression of one-variable function fractional moment computation^[19]

分布类型	积分区域	高斯积分准则	数值积分表达式
均匀	$[a, b]$	高斯-勒让德	$\sum_{j=1}^N w_j \frac{1}{2} \left[g \left(\frac{b-a}{2} z_j + \frac{a+b}{2} \right) \right]^\alpha$
正态	$(-\infty, +\infty)$	高斯-埃尔米特	$\sum_{j=1}^N w_j [g(\mu + z_j \sigma)]^\alpha$
对数正态	$(0, +\infty)$	高斯-埃尔米特	$\sum_{j=1}^N w_j \{ g[\exp(\mu + z_j \sigma)] \}^\alpha$
指数	$(0, +\infty)$	高斯-拉盖尔	$\sum_{j=1}^N w_j [g(z_j/\lambda)]^\alpha$
威布尔	$(0, +\infty)$	高斯-拉盖尔	$\sum_{j=1}^N w_j [g(\theta z_j^{1/\delta})]^\alpha$

表2 五点高斯积分准则的积分数据^[20]

Table 2 Integral data of five-point Gauss integral criteria^[20]

积分准则	积分权重与点	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$
高斯-埃尔米特	w_j	1.13×10^{-2}	0.2221	0.5333	0.2221	1.13×10^{-2}
	z_j	-2.8570	-1.3556	0	1.3556	2.8570
高斯-勒让德	w_j	0.2369	0.4786	0.5689	0.4786	0.2369
	z_j	-0.9062	-0.5385	0	0.5385	0.9062
高斯-拉盖尔	w_j	0.5218	0.3987	7.59×10^{-2}	3.61×10^{-3}	2.34×10^{-5}
	z_j	0.2636	1.4134	3.5964	7.0858	12.641

2.2 稀疏网格积分方法

以 Smolyak 准则为基础的稀疏网格积分(Sparse Grid Integration, SGI)方法^[21]是将多元函数的求积公式用合适的一元函数求积公式的张量积组合来表达。

假定 $w_i^{s_i}$ 和 $U_i^{s_i}$ 表示第 i 个变量的一维空间中的权重和积分点,其可以由一元函数的高斯积分、Clenshaw-Curtis、梯形准则等方法得到^[22]。假定精度水平为 $k(k \geq 0)$,则 n 元函数对应的 n 维空间中所有积分点组成的集合 U_n^k 可以通过 Smolyak 准则^[21]选取。

$$U_n^k = \bigcup_{k+1 \leq |s| \leq q} U_1^{s_1} \otimes U_1^{s_2} \otimes \cdots \otimes U_1^{s_n} \quad (11)$$

式中: \otimes 表示张量积计算; $q = k + n$; $|s| = s_1 + s_2 + \cdots + s_n$ 。

集合 U_n^k 中相应于第 l 个积分点 $\boldsymbol{\xi}_l = [\xi_{l_1}^{s_1},$

$\xi_{l_2}^{s_2}, \dots, \xi_{l_n}^{s_n}]^T \in U_n^k$ 的权重 w_l 可以依据 Smolyak 准则确定。

$$w_l = (-1)^{q-|s|} \binom{n-1}{q-|s|} (w_{l_1}^{s_1} w_{l_2}^{s_2} \cdots w_{l_n}^{s_n}) \quad (12)$$

因此,式(2)中给出的多元函数积分可以通过式(13)所示的 SGI 方法求得,其计算结果能够达到 $2k+1$ 阶多项式精度^[23]。

$$M_Y^\alpha = \sum_{l=1}^{N_n^k} w_l [g(T^{-1}(\boldsymbol{\xi}_l))]^\alpha = \sum_{l=1}^{N_n^k} w_l (g(\mathbf{X}_l))^\alpha \quad (13)$$

式中: w_l 和 $\boldsymbol{\xi}_l \in U_n^k$ 分别为依据稀疏网格选点技术得到的 n 维变量空间中的积分权重和积分点; N_n^k 为选取的积分点的个数;基本变量 \mathbf{X} 从原始空间

向积分点 ξ 空间的变换函数为 $T(\cdot)$, $T^{-1}(\cdot)$ 为其反函数; ξ_i 与 X_i 分别为 2 个空间的对应点。例如对于正态分布,选取高斯-埃尔米特多项式的零点作为一维积分点时,有 $X_i = T^{-1}(\xi_i) = \mu_x + \xi_i C_{\sigma_x}$, C_{σ_x} 为对角线元素为各变量标准差的 $n \times n$ 维矩阵。采用式(13)进行积分求解时,不需要计算 $g(T^{-1}(\xi_i))$ 的具体表达式,只需将积分点处的 ξ_i 值变换到 X_i 空间,进而估计相应的结构输出响应函数值。类似地,式(13)也可以计算输出响应的整数矩。

2.3 无迹变换方法

无迹变换 (Unscented Transformation, UT) 方法是由 Julier 和 Uhlmann^[24] 引入来通过非线性转换估计分布的均值和协方差信息,被广泛应用于卡尔曼滤波技术中^[25]。其基本思想是根据输入变量的均值和协方差等一些分布特征确定一组 Sigma 点和对应的权重,进而利用确定的 Sigma 点近似估计被估计函数的矩信息。UT 方法与 Monte Carlo 法最重要的差别在于前者用到的点是根据特定的法则产生的,而后者用到的点是随机产生的。UT 方法产生 p 个 Sigma 点以及它们对应的权重,权重信息并不代表概率信息,它们可正可负,唯一需要满足的条件就是权重之和必须为 1。

常用的 UT 方法称为标准 UT 方法,标准 UT 方法选取一些 Sigma 点来捕捉输入变量前二阶矩的信息,而 Sigma 点的个数 p 与输入变量的维数 n 呈线性关系。目前,学者们发展了很多方法来定义 Sigma 点及其权重系数, Sigma 点及权重都是与非线性的功能函数无关的。Sigma 点必须能够反应均值、方差以及球面对称性。

本文介绍一种二阶 UT 中选取 $2n + 1$ 个 Sigma 点的标准抽样技术^[24]。对称的选取 $2n + 1$ 个 Sigma 点,这组 Sigma 点能够匹配 n 维随机向量的均值和协方差以及所有的高阶奇次矩。

所选取的 Sigma 点 s 及相应的权重 W 如下:

当 $i = 0$ 时,

$$\begin{cases} s_0 = \mu_x \\ W_0 = w_0 \end{cases} \quad (14)$$

当 $i = 1, 2, \dots, n$ 时,

$$\begin{cases} s_i = \mu_x + \left(\sqrt{\frac{n}{1-w_0} P_{XX}} \right)_i, W_i = \frac{1-w_0}{2n} \\ s_{i+n} = \mu_x - \left(\sqrt{\frac{n}{1-w_0} P_{XX}} \right)_i, W_{i+n} = \frac{1-w_0}{2n} \end{cases} \quad (15)$$

式中: P_{XX} 为输入协方差矩阵; $(\cdot)_i$ 指选取第 i 列或

行; $\sqrt{\cdot}$ 为矩阵平方根分解算子。中心 Sigma 点 s_0 对应的权值 W_0 与输入均值向量有关,其取值决定了其他 $2n$ 个 Sigma 点的位置。通常情况下, s_0 取均值向量, w_0 取值为 0。详细的原理及过程可查阅文献[24-25]。

因此,对于式(2)中的多维变量积分 M_Y^α 可以由式(16)求得

$$M_Y^\alpha = \sum_{i=1}^{2n+1} W_i (g(s_i))^\alpha \quad (16)$$

3 计算效率及适用性分析

3.1 计算效率

在结构可靠性工程领域,通常用结构功能函数的估计次数来表征本文方法的计算效率,因为对于以有限元形式表征的结构输入-输出模型,单次的模型调用会花费数秒甚至几分钟的时间,减少模型的调用次数,也即函数估计次数,可从根本上提高计算效率。本节对 3 种分数矩求解方法的函数估计次数进行分析。

对于 DRI 方法,通过式(10)可看出,将一个多元函数的 α 阶分数矩近似转化为 n 个一元函数 α 阶分数矩乘积的形式,而一元函数估计的次数是非常小的。根据高斯积分的特点,对于均匀分布、正态分布等对称分布,由表 2 可看出其高斯积分点包含 $z_i = 0$ 点,经表 1 所示的数值积分表达式转化后即需计算 $g(\mu_x)$,而式(10)中已计算 $g(\mu_x)$,该结果可重复利用,因此对于该类对称分布的变量,其对应的一元函数估计次数为 $N_i - 1$ 。DRI 方法的函数估计次数记为 N_{DRI} ,即^[12]

$$N_{DRI} = 1 + \sum_{i=1}^k (N_i - 1) + \sum_{i=k+1}^n N_i \quad (17)$$

式中: k 为输入变量概率分布具有对称性的输入变量个数; N_i 为高斯积分点的个数。

SGI 方法调用函数次数是与所选择的精度水平 k 以及输入变量维数 n 有关。根据被积分函数的复杂程度确定 k 的取值,一般情况下取 2 或 3 即可满足要求,相应的函数估计次数 N_{SGI} 为

$$N_{SGI} = \begin{cases} 2n + 1 & k = 2 \\ 2n^2 + 2n + 1 & k = 3 \end{cases} \quad (18)$$

UT 方法选取 $2n + 1$ 个 Sigma 点并计算相应的函数值,因此 UT 方法的函数估计次数 N_{UT} 为

$$N_{UT} = 2n + 1 \quad (19)$$

例如,对于一个包含 6 个正态随机输入变量的问题,由于各特征点对应的函数值只需计算一次,所得响应值在求解各阶次分数矩时可重复使

用,因此,对于 DRI 方法,选择五点高斯积分时计算量为 25;采用 SGI 方法时,当 k 取 2 时调用模型 13 次,当 k 取 3 时调用模型 85 次;若选择 UT 方法,则计算量为 13。综上可看出,本文 3 种方法的函数估计次数均较少,很大程度提高了分数矩的计算效率。

3.2 适用性分析

基于分数矩的极大熵准则能够准确高效地估计结构输出响应的概率密度函数,进而直接积分即可进行结构可靠性分析。在使用时,需要被估计函数为正的随机量。在结构可靠性工程领域,可采用 2 种思路进行结构可靠性分析:①估计结构输出响应的概率密度分布,进而以结构输出门限值为积分下限进行积分即可得到结构的失效概率;②直接估计结构功能函数的概率密度分布,进而直接以 0 为积分上限对其积分即可得到失效概率。在机械结构分析中,位移、应力等输出响应一般可处理为正的随机量,进而可直接计算结构输出响应的分数矩并估计概率密度分布。也可按第 2 种方式,先构建结构的功能函数,此处可以将功能函数构建为商的形式,即 $G = \Delta_L / \Delta_C$, Δ_C 为结构输出响应, Δ_L 为设定的门限值,从而避免了传统功能函数形式 $G = \Delta_L - \Delta_C$ 引入的负值,进而可直接对其运用极大熵准则,失效概率求解的积分区域可缩减至 0 到 1。然而,若对于一个任意函数,其存在负值为一种普遍情况,这时基于分数矩的极大熵密度估计技术就存在一定的使用限制,这种情况下往往可以将函数加上一个较大的正常数,进而可运用该方法得到其在坐标轴上平移后的概率密度分布,进而再进行平移转换。

对于本文 3 种分数矩求解方法,其在求解分数矩问题时的适用性分析如下所述。

DRI 方法通过对输出响应函数的变换,用多个一元函数分数矩乘积求解一个多元函数的分数矩,解决了多维积分的“维数灾难”问题。然而,通过式(10)的转换过程可以看出,输入向量 \mathbf{X} 的联合概率密度函数 $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(X_i)$,进而实现了多元函数积分向一元函数的转化,此转化的前提是输入变量之间需相互独立,因此也即决定了 DRI 方法仅适用于输入变量相互独立的分数矩求解问题,对于相关问题需选择其他方法进行分数矩求解。

SGI 方法被广泛地应用于随机不确定性的传递中,同时在微分方程的求解以及数值积分、差值等方面发挥了很大作用,是一种能够有效用于多

维复杂问题的离散化方法^[22]。SGI 方法对多元积分问题具有很好的适用性,针对不同的输入分布类型,可以采用任何类型的一维积分点进行适应匹配,实现过程灵活简单。此外,SGI 方法的使用对与输入变量是否具有相关性无要求,可根据问题的复杂程度及实际需求选择核实的精度水平,因此,SGI 方法对于大部分的分数矩求解问题普遍适用。

UT 方法效率远高于 Monte Carlo 等一般数值模拟方法,尤其针对非线性程度不高的问题,可以高效地且仅采用 $2n + 1$ 次函数调用即能求得函数的低阶矩。然而,其精度有限,如果所研究问题的非线性程度较高,则 UT 方法的精度水平会下降^[24]。实际上,若用 UT 方法进行分数矩计算,尤其是式(1)中所述的极大熵准则分数矩约束计算时,UT 方法的精度已能满足使用要求,因为仅仅只需要几个低阶次的分数矩就可以提供输出响应函数的大量整数阶矩信息。然而,若需要计算复杂函数的更高阶矩信息时,则可采用高阶 UT 方法^[25]。此外,同 SGI 方法,UT 方法也适用于结构输入变量相关时的矩信息计算。

4 算例分析

本节将 DRI、SGI、UT 3 种分数矩求解方法应用于数值及工程算例中结构输出响应的分数矩计算,同时,采用 Monte Carlo 法在抽取 10^4 样本情况下验证上述方法的正确性以及高效性。 N_{call} 代表各方法的函数估计次数。

4.1 数值算例

文献[26]提出了一个著名的概率风险评估模型,该模型已被广泛应用于结构输入变量的重要性分析等指标验证中^[20]。在本算例中,将本文方法应用于该模型以对其分数矩进行求解,该模型表达为

$$Y = X_1 X_3 X_5 + X_1 X_3 X_6 + X_1 X_4 X_5 + X_1 X_4 X_6 + X_2 X_3 X_4 + X_2 X_3 X_5 + X_2 X_4 X_5 + X_2 X_5 X_6 + X_2 X_4 X_7 + X_2 X_6 X_7 \quad (20)$$

式中: X_1 和 X_2 为每年发生事件的个数,是开始事件; $X_3 \sim X_7$ 为元件的失效率,是基本事件。上述所有变量分布均为对数正态分布,均值与误差因子如表 3 所示^[26]。利用本文所给 3 种方法求得分数矩的结果见表 4。

从表 4 可以看出,利用 DRI、SGI、UT 方法进行分数矩计算所得的结果均与 Monte Carlo 法在 10^4 抽样情况下的计算结果吻合得很好,反映了 3 种分数矩求解方法在计算输出响应函数分数矩时具有较高的精度。同时,利用 3 种方法求得了

输出响应函数的低阶整数矩信息,可看出即使矩信息数值非常小,所得计算结果也能很好得

表 3 数值算例输入变量信息^[26]

Table 3 Input variable information of numerical example^[26]

输入变量	均值	误差因子
X_1	2	2.0
X_2	3	2.0
X_3	1×10^{-3}	2.0
X_4	2×10^{-3}	2.0
X_5	4×10^{-3}	2.0
X_6	5×10^{-3}	2.0
X_7	3×10^{-3}	2.0

注:误差因子表征对数正态分布的分散程度。

表 4 数值算例分数矩计算结果

Table 4 Calculation results of fractional moments of numerical example

α	DRI	SGI($k=2$)	UT	SGI($k=3$)	Monte Carlo
-0.3	13.228	13.228	13.825	13.243	13.208
-0.05	1.535	1.535	1.543	1.535	1.535
0.62	5.217×10^{-3}	5.171×10^{-3}	5.146×10^{-3}	5.204×10^{-3}	5.209×10^{-3}
1.3	1.856×10^{-5}	1.743×10^{-5}	1.859×10^{-5}	1.838×10^{-5}	1.849×10^{-5}
1	2.197×10^{-4}	2.131×10^{-4}	2.190×10^{-4}	2.186×10^{-4}	2.190×10^{-4}
2	6.407×10^{-8}	5.202×10^{-8}	6.265×10^{-8}	6.142×10^{-8}	6.445×10^{-8}
3	2.449×10^{-11}	1.313×10^{-11}	1.386×10^{-11}	2.008×10^{-11}	2.640×10^{-11}
N_{call}	36	15	15	113	10^4

4.2 工程算例

为了更好地验证本文 3 种方法的工程适用性,本节算例将其应用于一个平面十杆桁架结构中^[20],结构概图如图 1 所示。水平和竖直杆的长度和弹性模量均为 L 和 E ,杆的横截面积为 $A_i (i=1, 2, \dots, 10)$ 。作用在节点处的载荷 $P_i (i=1, 2, 3)$ 如图 1 所示。设 $L, A_i (i=1, 2, \dots, 10), E$ 和 $P_i (i=1, 2, 3)$ 为 15 个服从正态分布的随机变量,分布参数如表 5 所示。本节算例为隐式输入-输出模型,可通过 ANSYS 进行有限元分析得出各输入状态下的输出响应值。

运用本文 3 种方法可直接计算十杆桁架结构在载荷作用下响应的分数矩信息,考虑到可靠性分析模型中,可利用极大熵准则直接估计

接近 Monte Carlo 数值仿真结果。此外,对于 SGI 方法,为了对比分析不同精度水平时的计算结果,分别在精度水平取 $k=2$ 和 $k=3$ 时的分数矩结果,可以看出对于本算例,当取精度水平 $k=2$ 时,已经可以得到较高精度的计算结果。

此外,表 4 中的函数估计次数 N_{call} 清晰地对比反映出了 DRI、SGI、UT 3 种方法的计算效率。相比于 Monte Carlo 法,均只需要少量次数的函数估计便可得到高精度的计算结果,很大程度减少了计算代价。因此,以上方法可为极大熵准则在很小计算量的情况下提供较为精确的分数矩约束信息,能够有效地促进基于极大熵准则的可靠性分析方法在工程中的应用。

结构功能函数的概率密度函数,因此以 2 节点纵向位移阈值为 0.0035 m 作为约束条件构建结构系统失效模型。由于考虑到分数矩只适用于正的变量,故设该模型的功能函数为 $G = 0.0035/\Delta_y$, Δ_y 为节点 2 纵向的位移。利用本文 3 种方法求得分数矩的结果见表 6。

对于以有限元形式表征的隐式十杆复杂模型,3 种方法对结构功能函数的分数矩求解效果同 4.1 节的数值算例,结果数值十分接近 Monte Carlo 法计算结果,再次验证了 3 种方法的计算精度。因此对于一般工程问题,在利用密度估计思路进行可靠性分析时,对于很大程度决定计算精度的分数矩约束信息的计算可选择性地采用本文 3 种分数矩求解方法,能够确保提供的约束信息

表 5 十杆桁架结构输入变量信息

Table 5 Input variable information of ten-bar truss structure

输入变量	均值	变异系数
A_i/m^2	0.001	0.15
E/GPa	100	0.05
L/m	1	0.05
P_1/kN	80	0.05
P_2/kN	10	0.05
P_3/kN	10	0.05

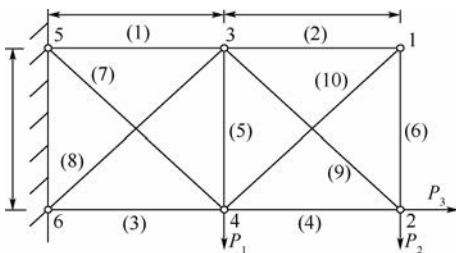


图 1 平面十杆桁架结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a plane ten-bar truss structure

表6 十杆桁架结构分数矩计算结果

Table 6 Calculation results of fractional moments of ten-bar truss structure

方法	分数矩					N_{call}
	$d = -1.5$	$d = -0.47$	$d = 0.08$	$d = 1.8$	$d = 2.5$	
DRI	0.7874	0.9250	1.0137	1.3828	1.5856	61
SGI($k=2$)	0.7861	0.9248	1.0137	1.3830	1.5856	31
UT	0.7929	0.9263	1.0135	1.3821	1.5869	31
Monte Carlo	0.7863	0.9246	1.0137	1.3840	1.5872	10^4

较好地吻合被拟合函数的真实信息。

各方法在隐式模型上的应用更能体现出方法本身的计算效率,少量的有限元仿真分析次数即表征了较低的计算代价,从表6可看出3种方法只需数十次的有限元仿真即可得到高精度的计算结果,很大程度缩短了计算时间,也反映出其只需要很小的计算代价即可提供高精度的矩信息,为后续极大熵准则等方法的应用奠定了很好的基础。

5 结论

随着结构可靠性分析方法的发展,直接估计结构输出概率密度分布,进而积分进行概率不确定性条件下可靠性分析的求解思路在工程应用方面具有较大的潜力。针对被广泛研究的极大熵准则,待估计函数的分数矩的求解精度与效率很大程度上决定了整个密度估计的精度与效率。

1) 本文研究了降维积分(DRI)方法、稀疏网格积分(SGI)方法及无迹变换(UT)方法3种分数矩求解方法,介绍了分数矩求解原理及过程,给出了各方法的计算效率,并分析了各方法的适用性。

2) 通过数值与具有隐式输入-输出关系的工程算例验证了3种分数矩求解方法在计算变量分数矩时具有较大的优势,验证了本文方法均只需要少量的函数估计次数即可获得较高精度的计算结果。

3) 选择性地应用3种分数矩求解方法进行结构系统分数矩的计算,可有效推动极大熵等密度估计技术在工程结构可靠性分析中的推广应用,进而促进结构可靠性分析技术的工程适用性。

参考文献 (References)

[1] 王晓军,杨海峰,邱志平,等.基于测量数据的不确定性结构分析的模糊理论[J].北京航空航天大学学报,2010,36(8):887-891.
WANG X J, YANG H F, QIU Z P, et al. Fuzzy theory for uncertain structural analysis based on measurement data[J]. Journal

of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(8):887-891 (in Chinese).

[2] WANG X J, WANG L, ELISHAKOFF I, et al. Probability and convexity concepts are not antagonistic[J]. Acta Mechanica, 2011, 219(1-2):45-64.

[3] QIU Z P, WANG L. The need for introduction of non-probabilistic interval conceptions into structural analysis and design[J]. Science China-Physics, Mechanics & Astronomy, 2016, 59(11):114632.

[4] ZHAO Y G, ONO T. A general procedure for first/second-order reliability method (FORM/SORM)[J]. Structural Safety, 1999, 21(2):95-112.

[5] KIUREGHIAN A D. The geometry of random vibrations and solutions by FORM and SORM[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2000, 15(1):81-90.

[6] 吕震宙,宋述芳,李洪双,等.结构机构可靠性及可靠性灵敏度分析[M].北京:科学出版社,2009.
LU Z Z, SONG S F, LI H S, et al. Reliability and reliability sensitivity analysis of structural and mechanism[M]. Beijing: Science Press, 2009 (in Chinese).

[7] MELCHERS R E. Importance sampling in structural system[J]. Structural Safety, 1989, 6(1):3-10.

[8] ZHANG L G, LU Z Z, WANG P. Efficient structural reliability analysis method based on advanced Kriging model[J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39(2):781-793.

[9] ROCCO C, MORENO J. Fast Monte Carlo reliability evaluation using support vector machine[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2002, 76(3):237-243.

[10] JAYNES E. Information theory and statistical mechanics[J]. Physical Review, 1957, 108(2):171-190.

[11] INVERARDI P, TAGLIANI A. Maximum entropy density estimation from fractional moments[J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 2003, 32(2):327-345.

[12] ZHANG X F, PANDEY M D. Structural reliability analysis based on the concepts of entropy, fractional moment and dimensional reduction method[J]. Structural Safety, 2013, 43:28-40.

[13] ZHANG L G, LU Z Z, CHENG L, et al. A new method for evaluating Borgonovo moment-independent importance measure with its application in an aircraft structure[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 132:163-175.

[14] 张磊刚,吕震宙,陈军.基于失效概率的矩独立重要性测度的高效算法[J].航空学报,2014,35(8):2199-2206.
ZHANG L G, LU Z Z, CHEN J. An efficient method for failure probability-based moment-independent importance measure[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(8):2199-2206 (in Chinese).

[15] LI B Y, ZHANG L G, ZHU X J, et al. Reliability analysis based on a novel density estimation method for structures with correlations[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30(3):1021-1030.

[16] 郭健彬,曾声奎,陈云霞.稳健协同优化方法的改进和应用[J].火力与指挥控制,2010,35(4):32-35.
GUO J B, ZENG S K, CHEN Y X. Improvement and application of multidisciplinary robust design optimization method[J]. Fire Control and Command Control, 2010, 35(4):32-35 (in Chi-

- nese).
- [17] GUO J B, ZHAO Z T, ZHAO J Y, et al. Integral robust design method based on maximum tolerance region [J]. Journal of Donghua University, 2014, 31 (6): 737-740.
- [18] LI G, ROSENTHAL C, RABITZ H. High dimensional model representations [J]. Journal of Physical Chemistry, 2001, 105 (33): 7756-7777.
- [19] 张旭方, PANDEY M D, 张义民. 结构随机响应计算的一种数值方法 [J]. 中国科学: 技术科学, 2012, 42 (1): 103-114. ZHANG X F, PANDEY M D, ZHANG Y M. A numerical method for calculating the random response of structures [J]. Scientia Sinica Technologica, 2012, 42 (1): 103-114 (in Chinese).
- [20] 张磊刚. 不确定性结构的局部和矩独立灵敏度方法研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2015. ZHANG L G. Study of local and moment-independent sensitivity analysis method for structures with uncertainty [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015 (in Chinese).
- [21] SMOLYAK S A. Quadrature and interpolation formulas for tensor products of certain classes of functions [J]. Soviet Mathematics Doklady, 1963, 4: 240-243.
- [22] GERSTNER T, GRIEBEL M. Numerical integration using sparse grids [J]. Number Algorithms, 1998, 18 (3-4): 209-232.
- [23] ZHANG L G, LU Z Z, CHENG L, et al. Moment-independent regional sensitivity analysis of the complicated models with great efficiency [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2015, 103 (13): 996-1014.
- [24] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92 (3): 401-422.
- [25] 张勇刚, 费玉龙, 武哲民, 等. 一种高阶无迹卡尔曼滤波方法 [J]. 自动化学报, 2014, 40 (5): 838-848. ZHANG Y G, FEI Y L, WU Z M, et al. A high order unscented Kalman filtering method [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40 (5): 838-848 (in Chinese).
- [26] IMAN R L. A matrix-based approach to uncertainty and sensitivity analysis for fault tree [J]. Risk Analysis, 1987, 7 (1): 21-33.

作者简介:

李宝玉 男, 博士研究生, 高级工程师。主要研究方向: 飞行器设计、结构可靠性设计及结构优化。

张磊刚 男, 硕士, 工程师。主要研究方向: 飞行器结构可靠性设计、重要性分析及结构优化。

Solution method of fractional moments involved in probability density estimation of structural output response

LI Baoyu^{1,2}, ZHANG Leigang^{2,*}, SHI Jiao², YU Xiongqing¹

(1. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: For the fact that the fractional moment based principle of maximum entropy for structural reliability analysis has some advantages in computational efficiency and precision, in this paper, three computational methods for accurately estimating the fractional moments of constraint condition output response involved in the principle of maximum entropy, are studied and presented, including the dimension reduction integration (DRI) method, the sparse grid integration (SGI) method and the unscented transformation (UT) method. The computational theory and process are expounded, the calculation efficiency of each method is given, and the applicability of each method is analyzed in the paper. The presented three methods can greatly reduce the number of structural input-output model estimates and ensure the accuracy of calculation at the same time, so the efficiency of statistical analysis can be greatly improved. Besides, compared with the Monte Carlo simulation method, the accuracy and efficiency of the presented methods are verified according to the applied examples.

Keywords: principle of maximum entropy; fractional moments; dimension reduction integration (DRI); sparse grid integration (SGI); unscented transformation (UT)

Received: 2017-10-25; Accepted: 2017-12-15; Published online: 2018-03-07 10:52

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.1029.003.html

Foundation item: Equipment Development Department "13th Five-year" Equipment Research Field Foundation of China Central Military Commission (6140244010216HT15001)

* Corresponding author. E-mail: leigang_zhang@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0393

纵列式双扇翼气动特性数值模拟与试验

杜思亮^{1,*}, 唐正飞², 赵文静¹, 陈荟¹, 王英宇¹

(1. 淮阴工学院 机械与材料工程学院, 淮安 223003;

2. 南京航空航天大学 直升机旋翼动力学国家级重点实验室, 南京 210016)



摘 要: 扇翼飞行器是一种新概念新原理飞行器, 尤其是其具有独特空气动力学原理。扇翼能够同时产生升力和推力, 为了进一步改善扇翼的气动特性, 在不改变扇翼基本几何参数的前提下, 沿机身纵向布置前后 2 个扇翼, 组成了纵列式双扇翼飞行器。通过数值模拟的方法, 计算了前后扇翼间距、高度和安装角变化时的扇翼升力和推力值, 分析了前后扇翼气动特性相互影响的规律。此外还设计了纵列式双扇翼的风洞试验模型, 将获得的风洞试验结果与数值计算结果进行了初步的对比验证。结果表明, 在一定前后扇翼间距、高度和安装角下, 纵列式双扇翼的气动力相比单个扇翼更具优势。因此, 纵列式双扇翼布局的飞行器具有很好的发展前景和应用优势。

关键词: 扇翼; 横流风扇; 气动特性; 风洞试验; CFD

中图分类号: V211.52

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1164-12

扇翼飞行器^[1]一般是指由扇翼、机身、尾翼、起落装置、操纵系统和动力装置 6 部分组成的航空器, 其中扇翼是飞行器升力和推力的来源。扇翼类似于固定翼的机翼概念, 但与普通机翼有本质区别。普通机翼仅能产生升力, 而扇翼既能产生升力又能产生推力。本文所研究的扇翼指的是将横流风扇安装在机翼前缘弧形槽内, 沿机翼展向布置, 通过横流风扇的旋转, 加速来流, 从而在横流风扇内部产生涡流运动, 在机翼上形成升力和分布式推进力。

国外的一些研究机构和学者对扇翼的气动特性进行了基本的理论分析和试验研究, 证明了扇翼的高升力系数、高功率载荷以及大迎角不失速等特性^[2-6]。笔者课题组是中国较早研究扇翼的团队, 也是扇翼飞行器演示验证重大探索项目的实施团队, 对扇翼飞行器的气动^[7-10]、结构^[11-13]和

控制^[14-15]等相关课题进行了全面深入地探索。

上述研究均是对单个扇翼进行的, 参照串列式机翼飞机^[16]和纵列式双旋翼直升机^[17]的特性, 考虑扇翼飞行器的低速大载荷特性, 再根据横流风扇能够主动加速来流, 并对来流进行再加速和重新整流的特点, 提出了一种使用 2 个扇翼并进行前后布置的方案, 以充分发展扇翼的气动优势。使用前后扇翼布局的飞行器, 称之为纵列式双扇翼飞行器。这种飞行器可以实现垂直或者超短距起降的大载荷飞行能力, 满足特定场景下对这种低速大载荷飞行器的需求。本文首先开展了对纵列式双扇翼不同前后间距、不同高度差和不同安装角下的气动特性数值模拟计算。然后为了验证数值模拟方法的准确性, 也为了证实纵列式双扇翼确实相比单个扇翼更具气动优势, 设计制作了风洞试验的纵列式双扇翼模型以及试验台

收稿日期: 2017-06-12; 录用日期: 2017-09-11; 网络出版时间: 2017-11-07 10:21

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171107.1021.003.html

基金项目: 大学生创新训练计划项目(201811049075X, 201811049006XJ); 江苏省高校优势学科建设工程

* 通信作者。E-mail: kjofchina@qq.com

引用格式: 杜思亮, 唐正飞, 赵文静, 等. 纵列式双扇翼气动特性数值模拟与试验[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1164-1175.

DU S L, TANG Z F, ZHAO W J, et al. Numerical simulation and test on aerodynamic characteristics of tandem fan wing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1164-1175 (in Chinese).

架。最后对数值计算结果与试验结果进行了对比分析。

1 扇翼计算模型与计算方法

1.1 扇翼计算模型

纵列式双扇翼布局如图 1 所示,扇翼沿机翼展向横截面的几何尺寸没有变化,故可将扇翼的三维模型简化为二维模型。本文定义单个扇翼模型的总体尺寸参数(见图 2 和表 1)和叶片尺寸参数(见图 3 和表 2)。前后扇翼的尺寸参数一致。定义扇翼升力 L 方向与来流方向垂直,推力 T 方向与来流方向水平,翼型下表面与来流方向的夹角为迎角。



图 1 纵列式双扇翼布局

Fig. 1 Tandem fan wing layout

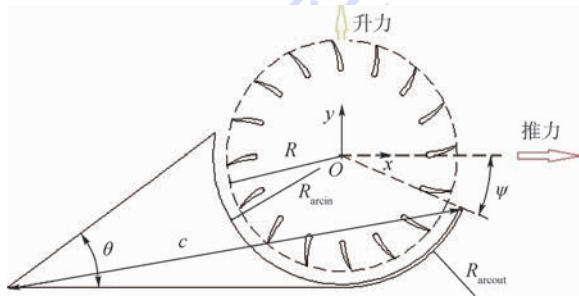


图 2 扇翼截面几何尺寸定义

Fig. 2 Geometry definition of fan wing section

表 1 扇翼几何尺寸参数

Table 1 Geometric parameters of fan wing

参数	数值
扇翼展长 l /mm	500
横流风扇半径 R /mm	150
弧形槽内径 R_{arcin} /mm	155
弧形槽外径 R_{arcout} /mm	160
扇翼弦长 c /mm	561
后缘夹角 θ /($^\circ$)	18
前缘开口角 ψ /($^\circ$)	24

1.2 扇翼计算方法

本文扇翼横流风扇的最大转速为 2 000 r/min, 计算得出横流风扇叶尖旋转速度小于 $0.3Ma$, 故在数值计算中, 可不考虑气流的可压缩性。扇翼与周围气流的作用形式为: 一部分来流被扇翼中的横流风扇吸入并形成涡流运动, 另

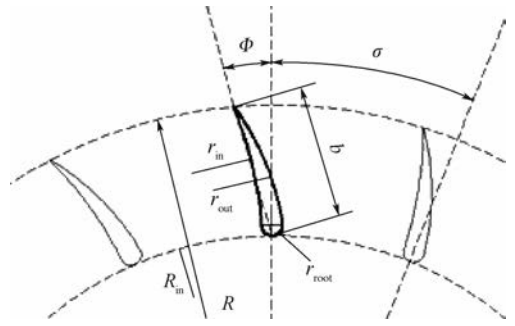


图 3 横流风扇叶片几何尺寸定义

Fig. 3 Geometry definition of cross flow fan blade

表 2 横流风扇叶片参数

Table 2 Cross flow fan blade parameters

参数	数值
叶片宽度 b /mm	36
横流风扇内径 R_{in} /mm	98
叶片外弧半径 r_{out} /mm	96
叶片内弧半径 r_{in} /mm	68
叶片根部圆弧半径 r_{root} /mm	3
叶片安装角 Φ /($^\circ$)	36.5
叶片间距 σ /($^\circ$)	22.5

一部分来流被横流风扇加速并从翼型后缘斜面上射出。因此扇翼周围的整个流场处于非定常状态, 需要考虑雷诺数影响, 设定雷诺数为 5.927×10^5 。在 FLUENT 求解器中, 本文使用 Navier-Stokes 方程为主控方程, 选用的湍流模型为 RNG (Renormalization-Group), 压力与速度耦合采用的是 SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) 算法, 对流项采用 2 阶迎风格式进行离散, 整个流场以混合网格的有限体积法进行计算, 翼型壁面采用无滑移边界条件, 网格划分方法与文献[13]一致, 分别建立纵列式双扇翼不同前后间距、不同高度差和不同安装角的数值计算模型。

1.3 算例验证

为了验证本文采用数值模拟方法的准确性, 采用文献[11]扇翼风洞试验结果进行算例验证。对比验证来流速度为 10 m/s、迎角为 0° 、横流风扇转速 n 为 400 ~ 1 200 r/min 时, 单个扇翼升力系数和推力系数值。图 4 为不同转速下的扇翼升力系数 C_L 和推力系数 C_T 的试验结果与数值计算结果对比。从图中可以看出, 随着横流风扇转速增加, 数值升力系数和推力系数也在逐渐增加, 数值计算结果与试验结果趋势吻合较好, 最大误差在 10% 以内。因此本文的数值模拟方法可以用来分析扇翼的气动特性。

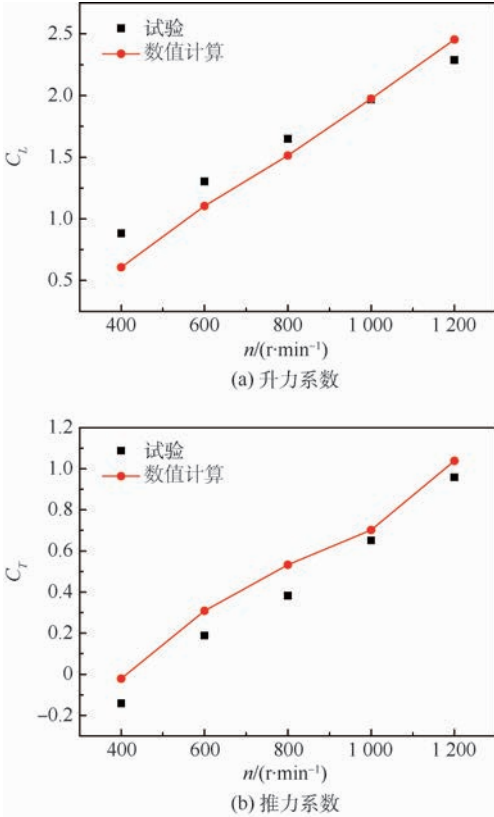


图4 升力系数与推力系数随横流风扇转速变化
Fig.4 Change of lift coefficient and thrust coefficient with cross flow fan speed

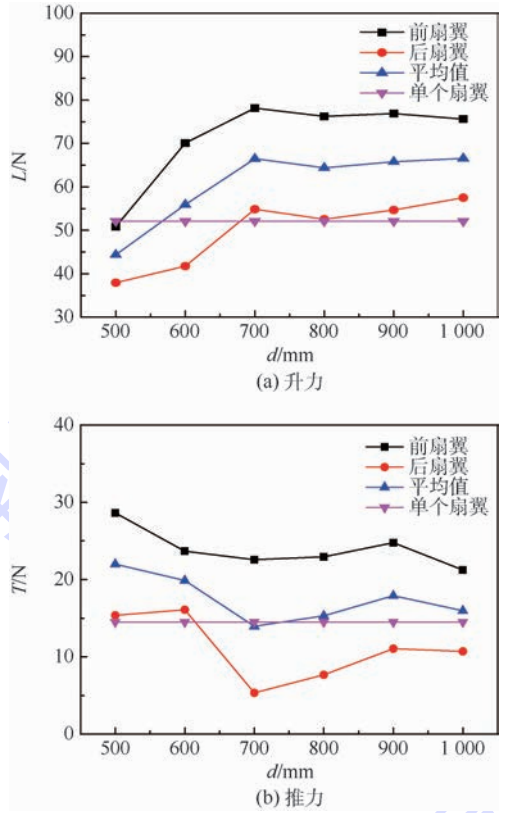


图6 纵列式双扇翼气动升力随前后扇翼间距变化
Fig.6 Change of aerodynamic force of tandem fan wing with distance between front and rear fan wings

2 计算结果与分析

2.1 气动特性与前后扇翼间距的关系

不同间距下的纵列式双扇翼模型定义示意图如图5所示,分别计算前后扇翼间距 d 为500、600、700、800、900和1000 mm 6个状态下的气动升力,其中前后扇翼的高度差为0,安装角为 0° 。

图6为前后扇翼升力和推力随前后扇翼间距的变化曲线。由图6(a)可以看出,间距小于700 mm时,前后扇翼的升力均随着间距的增大而增大;大于700 mm后,间距的变化对前后扇翼升力的影响较弱,升力趋于稳定。此外,从图6(a)中还可以看出,前扇翼的升力始终大于后扇翼,而后扇翼的升力相较于单个扇翼升力增加较少,在

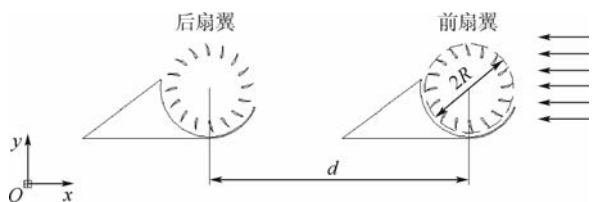


图5 纵列式双扇翼前后扇翼间距定义示意图

Fig.5 Schematic of definition of distance between front and rear fan wings of tandem fan wing

间距较小时还没有单个扇翼的升力大。整体而言,纵列式双扇翼的前后平均气动增升效果要好于单个扇翼,增升了约27%。由图6(b)可以看出,纵列式双扇翼在大间距时产生的推力相较于单个扇翼的增加值很小,仅在间距最小时有优势,增加了约51%。

为了进一步说明纵列式双扇翼气动增升的原理,绘制了图7不同前后扇翼间距的流速流线图。从图中可以看出,由于前后扇翼气流的相互影响,扇翼内部的低压涡强度和位置也不相同。由图7(a)~(f)可以看出,当间距较小时,经前扇翼加速后的气流大部分流入后扇翼中,经后扇翼横流风扇进一步加速,从后扇翼流出的气流流速总是比前扇翼大。间距大于等于700 mm时,后扇翼对前扇翼来流的加速作用减小,大部分气流没有被后扇翼加速,进入后扇翼的气流流量减小,故后排扇翼的升力始终小于前排扇翼。

扇翼产生的推力来源于横流风扇的旋转对气流的加速作用。当间距较小时,从前扇翼流出的气流都进入了后扇翼,横流风扇单位时间加速气流的流量增大,根据牛顿第三定律,横流风扇叶片受到的反作用力越大,间距较小时的后扇翼推力越大。间距增加为700 mm时,前扇翼的推力最

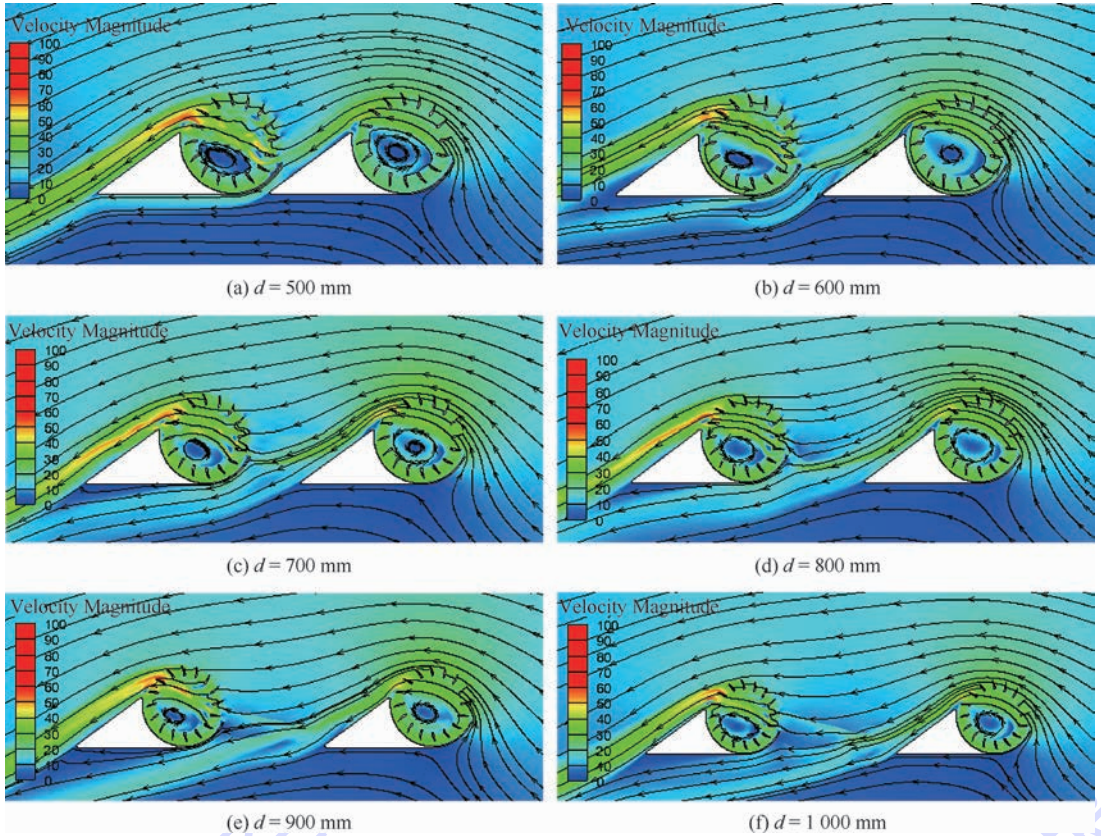


图 7 纵列式双扇翼前后扇翼间距变化时的速度云图和流线图

Fig. 7 Velocity contours and streamlines when distance between front and rear fan wings of tandem fan wing changes

小,随着间距的增大,又逐渐有所提高。可能由于后扇翼对前扇翼后缘斜面气流的影响,而后缘斜面气流流速的快慢,直接影响扇翼推力的大小。

2.2 气动特性与前后扇翼高度的关系

不同高度下的纵列式双扇翼模型定义如图 8 所示,定义纵列式双扇翼的前扇翼可移动,分别计算前后扇翼高度差 h 与 $2R$ 的关系为 $h/(2R) = -1、-0.5、0、0.5、1$ 五个状态下的气动力,其中前后扇翼的间距固定为 $d = 800 \text{ mm}$,安装角为 0° 。

图 9 为前后扇翼升力和推力随前后扇翼高度的变化曲线。可以发现,前扇翼相对高于后扇翼时,对整体气动增升有优势,前扇翼的增升效果明显,而对后扇翼的升力影响不大。其中 $h/(2R) = 0$ 时的气动增升效果最明显。前后扇翼高度差的变化对整体的推力影响不是很大,前后扇翼推力

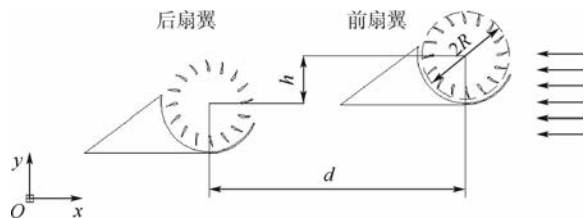


图 8 纵列式双扇翼前后扇翼高度差定义示意图

Fig. 8 Schematic of definition of height difference between front and rear fan wings of tandem fan wing

呈现此消彼长的趋势。图 10 为不同前后扇翼高度的流速流线图,可以看出 $h/(2R) > 0$ 时,经前扇翼加速的气流从其后缘斜面,正好流入后扇翼旋转的横流风扇中,流线比较平滑。 $h/(2R) = 0.5$ 时的前扇翼升力较小,这是由于后扇翼对前扇翼下表面气流流速的加速作用,导致前扇翼上下表面的压强差减小,故而升力减小。

2.3 气动特性与前后扇翼安装角的关系

不同前后扇翼安装角下的纵列式双扇翼模型定义如图 11 所示,前后扇翼的间距 $d = 800 \text{ mm}$,前后扇翼的高度差 $h/(2R) = 0$ 。首先,分别计算后扇翼安装角 α_b 为 $-20^\circ、-10^\circ、0^\circ、10^\circ$ 和 20° 状态下的气动力,其中前扇翼安装角不变 $\alpha_f = 0^\circ$;然后,计算前扇翼安装角 α_f 为 $-20^\circ、-10^\circ、0^\circ、10^\circ$ 和 20° 状态下的气动力,其中后扇翼安装角不变 $\alpha_b = 0^\circ$;再计算前后扇翼安装角随动,即 $\alpha_f = \alpha_b$ 时状态下的气动力;最后,计算前后扇翼安装角差动,即 $\alpha_f = -\alpha_b$ 时状态下的气动力。

2.3.1 前扇翼安装角不变

图 12 为前扇翼安装角固定时,前后扇翼的升力和推力变化。从图 12(a) 可以看出,随着后扇翼安装角的增大,前扇翼和后扇翼的升力都增大。后扇翼对前扇翼的升力影响较大,相对前扇翼升

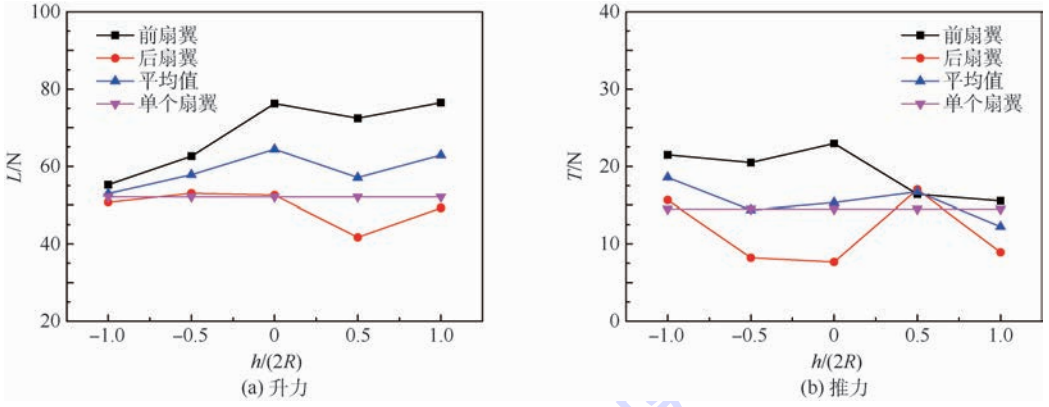


图9 纵列式双扇翼气动力随前后扇翼高度变化

Fig.9 Change of aerodynamic force of tandem fan wing with height of front and rear fan wings

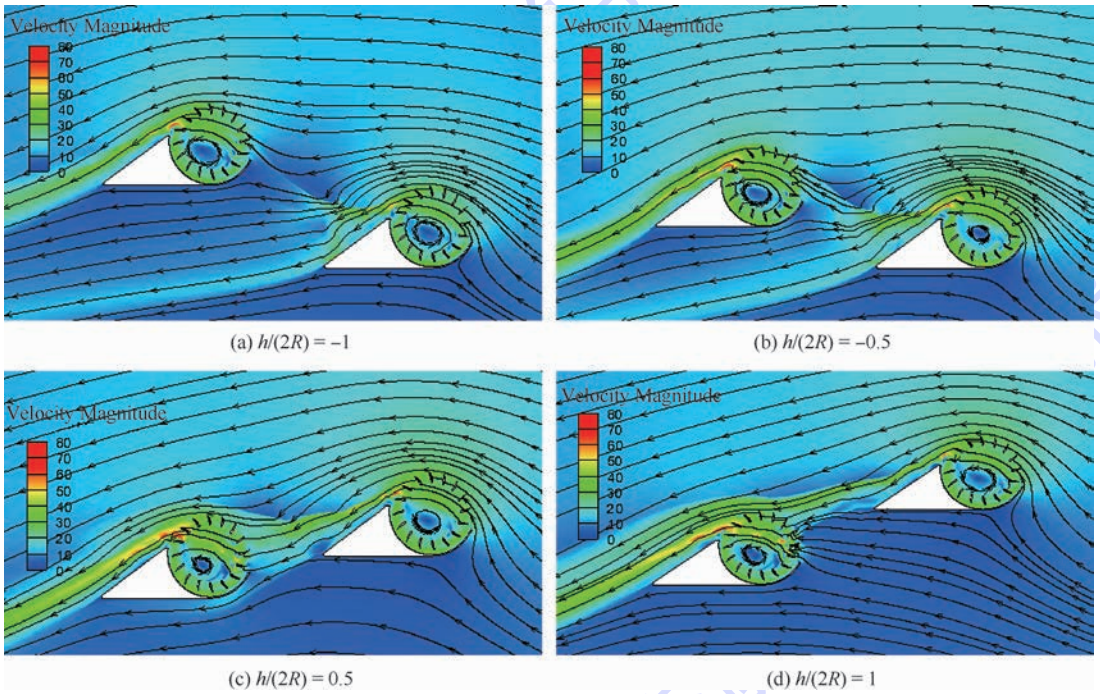


图10 纵列式双扇翼前后扇翼高度变化时的速度云图和流线图

Fig.10 Velocity contours and streamlines when height of front and rear fan wings of tandem fan wing changes

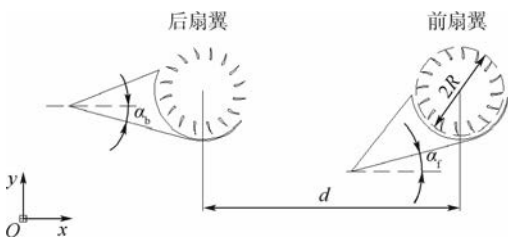


图11 纵列式双扇翼前后扇翼安装角定义示意图

Fig.11 Schematic of definition of installation angle between front and rear wings of tandem fan wing

力增加了20%左右 ($\alpha_b = 20^\circ$),后扇翼的升力增加值在 $\alpha_b \geq 0^\circ$ 时变化不大。由前后扇翼升力的平均值,可以看出平均升力一直在增大,整体气动增升效果较好。从图12(b)可以看出,推力的平均值变化趋势也不是很大,前后扇翼的推力呈现

此消彼长的态势。图13为前扇翼安装角固定时前后扇翼的速度云图和流线图。从图中可以看出,当 $\alpha_b < 0^\circ$ 时,前扇翼的后缘斜面气流经后扇翼下表面以S型路径流动; $\alpha_b > 0^\circ$ 时,基本沿着后缘斜面气流方向,说明此时后扇翼对前扇翼的整流效果好。

2.3.2 后扇翼安装角不变

图14为后扇翼安装角固定时,前后扇翼的升力和推力变化。从图14(a)可以看出,当前扇翼安装角 $\alpha_r > 0^\circ$ 时,前扇翼和后扇翼的升力都趋于稳定, $\alpha_r = -20^\circ \sim -10^\circ$,后扇翼升力要小于前扇翼升力。图15为后扇翼安装角固定时前后扇翼的速度云图和流线图。从图中可以看出,此时经前扇翼的加速气流正好流入后扇翼中,后扇翼对

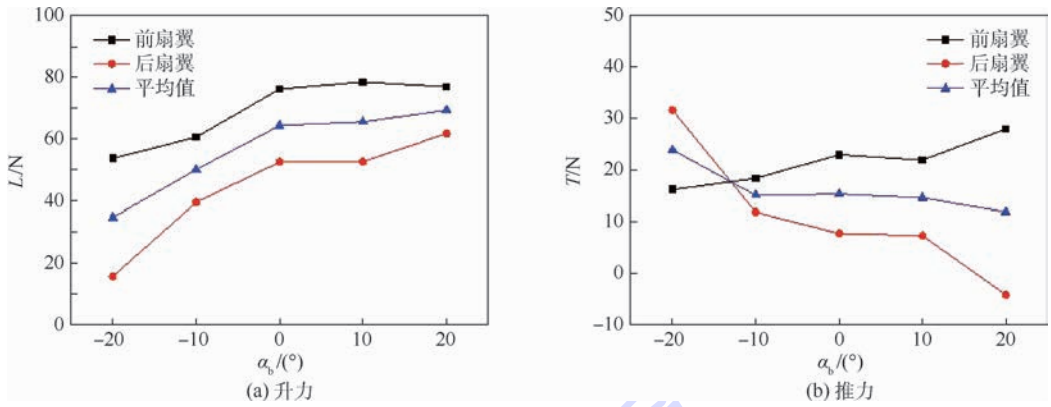


图 12 前扇翼安装角固定时前后扇翼的升力和推力曲线 ($\alpha_f = 0$)

Fig. 12 Curves of lift and thrust of front and rear fan wings when installation angle of front fan wing is fixed ($\alpha_f = 0$)

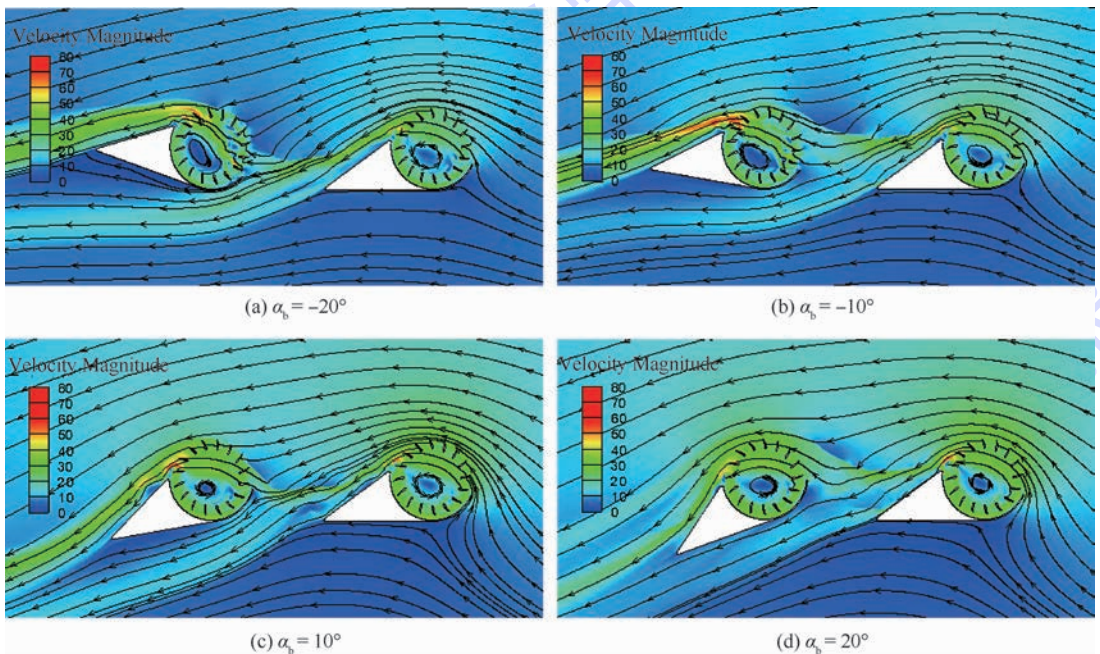


图 13 前扇翼安装角固定时前后扇翼的速度云图和流线图

Fig. 13 Velocity contours and streamlines of front and rear fan wings when installation angle of front fan wing is fixed

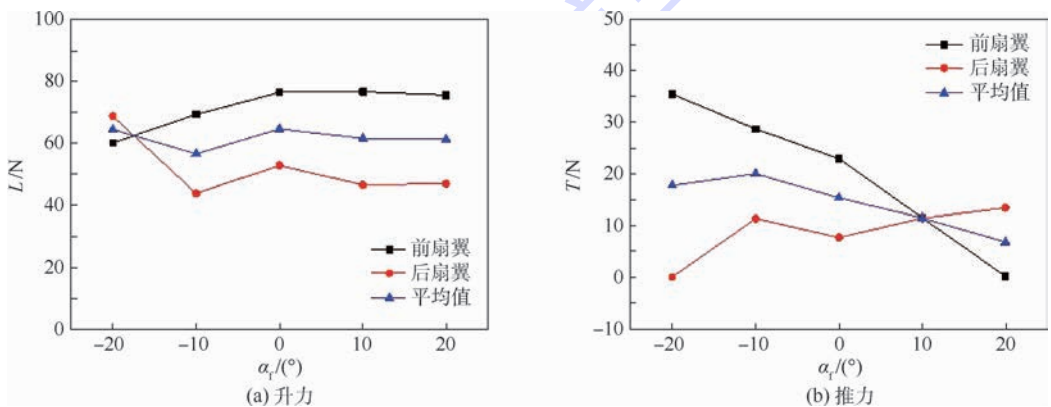


图 14 后扇翼安装角固定时前后扇翼的升力和推力曲线 ($\alpha_b = 0$)

Fig. 14 Curves of lift and thrust of front and rear fan wings when installation angle of rear fan wing is fixed ($\alpha_b = 0$)

前扇翼的气流有吸入作用,增大了前扇翼后缘机翼表面的气流流速,使得相对压强降低,总体表现为前扇翼升力增大。通过前后扇翼升力的平均

值,可以看出平均升力的变化不大,前扇翼安装角的变化对整体气动增升效果的改善不明显。从图 14(b)可以看出,推力平均值变化趋势随着前

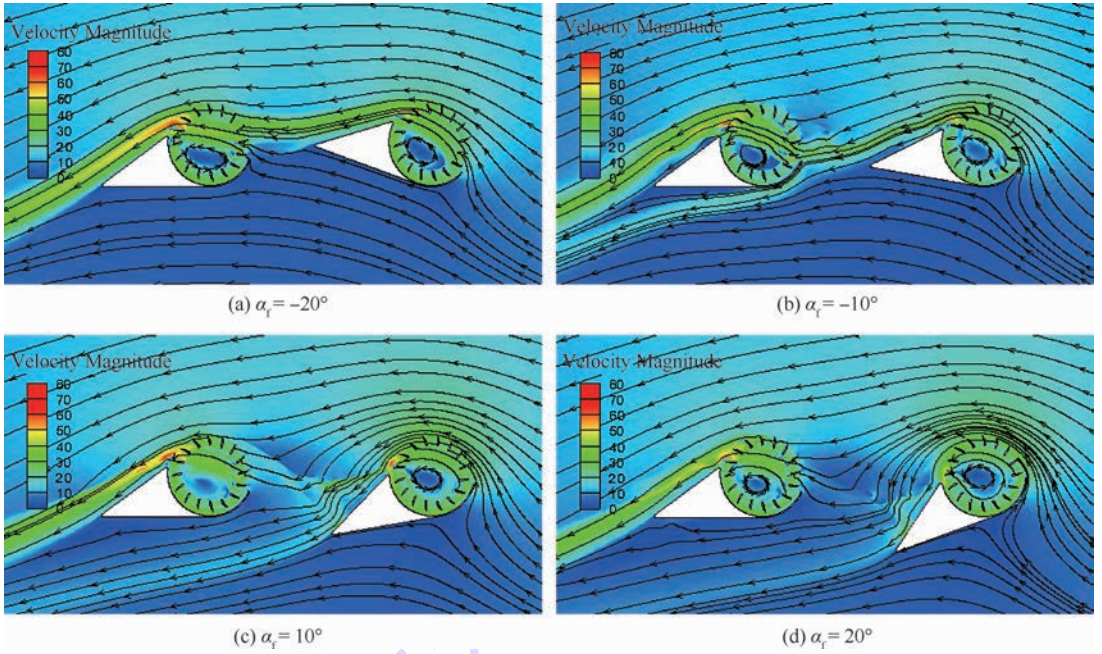


图 15 后扇翼安装角固定时前后扇翼的速度云图和流线图

Fig. 15 Velocity contours and streamlines of front and rear fan wings when installation angle of rear fan wing is fixed

安装角的增大而减小,由图 15 可以看出,随着安装角增大,前扇翼后方的气流流线方向受后扇翼气流的扰动,流入后扇翼的气流流量减小,后扇翼的推力一直减小。

2.3.3 前后扇翼安装角随动

图 16 为前后扇翼安装角同时同向变化时,前后扇翼的升力和推力变化。从图 16(a)可以看出,当 $\alpha_r = \alpha_b < 0^\circ$ 时,气动增升效果随着安装角的

增加而增大;当 $\alpha_r = \alpha_b > 0^\circ$ 时,增升效果随安装角的变化不是特别明显。由图 16(b)可以看出,前后扇翼的平均推力基本不变,说明前后扇翼安装角变化对推力的影响不大。图 17 为前后扇翼安装角随动时前后扇翼的速度云图和流线图。从图中可以看出,在前后扇翼安装角较大时,没有发生流线分离,说明纵列式双扇翼也具有大迎角不失速的气动特性。

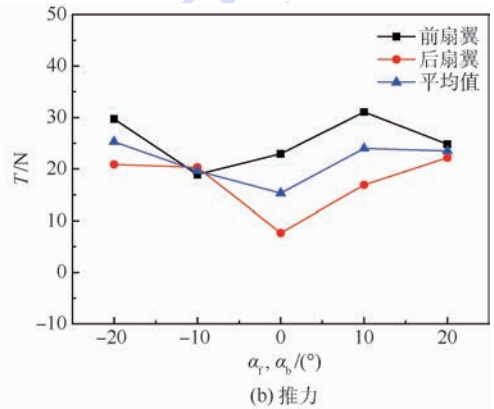
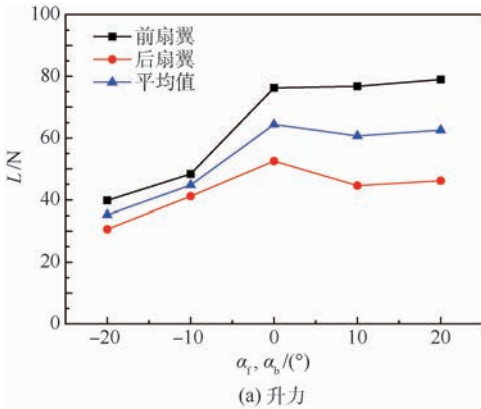


图 16 前后扇翼安装角随动时前后扇翼的升力和推力曲线

Fig. 16 Curves of lift and thrust of front and rear fan wings when front and rear fan wings have the same installation angle

2.3.4 前后扇翼安装角差动

图 18 为以前扇翼为基准,前后扇翼安装角同时不同向变化时,前后扇翼的升力和推力变化。由图 18(a)可知,当 $-20^\circ < \alpha_r < -10^\circ$ 时,后扇翼升力有小于前扇翼,通过前后扇翼升力的平均值,可以看出平均升力的变化在逐渐减小。由图 18(b)可知,扇翼推力的变化依然是此消彼长

的情况,平均推力值的变化不大。图 19 为前后扇翼安装角差动时前后扇翼速度云图和流线图。从图中可以看出,当 $\alpha_r = -\alpha_b < 0^\circ$ 时,后扇翼能够获得经前扇翼加速过的气流,此时前后扇翼的升力和推力变化不是特别大;当 $\alpha_r = -\alpha_b > 0^\circ$ 时,经前扇翼加速后的气流不能很好地被后扇翼利用,升力和推力随安装角的变化波动较大。

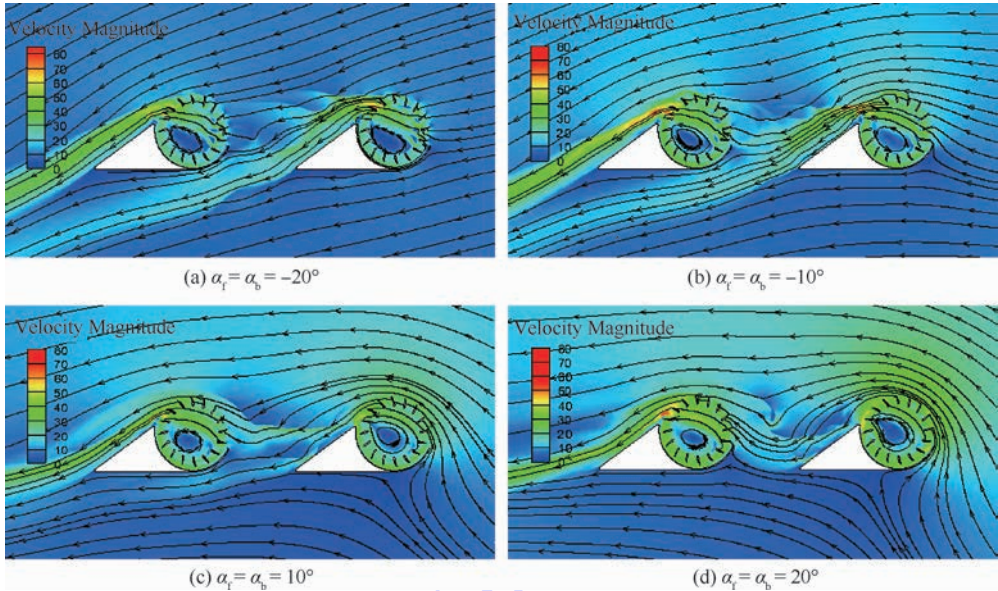


图 17 前后扇翼安装角随动时前后扇翼的速度云图和流线图

Fig. 17 Velocity contours and streamlines of front and rear fan wings when front and rear fan wings have the same installation angle

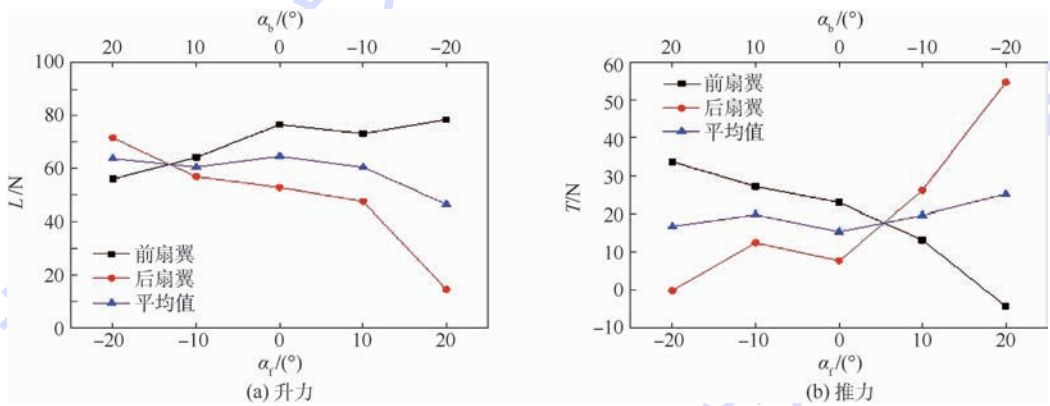


图 18 前后扇翼安装角差动时前后扇翼的升力和推力曲线

Fig. 18 Curves of lift and thrust of front and rear fan wings when front and rear fan wings have opposite installation angle

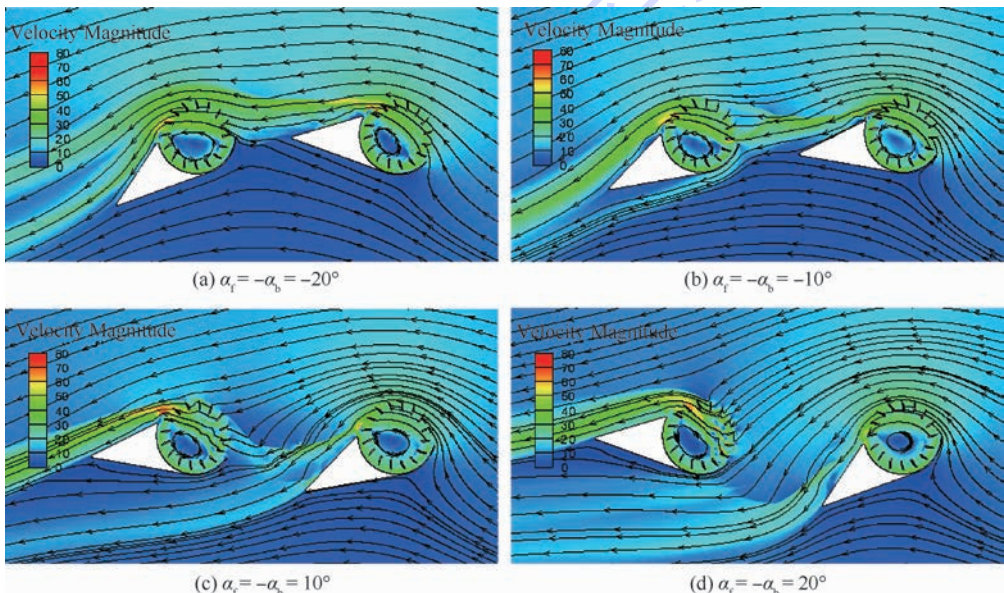


图 19 前后扇翼安装角差动时前后扇翼的速度云图和流线图

Fig. 19 Velocity contours and streamlines of front and rear fan wings when front and rear fan wings have opposite installation angle

3 试验验证

3.1 试验台和风洞

为了验证本文数值计算结果的准确性,制作了纵列式双扇翼的风洞试验模型,并在南京航空航空大学的低速开口回流式风洞(见图 20)进行了初步的试验验证。试验风洞的基本参数如表 3 所示,单个扇翼试验模型如图 21 所示,风洞试验模型尺寸与数值计算模型的尺寸一致。用于测量纵列式双扇翼的试验台架置于风洞相对位置如图 22 所示。

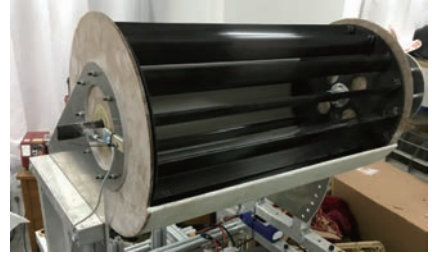


图 21 单个扇翼试验模型

Fig. 21 Test model of single fan wing

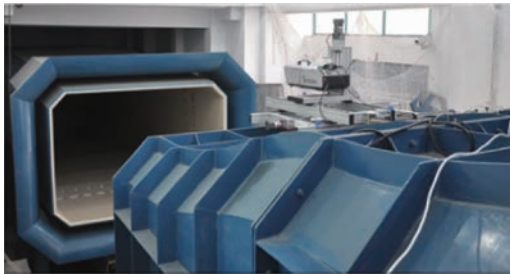


图 20 低速开口回流式风洞

Fig. 20 Low-speed open reverse-flow wind tunnel

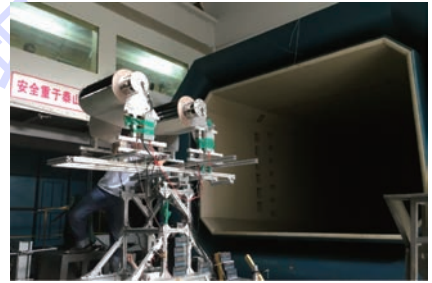


图 22 纵列式双扇翼试验模型在风洞位置

Fig. 22 Location map of tandem wing fan test model in wind tunnel

表 3 试验风洞参数

Table 3 Parameters of test wind tunnel

参数	数值
试验区尺寸/(m × m)	3.4 × 2.4
最大风速/(m · s ⁻¹)	40
最小稳定风速/(m · s ⁻¹)	5
收缩比	4

3.2 试验结果与计算结果对比

图 23 ~ 图 25 分别为前扇翼安装角不变、后扇翼安装角不变和前后扇翼安装角随动这 3 组状态时前后扇翼升力和推力随安装角变化的数值计算结果与试验结果的对比。从图中可以发现,部分结果虽有偏差,但总体变化趋势是一致的。图中大部分计算结果与试验结果的相对误差小于 10%,说明本文数值模拟方法是可信的,可以将该方法应用于纵列式双扇翼气动特性更多状态点分析中。

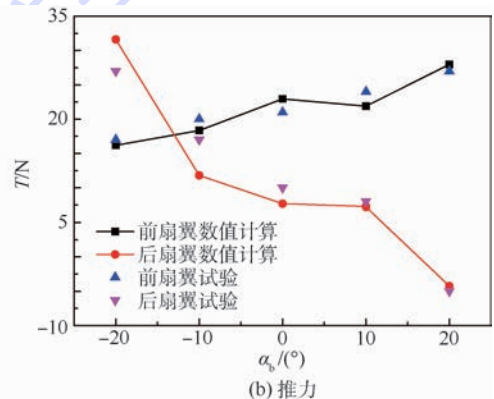
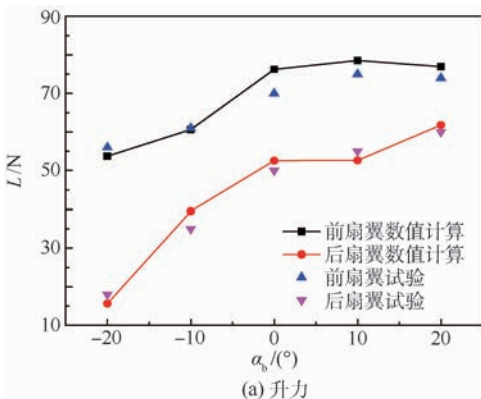


图 23 前扇翼安装角不变时数值计算结果与试验结果对比(alpha_1 = 0)

Fig. 23 Comparison between numerical calculation results and test results when installation angle of front fan wing is fixed (alpha_1 = 0)

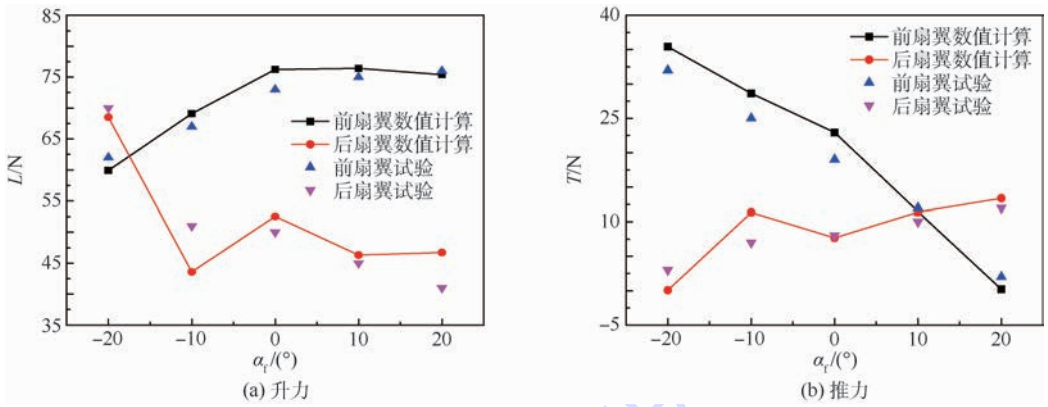


图 24 后扇翼安装角不变时数值计算结果与试验结果对比 ($\alpha_b = 0$)

Fig. 24 Comparison between numerical calculation results and test results when installation angle of rear fan wing is fixed ($\alpha_b = 0$)

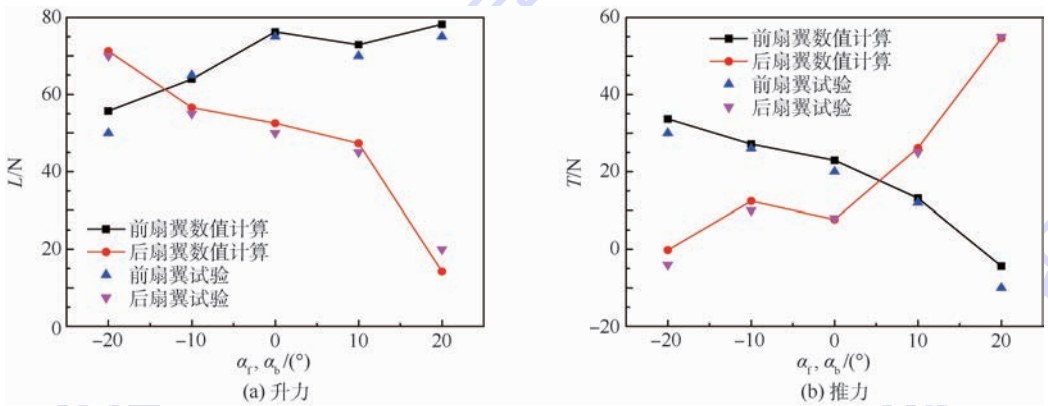


图 25 前后扇翼安装角随时数值计算结果与试验结果对比

Fig. 25 Comparison between numerical calculation results and test results when front and rear fan wings have the same installation angle

4 结论

1) 纵列式双扇翼前后扇翼间距大于 600 mm 和前扇翼相对高于后扇翼时,对整体的气动增升有优势,而对推力增加量的影响较小。

2) 前扇翼安装角为 0° ,后扇翼安装角变化对纵列双扇翼升力的增加影响较大,后扇翼安装角越大,增加的升力值越大,而推力逐渐减小;后扇翼安装角为 0° ,前扇翼安装角变化对纵列式双扇翼的升力值影响较小,前扇翼安装角越大,升力值几乎没有增加,而推力减小。

3) 前后扇翼安装角同时同向变化时对升力的影响较大,对推力的影响不明显,安装角越大,升力值越大,推力的平均值变化不大;前后扇翼安装角同时不同向变化时,对升力和推力的影响不明显,安装角越大,升力值不增反减,推力的平均值变化不大。

本文纵列式双扇翼的最佳安装间距为 700 ~

900 mm,最佳前后扇翼高度差为 0,最佳前扇翼安装角为 0° ,最佳后扇翼安装角为 20° 时,可以获得最佳的气动优势。

参考文献 (References)

- [1] PEEBLES P. Aerodynamic lift generating device:6527229[P]. 2003-04-03.
- [2] FORESHAW S. Wind tunnel investigation of the new fan-wing design[D]. London:Imperial College,1999.
- [3] ASKARI S, SHOJAEEFARD M H. Shape optimization of the airfoil comprising a cross flow fan[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology,2009,81(5):407-415.
- [4] DUDEMPUDI D, YAO Y, EDMONDSON D, et al. Computational study of flow over generic fan-wing airfoil[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology,2007,79(3):238-244.
- [5] KUMMER J D, DANG T Q. High-lift propulsive with integrated cross flow fan [J]. Journal of Aircraft, 2006, 43 (4): 1059-1068.
- [6] 孟琳,叶永强,李楠. 扇翼飞行器的研究进展与应用前景 [J]. 航空学报,2015,36(8):2651-2661.
- MENG L, YE Y Q, LI N. Research progress and application

- prospects of fan-wing aircraft [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(8): 2651-2661 (in Chinese).
- [7] 雷乾勇, 朱清华. 风扇翼翼型气动特性研究[J]. *南京航空航天大学学报*, 2016, 48(4): 509-515.
LEI Q Y, ZHU Q H. Aerodynamic characteristics of fanwing airfoil based on CFD method[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2016, 48(4): 509-515 (in Chinese).
- [8] 吴浩东. 风扇翼内部偏心涡特性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
WU H D. Research on the characteristic of the eccentric vortex in the fanwing[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012 (in Chinese).
- [9] 庞冲. 扇翼飞行器气动原理理论研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
PANG C. Theoretical research on aerodynamic principle of the fan-wing aircraft[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015 (in Chinese).
- [10] 唐荣培. 扇翼气动特性的试验研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
TANG R P. Aerodynamic experimental research on fan-wing [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014 (in Chinese).
- [11] 刘向楠. 扇翼设计参数及翼面形状气动优化研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
LIU X N. Research on the aerodynamic optimization of design parameters and airfoil of fanwing[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015 (in Chinese).
- [12] 冯衬. 前缘弧形段小翼及开槽设计对扇翼气动性能影响分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
FENG C. The analysis of aerodynamic performance of the flap and slotted design on the front arc segment of fan-wing[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015 (in Chinese).
- [13] 杜思亮, 芦志明, 唐正飞. 扇翼飞行器翼型附面层控制数值模拟[J]. *航空学报*, 2016, 37(6): 1783-1791.
DU S L, LU Z M, TANG Z F. Numerical simulation research on the boundary control method of the fanwing's airfoil[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(6): 1783-1791 (in Chinese).
- [14] 黄同高, 杨忠, 王仁华, 等. 扇翼飞行器纵向运动建模与控制方法[J]. *应用科技*, 2011, 38(11): 5-8.
HUANG T G, YANG Z, WANG R H, et al. Longitudinal mathematical modeling and flight control of fan-wing aircraft[J]. *Applied Science and Technology*, 2011, 38(11): 5-8 (in Chinese).
- [15] 陈滔. 扇翼飞行器飞行控制系统研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
CHEN T. Research on flight control system of fan-wing aircraft [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014 (in Chinese).
- [16] 李永泽, 孙传杰, 卢永刚. 串列翼布局前后翼相对位置对气动特性影响研究[J]. *飞机设计*, 2016, 36(6): 32-36.
LI Y Z, SUN C J, LU Y G. Studying the impact of aerodynamic characteristics duo to the relative position of the wing for the tandem wing[J]. *Aircraft Design*, 2016, 36(6): 32-36 (in Chinese).
- [17] 黄水林, 招启军, 徐国华. 纵列式双旋翼悬停状态气动干扰特性参数影响分析[J]. *空气动力学学报*, 2011, 29(2): 155-156.
HUAN S L, ZHAO Q J, XU G H. Parametric effect investigations on aerodynamic interaction characteristics for tandem rotors in hover[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2011, 29(2): 155-156 (in Chinese).

作者简介:

杜思亮 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 空气动力学、飞行力学与控制、流体力学。

唐正飞 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 空气动力学、新概念无人飞行器。

Numerical simulation and test on aerodynamic characteristics of tandem fan wing

DU Siliang^{1,*}, TANG Zhengfei², ZHAO Wenjin¹, CHEN Hui¹, WANG Yingyu¹

(1. Faculty of Mechanical & Material Engineering, Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223003, China;

2. National Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Fan wing aircraft is a kind of new-concept new-principle aircraft, and especially its wing has unique aerodynamic principle. Fan wing can simultaneously generate lift and thrust. In order to further improve fan wing's aerodynamic characteristics, two fan wings were installed along the longitudinal body without changing fan wing's basic geometric parameters, which is composition of a tandem fan-wing aircraft. Through numerical simulation, the lift and thrust of the fan wings were calculated with the change of distance, height and installation angle of the front and rear fan wings, and the interaction rule of the aerodynamic characteristics between the front and rear fan wings was analyzed. In addition, the wind tunnel test model of a tandem fan wing was designed, and the wind tunnel test results and numerical calculation results were compared and verified preliminarily. The results show that in a certain condition of height, distance and installation angle, the aerodynamic characteristics of tandem fan wing have more advantages compared to single fan wing. Therefore, a tandem fan-wing aircraft has good development prospects and application advantages.

Keywords: fan wing; cross flow fan; aerodynamic characteristics; wind tunnel test; CFD

Received: 2017-06-12; **Accepted:** 2017-09-11; **Published online:** 2017-11-07 10:21

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171107.1021.003.html

Foundation items: Student's Platform for Innovation and Entrepreneurship Training Program (201811049075X, 201811049006XJ); the Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions

* **Corresponding author.** E-mail: kjofchina@qq.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0421

基于干扰重构和峭度最大化的 SMSP 干扰抑制方法

李欣¹, 王春阳^{1,*}, 原慧¹, 金珊珊²

(1. 空军工程大学 防空反导学院, 西安 710051; 2. 中国人民解放军 95169 部队, 南宁 530031)



摘 要: 频谱弥散 (SMSP) 干扰是一种针对线性调频 (LFM) 信号的相参压制干扰。

根据 SMSP 干扰子脉冲的周期特性, 提出了一种基于干扰重构和峭度最大化的干扰抑制方法。首先, 利用自相关方法估计干扰子脉冲的周期, 并根据干扰的产生原理确定子脉冲调频斜率, 即可重构相位未知的干扰子脉冲; 其次, 对重构的干扰子脉冲分别设定不同的相位, 并与接收信号做共轭相乘, 根据相乘的结果确定干扰信号的初相位; 最后, 利用峭度最大化原理, 确定干扰抑制因子, 实现干扰抑制。仿真结果表明, 本文方法能够有效实现干扰抑制, 经过干扰抑制后的信干比可达 20 dB 以上, 并且在存在噪声和相位误差的情况下, 仍能够保持较高的信干噪比增益。

关键词: 频谱弥散 (SMSP) 干扰; 干扰重构; 自相关方法; 峭度最大化; 脉冲压缩

中图分类号: TN974

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965 (2018)06-1176-09

线性调频 (Linear Frequency Modulation, LFM) 是一种具有低截获性能的大时宽带宽信号, 有效地解决了雷达作用距离和距离分辨率的矛盾, 在现代雷达中得到了广泛的应用^[1-2]。频谱弥散 (Smear Spectrum, SMSP) 是由 Sparrow 和 Cakilo^[3] 于 2006 年提出一种有效的抗 LFM 的相参干扰样式。这一干扰样式利用数字射频存储器 (Digital Radio Frequency Memory, DRFM) 产生, 并且由多个子脉冲组成, 每个子脉冲具有与雷达发射信号相同的带宽, 因此可以部分获得雷达脉冲压缩处理的增益。经过脉冲压缩后, 该干扰样式可以生成大量近似等幅的假目标, 能够有效遮盖真实目标回波, 并且可以通过控制子脉冲的数目和调频斜率实现对假目标覆盖范围的控制。Sparrow 和 Cakilo^[3] 对 SMSP 干扰的性能进行了研究, 指出 SMSP 可以有效对抗最大搜索目标数小于 500 的雷达。这一干扰样式对雷达造成了严重

威胁, 目前雷达系统中常用的抗干扰措施无法有效对抗, 因此迫切需要研究新的抗干扰技术。

当前研究针对 SMSP 干扰的对抗方法可分为两大类: 干扰识别和干扰抑制。SMSP 干扰信号的调频斜率与雷达信号存在显著的差异, 因此可以考虑用时频分析的方法来识别 SMSP 干扰。但是常规的线性时频分析方法 (如短时傅里叶及其改进方法) 时频分辨率有限^[4-5], 难以准确估计干扰信号的参数, 而一些改进的时频分析方法 (如分数阶傅里叶变换和小波分析等) 则存在计算量较大的问题^[6-7]。非线性时频分析方法 (如魏格纳变换、模糊函数等) 具有较好的时频聚集性, 但是会受到交叉项的干扰, 导致参数估计误差^[8-9]。文献 [10] 提出了一种基于匹配信号变换 (Matched Signal Transform, MST) 的 SMSP 干扰识别方法, 该方法首先通过应用匹配信号变换估计干扰子脉冲的调频斜率, 之后根据子脉冲调频斜

收稿日期: 2017-06-21; 录用日期: 2017-09-15; 网络出版时间: 2017-12-06 14:16

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171206.0832.001.html

基金项目: 国家自然科学基金 (61601502, 61501500); 航空科学基金 (20150196007)

* 通信作者. E-mail: Wcy_kgd_cn@163.com

引用格式: 李欣, 王春阳, 原慧, 等. 基于干扰重构和峭度最大化的 SMSP 干扰抑制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44 (6): 1176-1184. LI X, WANG C Y, YUAN H, et al. SMSP jamming suppression method based on jamming reconstruction and kurtosis maximum [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44 (6): 1176-1184 (in Chinese).

率设计了一个特殊的匹配滤波器来进行 SMSP 干扰的识别。文献[11]根据干扰信号的模糊函数与雷达信号的差异,提取峰值个数和峰值间距作为特征来进行干扰识别。文献[12]提出了一种基于匹配傅里叶变换(Matched Fourier Transform, MFT)的 SMSP 干扰识别方法,该方法首先利用 MFT 估计子脉冲的调频斜率,之后采用两级步进搜索算法,估计出干扰信号的脉冲起始时刻,并进行干扰识别。在干扰抑制方面,文献[13]提出了一种基于复值盲源分离算法的 SMSP 干扰抑制方法,该方法首先通过引入复数混合矩阵将阵元间延时量转化为信号混合系数,避免了实数域盲源分离需要精确补偿阵元延时的弊端,之后应用改进的复值非高斯最大算法对接收信号进行分离,具有较好的分离性能。文献[14]同样将盲源分离算法应用于 SMSP 干扰抑制中,提出了一种新的基于峭度(kurtosis)的盲源分离代价函数,并应用自然梯度法求解优化问题,实现了干扰信号和回波信号的分离。但是以上 2 种基于盲源分离的抗干扰方法,需要应用多通道雷达,并且对于接收信号信噪比有较高的要求,这限制了该方法的应用范围。文献[15]提出了基于分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)滤波、原子分解(Atomic Decomposition, AD)和频域限幅的 SMSP 干扰对抗方法,其中 FRFT 滤波方法通过在变换域构建带通滤波器来实现干扰滤波,AD 方法则通过选择最优的原子实现信号分解和目标回波重构,频域限幅方法则通过对接收信号的频谱进行限幅来抑制干扰信号。文献[16]提出了一种基于分段解线调的 SMSP 干扰抑制方法,该方法首先利用离散 MFT 估计干扰信号的子脉冲调频斜率,根据估计的结果构造带通滤波器对分段解线调的结果进行滤波来抑制干扰信号。文献[17]则首先根据干扰信号和回波信号经 FRFT 后的差异,在变换域滤除干扰信号,之后利用剩余信号与雷达回波信号频谱之间的线性关系,应用压缩感知方法精确重构回波信号,相对于文献[15]中的 FRFT 滤波方法,具有更好的干扰抑制效果。文献[18]根据 SMSP 干扰为全脉冲干扰的特性,通过在慢时间域调制信息,利用干扰信号滞后于调制信息的特性,实现对干扰的抑制。

本文根据 SMSP 干扰子脉冲之间的周期特性,首先利用自相关运算确定子脉冲的周期,重构各个子脉冲;然后通过对重构子脉冲做 2 次赋相处理,实现了对干扰信号初相位的粗略估计;最后根据峭度最大化原理,利用重构的干扰信号对接收

信号进行对消,实现干扰抑制。

1 SMSP 干扰原理及其信号模型

根据文献[3], SMSP 干扰的原理如图 1 所示。

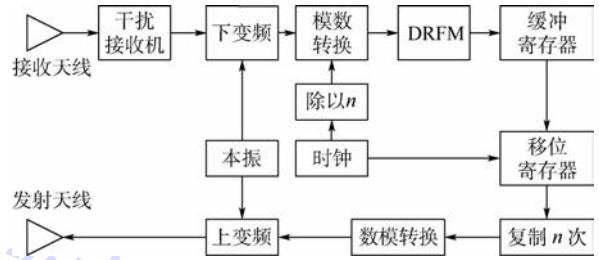


图 1 SMSP 干扰的产生原理^[3]

Fig. 1 Emerging principle of SMSP jamming^[3]

根据干扰产生原理,该干扰的产生可分为 3 步:第 1 步,接收天线接收雷达发射信号,经下变频转换为中频信号;第 2 步,在模数转换器中以采样频率 f_s 将中频模拟信号转变为数字信号,并在移位寄存器中重复存储 n 次;第 3 步,在数模转换器中以频率 nf_s 将移位寄存器中的数字信号转换为模拟信号,并经过上变频后形成干扰信号发射出去。

雷达发射幅度归一化 LFM 基带信号可表示为

$$e(t) = \text{rect}\left(\frac{t - T/2}{T}\right) \exp(j\pi Kt^2) \quad (1)$$

式中: $\text{rect}(t/T)$ 为脉冲宽度为 T 的矩形脉冲; K 为雷达信号的调频斜率。信号的带宽为 $B = KT$ 。

设目标所在距离为 R ,则雷达接收回波信号可表示为

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t - T/2 - \Delta t_1}{T}\right) \exp[j\pi K(t - \Delta t_1)^2 + j\varphi_0] \quad (2)$$

式中: $\Delta t_1 = 2R/c$ 为目标回波的双程传播延迟时间, c 为光速; φ_0 为回波信号的相位。

设 SMSP 干扰由 n 个子脉冲组成,第 i 个子脉冲可表示为

$$j_i(t) = \text{rect}\left(\frac{t - (2i - 1)T/(2n) - \Delta t_2}{T/n}\right) \exp\{j\pi nK[t - (i - 1)T/n - \Delta t_2]^2 + j\varphi_j\} \quad (3)$$

式中: Δt_2 为 SMSP 干扰信号的脉冲前沿时刻; φ_j 为干扰信号的初始相位。式(3)表明每一个干扰子脉冲具有与雷达信号相同的带宽。

因此,幅度归一化的 SMSP 干扰信号可表示为

$$j(t) = \sum_{i=1}^n j_i(t) \quad (4)$$

雷达对回波信号做去斜处理,对应的参考信号可表示为

$$s_{\text{ref}}(t) = \text{rect}\left(\frac{t - T_{\text{ref}}/2 - t_{\text{ref}}}{T_{\text{ref}}}\right) \exp[j\pi K(t - t_{\text{ref}})^2 + j\varphi_{\text{ref}}] \quad (5)$$

式中: T_{ref} 为接收窗的窗口宽度; t_{ref} 为接收窗的起始时刻; φ_{ref} 为参考信号的初始相位。

经过与参考信号混频后,回波信号将转变为一个单频信号,其频率与目标距离成线性关系,而第*i*个干扰子脉冲则转变为

$$j_{i0}(t) = \text{rect}\left(\frac{t - (2i - 1)T/(2n) - \Delta t_2}{T/n}\right) \exp\{-j2\pi K[(i - 1)T + n\Delta t_2 - t_{\text{ref}}]t + j\pi(n - 1)Kt^2 + j\varphi_{ji}\} \quad (6)$$

式中: $\varphi_{ji} = \pi K\{n[(i - 1)T/n + \Delta t_2]^2 - t_{\text{ref}}^2\} + \varphi_j - \varphi_{\text{ref}}$ 为第*i*个子脉冲经过去斜处理后的剩余相位。

从式(6)可以发现,经过混频后,干扰子脉冲信号变为一个 LFM 信号。根据去斜处理的原理,对式(6)做傅里叶变换,可得第*i*个干扰子脉冲所形成的假目标分布的时间范围约为

$$\left[\Delta t_2 + \frac{iT}{n} - T, \Delta t_2 + (i - 1)\frac{T}{n}\right],$$

则 SMSP 干扰所产生的假目标分布范围是从 $\min\left\{\Delta t_2 + \frac{iT}{n} - T\right\} =$

$$\Delta t_2 - T + T/n$$

到 $\max\left\{\Delta t_2 + (i - 1)\frac{T}{n}\right\} = \Delta t_2 + T - T/n$,覆盖的时间长度为 $2(T - T/n)$,并且假目标分布范围的中心点对应时刻为 Δt_2 。因此,对于 SMSP 干扰而言,子脉冲数目越多,即子脉冲调频斜率越大,所形成的假目标覆盖范围越大。但是子脉冲调频斜率增大导致干扰信号与雷达发射信号失配增大,也就需要更高的干扰功率才能达到压制的效果。基于上述考虑,在形成 SMSP 干扰时,必须综合考虑干扰功率和假目标覆盖范围, Sparrow 和 Cakilo^[3]的研究表明,子脉冲调频斜率为雷达发射信号调频斜率的 5~7 倍时,可在干扰功率和干扰效果之间取得较好的平衡。

首先,根据对去斜处理结果的分析可知,由于调频斜率失配的影响,SMSP 干扰必须以较大的干扰功率,才能保证对目标回波的压制效果,并且 SMSP 干扰波形为恒包络调制波形,因此可以根

据接收信号幅度突变确定 SMSP 干扰的脉冲起始时刻。其次,根据 SMSP 干扰信号子脉冲的周期性,确定每段信号的调频斜率,即可实现干扰信号的重构。最后,引入峭度作为评价指标,通过寻找最佳的干扰抑制因子实现干扰抑制。

2.1 子脉冲周期估计

根据 SMSP 干扰产生的原理,子脉冲的数目和子脉冲调频斜率存在对应关系。因此,只需要估计出子脉冲的周期,即可根据对应关系计算出子脉冲的调频斜率。

周期估计的方法主要有自相关法和平均幅度差函数法等^[19],这里根据接收信号的性质,采用自相关法来估计子脉冲的周期。对于任意信号 $x(t)$,基于自相关的周期估计方法可表示为

$$T_1 = \arg \max_{T_{\min} \leq \tau \leq T_{\max}} \int x(t)x^*(t + \tau)dt \quad (7)$$

式中: T_{\min} 和 T_{\max} 分别为子脉冲周期的下限和上限; τ 为延迟时间。

雷达接收信号可表示为

$$r(t) = s(t) + aj(t) + n(t) \quad (8)$$

式中: a 为干信比对应的电压增益; $j(t)$ 为干扰信号; $n(t)$ 为接收机内噪声,服从高斯分布。

根据自相关周期估计方法的定义,可将雷达接收信号的自相关函数表示为

$$\begin{aligned} \text{Cor}(\tau) &= \int r(t)r^*(t + \tau)dt = a^2 \int j(t)j^*(t + \tau)dt + \\ & a \int s(t)j^*(t + \tau)dt + a \int s^*(t)j(t + \tau)dt + \\ & \int s(t)s^*(t + \tau)dt \end{aligned} \quad (9)$$

通常情况下,由于信号失配的影响,SMSP 干扰所形成的假目标要想完全覆盖目标回波,必须保持较高的干信比,即 $a \gg 1$ 。根据式(9),对接收信号做自相关处理后,自相关函数的峰值即对应干扰信号自相关函数的峰值。因此,对接收信号不需要做额外的处理,根据自相关函数即可得到干扰子脉冲的周期信息。

根据式(7),在对干扰进行处理之前,需要确定 T_{\min} 和 T_{\max} 的取值。由于雷达接收机无法获得关于干扰子脉冲周期的先验信息,此处根据 SMSP 干扰的基本原理,来确定 T_{\min} 和 T_{\max} 的取值。根据文献[3]的分析可知,子脉冲的个数至少应当为 2,即周期的上限应当为 $T/2$,而子脉冲数目为 5~7 时,可以获得较好的干扰效果,即子脉冲周期的下限可取 $T/7$,为了避免出现周期估计错误,可将下限取为 $T/10$ 。但是这样设定周期的范围会导致周期估计模糊。例如,当周期为 $T/7$ 时,设

2 干扰信号参数估计和抑制方法

首先,根据对去斜处理结果的分析可知,由于调频斜率失配的影响,SMSP 干扰必须以较大的干扰功率,才能保证对目标回波的压制效果,并且 SMSP 干扰波形为恒包络调制波形,因此可以根

定周期上限为 $T/2$,会导致自相关的结果出现 2 个相关峰,导致周期的估计出现问题,针对这一问题,可以根据第一个峰值出现的时刻来确定周期。

假设估计出来的周期为 T_1 ,则 SMSP 的子脉冲个数为

$$n = \text{round}\left(\frac{T}{T_1}\right) \quad (10)$$

式中: $\text{round}(\cdot)$ 表示朝最近方向取整数。

根据估计得到的子脉冲数目和 SMSP 干扰的原理,可知子脉冲的调频斜率 $K' = nK$,由此可得到第 i 个重构子脉冲为

$$j_{ri}(t) = \text{rect}\left(\frac{t - (2i - 1)T/(2n) - \Delta t_2}{T/n}\right) \cdot \exp\{j\pi nK[t - (i - 1)T/n - \Delta t_2]^2 + j\varphi_{ri}\} \quad (11)$$

式中: φ_{ri} 为第 i 个重构子脉冲的相位,是一个未知量。

此时重构信号可表示为

$$j_r(t) = \sum_{i=1}^n j_{ri}(t) \quad (12)$$

2.2 干扰信号的相位估计

根据 SMSP 干扰的产生原理,各个子脉冲均由第一个子脉冲延迟得到,因此各个子脉冲的初始相位相同。通过自相关估计子脉冲周期,实现了干扰信号脉内调制特征的重构,但是由于重构相位未知,会导致干扰抑制的结果出现偏差。本文通过给不同子脉冲设定不同的初始相位,根据重构子脉冲与接收信号的相位差异来确定重构信号的相位。

忽略通道噪声的影响,将接收信号与重构信号共轭相乘,可得

$$\begin{aligned} u(t) &= r(t) * j_r^*(t) = s(t) * j_r^*(t) + \\ & ar(t) * j_r^*(t) = s(t) * j_r^*(t) + \\ & a \sum_{i=1}^n j_i(t) j_{ri}^*(t) = s(t) * j_r^*(t) + \\ & a \sum_{i=1}^n \text{rect}\left(\frac{t - (2i - 1)T/(2n) - \Delta t_2}{T/n}\right) e^{j\Delta\varphi_i} \end{aligned} \quad (13)$$

从式(13)可以发现,共轭相乘后的信号由 2 部分组成,第 1 部分为回波信号与重构信号的共轭,第 2 部分为一个分段函数。每一段的函数值对应着重构子脉冲与干扰子脉冲的相位差, $s(t) * j_r^*(t)$ 仍然为恒包络信号,因此对式(13)取实部,可得

$$\text{real}(u(t)) = \text{real}(s(t) * j_r^*(t)) + a \sum_{i=1}^n \text{rect}\left(\frac{t - (2i - 1)T/(2n) - \Delta t_2}{T/n}\right) \cos \Delta\varphi_i \quad (14)$$

根据式(14)可知,重构子脉冲与干扰子脉冲相位差越小,则对应的实部取值越大,对式(14)按子脉冲周期分段取均值,可得

$$\begin{aligned} E(\text{real}(u(t))) &= E(\text{real}(s(t) * j_r^*(t))) + \\ & aE\left(\sum_{i=1}^n \text{rect}\left(\frac{t - (2i - 1)T/(2n) - \Delta t_2}{T/n}\right) \cos \Delta\varphi_i\right) = \\ & a \sum_{i=1}^n \text{rect}\left(\frac{t - (2i - 1)T/(2n) - \Delta t_2}{T/n}\right) \cos \Delta\varphi_i \end{aligned} \quad (15)$$

式中: $E(\cdot)$ 为均值函数。

根据式(15),分段取均值的结果只与重构子脉冲和干扰子脉冲的相位差有关,相位差越小,分段均值越大。根据这一关系,可以通过 2 次设定重构子脉冲相位来确定干扰子脉冲的相位。

步骤 1 设定第 i 个重构子脉冲的相位为 $\frac{(i-1)\pi}{2n}$,将重构子脉冲与接收信号共轭相乘后,计算式(15),找到式(15)中最大值对应的分段,即可认为该段重构子脉冲的相位最接近于干扰信号的相位。

步骤 2 以步骤 1 所得到的相位为中心,以更小的相位间隔重新设定 n 个重构子脉冲的相位,并重复步骤 1,即可得到更接近的相位值。

由于通过多次搜索的方法增加了相位估计的复杂性,并且噪声的存在,会对相位的估计造成影响,因此这里通过 2 步搜索,确定一个较为接近真实相位的重构相位。将此相位代入式(11)和式(12),即可得到与真实干扰信号较为接近的重构信号。

2.3 基于峭度最大化的干扰抑制方法

峭度是一个衡量信号非高斯性的统计量,又称为四阶累积量^[20]。对于复信号,峭度的定义可表示为

$$\text{kurt}(y) = E(|y|^4) - 2E(yy^*)E(yy^*) - E(yy)E(y^*y^*) \quad (16)$$

当 $\text{kurt}(y) = 0$ 时, y 服从高斯分布;当 $\text{kurt}(y) > 0$ 时, y 服从超高斯分布;当 $\text{kurt}(y) < 0$ 时, y 服从亚高斯分布。并且对于 2 个相互独立的零均值随机变量 x 和 y ,峭度满足以下关系:

$$\text{kurt}(x + y) = \text{kurt}(x) + \text{kurt}(y)$$

$$\text{kurt}(px) = p^4 \text{kurt}(x)$$

其中: p 为任意常数。

干扰抑制的过程可表示为用雷达接收信号减去重构的干扰信号:

$$z(t) = r(t) - w_j(t) \quad (17)$$

式中: w 为一个实数, 表示干扰抑制因子。

由于目标回波信号和 SMSP 干扰信号分别由不同的物理过程产生, 因此二者可视作 2 个相互独立的随机变量。干扰抑制前后的峭度可分别表示为

$$\text{kurt}(r(t)) = \text{kurt}(s(t)) + a^4 \text{kurt}(j(t)) \quad (18)$$

$$\text{kurt}(z(t)) = \text{kurt}(s(t) + aj(t) - wj_r(t)) =$$

$$\text{kurt}(s(t)) + (a - w)^4 \text{kurt}(j(t)) \quad (19)$$

通常情况下, SMSP 干扰所形成的假目标要想完全覆盖目标回波, 必须保持较高的干信比, 即 $a \gg 1$ 。在此条件下, 根据式 (18) 可知, 雷达接收信号的峭度将主要由干扰信号决定。根据式 (19) 可以发现, 通过选择合适的干扰抑制因子, 可以使混合信号的峭度发生较大的变化。

目标回波信号和 SMSP 干扰信号均为亚高斯信号。根据峭度的定义, 当 $a - w$ 的取值与回波信号的幅度在同一数量级时, 混合信号接近于高斯分布; 峭度将取得最大值, 最大值所对应的 w 即为干扰抑制因子。

整个干扰抑制方法的步骤如下:

步骤 1 根据接收信号的幅度突变确定干扰信号的起始时刻。

步骤 2 对接收信号做自相关处理, 根据自相关的峰值时刻确定干扰子脉冲的周期。

步骤 3 对重构的子脉冲设定不同的相位, 根据共轭相乘结果确定干扰信号的初相。

步骤 4 根据峭度最大化的原理, 对干扰抑制因子的幅度进行搜索, 确定最佳干扰抑制因子 w 。

步骤 5 将干扰抑制因子 w 代入式 (17), 实现干扰抑制。

3 仿真分析

雷达信号参数为: 脉冲宽度为 $T = 100 \mu\text{s}$, 调频斜率 $K = 4 \times 10^4 \text{ MHz/s}$, 对应带宽为 $B = 4 \text{ MHz}$; SMSP 干扰的参数为: 子脉冲个数为 $n = 5$, 子脉冲周期为 $T/n = 20 \mu\text{s}$ 。雷达信号和 SMSP 干扰信号的波形如图 2 所示。

令干信比 JSR = 20 dB, 信噪比 SNR = 0 dB 时, 目标回波对应的延迟时间 $\Delta t_1 = 100 \mu\text{s}$, 干扰信号相对目标延迟 $\Delta t_2 - \Delta t_1 = 5 \mu\text{s}$, 则雷达接收信号的时频分析结果和脉冲压缩输出如图 3 所示。

从时频分析结果来看, 当 JSR = 20 dB, 即 $a = 10$ 时, 在时频平面内, 目标回波信号已经被完全覆盖。而脉冲压缩的结果显示, SMSP 干扰能够

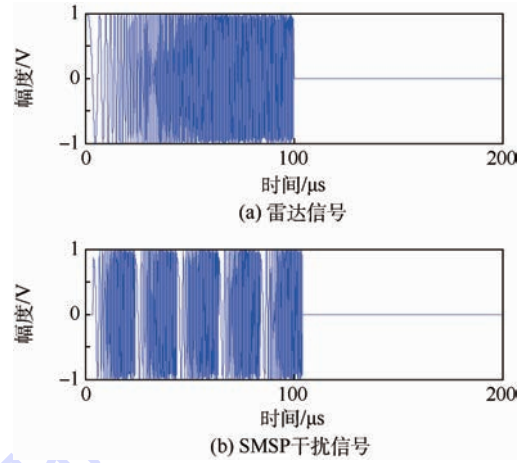


图 2 雷达信号和 SMSP 干扰信号波形
Fig. 2 Waveform of radar signal and SMSP jamming signal

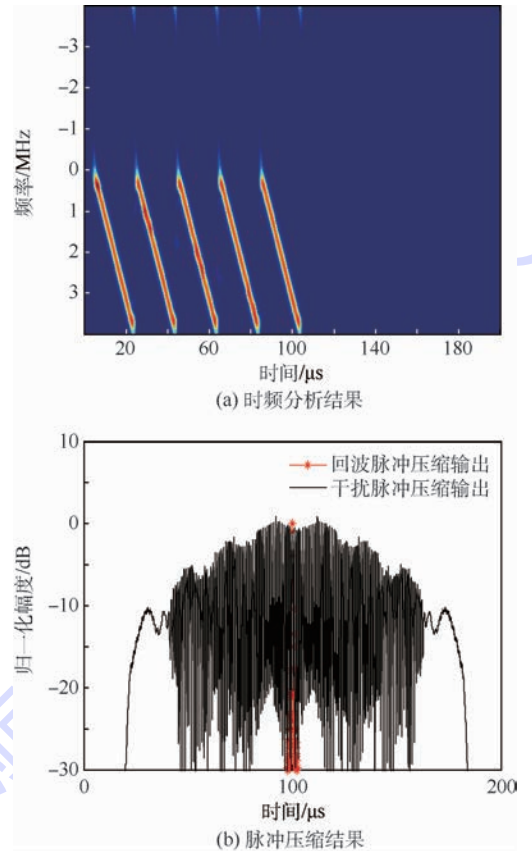


图 3 接收信号时频分析和脉冲压缩结果

Fig. 3 Time-frequency analysis of received signal and pulse compression results

在真实目标两侧形成密集的假目标, 有效地遮盖了真实目标, 使雷达无法实现正常的目标检测。

设延迟时间的范围为 $\tau \in [T/10, T/2]$, 则接收信号的自相关函数如图 4 所示。

根据自相关函数可以发现, 第一个峰值对应的延迟时间为 $20 \mu\text{s}$, 刚好等于干扰信号的周期, 表明通过自相关处理可以准确估计出干扰型号的周期, 与理论分析结果是一致的。

根据估计得到的子脉冲周期,即可重构出干扰信号。不失一般性,设接收到的 SMSP 干扰信号初始相位 $\varphi_j = \frac{\pi}{3}$,以 $\frac{\pi}{10}$ 为间隔,设定重构信号的 5 个子脉冲的相位分别为 $0, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \frac{3\pi}{10}, \frac{4\pi}{10}$,则经过共轭相乘和分段取均值后,所得到的结果如图 5(a) 所示。从图 5(a) 可以发现,第 4 段对应的均值最大,即干扰信号的相位接近 $\frac{3\pi}{10}$,以 $\frac{3\pi}{10}$

为中心,以 $\frac{\pi}{20}$ 为间隔,对重构信号 5 个子脉冲设定相位为 $\frac{4\pi}{20}, \frac{5\pi}{20}, \frac{6\pi}{20}, \frac{7\pi}{20}, \frac{8\pi}{20}$,则共轭相乘的结果如图 5(b) 所示。

从图 5(b) 可以发现,第 4 段对应的均值更大,即可以认为干扰信号的相位为 $\frac{7\pi}{20}$,这与给定的干扰信号相位 $\varphi_j = \frac{\pi}{3}$ 十分接近,此时可将重构信号的相位设定为 $\frac{7\pi}{20}$ 。

设定 $w \in [0, 30]$,针对不同的 w 取值,分别计算对应的峭度,则信号的峭度随 w 的变化规律如图 6 所示。

从图 6 可以发现,峭度取得最大值时的 w 值与 $a = 10$ 十分接近。实际计算得到的干扰抑制因子取值为 $w = 10.4$,将此数值代入式(17),可得干扰抑制后的结果如图 7 所示。

从图 7(a) 可以发现,经过干扰抑制后,在时频分布中,虽然仍存在干扰能量,相对于图 3(a) 来说,可以明显看到回波信号的能量已经强于干扰的能量。而由图 7(b) 可以看出,对于干扰抑制结果做脉冲压缩处理后,干扰所产生的假目标受到了很好的抑制,与干扰抑制前的脉冲压缩结果(见图 3(b)) 相比,经过干扰抑制后,干扰所产生的假目标幅度普遍下降了 20 dB 以上,体现了较好的干扰抑制性能。

根据 LFM 信号的参数,以 $2/B$ 作为检测单元的宽度,待检测单元两侧保护单元数为 1,参考单元数为 32(即左右各 16 个),采用单元平均恒虚警检测,虚警概率为 $P_{fa} = 10^{-6}$,则干扰抑制前后的单元平均恒虚警检测器的检测门限如图 8 所示。

根据 2.2 节的分析,干扰抑制效果主要受到信噪比和相位估计误差的影响。为了定量分析该

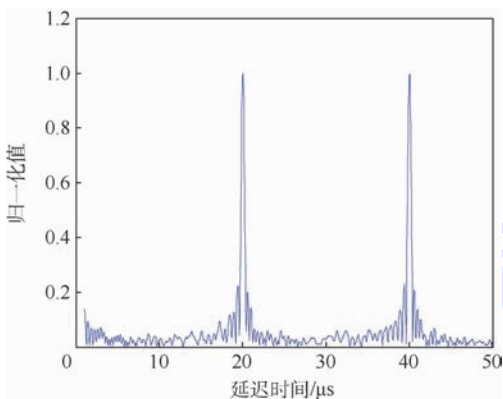
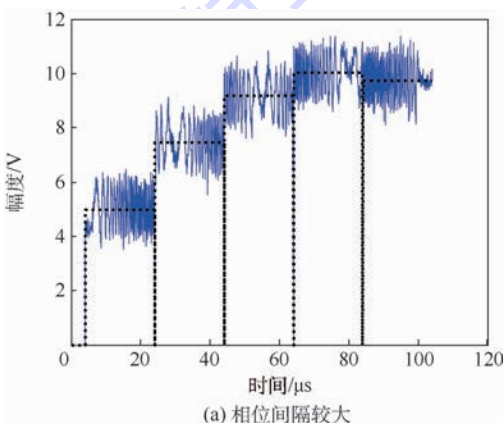
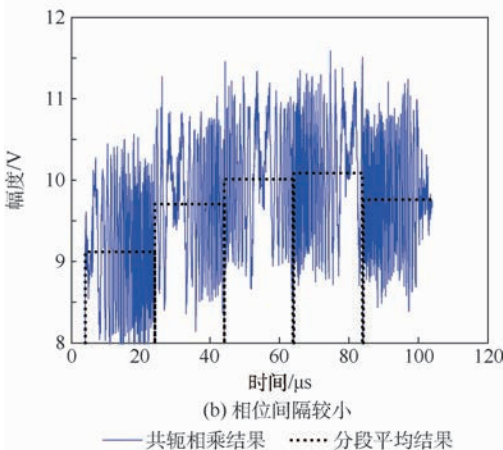


图 4 接收信号的自相关函数

Fig. 4 Autocorrelation function of received signal



(a) 相位间隔较大



(b) 相位间隔较小

— 共轭相乘结果 分段平均结果

图 5 重构信号与接收信号共轭相乘结果

Fig. 5 Conjugate multiplication results between reconstructed signal and received signal

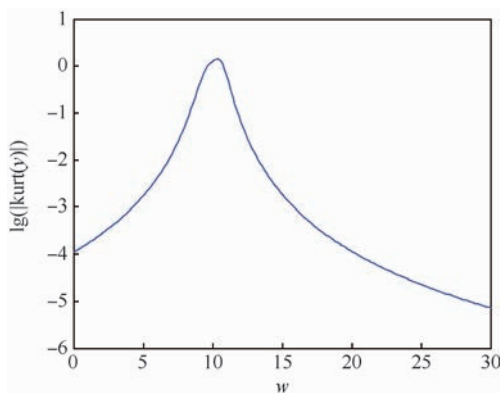


图 6 峭度变化规律

Fig. 6 Variation curve of kurtosis

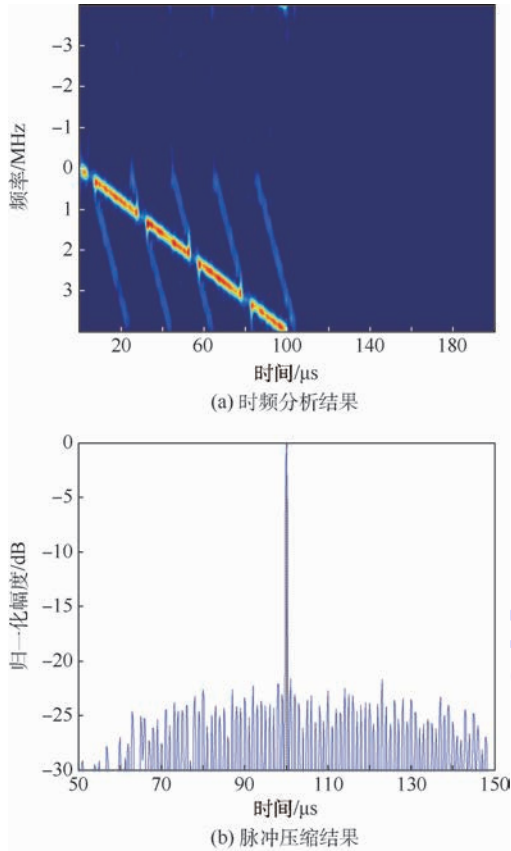


图7 干扰抑制结果

Fig. 7 Jamming suppression results

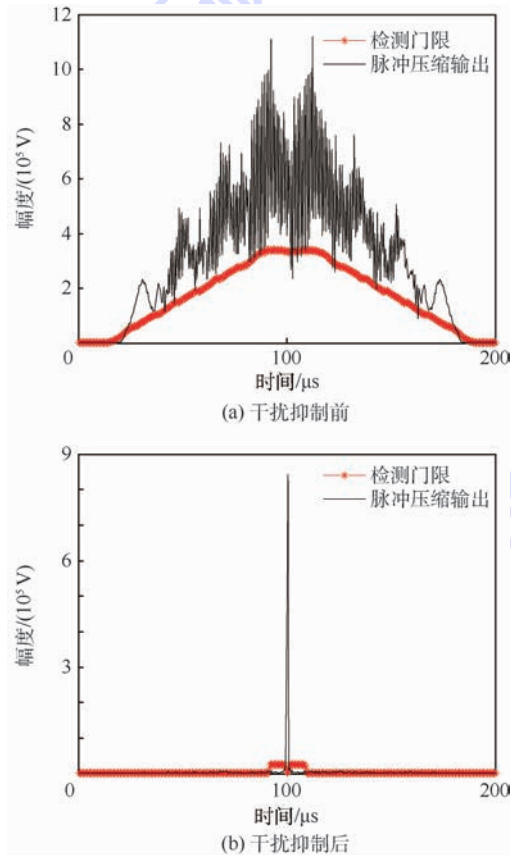


图8 干扰抑制前后的检测门限(SNR = 0 dB)

Fig. 8 Detection threshold before and after jamming suppression (SNR = 0 dB)

方法的性能,定义信干噪比增益 $G = SINR_2 - SINR_1$,其中 $SINR_1$ 为抑制前的信干比, $SINR_2$ 为抑制后的信干噪比,均以 dB 为单位。图 9 给出了不同信噪比和相位误差条件下,信干噪比增益的变化曲线。

由图 9(a)可以看出,信干噪比增益随着信噪比的增大而增大,这是因为信噪比越大,噪声对峭度计算的影响越小,计算出来的干扰抑制因子越接近于真实的干扰幅度,干扰抑制效果就越好。从图 9(b)可以看出,相位误差越小,信干噪比增益就越大,即干扰抑制的效果越好。从图中可以发现,当相位误差 $\Delta\varphi \in [-0.2, 0.2]$ 时,信干噪比增益较大,实际相位估计时,通过 2 次分段设置相位,将相位误差范围控制在 $[-\frac{\pi}{20}, \frac{\pi}{20}]$,是可以满足干扰抑制的要求的。

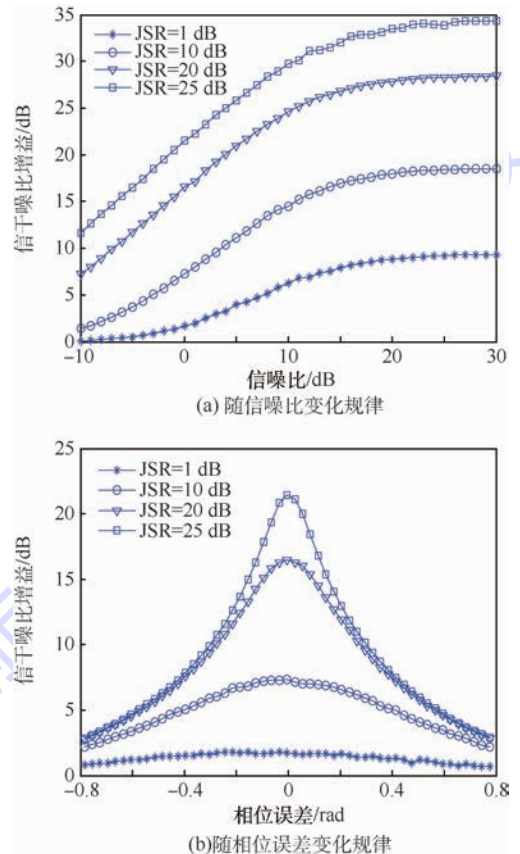


图9 信干噪比增益变化曲线

Fig. 9 Variation curves of signal-to-interference and noise ratio gain

4 结论

本文提出了一种基于信号重构和峭度最大化的 SMSP 干扰抑制方法,主要得到的如下结论:

- 1) 本文方法可以有效实现干扰的抑制,在干

信比为 20 dB 时,经过干扰抑制和脉冲压缩,干扰所产生的假目标幅度下降了 20 dB 以上,并且该方法对噪声和估计的相位误差不敏感。

2) 利用延迟自相关方法可以有效估计 SMSP 干扰信号的子脉冲周期,以此可以准确重构 SMSP 干扰的脉内调制特征;对重构信号分段赋相并与接收信号做共轭相乘,对共轭相乘的结果分段取平均,即可根据分段均值较为准确地确定干扰信号的初始相位,从而实现干扰重构。

3) 根据峭度最大化的原理,本文方法可以较为精确地计算出干扰抑制因子,并且该方法仅进行一维峰值搜索,具有较快的运算速度。

本文方法并不能完全正确地计算出干扰信号初始相位和干扰抑制因子,但是利用 SMSP 干扰和雷达信号的失配特性,经过脉冲压缩后,仍可有效实现干扰抑制。但是本文方法未考虑多目标场景和目标多普勒频率等情况的影响,在下一步仍需要做进一步的研究。

参考文献 (References)

- [1] SCHLEHER D C. Electronic warfare in the information age [M]. Boston: Artech House, 2000: 198-199.
- [2] CAMP W, MAYHAN J T, DONNELL R M. Wideband radar for ballistic missile defense and range-Doppler imaging of satellites [J]. Lincoln Laboratory Journal, 2000, 12(2): 267-280.
- [3] SPARROW J, CAKILO J. ECM techniques to counter pulse compression radar: 7081846 [P]. 2006-07-25.
- [4] DURAK L, ARIKAN O. Short-time fourier transform: Two fundamental: Properties and an optimal implementation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(5): 1231-1242.
- [5] ZHAO Z, SHI X Q. FM interference suppression for PRC-CW radar based on adaptive STFT and time-varying filtering [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(2): 219-223.
- [6] CHEN R, WANG Y M. Universal FRFT-based algorithm for parameter estimation of chirp signals [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2012, 23(4): 495-501.
- [7] MARTIS J, ACHARYA U R, MIN L C. ECG beat classification using PCA. LDA. ICA and discrete wavelet transform [J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2013, 5(8): 437-438.
- [8] 粟嘉, 陶海红, 宋大伟, 等. 基于 WD 和时频滑窗掩膜的 SAR 干扰抑制算法 [J]. 电子学报, 2015, 43(12): 2345-2351.
- SU J, TAO H H, SONG D W, et al. Interference suppression algorithm for SAR based on WD and sliding window masking technique in time-frequency domain [J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(12): 2345-2351 (in Chinese).
- [9] WANG Y, ZHOU G. On the use of high-order ambiguity function for multi-component polynomial phase signals [J]. Signal Processing, 1998, 65(2): 283-296.
- [10] LI Y P, YING X, TANG B. SMSP jamming identification based on matched signal transform [C] // 2011 International Conference on Computational Problem-Solving. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011: 182-185.
- [11] 李永平, 卢刚, 田晓, 等. 基于模糊函数的 SMSP 和 C&I 干扰识别算法 [J]. 航空兵器, 2011(4): 51-54.
- LI Y P, LU G, TIAN X, et al. Jamming identification algorithms of SMSP and C&I based on ambiguity function [J]. Aero Weaponry, 2011(4): 51-54 (in Chinese).
- [12] 卜天翔, 董扬, 伍光新, 等. 一种污染谱干扰的识别技术研究 [J]. 现代雷达, 2015, 37(3): 42-45.
- BU T X, DONG Y, WU G X, et al. A study on technology of recognizing SMSP jamming [J]. Modern Radar, 2015, 37(3): 42-45 (in Chinese).
- [13] 尹洪伟, 李国林, 路翠华. 一种基于复值盲分离的欺骗干扰抑制算法 [J]. 上海交通大学学报, 2015, 49(10): 1564-1569.
- YIN H W, LI G L, LU C H. An algorithm of deception jamming suppression based on complex-value blind source separation [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2015, 49(10): 1564-1569 (in Chinese).
- [14] 李飞, 李国林, 粘朋雷. 基于盲源分离的雷达信号欺骗干扰抑制 [J]. 海军航空工程学院学报, 2015, 30(5): 424-428.
- LI F, LI G L, NIAN P L. Radar signal deception jamming suppressing based on blind source separation [J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2015, 30(5): 424-428 (in Chinese).
- [15] SUN M H, TANG B. Suppression of smeared spectrum ECM signal [J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2009, 32(3): 407-413.
- [16] 李永平, 唐斌. 基于分段解线条的 SMSP 干扰抑制方法 [J]. 电子信息对抗技术, 2012, 27(1): 41-45.
- LI Y P, TANG B. Suppression of SMSP jamming based on subsection de-chirp [J]. Electronic Information Warfare Technology, 2012, 27(1): 41-45 (in Chinese).
- [17] 卢云龙, 李明, 曹润清, 等. 联合时频分布和压缩感知对抗频谱弥散干扰 [J]. 电子与信息学报, 2016, 38(12): 3275-3281.
- LU Y L, LI M, CAO R Q, et al. Jointing time-frequency distribution and compressed sensing for countering smeared spectrum jamming [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(12): 3275-3281 (in Chinese).
- [18] SOUMEKH M. SAR-ECCM using phase-perturbed LFM chirp signals and DRFM repeat jammer penalization [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1): 191-205.
- [19] 贺思三, 赵会宁, 张永顺. 基于时频域联合滤波的中段群目标信号分离 [J]. 雷达学报, 2015, 4(5): 545-551.
- HE S S, ZHAO H N, ZHANG Y S. Signal separation for target group in midcourse based on time-frequency filtering [J]. Journal of Radars, 2015, 4(5): 545-551 (in Chinese).
- [20] 季策, 王艳茹, 王晓宇. 一种基于标准峭度的新型复数盲分离算法 [J]. 东北大学学报 (自然科学版), 2015, 36(5): 614-617.
- JI C, WANG Y R, WANG X Y. A new complex blind source separation algorithm based on standard kurtosis [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2015, 36(5): 614-617 (in Chinese).

作者简介:

李欣 男,博士研究生。主要研究方向:雷达抗干扰技术、雷达信号处理技术。

王春阳 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:综合电子战理论与技术。

原慧 女,博士研究生。主要研究方向:雷达抗干扰技术、单通道盲信号分离技术。

金珊珊 女,硕士,助理工程师。主要研究方向:雷达抗干扰技术。

SMSP jamming suppression method based on jamming reconstruction and kurtosis maximum

LI Xin¹, WANG Chunyang^{1,*}, YUAN Hui¹, JIN Shanshan²

(1. Air and Missile Defence College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Unit 95169 of the People's Liberation Army of China, Nanning 530031, China)

Abstract: Smearing spectrum (SMSP) jamming is a kind of correlative blanket jamming to linear frequency modulation (LFM) signals. According to the periodicity of SMSP jamming sub-pulse, a jamming suppression method based on jamming reconstruction and kurtosis maximum is proposed. Firstly, the period of sub-pulse is estimated by utilizing the autocorrelation method, and the frequency modulation rate is computed based on the principle of SMSP jamming. Then we can reconstruct each jamming sub-pulse while the phase is still unknown. Secondly, each reconstructed sub-pulse is set with different phase, and then the conjugate multiplication between received signal and reconstructed signal is done. The initial phase of jamming signal can be achieved by analyzing the result of conjugate multiplication. Finally, the jamming suppression factor is computed based on the kurtosis maximum and then the jamming can be suppressed. The simulation results show that the proposed method can suppress SMSP jamming efficiently, the SIR can be more than 20 dB after jamming suppression, and it can maintain high signal-to-interference and noise ratio gain even when the noise and phase error exist.

Keywords: smeared spectrum (SMSP) jamming; jamming reconstruction; autocorrelation method; kurtosis maximum; pulse compression

Received: 2017-06-21; **Accepted:** 2017-09-15; **Published online:** 2017-12-06 14:16

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171206.0832.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61601502, 61501500); Aeronautical Science Foundation of China (20150196007)

* **Corresponding author.** E-mail: Wcy_kgd_cn@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0311

基于仿射变换 S 盒的轻量级杂凑函数



杜培, 王维克, 何展宏, 李林, 王翔*

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 针对轻量级杂凑函数的线性层结构单一易受统计饱和攻击的问题, 提出一种以海绵结构为主体, 内部置换函数为仿射变换 S 盒结构的轻量级杂凑函数。仿射变换后的 S 盒继承了原 S 盒良好的密码特性, 同时在很大程度上弥补了线性层结构过于简单的不足。根据最优 4 bit 最优 S 盒仿射等价类的具有最大差分概率的差分对个数、具有最优线性逼近关系的掩码个数及最大分支数确定了仿射变换 S 盒原型; 通过差分及线性密码分析、统计饱和攻击分析了内部置换结构的安全性; 设计了仿射变换结构的控制逻辑及算法整体的串/并行硬件实现方案, 并在 Design Compiler 上进行了综合验证。结果表明, 基于仿射变换 S 盒的轻量级杂凑函数在只加入了一些简单控制逻辑的情况下, 提高了统计饱和分析中追踪特定比特位扩散路径的难度, 即仿射变换结构增加了线性扩散层的混淆性, 优化了其抗统计饱和攻击的能力。

关键词: 轻量级; 杂凑函数; S 盒; 仿射变换; 统计饱和分析

中图分类号: TN918.4

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1185-09

杂凑函数 (hash function) 是一种单向密码体制, 可以将任意长度的输入经变换后得到固定长度的输出。由于具有单向性、抗碰撞性及运算速度快等优势, 杂凑函数被广泛应用于数据完整性认证、数字签名及嵌入式安全检测等领域^[1]。嵌入式系统与传统的台式机和高性能计算机相比, 在运算能力、内存及能耗等方面有着严格的限制。以一个典型嵌入式系统射频识别 (Radio Frequency Identification, RFID) 标签为例, 该系统有 1 000 ~ 10 000 GE (Gate Equivalents, 等效门数, 表示独立于制造技术的数字电路复杂性的度量单元), 其中仅有 20% 左右可用于信息安全组件^[2], 而传统的杂凑函数, 如 MD5 (8 400 GE)^[3]、SHA-1 (5 527 GE)^[4] 及 SHA-2 (10 868 GE)^[5] 显然不能满足一般嵌入式系统对于安全组件的要求, 在这种情况下, 轻量级杂凑函数应运而生。

与传统 Merkle-Damgard 结构相比, 海绵结构对于长消息攻击和随机预言机区分攻击有着非常好的可证明安全性, 同时在低功耗设备的实现上能节约大量内存开销, 因此, 近年来出现了一种采用海绵结构设计轻量级杂凑函数的新趋势。文献^[6]提出了一种以海绵结构为整体, 内部置换结构采用流密码 Grain^[7] 及分组密码 KATAN^[8] 的轻量级杂凑函数族 QUARK, 其中包括 U-Quark、D-Quark 和 S-Quark 3 个版本以适应应用系统不同需求。在安全性方面, QUARK 可提供从 64 bit 的第二原象安全性到 192 bit 的抗原象性; 在 0.18 μm ASIC 工艺下, QUARK 的硬件实现为 1 379、1 702、2 296 GE。

文献^[9]提出的轻量级杂凑函数族 PHOTON, 其内部置换函数为类 AES^[10] 结构。该函数族共有 5 种参数类型: PHOTON-80/20/16、PHO-

收稿日期: 2017-05-15; 录用日期: 2017-12-29; 网络出版时间: 2018-01-15 17:14

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180114.0833.001.html

基金项目: 国家自然科学基金 (61232009, 60973106)

* 通信作者. E-mail: wxiang@buaa.edu.cn

引用格式: 杜培, 王维克, 何展宏, 等. 基于仿射变换 S 盒的轻量级杂凑函数[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1185-1193. DU P, WANG W K, HE Z H, et al. Lightweight hash function based on affine transformation S-box[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1185-1193 (in Chinese).

TON-128/16/16、PHOTON-160/36/36、PHOTON-224/32/32 和 PHOTON-256/32/32, 可提供从 64 bit 的抗原象安全性到 128 bit 的抗碰撞性, 同时, 在 0.18 μm ASIC 工艺下的最小硬件实现为 865 GE。

文献[11]设计了以类 PRESENT^[12]算法为内部结构的轻量级杂凑函数族 SPONGENT, PRESENT 作为轻量级分组密码设计史上的里程碑, 其公开后出现了许多基于 PRESENT 设计的轻量级杂凑函数。其中 SPONGENT 按输出长度可分为 5 类: SPONGENT-88/128/160/224/256, 共 13 种参数组合。在安全性方面, 最低可保证 80 bit 的抗原象性、40 bit 的抗碰撞性及 40 bit 的第二原象安全性, 最高可提供 256 bit 的抗原象性、128 bit 的抗碰撞性及 256 bit 的第二原象安全性; 在硬件实现方面, 在 0.13 μm ASIC 工艺下最小可达到 738 GE。另外, SPONGENT-88 适用于资源极其受限且对安全性要求低的环境, 如用于某些 RFID 协议和伪随机数产生器; SPONGENT-128/160 适用于资源高度受限且对碰撞安全性要求较低的环境; SPONGENT-224 和 SPONGENT-256 分别对应 SHA-2 和 SHA-3 的一个子集, 这使得 SPONGENT 能够在普通的轻量级嵌入式环境中兼容标准接口。因此, 可以说 SPONGENT 是目前最有竞争力的轻量级杂凑函数族。

然而, 文献[13]提出的统计饱和攻击是一种对缩减轮数的 PRESENT 很有效的分析方法, SPONGENT 内部置换函数采用了类 PRESENT 结构, 因此, 统计饱和攻击对 SPONGENT 有很大威胁。本文针对这一问题, 提出一种以海绵结构为整体, 内部置换的非线性层采用仿射变换 S 盒 (Affine Transformation S-box, ATS) 的轻量级杂凑函数——ATSHash。该函数族包含 4 个版本的参数组合, 提供从 40 bit 的抗碰撞性至 128 bit 的第一原象安全性。根据线性、差分性及扩散性选择了原型 S 盒, 仿射变换后的 S 盒继承了原型 S 盒优良的密码特性。通过统计饱和和分析, 仿射变换 S 盒结构增加了内部置换中线性层特定扩散路径的复杂度, 在很大程度上提高了线性层的混淆性和抗统计饱和攻击能力。

1 ATSHash 的安全边界

1.1 海绵结构

海绵结构是一种单向压缩函数, 可通过内部迭代结构将任意长度的输入变为固定长度的输出, 其整体结构如图1所示, 各参数含义见表1, 其

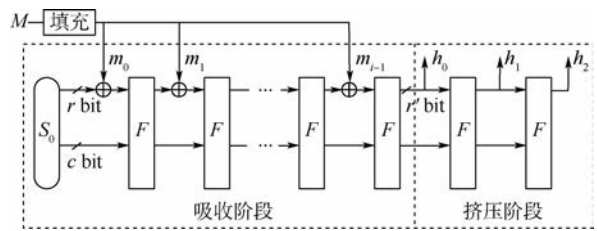


图1 海绵结构框图

Fig. 1 Block diagram of sponge structure

表1 海绵结构参数

Table 1 Parameters of sponge structure

参数	含义
M	输入消息
S_0	初始迭代状态
m_i	第 i 组分组消息块
h_i	输出第 i 组消息块
r	分组长度
F	内部置换函数
r'	每轮输出消息长度
c	不与消息异或部分长度
$b(b=r+c)$	内部迭代状态长度
n	输出消息长度

具体压缩步骤可分为以下 3 步:

1) 初始化阶段

将输入消息 M 先填充一个 '1', 随后补充一定数量的 '0', 使该消息长度为分组长度 r 的整数倍。例如, 消息 M 为 '001', 分组长度 r 为 8, 则填充后的消息 M' 为 '00110000', 然后, 消息按分组长度 r 进行分组变为 $\{m_0, m_1, \dots, m_{i-1}\}$ 。

2) 吸收阶段

初始迭代状态 S_0 与第 1 组分组消息 m_0 按位异或, 并通过内部置换函数进行迭代, 更新迭代后的状态接着与下一组分组消息进行按位异或和迭代过程, 重复此步骤, 直至最后一组分组消息 m_{i-1} 处理完成。

3) 挤压阶段

最后一块分组消息进行内部置换后输出 r' bit, 之后再次进行内部置换, 每次输出 r' bit 直至输出长度达到规定长度 n 为止。

1.2 安全边界

杂凑函数具有以下安全特性^[14]: ①抗碰撞性, 即不可能存在多个消息串 M_1, M_2, \dots, M_n 对应同一个杂凑值。②第一原象安全性, 对一个任意长度的明文消息 M , 可以很容易得到对应的杂凑值 $H(M)$, 而从其信息摘要 $H(M)$ 很难推出相应的明文消息 M 。③第二原象安全性: 对一个已知的明文消息 M_1 , 很难找到另一个不同的明文消息 M_2 , 使得 $H(M_1) = H(M_2)$ 。假定在内部置换结构无明显漏洞的情况下, 基于海绵结构的杂凑函数,

其安全边界中的抗碰撞性为 $\min\{2^{n/2}, 2^{c/2}\}$, 第一原象安全性为 $\min\{2^n, 2^c, \max\{2^{n-r}, 2^{c/2}\}\}$, 第二原象安全性为 $\min\{2^n, 2^{c/2}\}$ [15]。

由于嵌入式系统的资源严格受限,在轻量级应用中的安全性指标不宜过高(如 SHA-512)。类似 RFID 标签的低端嵌入式系统需要 64 bit 的抗原象安全性,而 64 bit 或 80 bit 的原象安全性是目前公认的轻量级应用中的适宜安全指标 [16]。本文根据轻量级杂凑函数结构及同类轻量级杂凑函数的安全下限,提出了 4 个版本的参数组合,可提供至少 72 bit 的第一原象安全性、40 bit 的第二原象安全性及 40 bit 的抗碰撞性,如表 2 所示。

表 2 同类型轻量级杂凑函数安全边界

Table 2 Security boundaries of similar lightweight hash functions

轻量级杂凑函数	安全性/bit		
	第一原象	第二原象	抗碰撞性
	安全性	安全性	
ATSHash-88/80/16	72	40	40
ATSHash-88/88/8	80	44	44
ATSHash-144/128/32	112	64	64
ATSHash-144/144/16	128	72	72
SPONGENT-88/80/8	80	40	40
SPONGENT-128/128/8	120	64	64
PHOTON-80/80/16	64	40	40
PHOTON-128/128/16	112	64	64

表 2 中,用输出消息长度 n 、内部置换中不与消息块异或部分的长度 c 以及分组长度 r 来表示不同版本的函数类型,如 ATSHash- $n/c/r$ 。从表中可以看出,ATSHash 的 4 个版本根据内部置换规模($b = n + r$)可分为 ATSHash-96 和 ATSHash-160,对应的输出长度分别为 88 bit 和 144 bit,2 种规模的内部置换结构每次分别可吸收每组 16 bit、8 bit 和 32 bit、16 bit 的分组消息,可提供从 72、40、40 bit 至 128、72、72 bit 的第一原象安全性、第二原象安全性及抗碰撞性,如应用环境需要可根据具体需求调整各个参数。

2 ATSHash 的内部置换结构

内部置换结构由非线性层和线性扩散层组成。非线性层由一个原型 S 盒及 4 种仿射变换结构生成的仿射等价 S 盒构成,线性层采用类 PRESENT 结构,其顶层算法描述如图 2 所示。其中,轮数 R 为 $b/2$,轮常数与内部迭代状态的高 16 位进行按位异或。

2.1 轮常数

与 SPONGENT 中采用的 14 bit 或 16 bit 的镜

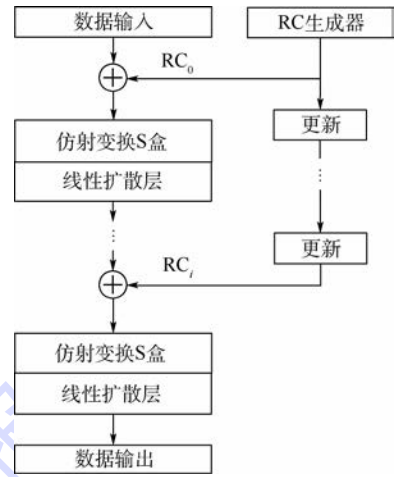


图 2 内部置换结构加密流程

Fig. 2 Encryption process of internal permutation structure

像轮常数不同,ATSHash 采用截取移位寄存器特定定位的方式生成 16 bit 轮常数,可有效防止滑动攻击。具体来说,轮常数 RC_i 由一个 s bit 的线性反馈移位寄存器及其特定定位拼接产生,其中 $s = \lceil \lg R \rceil$,且将寄存器状态定义为 $x_{s-1} \| x_{s-2} \| \dots \| x_0$,每一位寄存器的状态按以下规则每轮进行更新:

$$\begin{cases} t = 1 \oplus x_{j-(s-2)} \oplus x_{j-s} \\ x_j = x_{j-1} & 1 \leq j \leq s-1 \\ x_0 = t \end{cases} \quad (1)$$

s bit 的线性反馈移位寄存器初始状态为全零, $c_3 \| c_2 \| c_1 \| c_0$ 为轮常数 RC_i 状态,且按式(2)对移位寄存器的相应位进行计算:

$$\begin{cases} c_0 = x_3 \| x_2 \| x_1 \| x_0 \\ c_1 = x_{s-1} \| x_{s-2} \| x_{s-3} \| x_{s-4} \\ c_2 = x_3 \| x_2 \| x_1 \| x_0 \\ c_3 = x_{s-1} \| x_{s-2} \| x_{s-3} \| x_{s-4} \\ RC_i = c_3 \| c_2 \| c_1 \| c_0 \end{cases} \quad 0 \leq i \leq R-1 \quad (2)$$

2.2 原型 S 盒

S 盒作为内部置换中的唯一非线性部件,将影响整个结构的安全性。差分均匀度和线性度是反映 S 盒的抗差分分析及线性分析的重要指标。4 bit S 盒的差分均匀度及线性度的下界均不小于 4,当 2 个指标均达到下界时称为最优 S 盒,该 S 盒抵抗基本差分分析和线性分析的能力达到最优。Leander 和 Poschmann [17] 发现在仿射等价的意义下,线性和差分性能最优的 S 盒有 16 类,如表 3 所示。仿射等价的定义如下:

若存在 F_2 上的 m 阶可逆矩阵 A, B 和 n bit 常数 a 和 d ,使得 2 个 $m \times m$ 的 S 盒 S_1 和 S_2 满足:

$$S_2(x) = B \cdot (S_1(A \cdot x + a)) + d \quad (3)$$

表3 最优4 bit S盒的16个仿射等价类^[17]

Table 3 Sixteen affine equivalence classes of optimal 4 bit S-box^[17]

S 盒	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
G ₀	0,1,2,D,4,7,F,6,8,B,C,9,3,E,A,5
G ₁	0,1,2,D,4,7,F,6,8,B,E,3,5,9,A,C
G ₂	0,1,2,D,4,7,F,6,8,B,E,3,A,C,5,9
G ₃	0,1,2,D,4,7,F,6,8,C,5,3,A,E,B,9
G ₄	0,1,2,D,4,7,F,6,8,C,9,B,A,E,5,3
G ₅	0,1,2,D,4,7,F,6,8,C,B,9,A,E,3,5
G ₆	0,1,2,D,4,7,F,6,8,C,B,9,A,E,5,3
G ₇	0,1,2,D,4,7,F,6,8,C,E,B,A,9,3,5
G ₈	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,9,5,A,B,3,C
G ₉	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,B,3,5,9,A,C
G ₁₀	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,B,5,A,9,3,C
G ₁₁	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,B,A,5,9,C,3
G ₁₂	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,B,A,9,3,C,5
G ₁₃	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,C,9,5,B,A,3
G ₁₄	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,C,B,3,9,5,A
G ₁₅	0,1,2,D,4,7,F,6,8,E,C,B,9,3,A,5

则称 S₁ 和 S₂ 是仿射等价的, S 盒的差分均匀度和线性度在仿射变换下均保持不变, 是 S 盒的仿射等价不变量。

对于差分均匀度和线性度均达到最优的 S 盒, 如果其具有最大差分概率的差分特征或具有最大偏差的线性特征较多, 那么这些特征可被用于多差分密码或多线性密码分析中。具有最大差分概率的差分特征(输入输出差分对)的个数 N_D(S), 以及具有最大线性偏差的线性特征(输入输出线性掩码对)的个数 N_L(S)的表达式分别为

$$N_D(S) = \#\{ND_S(\Delta_1, \Delta_0) = \text{Diff}(S)\} \quad (4)$$

$$N_L(S) = \#\{NL_S(a, d) = \text{Lin}(S)\} \quad (5)$$

分支数主要用于描述 S 盒的扩散能力, 定义为

$$B = \min_{x_1, x_2 \neq x_1} (\text{wt}(x_1 \oplus x_2) + \text{wt}(S(x_1) \oplus S(x_2))) \quad (6)$$

双射 S 盒分支数不小于 2, 分支数越大则 S 盒扩散性越好。

根据式(4)~式(6)计算了 16 个最优 S 盒仿射等价类的具有最大差分概率的差分特征的个数、具有最大线性偏差的线性特征的个数及最大分支数, 如表 4 所示。

SPONGENT 内部置换的 S 盒与表 3 中的 G₀ 仿射等价, PRESENT 和 RECTANGLE 的 S 盒与 G₁ 线性等价, LBlock 的 10 个 S 盒皆与 G₈ 仿射等价。通过表 4 可以看出, 在分支数皆为 3 的最优 S 盒中, G₉、G₁₀、G₁₄ 和 G₁₅ 的 N_D(S) 和 N_L(S) 最低。选择 G₉ 作为 ATSHash 的原型 S 盒, 该 S 盒与 SPON-

表4 最优4 bit S盒的密码特性

Table 4 Cryptographic properties of optimal 4 bit S-box

S 盒	N _D (S)	N _L (S)	B	S 盒	N _D (S)	N _L (S)	B
G ₀	24	36	3	G ₈	24	36	2
G ₁	24	36	3	G ₉	18	32	3
G ₂	24	36	3	G ₁₀	18	32	3
G ₃	15	30	2	G ₁₁	15	30	2
G ₄	15	30	2	G ₁₂	15	30	2
G ₅	15	30	2	G ₁₃	15	30	2
G ₆	15	30	2	G ₁₄	18	32	3
G ₇	15	30	2	G ₁₅	18	32	3

GENT、PRESENT 的最大分支数相同, 但具有最大差分概率的差分特征个数及具有最大线性偏差的线性特征个数均小于 SPONGENT 和 PRESENT, 即在差分分析或线性分析中可被利用的密码特征更少。

2.3 仿射变换 S 盒

考虑到硬件开销, 本文的仿射变换结构均采用线性结构, 仿射变换不改变 S 盒的差分均匀度和非线性度。由式(6)可推得, 线性变换亦不改变 S 盒的分支数。因此, 线性仿射变换后的 S 盒完全继承了原 S 盒良好的密码特性。从 4 bit S 盒线性仿射变换的 24 种结构中任选 4 种结构, 其结构及对应的仿射变换 S 盒, 如表 5 所示, 其中 SS 为仿射变换结构的控制逻辑集。

线性仿射变换结构配置在原型 S 盒之后, 当输入为 y₃ || y₂ || y₁ || y₀ 时, 输出如表 5 所示, 对应生成的仿射变换 S 盒分别为 S⁽⁰⁾、S⁽¹⁾、S⁽²⁾、S⁽³⁾。SS 由内部置换的初始迭代状态 S₀ 从高位开始以 2 bit 分组生成的控制逻辑集决定, 即 {S_{b-1} S_{b-2}, S_{b-3} S_{b-4}, ..., S_{b/2+1} S_{b/2}}。S₀ 由用户自定义给出(默认值 9CA2879031BE56239841F84D)。仿射变换的 S 盒在海绵结构的第 1 步消息填充阶段进行配置, 一经选定则内部置换中每轮仿射变换的 S 盒位置不变, 仿射变换的 S 盒有 4^{b/4} 种可能组合, 相当于加入了 b/2 bit 的密钥。

表5 仿射变换 S 盒

Table 5 Affine transformation S-boxes

SS	输出	仿射变换 S 盒
00	y ₃ y ₀ y ₂ y ₁	S ⁽⁰⁾ : 0,4,1,E,2,7,F,3,8,B,D,5,6,C,9,A
01	y ₁ y ₀ y ₃ y ₂	S ⁽¹⁾ : 0,1,8,7,4,D,F,9,2,B,E,C,5,6,A,3
10	y ₁ y ₂ y ₃ y ₀	S ⁽²⁾ : 0,1,8,7,4,D,F,C,2,E,B,9,5,3,A,6
11	y ₂ y ₀ y ₃ y ₁	S ⁽³⁾ : 0,4,1,E,8,D,F,9,2,B,7,5,C,6,3,A

2.4 线性扩散层

线性扩散层采用类 PRESENT 结构, 其扩散关系为

$$P(i) = \begin{cases} ib/4 \bmod (b-1) & i \in \{0, 2, \dots, b-2\} \\ b-1 & i = b-1 \end{cases} \quad (7)$$

以 ATSHash-96 为例,其内部置换规模为 96 bit 的非线性层及线性扩散层结构如图 3 所示。

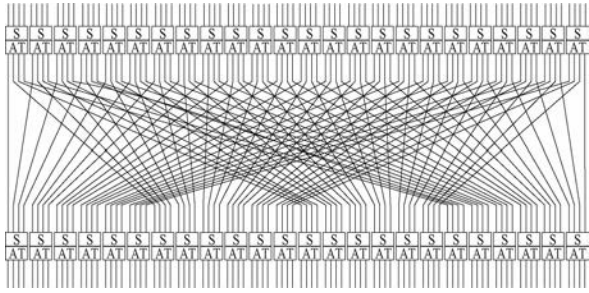


图 3 ATSHash-96 内部置换结构

Fig. 3 Internal permutation structure of ATSHash-96

3 安全性分析

在 1.2 节中已分析过 ATSHash 外部海绵结构的安全边界,本节主要分析其内部置换结构的安全性,特别是抗统计饱和攻击的安全性。

3.1 差分及线性密码分析

针对差分和线性密码分析,其主要思想是搜索活动 S 盒个数的方法来评估 ATSHash 2 种规模的内部置换结构 ATSHash-96 和 ATSHash-160 是否存在有效的差分特征和线性逼近。根据 2.2 节和 2.3 节中对原型 S 盒的选取及仿射变换结构可知,仿射变换后的 S 盒具有良好的差分及非线性特性,其最大差分概率和最大线性逼近优势均为 2^{-2} 。表 6 为通过计算机搜索 2 种内部置换结构的 活动 S 盒数量。

20 轮的 ATSHash-96 和 ATSHash-160 内部置换结构已经不存在有效差分路径和有效线性逼近能将内部置换和随机置换区分开来。因此, $b/2$ 轮的 ATSHash 针对差分和线性密码分析是足够安全的。

表 6 差分活动 S 盒数量下界

Table 6 Lowest numbers of differentially active S-box

轮数	差分活动 S 盒数量	
	ATSHash-96	ATSHash-160
5	10	10
10	21	24
15	31	41
20	42	56

3.2 统计饱和攻击

文献[12]提出统计饱和攻击可看做一种特

殊的分区分析方法或广义的线性分析方法。其原理是利用分组密码中线性扩散路径的弱点,对于一组给定的明文,通过跟踪每轮固定比特位的扩散路径,分析明文经迭代后的非均匀分布。以 PRESENT 结构的统计饱和分析为例,寻找含有弱扩散路径的 S 盒组合。由于每条扩散路径中 S 盒的数量直接影响了统计饱和分析的难度,数量越多则分析的难度越大、抗统计饱和和攻击效果越好。因此,只考虑在最差情况下的统计饱和分析,即一条扩散路径中只有 4 个 S 盒的情况。选择线性层结构的弱扩散路径,S 盒组合 $\{5, 6, 9, 10\}$ 做为分析对象,其扩散路径如图 4 所示。

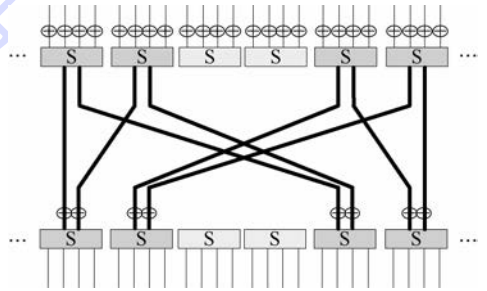


图 4 置换层中的弱扩散路径

Fig. 4 Poor diffusion trail in permutation layer

首先,根据算法 1 进行正确密钥与猜测密钥加密得出目标 8 bit 位密文的理论分布。然后,计算特定位正确密钥密文理论分布与猜测密钥密文理论分布之间的距离,根据统计的距离数据,找出距离最短的模型分布,对应的密钥将被接受为正确密钥。

算法 1

```

输入: 子密钥 sk 输入分布 distrib_out[256]。
输出: 输出分布 distrib_out[256]。
initial distrib_out[256] to the all-zero state
for each 8 bit values text do
    for each 8 bit values rand do
        fix the 8 bit trail to text and xor with sk
        fix the 8 bit non trail to rand
        apply the S-box
        apply the permutation
        evaluate the value of the 8-bit trail out
        update distrib_out[out] = distrib_out + distrib_in[ text ]/256
    end for
end for

```

为了观察理论分布与实际分布的关系及统计饱和分析的有效性,增加了正确密钥密文理论分布与正确密钥密文实际分布的距离统计。采用固

定目标 8 bit,其余 56 bit 随机的方式生成 230 组明文,并用正确密钥对明文加密,计算正确密钥密文实际分布。图 5 给出了经 2、4、6、8 轮的正确密钥密文实际分布与猜测密钥密文理论分布距离(实际-理论距离, $E-T$ 欧氏距离)及正确密钥密文理论分布与猜测密钥密文理论分布距离(理论-理论距离, $T-T$ 欧氏距离)统计。其中,已知正确密钥为 00100000,通过对 $E/T-T$ 欧氏距离的观察发现,在密钥 32 的位置,即 00100000, $E/T-T$ 欧氏距离都达到最小值。实验表明,统计饱和分析的理论分布模型能够很大程度捕获实际分布的关键分布特征,并利用该分布特征找出正确密钥。

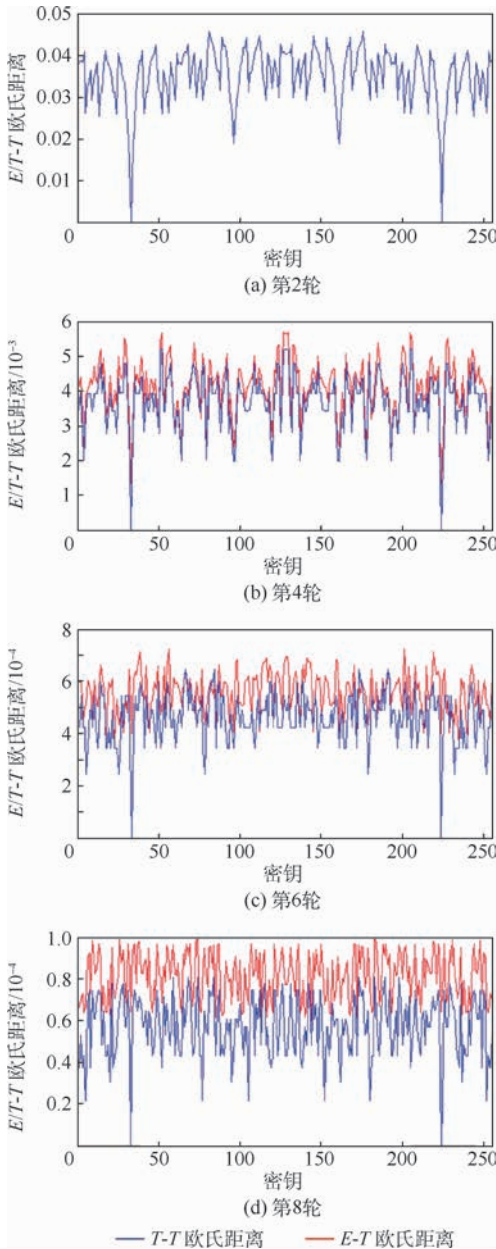


图 5 经 2、4、6、8 轮的 $E/T-T$ 欧氏距离统计
Fig. 5 $E/T-T$ Euclidean distance statistics after 2, 4, 6 and 8 rounds

攻击收益^[13]可以很好地评估统计饱和分析在恢复密钥方面的有效性,将其定义为

$$g = -\text{lb} \frac{2N - 1}{2^l} \quad (8)$$

式中: N 为候选密钥个数; l 为密钥长度。

攻击收益可看成是衡量计算量的一种尺度,越趋于边界值,统计饱和攻击效果越好(由于明文中固定了 8 bit,故其攻击收益边界为 8)。为方便比较 ATS 结构与 PRESENT 结构抗统计饱和攻击的效果,本节统计饱和分析中的 ATS 结构采用将 PRESENT 中 S 盒替换为仿射变换 S 盒的方式,其他部分均与 PRESENT 一致,密钥采用文献[13]中的缩减轮密钥。随机生成 4 组 ATS 仿射变换结构排列,分别为 031BE56239841F84、AB146D9315CA4982、36218DA26CB92391 和 AD841-26961112B9C。对 2^{30} 组固定 8 bit 的明文经 22 轮置换后的密文进行分析,ATS 结构与 PRESENT 结构的攻击收益对比如图 6 所示,其中 ATS 的仿

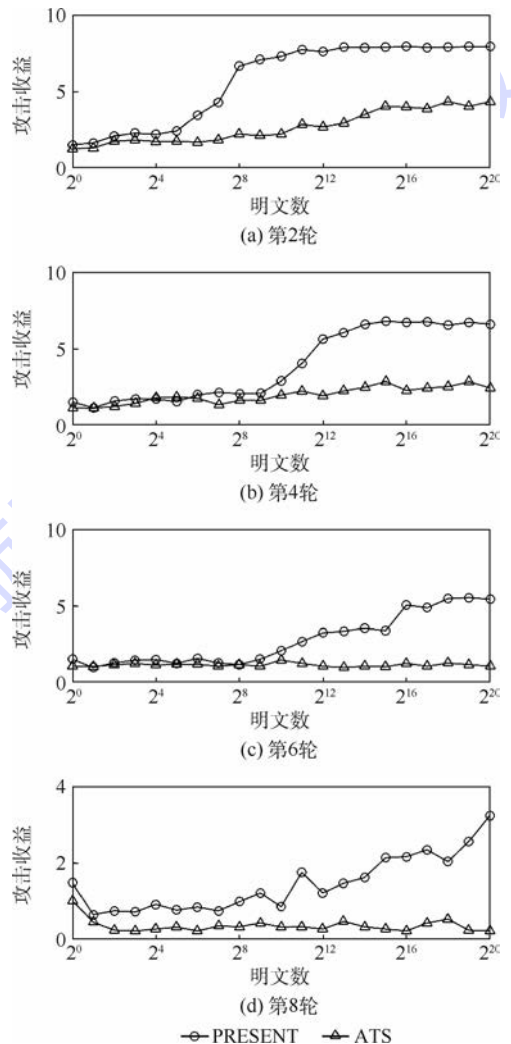


图 6 ATS 结构与 PRESENT 结构攻击收益对比
Fig. 6 Gain of attack comparison between ATS and PRESENT construction

射变换为 ATS-1。

从图 6 可以看出,PRESENT 结构的攻击收益明显高于 ATS 结构。在明文数量较少时,两类结构的攻击效果都较差;当固定特定比特位的明文数量增加时,其攻击收益差距逐渐加大。特定轮数下 PRESENT 结构的攻击收益随明文数量增加而提高,ATS 结构的攻击收益除第 2 轮外并没有明显的随明文数量增加而提高的趋势,且随着解密轮数的增加 ATS 结构的攻击收益严重衰减。结果表明,ATS 结构较 PRESENT 结构具有更好的抗统计饱和和攻击能力。

图 7 为 4 组 ATS 结构与 PRESENT 结构均匀/输出分布的平方欧式距离对比。输出分布与均匀分布的距离越小说明输出分布越趋于平均分布,即加密的效果越好,则抗统计饱和攻击的能力越强。从图 7 可得,PRESENT 结构和 ATS 结构的均匀/输出分布距离皆随解密轮数的增加而减小,即统计饱和和攻击的效果越差。而在特定轮数的 ATS 结构的均匀/输出分布距离普遍小于 PRESENT 结构,且随着解密轮数的增加有增大趋势。结果表明,ATS 结构的抗统计饱和攻击能力明显优于 PRESENT 结构。基于仿射变换 S 盒的 ATS 结构将弱 S 盒组合中的特定位重新排列,而 ATS 结构由用户自定义,相当于又加入了 $b/2$ bit 密钥,这使得不能通过简单地追踪特定位的扩散路径进行攻击。因此,ATS 结构具有更好的抗统计饱和攻击能力,仿射变换 S 盒在继承原 S 盒良好密码特性的基础上,又在很大程度上补偿了 PRESENT 结构中线性扩散层过于单一、易于对特定位追踪的不足。

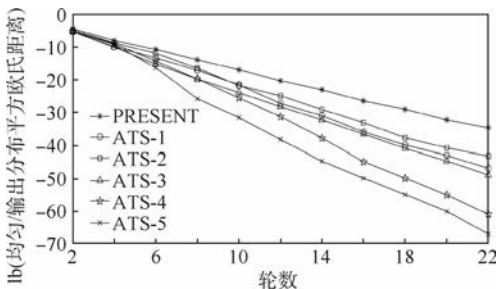


图 7 PRESENT 结构与 ATS 结构的均匀/输出分布平方欧式距离

Fig. 7 Squared Euclidean distance between uniform and output distribution for PRESENT and ATS construction

4 硬件实现

分别对 ATSHash 2 种规模的内部置换结构进行了串行和并行硬件实现设计,如图 8 和图 9 所

示。并对 ATSHash 的 2 种硬件实现方案进行了功能仿真及逻辑综合,综合环境为 DC (Design Compiler) D-2010. 03-SP4,其标准器件库为 UMCL18G212T3,ATSHash 各版本的硬件实现及与同类型轻量级杂凑函数族的对比如表 7 所示。

ATSHash 的内部置换规模分为 96 bit 和 160 bit。串行硬件实现中,非线性层只需要一个 ATS 盒,每次处理 4 bit 数据,都需要一个 5/6 bit

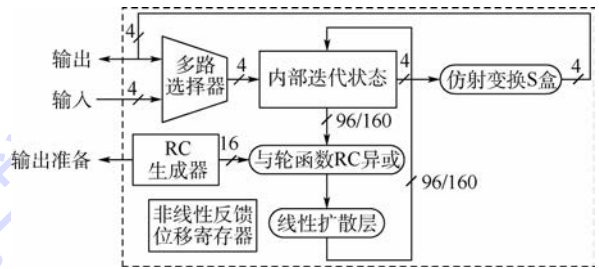


图 8 内部置换结构串行硬件实现方案

Fig. 8 Serial hardware implementation scheme of internal permutation structure

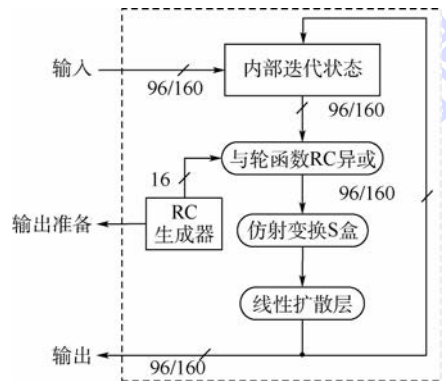


图 9 内部置换结构并行硬件实现方案

Fig. 9 Parallel hardware implementation scheme of internal permutation structure

表 7 同类型轻量级杂凑函数族的硬件实现
Table 7 Hardware implementation of similar lightweight hash functions

轻量级杂凑函数	位宽/bit	轮数	面积/GE UMC180 nm	吞吐率/($kb \cdot s^{-1}$) @ 100 kHz
ATSHash-	4	1 152	832	1.02(0.18 μm)
88/80/16	96	48	1 334	19.26(0.18 μm)
ATSHash-	4	3 200	1 260	0.48(0.18 μm)
144/128/32	160	80	2 129	16.62(0.18 μm)
SPONGENT-	4	990	759	0.81(0.13 μm)
88/80/8	88	45	1 232	17.78(0.13 μm)
SPONGENT-	4	3 960	1 367	0.40(0.13 μm)
160/160/16	176	90	2 241	17.78(0.13 μm)
PHOTON-	4	708	856	2.82(0.18 μm)
80/80/16	20	132	1 151	15.15(0.18 μm)
PHOTON-	4	996	1 394	1.61(0.18 μm)
128/128/16	24	156	2 172	10.26(0.18 μm)

的非线性反馈移位寄存器 (Non-Linear Feedback Shift Register, NLFSR) 记录每 4 bit 分组的位置, 处理完内部迭代状态的 b bit 数据共需要 $b/4$ 个循环。并行实现时, 非线性层需要 $b/4$ 个 S 盒, 一次循环就可处理完内部置换状态的 b bit 信息, 但其硬件实现开销明显要高于串行实现。因此, 用户可根据自己的需求选择合适的硬件实现方法。

仿射变换结构在明文消息处理的填充阶段配置, 只需根据用户自定义的初始内部状态 S_0 和一些简单的逻辑控制单元实现。仿射变换结构在硬件实现中仅是一些简单的连线, 在填充阶段配置完成后, 并不增加吸收阶段和挤压阶段的硬件开销。

通过表 7 可以看出, ATSHash-96 在 ASIC $0.18 \mu\text{m}$ 工艺下的串/并行实现分别需要 832、1 332 GE, 内部置换规模 160 bit 的 ATSHash 的串/并行实现则分别为 1 260、2 129 GE。ATSHash 内部结构规模较 SPONGENT 的规模略大, 且增加了仿射变换结构及控制逻辑, 故其硬件实现略大于 SPONGENT, 但其安全边界也因内部规模的增加而提高。除 ATSHash-96 与 SPONGENT-88 的并行实现外, 在类似的内部置换规模下 ATSHash 与 SPONGENT 的硬件开销均低于 PHOTON。

5 结论

本文针对 SPONGENT 中的 PRESENT 结构线性层过于简单, 易受统计饱和和分析方法攻击的问题, 提出了一种基于仿射变换 S 盒的轻量级杂凑函数, 计算了 16 种最优 4 bit S 盒仿射等价类的差分均匀度、线性偏差及扩散特征指标, 分析对比了仿射变换 S 盒结构与 PRESENT 结构的抗统计饱和和攻击能力, 设计并实现了 ATSHash 的串/并行硬件实现, 得出如下结论:

1) 在最大分支数一样的情况下, 具有最大差分概率的差分特征个数及具有最大线性偏差的线性特征个数越小, 在差分分析或线性分析中可被利用的密码特征越少, 且线性仿射变换结构不改变原 S 盒的密码特性。

2) 基于仿射变换 S 盒的结构改变了线性层的扩散方式, 使得不可能通过追踪上一轮 S 盒输出的固定比特位进行攻击, 在相同线性层结构的条件下, 非线性层中仿射变换结构的加入增加了统计饱和和攻击的复杂度, 在很大程度上弥补了 PRESENT 中线性层结构单一的不足。

3) 基于海绵结构的轻量级杂凑函数的安全边界及硬件实现主要取决于内部置换结构, ATSHash 的规模略大于 SPONGENT, 且增加了仿射

变换的控制逻辑, 因此其硬件实现略大于 SPONGENT, 但同时 ATSHash 抗统计饱和和攻击能力较 SPONGENT 更高。

参考文献 (References)

- [1] MURAMATSU J, MIYAKE S. Hash property and fixed-rate universal coding theorems[J]. IEEE Information Theory Society, 2010, 56(6): 2688-2698.
- [2] SAM L, SAM A, PATRICK V T, et al. Wearable flexible lightweight modular RFID tag with integrated energy harvester[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2016, 64(7): 2304-2314.
- [3] IGNACIO A B, CLAUDIA F U, RENE C, et al. Design and implementation of a non-pipelined MD5 hardware architecture using a new functional description[J]. IEICE Transactions on Information and Systems, 2008, E91-D(10): 2519-2523.
- [4] HILARIE O. Recent parables in cryptography[J]. IEEE Internet Computing, 2014, 18(1): 82-86.
- [5] WILLIAM E B. A new hash competition[J]. IEEE Security & Privacy, 2008, 6(3): 60-62.
- [6] AUMASSON J P, HENZEN L, MEIER W, et al. Quark: A lightweight hash[J]. Journal of Cryptology, 2013, 26(2): 313-339.
- [7] DING L, JIN C H, GUAN J. New state recovery attacks on the Grain v1 stream cipher[J]. China Communication, 2016, 13(11): 180-188.
- [8] CANNIÈRE D, DUNKELMAN O, KNEŽEVIC M, KATAN and KTANTAN: A family of small and efficient hardware-oriented block ciphers[C] // Proceedings of 11th International Workshop on Cryptographic Hardware and Embedded Systems. Berlin: Springer, 2009: 272-288.
- [9] GUO J, PEYRIN T, POSCHMANN A, et al. The PHOTON family of lightweight hash functions[C] // Advances in Cryptology-CRYPTO. Berlin: Springer, 2011: 222-239.
- [10] ISSAM H, KAMAL E S, EZZ E M, et al. High-speed AES encryptor with efficient merging techniques[J]. IEEE Embedded Systems Letters, 2010, 2(3): 67-71.
- [11] BOGDANOV A, KNEZENIV M, LEANDER G. SPONGENT: The design space of lightweight cryptographic hashing[J]. IEEE Transactions on Computers, 2013, 62(10): 2041-2053.
- [12] BOGDANOV A, KNEZENIV M, LEANDER G. PRESENT: An ultra lightweight block cipher[C] // Proceedings of 9th International Workshop on Cryptographic Hardware and Embedded Systems. Berlin: Springer, 2007: 450-466.
- [13] COLLARD B, STANDAERT F X. A statistical saturation attack against the block cipher PRESENT[C] // The Cryptographers Track at RSA Conference 2009. Berlin: Springer, 2009: 195-211.
- [14] CHARANJIT S J, ANINDYA C P. Provably good codes for Hash function design[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(1): 33-45.
- [15] BERTONI G, DAEMEN J, PEETERS M. Sponge based pseudo-random number generators[C] // Proceedings of 12th International Conference Cryptographic Hardware and Embedded Systems. Berlin: Springer, 2010: 33-47.

- [16] LIM C, KORKISHKO T. MCrypton: A lightweight block cipher for security of low-cost RFID tags and sensors [C] // Information Security Applications: 6th International Workshop, WISA 2005. Berlin: Springer, 2005: 243-258.
- [17] LEANDER G, POSCHMANN A. On the classification of 4 bit S-BOX [C] // Arithmetic of Finite Fields: First International Workshop, WAIFI 2007. Berlin: Springer, 2007: 159-176.

作者简介:

杜培 女, 博士研究生。主要研究方向: 嵌入式系统安全、轻量级密码算法。

王维克 男, 博士研究生。主要研究方向: 嵌入式系统安全、集成电路设计。

何展宏 男, 硕士研究生。主要研究方向: 轻量级密码算法设计及硬件实现。

李林 男, 博士研究生。主要研究方向: 嵌入式系统安全的多层次协同优化。

王翔 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 安全嵌入式处理器设计、基因电路设计、空间信息网络等。

Lightweight hash function based on affine transformation S-box

DU Pei, WANG Weike, HE Zhanhong, LI Lin, WANG Xiang*

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Linear layer of lightweight hash functions is ordinarily too simple to resist statistical saturation attack. A novel lightweight hash function is proposed, which is based on the sponge structure and inspired by affine transformation S-box. The affine transformation S-box inherit the excellent cryptographic properties of original S-box, and offset lack of simple linear layer to a great extent as well. The original 4 bit S-box is selected by computing numbers of differential pairs with the largest differential probability, masks with the best linear approximation and maximum branch number of optimal S-box affine equivalent classes. Security of holistic and internal primitives is analyzed with differential and linear cryptanalysis, and especially statistical saturation attack. The control logic of affine transformation structure and the serial/parallel hardware architecture are designed and synthesized by Design Compiler. The results show that in case of adding a few control logic, the lightweight hash function with affine transformation S-box increases difficulty of tracing specific bit in diffusion trail, that is, structures of affine transformations increase confusion of linear diffusion layer and improve the ability against statistical saturation attack.

Keywords: lightweight; hash function; S-box; affine transformation; statistical saturation analysis

Received: 2017-05-15; Accepted: 2017-12-29; Published online: 2018-01-15 17:14

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180114.0833.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61232009, 60973106)

* Corresponding author. E-mail: wxiang@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0399



磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合分析

吕志峰¹, 张金生¹, 王仕成^{1,*}, 宋忠国², 席晓莉², 李婷¹

(1. 火箭军工程大学 精确制导与仿真实验室, 西安 710025; 2. 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

摘 要: 地磁导航半实物仿真是地磁导航从理论走向工程应用的关键环节, 而地磁场环境仿真技术是地磁导航由计算机仿真过渡到半实物仿真的桥梁。针对地磁场环境仿真系统中磁屏蔽装置与其内部磁场模拟器的耦合问题, 采用仿真分析与实验验证相结合的方法, 利用 Ansoft Maxwell 仿真软件设计仿真实验对二者的耦合关系进行了探索性研究, 并基于小型地磁场环境仿真系统对仿真得到的结论进行了实验验证。仿真和实验结果均表明: 磁场模拟器在大电流强磁场的工作情况下会对磁屏蔽装置造成严重的磁化, 进而会影响其屏蔽效果; 磁屏蔽装置不会影响磁场模拟器的线性度和均匀性, 但是会增大轴线中心点附近的磁场值; 磁屏蔽装置会使磁场模拟器的电感增大, 从而使实时性变差。研究结论可以为地磁场环境仿真系统的设计提供理论依据。

关键词: 地磁导航; 半实物仿真; 地磁场环境仿真; 磁屏蔽装置; 磁场模拟器; 耦合关系

中图分类号: V249.32

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1194-09

地磁导航是一种利用地球物理场特征进行导航定位的新型导航方式, 其具有无源、全天候、能耗低等优点, 通过与惯导系统进行组合导航可以修正惯导误差, 是当前导航领域研究的热点^[1-3]。出于技术封锁和保密的原因, 现阶段极少能得到国外对地磁导航研究的细节资料。早在 2003 年 8 月, 美国国防部就宣称其研制的纯地磁导航系统的定位精度在地面和空中优于 30 m, 水下优于 500 m^[4]; 2009 年, 美国空军技术学院针对机器人的室内导航, 采用地磁场信息进行辅助导航, 通过建立室内的地磁图, 利用贝叶斯估计理论实现了 0.3 m 的定位精度^[5]。可见, 国外在该方面的研究已经取得了突破性进展。而中国在地磁导航技术上的研究起步比较晚, 现在有关地磁导航的研究主要集中在计算机仿真阶段^[4,6], 其可信性有

待进一步通过航行试验进行验证, 但是如果利用飞机或船只等载体进行实际地磁导航试验, 试航成本又比较昂贵, 因此需要为地磁导航的研究提供一种低成本、强适用性、高效的评估验证平台, 而半实物仿真系统无疑是最好的选择^[7]。

据美国大西洋导弹测试基地的统计, 美国军方 90% 的武器系统的鉴定、评估数据来自于半实物仿真的结果, 中国的航天、航空部门也规定“未经过半实物仿真的产品不能参与发射或飞行测试”^[8]。可见, 地磁导航半实物仿真平台建设的好坏直接影响地磁导航的工程化进程。目前, 中国对地磁导航半实物仿真的研究很少。文献[9]将地磁导航的原理与半实物仿真的特点相结合, 设计了一套地磁导航半实物仿真系统总体方案, 指出地磁场数据库源数据获取、载体干扰磁场补

收稿日期: 2017-06-12; 录用日期: 2017-07-21; 网络出版时间: 2017-09-22 15:07

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1507.011.html

基金项目: 国家自然科学基金(11602296); 中国博士后科学基金(2014T70974)

* 通信作者. E-mail: wshcheng@vip.163.com

引用格式: 吕志峰, 张金生, 王仕成, 等. 磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1194-1202. LYU Z F, ZHANG J S, WANG S C, et al. Coupling analysis between magnetic shielding device and magnetic field simulator [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1194-1202 (in Chinese).

偿、地磁场环境仿真和地磁匹配导航算法是需要重点解决的 4 项关键技术。从目前国内外研究成果来看,地磁场数据库源数据获取^[10-11]、载体干扰磁场补偿^[12-13]以及地磁匹配导航算法^[14-15]这 3 方面都取得了较为丰硕的理论成果,而针对地磁场环境仿真的研究相对较少。文献[16]指出在实验室等磁场较为复杂的环境下,地磁场环境仿真系统必须采用“磁屏蔽装置+磁场模拟器”组合的方式来实现。当前,单就磁屏蔽装置或者磁场模拟器而言,其研制成熟度相对已经很高^[17-19],但是如果将二者组合在一起就会带来新的问题:磁场模拟器产生的磁场会对磁屏蔽装置及其屏蔽效果产生怎样的影响?磁屏蔽装置又会对磁场模拟器产生的磁场造成什么样的影响?二者之间的耦合问题需要进行深入的探究。

针对磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合问题,本文采用了仿真分析与实验验证相结合的方法,通过仿真实验对磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合关系进行了探索性研究,并搭建了小型的地磁场环境仿真系统,进而通过实测实验对仿真分析得到的结论进行了验证,揭示了二者之间的耦合关系,为地磁导航半实物仿真系统中地磁场环境仿真系统的设计提供了理论依据。

1 地磁场环境仿真技术理论

1.1 地磁导航半实物仿真原理

地磁导航原理就是把提前规划好的飞行航迹上某些点的地磁场特征量(一般为地磁总场值)绘制成地磁基准图,存储在导航计算机中,当载体飞越匹配区域时,由磁传感器实时测量出飞越点的地磁场特征量,并构成实时测量序列得到实时图,实时图与导航计算机中的地磁基准图通过匹配算法解算出飞行器的坐标位置,从而修正惯性导航的误差,最终实现精确导航的目的^[20]。其原理如图 1 所示^[9]。

进行地磁导航半实物仿真,重点是对载体飞

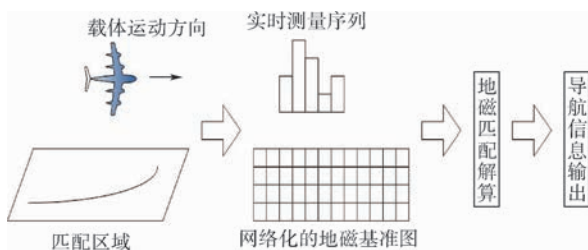


图 1 地磁匹配导航原理示意图^[9]

Fig. 1 Schematic diagram of principle of geomagnetic matching navigation^[9]

行航迹上的磁场变化进行仿真。实验室内的用电设备较多,文献[16]表明,即使在周末晚上实验室内设备都处于关闭状态的情况下,仍有 100 nT 左右的干扰磁场,由此可以推测日常工作时实验室内干扰磁场将更大,因此,在模拟载体飞行航迹上的地磁场之前,必须先将磁场模拟器与磁传感器置于磁屏蔽装置内部以降低干扰磁场对仿真的影响。由于在实验室环境下无法实现载体的真实运动,这就需要将载体在地磁场中的运动转换为地磁场相对于载体的运动,通过仿真计算机控制磁场模拟器以一定的时间步长产生载体飞行航迹上一系列的磁场值,使置于磁场模拟器内部的磁传感器敏感到该磁场,最后将磁传感器测得的“实时图”与存储在仿真计算机中的地磁基准图通过匹配算法进行匹配解算,输出定位结果,实现对惯性导航误差的修正。这就是地磁导航半实物仿真的工作原理^[9]。典型的地磁导航半实物仿真系统结构组成如图 2 所示^[9]。

从图 1 和图 2 可以看出,地磁场环境仿真技术是地磁导航由计算机仿真过渡到半实物仿真的“桥梁”,而“磁屏蔽装置+磁场模拟器”是地磁场环境仿真的实现形式,二者之间的耦合势必会对地磁场环境的仿真造成影响,进而影响整个半实物仿真系统的性能,因此,对于二者之间的耦合研究具有重要的理论价值和工程价值。

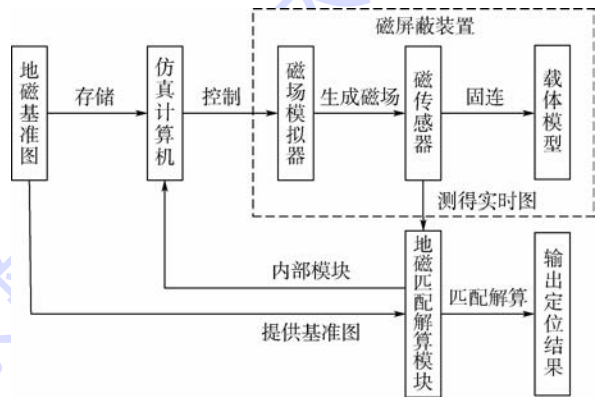


图 2 地磁导航半实物仿真系统结构组成示意图^[9]

Fig. 2 Schematic diagram of hardware in the loop simulation system for geomagnetic navigation^[9]

1.2 磁场模拟器的生磁原理

现阶段对地磁场环境进行仿真,主要还是依靠物理模拟的手段来实现。由电磁理论中的毕奥-萨伐尔定律^[21]可知,通电导线会在其周围空间产生磁场,产生的磁场方向与通电电流方向满足右手定则。因此,目前磁场模拟器都是采用通电线圈的方法产生磁场,磁场的大小和方向由线圈中电流的大小和方向决定。实际情况中,地磁

场在较小范围内是一个均匀场,而螺线管线圈或亥姆霍兹线圈可以在其中心点附近产生均匀磁场,故通常采用这2种线圈形式来模拟地磁场。

1.3 磁屏蔽装置的磁屏蔽原理

磁屏蔽装置的磁屏蔽原理可以采用磁路原理来解释。磁路原理与电路原理相似,即将一个由高导磁率材料(如硅钢片、坡莫合金等)构成的屏蔽装置置于干扰磁场中,这时屏蔽装置与其内部的空气介质构成一个并联磁路,由于空气的相对磁导率接近于1,而屏蔽材料的相对磁导率为几千甚至上万,故空气的磁阻 R_0 要比磁屏蔽装置的磁阻 R_m 大得多,当外界存在干扰磁场时,绝大部分磁力线会沿着磁阻低的屏蔽壳通过,进入屏蔽体内腔的磁力线很少,从而达到屏蔽磁场的目的。其原理如图3所示。

从图3所示的磁屏蔽原理可知,当磁屏蔽装置内部的磁场模拟器产生磁场时,由于附近存在高磁导率材料,该磁场的磁力线势必会改变原来的路线,大部分的磁力线会沿着高磁导率材料通过,磁场模拟器产生的磁场势必会与初始设计的结果出现偏差,因此,二者之间的耦合是必然存在的,对二者之间的耦合关系进行探究是十分必要的。

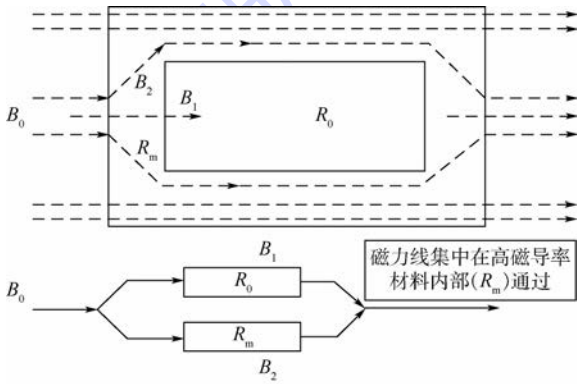


图3 磁屏蔽原理

Fig. 3 Magnetic shielding principle

2 耦合关系仿真分析

仿真实验的目的就是探究磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合对各自性能的影响。对于磁屏蔽装置,磁屏蔽效果是其主要性能指标,目前对其研究主要集中在磁屏蔽性能的理论计算^[22-23];对于磁场模拟器,磁场的线性度、均匀性以及实时性是其性能指标,大部分的工程应用均对磁场的均匀性有较高的要求,故目前对其研究主要集中在磁场分布的均匀性方面^[24-25],由于大部分工程应用只需要模拟静态磁场,因此很少关注其动态实时性指标。鉴于目前对磁屏蔽装置和磁场模拟器

的研究均是独立进行的,没有考虑耦合的影响,其结论是否因为二者的耦合而发生改变还有待考证。因此,本文从以上4个方面设计相应的仿真实验进行探索研究。

为了探究磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合关系,本文利用 Ansoft Maxwell 这款商用电磁场有限元分析软件对其进行数值仿真分析,该软件不仅具备常规电磁场有限元分析软件的特点,还具有参数化建模的功能,可以连续计算不同参数所对应的计算结果,从而方便地找到参数变化对计算结果的影响规律^[26]。仿真中,初始化设定磁屏蔽装置为 $80\text{ mm} \times 80\text{ mm} \times 40\text{ mm}$ 的长方体,屏蔽材料厚度为 $t = 1\text{ mm}$,相对磁导率为 $\mu_r = 10\ 000$;磁场模拟器为半径 $R = 10\text{ mm}$ 的圆形亥姆霍兹线圈,2个线圈之间的间距等于线圈的半径,即 10 mm ,线圈激励为电流,初始值设定为 $I = 3\text{ A}$,生成的磁场方向沿 z 轴,建立的三维仿真模型如图4所示。

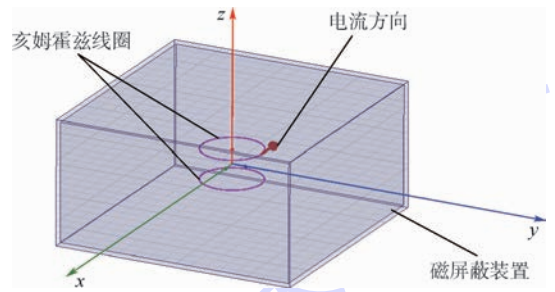


图4 磁屏蔽装置与磁场模拟器耦合模型

Fig. 4 Coupling model of magnetic shielding device and magnetic field simulator

2.1 磁场模拟器对磁屏蔽装置的影响

理论上,磁屏蔽材料磁化越严重,其屏蔽效果越差,因此,仿真中可以以磁屏蔽材料的磁化效果来反映磁屏蔽装置的屏蔽效果。当磁场模拟器放入磁屏蔽装置后,通入 3 A 的电流产生的磁场对磁屏蔽装置产生的磁化效果如图5所示。

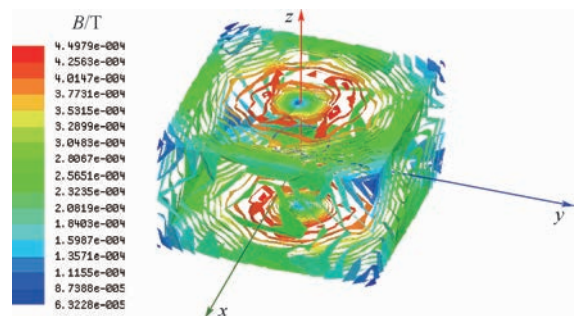


图5 磁场模拟器对磁屏蔽装置的磁化效果($I = 3\text{ A}$)

Fig. 5 Magnetization effect of magnetic field simulator on magnetic shielding device ($I = 3\text{ A}$)

从图 5 可以看出,与磁场方向垂直的平面的磁化最为严重,最高达到了 $449.79 \mu\text{T}$,其他方向的磁化相对比较弱。改变电流的大小,分别通入 6 A 和 9 A 的电流,磁化效果如图 6 所示。

从图 6 可以看出,通入 6 A 和 9 A 电流时,与磁场方向垂直的平面的磁化更为严重,最高分别达到了 $899.59 \mu\text{T}$ 和 $1349.4 \mu\text{T}$ 。可见,随着电流的增大,磁场模拟器产生的磁场对磁屏蔽装置的磁化也越来越严重,这势必会使磁屏蔽装置的屏蔽效果变差。

“磁场模拟器产生的磁场会对磁屏蔽装置造成严重的磁化”这一结论具有重要的理论和工程意义。如果磁场模拟器长时间在大电流的情况下工作,磁屏蔽材料极有可能会达到磁饱和,那么其屏蔽效果会大大折扣,因此,在工程实际中,必须对磁屏蔽装置内部进行定期消磁。

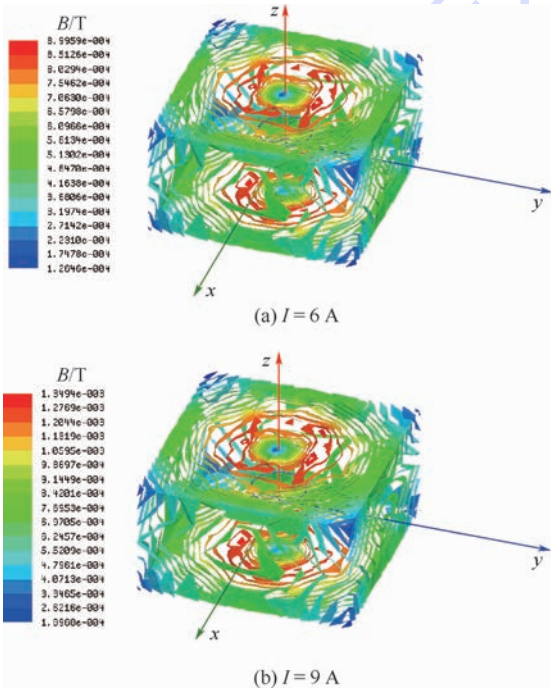


图 6 磁场模拟器对磁屏蔽装置的磁化效果 ($I=6 \text{ A}, 9 \text{ A}$)
Fig. 6 Magnetization effect of magnetic field simulator on magnetic shielding device ($I=6 \text{ A}, 9 \text{ A}$)

2.2 磁屏蔽装置对磁场模拟器线性度的影响

由电磁理论中的毕奥-萨伐尔定律可知,亥姆霍兹线圈在其轴线中心点产生的磁场大小与电流成正比,即磁场与电流具有良好的线性关系。为了探究磁屏蔽装置对磁场模拟器线性度的影响,采用 Ansoft Maxwell 软件中参数化建模的方法,将电流值设定为变化参数,使其从 1 A 变化到 10 A,步长为 1 A,以线圈轴线中心点处的磁场值为观测对象,在无磁屏蔽装置和有磁屏蔽装置的情况下进行仿真,结果如图 7 所示。

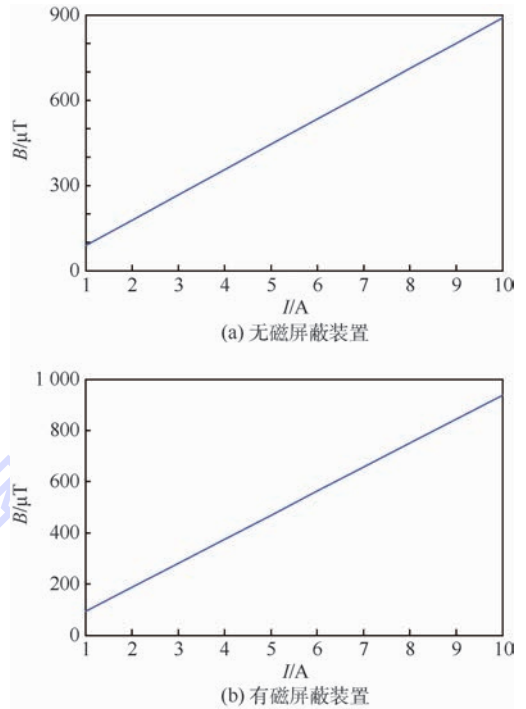


图 7 磁场模拟器的磁场线性度

Fig. 7 Magnetic field linearity of magnetic field simulator

从图 7 可以看出,在无磁屏蔽装置的情况下,线圈在中心点处产生的磁场与电流具有良好的线性度,加入磁屏蔽装置后,依然具有良好的线性度,说明磁屏蔽装置不会影响磁场模拟器的线性度。将 2 种情况下的计算数据导出,采用最小二乘拟合的方法进行拟合,得到磁场与电流的线性关系为

$$B_1 = 88.9882I \quad (1)$$

$$B_2 = 93.8531I \quad (2)$$

式(1)为无磁屏蔽装置时的线性关系,式(2)为有磁屏蔽装置时的线性关系, B 为线圈轴线中心点处的磁场值,单位为 μT , I 为通入的电流值,单位为 A。

对比式(1)和式(2)可以发现,式(2)的系数比式(1)的系数略大,也就是说,通入相同的电流,有磁屏蔽装置的情况下产生的磁场要比无磁屏蔽装置的情况下产生的磁场大。分析原因,由于亥姆霍兹线圈产生的磁力线是向外扩散的,当磁场模拟器放入磁屏蔽装置后,其产生的磁力线大部分被束缚在磁屏蔽材料内,其总体磁力线的回路缩短,这样就会增强中心区域的磁场。

“磁屏蔽装置不会影响磁场模拟器的线性度”这一结论具有重要的理论和工程意义。在实际系统输入输出关系标定过程中,如果由于耦合原因使得磁场模拟器的输入输出关系不满足线性关系,那么就需要进行遍历标定,这样会加大标定

的复杂程度。满足线性关系的好处在于,只要采样少量的输入输出数据,根据最小二乘法进行拟合就可以精确地确定系统的输入输出关系,同时,由于二者的耦合不影响线性度,在设计阶段不用过多考虑耦合对线性度的影响,只要设计的磁场模拟器线性度良好,那么将二者组合在一起后其依然具有良好的线性度,这样就可以大大降低系统的设计和操作难度。

2.3 磁屏蔽装置对磁场模拟器均匀性的影响

亥姆霍兹线圈在中心点附近能够产生均匀磁场,这是其重要特性。为了探究磁屏蔽装置对磁场模拟器均匀性的影响,在 Ansoft Maxwell 软件中设定 z 轴(即亥姆霍兹线圈中心轴线)方向 $-5 \sim +5$ mm 线段上的磁场值为观测对象,在无磁屏蔽装置和有磁屏蔽装置的情况下进行仿真,结果如图 8 所示。

从图 8 可以看出,在无磁屏蔽装置的情况下,线圈在中心点附近产生的磁场接近于直线段,说明具有良好的均匀性,加入磁屏蔽装置后,依然具有良好的均匀性,说明磁屏蔽装置不会影响磁场模拟器的均匀性。同时,对比图 8(a)、(b)还可以发现,在相同位置处,有磁屏蔽装置的情况下产生的磁场要比无磁屏蔽装置的情况下产生的磁场大,这与 2.2 节中得到的仿真结论一致。

将 2 种情况下的计算数据导出,以中心点为原点,在其上下各 2 mm 的范围内,对计算结果进行统计,结果如表 1 所示。

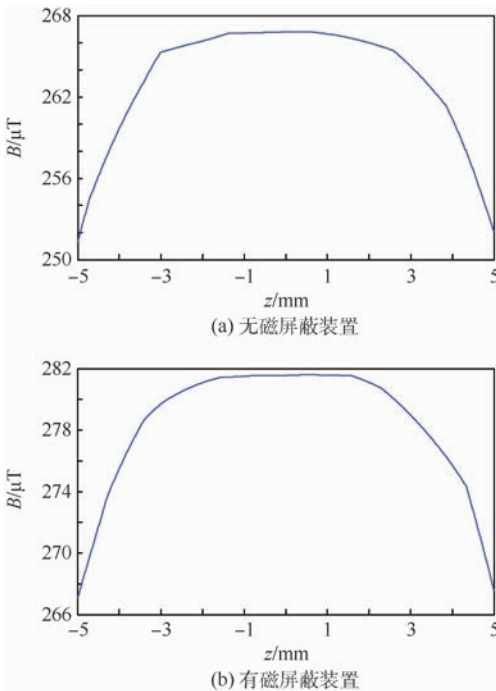


图 8 磁场模拟器的磁场均匀性

Fig. 8 Magnetic field uniformity of magnetic field simulator

表 1 磁场模拟器中心区域磁场均匀性仿真数据

Table 1 Simulated uniformity data of magnetic field of center area of magnetic field simulator

仿真条件	最大 磁场值/ μT	最小 磁场值/ μT	绝对 误差/ μT	相对 误差/%
无磁屏蔽装置	266.82	266.03	0.79	0.296
有磁屏蔽装置	281.59	281.09	0.50	0.178

由表 1 数据可以看出,加入磁屏蔽装置后,在 $-2 \sim +2$ mm 的范围内,磁场模拟器产生的磁场最大相对误差为 0.178%,可见其具有良好的均匀性。

“磁屏蔽装置不会影响磁场模拟器的均匀性”这一结论具有重要的理论和工程意义。在半实物仿真系统实际工作过程中,系统的输入输出关系是基于中心点处的测量值进行标定的,理论上采用不同位置的测量值进行标定得到的输入输出关系也不相同。在实际工作中,由于要模拟载体的姿态变化,势必会造成磁传感器位置的微小,而磁屏蔽装置不会影响磁场模拟器的均匀性,也就是说,中心点附近位置的输入输出关系都可以用中心点处的输入输出关系来表示,这样就大大降低了标定的复杂程度。同时,由于二者的耦合不影响均匀性,在设计阶段不用过多考虑耦合对均匀性的影响,只要设计的磁场模拟器均匀性良好,那么将二者组合在一起后其依然具有良好的均匀性,这样就可以大大降低系统的设计和操作难度。

2.4 磁屏蔽装置对磁场模拟器实时性的影响

半实物仿真的核心是实现模型与实物的直接相连,仿真时钟必须与自然时钟相一致,这就对实时性提出了较高的要求^[27]。由于线圈中电感的存在,使得线圈通入电流后不可能迅速产生稳定的磁场,这是影响地磁导航半实物仿真系统实时性最主要的原因。理论上,线圈的电感越大,系统的实时性也就越差,因此可以通过测量电感的变化来反映实时性的变化。

为了探究磁屏蔽装置对磁场模拟器实时性的影响,在 Ansoft Maxwell 软件中计算线圈的电感值,通过仿真计算得到在无屏蔽装置和有屏蔽装置的情况下的电感值,结果如表 2 所示。

从表 2 可以看出,加入磁屏蔽装置后,线圈的

表 2 磁场模拟器线圈电感值

Table 2 Coil inductance of magnetic field simulator

仿真条件	自感值/nH	互感值/nH
无磁屏蔽装置	52.17	5.24
有磁屏蔽装置	53.06	5.95

自感和互感均有所增加,其中自感增加了1.71%,互感增加了13.55%,这就说明磁屏蔽装置会使磁场模拟器的实时性变差。分析其原因,电感的定义是线圈的磁通量与生产此磁通量的电流之比,由于加入磁屏蔽装置后,线圈产生的磁力线大部分被束缚在磁屏蔽材料内,使得磁路变短磁通量加大,而电流是不变的,即分母不变分子变大,故电感增大,从而导致实时性变差。

“磁屏蔽装置会使磁场模拟器实时性变差”这一结论具有重要的理论和工程意义。在进行磁场模拟器的实时性设计时,要在线圈的响应速度上留出足够的冗余量,从而弥补耦合带来的滞后影响。

3 耦合关系实验验证

为了检验仿真结论的正确性,也为了体现“磁屏蔽装置+磁场模拟器”耦合结论的普遍适用性,采用螺线管线圈作为磁场模拟器以代替仿真中的圆形亥姆霍兹线圈,采用5层坡莫合金材料加工制成圆柱形磁屏蔽装置,构建了一个小型的地磁场环境仿真系统用于验证磁屏蔽装置与磁场模拟器的耦合关系,硬件设施如图9所示。



(a) 螺线管线圈 (b) 圆柱形多层磁屏蔽筒

图9 螺线管线圈和圆柱形多层磁屏蔽筒

Fig.9 Solenoid coil and cylindrical multilayer geomagnetic shielding canister

3.1 磁化效果验证实验

实际测量中,很难像仿真那样可以直接测量磁场模拟器对磁屏蔽装置的磁化。理论上,磁屏蔽材料的磁化越严重,其屏蔽效果就越差,内部的剩磁就会越大,因此,通过测量磁屏蔽装置内部的剩磁大小就可以反映出磁场模拟器对磁屏蔽装置屏蔽效果的影响。

实验中,将螺线管线圈放入磁屏蔽装置内部,从0 mA开始,每隔10 mA通入一次电流,每通入一次电流持续工作1 min后断开电源,测量并记录中心点的剩磁,直到90 mA结束,测量结果如图10所示。

从图10可以看出,不通电的情况下,系统的初始剩磁为3.8 nT;在通入电流较小的情况下,磁

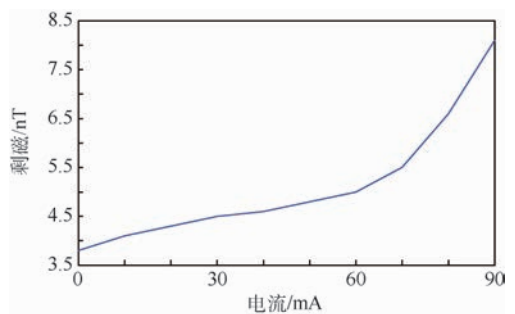


图10 磁场模拟器通电情况下对磁屏蔽装置剩磁的影响
Fig.10 Influence of magnetic field simulator on remanence of magnetic shielding device under the condition of electrifying

屏蔽装置内部中心点处的剩磁增幅较小,说明磁场模拟器在小电流的情况下对磁屏蔽装置的屏蔽效果影响较小;在通入大电流的情况下,磁屏蔽装置内部中心点处的剩磁增幅较大,当通入90 mA电流时,其剩磁已经达到8.1 nT,是初始剩磁的2.13倍,说明磁场模拟器在大电流的情况下已经严重影响到磁屏蔽装置的屏蔽效果,这与仿真得到的结论具有一致性。如果磁场模拟器长时间在大电流的情况下工作,必须对磁屏蔽装置内部进行定期消磁,必要时还需要在磁屏蔽装置内部安装消磁线圈。

3.2 线性度验证实验

将螺线管线圈放入磁屏蔽装置内,分别通入5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60 mA的电流,待每一个电流生成的磁场值稳定后进行记录,实验数据如图11所示。

从图11可以明显看出,电流与磁场具有良好的线性关系,说明在磁屏蔽装置内,磁场模拟器产生的磁场依然具有良好的线性度,这与仿真得到的结论具有一致性。

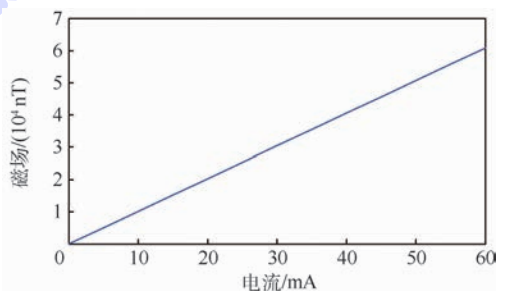


图11 磁屏蔽装置内螺线管线圈产生的磁场与电流的关系
Fig.11 Relationship between current and magnetic field generated by solenoid coil in magnetic shielding device

3.3 均匀性验证实验

将螺线管线圈放入磁屏蔽装置内,通入 $I = 50$ mA的电流,以螺线管线圈轴线中心点为原点,磁

沿着轴线方向,磁传感器向前移动距离为正,向后移动距离为负,每隔 1 cm 测量并记录磁场值,测量数据如表 3 所示。

由表 3 的数据可以看出,在电流 $I = 50 \text{ mA}$ 的情况下,沿着轴线方向偏离中心点 4 cm 的范围内,磁场值变化最大为 128 nT,以中心点的磁场值为基准,其相对误差最大为 0.25%,说明在磁屏蔽装置内,磁场模拟器产生的磁场依然具有良好的均匀性,这与仿真得到的结论具有一致性。

表 3 磁屏蔽装置内螺线管线圈轴向磁场均匀性实验数据

Table 3 Experimental uniformity data of axial magnetic field of solenoid coil in magnetic shielding device

距离/cm	磁场/nT
-4	50641
-3	50627
-2	50653
-1	50738
0	50725
1	50755
2	50676
3	50631
4	50645

3.4 实时性验证实验

由地磁学知识可知,中国地磁场的变化范围为 41 000 ~ 60 000 nT^[28],因此,对地磁场环境仿真系统实时性要求最高的情况就是磁场由 41 000 nT 变化至稳定的 60 000 nT。这里,就以完成这一过程所需要的时间作为考察其实时性的指标。

在无磁屏蔽装置的情况下对螺线管线圈的输入输出关系进行标定,通过标定关系计算出其产生 41 000 nT 和 60 000 nT 需要的电流值分别为 43.247 mA 和 63.259 mA。首先通入 43.247 mA 的电流,待产生的磁场值稳定后,将电流变为 63.259 mA,直到产生的磁场值再次稳定,将这一过程的磁场值全部记录下来。测量过程中采用的磁传感器的采样频率为 20 Hz,即每记录一个数据所用的时间为 50 ms,因此可以根据磁场从稳定的 41 000 nT 变为稳定的 60 000 nT 这一过程中记录的过渡值的个数来确定系统的实时性。为避免单次实验的偶然性,重复实验 20 次,测得最小时间间隔为 0.9 s,最大时间间隔为 0.95 s,取其中的时间间隔最大值作为其响应时间,即 0.95 s。

同理,将螺线管线圈放入磁屏蔽装置中,通过标定关系计算出其产生 41 000 nT 和 60 000 nT 需要的电流值分别为 40.442 mA 和 59.189 mA。采用同样的方法,测得其响应时间为 1.05 s。

对比 2 个实验结果可以看出,在有磁屏蔽装置的情况下,磁场模拟器的实时性有所下降,相比于无磁屏蔽装置的情况滞后了 0.1 s,下降幅度为 10.53%,这与仿真得到的结论具有一致性。

4 结 论

针对地磁场环境仿真系统中磁屏蔽装置与其内部磁场模拟器的耦合问题,本文采用仿真分析与实验验证相结合的方法,利用 Ansoft Maxwell 仿真软件对二者的耦合关系进行了探索性研究,并基于小型地磁场环境仿真系统对仿真得到的结论进行了实验验证,得到如下重要结论:

1) 磁场模拟器产生的磁场会磁化磁屏蔽装置,尤其是在大电流强磁场的工作情况下,会使磁屏蔽装置的屏蔽性能下降,因此,在设计地磁场环境仿真系统时要配备必要的消磁设备,并在实际工作中对磁屏蔽装置进行定期消磁。

2) 磁屏蔽装置不会影响磁场模拟器的线性度和均匀性,但是会增大轴线中心点附近的磁场值。在设计地磁场环境仿真系统时,只需要单独考虑磁场模拟器的线性度和均匀性即可,从而减小系统的整体设计难度。

3) 磁屏蔽装置会使磁场模拟器的实时性变差,这是由于耦合使得电感增大所导致的。在进行磁场模拟器的实时性设计时,要在线圈的响应速度上留出足够的冗余量以弥补耦合带来的滞后影响。

地磁导航半实物仿真是地磁导航由理论走向工程应用的一个关键也是必经环节,而地磁场环境仿真技术是地磁导航由计算机仿真过渡到半实物仿真的“桥梁”,本文得出的研究结论可以为地磁场环境仿真系统的设计提供理论依据。

参考文献 (References)

- [1] WEN Q Y, KOU Y M, XIA H W, et al. Advantages and drawbacks of applying vector decomposition to geomagnetic navigation systems[J]. Control Engineering of China, 2011, 18(2): 223-227.
- [2] GOLDENBERG F. Geomagnetic navigation beyond the magnetic compass[C] // IEEE on Position, Location, and Navigation Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 684-694.
- [3] TYREN C. Magnetic anomalies as a reference for ground-speed and map-matching navigation[J]. Journal of Navigation, 1982, 35(2): 242-254.
- [4] 郭才发, 胡正东, 张士峰, 等. 地磁导航综述[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1314-1319.
GUO C F, HU Z D, ZHANG S F, et al. A survey of geomagnetic navigation[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1314-

- 1319(in Chinese).
- [5] STORMS W F. Magnetic field aided indoor navigation [D]. Dayton: Air Force Institute of Technology, 2009: 67.
- [6] 周军,葛致磊,施桂国,等. 地磁导航发展与关键技术[J]. 宇航学报, 2008, 29(5): 1467-1472.
- ZHOU J, GE Z L, SHI G G, et al. Key technique and development for geomagnetic navigation [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(5): 1467-1472 (in Chinese).
- [7] 王仕成,吕志峰,张金生,等. 基于半实物仿真的地磁导航等值线匹配算法评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(2): 187-192.
- WANG S C, LÜ Z F, ZHANG J S, et al. Evaluation of ICCP algorithm for geomagnetic navigation based on hardware-in-the-loop simulation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(2): 187-192 (in Chinese).
- [8] 王恒霖,曹建国. 仿真系统的设计与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 176-177.
- WANG H L, CAO J G. The design and application of the simulation system [M]. Beijing: Science Press, 2003: 176-177 (in Chinese).
- [9] 吕志峰,孙渊,张金生,等. 地磁匹配导航半实物仿真方案设计及关键技术分析[J]. 电光与控制, 2015, 22(2): 59-64.
- LÜ Z F, SUN Y, ZHANG J S, et al. The design and key technology analysis of hardware-in-the-loop simulation for geomagnetic matching navigation [J]. Electronics Optics & Control, 2015, 22(2): 59-64 (in Chinese).
- [10] 孙渊,王仕成,张金生,等. 地磁导航基准图三分量数学仿真方法研究[J]. 系统仿真学报, 2012, 24(5): 160-165.
- SUN Y, WANG S C, ZHANG J S, et al. Three-component mathematic simulation method for geomagnetic navigation reference map [J]. Journal of System Simulation, 2012, 24(5): 160-165 (in Chinese).
- [11] 常宜峰,种洋,柴洪洲,等. 世界地磁场模型精度评价[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(10): 1398-1403.
- CHANG Y F, CHONG Y, CHAI H Z, et al. Evaluation of world magnetic model accuracy [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(10): 1398-1403 (in Chinese).
- [12] PANG H F, ZHU X J, PAN M C, et al. The component compensation of geomagnetic field vector measurement system [J]. Journal of Magnetism & Magnetic Materials, 2015, 381: 390-395.
- [13] PANG H F, ZHU X J, PAN M C, et al. Misalignment calibration of geomagnetic vector measurement system using parallelepiped frame rotation method [J]. Journal of Magnetism & Magnetic Materials, 2016, 419: 309-316.
- [14] LI M M, LU H Q, YIN H, et al. Novel algorithm for geomagnetic navigation [J]. Journal of Central South University, 2011, 18(3): 791-799.
- [15] 邓翠婷,黄朝艳,赵华,等. 地磁匹配导航算法综述[J]. 科学技术与工程, 2012, 12(24): 6125-6131.
- DENG C T, HUANG C Y, ZHAO H, et al. Review of geomagnetic matching navigation algorithm [J]. Science Technology and Engineering, 2012, 12(24): 6125-6131 (in Chinese).
- [16] 吕志峰,张金生,王仕成,等. 高精度地磁场模拟系统的设计与研究[J]. 宇航学报, 2014, 35(11): 1284-1290.
- LV Z F, ZHANG J S, WANG S C, et al. Design and research of high-accuracy geomagnetic field intensity simulation system [J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(11): 1284-1290 (in Chinese).
- [17] BORK J, HAHLEBOHM H D, KLEIN R, et al. The 8-layered magnetically shielded room of the PTB: Design and construction [C] // Proceedings of the 12th International Conference on Bio-magnetism. Berlin: Springer-Verlag, 2000: 970-973.
- [18] 李立毅,孙芝茵,潘东华,等. 近零磁环境装置现状综述[J]. 电工技术学报, 2015, 30(15): 136-140.
- LI L Y, SUN Z Y, PAN D H, et al. Status reviews for nearly zero magnetic field environment facility [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(15): 136-140 (in Chinese).
- [19] 吕志峰,贺浩,张金生,等. 仿真地磁的磁场模拟装置[J]. 电光与控制, 2014, 21(6): 76-80.
- LÜ Z F, HE H, ZHANG J S, et al. The magnetic field generating device used for the simulation of magnetic field [J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(6): 76-80 (in Chinese).
- [20] 李素敏,张万清. 地磁场资源在匹配制导中的应用研究[J]. 制导与引信, 2004, 25(3): 19-21.
- LI S M, ZHANG W Q. Study on the application of geomagnetic field contour in matching guidance [J]. Guidance and Fuze, 2004, 25(3): 19-21 (in Chinese).
- [21] 邓法金. 大学物理学[M]. 2版. 北京: 科学出版社, 2004: 525-529.
- DENG F J. College physics [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2004: 525-529 (in Chinese).
- [22] 赵万章,吴琼,刘江涛. 屏蔽效能的工程计算[J]. 长春工业大学学报(自然科学版), 2005, 26(4): 335-339.
- ZHAO W Z, WU Q, LIU J T. Engineering arithmetic of shielding efficiency [J]. Journal of Changchun University of Technology (Natural Science Edition), 2005, 26(4): 335-339 (in Chinese).
- [23] 任士焱,刘倩新,任琳. 径向干扰磁场下电流比较仪双层磁屏蔽效能[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2014, 42(12): 6-9.
- REN S Y, LIU Q X, REN L. Double-layer magnetic shielding effectiveness of current comparator for radial direction magnetic interference [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2014, 42(12): 6-9 (in Chinese).
- [24] 刘坤,张松勇,顾伟. 方形亥姆霍兹线圈磁场系统均匀性分析[J]. 现代电子技术, 2012, 35(7): 190-194.
- LIU K, ZHANG S Y, GU W. Analysis on magnetic field homogeneity of magnetic system based on square Helmholtz coils [J]. Modern Electronics Technique, 2012, 35(7): 190-194 (in Chinese).
- [25] 蔡欣华,张金生,樊宇韬,等. 基于亥姆霍兹线圈理论的磁场模拟生成装置[J]. 计算机仿真, 2014, 31(7): 54-58.
- CAI X H, ZHANG J S, FAN Y T, et al. Magnetic field generating device based on Helmholtz coils' theory [J]. Computer Simulation, 2014, 31(7): 54-58 (in Chinese).
- [26] 刘慧娟,上官明珠,张颖超,等. Ansoft Maxwell 13 电机电磁场实例分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 158-163.

- LIU H J, SHANGGUAN M Z, ZHANG Y C, et al. Analysis of motor's electromagnetic field by Ansoft Maxwell 13 [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2014: 158-163 (in Chinese).
- [27] 单家元, 孟秀云, 丁艳. 半实物仿真[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 236.
- SHAN J Y, MENG X Y, DING Y. Hardware in the loop simulation [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2008: 236 (in Chinese).
- [28] 管志宁. 地磁场与磁力勘探[M]. 北京: 地质出版社, 2005: 7.
- GUAN Z N. Geomagnetic field and magnetic exploration [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2005: 7 (in Chinese).
- 作者简介:**
吕志峰 男, 博士研究生. 主要研究方向: 地磁导航及其半实物仿真系统, 导航、制导与仿真。
王仕成 男, 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 导航、制导与仿真。

Coupling analysis between magnetic shielding device and magnetic field simulator

LYU Zhifeng¹, ZHANG Jinsheng¹, WANG Shicheng^{1,*}, SONG Zhongguo², XI Xiaoli², LI Ting¹

(1. Precision Guidance and Simulation Lab, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The hardware in the loop simulation of geomagnetic navigation is the key link for the geomagnetic navigation from theory to engineering, and the technology of geomagnetic field environment simulation is the bridge between the computer simulation and the hardware in the loop simulation. Aimed at the coupling problem of the magnetic shielding device and the magnetic field simulator in the magnetic environment simulation system, the method of simulation analysis and experimental verification is adopted. First, simulation experiments are designed to explore the coupling relationship between the magnetic shielding device and the magnetic field simulator by the Ansoft Maxwell software. Then, a small geomagnetic field environment simulation system is established, including solenoid coil and magnetic shielding canister. Based on this system, the simulation results are verified by experiments. The simulation and experimental results show that the magnetic field simulator will cause serious magnetization on the magnetic shielding device under the condition of high current and strong magnetic field, which will affect the shielding effect. The linearity and uniformity of magnetic field simulator will not be affected by the magnetic shielding device, but the magnetic field of the axis center will increase. The magnetic shielding device can make the inductance of the magnetic field simulator increase, so that the real-time property becomes worse. The conclusions obtained in this paper can provide theoretical basis for the design of geomagnetic field environment simulation system.

Keywords: geomagnetic navigation; hardware in the loop simulation; geomagnetic field environment simulation; magnetic shielding device; magnetic field simulator; coupling relationship

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0459

直升机尾桨完全失效后自转着陆轨迹优化

严旭飞, 陈仁良*

(南京航空航天大学 直升机旋翼动力学国家级重点实验室, 南京 210016)



摘 要: 为了研究直升机尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程, 建立相应的飞行动力学模型并采用最优控制方法进行计算分析。建立直升机 6 自由度刚体飞行动力学模型, 在模型中加入可以描述尾桨完全失效和自转着陆阶段发动机出轴功率以及旋翼转速变化的相关方程, 并将直升机尾桨完全失效后的自转着陆问题转换为非线性最优控制问题进行求解。以某型号单旋翼带尾桨直升机为样机, 计算空中停车自转着陆过程, 并与飞行试验数据进行对比, 验证了所建模型和最优控制方法的准确性。计算分析该型号直升机在以巡航速度下前飞时, 尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程。从结果可以看出: 尾桨完全失效时, 直升机在旋翼反扭矩的作用下会产生较大的偏航角速度和侧滑角变化, 进而产生复杂的耦合运动, 驾驶员在关闭发动机进行自转着陆操作的同时, 还需要通过操纵横向周期变距稳定滚转角, 并以侧滑的方式来稳定横航向的姿态角, 最后安全着陆。计算得到的最优轨迹和操纵过程, 与工程试飞得出的定性的结论和建议相符。

关键词: 直升机; 尾桨完全失效; 自转着陆; 飞行动力学模型; 最优控制方法

中图分类号: V212.4

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1203-10

尾桨是常规单旋翼带尾桨直升机的重要部件, 其作用主要是提供侧向力, 从而产生偏航力矩以平衡旋翼反扭矩。驾驶员可以通过改变尾桨距实现直升机的航向操纵。为了提供足够的偏航力矩, 尾梁一般较长, 故操纵系统和传动系统较长, 容易发生各种尾桨故障。20 世纪初, 国内外就发生了多起由于尾桨故障引起的直升机事故^[1]。因此, 研究直升机在尾桨故障时的安全着陆轨迹和操纵过程, 对直升机的飞行安全具有重大意义。

在尾桨故障中, 最严重也是最危险的故障就是尾桨完全失效^[2-3], 即由尾桨传动轴断裂或者尾桨碰撞而造成的侧力突然消失。此时, 尾桨完全失去了作用, 旋翼反扭矩无法平衡, 直升机向旋翼旋转的相反方向加速偏转。在这种情况下, 驾

驶员应立即关闭发动机, 从而停止向旋翼输出扭矩, 防止机身进一步加速偏转。随后通过自转下滑方式着陆, 期间倘若处理不当将会导致严重的事故。因此, 本文重点对直升机尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程进行研究。

国内外关于尾桨故障后的安全飞行问题已有一定研究。主要包括模拟直升机各类尾桨故障的工程试飞和处理方法^[1-3], 尾桨受损部件的检测分析^[4-6], 新的故障监测方法^[7-9], 以及直升机尾桨完全失效后的飞行仿真^[10-11]。在飞行仿真方面, 文献[10]建立了直升机尾桨完全失效后的 6 自由度刚体模型, 并设计控制系统, 让尾桨完全失效后的直升机重新配平, 但没有研究其自转着陆过程; 文献[11]设计了控制系统, 可以让尾桨完

收稿日期: 2017-07-06; 录用日期: 2017-10-13; 网络出版时间: 2017-11-07 10:13

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171107.1013.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(11672128)

* 通信作者. E-mail: crlae@nuaa.edu.cn

引用格式: 严旭飞, 陈仁良. 直升机尾桨完全失效后自转着陆轨迹优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1203-1212.

YAN X F, CHEN R L. Helicopter autorotation landing trajectory optimization after tail-rotor total failure[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1203-1212 (in Chinese).

全失效后的小型无人直升机跟踪预定轨迹进行自转着陆,但并未研究其最优自转着陆过程。可以看出,目前对直升机尾桨完全失效后自转着陆的研究尚未涉及到最优轨迹和操纵过程的求解。

直升机尾桨完全失效后的最优着陆轨迹和操纵过程问题可以被描述为:在尾桨完全失效后,从允许的尾桨失效后自转着陆的操纵策略中找出一个最优的操纵策略,使直升机在该操纵策略作用下由初始飞行状态完成自转下滑着陆到允许的目标状态(或范围)的同时,其评价整个自转着陆过程品质优劣的性能指标为最优。该问题可以采用最优控制方法进行求解。最优控制方法广泛应用于直升机发动机失效后轨迹优化的研究,不仅可以得到直升机发动机失效后安全飞行的最优飞行轨迹和操纵^[12-16],还能为飞行试验提供理论依据^[17-21]。目前尚未有文献将该方法应用于研究直升机尾桨完全失效后的最优自转着陆过程。

因此,本文采用最优控制方法研究直升机尾桨完全失效后的最优自转着陆轨迹和操纵过程。首先,建立直升机6自由度刚体飞行动力学模型,在模型中加入可以描述尾桨完全失效和自转着陆阶段发动机出轴功率以及旋翼转速变化的相关方程。在该模型的基础上,以直升机的状态量和控制量为优化变量,将直升机尾桨完全失效后的自转着陆问题转化为非线性最优控制问题,并采用直接转换法和序列二次规划算法进行求解。然后,以某型号单旋翼带尾桨直升机为样机,计算前飞状态下空中停车后的自转着陆过程,并与飞行试验数据进行对比,以验证所建模型和最优控制方法的准确性。最后,计算并分析该型号直升机在以巡航速度下前飞时,尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程。

1 飞行动力学建模

首先给出常规单旋翼带尾桨直升机的6自由度刚体飞行动力学模型(建模过程见参考文献[19])。其状态量为:体轴系下的速度 u 、 v 和 w ;滚转、俯仰和偏航角速度 p 、 q 和 r ;滚转角、俯仰角和偏航角 φ 、 θ 和 ψ ;水平位移、侧向位移和高度 x 、 y 和 h 。操纵量为:旋翼桨根总距 θ_0 ,纵向周期变距 θ_s ,横向周期变距 θ_c 和尾桨总距 θ_t 。主控方程如下:

$$\dot{\mathbf{x}}_b = \mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b, \mathbf{u}_b, t) \quad (1)$$

式中: \mathbf{x}_b 为状态向量; \mathbf{u}_b 为操纵向量; t 为时间。

本文假设直升机在尾桨完全失效前处于配平状态,故可根据主控方程式(1)给出当前飞行条

件下稳定飞行时的状态量和操纵量。

当直升机尾桨完全失效时,尾桨提供的侧向力突然消失,此时原飞行动力学模型中由尾桨产生的力(F_{XTR} 、 F_{YTR} 、 F_{ZTR})、力矩(M_{XTR} 、 M_{YTR} 、 M_{ZTR})和尾桨需用功率 P_{TR} 均为零,即

$$\begin{cases} F_{XTR} = F_{YTR} = F_{ZTR} = 0 \\ M_{XTR} = M_{YTR} = M_{ZTR} = 0 \\ P_{TR} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

驾驶员在发现直升机尾桨完全失效后,应立即将油门关至慢车状态,从而停止向旋翼输出扭矩,防止机身进一步加速偏转。此时发动机出轴功率 P_A 以及旋翼转速 Ω 自由度方程可以表示为^[20]

$$\begin{cases} \dot{P}_A = (0 - P_A)/t_p \\ \dot{\Omega} = (P_A - P_{MR}/\eta)/(I_{MR}\Omega) \end{cases} \quad (3)$$

式中: t_p 为发动机响应时间常数; P_{MR} 为旋翼需用功率; η 为直升机传动效率因子; I_{MR} 为旋翼转动惯量。

在随后的自转着陆过程中,由于尾桨完全失效,驾驶员只能通过操纵旋翼桨根总距 θ_0 ,纵向周期变距 θ_s 和横向周期变距 θ_c 来使直升机安全着陆。考虑到操纵系统特性对这3个操纵量速度的限制,同时为了避免操纵量出现跳跃或者不连续的控制形式^[17],使用操纵量关于时间 t 的导数 u_0 、 u_s 和 u_c 作为新的控制变量,并把 θ_0 、 θ_s 和 θ_c 作为新的状态变量,即

$$\begin{cases} \dot{\theta}_0 = u_0 \\ \dot{\theta}_s = u_s \\ \dot{\theta}_c = u_c \end{cases} \quad (4)$$

式(1)~式(4)组成了适用于计算直升机尾桨完全失效后轨迹优化的6自由度刚体飞行动力学模型。其状态空间形式为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (5)$$

式中:状态量 \mathbf{x} 和控制量 \mathbf{u} 分别为

$$\begin{cases} \mathbf{x} = [u, v, w, p, q, r, \varphi, \theta, \psi, x, y, h, \\ P_A, \Omega, \theta_0, \theta_s, \theta_c]^T \\ \mathbf{u} = [u_0, u_s, u_c]^T \end{cases} \quad (6)$$

2 最优控制模型和数值解法

2.1 最优控制模型

直升机尾桨完全失效后的最优安全着陆问题可以归结为一种含有状态和控制约束的非线性最优控制问题。最优控制问题一般由优化变量、性能指标、微分方程、边界条件和路径约束组成^[21]。

1) 优化变量

按照最优控制问题描述,优化变量为6自由度刚体飞行动力学模型式(5)中的状态量 \mathbf{x} 和控制量 \mathbf{u} ,以及自转着陆初始时刻 t_0 和结束时刻 t_f 。

2) 性能指标

尾桨完全失效后自转着陆的过程中,驾驶员不仅要通过剩余的3个操纵量(θ_0 、 θ_s 和 θ_c)来尽量维持横航向姿态的稳定,同时还要控制俯仰姿态角、前飞速度和下降率以完成安全着陆。此外,还应该考虑到自转下滑所需时间、自转着陆的可操纵性和可实现性等因素,故性能指标 J 可以定为

$$\min J = w_1 t_f + w_v (\dot{x}_f^2 + \dot{h}_f^2) \cdot \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{u}(t), \varphi(t), \theta(t), \psi(t)) dt \quad (7)$$

式中:

$$L(\mathbf{u}(t), \varphi(t), \theta(t), \psi(t)) = w_1 u_0^2 / u_{0\max}^2 + w_2 u_s^2 / u_{s\max}^2 + w_3 u_c^2 / u_{c\max}^2 + w_4 \varphi^2 / \varphi_{\max}^2 + w_5 \theta^2 / \theta_{\max}^2 + w_6 \psi^2 / \psi_{\max}^2 \quad (8)$$

其中: \dot{x}_f 和 \dot{h}_f 分别为末端时刻对应的前飞速度和上升速度; $u_{0\max}$ 、 $u_{s\max}$ 和 $u_{c\max}$ 分别为3个控制量的最大值; φ_{\max} 、 θ_{\max} 和 ψ_{\max} 分别为允许的最大滚转角、俯仰角和偏航角; w_1 、 w_v 和 $w_1 \sim w_6$ 为常数权因子,权重系数越大,对应项越重要。在尾桨完全失效后的自转着陆过程中,驾驶员主要专注于对总距、纵向周期变距和横向周期变距的控制,同时尽量保持姿态的稳定^[18-20]。因此 u_0 、 u_s 和 u_c 对应的权重系数 $w_1 \sim w_3$ 要大一些。本文算例中采用的权重系数通过大量仿真调试得到,具体数值将在算例中给出。

3) 微分方程

采用适用于计算尾桨完全失效后自转着陆过程的6自由度刚体飞行动力学模型式(5)。

4) 边界条件

①初始边界条件(t_0 时刻)

假设直升机在标准大气条件下尾桨完全失效时处于稳定飞行状态,根据旋翼飞行器适航条例规定^[22],尾桨完全失效后,驾驶员至少延迟1s开始操纵直升机,因此本文以尾桨完全失效1s后直升机的飞行状态作为初始边界条件($t_0 = 1$ s)。为了求得初始边界条件,需要计算直升机发生尾桨完全失效到驾驶员开始操纵这段时间内的自由响应,即求解操纵量保持不变时,由式(1)和式(2)构成的一阶微分方程(此时驾驶员尚未关闭发动机,旋翼保持正常转速,因此式(3)不发挥作用)。为此,首先对主控方程式(1)进行配平计算得到直升机尾桨完全失效前稳定飞行时的状态量和操纵量,得到一阶

微分方程的初值,然后使用向后差分公式算法求解。

②末端边界条件(t_f 时刻)

本文根据旋翼飞行器适航条例关于自转下滑的具体要求确定最优控制模型的末端边界条件:

$$\left\{ \begin{array}{l} -2(^{\circ})/s \leq p(t_f) \leq 2(^{\circ})/s \\ -2(^{\circ})/s \leq q(t_f) \leq 2(^{\circ})/s \\ -2(^{\circ})/s \leq r(t_f) \leq 2(^{\circ})/s \\ -15^{\circ} \leq \varphi(t_f) \leq 15^{\circ} \\ -5^{\circ} \leq \theta(t_f) \leq 10^{\circ} \\ -40^{\circ} \leq \psi(t_f) \leq 40^{\circ} \\ 0 \leq \dot{x}(t_f) \leq 12.2 \text{ m/s} \\ -3.048 \text{ m/s} \leq \dot{y}(t_f) \leq 3.048 \text{ m/s} \\ -3.048 \text{ m/s} \leq \dot{h}(t_f) \leq 0 \\ h(t_f) = 0 \end{array} \right. \quad (9)$$

式中: \dot{x} 为前飞速度; \dot{h} 为上升速度; \dot{y} 为侧向速度。

5) 路径约束

为了让直升机尾桨完全失效后自转下滑的轨迹和操纵时间历程在可接受的范围内,本文根据旋翼飞行器适航条例关于自转下滑的要求,结合当前的飞行状态、飞行任务和操纵系统特性来确定最优控制模型的路径约束:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} \\ v_{\min} \leq v(t) \leq v_{\max} \\ w_{\min} \leq w(t) \leq w_{\max} \\ p_{\min} \leq p(t) \leq p_{\max} \\ q_{\min} \leq q(t) \leq q_{\max} \\ r_{\min} \leq r(t) \leq r_{\max} \\ \varphi_{\min} \leq \varphi(t) \leq \varphi_{\max} \\ \theta_{\min} \leq \theta(t) \leq \theta_{\max} \\ \psi_{\min} \leq \psi(t) \leq \psi_{\max} \\ h_{\min} \leq h(t) \leq h_{\max} \\ y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max} \\ x_{\min} \leq x(t) \leq x_{\max} \\ \Omega_{\min} \leq \Omega(t) \leq \Omega_{\max} \\ 0 \leq P_A(t) \leq P_N \\ \theta_{0\min} \leq \theta_0(t) \leq \theta_{0\max} \\ \theta_{s\min} \leq \theta_s(t) \leq \theta_{s\max} \\ \theta_{c\min} \leq \theta_c(t) \leq \theta_{c\max} \\ u_{0\min} \leq u_0(t) \leq u_{0\max} \\ u_{s\min} \leq u_s(t) \leq u_{s\max} \\ u_{c\min} \leq u_c(t) \leq u_{c\max} \end{array} \right. \quad (10)$$

式中: P_N 为发动机额定功率。路径约束的具体数值将在算例中给出。

2.2 数值解法

直升机尾桨完全失效后最优控制问题的状态和控制变量众多,约束和目标函数非常复杂,故解析求解不可行,需要通过数值求解。本文采用直接转换法将该非线性动态最优控制问题转化为非线性规划问题,并用具有良好鲁棒性和计算效率的序列二次规划算法来求解^[19-20]。

2.2.1 无量纲缩放

在求解最优控制问题时,由于优化变量的量纲不同,某些变量之间的数量级相差较大,会引起数值求解困难。所以在数值计算前,首先对飞行动力学模型式(5)中的优化变量进行无量纲缩放。

状态量、控制量和时间的无量纲缩放如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{u} &= \frac{1}{k_v \Omega_0 R} u \\ \bar{v} &= \frac{1}{k_v \Omega_0 R} v \\ \bar{w} &= \frac{1}{k_v \Omega_0 R} w \\ \bar{p} &= \frac{k_x}{k_v \Omega_0} p \\ \bar{q} &= \frac{k_x}{k_v \Omega_0} q \\ \bar{r} &= \frac{k_x}{k_v \Omega_0} r \\ \bar{x} &= \frac{1}{k_x R} x \\ \bar{y} &= \frac{1}{k_x R} y \\ \bar{h} &= \frac{1}{k_x R} h \\ \bar{\Omega} &= \frac{\Omega}{\Omega_0} \\ \bar{P}_A &= \frac{k_x}{k_v \Omega_0^3 (I_{MR} + k^2 I_{TR})} P_A \\ \bar{\tau} &= \frac{k_v \Omega_0}{k_x} t \\ \bar{\mathbf{u}} &= \frac{k_x}{k_v \Omega_0} \mathbf{u} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

式中: k_x 和 k_v 为常数; Ω_0 为直升机标准旋翼转速; R 为旋翼半径; k 为旋翼和尾桨转速比; I_{TR} 为

尾桨转动惯量。为了使无量纲缩放后的状态变量和控制变量大小接近1,取 $k_x = 10$, $k_v = 0.1$, 则无量纲缩放后飞行动力学模型的主控方程可以表示为

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}}{d\tau} = f(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, \tau) \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\mathbf{x}} &= [\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}, \bar{q}, \bar{r}, \varphi, \theta, \psi, \bar{x}, \bar{y}, \bar{h}, \\ &\quad \bar{P}_A, \bar{\Omega}, \theta_0, \theta_s, \theta_c]^T \\ \bar{\mathbf{u}} &= [\bar{u}_0, \bar{u}_s, \bar{u}_c]^T \end{aligned} \right.$$

2.2.2 直接转换法

将时间的无量纲 τ 等分为 $N-1$ 个时间段:

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_0 &= \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_k < \dots < \tau_N = \tau_f \\ \tau_k &= \tau_{k-1} + \Delta\tau \\ \Delta\tau &= (\tau_f - \tau_0) / (N-1) \end{aligned} \right. \quad (13)$$

根据时间节点把连续空间下的状态变量和控制变量进行离散可得

$$\mathbf{Y} = [(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}_m)_1, (\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}_m)_2, \dots, (\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}_m)_k, \dots, (\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})_N, \tau_f] \quad (14)$$

式中: $\bar{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}(\tau_k)$; $\bar{\mathbf{u}}_k = \bar{\mathbf{u}}(\tau_k)$; $\bar{\mathbf{u}}_{mk} = \bar{\mathbf{u}}(\tau_{mk})$, $\tau_{mk} = (\tau_k + \tau_{k+1})/2$ 。

对最优控制问题中的微分方程进行离散,得到缺陷等式约束方程为

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} - \bar{\mathbf{x}}_k - \frac{1}{6} \Delta\tau (f(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{\mathbf{u}}_k, \tau_k) + 4f(\bar{\mathbf{x}}_{mk}, \bar{\mathbf{u}}_{mk}, \tau_{mk}) + f(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}, \bar{\mathbf{u}}_{k+1}, \tau_{k+1})) = 0 \quad (15)$$

式中:

$$\bar{\mathbf{x}}_{mk} = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{x}}_{k+1}) + \frac{1}{8} \Delta\tau (f(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{\mathbf{u}}_k, \tau_k) - f(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}, \bar{\mathbf{u}}_{k+1}, \tau_{k+1})) \quad (16)$$

对性能指标进行离散得

$$\min J = w_v \tau_N + w_v (\dot{\bar{x}}_N^2 + \dot{\bar{h}}_N^2) + \frac{1}{6} \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{N-1} (L_k + 4L_{mk} + L_{k+1}) \quad (17)$$

将路径约束作用到所有时间节点和中点处,然后将初始边界条件和末端边界条件分别作用到初始和末端时间节点处,最终可以将最优控制问题离散成非线性规划问题。本文应用稀疏序列二次规划算法^[23]进行求解,然后将所有时间节点和中点处的状态变量和控制变量最优解进行分段3次Hermite插值,即可得到原最优控制问题的最优解,从而得到直升机尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程。

3 模型和方法验证

由于目前尚未找到直升机尾桨完全失效后自

转着陆的飞行试验数据,为了说明所建模型和采用的最优控制方法的可行性和准确性,本文对模型进行了一些修改,使其能够计算直升机空中停车后的最优自转着陆过程,从而可以和文献[24]中的飞行试验数据进行对比。虽然直升机尾桨完全失效后的自转着陆与空中停车后的自转着陆有一些不同之处:前者只能通过侧滑来稳定航向的姿态,而后者可以通过尾桨来进行航向控制。但两者也有一定的相似之处,即均涉及到发动机关闭后的自转着陆过程。因此,虽然 2 种自转下滑对应的飞行状态和操纵策略并不完全相同,但是通过与直升机空中停车后自转着陆的飞行试验数据的对比,可以在一定程度上说明本文建立的旋翼和机体模型的准确性。除此之外,在文献[24]中,驾驶员可以根据当前飞行任务自行决定自转着陆过程中的操纵策略和对应的飞行轨迹,而不需要去跟踪预定的飞行轨迹和操纵方案。因此也可以验证本文最优控制方法的准确性。

本文所用样机型号和参数与文献[24]一致,其基本参数如表 1 所示。

该型号直升机的初始状态和飞行任务如下:前飞速度为 30 m/s,高度为 200 m,航迹角为 0°,处于无侧滑稳定飞行状态。随后驾驶员关闭发动机模拟空中停车,并在 2 s 后操纵直升机进入自转下滑,最后安全着陆。

在该飞行试验中尾桨可以正常工作,故需要在飞行动力学模型式(5)中取消式(2)的作用,并加入尾桨总距 θ_1 与其关于时间的一阶导数 u_1 。

由于发动机首先关闭,在求初始边界条件时对应的一阶微分方程改由式(1)和式(3)构成。末端边界条件采用式(9)。具体路径约束如下:

$$\begin{cases}
 0 \leq u(t) \leq 40 \text{ m/s} \\
 -10 \text{ m/s} \leq v(t) \leq 10 \text{ m/s} \\
 -10 \text{ m/s} \leq w(t) \leq 10 \text{ m/s} \\
 -20(^{\circ})/\text{s} \leq p(t) \leq 20(^{\circ})/\text{s} \\
 -20(^{\circ})/\text{s} \leq q(t) \leq 20(^{\circ})/\text{s} \\
 -20(^{\circ})/\text{s} \leq r(t) \leq 20(^{\circ})/\text{s} \\
 -20^{\circ} \leq \varphi(t) \leq 20^{\circ} \\
 -20^{\circ} \leq \theta(t) \leq 20^{\circ} \\
 -20^{\circ} \leq \psi(t) \leq 20^{\circ} \\
 0 \leq h(t) \leq 200 \text{ m} \\
 -20 \text{ m} \leq y(t) \leq 20 \text{ m} \\
 0 \leq x(t) \leq 1000 \text{ m} \\
 0.91 \leq \bar{\Omega}(t) \leq 1.07 \\
 0 \leq P_A(t) \leq P_N \\
 10^{\circ} \leq \theta_0(t) \leq 25^{\circ} \\
 6.6^{\circ} \leq \theta_1(t) \leq 21^{\circ} \\
 -10^{\circ} \leq \theta_s(t) \leq 10^{\circ} \\
 -10^{\circ} \leq \theta_c(t) \leq 10^{\circ} \\
 -2(^{\circ})/\text{s} \leq u_0(t) \leq 2(^{\circ})/\text{s} \\
 -5(^{\circ})/\text{s} \leq u_s(t) \leq 5(^{\circ})/\text{s} \\
 -5(^{\circ})/\text{s} \leq u_c(t) \leq 5(^{\circ})/\text{s} \\
 -5(^{\circ})/\text{s} \leq u_t(t) \leq 5(^{\circ})/\text{s}
 \end{cases} \quad (18)$$

性能指标式(7)中的各项权重系数 $w_1 = 0.01, w_2 = 0.03, w_3 = w_4 = w_5 = 0.15, w_6 = 0.12$,其中函数 L 中加入 $u_1^2/u_{1\max}^2$ 对应权重系数为 0.15。

图 1 为本文计算得到的某型号直升机空中停车后自转着陆过程与飞行试验数据的对比,图中 u_d 为地轴系下前飞速度。从图 1 中可以看出,本文计算的最优自转着陆过程和飞行试验数据吻合较好。在着陆阶段,本文计算得到的总距变化更加柔和,这是因为在飞行试验时,驾驶员采取的操纵策略并不一定是当前飞行任务下最优的,而本文采用了最优控制方法,对操纵速率进行了控制和约束,因此可以得到更好的操纵策略。通过与飞行试验数据的对比可以说明本文建立的飞行动力学模型以及采用的最优控制方法的准确性,可以用来研究直升机尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程。

表 1 某直升机基本参数

Table 1 Basic parameters of a helicopter

参数	数值	参数	数值
总质量 W/kg	2000	尾桨叶片数	2
旋翼半径 R/m	5.345	n_{rh}	
主桨叶片数	3	平尾面积	4.67
负扭 $\theta_1/(^{\circ})$	-12	S_{hs}/m^2	
桨叶弦长 c/m	0.35	平尾安装角	0
旋翼转速 $\Omega/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	386	$i_{\text{hs}}/(^{\circ})$	
旋翼实度 σ	0.062	垂尾面积/ m^2	1.021
旋翼方向	左旋	旋翼位置/ m	(-0.09, 0.01, 1.53)
		平尾位置/ m	(-4.91, 0.01, 0.01)
		垂尾位置/ m	(-6.90, 0, 0.50)
		尾桨位置/ m	(-6.35, 0.30, -0.51)

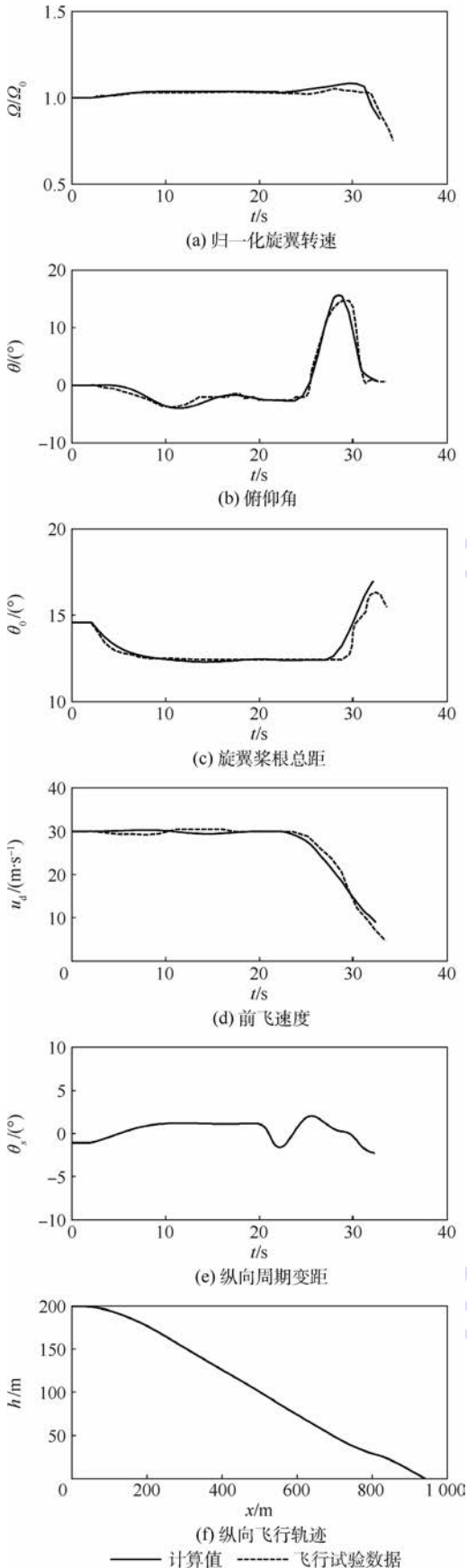


图1 空中停车最优自转着陆过程与飞行试验数据对比

Fig. 1 Comparison between optimal autorotation landing procedure and flight test data for in-flight shutdown

4 尾桨完全失效后自转着陆优化

计算分析该型号直升机在以巡航速度下前飞时,尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程。尾桨完全失效时初始状态如下:速度为35 m/s,高度为50 m,航迹角为 0° ,飞行器处于无侧滑稳定飞行状态。随后尾桨完全失效,尾桨提供侧力突然消失,假设驾驶员在反应1 s以后关闭发动机并自转下滑着陆。

初始边界条件采用第2节介绍的方法计算得到,末端边界条件采用式(9)。尾桨完全失效后自转着陆所需的路径约束如下:

$$\left. \begin{aligned} &0 \leq u(t) \leq 40 \text{ m/s} \\ &-10 \text{ m/s} \leq v(t) \leq 10 \text{ m/s} \\ &-10 \text{ m/s} \leq w(t) \leq 20 \text{ m/s} \\ &-30(^\circ)/\text{s} \leq p(t) \leq 30(^\circ)/\text{s} \\ &-30(^\circ)/\text{s} \leq q(t) \leq 30(^\circ)/\text{s} \\ &-90(^\circ)/\text{s} \leq r(t) \leq 90(^\circ)/\text{s} \\ &-30^\circ \leq \varphi(t) \leq 30^\circ \\ &-30^\circ \leq \theta(t) \leq 30^\circ \\ &-180^\circ \leq \psi(t) \leq 180^\circ \\ &0 \leq h(t) \leq 60 \text{ m} \\ &-50 \text{ m} \leq y(t) \leq 50 \text{ m} \\ &0 \leq x(t) \leq 300 \text{ m} \\ &0.91 \leq \bar{\Omega}(t) \leq 1.07 \\ &0 \leq P_A(t) \leq P_N \\ &10^\circ \leq \theta_0(t) \leq 25^\circ \\ &-10^\circ \leq \theta_s(t) \leq 10^\circ \\ &-10^\circ \leq \theta_c(t) \leq 10^\circ \\ &-4(^\circ)/\text{s} \leq u_0(t) \leq 4(^\circ)/\text{s} \\ &-5(^\circ)/\text{s} \leq u_s(t) \leq 5(^\circ)/\text{s} \\ &-5(^\circ)/\text{s} \leq u_c(t) \leq 5(^\circ)/\text{s} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

性能指标式(7)中的各项权重系数 $w_1 = 0.05, w_v = 0.05, w_1 = w_2 = w_3 = 0.18, w_4 = w_5 = w_6 = 0.12$ 。

图2和图3为本文计算得到的该型号直升机尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程,图中: v_d 和 w_d 分别为地轴系下侧向速度和下降率, β 为机身侧滑角。

从图2和图3可以得到以下结论:

1) 尾桨完全失效时,偏航角速度 r 急剧变化(图2(h)),在1 s后已接近 $-50(^\circ)/\text{s}$,但此时滚转角速度 p 和俯仰角速度 q 变化较为稳定(图2(f)、(g));在1 s之后,驾驶员关闭发动机,

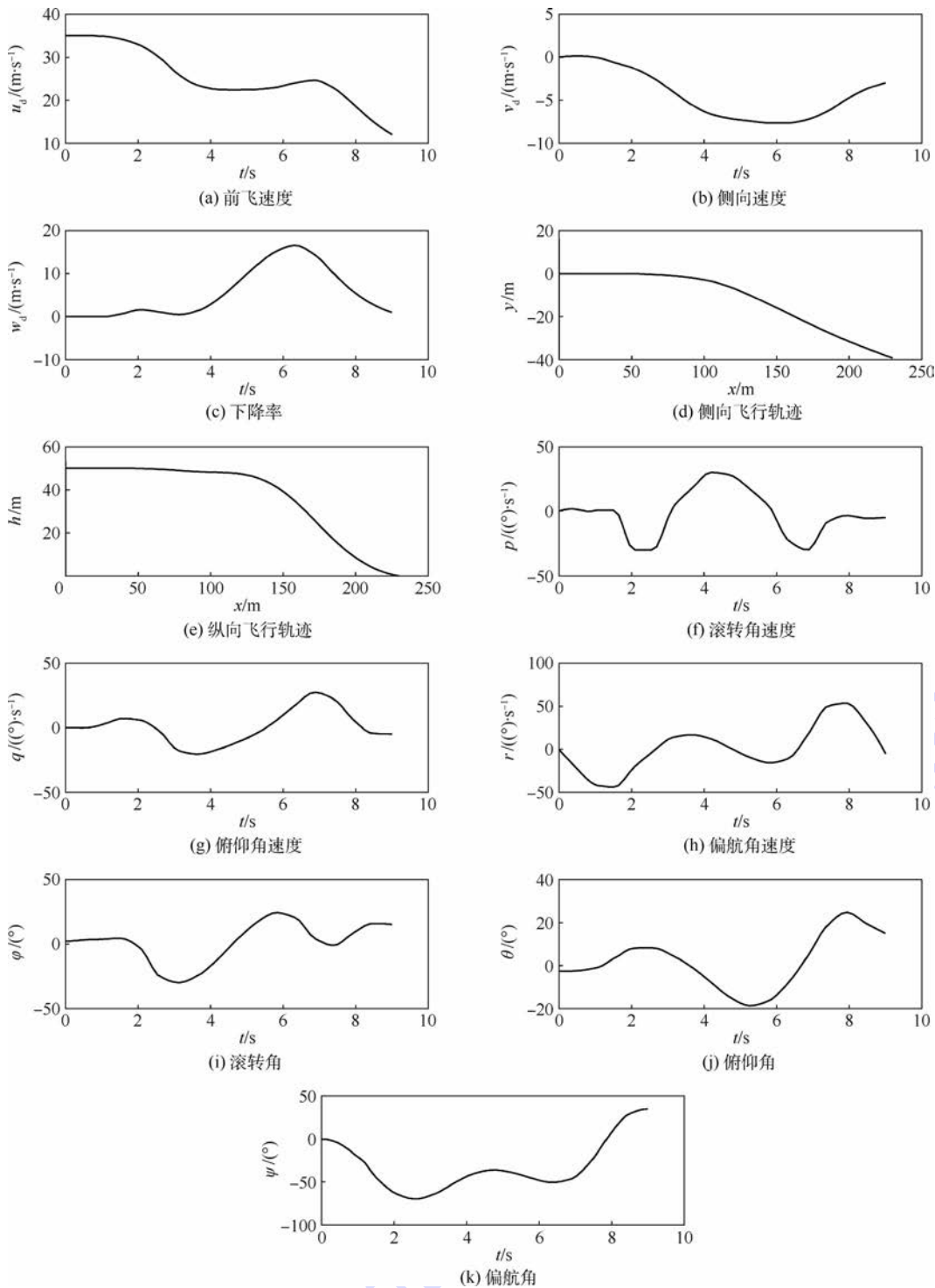


图 2 最优自转着陆过程的状态量变化

Fig. 2 States in optimal autorotation landing procedure

偏航角速度变化开始减弱,但偏航角(图 2(k))和侧滑角(图 3(c))继续增大,进而产生复杂的耦合运动,其主要表现为出现了明显的横滚响应(图 2(i)),这主要是由大侧滑角导致直升机垂尾侧向力对全机重心产生很大的滚转力矩所致。

2) 驾驶员延迟 1 s 后开始操纵直升机,将油门关至慢车进入自转下滑(图 3(a))。自转下滑期间,驾驶员需要降低总距(图 3(d)),向前推杆

通过纵向周期变距(图 3(f))来降低俯仰角(图 2(j))进入下滑,并操纵横向周期变距(图 3(e))稳定滚转角(图 2(i)),然后采用侧滑方式进一步稳定横航向的姿态角(图 2(k))。

3) 在准备着陆阶段,驾驶员开始增总距,同时向后拉杆增大俯仰角(图 3(d)、(f)、图 2(j)),减小直升机的下降率和飞行速度;在俯仰角增大至 30° 时,驾驶员向前推杆,防止俯仰角继续增

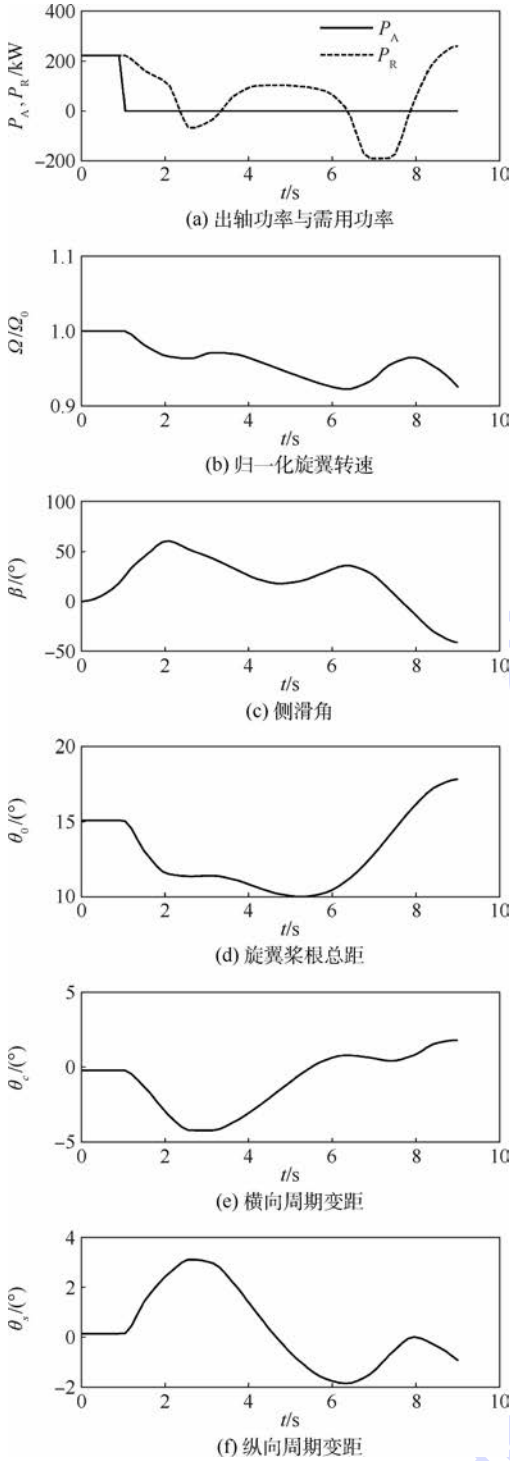


图3 最优自转着陆过程的功率、转速、侧滑角与操纵量的变化

Fig.3 Power, rotor speed, sideslip angle and controls in the optimal autorotation landing procedure

大,从而保持直升机的着陆姿态。

4) 着陆时姿态较为平稳,接地侧向速度和下降率接近0(图2(a)~(c)),前飞速度也在允许的范围之内。

从以上结论可以看出,本文得到的最优轨迹和操纵过程较为合理,且与文献[1-3]中由工程试飞得出的定性的结论和建议相符。

5 结论

1) 本文建立了适用于计算直升机尾桨完全失效后轨迹优化的6自由度刚体飞行动力学模型,并将直升机尾桨完全失效后的自转着陆问题转化为非线性最优控制问题进行求解。从而能够研究并分析直升机尾桨完全失效后自转着陆的最优轨迹和操纵过程。

2) 本文计算的某型号直升机空中停车自转着陆的最优轨迹和操纵与飞行试验数据吻合良好,说明所建模型和采用的最优控制方法的准确性和可行性。

3) 该型号直升机在巡航速度下发生尾桨完全失效时,直升机在旋翼负扭的作用下会产生较大的偏航角速度和侧滑角变化,进而产生复杂的耦合运动,主要表现为明显的横滚响应。因此,驾驶员在关闭发动机进行自转着陆的同时,还需要通过操纵横向周期变距稳定滚转角,并以侧滑的方式来稳定横航向的姿态角,最后安全着陆。利用本文所建模型和最优控制方法得到的整个最优自转着陆过程,与工程试飞得出的定性的结论和建议相符。

参考文献 (References)

- [1] 孙杰,高艳辉.直升机尾桨故障及其试飞研究[J].飞行力学,2001,19(4):67-69.
SUN J,GAO Y H. The helicopter tail-rotor failure and the flight test[J]. Flight Mechanics,2001,19(4):67-69 (in Chinese).
- [2] 于琦,章海红.直升机尾桨机械性失效及试飞研究[J].飞行力学,2008,26(3):74-77.
YU Q,ZHANG H H. Analysis of the tail-rotor failure from mechanical malfunction and research in flight test[J]. Flight Mechanics,2008,26(3):74-77 (in Chinese).
- [3] 赵敬超.直升机尾桨失效分析及试飞技术研究[J].航空科学技术,2015,26(3):70-73.
ZHAO J C. Helicopter tail rotor failure analysis and flight test technology research[J]. Aeronautical Science & Technology, 2015,26(3):70-73 (in Chinese).
- [4] 张海.某型直升机尾桨桨距操纵杆断裂故障分析[J].航天制造技术,2010(4):29-32.
ZHANG H. Fault analysis of an operating lever's rupture in helicopter[J]. Aerospace Manufacturing Technology, 2010(4):29-32 (in Chinese).
- [5] 李春光,舒平,马晓明,等.直升机尾桨连杆组件失效分析[J].失效分析与预防,2013,8(6):346-349.
LI C G,SHU P,MA X M, et al. Failure analysis on tail rotor rod components of a helicopter[J]. Failure Analysis and Prevention,2013,8(6):346-349 (in Chinese).
- [6] 艾剑波,黄文俊,李满福,等.直11型机尾桨变距拉杆故障分析与处理[J].直升机技术,2009(3):68-71.

- AI J B, HUANG W J, LI M F, et al. The analysis and treatment on tail rotor pitch-link failure of Z11 helicopter[J]. Helicopter Technique, 2009(3):68-71 (in Chinese).
- [7] GOODMAN N, BAYOUMI A, BLECHERTAS V, et al. CBM component testing at the University of South Carolina: AH-64 tail rotor gearbox studies [C] // American Helicopter Society Technical Specialists' Meeting on Condition Based Maintenance. Grapevine, Texas: AHS, 2009:1-8.
- [8] SINGH H K, PAWAR P M, GANGULI R, et al. On the effect of mass and stiffness unbalance on helicopter tail rotor system behavior[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2008, 80(2):129-138.
- [9] 胡和平. 动力学分析在某直升机尾桨故障分析中的应用[J]. 直升机技术, 2009(3):21-24.
HU H P. Application of dynamic analysis in helicopter tail rotor failure analysis[J]. Helicopter Technique, 2009(3):21-24 (in Chinese).
- [10] O'ROURKE M J. Simulation model for tail rotor failure[J]. Journal of Aircraft, 1994, 31(1):197-205.
- [11] GARCIA R D, VALAVANIS K P, KANDEL A. Autonomous helicopter navigation during a tail rotor failure utilizing fuzzy logic [C] // Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control & Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007: 1-6.
- [12] JOHNSON W. Helicopter optimal descent and landing after power loss; NASA TM-73244 [R]. Washington, D. C.: NASA, 1977.
- [13] LEE A Y, BRYSON A E, HINDSON W S. Optimal landing of a helicopter in autorotation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1988, 11(1):7-12.
- [14] CHEN R T N, ZHAO Y. Optimal trajectories for the helicopter in one-engine-inoperative terminal area operations; NASA TM-110400 [R]. Washington, D. C.: NASA, 1996.
- [15] OKUNO Y, KEIJI K, AKIRA A. Analytical prediction of height-velocity diagram of a helicopter using optimal theory[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1991, 14(2):453-459.
- [16] BIBIK P, NARKIEWICZ J. Helicopter optimal control after power failure using comprehensive dynamic model[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4):1354-1362.
- [17] BOTTASSO C L, MAISANO G, SCORCELLETTI F. Trajectory optimization procedures for rotorcraft vehicles, their software implementation, and applicability to models of increasing complexity[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2010, 55(3):32010.
- [18] 孟万里, 陈仁良. 直升机单发失效后自转着陆轨迹优化[J]. 航空学报, 2011, 32(9):1599-1607.
MENG W L, CHEN R L. Trajectory optimization of helicopter autorotation landing after one engine failure[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(9):1599-1607 (in Chinese).
- [19] MENG W L, CHEN R L. Study of helicopter autorotation landing following engine failure based on a six-degree-of-freedom rigid-body dynamic model[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(6):1380-1388.
- [20] 孟万里. 直升机单台发动机失效后飞行轨迹优化研究和应用[D]. 南京:南京航空航天大学, 2014:27-57.
MENG W L. Study and application of trajectory optimization for helicopter flight after one engine failure[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014: 27-57 (in Chinese).
- [21] KIM C J, SUNG S, PARK S H, et al. Numerical time-scale separation for rotorcraft nonlinear optimal control analyses [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(2):658-673.
- [22] KIM S. Certification of transport category rotorcraft; 29-2C [S]. Washington: Federal Aviation Administration, Department of Transportation, 2014:57-146.
- [23] GILL P E, MURRAY W, SAUNDERS M A. User's guide for SNOPT version 7: Software for large-scale nonlinear programming [D]. San Diego: University of California, 2007:4-29.
- [24] 牛永红, 杨百兴. Z11 直升机自转着陆试飞[J]. 飞行力学, 2001, 19(3):74-76.
NIU Y H, YANG B X. Flight test of Z11 helicopter autorotation landing[J]. Flight Dynamics, 2001, 19(3):74-76 (in Chinese).

作者简介:

严旭飞 男, 博士研究生。主要研究方向: 直升机空气动力学与飞行力学。

陈仁良 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 直升机空气动力学、直升机飞行力学与控制、直升机多学科优化设计。

Helicopter autorotation landing trajectory optimization after tail-rotor total failure

YAN Xufei, CHEN Renliang*

(National Key Laboratory of Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The optimal landing trajectory and control process of helicopter autorotation after tail-rotor total failure is studied using optimal control method. A six-degree-of-freedom rigid-body flight dynamic model was developed with equations describing the tail-rotor total failure and the available shaft power as well as the rotor speed variation in the autorotation landing procedure. The autorotation landing procedure after tail-rotor total failure was transcribed into an optimal control problem and solved by numerical method. A single-rotor helicopter with tail rotor was taken as the sample, and the calculated optimal autorotation landing procedure in engine failure was in good agreement with the flight test data, which shows that the flight dynamic model and the optimal control method are feasible. Finally, the helicopter optimal autorotation landing procedure after tail-rotor total failure in cruising speed was investigated, and the results show that: when the tail-rotor fails, the airframe will experience large variations of yaw rate and sideslip angle under the effect of rotor anti-torque, which leads to a complex coupled flight. Therefore, the pilot who turned off the engine and is operating the autorotation landing needs an extra series of controls to stabilize the roll and yaw attitude through lateral cyclic pitch and sideslip. The optimal trajectory and the control process are in line with the qualitative conclusions and recommendations obtained from the engineering flight tests.

Keywords: helicopter; tail-rotor total failure; autorotation landing; flight dynamic model; optimal control method

Received: 2017-07-06; **Accepted:** 2017-10-13; **Published online:** 2017-11-07 10:13

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171107.1013.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11672128)

* **Corresponding author.** E-mail: cr1ae@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0462

自适应 FLP 滤波在激光陀螺 IMU 标定中的应用

卢兆兴^{1,2}, 房建成^{1,*}, 王仕成², 李建利¹, 党鹏飞¹

(1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083; 2. 火箭军工程大学 精确制导与仿真实验室, 西安 710025)

摘 要: 激光陀螺的高频机抖使得激光陀螺惯性测量单元(IMU)的测量数据包含较大的随机噪声。传统标定方法通过延长测量时间消除对随机噪声的影响,降低了标定效率。提出了应用自适应前向线性预测(FLP)滤波对激光陀螺 IMU 的标定数据进行降噪,在较小标定数据量情况下提高系统的标定精度。首先通过四方位正反速率标定试验获得原始标定数据;然后通过自适应 FLP 滤波器对标定数据进行噪声抑制;最后利用降噪后的数据计算标定参数。试验结果表明,该方法能够有效抑制标定数据中的随机噪声,提高信号的信噪比(SNR),从而在标定数据量较小的情况下得到较高精度的标定参数,提升系统的导航精度。

关键词: 激光陀螺惯性测量单元(IMU); 随机噪声; 噪声抑制; 自适应前向线性预测(FLP)滤波; 标定

中图分类号: V249.32

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1213-08



激光陀螺具有体积小、质量轻、精度高以及技术成熟等优点^[1],由其组成的惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)已被广泛应用于航空、航海及遥感测绘等领域^[2-3]。激光陀螺 IMU 的测量数据中包含了系统性误差和随机噪声,其中系统性误差可以通过建模、标定和补偿的方式得以消除^[4-6]。由于激光陀螺必须始终工作在高频抖动状态,使得激光陀螺测量数据中叠加了很强的随机噪声。在对系统性误差进行标定时,IMU 的输入角速率和加速度相对较小,随机噪声的存在将大大降低信号的信噪比,从而影响到系统的标定精度。因此,选用有效的噪声抑制方法,提高信号的信噪比,是提高激光陀螺 IMU 标定和测量精度的关键。

针对 IMU 的随机噪声抑制,主要有 3 类方法:①基于数据时域建模的随机噪声抑制^[7-8],该方法具有精度高的优势,但只能应用于平稳随机

过程,并不适用于存在弱非平稳特性的激光陀螺 IMU 数据。②基于数据频域特征的随机噪声抑制^[9-10],该方法主要依据噪声分布所在的频段,采用低通、带通滤波器对数据进行处理,但对于频带分布宽且交叠严重的激光陀螺 IMU 的随机噪声抑制效果有限。③基于前向线性预测(Forward Linear Prediction, FLP)、小波降噪等技术的随机噪声抑制^[11-14],其中小波降噪效果严重依赖于小波基、分解层数和阈值估算方法的选择,缺乏自适应能力,而 FLP 滤波比小波变换滤波更有效地降低高频噪声,且在短时间陀螺数据的实时滤波中,比 IIR 数字滤波器表现得更为优越。

基于以上方法的优缺点,本文将激光陀螺 IMU 输出数据的滤波降噪与系统标定相结合,利用自适应 FLP 滤波对激光陀螺 IMU 的标定数据进行降噪处理,从而得到信噪比更高的标定数据,进一步利用降噪后的标定数据得到更高精度的标

收稿日期: 2017-07-10; 录用日期: 2017-11-17; 网络出版时间: 2017-12-05 10:47

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171204.1903.005.html

基金项目: 国家自然科学基金(61421063,61473020,61571030,61573040,61722103,61503393); 国家“863”计划(2015AA124001,2015AA124002); 国际(地区)合作与交流项目(61661136007); 基础科研项目(YWF-17-BJ-Y-71)

* 通信作者. E-mail: fangjiancheng@buaa.edu.cn

引用格式: 卢兆兴, 房建成, 王仕成, 等. 自适应 FLP 滤波在激光陀螺 IMU 标定中的应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1213-1220. LU Z X, FANG J C, WANG S C, et al. Application of adaptive FLP filter to ring laser gyro IMU calibration [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1213-1220 (in Chinese).

定参数。首先,通过开展激光陀螺 IMU 四方位正反速率标定试验,获得标定试验原始输出数据;其次,利用自适应 FLP 滤波器,对 IMU 的输出数据进行噪声抑制;最后,利用滤波后的数据计算得到激光陀螺 IMU 的标定参数。本文方法能够对激光陀螺 IMU 的随机噪声进行有效抑制,提高数据的信噪比,从而在标定数据量较小的情况下得到更高精度的标定参数。通过 2 套不同的激光陀螺 IMU 的标定与跑车试验对本文方法的有效性进行了验证。

1 激光陀螺 IMU 的随机噪声分析

激光陀螺 IMU 主要由 3 个高精度机抖激光陀螺仪、3 个石英加速度计、机械结构、隔振系统和配套电路系统等部分组成。其中,3 支陀螺仪和 3 个加速度计分别相互正交安装在惯性传感器集合的机械结构上,组成了 x, y, z 3 个轴向的测量通道。

为了消除闭锁效应,激光陀螺必须始终工作在高频抖动状态,这使得陀螺本身成为振动干扰源,IMU 的测量输出数据中也叠加了振动噪声。除此之外,系统还存在着量化噪声和随机游走噪声等^[15-16]。这些噪声一般由传感器敏感机理、自身构造特点以及生产工艺等因素引起,变化频率高,频带较宽,难以依据误差机理进行建模与补偿,共同组成系统的随机噪声,大大降低了输出信号的信噪比,影响了系统的标定与测量。

基于以上分析,结合激光陀螺 IMU 的工作原理和特点,可以得到激光陀螺 IMU 测量的数学模型。3 个角速率测量通道可以表示为

$$\begin{cases} G_x = G_{bx} + S_x \omega_x + E_{xy} \omega_y + E_{xz} \omega_z + \delta G_x \\ G_y = G_{by} + E_{yx} \omega_x + S_y \omega_y + E_{yz} \omega_z + \delta G_y \\ G_z = G_{bz} + E_{zx} \omega_x + E_{zy} \omega_y + S_z \omega_z + \delta G_z \end{cases} \quad (1)$$

式中: G_i 为激光陀螺 i 敏感轴的输出; G_{bi} 和 S_i 分别为激光陀螺 i 敏感轴的零偏值和标度因数; ω_i 为激光陀螺 i 敏感轴的输入角速率; E_{ij} 为激光陀螺 j 敏感轴的输入角速率对激光陀螺 i 敏感轴的影响,是由激光陀螺 3 个敏感轴的非正交安装误差决定的; δG_i 为叠加在激光陀螺 i 敏感轴输出数据的各种随机噪声; $i = x, y, z, j = x, y, z$ 。

3 个加速度测量通道可以表示为

$$\begin{cases} A_x = A_{bx} + K_x a_x + M_{xy} a_y + M_{xz} a_z + \delta A_x \\ A_y = A_{by} + M_{yx} a_x + K_y a_y + M_{yz} a_z + \delta A_y \\ A_z = A_{bz} + M_{zx} a_x + M_{zy} a_y + K_z a_z + \delta A_z \end{cases} \quad (2)$$

式中: A_i 为加速度计 i 敏感轴的输出; A_{bi} 和 K_i 分

别为加速度计 i 敏感轴的零偏值和标度因数; a_i 为加速度计 i 敏感轴的输入比力; M_{ij} 为加速度计 j 敏感轴的输入比力对加速度计 i 敏感轴的输出的影响,是由加速度计 3 个敏感轴的非正交安装误差决定的; δA_i 为叠加在加速度计 i 敏感轴输出数据的各种随机噪声; $i = x, y, z, j = x, y, z$ 。

现有的标定方法通过延长测量时间、增加测量数据量来消除随机误差的影响,这样无疑增加了工作量,降低了标定效率。因此,通过滤波的方法有效抑制随机噪声,不仅能够提高标定效率,而且能够充分有效利用标定数据从而提高标定精度。

2 自适应前向线性预测滤波

FLP 滤波是一种有效抑制随机噪声的数据处理方法^[13-14],其利用之前多个时刻的原始数据乘以对应的权重值来预测当前时刻的数据,作为滤波器的输出。考虑随机噪声信号数据前后具有弱相关性的特点,当其叠加在有用信号中通过滤波器后,噪声将被有效抑制,从而实现降噪。

N 阶 FLP 滤波器的输出为

$$\hat{x}(n) = \sum_{p=1}^N \phi_p x(n-p) = \Phi^T X(n-1) \quad (3)$$

式中: $\hat{x}(n)$ 为滤波器的预测输出; ϕ_p 为滤波器权重值; $x(n-p)$ 为前 p 时刻的原始采样数据; $\Phi^T = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]$ 为权重向量; $X(n-1) = [x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-N)]^T$ 为滤波器输入向量。滤波器的输出主要由滤波阶数 N 以及权重值 ϕ_p 决定。一般而言, N 越大,滤波效果越好,但计算复杂度逐渐增加,带来的滤波延时也越大。

设计权重系数的过程为最优化的过程,本文采用均方误差 (Mean Square Error, MSE) 意义下的损失函数:

$$J(n) = E(e^2(n)) = E((\hat{x}(n) - x(n))^2) \quad (4)$$

即最优权重值满足滤波输出数据与原始采样数据的均方误差为最小。可以证明,式(4)表示了一个超平面,在全局意义下存在最小值 $\min J(n)$,对应的 $\Phi = \Phi_0$ 为最优权重值。通常采用最小均值方差 (Least Mean Square, LMS) 技术通过逐步迭代的方式确定 Φ_0 。依据 LMS 准则,权重向量的递推估计公式为

$$\Phi(n+1) = \Phi(n) + \varepsilon(n)(e(n)X(n-1)) \quad (5)$$

式中: $\varepsilon(n)$ 为迭代补偿控制函数。

基于 LMS 的 FLP 结构如图 1 所示。

控制函数 $\varepsilon(n)$ 的选取直接影响了自适应 LMS 算法的跟踪能力和稳定精度,通常采用的固

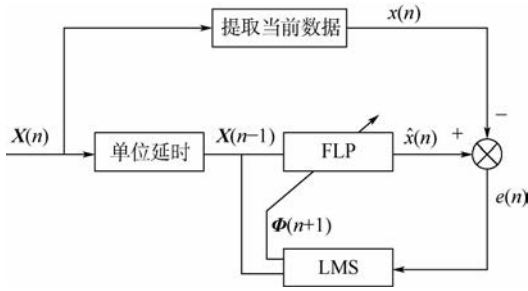


图1 基于 LMS 的 FLP 结构

Fig. 1 FLP structure based on LMS

定步长的 LMS 算法无法实现跟踪能力和稳态精度同时达到最优。因此,本文采用一种基于误差信号 $e(n)$ 与输入信号 $X(n)$ 之间互相关系数估计值的变步长自适应滤波方法,依据估计值的大小实时调整函数 $\varepsilon(n)$,公式如下:

$$\varepsilon(n) = \frac{P(n)}{X^T(n)X(n)} \quad (6)$$

式中: $P(n)$ 为互相关系数的估计值。

由此,可将补偿递推公式重写为

$$\Phi(n+1) = \Phi(n) + \frac{P(n)}{X^T(n)X(n)} (e(n)X(n-1)) \quad (7)$$

3 基于四方位正反速率的 IMU 标定

IMU 的标定就是通过试验的方法确定式(1)和式(2)所示数学模型的标定参数,即 12 个角速率输出模型的参数和 12 个加速度输出模型的参数。要得到所有的标定参数,角速度和加速度通道都至少需要 12 个独立的误差方程。四方位正反速率标定法是一种实用的标定方法,需要单轴转台以及正六面体的工装来完成所有的标定操作,标定过程不需要转台指北,这一方法在实际的惯导系统标定中应用广泛。其标定的过程如图 2 所示。

坐标系 $O_T-x_Ty_Tz_T$ 为转台坐标系, O_T 为坐标原点,平面 $O_Tx_Ty_T$ 保持水平, z_T 轴与当地地理坐标系的 z_n 轴方向一致。在标定过程中,激光陀螺 IMU 通过 4 次翻转分别使得 IMU 的 x 、 $-x$ 、 y 、 z 轴的指向与 z_T 轴指向一致。对应每个位置处,转台以固定旋转角速率 Ω 顺时针和逆时针转动,转过的角度为 $2\pi n$ rad, n 为旋转的周数,且 $n \geq 2$ 。当 IMU 的 z 轴指向上时(见图 2(d)),则 3 个陀螺仪敏感到的角速率输入为

$$\begin{bmatrix} \omega_x(t) \\ \omega_y(t) \\ \omega_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{ie} \cos L \sin \varphi(t) \\ \omega_{ie} \cos L \cos \varphi(t) \\ \Omega + \omega_{ie} \sin L \end{bmatrix} \quad (8)$$

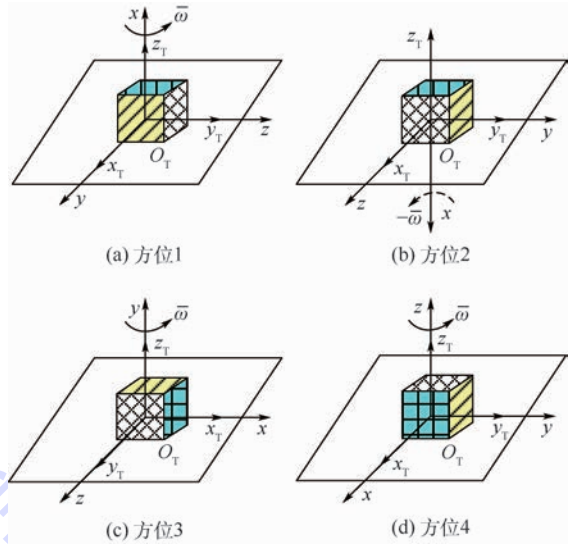


图2 四方位正反速率标定过程示意图

Fig. 2 Schematic diagram of four-position rotation calibration procedure

式中: ω_{ie} 为地球自转角速率; L 为当地纬度; Ω 为转台的输入角速率; $\varphi(t)$ 为激光陀螺 IMU 的航向。

3 个加速度计敏感到的加速度输入为

$$\begin{bmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: g 为重力加速度值。

在转台转过 n 周的过程中,IMU 中 3 个陀螺仪敏感到的平均角速度可以表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_x \\ \bar{\omega}_y \\ \bar{\omega}_z \end{bmatrix} = \frac{\Omega}{2\pi n} \begin{bmatrix} \int_0^{2\pi n/\Omega} \omega_x(t) dt \\ \int_0^{2\pi n/\Omega} \omega_y(t) dt \\ \int_0^{2\pi n/\Omega} \omega_z(t) dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega + \omega_{ie} \sin L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} \quad (10)$$

3 个加速度计敏感到的平均加速度可以表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{bmatrix} = \frac{\Omega}{2\pi n} \begin{bmatrix} \int_0^{2\pi n/\Omega} a_x dt \\ \int_0^{2\pi n/\Omega} a_y dt \\ \int_0^{2\pi n/\Omega} a_z dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (11)$$

由此,标定过程结合激光陀螺 IMU 的标定数学模型,可以得到角速度和加速度的方程如下所示:

$$\begin{bmatrix} G_{x1} & G_{y1} & G_{z1} \\ G_{x2} & G_{y2} & G_{z2} \\ G_{x3} & G_{y3} & G_{z3} \\ G_{x4} & G_{y4} & G_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{\omega} & 0 & 0 \\ 1 & -\bar{\omega} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \bar{\omega} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \bar{\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{bx} & G_{by} & G_{bz} \\ S_{gx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & S_{gy} & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & S_{gz} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} A_{x1} & A_{y1} & A_{z1} \\ A_{x2} & A_{y2} & A_{z2} \\ A_{x3} & A_{y3} & A_{z3} \\ A_{x4} & A_{y4} & A_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & g & 0 & 0 \\ 1 & -g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & g & 0 \\ 1 & 0 & 0 & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{bx} & A_{by} & A_{bz} \\ K_{ax} & M_{yx} & M_{zx} \\ M_{xy} & K_{ay} & M_{zy} \\ M_{xz} & M_{yz} & K_{az} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中： G_{im} 为激光陀螺*i*敏感轴在第*m*个方位的输出值； S_{gi} 为激光陀螺*i*敏感轴标度因数； A_{im} 为加速度计*i*敏感轴在第*m*个方位的输出值； K_{ai} 为加速度计*i*敏感轴标度因数； $i = x, y, z, m = 1, 2, 3, 4$ 。

由式(12)和式(13)可以求解得到激光陀螺IMU的所有标定参数：

$$\begin{bmatrix} G_{bx} & S_{gx} \\ G_{bx} & E_{yx} \\ G_{bx} & E_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} G_{x2} + G_{x1} & (G_{x1} - G_{x2})/\bar{\omega} \\ G_{y2} + G_{y1} & (G_{y1} - G_{y2})/\bar{\omega} \\ G_{z2} + G_{z1} & (G_{z1} - G_{z2})/\bar{\omega} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} E_{xy} & E_{xz} \\ S_{gy} & E_{yz} \\ E_{zy} & S_{gz} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\bar{\omega}} \begin{bmatrix} G_{x3} - G_{bx} & G_{x4} - G_{bx} \\ G_{y3} - G_{by} & G_{y4} - G_{by} \\ G_{z3} - G_{bz} & G_{z4} - G_{bz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} A_{bx} & K_{ax} \\ A_{bx} & M_{yx} \\ A_{bx} & M_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} A_{x2} + A_{x1} & (A_{x1} - A_{x2})/g \\ A_{y2} + A_{y1} & (A_{y1} - A_{y2})/g \\ A_{z2} + A_{z1} & (A_{z1} - A_{z2})/g \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} M_{xy} & M_{xz} \\ K_{ay} & M_{yz} \\ M_{zy} & K_{az} \end{bmatrix} = \frac{1}{2g} \begin{bmatrix} A_{x3} - A_{bx} & A_{x4} - A_{bx} \\ A_{y3} - A_{by} & A_{y4} - A_{by} \\ A_{z3} - A_{bz} & A_{z4} - A_{bz} \end{bmatrix} \quad (17)$$

本文先通过3.2节中所述的标定过程获取IMU输出的原始数据,再通过自适应FLP滤波器对原始数据中的随机噪声进行抑制,从而获取随机噪声小、信噪比高的试验数据,在此基础上通过式(14)~式(17)计算得到较高精度标定参数。

4 试验验证

4.1 标定系统及试验过程

为了验证本文所提方法的有效性,针对实验室现有的2套激光陀螺IMU开展常温标定试验,试验设备包含2套高精度激光陀螺IMU、1套POS处理计算机系统(POS Computer System, PCS)、1套工装、1台带温箱的单轴转台以及数据处理计算机。其中,2套激光陀螺IMU的编号分别为TX-R610-01和TX-R610-02。按照3.2节中

的四方位动静结合标定方法开展标定试验,激光陀螺IMU的测量频率为200 Hz,试验过程中,转台转速为 $\Omega = \pm 10 (^{\circ})/s$,旋转周数为 $n = 2$ 。激光陀螺IMU试验系统如图3所示。

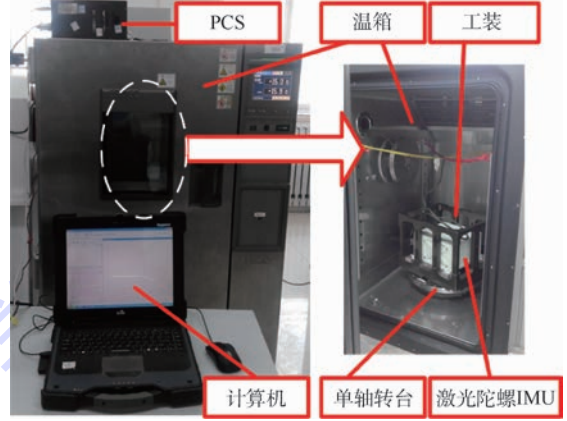


图3 激光陀螺IMU标定试验系统

Fig. 3 Experiment system of ring laser gyro IMU calibration

4.2 噪声抑制及标定参数求解

采集试验过程中激光陀螺和加速度计的原始数据,采用自适应FLP滤波器对数据进行降噪,FLP滤波器的阶数设为100,以*x*轴向上时*x*轴激光陀螺和加速度计的输出为例,给出降噪前后的标定数据对比情况,如图4所示。

分析图4中所示滤波结果可知,自适应FLP算法能够明显降低随机噪声的幅值,减小随机

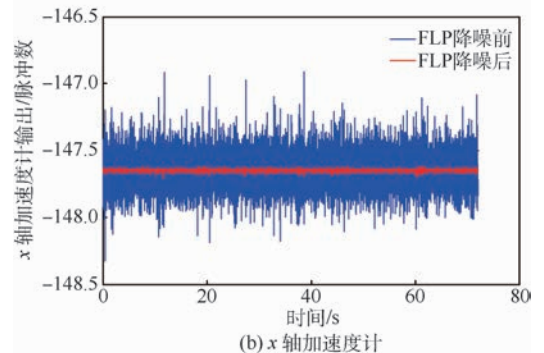
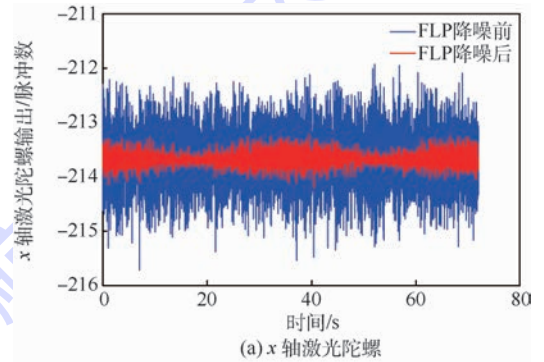


图4 降噪前后激光陀螺和加速度计输出数据对比
Fig. 4 Comparison of ring laser gyro and accelerometer output data before and after de-noising

噪声对信号的影响,从而提高数据的信噪比。为了进一步定量分析自适应 FLP 算法的降噪效果,分别对原始数据和降噪后的数据进行功率谱分析,结果如图 5 所示。可以看出,100 阶的自适应 FLP 滤波能够有效抑制 20 Hz 以上的激光陀螺

随机噪声以及 30 Hz 以上的加速度计随机噪声。利用降噪后的数据,按照式(14)~式(17)计算得到系统的标定参数,以 TX-R610-01 为例,给出系统降噪前后标定参数对比情况,如表 1 和表 2 所示。

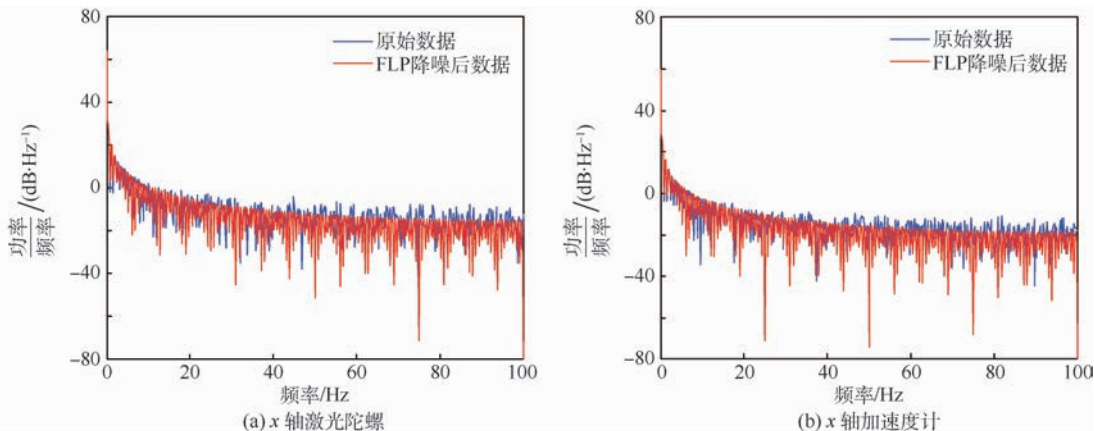


图 5 降噪前后激光陀螺和加速度计输出数据功率谱分析

Fig. 5 Power spectrum analysis of ring laser gyro and accelerometer output data before and after de-noising

表 1 激光陀螺 IMU 降噪前标定结果

Table 1 Calibration results of ring laser gyro IMU with original calibration data

参数类型	FLP 降噪前结果
$G_{bx}, G_{by}, G_{bz}/((^\circ) \cdot h^{-1})$	-0.0242, -0.2340, 0.0590
$S_{gx}, S_{gy}, S_{gz}/(^\circ/\wedge)$	-0.8426, 0.8427, -0.8428
$\begin{bmatrix} 1 & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & 1 & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4.7330 \times 10^{-3} & -0.2142 \times 10^{-3} \\ 2.6228 \times 10^{-3} & 1 & -2.0992 \times 10^{-3} \\ -0.0084 \times 10^{-3} & -0.8350 \times 10^{-3} & 1 \end{bmatrix}$
$A_{bx}, A_{by}, A_{bz}/(10^{-4}g)$	1.3997, 9.9098, 22.8289
$K_{ax}, K_{ay}, K_{az}/(10^{-5}g \cdot s/\wedge)$	-3.3867, 3.2347, -3.3896
$\begin{bmatrix} 1 & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & 1 & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1.8481 \times 10^{-7} & -0.1961 \times 10^{-7} \\ 1.8950 \times 10^{-7} & 1 & -0.1092 \times 10^{-7} \\ 0.2299 \times 10^{-7} & -0.1817 \times 10^{-7} & 1 \end{bmatrix}$

注:($^\circ/\wedge$)为角秒每脉冲;(s/ \wedge)为秒每脉冲。

表 2 激光陀螺 IMU 降噪后标定结果

Table 2 Calibration results of ring laser gyro IMU with de-noised calibration data

参数类型	FLP 降噪后结果
$G_{bx}, G_{by}, G_{bz}/((^\circ) \cdot h^{-1})$	-0.0211, -0.2345, 0.0778
$S_{gx}, S_{gy}, S_{gz}/(^\circ/\wedge)$	-0.8426, 0.8427, -0.8428
$\begin{bmatrix} 1 & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & 1 & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4.7329 \times 10^{-3} & -0.2144 \times 10^{-3} \\ 2.6229 \times 10^{-3} & 1 & -2.0993 \times 10^{-3} \\ -0.0085 \times 10^{-3} & -0.8352 \times 10^{-3} & 1 \end{bmatrix}$
$A_{bx}, A_{by}, A_{bz}/(10^{-4}g)$	1.3872, 9.9090, 22.8491
$K_{ax}, K_{ay}, K_{az}/(10^{-5}g \cdot s/\wedge)$	-3.3867, 3.2347, 3.3897
$\begin{bmatrix} 1 & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & 1 & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1.8463 \times 10^{-7} & -0.1945 \times 10^{-7} \\ 1.8949 \times 10^{-7} & 1 & -0.1093 \times 10^{-7} \\ 0.2312 \times 10^{-7} & -0.1820 \times 10^{-7} & 1 \end{bmatrix}$

4.3 车载试验验证

为了充分验证本文方法得到的标定系数的准确性,对标定的2套激光陀螺 IMU TX-R610-01 和 TX-R610-02 进行跑车试验,分别考察两套系统的纯惯性精度,并与未降噪处理得到的标定参数的导航结果进行对比。跑车路线选为北京五环路, TX-R610-01 和 TX-R610-02 安装在同一平台,在同一路线先后进行2次试验,试验的方法一致,跑车过程中以差分 GPS 的定位结果为位置基准,检验惯导系统的导航误差,车载试验系统如图6所示。

试验过程中,首先对系统通电 30 min 进行预热,然后行驶至起始点,重启开机后,保持 5 min 静止进行惯导系统的初始对准,然后保持平稳行驶 1 h 后停止,计算行驶过程中惯导系统的位置误差。2套系统的跑车结果如图7和图8所示。惯导系统 1 h 的导航定位误差如表3所示。

分析结果可知,与未经降噪处理得到的标定参数相比,利用自适应FLP降噪后得到的标定

参数能够减小导航误差,从而提升导航精度,以此证明了本文方法的有效性。



图6 车载试验验证系统

Fig.6 Vehicle experiment system for verification

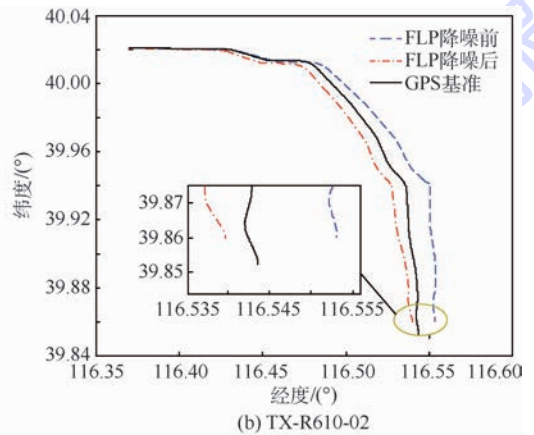
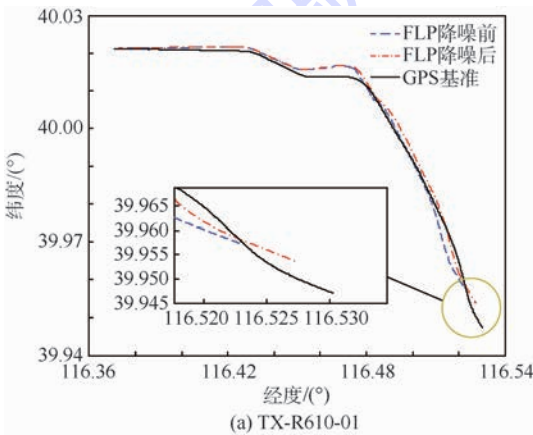


图7 2套系统的跑车纯惯性导航定位曲线

Fig.7 Inertial navigation positioning curves of two systems

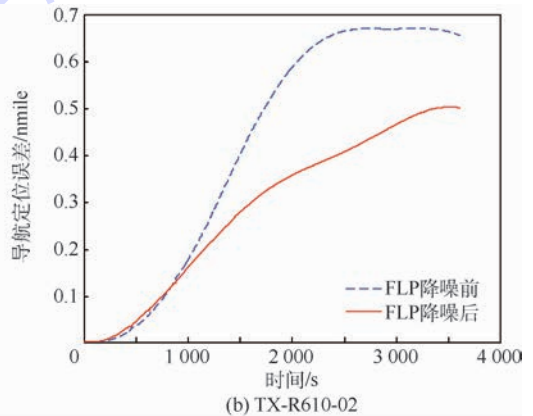
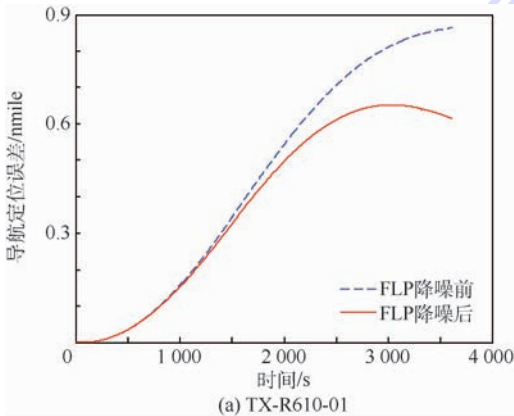


图8 2套系统的跑车纯惯性导航定位误差曲线

Fig.8 Inertial positioning error curves of two systems

表3 1 h 车载试验导航定位误差

Table 3 1 h positioning error of vehicle

系统编号	experiment		nmile
	导航定位误差		
	FLP 降噪前	FLP 降噪后	
TX-R610-01	0.871 256	0.595 590	
TX-R610-02	0.652 650	0.500 372	

5 结 论

1) 机抖噪声、量化噪声以及随机游走噪声等降低了激光陀螺 IMU 数据信噪比,影响系统标定精度。

2) 利用自适应 FLP 滤波器能够有效对激光陀螺 IMU 测量数据进行抑制,获取随机噪声小、信噪比高的试验数据,进而减小标定工作量。

3) 利用自适应 FLP 对标定数据进行噪声抑制,能够在有限标定数据量情况下获得更高精度的标定参数。

参考文献 (References)

[1] 王琛琛,王新龙. 机抖激光陀螺误差输出特性的分析[J]. 北京航空航天大学学报,2013,39(4):521-524.
WANG C C, WANG X L. Analysis of error output characteristics of DRLG[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(4): 521-524 (in Chinese).

[2] LI J, FANG J, GE S S. Kinetics and design of a mechanically dithered ring laser gyroscope position and orientation system [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2013, 62(1): 210-220.

[3] FANG J, CHEN L, YAO J. An accurate gravity compensation method for high-precision airborne POS[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2014, 52(8): 4564-4573.

[4] 程骏超,房建成,吴伟仁,等. 一种激光陀螺惯性测量单元混合标定方法[J]. 中国惯性技术学报,2014,22(4):445-452.
CHENG J C, FANG J C, WU W R, et al. Integrated calibration method for RLG IMU[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(4): 445-452 (in Chinese).

[5] LI J, JIAO F, FANG J, et al. Integrated calibration method for dithered RLG POS using a hybrid analytic/Kalman filter approach[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2013, 62(12): 3333-3342.

[6] 李建利,房建成,马艳海,等. INS 全温六方位速率标定及分段线性插值补偿[J]. 北京航空航天大学学报,2012,38(10):1331-1335.
LI J L, FANG J C, MA Y H, et al. Six-position rotation rate calibration and piecewise linear interpolation compensation for INS in full temperatures[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(10): 1331-1335 (in Chinese).

[7] SANG M S, LEE J G, CHAN G P. Equivalent ARMA model

representation for RLG random errors[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2000, 36(1): 286-290.

[8] HAN S, WANG J. Quantization and colored noises error modeling for inertial sensors for GPS/INS integration[J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11(6): 1493-1503.

[9] 钟麦英,闫东坤. 激光陀螺 POS 惯性数据滤波及时延补偿[J]. 中国惯性技术学报,2011,19(6):670-675.
ZHONG M Y, YAN D K. Predictive filtering and delay compensation of RLG position and orientation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(6): 670-675 (in Chinese).

[10] 李建利,陈安升,钟麦英,等. 基于线性相位无限长单位冲击响应滤波器的机抖激光陀螺 POS 低时延降噪方法[J]. 中国惯性技术学报,2012,20(6):644-649.
LI J L, CHEN A S, ZHONG M Y, et al. Low time delay de-noising method for mechanically dithered RLG POS based on linear phase infinite impulse response filter[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(6): 644-649 (in Chinese).

[11] 高伟,祖悦,王伟,等. 基于二代小波的光纤陀螺实时降噪方法研究[J]. 仪器仪表学报,2012,33(4):774-780.
GAO W, ZU Y, WANG W, et al. Research on real-time de-noising of FOG based on second generation wavelet transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(4): 774-780 (in Chinese).

[12] 张通,张骏,张怡. 基于改进小波阈值的激光陀螺漂移信号降噪[J]. 仪器仪表学报,2011,32(2):258-263.
ZHANG T, ZHANG J, ZHANG Y. Ring laser gyro drift signal denoising based on improved wavelet threshold [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(2): 258-263 (in Chinese).

[13] 陈熙源,许常燕. 基于前向线性预测算法的光纤陀螺零漂的神经网络建模[J]. 中国惯性技术学报,2007,15(3):334-337.
CHEN X Y, XU C Y. Neural network modeling for FOG zero point drift based on forward linear prediction algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(3): 334-337 (in Chinese).

[14] 易康,李廷志,吴文启. FLP 滤波算法在光纤陀螺信号预处理中的应用[J]. 中国惯性技术学报,2005,13(5):58-62.
YI K, LI T Z, WU W Q. Application of forward linear prediction filter in signal process of FOG[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2005, 13(5): 58-62 (in Chinese).

[15] NG L C, PINES D J. Characterization of ring laser gyro performance using the Allan variance method [J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2012, 20(1): 211-214.

[16] SAVAGE P G. Analytical modeling of sensor quantization in strapdown inertial navigation error equations [J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2012, 25(5): 833-842.

作者简介:

卢兆兴 男,博士研究生。主要研究方向:惯性导航与组合导航技术。

房建成 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:惯性导航、组合导航及航天器姿态控制技术。

Application of adaptive FLP filter to ring laser gyro IMU calibration

LU Zhaoxing^{1,2}, FANG Jiancheng^{1,*}, WANG Shicheng², LI Jianli¹, DANG Pengfei¹

(1. School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China; 2. Accuracy Guidance and Simulation Laboratory, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: Ring laser gyro inertial measurement unit (IMU) encounters the problem of relatively large stochastic noise because of the strenuous dithering motion. The conventional calibration method eliminates the impact on the stochastic noise by extending the measurement time, which undoubtedly reduces the calibration efficiency. To solve the problem, the adaptive forward linear prediction (FLP) filter is adopted to suppress the stochastic noises of ring laser gyro IMU calibration data and improve the calibration accuracy of the system with small amount of calibration data. Firstly, the original data is acquired from the four-position rotation calibration experiment. Secondly, the calibration data is de-noised by the adaptive FLP filter to improve its signal noise ratio (SNR). Finally, the calibration parameters are calculated with the de-noised data. The experimental results show that the stochastic noises of calibration data are de-noised effectively by the adaptive FLP filter, the SNR of the signal is improved, and more accurate calibration parameters are acquired with small amount of calibration data, which enhances the navigation accuracy of the system.

Keywords: ring laser gyro inertial measurement unit (IMU); stochastic noise; de-noising; adaptive forward linear prediction (FLP) filter; calibration

Received: 2017-07-10; **Accepted:** 2017-11-17; **Published online:** 2017-12-05 10:47

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171204.1903.005.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61421063, 61473020, 61571030, 61573040, 61722103, 61503393); National High-tech Research and Development Program of China (2015AA124001, 2015AA124002); International (Regional) Cooperation and Communication Project (61661136007); Basic Scientific Research (YWF-17-BJ-Y-71)

* **Corresponding author.** E-mail: fangjiancheng@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0485

不同增长机制下航空网络自愈特性



傅超琦, 王瑛*, 李超, 孙贇

(空军工程大学 装备管理与安全工程学院, 西安 710038)

摘 要: 结合复杂网络理论,从能量的角度分析了航空网络的功能自愈机理,并研究了航空网络在不同增长机制下的自愈特性。首先,将网络结构划分为自愈结构与耦合结构,并针对航空网络3种增长机制进行了分析和抽象建模;然后,从网络全局角度出发研究了美国航空网络在遭受蓄意攻击造成全网功能瘫痪的情况下,网络功能的恢复鲁棒性和网络增长对网络自愈能力的影响。研究表明,美国航空网络具有较好的恢复鲁棒性,接近80%的机场在受到能量冲击造成的短暂失效后具有功能自愈能力。航空网络不同的增长机制对网络的自愈能力有着不同的影响。结果证实,为完善航空网络而建立的机场群,由于其较大的连接需求,加大了网络区域密度,复杂了网络拓扑结构,降低了网络的自愈能力;而小型机场的增加不会影响网络整体的自愈能力。

关键词: 航空网络; 自愈特性; 增长机制; 耦合结构; 恢复鲁棒性

中图分类号: V11; TP393.0

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1221-09

随着科技的发展和社会的进步,中国对航空运输的需求不断增加,航空网络的建设越来越完善,也越来越趋于复杂。中国航空网络(ANC)结构极不均匀^[1],全国范围内存在严重的区域性差异,与东部相比,西部地区的航空网络还有很大的完善空间。而东部地区的网络结构中,“北上广”地区的飞行需求占整个流量的70%,极度不均匀的流量分布使得航空网络存在许多潜在的风险。而且高峰时段大量的飞行计划,也使得那一时段的航空网络变得极其脆弱。同时,不确定强气流天气影响下,区域的飞行计划调整,可能会对整个航空网络都产生影响,很考验网络的鲁棒特性。

复杂网络^[2-3]是在计算机科学取得巨大发展后的技术支持下所发展起来的,是从整体上研究复杂系统特性的理论方法。复杂网络在众多领域的应用都取得了丰硕的成果^[4-8]。其中,也有很

多学者将复杂网络理论与航空航天领域相结合,通过复杂网络来研究现有航空网络在整体规划上的鲁棒性和演化特性^[9-14]。Amara等^[11]的研究证实了世界航空网(WAN)的小世界属性。Guimera等^[12]揭示了WAN中大度值节点并不一定是最具影响的节点,这意味着航空网络中的关键位置可能与高度连接的枢纽不一致。Gautreau等^[13]从局部动力特性方面对美国航空网络的进行了研究,并提出了一种动态网络模型来研究网络的统计特性。Chi等^[14]对美国航空网络的演化特性进行了分析,发现其具有双幂率分布的特性。Li和Cai^[15]对ANC的统计特性进行了相应的研究,揭示了ANC的小世界属性和每个机场的出度与入度的正相关性,以及其与相邻机场度值之间的负相关性。Cai等^[16]通过对中国航路网络(CARN)的研究发现其具有与ANC不同的结构特性,且具

收稿日期: 2017-07-14; 录用日期: 2017-11-03; 网络出版时间: 2017-12-05 10:44

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171204.1903.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(71601183)

*通信作者. E-mail: yingwangkgd@163.com

引用格式: 傅超琦, 王瑛, 李超, 等. 不同增长机制下航空网络自愈特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1221-1229.

FU C Q, WANG Y, LI C, et al. Self-healing characteristics of aviation network under different growth mechanisms [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1221-1229 (in Chinese).

有同质结构的 CARN 上的飞行流量分布却是异质的。

然而,仅从拓扑结构来描述网络是不够准确的^[17],单纯的结构性分析并不能解释现实中网络大规模的故障现象,如航班的延误多数是受流量的限制,恶劣天气或袭击等造成网络结构性的破坏往往只占网络的小部分,其造成的飞行流量变动所引发的功能性级联失效,才是造成网络功能瘫痪的根本原因。无论是电网中的电流、交通网中的车流、信息网中的信息流还是航空网络中各节点的吞吐量及航线上的飞行流量都可以抽象为复杂网络中的能量,能量才是网络功能的实现形式。Barrat 等^[18]以节点吞吐量和航距为权重,分析了动态权重和空间约束对航空网络演化的影响。Li 和 Cai^[15]以某天的航班数为基数研究了 CAN 的效率与连接紧密度成正比。通过研究网络中的能量传递规则可以清楚地了解到整个复杂系统中单元之间的能量交互所存在的隐患和不足^[19-20]。

大部分的研究都没有考虑过节点的自愈能力^[21]。功能性级联失效并不影响网络的结构,当过载的能量消退时,节点将恢复其网络功能。由于航空网络结构的无标度性及飞行流量的不均匀性^[1,9,16],当网络受到攻击或蓄意破坏时,会出现流量的大幅度波动,导致整个航空网络的短暂瘫痪,但波动过后稳定后的网络中能量流将以新的规则发生作用,部分受影响的节点将进行自愈,可自愈的节点反映的是网络应对破坏的弹性恢复能力。因此,自愈后的网络能够更准确地反映网络的鲁棒性。且随着航空网络的发展,大量新增节点及航线必然会通过网络结构的改变影响网络的特性,怎样规划网络的增长机制能够更好地在保证网络鲁棒性的前提下完善网络也有待研究。

本文着眼于航空网络的恢复鲁棒性,从能量的角度出发,考虑网络的自愈能力来分析整个网络在结构和流量分布上的合理性;并针对网络的生长特性,仿真分析了航空网络不同增长机制可能对网络整体自愈特性的影响。本文真实网络数据选择美国航空网,一是由于其经典的复杂网络特性已被许多学者所研究证实;二是在于其数据来源的可靠性与便利性,可从美国官方网站^[22]直接下载所得;三是已有的研究表明中国的航空网络特性与美国航空网络相接近,如双段幂率及层级结构等^[15,22],且中国未来的航空网络发展可以借鉴其网络规划。因此,研究美国航空网络不同增长机制下的自愈特性可以为中国未来完善航空

网络建设提供参考。

本文首先对复杂网络理论在航空方面的研究现状进行了综述,并介绍了网络基本模型及增长机制;然后依据网络能量流动对网络结构进行了划分,并对仿真实现的算法进行了介绍;最后展示了仿真结果,并分析了其原因和影响。

1 网络模型介绍

将机场抽象为复杂网络中的节点,若两机场之间存在飞行安排,则建立连边表示航线。构建图 $G=(V,E)$ 表示复杂网络,节点集合 $V=(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 为网络 N 个节点的集合,连边集合 $E=(e_1, e_2, \dots, e_m) \in V \times V$ 为网络 M 条连边的集合。

1.1 网络自愈模型

自愈特性指的是在结构未被损坏,但功能受到影响而失效的情况下,当外界因素消失后,功能自主恢复的特性。网络的拓扑结构反映的是网络各节点的关联关系,但造成网络功能缺失的原因不仅仅只有关联关系的断裂。结构未被损坏,但功能受到影响也是网络功能失效的重要原因。在航空网络中,飞行流量控制是航空网络安全的重要因素之一。若将飞行流量看作网络中的能量流动,网络中不恰当的能量流动是造成网络功能缺失和网络无法自愈的主要原因。最初, Motter 与 Lai 提出了经典负载-容量模型(ML 模型)^[23],以负载表示各节点或链路上流通的能量,以容量表示节点或链路对能量的承载能力,当负载超过容量时,节点或链路失效,负载的重分配将引起新一轮的节点失效,从而导致网络大面积崩溃。在此之后大量的相关模型被提出,不仅弥补了 ML 模型的缺陷也更加细致地刻画了真实世界复杂系统能量的传递规律。

本文选择 Wang 等^[24]所建立的负载模型 $L_i = k_i^\theta$,模型中节点负载 L 与节点连接度 k 紧密相关,度值 k 为与该机场有飞行往来的机场的数目,度值越大表明该机场规模越大,反映了机场的连通性越好,工作流量越大,其中负载参数 $\theta > 0$ 。Yang 等^[25]建立的非线性负载-容量模型为 $C_i = \alpha + \beta L_i = L_i + \Delta C_i$,其中 C_i 为节点 i 的容量; α 和 β 均为非线性容量参数; ΔC_i 为节点冗余容量,表示机场预留的处理突发状况的能力。假设某个节点发生故障,其负载将由其相邻节点共同承担。采用负载择优分配规则^[24]实现失效节点负载的重分配,其规则如下:

$$\Delta L_{ij} = L_i \frac{L_j}{\sum_{k \in T_i} L_k} \quad (1)$$

式中: Γ_i 为失效节点 i 的所有相邻节点集合。式(1)表明负载越大的节点承受的重分配越多。此时,节点 j 所承受的总的转移能量为 $\Delta L_j = \sum_{i \in \Pi_j} \Delta L_{ij}$, Π_j 为节点 j 相邻的所有失效节点集合。

当网络中部分关键点被破坏后,网络功能的缺失将在一段时间内造成网络中能量的巨大波动,从而使得更多的节点受到牵连造成暂时的功能失效,网络将处于崩溃状态。但当这一短暂的波动期过后,恢复稳定的网络将开始自愈。若无外界干扰,自愈的节点将会受到其相邻失效节点的再次能量冲击。若节点 j 满足 $\Delta L_j \leq \Delta C_j$, 表明节点 j 可以承受其相邻失效节点能量冲击,自愈后不会再次损坏,能够恢复其网络功能;反之,则说明节点 j 无法自愈,需要额外手段帮助其处理过量的流量。

1.2 航空网络增长机制

网络增长机制^[26]是研究复杂网络不容忽视的重要性质。据统计,目前中国仅 1/5 城市拥有民用机场,《中国民用航空发展第十三个五年规划》规划到 2020 年民用机场总数将达到 244 个,其中 2010—2020 年将新增 78 个。网络规模的增加必然带来结构和功能的改变,不恰当的增减很可能使得新的网络结构存在严重缺陷。为了更全面地模拟航空网络的生长特性,文献[18]总结了航空网络增长特点的规律,结合《中国民用航空发展第十三个五年规划》中对新机场建设的需求,本文将网络新增节点分为 3 个类型,如图 1 所示。

1) 随着城市的发展,在经济和政治的需求下,建立城市群相对应的机场群,为加强城市的运输能力并缓解中心机场的负荷,在其周边另建机场分担客流,这类机场称为分流机场;机场的规模与城市的经济相关,故中心机场和分流机场都属于大负载机场。

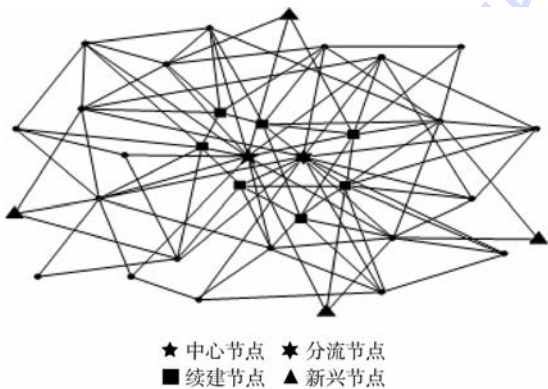


图 1 新增节点类型划分

Fig. 1 Classification of new nodes

a) 分流机场与中心机场距离较近,不设立飞行安排,如上海浦东与虹桥机场,北京首都机场及正在建造的大兴国际机场。

b) 对较为重要的大型机场,两机场均可与其有飞行安排;大型机场之间客流需求较大,两机场共同分担更为合理。如上海浦东和虹桥机场均安排有白云机场的飞行计划。

c) 对度值较小的机场,两机场分工合作,不重复设置飞行安排。小度值机场客流量较少,分工合作可以更合理地利用分流机场和中心机场的职能,减少重叠负载。

2) 为完善航空网络,建设围绕中心机场相对应的机场群,这类机场参照《中国民用航空发展第十三个五年规划》称为续建机场,续建机场多为中型机场。

a) 续建机场的航线安排通常与其自身的经济、地域和所处机场群相关。并没有明确的航线安排特点,但偏向于中大型机场。

3) 为满足相对偏远地区的经济开发和旅游需求而建设的机场称为新兴机场。新兴机场成本较低,故多为小型机场。

a) 新兴机场只与少数机场之间存在飞行安排;机场通常成本不高,所以能力有限,且往往依附其相邻的大机场。如德宏芒市机场的客流大部分由昆明长水国际机场承担。

b) 新兴机场侧重与较大型的机场之间设置飞行安排,与大型机场的连接可以减少网络的最短路径,方便游客的到达。

基于此类特性,在抽象的复杂网络中,对新增节点的拓扑结构按以下规则来建立:

1) 分流节点

采取择优连接的方式构造其拓扑特性,连边数可根据不同需求来设定。同时,为了减少中心节点的度值,将与分流节点连接的节点集合同中心节点的相邻节点集合进行比较,将其中大度值节点以较小概率同原节点断连,以模拟分流机场的建设特点 b);将度值较小的节点以较大概率同原节点断连,以模拟分流机场的建设特点 c)。但两节点的总负载将超过了原本中心节点的负载以模拟新增机场所带来的更高的新需求。

2) 续建节点

续建节点没有明显的连接特点,但偏向于与大度值节点相连,度值规模可以根据网络拓扑结构在中等规模浮动。本文根据美国航空网络的结构特性设立续建节点度值在 1~4 倍网络平均度之间。

3) 新兴节点

采取择优连接的方式构造其拓扑特性,新兴机场规模较小,故新兴节点的度值设置为网络平均度的一半。

2 结构划分与算法实现

2.1 结构划分

节点自愈的关键在于其冗余容量能承受其所接收的转移能量。不同的节点对能量冲击有不同的承受能力,每条边所承载的转移能量也各不相同。同时,节点自愈后其对相邻失效节点的转移能量消失,这将减少其相邻节点的负载,有助于其自愈,从而形成新的循环。所以,自愈过程是一个动态过程。

通过对已有文献的学习和思考,本文发现网络拓扑结构和节点负载及容量之间可划分为2种类型的相互作用关系。图2(a)是一种非耦合结构,节点上的数字表示该节点抵御能量冲击的冗余容量;有向边 e_{ij} 上的数字表示节点 i 转移到节点 j 的能量。从这个结构可以看到,出事时只有节点 A 的冗余容量能够承受相邻失效节点的能量冲击,满足自愈条件。当节点 A 自愈后,其对节点 B 和 D 的转移能量 e_{AB} 和 e_{AD} 则消失,此时,节点 B

接收的转移能量也小于其冗余容量,使得节点 B 在此时也可以实现自愈,当由节点 B 造成的转移能量 e_{BC} 和 e_{BD} 也消失时,节点 C 和 D 也可满足自愈条件。该结构中的失效节点会以 $A-B-C-D$ 或 $A-B-D-C$ 顺序自愈,从而恢复网络功能;因此,这种能够实现自恢复的非耦合结构称为自愈结构。图2(b)的结构形式称为耦合结构,结构内各节点的相互耦合作用形成了一个闭循环,使得该结构内的任何一个节点被修复时,都会由于转移能量大于冗余容量而发生二次失效;因此,该结构不具有自愈特性。耦合结构的存在说明网络的拓扑结构和节点的负载及容量之间不匹配,在网络设计时应尽量避免出现耦合结构。

2.2 算法实现

为了能够在仿真过程中模拟自愈过程,本文根据网络的自愈特性提出了以下算法流程:

步骤1 将失效节点及其相应链路关系抽取出来构建失效网络,当网络是由单个节点遭受攻击后的级联失效造成的崩溃时,起始失效网络也是连通网络。假设整个失效网络中的失效节点总数为 S 。

步骤2 依次计算每个节点遭受的重分配负载,当节点 i 满足 $\Delta L_i \leq \Delta C_i$, 转到步骤3。如果所有节点都不满足上述自愈条件,说明网络中只存在与图2(b)相似的耦合结构,则自愈过程结束。

步骤3 节点满足自愈条件,自愈后从失效网络中移除节点 i 及其连边(见图3)。此时,失效网络的结构发生变化,重返步骤1。

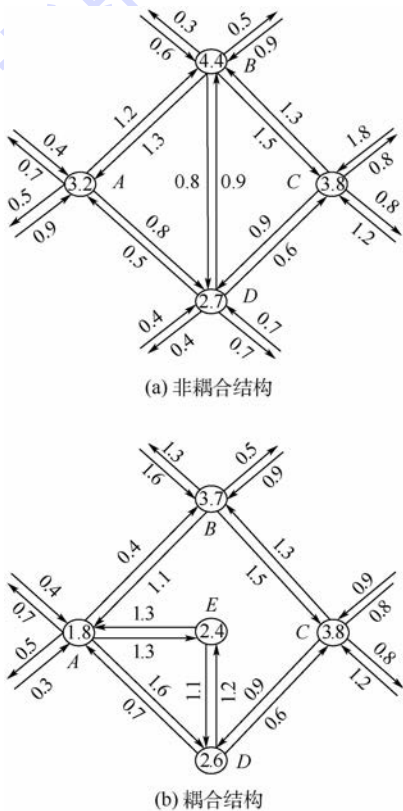


图2 失效网络中的网络结构分类

Fig. 2 Classification of network structure in failure networks

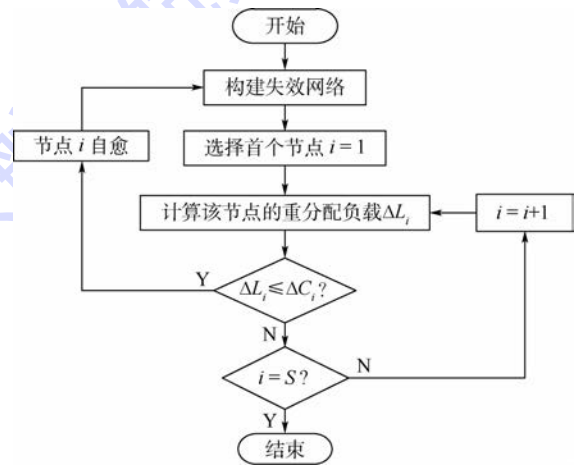


图3 自愈流程图

Fig. 3 Self-healing flowchart

3 仿真实验与分析

3.1 网络自愈特性分析

已有的研究表明,大部分的真实网络都具有

BA 网络的幂率分布特性^[26]。为了验证算法的有效性 & 普适性,构建节点总数为 $N = 500$,平均度为 $\langle k \rangle \approx 4$ 的无标度网络模型。文献[24]已经证明当网络具有最强鲁棒性时,负载参数要求满足 $\theta = 1$ 。对容量参数 α (固定 $\beta = 1.0$) 和 β (固定 $\alpha = 2.5$) 的影响分别进行仿真计算。定义自愈后的网络节点规模和初始网络规模的比值为网络恢复鲁棒性,记为 D ,表达式为

$$D = 1 - \left(\frac{N_0 - N_r}{N} \right) = 1 - \frac{N_r}{N} \quad (2)$$

式中: N_0 为网络最初的失效节点数; N_r 为网络失效后进行自愈的节点数; N_f 为无法自恢复的失效节点数目。

假设失效网络为构建的整个 BA 网络,即开始时满足 $N_0 = N = S$,运用 2.2 节算法对失效网络的自愈过程进行仿真,每个值都是 20 个独立网络下计算所得平均值,其自愈能力和效果如图 4 所示。

图 4(a1) 和 (b1) 为 BA 网络的自愈特性随容量系数变化下的恢复鲁棒性趋势。从图中可以看出,BA 网络拥有非常好自愈能力,其网络恢复鲁棒性指标均超过 0.95,且随容量系数的增加而增加。仿真结果说明 BA 网络在受到大振荡导致网络崩溃之后,大部分节点都可以进行自愈而无需采取额外措施。其原因在于 BA 网络度分布具有

幂率特性:BA 网络中大部分的节点度值较小,只有极少数的节点具有极大的度值;而度值与负载的正相关性和负载重分配规则的马太效应使得度值较小的节点受到能量冲击也较小,所以更容易满足自愈条件;相反,度值越大的节点其受到的能量冲击也越大,所以越难自愈,但由于大度值数目极少,所以 BA 网络的大部分节点都可自愈,只有极少数节点形成了耦合结构,需要采取额外手段。图 4(a2) 和 (b2) 为自愈过程结束后,网络中所有未能自愈节点度值的平均值 $K = \sum_{i \in \Psi} \frac{k_i}{N_f}$,其中 Ψ 为失效节点集合。可以看出 K 值远大于网络的平均度 $\langle k \rangle \approx 4$,说明不能自愈的节点主要为度值较大的节点。BA 网络的幂率特性使得网络具有鲁邦脆弱性,即由于节点度值的幂率分布特性,大部分节点的度值较小,只有极少部分的节点拥有极大的度值,使得 BA 网络对随机攻击具有很好的鲁棒性,但对蓄意攻击却极其脆弱。结合恢复鲁棒性指标,可以认为 BA 网络不仅具有鲁棒脆弱性,其脆弱之后也具有极高的恢复鲁棒性。

图 5(a1) 和 (b1) 为美国航空网络的自愈特性随容量系数变化下的恢复鲁棒性趋势。美国航空网络具有 332 个节点,2 126 条边,即平均每个机场和 12 个机场有飞行安排。池丽平^[27]研究得出美国航空网与 BA 网络具有一定的差异

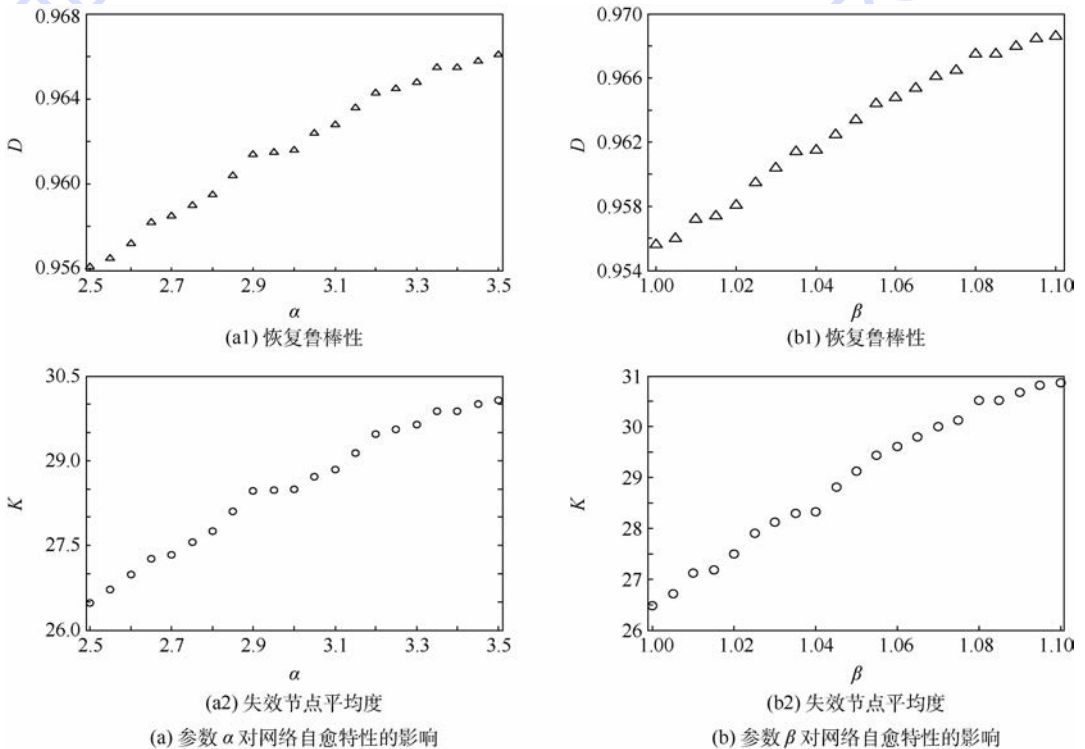


图 4 BA 网络自愈特性与容量参数

Fig. 4 BA network self-healing characteristics versus capacity parameters

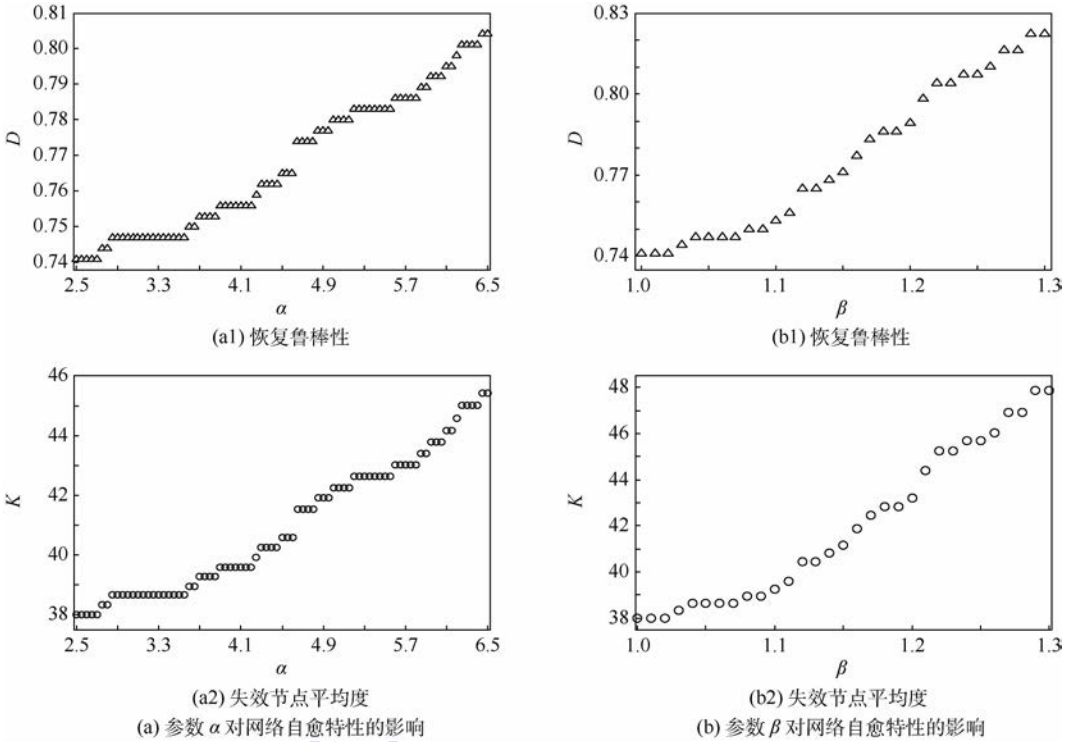


图5 美国航空网络自愈特性与容量参数

Fig. 5 American aviation network self-healing characteristics versus capacity parameters

性,但都具有幂率特性,且具有较强的容错能力和较差的抗攻击能力。仿真结果表明美国航空网络也具有较的恢复鲁棒性,其中接近 80% 的机场能够实现功能自愈。图 5 (a2) 和 (b2) 说明大度值节点更加容易形成耦合结构,不易进行自恢复,从侧面也反映了度值较大的节点的脆弱性,不仅受到攻击时容易引起网络的级联崩溃,而且瘫痪后也难以自愈。所以重点保护度值较大节点是提高网络安全的一种简单但有效的方法。虽然整个网络中有近八成的节点能够在能量冲击后通过自愈而恢复功能,但如果将无法自愈的节点从网络中移除,网络仍然会分崩离析,这也间接说明耦合结构对网络结构整体上具有较大的影响。

3.2 网络增长机制下自愈特性分析

网络的增长必将使得原网络的结构发生变化,而网络中一个小的缺陷很容易被网络错综复杂的耦合关系所放大,从而造成严重的损失。以美国航空网络为基础,对其生长条件下的自愈特性进行研究。通常作为分流机场而建设的机场类别需求较少,假设只对前 1% 的大机场(度值大于 100 的节点)进行分流机场增建,建设数量分别为 1、2 和 3 所机场;根据相应的建设需求,续建机场的增建数量分别选择 10、20 和 30;新兴机场选择 5、10 和 15 来进行仿真分析。根据 2.2 节的增长规则对网络进行构建。由于网络增长规模的不

同,以恢复鲁棒性作为评估指标不能准确地说明网络自愈能力的变化,因此选择网络中未自愈节点的规模作为评估标准。为了得到随机连接的统计特性,每个数据都是计算 20 个独立网络后所得平均值,虽存在误差,但能在一定程度上反映相关趋势。仿真结果如图 6 所示。

图 6(a) 反映的是增加不同数量的分流机场后,新网络的自愈能力。 N_f 越大说明网络的自愈能力越差。从图中曲线可以看出,分流机场的增加会降低整个航空网络的自愈能力,且增加的分流机场越多,航空网络的自愈能力越差。图 6(b) 反映的是增加不同数量的续建机场对网络自愈能力的影响。续建机场对网络的自愈能力带来的负担超过了分流机场,这是由于续建机场的续建规模远大于分流机场所导致的,相同扩建数量的前提下分流机场的影响力更大。这两类新增机场都具有较大的连接需求,新增航线使拓扑结构很容易形成新的耦合结构,使得整个航空网络的恢复鲁棒性降低。图 6(c) 反映的是增加不同数量的新兴机场对网络自愈能力的影响。图中曲线很明显地反映出新兴机场的增建对网络的自愈能力影响微弱,并没有对网络中其他节点的自愈带来太大影响。新增建的机场自身也具有较好的自愈能力,但对原本就未能自愈的节点也未能减缓其压力。总体而言,在现有网络的基础上,增加新兴

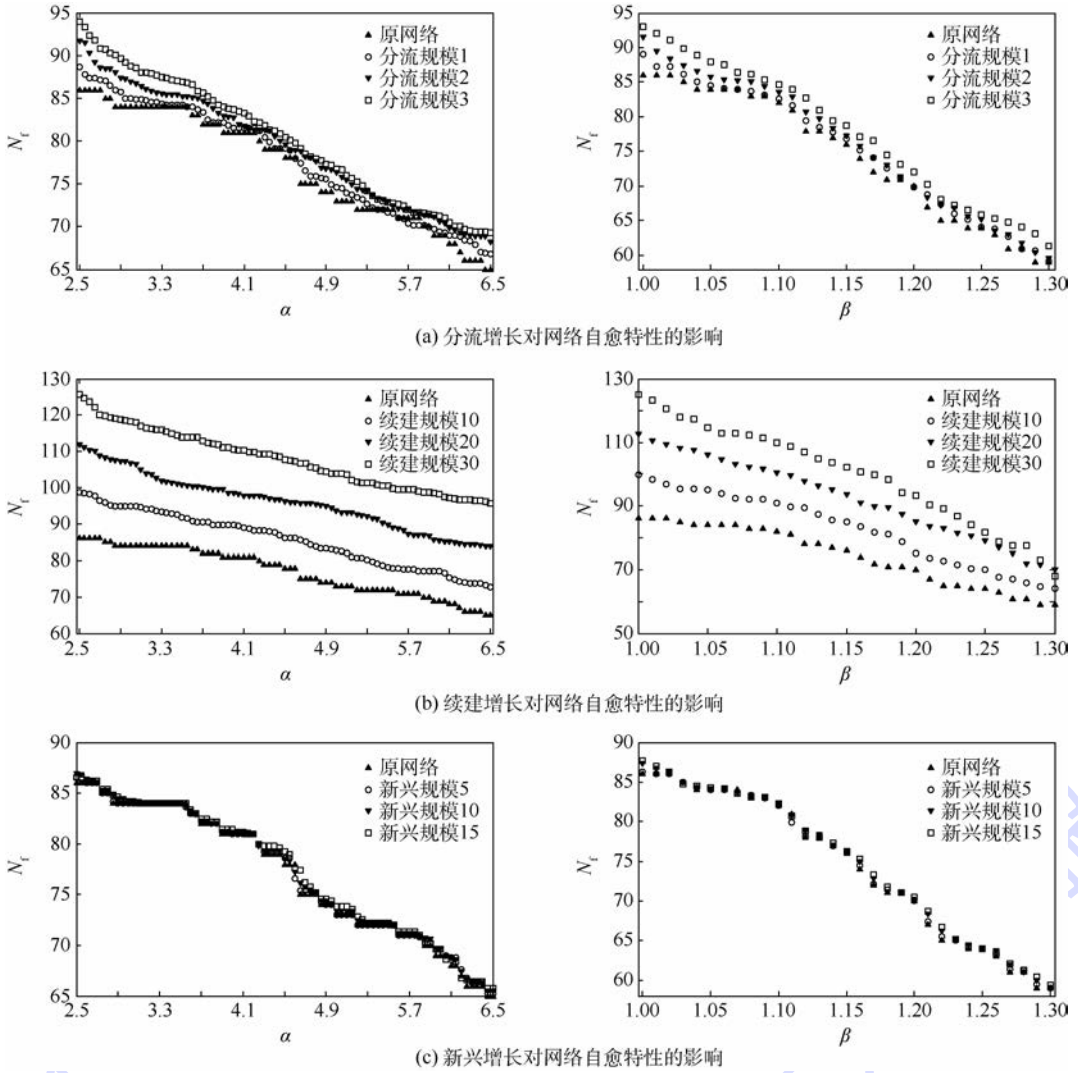


图6 美国航空网络不同增长机制下自愈特性与容量参数的关系

Fig.6 Relationship between self-healing characteristics and capacity parameters under different growth rules of American aviation network

节点以完善航空网络不会存在降低网络自愈能力的风险。但要构建机场群,在各机场之间开通更多的航线,增加网络密度,将会削弱网络整体的自恢复能力。

4 结论

本文运用复杂网络理论对美国航空网络不同增长机制下的恢复鲁棒性进行了研究,得出以下结论:

- 1) 美国航空网络中大部分的机场在受到级联失效影响下具有功能自愈能力。
- 2) 少数大负载机场,由于其易形成耦合结构而无法实现自愈,对网络整体结构的稳定性影响非常大。
- 3) 为完善航空网络而建立的机场群,由于其较大的连接需求,加大了网络区域密度,复杂了网

络拓扑结构,降低了网络的自恢复能力。

- 4) 新兴机场这一类小型机场的增加不会影响网络整体的自愈能力。

技术的进步和经济的不断增长使得航空网络的发展步入正轨,其重要地位决定该方向的研究仍会是一个长期且艰巨的过程。本文简化了航空网络的许多特性,用有向加权网络能够更准确地描绘航空网络的特性;结合铁路网等的相依网络模型则能更精细地刻画现实中的客流量,进而更加准确地反映出机场的建设需求及影响;在后续的研究中将逐步完善模型,以便更贴近客观现实。总体而言,本文的研究结果可以为中国航空发展规划提供一定的理论支持。

参考文献 (References)

[1] 莫辉辉,王姣娥. 复杂交通网络:结构、过程与机理[M]. 北京:经济管理出版社,2012:121-151.

- MO H H, WANG J E. Complex transport network: Structure, process & mechanism [M]. Beijing: Economy and Management Press, 2012: 121-151 (in Chinese).
- [2] NEWMAN M E J. Networks: An introduction [M]. Oxford: Oxford University Press, 2010: 741-743.
- [3] CHEN G R, WANG X F, LI X. Introduction to complex networks: Models, structures and dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2012: 3-13.
- [4] 郑喆, 陈建平, 邵佳丽, 等. 基于复杂网络理论的北京公交网络拓扑性质分析[J]. 物理学报, 2012, 61(19): 95-105.
ZHENG X, CHEN J P, SHAO J L, et al. Analysis on topological properties of Beijing urban public transit based on complex network theory [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(19): 95-105 (in Chinese).
- [5] REN T, WANG Y F, LIU M M, et al. Analysis of robustness of urban bus network [J]. Chinese Physics B, 2016, 25(2): 1-12.
- [6] 蔡君, 余顺争. 一种有效提高无标度网络负载容量的管理策略[J]. 物理学报, 2013, 62(5): 058901.
CAI J, YU S Z. An efficient management strategy for enhancing traffic capacity in scale-free networks [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(5): 058901 (in Chinese).
- [7] LIU H R, DONG M R, YIN R R, et al. Cascading failure in the wireless sensor scale-free networks [J]. Chinese Physics B, 2015, 24(5): 293-299.
- [8] WANG X, WANG Y, ZHU L, et al. A novel approach to characterize information radiation in complex networks [J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2016, 452(1-3): 95-105.
- [9] BARRAT A, BARTHELEMY M, VESPIGNANI A, et al. The architecture of complex weighted networks: Measurements and models [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2003, 101(11): 3747.
- [10] COLIZZA V, BARRAT A, BARTHELEMY M, et al. Prediction and predictability of global epidemics: The role of the airline transportation network [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2015, 103(7): 2015-2020.
- [11] AMARA L A N, SCALA A, BARTHELEMY M, et al. Classes of small-world networks [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2000, 97(21): 11149-11152.
- [12] GUIMERA R, MOSSA S, TURTSCHI A, et al. Structure and efficiency of the world-wide airport network [J]. Polymers & Polymer Composites, 2003, 11(4): 7794-7799.
- [13] GAUTREAU A, BARRAT A, BARTHELEMY M, et al. Microdynamics in stationary complex networks [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2009, 106(22): 8847-8852.
- [14] CHI L P, WANG R, SU H, et al. Structural properties of US flight network [J]. Chinese Physics Letters, 2003, 20(8): 1393-1396.
- [15] LI W, CAI X. Statistical analysis of airport network of China [J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2004, 69(2): 046106.
- [16] CAI K Q, ZHANG J, DU W B, et al. Analysis of the Chinese air route network as a complex network [J]. Chinese Physics B, 2012, 21(2): 596-602.
- [17] NAKASHIMA S, MITANI T, SENZAKI J, et al. Characterization and modeling of weighted networks [J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2005, 346(1-2): 34-43.
- [18] BARRAT A, BARTHELEMY M, VESPIGNANI A. The effects of spatial constraints on the evolution of weighted complex networks [J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2005(5): 799-803.
- [19] CHEN S M, XUI Y F, NIE S. Robustness of network controllability in cascading failure [J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2017, 471(1): 536-539.
- [20] WANG J W. Robustness of complex networks with the local protection strategy against cascading failure [J]. Safety Science, 2013, 53: 219-225.
- [21] MAJDANDZIC A, PODOBNIK B, BULDYREV S V, et al. Spontaneous recovery in dynamical networks [J]. Nature Physics, 2014, 10(1): 34-38.
- [22] 刘宏鲲, 周涛. 中国城市航空网络的实证研究与分析 [J]. 物理学报, 2007, 56(1): 106-112.
LIU H K, ZHOU T. Empirical study of Chinese city airline network [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(1): 106-112 (in Chinese).
- [23] MOTTER A E, LAI Y C. Cascade-based attacks on complex networks [J]. Physical Review E, 2002, 66(6): 065102.
- [24] WANG J W, RONG L L, ZHANG L, et al. Attack vulnerability of scale-free networks due to cascading failures [J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2008, 387(26): 6671-6678.
- [25] YANG R, WANG W X, LAI Y C, et al. Optimal weighting scheme for suppressing cascades and traffic congestion in complex networks [J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2009, 79(2Pt2): 026112.
- [26] BARABASI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks [J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.
- [27] 池丽平. 遭受复杂网络的修复策略与关联特性研究 [D]. 武汉: 华中师范大学, 2006: 58-69.
CHI L P. On the repair strategy and correlation properties of complex networks under attacks [D]. Wuhan: Central China Normal University, 2006: 58-69 (in Chinese).

作者简介:

傅超琦 男, 博士研究生。主要研究方向: 复杂系统建模与仿真、复杂网络修复。

王瑛 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 复杂系统建模与仿真。

李超 男, 博士, 助教。主要研究方向: 复杂系统、安全性分析与控制。

孙贇 男, 硕士研究生。主要研究方向: 复杂系统、安全性分析与控制。

Self-healing characteristics of aviation network under different growth mechanisms

FU Chaoqi, WANG Ying*, LI Chao, SUN Yun

(Equipment Management and Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Based on the theory of complex networks, this paper analyzes the functional self-healing mechanism of aviation network from the energy perspective, and studies the self-healing characteristics under different growth mechanisms. Firstly, network structure was divided into self-healing structure and coupling structure, and three kinds of growth mechanisms of the aviation network were analyzed and modelled abstractively. Then, the impact of the recovery robustness of network function and the network growth on network self-healing ability was analyzed in the case of the collapse of the whole network function caused by the deliberate attack on the American aviation network. The research shows that the American aviation network has good recovery robustness, and almost 80% of the airports have self-healing ability after short failure caused by energy shock. However, the different growth patterns of aviation networks have different effects on the self-healing ability of the network. The results confirm that construction of airport groups, which greatly increase network density and make network topology complex due to large connection demand, will reduce network self-healing ability, while the increase of small-scale airport will not affect the overall self-healing capacity of the aviation network.

Keywords: aviation network; self-healing characteristics; growth mechanism; coupling structures; recovery robustness

Received: 2017-07-14; **Accepted:** 2017-11-03; **Published online:** 2017-12-05 10:44

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171204.1903.004.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (71601183)

* **Corresponding author.** E-mail: yingwangkd@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0698

基于单胞有限元的波纹板等效刚度特性



王远, 臧勇, 管奔*, 秦勤

(北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘 要: 为了得到波纹板的宏观刚度特性及其与表面形貌结构参数的关系, 基于单胞有限元的方法对波纹板的等效刚度特性进行了研究。首先, 基于单胞有限元的周期性边界条件, 计算了具有周期性排布特点的波纹板的等效刚度; 然后, 计算了典型形貌波纹板的等效刚度特性, 并进行了分析和验证; 最后, 运用单胞有限元的方法分析了波纹板结构参数对等效刚度特性的影响。分析结果表明: 采用单胞有限元的方法可以有效计算波纹板的等效刚度; 波纹板相较于基础薄板具有更高的弯曲刚度, 但拉伸刚度和剪切刚度较低。当基础薄板厚度固定时, 随着波纹板相对厚度的增加, 拉伸刚度和剪切刚度降低, 弯曲刚度升高; 随着波纹板波纹相对周期间距的增加, 拉伸刚度和剪切刚度升高, 弯曲刚度降低。

关键词: 波纹板; 单胞结构; 有限元; 周期性边界条件; 等效刚度特性

中图分类号: V250.3; TB383

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1230-09

波纹板是由英国 Hadley 工业公司提出并制造的一种特殊结构板材, 其通过滚压工艺使普通薄板加工为具有特定凹凸结构周期分布的板材。波纹板具有复杂的截面形貌以及微单元周期排布的特征, 其整体的强度、抗弯能力和承载能力等性能指标相比较于普通薄板有了明显的提高^[1], 成形后其表面面积增大, 在防火隔热方面也表现出优异的性能。该种板材加工过程简单且成本低, 因此在承力薄壁构件、汽车防火隔热装置等领域具有广泛应用。

针对波纹板的力学性能, Nguyen 等^[1-3]运用实验和传统有限元的方法分析了波纹板的成形过程、拉伸性能和三点弯曲性能。波纹板具有优异的性能, 近年来 Kim 等针对波纹板的力学性能^[4-5], Nguyen 等针对波纹板成形后结构件(C型钢^[6-7]、方型钢^[8])的力学性能, Labergere 等针对波纹板冲压成形过程^[9]等进行了分析, 研究表明

各种形式的波纹板均展现出优异的性能。

由于波纹板复杂的形貌特点, 其宏观刚度特性难以通过弹塑性理论解析的方法得到; 而传统有限元的数值模拟手段则需要大量的网格表征板材表面形貌, 计算效率低、误差大, 难以得到板材刚度特性与其表面形貌结构参数之间的准确关系。分析波纹板的结构特征可以发现, 板材的宏观结构由单胞结构平移阵列得到, 通过对单胞结构施加周期性边界条件可得到结构的宏观力学特性和应力分布情况^[10-11]。为保证单胞结构任意方向的变形协调和应力连续, 众多学者对周期性边界条件的数学表达式和有限元实现进行研究^[12-15], 该方法已经在纺织复合材料等领域得到广泛应用。对于只在2个方向具有周期排布特点的板材, 需要释放一个方向的约束, Sankar 和 Marrey 对传统的周期性边界条件进行改进^[16], 实现了对层合板^[17]、瓦楞板^[18-19]等只在2个方向具

收稿日期: 2017-11-13; 录用日期: 2017-12-29; 网络出版时间: 2018-02-10 14:02

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180210.1308.001.html

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金 (FRF-TP-16-010A3); 工信部2016年智能制造综合标准化与新模式应用项目

*通信作者: E-mail: guanben@ustb.edu.cn

引用格式: 王远, 臧勇, 管奔, 等. 基于单胞有限元的波纹板等效刚度特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1230-1238.
WANG Y, ZANG Y, GUAN B, et al. Equivalent stiffness property of dimpled sheet based on unit cell finite element[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1230-1238 (in Chinese).

有周期排布特点板材的力学性能分析。因此,利用单胞有限元的方法可以更加准确、高效地得到波纹板的等效刚度特性,获得板材表面形貌结构参数与其刚度特性之间的准确关系,实现面向使用需求的板材形貌设计。

基于以上分析,本文首先建立波纹板单胞有限元模型,实现了基于单胞有限元模型的板材等效刚度特性的求解;随后对典型形貌的铝波纹板的等效刚度特性进行分析验证;最后基于单胞模型得到了波纹板结构参数对等效刚度特性的影响规律。

1 单胞有限元模型及等效刚度特性

1.1 单胞的选取及变形假设条件

波纹板整体形貌如图 1(a)所示,选取的单胞结构如图 1(b)所示,其主要结构参数包括波纹板厚度 h ,单胞结构的周期间距 p ,以及基础薄板的厚度 t ,如图 1(c)所示。本文波纹板在 x 、 y 方向具有相同的周期间距及形貌。

为使用单胞有限元模型分析波纹板的等效刚度特性,波纹板的结构需具有周期排布和弹性小变形的特性。分析波纹板的结构特点可以发现,其宏观结构满足如下 5 个假设:

- 1) 波纹板的厚度远小于宏观结构的长度和宽度。
- 2) 波纹板的弹性弯曲问题符合小挠度理论。
- 3) 波纹板在宏观上呈现出均质各向异性的特点。
- 4) 单胞结构具有相同的应力场和应变场。
- 5) 波纹板的中面与其几何中性层重合,即

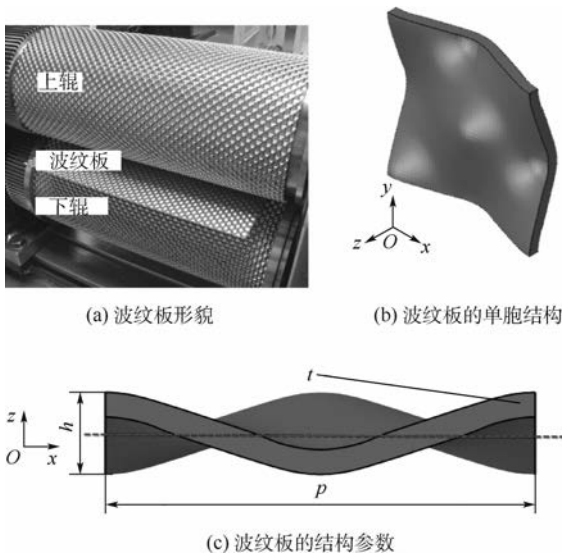


图 1 波纹板单胞的选取及结构参数

Fig.1 Selection and structural parameters of dimpled sheet unit cell

图 1(c)中的虚线位置。

因此,波纹板满足使用单胞有限元方法进行等效刚度特性分析的条件。

1.2 单胞周期性边界条件的有限元实现

根据周期边界条件的建立条件,单胞结构的周期性边界条件需保证结构的变形协调和应力连续^[15]。现对波纹板单胞模型的周期边界条件分析如下。

1.2.1 变形协调条件的实现

选取图 1(b)中的单胞结构的轮廓,如图 2 所示。

根据 Sharma 等^[19]分析的单胞结构平均应变与节点位移之间的关系,在波纹板单胞模型的平行对面即 $S(x=p)$ 、 $S(x=0)$ 和 $S(y=p)$ 、 $S(y=0)$ 中对应节点之间的位移和应变关系为

$$\begin{cases} u(p, y, z) - u(0, y, z) = p \overline{\varepsilon_x} + p \overline{\kappa_x} z \\ v(p, y, z) - v(0, y, z) = p \overline{\gamma_{xy}} \\ w(p, y, z) - w(0, y, z) = p \overline{\gamma_{xz}} - \overline{\kappa_x} \frac{p^2}{2} + p \overline{\kappa_{xy}} y \\ u(x, p, z) - u(x, 0, z) = p \overline{\gamma_{xy}} \\ v(x, p, z) - v(x, 0, z) = p \overline{\varepsilon_y} + p \overline{\kappa_y} z \\ w(x, p, z) - w(x, 0, z) = p \overline{\gamma_{yz}} - \overline{\kappa_y} \frac{p^2}{2} + p \overline{\kappa_{xy}} x \end{cases} \quad (1)$$

式中: u 、 v 和 w 分别为对应节点在 x 、 y 和 z 方向的位移; $\overline{\varepsilon_x}$ 和 $\overline{\varepsilon_y}$ 为平面内拉伸应变; $\overline{\gamma_{xy}}$ 为面内剪切应变; $\overline{\gamma_{xz}}$ 和 $\overline{\gamma_{yz}}$ 为横向载荷产生的剪切应变; $\overline{\kappa_x}$ 和 $\overline{\kappa_y}$ 为弯曲载荷; $\overline{\kappa_{xy}}$ 为扭率载荷。

由于横向剪切应变 $\overline{\gamma_{xz}}$ 和 $\overline{\gamma_{yz}}$ 的施加会产生附加弯矩,而附加弯矩无法计算,不能获得对应面上的位移关系,因此适用于单胞有限元计算的只有拉伸应变 $\overline{\varepsilon_x}$ 、 $\overline{\varepsilon_y}$,面内剪切应变 $\overline{\gamma_{xy}}$,弯曲应变 $\overline{\kappa_x}$ 、 $\overline{\kappa_y}$ 和扭率 $\overline{\kappa_{xy}}$ 共 6 种应变载荷,其周期性边界条件如表 1 所示。通过对单胞平行相对面上对应的节点建立线性约束方程(MPC)可实现单胞结构的变形协调^[14]。而剪切载荷 $\overline{\gamma_{xz}}$ 和 $\overline{\gamma_{yz}}$ 将在 1.4 节中使用改进的多胞模型进行分析。

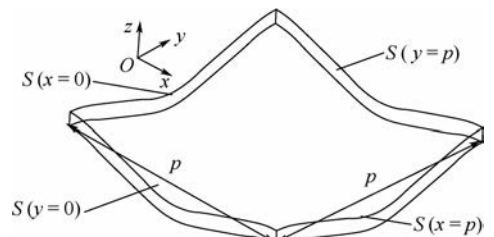


图 2 单胞结构轮廓示意图

Fig.2 Schematic diagram of unit cell profile

表1 单胞结构6种单位应变载荷的周期性边界条件

Table 1 Periodic boundary condition for six unit strain loads of unit cell

应变	$u(p,y,z) - u(0,y,z)$	$v(p,y,z) - v(0,y,z)$	$w(p,y,z) - w(0,y,z)$	$u(x,p,z) - u(x,0,z)$	$v(x,p,z) - v(x,0,z)$	$w(x,p,z) - w(x,0,z)$
$\varepsilon_x = 1$	p	0	0	0	0	0
$\varepsilon_y = 1$	0	0	0	0	p	0
$\gamma_{xy} = 1$	0	$p/2$	0	$p/2$	0	0
$\kappa_x = 1$	pz	0	$-p^2/2$	0	0	0
$\kappa_y = 1$	0	0	0	0	pz	$-p^2/2$
$\kappa_{xy} = 1$	0	$pz/2$	$-py/2$	$pz/2$	0	$-px/2$

1.2.2 应力连续条件的实现

在基于位移的有限元分析中,由于应力边界条件是通过最小势能原理自动满足的,这类边界条件为自然边界条件,即只需对单胞结构施加位移边界条件就可以保证所得结果的唯一确定性^[15],从而保证应力的连续性,即平行面的对应节点所受力大小相等方向相反,如下所示:

$$F_\alpha(p,y,z) + F_\alpha(0,y,z) = 0 \quad (2)$$

$$F_\alpha(x,p,z) + F_\alpha(x,0,z) = 0$$

式中: F 为对应节点所受的力; $\alpha = x, y, z$ 分别代表所受力的方向。

1.3 等效拉伸刚度和等效弯曲刚度特性的计算

1.2节实现了波纹板单胞结构有限元模型的建立,本节将基于单胞有限元模型的输出结果建立板材等效刚度特性的计算方法。根据复合材料力学^[20]中对刚度特性的定义,波纹板等效刚度特性可写为

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{D} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: \mathbf{A} 为拉伸刚度系数; \mathbf{D} 为弯曲刚度系数; \mathbf{A}_Q 为剪切刚度系数; \mathbf{N} 为平面内单位宽度的拉力; \mathbf{M} 为单位宽度内的力矩; \mathbf{Q} 为单位宽度内的横向剪力。

由式(3)可知,分别给波纹板单胞结构施加如表1所示的6种应变载荷,从有限元软件中读取周期边界上每个节点所受的力可求得单胞结构的内力数值为

$$\begin{cases} N_x = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n F_x^i(p,y,z) \\ N_y = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n F_y^i(x,p,z) \\ N_{xy} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n F_{xy}^i(p,y,z) \\ M_x = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n z F_x^i(p,y,z) \\ M_y = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n z F_y^i(x,p,z) \\ M_{xy} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n z F_{xy}^i(p,y,z) \end{cases} \quad (4)$$

通过式(3)和式(4)可计算得到波纹板的等效拉伸刚度系数 \mathbf{A} 和等效弯曲刚度系数 \mathbf{D} 。

1.4 等效剪切刚度的计算

波纹板截面形貌的变化使得横向剪切应力引起的变形增加,若对单胞模型直接施加剪切应变对应的周期性边界条件,会产生附加弯矩,等效剪切刚度计算误差较大,因此不能通过以上单胞模型解决。针对这一问题,Ravishankar^[17]和 Sharma^[19]等通过对单胞结构组成的多胞筒支梁施加均布载荷的方法,通过位移响应和弯曲刚度计算得到了板的等效剪切刚度。本节基于该方法建立波纹板等效剪切刚度的计算模型。

将单胞结构在 x 方向进行10次阵列,可得到总长为 $L = 10p$ 的梁结构,对 $S(x=0)$ 面进行固定, $S(y=0)$ 和 $S(y=p)$ 面进行面内位移的约束,在顶面施加均布载荷 P_0 ,如图3所示。根据剪切变形板理论可知自由端的挠度值计算式为^[21]

$$w(L) = -\frac{P_0 L^2}{2A_{55}} - \frac{P_0 L^4}{8D_{11}} \quad (5)$$

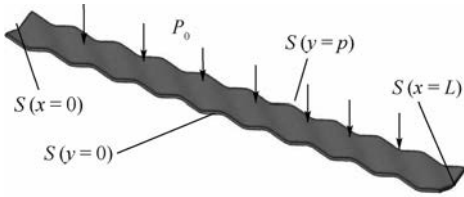


图 3 波纹板单胞结构组成的梁结构

Fig. 3 Cantilever plate with unit cells of dimpled sheet

波纹板在 2 个方向具有相同的形貌和间距,因此其 2 个方向的剪切刚度 $A_{44} = A_{55}$ 。建立上述有限元模型,可以从有限元软件中得到自由端的位移响应 $w(L)_0$ 。将 1.3 节中计算得到的等效弯曲刚度 D_{11} 代入式(5),即可计算得到波纹板的等效剪切刚度为

$$A_{55} = \frac{-P_0 L^2}{2 \left(w(L)_0 + \frac{P_0 L^4}{8 D_{11}} \right)} \quad (6)$$

2 波纹板等效刚度特性的计算及验证

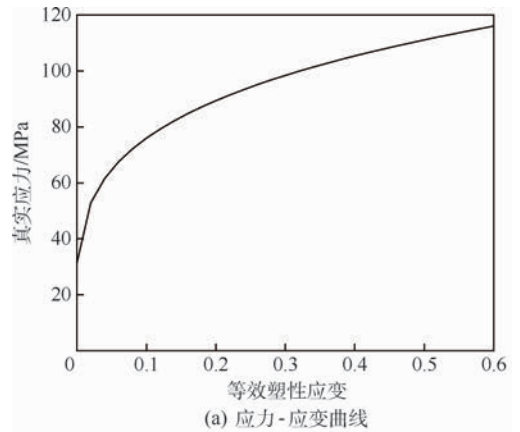
为了讨论和分析典型形貌波纹板的刚度特性,同时对单胞模型计算等效刚度特性的方法进行验证。选取结构参数为 $h = 1.6 \text{ mm}$, $p = 8 \text{ mm}$, $t = 0.5 \text{ mm}$ 的波纹板作为研究对象,计算并验证单胞模型的正确性。

2.1 波纹板形貌特征的提取

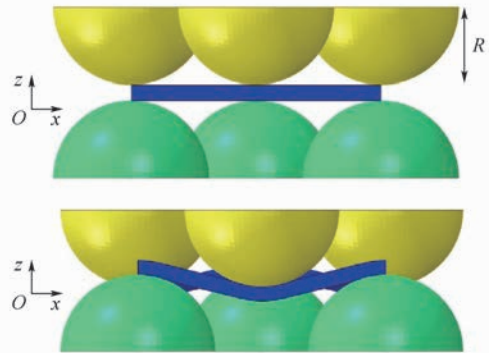
波纹板表面形貌采用普通薄板滚压塑性成形加工而成,因此其单胞形态和厚度变化无法采用简单的数学函数进行描述,必须使用数值模拟薄板成形过程,才能提取准确的波纹板实际形貌。针对波纹板周期排布的特点,若对其整个滚动成形过程进行仿真需要大量的单元和计算时间,效率极低。由于该成形辊直径远大于薄板的厚度,文献[2,22]中对波纹板的成形过程均进行了简化,仅对单胞模型成形过程进行数值模拟,得到单胞的形貌与实际形貌相近,可作为刚度特性分析的单胞形貌结构。

运用 ABAQUS 软件对单胞结构的成形过程进行数值模拟,选取成形冲头半径 $R = 2.5 \text{ mm}$,周期间距 $p = 8 \text{ mm}$,板材厚度 $t = 0.5 \text{ mm}$,最终厚度 $h = 1.6 \text{ mm}$ 的铝波纹板进行分析。单胞模型由 15 000 个 C3D8R 单元组成,弹性模量 $E = 69\,000 \text{ MPa}$,泊松比 $\nu = 0.33$,材料工程应力应变曲线根据金属拉伸实验方法^[23]得到,真实应力应变曲线如图 4(a)所示。

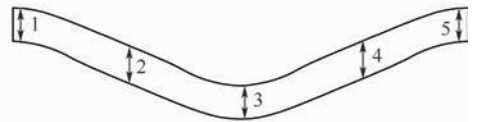
单胞结构成形的有限元模型如图 4(b)所示,成形数值模拟结束后对其进行回弹分析,即可得



(a) 应力-应变曲线



(b) 单胞成形过程



(c) 成形后侧面截面形貌

图 4 波纹板单胞形貌的提取

Fig. 4 Unit cell morphology extraction of dimpled sheet

到波纹板单胞的最终形貌,成形结果即为波纹板的单胞结构,其中变形最大截面的形貌如图 4(c)所示。模拟结果与实际观测结果相似,上述结构尺寸的波纹板成形后部分位置发生减薄,在冲头顶点位置减薄量最大为 8%,如图 4(c)中 1、3、5 位置,与冲头不接触位置有小量的减薄,约为 2%,如图 4(c)中 2、4 位置。

2.2 等效刚度特性计算

2.2.1 等效拉伸刚度和等效弯曲刚度

普通板经过加工后可形成波纹板,由于塑性变形,局部会产生加工硬化,但不影响材料的弹性常数。等效刚度指板材抵抗弹性变形的能力,在变形过程中不考虑材料的塑性段,因此在等效刚度计算中只需输入铝的弹性模量和泊松比。

在 2.1 节中得到的单胞结构的形貌,对其分别施加表 1 所示的 6 种应变载荷的周期性边界条件,根据计算结果文件得到等效内力并计算波纹板的等效拉伸和弯曲刚度特性。单胞结构在 6 种边界条件下的应力分布如图 5 所示。

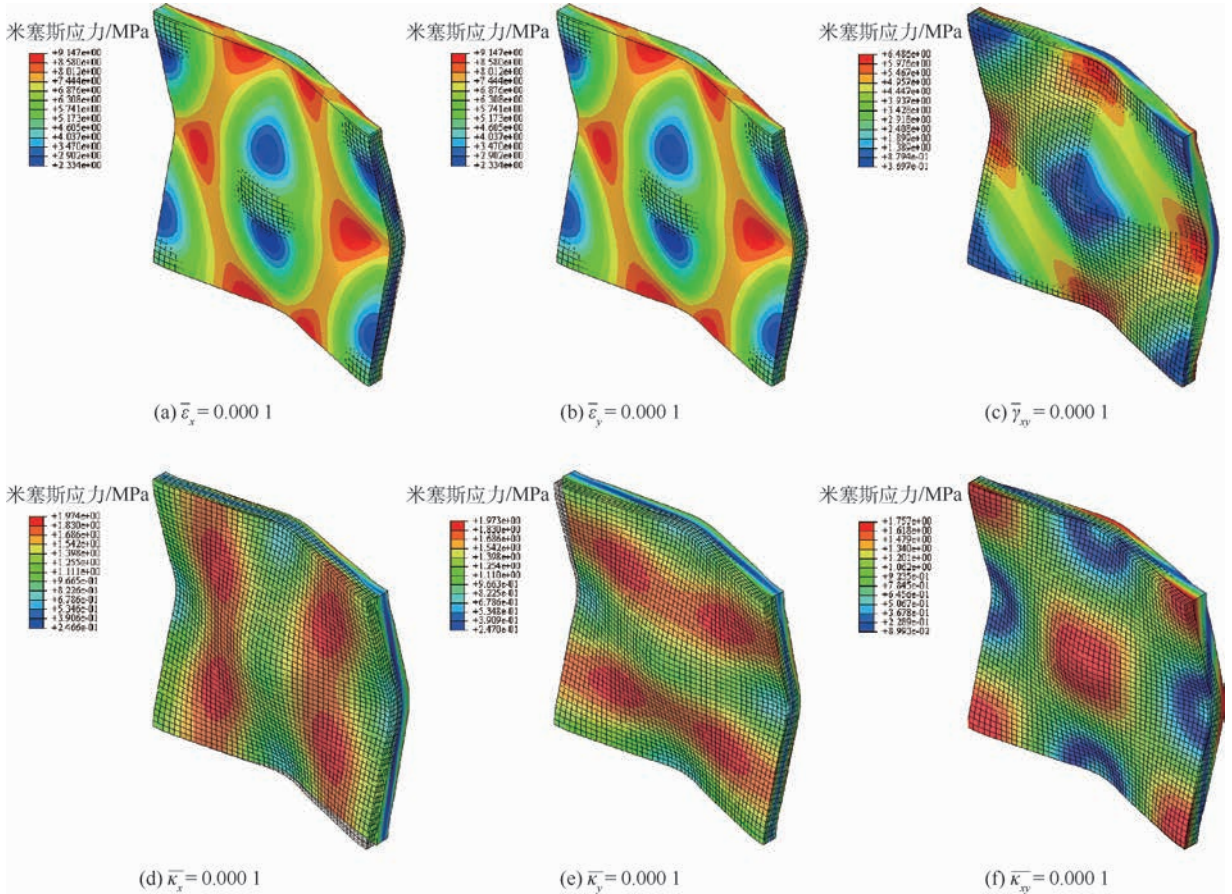


图5 单胞结构在6种变形情况的应力云图

Fig.5 Stress contours of unit cell in six deformation cases

根据经典薄板理论,厚度为 t 的基础薄板的刚度特性可由式(7)和式(8)计算:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Et}{1-\nu^2} & \frac{Etv}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{Etv}{1-\nu^2} & \frac{Et}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Et}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} & \frac{Etv^3}{12(1-\nu^2)} & 0 \\ \frac{Etv^3}{12(1-\nu^2)} & \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Et^3}{24(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

分析表2可知,与基础薄板相比,波纹板的拉伸刚度普遍降低,并且出现负泊松比的现象,而弯曲刚度则有不同程度的提升。图6所示为波纹板与基础薄板单胞结构在相同拉伸应变时的应力分布情况。可以看出,拉伸过程中波纹板的应力分布并不均匀;在板材凸凹的部位其应力较小,并未完全承担到拉伸载荷,而拉伸载荷则主要由波纹板应力较大区域负担,因此,波纹板的拉伸刚度

表2 波纹板与基础薄板的刚度特性

Table 2 Stiffness properties of dimpled sheet and base flat sheet

刚度	波纹板	基础薄板	波纹板与基础薄板刚度比值
$A_{11}/(N \cdot mm^{-1})$	24069	38716	0.622
$A_{12}/(N \cdot mm^{-1})$	-162	12776	-0.013
$A_{22}/(N \cdot mm^{-1})$	24069	38716	0.622
$A_{66}/(N \cdot mm^{-1})$	6558	12970	0.506
$D_{11}/(N \cdot mm)$	1015	806	1.26
$D_{12}/(N \cdot mm)$	517	266	1.944
$D_{22}/(N \cdot mm)$	1015	806	1.26
$D_{66}/(N \cdot mm)$	1165	270	4.315

比基础板材产生了降低。而对于波纹板弯曲刚度的提升,则是由于加工后波纹板的厚度达到了基础板材的3.4倍,材料截面形貌变得复杂,使得波纹板的等效弯曲刚度提升,厚度的增加使得波纹板相对密度降低,实现了结构轻量化。

2.2.2 等效剪切刚度

$L = 80 \text{ mm}$, $P_0 = 1 \times 10^{-3} \text{ MPa}$ 时,由式(6)计算得到等效剪切刚度,梁结构自由端挠度值 $w(L)_0$ 可由有限元仿真结果得到,根据已经计算得到的 D_{11} 可以计算得到等效剪切刚度 $A_{44} = A_{55} = 88 \text{ N/mm}$ 。

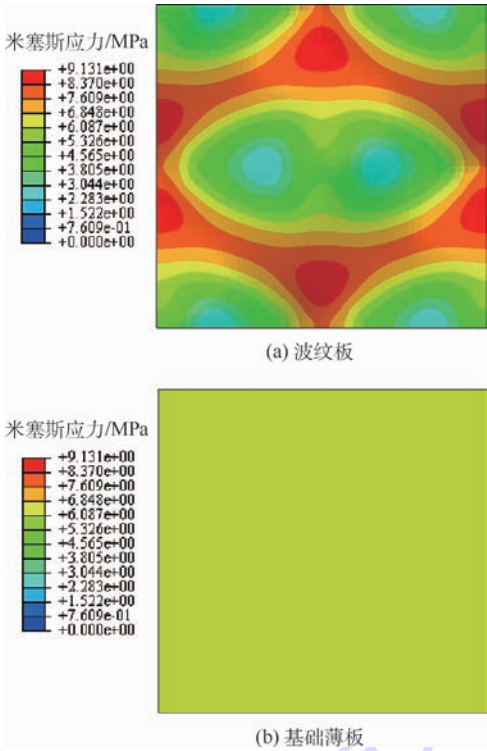


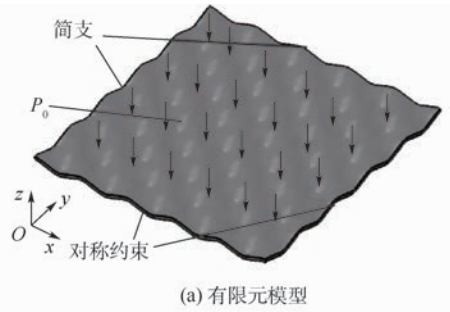
图 6 单胞在单向拉伸时的应力分布

Fig. 6 Stress distribution of unit cell under uniaxial tension

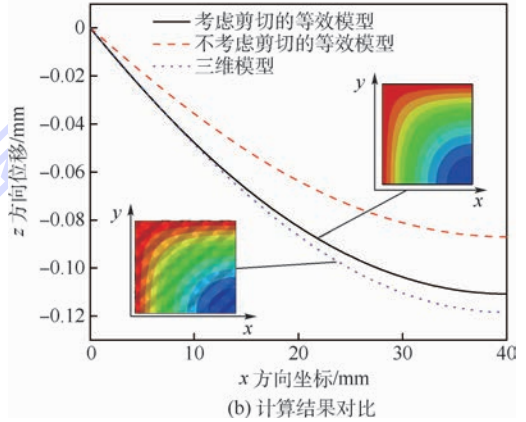
2.3 波纹板刚度特性验证

为验证单胞模型计算结果的正确性,分别建立实体三维模型和以单胞模型等效刚度计算结果为基础的等效壳单元模型进行数值模拟,其中实体模型采用将单胞结构分别在 x 方向和 y 方向进行 10 次复制的方式建立。在两模型中将板的边界进行简支,承受 $P_0 = 0.001$ MPa 的压强载荷,在该种载荷情况下波纹板中的各刚度分量都会对最终位移响应产生影响,适合于等效模型的验证。由于对称性建立 1/4 模型,边界条件及载荷情况如图 7(a) 所示,以 x 方向坐标为横坐标, z 方向位移为纵坐标,对比 2 种情况下的位移响应,如图 7(b) 所示。

由图 7(b) 可知,不考虑剪切刚度的模型与三维实体模型误差较大;考虑剪切的等效模型与三维实体模型在 z 方向具有相近的位移响应,最大误差在 6%。在上述模型中,实体三维模型需建立 37.5 万个 C3D20R 单元,计算时间为 6 000 s,等效模型仅需要 6 400 个 S4R 单元,计算时间仅为 1 s,计算效率大大提升,适用于任意形貌的波纹板的不同载荷情况下的位移响应计算。因此运用单胞有限元方法对波纹板等效刚度特性的分析是有效的,得到的等效刚度特性可计算波纹板在不同载荷情况下的位移响应,极大地提高了计算效率,从而可以实现以波纹板为基础材料的复杂



(a) 有限元模型



(b) 计算结果对比

图 7 等效模型的验证

Fig. 7 Verification of equivalent model

构件位移响应的计算。

3 结构参数对等效刚度特性的影响

讨论过程中首先对波纹板的结构参数及其等效刚度特性进行无量纲化。因变量为对应等效刚度特性与基础薄板的刚度特性的比值,自变量以基础薄板厚度 t 为基准,讨论 p/t 和 h/t 对波纹板等效刚度特性的影响规律,其中 h/t 可视为波纹板的相对厚度, p/t 可视为波纹相对周期间距。

3.1 不同结构参数对波纹板形貌的影响

在 2.1 节中已给出了波纹板形貌的提取方法,通过成形过程的数值模拟可得到不同结构参数波纹板单胞结构的形貌,如图 8 所示。分析表明,结构参数的变化使得波纹板最终的形貌特征不同, h/t 的增加使得波纹板最大减薄率由 6% 增大到 10%,而 p/t 的变化只对波纹周期长度产生影响,对最大减薄量基本没有影响。

3.2 相对厚度对刚度特性的影响

图 9 为 $p/t = 16, h/t = 2.4 \sim 4.0$ 时波纹板等效刚度特性的变化规律。可以看出,当 h/t 由小变大时,即波纹板的相对厚度增大时,其拉伸刚度和剪切刚度持续降低,弯曲刚度不断提升。如图 9(a) 所示,当 A_{12} 为负值时波纹板出现负泊松比,与 Javid 等^[24] 的发现相似。

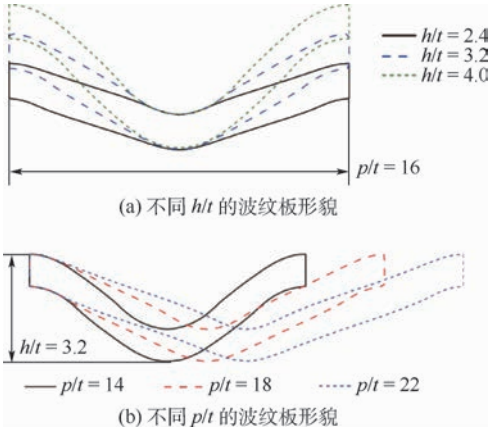


图8 不同结构参数波纹板单胞结构的形貌
Fig.8 Morphology of unit cell of dimpled sheet with different structural parameters

3.3 相对周期间距对刚度特性的影响

图10为 $h/t = 3.2, p/t = 14 \sim 24$ 时波纹板的等效刚度特性变化规律。可以看出,当 p/t 由小变大时,即波纹板的波纹周期变长时,其拉伸刚度和剪切刚度逐渐提升,弯曲刚度逐渐降低。分析形成这一规律的原因如图8(b)所示,当 h/t 固定时,随着 p/t 的增大使得单胞结构的形貌更趋近于基础薄板,其性能也逐渐趋向于基础薄板,从而使拉伸刚度和剪切刚度提升,弯曲刚度降低。

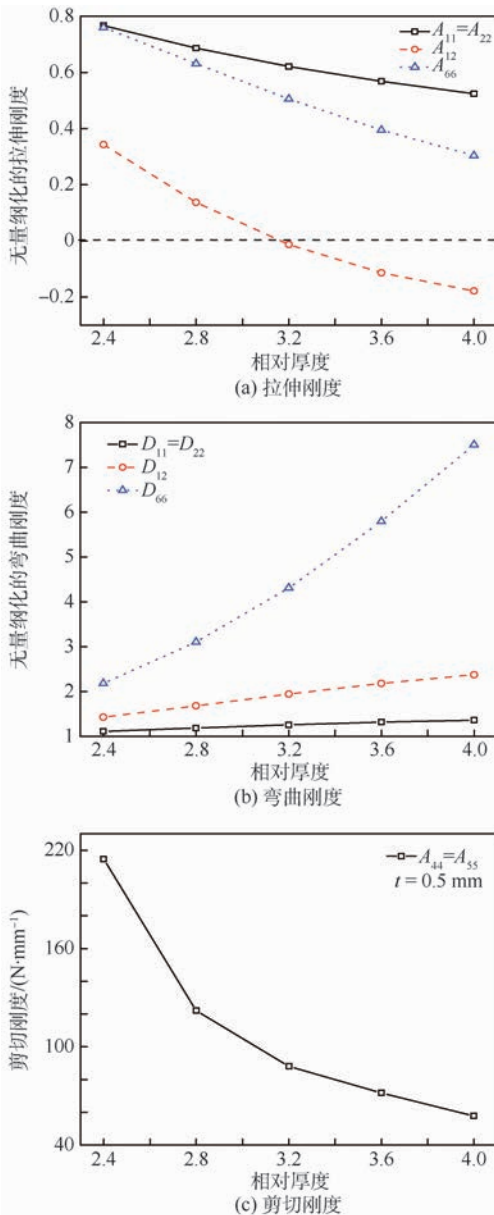


图9 相对厚度对等效刚度特性的影响
Fig.9 Effect of h/t on equivalent stiffness property

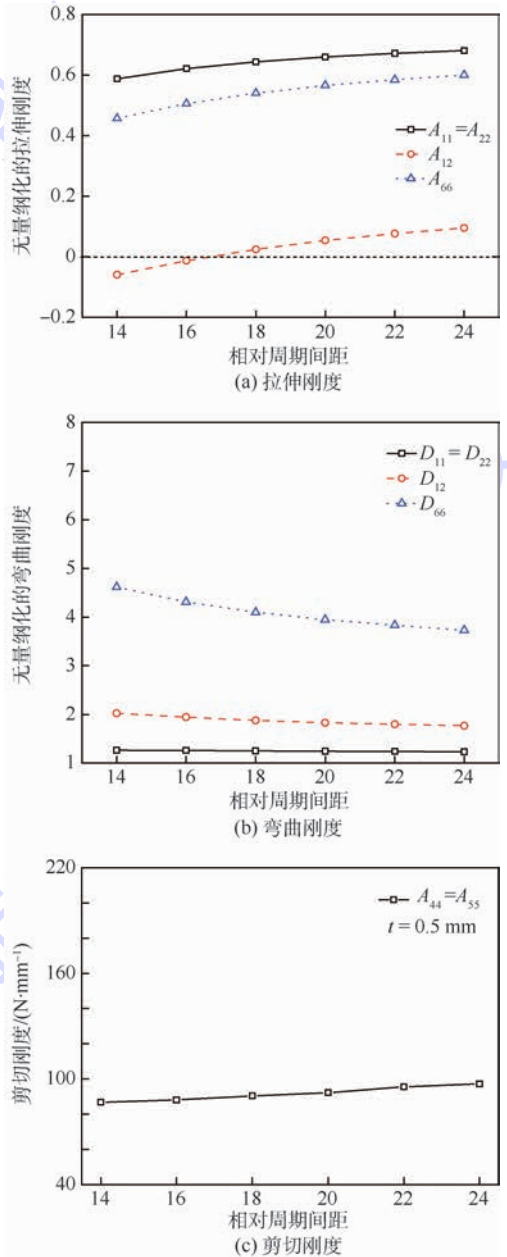


图10 相对厚度对刚度特性的影响
Fig.10 Effect of p/t on equivalent stiffness property

4 结论

1) 通过建立波纹板单胞结构周期性边界条件及应变载荷的计算方法,得到了波纹板的等效

刚度特性。该方法计算效率高、数值准确,可以实现以波纹板为基础材料的复杂构件位移响应的计算。

2) 对典型形貌的波纹板等效刚度特性的分析表明,普通薄板经过滚压加工后截面形貌趋于复杂,波纹板相对厚度增加导致其弯曲刚度提升,而在受拉伸载荷时的应力分布不均导致其拉伸刚度降低。

3) 波纹板的相对厚度和波纹相对周期间距都会影响其等效刚度特性。相对厚度的增加会降低拉伸刚度和剪切刚度,提升波纹板的弯曲刚度;波纹相对周期间距的增加会提升拉伸刚度和剪切刚度,降低波纹板的弯曲刚度。

本文分析了波纹板结构参数对其刚度特性的影响规律,未来结合其结构的隔热、隔声和成形性等性能,可对波纹板的实际应用提供理论依据,使得波纹板在航空航天、船舶重工等领域具有更广泛的应用。

参考文献 (References)

- [1] NGUYEN V B, WANG C J, MYNORS D, et al. Mechanical properties and structural behaviour of cold-roll formed dimpled steel [J]. *Steel Research International*, 2011 (Special): 1072-1077.
- [2] NGUYEN V B, WANG C J, MYNORS D J, et al. Finite element simulation on mechanical and structural properties of cold-formed dimpled steel [J]. *Thin-Walled Structures*, 2013, 64: 13-22.
- [3] NGUYEN V B, WANG C J, MYNORS D J, et al. Dimpling process in cold roll metal forming by finite element modeling and experimental validation [J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2014, 16(3): 363-372.
- [4] OH S H, AHN D C, KIM Y S. A study on the mechanical properties and springback of 3D aluminum sheets [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2016, 17(5): 671-677.
- [5] KIM Y S, OH S H, DO V C, et al. Evaluation of the plastic yield locus for embossed sheet using biaxial tensile tests [J]. *Metals and Materials International*, 2016, 22(6): 974-981.
- [6] NGUYEN V B, WANG C J, MYNORS D J, et al. Compression tests of cold-formed plain and dimpled steel columns [J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2012, 69(1): 20-29.
- [7] NGUYEN V B, MYNORS D J, WANG C J, et al. Analysis and design of cold-formed dimpled steel columns using finite element techniques [J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2016, 108(C): 22-31.
- [8] LIANG C, WANG C J, NGUYEN V B, et al. Experimental and numerical study on crashworthiness of cold-formed dimpled steel columns [J]. *Thin-Walled Structures*, 2017, 112: 83-91.
- [9] LABERGÈRE C, BADREDDINE H, MSOLLI S, et al. Modeling and numerical simulation of AA1050-O embossed sheet metal stamping [J]. *Procedia Engineering*, 2017, 207: 72-77.
- [10] SUQUET P. Elements of homogenization theory for inelastic solid mechanics [C] // *Homogenization Techniques for Composite Media*. Berlin: Springer, 1987: 193-278.
- [11] SMIT R J M, BREKELMANS W A M, MEIJER H E H. Prediction of the mechanical behavior of nonlinear heterogeneous systems by multi-level finite element modeling [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 1998, 155(1-2): 181-192.
- [12] WHITCOMB J D, CHAPMAN C D, TANG X. Derivation of boundary conditions for micromechanics analyses of plain and satin weave composites [J]. *Journal of Composite Materials*, 2000, 34(9): 724-747.
- [13] XIA Z, ZHANG Y, ELLYIN F. A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications [J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2003, 40(8): 1907-1921.
- [14] LI S. Boundary conditions for unit cells from periodic microstructures and their implications [J]. *Composites Science & Technology*, 2008, 68(9): 1962-1974.
- [15] 张超, 许希武, 严雪. 纺织复合材料细观力学分析的一般性周期性边界条件及其有限元实现 [J]. *航空学报*, 2013, 34(7): 1636-1645.
- ZHANG C, XU X W, YAN X. General periodic boundary conditions and their application to micromechanical finite element analysis of textile composites [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(7): 1636-1645 (in Chinese).
- [16] SANKAR B V, MARREY R V. A unit-cell model of textile composite beams for predicting stiffness properties [J]. *Composites Science & Technology*, 1993, 49(1): 61-69.
- [17] RAVISHANKAR B, SANKAR B V, HAFTKA R T. Homogenization of integrated thermal protection system with rigid insulation bars [C] // *Proceeding of the 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structure, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Reston: AIAA, 2010: 2687.
- [18] MARTINEZ O M. Micromechanical analysis and design of an integrated thermal protection system for future space vehicles [D]. Gainesville: University of Florida, 2007: 33-55.
- [19] SHARMA A, SANKAR B V, HAFTKA R T. Homogenization of plates with microstructure and application to corrugated core sandwich panels [C] // *Proceeding of the 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structure, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Reston: AIAA, 2010: 2706.
- [20] 沈观林, 胡更开. *复合材料力学* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013: 80-111.
- SHEN G L, HU G K. *Mechanics of composite materials* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 80-111 (in Chinese).
- [21] WHITNEY J M. Structural analysis of laminated anisotropic plates [M]. Lancaster: Technomic, 1987: 263-312.
- [22] HARTLEY P, PILLINGER I. Developments in computational modelling techniques for industrial metal forming processes [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B Journal of Engineering Manufacture*, 2001, 215(7): 903-914.
- [23] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. *金属材料拉*

伸实验. 第一部分: 室温试验方法: GB/T 228. 1—2010[S]. 北京: 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局, 2010. Standardization Administration of the People's Republic of China. Metallic materials-tensile testing. Part 1: Method of test at room temperatures: GB/T 228. 1—2010[S]. Beijing: Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine, 2010 (in Chinese).

- [24] JAVID F, SMITHROBERGE E, INNES M C, et al. Dimpled elastic sheets: A new class of non-porous negative Poisson's ratio materials[J]. Scientific Reports, 2015, 5: 18373.

作者简介:

王远 男, 博士研究生。主要研究方向: 复杂结构等效力学行为、新型塑性成形方法。

臧勇 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 机械装备行为分析及控制、塑性加工工艺与设备。

管奔 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 机械力学行为数值模拟与测试、现代成形工艺与设备研究。

Equivalent stiffness property of dimpled sheet based on unit cell finite element

WANG Yuan, ZANG Yong, GUAN Ben*, QIN Qin

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: To obtain the macroscopic stiffness property of the dimpled sheet and its relationship with surface morphology structure parameters, the unit cell finite element method finite element method was used to analyze the equivalent stiffness property of the dimpled sheet. Firstly, based on the periodic boundary conditions of unit cell finite element method, the equivalent stiffness of the dimpled sheet with periodic check board pattern was calculated. And then the equivalent stiffness of a specific dimpled sheet was analyzed and verified with the unit cell finite element method. Finally, the effects of structural parameters on the equivalent stiffness of the dimpled sheet were discussed. The analysis results show that with the unit cell finite element method the equivalent stiffness of dimpled sheet can be obtained. The dimpled sheet has higher bending stiffness but lower tension and shear stiffness compared with the base flat sheet. When base sheet's thickness is fixed, the bending stiffness increases as the thickness of dimpled sheet increases, while the tension stiffness and the shear stiffness decrease. As the periodic distance of dimpled sheet increases, the tension stiffness and the shear stiffness increase, while the bending stiffness decreases.

Keywords: dimpled sheet; unit cell structure; finite element; periodic boundary condition; equivalent stiffness property

Received: 2017-11-13; **Accepted:** 2017-12-29; **Published online:** 2018-02-10 14:02

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180210.1308.001.html

Foundation items: the Fundamental Research Funds for the Central Universities (FRF-TP-16-010A3); Intelligent Manufacturing Comprehensive Standardized and New Model Program of Ministry of Industry and Information 2016

* **Corresponding author.** E-mail: guanben@ustb.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0417

GNSS 多径信号模型及测高方法



李惟, 朱云龙*, 王峰, 杨东凯

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 提出利用全球导航卫星系统反射信号的干涉方法(GNSS-IR)进行测高。深入分析全球导航卫星系统反射信号的多径信号模型(GNSS-MR),在此基础上提出单天线测高模型,旨在获取多径信号信噪比(SNR)频率信息,从而反演出高度信息。Lomb-Scargle(LS)谱分析方法是单天线测高模型中常用的频率提取方法;提出了基于解析模型拟合的方法对多径信号信噪比数据提取频率,同样可以准确获取频率信息,从而反演出天线到地面的高度。在此基础上,讨论了单天线测高的最大测量高度和接收机需要满足的最小输出率。由实验数据分析得出:传统LS谱分析方法和拟合法在反演效果最优时,即LS谱分析方法在高度角上限为 17° 时,均方根误差为 0.02875 m ;拟合法在高度角上限为 21° 时,均方根误差为 0.02485 m 。通过比较不同高度角上限的均方根误差,可以获得最优化的高度反演条件,同时也表明了拟合法的可行性。

关键词: 测高; 全球导航卫星系统反射信号的干涉方法(GNSS-IR); 全球导航卫星系统反射信号的多径信号模型(GNSS-MR); Lomb-Scargle(LS)谱; 拟合

中图分类号: P237

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1239-07

随着人类对气候和环境变化重要性的认知,全球性气候的监测受到了越来越广泛的关注。探测手段表现出了多样化、多功能化、便捷化、非接触等发展趋势。全球导航卫星系统反射方法(GNSS-R)是一种新型的被动非合作式遥感手段,通过协同接收、处理导航卫星直射和经地表反射信号进行地表物理参数的反演,具有低成本、低功耗、低质量等特点,已成为国内外学者的研究热点之一。近年来,通过大量试验验证,该技术可用于海面有效波高^[1]、海面高度^[2]、土壤湿度^[3]、雪深^[4]等参数的探测。GNSS-R分为双天线和单天线2种探测模式。双天线模式采用直反异置的天线进行直射和反射信号的接收,需要开发和研制新型的接收设备进行信号接收和处理。相比于双天线模式,单天线模式利用GNSS定位接收机输

出的信噪比(SNR)进行地球物理参数的反演,无需开发新的接收设备,可利用现有的连续运行参考站(CORS)数据,因此具有部署简单、分布广泛等特点。研究表明,该技术可用于海面测高、雪深探测以及土壤湿度反演等领域。全球导航卫星系统反射信号的干涉方法(GNSS-IR)利用干涉法(Interference Pattern Technique, IPT)对GNSS反射信号和直射信号进行分析。该方法最先由Larson等^[5]于2008年提出并用于土壤湿度的反演,并在此基础上提出了GNSS-IR的模型。随后该模型被广泛运用在土壤湿度的测量上^[6-8]。下一年,Larson等^[9]又将该模型应用到高度的测量中,自此该方法被广泛推广到雪深^[10]、海高^[11]等各种高度测量中。

本文对多径信号模型和单天线测高模型进行

收稿日期: 2017-06-20; 录用日期: 2017-07-21; 网络出版时间: 2017-09-14 17:04

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170914.1704.004.html

基金项目: 北航北斗技术成果转化及产业化资金资助项目(BARI1706, BARI1709)

*通信作者. E-mail: zhuyunlong@buaa.edu.cn

引用格式: 李惟, 朱云龙, 王峰, 等. GNSS 多径信号模型及测高方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1239-1245.

LI W, ZHU Y L, WANG F, et al. GNSS multipath signal model and altimetry method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1239-1245 (in Chinese).

了详细的理论分析,并在此基础上得出解析模型。详细讨论了已有的谱分析方法以及本文提出的基于解析模型拟合的方法,通过仿真平台,估算2种方法的误差。以此为基础,分别用实测数据对2种方法的反演结果进行验证,比较反演精度;并设置不同的高度角上限,观察高度角上限对其的影响,获得最优高度角上限反演条件。

1 多径信号模型

Nievinski 和 Larson^[12]提出了一种近地面反射的多径信号模型:

$$P_c = P_d + P_r + 2\sqrt{P_d P_r} \cos \phi_i \quad (1)$$

式中: P_d 和 P_r 分别为直射信号功率和反射信号功率; P_c 为混合信号功率; ϕ_i 为干涉相位,定义为反射信号超出直射信号的相位:

$$\phi_i = \phi_r - \phi_d \quad (2)$$

其中: ϕ_r 为反射信号相位; ϕ_d 为直射信号相位。

由式(1)可以推导出信噪比 SNR 的表达式:

$$\text{SNR} = (P_d + P_r) P_n^{-1} + 2P_n^{-1} \sqrt{P_d P_r} \cos \phi_i \quad (3)$$

式中: P_n 为噪声功率。在式(3)中,等号右边第1项为直射和多径信号非相干项,称为 DP;第2项为直射和多径信号干涉引起的信噪比振荡项,称为 IP。

由于反射信号在传播路径中受到各种方式的削弱,包括反射介质、极化方式等,所以反射信号功率很小,可以忽略,式(3)可进一步化简为

$$\text{SNR} \approx (P_d) P_n^{-1} + 2P_n^{-1} \sqrt{P_d P_r} \cos \phi_i \quad (4)$$

Nievinski 和 Larson^[13]以此模型构建了多径信号信噪比的仿真平台。利用该仿真平台,分别模拟只接收直射信号和考虑多径信号时的信噪比随高度角变化的趋势,如图1所示。实线为仅接收直射信号时信噪比的变化趋势,随着高度角的增大,信噪比单调递增;虚线为考虑了多径信号的信噪比变化趋势。从图1中可以看出,相比于仅接收直射信号的情况,多径信号的接收对直

射信号形成了干扰,产生了振荡。此外,高度角越低,多径信号与直射信号的相干成分越多,干扰效应越明显。高度测量主要利用相位信息,从式(4)可知,相位信息包含在振荡项 IP 中,因此,有必要去除多径信号信噪比中的非相干项 DP。本文利用二阶多项式拟合非相干项 DP。

$$\text{DP} = a_0 + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^2 \quad (5)$$

式中: ε 为高度角; a_0 、 a_1 、 a_2 为拟合参数。

因此,信噪比减去拟合后的结果便是多径信号形成的振荡部分 IP,如下:

$$\text{IP} = \text{SNR} - (a_0 + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^2) \quad (6)$$

自此,就提取出了多径信号对信噪比的影响,高度信息便包含其中,仿真结果如图2中实线所示。

由图2实线可见,随着高度角的变化,振荡呈衰减趋势,且低高度角处振荡呈单一频率,用式(7)拟合:

$$\text{IP} = \text{SNR} - \text{DP} = A e^{-B\varepsilon} \cos(2\pi f\varepsilon + \varphi_0) \quad (7)$$

式中: A 、 B 、 f 和 φ_0 为拟合参数。本文采用非线性最小二乘法。

图2中点号为对 IP 进行拟合的曲线,由此可见,该模型可以对信噪比拟合。

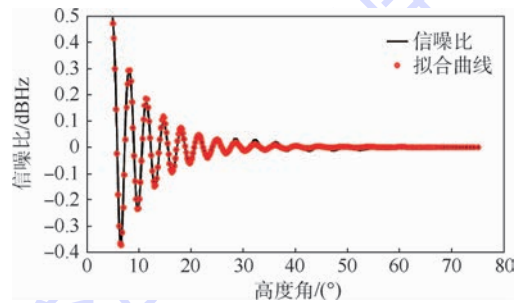


图2 信噪比仿真波形及拟合结果

Fig. 2 Simulation waveform of SNR and fitting results

2 单天线测高模型

从式(4)可知,信噪比振荡是由多径信号相对于直射信号的相位差随时间变化引起的。假设接收天线高度为 h ,则相位差 ϕ_i 可表示为^[5]

$$\phi_i = \frac{4\pi h \sin \varepsilon}{\lambda} \quad (8)$$

式中: λ 为信号波长。

由于卫星高度角随时间变化,根据频率的定义,可得信噪比振荡频率为

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi_i}{dt} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi_i}{d\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = 2 \frac{h}{\lambda} \cos \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (9)$$

从式(9)可知,信噪比的振荡频率取决于天线和反射面的垂直距离 h 、GPS 卫星高度角 ε 和

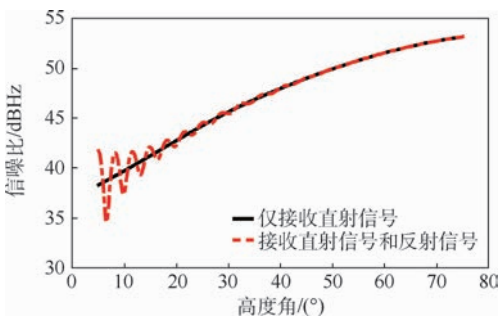


图1 输出信噪比仿真

Fig. 1 Simulation of output SNR

时间变化率 $d\varepsilon/dt$ 。实际上,由于高度角是随时间变化的函数,即存在:

$$\frac{d \sin \varepsilon}{dt} = \cos \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9),则可以用 $\sin \varepsilon$ 替代变量 t ,简化式(9),可得

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi_i}{d \sin \varepsilon} = 2 \frac{h}{\lambda} \quad (11)$$

定义 $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi_i}{d \sin \varepsilon}$ 为 f_x ,即信噪比对高度角正弦值的导数。从式(11)可知, f_x 与 h 有正比关系。图3为天线高度为2 m和4 m时,所接收信号信噪比随高度角变化的仿真波形。可以看出,4 m较2 m接收高度的信噪比具有更高的振荡频率。

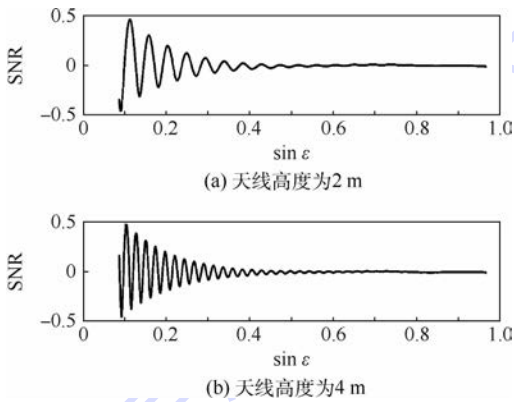


图3 不同天线高度时的信噪比仿真波形
Fig.3 Simulation waveforms of SNR at different antenna heights

2.1 Lomb-Scargle 谱分析方法

通过谱分析的方法可以从图2所示的信噪比振荡中估计频率 f_x ,但是由于时域采样间隔是非均匀的,基于傅里叶变换的谱分析方法均难以解决非均匀采样的谱分析问题^[14]。Lomb-Scargle (LS)谱分析方法除了可有效获得弱周期信号的谱估计,解决非均匀采样信号的谱估计问题外,还可以克服数据缺失、序列长度不足等困难^[15]。因此,本文采用LS谱分析方法估计 f_x 。

$$P_{LS}(w) = \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \frac{\left[\sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x}) \cos(w(t_k - \tau)) \right]^2}{\sum_{k=1}^N \cos^2(w(t_k - \tau))} + \frac{\left[\sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x}) \sin(w(t_k - \tau)) \right]^2}{\sum_{k=1}^N \sin^2(w(t_k - \tau))} \right\} \quad (12)$$

式中: x_k 和 t_k 分别为第 k 个采样样本值和采样点时刻; \bar{x} 和 σ^2 分别为样本均值和方差; τ 为时间平移不变量,其保证了所估计的功率谱为均匀采样谱。

2.2 拟合法

本文采用非线性最小二乘法得到拟合参数。非线性最小二乘法是用 m 个观察点来拟合有 n 个参数的非线性模型, $m > n$ 。考虑一组 m 个数据点的数, $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 以及被拟合的函数 $y = f(x, \beta)$, 此函数还依赖于 n 个参数 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, $m > n$ 。找到一组参数 β 使得拟合后的曲线与原数据的最小平方和最小,即有

$$S = \sum_{i=1}^m r_i^2 \quad (13)$$

式中: r_i 为原始数据与拟合后曲线值之差。对 S 求解最小值,此时得到的 β 值即为所求。

由图2可得,利用式(7)的解析函数可拟合信噪比振荡,因此,通过拟合法所得参数 f 即为振荡频率 f_x 。

利用仿真数据,对LS谱分析方法和拟合法2种方法性能进行对比分析。本文讨论了信噪比振荡频率从10 Hz到50 Hz变化,利用2种方法反演并比较两者频率的均方根误差。

仿真平台未对信噪比添加噪声,所以计算所得的误差为理论误差。LS谱分析方法的均方根误差为0.0218 Hz,略低于拟合法的0.0495 Hz。拟合法需要预先设置参数,而仿真时频率动态范围略大,造成拟合时的不准确,这是造成拟合法的均方根误差大于LS谱分析方法的原因之一。

3 最大测量高度

在第2节的讨论中,仅考虑了载波的相干性,但在导航信号中,还存在码的相干性。当反射信号相对于直射信号延时超过一个码片时,直射信号和反射信号相干性减弱,即存在如下关系:

$$2h \sin \varepsilon \leq c\tau_c \quad (14)$$

式中: τ_c 为码片长度; c 为光速。

根据式(14),可得天线架设高度需满足:

$$h \leq \min \left(\frac{c\tau_c}{2 \sin \varepsilon} \right) = \frac{c\tau_c}{2 \sin \varepsilon_m} \quad (15)$$

式中: ε_m 为高度角上限。

图4为天线架设最大值与高度角上限之间的关系。可以看出,最大测量高度随着高度角上限的增大而减小,即天线架设高度越高,可用于测高的信噪比对应的高度角范围越小。此外,随着天线架设高度的增加,反射面粗糙度对反射信号的影响增大,反射路径延长,反射信号的功率大幅衰减,导致最终的反演结果性能下降。因此,利用干涉法进行高度测量时,天线架设高度不宜过高。

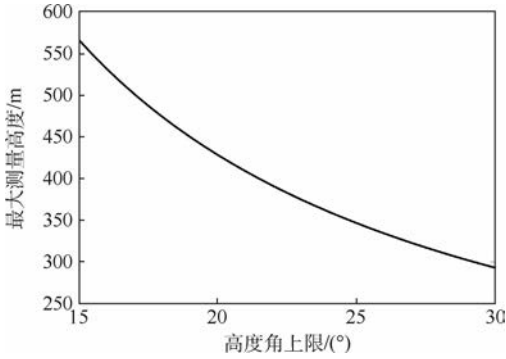


图4 最大测量高度与高度角上限关系

Fig. 4 Relationship between maximum measured height and upper limit of elevation angle

所以,天线的实际架设高度小于理论计算值。

4 最小接收机输出率

根据奈奎斯特采样定理,接收机输出率应满足:

$$f_s \geq 2f_h = 4 \frac{h}{\lambda} \max\left(\cos \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt}\right) \approx 4 \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (16)$$

式中: f_h 为式(9)中的最高频率。

利用仿真平台的 GPS L1 C/A 码信号,根据式(16),得到最小接收机输出率与测量高度的关系,如图5所示。最小接收机输出率与测量高度呈正比关系。可见,接收机输出率越大,对应的可测高度范围越大。利用单天线模型测高时常用的天线架设高度不超过50m,所以如图5所示1Hz的接收机输出率足以满足实际测量需要。

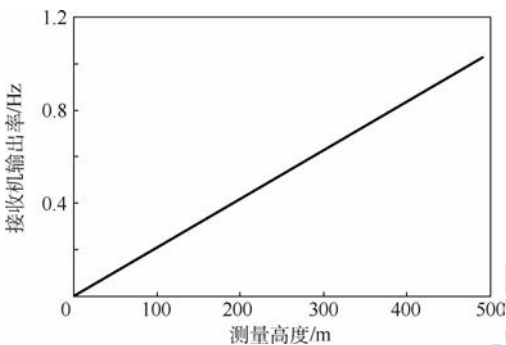


图5 最小接收机输出率与测量高度关系

Fig. 5 Relationship between minimum output rate of receiver and measured height

5 实验验证

5.1 实验场景

为了验证 GNSS-IR 测高方法的正确性,本文利用法国图卢兹大学 CESBIO 实验室在如图6所示的法国西南部 Lamasquère (43°29′14.45″N;



(a) 接收机



(b) 实验环境



(c) 地理位置

图6 接收设备及实验地点

Fig. 6 Receiving equipment and experimental site

1°13′44.11″E)地区采集的实测数据对接收机天线高度进行反演^[16-17]。实验从2014年2月4日持续到2014年3月31日,共56天。采用 Leica GR25 服务器型参考站接收机,具有稳定性好、测量精度高等特点。采用 Leica AR10 测绘型天线,具有良好的多径抑制性能,可满足式(4)中反射功率很小的假设条件。通过测量,天线相位中心距离地面为1.7m(本文以该值作为真实高度)。从图6(a)可以看出,实验场地周围无明显遮挡物,一方面保证了多径信号仅来自陆地;另一方面允许接收高度角较低信号。在实验中,卫星高度角为2°~89°的 GPS L1 C/A 信号被接收并处理得到输出率为1Hz的信噪比序列。

5.2 实验结果

5.2.1 Lomb-Scargle 谱分析方法

图7为2014年2月12日实测的 PRN2 卫星信号的信噪比随高度角正弦值的变化趋势。与模型仿真相同,一方面,随着高度角增大,自由空间传播损耗的减小导致了信噪比总体上趋于变大;另一方面,多径信号的干涉效应使得信噪比出现明显振荡。首先,利用式(6)对上述信噪比进行直射信号信噪比剔除,截取信噪比,保留干涉强的低高度角部分;然后,利用 LS 谱分析方法对干涉部分的信噪比进行谱估计,并估计其峰值对应的高度。图7给出了所估计信噪比的 LS 谱,其中,利用 $h = f_s \lambda / 2$ 将横轴频率转换为高度。峰值对应的高度为1.672m,与实际高度的误差为0.028m。

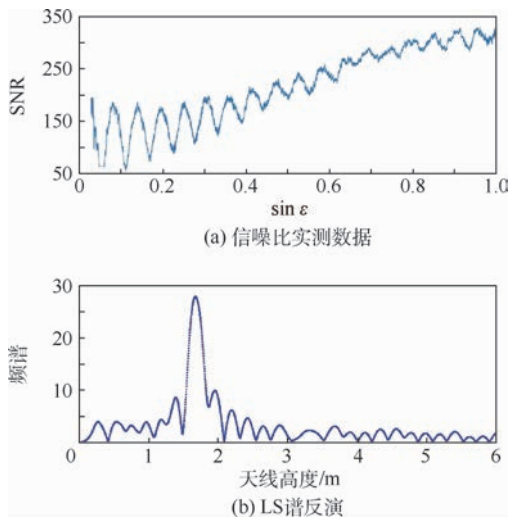


图7 信噪比实测数据和LS谱反演结果

Fig.7 Measured SNR data and LS periodogram inversion results

5.2.2 拟合法

图8给出了利用式(7)的解析模型拟合2014年2月12日实测的PRN2卫星信号的干涉部分信噪比的结果。可知,该解析模型可以很好地拟合实测数据,且对低高度角的数据具有更好的拟合结果。对所有实测数据进行拟合得到振荡频率估计值,并利用 $h = f\lambda/2$ 得到反演高度。对应的高度为1.689 m,与实际高度的误差为0.011 m。

利用同一组数据对单天线模型的2种测高方法进行了算法操作演示,5.2.3节的实验结果是综合56天接收到的所有GPS L1 C/A信号得到的统计结果。

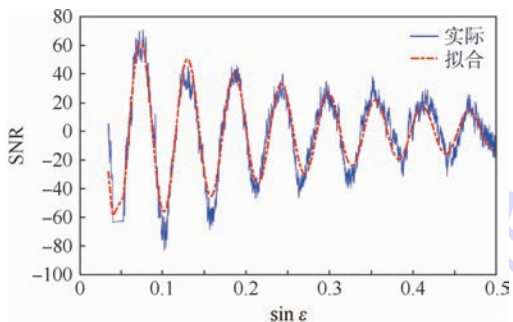


图8 信噪比实测数据及拟合结果

Fig.8 Measured SNR data and fitting results

5.2.3 高度角上限的影响

在5.2.1节和5.2.2节的处理过程中可以看到,为了达到一定的相干性,获得更好的处理结果,需要对信噪比数据进行截取。为了获得最好反演高度结果的高度角上限,将对高度角上限为 $10^\circ \sim 50^\circ$,步长为 1° 的情况分别进行反演,比较其

均方根误差(RMSE)的大小。综合56天的数据可以得到高度角上限和均方根误差之间的关系,如图9所示。

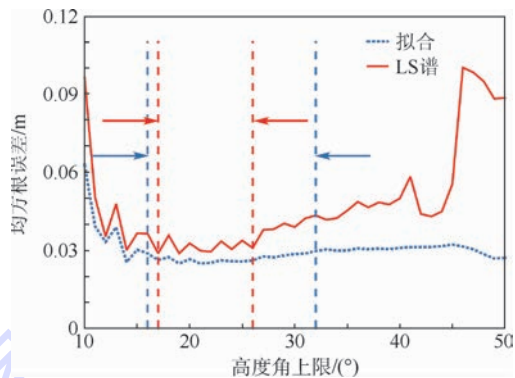


图9 均方根误差随高度角上限变化趋势

Fig.9 Trend of RMSE variation with upper limit of elevation angle

图9中,实线为LS谱分析方法获得的均方根误差,高度角上限为 $17^\circ \sim 26^\circ$ 时,均方根误差相对较小,在0.03 m上下波动,波动也较为平缓。所以,可以说高度角上限在 $17^\circ \sim 26^\circ$ 时获得的高度估计误差最小。其中,上限在 17° 时,反演高度与真值的均方根误差最小。

拟合法所获得的均方根误差随高度角上限的关系如图9中虚线所示。高度角上限为 $16^\circ \sim 32^\circ$ 时,均方根误差相对较小,都在0.03 m以下,波动幅度很小。所以,高度角上限为 $16^\circ \sim 32^\circ$ 时获得的高度估计误差最小。其中,上限为 21° 时,反演高度与真值的均方根误差最小。

由图9可以看出,拟合法反演高度的均方根误差都要小于LS谱分析方法,而且这种方法不会随着高度角上限的变化而对高度反演结果产生很大的影响。拟合开始于低高度角,低高度角处的频率决定拟合频率。同时,最优区间的估计可以在得到优化结果的同时,选择尽可能小的高度角上界,压缩数据量,获得更快的处理时间。

本次实验所用数据为法国图卢兹大学CES-BIO实验室在法国南部所架设的天线相位中心距地面高度为1.7 m的数据,所以实验所反演高度的真值一直是1.7 m。该实验数据代表了土壤这类地表特征的效果,具有普适性。并且本次实验所用方法与单天线测雪深、测海面平均高度方法一致。对比3种方法均方根误差最小时的均值和误差,LS谱分析方法反演所得高度的平均误差为0.011 m,均方根误差为0.028 75 m;拟合法平均误差为0.008 m,均方根误差为0.024 85 m。可见,针对上述评价标准,拟合法的反演效果更好。综

上,拟合法反演高度在一定程度上效果要优于 LS 谱分析方法,是一种可行的高度反演方法。

6 结 论

本文对 GNSS 信噪比多径模型和单天线测高模型进行了理论研究,论述了 GNSS 信噪比多径模型并建立相应的解析模型。介绍了单天线测高模型和高度反演方法,在已有的基于 LS 谱估计方法的基础上,提出了基于解析模型拟合实测信噪比波形的高度反演方法。分析了 GNSS-IR 测高方法固有的测量限制并仿真了最大测量高度和最小接收机输出率与测量高度的关系;利用实测数据验证了 2 种反演方法的正确性并对比分析了二者的精度,结果表明:

1) 在高度角上限达到 15° 及以上时,拟合法反演精度受高度角上限影响变小,均方根误差均在 0.03 m 以下。

2) 无论高度角上限如何变化,拟合法得到结果的均方根误差皆小于 LS 谱分析方法获得的均方根误差。其中,LS 谱在 17° 时,反演效果最好,误差均值为 0.011 m ,均方根误差为 0.02875 m ;拟合法在 21° 时,其反演效果最好,误差均值为 0.0080 m ,均方根误差为 0.02485 m 。

3) 由于码相干中码片宽度和接收机固有输出率的影响,可测高度均会受限。这一部分将在以后的工作中进行试验验证;并且在今后的研究中还将探究反射介质以及粗糙度等因素对高度反演的影响。

致谢 感谢法国图卢兹大学 CESBIO 实验室和山东农业大学杨磊的数据支持。

参考文献 (References)

- [1] CARRENOLUENGO H, CAMPS A. Empirical results of a surface-level GNSS-R experiment in a wave channel [J]. *Remote Sensing*, 2015, 7(6) : 7471-7493.
- [2] D' ADDIO S, MARTIN-NEIRA M, BISCEGLIE M D, et al. GNSS-R altimeter based on Doppler multi-looking [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing*, 2014, 7(5) : 1452-1460.
- [3] ZAVOROTNY V U, LARSON K M, BRAUN J J, et al. A physical model for GPS multipath caused by land reflections: Toward bare soil moisture retrievals [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing*, 2010, 3(1) : 100-110.
- [4] VEY S, GÜNTNER A, WICKERT J, et al. Monitoring snow depth by GNSS reflectometry in built-up areas: A case study for Wettzell, Germany [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing*, 2016, 9(10) : 4809-4816.
- [5] LARSON K M, SMALL E E, GUTMANN E, et al. Using GPS multipath to measure soil moisture fluctuations: Initial results [J]. *GPS Solutions*, 2008, 12(3) : 173-177.
- [6] CHEW C C, SMALL E E, LARSON K M, et al. Effects of near-surface soil moisture on GPS SNR data: Development of a retrieval algorithm for soil moisture [J]. *IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing*, 2013, 52(1) : 537-543.
- [7] VEY S, GÜNTNER A, WICKERT J, et al. Long-term soil moisture dynamics derived from GNSS interferometric reflectometry: A case study for Sutherland, South Africa [J]. *GPS Solutions*, 2016, 20(4) : 641-654.
- [8] 敖敏思, 胡友健, 刘亚东, 等. GPS 信噪比观测值的土壤湿度变化趋势反演 [J]. *测绘科学技术学报*, 2012, 29(2) : 140-143.
- [9] AO M S, HU Y J, LIU Y D, et al. Inversion of soil moisture fluctuation based on signal-to-noise ratio of global positioning system [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2012, 29(2) : 140-143 (in Chinese).
- [10] LARSON K M, SMALL E E. Estimation of snow depth using L1 GPS signal-to-noise ratio data [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing*, 2016, 9(10) : 4802-4808.
- [11] ROUSSEL N, RAMILLIEN G, FRAPPART F, et al. Sea level monitoring and sea state estimate using a single geodetic receiver [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2015, 171 : 261-277.
- [12] NIEVINSKI F G, LARSON K M. Forward modeling of GPS multipath for near-surface reflectometry and positioning applications [J]. *GPS Solutions*, 2014, 18(2) : 309-322.
- [13] NIEVINSKI F G, LARSON K M. An open source GPS multipath simulator in MATLAB/octave [J]. *GPS Solutions*, 2014, 18(3) : 1-9.
- [14] LOMB N R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data [J]. *Astrophysics and Space Science*, 1976, 39(2) : 447-462.
- [15] 徐斌, 杨涛, 谭保华, 等. 基于 Lomb-Scargle 算法的周期信号探测的模拟研究 [J]. *核电子学与探测技术*, 2011, 31(6) : 702-705.
- [16] XU B, YANG T, TAN B H, et al. The simulate study of signal detection based on Lomb-Scargle algorithm [J]. *Nuclear Electronics & Detection Technology*, 2011, 31(6) : 702-705 (in Chinese).
- [17] ROUSSEL N, FRAPPART F, RAMILLIEN G, et al. Detection of soil moisture content changes by using a single geodetic antenna: The case of an agricultural plot [C] // *Geoscience and Remote Sensing Symposium*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015 : 2008-2011.
- [18] ROUSSEL N, FRAPPART F, RAMILLIEN G, et al. Detection of soil moisture variations using GPS and GLONASS SNR data for elevation angles ranging from 2° to 70° [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing*

ing,2016,9(10):1-14.

航、被动遥感、室内定位、信号处理等。

作者简介:

李惟 女,硕士研究生。主要研究方向:卫星导航。

朱云龙 男,博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:卫星导

王峰 男,博士研究生。主要研究方向:卫星导航。

杨东凯 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:卫星导航信号处理及应用技术、无线数据传输等。

GNSS multipath signal model and altimetry method

LI Wei, ZHU Yunlong*, WANG Feng, YANG Dongkai

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The method of global navigation satellite system-interferometric reflection (GNSS-IR) was developed to realize the altimetry. The model of global navigation satellite system-multipath reflection (GNSS-MR) was analyzed in depth. A single antenna height measurement model was proposed to obtain the signal-to-noise ratio (SNR) and frequency information of multipath signals, so as to reverse the height information. The Lomb-Scargle (LS) periodogram is a commonly used extraction method of the height measurement model of single antenna. In this paper, a new method based on analytic model fitting method was proposed and the frequency information can be acquired accurately for the SNR of the multipath signals. Thus the height of antenna to ground was reversed. On this basis, the maximum measurement height and the minimum output rate required by the receiver were discussed. From the analysis of experimental data, it can be concluded that when the best results of inversion are obtained, that is, as for LS periodogram, when the upper limit of elevation angle reaches to 17° , the RMSE is 0.028 75 m; as for the fitting method, when the upper limit reaches to 21° , the RMSE is 0.024 85 m. By comparing the RMSE of different upper limit of elevation angle, the best condition of height inversion can be retrieved. And it can also prove the practicability of the fitting method.

Keywords: altimetry; global navigation satellite system-interferometric reflection (GNSS-IR); global navigation satellite system-multipath reflection (GNSS-MR); Lomb-Scargle (LS) periodogram; fitting

Received: 2017-06-20; Accepted: 2017-07-21; Published online: 2017-09-14 17:04

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170914.1704.004.html

Foundation items: Grant of Beihang University Beidou Technology Transformation and Industrialization (BARI1706, BARI1709)

* Corresponding author. E-mail: zhuyunlong@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0427

有替换 I 型截尾试验无失效时设备可靠性分析

赵权¹, 葛红娟^{1,2,*}, 张璐¹, 陈舒文¹, 薛建良¹

(1. 南京航空航天大学 民航学院, 南京 211106; 2. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 211106)



摘 要: 针对航空电子设备有替换 I 型截尾试验无失效的情形, 提出了一种改进综合 E-Bayesian 方法用于可靠性参数的综合估计。该方法利用失效因子和自适应系数, 并结合可靠性参数先验值及其经典 E-Bayesian 评估结果, 引入失效数据, 同时使用相对概率法构造失效权重模型。以航空电子设备平均寿命为目标, 建立了平均寿命的改进综合 E-Bayesian 估计模型, 并以某型变压整流器 (TRU) 为对象进行应用研究和比较分析。结果表明, 提出的改进综合 E-Bayesian 方法具有更好的评估性能, 并能够改善可靠性评定中可能出现的“冒进”问题。

关键词: 航空电子设备; 可靠性; 综合 E-Bayesian 估计; 有替换 I 型截尾试验; 无失效数据

中图分类号: V240.2

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1246-07

可靠性是衡量航空电子设备性能的重要指标, 在工业领域, 通过权衡成本、时间因素, 工程人员常借助有替换 I 型截尾试验获取设备的失效数据, 然后进行可靠性参数的定量估计。但随着设备可靠性的提高, 在有限的试验中往往会出现无失效的情况。

目前, 较成熟的无失效数据经典统计学分析方法包括配分布曲线法^[1]、修正似然函数法^[2]、等效失效数法^[3]等。但这些方法只在样本数量较大时, 才能得到较好的估计。

Bayesian^[4-18] 分析方法是近年来无失效数据可靠性分析的主流方法, 其突出优点是在样本数量不大时能得到较好的估计^[4]。Bayesian 分析方法主要包括多层 Bayesian 方法^[6]、E-Bayesian 方法^[7-10] 和综合 E-Bayesian 方法^[11-16]。多层 Bayesian 方法往往意味着复杂的积分运算, 因而在实际

应用中具有局限性。E-Bayesian 方法是利用 Bayesian 估计在超参数空间内取数学期望, 从而降低了计算复杂程度, 并且当样本逐渐增大时, 与多层 Bayesian 方法渐进等价^[7]。多层 Bayesian 方法和 E-Bayesian 方法都是直接根据无失效数据对设备进行可靠性评定, 在实际应用中, 可能会产生“冒进”^[12-13, 15-16]。为应对这一问题, 综合 E-Bayesian 方法提出人为引入失效数据, 对 E-Bayesian 估计结果进行多重加权处理。目前, 对综合 E-Bayesian 方法的研究是针对无替换寿命试验出现无失效的情形, 且在引入失效数据后, 以经验选取递减失效权重函数^[12-15], 忽略了失效数据与设备性能相对量决定试验效应这一本质。

本文基于 Bayesian 思想和经典统计理论, 提出了一种改进综合 E-Bayesian 方法用于有替换 I 型截尾试验无失效情形下, 航空电子设备可靠性

收稿日期: 2017-06-26; 录用日期: 2017-08-01; 网络出版时间: 2017-10-19 11:12

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171019.1112.004.html

基金项目: 南京航空航天大学研究生创新基地(实验室)开放基金(kfj20160701)

*通信作者. E-mail: allenge@nuaa.edu.cn

引用格式: 赵权, 葛红娟, 张璐, 等. 有替换 I 型截尾试验无失效时设备可靠性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1246-1252. ZHAO Q, GE H J, ZHANG L, et al. Reliability analysis of equipment for zero-failure of type-I censoring test with replacement[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1246-1252 (in Chinese).

参数的研究。

1 单峰共轭先验和超先验

航空电子设备寿命通常服从指数分布^[8],其失效概率密度函数为

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) \quad (1)$$

式中: λ 为设备失效率; θ 为设备平均寿命。

若对该类设备进行有替换I型截尾试验,则样品失效数服从参数为 $nt\lambda$ 的Poisson分布(n 、 t 分别为试验样品数、截尾时间)^[17],此时,由文献[18]可知,失效率 λ 的共轭先验为伽马分布,则平均寿命 θ 的共轭先验为逆伽马分布,其密度函数为

$$\pi(\theta|a,b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \theta^{-(a+1)} \exp\left(-\frac{b}{\theta}\right) \quad (2)$$

式中: $\theta > 0$; a 和 b 为超参数,且 $a > 0$, $b > 0$,

$$\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} t^{a-1} e^{-t} dt.$$

在对无失效数据的研究中,一般构造Bayesian先验为一个单调函数^[8-16],但单调先验往往不符合设备实际情况。若多组试验均未发生失效,说明该型设备平均寿命相对较大,但仍是一个有限的量,因此,推断平均寿命 θ 的先验密度函数存在一个较大的极值点 σ ,当 $\theta < \sigma$ 时, θ 的先验密度函数为增函数,当 $\theta > \sigma$ 时, θ 的先验密度函数为减函数。对 $\pi(\theta|a,b)$ 进行一阶求导得

$$\frac{d\pi(\theta|a,b)}{d\theta} = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \theta^{-(a+1)} \exp\left(-\frac{b}{\theta}\right) \frac{b - \theta(a+1)}{\theta^2}$$

$$\text{令 } \frac{d\pi(\theta|a,b)}{d\theta} = 0, \text{ 求得极值点 } \sigma = \frac{b}{a+1}.$$

由式(2)计算平均寿命 θ 的数学期望 $E(\theta|a,b)$ 为

$$E(\theta|a,b) = \int_0^{+\infty} \theta \frac{b^a}{\Gamma(a)} \theta^{-(a+1)} e^{-b/\theta} d\theta = \frac{b}{a-1} \quad (3)$$

为取得较大的 σ , a 值应较小, b 值应较大。但 b 值过大,或 a 值过小会影响Bayesian估计的稳健性^[18]。参数 b 应大于 θ_0 , θ_0 为设备平均寿命的一个先验值^[19](由设备研制信息和经验下限寿命决定)。使 $E(\theta|a,b)$ 以 b 为上界,取 a 的超先验为区间 $[2,c]$ 上的均匀分布 $U(2,c)$ 。

2 平均寿命的经典E-Bayesian估计

若对设备进行 k 次有替换I型截尾试验,获得无失效数据 (n_i, t_i) , $i = 1, 2, \dots, k$,则 θ 的似然函数为

$$L(0|\theta) = \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^k n_i t_i}{\theta}\right) \quad (4)$$

式中: n_i 和 t_i 分别为第 i 次试验的样品数和截尾时间。

根据Bayesian理论,由式(2)和式(4)求得 θ 的后验分布为

$$h(\theta|0) = \frac{L(0|\theta)\pi(\theta|a,b)}{\int_0^{+\infty} L(0|\theta)\pi(\theta|a,b)d\theta} = \frac{\left(b + \sum_{i=1}^k n_i t_i\right)^a}{\Gamma(a)} \theta^{-(a+1)} \exp\left(-\frac{b + \sum_{i=1}^k n_i t_i}{\theta}\right) \quad (5)$$

在平方损失函数下, θ 的Bayesian估计为后验均值^[18]:

$$\hat{\theta}_B = \int_0^{+\infty} \theta h(\theta|0) d\theta = \frac{b + \sum_{i=1}^k n_i t_i}{a-1} \quad (6)$$

当 a 的先验分布为 $U(2,c)$ 时, θ 的经典E-Bayesian估计(未引入失效数据)为

$$\hat{\theta}_{EB} = \int_2^c \frac{1}{c-2} \cdot \frac{b + \sum_{i=1}^k n_i t_i}{a-1} da = \frac{b + \sum_{i=1}^k n_i t_i}{c-2} \ln(c-1) \quad (7)$$

3 改进综合E-Bayesian方法

3.1 引入失效数据后平均寿命的E-Bayesian估计模型

现假设进行第 $k+1$ 次有替换I型截尾试验,试验样品数和截尾时间分别为 n_{k+1} 和 t_{k+1} ,试验期间共出现了 r 次失效,则 r 服从参数为 $n_{k+1} \cdot t_{k+1}/\theta$ 的Poisson分布:

$$P(r|\theta) = \frac{\left(n_{k+1} t_{k+1}/\theta\right)^r}{r!} \exp\left(-\frac{n_{k+1} t_{k+1}}{\theta}\right) \quad (8)$$

式中: $r \in [0, +\infty)$,且 r 为整数。

考虑全部 $k+1$ 次试验,则 θ 的似然函数为

$$L(r|\theta) = \frac{\left(\frac{n_{k+1} t_{k+1}}{\theta}\right)^r}{r!} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{k+1} n_i t_i}{\theta}\right) \quad (9)$$

根据式(2)和式(9),可得引入失效信息后 θ 的后验分布为

$$h(\theta|r) = \frac{L(r|\theta)\pi(\theta|a,b)}{\int_0^{+\infty} L(r|\theta)\pi(\theta|a,b)d\theta} =$$

$$\frac{\left(b + \sum_{i=1}^{k+1} n_i t_i\right)^{a+r}}{\Gamma(a+r)} \theta^{-(a+r+1)} \exp\left(-\frac{b + \sum_{i=1}^{k+1} n_i t_i}{\theta}\right) \quad (10)$$

则在平方损失函数下, θ 的 Bayesian 估计为

$$\hat{\theta}_B(r|n_{k+1}, t_{k+1}) = \int_0^{+\infty} \theta h(\theta|r) d\theta = \frac{b + \sum_{i=1}^{k+1} n_i t_i}{a+r-1} \quad (11)$$

若 a 的先验分布为 $U(2, c)$, 则引入失效数据后, θ 的 E-Bayesian 估计为

$$\hat{\theta}_{EB}(r|n_{k+1}, t_{k+1}) = \int_2^c \frac{1}{c-2} \cdot \frac{b + \sum_{i=1}^{k+1} n_i t_i}{a+r-1} da = \frac{b + \sum_{i=1}^{k+1} n_i t_i}{c-2} \ln\left(\frac{c+r-1}{r+1}\right) \quad (12)$$

从式(9)和式(12)中可以看出,真正起作用的失效数据是样本容量 $n_{k+1}t_{k+1}$ 和失效数 r 。

3.2 失效数据引入方法和失效权重模型

在 Bayesian 理论中, θ 被视为一个服从某一分布的自由变量,通过风险最小原则进行决策获得点估计。当 θ 被看作一个自由变量时,对于给定样本 (n_{k+1}, t_{k+1}) ,将难以推断试验效能。本文利用经典统计思想,在确定失效数据时,将 θ 视作一个未知常数(从 Bayesian 理论上讲,就是一个待定决策),并定义 $g = n_{k+1}t_{k+1}/\theta$ 为失效因子,则 $n_{k+1}t_{k+1} = g\theta$, g 可以被视为样本容量 $n_{k+1}t_{k+1}$ 的一个量度。

由于 θ 实际上是一个待估量,使用加权模型替代 θ 计算 $n_{k+1}t_{k+1}$,这一过程相当于 Bayesian 估计的迭代过程。 $n_{k+1}t_{k+1}$ 的初始计算模型可以表示为

$$n_{k+1}t_{k+1} \approx g((1-\beta)\theta_0 + \beta\hat{\theta}_{EB}) \quad (13)$$

式中: β 为自适应系数。

在 β 的约束下,先验值和经典 E-Bayesian 评估结果组成的加权模型,将有助于改善对可靠性参数的评估性能。

此外,在 Bayesian 方法中,先验分布超参数对可靠性评定具有不可忽视的影响。根据本文第 1 节分析可知, b 值过大或 c 值过小会使 Bayesian 估计的稳健性变差,当仅利用无失效数据进行可靠性评定时,可能会造成“冒进”现象。因此,希望 β ($\hat{\theta}_{EB}$ 的权)为 b 的减函数、 c 的增函数。参数 b 的取值与 θ_0 相关,以 b/θ_0 对 b 值的大小进行衡量,

构造 β 与 $(1-\beta)$ 的关系为 $\frac{\beta}{1-\beta} = \frac{c/(b/\theta_0)}{(b/\theta_0)/c}$, 则

$$\beta = \frac{c^2}{(b/\theta_0)^2 + c^2} \quad (14)$$

由第 1 节分析可知, $b/\theta_0 > 1, c > 2$, 考虑到 Bayesian 估计的稳健性,有意限定 $1 < b/\theta_0 \leq 10$, 同时考虑到 $\hat{\theta}_{EB}$ 可能的“冒进”问题,倾向 $\beta \leq 1 - \beta$, 则 $c \leq b/\theta_0$, 可得 $2 < c \leq b/\theta_0 \leq 10$ 。 $n_{k+1}t_{k+1}$ 的最终计算模型为

$$\begin{cases} n_{k+1}t_{k+1} \approx g((1-\beta)\theta_0 + \beta\hat{\theta}_{EB}) \triangleq g\theta^* \\ \beta = \frac{c^2}{(b/\theta_0)^2 + c^2} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $2 < c \leq b/\theta_0 \leq 10$ 。

由式(12)和式(15)可得

$$\hat{\theta}_{EB}(r|g, \theta^*) = \frac{b + g\theta^* + \sum_{i=1}^k n_i t_i}{c-2} \ln\left(\frac{c+r-1}{r+1}\right) \quad (16)$$

根据式(8),失效数 r 的离散概率分布函数可以表示为

$$P(r) = \frac{g^r}{r!} \exp(-g) \quad (17)$$

由 Poisson 分布性质可知,失效数 r 的期望和方差为 $E(r) = D(r) = g$, 同时 $r = g^*$ (g^* 为不大于 g 的最大整数)是 $P(r)$ 的一个极大值点。由于 r 是区间 $[0, +\infty)$ 上的未知整数,本文在 g 值附近,考虑 r 的 $1-\alpha$ ($0 < \alpha \leq 0.1$) 置信水平的置信区间 $\Phi_{1-\alpha} = [r_L, r_U]$ 作为 r 的近似取值空间, $r_L < g < r_U$, r_L 和 r_U 皆为不小于 0 的整数:

1) 当 $g = g^*$ 且 $P(0 \leq r \leq 2g^*) \geq 1 - \alpha$ 时, $g^* = (r_L + r_U)/2$ 。

2) 当 $g \neq g^*$ 且 $P(0 \leq r \leq 2g^* + 1) \geq 1 - \alpha$ 时, $g^* = (r_L + r_U - 1)/2$ 。

3) 当 $g = g^*$ 且 $P(0 \leq r \leq 2g^*) < 1 - \alpha$, 或 $g \neq g^*$ 且 $P(0 \leq r \leq 2g^* + 1) < 1 - \alpha$ 时, $r_L = 0$ 。

由于失效数 r 的可能值具有非唯一性,在区间 $\Phi_{1-\alpha}$ 上,使用相对概率法构造失效权重 $\omega(r|g)$ 对式(16)进行加权。 $\omega(r|g)$ 数学模型表示为

$$\omega(r|g) = \frac{(g^r/r!) \exp(-g)}{\sum_{m=r_L}^{r_U} [(g^m/m!) \exp(-g)]} = \frac{g^r/r!}{\sum_{m=r_L}^{r_U} (g^m/m!)} \quad (18)$$

式中: $r \in \Phi_{1-\alpha}$, 且 r 为整数。

3.3 失效因子取值模型

由 3.2 节可知,失效因子 g 可以视作 $n_{k+1}t_{k+1}$ 的一个量度,相应地,区间 $\Phi_{1-\alpha}$ 和权重函数 $\omega(r|g)$ 可以看作是第 $k+1$ 试验 g 的模糊效应。由式(17)可知, $E(r) = D(r) = g$, 当给定置信水平 $1-\alpha$ ($0 < \alpha \leq 0.1$) 时,随着 g 的减小, r 的近似取值空间 $\Phi_{1-\alpha}$ 将收缩并最终收敛于 $r=0$, 这将使 g 失去作为失效数据源的意义。用 g_L 表示 g 的这一临界值(当 $g \leq g_L$ 时, g 失去其本质意义), 则 $P(r=0|g=g_L) = 1-\alpha$, 可得 $g_L = -\ln(1-\alpha)$ 。

g 的取值应考虑置信水平的主观选择, 另一方面又受 g_L 约束(应远大于 g_L , 但考虑无失效情形, 仍应保守取值), 又因为 g_L 由置信水平 $1-\alpha$ 决定, 因此以 g_L 为中间量, 确定 g 的取值模型。本文采用引入常系数的方法, 令

$$g = 10g_L = -10\ln(1-\alpha) \quad (19)$$

式中: $0 < \alpha \leq 0.1$ 。可以看出, g 的取值模型是置信水平 $1-\alpha$ 的减函数, 这意味着当选取了较高的置信水平时, g 值会较小, 并试图压缩 r 的取值空间, 从而有利于工程应用。

3.4 平均寿命的改进综合 E-Bayesian 估计模型

根据第 2 节及 3.1 节~3.3 节的分析, 建立有替换 I 型截尾试验无失效情形下, 航空电子设备平均寿命的改进综合 E-Bayesian 估计模型为

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\theta}_{SEB} &= \frac{1}{g\theta^* + \sum_{i=1}^k n_i t_i} \left[\left(\sum_{i=1}^k n_i t_i \right) \hat{\theta}_{EB} + \right. \\ &\quad \left. g\theta^* \sum_{r=r_L}^{r_U} (\omega(r|g) \hat{\theta}_{EB}(r|g, \theta^*)) \right] \quad (20) \\ g &= -10\ln(1-\alpha) \\ \theta^* &= (1-\beta)\theta_0 + \beta \hat{\theta}_{EB} \\ \beta &= \frac{c^2}{(b/\theta_0)^2 + c^2} \end{aligned} \right.$$

式中: $2 < c \leq b/\theta_0 \leq 10$, $1-\alpha$ 为区间 $\Phi_{1-\alpha}$ 的置信水平, $0 < \alpha \leq 0.1$ 。

4 应用与比较

4.1 方法应用

以 C919 飞机 102 架机试飞测试设备供电系统中的变压整流器 (TRU) 为对象, 进行本文方法的应用研究。该型变压整流器样机和原理图分别如图 1 和图 2 所示。

该型变压整流器的多组有替换 I 型截尾试验数据见表 1, 试验中无故障发生。

在置信水平 $1-\alpha=0.9$ 的条件下, 求得 $g = -10\ln 0.9$, $\Phi_{0.9} = [0, 3]$ 。

变压整流器研制保证等级为 C 级, 失效率数量级为 10^{-5} , 取 $\theta_0 = 10^5$ h, 由于 $2 < c \leq b/\theta_0 \leq 10$, 在不同的 b, c 取值条件下, 由式(20)计算变压整流器平均寿命估计值 $\hat{\theta}_{SEB}$, 计算结果见表 2。

根据 GJB/Z 299C—2006^[20], 该型变压整流器工作在最大限制温度 (70°C) 条件时, 最大临界应力和额定应力下的平均寿命预计分别为 1.0352×10^5 h 和 4.6511×10^5 h, 可以认为表 2 中的估计结果是可接受的。此外, 观察表 2 可以发现, 极差与 b, c 的取值有关 (b 值的大小以 b/θ_0 。

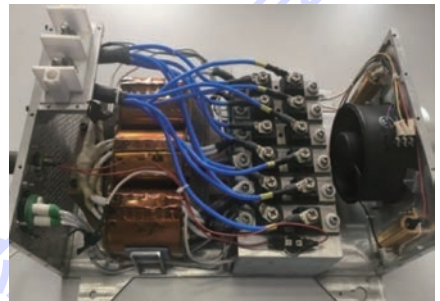


图 1 变压整流器样机
Fig.1 Prototype of TRU

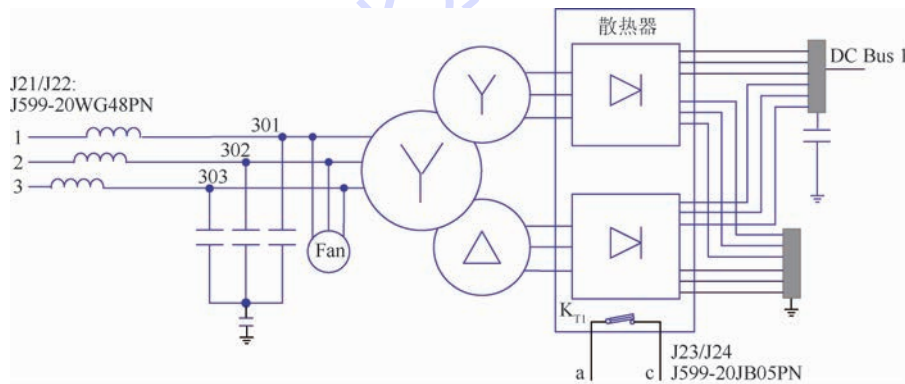


图 2 变压整流器原理图
Fig.2 Schematic diagram of TRU

表1 变压整流器无失效试验数据

Table 1 Zero-failure test data of TRU

i	t_i/h	n_i
1	58	1
2	134	1
3	204	2
4	262	1
5	324	2
6	368	2

表2 变压整流器平均寿命的改进综合 E-Bayesian 估计 $\hat{\theta}_{SEB}$ 值

Table 2 Improved synthetic E-Bayesian estimation $\hat{\theta}_{SEB}$ for mean life of TRU

b/θ_0	$c=3$	$c=3.5$	$c=4$	$c=4.5$	$c=5$	$\hat{\theta}_{SEB}$ $10^5 h$
6.0	3.6629	3.3270	3.0611	2.8419	2.6560	1.0069
6.5	3.8924	3.5372	3.2572	3.0270	2.8322	1.0602
7.0	4.1210	3.7459	3.4512	3.2095	3.0056	1.1154
7.5	4.3494	3.9537	3.6436	3.3901	3.1766	1.1728
8.0	4.5777	4.1609	3.8351	3.5694	3.3460	1.2317
$\Delta \hat{\theta}_{SEB}$	0.9148	0.8339	0.7740	0.7275	0.6900	

进行衡量), b 值越大, 极差越大, 而 c 值越大时, 极差越小, 这与本文第 1 节中对超参数的分析一致。

4.2 与经典 E-Bayesian 估计的比较

由于传统综合 E-Bayesian 方法不适用有替换寿命试验出现无失效的情形, 故将经典 E-Bayesian 方法与本文提出的改进综合 E-Bayesian 方法进行应用比较。在相同的参数取值条件下, 由式(7)可算得变压整流器平均寿命的 E-Bayesian 估计值 $\hat{\theta}_{EB}$, 计算结果见表 3。同时, 为了更直观地比较 2 种方法的实际应用效果, 绘制了如图 3 所示的变压整流器平均寿命估计值三维图。

从图 3 中可以看出, 在参数取值范围内, 当 b 值(以 b/θ_0 进行衡量)较小、 c 值较大时, 2 种估计结果比较接近, 都在接受的范围内。但经典 E-Bayesian 方法对 b 值和 c 值的变化更加敏感, 当 b 值较大、 c 值较小时, $\hat{\theta}_{EB}$ 将明显大于 $\hat{\theta}_{SEB}$, 并且传

表3 变压整流器平均寿命的 E-Bayesian 估计 $\hat{\theta}_{EB}$ 值

Table 3 E-Bayesian estimation $\hat{\theta}_{EB}$ for mean life of TRU

b/θ_0	$c=3$	$c=3.5$	$c=4$	$c=4.5$	$c=5$	$\hat{\theta}_{EB}$ $10^5 h$
6.0	4.1745	3.6789	3.3082	3.0179	2.7830	1.3915
6.5	4.5210	3.9843	3.5828	3.2684	3.0140	1.5070
7.0	4.8676	4.2897	3.8575	3.5190	3.2451	1.6225
7.5	5.2142	4.5952	4.1321	3.7695	3.4761	1.7381
8.0	5.5607	4.9006	4.4068	4.0201	3.7072	1.8535
$\Delta \hat{\theta}_{EB}$	1.3862	1.2217	1.0986	1.0022	0.9242	

递出一种较强的“冒进”信息, 说明改进综合 E-Bayesian 方法具有更稳定的评估性能, 也反映出经典 E-Bayesian 方法在稳健性上的不足。

为了更直观地比较 2 种估计方法的稳健性, 绘制了如图 4 所示的变压整流器平均寿命估计值极差曲线。图中: $\Delta \hat{\theta}_{SEB}$ 表示改进综合 E-Bayesian 估计值极差; $\Delta \hat{\theta}_{EB}$ 表示经典 E-Bayesian 估计值极

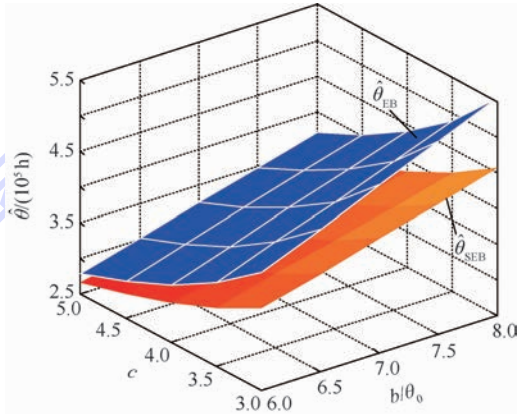
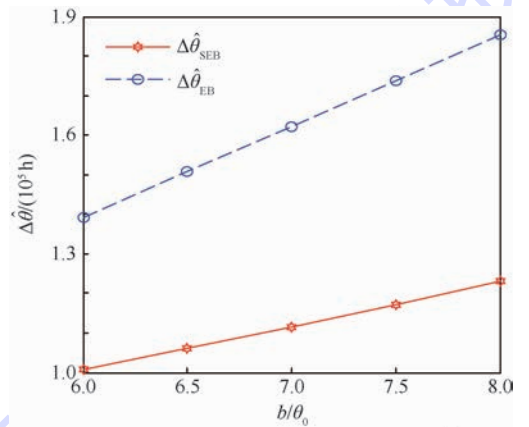
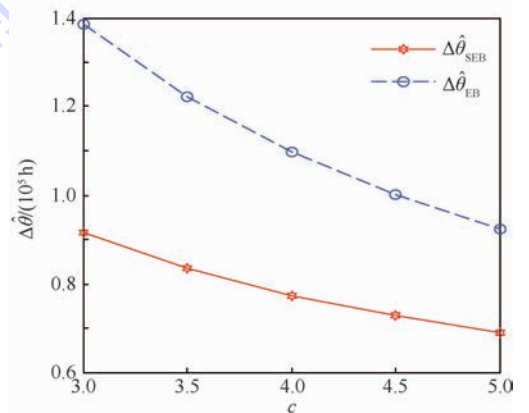


图3 变压整流器平均寿命估计

Fig. 3 Estimation for mean life of TRU



(a) b/θ_0 变化时平均寿命估计值极差 $\Delta \hat{\theta}$



(b) c 变化时平均寿命估计值极差 $\Delta \hat{\theta}$

图4 变压整流器平均寿命估计值极差曲线

Fig. 4 Range curves of estimation values for mean life of TRU

差。可以看出,当 b 、 c 取值变化时,利用改进综合E-Bayesian方法得到的变压整流器平均寿命估计值极差更小,极差曲线变化更加平缓,说明本文方法具有更好的超参数选择稳健性,能够一定程度上改善可靠性评定中可能出现的“冒进”问题。综合图3和图4,可以认为本文提出的改进综合E-Bayesian方法要优于经典E-Bayesian方法。

5 结 论

1) 本文针对有替换I型截尾试验,研究了一种改进综合E-Bayesian方法用于航空电子设备无失效数据下,可靠性参数的综合估计,通过实际应用和比较分析,表明了该方法是正确有效的。由于现有综合E-Bayesian方法仅适用于无替换寿命试验出现无失效的情形,本文方法可视作为对现有综合E-Bayesian方法的补充和改进。

2) 在引入失效数据时,以可靠性参数先验值和经典E-Bayesian估计作为输入,并利用自适应系数进行关系约束,提高了参数估计准确性。在自适应系数的约束下,可靠性参数先验值和经典E-Bayesian估计可以实现一定程度互补,以避免单个量的选择失误对估计结果造成较大影响。改进综合E-Bayesian方法估计的准确性主要受上述2个量以及先验分布超参数的影响,但由于可靠性参数先验值往往更可控,因此必须重视对产品研制信息和经验数据的获取和分析,这些信息和数据也有助于对超参数取值的合理性进行判断。

3) 改进综合E-Bayesian方法表现出较强的超参数选择稳健性,其中一部分得益于自适应系数的随动调节作用,这意味着在超参数的选择上,可以一定程度地包容人为主观失误,因而有助于改善可靠性评定中可能出现的“冒进”问题。

4) 在有替换试验的情况下,为获得可用的失效数取值空间,本文方法根据分布数字特征,采用置信区间近似,牺牲了小部分准确性,但由于上述其他因素的作用,使得最终结果仍是可接受的;此外,本文使用相对概率法构造失效权重模型,这与大样本条件下对试验效应的期望一致。

5) 本文提出的改进综合E-Bayesian方法是Bayesian方法与经典统计理论的结合,不仅可以用于航空电子设备,也可用于其他寿命服从指数分布的设备在有替换I型截尾试验无失效情形下的可靠性分析和研究工作。

参考文献 (References)

- [1] WANG X, SHEN J. Reliability estimate of ships life based on zero-failure data [C] // 5th International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2012: 280-282.
- [2] ZHONG J M, ZHENG H Y. The reliability estimation of double-parameter exponential distribution on zero-failure data [J]. Advanced Materials Research, 2013, 605-607: 769-774.
- [3] YIN Y C, LIU J F, WU X H, et al. An E-Bayesian estimation for reliability assessment of a success-failure type device [C] // International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 316-319.
- [4] 赵宇, 杨军, 马小兵. 可靠性数据分析教程 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009: 205-218.
ZHAO Y, YANG J, MA X B. Tutorial of reliability data analysis [M]. Beijing: Beihang University Press, 2009: 205-218 (in Chinese).
- [5] HAN L, JIANG P, YU Y, et al. Bayesian reliability evaluation for customized products with zero-failure data under small sample size [C] // International Conference on Reliability, Maintainability and Safety. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 904-907.
- [6] ZHU T, YAN Z, PENG X. A Weibull failure model to the study of the hierarchical Bayesian reliability [J]. Eksploatacja i Niezawodnosc-Maintenance and Reliability, 2016, 18(4): 501-506.
- [7] HAN M. Estimation of reliability derived from binomial distribution in zero-failure data [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University (Science), 2015, 20(4): 454-457.
- [8] YIN Y C, HUANG H Z, PENG W, et al. An E-Bayesian method for reliability analysis of exponentially distributed products with zero-failure data [J]. Eksploatacja i Niezawodnosc-Maintenance and Reliability, 2016, 18(3): 445-449.
- [9] CAI Z Y, CHEN Y X, XIANG H C, et al. Method for evaluation of weight expected-Bayesian reliability based on zero-failure data [J]. Systems Engineering & Electronics, 2015, 37(1): 219-223.
- [10] LI J, GUO W, ZHANG L, et al. Reliability analysis of an electric control system based on type I censored test zero-failure data using Bayesian methods [C] // International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 1160-1163.
- [11] 韩明. 液压泵的可靠性分析 [J]. 机械工程学报, 2002, 38(1): 101-104.
HAN M. Reliability analysis of a hydraulic pump [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(1): 101-104 (in Chinese).
- [12] 韩明. 产品无失效数据的综合处理 [J]. 机械工程学报, 2003, 39(2): 129-132.
HAN M. Synthesized process for zero-failure data of the products [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(2): 129-132 (in Chinese).
- [13] 韩明, 丁元耀. 失效率的综合E-Bayes估计 [J]. 数学物理学报, 2005, 25A(5): 678-684.
HAN M, DING Y Y. Synthetic expected Bayesian estimation of the failure rate [J]. Acta Mathematica Scientia, 2005, 25A(5): 678-684 (in Chinese).

- [14] 郭金龙. 基于无失效数据船体可靠性的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009.
GUO J L. Researches on reliability of hull life based on zero-failure data[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009 (in Chinese).
- [15] 刘永峰. Bayes 方法在无失效数据可靠性中的若干应用[D]. 温州: 温州大学, 2011.
LIU Y F. Some applications of Bayes method in the study for the reliability of zero-failure data[D]. Wenzhou: Wenzhou University, 2011 (in Chinese).
- [16] 徐天群, 刘焕彬, 陈跃鹏. 无失效数据情形失效率的综合 E-Bayes 估计[J]. 数理统计与管理, 2011, 30(4): 644-654.
XU T Q, LIU H B, CHEN Y P. Synthetic expected Bayesian estimation of failure rate in the case of zero failure data[J]. Application of Statistics and Management, 2011, 30(4): 644-654 (in Chinese).
- [17] 宋保维. 系统可靠性设计和分析[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.
SONG B W. System reliability design and analysis[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnic University Press, 2008 (in Chinese).
- [18] 韦来生, 张伟平. 贝叶斯分析[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2013.
WEI L S, ZHANG W P. Bayesian analysis[M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2013 (in Chinese).
- [19] Al-HEMYARI Z A, Al-DOLAMI J A. Two modified estimators of reliability function with exponential failure model based on prior information and time-censored data[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part O: Journal of Risk & Reliability, 2014, 228(6): 578-589.
- [20] 中国人民解放军总装备部. 电子设备可靠性预计手册: GJB/Z 299C—2006[S]. 北京: 中国人民解放军总装备部, 2006.
General Armament Department of PLA. Reliability prediction handbook for electronic equipment: GJB/Z 299C—2006[S]. Beijing: General Armament Department of PLA, 2006 (in Chinese).

作者简介:

赵权 男, 硕士研究生。主要研究方向: 航空器适航技术。

葛红娟 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 电力电子技术、机载设备安全性与适航性。

Reliability analysis of equipment for zero-failure of type-I censoring test with replacement

ZHAO Quan¹, GE Hongjuan^{1,2,*}, ZHANG Lu¹, CHEN Shuwen¹, XUE Jianliang¹

(1. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: In this paper, an improved synthetic E-Bayesian method is proposed to estimate the reliability parameters of aviation electronic equipment for the zero-failure situation of type-I censoring test with replacement. This method employs the failure factor and self-adaptive coefficient, which are combined with the priori value and classical E-Bayesian estimation result of the reliability parameters, to import the failure data, and then structures the corresponding failure weight model with the method of relative probability. Aimed at the mean life of the aviation electronic equipment, this paper builds the improved synthetic E-Bayesian estimation model and employs a certain type of transformer rectifier unit (TRU) as the object to make application research and method comparison analysis. The results show that the improved synthetic E-Bayesian method has better estimation performance and can ameliorate the “rash” problem that may emerge in reliability assessment.

Keywords: aviation electronic equipment; reliability; synthetic E-Bayesian estimation; type-I censoring test with replacement; zero-failure data

Received: 2017-06-26; Accepted: 2017-08-01; Published online: 2017-10-19 11:12

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171019.1112.004.html

Foundation item: Graduate Student Innovation Base (Laboratory) Open Foundation of NUAA (kfj20160701)

* Corresponding author. E-mail: allenge@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0448

一种疲劳损伤参数确定新方法



刘潇潇, 王依兵, 张铮*

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 金属材料的疲劳断裂是工程结构中常见的失效模式。损伤力学将裂纹萌生视为渐进损伤过程,通过损伤演化方程描述并进行寿命预估。但损伤演化方程中的参数需要根据标准实验数据拟合得到,此过程通常需要多参数联合拟合,运算复杂,计算量大,物理意义不明确。为了避免上述问题,基于损伤力学的理论基础,提出了一种新的损伤演化方程参数确定方法,即根据损伤演化方程的性质,结合 S-N 曲线的特质,通过数学方法提出一种单一参数确定损伤演化方程的单参数方法。本文方法规避了多参数同时拟合的缺点,提高了计算速度计算精度,为工程分析提供了新的选择。通过具体算例验证了本文方法的使用效果。

关键词: 损伤力学; 疲劳; 演化方程; 参数确定; S-N 曲线

中图分类号: O346; V215

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1253-05

金属材料的疲劳是各类机械结构中的常见失效形式^[1-2]。承受循环载荷的受力构件易在初始缺陷或应力集中处萌生裂纹,裂纹逐渐扩展使得结构丧失承载能力最终导致破坏。材料的疲劳在没有产生宏观裂纹之前都难以观测,一旦产生了宏观裂纹之后,其损伤的发展速度会很快加速,在工程上会导致严重的后果^[3]。目前工程上通过统计学与实验的结合,已经形成了一种较为成熟,适用性较强的一套理论方法,可以对工程件的寿命进行预测分析。通常是通过大量的疲劳损伤实验,拟合得到材料的 S-N 曲线,再通过力学分析计算结构的疲劳寿命^[4]。

损伤力学将疲劳过程中的裂纹萌生视为一个渐进损伤的过程^[5]。认为材料在交变载荷下,在微观层次上出现微缺陷,这些微缺陷的发展导致了局部宏观力学性能的变化。在微缺陷生长到一定程度后,此处便出现了宏观裂纹。损伤力学方法用热力学方法描述此不可逆的过程,通过定义

损伤度场来刻画局部微缺陷的危险程度,并推导损伤演化方程表征其演化规律^[6-7]。

损伤演化方程通常是描述损伤度累积速率的函数形式,其中损伤参数是代表材料损伤性能特征的材料参数。一般地,损伤演化参数多于一个,即会有 2 个或者更多的损伤演化参数,这些参数大多数都是通过实验决定。最常用的方法是通过 S-N 曲线决定参数,这些参数无法直接获得,而是采用参数拟合的方式进行估算,多参数拟合的方法计算量大,并且过程较为复杂,为结果带来一定的不确定性^[8-14]。

本文研究目的是提出一种损伤演化方程参数确定的新方法,推导出充分利用实验数据,减少同时拟合参数个数,逐一确定损伤演化参数。

1 损伤演化方程

首先,根据损伤力学理论^[5,8],对于各向同性金属材料,定义损伤度 D 为

收稿日期: 2017-07-05; 录用日期: 2017-10-20; 网络出版时间: 2017-11-30 14:33

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180109.1433.004.html

基金项目: 国家“863”计划 (2015AA034401)

* 通信作者. E-mail: jordanzzhang@buaa.edu.cn

引用格式: 刘潇潇, 王依兵, 张铮. 一种疲劳损伤参数确定新方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1253-1257.

LIU X X, WANG Y B, ZHANG Z. A novel method for determining fatigue damage parameters[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1253-1257 (in Chinese).

$$D = \frac{E - E_D}{E} \quad (1)$$

式中: E 为材料的弹性模量; E_D 为材料损伤后微缺陷造成的有损弹性模量。显然损伤度 D 的取值范围为 $0 \sim 1$ 。当 $D = 0$ 时, 材料无损; 当 $D = 1$ 时, 材料局部失去承载能力, 产生宏观裂纹。

材料含损伤的本构方程可以表示为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{1 - D} C_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (2)$$

式中: ε_{ij} 为应变分量; σ_{kl} 为应力分量; C_{ijkl} 为四阶柔度张量。

损伤驱动力 Y 可定义为^[8]

$$Y = -\rho \frac{\partial e}{\partial D} = \frac{C_{ijkl} \sigma_{kl} \sigma_{ij}}{2(1 - D)^2} \quad (3)$$

式中: ρ 为材料密度; e 为应变能密度。

此时, 损伤演化方程可以表示为^[9]

$$\frac{dD}{dN} = \frac{\alpha}{p + 1} (\max(Y_M^{p+1}, Y_{th}^{p+1}) - \max(Y_m^{p+1}, Y_{th}^{p+1}))$$

式中: N 为交变载荷循环次数; Y_{th} 为损伤驱动力门槛值; Y_M 为相应于载荷峰值的损伤驱动力; Y_m 为载荷谷值的损伤驱动力; α 和 p 为待定的材料常数。

特别地, 对于单轴加载情况, 由式(3)知:

$$Y_{th} = \frac{\sigma_{th}^2}{2(1 - D)^2 E}$$

$$Y_M = \frac{\sigma_{max}^2}{2(1 - D)^2 E}$$

$$Y_m = \frac{\sigma_{min}^2}{2(1 - D)^2 E}$$

式中: σ_{th} 为损伤应力门槛值; σ_{max} 为载荷应力峰值; σ_{min} 为载荷应力谷值。当 $Y_{th} > Y_m$ 时, 损伤演化方程简化为

$$\frac{dD}{dN} = \frac{\alpha}{p + 1} (Y_M^{p+1} - Y_{th}^{p+1}) \quad (4)$$

代入单轴加载损伤驱动力表达式得

$$\frac{dD}{dN} = \frac{\alpha}{p + 1} \left(\frac{1}{2E} \right)^{p+1} \frac{\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}}{(1 - D)^{2p+2}} \quad (5)$$

一般通过式(5)的积分形式建立载荷与寿命的关系。然后利用标准疲劳实验数据对 α 和 p 这 2 个参数进行最小二乘法同时拟合, 这种“多参数直接拟合”计算量大, 对于误差十分敏感, 给疲劳问题的计算带来了不必要的麻烦。

2 参数确定新方法

2.1 损伤参数 p 的确定

对式(5)进行积分得

$$\int (1 - D)^{2p+2} dD = \int \frac{\alpha}{p + 1} \left(\frac{1}{2E} \right)^{p+1} (\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}) dN \quad (6)$$

式(6)等号左边取 $D = 0$ 和 $D = 1$ 为积分上下限定积分可得

$$\frac{1}{2p + 3} = \frac{\alpha}{p + 1} \left(\frac{1}{2E} \right)^{p+1} (\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}) N \quad (7)$$

观察式(7)右边非常数项, 其乘积为一常量, 当最大应力 σ_{max} 产生微小增量 $\Delta\sigma_{max}$ 时, 相应的循环次数 N 也将产生相应的微小负增量 ΔN , 即

$$(\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}) N = [(\sigma_{max} + \Delta\sigma_{max})^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}] (N - \Delta N) \quad (8)$$

泰勒展开式(8)右边项, 消去高阶小量 $(\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}) N = \sigma_{max}^{2p+2} N + (2p + 2) \sigma_{max}^{2p+1} \Delta\sigma_{max} - \sigma_{th}^{2p+2} N - \sigma_{max}^{2p+2} \Delta N - \sigma_{th}^{2p+2} \Delta N$ (9)

整理式(9)并取极限可得

$$\frac{d\sigma}{dN} = - \frac{\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}}{(2p + 2) \sigma_{max}^{2p+1} N} \quad (10)$$

$$N = - \frac{\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}}{(2p + 2) \sigma_{max}^{2p+1} \frac{d\sigma}{dN}} \quad (11)$$

式(10)和式(11)中仅有一个未知材料损伤参数 p , 令对应的损伤度为 1, 式(10)即为 S-N 曲线上一点 (σ_{max}, N) 的斜率, 损伤参数 p 即可基于实验的 S-N 曲线通过式(10)确定。

基于材料疲劳寿命的分散性和实验误差, 可在 S-N 曲线上取多组中值疲劳实验数据点 (σ_{max_i}, N_i) , 对式(10)两边取对数并整理后得

$$\lg N_i^* = \lg(\sigma_{th}^{2p+2} - \sigma_{max_i}^{2p+2}) - \lg \left((2p + 2) \sigma_{max_i}^{p+1} \frac{d\sigma}{dN} \Big|_{N=N_i} \right) \quad (12)$$

进一步, 定义参数拟合均方差函数为

$$\phi(p) = \sum_{i=1}^n (\lg N_i^* - \lg N_i)^2 \quad (13)$$

一般认为损伤参数 p 为材质参数, 与载荷无关, 故对于特定 S-N 曲线, p 为常数。因此, p 的取值应使其拟合均方差取得极小值, 即

$$\frac{d\phi(p)}{dp} = 0 \quad (14)$$

至此, 综合式(10) ~ 式(14)可计算出 p 值, 从而实现损伤参数的单一确定。

2.2 损伤参数 α 的确定

参看式(5), 假设材料初始无损伤, 当材料产生宏观裂纹时有

$$(\sigma_{max}^{2p+2} - \sigma_{th}^{2p+2}) N = \frac{(p + 1)(2E)^{p+1}}{(2p + 3)\alpha}$$

假定疲劳实验数据中, 同一应力下疲劳寿命

N_0 最长的实验点对应于无初始损伤的情况,则有

$$(\sigma_{\max}^{2p+2} - \sigma_{\text{th}}^{2p+2})N_0 = \frac{(p+1)(2E)^{p+1}}{(2p+3)\alpha} \quad (15)$$

由式(15)可确定损伤参数 α 。

参照 2.1 节做法,为提高参数确定的准确性,可在 S-N 曲线上取多组距中值疲劳寿命最远的实验点 N_{0i} (对应于无初始损伤的情况),对式(15)两边取对数并整理后有

$$\lg N_{0i}^* = \lg\left(\frac{(p+1)(2E)^{p+1}}{2p+3}\right) - \lg(\sigma_{\max i}^{2p+2} - \sigma_{\text{th}}^{2p+2}) - \lg \alpha \quad (16)$$

定义参数拟合均方差函数为

$$\varphi(\alpha) = \sum_{i=1}^n (\lg N_{0i}^* - \lg N_{0i})^2 \quad (17)$$

令参数拟合均方差取极小值,即

$$\frac{d\varphi(\alpha)}{d\alpha} = 0 \quad (18)$$

至此,综合式(15)~式(18)可计算出 α 值,从而实现了损伤参数的单一确定。

2.3 损伤参数 D_0 的确定

如 2.2 节所述,在应用成组法确定材料疲劳的 S-N 曲线的实验中,可以假定同一应力下疲劳寿命 N_0 最长的实验点对应于材料无初始损伤的情况。

当初始损伤度 $D_0 \neq 0$ 时,对式(5)积分有

$$\frac{1}{2p+3}(1-D_0)^{2p+3} = \frac{\alpha}{p+1}\left(\frac{1}{2E}\right)^{p+1}(\sigma_{\max}^{2p+2} - \sigma_{\text{th}}^{2p+2})N_0 \quad (19)$$

在 2.1 节和 2.2 节中已经确定损伤参数 α 和 p 的前提下,利用式(19)可基于疲劳实验的 S-N 曲线确定材料的初始损伤度 D_0 。

与 2.1 节同理,基于材料疲劳寿命的分散性和实验误差,在同样的疲劳寿命置信度下,在 S-N 曲线上取多组这样对应于初始损伤度 D_0 的实验数据点 $(\sigma_{\max i}, N_i)$,遵循前述的处理方法,对式(19)两边取对数有

$$\lg N_i^* = \lg \frac{1}{2p+3} + (2p+3)\lg(1-D_{0i}) - \lg\left(\frac{\alpha}{p+1}\left(\frac{1}{2E}\right)^{p+1}\right) - \lg(\sigma_{\max i}^{2p+2} - \sigma_{\text{th}}^{2p+2}) \quad (20)$$

定义参数拟合均方差函数为

$$\zeta(D_0) = \sum_{i=1}^n (\lg N_i^* - \lg N_i)^2 \quad (21)$$

令参数拟合均方差取极小值,即

$$\frac{d\zeta(D_0)}{dD_0} = 0 \quad (22)$$

至此,综合式(19)~式(22)可计算在建立材料疲劳的 S-N 曲线的实验中,具有同样置信度的初始损伤 D_0 。

3 应用举例

本节举例说明第 2 节参数拟合方法的应用,选取航空工程常用的铝合金材料 LC9 标准板件的疲劳实验数据^[15]拟合损伤参数。

超硬铝合金 LC9 板材标准疲劳实验的几何外形和尺寸如图 1 所示,材料热处理方法为 CGS1,在室温下沿轴向施加循环载荷,加载频率为 160 Hz,在应力集中系数 K_t 分别为 1、3 和 5 时的疲劳实验数据如表 1 所示。

根据表 1 数据拟合 S-N 曲线,然后根据上述单一损伤参数确定方法分别计算 p 和 α ,所得结果如表 2 所示。

分别将表 2 中 3 套参数代入损伤演化方程式(15),并假设初始损伤为零。拟合曲线如图 2 所示,可见拟合效果良好。

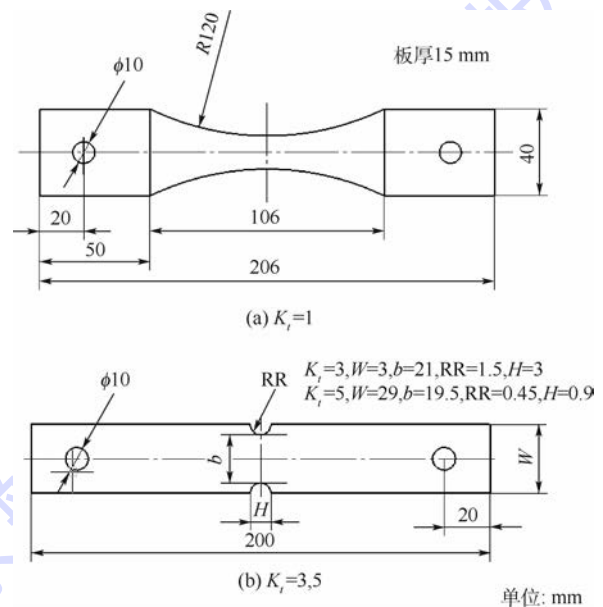


图 1 标准试样示意图

Fig. 1 Schematic diagram of standard specimen

表 1 LC9CgSi 疲劳实验数据

Table 1 Fatigue test data of LC9CgSi

$K_t = 1$		$K_t = 3$		$K_t = 5$	
σ_n /MPa	$\lg N$	σ_n /MPa	$\lg N$	σ_n /MPa	$\lg N$
270	4.9964	147	4.7335	98	4.7070
221	5.3456	98	5.3141	78	5.0744
196	5.4492	88	5.6645	67	5.3057
156	5.9167	76	5.9698	60	5.3178
130	6.4458	70	5.9941	57	5.5273

表2 参数拟合结果

Table 2 Parameter fitting results

K_i	p	α
1	1.021	2.50567×10^{-5}
3	1.1123	4.3046×10^{-4}
5	0.3899	2.867×10^{-4}

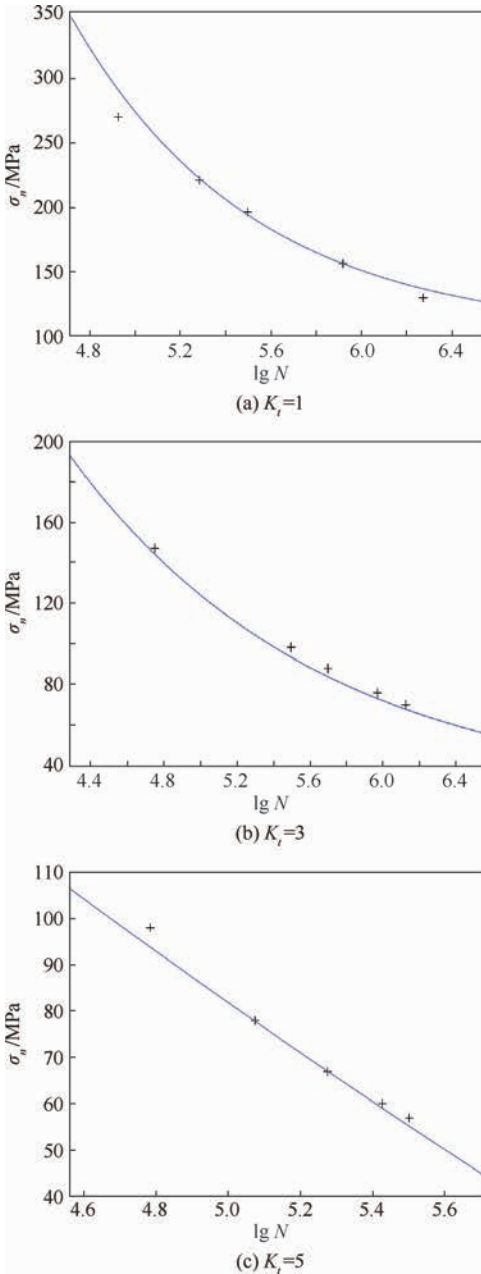


图2 实验点与拟合曲线

Fig. 2 Test point and fitting curve

4 结论

金属材料虽然各方面的性能不尽相同,但就疲劳问题而言,损伤演化的规律性有着很强的一致性,即损伤演化可用损伤驱动力的指数函数表示。因此,常规的多参数拟合也具有较好的适用性,但是,参数越多拟合结果的不确定性就越强,

可能由此造成损伤演化方程对损伤描述的偏离。一般应用中,多参数拟合是最常用的方式。

1) 本文单一损伤参数确定法旨在充分利用实验(现象/曲线)的特征,在理论框架内建立损伤参数的物理含义,不仅确定参数的方法简明,拟合的计算量小,适用性更宽泛,同时可以准确地反映金属构件的疲劳性能。

2) 本文分别基于典型结构材料的标准件(棒件/板件)疲劳实验结果,进行了损伤参数的单一确定,与实验结果相比,取得了良好的一致性,也证明了本文方法的合理性和适用性。

参考文献 (References)

- [1] ARGENTE DOS SANTOS H A, AURICCHIO F, CONTI M. Fatigue life assessment of cardiovascular balloon expandable stents: A two-scale plasticity-damage model approach[J]. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, 2012, 15: 78-92.
- [2] 张建宇, 费斌军. 疲劳裂纹扩展随机过程相关参数的估计[J]. 北京航空航天大学学报, 1998, 24(3): 308-310. ZHANG J Y, FEI B J. Estimation of related parameters for stochastic process of fatigue crack propagation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1998, 24(3): 308-310 (in Chinese).
- [3] ZHANG L, LIU X S, WANG L S, et al. A model of continuum damage mechanics for high cycle fatigue of metallic materials[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2012, 22(11): 2777-2782.
- [4] 曾春华, 邹实践. 疲劳分析方法及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991. ZENG C H, ZOU S J. Fatigue analysis method and application[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1991 (in Chinese).
- [5] 张明, 王珉, 左敦稳. TC4钛合金微动疲劳特性的研究[J]. 机械设计与制造, 2002(1): 12-13. ZHANG M, WANG M, ZUO D W. Study on the fretting fatigue properties of TC4 titanium alloy[J]. Journal of Mechanics, 2002(1): 12-13 (in Chinese).
- [6] 杨锋平, 孙秦, 罗金恒, 等. 一个高周疲劳损伤演化修正模型[J]. 力学学报, 2012, 44(1): 140-147. YANG F P, SUN Q, LUO J H, et al. A corrected damage law for high cycle fatigue[J]. Acta Mechanica Sinica, 2012, 44(1): 140-147 (in Chinese).
- [7] SHANG D G, SUN G Q, DENG J, et al. Nonlinear cumulative damage model for multi-axial fatigue[J]. International Journal of Fatigue, 2006, 1(3): 265-269.
- [8] 张行, 崔德渝, 孟庆春, 等. 断裂与损伤力学(第二版)[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009: 318-348. ZHANG X, CUI D Y, MENG Q C, et al. Fracture and damage mechanics (2nd Edition)[M]. Beijing: Beihang University Press, 2009: 318-348 (in Chinese).
- [9] 彭艳, 李浩然. 考虑附加强化效应的多轴高周疲劳损伤演化

- 模型[J]. 机械工程学报,2015,51(16):135-142.
- PENG Y, LI H R. Multiaxial high cycle fatigue damage evolution model including additional hardening effect[J]. Journal of Mechanical Engineering,2015,51(16):135-142(in Chinese).
- [10] LI D L, CHOW C L. A damage mechanics approach to fatigue assessment in offshore structures[J]. International Journal of Damage Mechanics,1993,1(2):385-405.
- [11] 徐小兵. 表面有横向裂纹的抽油杆寿命估算[J]. 石油机械,1993,21(5):29-33.
- XU X B. Life estimation of sucker rod with transverse cracks on the surface[J]. Journal of Petroleum Machinery;1993,21(5):29-33(in Chinese).
- [12] 袁熙,李舜酩. 疲劳寿命预测方法的研究现状与发展[J]. 航空制造技术,2005(12):80-84.
- YUAN X, LI S M. Research status and development of forecast method of fatigue life[J]. Aeronautical Manufacturing Technology,2005(12):80-84(in Chinese).
- [13] 詹志新,佟阳,李彬恺,等. 考虑冲击缺陷的钛合金板的疲劳寿命预估[J]. 航空学报,2016,37(7):2200-2207.
- ZHAN Z X, TONG Y, LI B K, et al. Fatigue life prediction for titanium plate considering impact defect[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2016,37(7):2200-2207(in Chinese).
- [14] WAN H L, WANG Q Z, ZHANG Z. Anisotropic elastoplastic damage mechanics method to predict fatigue life of the structure[J]. Advances in Materials Science and Engineering,2016,2016:7128347.
- [15] 吴学仁. 飞机结构金属材料力学性能手册[M]. 北京:航空工业出版社,1996:55-100.
- WU X R. Manual of metal material mechanics performance in plane structure[M]. Beijing: Aviation Industry Press,1996:55-100(in Chinese).

作者简介:

刘潇潇 男,硕士研究生。主要研究方向:损伤力学。

王依兵 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器结构强度、机械除冰技术、材料力学性能等。

张铮 男,博士,副教授,硕士生导师。主要研究方向:损伤力学、计算力学、复合材料力学等。

A novel method for determining fatigue damage parameters

LIU Xiaoxiao, WANG Yibing, ZHANG Zheng*

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Fatigue fracture of metal materials is a common failure mode in engineering structures. Damage mechanics regards crack initiation as a progressive damage process, describing and conducting life estimates through the damage evolution equation. However, the parameters in the damage evolution equation need to be fitted according to the standard experimental data. This process usually requires multi-parameter fitting, which involves complicated operation, large computational amount and vague physical meaning. To avoid these problems, based on the theoretical basis of damage mechanics, a new method to determine the parameters of damage evolution equation was proposed. According to the properties of damage evolution equation and the characteristics of S-N curves, a single parameter method, which employs single parameter to determine the damage evolution equation, was proposed using mathematical method. The proposed method avoids the disadvantage of multi-parameter fitting at the same time and improves the calculation accuracy and speed, which provides an alternative for engineering analysis. Finally, a concrete example is given to demonstrate the effect of the proposed method.

Keywords: damage mechanics; fatigue; evolution equation; parameter determining; S-N curves

Received: 2017-07-05; Accepted: 2017-10-20; Published online: 2017-11-30 14:33

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180109.1433.004.html

Foundation item: National High-tech Research and Development Program of China (2015AA034401)

* Corresponding author. E-mail: jordanzhang@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0475

沿多孔壁面流动的液膜线性稳定性分析



赵越, 杨立军*

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘 要: 针对沿多孔壁面流动的牛顿流体液膜进行线性稳定性分析, 特别考虑中等雷诺数的情形。认为多孔壁面处的流动满足 Beavers-Joseph 滑移边界条件, 采用动量积分方法, 得到色散关系和中性稳定曲线。多孔壁面的渗透性促进了液膜流动的不稳定, 加快了液膜表面波的移动。随着雷诺数增大, 中等雷诺数范围的最大增长率呈现先增大后减小趋势。最大增长率极值和不稳定波数区域与壁面渗透性有关。通过能量分析探究多孔介质渗透性对流动稳定性的作用机理, 多孔壁面滑移速度的存在使得平均流速增大, 速度梯度减小, 导致黏性耗散减小从而促进流动失稳。

关键词: 多孔壁面; 中等雷诺数; 线性稳定性; 动量积分方法; 能量分析

中图分类号: V434⁺.1

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1258-07

液膜冷却是液体火箭发动机常用的热防护方式, 冷却剂的一种重要导入方式是通过多孔结构进入燃烧室, 在热壁面形成冷却液膜^[1]。如果液膜波动很大, 使高温气体直接接触壁面, 会对发动机造成严重损害。因此, 对液膜沿多孔壁面流动的稳定性研究具有重要意义。Benjamin^[2] 和 Yih^[3] 首先对斜面上的液膜流动进行了线性稳定性分析, 通过求解长波扰动近似下的 Orr-Sommerfeld 方程获得不稳定的临界雷诺数 Re_{cr} , 即中性曲线上雷诺数的最小值。对于壁面为多孔结构的情况, 普遍认为多孔介质中的流动满足达西定律。Beavers 和 Joseph^[4] 通过实验研究发现多孔壁面内存在边界层, 并提出用滑移边界条件替代壁面内边界层效果, 这一条件被称为 Beavers-Joseph 滑移边界条件。采用孔隙特征长度远小于液膜厚度的假设, Pascal^[5] 将牛顿流体层和多孔层的动力学进行解耦, 使问题得到极大简化。采用 Yih^[3] 提出的求解方法进行稳定性分析, 得到斜面渗透

率的增大对液膜流动有不稳定化作用的结论。Pascal^[6] 将这一工作扩展到非牛顿流体沿多孔斜面流动的稳定性研究, 分析了幂律流体层表面滚动波的产生及结构演化。Sadiq 和 Usha^[7-8] 利用长波理论获得了牛顿流体及幂律流体液膜厚度的非线性演化 Benney 方程。其线性稳定性分析结果与 Pascal^[5-6] 一致, 将多孔渗透性的不稳定作用解释为流体层底部的速度梯度减小, 从而使流体与壁面的摩擦减小。文献[9]采用切比雪夫配点法求解液膜沿多孔层流动的耦合问题, 揭示了一种多孔模式的不稳定性, 研究了厚度比、达西数和 Beavers-Joseph 系数对不稳定性的影响。使用非模态稳定性理论研究了三维扰动的线性稳定性^[10]。Ogden 等^[11] 针对基底为波纹状、加热环境和基底有渗透性等复杂情况的液膜贴壁流动, 建立了权重残差模型, 并通过数值模拟验证了其模型的正确性。Praveen Kumar 等^[12] 探究了倾斜多孔层上流动的双层液膜的稳定性。Deepu 等^[13]

收稿日期: 2017-07-11; 录用日期: 2017-08-02; 网络出版时间: 2018-01-17 09:35

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180116.1108.004.html

基金项目: 国家杰出青年科学基金 (11525207)

* 通信作者。E-mail: yanglijun@buaa.edu.cn

引用格式: 赵越, 杨立军. 沿多孔壁面流动的液膜线性稳定性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1258-1264.

ZHAO Y, YANG L J. Linear stability analysis of liquid films flowing down a porous wall [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1258-1264 (in Chinese).

考虑了多孔壁面渗透性的各向异性及不均匀性对液膜流动稳定性的影响。Barletta 和 Celli^[14]分析了倾斜多孔槽道中的对流不稳定性。综上所述,大部分研究集中在小雷诺数($Re < Re_{cr}$)。而推力室中的冷却液膜存在中等雷诺数($Re_{cr} < Re < 100$)状态。因此,本文将对中等雷诺数时多孔壁面上的液膜流动进行线性稳定性分析。

1 数学模型

考虑如图1所示的二维流动,倾角为 θ 的无限长多孔斜面上有一层液膜,多孔壁面内充满同种牛顿流体。气液界面有小幅波动,虚线表示未受扰动的界面。液体有黏,气体无黏,气、液不可压。建立如图1所示的直角坐标系。

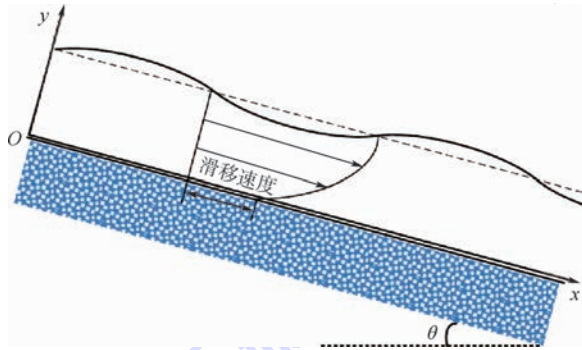


图1 液膜沿多孔壁面流动示意图

Fig.1 Schematic diagram of liquid films flowing down a porous wall

将壁面上的液膜流动分解为定常基本流和扰动量,如下所示:

$$(u, v, p, h) = (U, V, P, H) + (u', v', p', h')$$

其中: u, v, p 和 h 分别为速度的 x 向分量、 y 向分量、压强和液膜厚度; U, V, P 和 H 为基本流的物理量; u', v', p' 和 h' 为扰动量。

定常基本流速度沿 x 方向,控制方程(下标为 x, y, t 时表示求偏导)为

$$\begin{cases} \rho g \sin \theta + \mu U_{yy} = 0 \\ -P_y - \rho g \cos \theta = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: ρ 为流体密度; g 为重力加速度; μ 为流体动力黏度。

气液界面的边界条件为

$$\begin{cases} U_y = 0 \\ P = 0 \end{cases} \quad y = H \quad (2)$$

壁面处采用 Beavers-Joseph 滑移边界条件^[4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\alpha}{\sqrt{\kappa}}(u - u_p) \\ v = v_p \end{cases} \quad y = 0$$

式中: u_p 和 v_p 分别为多孔介质中 x 方向和 y 方向的达西平均渗透速度; α 为与多孔介质的结构相关的无量纲参数; κ 为多孔介质的渗透率。

多孔介质的孔隙特征长度远小于液膜厚度时,应用 Pascal^[5]的尺度分析将壁面条件简化为

$$\begin{cases} u_y = \frac{\alpha}{\sqrt{\kappa}}u \\ v = 0 \end{cases} \quad y = 0$$

则基本流的壁面边界条件为

$$U_y = \frac{\alpha}{\sqrt{\kappa}}U \quad y = 0 \quad (3)$$

由式(1)~式(3)解得基本流的速度和压强分布为

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2\mu}\rho g \sin \theta \left(-y^2 + 2Hy + 2\frac{\sqrt{\kappa}}{\alpha}H \right) \\ P = \rho g(H - y) \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

考虑施加小扰动(u', v', p', h')后的非定常流动,忽略表面张力,线性化的控制方程为

$$\begin{cases} u'_x + v'_y = 0 \\ \rho(u'_t + Uu'_x + v'_t U_y) = -p'_x + \mu(u'_{xx} + u'_{yy}) \\ \rho(v'_t + Uv'_x) = -p'_y + \mu(v'_{xx} + v'_{yy}) \end{cases} \quad (5)$$

气液界面处,线性化的运动边界条件为

$$v' = h'_t + Uh'_x \quad y = H \quad (6)$$

线性化后动力边界条件的切向及法向方程为

$$\begin{cases} U_y + U_{yy}h' + u'_y + v'_x = 0 \\ P + P_y h' + p' = 2\mu v'_y \end{cases} \quad y = H \quad (7)$$

壁面无滑移边界条件为

$$\begin{cases} u'_y = \frac{\alpha}{\sqrt{\kappa}}u' \\ v' = 0 \end{cases} \quad y = 0 \quad (8)$$

利用下列变换式对式(4)~式(8)进行无量纲化:

$$\begin{cases} (x, y) = H(x^*, y^*) \\ (U, u', v') = U_0(U^*, u'^*, v'^*) \\ t = Ht^*/U_0 \\ (P, p') = \rho U_0^2(P^*, p'^*) \end{cases}$$

其中: $U_0 = \frac{\rho g H^2 \sin \theta}{3\mu}$ 为壁面不可渗透时液膜基本流的平均速度;上标“*”表示无量纲量。得到无量纲化的基本流解及扰动方程组:

$$\begin{cases} U = \frac{3}{2}(-y^2 + 2y + 2\beta) \\ P = \frac{3}{Re}(1 - y) \cot \theta \end{cases} \quad (9)$$

$$u'_x + v'_y = 0 \quad (10)$$

$$u'_t + Uu'_x + v'U_y = -p'_x + \frac{1}{Re}(u'_{xx} + u'_{yy}) \quad (11)$$

$$v'_t + Uv'_x = -p'_y + \frac{1}{Re}(v'_{xx} + v'_{yy}) \quad (12)$$

$$u'_y = \frac{1}{\beta}u' \quad y=0 \quad (13)$$

$$v' = 0 \quad y=0 \quad (14)$$

$$v' = h'_t + \frac{3}{2}(1 + 2\beta)h'_x \quad y = 1 \quad (15)$$

$$u'_y + v'_x = 3h' \quad y=1 \quad (16)$$

$$p' - \frac{3}{Re}h'\cot\theta = \frac{2}{Re}v'_y \quad y=1 \quad (17)$$

式中： $Re = \frac{\rho U_0 H}{\mu}$ 为液膜雷诺数； $\beta = \frac{\sqrt{\kappa}}{\alpha H}$ 为表征多孔介质渗透性的无量纲参数。式(9)~式(17)即多孔壁上液膜流动的小扰动数学模型。

2 线性稳定性分析

研究者广泛采用的长波近似方法限制在小雷诺数的范围。本文采用动量积分方法分析中等雷诺数时液膜的稳定性。考虑时间模式，假设正则模形式的扰动解为

$$(u', v', p', h') = (\hat{u}(y), \hat{v}(y), \hat{p}(y), \hat{h}) \exp[i(kx - \omega t)] + c. c. \quad (18)$$

式中： k 为实数，表示波数； ω 为复数，其实部 ω_r 为频率，虚部 ω_i 为时间增长率；c. c.表示复共轭。

已求得基本流轴向速度型为半抛物线型，认为扰动解的轴向速度型与之类似，为二次函数型：

$$\hat{u} = c_1 + c_2 y + c_3 y^2 \quad (19)$$

由连续方程式(10)得

$$\hat{v} = -ik \left(c_1 y + \frac{1}{2} c_2 y^2 + \frac{1}{3} c_3 y^3 \right) \quad (20)$$

将式(18)~式(20)代入边界条件式(13)~式(16)中，可得常数 c_1 、 c_2 和 c_3 的表达式分别为

$$\begin{cases} c_1 = -\frac{\beta h'}{4k(1+3\beta)}(24k+3k^3+36\beta k+6\beta k^3-12\omega-2k^2\omega) \\ c_2 = -\frac{h'}{4k(1+3\beta)}(24k+3k^3+36\beta k+6\beta k^3-12\omega-2k^2\omega) \\ c_3 = \frac{3h'}{8k(1+3\beta)}(12k+3k^3+24\beta k+12\beta k^3+12\beta^2 k^3-4\omega-2k^2\omega-4\beta k^2\omega) \end{cases} \quad (21)$$

对动量方程式(12)求 y 的定积分，从1积到 y ，并利用法向动力边界条件式(17)求得 p' 为

$$p' = \int_1^y [-v'_t - Uv'_x + (v'_{xx} + v'_{yy})/Re] dy + [(3h'\cot\theta + 2v'_y)/Re]_{y=1} \quad (22)$$

将式(22)代入动量方程式(11)中，求 y 的定积分，从0积到1，得液膜厚度内的平均动量方程。将式(21)代入，得色散方程为

$$-ik^7 A + k^6 B - k^5 C + k^4 D - k^3 E + k^2 F - kG + J = 0 \quad (23)$$

式中：

$$A = 672\beta^2 + 462\beta + 63$$

$$B = Re(2016\beta^3 + 2214\beta^2 + 765\beta + 81) + i\omega(224\beta + 42)$$

$$C = Re\omega(1344\beta^2 + 864\beta + 117) + i(924\beta + 252)$$

$$D = Re(30240\beta^3 + 31752\beta^2 + 11232\beta + 1521) + Re\omega^2(224\beta + 42) + 84i\omega$$

$$E = Re\omega(20160\beta^2 + 13356\beta + 2418) + i(120960\beta^2 + 100800\beta + 22680)$$

$$F = Re(90720\beta^3 + 45360\beta^2 - 9576\beta - 2268) + Re\omega^2(3360\beta + 924) + i\omega(40320\beta + 16800) - (30240\beta + 10080)\cot\theta$$

$$G = Re\omega(60480\beta^2 + 25200\beta + 4284) + i(60480\beta + 30240)$$

$$J = Re\omega^2(10080\beta + 3360) + 10080i\omega$$

3 结果分析

3.1 色散关系

利用已求得的色散方程式(23)，使用MATLAB中的“solve”函数可求得每一 k 值下的 ω ，取增长率最大的解，进而获得如图2所示的小雷诺数下色散曲线。固定斜面倾角 θ 和多孔介质参数 β 的值。横坐标为波数 k ，纵坐标为时间增长率 ω_i 。

时间增长率表示由小扰动引起的液膜表面波动幅值随时间增长的快慢。由图2看出，随波数 k 增大，时间增长率 ω_i 呈现出2种趋势：在雷诺数 Re 很小的范围内， ω_i 随 k 单调减小，始终保持

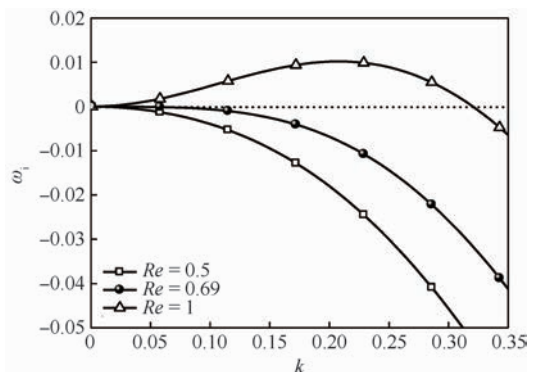


图2 小雷诺数的色散曲线($\theta = 45^\circ, \beta = 0.1$)

Fig.2 Dispersion curves with small Reynolds number ($\theta = 45^\circ, \beta = 0.1$)

负值,液膜对任意波长的扰动都是稳定的;当 Re 大于某个值时, ω_i 先增大为正值,后减小到负值,表明液膜对某一范围内的波数是不稳定的。 $Re = 0.69$ 作为这 2 种趋势的一个临界情形,被称作临界雷诺数 Re_{cr} ,是判定流动稳定性的重要参数。这一数值与 Pascal^[6] 利用长波理论得到的同种工况的 $Re_{cr} \approx 0.67$ 很接近。

对于中等雷诺数的色散曲线(见图 3),增长率的最大值不再单调地随雷诺数增大而增大。当 $Re \geq 6$ 时,雷诺数越大,最大增长率越小。截止波数,即增长率从正值变为负值时的波数,随雷诺数的变化是单调递增的。雷诺数越大,不稳定波数区域越大。

图 4 为最大增长率 ω_{im} 随雷诺数 Re 变化的曲线。 ω_{im} 在小于临界雷诺数的小雷诺数范围单调增大,在中等雷诺数范围有极值。 β 越大,极值越大,且达到极值的雷诺数越小。

判别稳定性最直观的曲线是中性稳定曲线,曲线上每一点的增长率都为零。如图 5 为利用色散关系做出的中性稳定曲线。

中性稳定曲线包围的右下方代表不稳定区

域,其余为稳定区域。曲线上雷诺数的最小值是临界雷诺数。如图 5 所示,每条中性稳定曲线的临界雷诺数都在曲线与横坐标的交点处。3 条曲线分别对应不同的 β 值。 β 越大,临界雷诺数越小。因此,多孔壁面的渗透性对液膜流动起着不稳定化的作用。在雷诺数较大 ($Re > 9$) 时, β 越大,对应的不稳定波数范围越小。

ω 的实部 ω_r 除以波数 k 是扰动行波的相速度 c 。图 6 为波速 c 随波数 k 变化的曲线。从整体趋势来看, c 随 k 增大而减小,表明波长越长的波移动越快。考虑多孔介质渗透性的影响,对比不同 β 值的曲线, β 越大, c 越大。因此多孔壁面的渗透性加快了行波的移动。

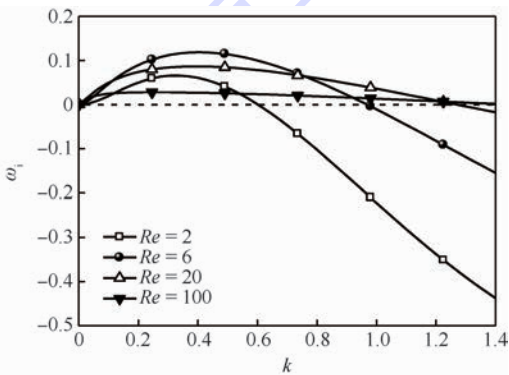


图 3 中等雷诺数的色散曲线 ($\theta = 45^\circ, \beta = 0.1$)
Fig. 3 Dispersion curves with moderate Reynolds number ($\theta = 45^\circ, \beta = 0.1$)

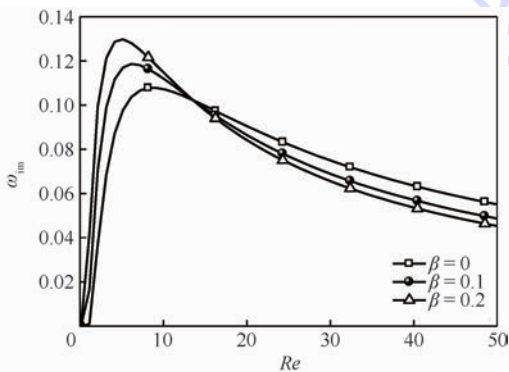


图 4 最大增长率随雷诺数变化 ($\theta = 45^\circ$)
Fig. 4 Change of maximum growth rate with Reynolds number ($\theta = 45^\circ$)

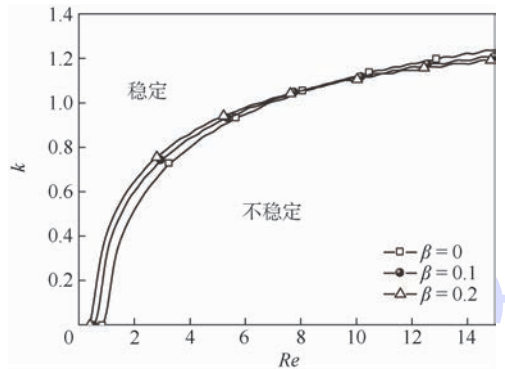


图 5 中性稳定曲线 ($\theta = 45^\circ$)
Fig. 5 Neutral stability curves ($\theta = 45^\circ$)

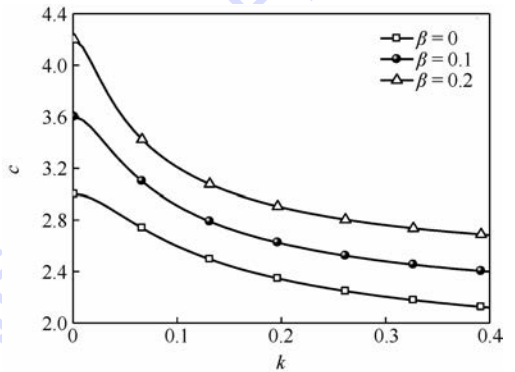


图 6 波速随波数变化 ($\theta = 45^\circ, Re = 10$)
Fig. 6 Change of wave speed with wave number ($\theta = 45^\circ, Re = 10$)

3.2 能量分析

为探究各因素对流动不稳定性的作用机理,在获得速度场的基础上进行能量分析^[15]。用扰动速度乘以动量方程,并在一个波长和一个液膜厚度的区域内做平均,得到能量方程为

$$KIN = REY + HYD + SHE + DIS \quad (24)$$

式中: KIN 、 REY 、 HYD 、 SHE 和 DIS 分别为动能变化率、雷诺应力做功功率、重力做功功率、剪切应力做功功率和黏性耗散,表达式分别为

$$KIN = \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{d}{dt} \int_0^\lambda \int_0^1 (u^2 + v^2) dy dx$$

$$REY = - \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \int_0^1 uv U_y dy dx$$

$$HYD = - \frac{3 \cot \theta}{Re \lambda} \int_0^\lambda v|_1 h dx$$

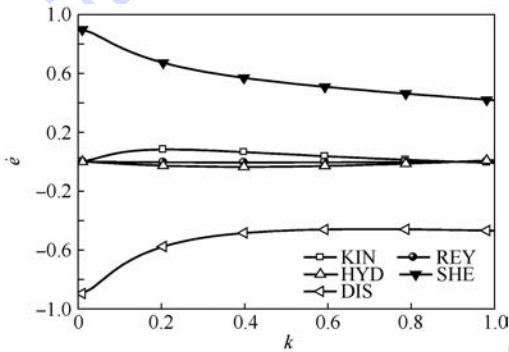
$$SHE = \frac{1}{Re \lambda} \int_0^\lambda u|_1 (u_y|_1 + v_x|_1) dx$$

$$DIS = - \frac{1}{Re \lambda} \int_0^\lambda \int_0^1 (2u_x^2 + (u_y + v_x)^2 + 2v_y^2) dy dx$$

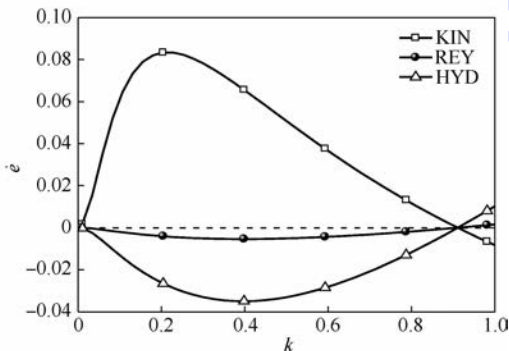
其中： λ 为波长。

图 7 为能量分析图， \dot{e} 为能量变化率。由图 7(a) 可得，剪切应力做功功率与黏性耗散相较于动能变化率和其他 2 种力的做功功率大得多。剪切应力做功来自于气液界面的波动，始终为正值，促进了扰动动能的增大。黏性耗散始终为负值，抑制失稳。图 7(b) 所示为放大后其余 3 种能量的变化情况。扰动动能变化率 KIN 表征了流动稳定情况。 k 小于截止波数时 KIN 大于零，流动不稳定， k 大于截止波数时 KIN 小于零，流动稳定。雷诺应力做功表示基本流和扰动之间的能量输运。雷诺应力和重力均在动能变化率大于零时做负功，在动能变化率小于零时做正功，这两者始终抑制扰动动能的改变。

为探究多孔介质渗透性对液膜流动稳定性的影响机制，对比不同 β 值的动能变化率和各力做功功率，如图 8 所示。图中箭头所指表示随着 β 增大，该种能量变化率的变化趋势。



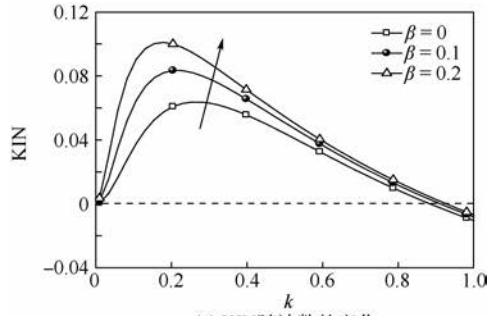
(a) 各能量变化率随波数变化



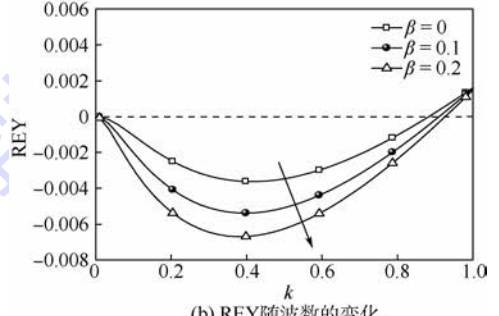
(b) KIN, REY, HYD 随波数变化

图 7 能量分析图 ($\theta = 45^\circ, Re = 5, \beta = 0.1$)

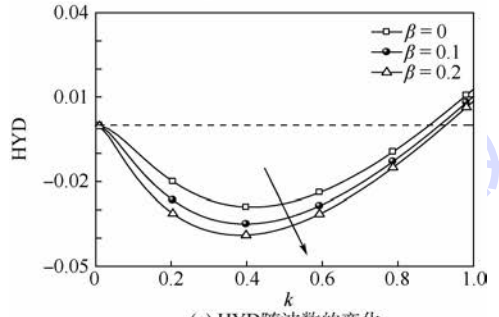
Fig. 7 Energy analysis chart ($\theta = 45^\circ, Re = 5, \beta = 0.1$)



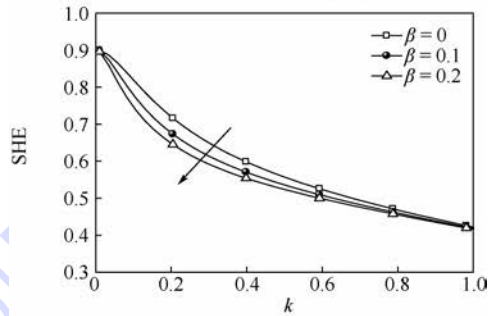
(a) KIN随波数的变化



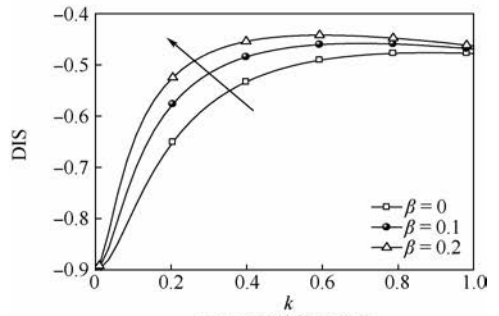
(b) REY随波数的变化



(c) HYD随波数的变化



(d) SHE随波数的变化



(e) DIS随波数的变化

图 8 不同 β 值时动能变化率及各力做功功率随波数的变化 ($\theta = 45^\circ, Re = 5$)

Fig. 8 Rates of change of kinetic energy and change of power of various forces with wave number under different β values ($\theta = 45^\circ, Re = 5$)

动能变化率随 β 增大而增大,对应于 3.1 节得到的结论,多孔壁面的渗透性促进流动失稳。造成动能变化率改变的原因是式 (24) 等号右边部分的改变。雷诺应力和重力做负功的功率是增大趋势,剪切应力做正功的功率是减小趋势,它们都有使动能变化率减小的作用;负的黏性耗散减小,起到增大动能变化率的效应。也就是说,多孔壁面渗透性的增强使得粘性耗散减小得如此剧烈以至于比其他 3 种力做功功率的变化之和还要大,从而导致动能变化率增大。这可能是由于多孔壁面处流体速度存在滑移,使得速度梯度下降,但平均流速增大,所以只与平均流速相关的雷诺应力和重力做功功率增大,而与速度梯度相关的剪切应力做功功率和黏性耗散减小。黏性耗散的变化最大,掩盖了其他效应,最终导致动能变化率的增大。

4 结 论

- 1) 多孔壁面渗透性促进了液膜流动的不稳定,加快了液膜表面波的移动。
- 2) 中等雷诺数范围的最大增长率随雷诺数增大具有先增大后减小的趋势,不同于小雷诺数时单调增长的情况。
- 3) 渗透性越强的壁面,最大增长率的极值越大,达到极值的雷诺数越小。
- 4) 不稳定波数区域随雷诺数增大单调增大,随壁面渗透性增强具有先增大后减小趋势。
- 5) 多孔壁面渗透性使黏性耗散减小剧烈,超过其他能量的变化,使得综合效果为动能变化率增大,流动不稳定性增强。

参考文献 (References)

- [1] 周红玲,杨成虎,刘彝.液体火箭发动机液膜冷却研究综述[J].载人航天,2012,18(4):8-13.
ZHOU H L, YANG C H, LIU B. Review of research on liquid film cooling for liquid-propellant rocket engine [J]. Manned Spaceflight, 2012, 18(4): 8-13 (in Chinese).
- [2] BENJAMIN T B. Wave formation in laminar flow down an inclined plane[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1957, 2(6): 554-574.
- [3] YIH C S. Stability of liquid flow down an inclined plane[J]. Physics of Fluids, 1963, 6(3): 321-334.
- [4] BEAVERS G S, JOSEPH D D. Boundary conditions at a naturally permeable wall[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1967, 30(1): 197-207.
- [5] PASCAL J P. Linear stability of fluid flow down a porous inclined plane[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 1999, 32(4): 417-422.
- [6] PASCAL J P. Instability of power-law fluid flow down a porous incline[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2006, 133(2): 109-120.
- [7] SADIQ I M R, USHA R. Thin Newtonian film flow down a porous inclined plane: Stability analysis[J]. Physics of Fluids, 2008, 20(2): 022105.
- [8] SADIQ I M R, USHA R. Effect of permeability on the instability of a non-Newtonian film down a porous inclined plane[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2010, 165(19): 1171-1188.
- [9] LIU R, LIU Q S. Instabilities of a liquid film flowing down an inclined porous plane[J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2009, 80(3 Pt 2): 036316.
- [10] LIU R, LIU Q S. Instabilities and transient behaviors of a liquid film flowing down a porous inclined plane[J]. Physics of Fluids, 2010, 22(7): 074101.
- [11] OGDEN K A, D'ALESSIO S J D, PASCAL J P. Gravity-driven flow over heated, porous, wavy surfaces[J]. Physics of Fluids, 2011, 23(12): 122102.
- [12] PRAVEEN KUMAR A A, USHA R, BANERJEE T, et al. Instabilities of a free bilayer flowing on an inclined porous medium [J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2013, 88(6): 063012.
- [13] DEEPU P, SRINIVAS K, PRATEEK A, et al. Stability of a liquid film flowing down an inclined anisotropic and inhomogeneous porous layer: An analytical description [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2016, 807: 135-154.
- [14] BARLETTA A, CELLI M. Instability of combined forced and free flow in an inclined porous channel[J]. International Journal of Computational Methods, 2016, 13(2): 1640001.
- [15] KALLIADASIS S, RUYER-QUIL C, SCHEID B, et al. Falling liquid films[M]. Berlin: Springer, 2012: 57-60.

作者简介:

赵越 女,硕士研究生。主要研究方向:沿壁面流动的液膜稳定性分析。

杨立军 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:非牛顿流体流动不稳定性、液体射流不稳定性及破裂机理、喷嘴动力学、燃烧不稳定性机理。

Linear stability analysis of liquid films flowing down a porous wall

ZHAO Yue, YANG Lijun*

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The paper conducted a linear stability analysis on the Newtonian liquid films flowing down a porous wall, especially concerning about the case of moderate Reynolds number. It was considered that the flow at the porous wall satisfied the Beavers-Joseph slip boundary condition. And the momentum integral method was used to obtain the dispersion relation and the neutral stability condition. The results show that the permeability of porous wall promotes the instability of liquid film flow and accelerates the movement of liquid film surface fluctuation. With the increase of the Reynolds number, the maximum growth rate increases first and then decreases in the range of moderate Reynolds number. The extremum values and cutoff wave number of growth rate were related to the wall permeability. The mechanism of porous media permeability affecting the stability has been discussed by energy analysis. It is considered that the existence of porous wall slip velocity increases the average flow velocity and decreases the velocity gradient, which leads to the decrease of viscous dissipation and the reinforcement of flow instability.

Keywords: porous wall; moderate Reynolds number; linear stability; momentum integral method; energy analysis

Received: 2017-07-11; **Accepted:** 2017-08-02; **Published online:** 2018-01-17 09:35

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180116.1108.004.html

Foundation item: National Science Fund for Distinguished Young Scholars (11525207)

* **Corresponding author.** E-mail: yanglijun@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0392

预燃级旋流数对 TeLESS II 燃烧室 贫油熄火性能影响



肖荣洪¹, 林宇震^{1,2,*}, 张弛^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100083)

摘 要: 北京航空航天大学发展的 TeLESS II 低排放燃烧室采用中心分级的布局方式, 其中心为经典的旋流杯结构预燃级, 为燃烧室提供稳定的点火源, 预燃级外圈采用预混设计的单级轴向旋流器的主燃级以降低排放。研究了预燃级一级旋流器和二级旋流器的旋流数组合对燃烧室熄火性能的影响, 研究表明预燃级的设计在中心分级低排放燃烧室火焰稳定中扮演重要角色。在常温常压条件下的单头部燃烧室上测量贫油熄火油气比, 并通过数值计算对比分析不同方案在熄火时的气动热力特征。研究表明: 回流区总温越高燃烧室贫油熄火油气比越低, 二级旋流数减少有利于火焰和流场的耦合, 从而提高回流区火焰稳定, 拓宽贫油熄火边界。一级旋流数增加贫油熄火油气比不是随之降低。

关键词: 中心分级燃烧室; 预燃级; 旋流数; 旋流杯; 贫油熄火

中图分类号: V231.2

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1265-08

在较宽工作范围内稳定燃烧, 是燃气轮机燃烧室重要需求之一。甚至在很低温度压力下, 油气比在碳氢化合物和空气混合物可燃极限以下工作。航空发动机燃烧室完整的稳定性能(一系列稳定工作包线)通常需要在不同压力下通过大量熄火试验确定, 而贫油熄火边界是其中的重点。

Lefebvre^[1] 基于热平衡观点, 即新进入燃烧室均匀混气被加热到可燃温度所需能量大于主燃区释热即熄火。Perters 和 Mellor^[2-3] 提出回流区点火理论, 认为由于新进混合气在剪切层内停留的时间小于被热回流区加热到着火点时间, 即回流区及剪切层内的停留时间小于点火延迟时间。对于贫油熄火边界的工程探索一直在进行, Sen 等^[4] 研发新贫油熄火边界测量技术, Yi 和 Gutmark^[5] 研发通过测量火焰形态实时预测贫油熄火边界技术, Sarkar 等^[6] 通过动力学参数预测贫油熄火边界。

通过分级燃烧方式, 中心分级燃烧室不仅符

合低排放燃烧室要求, 还能满足高温升燃烧室的发展要求。随着对环境要求的提高, 航空发动机污染物排放标准越严格。航空发动机燃烧室发展出低排放中心分级燃烧室, 典型代表是 GE 公司 TAPS 燃烧室^[7]。在中心分级高温升燃烧室方面, Mongia^[8] 从 1979—1993 年研发不同的高温升燃烧室, 超过 1 200 K 温升燃烧室均采用中心分级燃烧, 性能指标均达预期。中心分级燃烧室, 中心为预燃级, 采用扩散燃烧方式, 用于保证小工况状态工作; 外部是主燃级, 采用预混预蒸发燃烧方式, 用于大工况组织燃烧^[9]。而预燃级与主燃级旋流耦合导致燃烧室内流场和燃烧场^[10-11] 与常规头部形成的流场和燃烧场区别较大^[12]。

国外对于中心分级燃烧室的研究集中在排放特性和燃烧特性。通过激光测试技术和燃气分析技术测量排放特性、燃料特性、释热和温度, 研究不同喷嘴对燃效效率和排放的影响。Bake 等^[13]

收稿日期: 2017-06-12; 录用日期: 2017-10-20; 网络出版时间: 2017-11-28 11:18

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171128.1118.001.html

* 通信作者。E-mail: linyuzhen@buaa.edu.cn

引用格式: 肖荣洪, 林宇震, 张弛. 预燃级旋流数对 TeLESS II 燃烧室贫油熄火性能影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1265-1272. XIAO R H, LIN Y Z, ZHANG C. Effect of swirl number of pilot stage on TeLESS II combustor's lean blow-out performance[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1265-1272 (in Chinese).

通过采用激光测试技术测量中心分级单头部火焰筒排放特性。Meier等^[14]采用燃气分析测量中心分级燃烧室排放特性和激光测试技术测量中心分级燃烧室燃料特性、释热和温度。Yamamoto等^[15-16]研究中心分级燃烧室燃料喷嘴对燃烧效率和排放特性影响。

西北工业大学王铮钧等^[17]运用CFX软件对中心分级燃烧室从冷态流动、热态燃烧进行研究,发现慢车工况回流区大于起飞工况,主、副模分区燃烧,主模火焰最高温度低于副模。中科院工程热物理研究所刘富强等^[18]对中心分级燃烧室排放特性进行研究,发现值班级燃油流量对 NO_x 排放的影响较大。南京航空航天大学邓元灏等^[19]对单头部中心分级,起飞着陆(LTO)循环工况实验研究,发现中心分级燃烧室在降低 NO_x 排放上潜力巨大。沈阳发动机设计研究所刘殿春等^[20]采用标准 $k-\varepsilon$ 模型对中心分级燃烧室流场数值模拟,发现值班级旋向对单环腔中心分级(SACS)燃烧室流场影响小,外旋流器旋流角变化对SACS燃烧室带来的影响最大。上海电气燃气轮机有限公司研发部高贤智等^[21]通过保证进出口尺寸、机匣尺寸与单环腔燃烧室一致的中心分级燃烧室设计和计算分析,发现中心分级获得更低的总压损失、温度分布系数,高工况下更高的燃烧效率。中国燃气涡轮研究院郭凯等^[22]模拟中心分级燃烧室不同进口温度和压力,发现 NO_x 发散指数与进口温度和压力之间的预估关系式。

北京航空航天大学在中心分级低排放燃烧研究中,发展了旋流搅拌低排放技术(TeLESS)。TeLESS II在TeLESS I主燃级叶片进气基础之上,增加主燃级通道壁面进气,改善主燃级油气预混效果。以下是TeLESS I中心分级低排放燃烧室的一些研究^[23-26]:付镇相等^[23-24]对套筒扩张角、头部台阶高度、预燃级气量分配考察,发现套筒扩张角增加、台阶高度减小、预燃级气量分配增加都会增大中心分级燃烧室贫油熄火油气比。李海涛等^[25]对喷嘴流量数、不同燃料、进口温度研究,发现降低离心喷嘴流量数有利于降低中心分级燃烧室贫油熄火当量比;进口温度低于 150°C ,温度增加当量比迅速降低,高于 150°C ,温度影响不明显;在5%压降内气态燃料贫油熄火当量比低于液态燃料。代威等^[26]对二级旋流器二级径向旋流器旋流数研究,发现减少二级旋流数改善贫油熄火性能。文献[27-28]介绍了北京航空航天大学发展的TeLESS II燃烧室的研究进展,TeLESS II的排放性能设计目标是达到比CAEP/6标准降低

60%,这2篇文献重点研究了TeLESS II低排放燃烧室的点火和套筒扩张角对熄火性能影响。

已公开文献中心分级燃烧室贫油熄火的研究主要集中在火焰筒压力损失、预燃级与主燃级耦合回流区、套筒扩张角、头部台阶高度、气量分配、喷嘴旋流数、进口温度等因素影响,但对于主燃级为一级轴向旋流器、预燃级为二级径向旋流器的旋向组合对中心分级燃烧室贫油熄火性能的研究较少。

本文针对TeLESS II中心分级低排放燃烧室的预燃级,设计径向旋流器不同旋流数组合,通过数值模拟方法对其流场进行数值模拟,采用试验方法对径向旋流器在单头部圆形燃烧室中进行贫油熄火油气比测试,研究预燃级旋流数对中心分级燃烧室贫油熄火性能的影响。

1 试验方案及系统

将预燃级旋流数作为唯一改变因素,其他旋流器设计相关参数保持一致,例如旋向、有效面积等。设计不同旋流数试验方案,对常温常压不同压降条件下进行贫油熄火试验。燃烧室点着火后,不断减少燃油供应,直至燃烧室熄火,记录不同方案不同压降下贫油熄火油气比。

1.1 试验方案

燃烧室头部试验件(如图1所示)由主燃级旋流器、预燃级二级旋流器、文氏管、预燃级一级旋流器、喷嘴组成。喷嘴为离心喷嘴,喷雾张角为 80° 。本试验研究预燃级采用的二级径向旋流器,主燃级采用二级轴向旋流器。预燃级和主燃级有效面积之比为1:6。采用圆形收缩火焰筒,无壁面冷却气,即所有空气从头部进入火焰筒。本文研究预燃级一级旋流数和预燃级二级旋流数对燃烧室贫油熄火的性能影响,各方案设计参数见表1。

研究方案共有5个,通过方案1、方案3和方案5改变预燃级一级旋流数;方案1、方案2和方案4改变预燃级二级旋流数。试验件旋流数的计

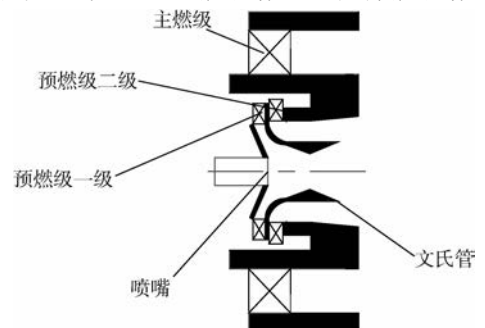


图1 头部试验件结构

Fig. 1 Structure of test piece dome

表1 各方案设计参数

Table 1 Design parameters of each case

方案	预燃级一级旋流数	预燃级二级旋流数
方案1	0.4	0.8
方案2	0.4	0.6
方案3	0.6	0.8
方案4	0.4	0.4
方案5	0.8	0.8

算采用 Beer 与 Chigier 的定义^[29]进行推导,对于不同方案尽可能保持其他参数不变,例如旋流器结构和有效面积。

1.2 试验系统

贫油熄火试验台为北京航空航天大学常温常压点火试验台,系统示意图如图2所示,试验系统由采集系统、气路系统、油路系统、冷却系统组成, p_3 和 p_4 分别为燃烧室进口和出口总压。采集系统中进口热电偶、出口热电偶进行温度采集;总压计、差压计进行气流压力采集;科氏流量计进行燃油流量采集;采集计算机进行压力、温度采集。气路系统主要由风机、调节阀、前测试段、试验段、后测试段组成。油路系统是通过气瓶将油罐中的航空煤油加压,将燃油通过离心喷嘴喷入试验件中。冷却系统由进水管、出水管、冷却水套等组成。

工况参数为:进口温度 300 K,进口压力 0.100~0.105 MPa,进口压降为 3%。热电偶采用测量精度为 0.5℃的 K 型热电偶;科氏流量计测量精度为 1%;火焰筒压降通过差压计测量,测量精度等级为 0.075,压力表测量精度等级为 0.5,标定出空气流量相对误差 ±2.1%;表面点火器为 12 J 高能点火器。根据相对误差传递公式得到油气比误差为 ±3.1%。

油气比公式为

$$f = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_g} \quad (1)$$

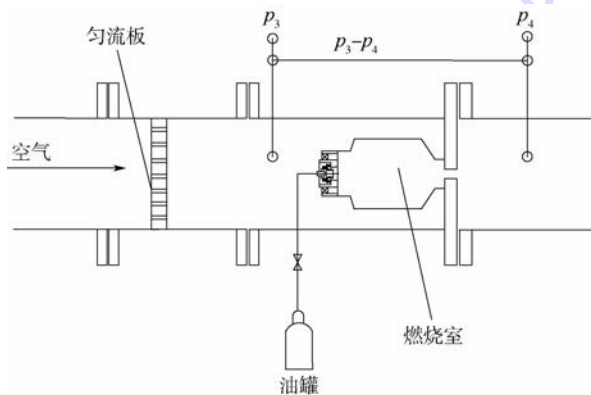


图2 贫油熄火试验系统

Fig. 2 Test system of lean blow-out

式中: \dot{m}_1 为燃油流量; \dot{m}_g 为空气流量。

贫油熄火性能主要体现为贫油熄火油气比 R_{fa} ,贫油熄火油气比低,则认为燃烧室燃烧稳定性好。如图3所示,试验中每个油气比稳定 15 s 温度无明显下降后,缓慢调节至下一个油气比,油气比间隔 0.001,直至出现温度迅速下降。记录温度迅速降低时间点对应油气比为该结构下贫油熄火油气比。

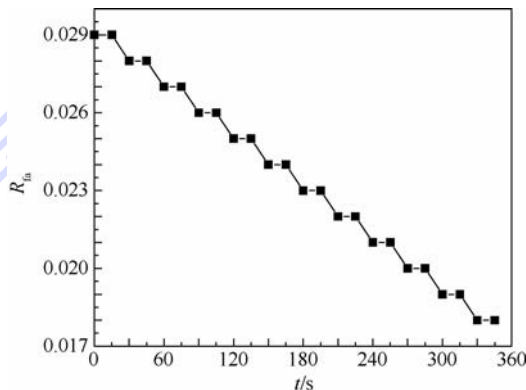


图3 试验中油气比随时间变化

Fig. 3 Change of gas-oil ratio in test with time

2 试验结果

在常温常压条件下,压降为 2%~4% 时测量表1所示各方案贫油熄火油气比,结果如图4所示,S0408表示一级旋流数为 0.4,二级旋流数为 0.8,其余方案类似。

对比方案2和方案1贫油熄火油气比,发现预燃级一级旋流数增加 50%;在 2%~4% 压降条件下,预燃级一级旋流数为 0.6 的方案(方案2)比预燃级一级旋流数为 0.4 的方案(方案1)贫油熄火边界更宽。对比方案3和方案1贫油熄火油气比,预燃级二级旋流数减少 25%;在 2%~4%

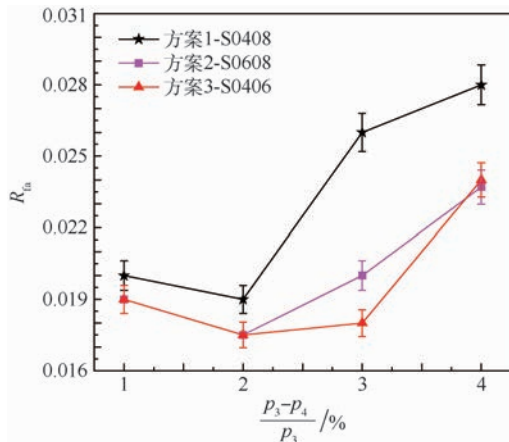


图4 方案1~方案3贫油熄火边界

Fig. 4 Boundary line of lean blow-out for Case1 to Case3

压降条件下,预燃级二级旋流数为0.6的方案(方案3)比预燃级二级旋流数为0.8的方案(方案1)贫油熄火边界更宽。

3 数值分析

本文试图通过回流区体积、回流区平均总温和回流量比较,分析回流量与贫油熄火油气比之间的关系。按照试验燃烧室的结构,采用收缩型火焰筒,无壁面冷却气,即气体全部从头部进气。流体域长度300 mm,流体域进口直径141 mm,流体域出口直径100 mm。运用ICEM软件中非结构化四面体网格对流体域进行网格划分。网格总数800万;进口温度为300 K;参考压力101 325 Pa;压力损失3%;油气比为0.026,湍流模型采用标准 $k-\varepsilon$ 模型、壁面增强模型;煤油空气离散模型;预燃级喷嘴为 80° 张角离心喷嘴;液滴喷出分布为R-R、平均直径 $30\ \mu\text{m}$ 、 $n=3.5$;波浪式破碎模型;随机跟踪方式为离散随机游走模型;文氏管切向反射系数为0.2;燃烧模型为部分预混、稳定小火焰模型;化学机理为Jet-A_23-steps。

由图4知在3%压降下各方案贫油熄火油气比相差最大,现象最明显。因此对3%压降下各方案中心截面温度云图、流线图、回流区温度云图、沿程回流量进行对比。统计5个方案2%~4%回流区体积、回流区平均总温。

3.1 各方案温度场

图5为3%压降下方案1~方案5中心截面温度场,云图显示温度范围为298 K~1738 K。图中颜色越深,表明温度越高。比较图5(a)、(c)、(e),发现一级旋流数增加中心截面最高温度区域面积是先增加后减小。比较图5中(a)、(b)、(d),发现二级旋流数增加中心截面最高温度区域面积是一直增加。

图6为3%压降下方案1~方案5中心截面流线图和温度场的叠加,观察中心截面温度云图、中心截面流线和温度云图、回流区温度云图可发现,出现回流的区域,也是温度最高区,温度最高区是燃料反应区。

随着试验持续减小油量供应,主燃区内反应物减少,释热量降低,主燃区温度继续降低,当燃油量减小到不足以将新进混合气加热到着火点,燃烧室熄火。燃烧室内燃烧反应与回流气体相关。

回流区内轴向速度为负,因此取轴向速度为零等值线作为回流区轮廓线。图7为3%压降

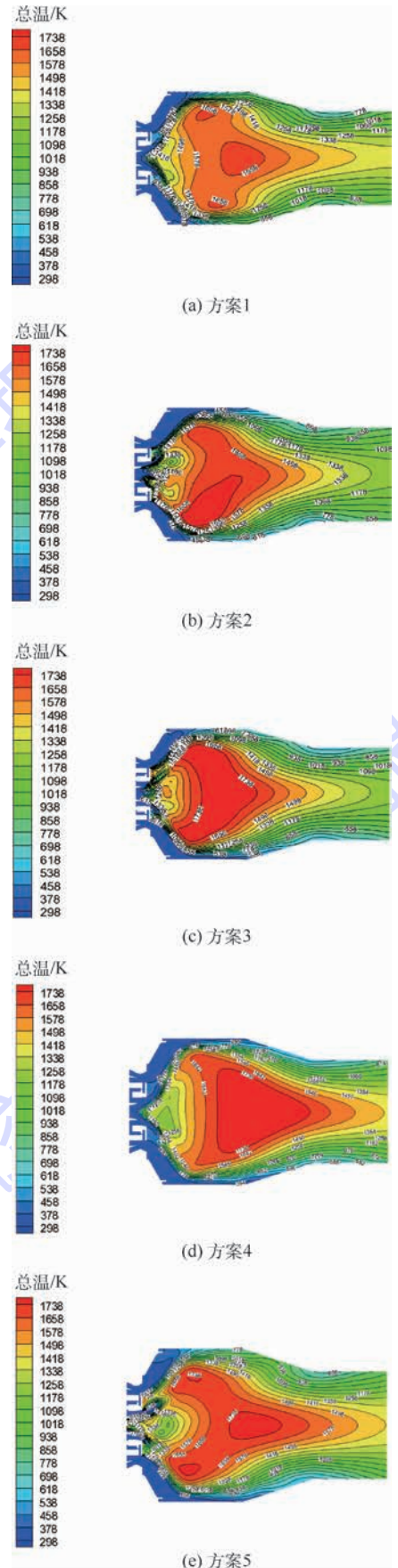


图5 方案1~方案5中心截面温度云图($\frac{p_3 - p_4}{p_3} = 3\%$)

Fig. 5 Center section temperature contours

for Case1 to Case5 ($\frac{p_3 - p_4}{p_3} = 3\%$)

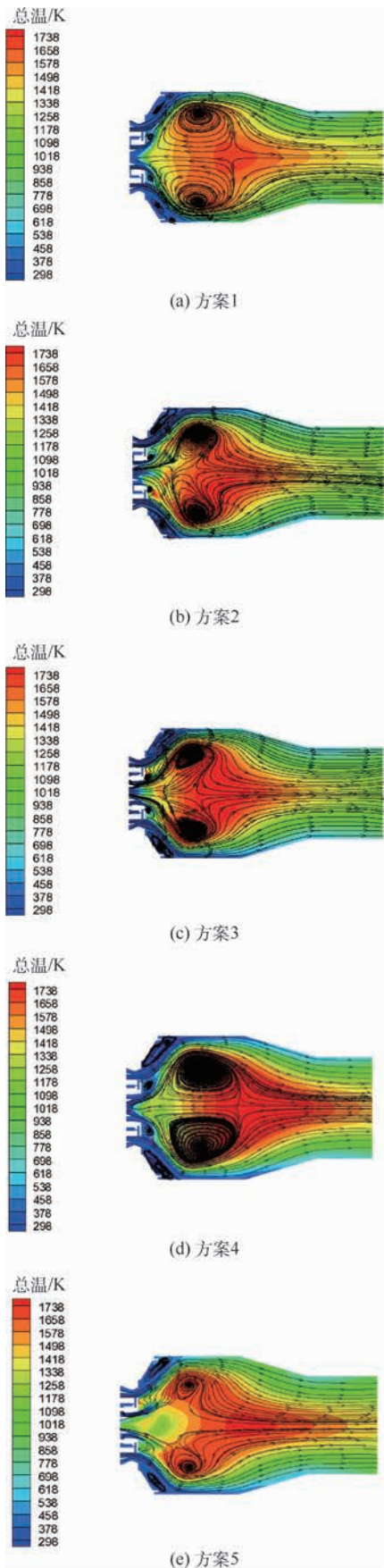


图 6 方案 1 ~ 方案 5 中心截面流线和温度云图 $\left(\frac{P_3 - P_4}{P_3} = 3\%\right)$

Fig. 6 Center section streamline and temperature

contours for Case1 to Case5 $\left(\frac{P_3 - P_4}{P_3} = 3\%\right)$

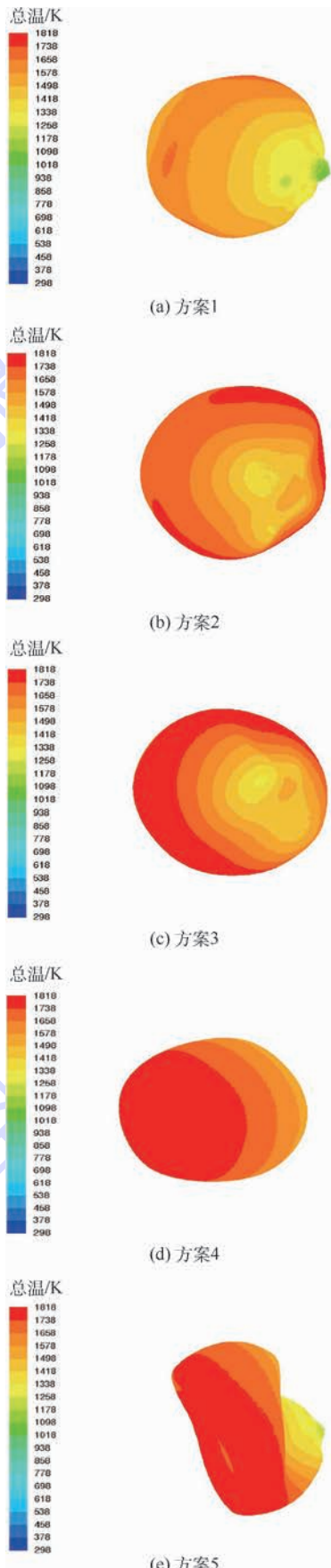


图 7 方案 1 ~ 方案 5 三维回流区温度云图 $\left(\frac{P_3 - P_4}{P_3} = 3\%\right)$

Fig. 7 3D recirculation zone temperature contours

for Case1 to Case5 $\left(\frac{P_3 - P_4}{P_3} = 3\%\right)$

下方方案1~方案5的三维回流区温度云图。统计5个方案2%~4%压降下回流区体积和平均总温,结果如表2所示。在同一压降下,随着一级旋流数增加回流区体积出现先减小后增加,回流区平均温度先增加后减小。在同一压降下,随着二级旋流数减小回流区体积减小,回流区平均温度增加。随着燃烧室压降增加回流区体积减小,平均总温减小,贫油熄火油气比增加。

表2 回流区体积和总温

Table 2 Recirculation zone volume and total temperature

方案	压降/%	回流区体积/m ³	流体域体积/m ³	回流区占流体域比例/%	回流区平均总温/K
方案1	2	0.4730	2.9963	15.79	1656.608
方案2	2	0.2617	2.9963	8.73	1769.055
方案3	2	0.2531	2.9963	8.45	1774.167
方案4	2	0.2431	2.9963	8.11	1781.759
方案5	2	0.2911	2.9963	9.71	1726.936
方案1	3	0.4362	2.9963	14.56	1594.235
方案2	3	0.2413	2.9963	8.05	1720.237
方案3	3	0.2242	2.9963	7.48	1758.021
方案4	3	0.2207	2.9963	7.37	1752.239
方案5	3	0.2710	2.9963	9.04	1680.236
方案1	4	0.3393	2.9963	11.32	1566.672
方案2	4	0.2129	2.9963	7.11	1684.975
方案3	4	0.1961	2.9963	6.54	1702.293
方案4	4	0.1936	2.9963	6.46	1714.822
方案5	4	0.2559	2.9963	8.54	1635.813

3.2 沿程截面回流量

比较模拟结果发现各因素改变后流场结构变化不明显。因此,对不同方案流场沿程回流量进行定量分析。以燃烧室头部套筒出口圆心为坐标原点,统计各方案沿轴向各截面回流量。因从 $x = 30\text{ mm}$ 截面开始出现明显回流,所以从该截面开始,每隔 5 mm 统计一次,得到回流区各截面对应回流量 \dot{m}_{reverse} 与进气流量 \dot{m}_{swirler} 之比。通过回流量统计可知,在轴向 $x = 50\text{ mm}$ 截面处所有方案回流量比例达到最高;沿程比例变化都为从小到大再到小。从图8和图9中可以看出,当一级旋流数增加,回流量先减小后增加;二级旋流数减少,回流量减小。在火焰筒内流动中,被旋流卷入回流区的燃气越多,需要加热的气体就越多,根据Lefebvre能量平衡理论^[30],当回流燃气所带来的能量不足以将新进燃气和回流气加热到燃料着火点,燃烧室熄火。

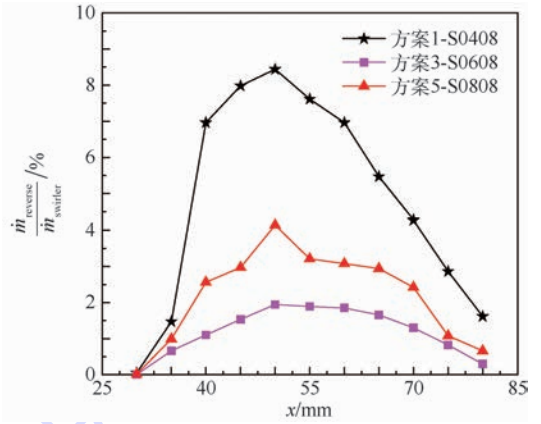


图8 方案1、方案3和方案5沿程回流量

Fig. 8 Recirculation air along flow channel for Case1, Case3 and Case5

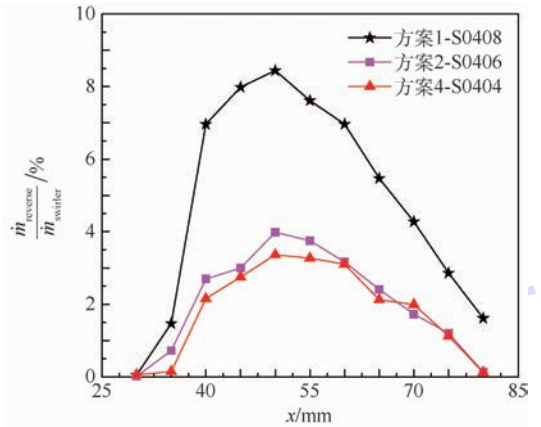


图9 方案1、方案2和方案4沿程回流量

Fig. 9 Recirculation air along flow channel for Case1, Case2 and Case4

4 结论

- 1) 在同一压降范围下回流区体积越小,回流区平均温度越高,燃烧室贫油熄火油气比越低。
- 2) 燃烧室回流量对贫油熄火稳定性有很大影响,通过各方案的回流量和油气比比较可得:沿程回流量百分比是先增加后减少,回流量最大截面为中心截面,所有方案中心截面均为 $x = 50\text{ mm}$ 截面。
- 3) 一级旋流数增加燃烧室体积先减小后增加,总温先增加后减小,回流量先减小后增加,说明贫油熄火油气比先降低后增加。
- 4) 预燃级旋流数改变不会导致回流区中心截面的移动。
- 5) 二级旋流数减少,贫油熄火油气比更低,熄火边界更宽。
- 6) 燃烧室压降越大,熄火油气比越高,熄火熄火性能越差。
- 7) 回流量越多,燃烧稳定性越差,贫油熄火

油气比越高。

参考文献 (References)

- [1] LEFEBVRE A H. Fuel effects on gas turbine combustion ignition, stability and combustion efficiency [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1985, 107 (1): 24-37.
- [2] PERTERS J E, MELLOR A M. A spark ignition model for liquid fuel sprays applied to gas turbine combustor [J]. Journal of Energy, 1982, 6 (4): 272-274.
- [3] PERTERS J E, MELLOR A M. Characteristic time ignition model extended to an annular gas turbine combustor [J]. Journal of Energy, 1982, 6 (6): 439-441.
- [4] SEN S, CHAUDHARI R R, MUKHOPADHYAY A. Lean blow-out detection techniques for partially premixed flames in a dump combustor [M] // AGARWAL A, PANDEY A, AGGARWAL S, et al. Novel combustion concepts for sustainable energy development. Berlin: Springer, 2014: 199-232.
- [5] YI T, GUTMARK E J. Real-time prediction of incipient lean blowout in gas turbine combustors [J]. AIAA Journal, 2015, 45 (7): 1734-1739.
- [6] SARKAR S, RAY A, MUKHOPADHYAY A, et al. Dynamic data-driven prediction of lean blowout in a swirl-stabilized combustor [J]. Spray & Combustion Dynamics, 2015, 7 (3): 209-242.
- [7] FOST M J, THOMSEN D, STICKLES R, et al. Development of the GE aviation low emissions TAPS combustor for next generation aircraft engines: AIAA-2012-0936 [R]. Reston: AIAA, 2012.
- [8] MONGIA H C. Engineering aspects of complex gas turbine combustion mixers: Part I high ΔT : AIAA-2011-106 [R]. Reston: AIAA, 2011.
- [9] 邹博文, 许全宏, 曹文宇, 等. 中心分级燃烧室耦合回流区贫油熄火机理 [J]. 航空动力学报, 2013, 28 (8): 1759-1763.
ZOU B W, XU Q H, CAO W Y, et al. Lean blowout mechanism of coupled recirculation zone in concentric staged combustor [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28 (8): 1759-1763 (in Chinese).
- [10] SULABH K D, JACOB E T, DRISCOOL J F, et al. Unsteady aspects of lean premixed-prevaporized (LPP) gas turbine combustors: Flame-flame interactions [J]. Journal of Propulsion and Power, 2011, 27 (3): 631-641.
- [11] SULABH K D, JAMES F D. Instantaneous flow structures in a reacting gas turbine combustor: AIAA-2008-4683 [R]. Reston: AIAA, 2008.
- [12] MOHAMMAD B S, JEMGS S M. Gas turbine combustor sector flow structure [J]. Journal of Propulsion and Power, 2011, 27 (3): 710-717.
- [13] BAKE S, LAZIK W, DOERR T, et al. Development of lean-burn low- NO_x combustion technology at rolls-royce deutschland [C] // Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air. New York: ASME, 2008: 797-807.
- [14] MEIER U, HEINZE J, LANGE L, et al. Characterisation of the combustion performance of low emission fuel injectors with laser measurements [J]. CEAS Aeronautical Journal, 2012, 3 (1): 45-53.
- [15] YAMAMOTO T, SHIMODAIRA K, KUROSAWA Y, et al. Investigations of a staged fuel nozzle for aeroengines by multi-sector combustor test [C] // Proceedings of ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea and Air. New York: ASME, 2010: 961-973.
- [16] YAMAMOTO T, SHIMODAIRA K, KUROSAWA Y, et al. Research and development of staging fuel nozzle for aeroengine [C] // Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air. New York: ASME, 2009: 639-646.
- [17] 王铮钧, 索建秦, 黎明, 等. 基于贫油预混预蒸发 (LPP) 的多点喷射低污染燃烧室头部方案研究 [J]. 科学技术与工程, 2013, 13 (34): 10409-10420.
WANG Z J, SUO J Q, LI M, et al. Study on the effects of simulation method of condition boundary on modal analysis [J]. Science Technology and Engineering, 2013, 13 (34): 10409-10420 (in Chinese).
- [18] 刘富强, 穆勇, 刘存喜, 等. 燃油分级对中心分级燃烧室 NO_x 排放的影响 [J]. 燃烧科学与技术, 2013, 19 (3): 254-260.
LIU F Q, MU Y, LIU C X, et al. Influence of fuel stage proportion on NO_x emission from central stage combustor [J]. Journal of Combustion Science and Technology, 2013, 19 (3): 254-260 (in Chinese).
- [19] 邓远灏, 马存祥, 郭凯, 等. 贫油预混预蒸发燃烧室排放试验研究 [J]. 推进技术, 2016, 37 (4): 691-697.
DENG Y H, MA C X, GUO K, et al. Experimental investigation on emission of lean premixed prevaporation combustor [J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37 (4): 691-697 (in Chinese).
- [20] 刘殿春, 董玉玺, 尚守堂, 等. 单环腔中心分级燃烧室流场数值模拟 [J]. 航空动力学报, 2010, 25 (6): 1251-1257.
LIU D C, DONG Y X, SHANG S T, et al. Numerical simulation of the flow field in a single annular concentric staged combustor [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25 (6): 1251-1257 (in Chinese).
- [21] 高贤智, 李锋, 郭大鹏. 超高温升中心分级燃烧室设计及计算分析 [J]. 航空发动机, 2015, 41 (1): 9-15.
GAO X Z, LI F, GUO D P. Design and computational analysis of ultra-High temperature rise concentric staged combustor [J]. Aeroengine, 2015, 41 (1): 9-15 (in Chinese).
- [22] 郭凯, 马鑫, 马存祥, 等. 一种贫油燃烧室进口温度和压力对污染物排放影响的试验研究 [J]. 燃气涡轮试验与研究, 2014, 27 (1): 28-31.
GUO K, MA X, MA C X, et al. Experimental research of the influence of inlet pressure and temperature on pollutant emissions for an inter-staged lean combustor [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2014, 27 (1): 28-31 (in Chinese).
- [23] 付镇柏, 林宇震, 张弛, 等. 中心分级燃烧室预燃级燃烧性能实验 [J]. 航空动力学报, 2015, 30 (1): 46-52.
FU Z B, LIN Y Z, ZHANG C, et al. Experiment of combustion performance of internally-staged combustor pilot stage [J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30 (1): 46-52 (in Chinese).
- [24] 付镇柏, 林宇震, 傅奇慧, 等. 不同台阶高度对中心分级燃烧室点火熄火性能的影响 [J]. 航空动力学报, 2014, 29 (5): 1271-1277.

- 1062-1070.
FU Z B, LIN Y Z, FU Q H, et al. Effect of different step heights on ignition blowout performance of internally-staged combustor [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(5): 1062-1070 (in Chinese).
- [25] 李海涛, 许全宏, 付镇柏, 等. 中心分级燃烧室预燃级贫油熄火性能试验[J]. *航空动力学报*, 2014, 29(9): 2188-2194.
LI H T, XU Q H, FU Z B, et al. Experiment on lean blow-out performance of pilot stage in internally-staged combustor [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(9): 2188-2194 (in Chinese).
- [26] 代威, 林宇震, 张弛. 第2级径向旋流器旋流数对燃烧室点火和贫油熄火性能的影响[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(5): 1092-1098.
DAI W, LIN Y Z, ZHANG C. Effects of swirl number of second stage radial swirler on combustor ignition and lean blow-out performances [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(5): 1092-1098 (in Chinese).
- [27] WANG B, ZHANG C, LIN Y, et al. Influence of main swirler
- vane angle on the ignition performance of TeLESS-II combustor [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines & Power*, 2016, 139(1): 011501-011508.
- [28] WANG B, ZHANG C, HUI X, et al. Influence of sleeve angle on the LBO performance of TeLESS-II combustor: AIAA-2016-4693 [R]. Reston: AIAA, 2016.
- [29] BEER J M, CHIGIER N A. *Combustion aerodynamics* [M]. London: Applied Science Publishers Ltd., 1972.
- [30] BALLAL D R, LEFEBVRE A H. Weak extinction limits of turbulent flowing mixtures [J]. *Journal of Engineering for Power*, 101(3): 343-348.

作者简介:

肖荣洪 男, 硕士研究生。主要研究方向: 航空发动机燃烧性能。

林宇震 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 航空发动机燃烧室前沿理论及技术。

Effect of swirl number of pilot stage on TeLESS II combustor's lean blow-out performance

XIAO Ronghong¹, LIN Yuzhen^{1,2,*}, ZHANG Chi^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100083, China)

Abstract: The next generation of technology of low emission of stirred swirl (TeLESS II) low-emission combustor developed by Beihang University adopted a central staged arrangement. The center of the dome was classic swirl cup pilot structure which could provide a stable ignition source for the combustor. The main stage arranged outer of the pilot stage which adopted a pre-mixed single axial cyclone design was used to reduce emission. The influence of the combination of the swirl number of the pilot first stage and the secondary stage on the blow-out performance of the combustor was studied. The pilot stage is found playing an important role in the stabilization of flame in low-emission combustor. The gas-oil ratio was measured in the single dome combustor under normal temperature and pressure conditions. The aerodynamic characteristics of different cases were analyzed by numerical calculation. The results show that the higher the total temperature in the recirculation zone is, the lower the gas-oil ratio for lean blow-out is, and the decrease of pilot secondary stage's swirl number is unfavorable to the coupling between the flame and flow field. Therefore, the flame in the recirculation zone is more stable and the lean blow-out boundary becomes broader. With the increase of the pilot first stage's swirl number, the gas-oil ratio for lean blow-out is not reduced.

Keywords: central staged combustor; pilot stage; swirl number; swirl cup; lean blow-out

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0400

基于 Eshelby-Stroh 公式各向异性 弹性体接触问题研究



颜灯灯¹, 李成刚^{1,*}, 申景金², 王艳¹, 王春明¹, 宋伟山¹

(1. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016; 2. 南京邮电大学 自动化学院, 南京 210023)

摘 要: 针对线性各向异性弹性体小变形接触问题, 将弹性体按是否与刚体压头发生接触进行划分, 基于 Eshelby-Stroh 公式求解各个部分的位移函数和应力函数, 进一步通过应力函数积分得到载荷值。考虑到求解结果存在交接处应力突变和非接触区域应力不近似于零的问题, 采用整体位移约束法和线性叠加原理, 通过迭代方式使位移函数和应力函数逼近理想解, 解决了圆柱压头和倒圆角楔形压头与弹性体的接触问题。基于圆柱压头求得的载荷值接近弹性半空间法的求解结果, 当级数总项数为 400 时, 计算结果的相对误差仅为 0.52%。基于圆柱压头和倒圆角楔形压头求得的载荷值与 ABAQUS 仿真结果较为吻合; 圆柱压头载荷值的相对误差为 0.67%; 倒圆角楔形压头, 对 6 个不同的圆角值进行计算, 载荷的相对误差都小于 2%。

关键词: 各向异性; 弹性体; 圆柱压头; 倒圆角楔形; 线性叠加; 整体位移约束法

中图分类号: TB121

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1273-10

压头与弹性体之间平面问题的研究在工程力学中有着广泛的应用, 通过建立载荷与压痕深度或变形曲线等参数之间的数学模型, 再依据压痕试验便可以测量材料的力学性能。随着对压头和弹性体接触问题的研究不断深入, 压痕试验被广泛应用于软骨组织的弹性模量测量^[1]、生物组织的性能评估^[2]和力学性能测量^[3]、微创手术用的触诊探针^[4]、弱锤冲击初始损伤试验^[5]等方面。近年来, 使用原子力显微法的压痕试验技术成为量化软质材料和生物材料力学性能的重要技术^[6-7]。

在许多应用中, 压头的弹性模量要比被压弹性体的大很多, 因此压头一般都被视为刚体。被压的弹性体视为固定在一个刚体的基座上, 即弹性体的其中一面完全固定。当压痕深度相对于弹

性体的厚度、宽度以及压头某些参数来说比较小时, 弹性体的变化可以视为是线性变化的。

平面压痕问题是混合边界值问题, 多年来有着众多的研究。Muskhelishvili 和 England 等使用解析延拓的方法求解典型结构压头的接触问题^[8-9], Gladwell 和 England 使用特定的正交多项式展开的方法解决混合边界值接触问题^[10], Okumura 等利用有理映射函数和复应力函数分析平面压痕问题^[11]。上述研究面向各向同性的弹性材料, 若将对象拓展到各向异性材料, 求解方法变得复杂。结合 Muskhelishvili^[8]的解析延拓方法, 使用 Eshelby-Stroh 公式可以求解任意轮廓的平面压头与各向异性弹性半空间体的接触问题^[12-13]。Hwu 和 Fan 基于 Eshelby-Stroh 公式和解析延拓, 并使用共轭梯度法研究压头与各向异性弹性半空

收稿日期: 2017-06-12; 录用日期: 2017-08-31; 网络出版时间: 2017-10-19 11:12

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171019.1112.003.html

基金项目: 江苏省自然科学基金 (BK20141414)

* 通信作者. E-mail: lichenggang@nuaa.edu.cn

引用格式: 颜灯灯, 李成刚, 申景金, 等. 基于 Eshelby-Stroh 公式各向异性弹性体接触问题研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1273-1282. YAN D D, LI C G, SHEN J J, et al. Study on contact problem of anisotropic elastic body based on Eshelby-Stroh formalism[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1273-1282 (in Chinese).

间体的接触问题^[14-15],可以考虑压头与弹性体之间的摩擦。Batra 和 Jiang 基于 Eshelby-Stroh 公式设定级数函数表示位移函数和应力函数,研究了圆柱压头和平头的接触问题,根据接触宽度求解各处的位移和应力^[16]。Jiang 和 Batra 依据 Eshelby-Stroh 公式,改变了级数函数的形式,研究压头与内含缺陷的弹性体之间的接触问题^[17]。

基于 Eshelby-Stroh 公式,可以求解边界条件较为复杂的接触问题,但是应力往往要比位移收敛得慢^[18],在级数项数较少时求解载荷值误差较大。为了获取较为准确的计算结果,计算过程中要设定较大的 K 值(函数中级数的项数)。本文提出使用整体位移约束法和线性迭代,提高求解结果的收敛性,在选择较小的 K 值时求得更加准确的计算结果。

1 接触问题分析

如图 1 所示,本文要研究的是各向异性的弹性体与凸面型压头接触作用的平面问题。各向异性材料的弹性体在 x_1 轴上长 L ,在 x_2 轴上高 h 。假设凸面型压头和弹性体在 x_3 轴方向上(垂直于纸面向外)的长度相比于纸面上的参数(如长 L 、高 h)足够大,凸面型压头受到载荷 P ,沿 x_2 轴负方向垂直压入弹性体,记压头压入的深度为 D ,接触宽度为 $2c$,压头与弹性体发生接触的高度为 d ,则有非接触高度 $u_0 = D - d$ 。图中的凸面型压头是一个倒圆角的楔形。其中,楔形的斜度为 θ ,圆角半径为 R 。根据刚体压头有无与弹性体发生接触,可将弹性体按“竖直虚线”划分为 I、II 和 III 三部分。

在直角坐标系下,弹性体各处的位移、应力和应变可以表示为关于 x_1 和 x_2 的函数。在不考虑弹性体自身重力时,存在以下关系:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijks} \varepsilon_{ks} \quad i, j, k, s = 1, 2, 3 \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ks} = \frac{1}{2}(u_{k,s} + u_{s,k}) \quad k, s = 1, 2, 3 \quad (3)$$

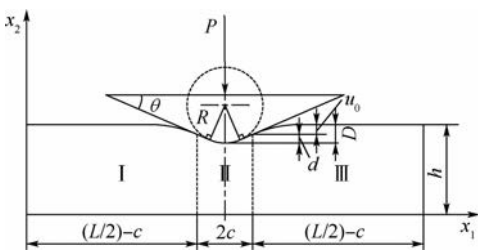


图 1 压头与弹性体的接触模型

Fig. 1 Contact model of indenter and elastic body

式中:应力 $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, $\sigma_{ij,j} = \partial \sigma_{ij} / \partial x_j$; ε_{ks} 为应变; u_k 为在 x_k 方向上的位移; $u_{k,s}$ 为 u_k 对 x_s 求导; C_{ijks} 为弹性体的材料参数,满足全对称性:

$$C_{ijks} = C_{jiks} = C_{ksij} = C_{ijsk} \quad (4)$$

将式(3)代入式(2)并照式(1)求导可得

$$C_{ijks} u_{k,sj} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

参照图 1 中的接触模型,弹性体的底部固定,左右两侧自由,顶部在中间长度 $2c$ 区域发生接触。由此可得边界条件为

$$\sigma_{11} = \sigma_{21} = 0 \quad x_1 = 0, L \quad (6)$$

$$u_1 = u_2 = 0 \quad x_2 = 0 \quad (7)$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{22} = 0 \quad x_2 = h; |x_1 - L/2| > c \quad (8)$$

$$\begin{cases} \sigma_{11}(\mu \sin^2 \phi + \sin \phi \cos \phi) - \sigma_{21}(\mu \sin(2\phi) + \cos(2\phi) + \sigma_{22}(\mu \cos^2 \phi - \sin \phi \cos \phi) = 0 \\ u_2 = g(x_1) \\ x_2 = h; |x_1 - L/2| \leq c \end{cases} \quad (9)$$

式中: μ 为刚体压头与弹性体之间的摩擦系数; ϕ 为刚体压头与弹性体接触的切向角,该公式由切应力和正应力的平衡关系得到。若将刚体压头与弹性体之间的摩擦视为 0,则有

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \sin \phi \cos \phi - \sigma_{21} \cos(2\phi) = 0 \quad (10)$$

对于图 1 中倒圆角的楔形,以区域 I 和区域 II 顶部的交接处为原点, x_1 和 x_2 方向与图 1 中的坐标方向相同,则有外廓函数为

$$g(x_1) = \begin{cases} -\tan \theta + |x_1 - c| \tan \theta \\ |x_1 - c| > R \sin \theta \\ R \cos \theta - \sqrt{R^2 - (x_1 - c)^2} - (c - R \sin \theta) \tan \theta \\ |x_1 - c| \leq R \sin \theta \end{cases} \quad (11)$$

在研究小变形接触问题时, ϕ 的取值较小时便可以忽略,因此轴向载荷 P 可表示为

$$P = - \int_{L/2-c}^{L/2+c} \sigma_{22}(x_1, h) dx_1 \quad (12)$$

若考虑接触点处的斜率,轴向载荷 P 可表示为

$$P = - \int_{L/2-c}^{L/2+c} (\sigma_{22}(x_1, h) \cos \phi - \sigma_{12}(x_1, h) \sin \phi) dx_1 \quad (13)$$

2 接触问题的解析解

2.1 根据 Eshelby-Stroh 公式求解边界值问题

假设弹性体的位移、应力和应变是关于 x_1 和 x_2 的函数,根据 Eshelby-Stroh 公式可以求解上述边界值问题^[19]。

首先假设

$$u_i = a_i f(z) \quad (14)$$

或

$$u = a f(z) \quad (15)$$

式中: $f(z)$ 为关于 z 的函数; a_i 可以根据材料参数求解; u 和 a 分别为位移和位移参数。

$$z = x_1 + p x_2 \quad (16)$$

其中: p 为特征值。

将式(14)对 x_s 求导可得

$$u_{k,s} = (\delta_{s1} + p \delta_{s2}) a_k f'(z) \quad (17)$$

式中: δ_{si} 为克罗内克函数。再将式(17)对 x_j 求导,后依据式(5)可得

$$C_{ijks} (\delta_{j1} + p \delta_{j2}) (\delta_{s1} + p \delta_{s2}) a_k = 0 \quad (18)$$

即

$$[C_{i1k1} + p(C_{i1k2} + C_{i2k1}) + p^2 C_{i2k2}] a_k = 0 \quad (19)$$

将式(19)写成矩阵形式为

$$[Q + p(R + R^T) + p^2 T] a = 0 \quad (20)$$

式中: Q, R, T 都为 3×3 的矩阵,满足

$$\begin{cases} Q_{ik} = C_{i1k1} \\ R_{ik} = C_{i1k2} \\ T_{ik} = C_{i2k2} \end{cases} \quad (21)$$

求解式(20)可以引入

$$N \zeta = p \zeta \quad (22)$$

式中: ζ 为特征向量。

$$N = \begin{bmatrix} -T^{-1} R^T & T^{-1} \\ R T^{-1} R^T - Q & -R T^{-1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \zeta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \\ b = -\frac{1}{p} (Q + pR) a = (R^T + pT) a \end{cases} \quad (24)$$

p 为复数,6 个 p 中,有 3 对是共轭复数。

假定

$$\begin{cases} \text{Im}(p_\alpha) > 0 \\ p_{\alpha+3} = \bar{p}_\alpha \\ a_{\alpha+3} = \bar{a}_\alpha \end{cases} \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (25)$$

根据弹性体的材料参数,便可确定 p 和 a_i 的

值。根据式(2)和式(17)可得

$$\begin{cases} \sigma_{i1} = (Q_{ik} + pR_{ik}) a_k f'(z) \\ \sigma_{i2} = (R_{ki} + pT_{ik}) a_k f'(z) \end{cases} \quad (26)$$

因此,可以得位移和应力表达式分别为

$$u = \sum_{\alpha=1}^3 \{ a_\alpha f_\alpha(z_\alpha) + \bar{a}_\alpha f_{\alpha+3}(\bar{z}_\alpha) \} \quad (27)$$

$$\sigma_1 = - \sum_{\alpha=1}^3 \{ p_\alpha b_\alpha f'_\alpha(z_\alpha) + \bar{p}_\alpha \bar{b}_\alpha f'_{\alpha+3}(\bar{z}_\alpha) \} \quad (28)$$

$$\sigma_2 = \sum_{\alpha=1}^3 \{ b_\alpha f'_\alpha(z_\alpha) + \bar{b}_\alpha f'_{\alpha+3}(\bar{z}_\alpha) \} \quad (29)$$

式中: σ_1, σ_2 为应力。 u, σ_1, σ_2 都是 3×1 的列向

量,且

$$\begin{cases} (\sigma_1)_i = \sigma_{i1} \\ (\sigma_2)_i = \sigma_{i2} \end{cases} \quad (30)$$

在区域 I 与区域 II 的交接处和区域 II 与区域 III 的交接处满足连续性条件:交接处左边的位移和应力与交接处右边位移和应力相等。将弹性体分成 3 个部分后,每一部分弹性体以其左下角为原点,不改变轴 x_1 和轴 x_2 的方向,则有

$$\begin{cases} u^{(1)}(L/2 - c, x_2) = u^{(2)}(0, x_2) \\ u^{(2)}(2c, x_2) = u^{(3)}(0, x_2) \\ \sigma_1^{(1)}(L/2 - c, x_2) = \sigma_1^{(2)}(0, x_2) \\ \sigma_1^{(2)}(2c, x_2) = \sigma_1^{(3)}(0, x_2) \end{cases} \quad (31)$$

式中: u, σ_1 和 σ_2 右上角括号内的上标 1、2、3 对应弹性体 I、II、III。

假设每一部分组织的弹性体的 $f(z)$ 函数为

$$\begin{aligned} f_\alpha^{(n)}(z_\alpha^{(n)}) = & q_{0\alpha}^{(n)} \exp(\lambda_{1\alpha}^{(n)} z_\alpha^{(n)}/2) + \\ & r_{0\alpha}^{(n)} \exp[\lambda_{1\alpha}^{(n)} (p_\alpha^{(n)} h - z_\alpha^{(n)})/2] + \\ & \sum_{k=1}^{\infty} \{ q_{k\alpha}^{(n)} \exp(\lambda_{k\alpha}^{(n)} z_\alpha^{(n)}) + r_{k\alpha}^{(n)} \exp[\lambda_{k\alpha}^{(n)} (p_\alpha^{(n)} h - \\ & z_\alpha^{(n)})] \} + s_{0\alpha}^{(n)} \exp[\eta_{1\alpha}^{(n)} z_\alpha^{(n)}/2] + \\ & t_{0\alpha}^{(n)} \exp(\eta_{1\alpha}^{(n)} (l^{(n)} - z_\alpha^{(n)})/2) + \\ & \sum_{m=1}^{\infty} \{ s_{m\alpha}^{(n)} \exp(\eta_{m\alpha}^{(n)} z_\alpha^{(n)}) + \\ & t_{m\alpha}^{(n)} \exp[\eta_{m\alpha}^{(n)} (l^{(n)} - z_\alpha^{(n)})] \} \end{aligned} \quad (32)$$

式中: $z_\alpha^{(n)} = x_1^{(n)} + p_\alpha^{(n)} x_2^{(n)}$; $\lambda_{k\alpha}^{(n)} = \frac{k\pi i}{l^{(n)}}$, $i = \sqrt{-1}$;

$$\eta_{m\alpha}^{(n)} = -\frac{m\pi i}{p_\alpha^{(n)} h}$$

则根据式(27)~式(29)可以得到各部分弹性体的位移函数和应力函数,如位移函数可以表示为

$$\begin{aligned} u^{(n)} = & A \left\{ \langle \exp(\beta_{1*}^{(n)}/2) \rangle q_0^{(n)} + \langle \exp(\gamma_{1*}^{(n)}/2) \rangle r_0^{(n)} + \right. \\ & \sum_{k=1}^{\infty} [\langle \exp(\beta_{k*}^{(n)}) \rangle q_k^{(n)} + \langle \exp(\gamma_{k*}^{(n)}) \rangle r_k^{(n)}] + \\ & \langle \exp(\xi_{1*}^{(n)}/2) \rangle s_0^{(n)} + \langle \exp(\xi_{1*}^{(n)}/2) \rangle t_0^{(n)} + \\ & \left. \sum_{m=1}^{\infty} [\langle \exp(\xi_{m*}^{(n)}) \rangle s_m^{(n)} + \langle \exp(\xi_{m*}^{(n)}) \rangle t_m^{(n)}] \right\} + \\ & \text{conjugate} \end{aligned} \quad (33)$$

式中:

$$\begin{cases} A = [a_1 \quad a_2 \quad a_3] \\ B = [b_1 \quad b_2 \quad b_3] \\ \beta_{k\alpha}^{(n)} = \lambda_{k\alpha}^{(n)} z_\alpha^{(n)} \\ \gamma_{k\alpha}^{(n)} = \lambda_{k\alpha}^{(n)} (p_\alpha^{(n)} h - z_\alpha^{(n)}) \\ \xi_{m\alpha}^{(n)} = \eta_{m\alpha}^{(n)} z_\alpha^{(n)} \\ \xi_{m\alpha}^{(n)} = \eta_{m\alpha}^{(n)} (l^{(n)} - z_\alpha^{(n)}) \\ \langle \varphi_* \psi_* \chi_* \rangle = \text{diag}[\varphi_1 \psi_1 \chi_1, \varphi_2 \psi_2 \chi_2, \varphi_3 \psi_3 \chi_3] \\ (q_k^{(n)})_\alpha = q_{k\alpha}^{(n)} \quad \alpha = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (34)$$

其中: $\mathbf{q}_k^{(n)}$ 、 $\mathbf{r}_k^{(n)}$ 、 $\mathbf{s}_m^{(n)}$ 、 $\mathbf{t}_m^{(n)}$ 都是 3×1 的列向量, 其元素都为复数; conjugate 表示式子中 conjugate 前面部分的共轭。

根据式(6)~式(9)给定的边界条件, 则有

$$\begin{cases} \mathbf{I}_u^l \mathbf{u} + \mathbf{I}_\sigma^l \boldsymbol{\sigma}_1 = \mathbf{0} & x_1 = 0 \\ \mathbf{I}_u^r \mathbf{u} + \mathbf{I}_\sigma^r \boldsymbol{\sigma}_1 = \mathbf{0} & x_1 = L \\ \mathbf{I}_u^b \mathbf{u} + \mathbf{I}_\sigma^b \boldsymbol{\sigma}_2 = \mathbf{0} & x_2 = 0 \\ \mathbf{I}_u^t \mathbf{u} + \mathbf{I}_\sigma^t \boldsymbol{\sigma}_2 = \mathbf{0} & x_2 = h; |x_1 - L/2| > c \\ \mathbf{I}_u^t \mathbf{u} + \mathbf{I}_\sigma^t \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2 = [0, g(x_1) + u_0, 0]^T & x_2 = h; |x_1 - L/2| \leq c \end{cases} \quad (35)$$

式中: \mathbf{I}_u^l 、 \mathbf{I}_u^b 、 \mathbf{I}_u^l 和 \mathbf{I}_u^r 分别为弹性体上边、下边、左边和右边提取位移约束的 3×3 矩阵; \mathbf{I}_σ^l 、 \mathbf{I}_σ^b 、 \mathbf{I}_σ^l 和 \mathbf{I}_σ^r 分别为弹性体上边、下边、左边和右边提取应力约束的 3×3 矩阵。

$$\begin{aligned} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2)_1 &= \sigma_{11}(\mu \sin^2 \phi + \sin \phi \cos \phi) - \\ &\sigma_{21}(\mu \sin(2\phi) + \cos(2\phi)) + \\ &\sigma_{22}(\mu \cos^2 \phi - \sin \phi \cos \phi) \end{aligned} \quad (36)$$

为了满足式(35)的边界条件和式(30)的连续性条件, 采用傅里叶积分的方式来进行计算:

$$\int_{-l^{(n)}}^{l^{(n)}} (\mathbf{I}_u^{(n)t} \mathbf{u}^{(n)}(x_1^{(n)}, h) + \mathbf{I}_\sigma^{(n)t} \boldsymbol{\sigma}_2^{(n)}(x_1^{(n)}, h) - \mathbf{g}^{(n)t}(x_1^{(n)})) \exp\left(j \frac{i\pi x_1^{(n)}}{l^{(n)}}\right) dx_1^{(n)} = \mathbf{0} \quad (37)$$

$$\int_{-l^{(n)}}^{l^{(n)}} (\mathbf{I}_u^{(n)b} \mathbf{u}^{(n)}(x_1^{(n)}, 0) + \mathbf{I}_\sigma^{(n)b} \boldsymbol{\sigma}_2^{(n)}(x_1^{(n)}, 0) - \mathbf{g}^{(n)b}(x_1^{(n)})) \exp\left(j \frac{i\pi x_1^{(n)}}{l^{(n)}}\right) dx_1^{(n)} = \mathbf{0} \quad (38)$$

$$\int_{-h^{(1)}}^{h^{(1)}} (\mathbf{I}_u^{(1)t} \mathbf{u}^{(1)}(0, x_2^{(1)}) + \mathbf{I}_\sigma^{(1)t} \boldsymbol{\sigma}_2^{(1)}(0, x_2^{(1)}) - \mathbf{g}^l(x_2^{(1)})) \cdot \exp\left(j \frac{i\pi x_2^{(1)}}{h^{(1)}}\right) dx_2^{(1)} = \mathbf{0} \quad (39)$$

$$\int_{-h^{(3)}}^{h^{(3)}} (\mathbf{I}_u^{(3)t} \mathbf{u}^{(3)}(l^{(3)}, x_2^{(3)}) + \mathbf{I}_\sigma^{(3)t} \boldsymbol{\sigma}_2^{(3)}(l^{(3)}, x_2^{(3)}) - \mathbf{g}^r(x_2^{(3)})) \cdot \exp\left(j \frac{i\pi x_2^{(3)}}{h^{(3)}}\right) dx_2^{(3)} = \mathbf{0} \quad (40)$$

式中: $j=0, 1, 2, \dots; n=1, 2, 3$ 。

$$\int_{-h^{(n)}}^{h^{(n)}} (\mathbf{u}^{(n)}(l^{(n)}, x_2^{(n)}) - \mathbf{u}^{(n+1)}(0, x_2^{(n)})) \cdot \exp\left(j \frac{i\pi x_2^{(n)}}{h^{(n)}}\right) dx_2^{(n)} = \mathbf{0} \quad (41)$$

$$\int_{-h^{(n)}}^{h^{(n)}} (\boldsymbol{\sigma}_1^{(n)}(l^{(n)}, x_2^{(n)}) - \boldsymbol{\sigma}_1^{(n+1)}(0, x_2^{(n)})) \cdot \exp\left(j \frac{i\pi x_2^{(n)}}{h^{(n)}}\right) dx_2^{(n)} = \mathbf{0} \quad (42)$$

式中: $j=0, 1, 2, \dots; n=1, 2; l^{(1)} = l^{(3)} = L/2 - c; l^{(2)} = 2c; h^{(1)} = h^{(2)} = h^{(3)} = h; \mathbf{I}_u^{(2)t} = \text{diag}(0, 1, 1);$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_\sigma^{(2)t} &= \text{diag}(1, 0, 0); \mathbf{I}_u^{(1)t} = \mathbf{I}_u^{(3)t} = \mathbf{I}_u^l = \mathbf{I}_u^r = \text{diag}(0, 0, 1); \mathbf{I}_\sigma^{(1)t} = \mathbf{I}_\sigma^{(3)t} = \mathbf{I}_\sigma^l = \mathbf{I}_\sigma^r = \text{diag}(1, 1, 0); \mathbf{I}_u^{(1)b} = \mathbf{I}_u^{(2)b} = \mathbf{I}_u^{(3)b} = \text{diag}(1, 1, 1); \mathbf{I}_\sigma^{(1)b} = \mathbf{I}_\sigma^{(2)b} = \mathbf{I}_\sigma^{(3)b} = \text{diag}(0, 0, 0); \mathbf{g}^{(2)t}(x_1^{(2)}) = [0, g(x_1) + u_0, 0]^T; \mathbf{g}^{(1)t}(x_1^{(1)}) = \mathbf{g}^{(3)t}(x_1^{(3)}) = [0, 0, 0]^T; \mathbf{g}^{(1)b}(x_1^{(1)}) = \mathbf{g}^{(2)b}(x_1^{(2)}) = \mathbf{g}^{(3)b}(x_1^{(3)}) = \mathbf{g}^l(x_2^{(1)}) = \mathbf{g}^r(x_2^{(3)}) = [0, 0, 0]^T. \end{aligned}$$

通常情况下, 非接触高度 u_0 是未知量, 可以通过求导的方式消去 u_0 , 区域 II 顶部的边界条件式可以转化为

$$\int_{-l^{(2)}}^{l^{(2)}} \{ \mathbf{I}_u^{(2)t} \mathbf{u}^{(2)}(x_1^{(2)}, h) + \mathbf{I}_u^{(2)t} \mathbf{u}_{,1}^{(2)}(x_1^{(2)}, h) + \mathbf{I}_\sigma^{(2)t} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{(2)}(x_1^{(2)}, h) - \mathbf{g}'^{(2)t}(x_1^{(2)}) \} \cdot \exp\left(j \frac{i\pi x_1^{(2)}}{l^{(2)}}\right) dx_1^{(2)} = \mathbf{0} \quad (43)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_u^{(2)t} = \text{diag}(0, 0, 1) \\ \mathbf{I}_{u'}^{(2)t} = \text{diag}(0, 1, 0) \\ \mathbf{I}_\sigma^{(2)t} = \text{diag}(1, 0, 0) \end{cases} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_\sigma^{(2)t} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{(2)}(x_1^{(2)}, h) &= (\mu \sin^2 \phi + \sin \phi \cos \phi) \mathbf{I}_{\sigma 11}^{(2)t} \boldsymbol{\sigma}_1^{(2)}(x_1^{(2)}, h) - \\ &(\mu \sin(2\phi) + \cos(2\phi)) \mathbf{I}_{\sigma 12}^{(2)t} \boldsymbol{\sigma}_2^{(2)}(x_1^{(2)}, h) + \\ &(\mu \cos^2 \phi - \sin \phi \cos \phi) \mathbf{I}_{\sigma 22}^{(2)t} \boldsymbol{\sigma}_2^{(2)}(x_1^{(2)}, h) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{\sigma 11}^{(2)t} = \text{diag}(1, 0, 0) \\ \mathbf{I}_{\sigma 12}^{(2)t} = \text{diag}(1, 0, 0) \\ \mathbf{I}_{\sigma 22}^{(2)t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (46)$$

式(45)代入式(43)可得

$$\int_{-l^{(2)}}^{l^{(2)}} [\mathbf{I}_u^{(2)t} \mathbf{u}^{(2)}(x_1^{(2)}, h) + \mathbf{I}_u^{(2)t} \mathbf{u}_{,1}^{(2)}(x_1^{(2)}, h) + (\mu \sin^2 \phi + \sin \phi \cos \phi) \mathbf{I}_{\sigma 11}^{(2)t} \boldsymbol{\sigma}_1^{(2)} - (\mu \sin(2\phi) + \cos(2\phi)) \mathbf{I}_{\sigma 12}^{(2)t} \boldsymbol{\sigma}_2^{(2)} - \mathbf{g}'^{(2)t}(x_1^{(2)})] \exp\left(j \frac{i\pi x_1^{(2)}}{l^{(2)}}\right) dx_1^{(2)} = \mathbf{0} \quad (47)$$

为了保证函数在各边界、交接处的收敛效果相近, 本文令各部分的 k 和 m 的上界满足:

$$K^{(n)} = \text{Ceil}(Kl^{(n)}/L) \quad (48)$$

$$M^{(n)} = \text{Ceil}(Kh^{(n)}/L) \quad (49)$$

式中: $\text{Ceil}(\ast)$ 表示大于或等于 \ast 的最小整数; K 为所有 $K^{(n)}$ 相加之和。根据 k 和 m 的取值, 选取合适的 j 值可求解 $f_\alpha^{(n)}(z_\alpha^{(n)})$ 函数中的各个参数, 便可分别求得三部分弹性体的位移和应力函数表达式。在实际计算过程中, k 和 m 的取值不可能

无限大,且求解到的位移的收敛性要比应力的收敛性好。并且在区域 I 与区域 II 交接处和区域 II 与区域 III 交接处往往存在应力突变,同时,非接触区域存在应力不近似于零的问题。这样求解到的函数结果不能很好地吻合最初设定的边界条件。为了解决这些问题,以下采取整体位移约束法和线性叠加原理,通过迭代方式获取更匹配最初边界条件的位移函数和应力函数。

2.2 整体位移约束法解决交接处应力突变问题

在划分成三部分弹性体计算时,在 x_2 方向上,区域 I 和区域 III 顶部给定的是应力约束条件 $\sigma_{22} = 0$, 而区域 II 给定的是位移约束条件 $u_2 = g(x_1) + u_0$ 。可见弹性体顶部存在不同形式的约束,导致交接处存在应力突变问题。为此,将三部分弹性体再视为整体进行考虑,指定以下约束条件:

$$U_2(x_1) = \begin{cases} u_2^{(1)}(x_1, h) & 0 \leq x_1 \leq l^{(1)} \\ u_2^{(2)}(x_1 - l^{(1)}, h) & l^{(1)} < x_1 \leq l^{(1)} + l^{(2)} \\ u_2^{(3)}(x_1 - l^{(1)} - l^{(2)}, h) & l^{(1)} + l^{(2)} < x < L \end{cases} \quad (50)$$

并假设

$$f_\alpha(z_\alpha) = q_{0\alpha} \exp(\lambda_{1\alpha} z_\alpha / 2) + r_{0\alpha} \exp[\lambda_{1\alpha} (p_\alpha h - z_\alpha) / 2] + \sum_{k=1}^{\infty} \{ q_{k\alpha} \exp(\lambda_{k\alpha} z_\alpha) + r_{k\alpha} \exp[\lambda_{k\alpha} (p_\alpha h - z_\alpha)] \} + s_{0\alpha} \exp(\eta_{1\alpha} z_\alpha / 2) + t_{0\alpha} \exp[\eta_{1\alpha} (L - z_\alpha) / 2] + \sum_{m=1}^{\infty} \{ s_{m\alpha} \exp(\eta_{m\alpha} z_\alpha) + t_{m\alpha} \exp[\eta_{m\alpha} (L - z_\alpha)] \} \quad (51)$$

其中: $z_\alpha = x_1 + p_\alpha x_2$; $\lambda_{k\alpha} = \frac{k\pi i}{l}$, $i = \sqrt{-1}$; $\eta_{m\alpha} = -\frac{m\pi i}{p_\alpha h}$ 。

此时的边界条件可以表示为

$$\begin{cases} I_u^1 u + I_\sigma^1 \sigma_1 = 0 & x_1 = 0 \\ I_u^1 u + I_\sigma^1 \sigma_1 = 0 & x_1 = L \\ I_u^b u + I_\sigma^b \sigma_2 = 0 & x_2 = 0 \\ I_u^t u + I_\sigma^t \sigma_2 = [0, U_2(x_1), 0]^T & x_2 = h \end{cases} \quad (52)$$

式中:

$$\begin{cases} I_u^1 = I_u^t = \text{diag}(0, 0, 1) \\ I_\sigma^1 = I_\sigma^t = \text{diag}(1, 1, 0) \\ I_u^b = \text{diag}(1, 1, 1) \\ I_\sigma^b = \text{diag}(0, 0, 0) \\ I_u^t = \text{diag}(0, 1, 1) \\ I_\sigma^t = \text{diag}(1, 0, 0) \end{cases} \quad (53)$$

按照 2.1 节中的傅里叶积分的方式对式(52)求解可以求解 $f_\alpha(z_\alpha)$ 函数中的各个参数,便可求得弹性体的位移和应力函数表达式 \hat{u} 、 $\hat{\sigma}_1$ 、 $\hat{\sigma}_2$ 。

2.3 线性叠加法解决非接触区域应力不为零的问题

通过整体法得到位移和应力函数后,在非接触区域仍然存在着正应力不近似于零的问题。此时分别提取区域 I 和区域 III 部分进行单独分析:先通过整体位移约束法的应力函数计算得到弹性体区域 I 和区域 III 顶部的应力 $\hat{\sigma}_{12}$ 和 $\hat{\sigma}_{22}$, 之后将得到的应力 $\hat{\sigma}_{12}$ 和 $\hat{\sigma}_{22}$ 取反后分别作为单独计算时区域 I 和区域 III 顶部的应力约束;区域 I 和区域 III 底部固定,在 x_1 、 x_2 和 x_3 方向上给定位移约束;对于区域 I 和区域 III 左右两侧,在 x_1 和 x_2 方向上给定应力约束,在 x_3 方向上给定位移约束。因此,此时弹性体区域 I 和区域 III 位移、应力函数计算的边界条件为

$$\begin{cases} I_u^{(n)1} u + I_\sigma^{(n)1} \sigma_1 = 0 & x_1 = 0 \\ I_u^{(n)r} u + I_\sigma^{(n)r} \sigma_1 = 0 & x_1 = L/2 - c \\ I_u^{(n)b} u + I_\sigma^{(n)b} \sigma_2 = 0 & x_2 = 0 \\ I_u^{(n)t} u + I_\sigma^{(n)t} \sigma_2 = [-\hat{\sigma}_{12}^{(n)t}, -\hat{\sigma}_{22}^{(n)t}, 0]^T & x_2 = h \end{cases} \quad (54)$$

其中: $n = 1, 3$ 。

$$\begin{cases} I_u^{(n)b} = \text{diag}(1, 1, 1), \\ I_\sigma^{(n)b} = \text{diag}(0, 0, 0) \\ I_u^{(n)1} = I_u^{(n)r} = I_u^{(n)t} = \text{diag}(0, 0, 1) \\ I_\sigma^{(n)1} = I_\sigma^{(n)r} = I_\sigma^{(n)t} = \text{diag}(1, 1, 0) \end{cases} \quad (55)$$

同样依照前面的计算方式求解出 $f_\alpha^{(n)}(z_\alpha^{(n)})$ 函数中的各个参数,得到式(54)边界条件下位移、应力的函数表达式为 \hat{u} 、 $\hat{\sigma}_1$ 、 $\hat{\sigma}_2$ 。然后将其与之前整体位移约束法计算的结果 \hat{u} 、 $\hat{\sigma}_1$ 、 $\hat{\sigma}_2$ 行叠加,并将叠加的结果作为边界条件的一部分进行再一此的整体计算,与 2.2 节中边界条件相同,但是顶部位移约束条件的数值发生改变:

$$U_2(x_1) = \begin{cases} \hat{u}_2(x_1, h) + \hat{u}_2^{(1)}(x_1, h) & 0 \leq x_1 \leq l^{(1)} \\ g(x_1) + \hat{u}_2(l^{(1)}, h) + \hat{u}_2^{(1)}(l^{(1)}, h) & l^{(1)} < x_1 \leq l^{(1)} + l^{(2)} \\ \hat{u}_2(x_1, h) + \hat{u}_2^{(3)}(x_1 - l^{(1)} - l^{(2)}, h) & l^{(1)} + l^{(2)} < x \leq L \end{cases} \quad (56)$$

依据边界条件和上述的位移约束条件函数求

解出位移、应力表达式 u 、 σ_1 和 σ_2 。到此,便完成了线性叠加。

2.4 迭代法逼近理想解

通过 2.2 节中的整体位移约束法计算和 2.3 节中的线性叠加法计算,非接触区域的应力在一定程度上变小,但还是不为零。由于应力函数给定的是傅里叶级数的函数形式,且 k 和 m 的取值有限,因此不能保证弹性体顶部非接触区域每个点的应力满足 $\sigma_{12} = 0$ 和 $\sigma_{22} = 0$,只能使其值近似于零。

对于 σ_{12} 和 σ_{22} 不近似于零时,需要将 2.3 节计算出来的 u 、 σ_1 和 σ_2 记为 \hat{u} 、 $\hat{\sigma}_1$ 、 $\hat{\sigma}_2$,然后重复 2.3 节中的线性叠加法,在区域 I 和区域 III 单独计算出 u 、 σ_1 、 σ_2 , \hat{u} 和 \hat{u} 叠加后作为整体计算时的边界条件,再次得到 u 、 σ_1 和 σ_2 。最后再次判断是否 $\sigma_{12} \approx 0$ 和 $\sigma_{22} \approx 0$,若不满足则再次重复上述操作,进行迭代。在计算出线性叠加后的位移函数和应力函数后,可通过每次迭代后对应力改变量是否小于一个值来判定迭代是否结束。

3 算法验证

3.1 圆柱压头接触问题验证

为了验证算法的正确性以及优越性,参考文献 [16] 中的数据给定参数:

$$\begin{cases} E_1 = 25.0 \text{ GPa} \\ E_2 = E_3 = 1.0 \text{ GPa} \\ G_{23} = 0.2 \text{ GPa} \\ G_{12} = G_{31} = 0.5 \text{ GPa} \\ \nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = 0.25 \\ L = 1.0 \text{ m} \\ h = 0.4 \text{ m} \\ R = 0.5 \text{ m} \\ 2c = 0.1 \text{ m} \end{cases} \quad (57)$$

式中: E_1 、 E_2 、 E_3 分别为坐标轴 3 个方向的弹性模量; G_{23} 、 G_{31} 、 G_{12} 分别为坐标轴 3 个方向的剪切模量; ν_{23} 、 ν_{31} 、 ν_{12} 分别为坐标轴 3 个方向的泊松比。

将刚体压头的外廓修改成圆柱形,则外廓函数为

$$g(x_1) = \sqrt{R^2 - c^2} - \sqrt{R^2 - (x_1 - c)^2} \quad (58)$$

在 MATLAB 中编写程序进行计算,再与文献 [14-15] 的解析解(弹性半空间下的求解)做比较。图 2 给出了 $K = 500$ 时顶部应力分布与文献 [14-15] 弹性半空间法求解的应力分布。可以看到,在非接触区域,当前解与弹性半空间解一致;在接触区域,当前解也与弹性板空间解较吻

合。图 3 给出了 $K = 500$ 时接触区域的相对误差 ε_{re} ,进一步说明它的吻合程度。在图 3 中,竖直 2 条虚线的中间区域代表了弹性体顶部 $|x_1 - L/2| < 0.9c$ 区域,在此区域内的最大相对误差为 2.6%。

得到应力分布函数后,通过积分求得载荷值,表 1 为 K 取 400 时的迭代结果。随着迭代次数

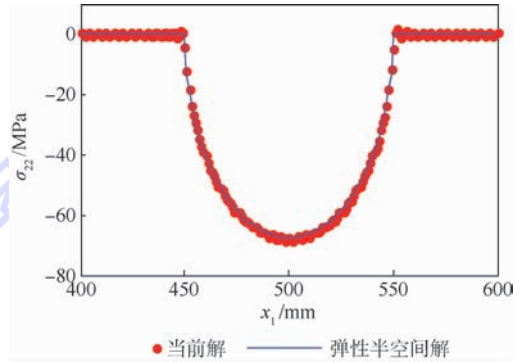


图 2 当前解与弹性半空间解的比较

Fig. 2 Comparison between present solution and solution of elastic half space

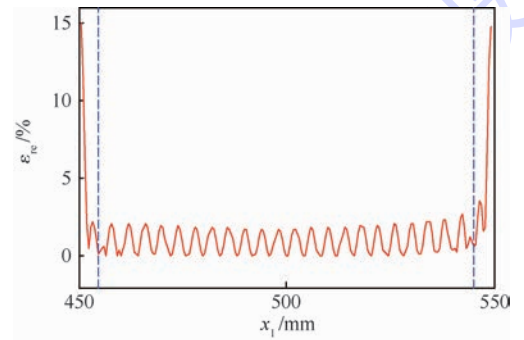


图 3 $K = 500$ 时接触区域应力的相对误差

Fig. 3 Relative error of stress in contact zone at $K = 500$

表 1 $K = 400$ 时的迭代结果

Table 1 Iterative results at $K = 400$

迭代次数	中间点位移/mm	中间点应力/MPa	载荷/N
0	-0.56	-33.19	1413.16
1	-1.49	-37.27	1969.28
2	-4.36	-52.47	3405.87
3	-6.21	-60.30	4400.09
4	-7.11	-64.14	4899.41
5	-7.48	-65.59	5116.40
6	-7.65	-66.36	5224.26
7	-7.72	-66.63	5268.43
8	-7.76	-66.79	5290.35
9	-7.77	-66.84	5298.72
10	-7.78	-66.87	5303.15
11	-7.78	-66.88	5304.71
12	-7.78	-66.89	5305.04
13	-7.78	-66.89	5305.36
14	-7.78	-66.89	5305.54
15	-7.78	-66.89	5305.60

增加,中间点的位移与应力、载荷的变化越来越小。经过 15 次迭代后载荷值为 5 305.60 N。用文献 [14-15] 的方法计算得到的载荷 P_{ortho} 为 5 278.14 N,采用式(59)计算相对误差,并与文献 [16] 的计算结果进行比较。在文献 [16] 的计算结果中, $K = 400$ 时相对误差为 1.9%, $K = 1000$ 时相对误差为 0.8%,而本文在 $K = 400$ 时计算得到的相对误差仅为 0.52%。可见,本文计算结果的相对误差更小,且在 K 取较小值时便能获得较优的结果。

$$E_{err} = 100 \times |P - P_{ortho}| / P_{ortho} \quad (59)$$

3.2 圆柱压头与有界弹性体接触问题验证

该求解方法与弹性半空间平面接触问题求解不同,可以适用于求解有界弹性体的接触问题。给定参数如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 = 25.0 \text{ GPa} \\ E_2 = E_3 = 1.0 \text{ GPa} \\ G_{23} = 0.2 \text{ GPa} \\ G_{12} = G_{31} = 0.5 \text{ GPa} \\ \nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = 0.25 \\ L = 0.3 \text{ m} \\ h = 0.1 \text{ m} \\ R = 0.5 \text{ m} \\ 2c = 0.1 \text{ m} \end{array} \right. \quad (60)$$

取 $K = 400$,求解得到刚体压头的压痕深度为 4.788 mm(实际收敛结果为 4.78779 mm),载荷值为 5 832.3 N。在 ABAQUS 软件中依据上述的参数建立模型,由于 ABAQUS 中依据接触宽度作为边界条件比较困难,因此采用给定压痕深度,反过来求接触宽度。

在 ABAQUS 中给予刚体压头 -4.788 mm 的位移约束,仿真得到的接触应力如图 4 所示,求得接触宽度为 100.33 mm,载荷值为 5 793.6 N。容易得到,计算的接触宽度对于仿真结果的相对误差为 0.33%,计算得到的载荷值相对于仿真结果的相对误差为 0.67%。图 5 显示了弹性体接触区域应力分布的计算结果和仿真结果,定义绝对误差 ε_{ab} 为计算值减仿真值,则最大绝对误差为 3.648 MPa;除去右边靠近交接处的位置,其他位置的绝对误差值都小于 3 MPa。可见,本文求解方法在解决有界弹性体接触问题上具有可行性。

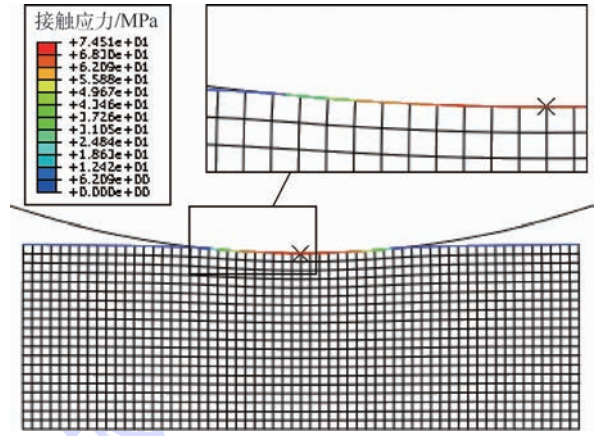


图 4 ABAQUS 仿真接触应力

Fig.4 Contact stress of ABAQUS simulation

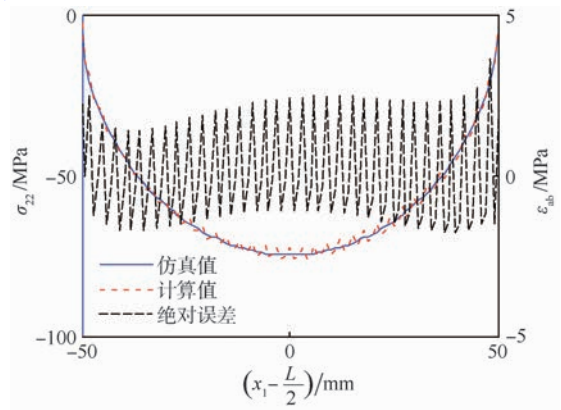


图 5 圆柱压头与有界弹性体接触应力分布

Fig.5 Distribution of contact stress between cylindrical indenter and bounded elastic body

3.3 倒圆角楔形压头接触问题验证

在图 1 所示模型中,刚体压头是倒圆角的楔形,式(11)是它的外廓函数。该外廓函数对圆角半径 $R = 0$ 时也适用。基于式(60)中弹性体的参数,给定楔形的参数:楔形斜度 θ 和圆角半径 R 。在 θ 取 10° 时, R 分别取 0、50、100、150、200、250 mm 进行计算,得到压痕深度后作为位移约束在 ABAQUS 中进行对应的有限元仿真,得到表 2、表 3 和图 6。

表 2 不同 R 值下的压痕深度与仿真接触宽度

Table 2 Indentation depth and simulation contact width at different R values

圆角半径/mm	压痕深度/mm	仿真接触宽度/mm	接触宽度相对误差/%
0	20.24	99.67	0.33
50	19.47	99.56	0.44
100	18.56	99.51	0.49
150	17.53	99.48	0.52
200	16.37	99.50	0.50
250	15.00	99.55	0.45

表2和表3表示在 $K = 500$ 时不同 R 值下的计算结果和仿真结果,并给出载荷值和接触宽度

表3 不同 R 值下的计算载荷与仿真载荷

Table 3 Calculation load and simulation load at different R values

圆角半径/mm	计算载荷/N	仿真载荷/N	载荷相对误差/%
0	11 947	11 785	1.38
50	11 867	11 762	0.89
100	11 679	11 571	0.94
150	11 354	11 227	1.13
200	10 865	10 723	1.32
250	10 151	9 991	1.60

度的相对误差。如表2所示,在有圆角的情况下,随着 R 值的增加,达到相同的接触宽度 ($2c = 100$ mm),需要的压痕深度值逐渐减少;如表3所示,随着 R 值的增加,载荷值也逐渐减少。载荷值的相对误差都小于2%,接触宽度 $2c$ 相对误差都小于1%。可见, $K = 500$ 时计算值和其对应的仿真值是比较接近的。

图6为 R 取0、50、100、150、200、250 mm 时计算得到的应力分布和仿真得到的接触应力分布以及两者的绝对误差。在图6(a)~图6(f)中,坐标左右两端的误差比较大,一个原因在于左右两

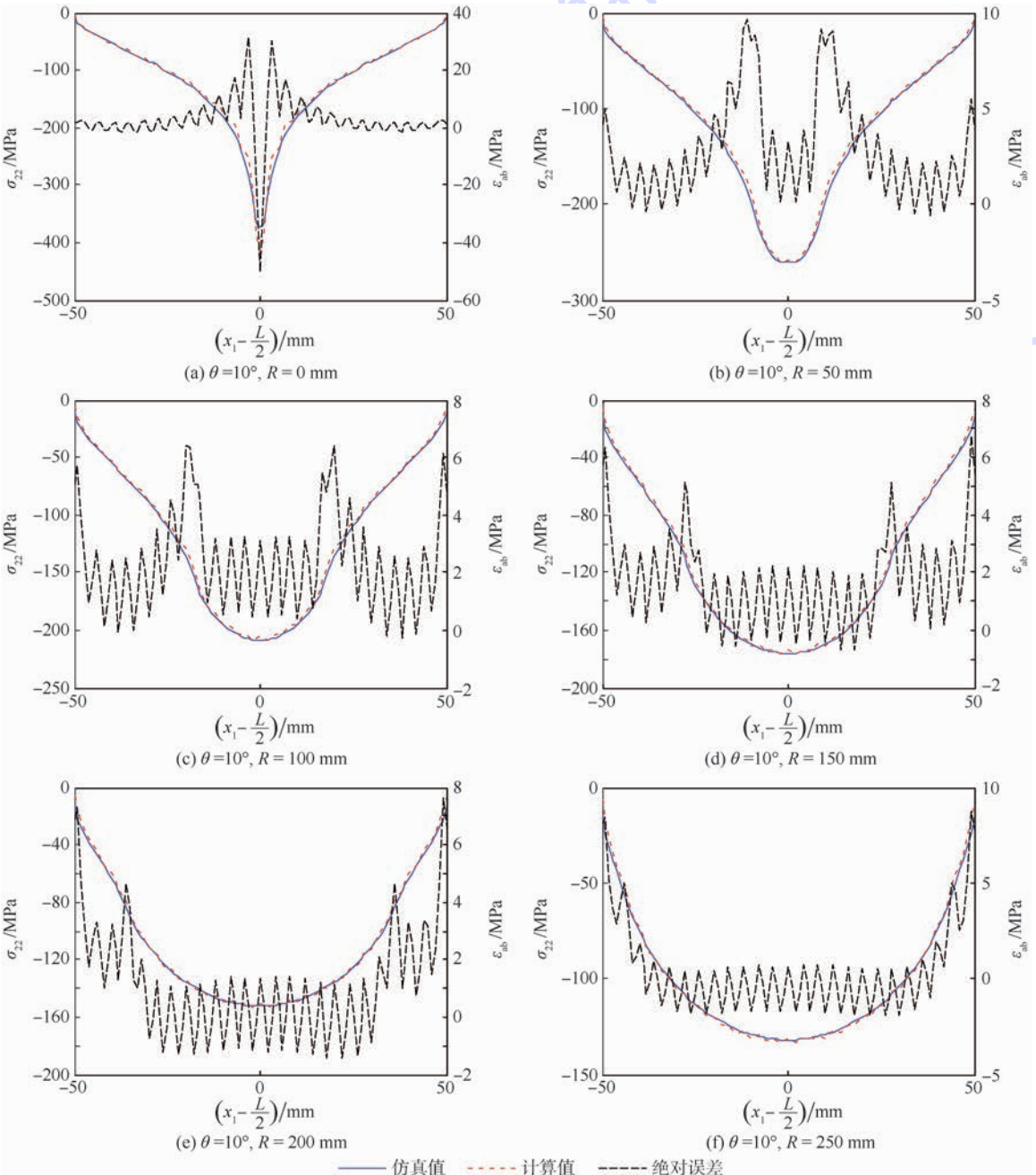


图6 在 $\theta = 10^\circ$, $R = 0, 50, 100, 150, 200, 250$ mm 时的计算与仿真应力分布及两者的绝对误差

Fig.6 Computed and simulated stress distribution and absolute error between them at $\theta = 10^\circ$ and $R = 0, 50, 100, 150, 200, 250$ mm

端是接触区域和非接触区域的交接处,交接处的应力计算时不容易收敛且此处附近的点在 x_1 轴方向上的位移变化相对中间区域的点要大。实际上,算法中给顶部的位移约束不是刚体压头的外廓函数减间隙高度,因为接触点处不光发生了 x_2 轴方向的位移,也在 x_1 轴方向上也发生位移,因此实际给的外廓函数在 x_1 轴方向上发生了形变。接触区域各点在 x_1 方向发生的移动指向接触中心处,计算用的刚体压头相对于仿真用的刚体压头要略微“偏瘦”。另一个原因在于原本设定的级数函数就是为了逼近实际的位移函数和应力函数,求得的函数在理想的函数上就有一些波动。算法本身便会导致误差,在斜率较大或突变的地方会更容易造成较大的误差。

另外,在切点(圆弧和斜线的过度处)附近的绝对误差值也要比正常地方的绝对误差值大。例如,在 $R = 150 \text{ mm}$ 时, $R \sin 10^\circ = 26.04 \text{ mm}$,在图 6(d)中可以看出在 $x_1 - L/2 = \pm 26.04 \text{ mm}$ 附近绝对误差值较大;在 $R = 200 \text{ mm}$ 时, $R \sin 10^\circ = 34.73 \text{ mm}$,在图 6(e)中可以看出 $x_1 - L/2 = \pm 34.73 \text{ mm}$ 附近绝对误差也较大。因此,随着 R 值的增加,绝对误差较大处逐渐往外移动。

对于有圆角的楔形,从图 6(b)~图 6(f)可以看出,在接触区域,计算值与仿真值的绝对误差值小于 10 MPa ,除去交接点附近和切点附近,绝对误差值小于 5 MPa 。

虽然接触应力的绝对误差并不小,但计算得到的应力函数在仿真得到的应力分布曲线上波动,由于误差有正有负,能够得到消除,使得最后得到的载荷值误差较小。

4 结 论

1) 针对线性各向异性弹性体小变形接触问题,本文基于 Eshelby-Stroh 公式,运用线性材料叠加原理和整体位移约束法,解决了圆柱型压头和倒圆角楔形压头与弹性体的接触问题。

2) 针对正交各向异性弹性体接触问题,本文以圆柱压头为例,求得的结果在载荷值比文献[16]求解结果更接近于文献[14-15]的求解结果,且在 K 取较小值时便能算出相对误差较小的载荷值: $K = 400$ 时载荷计算值相对于文献[14-15]弹性半空间计算结果的相对误差为 0.52% 。本文算法更佳。

3) 本文算法解决了圆柱压头与有界线性正交各向异性弹性体的接触问题,并用 ABAQUS 仿真验证:计算的接触宽度和载荷对于仿真结果的

相对误差分别为 0.33% 、 0.67% 。

4) 对于倒圆角楔形压头与线性正交各向异性弹性体小变形接触问题,在接触区域和非接触区域交接处的绝对误差相对普通接触点较大。同时在刚体压头外廓上,圆弧和斜线过度处也会发生应力绝对误差较大的现象,并随着 R 值的增加,绝对误差较大处逐渐往外移动。至于普通接触点的接触应力,计算值和仿真值比较接近。虽然某些地方接触应力的绝对误差并不小,但通过积分得到载荷值的相对误差都小于 2% 。因此,已知倒圆角楔形压头与线性正交各向异性弹性体的接触宽度,通过本算法求解压头的载荷是可行的。

参考文献 (References)

- [1] TÖYRÄS J, LYIRA-LAITINEN T, NIINIM K M, et al. Estimation of the Young's modulus of articular cartilage using an arthroscopic indentation instrument and ultrasonic measurement of tissue thickness[J]. *Journal of Biomechanics*, 2001, 34(2): 251-256.
- [2] KORHONEN R K, SAARAKKALA S, TOYRAS J, et al. Experimental and numerical validation for the novel configuration of an arthroscopic indentation instrument[J]. *Physics in Medicine & Biology*, 2003, 48(11): 1565-1576.
- [3] DIMITRIADIS E K, HORKAY F, MARESCA J, et al. Determination of elastic moduli of thin layers of soft material using the atomic force microscope[J]. *Biophysical Journal*, 2002, 82(5): 2798-2810.
- [4] WANNINAYAKE I B, DASGUPTA P, SENEVIRATNE L D, et al. Air-float palpation probe for tissue abnormality identification during minimally invasive surgery[J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2013, 60(10): 2735-2744.
- [5] 郭渊, 关志东, 刘德博, 等. 复合材料静压痕与落锤冲击初始损伤对比试验[J]. *北京航空航天大学学报*, 2009, 35(8): 1018-1021.
GUO Y, GUANG Z D, LIU D B, et al. Comparison between quasi-static indentation testing and drop-weight impact testing on delamination on set damage[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2009, 35(8): 1018-1021 (in Chinese).
- [6] STOLZ M, GOTTARDI R, RAITERI R, et al. Early detection of aging cartilage and osteoarthritis in mice and patient samples using atomic force microscopy[J]. *Nature Nanotechnology*, 2009, 4(3): 186-192.
- [7] LIAO Q, HUANG J, ZHU T, et al. A hybrid model to determine mechanical properties of soft polymers by nanoindentation[J]. *Mechanics of Materials*, 2010, 42(12): 1043-1047.
- [8] MUSKHELISHVILI N I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity[J]. *Mathematical Gazette*, 1953, 48(365): 351.
- [9] ENGLAND A H, SIH G C. *Complex variable methods in elasticity*[M]. London: Wiley-Interscience, 1971: 318.

- [10] GLADWELL G M L, ENGLAND A H. Orthogonal polynomial solutions to some mixed boundary-value problems in elasticity theory[J]. Quarterly Journal of Mechanics & Applied Mathematics, 1977, 30(2): 175-185.
- [11] OKUMURA M, HASEBE N, NAKAMURA T. Crack due to wedge-shaped punch with friction[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116(10): 2173-2185.
- [12] STROH A N. Dislocations and cracks in anisotropic elasticity[J]. Philosophical Magazine, 1958, 3(30): 625-646.
- [13] STROH A N. Steady state problems in anisotropic elasticity[J]. Studies in Applied Mathematics, 1962, 41(1): 77-103.
- [14] FAN C W, HWU C. Punch problems for an anisotropic elastic half-plane[J]. Journal of Applied Mechanics, 1996, 63(1): 69-76.
- [15] HWU C, FAN C W. Sliding punches with or without friction along the surface of an anisotropic elastic half-plane[J]. Quarterly Journal of Mechanics & Applied Mathematics, 1998, 51(1): 159-177.
- [16] BATRA R C, JIANG W. Analytical solution of the contact problem of a rigid indenter and an anisotropic linear elastic layer [J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(22-23): 5814-5830.
- [17] JIANG W, BATRA R C. Indentation of a laminated composite plate with an interlayer rectangular void[J]. Composites Science and Technology, 2010, 70(6): 1023-1030.
- [18] VEL S S, BATRA R C. The generalized plane strain deformations of thick anisotropic composite laminated plates[J]. International Journal of Solids and Structures, 2000, 37(5): 715-733.
- [19] TINGT C T. Anisotropic elasticity theory and applications[M]. Oxford: Oxford University Press, 1996: 134-142.

作者简介:

颜灯灯 男, 硕士研究生。主要研究方向: 触觉传感器。

李成刚 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 工业机器人技术、并联机器人与传感器技术。

申景金 男, 博士, 讲师, 硕士生导师。主要研究方向: 生物材料本构关系、接触力学、机器人分析与控制。

Study on contact problem of anisotropic elastic body based on Eshelby-Stroh formalism

YAN Dengdeng¹, LI Chenggang^{1,*}, SHEN Jingjin², WANG Yan¹, WANG Chunming¹, SONG Weishan¹

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. School of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: In order to solve infinitesimal deformation contact problem of a linear anisotropic elastic body, the elastic body is divided into several parts, according to the contact condition between the rigid body and the indenter. Based on Eshelby-Stroh formalism, the displacement function and stress function of each part are solved, and the load is obtained by integrating the stress function. Considering the stress mutation at junction and nonzero stress on the top of noncontact region, both whole displacement constraint method and linear superposition principle are used for getting ideal displacement function and stress function based on iteration. The contact problem between the cylindrical indenter and bounded elastic body and the contact problem between the rounded wedge indenter and elastic body are solved. The load results based on cylinder indenter are close to the results of elastic half space method. When the quantity of series is 400, the computing relative error is only 0.52%. The computed load results based on cylindrical indenter and rounded wedge indenter agree well with those of ABAQUS simulation. The relative error of cylindrical indenter load is 0.67%, and 6 rounded wedge indenters are computed with all the relative errors of load less than 2%.

Keywords: anisotropic; elastic body; cylindrical indenter; rounded wedge; linear superposition; whole displacement constraint method

Received: 2017-06-12; Accepted: 2017-08-31; Published online: 2017-10-19 11:12

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171019.1112.003.html

Foundation item: Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20141414)

* Corresponding author. E-mail: lichenggang@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0412

临近空间环境下封闭方腔内耦合换热特性



字贵才, 贺卫亮*

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘 要: 以临近空间浮空器载荷舱为应用背景, 对复杂热边界条件下含热源的三维封闭方腔内自然对流、表面辐射和导热的耦合问题进行了数值模拟。综合考虑对流换热、长波辐射、太阳辐射等因素的影响, 建立了临近空间热环境模型。通过 Fluent 软件用户自定义函数 (UDF) 引入外部非定常的辐射-对流耦合热边界条件, 对腔内换热特性的昼夜变化进行研究, 并分析了腔壁厚度、发射率和导热系数对其的影响。数值结果表明, 腔内平均温度昼夜变化很小, 约为 12.9 K, 但温度场分布随太阳方位变化而变化; 腔内对流换热较弱, 同一时刻最大温差约为 71.3 K; 腔壁热阻和发射率增加会削弱自然对流的强度。

关键词: 临近空间; 封闭方腔; 耦合传热; 自然对流; 数值模拟

中图分类号: V273

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1283-11

临近空间环境温度低, 空气密度小, 对流换热较弱, 而太阳辐射强烈, 浮空器随太阳辐射的昼夜变化会产生很大的温度波动, 合理得当的温度控制是保障飞行任务成功的关键要素之一^[1]。对于大部分浮空器而言, 热涂层、隔热材料等被动温控措施是最简单实用的方法。

目前关于浮空器热特性的研究主要集中在平台方面^[2-3], 对载荷舱的研究相对较少, 特别是处于临近空间环境下的载荷舱。这些研究主要分为 2 类: 第 1 类以研究封闭方腔换热机理为主, 而不考虑实际的应用背景, 所使用的模型多为简化的二维模型, 边界条件比较简单; 第 2 类考虑实际的应用背景, 研究载荷舱在具体环境下的不同结果, 但条件较为简化, 无法兼顾舱内对流、导热和辐射的影响。第 1 类研究如 Choi 和 Kim^[4] 分析不同 Reynolds 应力及热通量处理方法对矩形腔内自然对流模拟结果的稳定性和精确性的影响; Xamán 等^[5] 研究分别忽略导热或辐射对存在太阳辐射的二维腔内耦合换热结果的影响; Kuznetsov 和

Sheremet 等^[6-8] 分析瑞利数、表面发射率和导热系数等参数变化对存在恒温热源的封闭方腔内耦合换热结果的影响。第 2 类研究如许玉等^[9] 分析分别处于 20 km 高空和地面时载荷舱内温度场分布的区别, 但其只考虑了自然对流与辐射换热, 而忽略了导热的影响; 邓丽君^[10] 研究临近空间浮空器载荷舱的热控技术, 所使用的模型也没有考虑导热的影响。这 2 类研究都无法准确反映临近空间环境下载荷舱内的耦合换热特性。实际情况下载荷舱外受到对流换热、长波辐射以及太阳辐射等多种因素的影响, 而舱内同时存在自然对流、热辐射和热传导 3 种热量传递方式, 研究时需要综合考虑舱内外的影响。

本文以临近空间浮空器载荷舱为应用背景, 建立封闭方腔热分析模型。以方腔外壁面的对流换热系数和辐射热流作为浮动边界条件, 把方腔内外耦合传热分割为 2 个相对独立的传热过程, 研究临近空间环境下封闭方腔内自然对流、表面辐射和导热的耦合问题。重点分析了不同时刻、

收稿日期: 2017-06-19; 录用日期: 2017-10-13; 网络出版时间: 2017-12-20 13:48

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171220.0913.001.html

* 通信作者。E-mail: heweilang@buaa.edu.cn

引用格式: 字贵才, 贺卫亮. 临近空间环境下封闭方腔内耦合换热特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1283-1293.

ZI G C, HE W L. Conjugate heat transfer characteristics of enclosure cavity in near space environment[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1283-1293 (in Chinese).

不同腔壁热阻和发射率对结果的影响,相关结论对工程应用具有一定的参考价值。

1 封闭方腔数学建模

1.1 封闭方腔理论分析模型

考虑临近空间环境中一含有热源的有限厚度封闭方腔,方腔内部尺寸为 $0.5\text{ m} \times 0.5\text{ m} \times 0.5\text{ m}$,特征长度 $L=0.5\text{ m}$,腔壁是厚度为 d 的保温材料。热源位于方腔底部中心处,尺寸为 $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$,发热功率 45 W 。同时在方腔底部还放置有一块 2 mm 厚的铝板,以增加热源向腔内的传热。方腔示意图如图 1 所示, X 轴指向正南, Y 轴指向正东。

在临近空间大气中,方腔外面非均匀的辐射-对流耦合热边界条件可以用热流表示,包括:太阳直射辐射热流 q_{dn} ,太阳散射辐射热流 q_{atm} ,地面反照辐射热流 q_{alb} ,天空长波辐射热流 q_{irea} ,地面长波辐射热流 q_{ireg} ,以及外部强迫对流换热热流 q_{ce} 。其分析模型如图 1 所示, g 为重力加速度。

太阳直接辐射、太阳散射辐射和地面反照辐射所得热流分别为^[3]

$$q_{\text{dn}} = \alpha I_{\text{dn}} \cos(\pi - \beta) \quad (1)$$

$$q_{\text{atm}} = \alpha I_{\text{atm}} (1 - X_{i,\text{sky}}) \quad (2)$$

$$q_{\text{alb}} = \alpha I_{\text{alb}} X_{i,\text{sky}} \quad (3)$$

式中: α 为壁面材料对可见光的吸收率,取 0.1 ; β 为壁面法向与太阳辐射向量夹角,当 $\beta \in (\pi/2, \pi]$ 时,壁面能接收到太阳直接辐射, $\beta \in [0, \pi/2]$ 时,则不能; I_{dn} 、 I_{atm} 和 I_{alb} 分别为太阳直接辐射、太阳散射辐射和地面反照辐射强度,采用文献[3]

中的公式计算:

$$I_{\text{dn}} = 1367 \left(\frac{1 + e \cos W}{1 - e^2} \right) p_1^{m_a} \quad (4)$$

$$I_{\text{atm}} = \frac{1}{2} I_{\text{dn}} \frac{1 - p_1^{m_a}}{1 - 1.4 \ln p_1} \sin \delta \quad (5)$$

$$I_{\text{alb}} = C_g (I_{\text{dn}} \sin \delta + I_{\text{atm}}) \quad (6)$$

式中: e 为地球轨道偏心率; W 为真实轨道时间角; p_1 为大气透过率; m_a 为大气质量; δ 为太阳高度角; C_g 为地面平均反射率。各参数具体计算方法可参考文献[11]。

$X_{i,\text{sky}}$ 为方腔表面对空的角系数,是该表面与水平面之间夹角 θ_i (规定上表面与水平面的夹角为 0) 的函数^[12]:

$$X_{i,\text{sky}} = 0.5(1 - \cos \theta_i) \quad (7)$$

地面和天空的长波辐射热流可用式(8)和式(9)计算^[12]:

$$q_{\text{ireg}} = \varepsilon_{\text{ex}} \sigma \tau_{\text{atmIR}} \varepsilon_g T_g^4 X_{i,\text{sky}} \quad (8)$$

$$q_{\text{irea}} = \varepsilon_{\text{ex}} \sigma T_{\text{sk}}^4 (1 - X_{i,\text{sky}}) \quad (9)$$

式中: ε_{ex} 为腔外壁面发射率,取 0.2 ; σ 为斯蒂芬-玻尔兹曼常数; τ_{atmIR} 为地面长波辐射大气透过率,见文献[12]; ε_g 为地面长波辐射发射率; T_g 为地面温度; T_{sk} 为大气辐射等效温度^[13]。

同时方腔表面也向环境辐射热量,因此方腔与外部环境的总辐射换热热流为

$$q_r = q_{\text{dn}} + q_{\text{atm}} + q_{\text{alb}} + q_{\text{ireg}} + q_{\text{irea}} - \varepsilon_{\text{ex}} \sigma T_f^4 \quad (10)$$

式中: T_f 为方腔表面温度。

将外部辐射用等效热沉表示^[14],等效热沉温度为

$$T_{\text{eq}} = \left(\frac{q_{\text{dn}} + q_{\text{atm}} + q_{\text{alb}} + q_{\text{ireg}} + q_{\text{irea}}}{\varepsilon_{\text{ex}} \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (11)$$

则方腔与外部环境的总辐射换热热流 q_r 可以表示为

$$q_r = \varepsilon_{\text{ex}} \sigma (T_{\text{eq}}^4 - T_f^4) \quad (12)$$

外部强迫对流换热系数 h_{ce} 采用式(13)计算^[11]:

$$h_{\text{ce}} = \begin{cases} 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \lambda_a / L & Re < 5 \times 10^5 \\ (0.037 Re^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \lambda_a / L & 5 \times 10^5 \leq Re \leq 10^8 \\ 0.037 Re^{4/5} Pr^{1/3} \lambda_a / L & Re > 10^8 \end{cases} \quad (13)$$

式中: Re 为雷诺数; Pr 为普朗特数; λ_a 为空气的导热系数。

由于方腔外界热环境变化缓慢,在一定的时间段内,热边界条件变化很小,可将其视为不变,

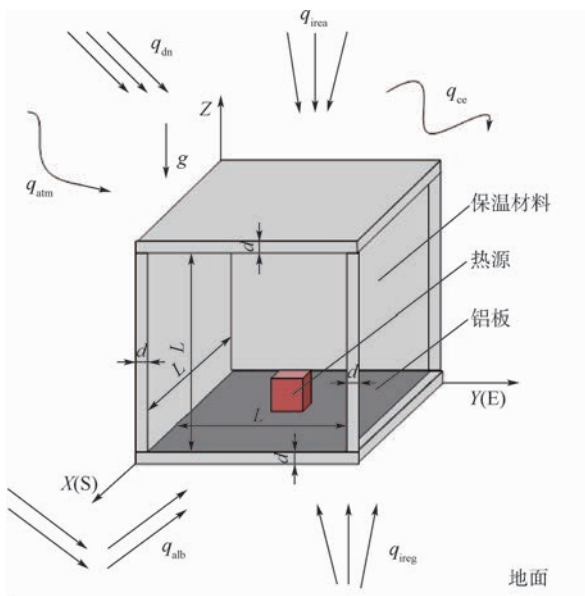


图 1 封闭方腔热分析模型

Fig. 1 Thermal analysis model of enclosure cavity

腔内自然对流非常接近稳态状况。为了计算方便,可以用多个不同热边界条件下的稳态过程来模拟腔内一昼夜的自然对流变化^[15]。

1.2 封闭方腔数值分析模型

假设腔内空气为辐射透明介质,密度采用 Boussinesq 近似,其他物性参量为常数。流场区域控制方程的通用形式为

$$\text{div}(\rho \mathbf{V} \phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_T \quad (14)$$

式中: ρ 为空气密度; \mathbf{V} 为速度矢量; ϕ 为广义变量; Γ 为对应于 ϕ 的广义扩散系数; S_T 为广义源项。

腔壁的控制方程为

$$\frac{\partial^2 T_b}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T_b}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T_b}{\partial Z^2} = 0 \quad (15)$$

式中: T_b 为腔壁温度。

对于由温度场不均匀,产生的自然对流,可由瑞利数判断流动强度。

$$Ra = \frac{\rho g \alpha_v \Delta T L^3}{a_2 \mu} \quad (16)$$

式中: α_v 为空气体积膨胀系数; μ 为动力黏度; $a_2 = \lambda_a / (\rho C_p)$ 为热扩散系数, C_p 为定压热容; ΔT 采用文献[16]中的组合温度尺度

$$\Delta T = \sum (T_h - T_c) + \sum (q_m L / k_f) + \sum (q_l L^2 / k_f) \quad (17)$$

式中: T 包含腔壁和腔内空气的温度; T_h 和 T_c 分别为热面温度和冷面温度; q_m 和 q_l 分别为面热源和体热源热生成率; k_f 为导热系数。

由此估算 $Ra \geq 10^8$, 所以腔内自然对流为湍流。而且在具体计算时发现采用湍流模型计算所得结果比层流更符合实际情况。因此采用标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型进行模拟,近壁面用增强壁面处理。

计算时需要同时考虑方腔外的辐射热环境、对流热环境,以及方腔内部对流、辐射和导热的耦合作用。根据 1.1 节的处理方法,可以把临近空间热环境的影响通过 Fluent 混合热边界条件加入到仿真模型中,以减少计算量。辐射边界方面,给定表面发射率,热沉温度通过 UDF 计算得到;对流边界方面,给定换热系数,环境温度为所处的大气温度。方腔内部空气、热源及腔壁分别设定材料属性;空气与热源及壁面的交界面采用 Coupled 耦合边界,并给定交界面上的发射率,Fluent 可以自动计算得到上面的热流密度和温度分布。腔体底部的铝板采用壳导热模型 (shell conduction) 进行处理。内部热源以体热源的形式施加。内壁面辐射用离散坐标模型 (Do 模型) 计算。压力-速度耦合项使用 SIMPLE 算法,压力项的离散格式为

Body Force Weighted, 动量和能量项都使用二阶迎风格式,并适当减小亚松弛因子。

仿真计算前先进行网格无关性验证。热源、腔壁和腔内空气分别划分网格,腔内空气与固体区域接触的部分进行局部加密,如图 2 所示。图 3 显示了秋分日 0:00 时刻不同网格密度下腔内沿直线 $X = Y = 0.28 \text{ m}$ 的温度变化,可以看出 33 万网格和 42 万网格的计算结果非常相近,能满足计算精度的要求,所以可采取 33 万网格进行计算。

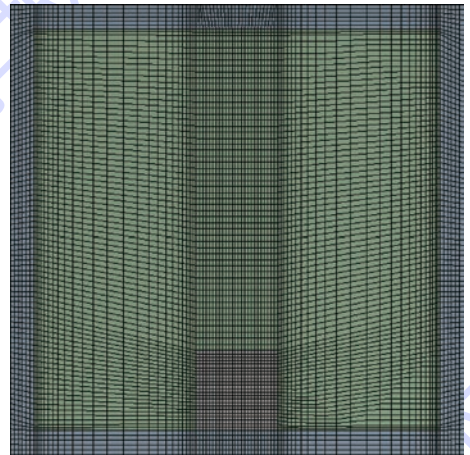


图 2 $X = 0.28 \text{ m}$ 截面的网格示意图

Fig. 2 Schematic of grid at $X = 0.28 \text{ m}$ section

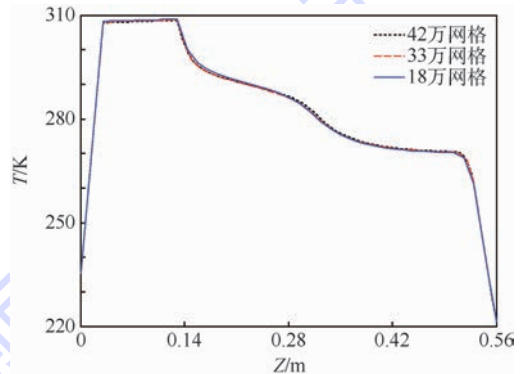


图 3 不同网格下沿直线 $X = Y = 0.28 \text{ m}$ 的温度变化曲线
Fig. 3 Variation curves of temperature at $X = Y = 0.28 \text{ m}$ for different grids

2 计算结果分析

2.1 环境昼夜变化的影响

采用上述模型对秋分日北纬 40° , 东经 120° 20 km 高空方腔内一昼夜热特性变化进行模拟。腔壁采用表面贴铝箔的聚氨酯泡沫板,壁厚 $d = 0.03 \text{ m}$,腔壁导热系数取泡沫板的导热系数 $k = 0.024 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,腔内表面发射率取铝箔的发射率 $\varepsilon = 0.2$,计算时不考虑铝箔的厚度。假设腔

内热源为体热源,热生成率为 $45\,000\text{ W/m}^3$,且一直处于工作状态。一昼夜,方腔内空气温度极值和平均值的变化情况如图4所示,腔内温度和垂直速度的分布情况如图5所示。

由图4可知,腔内空气温度在 $235\sim 315\text{ K}$ 之间变化,其极值和平均值以 $12:00$ 时刻近似成对称分布。由于腔壁为弱导热系数的保温材料,一天中腔内平均温度昼夜变化很小,约为 12.9 K 。但腔内自然对流较弱,同一时刻腔内温差很大,夜间温差最大,约为 71.3 K , $12:00$ 时刻温差最小,约为 67.9 K 。对于发热量较大、工作温度要求苛刻的设备,需要采取其他措施促进腔内温度分布的均匀。腔内空气温度变化主要受到太阳高度角的影响,夜间温度最低,上午随着太阳高度角增大逐渐升高,下午温度开始下降,日落之后温度迅速下降。按照该方腔的方位假设,虽然 $12:00$ 时刻太阳辐射最强,但此时方腔能接收到太阳直接辐射的面积要小于 $10:00$ 时刻的面积,所以一天中腔内空气最高值和平均值的最大值并不是在 $12:00$ 时刻,而是在 $10:00$ 时刻左右。

由图5可知,腔内温度在绝大部分空间中是均匀的,只在靠近热源、底面铝板和壁面处有较大温度梯度。在不同时刻腔内温度分布相差很大,随太阳高度角和方位角而变化。这与文献[9]中假设腔外边界条件为恒温边界时有很大区别。夜间无太阳辐射,腔内温度分布对称;太阳在 $9:00$ 时刻处于方腔的东南方向,腔内热源上方偏东南区域的温度较高,加上铝板导热的影响,在腔内底部的东南角也有一个高温区; $15:00$ 时刻的太阳高度角与 $9:00$ 时的基本相同,但方位角相反,腔内高温区偏向西南方。太阳在 $12:00$ 时刻处在方腔的正南方,高温区在热源上方偏南,此时由于太阳辐射强烈,腔内整体温度都较高。

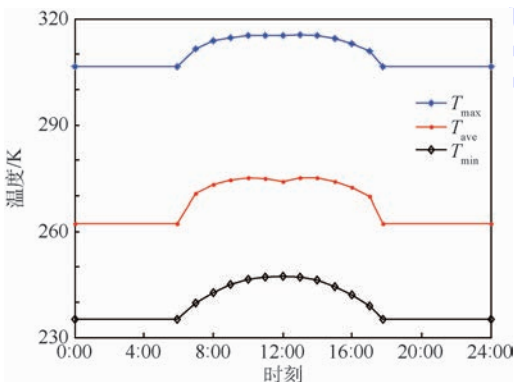


图4 腔内温度极值和平均值随时间变化曲线

Fig. 4 Variation of extreme and average temperature in cavity with time

由于方腔各个面接收的辐射不同,再加上热源的影响,腔内的自然对流比较复杂。总的来讲,由于 20 km 高空空气密度较低,腔内自然对流较弱,在热源上方面向太阳的区域空气流速较大,但最大速度不超过 0.55 m/s 。从图5中可以看出 $0:00$ 和 $12:00$ 时刻的流动要比 $9:00$ 和 $15:00$ 时刻强烈。在夜间,腔内下部温度高而上部温度低,内部形成以热源为中心向上部四周流动的大涡,热源上部的空气流速最大;太阳在 $12:00$ 时刻辐射强度最高,再加上热源的影响,内部的自然对流形成不止一个涡,热源上方偏南处对流最为强烈。图6为 $0:00$ 和 $12:00$ 时刻 $Y=0.28\text{ m}$ 截面垂直方向的速度矢量图。

定义方腔内表面的局部努赛尔数为

$$Nu = -\frac{L}{T_{in} - T_{ref}} \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \quad (18)$$

平均努赛尔数 Nu_{ave} 为

$$Nu_{ave} = \frac{1}{S} \iint Nu dS \quad (19)$$

式中: L 取腔内空间的高度; T_{in} 为腔内表面温度; T_{ref} 为参考温度,取腔内空气平均温度; S 为表面积。

图7给出了方腔内顶面的平均努赛尔数和空气温差的昼夜变化曲线。从中可以看出,接近 $12:00$ 时刻,腔内顶面的 Nu_{ave} 最大,内部的自然对流使得空气的混合相对均匀,温差最小。

2.2 内表面发射率的影响

表1为 $0:00$ 时刻方腔内顶面的辐射和自然对流换热量大小。可以看到 20 km 高空腔内的辐射换热要比对流换热更强,而且随着腔内表面发射率的增加,辐射增强,而对流减弱,但总的换热量增加的。

$0:00$ 时刻,在不同内表面发射率下, $X=0.28\text{ m}$ 截面的温度(单位为 K) 和速度(单位为 m/s) 等值线如图8所示,腔内温度极值(T_{max} 、 T_{min}) 和平均温度(T_{ave}) 的变化如图9所示,沿直线 $X=Z=0.28\text{ m}$ 方向垂直速度 V_z 的变化如图10所示。

从图8中可以看到腔内有3个区域的空气温度较高,分别是热源正上方、铝板上方以及腔内顶部。随着腔内表面发射率的增加,从腔内中心区域到腔壁的传热量增加,腔内顶部高温区面积变大。结合图9可以看到,随着内表面发射率的增加,腔内温度的最大值减小,最小值增大,但平均温度变化很小,说明腔内温度分布变得更均匀。

图10中则显示出腔内空气的流速随内表面发射率的增加而减小,因为腔内温差降低使自然对流换热的强度有所减弱,也就是说腔内辐射换

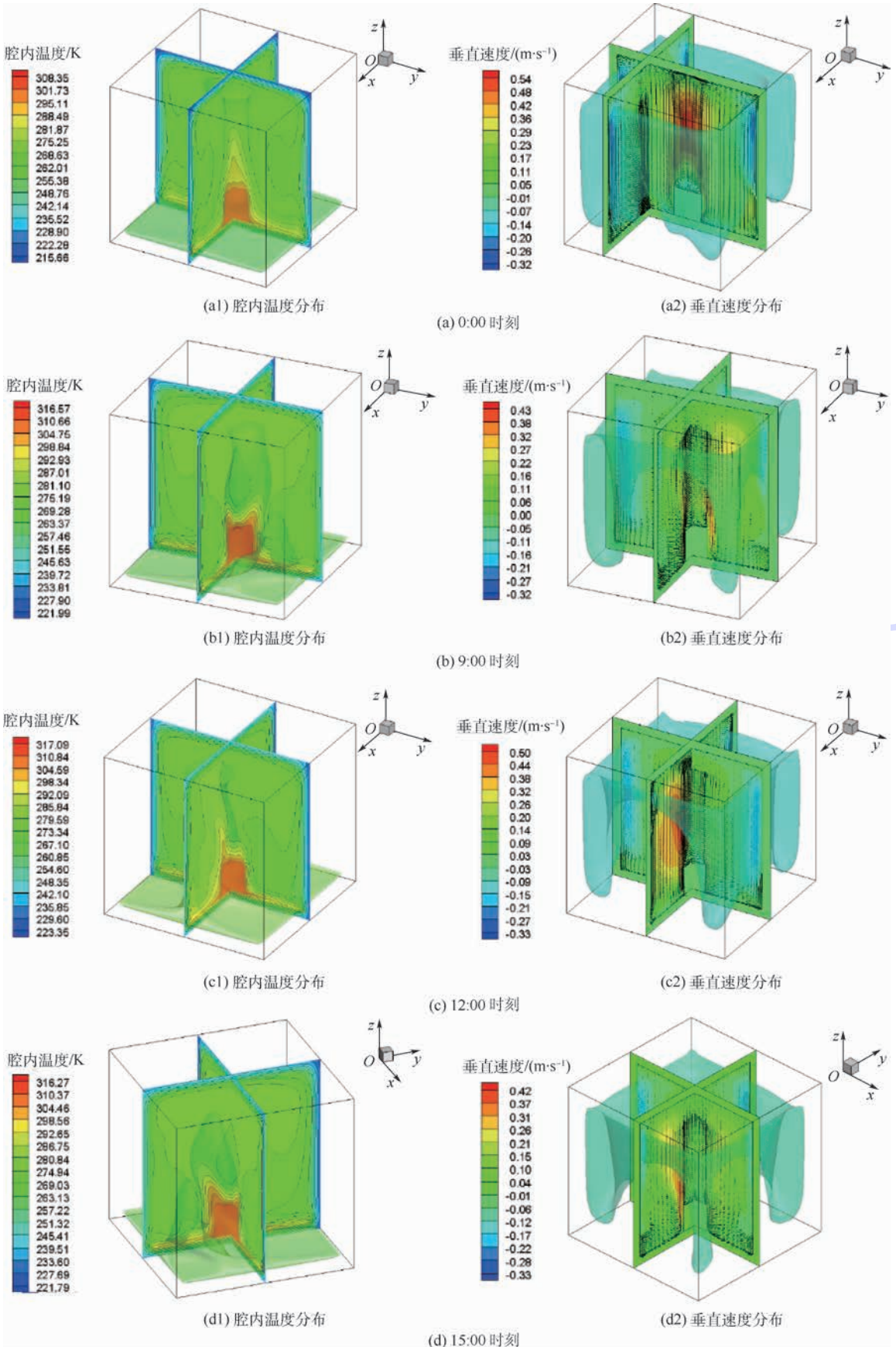


图 5 不同时刻腔内温度和垂直速度分布云图

Fig. 5 Distribution contours of temperature and vertical velocity in cavity at different time

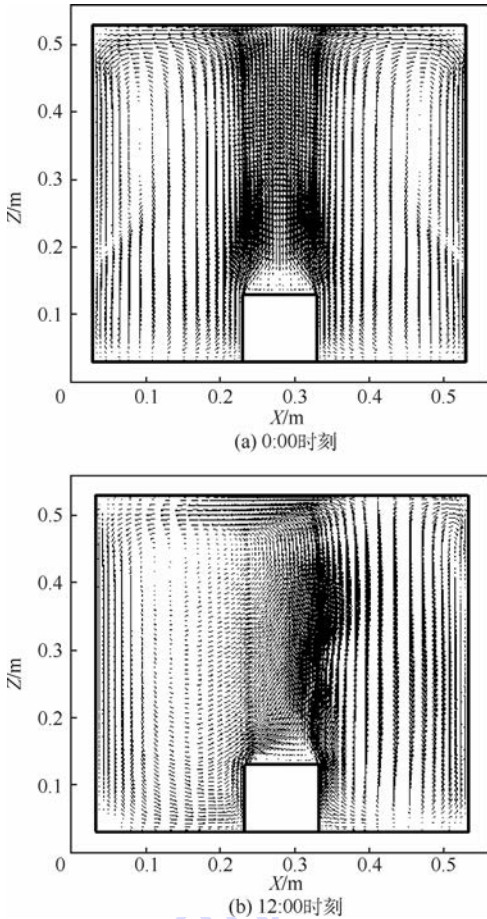


图6 0:00和12:00时刻 $Y=0.28\text{ m}$ 截面垂直方向的速度矢量图

Fig.6 Vertical velocity vector of $Y=0.28\text{ m}$ section at 0:00 and 12:00

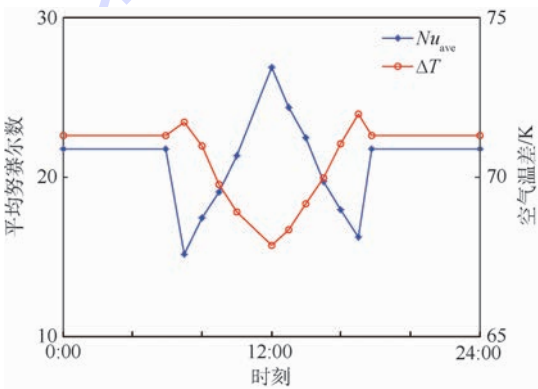


图7 腔内顶面平均努赛尔数和空气温差变化曲线

Fig.7 Variation curves of average Nusselt numbers and air temperature differences at top surface in cavity

表1 0:00时刻腔内顶面辐射和对流换热量

Table 1 Radiation and convective heat transfer at top surface in cavity at 0:00

内表面发射率	辐射换热量/W	对流换热量/W	总换热量/W
0.2	2.99	1.92	4.91
0.4	3.30	1.73	5.03
0.6	3.43	1.65	5.08
0.8	3.47	1.63	5.10

热的增强,从一定程度上会抑制自然对流换热过程。此外发射率从0.2增加到0.4,腔内空气最高温度下降了3.79 K,最大速度减小了0.05 m/s,而内表面发射率从0.4增加到0.6,最高温度下降了1.47 K,最大速度减小了0.01 m/s。说明随着内表面发射率的逐渐增加,辐射换热对自然对流的抑制作用有所减弱。

2.3 腔壁导热系数的影响

在封闭方腔体内的自然对流模拟中,有限厚度的保温材料对腔内温度场和流态会产生实质性的影响。由于保温材料的热惰性非常强,在导热过程中会起到“缓冲区”的作用,如一定时间内的能量积累、防止环境影响等。选取4种不同导热系数的保温材料进行模拟,分别为聚氨酯板导热系数 $0.024\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,挤塑聚苯板导热系数 $0.030\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,石墨聚苯板导热系数 $0.033\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,膨胀聚苯板导热系数 $0.041\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。图11为0:00时刻不同材料腔内 $X=0.28\text{ m}$ 截面的温度(单位为K)和速度(单位为m/s)等值线图。由图11可知,随着导热系数的减小,腔内温度明显升高,外界低温环境对腔内的影响降低。图12为0:00时刻腔内 $X=Z=0.28\text{ m}$ 处温度和垂直速度沿Y轴的分布曲线,从中也可以看到,随着导热系数的减小,腔壁的温度梯度增加,保温效果增强。由于选取的4种保温材料的导热系数相差很小,最大不超过2倍,在图中导热系数对流场的影响表现的不是很明显。

2.4 腔壁厚度的影响

图13为0:00时刻不同壁厚腔内 $X=0.28\text{ m}$ 截面的温度(单位为K)和速度(单位为m/s)等值线,图14为0:00时刻腔内温度和垂直速度沿直线 $X=Z=0.28\text{ m}$ 的分布曲线。由图中可以看出腔壁厚度从0.02 m逐渐增加到0.05 m,腔内流场分布变化很小,流动强度则有所减弱,最大流速从0.54 m/s减小到0.52 m/s。因为腔壁厚度增加,热阻增加,导致腔内各表面的温差减小,浮升力减弱,自然对流强度降低。腔内等温线的分布则受腔壁厚度的影响很大。腔壁厚度增加,腔内损失的热量减小,腔内整体温度都升高。腔壁厚从0.02 m增加到0.05 m,腔内平均温度上升了32.36 K。

对于工程应用而言,腔内温度应该维持在一定范围内,以满足电源及电子设备正常工作需求。假设腔内空气的平均温度为262 K时,能满足温度要求。图15给出了其他条件不变腔内平均温度为262 K时,腔壁厚度和导热系数的关系。由

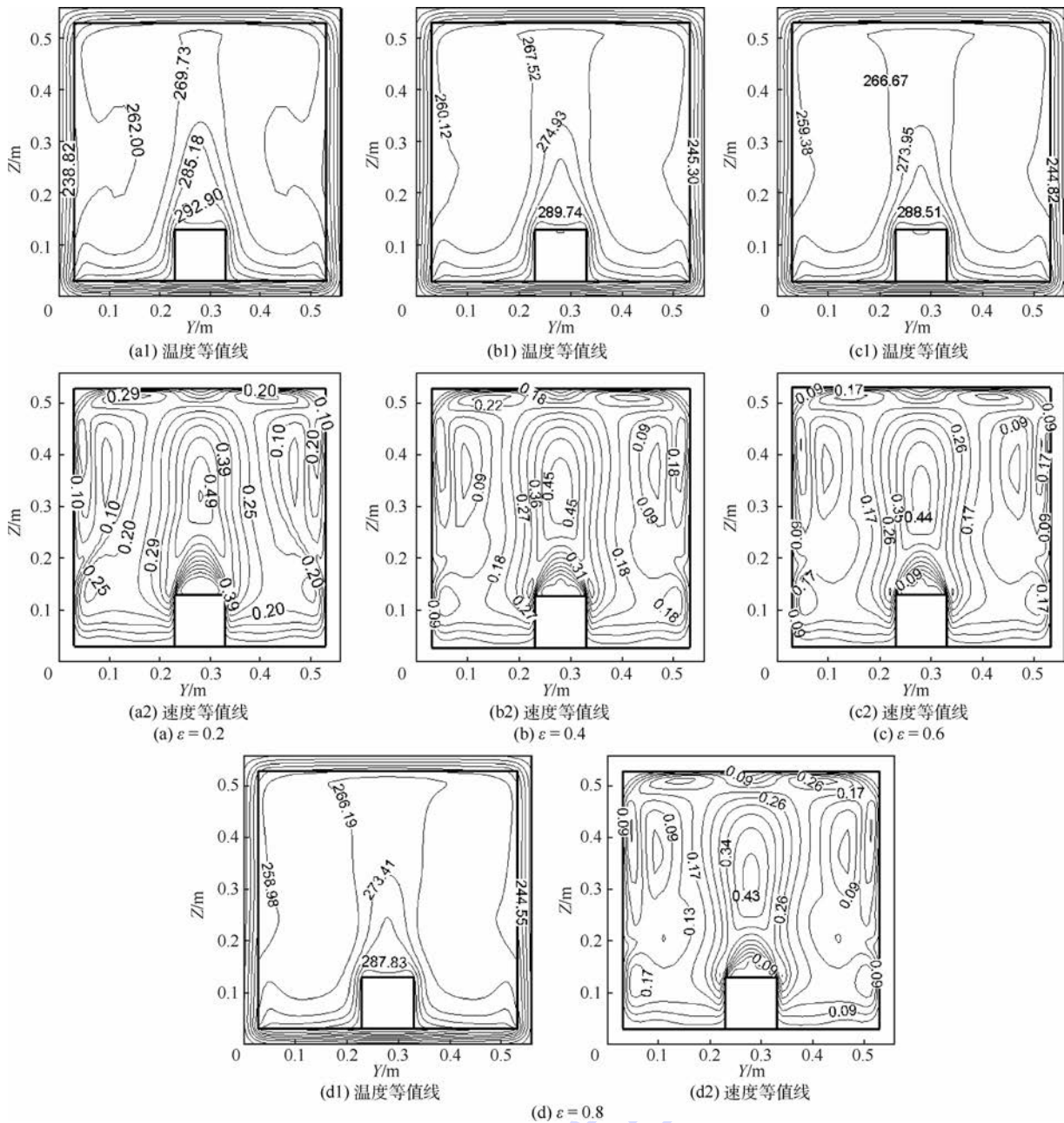


图 8 0:00 时刻不同内表面发射率下 $X = 0.28$ m 截面的温度和速度等值线

Fig. 8 Temperature and velocity contours at $X = 0.28$ m section for different values of internal surface emissivity at 0:00

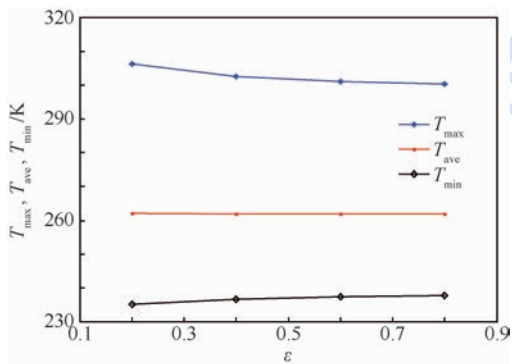


图 9 0:00 时刻腔内温度极值和平均温度随内表面发射率的变化

Fig. 9 Change of extreme temperature and average temperature in cavity with internal surface emissivity at 0:00

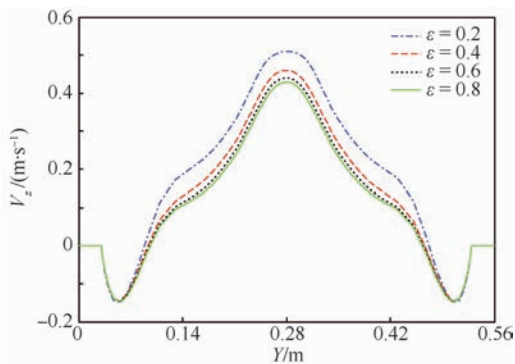


图 10 0:00 时刻不同内表面发射率下直线 $X = Z = 0.28$ m 方向垂直速度变化曲线

Fig. 10 Variation curve of vertical velocity at $X = Z = 0.28$ m for different values of internal surface emissivity at 0:00

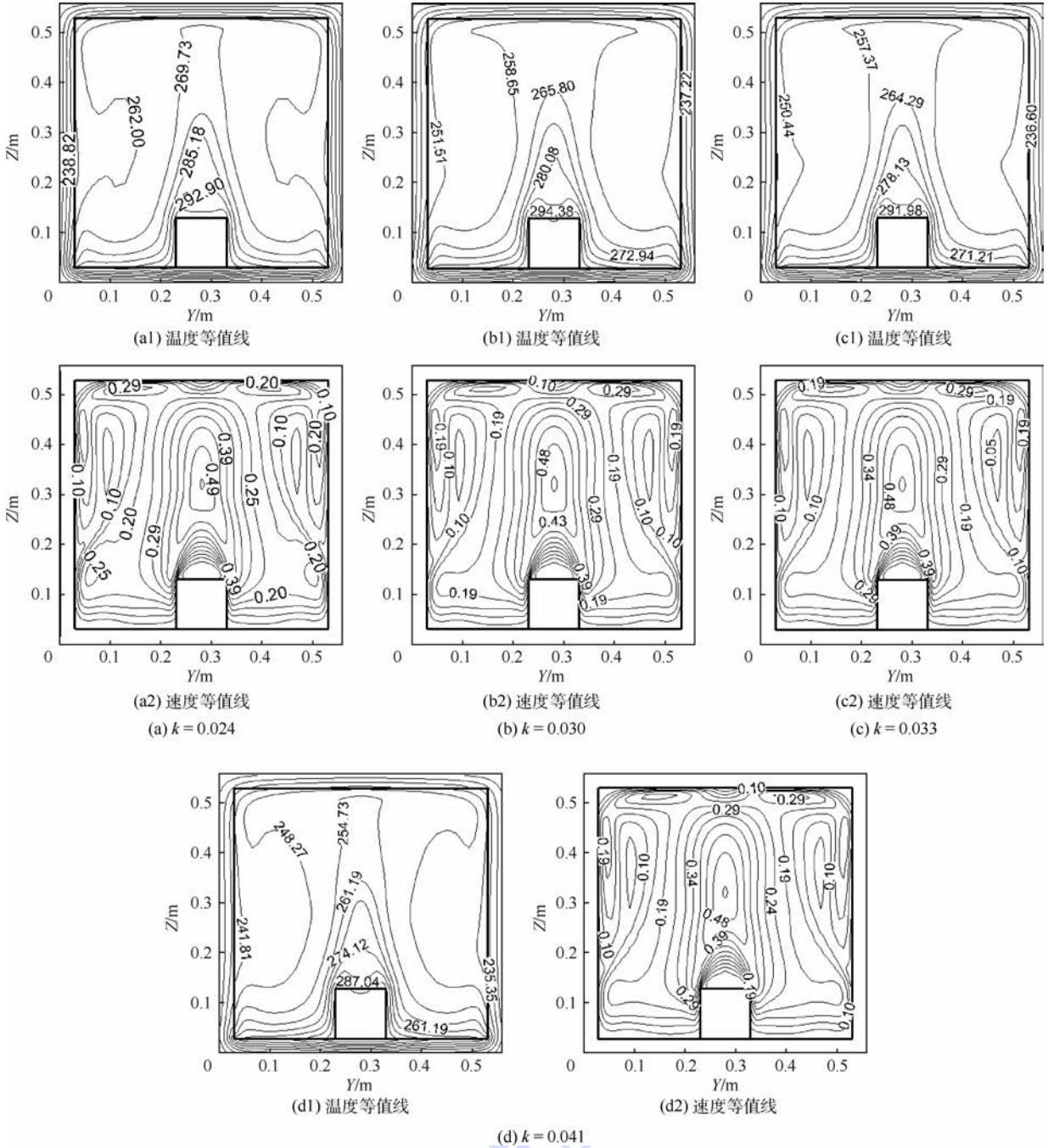


图 11 0:00 时刻不同腔壁导热系数下 $X = 0.28$ m 截面的温度和速度等值线

Fig. 11 Temperature and velocity contours at $X = 0.28$ m section for different values of thermal conductivity at 0:00

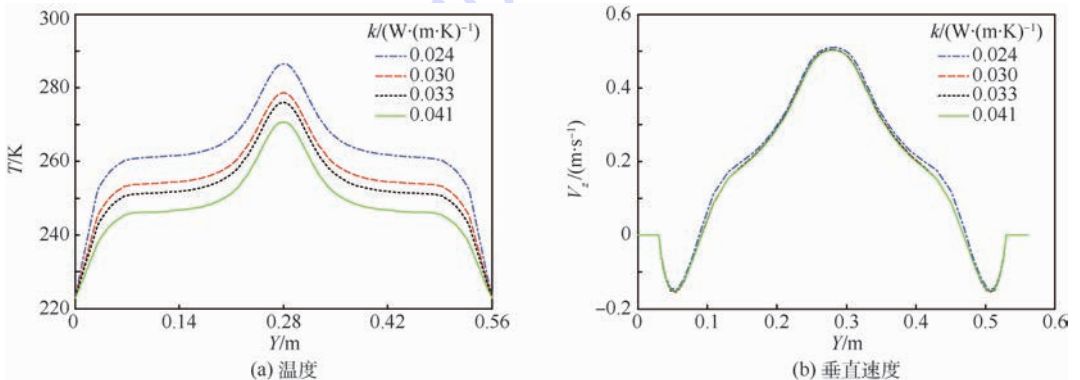


图 12 0:00 时刻不同腔壁导热系数下直线 $X = Z = 0.28$ m 方向温度和垂直速度的变化曲线

Fig. 12 Profiles of temperature and vertical velocity at $X = Z = 0.28$ m for different values of thermal conductivity at 0:00

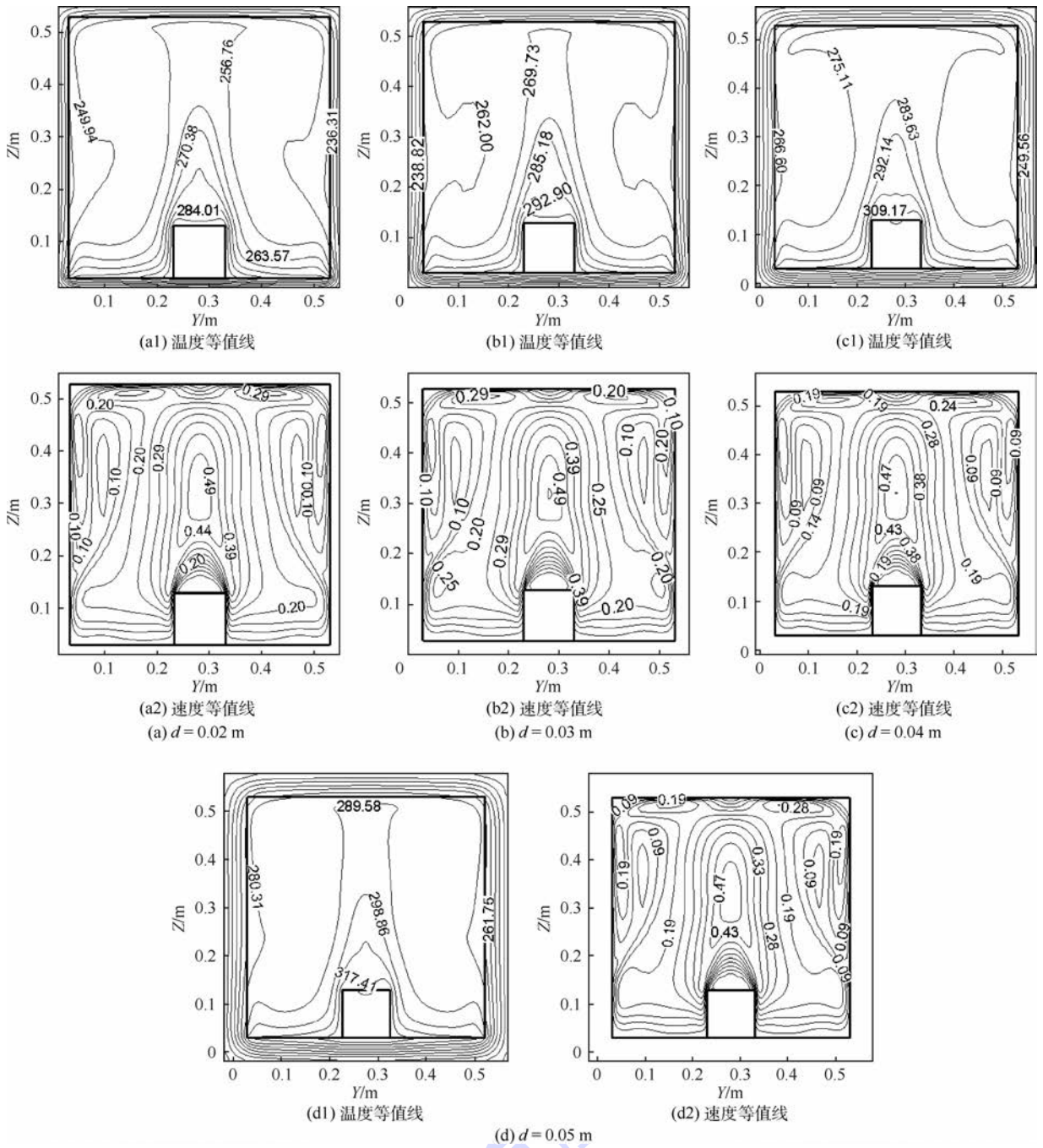


图 13 0:00 时刻不同腔壁厚度下 $X = 0.28 \text{ m}$ 截面的温度和速度等值线

Fig. 13 Temperature and velocity contours at $X = 0.28 \text{ m}$ section for different values of solid wall thickness at 0:00

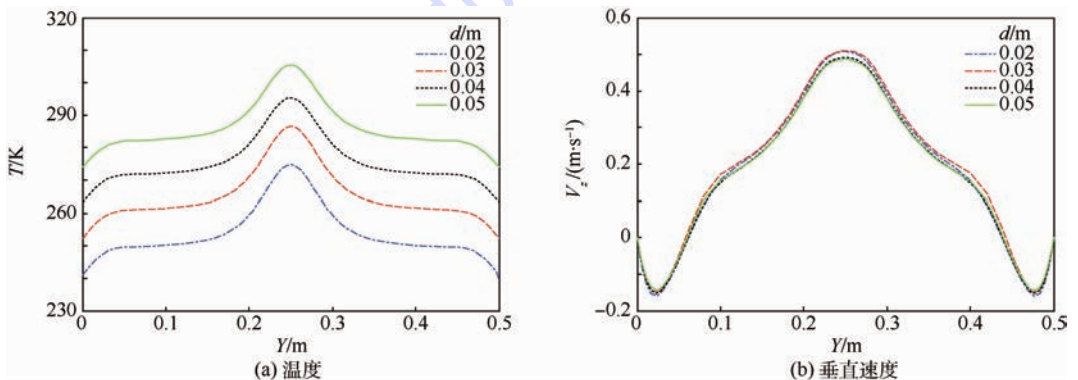


图 14 0:00 时刻不同腔壁厚度下直线 $X = Z = 0.28 \text{ m}$ 方向温度和垂直速度的变化曲线

Fig. 14 Variation curve of temperature and vertical velocity at $X = Z = 0.28 \text{ m}$ for different values of solid wall thickness at 0:00

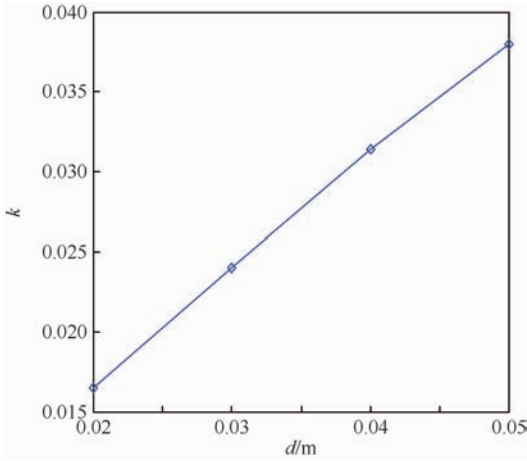


图 15 腔内平均温度为 262 K 时,导热系数和腔壁厚度的关系

Fig. 15 Thermal conductivity versus solid wall thickness when average temperature in cavity is 262 K

于方腔存在棱与角,导热系数和腔壁厚度不是严格的正比关系。这与一维平板导热有所区别,但是热阻随导热系数的增加而减小,随厚度的增加而增加这个关系不变。当腔壁导热系数增加时,要维持腔内平均温度不变,相应的就需要增加腔壁的厚度。在设计过程中应综合考虑腔壁材料的各项属性,在满足温度要求的同时,尽量减小系统质量。

3 结 论

1) 临近空间环境中,封闭方腔外的非均匀对流-辐射耦合热边界条件及其昼夜变化对腔内热特性的影响主要体现在腔内温度分布和空气流动状态上。腔内温度分布随太阳高度角和方位角变化而变化,温度较高的区域空气流速较快。弱导热系数的保温材料能有效降低外界环境的影响,使腔内平均温度昼夜变化很小,约为 12.9 K,满足大部分设备的工作要求。

2) 临近空间环境中,方腔内空气流速很低,最大不超过 0.55 m/s,换热能力较弱。同一时刻,腔内大部分区域温差不大,但在靠近热源的附近存在较大温度梯度。夜间温差最大,约为 71.3 K,12:00 时刻温差最小,约为 67.9 K。如果方腔内设备发热量较大、工作温度要求苛刻,需要采取其他措施增加其向空气的散热,促进腔内温度分布均匀。

3) 腔内表面辐射效应增强,会削弱自然对流换热的强度,但总换热量增加。方腔内表面发射率增加,对腔内平均温度影响较小,但能促进腔内温度分布的均匀。

4) 腔壁热阻增加(导热系数减小或厚度增加)会削弱腔内自然对流的强度,同时降低外界环境对腔内温度的影响。

为了更加准确地反映方腔内的热特性,需要进一步研究多体系统的耦合换热及瞬态效应,并进行试验验证。

参考文献 (References)

- [1] 夏新林,李德富,杨小川.平流层浮空器的热特性与研究现状[J].航空学报,2009,30(4):577-583.
XIA X L, LI D F, YANG X C. Thermal characteristics of stratospheric aerostats and their research [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(4): 577-583 (in Chinese).
- [2] FARLEY R E. Balloon ascent: 3-D simulation tool for the ascent and float of high-altitude balloons: AIAA-2005-7412 [R]. Reston: AIAA, 2005.
- [3] DAI Q M, FANG X D, LI X J, et al. Performance simulation of high altitude scientific balloons [J]. Advances in Space Research, 2012, 49(6): 1045-1052.
- [4] CHOI S K, KIM S O. Turbulence modeling of natural convection in enclosures: A review [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(1): 283-297.
- [5] XAMÁN J, ARCE J, ÁLVAREZ G, et al. Laminar and turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with a glass wall [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2008, 47(12): 1630-1638.
- [6] KUZNETSOV G V, SHEREMET M A. Numerical simulation of turbulent natural convection in a rectangular enclosure having finite thickness walls [J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2010, 53(1): 163-177.
- [7] MARTYUSHEY S G, SHEREMET M A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2014, 76(2): 51-67.
- [8] MARTYUSHEY S G, SHEREMET M A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in a three-dimensional enclosure with a heat source [J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2014, 73(9): 340-353.
- [9] 许玉,方贤德,李小建,等.浮空器载荷舱热特性研究[J].科学技术与工程,2011,11(30):7577-7579.
XU Y, FANG X D, LI X J, et al. A study of thermal characteristics of aerostats' load cabins [J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(30): 7577-7579 (in Chinese).
- [10] 邓丽君.一种临近空间浮空器热控系统的研究[D].南京:南京理工大学,2009.
DENG L J. Study on thermal control system of a near space vehicle [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2009 (in Chinese).
- [11] 李小建.临近空间浮空器热-结构耦合数值模拟研究[D].南京:南京航空航天大学,2013.
LI X J. Numerical simulation of thermal-structure coupling for near space airship [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013 (in Chinese).

- [12] 张贺磊,方贤德,戴秋敏. 临近空间飞艇内部自然对流换热计算研究[J]. 宇航学报,2016,37(7):879-886.
ZHANG H L, FANG X D, DAI Q M. Investigation on internal natural convection of stratospheric airship[J]. Journal of Astronautics,2016,37(7):879-886 (in Chinese).
- [13] 刘强,武哲,祝明,等. 平流层气球热动力学仿真[J]. 北京航空航天大学学报,2013,39(12):1578-1583.
LIU Q, WU Z, ZHU M, et al. Thermal-dynamic simulation of stratospheric balloon[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2013,39(12):1578-1583 (in Chinese).
- [14] 徐向华,程雪涛,梁新刚. 平流层浮空器的热数值分析[J]. 清华大学学报(自然科学版),2009,49(11):1848-1851.
XU X H, CHENG X T, LIANG X G. Thermal analysis of a stratospheric airship[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology),2009,49(11):1848-1851 (in Chinese).
- [15] 夏新林,李德富,杨小川. 复合热条件下椭球形封闭腔内低压气体的自然对流[J]. 航空学报,2010,31(3):453-458.
XIA X L, LI D F, YANG X C. Natural convection of low pressure gas in ellipsoidal enclosure induced by combined thermal conditions[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2010,31(3):453-458 (in Chinese).
- [16] 邓启红. 室内空气对流的特征与模拟[D]. 长沙:湖南大学,2003.
DENG Q H. Modeling and characteristics of indoor air convection[D]. Changsha:Hunan University,2003 (in Chinese).

作者简介:

字贵才 男,硕士研究生。主要研究方向:飞行器设计。

贺卫亮 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器设计。

Conjugate heat transfer characteristics of enclosure cavity in near space environment

ZI Guicai, HE Weiliang*

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Aimed at the application of near space aerostats' load cabins, numerical simulation of natural convection, surface thermal radiation and heat conduction in a cubical enclosure cavity with a heat source in complex thermal boundary conditions was carried out. A model of near-space thermal environment was established considering the effects of convective heat transfer, infrared radiation and solar radiation. The diurnal variation of the thermal characteristics in the enclosure cavity was studied by introducing the external unsteady convection-radiation coupling thermal boundary conditions through the Fluent software's user-defined function (UDF). The effects of solid wall thickness, emissivity and thermal conductivity were discussed. The numerical results indicate that the average temperature change in the enclosure cavity is about 12.9 K during one day, and the temperature field distribution changes with the sun's position. The natural convection in the enclosure cavity is weak and the maximum temperature difference is 71.3 K at the same time. Increased thermal resistance and surface emissivity lead to weakening of natural convection in the cavity.

Keywords: near space; enclosure cavity; conjugate heat transfer; natural convection; numerical simulation

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0440

连接界面变形对转子动力特性影响的力学模型

金海^{1,2}, 刘继兴¹, 张大义^{1,*}, 洪杰^{1,3}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083; 2. 中国航发沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110015;
3. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100083)

摘 要: 针对航空发动机在工作过程中振动量增大且伴随有一定的界面磨损问题, 在结构特征分析的基础上建立了三盘转子-支承系统动力学模型, 并将接触端面同轴度偏差以及平行度偏差进行参数化描述, 基于 Lagrange 方程得到考虑界面变形的高压刚性转子系统动力学微分方程。结果表明, 界面变形将使得刚性转子系统产生附加激振力, 同轴度偏差引起的附加激振力幅值与转速平方成正比, 仅作用在相应自由度上; 平行度偏差引起的附加激振力幅值仅与系统刚度和平行度偏差量有关, 与转速无关, 且其在支承自由度方向上存在一定分量。

关键词: 航空发动机; 界面变形; Lagrange 法; 附加激振力; 刚性转子系统

中图分类号: V231.96

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1294-09



随着现代航空发动机逐渐向轻质、高效、大功率发展, 其安全性、可靠性问题越来越突出, 其中整机振动量过大是制约航空发动机发展的一个主要因素。整机振动过大可能造成在小间隙处(如叶尖、密封)的转静件碰摩、轴承载荷过大、附件振动应力过大等^[1]。由于加工、装配等的限制, 使得航空发动机转子结构中存在较多的连接结构, 如螺栓、套齿、止口、端齿等, 在工作过程中, 界面接触状态发生变化对转子动力特性会产生较大影响。由于接触界面的存在, 使得连接结构的力学特征具有非线性、非连续性, 同时由于几何特征参数、结构特征参数以及载荷特征参数的分散性带来的非确定性^[2], 使得转子考虑接触界面的转子动力学设计十分困难。因此参数化准确描述转子接触界面变形对于转子动力学特性的影响具有重要的工程意义和研究价值。

在早期的研究中, 分析转子动力特性时多不考虑连接结构界面接触的影响, 将航空发动机作

为连续结构进行分析^[3-4]。近些年国内外学者关于连接结构对转子动力特性的影响已经开展了大量的研究工作。李俊慧等^[5]采用有限元方法研究了影响套齿连接刚度以及接触应力的主要因素, 并提出了相应的套齿设计方法。闻邦椿、Arumugam、Li^[6-8]等研究了在出现支承不同心时, 套齿联轴器所产生的不同心激励力以及转子结构的振动响应, 将不同心分为平行不同心、倾角不同心和组合不同心, 结果表明不同心的典型特征为二倍频响应。在转子螺栓连接结构研究方面, 姚星宇等^[9-10]用薄层单元进行螺栓连接结构的模拟, 并研究了螺栓载荷与结构参数对螺栓连接刚度的影响; Qin 等^[11-12]推导了航空发动机盘鼓混合式转子螺栓连接结构弯曲刚度, 并采用非线性角弹簧模拟了弯曲刚度非线性特征; Liu 等^[13]通过实验表明随着工作循环数的增加, 转子振动响应增大, 并利用不平衡量增大进行解释; Wang 等^[14]研究了螺栓连接结构弯曲刚度损失的因素, 并采用

收稿日期: 2017-06-30; 录用日期: 2017-09-08; 网络出版时间: 2017-10-18 17:07

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171018.1707.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(51575022, 51475021)

*通信作者: E-mail: dayi@buaa.edu.cn

引用格式: 金海, 刘继兴, 张大义, 等. 连接界面变形对转子动力特性影响的力学模型[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1294-1302. JIN H, LIU J X, ZHANG D Y, et al. Mechanical models of influence of interface deformation on rotor dynamic characteristics[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1294-1302 (in Chinese).

弹性模量修正方法进行复杂航空发动机转子结构建模分析。

上述研究中对于套齿联轴器的附加激励在柔性转子系统不同心问题中研究较为深入,而对于刚性转子系统螺栓连接结构主要是对于弯曲刚度的研究,尚缺乏连接结构界面变形(同轴度和平行度偏差)对于动力特性的影响研究。为了进一步分析文献[13]中的振动响应随循环数增加而增大的原因,本文从螺栓连接结构端面同轴度和平行度偏差出发,建立了典型航空发动机高压(HP)刚性转子考虑界面变形影响的力学模型,得出了不同界面变形形式引起的附加激振力表达式。

1 高压转子界面变形力学模型

1.1 典型高压转子系统结构特征

如图1所示为典型航空发动机高压转子系统,支承方案为1-0-1,前伸轴颈从三级盘位置伸出,在三级盘、压气机后封严盘以及涡轮盘前后

共采用四排短螺栓结构进行连接。前两级压气机盘处于悬臂结构,前伸轴颈与三级盘为一体化结构。由于压气机与高压涡轮之间的大鼓筒轴质量相对于压气机以及涡轮质量相对较小,因此在转子模型中主要考虑压气机以及涡轮处的转子盘,重点考虑三级盘、涡轮前后位置螺栓连接结构界面变形,建立转子系统分析模型如图2所示,其中转子盘1、2、3分别为压气机前两级盘、压气机后七级盘、高压涡轮盘,轴段刚度等效保证在转子盘位置的横向等效刚度相同。 A 、 D 两处为支承位置, A 、 B 、 C 为螺栓位置, S_i ($i=0,1,2,3,4,5$)为相邻关键位置之间的轴向距离。

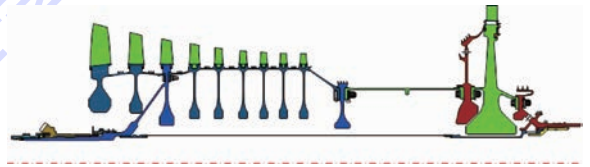


图1 高压转子系统结构简图
Fig. 1 Sketch of HP rotor system

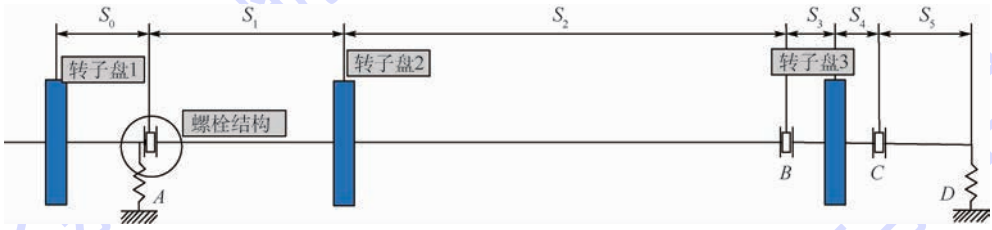


图2 考虑螺栓连接结构的高压转子分析模型
Fig. 2 Analysis model of HP rotor considering bolted joints

1.2 螺栓连接结构界面变形模型

1.2.1 接触端面同轴度偏差

螺栓连接结构由于接触界面变形将引起接触端面同轴度、平行度偏差。接触端面同轴度偏差是由于接触界面在复杂机械载荷作用下的滑移和磨损等的周向不均以及界面连接处周向温度分布不均导致的接触界面热变形^[15]等引起,如图3所示。

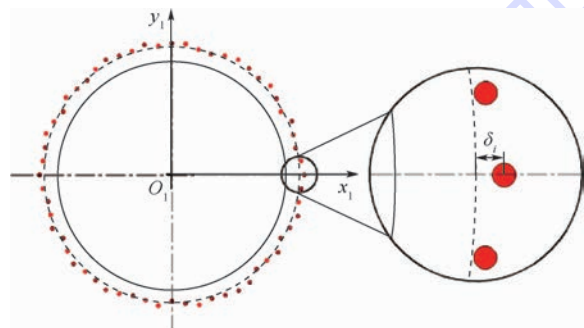


图3 接触界面滑移量周向分布不均示意图

Fig. 3 Schematic of skip circumferential maldistribution of contact interface

图3中的虚线表示无端面滑移时扇区径向位置, δ_i 为第*i*个扇区接触端面径向滑移量, ζ_i 为第*i*个扇区中心线与 O_1x_1 轴的夹角,则该转子的截面形心偏移量 r_0 为

$$\begin{cases} r_{0x} = \sum_i \delta_i \cos \zeta_i \\ r_{0y} = \sum_i \delta_i \sin \zeta_i \\ r_0 = \sqrt{r_{0x}^2 + r_{0y}^2} \\ \tan \varphi = \frac{r_{0y}}{r_{0x}} \end{cases} \quad (1)$$

式中: φ 为转子截面形心偏移量 r_0 与 x_1 轴的夹角。

在分析中,先采用带接触非线性的实体有限元模型计算得到扇区的径向滑移量,考虑不同载荷作用下,计算不同扇区的变形后利用式(1)方法得到接触端面的同轴度偏差量。

1.2.2 接触端面平行度偏差

接触端面平行度偏差主要是由于接触端面粗糙度和装配载荷状态下螺栓拧紧力矩的分散性以

及机动飞行状态下转子受到陀螺力矩载荷时,周向不同位置的螺栓拉压程度不一致导致。装配载荷作用下的界面平行度偏差可以通过界面平行度测量得到,弯矩作用下的平行度偏差可以通过计算分析确定。

图4中, b 为螺栓法兰的直径。在装配状态下,由接触端面粗糙度引起的界面平行度偏差角最大为 $\Delta\theta_{\max} = \frac{\delta_L + \delta_R}{b}$, 其中 δ_L 和 δ_R 分别为接

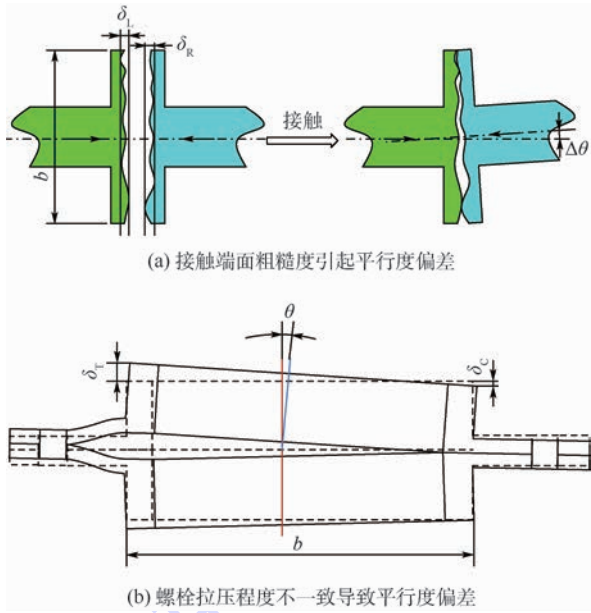


图4 接触界面平行度偏差示意图

Fig. 4 Schematic of contact interface parallelism deviation

触界面两侧的零件端面的端面全跳动公差,在实际装配后,界面平行度偏差角按一定概率分布 $\Delta\theta_1 = P_1(\Delta\theta_{\max})$; 由拉压程度不同引起的法兰轴心处的角变形量为 $\Delta\theta_2 = \frac{\delta_T + \delta_C}{b}$, 其中 δ_T 和 δ_C 分别为螺栓位置处对应的法兰边拉压变形。

1.3 界面变形对转子动力特性影响模型

1.3.1 接触端面同轴度偏差

本文主要研究接触端面同轴度以及平行度偏差,假定转子为刚性转子。如图5所示,当转子两端均存在连接界面时,如图中的转子盘2和转子盘3,界面同轴度偏差将使得形心发生偏移,且转子盘发生倾斜;当转子仅有一侧存在连接界面时,如图5中的转子盘1,界面同轴度偏差仅使得转子形心发生偏移。

图5中的 $\delta_{ij,y}$ 为第 i ($i=1,2,3$) 个螺栓位置,第 j 侧 ($j=1$ 为前侧, $j=2$ 为后侧) 在 yOz 平面内的同轴度偏差, $\theta_{k,x}$ 为第 k 个转子在 yOz 平面内的倾斜角。 $\delta_{ij,y}$ 由 1.2.1 节中的接触端面形心偏移量 r_0 在 yOz 平面内的投影得到,转子盘截面形心偏移量和倾斜角根据两侧接触端面的形心偏移量的大小和相位确定,如图6所示,图中 α_{12} 和 α_{21} 分别为转子盘2的前后接触端面形心偏移量相位角。

设计状态下转子盘2的形心位置为 $(0, 0, z_2)$, 接触端面发生界面滑移后,形心位置变为 $(e_{2,x}, e_{2,y}, z_2)$, 其中

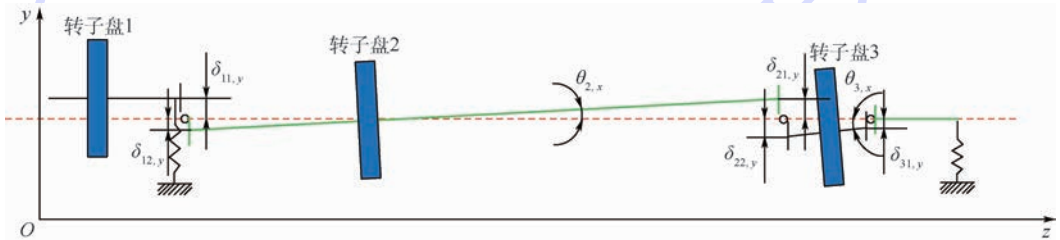


图5 接触端面同轴度偏差对转子系统影响

Fig. 5 Impact of contact interface coaxial deviation on rotor system

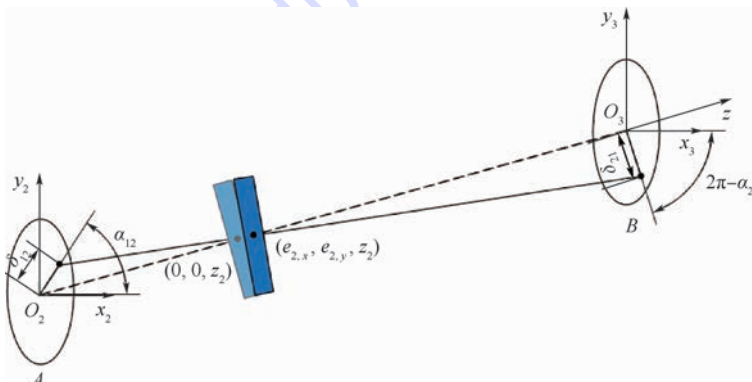


图6 转子盘2形心偏移和倾斜示意图

Fig. 6 Schematic of centroid offset and skew of disk 2

$$\begin{cases} e_{2,x} = \frac{\delta_{12,x}S_2 + \delta_{21,x}S_1}{S_1 + S_2} \\ e_{2,y} = \frac{\delta_{12,y}S_2 + \delta_{21,y}S_1}{S_1 + S_2} \\ e_2 = \sqrt{e_{2,x}^2 + e_{2,y}^2} \\ \tan \varphi_2 = \frac{e_{2,y}}{e_{2,x}} \end{cases} \quad (2)$$

式中: S_1 、 S_2 分别为转子盘与左右接触端面间的距离; $\delta_{12,x} = \delta_{12} \cos \alpha_{12}$; $\delta_{12,y} = \delta_{12} \sin \alpha_{12}$; $\delta_{21,x} = \delta_{21} \cos \alpha_{21}$; $\delta_{21,y} = \delta_{21} \sin \alpha_{21}$ 。

由于两侧接触端面滑移引起的转子盘 2 的初始倾斜角为

$$\begin{cases} \theta_{2,x} \approx \tan \theta_{2,x} = \frac{\delta_{21,y} - \delta_{12,y}}{S_1 + S_2} \\ \theta_{2,y} \approx \tan \theta_{2,y} = \frac{\delta_{21,x} - \delta_{12,x}}{S_1 + S_2} \\ \theta_2 = (\theta_{2,x}, \theta_{2,y}) \end{cases} \quad (3)$$

式中: θ_2 为转子盘 2 的倾斜角; $\theta_{2,x}$ 和 $\theta_{2,y}$ 分别为 θ_2 在 x 轴和 y 轴上的投影。

对于两侧均有接触界面的刚性转子,接触端面同轴度偏差通常将使得转子盘同时发生形心偏移和倾斜,如图 7(a)所示,由于端面滑移引起的转子形心偏移 e 使得转子盘的形心与转动中心线发生偏移,如图 7(b)所示,但并不改变无涡动时的转子自转中心,因此转子形心偏移产生的力学效果可等效于 Me 的附加转子不平衡量,附加不平衡量的相位与转子形心偏移的相位相同,其中: M 为轮盘质量。转子盘倾斜角是转子盘法向方向与转子自转中心线的夹角,如图 7(c)所示,在采用第 2 类欧拉角进行动力学描述时,其改变了相应的角度位置,因而转子系统在旋转坐标系下的角速度发生变化,系统的动能方程发生变化,记该类转子盘倾斜为第 1 类转子初始倾斜。

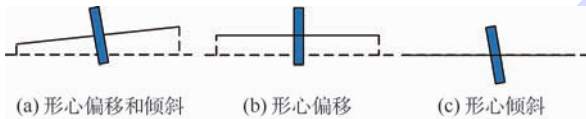


图 7 同轴度偏差导致的形心偏移和倾斜
Fig. 7 Centroid offset and skew caused by coaxial deviation

1.3.2 接触端面平行度偏差

对高压刚性转子系统进行接触端面平行度偏差影响分析时,需要假定一个基准位置,在实际运用中,可以以装配过程中的基准面为基准位置,如图 1 中的压气机三级盘端面。在该核心机转子装配过程中,首先将前两级压气机盘与三级盘热装配,然后与后六级压气机盘热装配,最后将压气机

转子与涡轮转子进行连接,因此以三级盘端面为基准较为合理。与同轴度偏差引起的转子盘变形效果类似,接触端面的平行度偏差也将同时引起转子盘同时发生形心偏移与倾斜,如图 8 所示。图中, $\Delta\theta_{21,x}$ 和 $\Delta\theta_{22,x}$ 分别为第 2 排螺栓前后接触端面在 yOz 平面内的角度偏差,其由接触端面平行度偏差直接引起,对第 1 排螺栓位置采用同样的记号方式,正负号规则为相对基准侧(图 8 中基准侧为三级盘位置)端面逆时针偏转为正,顺时针偏转为负; $\theta_{i,x}$ ($i=1,2,3$) 为第 i 个转子在 yOz 平面内相对转动中心线的角度偏差,相对转动中心线逆时针偏转为正,顺时针偏转为负; $l_{i,y}$ ($i=1,2,3$) 为第 i 排螺栓位置在 yOz 平面内相对转动中心线的偏差,由于第一排螺栓位置为基准位置,因此 $l_{1,y}=0$; $r_{i,y}$ ($i=1,2,3$) 为第 i 个转子盘在 yOz 平面内相对转动中心线的形心偏移。

通过测量或者计算可以得到接触端面的平行度偏差 $\Delta\theta_{ij}$ ($i=1,2,3; j=1,2$),以三级盘位置为基准,可以得到各个转子的倾斜角 θ_i

$$\begin{cases} \theta_1 = \Delta\theta_{11} \\ \theta_2 = \Delta\theta_{12} \\ \theta_3 = \theta_2 + \Delta\theta_{21} + \Delta\theta_{22} \end{cases} \quad (4)$$

根据转子倾斜角可以进一步得到各个转子盘位置的形心偏移量分别为

$$\begin{cases} r_{1,y} = -S_0 \sin \theta_{1,x} \\ r_{2,y} = S_1 \sin \theta_{2,x} \\ r_{3,y} = (S_1 + S_2) \sin \theta_{2,x} + S_1 \sin \theta_{3,x} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\theta_{i,x}$ 为 θ_i 在 yOz 平面内的投影; $r_{1,y}$ 表达式带负号是因为转子盘 1 的形心偏移与盘倾角正负相反。对式(5)进行小角度近似得

$$\begin{cases} r_{1,y} = -S_0 \theta_{1,x} \\ r_{2,y} = S_1 \theta_{2,x} \\ r_{3,y} = (S_1 + S_2) \theta_{2,x} + S_1 \theta_{3,x} \end{cases} \quad (6)$$

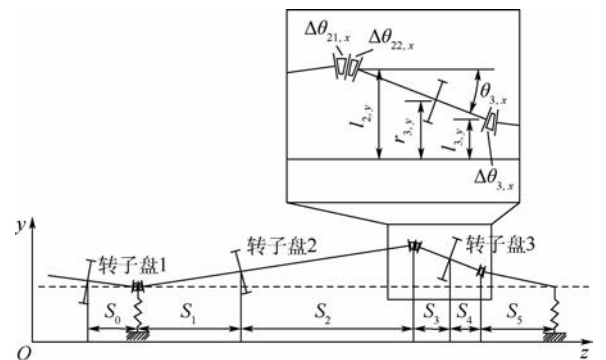


图 8 接触端面平行度偏差对转子系统影响
Fig. 8 Impact of contact interface parallelism deviation on rotor system

接触端面平行度偏差与同轴度偏差对于刚性转子动力特性影响的主要差别在于出现平行度偏差时,在螺栓连接位置角度变化连续,使得转子系统的自转中心线仍为转子的形心线,因而转子盘的形心偏移 r 即为自转中心线与转轴中心线的偏移,其力学效果与转子发生初始弯曲 r 等效,与同轴度偏差引起的力学效果不同,在动力学方程中增加一个恒定大小的附加激振力项。同时平行度偏差引起的转子盘倾斜后盘与自转中心线仍保持垂直关系,只是相对于总体坐标系的位置关系发生变换,不影响欧拉坐标系下动力学方程中的动能项,仅改变相应的势能零点位置,因此其产生附加激励的原理与同轴度偏差引起的转子盘倾斜不一致,记该类转子盘倾斜为第 2 类初始倾斜。

接触端面同轴度偏差和平行度偏差均会使得刚性转子盘发生形心偏移和倾斜,但其引起的力学效果相差较大。同轴度偏差带来附加不平衡量以及第 1 类转子初始倾斜,平行度偏差带来转子初始弯曲和第 2 类转子初始倾斜。在实际的航空发动机转子中,通常同时存在接触端面同轴度偏差和平行度偏差,因此以上所述的附加不平衡量、初始弯曲和 2 类转子初始倾斜同时存在。

2 Lagrange 方法建立转子系统运动学方程

2.1 欧拉角坐标下的转子系统运动学描述

将轴承简化为各向同性弹性支承, A 、 D 处的支承刚度分别为 k_A 和 k_D , 支承质量分别为 m_A 和 m_D , 则图 2 所示的转子系统广义坐标 q , 共 16 个自由度, 包括支承自由度 $q_1 = (x_A, y_A, x_D, y_D)^T$ 以及以第 2 类欧拉角坐标描述的 3 个转子盘的平动和偏摆自由度 $q_2 = (x_1, \theta_{y1}, y_1, \theta_{x1}, x_2, \theta_{y2}, y_2, \theta_{x2}, x_3, \theta_{y3}, y_3, \theta_{x3})^T$, 则系统动能为

$$T_d = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 M_i (x_i + e_i \Omega \cos(\Omega t + \alpha_i))^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 M_i (y_i - e_i \Omega \sin(\Omega t + \alpha_i))^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (J_{pi} \Omega_i^2 + J_{di} \dot{\theta}_{xi}^2 + J_{di} \dot{\theta}_{yi}^2) + \sum_{i=1}^3 J_{pi} \dot{\theta}_{yi} \theta_{xi} \quad (7)$$

式中: Ω 为自转角速度; e_i 为第 i 个转子盘偏心距; α_i 为第 i 个转子盘偏心距相位; J_{pi} 和 J_{di} 分别为极惯性矩和直径惯性矩。 $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 M_i (x_i +$

$e_i \Omega \cos(\Omega t + \alpha_i))^2$ 为转子系统平动动能, $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 M_i (y_i - e_i \Omega \sin(\Omega t + \alpha_i))^2$ 为转子盘转动以及偏摆动能, $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (J_{pi} \Omega_i^2 + J_{di} \dot{\theta}_{xi}^2 + J_{di} \dot{\theta}_{yi}^2)$ 为陀螺效应产生的附加动能分量项。

支承动能为

$$T_b = \frac{1}{2} m_A (\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2) + \frac{1}{2} m_D (\dot{x}_D^2 + \dot{y}_D^2) \quad (8)$$

则系统总动能为 $T = T_d + T_b$ 。

在任意瞬时, xOz 平面内由于弹性支承位移 x_A 和 x_D 引起的第 i 个转子盘形心位移 x_{gi} 和截面转角 θ_{ygi} 分别为

$$\begin{bmatrix} x_{gi} \\ \theta_{ygi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{S_{gi}}{L} & \frac{S_{gi}}{L} \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_D \end{bmatrix} = \Phi_i q_{1x} \quad (9)$$

式中: Φ_i 为转换矩阵; S_{gi} 为第 i 个转子盘距 A 支承位置的距离, 其中, $S_{g1} = S_0, S_{g2} = S_1, S_{g3} = S_1 + S_2 + S_3; L = \sum_{i=1}^5 S_i$ 为支点间跨距。则 xOz 平面内转子盘轴系统弹性势能为

$$V_{dx} = \frac{1}{2} \tilde{q}_{2x}^T K_{x0} \tilde{q}_{2x} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_{2x} \\ q_{1x} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{x0} & -K_{x0} \Phi \\ -\Phi^T K_{x0} & \Phi^T K_{x0} \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{2x} \\ q_{1x} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} q_x^T K_{xd} q_x \quad (10)$$

式中: q_x 为 xOz 平面内所有自由度; $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3]^T$; $\tilde{q}_{2x} = q_{2x} - \Phi q_{1x}$; K_{x0} 为刚性支承转子 xOz 平面的刚度矩阵; K_{xd} 为系统 xOz 平面内的刚度矩阵。同理可以得到 yOz 平面内的转子势能, 从而转子盘轴系统总弹性势能为 $V_d = V_{dx} + V_{dy}$ 。

两端弹性支承的势能为

$$V_b = \frac{1}{2} k_A (x_A^2 + y_A^2) + \frac{1}{2} k_D (x_D^2 + y_D^2) \quad (11)$$

因此系统总势能为 $V = V_d + V_b$ 。

根据第 2 类 Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (12)$$

可得系统振动微分方程为

$$\begin{bmatrix} M_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_x \\ \ddot{q}_y \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} \mathbf{0} & J \\ -J & \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{q} +$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_x \\ \mathbf{q}_y \end{bmatrix} = \mathbf{F}_e \quad (13)$$

式中: \mathbf{M}_x 、 \mathbf{M}_y 分别为 xOz 平面和 yOz 平面内的质量矩阵; \mathbf{K}_x 、 \mathbf{K}_y 分别为 xOz 平面和 yOz 平面内的刚度矩阵; \mathbf{J} 为 xOz 平面内的陀螺矩阵; \mathbf{q}_y 为 yOz 平面内所有自由度; \mathbf{F}_e 为初始不平衡量激振力。

$$\mathbf{F}_e = [M_1 e_1 \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha_1), 0, M_2 e_2 \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha_2), 0, M_3 e_3 \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha_3), 0, 0, 0, 0, M_1 e_1 \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_1), 0, M_2 e_2 \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_2), 0, M_3 e_3 \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_3), 0, 0, 0, 0]^T$$

2.2 端面同轴度偏差对动力特性的影响

由 1.3.1 节分析可知,接触端面同轴度偏差将使得转子产生附加不平衡量 $\mathbf{M}\mathbf{e}_a$ 以及第 1 类初始倾斜角 τ_i ,附加不平衡量影响转子的平动动能,第 1 类初始倾斜影响转子的转动动能,而接触端面同轴度偏差对于转子系统势能无影响。附加不平衡量与初始不平衡量叠加后的不平衡量为 $\mathbf{M}\mathbf{e}' = \mathbf{M}\mathbf{e}_a + \mathbf{M}\mathbf{e}$ (14)

式中: \mathbf{e}' 为合成后的偏心距。记第 i 个转子盘合成后的不平衡量相位角为 γ_i ,则第 i 个转子盘的平动动能为

$$T_{ddi} = \frac{1}{2} M_i (x_i + e'_i \Omega \cos(\Omega t + \gamma_i))^2 + \frac{1}{2} M_i (y_i - e'_i \Omega \sin(\Omega t + \gamma_i))^2 \quad (15)$$

当转子存在第 1 类初始倾斜时,第 2 类欧拉角坐标描述的的动力学方程中,角速度项需要叠加初始倾斜项

$$\begin{cases} \theta'_x = \dot{\theta}_x - \tau \cos(\Omega t + \beta_\tau) \\ \theta'_y = \dot{\theta}_y - \tau \sin(\Omega t + \beta_\tau) \\ \dot{\theta}'_x = \dot{\theta}_x + \tau \Omega \sin(\Omega t + \beta_\tau) \\ \dot{\theta}'_y = \dot{\theta}_y - \tau \Omega \cos(\Omega t + \beta_\tau) \end{cases} \quad (16)$$

式中: β_τ 为初始倾斜的相位角; θ'_x 和 $\dot{\theta}'_x$ 分别为 yOz 平面考虑转子盘初始倾斜后的角度以及角速度; θ'_y 和 $\dot{\theta}'_y$ 分别为 xOz 平面考虑转子盘初始倾斜后的角度以及角速度,则第 i 个转子盘的转动动能^[16]为

$$T_{dri} = \frac{1}{2} \Omega^2 [J_{pi}(1 - \tau_i^2) + J_{di} \tau_i^2] + \frac{1}{2} J_{pi} \Omega (\dot{\theta}_{xi} \theta_{yi} - \dot{\theta}_{yi} \theta_{xi}) + \frac{1}{2} J_{di} (\dot{\theta}_{xi}^2 + \dot{\theta}_{yi}^2) + \frac{1}{2} J_{pi} \tau_i \Omega^2 (\theta_{yi} \sin(\Omega t + \beta_{\tau i}) + \theta_{xi} \cos(\Omega t + \beta_{\tau i})) \quad (17)$$

式(17)利用了 $J_{pi} = 2J_{di}$ 的薄盘假设。

由于接触端面同轴度偏差仅影响动能,因而此时的转子轴的弹性势能和支承结构的势能与式(10)和式(11)所描述的相同,同样采用第 2 类拉格朗日方程得到系统的动力学方程,其质量矩阵、陀螺矩阵和刚度矩阵与式(13)中相同,改变的仅为广义力向量。考虑端面同轴度偏差后转子的广义力为

$$\mathbf{F} = (\mathbf{F}_e + \mathbf{F}_{ea}) + \mathbf{F}_\tau = [M_1 e'_1 \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha_1), J_{d1} \tau_1 \Omega^2 \cos(\Omega t + \beta_{\tau 1}), M_2 e'_2 \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha_2), J_{d2} \tau_2 \Omega^2 \cos(\Omega t + \beta_{\tau 2}), M_3 e'_3 \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha_3), J_{d3} \tau_3 \Omega^2 \cos(\Omega t + \beta_{\tau 3}), 0, 0, M_1 e'_1 \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_1), J_{d1} \tau_1 \Omega^2 \sin(\Omega t + \beta_{\tau 1}), M_2 e'_2 \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_2), J_{d2} \tau_2 \Omega^2 \sin(\Omega t + \beta_{\tau 2}), M_3 e'_3 \Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_3), J_{d3} \tau_3 \Omega^2 \sin(\Omega t + \beta_{\tau 2}), 0, 0] \quad (18)$$

式中: \mathbf{F}_{ea} 为由附加不平衡量引起的激振力; \mathbf{F}_τ 为由第 1 类初始倾斜引起的附加激振力。由式(18)可以看出,对于刚性转子系统,考虑接触端面同轴度偏差引起的附加不平衡量和第 1 类初始倾斜后,在平动自由度方向转子系统的不平衡量激振力大小以及相位发生改变,同时在偏摆自由度方向产生与转速平方和初始倾斜角成正比的附加简谐激振力,如在转子盘 1 的绕 x 轴偏摆自由度方向的附加激振力为 $J_{d1} \tau_1 \Omega^2 \cos(\Omega t + \beta_{\tau 1})$ 。

2.3 端面平行度偏差对动力特性的影响

由 1.3.2 节分析可知,接触面平行度偏差将使得各转子盘产生类似于初始弯曲的转子形心偏移和第 2 类转子盘初始倾斜。具有初始弯曲的转子系统力学特性分析已经较为深入,利用同样的方法可以将其推导过程应用于第 2 类转子盘初始倾斜。转子初始弯曲影响的是转子平动方向的势能,第 2 类初始倾斜影响的是转子盘偏摆势能,其本质是改变转子盘轴的势能零点位置,对支承系统势能和转子系统动能无影响。

考虑初始弯曲量 \mathbf{r} 以及第 2 类初始倾斜角 χ ,其引起的变形量在 xOz 平面内的分量为

$$\mathbf{q}_{2xai} = [r_i \cos(\Omega t + \theta_{ri}), \chi_i \cos(\Omega t + \beta_{\chi i})] \quad (19)$$

式中: \mathbf{q}_{2xai} 为初始弯曲以及初始倾斜引起的变形分量在 xOz 平面内的投影; θ_{ri} 和 $\beta_{\chi i}$ 分别为第 i 个转子盘的形心偏移量相位角和第 2 类初始倾斜相位角。则此时全约束转子盘轴系统在 xOz 平面内的变形为

$$\tilde{\mathbf{q}}_{2xi} = \mathbf{q}_{2xi} - \mathbf{q}_{2xai} - \Phi_i \mathbf{q}_{1x} \quad (20)$$

xOz 平面内转子盘轴系统弹性势能 V'_{dx} 为

$$V'_{dx} = \frac{1}{2} \tilde{q}'_{2x}{}^T K_{x0} \tilde{q}'_{2x} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_{2x} - q_{2xa} \\ q_{1x} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} K_{x0} & -K_{x0} \Phi \\ -\Phi^T K_{x0} & \Phi^T K_{x0} \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{2x} - q_{2xa} \\ q_{1x} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} q'_{x}{}^T K_{xd} q'_x \quad (21)$$

式中: $q_{2xa} = [q_{2xa1}, q_{2xa2}, q_{2xa3}]^T$ 为 3 个转子盘由于形心偏移和第 2 类初始倾斜引起的附加变形; q'_x 为考虑附加变形后的变形量。同理可以得到 yOz 平面内的转子势能, 且附加变形仅发生在转子盘的平动以及偏摆自由度方向, 对支承势能没有影响。

根据 Lagrange 方程可以看出, 该转子系统中的势能项仅对动力学方程中的刚度回复力项和激振力项产生影响。对考虑转子盘形心偏移和第 2 类初始倾斜的转子-支承系统, 利用第 2 类 Lagrange 得到的动力学方程中质量矩阵、陀螺矩阵和刚度矩阵与 2.1 节中式 (13) 相同, 激振力项变为

$$F = F_e + F_r + F_x \quad (22)$$

式中:

$$F_r = \begin{bmatrix} k_{11} r_1 \cos(\Omega t + \theta_{r1}), k_{12} r_1 \cos(\Omega t + \theta_{r1}), \\ k_{33} r_2 \cos(\Omega t + \theta_{r2}), k_{34} r_2 \cos(\Omega t + \theta_{r2}), \\ k_{55} r_3 \cos(\Omega t + \theta_{r3}), k_{56} r_3 \cos(\Omega t + \theta_{r3}), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{7(2i-1)} r_i \cos(\Omega t + \theta_{ri})), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{8(2i-1)} r_i \cos(\Omega t + \theta_{ri})), \\ k_{11} r_1 \sin(\Omega t + \theta_{r1}), k_{12} r_1 \sin(\Omega t + \theta_{r1}), \\ k_{33} r_2 \sin(\Omega t + \theta_{r2}), k_{34} r_2 \sin(\Omega t + \theta_{r2}), \\ k_{55} r_3 \sin(\Omega t + \theta_{r3}), k_{56} r_3 \sin(\Omega t + \theta_{r3}), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{7(2i-1)} r_i \sin(\Omega t + \theta_{ri})), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{8(2i-1)} r_i \sin(\Omega t + \theta_{ri})) \end{bmatrix}^T$$

$$F_x = \begin{bmatrix} k_{12} \chi_1 \cos(\Omega t + \beta_{\chi1}), k_{22} \chi_1 \cos(\Omega t + \beta_{\chi1}), \\ k_{34} \chi_2 \cos(\Omega t + \beta_{\chi2}), k_{44} \chi_2 \cos(\Omega t + \beta_{\chi2}), \\ k_{56} \chi_3 \cos(\Omega t + \beta_{\chi3}), k_{66} \chi_3 \cos(\Omega t + \beta_{\chi3}), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{7(2i)} \chi_i \cos(\Omega t + \beta_{\chi i})), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{8(2i)} \chi_i \cos(\Omega t + \beta_{\chi i})) \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} k_{12} \chi_1 \sin(\Omega t + \beta_{\chi1}), k_{22} \chi_1 \sin(\Omega t + \beta_{\chi1}), \\ k_{34} \chi_2 \sin(\Omega t + \beta_{\chi2}), k_{44} \chi_2 \sin(\Omega t + \beta_{\chi2}), \\ k_{56} \chi_3 \sin(\Omega t + \beta_{\chi3}), k_{66} \chi_3 \sin(\Omega t + \beta_{\chi3}), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{7(2i)} \chi_i \sin(\Omega t + \beta_{\chi i})), \\ \sum_{i=1}^3 (k_{8(2i)} \chi_i \sin(\Omega t + \beta_{\chi i})) \end{bmatrix}^T$$

由式 (22) 可以看出, 对于刚性转子系统, 考虑接触端面平行度偏差引起的形心偏移和第 2 类转子初始倾斜将产生 2 个附加激振力 F_r 和 F_x ; 由于交叉刚度以及弹性支承的存在, 激振力 F_r 和 F_x 在所有自由度方向上均有分量, 如 F_r 在 x_1 方向存在由 r_1 引起的激振力 $k_{11} r_1 \cos(\Omega t + \theta_{r1})$, 在 θ_{y1} 方向存在由 r_1 引起的激振力 $k_{12} r_1 \cos(\Omega t + \theta_{r1})$, 在 x_4 自由度方向上存在由形心偏移引起的附加激振力 $\sum_{i=1}^3 k_{7(2i-1)} r_i \cos(\Omega t + \theta_{ri})$; 所有激振力的大小仅与转子系统刚度和形心偏移量以及第 2 类倾斜角有关, 而与转子转速无关。

3 结论

1) 以典型航空发动机高压刚性转子为例, 对界面变形模型进行分析, 并对接触端面同轴度偏差以及平行度偏差的界面变形进行定量描述, 建立了考虑界面变形的刚性转子系统力学模型。

2) 对典型航空发动机高压刚性转子系统采用 Lagrange 方法建立了考虑界面变形以及弹性支承的 16 自由度动力学方程, 并推导了界面变形对系统动力学方程的影响。同轴度偏差将使得转子系统产生附加不平衡激振力和附加第 1 类初始倾斜激振力, 激振力幅值均与转速平方成正比, 且分别作用于平动和转动自由度, 对支承自由度无影响; 平行度偏差将产生附加初始弯曲激振力和第 2 类初始倾斜激振力, 激振力幅值均与转速无关, 仅与刚度和平行度偏差量有关, 且该附加激振力在支承自由度方向有一定分量。

参考文献 (References)

[1] 付才高, 郑大平, 欧国霞. 航空发动机设计手册第 19 册: 转子动力学及整机振动 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2000: 1-6.
FU C G, ZHENG D P, OU Y X. Aero engine design manual 19th: Rotordynamics and whole engine vibration [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2000: 1-6 (in Chinese).
[2] 洪杰, 马艳红, 张大义. 航空燃气轮机总体结构设计与动力学分析 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014:

- 366-369.
- HONG J, MA Y H, ZHANG D Y. Structure design and dynamic analysis of aero gas turbine engines[M]. Beijing: Beihang University Press, 2014: 366-369 (in Chinese).
- [3] 陈萌, 马艳红, 刘书国, 等. 航空发动机整机有限元模型转子动力学分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(9): 1013-1016.
- CHEN M, MA Y H, LIU S G, et al. Rotordynamics analysis of whole aero-engine models based on finite element method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(9): 1013-1016 (in Chinese).
- [4] BÖSWALD M, LINK M, SCHEDLINSKI C. Computational model updating and validation of aero-engine finite element models based on vibration test data[C]// International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, 2005: 1-17.
- [5] 李俊慧, 马艳红, 洪杰. 转子系统套齿结构动力学设计方法研究[J]. 航空发动机, 2009, 35(4): 36-39.
- LI J H, MA Y H, HONG J. Dynamic design method of spline joint structure for rotor system[J]. Aero Engine, 2009, 35(4): 36-39 (in Chinese).
- [6] 闻邦椿, 顾家柳. 高等转子动力学: 理论、技术与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999: 77-82.
- WEN B C, GU J L. Advanced rotor dynamics-theory technology and application[M]. Beijing: China Machine Press, 1999: 77-82 (in Chinese).
- [7] ARUMUGAM P, SWARNAMANI S, PRABHU B S. Effects of coupling misalignment on the vibration characteristics of a two stage turbine rotor[C]// ASME Design Engineering Technical Conference. New York: ASME, 1995: 1049-1054.
- [8] LI J, HONG J, MA Y, et al. Modelling of misaligned rotor systems in aero-engines[C]// ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. New York: ASME, 2012: 535-543.
- [9] 姚星宇, 王建军, 翟学. 航空发动机螺栓连接薄层单元建模方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(12): 2269-2279.
- YAO X Y, WANG J J, ZHAI X. Modeling method of bolted joints of aero engine based on thin-layer element[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(12): 2269-2279 (in Chinese).
- [10] 姚星宇, 王建军. 航空发动机螺栓连接载荷与结构参数对连接刚度影响规律[J]. 推进技术, 2017, 38(2): 424-433.
- YAO X Y, WANG J J. Effects of load and structure parameters of aero engine bolted joints on joint stiffness[J]. Journal of Propulsion Technology, 2017, 38(2): 424-433 (in Chinese).
- [11] QIN Z Y, HAN Q K, CHU F L. Analytical model of bolted disk-drum joints and its application to dynamic analysis of jointed rotor[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 228(4): 646-663.
- [12] QIN Z, HAN Q, CHU F. Bolt loosening at rotating joint interface and its influence on rotor dynamics[J]. Engineering Failure Analysis, 2016, 59: 456-466.
- [13] LIU S, MA Y, ZHANG D, et al. Studies on dynamic characteristics of the joint in the aero-engine rotor system[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2012, 29(5): 120-136.
- [14] WANG C, ZHANG D, ZHU X, et al. Study on the stiffness loss and the dynamic influence on rotor system of the bolted flange joint[C]// ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition. New York: ASME, 2014: 1-14.
- [15] 杨帆. 燃气轮机螺栓连接结构热蠕变及动力学特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
- YANG F. Gas turbine bolt connection structure thermal creep and dynamics research[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016 (in Chinese).
- [16] YAMAMOTO T, ISHIDA Y. Linear and nonlinear rotordynamics: A modern treatment with applications[M]. New York: John Wiley & Sons, 2001: 35-39.

作者简介:

金海 男, 硕士研究生。主要研究方向: 转子动力学。

刘继兴 男, 硕士研究生。主要研究方向: 航空发动机转子系统振动控制技术。

张大义 男, 博士, 副教授, 博士生导师。主要研究方向: 航空发动机振动控制技术。

洪杰 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 航空发动机转子动力学、航空发动机整机动力学、智能结构与新型阻尼材料等。

Mechanical models of influence of interface deformation on rotor dynamic characteristics

JIN Hai^{1,2}, LIU Jixing¹, ZHANG Dayi^{1,*}, HONG Jie^{1,3}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. AECC Shenyang Engine Design and Research Institute, Shenyang 110015, China;

3. Collaborative Innovation Center of Advanced Aero-Engine, Beijing 100083, China)

Abstract: In order to analyze the problems of vibration increasing and interface wear of aero engine during work, the dynamic models of rotor-bearing system with three disks were established on the basis of the structural feature analysis. A parametric description has been made to analyze the coaxial and parallelism deviation of contact interface, and the dynamic differential equation for rigid high pressure rotor system was obtained by the Lagrangian method considering the interface deformation. The results exhibit that the interface deformation will cause the additional excitation force in the rigid rotor system, where the amplitude of the additional excitation force caused by the coaxial deviation is proportional to the square of the speed, and only applies to the corresponding degree of freedom; the amplitude of the additional excitation force caused by the parallelism deviation is only related with the rigidity and the deviation magnitude regardless of the speed, and it also applies to the support freedom.

Keywords: aero engine; interface deformation; Lagrangian method; additional excitation force; rigid rotor system

Received: 2017-06-30; **Accepted:** 2017-09-08; **Published online:** 2017-10-18 17:07

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171018.1707.004.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51575022, 51475021)

* **Corresponding author.** E-mail: dayi@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0442

非线性多项式模型结构与参数一体化辨识



贾伟州, 彭靖波*, 谢寿生, 刘云龙, 李腾辉, 何大伟

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

摘 要: 针对非线性系统领域具有更广泛意义的线参数多项式组合模型, 提出一种非线性多项式模型结构辨识和参数辨识一体化算法。该算法将结构辨识中基于贡献项的择优过程与基于冗余项的劣汰过程结合。在择优过程中, 根据输出向量投影残差下降的最大化, 采用基于输出向量残差化的递归改进 Gram-Schmidt (RMGS) 算法, 在向量空间的全集中择优, 并允许部分冗余非模型项选入。在劣汰过程中, 为平等对待正交化向量的贡献, 采用基于改进正交化次序的模型结构劣汰策略, 在优选集合里逐个删除对实际输出贡献相对较小的结构项, 以系统完备性指标为约束, 确认结构与参数。2 类典型非线性多项式模型辨识仿真算例对比验证了算法的有效性。

关键词: 非线性系统辨识; 多项式模型; 一体化辨识; 递归改进 Gram-Schmidt (RMGS) 算法; 改进正交化次序

中图分类号: TP13

文献标识码: A **文章编号:** 1001-5965(2018)06-1303-09

随着控制过程复杂性的提高和对非线性问题认识的深入, 非线性系统辨识越来越成为控制问题的关键。建立描述非线性现象的模型是研究非线性问题的基础, 如 Bilinear 模型、Hammerstein 模型、Wiener 模型和输入输出仿射模型等^[1-3]。但这些模型由于受到自身结构限制, 只能描述部分特殊的非线性系统, 所以一些普遍意义上的非线性模型相继被提出, 如 Volterra 模型、NARMAX 模型、神经网络模型、模糊逻辑模型、支持向量学习机模型和遗传规划 (GP) 模型等^[4-11]。综观上述非线性模型, 各有优势和不足, 但其均可用非线性的线参数多项式组合模型来表示。国内外针对此类模型结构和参数的一体化辨识方法开展了一系列研究。文献[12]采用经典 Gram-Schmidt (CGS) 算法和改进 Gram-Schmidt (MGS) 算法对 NARMAX 模型进行子模型集合的选取; 文献[13]采用

新模型选项准则对 NARMAX 模型进行结构确定和参数估计研究; 文献[14]采用前向正交最小二乘法 (OLS) 和误差衰减 (ERR) 准则对线参数非线性多项式模型进行结构预选; 文献[15]提出自适应遗传算法与相关度评估结合方法对组合非线性系统进行结构和参数一体化辨识研究。文献[16]采用正交回归与嵌套最优正则化对一类非线性模型进行非线性辨识。

本文提出一种非线性多项式模型结构与参数一体化辨识策略。首先, 采用递归改进 Gram-Schmidt (RMGS) 算法从向量空间的全集中执行“择优过程”, 即寻找出一个能够描述输入输出映射关系的集合, 该集合是包含核心结构项和少量冗余项的优选集。其次, 在优选集合里执行“劣汰过程”, 根据基于改进正交化次序的模型结构劣汰策略逐个删除对实际输出贡献相对较小的结

收稿日期: 2017-07-03; 录用日期: 2017-10-20; 网络出版时间: 2017-11-07 10:17

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171107.1017.002.html

基金项目: 国家自然科学基金 (51476187, 51506221)

* 通信作者。E-mail: pjbl209@126.com

引用格式: 贾伟州, 彭靖波, 谢寿生, 等. 非线性多项式模型结构与参数一体化辨识[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1303-1311. JIA W Z, PENG J B, XIE S S, et al. Nonlinear polynomial model's structure and parameter integration identification [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1303-1311 (in Chinese).

构项,以系统完备性指标为约束,确认结构与参数。二者结合即为结构辨识与参数辨识的一体化方法,此方法避免了正交最小二乘法和前向逐步回归法在非线性系统辨识过程会漏选关联性结构项的问题。为方便对比分析,本文称该一体化方法为 MTGS (Modified Total Gram-Schmidt)算法。

1 线参数多项式组合模型描述

普适性的非线性系统有一大类可以用线参数多项式组合模型^[15]来描述。这类模型通用表达式为

$$f(x) = \theta_0 + \theta_1 \phi_1(x) + \theta_2 \phi_2(x) + \dots + \theta_m \phi_m(x) + e(x) \quad (1)$$

式中: $f(x)$ 为模型输出, x 为训练样本的输入向量; θ_0 为系统广义截距; $\theta_i(i=1,2,\dots,m)$ 为模型系数; $\phi_i(x)(i=1,2,\dots,m)$ 为多项式结构项; $e(x)$ 为干扰噪声。

若 $\phi_i(x) \in u(k-j), j=1,2,\dots,m$, 则模型为脉冲响应模型, u 为与输入有关的结构项, k 为采样时刻;若 $\phi_i(x) \in \{u(k-i), y(k-j)\}, i=0,1,\dots,m_1, j=1,2,\dots,m_2$, 则模型为 AMAX 模型, y 为与输出有关的结构项;若 $\phi_i(x) \in \{y(k-j)\}, j=1,2,\dots,m_2$, 则模型为自回归 (AR) 模型;若 $\phi_i(x) \in \{u(j), u(j)u(k), u(j)u(k)u(l), \dots\}, j,k,l=1,2,\dots,n$, 则模型为 Volterra 级数模型;若 $\phi_i(x) \in \{u(j), y(j), u(j)u(k), u(j)y(k), y(j)y(k), \dots\}, j,k=1,2,\dots,n$, 则模型为非线性 NARMAX 模型;若 $\phi_i(x) \in \{K(x, x_1), K(x, x_2), \dots, K(x, x_l), b\}$, 其中 x_1, x_2, \dots, x_l 为 l 个训练样本, $K(\cdot)$ 为样本输入的非线性映射, 则模型为基于核函数映射的非线性模型, b 为常数;若 $\phi_i(x) \in \{(x, \cos x, e^x, \ln x, \dots), [+ , / , \sum \cdot, \dots]\}$, 其中 (\cdot) 为对输入向量非线性描述, $[\cdot]$ 为非线性运算符, 则模型为非线性多项式组合模型。

在辨识过程中,首先对数据进行中心化处理,消除广义截距对结构项的共线性影响。根据实际 N 个采样点数据,式(1)转化为

$$Y = \Phi \theta + e \quad (2)$$

式中: $Y = [y(x_1), y(x_2), \dots, y(x_N)]^T$; $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m]^T$; $e = [e(x_1), e(x_2), \dots, e(x_N)]^T$; $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]_{N \times m}, i=1,2,\dots,N, N \geq m$ 。

任何系统在其寿命范围内,严格非时变情况是不存在的,因此多项式系数也是时变的。为有效观测或控制一个系统,本文以非线性时变多项式模型为研究对象,开展模型结构与参数的一体化辨识研究。

2 基于向量空间投影理论的正交化分析

非线性多项式模型结构辨识问题的关键在于如何从一个满覆盖的空间集合 V^m 中寻找一个次优且满足精度的子空间集合 $V^r, r \leq m$ 是有界但未知。

引理 1^[17] $Y(V)$ 为向量 Y 在空间 V 的投影,其与向量 Y 夹角为 β , 投影残差为 δ_Y^V , 且满足:

$$\cos \beta = \frac{\|Y(V)\|_2}{\|Y\|_2}, \sin \beta = \frac{\sqrt{\|Y\|_2^2 - \|Y(V)\|_2^2}}{\|Y\|_2}.$$

定理 1 假定由张成的满空间为 $V^m = \text{span}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m\}$, 任意的 $V^r = \text{span}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r\}, V^{r-1} = \text{span}\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{i-1}, \phi_{i+1}, \dots, \phi_r\}$ 。记向量 Y 在满空间的投影为 $Y(V^m)$, 在 V^r 空间与 V^{r-1} 空间的投影分别为 $Y(V^r)$ 与 $Y(V^{r-1})$, 投影残差分别为 $\delta_Y^{V^r}$ 与 $\delta_Y^{V^{r-1}}$, 且分别满足 $\delta_Y^{V^r} \perp V^r, \delta_Y^{V^{r-1}} \perp V^{r-1}$ 。记向量 ϕ_i 在 V^{r-1} 空间的投影为 $\phi_i(V^{r-1})$, 在 V^{r-1} 空间的投影残差 $\delta_{\phi_i}^{V^{r-1}} = \phi_i - \phi_i(V^{r-1})$, 且满足 $\delta_{\phi_i}^{V^{r-1}} \perp V^{r-1}$; 则有如下结论:

- 1) $Y(V^r) = Y(V^{r-1}) + \delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$ 。
- 2) $\|Y(V^r)\|_2 = \|Y(V^{r-1})\|_2 + \|\delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}\|_2$ 。

证明 结论 1) 的证明:

由 $V^r = V^{r-1} + \text{span}(\delta_{\phi_i}^{V^{r-1}})$, 得 $Y(V^r) = Y(V^{r-1}) + \text{span}(\delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}) = Y(V^{r-1}) + Y \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$; 又由 $Y(V^{r-1}) \perp \text{span}(\delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}), \text{span}(\delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}) \perp V^{r-1}, V^{r-1} \perp \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$ 得 $Y(V^{r-1}) \perp \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$; 即 $Y \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}} = Y \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}} - Y(V^{r-1}) \cdot \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}} = \delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$ 。故 $Y(V^r) = Y(V^{r-1}) + \delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$ 。

结论 2) 的证明:

由 $V^{r-1} \perp \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$, 得 $\|Y(V^r)\|_2 = \|Y(V^{r-1})\|_2 + \|Y \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}\|_2 = \|Y(V^{r-1})\|_2 + \|\delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}\|_2$ 。 证毕

定理 1 揭示了向量在空间的投影与残差在空间的投影之间的对应关系。由定理 1 可得以下 2 条推论:

推论 1 $\delta_Y^{V^r} = \delta_Y^{V^{r-1}} - \delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$ 。

推论 2 $\|\delta_Y^{V^r}\|_2 = \|\delta_Y^{V^{r-1}}\|_2 (1 - \cos^2(\delta_Y^{V^{r-1}}, \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}))$ 。

证明 推论 1 的证明:

由 $\delta_Y^{V^r} = Y - Y(V^r) = Y - (Y(V^{r-1}) + Y \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}) = \delta_Y^{V^{r-1}} - Y \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$; 又 $Y(V^{r-1}) \perp \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$ 得 $\delta_Y^{V^r} = \delta_Y^{V^{r-1}} - Y \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}} + Y(V^{r-1}) \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}} = \delta_Y^{V^{r-1}} - \delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}$ 。

推论 2 的证明:

由 $\|\delta_Y^{V^r}\|_2 = \|\delta_Y^{V^{r-1}} - \delta_Y^{V^{r-1}} \delta_{\phi_i}^{V^{r-1}}\|_2 = (\delta_Y^{V^{r-1}})^2 -$

$2\delta_Y^{Vr-1}(\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1}) + (\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1})^2$ 和 $Y - Y(V) = \delta_Y^V, Y - Y(V^{-1}) = \delta_Y^{Vr-1}$, 得 $\delta_Y^{Vr-1} = Y(V) + \delta_Y^V - Y(V^{-1}) = \delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1} + \delta_Y^V$; 又由 $\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1} \in V^r$, $\delta_Y^V \perp V^r$ 得 $\delta_Y^V \perp \delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1}$; 所以 $\delta_Y^{Vr-1}(\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1}) = (\delta_Y^V + \delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1})(\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1}) = (\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1})^2$. 故 $\|\delta_Y^V\|_2 = \|\delta_Y^{Vr-1}\|_2 - \|\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1}\|_2 = \|\delta_Y^{Vr-1}\|_2(1 - \|\delta_Y^{Vr-1}\delta_{\phi_i}^{Vr-1}\|_2/\|\delta_Y^{Vr-1}\|_2) = \|\delta_Y^{Vr-1}\|_2(1 - \cos^2(\delta_Y^{Vr-1}, \delta_{\phi_i}^{Vr-1}))$. 证毕

推论描述了向量在空间的投影残差之间的递推关系。

正交化算法有 2 个功能^[18]: ①将变量集合中的信息进行正交分解; ②排除 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m$ 中的冗余变量(即被变换成 $\mathbf{0}$ 的变量)。由于这 m 个向量非正交, 为求解模型系数 θ , 需对其正交化得到正交空间及向量 Y 在正交空间的投影。而误差就产生在上述过程中。

由推论可知, 正交化次数越多, 正交化向量范数越小, 舍入误差对正交化进程的影响越大。因此 CGS 算法^[12] 每一次迭代都是原始向量 ϕ_i 相对前面已正交化小向量的正交化, 即“大向量面向小向量正交化”的过程, 故误差较大, 如图 1 所示, 其中 x, x', x'' 为正交空间的正交向量。

MGS 算法^[12] 由于每一次迭代选择的向量是 ϕ_i^k 而非原始向量。而 ϕ_i^k 的获得是基于原始向量已正交化后的向量, 可理解为“小向量面向小向量正交化”的过程, 故误差较小, 如图 2 所示。

综上, 正交化过程选择不同, 直接导致计算误差的不同传递, 造成计算结果变差甚至错误, 此现象在大矩阵计算中尤为明显。以上 2 种算法未对

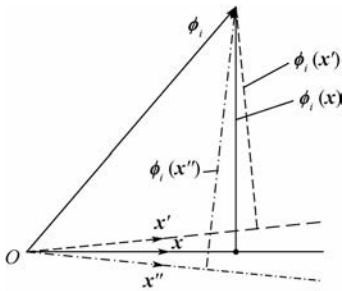


图1 大向量正交误差传播

Fig.1 Orthogonal error propagation of large vectors

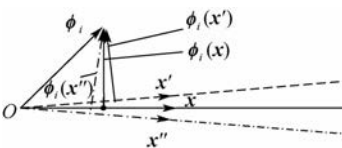


图2 小向量正交误差传播

Fig.2 Orthogonal error propagation of small vectors

正交化向量选择次序进行处理, 计算中仍可能出现“大向量面向小向量正交化”的过程。考虑到正交化次序对输出向量残差化的影响, 本文提出非线性多项式模型结构和参数一体化辨识方法。

3 多项式模型的结构和参数一体化辨识

3.1 模型结构优选分析与停止条件

由推论 1 和 2 可知: ①随着正交化次数的增多, 输出向量的投影残差模越来越小, 最终趋于噪声化; ②在正交化过程中, 输出向量残差模在某些项时其二阶范数迅速递减。分析可知, 下降较大时对应为模型结构项。若正交化过程中执行一种残差监视线程, 则可区分这些结构项, 实现多项式模型的结构辨识。

改善这种投影有 2 种思路: ①在每一步投影时, 向与输出残差相关度最大的向量投影; ②采用向二阶范数最大的基向量投影。思路①的风险在于: 若范数小, 正交化残差偏差较大; 思路②的风险在于: 若范数大, 但有可能不是结构项, 且增加了正交化次数。因此, 本文折中选择某一项使得输出残差向量范数下降最快, 这样迭代过程就较快实现输出向量残差的噪声化。

针对线参数模型式(2), 根据 QR 分解有 $e_{N \times 1} = Y - \Phi\theta = Y - QR\theta = Y - QG$, 其中: $Q = [q_1, q_2, \dots, q_m]_{N \times m}$, $R_{m \times m}$ 为对角线为 1 的上三角矩阵。数学上为方便求解, 设 $D = Q^T Q = \text{diag}[d_1, d_2, \dots, d_m]$, 经过对输出向量 Y 的处理可得 m 维实向量, 即 $G = D^{-1} Q^T Y$; 然后针对 $R\theta = G$ 回代计算求解。对 $Y = QG + e_{N \times 1}$ 两边取二阶范数的平方得

$$\langle Y, Y \rangle = \sum_{i=1}^m \langle q_i, q_i \rangle g_i^2 + \langle e_{N \times 1}, e_{N \times 1} \rangle \quad (3)$$

将式(3)变形可得

$$1 = \frac{\sum_{i=1}^m \langle q_i, q_i \rangle g_i^2}{\langle Y, Y \rangle} + \frac{\langle e_{N \times 1}, e_{N \times 1} \rangle}{\langle Y, Y \rangle} \quad (4)$$

因此, 若在选项中选择对应 $\frac{\langle q_i, q_i \rangle g_i^2}{\langle Y, Y \rangle}$ 最大的项, 将得到较大的贡献项, 这就构成了 RMGS 算法的结构优选策略。因此, 基于输出向量残差化的结构停止条件归结为:

1) 监视残差比 $\gamma_n = \sqrt{\frac{\|Y^{(n)}\|_2}{\|Y\|_2}}$, 设置阈值, 当残差比小于阈值时停止。

2) 监视残差化输出 $\sigma^{(n)} = \sqrt{\|Y^{(n)}\|_2}$, 同样通过设置阈值项进行判别。

3.2 基于 RMGS 算法的模型结构优选策略

在 MGS 算法基础上提出 RMGS 算法, 即采用选择主元策略, 调整正交化次序, 使得正交化过程的误差影响最小。

原先的正交化待选项为 $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]$ 和 $Q = [q_1, q_2, \dots, q_m]$, 对应的解为 θ , 原先解的序号对应为 $\lambda(0, :) = [1, 2, \dots, m]$ 。

记重新选择的正交化矩阵为 $\Phi_{new} = [\phi_{1,new}, \phi_{2,new}, \dots, \phi_{m,new}]$ 和 $Q_{new} = [q_{1,new}, q_{2,new}, \dots, q_{m,new}]$, 对应的解为 θ_{new} , 选主元后的序号为 $\lambda(m, 1), \lambda(m, 2), \dots, \lambda(m, m)$ 。

RMGS 算法的迭代流程如下:

步骤 1 记 $\phi_j^0 = \phi_j, j = 1, 2, \dots, m$; 记 $Y^{(0)} = Y$; 记 $q_i^1 = \phi_i^0, i = 1, 2, \dots, m$ 。计算: $d_1^1 = \langle q_1^1, Y^{(0)} \rangle$; $g_1^1 = \frac{\langle q_1^1, Y^{(0)} \rangle}{\langle q_1^1, q_1^1 \rangle}$; $\gamma_1^1 = \frac{\langle q_1^1, Y^{(0)} \rangle^2}{\langle Y, Y \rangle}$ 。

假设 $d_1^1 = \max\{\gamma_1^1, 1 \leq i \leq m\}$, 记 $q_{1,new} = q_1^1$ 并作为 Q_{new} 的第 1 列。分别计算 $g_{1,new} = \frac{\langle q_{1,new}, Y^{(0)} \rangle}{\langle q_{1,new}, q_{1,new} \rangle}$; $\lambda(m, 1) = \lambda(0, i_1)$; $\theta_{1,new} = \theta_{i_1}$ 。以 $g_{1,new}$ 作为 G_{new} 第 1 个元素, 以 ϕ_{i_1} 作为 Φ_{new} 第 1 列, 以 θ_{i_1} 作为 θ_{new} 的第 1 个元素。

执行一个提取过程: for $i = 1:k-1$, 有 $R_{i,i}^{new} \leftarrow \alpha_{i,i_1}^{new}$ 。即将前面 $i = 1 \sim (k-1)$ 步骤中得到的 α_{i,i_1}^{new} 第 i_1 列元素作为 R^{new} 的第 1 列元素, 以确保回归迭代过程中结构向量与系数是对应的。

计算 $\alpha_{1,j}^{new} = \frac{\langle q_{1,new}, \phi_j^0 \rangle}{\langle q_{1,new}, q_{1,new} \rangle}, j = 1, 2, \dots, m$ 且 $j \notin \{i_1\}$; 更新特征矩阵: $\phi_j^1 = \phi_j^0 - \alpha_{1,j}^{new} q_{1,new}, j = 1, 2, \dots, m$ 且 $j \notin \{i_1\}$; 更新输出向量: $Y^{(1)} = Y^{(0)} - g_{1,new} q_{1,new}$; 计算残差比: $\gamma_1 = \frac{\sqrt{\|Y^{(1)}\|_2}}{\|Y\|_2}$ 。

步骤 k $1 < k \leq m$; 此时 $i = 1, 2, \dots, m, j \notin \{i_1, i_2, \dots, i_{(k-1)}\}$; 记 $q_k^i = \phi_i^{k-1}$, 计算 $d_k^i = \langle q_k^i, Y^{(k-1)} \rangle$; $g_k^i = \frac{\langle q_k^i, Y^{(k-1)} \rangle}{\langle q_k^i, q_k^i \rangle}$; $\gamma_k^i = \frac{\langle q_k^i, Y^{(k-1)} \rangle^2}{\langle Y, Y \rangle}$ 。

假设 $d_k^i = \max\{\gamma_k^i, k \leq i \leq m\}$, 记 $q_{k,new} = q_k^i$ 并作为 Q_{new} 的第 k 列。分别计算 $g_{k,new} = \frac{\langle q_{k,new}, Y^{(k-1)} \rangle}{\langle q_{k,new}, q_{k,new} \rangle}, \lambda(k) = i_k, \theta_{k,new} = \theta_{i_k}$ 。以 $g_{k,new}$ 作为 G_{new} 第 k 个元素, 以 ϕ_{i_k} 作为 Φ_{new} 的第 k 列, 以 θ_{i_k} 作为 θ_{new} 的第 k 个元素。

执行一个提取过程: for $i = 1:k-1$, 有 $R_{i,i}^{new} \leftarrow$

α_{i,i_k}^{new} 。即将步骤 $i(i = 1, 2, \dots, k-1)$ 中得到的 α_{i,i_k}^{new} 第 i_k 列元素作为 R^{new} 的第 k 列元素, 确保回归迭代过程中结构向量与系数是对应的。

计算 $\alpha_{k,j}^{new} = \frac{\langle q_{k,new}, \phi_j^{k-1} \rangle}{\langle q_{k,new}, q_{k,new} \rangle}, j = 1, 2, \dots, m$ 且 $j \notin \{i_1, i_2, \dots, i_{(k-1)}\}$; 更新特征矩阵: $\phi_j^k = \phi_j^{k-1} - \alpha_{k,j}^{new} q_{k,new}, j = 1, 2, \dots, m$ 且 $j \notin \{i_1, i_2, \dots, i_{(k-1)}\}$; 更新输出向量: $Y^{(k)} = Y^{(k-1)} - g_{k,new} q_{k,new}$; 计算残差比: $\gamma_k = \frac{\sqrt{\|Y^{(k)}\|_2}}{\|Y\|_2}, k = k+1$ 。

如果 $k \geq m$ 或者 $\gamma_k < \varepsilon, \varepsilon$ 为阈值, 则跳出循环, 给出模型重要结构项系数的序号 $\lambda = [i_1, i_2, \dots, i_k]$, 进入步骤 Last; 否则迭代循环。

步骤 Last 至此已得到 G_{new} 和 R^{new} , 其中:

$$G_{new} = [g_{1,new}, g_{2,new}, \dots, g_{m,new}]^T$$

$$R^{new} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{1,2}^{new} & \alpha_{1,3}^{new} & \dots & \alpha_{1,m}^{new} \\ 0 & 1 & \alpha_{2,3}^{new} & \dots & \alpha_{2,m}^{new} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha_{(m-1),m}^{new} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

对 $R^{new} \theta_{new} = G_{new}$ 回代, 回代结果对应序号 $\{\lambda(1), \lambda(2), \dots, \lambda(m-1)\}$ 的原始结构项系数。

3.3 基于改进正交化次序模型结构劣汰策略

由第 2 节可知, 后期正交化过程会产生较大误差。在此过程中, 选项个数仍记为 m 个, 原始输入向量矩阵的重新排列为 $\Phi_{new} = [\phi_{\lambda(1)}, \phi_{\lambda(2)}, \dots, \phi_{\lambda(m)}]$, 其正交化矩阵 $Q_{new} = [q_{1,new}, q_{2,new}, \dots, q_{m,new}]$ 中第 i 个向量 $q_{i,new}$ 相对于 $q_{1,new}, q_{2,new}, \dots, q_{i-1,new}$ 是正交的, 但相对于后面向量的正交化程度是不均等的。为平等对待正交化向量, 将结构项顺序重新排列, 每一向量分别最后正交化, 并计算其贡献, 再根据贡献大小排序, 实现“平等”劣汰过程。

针对 $\phi_{\lambda(i)}$, 重新排列 $\Phi_{new}^i = [\phi_{\lambda(1)}, \phi_{\lambda(2)}, \dots, \phi_{\lambda(i-1)}, \phi_{\lambda(i+1)}, \dots, \phi_{\lambda(m)}]$, 记 $Q_{new}^i = [q_{1,new}, q_{2,new}, \dots, q_{i-1,new}, q'_{i+1,new}, \dots, q'_{m,new}, q''_{i,new}]$, 故 $\phi_{\lambda(i)}$ 相对于 $\phi_{\lambda(1)}, \phi_{\lambda(2)}, \dots, \phi_{\lambda(i-1)}, \phi_{\lambda(i+1)}, \dots, \phi_{\lambda(m)}$ 对描述 Y 的贡献为 $C(\lambda(i)) = \frac{(\langle q''_{i,new}, Y \rangle)^2}{\langle q''_{i,new}, q''_{i,new} \rangle \langle Y, Y \rangle}$, 对应贡献因子为 $\theta_{\lambda(i)} = \frac{\langle q''_{i,new}, Y \rangle}{\langle q''_{i,new}, q''_{i,new} \rangle}$ 。

对 Q_{new}^i 的求解可重新执行一次正交化过程, 但会占用大量计算资源。考虑到上述迭代过程中已进行正交化, 因此通过适当的变形即可求出

Q_{new}^i 。下面给出推理过程:

在已正交化过程中,以第 i 个向量 $q_{i,new}$ 为例,其后续向量为 $q_{i+1,new}$;进行重新排列后,得到的 $q'_{i+1,new}$ 相对 $q_{i+1,new}$ 少执行了一次针对 $q_{i,new}$ 的正交化过程。因此: $q'_{i+1,new} = \frac{\langle \phi_{\lambda(i)}, q_{i,new} \rangle}{\langle q_{i,new}, q_{i,new} \rangle} q_{i,new} + q_{i+1,new}$

$q_{i,new} = q_{i+1,new}$

依次类推,其后面的向量 $q'_{i+2,new}, q'_{i+3,new}, \dots, q'_{m,new}$ 相对 $q_{i+2,new}, q_{i+3,new}, \dots, q_{m,new}$ 都少执行了一次针对 $q_{i,new}$ 的正交化过程。因此, $q'_{j,new} = \frac{\langle \phi_{\lambda(j)}, q_{i,new} \rangle}{\langle q_{i,new}, q_{i,new} \rangle} q_{i,new} + q_{j,new}, j = i+2, i+3, \dots, m$

同理,由于第 i 个向量在重排后放置于最后位置的 $q''_{i,new}$,其相对于原始向量增加了针对 $q'_{i+1,new}, q'_{i+2,new}, \dots, q'_{m,new}$ 的正交化过程。故可得其推理过程:

$$q''_{i,new} = q_{i,new} - \sum_{j=i+1}^m \frac{\langle q'_{j,new}, q_{i,new} \rangle}{\langle q'_{j,new}, q'_{j,new} \rangle} q'_{j,new} \quad (5)$$

综上,上述推理方法可减少求解 Q_{new}^i 时,再次正交化的全部计算量。分别对每个向量重新排列,使每个候选项在正交化过程中受到的误差影响是一致的,然后在这种一致的基础上,删除贡献较小的项,谨慎地保护了结构项不易漏选。单纯的劣汰过程也可针对特征项的全集进行,但需要注意某些项在计算过程会出现 $\langle q'_{j,new}, q'_{j,new} \rangle$ 接近于零,此时需将该项删除,避免数值计算病态问题。

4 仿真算例

为说明 MTGS 算法的有效性,以 2 个典型算例为研究对象,将 MTGS 算法与 CGS 算法、MGS 算法进行仿真对比。给出了 MTGS 算法详细仿真步骤,限于篇幅对 CGS 算法和 MGS 算法只给出仿真对比结果。

4.1 算例 1

非线性多项式模型——Volterra 模型设定三阶脉冲响应输入输出表达式

$$y(k) = u(k-1) + 0.8u(k-2) + 0.5u(k-3) - 0.1u(k-5) + u(k-1)u(k-2) + u(k-1)u(k-2) + u(k-1)u(k-3) + 0.8u(k-2)u(k-3) - 1.8u(k-3) \cdot u(k-3) + 1.0u(k-3)u(k-5) + 4.6u(k-1)u(k-1)u(k-2) + e(k) \quad (6)$$

式中: $e(k)$ 为白噪声干扰信号,噪信比为 0.1;一、二、三阶时延分别为 $d_1=5, d_2=5$ 和 $d_3=2$ 。

在对上述模型进行辨识前,认为对系统的输入输出关系有一定了解,预先假定系统为一个阶

次为 3 的非线性多项式模型,其中一阶时延为 10,二阶时延为 7,三阶时延为 5,共含有 $C_{10}^1 + (C_7^2 + C_7^1) + (C_5^3 + C_5^1 C_4^1) + C_5^1 = 73$ 个结构项(包含了系统式(6)的核心结构项)。此时问题转化为如何从这些结构项集合中选择结构并辨识参数。

由排列顺序可假定系统的结构项为: $\phi_1 = u(k-1), \dots, \phi_{10} = u(k-d_1), \phi_{11} = u(k-1)^2, \dots, \phi_{17} = u(k-1)u(k-d_2), \dots, \phi_{38} = u(k-d_2)^2, \dots, \phi_{39} = u(k-1)^3, \phi_{40} = u(k-1)^2u(k-2), \dots, \phi_{73} = u(k-d_3)^3$ 。

由采样点数 $N(N > 73)$,可计算 73 个结构项分别对应的 N 个采样数据,并组成矩阵 $x_{\phi_1} = [u(k), u(k+1), \dots, u(k+N-1)]^T, x_{\phi_2} = [u(k-1), u(k), \dots, u(k+N-2)]^T, \dots, x_{\phi_{73}} = [u(k-d_3+1)^3, u(k-d_3+2), \dots, u(k-d_3+N)^3]^T, Y = [y(k+1), y(k+2), \dots, y(k+N)]^T$ 。根据排列可知:系统的实际结构项对应为 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_5, \phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{19}, \phi_{24}, \phi_{26}, \phi_{40}$ 。

辨识步骤如下:

步骤 1 择优过程残差减小比率如图 3 所示,共筛选出 19 项,图中序号 1~19 对应为 2、1、24、3、40、11、12、13、26、19、5、28、21、66、39、17、34、68、8;基本上前面 11 项对应系统式(6)实际结构项,但由于择优过程需要保持一定的冗余度,故多选择了部分项。

步骤 2 劣汰过程贡献因子变化如图 4 所示。图 4(a)、(b)、(c)依次表示算法每一步迭代后淘汰贡献因子小的结构项的动态过程。可见每一项的贡献在正交化顺序不同时发生了变化,因此劣汰过程中采取的方式对每一个向量都是公平的;在劣汰过程,通过 2 步迭代就达到了满意度。系统值与 3 种算法辨识的结构项及对应参数值的对比如表 1 所示。

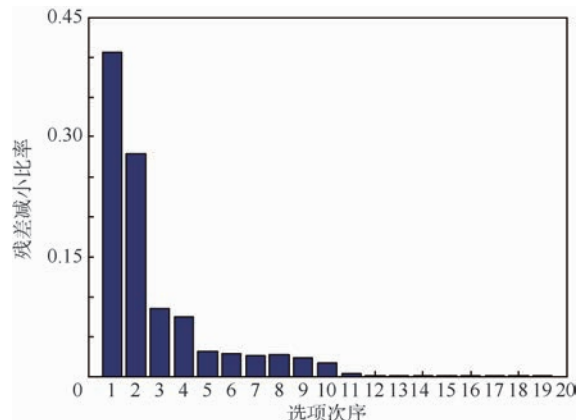


图 3 残差减小比率(算例 1)

Fig. 3 Residual decrease ratio (Example 1)

设输入 $u(k) = \sin(k/20) + \sin(k/60)$, $k = 1, 2, \dots, 500$, 设置初始时刻值为 $y(1) = y(2) =$

$y(3) = 0.01$ 。图5所示为实际模型输出与3种算法辨识模型输出的仿真对比。

4.2 算例2

非线性多项式模型——NARMAX模型系统的结构选择如下模型

$$y(k) = -0.4y(k-1) + 0.555y(k-2) + 0.049u(k-1) + 0.022u(k-2) - 0.1u(k-1)y(k-1) + 0.2u(k-1) \cdot y(k-2) + e_1(k) \quad (7)$$

式中: $e_1(k)$ 为输入信号强度的1/50随机信号。为了验证方法,预先假定系统为一个阶次为2的非线性多项式模型,其中 $u(k)$ 与 $y(k)$ 的时延均为3,共含有 $C_{3+3}^1 + C_{3+3}^1 + C_{3+3}^2 = 27$ 个结构项(包含了系统式(7)的核心结构项)。由排列顺序可假定系统的结构项为: $\phi_1 = u(k-1), \dots, \phi_3 = u(k-3), \phi_4 = y(k-1), \dots, \phi_6 = y(k-3), \dots, \phi_7 = u(k-1)^2, \dots, \phi_{10} = u(k-1)u(k-3), \dots, \phi_{13} = u(k-3)^2, \dots, \phi_{14} = y(k-1)^2, \dots, \phi_{27} = y(k-3)^2$ 。

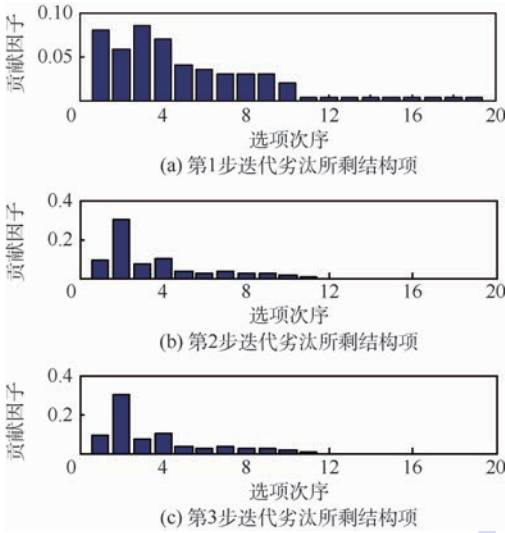


图4 贡献因子变化(算例1)

Fig.4 Change of contribution factor (Example 1)

表1 模型结构项与对应参数(算例1)

Table 1 Model structure items and corresponding parameters (Example 1)

模型	ϕ_2	ϕ_1	ϕ_{24}	ϕ_3	ϕ_{40}	ϕ_{11}	ϕ_{12}	ϕ_{13}	ϕ_{26}	ϕ_{19}	ϕ_5
实际模型	0.8	1.0	-1.8	0.5	4.6	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	-0.1
MTGS算法辨识模型	0.8442	0.9971	-1.7069	0.4967	4.6334	0.9825	1.0153	0.9985	1.0000	0.7987	-0.1015
CGS算法辨识模型	0.8793	1.0556	-1.7069	0.5265	4.1812	0.8946	0.9930	0.9883	1.0205	0.7869	-0.0549
MGS算法辨识模型	0.8742	0.9938	-1.7759	0.4962	4.6364	1.0077	1.0033	0.9849	0.9944	0.8102	-0.1063

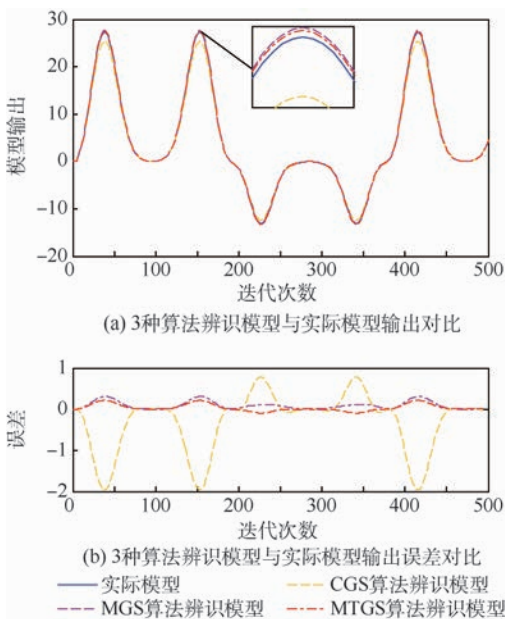


图5 辨识模型与实际模型仿真对比(算例1)

Fig.5 Comparison of identification model and actual model simulation(Example 1)

根据采样点数 $N(N > 27)$,可计算27个结构项分别对应的 N 个采样数据,原理同算例1,不在赘述。此时问题转化为如何从这些结构项集合中选择结构并辨识参数。

步骤1 择优过程残差减小比率如图6所示,共筛选出7项,图中选项次序1~7分别为5、

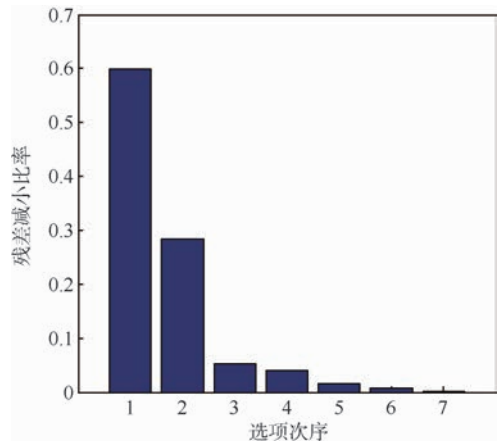


图6 残差减小比率(算例2)

Fig.6 Residual decrease ratio (Example 2)

11、4、1、10、2、22项,包含了系统结构项。

步骤2 劣汰过程贡献因子变化如图7所示。2个分图依次表示算法每一步迭代淘汰贡献因子小的结构项的动态过程。删除了第22结构

项,剩下前6项,即正确的结构项,同时得到结构项对应系数,见表2。上述结构辨识,虽然结构辨识正确,但辨识的参数仍存在不足(如第1项),见表2。分析原因,笔者认为采样数据奇异或误差的吸收造成的;重新对数据进行处理后产生第2次仿真数据,进行系统结构与参数辨识,其过程如下:

步骤1 择优过程残差减小比率如图8所示。该步骤中选出了7项,图中选项次序1~7分别为4、11、5、1、10、2、18项,包含了系统结构项。

步骤2 劣汰过程贡献因子变化如图9所示。图9(a)、(b)依次表示算法每一步迭代淘汰贡献因子小的结构项的动态过程。删除了第18项后,只剩下6项,即正确的结构项,对应参数如表3所示。这个过程的结构辨识正确,参数偏差相对前次较小,可看出正交化次序的不同会对辨识结果有影响。

设输入为 $u(k) = 0.001(\text{rand} - 0.5) + 0.01 \cdot$

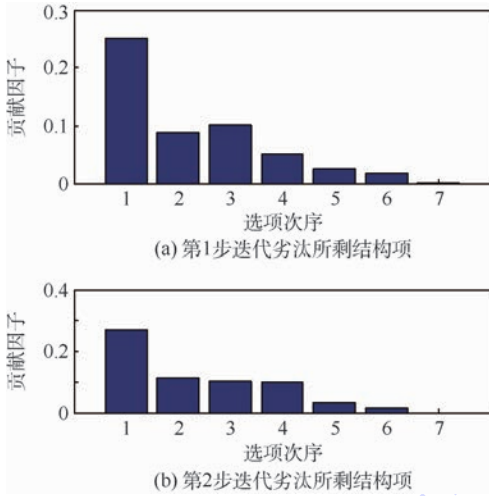


图7 贡献因子变化(算例2)

Fig. 7 Change of contribution factor (Example 2)

表2 模型结构项与对应参数(算例2)

Table 2 Model structure item and corresponding parameter (Example 2)

模型	ϕ_5	ϕ_{11}	ϕ_4	ϕ_1	ϕ_{10}	ϕ_2
实际模型	0.555	0.2	-0.4	0.049	-0.1	0.022
MTGS 算法辨识模型	-0.5671	0.1998	-0.3978	0.0489	-0.1000	0.0220
CGS 算法辨识模型	0.562950	0.199490	-0.369880	0.049000	-0.100180	0.020574
MGS 算法辨识模型	0.543270	0.200060	-0.429500	0.048992	-0.099997	0.023458

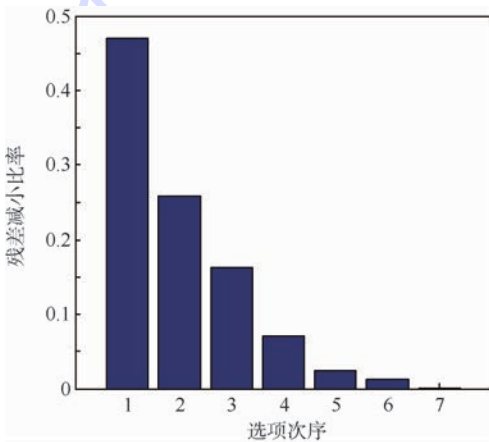


图8 残差减小比率(算例2第2次仿真数据)

Fig. 8 Residual decrease ratio (data in the second simulation for Example 2)

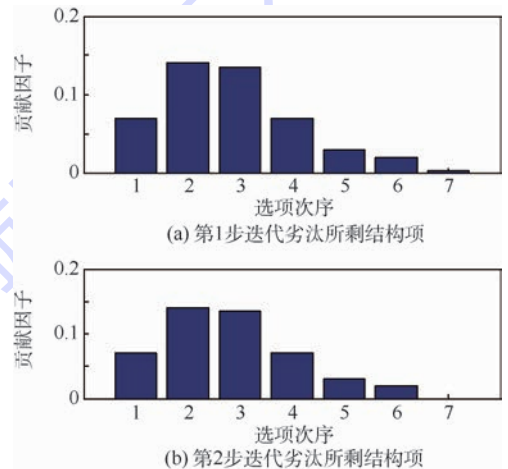


图9 贡献因子变化(算例2第2次仿真数据)

Fig. 9 Change of contribution factor (data in the second simulation for Example 2)

表3 模型结构项与对应参数(模型2正确结构项)

Table 3 Model structure items and corresponding parameters (correct structure items for Example 2)

模型	ϕ_4	ϕ_{11}	ϕ_5	ϕ_1	ϕ_{10}	ϕ_2
实际模型	-0.4	0.2	0.555	0.049	-0.1	0.0220
MTGS 算法辨识模型	-0.3917	0.2088	0.5548	0.0489	-0.1000	0.0220

$(\sin(k/60) + \sin(k/20))$, $k = 1, 2, \dots, 500$, 初始时刻值 $y(1) = y(2) = y(3) = 0.0001$ 。图 10 为实际模型与 3 种算法辨识模型的仿真输出对比。

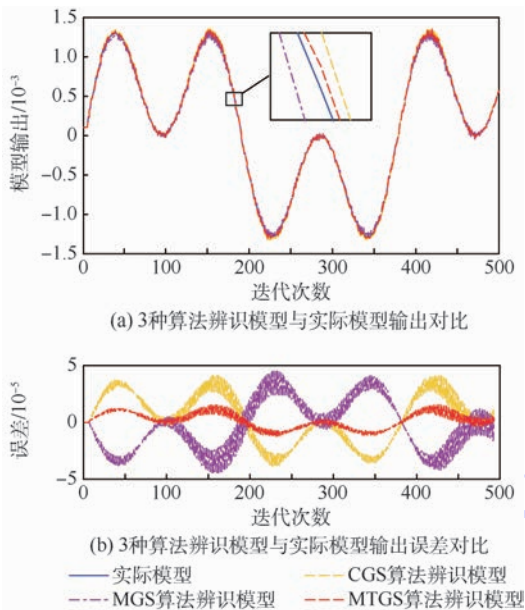


图 10 辨识模型与实际模型仿真对比(算例 2)

Fig. 10 Comparison of identification model and actual model simulation (Example 2)

5 结 论

本文提出了一种非线性多项式模型结构和参数辨识方法,该方法包含基于贡献项的“择优过程”与基于冗余项的“劣汰过程”,研究了线参数多项式组合模型的结构与参数一体化辨识:

1) 采用 RMGS 算法可以从一个满覆盖的向量空间集合 V^m 中找出一个次优且满足精度需求的子空间集合 V' 。

2) 基于改进正交化次序的模型结构劣汰策略,在包含核心结构项和少量冗余项的优选集中筛选出对实际输出贡献相对较小的结构项,以系统完备性指标为约束,确认了系统模型的结构与参数,稳妥地保护了随正交化次数增加可能会漏选的非显著模型项。

3) 对 2 个典型的非线性多项式模型进行仿真验证。无论从辨识模型的模型系数还是基于辨识模型的再次仿真对比结果,都说明 MTGS 算法比 CGS 算法和 MGS 算法更有效且计算时间短。

4) 需要说明的是,合理地定量选择阈值仍需进一步研究。若设置过大,则会将某些微弱贡献项漏选;若设置过小,则又可能无端增加迭代次数,增加计算时间。

参考文献 (References)

- [1] DING F, LIU X P, LIU G. Identification methods for Hammerstein nonlinear systems[J]. Digital Signal Processing, 2011, 21(2): 215-238.
- [2] RUGH W J. Nonlinear system theory-The Volterra Wiener approach[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1981: 412-414.
- [3] LEONTARITIS I J, BILLINGS S A. Input-output parametric models for nonlinear system, part: Stochastic nonlinear system[J]. International Journal of Control, 1985, 41(2): 1863-1878.
- [4] CHEN S, BILLINGS S A, GRANT P M. Non-linear system identification using neural networks[J]. International Journal of Control, 1990, 51(6): 1191-1214.
- [5] 欧文, 韩崇昭, 王文正. Volterra 泛函级数在非线性系统辨识中的应用[J]. 控制与决策, 2002, 17(2): 239-242.
OU W, HAN C Z, WANG W Z. Application of Volterra series in the identification of nonlinear system[J]. Control and Decision, 2002, 17(2): 239-242 (in Chinese).
- [6] SUGENO M, KANG G. Structure identification of fuzzy model[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1988, 28(1): 15-33.
- [7] 李应红, 尉树楷, 刘建勋. 支持向量机的工程应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004: 44-50.
LI Y H, YU X K, LIU J X. Engineering application of support vector machines[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004: 44-50 (in Chinese).
- [8] KOZA J R. Genetic programming; On the programming of computers by means of natural selection[M]. Cambridge: MIT Press, 1992: 23-25.
- [9] 周霞, 沈炯. 多目标免疫 GEP 算法及其在多项式 NARMAX 模型辨识中的应用[J]. 控制与决策, 2014, 29(6): 1009-1015.
ZHOU X, SHEN J. A immune based multiobjective GEP algorithm for identifying polynomial NARMAX model[J]. Control and Decision, 2014, 29(6): 1009-1015 (in Chinese).
- [10] 程长明. 基于 Volterra 级数的非线性系统辨识及应用研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2015: 98-120.
CHENG C M. Nonlinear system identification and application based on Volterra series[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2015: 98-120 (in Chinese).
- [11] 陈森林, 高正红. 基于多小波展开的 Volterra 级数非线性系统建模方法[J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(3): 428-434.
CHEN S L, GAO Z H. Nonlinear system modeling using multi-wavelet expansion based Volterra series[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2017, 35(3): 428-434 (in Chinese).
- [12] CHEN S, BILLINGS S A, LUO W. Orthogonal least squares methods and their application to nonlinear system identification[R]. Sheffield: The University of Sheffield, 1988.
- [13] 王晓, 谢剑英, 贾青. 非线性 NARMAX 模型结构与参数一体化辨识的改进算法[J]. 信息与控制, 2000, 29(2): 102-110.
WANG X, XIE J Y, JIA Q. New modified integrated algorithm for structure determination and parameter estimation for nonlinear stochastic systems[J]. Information and Control, 2000, 29

- (2):102-110(in Chinese).
- [14] WEI H L, BILLINGS S A, LIU J. Term and variable selection for nonlinear system identification[R]. Sheffield: The University of Sheffield, 2003.
- [15] 翟旭升, 王海涛, 谢寿生, 等. 基于自适应遗传算法的多项式模型结构与参数一体化辨识[J]. 控制与决策, 2011, 26(5):761-767.
- ZHAI X S, WANG H T, XIE S S, et al. Polynomial model structure and parameter integration identification based on adaptive genetic algorithm[J]. Control and Decision, 2011, 26(5):761-767(in Chinese).
- [16] HONG X, CHEN S, GAO J. Nonlinear identification using orthogonal forward regression with nested optimal regularization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 45(12):2925-2936.
- [17] 龚怀云, 寿纪麟, 王锦森. 应用泛函分析[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1995:160-178.
- GONG H Y, SHOU J L, WANG J S. Applied functional analysis [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1995:160-178(in Chinese).
- [18] 王惠文, 夏棒. 快速 Gram-Schmidt 回归方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(9):1259-1262.
- WANG H W, XIA B. Quick Gram-Schmidt regression method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(9):1259-1262(in Chinese).

作者简介:

贾伟州 男, 硕士研究生。主要研究方向: 航空推进系统综合控制。

彭靖波 男, 博士, 副教授, 硕士生导师。主要研究方向: 航空发动机分布式控制与故障诊断。

谢寿生 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 航空推进系统综合控制与状态监控。

Nonlinear polynomial model's structure and parameter integration identification

JIA Weizhou, PENG Jingbo*, XIE Shousheng, LI Yunlong, LI Tenghui, HE Dawei

(Aeronautics and Astronautics Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: An integration algorithm of nonlinear polynomial model structure identification and parameter identification was proposed for the linear parametric polynomial assembled model, which had wider significance in the field of nonlinear systems. The algorithm combined optimal-selecting process based on contribution items with poor-eliminating process based on redundant items in structure identification. In the optimal-selecting process, the recursive modified Gram-Schmidt (RMGS) algorithm based on output vector residual was used to select the better terms in the vector space, and some redundant non-model terms were allowed to be selected, according to the maximizing drop of the output vector projection residual. In the poor-eliminating process, the algorithm adopted the model structure poor-eliminating strategy based on modified orthogonal sequence to deal with the contribution of the orthogonal vector equally. The structure items with small contribution to the actual output were deleted from the optimal set. The structure and parameters were determined by the system completeness index. Two examples of typical nonlinear polynomial model identification simulation demonstrate the effectiveness of the algorithm.

Keywords: nonlinear system identification; polynomial model; integration identification; recursive modified Gram-Schmidt (RMGS) algorithm; modified orthogonal sequence

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0449

稀疏多小波时变系统辨识及脑电信号时频分析

雷梦颖¹, 魏彦兆¹, 李阳^{1,*}, 王丽娜^{2,3}

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083;

2. 宇航智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100854; 3. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854)



摘 要: 通过时变参数建模算法对非平稳时变系统的辨识问题进行了研究,并将其应用于脑电(EEG)信号时频特征提取分析。首先,将时变系统参数用具有良好局部逼近能力的多小波基函数进行展开,时变系统建模问题简化为时不变回归模型估计。其次,进一步结合正则化正交最小二乘(ROLS)算法,既降低模型复杂度,又避免模型过拟合问题,从而实现了时变参数的快速准确估计。仿真实例结果表明,与传统递归最小二乘(RLS)算法、经典正交最小二乘(OLS)算法结果相比,所提稀疏多小波建模算法能够更加准确跟踪时变参数的变化。最后,该算法用于运动想象任务下采集的真实 EEG 信号的时频特征分析,能够有效地得到 α 节律下高时频分辨率的事件相关去同步(ERD)及事件相关同步(ERS)分析结果,验证了本文算法的应用性。

关键词: 非平稳时变系统; 多小波基函数; 正则化正交最小二乘(ROLS); 参数估计; 脑电(EEG)信号时频分析

中图分类号: N945.14

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1312-09

脑电(Electroencephalography, EEG)信号包含丰富的脑活动信息,相比其他无创测量手段,如正电子发射计算机断层显像(Positron Emission Tomography, PET)。功能磁共振成像(functional Magnetic Resonance Imaging, fMRI)等,EEG具有较高的时间分辨率,且能更直接地反映大脑皮层的神经活动。因而,EEG信号技术在临床神经生理研究中,是一种重要的疾病诊断手段。另外对于认知神经学研究领域,也提供了一种客观科学的脑功能分析算法。EEG信号能量微弱,背景噪声大,是一种典型的微弱非平稳信号^[1],故通常采用时变参数建模算法进行分析。

一般地,非平稳信号建模算法分为两类:一类

是自适应递归估计算法,如卡尔曼滤波、最小均方估计、递归最小二乘(Recursive Least Squares, RLS)算法等,由于自适应算法的收敛较慢,该类算法难以对变化较快、噪声较大的时变系统进行有效估计^[2]。另一类是基于基函数逼近的参数建模算法,即把时变参数表示为一系列基函数的线性或非线性组合,从而将时变参数建模问题转化为关于基函数的时不变回归模型辨识问题。与自适应估计算法相比,基函数展开更适合于对具有较强非平稳性的时变信号进行辨识^[3]。目前有大量可供选择的基函数,常用的主要有:多项式基函数(切比雪夫基函数和勒让德基函数等)、傅里叶基、小波基、Walsh 和 Haar 函数等,每组基函

收稿日期: 2017-07-05; 录用日期: 2017-09-15; 网络出版时间: 2017-10-13 14:12

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171013.1412.007.html

基金项目: 国家自然科学基金(61671042, 61403016); 北京市自然科学基金(4172037); 闽江学院福建省重点实验室开放课题基金(MJUKF201702)

* 通信作者. E-mail: liyang@buaa.edu.cn

引用格式: 雷梦颖, 魏彦兆, 李阳, 等. 稀疏多小波时变系统辨识及脑电信号时频分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1312-1320. LEI M Y, WEI Y Z, LI Y, et al. Sparse multi-wavelet-based identification of time-varying system with applications to EEG signal time-frequency analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1312-1320 (in Chinese).

数均有自身的逼近特性,如多项式和小波基对平滑缓慢变化的系统辨识效果较好,而 Walsh 和 Haar 函数,适于估计急剧或分段式变化的时变参数^[4]。目前,基函数的选取没有完整的体系算法,是展开式算法要考虑的主要问题之一。

基于传统的基函数展开式算法,难以准确辨识不同类型的时变参数变化,为使参数辨识结果更加灵活,大多数研究人员采用多小波基函数^[5,6],利用多种类型小波基函数构成多分辨率小波分解,充分结合平滑及分段小波基函数的逼近性能,能够同时准确跟踪缓慢平滑的慢变以及快速急剧的突变,与传统基函数展开相比,多小波基函数算法更适用于非平稳信号的建模分析。

时变参数通过基函数扩展后得到的时不变回归模型包含大量高度相关的待估参数,针对该高维病态矩阵求解问题,许多研究证明正交最小二乘(Orthogonal Least Squares, OLS)^[7]算法能够有效稀疏原始冗余模型,构建合理的模型结构,进而实现参数辨识。然而,当信号背景噪声较大时,OLS 算法容易出现过拟合现象,为克服过拟合,一般可采用正则化处理。正则化正交最小二乘(Regularized Orthogonal Least Squares, ROLS)^[8]算法在 OLS 算法的基础上进一步引入正则项作为误差准则,一定程度缓解了过拟合现象,提高了对噪声的鲁棒性,使得展开后模型结构的稀疏构建及参数估计过程快速有效。与经典 OLS 算法相比,ROLS 算法更适用于辨识复杂背景噪声下的时变系统。

综上所述,本文选择多小波 B 样条基函数对非平稳时变系统进行参数展开,同时,考虑到真实信号中含有大量的噪声,通过 ROLS 算法,对展开后的回归模型进行模型项的选择及参数估计。仿真实验说明,与 RLS、基于多小波基函数展开的经典 OLS 算法相比,该算法估计性能最优。通过该算法对真实 EEG 信号建立时变自回归模型,基于辨识的时变参数可进行高时间、高频率分辨率的时频能量分析^[9],能够准确获得能量在时间、频率轴上的动态变化过程,进而对运动想象任务下 EEG 信号事件相关去同步(Event-Related Desynchronization, ERD)及事件相关同步(Event-Related Synchronization, ERS)规律实现有效地分析。ERD/ERS 分析结果定量客观地揭示了运动想象 EEG 信号所包含的频率分量及变化规律,有助于认识运动想象状态下大脑各区域神经活动的能量变化特点及脑活动机制。另外,该结果作为一种高分辨率、高灵敏度的时频特征,能够有效提高运

动想象脑机接口(Brain Computer Interface, BCI)系统的判断精度。

1 多小波基函数的时变模型辨识

1.1 时变自回归模型

非平稳信号可用时变自回归模型描述, p 阶时变自回归模型表示如下:

$$y(t) = \sum_{i=1}^p a_i(t)y(t-i) + \varepsilon(t) \quad (1)$$

式中: $y(t)$ 为待估计的时变信号, t 为离散采样时间序列; $\varepsilon(t)$ 为均值为0,方差为 σ_ε^2 的高斯白噪声序列; $a_i(t)$ 为时变参数。为估计时变参数 $a_i(t)$,本文基于基函数展开式算法,将时变参数表示为一组基函数 $\{\omega_m(t): m=1, 2, \dots, L\}$ 的线性组合:

$$a_i(t) = \sum_{m=1}^L l_{i,m} \omega_m(t) \quad (2)$$

其中: $l_{i,m}$ 为基函数的时不变权系数。

则式(1)可写为

$$y(t) = \sum_{i=1}^p \sum_{m=1}^L l_{i,m} \omega_m(t) y(t-k) + \varepsilon(t) \quad (3)$$

定义:

$$\Phi(t) = [y(t-1)[\omega_1(t), \omega_2(t), \dots, \omega_L(t)], \\ y(t-2)[\omega_1(t), \omega_2(t), \dots, \omega_L(t)], \dots, \\ y(t-p)[\omega_1(t), \omega_2(t), \dots, \omega_L(t)]]^T \quad (4)$$

$$\Theta = [l_{1,1}, l_{1,2}, \dots, l_{1,L}, l_{2,1}, l_{2,2}, \dots, l_{2,L}, \dots, \\ l_{p,1}, l_{p,2}, \dots, l_{p,L}]^T \quad (5)$$

式中: $\Phi(t)$ 和 Θ 分别为展开后的回归项向量和参数向量。

将式(3)改写为如式(6)向量形式:

$$y(t) = \Phi^T(t)\Theta + \varepsilon(t) \quad (6)$$

引入基函数后,时变自回归模型式(1)转化为时不变标准线性回归模型式(6),时变参数 $a_i(t)$ 辨识问题转化为时不变参数 Θ 的求解。令 Θ 的估计值为 $\hat{\Theta}$, $a_i(t)$ 的估计值为 $\hat{a}_i(t)$, σ_ε^2 的估计值为 $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$,自回归模型式(1)的时频谱函数可表示为^[9]

$$H(f, t) = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\left| 1 - \sum_{i=1}^p \hat{a}_i(t) e^{-j2\pi i f / f_s} \right|^2} \quad (7)$$

式中: f 和 f_s 分别为频率和采样频率。时频谱函数式(7)关于频率 f 是连续的,故可用于对任何低于奈奎斯特频率 $f_s/2$ 的频率点进行频谱估计,频率分辨率高,频率分辨率上限与模型阶数以及相关参数有关。

如本节所述,基函数的选取是展开式算法要考虑的主要问题之一,每组基函数均有其自己的逼近特点。EEG 信号作为典型的生物医学信号,能量微弱复杂,常包含多种快速及缓慢变化,为使建模算法更加灵活,实现同时跟踪各种变化趋势,本文采用多小波基函数扩展算法,组合利用各类小波的逼近性能,构成多分辨率分解。

1.2 多小波基函数

根据小波理论^[10-11],一平方可积的标量函数 $f(x) \in L^2(\mathbf{R})$, $L^2(\mathbf{R})$ 表示实数上平方可积的函数空间可用多分辨率小波分解任意逼近:

$$f(x) = \sum_k \lambda_{j_0,k} \varphi_{j_0,k}(x) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k \mu_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (8)$$

式中:小波族 $\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k)$ 和 $\varphi_{j_0,k}(x) = 2^{j_0/2} \varphi(2^{j_0} x - k)$ 分别为母小波 ψ 及尺度函数 φ 的伸缩和移位, j 和 k 分别为尺度因子和位移因子, $j, k \in \mathbf{Z}$; $\lambda_{j_0,k}, \mu_{j,k}$ 为小波分解系数, $j_0 \in \mathbf{Z}$ 为最低的分辨率或尺度水平。同时,根据多分辨率分析的性质,当分辨率尺度水平 j_0 足够大时,任意平方可积函数 f 可用尺度基函数估计,即存在整数 J ,使得

$$f(x) = \sum_k \lambda_{J,k} \varphi_{J,k}(x)。$$

小波基函数的类型有多种,基本 B 样条作为一类重要的基函数,可以构成多分辨率小波分解,本文选择基本 B 样条函数作为基函数^[12]。根据基本 B 样条函数的定义式^[5], m 阶 B 样条定义在 $[0, m]$,假设待估计函数 $f(x)$ 定义在 $[0, 1]$,则对于任意尺度因子 j ,位移因子 k 的有效范围被约束于集合 $\Gamma_m = \{k: -m \leq k \leq 2^j - 1\}$ 。B 样条基函数该独特的性质使得多分辨率分解计算变得更加简洁方便。自回归模型(1)中的时变参数 $a_i(t)$ 可用多小波基函数展开为

$$a_i(t) = \sum_{\gamma} \sum_{k \in \Gamma_m} l_{i,k}^{(\gamma)} \varphi_k^{(\gamma)} \left(\frac{t}{N} \right) \quad (9)$$

式中: $t = 1, 2, \dots, N$, N 为观测序列的长度。关于 B 样条基函数阶数的选取,仿真结果证明,对于大多数时变辨识问题,阶数选择 3, 4, 5, 可以达到较好的估计效果^[5]。将式(2)中 $\{\omega_m(t): m = 1, 2, \dots, L\}$ 用 $\{\varphi_k^{(\gamma)}(t): k \in \Gamma_m\}$ 表示,则式(9)可转化为式(2)的形式,进一步迭代可得到标准线性回归模型式(6)。

初始回归方程式(6)涉及到大量待估参数,关联的回归项可能高度相关,对于该高维病态回归问题,普通最小二乘难以得到可靠的结果。为解决该问题,本文采用 ROLS 算法,可有效地选择出重要的模型回归项,构建稀疏合理的模型结构,并估计相应回归参数。

2 时变自回归模型参数估计

2.1 ROLS 算法

对于涉及大量候选模型回归项的动态回归问题,OLS 算法^[7,13-14]被证明可有效地进行模型项的选择及参数估计。然而,由于 OLS 算法中用到的误差准则为完全平方误差 $\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}$ ($\boldsymbol{\varepsilon}$ 为误差向量),在数据噪声背景较大的情况下,该最小平方准则会出现过拟合现象^[7]。

为克服过拟合现象,常用的算法是对模型进行正则化处理。本文采用将 0 阶正则项与 OLS 算法相结合的 ROLS 算法^[8],增强参数估计的鲁棒性,防止过拟合现象,且计算量与 OLS 算法相当。

考虑模型式(6)的矩阵形式:

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mathbf{Y} = [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T \\ \boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\Phi}(1), \boldsymbol{\Phi}(2), \dots, \boldsymbol{\Phi}(N)]^T \\ \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(N)]^T \end{cases} \quad (11)$$

定义回归矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 的正交分解为

$$\boldsymbol{\Phi} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_N] \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{1,2} & \dots & \alpha_{1,N} \\ 0 & 1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \alpha_{N-1,N} \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{W} \mathbf{A} \quad (12)$$

式中:正交列满足 $\mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_j = 0, i \neq j$ 。

模型式(10)可改写为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W} \mathbf{g} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (13)$$

式中:正交权重向量 $\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_N]^T$, 参数向量 $\boldsymbol{\Theta}$ 满足 $\mathbf{A} \boldsymbol{\Theta} = \mathbf{g}$ 。

ROLS 算法考虑 0 阶正则化误差项,其标准化后的误差准则为

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} + \lambda \mathbf{g}^T \mathbf{g}) / (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}) &= 1 - \sum_{i=1}^N [(w_i^T w_i + \\ &\lambda) g_i^2 / (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})] = 1 - \sum_{i=1}^N \Delta e_i \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $\lambda \geq 0$ 为正则化参数; Δe_i 为正则化误差减小率。为选择合理的正则化参数 λ ,对 ROLS 算法进行贝叶斯解释,获得 λ 的迭代计算过程如下^[15]:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{\eta}{N - \eta} \cdot \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{g}^T \mathbf{g}} \\ \eta = \sum_i \frac{w_i^T w_i}{w_i^T w_i + \lambda} \end{cases} \quad (15)$$

给定 λ 一初始值,经过若干次迭代计算即可获得稳定且符合算法要求的 λ 值。依据 Δe_i ,利用前向回归算法可逐步选择出重要的回归项,直

到 $1 - \sum_i \Delta e_i < \xi, 0 < \xi < 1$ 为设定的容忍值。通过 ROLS 算法,对模型候选项进行选择,并对参数进行估计,从而辨识出时变参数 $a_i(t)$,可一定程度缓解过拟合,同时计算量级与 OLS 相同。

2.2 模型阶数确定

关于模型阶数的确定问题,可根据常用的模型定阶准则,本文采用 AIC (Akaike Information Criterion) 准则^[16]定义如下:

$$AIC(p) = \ln \Sigma_p + \frac{p}{N} \ln N \quad (16)$$

式中: Σ_p 为 p 阶模型估计误差的方差,使得 AIC 最小的 p 为最佳模型阶数,该准则可较好地平衡模型估计精度和复杂度。

3 仿真实例

为验证提出的多小波 B 样条基函数展开及 ROLS 算法对时变参数估计的有效性,进行仿真测试实验,分别采用 RLS 算法、基于 B 样条展开的 OLS(B 样条-OLS)估计法及基于多小波 B 样条和 ROLS(B 样条-ROLS)建模算法,辨识仿真时变模型,比较并评估了不同算法的估计性能。仿真的二阶时变模型为

$$y(k) = a_1(k)y(k-1) + a_2(k)y(k-2) + b_1(k)u(k-1) + b_2(k)u(k-2) + e(k) \quad (17)$$

相关参数如下:

$$a_1(k) = \begin{cases} 1 & 0 \leq k\Delta t < 0.2 \text{ s} \\ 0.4 & 0.2 \text{ s} \leq k\Delta t < 0.4 \text{ s} \\ 0.8 & 0.4 \text{ s} \leq k\Delta t \leq 1 \text{ s} \end{cases} \quad (18)$$

$$a_2(k) = -0.3$$

$$b_1(k) = 0.1$$

$$b_2(k) = \begin{cases} 0.2 & 0 \leq k\Delta t < 0.6 \text{ s} \\ 0.5 & 0.6 \text{ s} \leq k\Delta t < 0.8 \text{ s} \\ 0.3 & 0.8 \text{ s} \leq k\Delta t \leq 1 \text{ s} \end{cases} \quad (19)$$

输入项 $u(k)$ 为方差为 1 的高斯随机序列,采样频率 $f_s = 1700 \text{ Hz}$,采样间隔时间 $\Delta t = 1/f_s$, $e(k)$ 为均值为 0,方差为 0.008 的高斯白噪声序列。

利用本文提出的 B 样条-ROLS 建模算法建立时变回归模型,模型阶数取 2,B 样条阶数取 3、4、5,尺度因子 j 取 4,正则化参数 λ 取 1。分别采用 RLS 算法(遗忘因子取 0.96)、B 样条-OLS 估计法及提出的 B 样条-ROLS 建模算法,对仿真时变参数进行辨识,3 种算法的估计结果如图 1 所示。

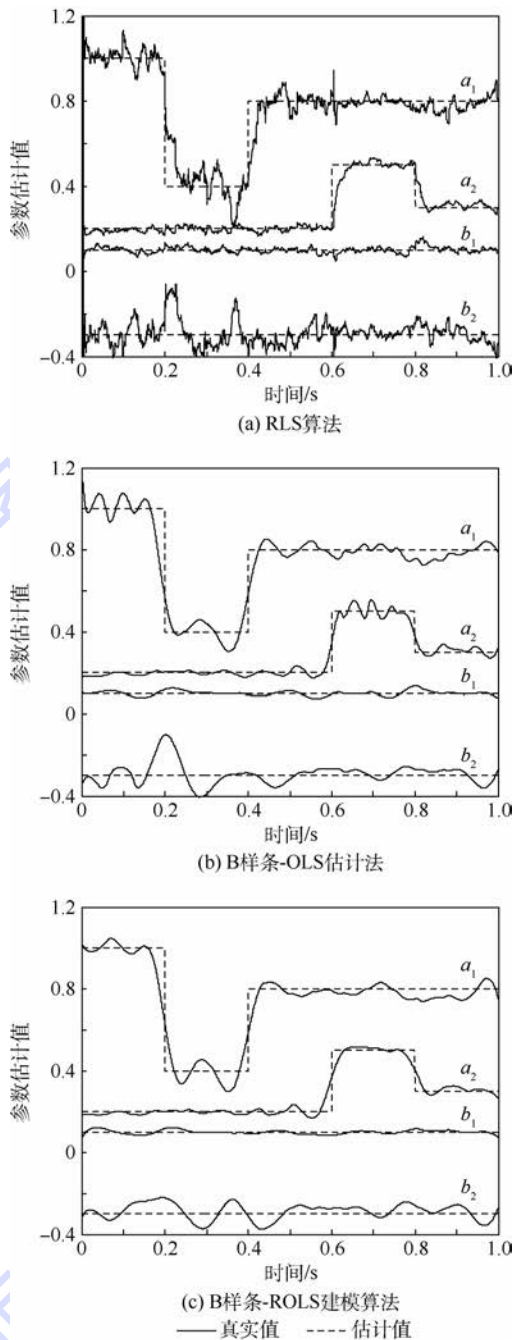


图 1 基于 3 种算法的参数辨识结果
Fig. 1 Parameter identification results based on three algorithms

图 1(a) 表明,RLS 算法由于迭代收敛过程慢,极易受噪声影响,因而难以准确跟踪参数的阶跃性快速变化,且估计参数波动较大。图 1(b) 中,多小波 B 样条基函数良好局部逼近性能,使得该展开算法可以较好地跟踪参数变化,但 OLS 算法对噪声比较敏感,容易过度捕捉噪声信息,导致出现过拟合现象,造成估计延迟。从图 1(c) 得知,B 样条-ROLS 建模算法结合了多小波 B 样条基较强的逼近特性和正则化误差准则,因而能够迅速跟踪参数变化,同时对噪声的鲁棒性较好,参

数波动较小,一定程度上缓解了过拟合现象。

为进一步定量评估提出算法的参数估计性能,计算比较了上述3种算法参数估计值与真实值之间的平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE),以及标准均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE)分别为

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{a}_i(t) - a_i(t)| \quad (20)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{a}_i(t) - a_i(t)|^2}{|a_i(t)|^2}} \quad (21)$$

MAE与RMSE越小,表明误差越小,参数估计性能越好。3种算法MAE和RMSE的对比结果如表1所示。由表1可知,B样条-OLS估计法效果优于RLS算法,而B样条-ROLS建模算法MAE及RMSE均最小,估计效果最优。该结果表明,本文提出的算法对于参数中快速或缓慢的变化,均可较好地跟踪辨识,且对噪声有一定的鲁棒性,更适用于真实非平稳时变过程的分析及特征提取。

表1 3种辨识算法估计结果对比

Table 1 Comparison of estimation results among three identification algorithms

辨识算法	估计参数	MAE	RMSE
RLS算法	$a_1(t)$	0.0448	0.1427
	$a_2(t)$	0.0422	0.2634
	$b_1(t)$	0.0114	0.1496
	$b_2(t)$	0.0176	0.1077
B样条-OLS估计法	$a_1(t)$	0.0406	0.1010
	$a_2(t)$	0.0377	0.1789
	$b_1(t)$	0.0089	0.1217
	$b_2(t)$	0.0168	0.1024
B样条-ROLS建模算法	$a_1(t)$	0.0392	0.0975
	$a_2(t)$	0.0350	0.1365
	$b_1(t)$	0.0079	0.0990
	$b_2(t)$	0.0154	0.1020

4 EEG数据建模及时频特征分析

将B样条-ROLS建模算法用于对真实EEG数据建模及时频分析。EEG数据来源于PhysioNet数据库^[17],其中包含109位健康被试在执行相同运动想象任务时采集的EEG数据。EEG信号采样频率为160 Hz,记录了64通道数据,电极放置位置以国际10-20导采集系统为标准。每名被试执行4类实验:打开握紧左拳或右,想象打开握紧左拳或右拳,打开握紧双拳或双脚,想象打开握紧双拳或双脚。

运动想象,指想象肢体运动而没有实际的肢体动作^[18]。由于在想象左右手运动时产生的脑

电信号具有ERD及ERS特征,即大脑异侧主感觉运动皮层 α 节律(8~13 Hz)和 β 节律(18~25 Hz)幅度明显减小(ERD),而同侧相应区域 α 、 β 节律幅度明显增大(ERS)^[19],故通过分析运动想象脑电信号,可以判断想象者的运动意图,从而实现对外部设备的控制。因此运动想象脑电信号成为BCI系统最常使用的一种特征信号,对于有运动障碍患者来说更具有实际意义^[20-22]。为对运动想象EEG信号进行分析,本文选择PhysioNet数据库中第2类实验任务数据,包含每名被试想象左、右拳运动实验各21次,每次想象时间持续4 s。大量关于运动想象EEG的研究表明,与想象左右手运动相关的神经活动主要分布在通道位置覆盖了主感觉运动皮层的C3、C4、Cz通道^[19,23],因而本文通过多小波B样条展开以及ROLS算法,对想象左右手任务下,预处理后C3、C4通道的EEG信号进行建模及时频特征提取。

对原始数据进行离散小波滤波,滤除高、低频噪声及眼动伪迹,得到5~15 Hz频带数据,预处理后被试1想象左手运动任务下,第一次实验C3通道EEG信号时域波形如图2所示。用多小波B样条-ROLS建模算法对该信号建立时变模型,由AIC准则求得模型最佳阶数为5^[24],B样条阶数取3,4,5,尺度因子 j 取4,正则化参数 λ 取1。为清晰表示模型辨识效果,图3显示了0.5~3.0 s时间段的信号估计结果。由图3可知,所建模型准确跟踪了处理后真实EEG信号的变化,证明了B样条-ROLS建模算法对真实非平稳时变信号的适用性。

对被试1想象左右手任务下,各21次实验数据均进行上述预处理及建模运算,根据式(7)计算各单次实验EEG信号的时频能量分布,叠加平均后,取任务开始前2 s作为基线,得到不同任务

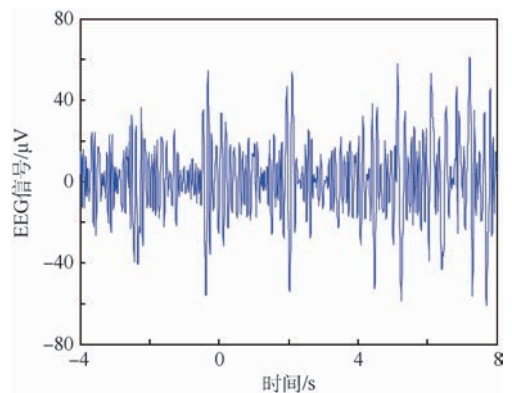


图2 预处理后EEG信号时域波形

Fig. 2 Time domain waveform of preprocessed EEG signals

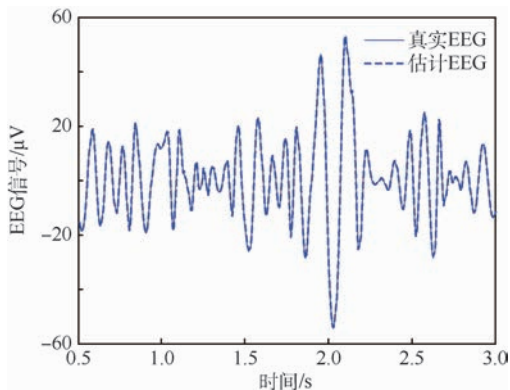
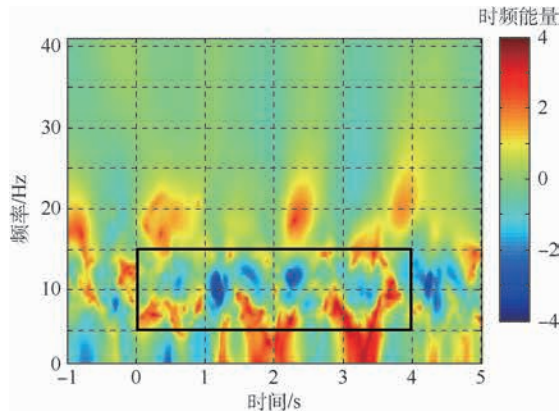


图3 5阶时变自回归模型估计结果与真实EEG信号对比

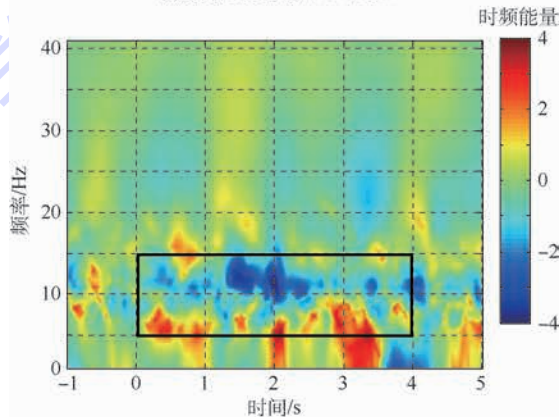
Fig.3 Comparison between estimation results from TVAR(5) time-varying autoregressive model and real EEG signal

下C3、C4通道相对时频能量变化如图4所示。其中,黑色实线框标明5~15 Hz频率段范围,根据该黑色框区域可获得任务开始后 α 节律下ERS及ERD规律:想象左手运动,同侧C3通道相对能量增强,异侧C4通道相对能量减弱;想象右手运动,同侧C4通道相对能量增强,异侧C3通道相对能量减弱。该规律表明大脑皮层运动感觉区在左右手运动想象任务下, α 频带内同侧区域神经活动同步性增强,与运动想象EEG研究结论及解剖学理论相符合^[19]。同时,与传统时频分析算法相比,该算法能够准确量化每个时间采样点、任意频率点上的能量,反映出运动想象过程中时频能量的动态变化过程。

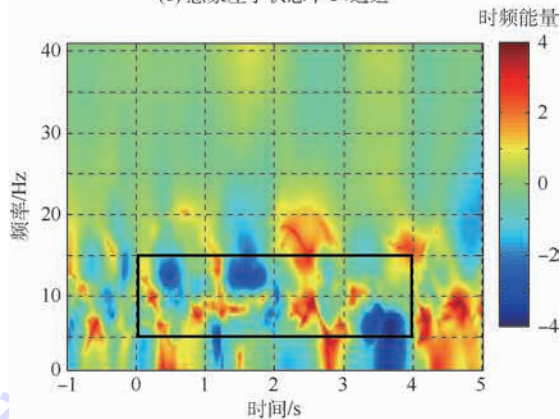
进一步从时间-频率-空间域上分析EEG信号的相对能量变化过程,每隔0.05 s计算各类任务下 α 节律相对能量脑头皮地形图,如图5所示。由图5(a)可知,想象左手运动,任务开始后0.40~0.75 s期间, α 频带下同侧C3相对能量持续高于对侧C4;图5(b)表明,想象右手运动,想象开始后0.65~1 s期间, α 节律下同侧C4相对能量持续高于对侧C3。图5从时间-频率-空间3个方面分析EEG信号,揭示了运动想象状态下大脑各区域实时动态的神经活动能量分布,能够准确提取出相应任务下大脑作出反应的瞬时时频特征分布。提出的算法能够对运动想象EEG信号提取时域-频域-空间域特征,具有较高的时间、频率分辨率,充分利用EEG信号采集时间分辨率高、频率信息丰富的特点,可有效提高运动想象BCI系统的判断正确率,提升对运动想象脑活动机理的认识。



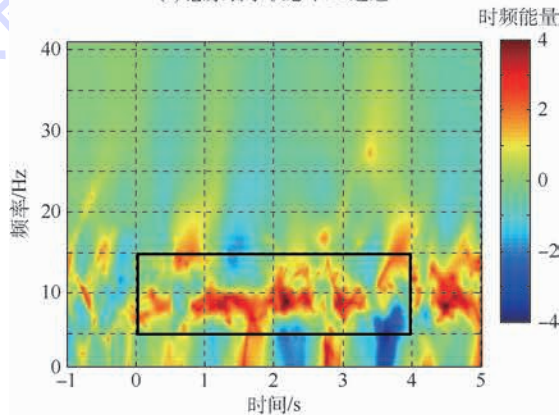
(a) 想象左手状态下C3通道



(b) 想象左手状态下C4通道



(c) 想象右手状态下C3通道



(d) 想象右手状态下C4通道

图4 不同任务下C3、C4通道相对时频能量变化图
Fig.4 Relative time-frequency power spectrum of channel C3 and C4 during motor imagery

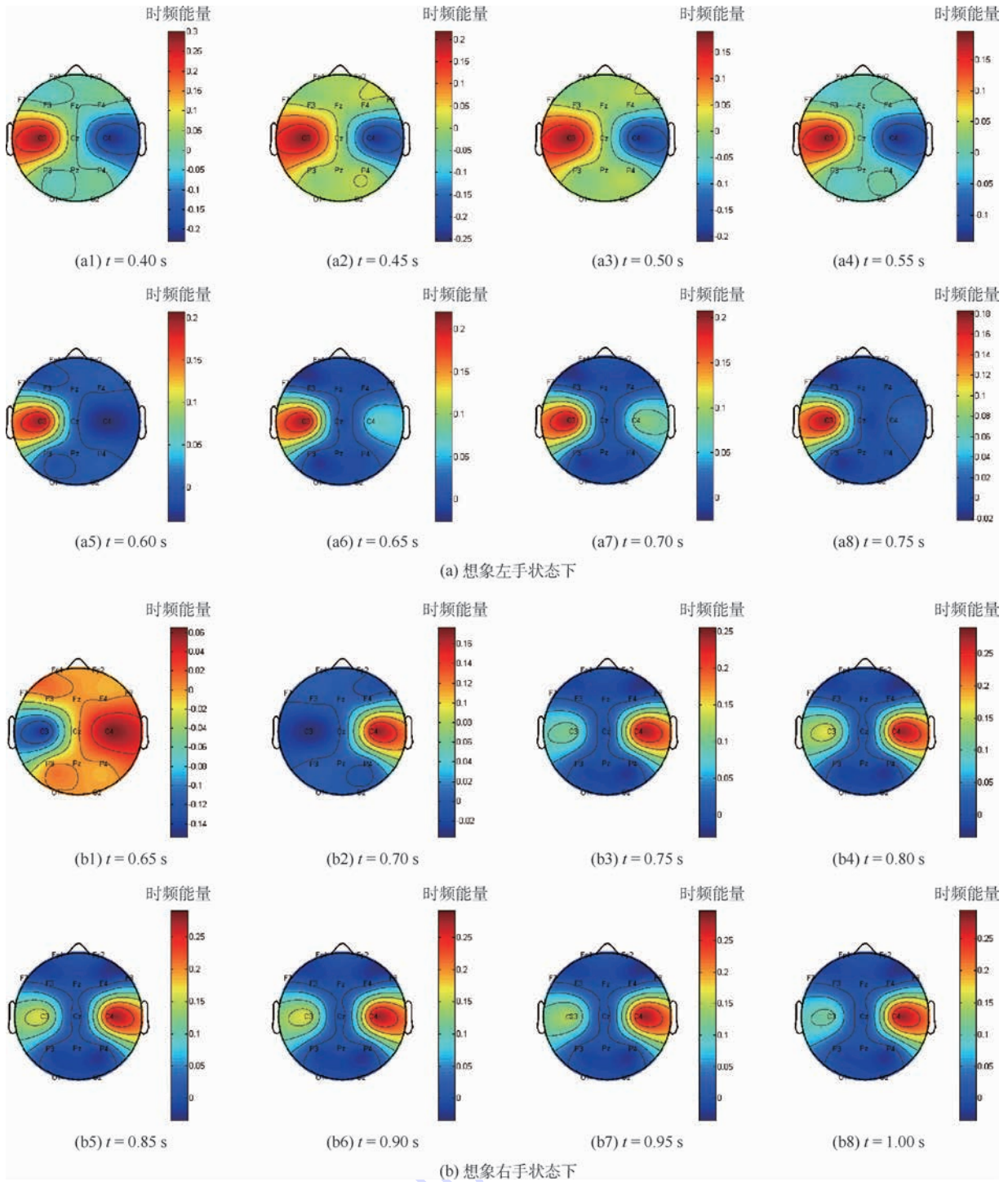


图5 各类任务下不同时间点相对能量头皮地形图

Fig.5 Topographic maps of time-dependent power during motor imagery tasks

5 结论

1) 针对时变系统辨识问题,本文提出了一种新的B样条-ROLS建模算法。该算法结合多小波基的良好局部逼近特性以及ROLS算法的正则化误差准则,可准确、迅速地辨识时变参数,对时变系统具有良好的动态跟踪能力,适用于包括EEG等非平稳复杂时变信号进行估计及时频特

征分析。

2) 仿真实例结果验证了本文算法对时变参数估计的有效性,对于噪声干扰下的时变系统,与传统的RLS及B样条-OLS估计法相比,本文算法估计性能最优。对于真实运动想象EEG数据,本文算法同样能够准确快速地跟踪辨识,进一步进行的时频分析可准确反映出 α 节律下的ERS及ERD规律,提取的具有高分辨率的时域-频域-

空间域特征有助于提高运动想象 BCI 系统判别准确度,同时加深对运动想象脑活动机制的理解。

3) 本文算法可有效辨识复杂时变非平稳信号,具有普遍适用性,可用于分析各类不同状态下的 EEG 信号,包括用于研究基于自发脑电的飞行员脑力负荷检测^[25]。人机系统作业过程中的脑力负荷评估是工效学的重要研究内容,基于生理信号实时脑力负荷监测能够实现根据脑力负荷在飞行员与自动化系统之间动态分配任务,进而优化人机系统设计,避免过高脑力负荷,降低人误风险,在模拟飞行、模拟无人机控制等任务中已被证明可改善作业绩效和飞行员的主观感受^[26]。基于自发脑电的研究是脑力负荷研究中使用最多的算法,在接下来的研究工作中,可继续通过本文提出的时频分析算法对飞行员在不同脑力负荷水平下自发脑电各个频段的能量变化进行分析,进而利用模式识别算法建立脑力负荷识别模型,实现对脑力负荷的实时准确监测。

参考文献 (References)

- [1] COBURN K L, LAUTERBACH E C, BOUTROS N N, et al. The value of quantitative electroencephalography in clinical psychiatry: A report by the committee on research of the american neuropsychiatric association [J]. *The Journal of Neuropsychiatry and Clinical Neurosciences*, 2006, 18 (4): 460-500.
- [2] SKRETTING K, ENGAN K. Recursive least squares dictionary learning algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58 (4): 2121-2130.
- [3] 于开平, 庞世伟, 赵婕. 时变线性/非线性结构参数识别及系统辨识算法研究进展 [J]. *科学通报*, 2009, 54 (20): 3147-3156.
YU K P, PANG S W, ZHAO J. Advances in method of time-varying linear/nonlinear structural system identification and parameter estimate [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2009, 54 (20): 3147-3156 (in Chinese).
- [4] LI B, CHEN X. Wavelet-based numerical analysis: A review and classification [J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2014, 81 (4): 14-31.
- [5] LI Y, WEI H L, BILLINGS S A. Identification of time-varying systems using multi-wavelet basis functions [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 19 (3): 656-663.
- [6] LI Y, WEI H L, BILLINGS S A, et al. Time-varying model identification for time-frequency feature extraction from EEG data [J]. *Journal of Neuroscience Methods*, 2011, 196 (1): 151-158.
- [7] WEI H L, BILLINGS S A. Model structure selection using an integrated forward orthogonal search algorithm assisted by squared correlation and mutual information [J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2008, 3 (4): 341-356.
- [8] WANG N, ER M J, HAN M. Parsimonious extreme learning machine using recursive orthogonal least squares [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25 (10): 1828-1841.
- [9] WEI H L, BILLINGS S A, LIU J J. Time-varying parametric modelling and time-dependent spectral characterisation with applications to EEG signals using multiwavelets [J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2010, 9 (3): 215-224.
- [10] GUO L, RIVERO D, PAZOS A. Epileptic seizure detection using multiwavelet transform based approximate entropy and artificial neural networks [J]. *Journal of Neuroscience Methods*, 2010, 193 (1): 156-163.
- [11] SCHNEIDER K, VASILYEV O V. Wavelet methods in computational fluid dynamics [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2010, 42: 473-503.
- [12] CHUI C K. An introduction to wavelets [M]. Amsterdam: Elsevier, 2016: 49-74.
- [13] GUO Y, GUO L, BILLINGS S A, et al. An iterative orthogonal forward regression algorithm [J]. *International Journal of Systems Science*, 2015, 46 (5): 776-789.
- [14] GUO Y, GUO L Z, BILLINGS S A, et al. Identification of nonlinear systems with non-persistent excitation using an iterative forward orthogonal least squares regression algorithm [J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2015, 23 (1): 1-7.
- [15] CHEN S, CHNG E, ALKADHIMI K. Regularized orthogonal least squares algorithm for constructing radial basis function networks [J]. *International Journal of Control*, 1996, 64 (5): 829-837.
- [16] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19 (6): 716-723.
- [17] GOLDBERGER A L, AMARAL L A, GLASS L, et al. PhysioBank, physioToolkit, and physionet [J]. *Circulation*, 2000, 101 (23): e215-e220.
- [18] YUAN H, HE B. Brain-computer interfaces using sensorimotor rhythms: Current state and future perspectives [J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2014, 61 (5): 1425-1435.
- [19] PFURTSCHELLER G, BRUNNER C, SCHLÖGL A, et al. Mu rhythm (de) synchronization and EEG single-trial classification of different motor imagery tasks [J]. *NeuroImage*, 2006, 31 (1): 153-159.
- [20] TAKAHASHI M, TAKEDA K, OTAKA Y, et al. Event related desynchronization-modulated functional electrical stimulation system for stroke rehabilitation: A feasibility study [J]. *Journal of Neuroengineering and Rehabilitation*, 2012, 9 (1): 56-66.
- [21] LONG J, LI Y, WANG H, et al. A hybrid brain computer interface to control the direction and speed of a simulated or real wheelchair [J]. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2012, 20 (5): 720-729.
- [22] ZHANG R, YAO D, VALDÉS-SOSA P A, et al. Efficient resting-state EEG network facilitates motor imagery performance [J]. *Journal of Neural Engineering*, 2015, 12 (6): 066024.
- [23] YANG H, GUAN C, CHUA K S G, et al. Detection of motor im-

- agery of swallow EEG signals based on the dual-tree complex wavelet transform and adaptive model selection [J]. *Journal of Neural Engineering*, 2014, 11(3):035016.
- [24] HESSE W, MLLER E, ARNOLD M, et al. The use of time-variant EEG Granger causality for inspecting directed interdependencies of neural assemblies [J]. *Journal of Neuroscience Methods*, 2003, 124(1):27-44.
- [25] CHAOUACHI M, JRAIDI I, FRASSON C. Modeling mental workload using EEG features for intelligent systems [J]. *User Modeling, Adaption and Personalization*, 2011, 6787(1):50-61.
- [26] TIBERIO L, CESTA A, OLIVETTI BELARDINELLI M. Psychophysiological methods to evaluate user's response in human robot interaction: A review and feasibility study [J]. *Robotics*, 2013, 2(2):92-121.

作者简介:

雷梦颖 女, 硕士研究生。主要研究方向: 信号处理与机器学习。

李阳 男, 博士, 副教授, 博士生导师。主要研究方向: 复杂系统建模、信号处理与机器学习。

Sparse multi-wavelet-based identification of time-varying system with applications to EEG signal time-frequency analysis

LEI Mengying¹, WEI Yanzhao¹, LI Yang^{1,*}, WANG Lina^{2,3}

- (1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;
2. National Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Beijing 100854, China;
3. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China)

Abstract: The problem of identification in non-stationary time-varying system is investigated based on a time-varying parametric modelling algorithm, and is applied to time-frequency feature extraction analysis of electroencephalography (EEG) signals. The multi-wavelet basis function which has proved efficient for tracking the transient local changes in signals, is employed to approximate the time-varying coefficients, and thus the initial time-varying modelling problem is then simplified into a time-invariant regression model estimation problem. In addition, the regularized orthogonal least squares (ROLS) algorithm is used to construct a parsimonious model structure and estimate the model parameters effectively, which not only reduces the model complexity, but also avoids the overfitting problem. The simulation results show that, compared with traditional recursive least squares (RLS) algorithm and classical orthogonal least squares (OLS) algorithm, the proposed sparse multi-wavelet-based modelling method is capable of estimating time-varying parameters more accurately. Furthermore, the application of the proposed method to the real EEG signals during motor imagery has proven to have powerful tracking capabilities, and a time-frequency analysis is introduced based on the identified time-varying model. The high time-frequency resolution of the proposed method enables the characterizations of event-related desynchronization (ERD) and event-related synchronization (ERS) in alpha band precisely, and validates the applicability of the proposed modelling algorithm.

Keywords: non-stationary time-varying system; multi-wavelet basis function; regularized orthogonal least squares (ROLS); parametric estimation; time-frequency analysis of electroencephalography (EEG) signals

Received: 2017-07-05; Accepted: 2017-09-15; Published online: 2017-10-13 14:12

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171013.1412.007.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61671042, 61403016); Beijing Natural Science Foundation, China (4172037); Open Fund Project of Fujian Provincial Key Laboratory in Minjiang University (MJUKF201702)

* Corresponding author. E-mail: liyang@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0450

激光测距传感器光束矢向和零点位置标定方法



曹双倩, 袁培江*, 陈冬冬, 史震云

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

摘 要: 激光测距传感器常用于飞机壁板法向检测。为了解决激光测距传感器加工和安装误差导致的法向检测精度下降问题,提出和实施了—种利用几何数学模型和最小二乘法进行激光测距传感器光束矢向和零点位置标定的方法。首先,利用角度标定理论获取激光束与主轴进给方向的夹角。然后,借助激光跟踪仪建立坐标系,根据激光测距传感器射在与电主轴进给方向成不同夹角的平面上的测量值,利用几何数学模型计算出各激光点之间的相对坐标,运用最小二乘法拟合出激光束的空间方程,进而得到光束矢向和零点位置。最后,在航空制孔机器人平台上进行标定实验,并且根据标定结果进行了实验验证。实验结果证明:该方法能够较为准确地标定出激光测距传感器的光束矢向和零点位置,可使法向检测精度在 0.18° 内。

关键词: 激光测距传感器; 光束空间位置标定; 最小二乘法; 自动化制孔; 法向检测; 机器人

中图分类号: V19; TP242

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1321-07

在飞机制造装配中,铆接是最主要的连接方式,而铆接的第一道工序就是制孔,一架大飞机上大约有150~200万个连接孔^[1]。中国飞机制造仍以手工制孔为主^[2],难以满足高效率、高性能、低成本的要求,因此自动化制孔技术的研究已成为必然趋势。孔的垂直度对铆接质量具有重要的影响,研究表明,当紧固件沿外载荷作用方向倾斜超过 2° 时,疲劳寿命减少约47%;当倾斜大于 5° 时,疲劳寿命降低约95%^[3]。因此,法向检测技术对提高制孔质量具有重要意义,是自动化制孔系统的关键技术之一。在飞机装配中,孔的垂直度精度的要求为小于 0.5° ^[4]。目前,法向测量方式分为3种^[5],包括涡流式、机械接触式和激光非接触式,其中激光非接触式测量最为广泛。激光测距传感器又称激光位移传感器,具有高效率、高

线性和高分辨率等特点^[6],被广泛应用于法向非接触式测量技术中。同时,为了减少测量过程中其他因素的影响,提高传感器测量精度,很多学者^[7-8]做了误差补偿研究。

在测量中,通常采用多个激光测距传感器均布安装的方式,由于存在加工与安装误差,所以需要传感器的安装位置进行标定工作,以保证法向测量的准确度。Zhu等^[9]采用基于球面拟合的标定算法标定出激光测距传感器的方向和位置参数,标定精度较高,但不具有通用性。出晓岚等^[10]基于图像处理理论对附加于坐标测量机上的激光位移测头进行标定。卢科青等^[11]通过设计多向标定块,以三坐标测量机为平台标定出点激光测头激光束方向。毕超等^[12-13]通过搭建三坐标测量系统,提出了基于球形目标的激光束方

收稿日期: 2017-07-05; 录用日期: 2017-08-21; 网络出版时间: 2017-09-22 15:07

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1507.012.html

基金项目: 国家自然科学基金(61375085)

* 通信作者. E-mail: itr@buaa.edu.cn

引用格式: 曹双倩, 袁培江, 陈冬冬, 等. 激光测距传感器光束矢向和零点位置标定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1321-1327. CAO S Q, YUAN P J, CHEN D D, et al. Calibration method for laser beam direction and zero point of laser displacement sensor[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1321-1327 (in Chinese).

向标定方法。Zhou 等^[14]以圆柱面和锥面为标定对象,提出了一种串联坐标测量机标定新算法。这4种方法虽然达到了较高的精度,但是需要将传感器安装于精密的测量设备,标定成本高,且不适用于安装于较重末端执行器上传感器的标定。王胜华等^[15]采用机器人定点调姿测量法对激光测距传感器进行标定,但是测量同一点不好保证。Ren 等^[16]通过机器人带动扫描仪进行平移和旋转运动,以球面为标定对象进行标定。袁康正等^[17-18]提出了基于机器人的平面和曲面拟合位移传感器标定方法,并进行了仿真验证。但是这3种方法依赖于机器人自身的矩阵变换模型,而机器人运动存在误差。

为了对安装在制孔末端执行器上4个激光测距传感器进行标定,本文提出了一种基于几何数学模型和最小二乘法的激光测距传感器标定方法,首先阐述了标定理论和步骤,然后进行了标定实验,标定出4个传感器的光束矢向和零点位置,最后进行了实验验证。

1 航空自动化制孔系统

自动化制孔系统主要包括工业机器人、控制柜和制孔末端执行器,如图1所示。制孔末端执行器包括主轴进给、法向检测、吸屑压紧、视觉等主要功能模块。控制柜控制工业机器人和制孔末端执行器完成以下制孔流程:工业机器人将制孔末端执行器移至制孔点;法向检测模块测量制孔点法向,并计算出法向与主轴轴线夹角;工业机器人调整制孔末端执行器姿态;吸屑压紧模块进行压紧动作;主轴进给钻孔;主轴、压紧退回,制孔结束。

图1中框出部分为法向检测模块, A、B、C、D

表示4个激光测距传感器,可以看出其斜置安装在压紧头上。该法向检测模块的检测原理如下:根据4个传感器的测量值确定射在工件表面的激光点在工具坐标系下的坐标,求得任意3点构成的平面的法向量,取平均作为工件表面的法向量^[19]。确定工件表面激光点的坐标需要进一步确定激光束矢向和零点位置。

2 激光测距传感器标定理论

2.1 角度标定理论

进行传感器光束矢向及零点位置标定,首先要获得激光束与电主轴进给方向的夹角。将光束打到与进给方向垂直的2个不共面的平面上,则存在如下关系:

$$\cos \alpha_i = \frac{\Delta z}{\Delta d_i} \quad (1)$$

式中: α_i 为激光测距传感器*i*与进给方向的夹角; Δz 为2个平面的距离; Δd_i 为激光测距传感器*i*光束打在2个平面上读数之差; $i=1,2,3,4$ 。

2.2 空间位置标定理论

激光测距传感器发出的激光束可以看作一条射线,标定其空间位置要进行射线所在直线的空间方程标定以及发射点标定。

2.2.1 直线方程标定

图2为激光束发射示意图。 $\{T\}$ 为工具坐标系, $\{B\}$ 为工件坐标系,2个坐标系的对应轴互相平行。A、B、C、D 4个激光测距传感器发出的激光束射在面I上,激光点分别为A'、B'、C'、D',面I与 Z_T 轴垂直;面I以 O_T 点为中心绕工具坐标系的 Y_T 轴转动 θ_Y 得到面II,4个激光束射在面II上的激光点为A''、B''、C''、D''。将图2中所有激光束向工具坐标系 $\{T\}$ 的 $X_T O_T Z_T$ 平面投影,

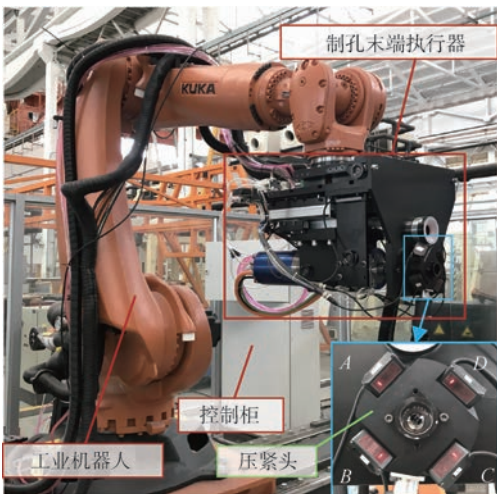


图1 航空自动化制孔系统

Fig. 1 Aviation automatic drilling system

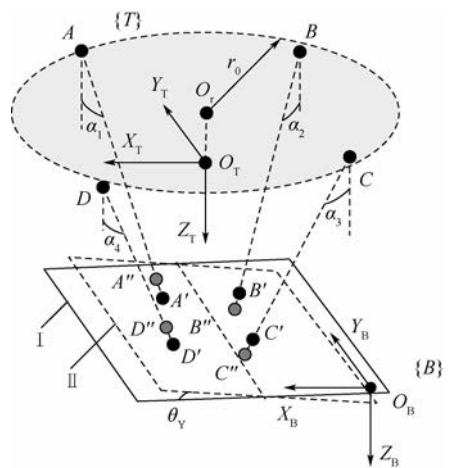


图2 激光束发射示意图

Fig. 2 Schematic of laser beam emission

得到如图3所示的几何关系。以A'点为原点建立平行于工具坐标系的状态坐标系1,记为 $\{S_1\}$ 。以A、B激光束之间的几何关系为例,进行以下理论说明,求解 $|A'B'|_p$ 的长度。注:以下点A与点A'的实际距离用 $|AA'|$ 表示,在面内的投影距离用 $|AA'|_p$ 表示,其余类似。

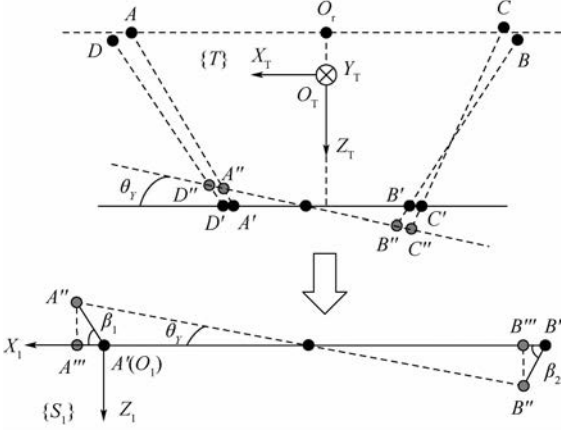


图3 激光束投影图

Fig.3 Projection of laser beam

设A、B激光测距传感器激光束所在的空间直线方程的单位向量分别为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = (m_1, n_1, p_1) & |\mathbf{v}_1| = 1 \\ \mathbf{v}_2 = (m_2, n_2, p_2) & |\mathbf{v}_2| = 1 \end{cases} \quad (2)$$

电主轴进给方向即为工具坐标系 $\{T\}$ 的 Z_T 轴, $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ 与 Z_T 轴夹角为 α_1, α_2 ,则存在:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{\mathbf{v}_1 \cdot (0, 0, 1)}{|\mathbf{v}_1| \cdot |(0, 0, 1)|} = p_1 \\ \cos \alpha_2 &= \frac{\mathbf{v}_2 \cdot (0, 0, 1)}{|\mathbf{v}_2| \cdot |(0, 0, 1)|} = p_2 \end{aligned} \quad (3)$$

存在关系:

$$\begin{aligned} |A'A''| &= |AA'| - |AA''| = \Delta d_A \\ |B'B''| &= |BB'| - |BB''| = \Delta d_B \end{aligned} \quad (4)$$

式中: Δd_A 和 Δd_B 分别为A、B激光束射在面I和面II上返回数据值之差。

$|A''A'''|_p, |B''B'''|_p$ 是激光束方向上 $|A'A''|, |B'B''|$ 在 Z_T 轴方向的投影,所以:

$$\begin{aligned} |A''A'''|_p &= \Delta d_A \cos \alpha_1 \\ |B''B'''|_p &= \Delta d_B \cos \alpha_2 \end{aligned} \quad (5)$$

投影距离 $|A''A'''|_p, |B''B'''|_p$ 的求解过程如下:

$$\begin{aligned} |A''A'''|_p &= \Delta d_A \cos \varphi_1 \cos \beta_1 \\ |B''B'''|_p &= \Delta d_B \cos \varphi_2 \cos \beta_2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中: φ_1, φ_2 分别为 $A''A''', B''B'''$ 与工具坐标系 $\{T\}$ 的 $X_T O_T Z_T$ 平面的夹角; β_1, β_2 分别为投影线段 $|A''A'''|_p, |B''B'''|_p$ 与 X_1 轴的夹角。

$\varphi_1, \varphi_2, \beta_1, \beta_2$ 可以由式(7)、式(8)计算:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \arccos\left(\frac{\mathbf{v}_1 \cdot (m_1, 0, p_1)}{|\mathbf{v}_1| \cdot |(m_1, 0, p_1)|}\right) \\ \varphi_2 = \arccos\left(\frac{\mathbf{v}_2 \cdot (m_2, 0, p_2)}{|\mathbf{v}_2| \cdot |(m_2, 0, p_2)|}\right) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \beta_1 = \arccos\left(\frac{(1, 0, 0) \cdot (m_1, 0, p_1)}{|(m_1, 0, p_1)|}\right) \\ \beta_2 = \arccos\left(\frac{(1, 0, 0) \cdot (m_2, 0, p_2)}{|(m_2, 0, p_2)|}\right) \end{cases} \quad (8)$$

在如图3所示的几何关系中,存在:

$$|A''B''|_p = (|A''A'''|_p + |B''B'''|_p) / \tan \theta_Y \quad (9)$$

最终可以求得 $|A'B'|_p$:

$$|A'B'|_p = |A''B''|_p - |A''A'''|_p + |B''B'''|_p \quad (10)$$

状态坐标系1 $\{S_1\}$ 下,A'点的坐标为(0, 0, 0), $|A'B'|_p$ 为A'点和B'点在 X_1 轴方向的距离,所以B'点在状态坐标系1 $\{S_1\}$ 下的横坐标为 $|A'B'|_p$ 或 $-|A'B'|_p$,符号由A'点和B'点相对位置决定。根据以上理论方法可以得到状态坐标系1 $\{S_1\}$ 下所有激光点的坐标:

$$S_1: \begin{cases} s_{11}(0, 0, 0) \\ s_{21}(a_{21}, b_{21}, 0) \\ s_{31}(a_{31}, b_{31}, 0) \\ s_{41}(a_{41}, b_{41}, 0) \end{cases} \quad (11)$$

因为所有激光点的位置都是在状态坐标系1 $\{S_1\}$ 下 $X_1 O_1 Y_1$ 平面内,所以所有点的 Z_1 坐标值为0。 a, b 所有变量均是空间直线方程向量参数的函数, a_{21}, b_{21} 的下标2表示激光测距传感器B,1表示状态坐标系1下的坐标,其余类似。

多次调整面I与激光测距传感器的距离,建立不同的状态坐标系 $j\{S_j\}$ ($j=2, 3, \dots, q$),可以得到多组坐标值。由于所有的状态坐标系都平行于工具坐标系 $\{T\}$,所以各个状态坐标系之间都是平移关系,不存在角度变换关系。设状态坐标系 $j\{S_j\}$ 相对于状态坐标系1 $\{S_1\}$ 平移变换矩阵为 p_j ,则

$$p_j = (x_j, y_j, z_j) \quad (12)$$

式中: z_j 为状态j和状态1下面I之间的距离。 x_j, y_j, z_j 存在如下关系:

$$\frac{x_j}{m_1} = \frac{y_j}{n_1} = \frac{z_j}{p_1} \quad (13)$$

将状态坐标系 $j\{S_j\}$ 下的点转换到状态坐标系1 $\{S_1\}$ 下,得

$${}_1S_j: \begin{cases} s_{1j}(x_j, y_j, z_j) \\ s_{2j}(a_{2j} + x_j, b_{2j} + y_j, z_j) \\ s_{3j}(a_{3j} + x_j, b_{3j} + y_j, z_j) \\ s_{4j}(a_{4j} + x_j, b_{4j} + y_j, z_j) \end{cases} \quad (14)$$

因此得到了每条激光束上 q 个激光点的坐标值,应用最小二乘法进行直线拟合,则转换为求解如下非线性最小二乘问题:

$$\min_{(m_1, m_2, m_3, m_4)} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^q l_{ij}^2 \quad (15)$$

式中: l_{ij} 为点到对应直线的距离,表达式为

$$l_{ij} = |\mathbf{v}_i \times (\mathbf{s}_{ij} - \mathbf{O}_{i0})| \quad (16)$$

其中: \mathbf{O}_{i0} 为空间直线上一点,表达式为

$$\mathbf{O}_{i0} = \frac{\sum_{j=1}^q \mathbf{s}_{ij}}{q} \quad (17)$$

进而可以求出 4 个激光测距传感器激光束的空间直线方程。

2.2.2 发射点标定

根据不同状态下的 z_j 值和各个激光束射在面 I 上的数据 d_i 值,计算出发射点的 Z_1 坐标值 z_{i0} :

$$z_{i0} = \frac{\sum_{j=1}^q (z_j - d_i \cos \alpha_i)}{q} \quad (18)$$

将 z_{i0} 代入 2.2.1 节求出的空间直线方程中,即可计算出发射点在状态坐标系 $1\{S_1\}$ 下的坐标。

3 激光测距传感器标定步骤

激光测距传感器标定过程分为 2 步:①将圆盘标定板安装在电主轴上,多次移动电主轴进给位置,标定出 4 个激光束与电主轴进给方向的夹角;②将平面标定板固定,借助激光跟踪仪建立工具坐标系和工件坐标系,然后将制孔末端执行器移至平面标定板前方并进行多次转动,根据第 2 节提出的理论对得到的数据进行处理,标定出 4 个激光束矢向及零点位置。

3.1 角度标定步骤

激光束与电主轴进给方向角度标定方法如图 4 所示。激光跟踪仪内部的坐标系为世界坐标系 $\{W\}$ 。具体标定步骤如下:

步骤 1 将标定杆、圆盘标定板、靶球座按照图 2 的方式安装在电主轴上,然后将与激光跟踪仪连接好的靶球固定在靶球座上。

步骤 2 电主轴作进给运动,移动圆盘标定板到一个合适的位置,用激光跟踪仪测量靶球在世界坐标系下的坐标,多次转动圆盘标定板,并记录 4 个激光测距传感器的返回值,分别取平均得到第 1 组数据值,多次移动电主轴,重复该步骤,得到多个靶球点和多组数据值。

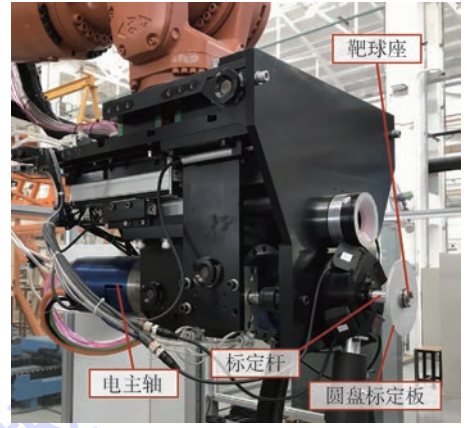


图 4 激光束与电主轴进给方向角度标定

Fig. 4 Calibration of angle between laser beam and feed direction of spindle

步骤 3 根据步骤 2 得到的靶球位置坐标以及激光测距传感器的数据,运用第 2 节提出的角度标定理论,计算出各激光束矢向与主轴移动方向的夹角角度 α_i 。

3.2 空间位置标定步骤

激光测距传感器激光束空间位置标定方法如图 5 所示。平面标定板固定在工件安装架上;靶球座 E 固定在制孔末端执行器的外框架上,仅能随制孔末端执行器的运动而运动;靶球座 F 固定在电主轴安装座上,与电主轴保持联动。具体标定步骤如下:

步骤 1 借助激光跟踪仪进行 TCP (Tool Center Point) 标定,建立工具坐标系 $\{T\}$; TCP 为工具坐标系原点 (O_T),在本文的制孔系统中具体表示制孔点。

步骤 2 平面标定板固定在工件安装架上,将带有靶球的靶球座贴合在其上表面的多个位置,并用激光跟踪仪进行测量,拟合出工件平面。

步骤 3 如图 5 所示,将制孔末端执行器移至平面标定板前方一定距离处,将靶球放置于固

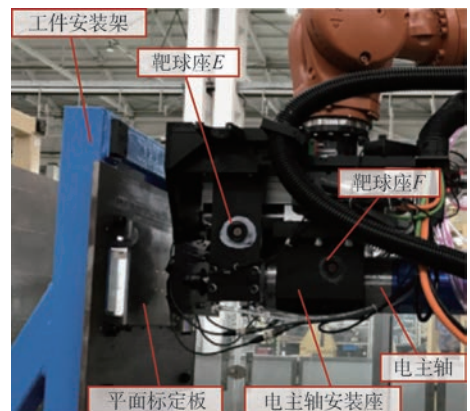


图 5 激光束空间位置标定

Fig. 5 Spatial position calibration of laser beam

定在电主轴安装座的靶球座 F 上,电主轴作进给运动,测量靶球坐标并拟合出电主轴进给方向,计算出该方向与工件平面的夹角,工业机器人带动制孔末端执行器以 TCP 点为中心依次绕工具坐标系 $\{T\}$ 的 X_T 轴、 Y_T 轴转动相应的角度,重复该步骤直到电主轴进给方向与工件平面垂直。

步骤4 建立与工具坐标系 $\{T\}$ 平行的工件坐标系 $\{B\}$ 。

步骤5 将靶球放置于靶球座 E 上,测量靶球在工件坐标系下的坐标,记录4个传感器数据,当前位置记为状态1。

步骤6 工业机器人带动制孔末端执行器以 TCP 点为中心绕工具坐标系 $\{T\}$ 的 X_T 轴转动一定的角度 θ ,记录4个传感器数据,按照步骤3的方法拟合出电主轴进给方向,计算该方向与工件坐标系 $\{B\}$ 的 Z_B 轴的夹角。

步骤7 多次调整步骤6中的 θ ,记录4个传感器数据,并且计算出电主轴进给方向与工件坐标系 $\{B\}$ 的 Z_B 轴的夹角。

步骤8 工业机器人带动制孔末端执行器恢复到状态1,根据步骤6、步骤7,带动制孔末端执行器以 TCP 点为中心绕工具坐标系 $\{T\}$ 的 Y_T 轴多次转动,记录4个传感器数据,并且计算出电主轴进给方向与工件坐标系 $\{B\}$ 的 Z_B 轴的夹角。

步骤9 根据得到的数据以及几何关系计算出状态1下4个激光点之间的相对位置关系,以其中1个激光点为原点建立平行于工件坐标系 $\{B\}$ 的状态坐标系 $\{S_1\}$,得到各个激光点的坐标。

步骤10 多次调整制孔末端执行器与平面标定板之间的距离,分别记为状态 j ,重复步骤5~步骤9,记录靶球座 E 上放置的靶球的坐标,计算出状态坐标系 $j\{S_j\}$ 下各个激光点的坐标。

步骤11 根据第2节提出的空间位置标定理论对以上步骤得到的数据进行处理,计算出4条激光束的空间直线方程以及零点位置。

4 标定结果

在 MATLAB 中进行仿真,得到如图6所示的4条激光束,大点表示光束零点,小点表示各个状态下的激光点。在状态坐标系 $\{S_1\}$ 下,4条激光束的矢向和零点位置如表1所示。

为了验证标定结果的准确性,将标定出的4条激光束的空间位置写入调姿算法中,工业机器人带动制孔末端执行器移至平面标定板前方,

通过调姿程序计算出制孔末端执行器姿态向量 v_e 。同时借助激光跟踪仪测得电主轴进给方向 v_0 ,并且计算出 v_0 与工件平面夹角的余角 θ_0 以及 v_e 与 v_0 的夹角 $\Delta\theta$ 。验证数据如表2所示,可以看出所有的 $\Delta\theta$ 值均在 0.18° 内,可满足航空制孔中孔的垂直度精度小于 0.5° 的要求,验证了该标定理论方法的可行性以及标定结果的准确性。

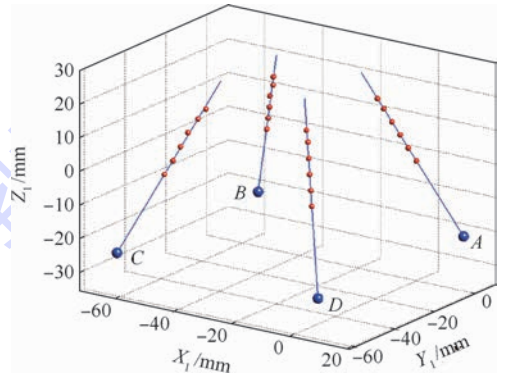


图6 激光束标定结果

Fig. 6 Calibration results of laser beam

表1 激光束标定结果

Table 1 Calibration results of laser beam

传感器	矢向 v_i	零点 O_{i0}
A	(-0.3577, -0.3538, 0.8642)	(9.5984, 9.4955, -23.1933)
B	(0.3590, -0.3586, 0.8617)	(-61.0752, 9.2969, -23.0298)
C	(0.3828, 0.3327, 0.8618)	(-61.4655, -59.6699, -22.9126)
D	(-0.3391, 0.3710, 0.8645)	(8.7382, -60.9629, -23.0440)

表2 验证数据

Table 2 Verification data

编号	$\theta_0/(^\circ)$	$\Delta\theta/(^\circ)$	编号	$\theta_0/(^\circ)$	$\Delta\theta/(^\circ)$
1	0.9400	0.1417	11	3.1903	0.1293
2	1.0541	0.1399	12	3.2357	0.0988
3	1.3683	0.0952	13	3.7885	0.1455
4	1.8035	0.0675	14	3.9590	0.0825
5	1.9324	0.1718	15	3.9806	0.1293
6	2.0050	0.1319	16	4.0757	0.0924
7	2.0453	0.0654	17	4.4940	0.1563
8	2.7173	0.1179	18	4.9769	0.1549
9	2.8004	0.1211	19	5.3181	0.0785
10	2.8871	0.0975	20	5.3885	0.1220

5 结论

本文提出并实施了一种基于几何数学模型和最小二乘法的激光测距传感器标定方法,提高了制孔末端执行器的法向测量精度。

1) 本文方法不依赖于工业机器人自身的坐

标变换关系,根据几何数学模型建立不同状态下各激光点之间的坐标关系,运用最小二乘法拟合出激光束的空间方程,为激光束标定提供了新思路。

2) 进行了标定实验和验证实验,实验结果显示该方法标定出的激光测距传感器的光束矢向和零点位置具有很高的精度,可使制孔末端执行器的法向测量精度在 0.18° 内。

3) 在标定步骤中,需要调整制孔末端执行器电主轴进给方向与工件表面垂直,较为繁琐,会影响标定效率,这是本文方法的一个缺点;在下一步研究中,将致力于找到更加符合的数学模型,简化标定步骤。

参考文献 (References)

- [1] 王珉,薛少丁,陈文亮,等.面向飞机自动化装配的单向压紧制孔毛刺控制技术[J].航空制造技术,2011(9):26-29.
WANG M, XUE S D, CHEN W L, et al. One-side pressed burless drilling technology for aircraft automatic assembly [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2011(9):26-29 (in Chinese).
- [2] 冯晓波.机器人准确制孔技术研究[D].杭州:浙江大学,2011:1-6.
FENG X B. Research on robot precision drilling [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011:1-6 (in Chinese).
- [3] 曹国顺.工业机器人精确制孔试验研究[D].杭州:浙江大学,2012:1-2.
CAO G S. Research on industry robot precision drilling [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2012:1-2 (in Chinese).
- [4] YUAN P J, WANG Q S, SHI Z Y, et al. A micro-adjusting attitude mechanism for autonomous drilling robot end-effector [J]. Science China Information Sciences, 2014, 57(12):120203.
- [5] 薛汉杰,张敬佩.蒙皮类部件钻孔法向的测量和调整[J].航空制造技术,2010(23):60-62.
XUE H J, ZHANG J P. Normal measurement and adjustment for skin drilling [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010(23):60-62 (in Chinese).
- [6] 宋腾,张凤生,任锦霞.直射式激光位移传感器光束入射角对测量精度的影响[J].机械,2017,44(2):37-41.
SONG T, ZHANG F S, REN J X. Effect of the beam incident angle of direct-incident type laser displacement sensor on measuring precision [J]. Machinery, 2017, 44(2):37-41 (in Chinese).
- [7] 孙彬,李兵.一种量化的激光位移传感器倾角误差补偿模型[J].仪器仪表学报,2015,36(5):996-1004.
SUN B, LI B. A quantitative error compensation model of the inclination angle of the laser displacement sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(5):996-1004 (in Chinese).
- [8] 宁光芳,甘泉.激光位移传感器误差补偿的仿真分析[J].激光杂志,2016,37(4):37-40.
NING G F, GAN Q. Simulation and analysis of error compensation of laser displacement sensor [J]. Laser Journal, 2016, 37(4):37-40 (in Chinese).
- [9] ZHU A Z, TANG B Q, LI J, et al. Calibration of laser displacement sensor used by industrial robots [J]. Optical Engineering, 2004, 43(1):12-13.
- [10] 出晓岚,王磊,胡天林,等.坐标测量机激光位移测头的标定方法研究[J].仪器仪表学报,2008,29(4):426-429.
CHU X L, WANG L, HU T L, et al. Study on calibration method of laser displacement sensor coordinates measurement machine [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(4):426-429 (in Chinese).
- [11] 卢科青,王文,陈子辰.点激光测头激光束方向标定[J].光学精密工程,2010,18(4):880-886.
LU K Q, WANG W, CHEN Z C. Calibration of laser beam-direction for point laser sensors [J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(4):880-886 (in Chinese).
- [12] 毕超,房建国,刘京亮,等.基于球形目标的激光位移传感器光束方向标定[J].光学精密工程,2015,23(3):678-685.
BI C, FANG J G, LIU J L, et al. Calibration of beam direction of laser displacement sensor based on spherical target [J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(3):678-685 (in Chinese).
- [13] 毕超,吕来鹏,刘勇,等.非线性最小二乘法在激光束方向标定中的应用[C]//2015年第二届中国航空科学技术大会,2015,20:542-546.
BI C, LV L P, LIU Y, et al. Application of nonlinear least squares method in calibration of the laser beam direction [C]// China Aeronautical Science and Technology Conference, 2015, 20:542-546 (in Chinese).
- [14] ZHOU A, GUO J, SHAO W, et al. A segmental calibration method for a miniature serial-link coordinate measuring machine using a compound calibration artefact [J]. Measurement & Technology, 2013, 24(6):065001.
- [15] 王胜华,都东,张文增,等.机器人定点变位姿手-眼标定方法[J].清华大学学报(自然科学版),2007,47(2):165-168.
WANG S H, DU D, ZHANG W Z, et al. Hand-eye calibration for the robot by measuring a fixed point from different poses [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2007, 47(2):165-168 (in Chinese).
- [16] REN Y J, YIN S B, ZHU J G. Calibration technology in application of robot-laser scanning system [J]. Optical Engineering, 2012, 51(11):114204.
- [17] 袁康正,朱伟东,陈磊,等.机器人末端位移传感器的安装位置标定方法[J].浙江大学学报(工学版),2015,49(5):829-834.
YUAN K Z, ZHU W D, CHEN L, et al. Approach for calibrating position of displacement sensor mounted on robot end-effector [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2015, 49(5):829-834 (in Chinese).
- [18] 袁康正.激光位移传感器安装位置标定及其应用研究[D].杭州:浙江大学,2015:26-46.
YUAN K Z. Approach for calibrating the position of laser displacement sensor and its application [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015:26-46 (in Chinese).

- [19] 王战玺,李飞飞,王宁,等.工业机器人精准制孔的四点法向调平方法;201510133460.6[P].2015-08-05.
WANG Z X,LI F F,WANG N,et al. Four point normal leveling method for precise hole making of industrial robot; 201510133460.6[P].2015-08-05(in Chinese).

作者简介:

曹双倩 女,硕士研究生。主要研究方向:自动化制孔机器人。

袁培江 男,副教授,硕士生导师。主要研究方向:自动化制孔机器人、AGV、深度学习。

Calibration method for laser beam direction and zero point of laser displacement sensor

CAO Shuangqian, YUAN Peijiang*, CHEN Dongdong, SHI Zhenyun

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Laser displacement sensor is usually used in normal detection of aircraft panel. To solve the problem of the decrease of normal detection accuracy caused by machining and installing errors of laser displacement sensor, a calibration method based on math model and least square method was proposed and applied, which can calibrate the laser beam direction and zero point of laser displacement sensor. First, angle calibration theory was used to obtain the angle between laser beam and spindle feed direction. Then coordinate systems were built by a laser tracker. According to the measurements of laser displacement sensors when they detect the planes which have different angles with feed direction of the spindle, geometry math model was used to calculate the relative coordinates of all laser points. The space equations of laser beams were fitted by the least square method, so laser beam directions and zero points came out. Finally, calibration experiment was carried out in aviation drilling robot platform, and verification experiment was made according to the calibration result. The experimental results show that the method can precisely calibrate the laser beam direction and zero point of laser displacement sensor and the normal detection accuracy is 0.18° .

Keywords: laser displacement sensor; laser beam spatial position calibration; least square method; automatic drilling; normal detection; robot

Received: 2017-07-05; Accepted: 2017-08-21; Published online: 2017-09-22 15:07

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20170922.1507.012.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61375085)

* Corresponding author. E-mail: itr@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0477

干扰观测器在一种非线性刚度驱动器中的应用



高冬, 宋智斌*, 赵亚茹

(天津大学 机械工程学院 机构理论和装备设计教育部重点实验室, 天津 300350)

摘 要: 基于“小负载,低刚度;大负载,高刚度”的非线性刚度驱动器(NSCA)优化了可变刚度驱动器(VSA)的工作区间,具有交互力小时分辨率高,交互力大时响应速度快的优点。但在复杂的人机交互控制过程中,由于难以对于干扰和噪声建立准确的数学模型,故而严重影响系统的控制精度。因此,本文利用基于观测估计干扰并实施补偿的干扰观测器(DOB)解决非线性刚度驱动器的此类问题。首先,根据非线性刚度驱动器动力学模型建立了控制系统状态方程以及干扰观测器,利用李雅普诺夫方法分析系统稳定性并给出了稳定条件;然后,根据该稳定条件将干扰观测器算法应用于非线性刚度驱动器控制系统中得到实验数据。最后,实验结果表明,采用干扰观测器算法将非线性刚度驱动器在阻抗控制模式下的刚度误差降低了85.71%,大幅度提高了驱动器控制精度。

关键词: 非线性刚度;柔顺驱动器;干扰观测器(DOB);李雅普诺夫稳定性;阻抗控制

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1328-09

可变刚度驱动器(Variable Stiffness Actuator, VSA)在人机交互(Human Robot Intertaction, HRI)领域中拥有独特的优势,其以能够实现柔顺缓冲,并且可以大范围调整刚度等性能受到研究者的青睐^[1-2]。然而目前可变刚度驱动器广泛采用双动力源实现输出运动与刚度调节的解耦,这种做法虽然实现了驱动器的在线刚度调节^[3],但是也引入了一些问题。增加的动力源使驱动器的结构复杂,外形尺寸过大;此外,可变刚度驱动器解耦了输出力和驱动器刚度,在解耦的输出力和驱动器刚度关系中,有一些工作区间几乎不会被用到,导致驱动器刚度调节能力利用效率低,例如。当外负载较大时,驱动器若调制为低刚度,驱动器表现地非常“柔软”,这样不仅会牺牲驱动器

位置控制精度,而且会严重影响驱动器的动态响应特性^[4]。当外负载较小时,驱动器若采用了高刚度,驱动器分辨率会被迫降低,从而对小交互力的感知能力下降^[5]。综上所述,“小负载,低刚度;大负载,高刚度”才是更适合人机交互环境柔顺驱动器刚度设计准则。

部分可变刚度驱动器在固锁定刚度调节动力的情况下表现出了随交互力非线性的刚度变化^[6-8],这也与柔顺驱动器刚度设计准则相一致。也有学者致力于研究和设计非线性刚度弹性体用于柔顺驱动器。代表性的有 Nicola 和 Masafumi 采用凸轮和线性弹簧制作的非线性结构^[9], Pew 和 Klute 通过改变杠杆支点改变力臂达到非线性效果^[10], Austin 等通过橡胶达到非线性效果^[11]以

收稿日期: 2017-07-11; 录用日期: 2017-10-13; 网络出版时间: 2017-11-13 13: 11

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171113.1311.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(51475332); 天津市自然科学基金

(17JCZDJC30300)

* 通信作者. E-mail: songzhibin@tju.edu.cn

引用格式: 高冬, 宋智斌, 赵亚茹. 干扰观测器在一种非线性刚度驱动器中的应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1328-1336. GAO D, SONG Z B, ZHAO Y R. Disturbance observer applied in a nonlinear stiffness compliant actuator [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1328-1336 (in Chinese).

器、旋转编码器)、线轮、内筒、外筒、驱动丝、传感器读头、以及3个非线性弹性元件。线轮和外筒之间通过驱动丝传动,电机作为驱动器动力源驱动线轮,并通过驱动器带动外筒旋转,外筒与滚子固连。内筒为输出轴并与弹性元件固连。内筒与外筒共轴,当内筒与外筒之间没有相对运动时,滚子与弹性元件间无挤压力,反之,则弹性元件变形产生挤压力。为了实现顺、逆时针双向传动,弹性元件采用了对称的结构。这个相对转动通过磁栅尺传感器检测,传感器读头和磁栅尺片分别固定在外筒与内筒表面上。此相对转动角度能够反映施加在驱动器上的外负载力的大小。

2 动力学模型及干扰观测器建立

2.1 动力学模型

非线性刚度驱动器系统可以分为动力系统、传动系统、弹性体和外负载。动力系统即电机组合,主要包括电机转子和齿轮减速器。电机组合的等效转动惯量可以根据电机组合的动力学模型求得。电机转子的动力学方程为

$$J_r \ddot{\theta}_r + b_r \dot{\theta}_r = \tau_m - \tau_r \quad (1)$$

式中: J_r 和 b_r 分别为电机转子的转动惯量和阻尼; $\dot{\theta}_r$ 和 $\ddot{\theta}_r$ 分别为电机转子的角速度和角加速度; τ_m 为电机转子产生的力矩; τ_r 为电机转子输出的力矩。电机减速器的动力学方程为

$$J_g \ddot{\theta}_g + b_g \dot{\theta}_g = \tau_r - \tau_g \quad (2)$$

其中: J_g 和 b_g 分别为电机减速器的转动惯量和阻尼; $\dot{\theta}_g$ 和 $\ddot{\theta}_g$ 分别为齿轮减速器输出轴的角速度和角加速度; τ_g 为齿轮减速器的输出力矩。

由于电机与减速器刚性连接,因此两者的角度存在如下关系:

$$\frac{\ddot{\theta}_r}{\ddot{\theta}_g} = \frac{\dot{\theta}_r}{\dot{\theta}_g} = \frac{\theta_r}{\theta_g} = N_1 \quad (3)$$

式中: θ_r 和 θ_g 分别为电机转子和齿轮减速器转角; N_1 为电机减速比。联合式(1)~式(3)得到电机组合的动力学模型为

$$\left(J_r + \frac{J_g}{N_1} \right) \ddot{\theta}_r + \left(b_r + \frac{b_g}{N_1} \right) \dot{\theta}_r = \tau_m - \tau_g \quad (4)$$

根据图3模型可以得到传动系统和弹性体部分的动力学简图。外转筒的动力学模型为

$$J_w \ddot{\theta}_w + b_w \dot{\theta}_w = \tau_w - \tau_k \quad (5)$$

式中: J_w 和 b_w 分别为外转筒的转动惯量和阻尼; $\dot{\theta}_w$ 和 $\ddot{\theta}_w$ 分别为非线性刚度驱动器外转筒输出轴的角速度和角加速度; τ_w 为钢丝绳作用于外转筒

的力矩; τ_k 为外转筒对弹性体的作用的力矩。在丝传动过程中,丝绳两边的力相等,因此:

$$\frac{\tau_w}{\tau_g} = \frac{F_{\text{wire}} r_w}{F_{\text{wire}} r_g} = N_2 \quad (6)$$

其中: F_{wire} 为钢丝绳拉力; r_w 和 r_g 分别为外转筒和电机输出轴半径; N_2 为钢丝绳的传动比。

假设钢丝绳在传动过程中不发生形变,那么电机组合输出轴的角速度与外转筒的角速度的关系为

$$\frac{\ddot{\theta}_r}{\ddot{\theta}_w} = \frac{\dot{\theta}_r}{\dot{\theta}_w} = \frac{\theta_r}{\theta_w} = N_1 N_2 \quad (7)$$

式中: θ_w 为非线性刚度驱动器外转筒转角。

联合式(4)、式(5)、式(7)整理得

$$\tau_g = \frac{J_w \ddot{\theta}_r + b_w \dot{\theta}_r}{N_1 (N_2)^2} + \frac{\tau_k}{N_2} \quad (8)$$

将式(8)代入式(4)得

$$\left(J_m + \frac{J_w}{N_1 (N_2)^2} \right) \ddot{\theta}_r + \left(b_m + \frac{b_w}{N_1 (N_2)^2} \right) \dot{\theta}_r = \tau_m - \frac{\tau_k}{N_2} \quad (9)$$

可以令 $J_m = J_r + \frac{J_g}{N_1}$ 和 $b_m = b_r + \frac{b_g}{N_1}$ 分别为电机组合的等效惯量和阻尼,则整理得到电机组合至弹性体部分的系统动力学模型为

$$J_{\text{eq}} \ddot{\theta}_r + b_{\text{eq}} \dot{\theta}_r = \tau_m - \frac{\tau_k}{N_2} \quad (10)$$

式中: $J_{\text{eq}} = J_m + \frac{J_w}{N_1 (N_2)^2}$ 和 $b_{\text{eq}} = b_m + \frac{b_w}{N_1 (N_2)^2}$ 分别为驱动器空载时等效惯量和阻尼。

外负载部分的动力学模型为

$$J_e \ddot{\theta}_e + b_e \dot{\theta}_e = \frac{\tau_k}{N_2} - \tau_e \quad (11)$$

式中: J_e 和 b_e 分别为外负载的转动惯量和阻尼; τ_e 为驱动器输出力矩; $\dot{\theta}_e$ 和 $\ddot{\theta}_e$ 分别为外负载的角速度和角加速度。

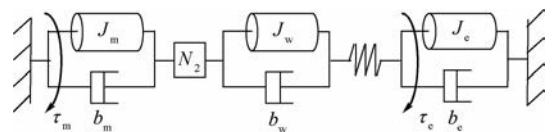


图3 带外负载的非线性刚度驱动器模型

Fig. 3 Model of NSCA with external load

2.2 状态方程建立

由2.1节动力学方程式(10)、式(11)可得控制系统输入输出方程为

$$J_e \ddot{\theta}_e + b_e \dot{\theta}_e + \tau_e = \tau_m - J_{\text{eq}} \ddot{\theta}_r - b_{\text{eq}} \dot{\theta}_r \quad (12)$$

基于非线性刚度驱动器力矩控制下的干扰观测器控制框图如图4所示。 τ_m 可分为以下几部分:

$$\tau_m = \tau_d + \tau_{dy} - d_{dis} \quad (13)$$

式中: τ_d 为期望驱动器末端的输出力矩,可以由PD控制公式表示为

$$\tau_d = K_p(\tau_d - \tau_e) + K_d(\dot{\tau}_d - \dot{\tau}_e) \quad (14)$$

其中: K_p 和 K_d 分别为比例单位系数和微分单位系数。

τ_{dy} 为平衡动力学消耗力,表示为

$$\tau_{dy} - J_{eq} \ddot{\theta}_r - b_{eq} \dot{\theta}_r = 0 \quad (15)$$

d_{dis} 为控制系统消除干扰,表示为

$$d_{dis} = Q\hat{d} \quad (16)$$

式中: \hat{d} 为干扰误差; Q 为低通滤波器,表达式为

$$Q = \frac{1}{(s/w_c)^2 + \sqrt{2}(s/w_c) + 1} \quad (17)$$

其中: $w_c = 2\pi f_c$, f_c 为截止频率。由此式(12)转化为

$$K_p \tau_d + K_d \dot{\tau}_d - d_{dis} = J_e \ddot{\theta}_e + b_e \dot{\theta}_e + \tau_e + K_p \tau_e + K_d \dot{\tau}_e \quad (18)$$

如果将系统外部干扰考虑到输入输出方程中,整理得

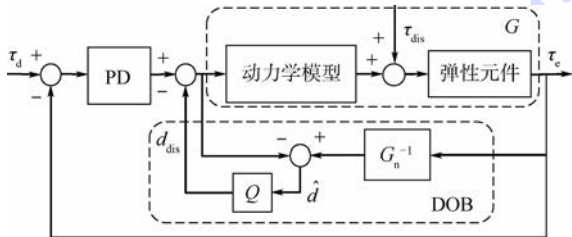
$$\begin{aligned} \frac{K_N}{J_e} K_d \dot{\tau}_d + \frac{K_N}{J_e} (K_p \tau_d - d_{dis}) + \tau_{dis} = \\ \ddot{\tau}_e + \left(\frac{b_e}{J_e} + \frac{K_d K_N}{J_e} \right) \dot{\tau}_e + \left(\frac{K_N}{J_e} + \frac{K_N K_p}{J_e} \right) \tau_e \end{aligned} \quad (19)$$

式中: τ_{dis} 为系统外部干扰; K_N 为驱动器表现刚度。式(19)可以划归标准输入输出方程

$$\ddot{\tau}_e + a_1 \dot{\tau}_e + a_2 \tau_e = b_0 \dot{\tau}_d + b_1 \tau_d + e \quad (20)$$

其中: $a_1 = \frac{b_e}{J_e} + \frac{K_d K_N}{J_e}$; $b_0 = \frac{K_d K_N}{J_e}$; $a_2 = \frac{K_N}{J_e} + \frac{K_N K_p}{J_e}$;

$b_1 = \frac{K_p K_N}{J_e}$; $e = \tau_{dis} - \dot{i}$, e 为干扰观测器补偿误差,



G—驱动器输入输出模型; G_n —驱动器输入输出逆模型。

图4 基于非线性刚度驱动器力矩控制下的干扰观测器控制框图

Fig.4 Block diagram of DOB control based on torque control of NSCA

$\dot{i} = \frac{K_N d_{dis}}{J_e}$ 为干扰观测器估计的外界干扰。式(20)

为典型的输入中含有导数项的输入输出方程所以可以选取状态空间:

$$\begin{cases} \dot{\tau}_1 = \tau_e - b_0 \tau_d \\ \dot{\tau}_2 = \dot{\tau}_1 - h_1 \tau_d \end{cases} \quad (21)$$

式中: τ_1 、 τ_2 为系统状态变量; $h_1 = b_1 - a_1 b_2$ 。

则可列出状态方程一般形式:

$$\begin{cases} \dot{\tau}_1 = \tau_2 + h_1 \tau_d \\ \dot{\tau}_2 = -a_2 \tau_1 - a_1 \tau_2 + h_2 \tau_d + e \end{cases} \quad (22)$$

式中: $h_2 = (e - a_2 b_0) - a_1 h_1$ 。

整理状态方程得到矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau}_1 \\ \dot{\tau}_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} + B \tau_{ex} \quad (23)$$

$$\text{式中: } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ h_2 & 1 \end{bmatrix}; \tau_{ex} = \begin{bmatrix} \tau_d \\ e \end{bmatrix}.$$

通过式(24)矩阵等式计算出正定矩阵P:

$$A^T P + P A = -E \quad (24)$$

2.3 干扰观测器建立

实际控制系统中力矩加速度难以测量,此外对力矩变化速度求导会引入大量噪声导致难以获得准确的力矩加速度值。陈文华等^[21]提出了一个有效的解决此类问题的办法。因此,采用其所设计的干扰观测器。首先建立一个辅助方程:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_d \\ -\dot{i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中: $[z_1 \ z_2]^T \in \mathbf{R}^2$; $[w_1 \ w_2]^T$ 计算公式为

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial w_1}{\partial t} \\ \frac{\partial w_2}{\partial t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L^{-1} \ddot{\tau}_e \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (26)$$

式中:期望力矩 τ_d 为控制信号无需测量,可以不设置与其对应的 $\partial w_1 / \partial t$ 值, L 可以认为是实际干扰和观测干扰误差的反馈增益。令 $\ddot{\tau}_e = \ddot{\tau}_o$,由式(18)可得

$$\begin{aligned} \ddot{\tau}_e = \frac{K_N}{J_e} K_d \dot{\tau}_d + \frac{K_N}{J_e} (K_p \tau_d - d_{dis}) + \tau_{dis} - \\ \left(\frac{b_e}{J_e} + \frac{K_d K_N}{J_e} \right) \dot{\tau}_e - \left(\frac{K_N}{J_e} + \frac{K_N K_p}{J_e} \right) \tau_e \end{aligned} \quad (27)$$

将式(26)、式(27)代入式(25)中求导得到

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau}_d \\ -\dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial t} \\ \frac{\partial z_2}{\partial t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -L \ddot{\tau}_e \end{bmatrix} \quad (28)$$

可以将变化向量选取得到

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial t} \\ \frac{\partial z_2}{\partial t} \end{bmatrix} = -L \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\tau} + L \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 \dot{\tau}_e + a_2 \tau_e - b_0 \dot{\tau}_d - b_1 \tau_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

将式(28)代入式(27)中,得到干扰观测器:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau}_d \\ \dot{i} \end{bmatrix} = -L \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} - \mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\tau} + \begin{bmatrix} 0 \\ L(a_1 \dot{\tau}_e + a_2 \tau_e - b_0 \dot{\tau}_d - b_1 \tau_d) - L \ddot{\tau}_e \\ -L \begin{bmatrix} \tau_d \\ e \end{bmatrix} - L \begin{bmatrix} 0 \\ -i \end{bmatrix} - \mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \quad (30)$$

2.4 李雅普诺夫稳定性分析

李雅普诺夫方程是一种有效证明系统稳定性的方法,选取如式(31)的李雅普诺夫函数:

$$V(\boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{\tau}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{in}^T \boldsymbol{\tau}_{in} \quad (31)$$

对所选取的李雅普诺夫函数求导:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\boldsymbol{\tau}) &= \dot{\boldsymbol{\tau}}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}^T \mathbf{P} \dot{\boldsymbol{\tau}} + 2\boldsymbol{\tau}_{in}^T \dot{\boldsymbol{\tau}}_{in} = \\ &= -\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\tau} + 2\boldsymbol{\tau}_{in}^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\tau} + 2\boldsymbol{\tau}_{in}^T \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\tau}_{dis} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\tau}_d \\ \dot{i} \end{bmatrix} \right) = \\ &= -\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\tau} + 2\boldsymbol{\tau}_{in}^T \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\tau}_{dis} \end{bmatrix} - L \begin{bmatrix} \tau_d \\ b_2 \end{bmatrix} - L \begin{bmatrix} 0 \\ -i \end{bmatrix} - \mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\tau} \right) = \\ &= -\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\tau} - 2\boldsymbol{\tau}_{in}^T \boldsymbol{\tau}_{in} + 2\boldsymbol{\tau}_{in}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \\ &= -\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\tau} - 2L\tau_d^2 - 2Le^2 + 2e\dot{e} \end{aligned} \quad (32)$$

将公理 $Le^2 + L^{-1}\dot{e}^2 \geq 2e\dot{e}$ 代入式(32),可以得到:

$$\dot{V}(\boldsymbol{\tau}) \leq -\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\tau} - 2L\tau_d^2 - Le^2 + L^{-1}\dot{e}^2 - 2L\tau_d^2 - Le^2 + L^{-1}\dot{e}^2 \quad (33)$$

只要:

$$2L^2\tau_d^2 + L^2e^2 \geq \dot{e}^2 \quad (34)$$

即可满足 $\dot{V}(\boldsymbol{\tau}) < 0$,再次整理:

$$\sqrt{2\tau_d^2 + e^2} \geq \left| \frac{\dot{e}}{L} \right| \quad (35)$$

1) 如果干扰信号变化得很慢,即 $\dot{\tau}_d = 0$ 可以找到反馈增益系数 L ,使之满足: $Le = \dot{e}$,则式(35)恒成立。

2) 如果干扰信号变化不能忽略,假设其有界,则可以确定 $|\dot{e}| < |\delta|$,调整 L 大小使之满足不等式。此外,在 L 大小确定后,增大 τ_d 可以减小干扰观测器的误差。

3 实验验证

3.1 实验平台

驱动器的电路平台如图5所示,分辨率为0.005 mm的磁栅尺传感器(MSR5000)用以检测弹性体的变形,从而获得其接触力。电机组合由MAXON EC 伺服电机(型号397172),光电编码器(型号462003512线)和减速齿轮箱(减速比66:1)组成。TI DSP TMS320F28335作为整个控制系统的上位机用以读取、处理、计算来自传感器和电机的信号并发送动作指令。具体而言,通过DSP芯片的QEP模块获取电机的实时位置信息;通过GPIO模块采集磁栅尺传感器的位置变化;通过PWM模块发出PWM波驱动电机。另外,MPS-010062采集卡捕获电机编码器与磁栅尺传感器的读数并通过USB串口发送至PC机,已达到分析和处理实验数据的目的。

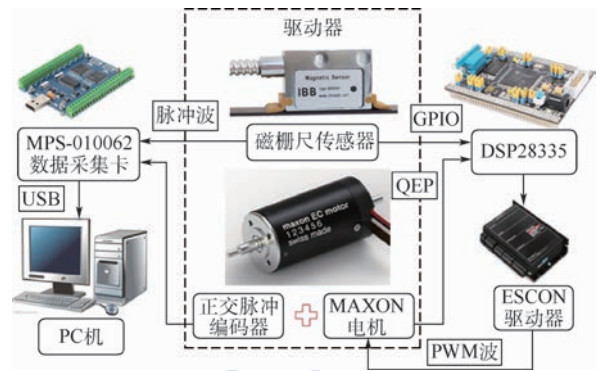


图5 实验平台设置简图

Fig.5 Systematic diagram of experimental platform

3.2 干扰观测器在力矩控制实验中的评定

力矩控制是实现丰富的人机交互体验的前提,驱动器能否实现按期望信号输出的能力直接反映了驱动器的控制性能的好坏。在力矩控制实验环节内,通过对比2组实验结果可以判断干扰观测器能否提高非线性刚度驱动器的控制精度。

首先,使驱动器跟踪给定的频率为1 Hz,幅值为0~8 N·m变化的正弦变化力矩信号。实验持续9 s,其中前4个周期保持驱动器末端固定,即屏蔽了外界所有干扰。在实验的第4个周期末,释放驱动器末端并加入近似正弦波形幅值为 $[-9^\circ, 9^\circ]$ 变化的干扰信号,操作如图6所示,干扰信号如图7(a)所示,直至第9周期末。其中的2组实验唯一的区别是控制算法中是否加入了干扰观测器。

图7(b)为未加入干扰观测器的实验结果,通过分析采集到的实验数据可以看出,在没有引入干扰观测器的一组试验中,在前4个周期,

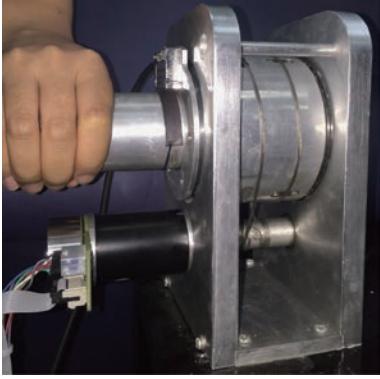


图 6 通过转动驱动器末端进行实验

Fig. 6 Experiment via rotating output shaft of actuator

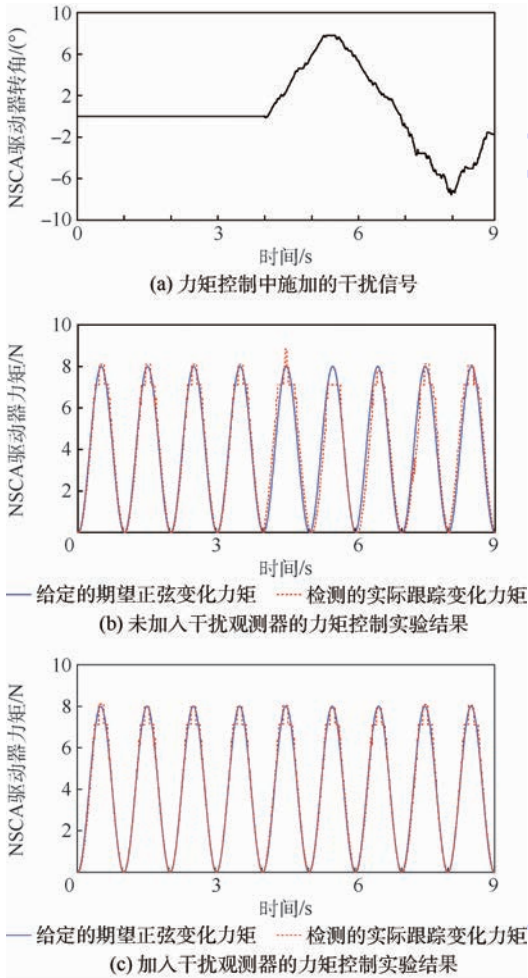


图 7 力矩控制中施加的干扰信号及未加入和加入干扰观测器的力矩控制实验结果

Fig. 7 Disturbance signal in torque control and torque control experiment results with and without DOB

驱动器末端固定,跟随信号表现出了滞后。当驱动器末端自由后,由于加入了外部干扰,导致期望力矩与表现力矩相位差增大,可以看出的是跟踪信号当力矩变化方向和干扰方向相同时,相位超前;当力矩变化方向和干扰方向相反时,相位滞后。并且如果经过了力矩峰值,会产生严重误差,尤其在刚加入干扰的前 2 个周期。4 ~ 5 s 内,此

时力矩变化方向和干扰偏移方向一致,当经过峰值力矩时,单位形变对应输出力矩最大,瞬时产生很大误差(0.9 N · m)。同样地,在 5 ~ 6 s 内,由于相位滞后,导致峰值力矩仅仅达到 7.2 N · m。但是在引入干扰观测器之后的图 7(c),驱动器力矩跟踪滞后性明显减小,特别是加入干扰之后,力矩跟踪效果并无明显恶化,证明了干扰观测器提升了控制系统性能。

3.3 干扰观测器在阻抗控制实验中的评定

阻抗控制^[22]实验中,给出力矩模型如下:

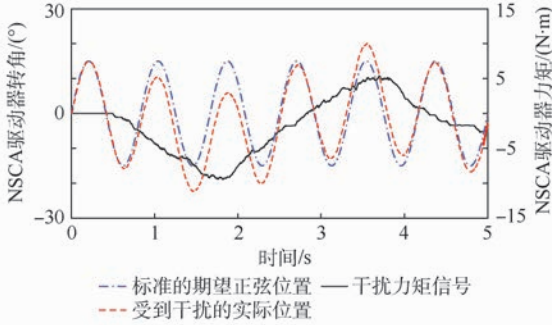
$$\tau_d = K(\theta_d - \theta_e) \quad (36)$$

式中:K 为阻抗模型的刚度,综合 Stienenw、Wang、Vitiello 和 Malosio^[23-26]等选定的应用于肩关节及上肢的康复实验刚度,决定前 2 组实验取 0.5 N · m/(°),后 2 组取 5 N · m/(°)。执行式(36)意味着当驱动器受到外界干扰时,会在一定程度下屈服,即沿干扰方向与期望位置发生一定距离的位置偏移。而 θ_d 即期望位置满足式(37):

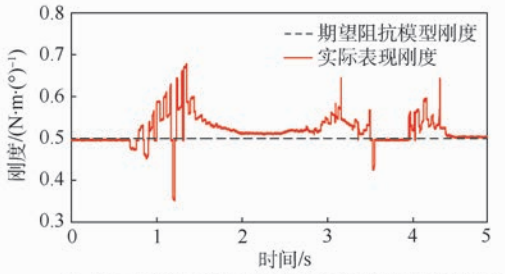
$$\theta_d = 15 \sin(2.4\pi t) \quad (37)$$

实验记录了位置偏差和驱动器输出力矩,通过计算实验阻抗模型刚度(驱动器输出力矩/位置偏差)与实验设置阻抗模型的刚度 K 进行分析确定干扰观测器的控制效果。

前 2 组实验分别加入了 -3 ~ 3 N · m 的力矩交互(图 8(a)、图 9(a)中点划线),此时可以计算出实验刚度 K(力矩/位置偏差)并与标准期望刚度进行比较。图 8(b)表示当受到力矩干扰时,没有加入干扰观测器的刚度误差。当干扰发生方向上的变化时,系统抵御干扰的能力大幅度降低,刚度误差最大,最大刚度瞬时达到 0.67 N · m/(°)(最小刚度 0.34 N · m/(°))。这会在交互过程中产生瞬时冲量,给交互者带来不适应感,甚至导致使用者受伤,不能满足安全的交互需求。但是引入干扰观测器后这一问题能到缓解,如图 9(b)所示,观测器成功估计并消除了绝大部分由于干扰带来的刚度误差,使其最大表现刚度降低至低于 0.57 N · m/(°)(最小表现刚度 0.45 N · m/(°)),并且最终稳定在 0.01 N · m/(°)以内,提高了控制精度。另外,刚度误差的毛刺逐渐减小证明了该干扰观测器在稳定的交互过程中具有收敛误差的功能。在高刚度的情况下,考虑到人机交互的实际力交互范围^[23],力矩干扰被扩大至 [-10, 10] N · m。图 10(b)表示当受到力矩干扰时,没有加入干扰观测器一组刚度误差,最大刚度瞬时达到 5.21 N · m/(°)(最小刚度 4.90 N · m/(°))。图 11(b)为加入干扰观测器的刚度



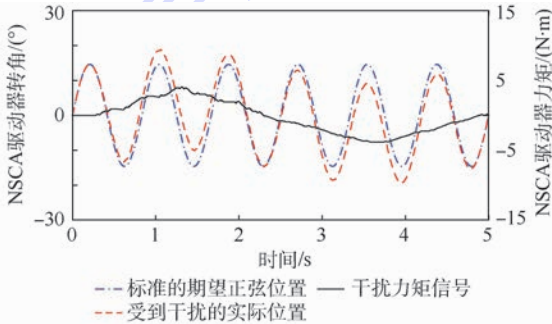
(a) 未加入干扰观测器的低阻抗控制实验结果



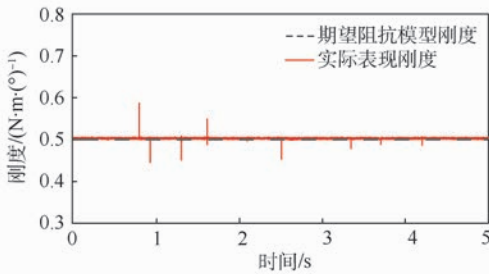
(b) 未加入干扰观测器的低阻抗下非线性刚度驱动器实际表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

图8 未加入干扰观测器的低阻抗控制实验结果及低阻抗下非线性刚度驱动器实际表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

Fig.8 Low impedance control experiment results without DOB and comparison between performed stiffness of NSCA and desired impedance stiffness under low impedance without DOB



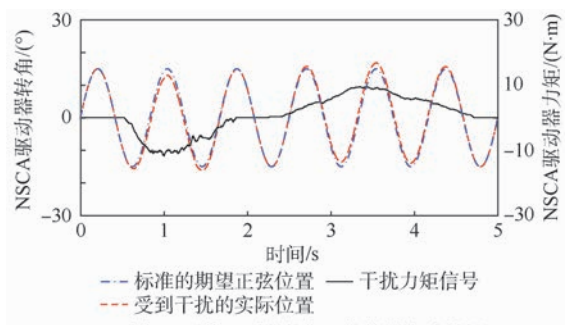
(a) 加入了干扰观测器的低阻抗控制实验结果



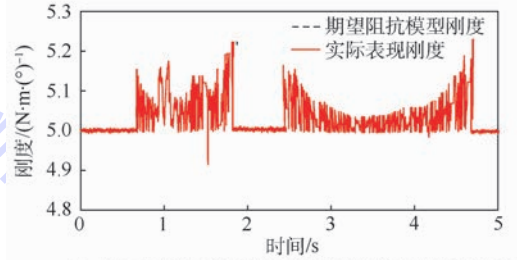
(b) 加入了干扰观测器的低阻抗下非线性刚度驱动器实际表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

图9 加入了干扰观测器的低阻抗控制实验结果和低阻抗下非线性刚度驱动器表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

Fig.9 Low impedance control experiment results with DOB and comparison between performed stiffness of NSCA and desired impedance stiffness under low impedance with DOB



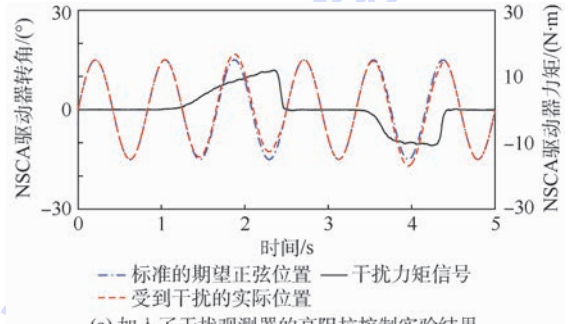
(a) 未加入干扰观测器的高阻抗控制实验结果



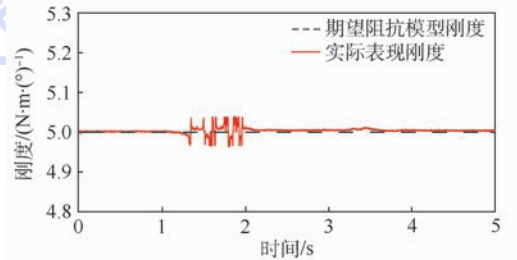
(b) 未加入干扰观测器的高阻抗下非线性刚度驱动器实际表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

图10 未加入干扰观测器的高阻抗控制实验结果及高阻抗下非线性刚度驱动器实际表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

Fig.10 High impedance control experiment results without DOB and comparison between performed stiffness of NSCA and desired impedance stiffness under high impedance without DOB



(a) 加入了干扰观测器的高阻抗控制实验结果



(b) 加入了干扰观测器的高阻抗下非线性刚度驱动器实际表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

图11 加入了干扰观测器的高阻抗控制实验结果及高阻抗下非线性刚度驱动器实际表现刚度与期望阻抗模型刚度比较

Fig.11 High impedance control experiment results with DOB and comparison between performed stiffness of NSCA and desired impedance stiffness under high impedance with DOB

误差,其最大刚度降低至 $5.03 \text{ N} \cdot \text{m}/(\circ)$ (最小刚度 $4.98 \text{ N} \cdot \text{m}/(\circ)$),控制精度显著提升。

此外,图 9(b)和图 11(b)的区别在于阻抗刚度系数的不同。阻抗模型刚度发生变化意味着弹性体的工作区域和位置发生改变。在系统稳定的情况下,当非线性刚度驱动器系统刚度大时,即出现同等位置偏差时, τ_d 较大,此时误差 e 减小。这与式(35)所表达的信息相符合。这是由于,扩大非线性元件的工作范围时,单位形变下的力容纳量变大,这就会降低实验中力矩的瞬时尖点。总体上,将误差率降低了 85.71%,提高了控制精度。

4 结 论

1) 本文建立了非线性刚度驱动器的动力学模型,并且根据该动力学模型建立了状态方程用于描述控制系统。

2) 根据控制系统状态方程建立了干扰观测器,并针对该控制器进行了李雅普诺夫稳定性分析并给出了稳定条件。然后根据理论将干扰观测器算法应用于非线性刚度驱动器控制系统中。

3) 通过力矩控制和阻抗控制实验验证了干扰观测器在该非线性刚度驱动器中的良好的控制效果。此外通过实验验证,反映了非线性刚度驱动器的特点:在交互力小时,弹性体处于低刚度工作空间,表现出了良好的力分辨率;在交互力大时,弹性体处于高刚度工作区间,表现刚度更加稳定。

4) 该非线性刚度驱动器是作为适用于肩关节康复机器人的一个关节而设计的,单关节驱动器的性能测试不仅能够客观地评价所涉及的非线性弹性体在人机交互中的表现出的特点,而且为机器人整机调试提供了良好的基础和宝贵的经验。

致谢 感谢天津大学机械工程学院蓝绍彬和马天宇在样机研发工作中的贡献。

参考文献 (References)

- [1] GRIOLI G, WOLF S, GARABINI M, et al. Variable stiffness actuators: The user's point of view [J]. International Journal of Robotics Research, 2015, 34(6) : 727-743.
- [2] SCHIAVI R, GRIOLI G, SEN S, et al. VSA-II : A novel prototype of variable stiffness actuator for safe and performing robots interacting with humans [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008 : 2171-2176.
- [3] BYRVAN H, SUGAR T G, VANDERBORGH T B, et al. Compliant actuator design [J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2009, 16(3) : 81-94.
- [4] ERLER P, BECKERLE P, STRAH B, et al. Experimental comparison of nonlinear motion control methods for a variable stiffness actuator [C] // Biomedical Robotics & Biomechanics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014 : 1045-1050.
- [5] SCHEPELMANN A, GEBERTH K A, GEYER H. Compact nonlinear springs with user defined torque-deflection profiles for series elastic actuators [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014 : 3411-3416.
- [6] WOLF S, HIRZINGER G. A new variable stiffness design: Matching requirements of the next robot generation [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008 : 1741-1746.
- [7] TORREALBA R R, UDELMAN S B. Design of cam shape for maximum stiffness variability on a novel compliant actuator using differential evolution [J]. Mechanism & Machine Theory, 2016, 95 : 114-124.
- [8] JAFARI A, TSAGARAKIS N G, CALDWELL D G. AwAS-II: A new actuator with adjustable stiffness based on the novel principle of adaptable pivot point and variable lever ratio [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2011 : 4638-4643.
- [9] NICOLA S, MASAFUMI O. Design and Realization of a non-circular cable spool to synthesize a nonlinear rotational spring [J]. Advanced Robotics, 2012, 26(3-4) : 234-251.
- [10] PEW C, KLUTE G K. Design of lower limb prosthesis transverse plane adaptor with variable stiffness [J]. Journal of Medical Devices, 2015, 9(3) : 035001.
- [11] AUSTIN J, SCHEPELMANN A, GEYER H. Control and evaluation of series elastic actuators with nonlinear rubber springs [C] // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015 : 6563-6568.
- [12] PALLI G, BERSELLI G, MELCHIORRI C, et al. Design of a variable stiffness actuator based on flexures [J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2011, 3(3) : 034501.
- [13] YU H, HUANG S, CHEN G, et al. Human-robot interaction control of rehabilitation robots with series elastic actuators [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5) : 1089-1100.
- [14] NAKAO M, OHNISHI K, MIYACHI K. A robust decentralized joint control based on interference estimation [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1987 : 326-331.
- [15] SARIYILDIZ E, OHNISHI K. Analysis the robustness of control systems based on disturbance observer [J]. International Journal of Control, 2013, 86(10) : 1733-1743.
- [16] SARIYILDIZ E, CHEN G, YU H. Robust position control of a novel series elastic actuator via disturbance observer [C] // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015 : 5423-5428.
- [17] SARIYILDIZ E, OHNISHI K. Stability and robustness of disturbance-observer-based motion control systems [J]. IEEE

- Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(1):414-422.
- [18] 尹正男. 具有鲁棒性的最优干扰观测器的系统性设计及其应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2012: 2-3.
- YIN Z N. Systematic design of optimal disturbance observer with robust performances and its application [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2012: 2-3 (in Chinese).
- [19] SARIYILDIZ E, OHNISHI K. A guide to design disturbance observer[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 2013, 136(2):2483-2488.
- [20] LAN S B, SONG Z B. Design of a new nonlinear stiffness compliant actuator and its error compensation method[J]. Journal of Robotics, 2016, 2016: 7326905.
- [21] CHEN W H, BALLANCE D J, GAWTHROP P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(4):932-938.
- [22] HOGAN N. Impedance control-An approach to manipulation. I-Theory. II-Implementation. III-Applications [J]. ASME Transactions Journal of Dynamic Systems & Measurement Control B, 1984, 107(1):304-313.
- [23] STIENENW A H, HEKMAN E E, TER B H, et al. Design of a rotational hydroelastic actuator for a powered exoskeleton for upper limb rehabilitation [J]. IEEE Transactions on Bio-medical Engineering, 2010, 57(3):728-735.
- [24] WANG P R, CHIU Y H, TSAI M S, et al. Estimation and evaluation of upper limb endpoint stiffness and joint torques for post-stroke rehabilitation [C] // World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, 2009. Berlin: Springer, 2009: 44-47.
- [25] VITIELLO N, LENZI T, ROCCELLA S, et al. NEUROExos: A powered elbow exoskeleton for physical rehabilitation [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2013, 29(1):220-235.
- [26] MALOSIO M, CAIMMI M, LEGNANI G, et al. LINarm: A low-cost variable stiffness device for upper-limb rehabilitation [C] // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 3598-3603.

作者简介:

高冬 男, 硕士研究生。主要研究方向: 柔顺驱动控制。

宋智斌 男, 博士, 副教授, 博士生导师。主要研究方向: 机构学与机器人学、康复机器人、人机力觉交互。

赵亚茹 女, 硕士研究生。主要研究方向: 柔顺驱动器刚度研究。

Disturbance observer applied in a nonlinear stiffness compliant actuator

GAO Dong, SONG Zhibin*, ZHAO Yaru

(Key Laboratory of Mechanism Theory and Equipment Design of the Ministry of Education, School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: According to “low load, low stiffness; high load, high stiffness”, nonlinear stiffness compliant actuators (NSCA) are developed to optimize the workspace of variable stiffness actuators (VSA). Besides, NSCAs are able to perform high force resolution under small interactive force and fast response under large interactive force. However, because it is difficult to set up accurate mathematic models for interference and noise in the complex human robot interaction environment, control accuracy of the system is deteriorated severely. Thus, disturbance observer (DOB), which evaluates disturbance based on observation and then compensates error, is discussed in this paper to settle these problems for NSCA. First, control system state function and DOB are built up according to dynamic model of NSCA. Lyapunov stability is used to analyze system stability and stable conditions are given. Second, based on the stable conditions, DOB control scheme is applied in NSCA control system to obtain experimental data. Finally, the experimental results shows that, using DOB reduces stiffness error of NSCA by 85.71% in the mode of impedance control and enhances control precision of the actuator obviously.

Keywords: nonlinear stiffness; compliant actuator; disturbance observer (DOB); Lyapunov stability; impedance control

Received: 2017-07-11; Accepted: 2017-10-13; Published online: 2017-11-13 13:11

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20171113.1311.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51475332); Programme of Introducing Talents of Discipline to Universities (“111 Program”) (B16034); National Natural Science Foundation of Tianjin, China (17JCZDJC30300)

* Corresponding author. E-mail: songzhibin@tju.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2017.0808

基于 TruckSim 的装载工况影响下 弯道安全车速阈值



王传连*, 胡月琦, 李平

(长安大学 汽车学院, 西安 710064)

摘 要: 为研究装载工况和路面条件对弯道路段安全车速阈值的影响,运用 TruckSim 仿真软件建立大型车辆整车动力学模型、道路场景模型和驾驶人控制策略模型,从装载质量和道路附着系数 2 个方面分别设计实验进行仿真,分析车辆在弯道路段发生侧滑、侧翻的影响因素及其影响程度。以陕西省某高速公路一弯道路段为例,研究了车辆在双因素影响下,通过弯道的安全车速阈值。结果表明:随着装载质量的增加,弯道安全车速阈值减小,安全车速阈值与装载质量之间为幂函数关系;道路附着系数在 0.1~0.6 范围内时,随着弯道路面附着系数的增加,弯道安全车速阈值减小,且二者为指数函数关系;当道路附着系数在 0.6~1.1 范围内时,随着弯道路面附着系数的增加,弯道安全车速阈值变化趋于平缓。根据模型仿真分析结果,针对超载超限问题,进一步对交通管理部门、装载人员和驾驶人提出相应的安全建议,旨在提高公路弯道行车主动安全性,也为公路安全运营研究提供理论及技术支持。

关键词: 交通安全; 弯道路段; 安全车速阈值; TruckSim 仿真; 参数化建模

中图分类号: U471.15

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2018)06-1337-10

道路交通事故按照事发路段道路平面线形主要可分为弯道路段和非弯道路段交通事故,弯道路段发生交通事故概率较大,事故严重程度较高。根据中国道路交通事故统计资料分析^[1],重特大公路交通事故有 70% 以上发生在技术指标偏低、未知路况、陡坡且连续下坡以及视距不良的弯道路段上。据统计^[2],2010 年中国弯道事故数量占道路交通事故总量的 10.5%,归其主要原因是车辆在弯道速度过快,从而导致车辆的侧滑和侧翻。国内外许多学者也在弯道安全行车方面做了大量的研究^[3-6],以期提高车辆驾驶的主动安全性。

清华大学张德兆等将车辆简化为单质量系统的二自由度模型,针对乘用车设计了一种基于风

险状态预估的弯道防侧滑超速预警系统,但未考虑悬挂和轮胎的弹性特性^[7];刘洋等通过建立仿真模型研究了侧风作用下车辆在弯道行驶时的安全车速阈值^[8];西南交通大学徐进等建立了考虑弯道几何要素和交通量影响的汽车行驶速度预测模型^[9];同济大学林涛分析了曲线路段基于驾驶员视觉特性的纵向加速度和横向加速度的特征,建立了加速度模型^[10];唐歌腾等应用 TruckSim 软件建立了整车动力性模型,进行不同弯道半径与通过车速的正交仿真实验,得到不同弯道半径下车辆过弯的安全车速阈值^[11];孙川等将车辆结构参数与驾驶人特性引入传统弯道安全车速计算模型,分析对比某型货车在不同工况下的车速变

收稿日期: 2017-12-28; 录用日期: 2018-02-11; 网络出版时间: 2018-03-07 13:06

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.1052.005.html

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(310822161005)

* 通信作者: E-mail: wangchuanlian@163.com

引用格式: 王传连, 胡月琦, 李平. 基于 TruckSim 的装载工况影响下弯道安全车速阈值[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(6): 1337-1346. WANG C L, HU Y Q, LI P. Safe driving speed threshold on curve section of road under different loading conditions based on TruckSim[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(6): 1337-1346 (in Chinese).

化情况^[3]; Felipe 和 Navin 在研究车辆曲线行驶特性时,发现转弯半径的大小是影响驾驶人弯道路段车速选择的主要因素,在大转弯半径的路段行驶时驾驶人依据横向加速度的舒适性和速度环境来限制车速,而在小转弯半径的路段行驶时驾驶人只依据横向加速度的舒适性来限制车速^[12]; Kim 和 Choi 研究了山区公路路面条件对路段运行速度的影响,提出了不同道路线型条件衔接路段的运行速度预测公式^[13]。

以往研究多是从弯道半径、道路超高、货物横向偏移等单一因素角度研究弯道极限速度,鲜少有同时研究装载工况和路面条件对弯道路段安全车速阈值影响的研究。然而,车辆装载工况及道路参数对于弯道路段的安全车速阈值有明显的影响,合理装载及合理的道路附着系数对于提高行车安全性,减少弯道事故,降低事故伤害性具有重要作用。因此,本文利用 TruckSim 软件,建立了弯道车辆行驶模型,分析不同装载质量及道路附着系数对弯道安全车速阈值的影响。

1 建立基于 TruckSim 的仿真模型

近年来,特大型货车侧翻事故时有发生,而且由于其车型大、质量重等因素,事故往往非常严重。因此,本文选取特大型货车为研究对象,具体车型为 6×4 的牵引车和 3 轴的挂车组成的六轴半挂车,车辆原型选择中国第一汽车集团有限公司某型号重型半挂车,如图 1 所示。

根据 TruckSim 软件特点及仿真原理^[14-16],从 9 个部分对研究车辆进行动力学建模,同时利用软件建立仿真车辆的道路场景模型以及驾驶人控制策略模型。为研究车辆装载质量和道路附着系数对车辆弯道路段行驶安全车速阈值的影响打下基础。



图 1 建模车辆原型

Fig. 1 Modeling vehicle prototype

1.1 整车动力学模型

本文的整车动力学建模主要包括 9 个部分:整车车体、装载、空气动力学、轮胎系统、悬架系

统、制动系统、转向系统、动力传动系统以及牵引连接机构。

1) 整车车体模型

仿真牵引车模型为某型号三轴 6×4 的牵引车,其车体高和宽分别为 3 200 和 2 438 mm,车体质心距前轴距离、距地面距离和距纵向对称面距离分别为 2 000、1 175 和 0 mm,簧载质量为 4 455 kg,整车转动惯量 I_{xx} 、 I_{yy} 和 I_{zz} 分别为 2 283.9、35 402.8 和 34 802.6 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。车体对 x 、 z 轴的惯性积为 1 626 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$,对 x 、 y 轴的惯性积与对 z 、 y 轴的惯性积均为 0。

仿真挂车模型为某型号三轴拖挂车,车体对 x 、 y 轴、 x 、 z 轴和 z 、 y 轴的惯性积均为 0,其余相关参数如表 1 所示。

2) 装载模型

本文研究车辆的用途是运输货物,构建车体模型后需要对车辆的装载进行建模。TruckSim 软件提供的装载方式主要包括有规则的箱形装载和不规则形状的装载,此处采用有规则的箱形装载进行装载建模,将装载质量作为本文的变量。

3) 空气动力学模型

参考美国机动车工程师学会(SAE)的规定,设置本文研究车辆的空气动力学模型参数如下:空气动力学参考点坐标为(-2 500, 0, 0) mm,车辆前端面积为 10 m^2 ,参考长度为 5 000 mm,空气密度取 1.206 kg/m^3 ,其余空气动力学系数根据特性曲线选取。

4) 轮胎系统模型

本文研究车辆的转向车轮为单胎,其余车轮均为双胎,所有车轮型号均为 315/80R22.5,轮胎滚动半径为 538 mm。

5) 悬架系统模型

TruckSim 软件悬架系统的建模主要是描述车辆悬架系统的 K&C(Kinematics & Compliance)特性。根据本文所选的研究车辆,悬架类型选用完

表 1 挂车基本参数

Table 1 Basic parameters of trailer

参 数	数 值
挂车车体高度/mm	2 700
挂车车体宽度/mm	2 480
车体质心距挂钩的距离/mm	3 400
车体质心距地面的距离/mm	1 936
挂钩中心距地面的距离/mm	1 140
质心距纵向对称面的距离/mm	0
簧载质量/kg	5 500
车体侧倾惯量/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	8 997.1
车体俯仰惯量/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	149 981.1

整的 K&C 特性非独立悬架模型,其中牵引车转向轴选用 5.5 t 悬架的 K&C 特性建模,牵引车其他轴均选用 15.5 t 悬架的 K&C 特性建模,挂车选用 18 t 悬架的 K&C 特性建模。

6) 制动系统模型

制动对安全车速阈值的影响不在本文研究范围之内,仿真所选用的车辆带有 ABS 的气压式制动系统,制动器采用鼓式制动器,研究车辆制动力矩特性曲线如图 2 所示。

7) 转向系统模型

TruckSim 软件将转向系统进行了简化,不需要对转向系的布置形式、转向节及横拉杆位置等结构依次具体建模,仅需要对悬架系统的 K&C 特性的参数进行定义即可。根据仿真所选车型,采用 25 : 1 为名义转向比,左、右转向轮运动学特性如图 3 所示。

8) 动力传动系统模型

TruckSim 软件中的动力传动系统主要包括车辆的动力系统和传动系统。发动机仿真模型的建立是车辆动力学模型构建的关键,其主要参数

如表 2 所示。

TruckSim 软件提供了离合器和液力变矩器两种内置的建模方法,仿真选用了最大输出扭矩为 5 000 N · m 的离合器;TruckSim 软件提供了有级式变速器及无级式变速器,仿真选用的是有 18 个前进档的有级式变速器,各前进档传动比依次为 14.4、12.29、8.56、7.3、6.05、5.16、4.38、3.74、3.2、2.73、2.29、1.95、1.62、1.38、1.17、1.0、0.86 和 0.73,倒档传动比为 -12.85,传动效率均为 92%,换挡延迟时间为 0.5 s;分动器传动比为 1,传动效率为 99%,前后驱动桥转矩差值为 0;差速器和主减速器合并建模,本文研究车辆前后驱动桥差速器采用同一模型,其参数如表 3 所示。

9) 牵引连接机构模型

仿真车辆采用“五轮机构”牵引连接装置。牵引点距牵引车前轴距离为 4 135 mm,牵引点偏离侧向中心面距离为 0,牵引点距地面高度为 1 100 mm。

通过以上步骤可完成整车动力学模型的建立,仿真车辆的外观如图 4 所示。

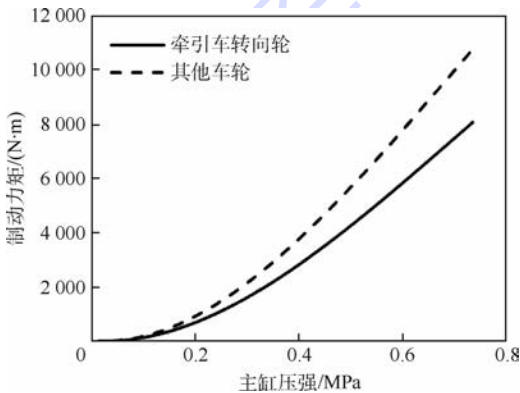


图 2 制动力矩特性曲线

Fig. 2 Characteristic curves of brake torque

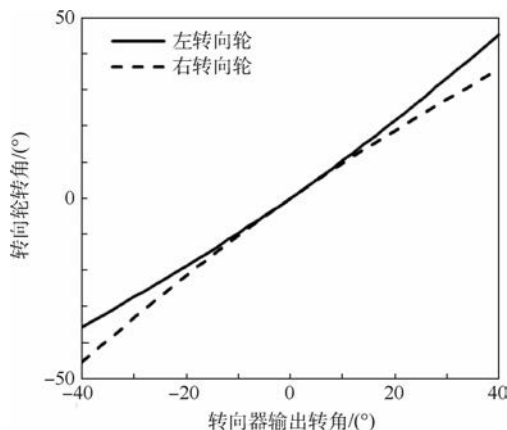


图 3 左、右转向轮运动学特性

Fig. 3 Kinematic characteristics of left and right steering wheels

表 2 发动机参数

Table 2 Parameters of engine

参 数	数 值
额定功率/kW	300
额定转速/(r · min ⁻¹)	2 100
怠速转速/(r · min ⁻¹)	625
曲轴转动惯量/(kg · m ²)	2.75

表 3 差速器(主减速器)参数

Table 3 Parameters of differential(main reducing gear)

参 数	数 值
左、右驱动轮转矩差值/(N · m)	0
传动比	4.4
传动效率/%	99
扭转刚度/(N · m · (°) ⁻¹)	80
扭转阻尼/(N · m · s · (°) ⁻¹)	0.8
主动轴转动惯量/(kg · m ²)	0.013
左、右轮从动轴转动惯量/(kg · m ²)	0.009



图 4 仿真车辆外观

Fig. 4 Appearance of simulation vehicle

1.2 道路场景模型

利用 TruckSim 软件,从路面的几何特征、路面摩擦系数和道路路面及周边环境 3 个方面来建立道路场景模型。本文研究内容为弯道路段的安全车速阈值,所以基于研究路段的平面几何特性,利用软件构建了平直线与一定弯道半径的圆曲线结合的路段。垂直几何特性构建主要是定义车辆在纵断面的线形,在 $O-xyz$ 坐标系中实现。

路面的抗滑性能是由车辆轮胎与路面相互之间的摩擦力产生的,摩擦系数的大小主要影响因素有路面状态、轮胎状态和行车速度等,本文将道路附着系数作为本文的变量。TruckSim 软件可以描述不同摩擦系数的路面,如:干燥路面、冰雪路及随路程 s 变化的变摩擦系数等路面。

此外,TruckSim 软件提供了丰富的路面影像和周围环境模型,使仿真过程更加形象逼真,仿真道路实景如图 5 所示。



图 5 仿真道路实景
Fig. 5 Simulation road scene

1.3 驾驶人控制策略模型

TruckSim 软件中的驾驶员控制策略模型主要包括速度控制、制动控制、换挡控制、转向控制等。本文主要研究的是与速度相关的仿真,在速度控制方面主要采用的是连续变化的固定速度,来确定车辆安全车速阈值;制动对安全车速阈值的影响不在本文研究的范围内,故制动控制采用无制动的开环控制策略;换挡控制采用根据速度值自动离合自动换挡的控制策略;转向控制采用跟随道路中心行驶的控制策略。

2 装载质量对弯道安全车速阈值的影响

为了分析车辆装载质量对弯道临界安全车速阈值的影响,本次仿真实验的道路采用直线加弯道的路段,弯道半径设定为 200 m,路面摩擦系数设定为 0.85,为了避免其他因素的影响,弯道路段不设超高,载荷模型采用规则的箱体载荷,载荷重心与挂车车厢的几何中心重合。根据 GB 1589—2016 规定本文研究车辆的总装载质量限值为

39 t^[17]。本文以此为依据,设置装载质量为 25、30、35、40、45、47、49、51、53、55、60、65 和 70 t 并分别进行仿真实验,共计 13 组。

本文通过设置 13 组不同的车辆装载质量,设置一定弯道半径的弯道路段,以某一适当的恒定速度开始仿真实验,通过观测转弯方向同侧车辆车轮的垂直反力是否为 0,以及车辆的侧向加速度是否超过 0.3g 来判断车辆是否进入侧翻或侧滑临界状态^[18-19]。若未进入临界状态,则加大车辆速度,重复以上步骤,直至出现侧翻或侧滑临界状态,以此得出车辆在该装载质量下通过弯道的安全临界车速。

以装载质量为 25 t 时的仿真实验为例,首先以恒定车速 70 km/h 来进行仿真,车辆通过预设弯道时,其左侧车轮的垂直反力随时间变化曲线如图 6 所示。因为实验预设的是左转弯,所以左侧车轮某车轮垂直反力为 0 时,可判断出此时的车速是该装载质量下的安全车速阈值。如图 6 所示,该车速下,车辆没有发生侧翻。

继续增加车速,重复仿真实验,并观察车轮的垂直反力及车辆侧向加速度变化情况。当车速增加到 75 km/h 时,发现车辆左侧第 6 轴外轮在 7.5 s、第 1 轴车轮在 8.3 s 时垂直反力即将达到 0 (见图 7),此时侧向加速度随时间的变化值如图 8 所示,全程均未超过 0.3g,由此判断 75 km/h 为车辆发生侧翻的安全车速阈值。

设置不同的装载质量进行仿真,得出各装载质量的安全车速阈值,见表 4。

根据表 4 结果绘制装载质量 m 与安全车速阈值 v 的散点图,并对其进行拟合如图 9 所示,拟合公式为

$$v = 304.73m^{-0.446} \quad (1)$$

式(1)的模型测量精确度确定性系数为 $R^2 = 0.958$,拟合可靠。由图 9 可知,货车通过弯道的安

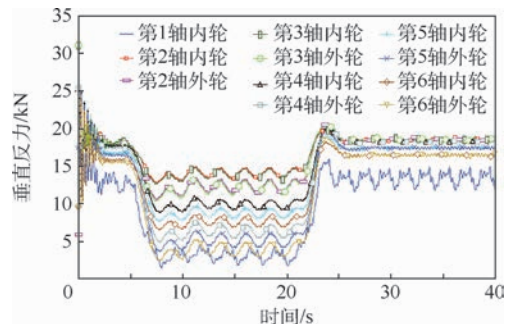


图 6 车速为 70 km/h 时的左侧车轮垂直反力
Fig. 6 Vertical counter-forces of left tires at driving speed of 70 km/h

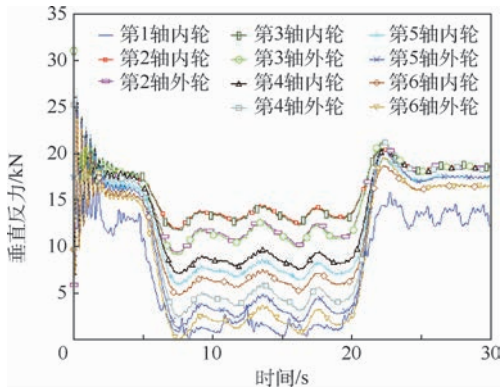


图 7 车速为 75 km/h 时的左侧车轮垂直反力
Fig. 7 Vertical counter-forces of left tires at driving speed of 75 km/h

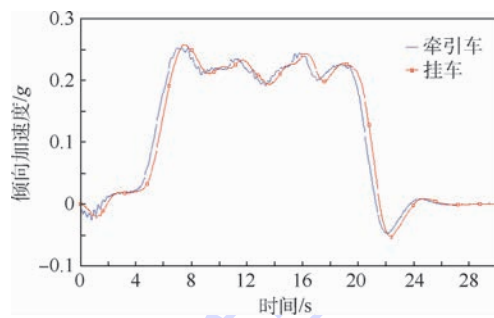


图 8 车速为 75 km/h 时的侧向加速度
Fig. 8 Lateral acceleration at driving speed of 75 km/h

表 4 不同装载质量的安全车速阈值

Table 4 Safe driving speed thresholds for different loading quality

实验编号	装载质量/t	安全车速阈值/(km · h ⁻¹)
1	25	75.0
2	30	68.0
3	35	63.0
4	40	58.0
5	45	55.0
6	47	53.0
7	49	52.0
8	51	51.5
9	53	51.0
10	55	50.5
11	60	49.5
12	65	49.0
13	70	48.5

全车速阈值随装载质量的增大而不断减小,且二者呈幂函数关系。由于在计算车辆通过弯道时发生侧翻侧滑的临界安全车速阈值理论计算公式中并未出现关于装载质量的自变量,故未将本文得到的装载质量与安全车速阈值的关系与经典理论结果相比较。

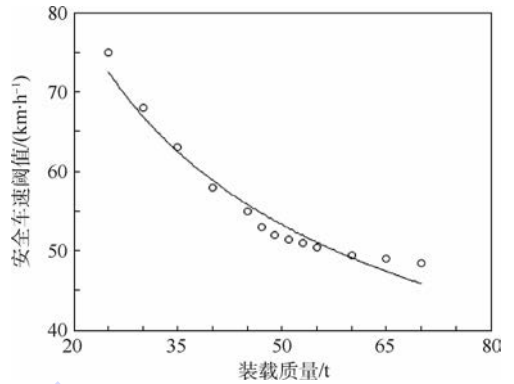


图 9 装载质量与安全车速阈值的关系
Fig. 9 Relationship between loading quality and safe driving speed threshold

3 道路附着系数对弯道安全车速阈值的影响

为了分析公路弯道路段道路附着系数对弯道安全车速阈值的影响,构建公路弯道路段道路附着系数与弯道安全车速阈值的关系模型,以不同的道路附着系数为变量进行仿真实验,并对结果进行分析。设置弯道路面附着系数为 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9、1.0 和 1.1,共计 11 组。

实验道路采用直线加弯道路段,首先设置道路附着系数,确定弯道半径为 200 m,弯道路段不设超高,载荷模型采用规则的箱体载荷。装载质量为该车型装载限值,即 39 t,载荷重心与挂车车厢的几何中心重合。以某一适当的恒定速度开始仿真实验,以车轮的垂直反力与车辆的侧向加速度数值为依据来判断其是否发生侧翻或侧滑。若车辆未发生侧翻或侧滑,则继续增加车辆速度重复以上步骤,直至发生侧翻或侧滑,则此时的车速就为该道路附着系数下的安全车速阈值。

经仿真分析,将车辆在各道路附着系数下的安全车速阈值如表 5 所示。

根据结果绘制弯道道路附着系数与安全车速阈值的散点图并对其进行拟合,见图 10。

由图 10 可知,经拟合,道路附着系数与安全车速阈值之间基本呈现指数关系。道路附着系数在 0.1~0.6 范围内时,随着道路附着系数的增大,弯道安全车速阈值逐渐增大,道路附着系数 μ 和安全车速阈值 v 的关系为

$$v = 8.36071\ln \mu + 61.023 \quad (2)$$

式(2)的 $R^2 = 0.950$,拟合结果合理。由图 11 知,本文安全车速阈值随着附着系数的增加而增加,在附着系数等于 0.6 时达到饱和现象,

表5 不同道路附着系数的安全车速阈值

Table 5 Safe driving speed thresholds for different road adhesion coefficients

实验编号	弯道道路附着系数	安全车速阈值/(km·h ⁻¹)
1	0.1	42
2	0.2	46
3	0.3	50
4	0.4	54
5	0.5	57
6	0.6	59
7	0.7	59
8	0.8	59
9	0.9	59
10	1.0	59
11	1.1	59

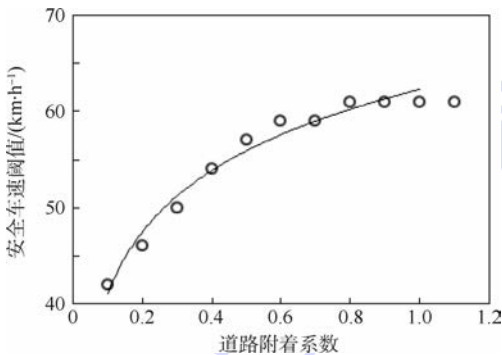


图10 道路附着系数与安全车速阈值的关系

Fig. 10 Relationship between road adhesion coefficient and safe driving speed threshold

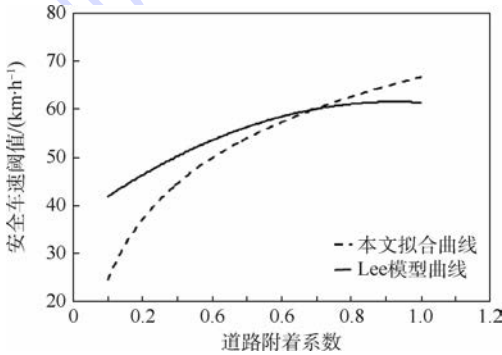


图11 本文拟合曲线与 Lee 模型曲线

Fig. 11 Fitting curve in this paper and Lee model curve

之后的安全车速阈值随附着系数变化不大。本文将拟合曲线与具有代表性的 Lee 模型^[20-21]进行分析对比,结果相近,二者误差在控制在临界车速的20%以内,基本符合车辆行驶时的安全车速阈值计算误差标准,验证了本文的仿真可靠性和有效性。

4 双因素影响下车辆行驶安全车速阈值实例

公路弯道路段车辆安全车速阈值的影响因素

众多,第2节和第3节已对货车装载质量及道路路面附着系数这2个单一因素对弯道安全车速阈值的影响进行了仿真分析。在此基础上,本文通过实例研究,分析在不同的装载工况和道路附着系数的影响下车辆通过公路弯道路段的安全车速阈值。

4.1 仿真实验路段

选取福(州)—银(川)高速公路陕西境内蓝(田)—商(洛)段的某隧道下行出口1 km处的弯道作为实验路段。该路段为双向四车道高速公路,设计车速为100 km/h,路基宽度为26 m,其中右侧为高坡。所选路段为上坡路段后的一平坦路段,弯道半径为600 m,道路超高为4%。路面为水泥混凝土加铺沥青路面,在晴天路面附着系数约为0.85,雨天路面湿滑附着系数大约为0.5,冰雪天气附着系数大约为0.2。所选路段是陕西和湖北两大省之间的交通要道,通行车辆主要为货车,其中重中型货车占比达到60%以上,客车占25%左右。由于地形环境复杂,桥隧路段居多,纵坡和弯道结合路段多,该路段事故频发。

4.2 参数设定

选取货车装载质量及路面附着系数为自变量,行驶车辆的装载质量以六轴半挂车限载值49 t为基准。车辆行驶于实验路段,可能出现的装载质量为空载、半载、满载、超载等情况,假设货物装载重心高度为车厢的中心、货物装载重心横纵向位置均不发生偏移,设置道路弯道半径为600 m,弯道超高为4%。

4.3 弯道安全车速阈值

针对实例研究中所选车辆在实验路段通过弯道时的车速进行仿真模拟,得出在不同装载质量及不同路面附着系数的影响下车辆通过弯道路段的安全车速阈值,如表6所示。

根据表6结果绘制双因素影响下车辆通过弯道的安全车速阈值的三维曲面图,如图12所示。

采用最小二乘法对双因素影响下车辆通过弯道的安全车速阈值进行拟合,拟合图像如图12所示,拟合结果如式(3)所示。

$$v = f(\mu, m) = 77.9 + 135.2\mu + 0.189m + 213.8\mu^2 - 3.058\mu m - 428.9\mu^3 + 0.361\mu^2 m + 171.8\mu^4 + 1.17\mu^3 m \quad (3)$$

式(3)的 $R^2 = 0.951$ 。由图13可知,当路面附着系数在0.6~1.0的区间内时,不同装载质量的车辆通过弯道的安全车速阈值基本不变。故将附着系数0.6~1.0作为一个区间再次进行拟合,拟合结果如图14所示,拟合结果如式(4)所示。

表 6 复杂状况下车辆行驶安全车速阈值

Table 6 Safe driving speed threshold of driving vehicle under complex conditions

km/h

装载质量/t	道路附着系数									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
15	92	108	123	136	147	158	158	158	158	158
20	91	104	116	127	138	149	149	149	149	149
25	90	100	111	121	130	140	140	140	140	140
30	89.5	97	105	114	121	128	128	128	128	128
35	89	95	102	108	113	119	119	119	119	119
37	88.5	94	99	104	109	114	114	114	114	114
39	88	93	97	101	105	109	109	109	109	109
41	88	93	97	101	104	108	108	108	108	108
43	87.5	92.5	96.5	100	103.5	107	107	107	107	107
45	87	92.5	96.5	99.5	103	106	106	106	106	106
50	86.5	92	96	99	102	105	105	105	105	105
55	86.5	91	95	98	101	103	103	103	103	103
60	86	89	92	96	98	100	100	100	100	100

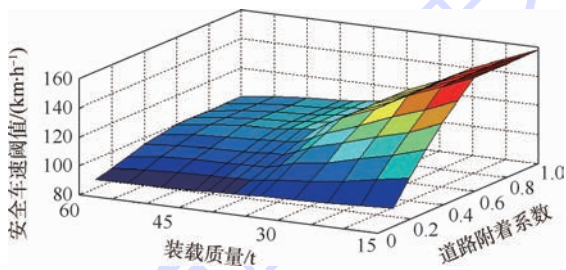


图 12 复杂状况下安全车速阈值三维曲面图

Fig. 12 Three-dimensional surface graph of safe driving speed threshold under complex conditions

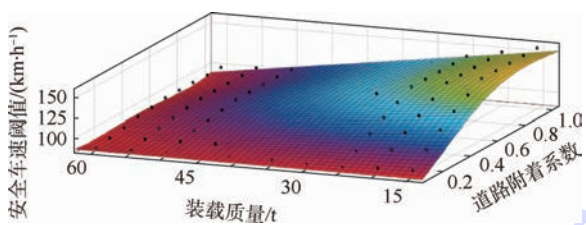


图 13 安全车速阈值拟合图像

Fig. 13 Safe driving speed threshold fitting image

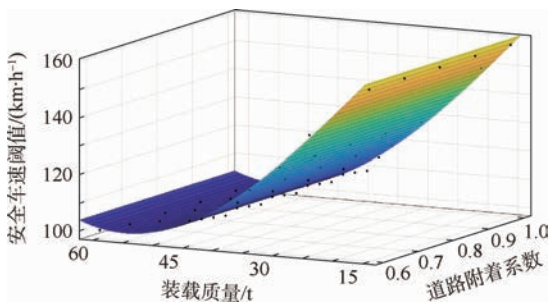


图 14 调整后安全车速阈值拟合图像

Fig. 14 Adjusted safe driving speed threshold fitting image

$$v = f(\mu, m) = 69.37 + 248\mu + 0.5716\mu^2 + 105.8\mu^3 - 7.255\mu m - 0.007128m^2 - 28.27\mu^3 - 9.898\mu^2 m + 0.08314\mu m^2 - 847.5\mu^4 + 25.42\mu^3 m + 0.01347\mu^2 m^2 + 897.4\mu^5 - 14.78\mu^4 m - 0.07003\mu^3 m^2 \quad (4)$$

式(4)的 $R^2 = 0.9931$, 拟合结果合理。根据式(4)能得到不同装载质量和在不同道路附着系数影响下车辆在所选弯道路段的安全车速阈值, 以实现车辆的差别限速。

5 基于安全车速阈值的装载工况及安全驾驶分析

车辆超限超载运输以及超速行驶不仅严重破坏公路和桥梁等基础设施, 易于诱发道路安全事故^[22]。本文根据实验仿真结果, 针对车辆超载超限及车速管理问题, 进一步向交通管理部门、驾驶人 and 装载人员提出一些相应的安全建议, 旨在提高公路弯道的行车安全性。

在条件允许的情况下, 驾驶人常常倾向于采用较高的车速行驶^[23]。据统计 50% 左右的弯道交通事故是因速度过高而导致侧滑或侧翻^[24]。因此, 合理限制公路弯道路段车辆运行速度对于提高弯道路段安全性, 减少弯道事故数量, 降低事故严重程度有着重要的意义。

1) 可以对不同弯道半径的路段进行更具体、更合理的限速。以本文研究车辆为例, 其装载质量与安全车速阈值的关系满足二次函数关系, 按其最大装载质量 49 t 来计算, 当其要通过半径为 200 m 的弯道时, 其相应的安全车速阈值为 52 km/h, 则限速应低于上述值, 而转弯半径为

300 m 时,安全车速阈值达到 60 km/h 以上,限速值可相应调整。

2) 分车型合理限制车速。当大型货车在交通组成中所占比例或其所造成的事故所占比例较大时,宜采用分车型限速。根据本文研究结果,可综合考虑各车型通行比例及其最大装载质量来确定不同车型在此弯道处的限速值,这使得道路限速更科学、更有针对性。

3) 预估车速,安全驾驶。驾驶人一般是依据道路运行条件(路面条件、气候条件、环境条件等)及自身车辆性能来判断自己的车速,缺乏理论依据。车辆驾驶人应熟悉所驾驶车辆的装载质量,对路面情况有所了解,能做到在通过弯道前,预估安全车速阈值,必要时采取减速措施,从而保证车辆安全平稳的通过各个弯道路段。

6 结 论

1) 随着装载质量增加,车辆弯道安全车速阈值减小,单从装载质量对安全车速的影响角度看,弯道安全车速与车辆装载质量的关系近似线性关系。

2) 当道路附着系数在 0.1 ~ 0.6 的范围内时,随着道路附着系数的增大,弯道安全车速阈值逐渐增大,二者关系近似线性函数关系;当道路附着系数在 0.6 ~ 1.1 的范围内时,随着道路附着系数的增大,弯道安全车速阈值基本保持不变。

3) 由于在不同装载工况下,安全车速差异较大,驾驶员应通过对装载情况预估控制车速。或可开发限速警告系统,根据装载工况和路面条件,确定限速警告阈值。

4) 由于在同一路段行车,车辆装载质量的不同,以及天气变化的原因导致道路附着系数变化,车辆的安全车速阈值差异较大。在弯道路段应考虑采用差别限速,针对车辆的不同装载和不同天气情况进行合理限速。

参 考 文 献 (References)

[1] 余贵珍,李芹,王云鹏,等. 车辆弯道行驶侧倾稳定性分析与侧翻预警研究[J]. 北京工业大学学报, 2014, 40(4): 574-579.
YU G Z, LI Q, WANG Y P, et al. Roll stability and early-warning of vehicle driving in the curve[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2014, 40(4): 574-579 (in Chinese).

[2] 朱秋萍. 山区高速公路弯道路段安全行车速度与限速应用的研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2014.
ZHU Q P. Study on the safe operating speed and speed limit of freeway curve sections in mountain areas [D]. Guangzhou:

South China University of Technology, 2014 (in Chinese).

[3] 孙川, 吴超仲, 褚端峰, 等. 弯道安全车速计算改进模型研究[J]. 中国公路学报, 2015, 25(8): 101-108.
SUN C, WU C Z, ZHU D F, et al. Improved model study of safety speed calculation in curves[J]. Chinese Journal of Highway and Transport, 2015, 25(8): 101-108 (in Chinese).

[4] 吴焱, 卢杨, 李飞, 等. 高速公路大型车弯道行驶安全性及限速研究[J]. 公路, 2015(4): 162-168.
WU Y, LU Y, LI F, et al. Research on safety and speed-limit of oversize vehicle on expressway curve sections [J]. Highway, 2015(4): 162-168 (in Chinese).

[5] 任圆圆. 公路弯道路段行车危险区域及驾驶行为模型研究[D]. 长春: 吉林大学, 2011.
REN Y Y. Research on driving dangerous area and driving behavior model in road curved section [D]. Changchun: Jilin University, 2011 (in Chinese).

[6] 徐敏, 黄星, 张驰, 等. 山区急弯路段行车安全性模糊综合评价分析方法[J]. 中国公路学报, 2016, 29(6): 186-197.
XU M, HUANG X, ZHANG C, et al. Application of fuzzy synthesis evaluation to driving safety analysis of sharp curves on mountain expressways [J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(6): 186-197 (in Chinese).

[7] 张德兆, 王建强, 李升波, 等. 基于风险状态预估的弯道防侧滑超速预警系统[J]. 公路交通科技, 2009(s1): 44-48.
ZHANG D Z, WANG J Q, LI S B, et al. Risk prediction based curve anti-sideslip speed warning system [J]. Journal of Highway and Transportation on Research and Development, 2009 (s1): 44-48 (in Chinese).

[8] 刘洋, 宇仁德, 宋林潇. 侧风作用下弯道行车安全速度阈值的仿真研究[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2016, 41(2): 506-511.
LIU Y, YU R D, SONG L X. Simulation study on safe travel speed threshold of curve lane under crosswinds [J]. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition), 2016, 41(2): 506-511 (in Chinese).

[9] 徐进, 罗庆, 毛嘉川, 等. 考虑弯道几何要素和交通量影响的汽车行驶速度预测模型[J]. 中国公路学报, 2012, 25(5): 47-57.
XU J, LUO Q, MAO J C, et al. Speed prediction model of car/truck considering the effect of curve geometric features and traffic volume [J]. China Journal of Highway and Transport, 2012, 25(5): 47-57 (in Chinese).

[10] 林涛. 山区公路曲线段车辆加速度及轨迹研究[D]. 上海: 同济大学, 2008.
LIN T. Study on acceleration and trajectory of vehicle in mountain road curve section [D]. Shanghai: Tongji University, 2008 (in Chinese).

[11] 唐歌腾, 任春晓, 李臣. 基于 TruckSim 的不同弯道半径安全车速确定方法[J]. 公路交通科技, 2016, 33(6): 134-139.
TANG G T, REN C X, LI C. A determination method of safety driving speeds on different radii based on Trucksim [J]. Journal of Highway and Transportation on Research and Development, 2016, 33(6): 134-139 (in Chinese).

[12] FELIPE E, NAVIN F. Automobiles on horizontal curves: Experiments and observations [J]. Transportation Research Record

- Journal of the Transportation Research Board, 1998, 1628(1): 50-56.
- [13] KIM S, CHOI J. Effects of preceding geometric conditions on operating speed consistency of multilane highways[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2013, 40(6): 528-536.
- [14] 吴涛, 焦静, 范学琼, 等. 基于 Trucksim 的整车动力性能仿真分析[J]. 汽车实用技术, 2016(6): 63-65.
WU T, JIAO J, FAN X Q, et al. Simulation and analysis on vehicle power performance with Trucksim [J]. Automobile Applied Technology, 2016(6): 63-65 (in Chinese).
- [15] 龙佳庆, 韦超毅. 基于 TruckSim 的半挂车列车转向特性的仿真分析[J]. 河池学院学报, 2016, 36(2): 79-82.
LONG J Q, WEI C Y. Simulation analysis of the steering characteristics of semi-dragging trucks based on TruckSim[J]. Journal of Hechi University, 2016, 36(2): 79-82 (in Chinese).
- [16] 王艺颖. 基于 TruckSim 的道路运输交通安全仿真研究[D]. 西安: 长安大学, 2015.
WANG Y Y. Study on the road traffic safety simulation based on TruckSim [D]. Xi'an: Chang'an University, 2015 (in Chinese).
- [17] 国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. 汽车、挂车及汽车列车外廓尺寸、轴荷及质量限值: GB 1589—2016 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2016.
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Limits of dimensions, axle load and masses for motor vehicles, trailers and combination vehicles: GB 1589—2016 [S]. Beijing: China Standard Press, 2016 (in Chinese).
- [18] 岑达希. 基于主动转向与差动制动的汽车防侧翻控制研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2011.
CEN D X. Research on vehicle anti-rollover control based on active steering and differential braking [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011 (in Chinese).
- [19] 贺宜, 褚端峰, 吴超仲, 等. 路面附着条件对车辆横向稳定性影响的量化分析[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2014, 38(4): 784-787.
HE Y, CHU D F, WU C Z, et al. Quantitative analysis of influence on vehicular lateral stability by road surface condition [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2014, 38(4): 784-787 (in Chinese).
- [20] LEE Y H, DENG W W. Speed control method for vehicle approaching and traveling on a curve: US7400963B2 [P]. 2008-07-28.
- [21] LEE Y H. Automatic speed control system for vehicle approaching and driving on a curve [C] // International Mechanical Engineering Congress and Exposition. New York: ASME, 2008: 345-353.
- [22] 蒋在文. 道路超限超载运输治理的机理与对策 [D]. 西安: 长安大学, 2010.
JIANG Z W. Mechanism and countermeasures of road overrunning and overloading [D]. Xi'an: Chang'an University, 2010 (in Chinese).
- [23] 赵金龙. 山区公路交通标志设置研究 [D]. 西安: 长安大学, 2006.
ZHAO J L. Study on traffic sign setting of mountain road [D]. Xi'an: Chang'an University, 2006 (in Chinese).
- [24] 郑安文. 我国道路交通安全的现状与改善对策 [J]. 武汉科技大学学报(自然科学版), 2006, 29(1): 105-108.
ZHENG A W. Current situation and improvement of road traffic safety in China [J]. Journal of Wuhan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2006, 29(1): 105-108 (in Chinese).

作者简介:

王传连 男, 博士研究生, 高级工程师。主要研究方向: 交通运输规划与管理。

胡月琦 女, 博士研究生。主要研究方向: 交通安全。

李平 男, 硕士研究生。主要研究方向: 交通安全。

Safe driving speed threshold on curve section of road under different loading conditions based on TruckSim

WANG Chuanlian^{*}, HU Yueqi, LI Ping

(School of Automobile, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: In order to investigate the influence of loading conditions and road conditions on safe driving speed threshold on curve section of road, oversize vehicle dynamics model, road scene model and driver control model were established by using TruckSim software. Simulation tests were conducted in terms of the loading quality and road adhesion coefficient, and the contributory factors to vehicle rollover and sideslip on curve section of road and the degree of influence were analyzed. Finally, one curve section on an expressway in Shaanxi Province was taken as an example, and the safe driving speed threshold influenced by two factors was studied. The results indicate that the safe driving speed threshold on curve section decreases with increasing loading quality of freight, and it shows a power function relationship between safe driving speed threshold and loading quality; safe driving speed threshold on the curve section presents a downward trend while the road adhesion coefficient increases from 0.1 to 0.6, and the safe driving speed threshold and road adhesion coefficient show an exponential function relationship; safe driving speed threshold on the curve section remains stable while the road adhesion coefficient increases from 0.6 to 1.1. In accordance with the model simulation analysis results and aimed at overload and over-limited problems, this paper gives some security advice to traffic management departments, stevedores as well as drivers, which can improve the active safety for driving on the curve section of road and provide theoretical and technical support for road safety operation research.

Keywords: traffic safety; curve section of road; safe driving speed threshold; TruckSim simulation; parametric modeling

Received: 2017-12-28; **Accepted:** 2018-02-11; **Published online:** 2018-03-07 13:06

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20180307.1052.005.html

Foundation item: the Fundamental Research Funds for the Central Universities (310822161005)

*** Corresponding author.** E-mail: wangchuanlian@163.com

《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行人,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码,中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5~8 个),中图分类号,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词,引言,正文,参考文献。首页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100191 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部

办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间

电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426

E-mail: jbuua@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

http://www.buaa.edu.cn

《北京航空航天大学学报》
第五届编辑委员会

主任(主编): 赵沁平

(以下按姓氏笔划为序)

副主任(副主编): 丁希仑 王少萍 孙志梅 李秋实 李焕喜 杨嘉陵
苗俊刚 相艳 徐立军 钱德沛 曹晋滨

编委: 马殿富 王琪 王聪 邓小燕 王青云 王荣明 刘宇
刘红 江洁 刘强 闫鹏 朱天乐 刘铁钢 齐铂金
陈万春 邹正平 苏东林 杨世春 沈成平 邱志平 宋知人
杨树斌 张晓林 杨晓奕 杨继萍 李惠峰 吴新开 张瑞丰
杨照华 宋凝芳 周锐 林宇震 林贵平 战强 姚仰平
胡庆雷 赵秋红 段海滨 赵巍胜 席平 郭宏 徐洁
徐世杰 郭洪波 康锐 翟锦 熊华钢

北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

(原《北京航空学院学报》)

(月刊 1956年创刊)

第44卷第6期 2018年6月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

(JBUA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.44 No.6 June 2018

主管单位 中华人民共和国工业和信息化部

主办单位 北京航空航天大学

主编 赵沁平

编辑出版 《北京航空航天大学学报》
编辑部

邮编 100083

地址 北京市海淀区学院路37号

印刷 北京科信印刷有限公司

发行 北航文化传媒集团

发行范围 国内外发行

联系电话 (010) 82315594 82338922
82314839

电子信箱 jbuua@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information
Technology of the People's Republic of China

Sponsored by Beijing University of Aeronautics
and Astronautics (BUAA)
(Beijing 100083, P. R. China)

Chief Editor ZHAO Qinping

Edited and Published by Editorial Board of JBUA

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

Distributed by BUAA Culture Media Group Limited

Telephone (010) 82315594 82338922
82314839

E-mail jbuua@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

刊号 ISSN 1001-5965
CN 11-2625/V

国内定价 50.00元/期

ISSN 1001-5965



9 771001 596182