



北航学报
赠阅

ISSN 1001-5965
CODEN BHHDE8

北京航空航天大学 学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS



2021-10

Vol.47 No.10

目 次

函数传递法求解悬链线问题 马艳红, 时成龙, 洪杰, 李超 (1933)

基于 TechDemoSat-1 卫星的 GPS 反射信号海面高度反演
..... 张云, 马德皓, 孟婉婷, 郑俏, 杨树瑚 (1941)

基于残缺图像样本的生成对抗网络图像修复方法
..... 李海燕, 黄和富, 郭磊, 李海江, 陈建华, 李红松 (1949)

基于 IFOA 的 MEMS 加速度计无转台标定 戴洪德, 郑伟伟, 郑百东, 戴邵武, 王瑞 (1959)

基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测 梁宇宁, 王绍华, 金向明, 周栋 (1969)

含间隙非线性机翼跨声速颤振时滞反馈控制 聂雪媛, 郑冠男, 杨国伟 (1980)

固体火箭冲压发动机设计点性能优化分析 李新田, 陈新民, 陈世立, 许诺, 蔡强 (1989)

SBAS 电文时序动态编排算法 陈姗姗, 金彪, 赵立谦, 夏川茹, 王雷雷 (1996)

多曝光星敏感器的全运动参数建模及优化设计 于文波, 武佩, 宣传忠, 张春慧, 江洁 (2006)

山区机场高填方地基变形分析 冯兴, 姚仰平, 李汝宁, 张献民 (2013)

疲劳统计学智能化中的高镇同法 徐家进 (2024)

风偏差对火箭最大气动载荷精度的影响 程胡华, 李娟, 肖云清, 沈洪标, 赵亮 (2034)

功率级无刷直流电动机四象限运行模拟器设计 张磊, 郭宏, 徐金全 (2043)

一种基于 SD-ICA 的卫星电池健康状态估计方法
..... 陈景龙, 王日新, 李玉庆, 徐敏强, 黄文虎 (2058)

一种自适应 GNSS 弱信号载噪比估计方法 孙文杰, 王兆瑞, 金声震, 艾国祥 (2068)

引信-超宽带强电磁脉冲效应阈值试验研究 付胜华, 娄文忠, 苏子龙, 郑福泉 (2075)

轴间气膜密封周向相对滑动判定方法 黄玉辉, 苏华, 程卓一, 侯国强 (2081)

基于 GPU 的快速有限元法求解密度场 李果阳, 严华, 张征宇, 陈沁梅, 祝福顺 (2088)

二维功能梯度壁板热颤振本征问题的精确解 代林桐, 邢誉峰 (2097)

俯冲段高超声速飞行器有限时间协同制导律设计 唐博, 席建祥, 刘太阳, 李冰 (2105)

基于 K-FWH 声比拟方法的串列双圆柱气动噪声研究 陈武, 周毅 (2118)

阵风载荷谱的损伤分散性研究 朱俊贤, 贺小帆, 李玉海 (2129)

环量控制翼型非定常气动力建模 雷玉昌, 张登成, 张艳华 (2138)

一种改进的 ORB 特征匹配算法 廖泓真, 王亮, 孙宏伟, 刘云清 (2149)

CONTENTS

Solving catenary problem using function transfer method
..... MA Yanhong, SHI Chenglong, HONG Jie, LI Chao (1933)

Sea surface height inversion of GPS reflected signal based on TechDemoSat-1 satellite
..... ZHANG Yun, MA Dehao, MENG Wanting, ZHENG Qiao, YANG Shuhu (1941)

Image inpainting method based on incomplete image samples in generative adversarial network
..... LI Haiyan, HUANG Hefu, GUO Lei, LI Haijiang, CHEN Jianhua, LI Hongsong (1949)

Calibration of MEMS accelerometer without turntable based on IFOA
..... DAI Hongde, ZHENG Weiwei, ZHENG Baidong, DAI Shaowu, WANG Rui (1959)

Abnormal hand behavior detection based on area division and standard time
..... LIANG Yuning, WANG Shaohua, JIN Xiangming, ZHOU Dong (1969)

Time delay feedback control for transonic flutter of airfoil with free-play nonlinearity
..... NIE Xueyuan, ZHENG Guannan, YANG Guowei (1980)

Optimal analysis of design point performance of ducted rocket
..... LI Xintian, CHEN Xinmin, CHEN Shili, XU Nuo, CAI Qiang (1989)

Dynamic SBAS message scheduler algorithm
..... CHEN Shanshan, JIN Biao, ZHAO Liqian, XIA Chuanru, WANG Leilei (1996)

Complete motion parameters modeling and optimization design of multiexposure star tracker
..... YU Wenbo, WU Pei, XUAN Chuanzhong, ZHANG Chunhui, JIANG Jie (2006)

Deformation of high-fill subgrade of airport in mountain areas
..... FENG Xing, YAO Yangping, LI Runing, ZHANG Xianmin (2013)

Gao Zhentong method in intelligentization of statistics in fatigue
..... XU Jiajin (2024)

Influence of wind deviation on rocket maximum aerodynamic load accuracy
..... CHENG Huhua, LI Juan, XIAO Yunqing, SHEN Hongbiao, ZHAO Liang (2034)

Design of four-quadrant power hardware-in-the-loop brushless DC motor emulator
..... ZHANG Lei, GUO Hong, XU Jinqun (2043)

A state of health estimation method for satellite battery based on smooth and discharge applicative
increment capacity analysis CHEN Jinglong, WANG Rixin, LI Yuqing, XU Minqiang, HUANG Wenhui (2058)

An adaptive carrier-to-noise ratio estimation method for GNSS weak signal
..... SUN Wenjie, WANG Zhaorui, JIN Shengzhen, AI Guoxiang (2068)

Threshold test study of fuze-ultrawideband high electromagnetic pulse effect
..... FU Shenghua, LOU Wenzhong, SU Zilong, ZHENG Fuquan (2075)

Judgment method of circumferential relative sliding of air film seal between shafts
..... HUANG Yuhui, SU Hua, CHENG Zhuoyi, HOU Guoqiang (2081)

A fast finite element method based on GPU to solve density field
..... LI Guoyang, YAN Hua, ZHANG Zhengyu, CHEN Qinmei, ZHU Fushun (2088)

Exact solutions of thermal flutter of two-dimensional functionally graded panel
..... DAI Lintong, XING Yufeng (2097)

Design of finite-time cooperative guidance law for hypersonic vehicles in dive phase
..... TANG Bo, XI Jianxiang, LIU Taiyang, LI Bing (2105)

Investigation on aeroacoustic of tandem double cylinders by K-FWH acoustic analogy method
..... CHEN Wu, ZHOU Yi (2118)

Damage variation of gust load spectra
..... ZHU Junxian, HE Xiaofan, LI Yuhai (2129)

Unsteady aerodynamic modeling of circulation control airfoil
..... LEI Yuchang, ZHANG Dengcheng, ZHANG Yanhua (2138)

An improved ORB feature matching algorithm
..... LIAO Hongzhen, WANG Liang, SUN Hongwei, LIU Yunqing (2149)

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0367



函数传递法求解悬链线问题

马艳红^{1,2,*}, 时成龙¹, 洪杰^{1,2}, 李超¹

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100083)

摘 要: 悬链线问题是一类经典又多变的力学问题,其曲线构形指导着桥梁等工程应用的结构设计。为了求得结构特征或载荷特征不同的悬链线的变形,提出了一种基于传递矩阵法思想的、通用性较好的求解方法。首先,提炼出悬链力学模型,将悬链顺序划分成若干简单单元,结合单元力平衡和本构-几何关系解得单元特征函数方程组,顺序嵌套单元特征函数方程组获得整体特征函数方程组;然后,使用离散 Newton 迭代法对该非线性方程组进行求解,获得悬链的受力和变形;最后,算例验证了结果与解析解的一致性。函数传递法对具有复杂结构特征和载荷特征的悬链线问题有很好的适用性,对求解其他可划分为若干首尾相接结构单元的结构系统的广义变形也适用。

关键词: 函数传递法; 传递矩阵法; 悬链线; Newton 迭代法; 广义变形

中图分类号: V239

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-1933-08

悬链线问题是比较经典的力学问题,指的是匀质索链在重力作用下自然下垂变形所呈现曲线的求解问题。由于悬链曲线构形使结构不承受弯矩只承受拉压,能有效增强其抗变形和承载能力,悬链曲线构形是悬索桥和拱桥常用的构形,该问题在桥梁工程等领域中有着广泛的应用和研究。

经典悬链曲线常采用解析方法^[1]求解,具有弹性的悬链或一般力作用下的悬链也可用解析方法描述,但总的来说解析解适用性不强,不能很好地面对结构特征沿链非均匀或载荷条件特殊的悬链,如带有负重的悬索桥。在工程中常使用数值方法来求解结构变形。其中,无论是有限元方法还是传递矩阵法,分析结构系统力学特性时总是将模型离散划分为若干简单单元,组集单元的质量、刚度矩阵及位移向量等,获得整体的变形平衡方程并进行求解。但这2种方法更适用于小变形

和线弹性假设下的问题,并不适合求解悬链线这种基于大变形、强非线性假设的问题。例如,使用杆单元^[2]或索单元^[3-4],前者面临强非线性的困难,后者则不适用于复杂载荷条件分析且不满足C1连续条件^[5]。

本文提出一种较为通用的数值方法,可以求解实际悬链结构在构形复杂或受力复杂情况下的曲线构形。基于传递矩阵法思想,构建悬链的力学模型,将悬链分为首尾相接的悬链单元,分析解得单元首尾状态参数间的函数关系方程组(以下称特征函数),将函数顺序嵌套获得系统整体的特征函数方程组。结合边界条件求解该方程组,获得模型各单元状态参数及曲线构形。利用解析方法验证该数值方法的正确性。进一步分析表明,该方法对具有复杂结构特征和载荷特征的悬链线问题有很好的适用性,同时对求解其他特征类似结构的广义变形也适用。

收稿日期: 2020-07-29; 录用日期: 2020-09-11; 网络出版时间: 2020-10-30 10:47

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201030.1042.002.html

* 通信作者: E-mail: mayanhong@buaa.edu.cn

引用格式: 马艳红, 时成龙, 洪杰, 等. 函数传递法求解悬链线问题[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1933-1940.

MA Y H, SHI C L, HONG J, et al. Solving catenary problem using function transfer method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1933-1940 (in Chinese).

1 悬链力学模型及求解方法

图1为悬链力学模型。沿悬链方向将悬链划分成特性统一的若干单元,相邻单元有共同的节点,设该结构系统沿轴向划分为 n 个单元, $n + 1$ 个节点,首尾两端为边界。其中,第 i 个单元左右2个节点的编号分别为 i 和 $i + 1$ 。

在载荷之下,悬链产生变形,节点发生位移,如图2所示,各单元在节点位置处有力和位移的相互联系,而后传载到边界上,最终达到系统内力与载荷的平衡。模型中每个单元是规范简单的,在已知一端节点广义位移和单元所受广义外力的情况下,可以求解单元的变形与另一端的广义位移。

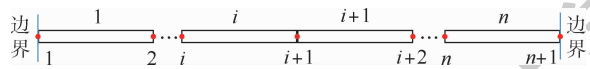


图1 悬链结构系统力学模型

Fig.1 Mechanical model of cable chain structure system

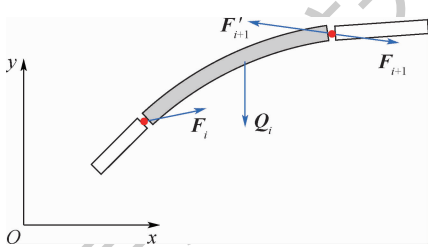


图2 单元受力分析

Fig.2 Load analysis of element

1.1 系统特征函数的建立

图2为单元受力与变形示意图。第 i 单元的左端受到来自节点的力为 F_i ,右端受到来自节点的力为 F'_{i+1} 。连接2个单元的节点的受力必是平衡的,故 F_{i+1} 与 F'_{i+1} 大小相等,方向相反。单元在特定载荷条件下受到载荷 Q_i 。设节点拥有 m 个自由度,则上述力的向量都有 m 个分量。

依据理论力学或弹性力学的方法,可以建立描述单元受力、变形和节点几何联系的方程组^[6],如下:

$$\begin{cases} y_{i+1,1} = f_{i,1}(y_{i,1}, \dots, y_{i,m}, F_{i,1}, \dots, F_{i,m}) \\ \vdots \end{cases} \quad (1a)$$

$$\begin{cases} y_{i+1,m} = f_{i,m}(y_{i,1}, \dots, y_{i,m}, F_{i,1}, \dots, F_{i,m}) \\ F_{i+1,1} = f_{i,m+1}(y_{i,1}, \dots, y_{i,m}, F_{i,1}, \dots, F_{i,m}) \\ \vdots \end{cases} \quad (1b)$$

式中: $y_{i,1}, \dots, y_{i,m}, y_{i+1,1}, \dots, y_{i+1,m}$ 分别为悬链受载后第 i 单元左右节点 m 个自由度上的位移; $F_{i,1}, \dots, F_{i,m}, F_{i+1,1}, \dots, F_{i+1,m}$ 为对应节点对应自由度上的广义力。

式(1)融合了2类方程:第1类方程为单元本构-几何方程,描述了单元在载荷之下的变形和节点间的几何联系;第2类方程为广义力的平衡方程。每个单元的平衡方程组(1)包括 m 个(节点自由度个数)力平衡方程和 m 个本构-几何方程。

令第 i 个节点的状态参数向量为 z_i ,该向量由广义位移和广义力组成,即

$$z_i = \{y_{i,1}, \dots, y_{i,m}, F_{i,1}, \dots, F_{i,m}\}^T = \{y_i^T, F_i^T\}^T \quad (2)$$

在各参数为线性关系下,可以用矩阵表达已知单元一端的状态向量 z_i 与单元另一端状态向量 z_{i+1} 间的关系,这时的方法就是传递矩阵法^[6-7],但一般情况下应为复杂函数关系,也即式(1)。简写式(1),得到

$$z_{i+1} = CF_i(z_i) \quad (3)$$

式中: CF_i 为单元特征函数组。

这一过程是具体结构在具体载荷下发生特定变形的体现,取决于所研究的串列结构系统的变形特性。式(3)约束了每个单元的左右端受力和变形状态,又因为悬链系统是串联排布首尾相接的,所以系统首尾节点的状态参数也存在约束关系,这种关系是整个系统特性受载和变形的体现。式(4)所示为系统首尾状态向量间的联系:

$$z_n = CF_n(z_{n-1}) = CF_n \cdot CF_{n-1}(z_{n-2}) = CF_n \cdot CF_{n-1} \cdot \dots \cdot CF_1 z_1 \Rightarrow z_n = CF(z_1) \quad (4)$$

CF 为整体特征函数组。式(4)为具有 $4m$ 个变量、 $2m$ 个方程组成的方程组,该方程组就是悬链系统整体特征函数方程组。只需要根据边界条件,找到 $2m$ 个边界条件,方程的解便是系统首尾两端未知的状态参数。

1.2 边界条件确定

从弹性力学的角度理解,结构系统的边界条件决定微分方程在积分求解时的积分常数,进而影响整体的变形效果。这里边界条件设置与传递矩阵法^[8]中的基本一致。

常见的边界条件主要有简支、自由、弹性支承等,其状态参数如表1所示。表中: y_x 为节点未知挠度, θ_x 为节点未知挠角, F_x 为节点未知剪力, K_{spring} 为弹性支承刚度。实际问题中,悬链的边界

表1 常见边界条件参数

Table 1 Common boundary condition parameters

| 边界条件 | 挠度 | 挠角 | 弯矩 | 剪力 |
|------|-------|------------|----|------------------|
| 简支 | 0 | θ_x | 0 | F_x |
| 自由 | y_x | θ_x | 0 | 0 |
| 弹性支承 | y_x | θ_x | 0 | $K_{spring} y_x$ |

条件一般是简支,但理论上允许其他边界条件,并不局限于表 1 所述的几种情况,应根据具体问题来分析获得。一般来说,边界节点的 $2m$ 个状态参数中,一半参数是独立的,另一半为 0 或者可以用已知独立的参数来表示。

1.3 方程组求解

方程组(4)一般是非线性的。求解非线性方程组的数值方法在数学上是比较完备的,如迭代法、同伦法^[9]、人工智能法等^[10],其中后 2 种属于大范围收敛法。大范围收敛法对初值的选取几乎没有特别的要求,常可以求解方程全部的解。但是由于悬链线构形往往可以根据经验获得,这里选择较为实用的、以 Newton 迭代法为基础派生的离散 Newton 迭代法进行求解^[11],该方法的收敛速度较快,一般是超线性收敛^[10]。

令方程组(4)中的 $2m$ 个未知状态参数向量

$$J(\mathbf{z}_x^{(k)}, \mathbf{h}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{g_1(\mathbf{z}_x^{(k)} + h_1^{(k)} \mathbf{e}_1) - g_1(\mathbf{z}_x^{(k)})}{h_1^{(k)}} & \dots & \frac{g_1(\mathbf{z}_x^{(k)} + h_{2m}^{(k)} \mathbf{e}_{2m}) - g_1(\mathbf{z}_x^{(k)})}{h_{2m}^{(k)}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{g_{2m}(\mathbf{z}_x^{(k)} + h_1^{(k)} \mathbf{e}_1) - g_{2m}(\mathbf{z}_x^{(k)})}{h_1^{(k)}} & \dots & \frac{g_{2m}(\mathbf{z}_x^{(k)} + h_{2m}^{(k)} \mathbf{e}_{2m}) - g_{2m}(\mathbf{z}_x^{(k)})}{h_{2m}^{(k)}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{h}^{(k)} = c \|G(\mathbf{z}_x^{(k)})\|$, c 为绝对值较小的非零常数,能使差商更接近导数; \mathbf{e}_j 为第 j 个 $2m$ 维基本单位向量。

最终,系统变形求解的迭代公式为

$$\mathbf{z}_x^{(k+1)} = \mathbf{z}_x^{(k)} - J(\mathbf{z}_x^{(k)}, \mathbf{h}^{(k)})^{-1} G(\mathbf{z}_x^{(k)}) \quad (8)$$

$k = 0, 1, 2, \dots$

在经验解或预测解附近选取初始解 $\mathbf{z}_x^{(0)}$,而后迭代计算式(8),可快速获得满足误差要求的精确解 \mathbf{z}_x^* 。

对于某些线性变形求解问题,实际上只需要一步迭代就能解得变形结果,因为此时差商等于导数,所以一阶 Taylor 公式是严格成立的。

在获得系统左端状态向量 \mathbf{z}_1 后,利用式(3),可以顺序求解每个节点的状态向量,进而可得每个单元与整个系统的变形和受力。

1.4 悬链线问题求解流程

根据上述数学求解方法,建立使用特征函数传递法求解悬链线构形的流程,如图 3 所示。该求解过程主要分为 5 部分:

- 1) 设置结构特征参数与其他参数,并推导获得单元特征函数。
- 2) 顺序传递单元特征函数,获得整体特征函数方程组。

为 \mathbf{z}_x ,改写该方程的形式为

$$G(\mathbf{z}_x) = 0 \quad (5)$$

设 \mathbf{z}_x^* 为方程组精确解, $\mathbf{z}_x^{(k)}$ 为第 k 个近似解。

由一阶 Taylor 公式,可得

$$g_i(\mathbf{z}_x) \approx g_i(\mathbf{z}_x^{(k)}) + \sum_{j=1}^{2m} \frac{\partial g_i(\mathbf{z}_x^{(k)})}{\partial z_{x,j}} (z_{x,j} - z_{x,j}^{(k)}) = 0$$

$i = 1, 2, \dots, 2m$

现用线性方程组

$$G'(\mathbf{z}_x^{(k)})(\mathbf{z}_x - \mathbf{z}_x^{(k)}) = -G(\mathbf{z}_x^{(k)}) \quad (6)$$

$i = 1, 2, \dots, 2m$

近似代替非线性方程组(4)。但由于非线性函数组偏导数的计算比较复杂, $G'(\mathbf{z}_x^{(k)})$ 难以获取,故以差商 $J(\mathbf{z}_x^{(k)}, \mathbf{h}^{(k)})$ 代替偏导数。令

$$\mathbf{h}^{(k)} = (h_1^{(k)} \quad h_2^{(k)} \quad \dots \quad h_{2m}^{(k)})^T \quad h_j^{(k)} \neq 0$$

$j = 1, 2, \dots, 2m$

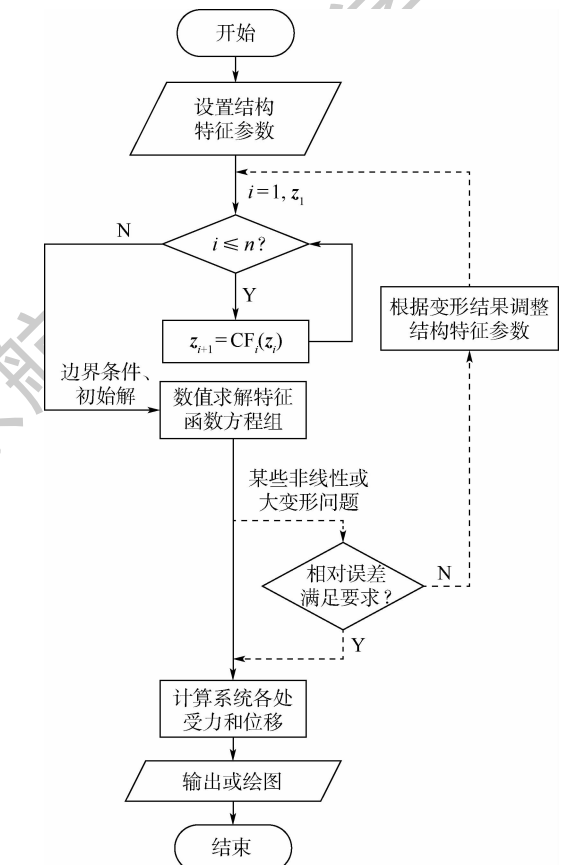


图 3 结构变形求解流程

Fig. 3 Flowchart for solving structure deformation

- 3) 代入边界条件和初始解,使用数值方法求解非线性方程组,获得首尾节点状态参数。
- 4) 对于某些非线性或大变形问题,变形结果会一定程度改变系统结构特征或载荷特征,故需要根据初算结果对模型作变形修正,迭代收敛后方可获得最终变形。
- 5) 计算系统各节点受力和位移,输出或绘图。

2 方法验证

使用经典悬链线解析方法对函数传递法及其求解流程进行验证。

经典悬链线具有以下3个假设特征:①悬链是理想柔性的,不能承受弯矩,只能承受沿索链的拉力;②索链的密度等特征参数沿链均匀;③索链在重力作用下自然变形,受力前后长度不变、截面特征不变。

2.1 经典悬链线特征函数

将悬链分为 n 个单元,第 i 个单元的长度和质量分别为 l_i 和 m_i ,视单元为刚体杆件,单元质量集中在单元中间。单元间的连接方式视为铰接,只传递力而不传递力矩。单元受力如图4所示。

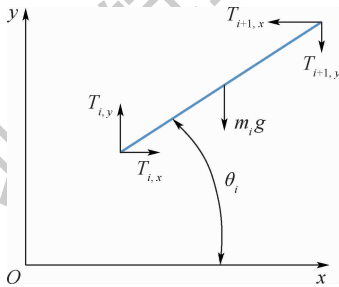


图4 刚体杆件单元受力分析

Fig. 4 Load analysis of rigid rod element

每个单元均视为刚体杆件,整个单元各处挠角相同,节点施加到杆件上的弯矩为0。这些可作为简化方程的依据。但应注意,每个节点两侧单元的挠角一般不相同。

单元节点具有3个自由度,列出力平衡和几何关系方程组(9),该方程组由6个方程组成。

$$\begin{cases}
 T_{i+1,x} = T_{i,x} & \text{力平衡} \\
 T_{i+1,y} + m_i g = T_{i,y} & \text{力平衡} \\
 m_i g \frac{l_i}{2} \cos \theta_i + T_{i,x} l_i \sin \theta_i = T_{i,y} l_i \cos \theta_i & \text{力矩平衡} \\
 x_{i+1} = x_i + l_i \cos \theta_i & \text{几何关系} \\
 y_{i+1} = y_i + l_i \sin \theta_i & \text{几何关系} \\
 \theta_i = \theta_i & \text{几何关系}
 \end{cases} \quad (9)$$

式中: g 为重力加速度。

对方程组(9)进行变化,消去 θ_i ,方程组由6项变4项,将 $i+1$ 项全部放到等号左侧, i 项全部放到等号右侧,为

$$\begin{cases}
 x_{i+1} = x_i + l_i \cos \left(\arctan \left(\frac{F_{i,y} - \frac{m_i g}{2}}{F_{i,x}} \right) \right) \\
 y_{i+1} = y_i + l_i \sin \left(\arctan \left(\frac{F_{i,y} - \frac{m_i g}{2}}{F_{i,x}} \right) \right) \\
 T_{i+1,x} = T_{i,x} \\
 T_{i+1,y} = T_{i,y} - m_i g
 \end{cases} \quad (10)$$

即 $z_{i+1} = CF_i(z_i)$

上式为经典索链单元特征函数组。

由式(4)可进一步得到系统特征函数组。

2.2 结果验证

令悬链线两端支承等高,索链边界条件为简支,故位移参数 $x_1, x_{n+1}, y_1, y_{n+1}$ 为已知条件,力参数 $T_{1,x}, T_{n+1,x}, T_{1,y}, T_{n+1,y}$ 为未知条件。索链参数如表2所示,重力加速度 g 取 9.8 m/s^2 。

将悬链划分为首尾相接的20个单元,各单元尺寸一致。按图3所示流程编程计算得到悬链数值解,并与解析解^[1]做对照,如图5所示,关键数据结果如表3所示。

表2 悬链算例参数

Table 2 Example parameters of catenary

| 参数 | 数值 |
|---|----------------------|
| 跨度 L_{span}/m | 1.5 |
| 索链总长 L_{line}/m | 2.0 |
| 横截面圆半径 R_{line}/m | 1.0×10^{-3} |
| 材料密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ | 7 800 |

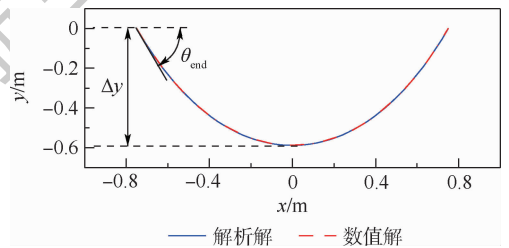


图5 悬链线解析解与数值解曲线

Fig. 5 Analysis and numerical solution curves of catenary

表3 悬链算例结果

Table 3 Example results of catenary

| 解析/数值解 | 高低差 | 索端水平拉力 | 索端角 |
|--------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| | $\Delta y/\text{m}$ | $F_{x-\text{end}}/\text{N}$ | $\theta_{\text{end}}/(\text{^\circ})$ |
| 解析解 | 0.588 6 | 0.0137 8 | 60.96 |
| 数值解 | 0.589 5 | 0.0135 9 | 59.72 |
| 相对误差/% | 0.15 | -1.4 | -2.0 |

2 种方法的曲线结果几乎重叠。高低差的数值解相较解析解误差仅约 0.15%,索端水平拉力的误差约为 -1.4%,索端角略微大一点,达到 -2.0%。索端角误差略大实际上是悬链划分单元太粗糙导致的,因为这时的数值索端角为解析悬链线的割线角而非切线角。

结果的一致性表明了特征函数传递方法的正确性。

实际上,该算例整体特征函数方程组可以获得 2 组解,如图 6 所示,分为受拉解和受压解。受拉解正是图 5 所示结果,该结果每个结构单元两端受拉力而平衡,受压解则是每个单元两端受压力而平衡的结果,此时悬链线的最高点在跨中位置。显然,实际索链并不存在受压平衡这种不稳定的结果,然而拱桥往往是这种受压构形。

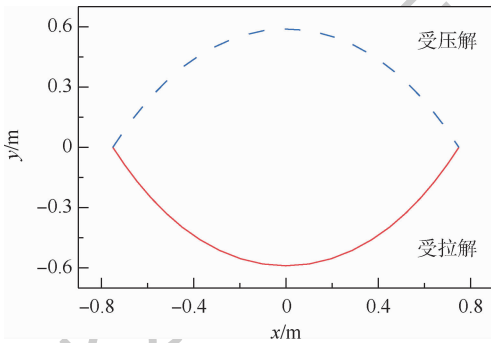


图 6 两组悬链线解

Fig. 6 Two groups of catenary solutions

3 悬链线特性分析

基于数值方法的正确性,可以进一步做悬链线构形参数变化对力学特性影响的探讨。

图 7 和图 8 为两端支点等高情况下,不同跨度 L_{span} 与长度 L_{line} 比值(以下简称跨长比)的悬链线的曲线造型及索端角 θ_{end} 和跨度与最大横向挠度比值(简称跨横比)的变化曲线。

由图 7 和图 8 可知,当跨长比从 0 逐渐增加

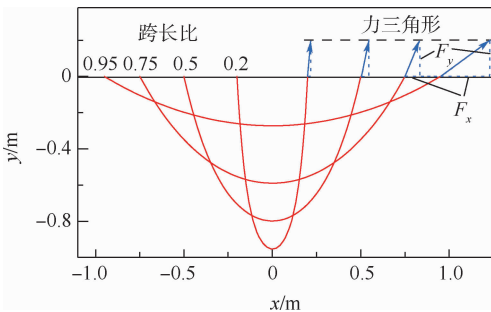


图 7 不同跨长比的悬链线

Fig. 7 Catenary with different span/length ratios

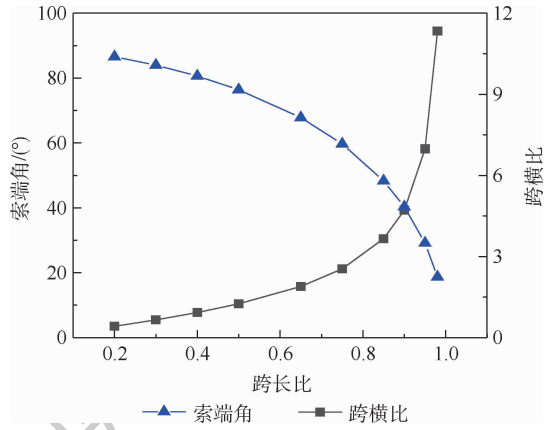


图 8 悬链线构形参数间的变化关系

Fig. 8 Relationship between configuration parameters of catenary

到 1 的过程中,索端角由 90° 渐变为 0° ,最大横向挠度趋小,跨横比趋大。由于索链支点竖直方向的力 $F_y = mg/2$ 保持不变,水平力为 $F_x = F_y \cot \theta_{end}$,跨长比接近 1 而索端角趋于 0° 时水平力 F_x 急剧增大,图 7 中力三角形的底边随索端角变小而急剧变长说明了这一点。用公式表达即为

$$\theta_{end} \rightarrow 0 \Rightarrow F_x \rightarrow \infty$$

因此理论上说,很难用力把悬链完全水平拉直,索端角只能趋近于 0 而不能为 0。

4 方法适用性的进一步探讨

函数传递法不单适用于复杂条件悬链线问题,还可延伸到更多问题中去。此外,若在某种情况下, $z_{i+1} = CF_i(z_i)$ 可以用线性代数方程组来表达,则方法就演变成经典的传递矩阵法^[12-14]。

4.1 关于悬链线问题的延伸

实际上,函数传递法相较于解析法更具实用性。原因在于:该方法可以方便调整参数以适应更复杂的结构和载荷,如悬链质量分布不均匀且具有拉伸性,或某节点具有集中力、载荷与挠度有关联性的情况。以下简述上述多种情况的解决方法:

1) 若索链质量或其他结构特征沿链不均匀,只需修改各单元初始特征参数 l_i 和 m_i 即可;若索链受到外力,可将之等效为附加质量,即 $m = F/g$,加到相应单元即可。

图 9 为悬链某处附加重物前后曲线造型对比。附加重物后的位置曲线曲率更大,水平位置更低。

2) 如果各索链单元具有可拉伸性(更具实际意义),设各单元轴向拉伸刚度 K_i ,则在纯刚性悬链单元的受力基础上,算出各单元的拉伸

变形量而得到各自新的长度,返回修改初始单元长度,迭代求解,直至收敛即可。给出各单元拉长量为

$$\Delta l_i = [-F_{i,x} \cos \theta_i - (F_{i,y} - m_i g / 2) \sin \theta_i] / K_i \quad (11)$$

图10为不可伸长的经典悬链线与带弹性悬链线对比,后者水平位置更低。

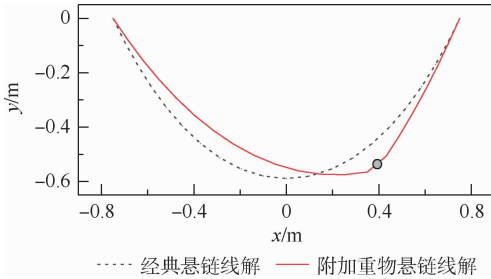


图9 经典悬链线解与附加重物悬链线解

Fig.9 Classical catenary solution and catenary with additional weight

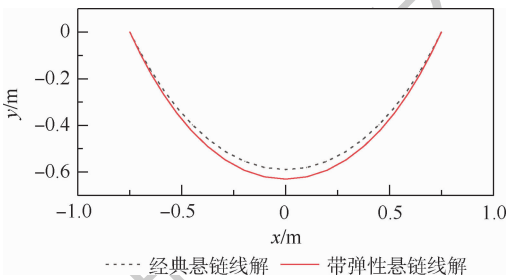


图10 经典悬链线解与带弹性悬链线解

Fig.10 Classical catenary solution and catenary with elasticity

3) 当载荷与悬索变形结果有关联性时,将质量力 $m_i g$ 写成挠度的函数,而后再次解得单元特征函数即可。

例如,质量力与单元跨度成正比的情况(主要对应悬索桥^[15]),改式(9)中重力项 $m_i g$ 为 $\rho(x_{i+1} - x_i)$ 即可,再解方程得到单元特征函数组;若质量力与挠度成正比的情况(对应离心力下跳绳的曲线问题^[16-17]),需替换式(9)中重力项 $m_i g$ 为离心力项 $-m_i \Omega^2 (y_{i+1} + y_i) / 2$ (Ω 为跳绳进动角速度)。

另外一种处理载荷与变形结果存在关联性情况的手段是迭代。可先将问题视为经典悬链线条件进行初算,而后根据该初算变形结果计算载荷,求得等效质量,返回修改初始参数 m_i ,迭代计算,直至收敛。图11和图12分别绘出了悬索桥曲线和跳绳曲线。由于这2种情况悬链跨中附近单位索长载荷集度较两端更大,跨中附近水平位置较经典悬链线解更低,曲线曲率更大。

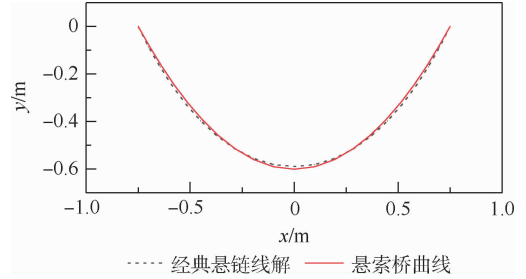


图11 经典悬链线与悬索桥曲线

Fig.11 Classical catenary and suspension bridge curve

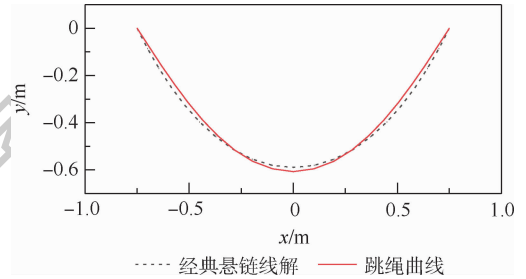


图12 经典悬链线与跳绳曲线

Fig.12 Classical catenary and rope skipping curve

4.2 方法与应用对象的演变和延伸

理论上说,本文所述的特征函数传递法对求解具有以下特征的结构广义变形皆适用:结构单元首尾相接,结构各处状态参数存在可描述的力学或数学联系。例如,梁结构的变形便可使用该方法来求解:①在悬链线问题的基础上,在结构单元节点处加入扭簧^[18],注意此时结构单元仍旧是刚性的;②引入材料力学的梁单元,在小变形和线弹性的条件下,单元两端的结构特征参数(挠度、挠角、剪力、弯矩)具有线性关系,节点两侧的挠角是相等的,用矩阵表达式(3)为^[8]

$$\begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ F_\tau \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & l_i & \frac{l_i^2}{2E_i I_i} & \frac{l_i^3}{6E_i I_i} \\ 0 & 1 & \frac{l_i}{E_i I_i} & \frac{l_i^2}{2E_i I_i} \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ F_\tau \end{Bmatrix}_i \quad (12)$$

式中: M 为弯矩; F_τ 为剪力; l_i 为梁单元长度; E_i 为材料弹性模量; I_i 为梁截面惯性矩。

进而式(4)可用线性代数方程组来表达。求解该线性代数方程组是较为简单的,但这种线性表达只适用少数情况。

当式(3)可以用线性代数方程组表达时,函数传递法就演变成了传递矩阵法。函数传递法正是基于传递矩阵法思想提出的,相较传递矩阵法更为普适,它所描述的结构的状态参数间关系不限于线性关系。但这也决定了函数形式的复杂性,整体特征函数方程组用函数嵌套的形式来表

达而非矩阵相乘,方程的求解略显繁琐。

5 结 论

1) 提炼了悬链的力学模型,并给出单元特征函数及整体特征函数的建立方法,使用离散 Newton 迭代法对非线性整体特征函数方程组进行求解,进而获得索链受力和各处位移。经算例验证,该方法能够正确地求解悬链线问题。

2) 经典悬链线问题里,当跨长比趋向于 1 时,索端角趋于 0,索端水平力趋于极大。

3) 函数传递法对复杂结构特征复杂载荷的悬链线问题具有很好的适用性,同时该方法对求解其他特征类似的结构广义变形的演变。

参考文献 (References)

- [1] ROUTH E J. A treatise on analytical statics: With numerous examples [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- [2] 周强,杨文兵,杨新华. 斜拉桥索力调整在 ANSYS 中的实现 [J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2005, 22(增刊): 81-83.
ZHOU Q, YANG W B, YANG X H. Simulation of tensing stayed cables in ANSYS [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Urban Science Edition), 2005, 22(Supplement): 81-83 (in Chinese).
- [3] THAI H T, KIM S E. Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2011, 47(3): 237-246.
- [4] JAYARAMAN H B, KNUDSON W C. A curved element for the analysis of cable structures [J]. Computers and Structures, 1981, 14(3-4): 325-333.
- [5] 郑平芳. 有限元中索单元的研究及应用进展 [J]. 山西建筑, 2011, 37(28): 42-43.
ZHENG P F. Research on cable element in finite element and its application progress [J]. Shanxi Architecture, 2011, 37(28): 42-43 (in Chinese).
- [6] PESTEL E, LECKIE F. Matrix methods in elastomechanics [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1963.
- [7] RUBIN S. Transmission matrices for vibration and their relation to admittance and impedance [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1964, 86(1): 9-21.
- [8] 顾家柳,丁奎元,刘启洲,等. 转子动力学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.
GU J L, DING K Y, LIU Q Z, et al. Rotordynamics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1985 (in Chinese).
- [9] 夏林林,吴开腾. 大范围求解非线性方程组的指数同伦法 [J]. 计算数学, 2014, 36(2): 215-224.
XIA L L, WU K T. An exponential homotopy method for nonlinear equations in large scope [J]. Mathematica Numerica Sinica, 2014, 36(2): 215-224 (in Chinese).
- [10] 夏林林,户晗蕾,吴开腾. 非线性方程组数值方法的研究进展 [J]. 内江师范学院学报, 2013, 28(10): 12-17.
XIA L L, HU H L, WU K T. Progress in the research of nonlinear equations via numerical methods [J]. Journal of Neijiang Normal University, 2013, 28(10): 12-17 (in Chinese).
- [11] 颜庆津. 数值分析 [M]. 3 版. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006.
YAN Q J. Numerical analysis [M]. 3rd ed. Beijing: Beihang University Press, 2006 (in Chinese).
- [12] TAIPING H. The transfer matrix impedance coupling method for the eigensolutions of multi-spool rotor systems [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1988, 110(4): 468-472.
- [13] LEE J W, LEE J Y. An exact transfer matrix expression for bending vibration analysis of a rotating tapered beam [J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 53: 167-188.
- [14] ROSEN A, GUR O. A transfer matrix model of large deformations of curved rods [J]. Computers and Structures, 2018, 87(7-8): 467-484.
- [15] 王建国,逢焕平,李雪峰. 悬索桥线形分析的悬链线单元法 [J]. 应用力学学报, 2008, 25(4): 627-631.
WANG J G, PANG H P, LI X F. Catenary cable element method for cable curve or suspension bridges [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(4): 627-631 (in Chinese).
- [16] 何竟飞. 跳绳曲线的数值解及误差估计的间接判定法 [J]. 中南工业大学学报, 1995, 26(4): 532-535.
HE J F. The numerical solution of rope skipping curve and the indirect evaluation of its error [J]. Journal of Central South University of Technology, 1995, 26(4): 532-535 (in Chinese).
- [17] 王庸禄. 对跳绳式捻股成绳机转子弓外形设计及钢丝(股)张力控制的探讨 [J]. 金属制品, 1985(6): 8-17.
WANG Y L. Discussion on shape design of rotor bow and tension control of steel wire (strand) of rope skipping stranding machine [J]. Metal Products, 1985(6): 8-17 (in Chinese).
- [18] 罗雯瑛. 有限到无限: 基于离散静力平衡推导悬链线方程和梁位移方程 [J]. 力学与实践, 2020, 42(1): 85-91.
LUO W Y. From finiteness to infinity: Deriving the catenary equation and the beam displacement equation based on the discrete static equilibrium model [J]. Mechanics in Engineering, 2020, 42(1): 85-91 (in Chinese).

Solving catenary problem using function transfer method

MA Yanhong^{1,2,*}, SHI Chenglong¹, HONG Jie^{1,2}, LI Chao¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China;

2. Collaborative Innovation Center of Advanced Aero-Engine, Beijing 100083, China)

Abstract: Catenary problem is a kind of classical and changeable mechanical problem, whose curve configuration guides the structural design of engineering applications such as bridge. In order to obtain the deformation of catenary with different structural or load characteristics, a general method based on transfer matrix method is proposed. The catenary mechanics model is extracted, and the catenary is divided sequentially into several simple elements. The characteristic function group of element state parameters is obtained by combining element force balance and constitutive-geometry relationship. The whole characteristic function group is obtained by nesting element characteristic function group sequentially. Then the discrete Newton iterative method is used to solve the equations of nonlinear whole characteristic function group, and finally the forces and deformation of catenary are obtained. An example showed that the results were consistent with the analytical solution. The function transfer method is applicable to the catenary problems with complex structural characteristics and load characteristics, and also applicable to solving the generalized deformation of other structural systems which can be divided into several head-to-tail structural elements.

Keywords: function transfer method; transfer matrix method; catenary; Newton iterative method; generalized deformation

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0357

基于 TechDemoSat-1 卫星的 GPS 反射 信号海面高度反演



张云¹, 马德皓¹, 孟婉婷², 郑俏¹, 杨树瑚^{1,*}

(1. 上海海洋大学 信息学院, 上海 201306; 2. 上海航天电子技术研究所, 上海 201109)

摘 要: 针对星载 GPS 反射信号(GPS-R)海面测高的误差问题,基于星载 GPS-R 实测数据进行星载海面测高模型和误差修正模型的研究,并验证其有效性。利用 TechDemoSat-1 (TDS-1)数据,使用时延多普勒图(DDM)海面高度反演技术,着重分析了星载 GPS-R 海面高度反演中的各类误差,并建立了相应的误差模型。对星载 GPS-R 海面高度反演模型进行优化,采用 DTU15 全球平均海面模型、DTU 全球海潮模型验证反演精度。结果证明:优化后反演模型得到的全球海面高度反演结果的平均绝对误差(MAD)为 6.05 m,精度提高了约 29%,有效提高了海面高度反演的精度。研究成果对于推广星载 GNSS 反射信号(GNSS-R)的海面测高应用具有一定的意义。

关键词: GNSS 反射信号(GNSS-R); 星载; 海面高度反演; 精度分析; TechDemoSat-1 (TDS-1)

中图分类号: P228.4

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-1941-08

海面高度(Sea Surface Height, SSH)是海洋科学研究中的重要一环^[1]。GNSS 反射信号(GNSS-R)是当前海面高度测量中发展较快的遥感技术,该技术在 1993 年由 Martin-Neira^[2]首次提出,并迅速成为国内外的研究热点。GNSS-R 技术通过接收到的左右旋反射信号之间的差异或反射信号与直射信号之间的差异进行反射面物理量的反演,相对于传统的遥感技术有多方面的优点,如可实现低成本实时监测、拥有大量信号源、不受天气影响^[3-4]。

相对于岸基 GNSS-R^[5-6]与机载 GNSS-R 海面高度反演,星载 GNSS-R 海面高度反演技术的探测范围更广,可以实现全球范围监测。目前,世界上已经发射了多颗星载 GNSS-R 接收卫星,如 DMC (Disaster Monitoring Consortium)联盟的 UK-DMC

和 UK-DMC2 卫星、英国萨里卫星技术有限公司的 TDS-1 (TechDemoSat-1)卫星、美国国家航空航天局(NASA)的旋风全球导航卫星系统(CYGNSS)。2019年6月5日,中国自主研发自研的 GNSS-R 接收卫星——捕风一号 A/B 卫星发射成功,国内对星载 GNSS-R 的研究利用开始了新时代。

目前,利用星载 GNSS-R 技术进行海洋监测方面的研究主要集中在海面测风等领域,海面高度反演领域的研究较少。2015年,刘凤玲等^[7]使用 UK-DMC 数据对星载 GNSS-R 海洋探测可行性进行了分析;2016年,Clarizia 等^[8]使用 TDS-1 数据,对星载 GNSS-R 海面高度反演进行了初步研究,以 DTU10 (Danmarks Tekniske Universitet 10)平均海平面模型为验证模型,分别在北太平洋和南大西洋进行了验证;2018年, Mashburn 等^[9]使

收稿日期: 2020-07-24; 录用日期: 2020-10-16; 网络出版时间: 2020-10-23 14:22

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201023.1226.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(41376178, 41401489)

*通信作者. E-mail: shyang@shou.edu.cn

引用格式: 张云, 马德皓, 孟婉婷, 等. 基于 TechDemoSat-1 卫星的 GPS 反射信号海面高度反演[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1941-1948. ZHANG Y, MA D H, MENG W T, et al. Sea surface height inversion of GPS reflected signal based on TechDemoSat-1 satellite [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1941-1948 (in Chinese).

用 TDS-1 数据,对星载 GNSS-R 海面高度反演进行分析,使用 DTU10 平均海平面模型与电离层模型、对流层模型等建立 HiFi 模型作为验证模型,在全球范围内对高度反演结果进行了验证;2019 年,李伟强等^[10]通过使用 CYGNSS 数据,分别采用重跟踪峰值功率的百分比点 (HALF)、重跟踪波形一阶导数最大的点 (DER)、重跟踪实测波形与仿真波形拟合误差最小点 (FIT) 等方法,对星载 GNSS-R 海面高度反演进行了分析;同年,万玮等^[11]使用 TDS-1 数据,对全球湖泊水位进行反演,并与采用 CryoSat-2 卫星、Jason 卫星、Envisat 卫星数据反演的结果进行对比,发现 TDS-1 卫星对湖面的反演结果与其他反演数据有良好的一致性,但存在较大误差。这些研究主要集中在讨论了星载 GNSS-R 海面和湖面高度反演的可行性,对于星载海面高度反演模型中的误差分析较少。

本文致力于研究高精度星载 GNSS-R 海面高度测量。由于 TDS-1 卫星公开数据中仅提供了 GPS 反射信号 (GPS-R) 数据,本文通过使用 TDS-1 数据,在机载 GPS-R 海面高度反演模型的基础上^[12],着重分析了星载 GPS-R 海面高度反演中出现的各类误差,并建立相应的误差模型,将误差模型应用于星载 GPS-R 海面高度反演模型中,同时采用 DTU15 (Danmarks Tekniske Universitet 15) 全球平均海面模型与 DTU 全球海潮模型建立 DTU 验证模型,验证星载 GPS-R 海面高度反演模型的精度。本文对连续 20 d 的数据进行分析,将反演结果与 DTU 验证模型对比,验证了本文使用的星载 GPS-R 海面高度反演的误差模型能够有效提高反演模型的精度。

1 TDS-1 数据

本文使用的数据是由 TDS-1 卫星采集的 GPS-R 数据中的 L1B 数据,来源于 MERRByS 网站 (www.merrbys.co.uk)。

TDS-1 卫星是由英国萨里卫星技术有限公司于 2014 年 7 月 8 日成功发射入轨的一颗用于提供在轨技术验证服务的卫星,该卫星在高度为 635 km 的太阳同步轨道上。TDS-1 卫星上的 GPS-R 接收机执行实时导航,搭载包括 SGR-ReSI 在内的 8 个试验载荷,通过地面站控制各个载荷以 8 d 为一个工作周期轮流工作。2018 年之前,SGR-ReSI 在每个工作周期内工作 1~2 d,在 2018 年 2 月至 12 月期间,SGR-ReSI 更改为全天模式运行。SGR-ReSI 可同时跟踪、记录和处理 4 路 GPS L1、L2C 及其他导航卫星的地表反射信号,并产生

1 s 非相干累加的时延多普勒图 (Delay-Doppler Map, DDM) 数据^[13]。表 1 为 TDS-1 卫星的参数。

表 1 TDS-1 卫星参数

Table 1 Parameters of satellite TDS-1

| 参数 | 数值 |
|----------|-------------------|
| 天线极化 | 天顶天线 (L1/L2)、天底天线 |
| 采样率/MHz | 16.367 |
| 轨道高度/km | 635 |
| 轨道倾角/(°) | 98.4 |

TDS-1 卫星提供的 L1B 数据格式为 NetCDF 格式。在 TDS-1 卫星的全天候采集下,每天的数据以 6 h 为间隔被分为 H00、H06、H12 和 H18 四组存放,每组数据中均提供了 DDM、Metadata 等文件。

本文使用了 TDS-1 卫星提供的 2018 年 4 月 10 日至 2018 年 4 月 30 日连续 20 d 的 L1B 数据中的 DDMs.nc 与 Metadata.nc 文件。其中,DDMs.nc 文件中保存了所采集到的 DDM 数据,Metadata.nc 文件存放了与 DDM 数据对应的各项参数。本文使用了 TDS-1 卫星的轨道参数、信号采集时间和地点、接收天线温度等数据。

2 星载 GPS-R 海面高度反演

2.1 星载 GPS-R 海面高度反演的几何原理

本文海面高度测量的几何原理如图 1 所示,参考椭球采用 WGS84 椭球体。

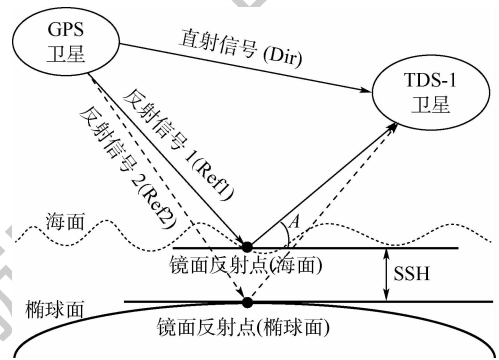


图 1 星载 GPS-R 海面高度反演几何原理

Fig. 1 Geometric principles of satellite-borne GPS-R sea surface height inversion

GPS 卫星与 TDS-1 卫星之间的直射延迟为 Dir,在海面上的反射信号延迟为 Ref1,在椭球面上的反射信号延迟为 Ref2^[14],可得

$$\text{Delay} = [(Ref2 - Dir) - (Ref1 - Dir)]c = (Ref2 - Ref1)c \quad (1)$$

式中:Delay 为 GPS 卫星与 TDS-1 卫星在海面与椭球面的延迟距离差;c 为光速。

继而可得出初步反演的海面高度为

$$\text{SSH} = \frac{\text{Delay}}{2\sin A} \quad (2)$$

式中: A 为反射仰角。

式(2)成立需要有以下假设:

1) GPS 卫星与接收机卫星距离海面足够远,因此海面与椭球面间的反射仰角差异可忽略不计。

2) 海面的反射点为平面^[9]。

基于以上假设,利用图 1 几何关系与式(1)、式(2),可进行 GPS-R 海面高度测量。

2.2 星载 GPS-R 海面高度反演的误差分析

2.2.1 星载 GPS-R 海面高度反演的误差

星载 GPS-R 信号在传播过程中,会出现各种导致信号传播误差的因素。这些因素若不进行分析与修正,则会导致星载 GPS-R 海面高度反演的精度下降,因此需要进行误差分析以提高反演精度。

导致误差出现的因素主要有电离层、对流层、天基线姿态误差、GPS 卫星轨道误差、TDS-1 卫星轨道误差和反射信号延迟误差等。图 2 为影响 GPS-R 信号的主要误差示意。

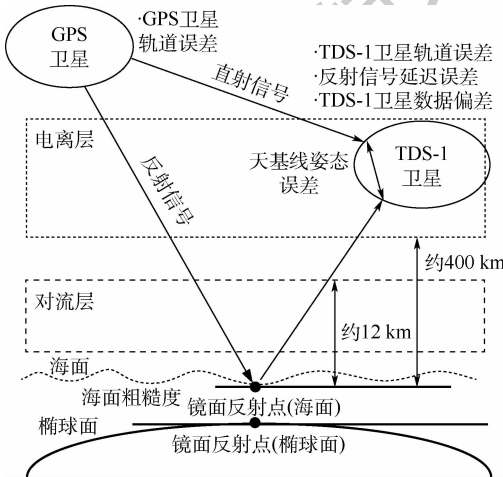


图 2 影响 GPS-R 信号的主要误差

Fig. 2 Main errors affecting GPS-R signal

2.2.2 星载 GPS-R 海面高度反演的误差解析

1) 电离层延迟距离误差与对流层延迟距离误差

本文对电离层延迟距离误差 ($\text{Delay}_{\text{ion}}$) 的修正使用的是国际参考电离层模型 (IRI2016)^[15]; 对流层延迟距离误差 ($\text{Delay}_{\text{tro}}$) 进行修正^[16]:

$$\text{Delay}_{\text{tro}} = \frac{4.6}{\sin A} (1 - e^{-\frac{H_r}{621}}) \quad (3)$$

式中: H_r 为 TDS-1 卫星在垂直方向与镜面反射点的高度差。

2) 轨道误差与天基线姿态误差

在 GPS 卫星轨道数据的使用中,本文参考了 IGS(International GNSS Service) 提供的 SP3 精密星历数据,用以精确定位 GPS 轨道^[17]; 并通过 TDS-1

卫星提供的轨道数据,校正了 TDS-1 卫星轨道误差 ($\text{Delay}_{\text{tds-track}}$) 和天基线姿态误差 ($\text{Delay}_{\text{Antenna}}$)。

3) 反射信号延迟误差

构造图 1 所示的反射信号几何模型,模拟了静态反射状态,在实际反射过程中, GPS 卫星和 TDS-1 卫星的运动会造成反射信号延迟。在岸基测高中,由于接收机是固定位置及反射延迟距离差 (Delay) 较短,会忽略该延迟; 而 TDS-1 卫星运动及卫星位置离镜面反射点的距离较远 (约 800 km), 需要建立相关的位置模型消除该误差。

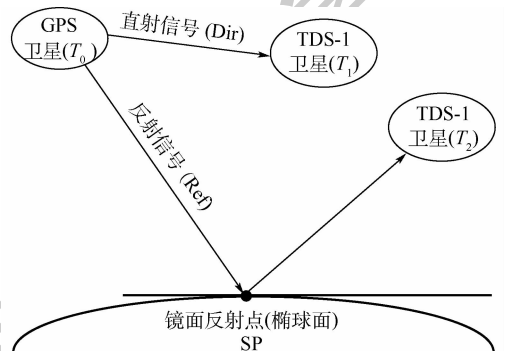
由于确定信号发出的时间比确定信号接收的时间要复杂,且在信号传输过程中信号路径会发生偏移,本文在研究中使用图 3(a) 所示的几何模型^[18]。

图 3(a) 中的几何模型假定直射信号与反射信号同时发出,接收机在 T_1 时刻接收到直射信号,且在 T_2 时刻接收到反射信号。因此,实际反射信号与直射信号的延迟距离差 $\text{Delay}_{\text{corr}}$ 为

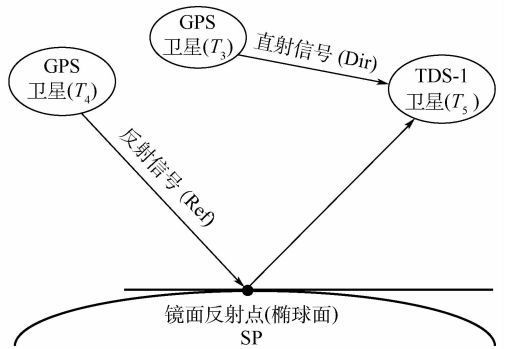
$$\text{Delay}_{\text{corr}} = \|\text{GPS}_{xyz}^{T_0} - \text{SP}_{xyz}\| + \|\text{TDS}_{xyz}^{T_2} - \text{SP}_{xyz}\| - \|\text{GPS}_{xyz}^{T_0} - \text{TDS}_{xyz}^{T_1}\| \quad (4)$$

结合 TDS-1 数据中提供的接收机速度,计算得到接收机在 T_2 时刻的位置 $\text{TDS}_{xyz}^{T_2}$ 为

$$\text{TDS}_{xyz}^{T_2} = \text{TDS}_{xyz}^{T_1} + \frac{\text{Delay}_{\text{corr}}}{c} \text{TDS}_{v_{xyz}}^{T_1} \quad (5)$$



(a) 考虑发射机运动的几何模型



(b) 考虑接收机运动的几何模型

图 3 考虑接收机和发射机运动的几何模型

Fig. 3 Geometric model considering receiver motion and transmitter motion

而未加修正的反射信号与直射信号的延迟距离差 $\text{Delay}_{\text{original}}$ 为

$$\text{Delay}_{\text{original}} = \left\| \text{GPS}_{xyz}^{T_0} - \text{SP}_{xyz} \right\| + \left\| \text{TDS}_{xyz}^{T_1} - \text{SP}_{xyz} \right\| - \left\| \text{GPS}_{xyz}^{T_0} - \text{TDS}_{xyz}^{T_1} \right\| \quad (6)$$

式中: GPS_{xyz}^T 和 TDS_{xyz}^T 分别为 GPS 卫星和 TDS-1 卫星在时刻 T 所对应的地心地固坐标系 (Earth-Centered Earth-Fixed, ECEF) 位置; SP_{xyz} 为镜面反射点的位置; TDS_{xyz}^T 为 TDS-1 卫星在时刻 T 所对应的基于 ECEF 坐标系的 xyz 三个分量方向的速度。

由于 TDS-1 卫星提供的 LIB 数据仅有对应每个索引当前时间的变量, 本文依据数据与图 3(a), 作出以下假设:

① 数据中提供的 GPS 位置为直射信号与反射信号发出时的位置。

② 数据中提供的 TDS-1 位置为 TDS-1 卫星接收到直射信号时的位置, 即

$$\text{TDS}_{xyz}^{T_1} = \text{TDS}_{xyz}^{T_0} \quad (7)$$

③ 镜面反射点位置不变。

④ 由于 $\text{TDS}_{xyz}^{T_2}$ 与 $\text{Delay}_{\text{corr}}$ 均属于未知量, 式(5)的计算假设为

$$\text{TDS}_{xyz}^{T_2} = \text{TDS}_{xyz}^{T_1} + \frac{\text{Delay}_{\text{original}}}{c} \text{TDS}_{xyz}^{T_1} \quad (8)$$

综上, 可得反射信号延迟误差 $\text{Delay}_{\text{RDError}}$ 为

$$\text{Delay}_{\text{RDError}} = \text{Delay}_{\text{corr}} - \text{Delay}_{\text{original}} \quad (9)$$

经过 TDS-1 数据分析, 计算出 $\text{Delay}_{\text{RDError}}$ 约为 $\pm 10 \text{ m}$ 。

4) 趋势误差

TDS-1 卫星每隔 1 s 采样一个镜面反射点样本, 但由于 TDS-1 卫星接收机中接收直射信号的直射通道与接收反射信号的反射通道在接收信号时存在延迟, 造成了约为 $\pm 0.1 \text{ s}$ 的信号接收偏差, 该偏差导致 DDM 中开环跟踪点定位不准确, 造成了在高度反演中约为 $\pm 50 \text{ m}$ 的趋势误差 ($\text{Delay}_{\text{Trend}}$)^[9]。

由于随机偏差的存在, 本文通过使用验证模型对测量高度进行辅助修正。

2.2.3 星载 GPS-R 海面高度反演的误差修正

通过对误差的分析, 对式(1)中计算的初步反演的延迟距离差 (Delay) 进行误差修正, 得到精确的海面高度反演结果为

$$\text{SSH} = \frac{\text{Delay} - \text{Delay}_{\text{error}}}{2 \sin A} \quad (10)$$

式中: $\text{Delay}_{\text{error}}$ 为上述所有误差因素所造成的延迟距离误差, 即

$$\text{Delay}_{\text{error}} = \text{Delay}_{\text{RDError}} + \text{Delay}_{\text{Trend}} + \text{Delay}_{\text{ion}} + \text{Delay}_{\text{Antenna}} + \text{Delay}_{\text{tro}} + \text{Delay}_{\text{tds-track}} \quad (11)$$

表 2 为 Delay 的各项误差及其修正方法。

表 2 误差因素及修正方法

Table 2 Error factors and correction methods

| 误差项 | 延迟误差绝对值/m | 修正方法 |
|--------------|-----------|-------------------|
| 电离层 | < 15 | 国际参考电离层模型 |
| 对流层 | < 7 | 大气延迟模型 |
| 天线姿态误差 | < 1 | TDS-1 Metadata 数据 |
| GPS 卫星轨道误差 | < 3 | SP3 精密星历 |
| TDS-1 卫星轨道误差 | < 2 | TDS-1 Metadata 数据 |
| 反射信号延迟误差 | < 10 | 反射信号几何模型 |
| TDS-1 卫星数据偏差 | < 50 | TDS-1 Metadata 数据 |
| 海面粗糙度 | < 10 | HALF 方法 |

2.3 验证模型的建立

在进行星载 GPS-R 海面高度反演时, 需要与实测海面数据进行对比验证, 确定星载海面高度反演的精度。由于缺乏实测数据, 应用验证模型来验证海面高度反演精度。本文使用由丹麦技术大学开发的 DTU15 全球平均海面模型 (DTU Mean Sea Surface 15, $\text{DTU}_{\text{MSS15}}$) 与 DTU 全球海潮模型 (DTU_{Tide}) 组成的 DTU 模型作为验证模型^[19]。由验证模型得到的海面高度 $\text{SSH}_{\text{model}}$ 为 $\text{SSH}_{\text{model}} = \text{DTU}_{\text{MSS15}} + \text{DTU}_{\text{Tide}}$ (12)

3 海面高度的反演结果与分析

3.1 星载 GPS-R 海面高度反演方法

3.1.1 数据筛选

本文使用 TDS-1 数据来进行分析和处理, 并筛选可用数据。使用表 3 相关阈值对数据进行筛选, 且为了消除极地海冰影响, 仅保留纬度 $\pm 70^\circ$ 以内的数据, 并去除镜面反射点位于陆地上的观测数据和观测波形出现明显异常的数据^[9]。

表 3 筛选参数及范围

Table 3 Filter parameters and scope

| 参数 | 保留数据范围 |
|---------|--------|
| 信噪比/dB | > -5 |
| 天线增益/dB | > 5 |
| 仰角/(°) | > 60 |

3.1.2 数据处理

图 4 为 TDS-1 数据的处理流程。首先, 提取 TDS-1 数据并进行数据筛选; 然后, 对筛选后的数据进行两方面处理。

一方面, 对 DDM 数据进行相关计算。使用 TDS-1 数据中的 DDM 数据 (见图 5), 提取 DDM 中多普勒频率为零的波形切片, 并对该波形切片进行归一化与插值。

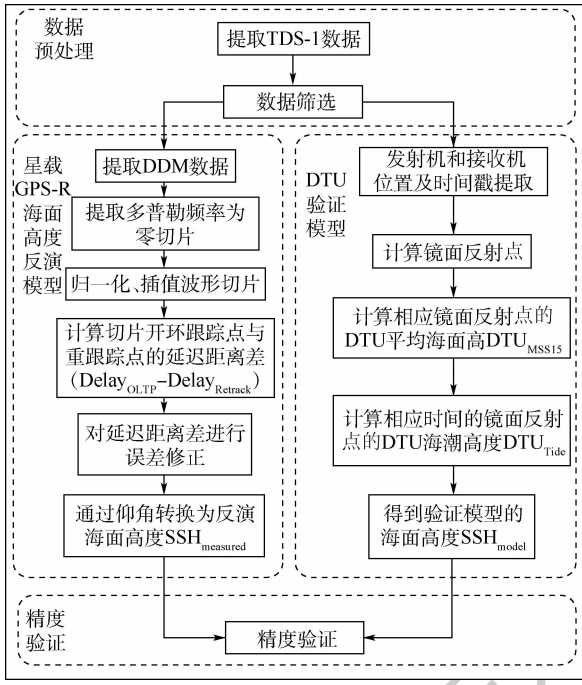


图 4 TDS-1 数据处理流程

Fig. 4 TDS-1 data processing flow

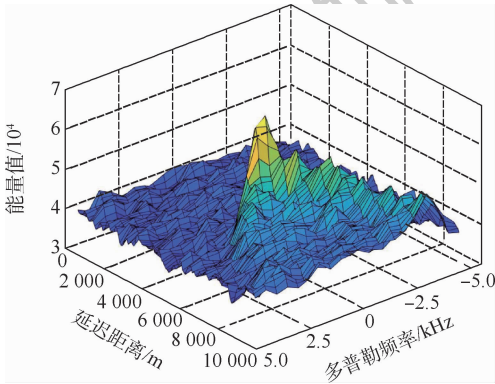


图 5 DDM 示例

Fig. 5 An example of DDM

DDM 的波形取决于反射面粗糙度和介电常数。反射面粗糙度决定了散射面积,从而决定了波形的延迟;通过重跟踪 DDM 中相关函数的延迟,即取 DDM 多普勒频率为零切片中重跟踪点所对应的延迟距离,可以确定海面镜面反射点的反射信号相对于直射信号的波形窗口内延迟距离 ($\text{Delay}_{\text{Retrack}}$);而 DDM 的延迟维中心点(开环跟踪点)则为理想状态下椭球面镜面反射点的跟踪点,可以确定椭球面镜面反射点的反射信号相对于直射信号的波形窗口内延迟距离 ($\text{Delay}_{\text{OLTP}}$)^[9]。本文采用标准单基地雷达技术的 HALF 方法^[20],计算归一化波形峰值前沿 70% 能量值处点为重跟踪点,同时计算波形延迟维的中心点为开环跟踪点。图 6 为归一化能量值插值后的波形切片示例,以及重跟踪点与开环跟踪点。重跟踪点与开环跟踪点的横坐标分别对应了

$\text{Delay}_{\text{Retrack}}$ 与 $\text{Delay}_{\text{OLTP}}$ 的取值。

在构造图 1 所示的反射信号几何模型中,星载测高模型中的反射延迟距离差 (Delay) 一定小于波形跟踪窗口的延迟维距离(约为 9 396 m), Ref1 对应的跟踪点一定和 Ref2 对应的开环跟踪点落在同一个波形跟踪窗口内,因此计算 $\text{Delay}_{\text{OLTP}}$ 与 $\text{Delay}_{\text{Retrack}}$ 的差,可得到椭球面镜面反射点与海面镜面反射点的反射延迟距离差 (Delay)。式 (1) 在 DDM 高度反演中可变形为

$$\text{Delay} = (\text{Ref2} - \text{Ref1})c = \text{Delay}_{\text{OLTP}} - \text{Delay}_{\text{Retrack}} \quad (13)$$

对式 (13) 进行误差修正,并结合式 (2) 和式 (10),可反演得到海面高度 $\text{SSH}_{\text{measured}}$ 为

$$\text{SSH}_{\text{measured}} = \frac{\text{Delay} - \text{Delay}_{\text{error}}}{2 \sin A} \quad (14)$$

另一方面,通过 TDS-1 数据中提供的 GPS 卫星与 TDS-1 卫星轨道数据,计算镜面反射点位置,使用反演的海面高度 $\text{SSH}_{\text{measured}}$,与验证模型计算出的海面高度 $\text{SSH}_{\text{model}}$ 进行对比作差,计算每个镜面反射点的海面高度反演误差 ΔH ,即

$$\Delta H = \text{SSH}_{\text{measured}} - \text{SSH}_{\text{model}} \quad (15)$$

计算全部样本的平均绝对误差 (Mean Absolute Deviation, MAD),以确定本文的高度反演精度。

$$H_{\text{MAD}} = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta H_i|}{n} \quad (16)$$

式中: H_{MAD} 代表了全部样本的 MAD; n 为样本数量,且 $i = 1, 2, \dots, n$ 。

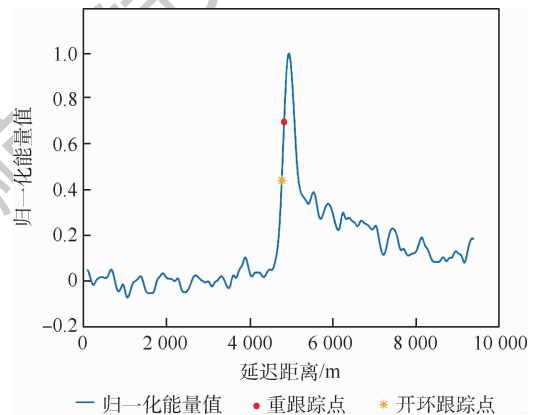


图 6 归一化能量值插值后多普勒频率为零的切片

Fig. 6 Slice with zero Doppler frequency after normalized energy interpolation

3.2 TDS-1 反演结果分析

3.2.1 误差模型验证

对 2.2 节描述的误差模型进行验证,在实验中随机提取单个数据段进行海面高度反演,并将误差修正前后的结果与 DTU 验证模型对比。图 7

为误差处理前后的结果对比例。其中,红线为该段海域的 DTU 验证模型的高度,蓝线为海面高度初步反演结果,黄线为修正误差后的海面高度反演结果。

在示例中,初步反演高度与 DTU 验证模型的 H_{MAD} 为 13.5 m,修正误差后的反演高度与验证模型的 H_{MAD} 为 7.1 m。结果表明,通过上述方法有效修正了海面高度反演中存在的误差。

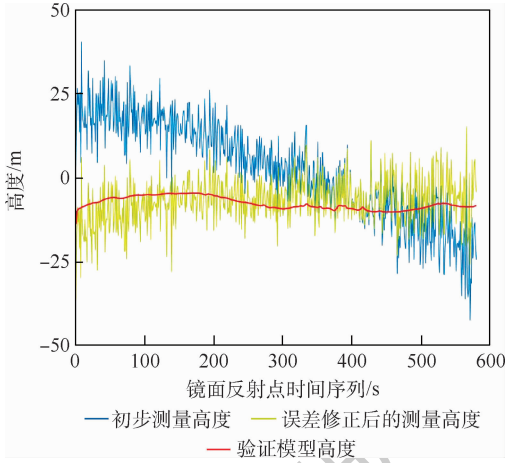


图7 误差修正前后的结果对比

Fig.7 Comparison of results before and after error correction

3.2.2 区域海面结果

使用 3.1 节描述的方法,对南大西洋海域的数据进行计算,并将计算结果以经纬度 1° 为单位取平均。

图 8 为反演得到的该区域的平均海面高度结果,图 9 为对应的验证模型高度。计算测量结果与 DTU 验证模型结果的 H_{MAD} ,得到的初步反演精度约为 12.8 m,进行误差修正后,精度约为 7.3 m。

该区域的测量结果验证了本文使用的误差修正方法对星载 GPS-R 海面高度反演模型修正的可行性,可以用该方法对全球的数据进行处理并进行精度验证。

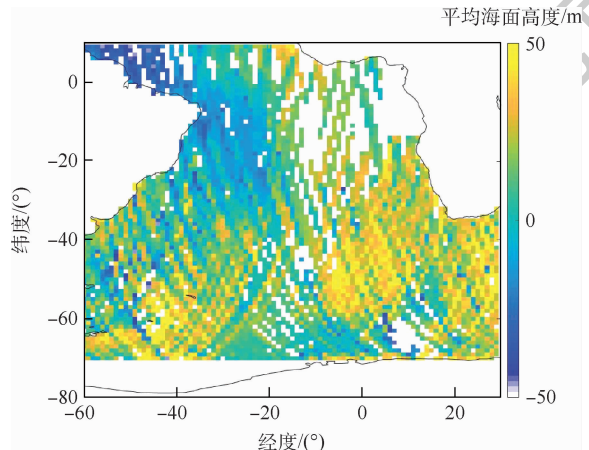


图8 测量的平均海面高度(南大西洋海域)

Fig.8 Mean sea surface height measurement(South Atlantic)

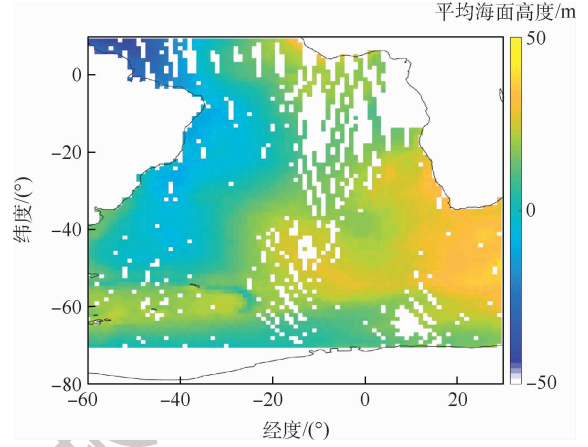


图9 验证模型的平均海面高度(南大西洋海域)

Fig.9 Mean sea surface height of verification model(South Atlantic)

3.2.3 全球海面结果和精度分析

本文使用的 TDS-1 数据的时间范围为 2018 年 4 月 10 日至 2018 年 4 月 30 日,观测数据约 200 万个,使用 3.1.1 节提到的方法进行数据筛选,得到满足条件的数据约为 80 万个。在数据计算后,筛除数据结果中的明显异常点(式(15)中的海面高度反演误差 ΔH 绝对值大于 100 m)。

得到海面高度计算结果后,将结果以经纬度 1° 为单位进行平均,得到每经纬度的平均海面测量高度,并计算对应的 DTU 验证模型高度。测量所得到的海面高度与验证模型海面高度在全球范围内呈现出一致性。对总体结果进行分析,计算全部样本的 H_{MAD} ,其中误差修正前的 H_{MAD} 为 8.52 m,误差修正后的 H_{MAD} 为 6.05 m。

3.2.1 节是单个数据段的结果,没有经过平均计算,3.2.2 节是区域海面的 1° 平均结果,3.2.3 节是全球海面的 1° 平均结果。由于计算方法(是否采用平均算法)和样本数量不同(区域海面样本数约为 12 万,全球海面样本数约为 80 万),在误差修正前后 MAD 及相应的提升精度差别较大。

本文着重将全球海面的测量结果与验证模型结果的 MAD 进行统计。如图 10 所示,统计结果接近正态分布,误差修正前,有 64.77% 的数据观测精度处于 $-20 \sim 20$ m 间,误差修正后的数据中有 80.89% 的观测精度处于 $-20 \sim 20$ m。误差主要来源于接收机轨道的不准确性、系统误差和电离层模型误差等。在处理接收机轨道误差时,模型建立仍会出现一些新的误差;并且在实验中,信噪比和天线增益对精度的影响也极为明显,这些问题导致了系统误差的出现。本文使用的是 HALF 方法,该方法是对海面长期观测的经验模

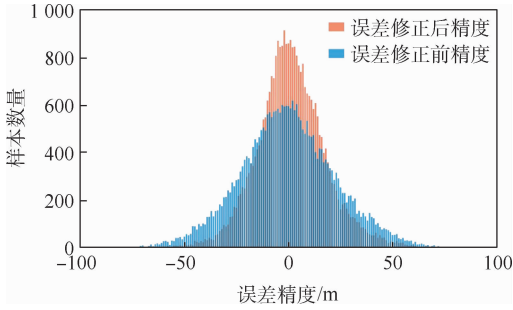


图 10 反演得到的全球平均海面高度误差统计

Fig. 10 Error statistics of global average sea surface height obtained by retrieval

型,是对大量粗糙海面所造成的漫反射情况进行分析所建立。因此,HALF 方法并不完美适用于所有海域,会产生由该模型引起的误差。同时,本文使用的电离层模型基于 IRI2016 模型,IRI2016 模型的误差会对电离层延迟造成影响,引起电离层模型误差。为防止修正过度,本文中天线姿态误差预估的比理论实际值小,且 TDS-1 卫星在运动中会造成天线姿态的不确定性,该不确定性会导致天线姿态误差的不规则变化。在研究中发现,测量结果与验证模型存在着固定误差,出现固定误差的原因及修正方式需要进一步的研究。

4 结束语

星载 GPS-R 的海面高度反演的研究刚刚起步,国内外相对于海面高度反演的研究较少,作为被动接收遥感的星载 GPS-R 技术具有低成本和全球范围监测等优点,在海面高度反演领域有很大的发展前景。

本文在机载 GPS-R 海面高度反演的研究基础上,结合星载 GPS-R 海面高度反演的可行性,研究了星载 GPS-R 海面高度反演模型,并将反演模型中的各类误差进行了分析,找到各类误差产生的具体原因及修正方法,建立了误差模型,提高了星载 GPS-R 海面高度反演精度。本文使用了 TDS-1 卫星的约 200 万个数据(筛选后实际使用约 80 万个数据)进行海面高度反演实验,反演结果与 DTU 验证模型对比,误差修正前的海面高度反演的平均绝对误差约为 8.52 m,误差修正后的海面高度反演的平均绝对误差约为 6.05 m,提升了约 2.47 m 精度。结果表明,本文使用的误差模型修正的星载 GPS-R 海面高度反演模型能够较准确地反演全球海面高度。

由于 TDS-1 数据主要用途并非海面高度反演,卫星接收机并未对高度反演进行优化,对高度

反演精度造成了限制。未来可通过继续优化跟踪算法,使用针对海面高度反演的卫星接收机等方式对星载 GPS-R 海面高度反演的精度进行提升。

致谢 感谢 MERRByS 网站提供的 TDS-1 数据,IGS 网站提供的 SP3 精密轨道文件,以及丹麦技术大学提供的 DTU 全球海潮模型和 DTU 全球平均海面模型。感谢北京航空航天大学的杨东凯教授和 CSIC-IEEC 的李伟强博士在 GNSS-R 星载数据分析中提供的建议。感谢上海航天电子技术研究所的周勃工程师和秦瑾博士对于反射信号接收机方面提供的建议。

参考文献 (References)

- [1] 孙剑. GNSS-R 海洋反射接收机的控制设计及实现[D]. 北京:中国科学院空间科学与应用研究中心,2010:2-5.
SUN J. Design and realization of control system for the GNSS-R receiver[D]. Beijing: Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, 2010:2-5 (in Chinese).
- [2] MARTIN-NEIRA M. A passive reflectometry and interferometry system (PARIS) application to ocean altimetry[J]. ESA Journal, 1993, 17(4): 331-355.
- [3] PARK H, VALENCIA E, CAMPS A, et al. Delay tracking in spaceborne GNSS-R ocean altimetry[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 10(1): 57-61.
- [4] 张云, 谢向芳, 孟婉婷, 等. 基于北斗 GEO 卫星反射信号的渤海海冰检测[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(2): 257-263.
ZHANG Y, XIE X F, MENG W T, et al. Bohai coastal sea ice detection using BeiDou GEO satellite reflected signals[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(2): 257-263 (in Chinese).
- [5] ZHANG Y, TIAN L M, MENG W T, et al. Feasibility of code-level altimetry using coastal BeiDou reflection (BeiDou-R) setups[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2015, 8(8): 4130-4140.
- [6] ZHANG Y, LI B B, TIAN L M, et al. Phase altimetry using reflected signals from BeiDou GEO satellites[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(10): 1-5.
- [7] 刘凤玲, 张云, 孟婉婷, 等. UK-DMC 卫星接收机 GNSS 反射信号的应用分析[J]. 遥感信息, 2015, 30(1): 90-95.
LIU F L, ZHANG Y, MENG W T, et al. Application analysis of airborne GNSS reflected data from UK-DMC satellite receiver[J]. Remote Sensing Information, 2015, 30(1): 90-95 (in Chinese).
- [8] CLARIZIA M P, RUF C, CIPOLLINI P, et al. First spaceborne observation of sea surface height using GPS-reflectometry[J]. Geophysical Research Letters, 2016, 43(2): 767-774.
- [9] MASHBURN J, AXELRAD P, LOWE S T, et al. Global ocean altimetry with GNSS reflections from TechDemoSat-1[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 56(7):

4088-4097.

- [10] LI W Q, CARDELLACH E, FABRA F, et al. Assessment of spaceborne GNSS-R ocean altimetry performance using CYGNSS mission raw data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(1): 238-250.
- [11] XU L W, WAN W, CHEN X W, et al. Spaceborne GNSS-R observation of global lake level: First results from the TechDemoSat-1 mission[J]. *Remote Sensing*, 2019, 11(12): 1438.
- [12] 张云, 张杨阳, 孟婉婷, 等. 机载GNSS反射信号海面测高模型的研究[J]. *海洋学报*, 2020, 42(3): 149-156.
- ZHANG Y, ZHANG Y Y, MENG W T, et al. Research on sea surface altimetry model of airborne GNSS reflected signal[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2020, 42(3): 149-156 (in Chinese).
- [13] JALES P. MERRByS product manual-GNSS reflectometry on TDS-1 with the SGRReSI V4[EB/OL]. (2018-01-02) [2020-07-01]. <http://merrbys.co.uk/resources/documentation>.
- [14] GARRISON J L, KATZBERG S J. The application of reflected GPS signals to ocean remote sensing[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2000, 73(2): 175-187.
- [15] BILITZA D. The international reference ionosphere-status 2013 [J]. *Advances in Space Research*, 2015, 55(8): 1914-1927.
- [16] NIELL A E. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths[J]. *Journal of Geophysical Research Solid Earth*, 1996, 101(B2): 3227-3246.
- [17] DOW J M, NEILAN R E, RIZOS C. The international GNSS service in a changing landscape of global navigation satellite systems[J]. *Journal of Geodesy*, 2009, 83(3-4): 191-198.
- [18] HU C J, BENSON C R, RIZOS C, et al. Impact of receiver dynamics on space-based GNSS-R altimetry[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2019, 12(6): 1974-1980.
- [19] ANDERSEN O B. The DTU10 gravity field and mean sea surface[C]//Second International Symposium of the Gravity Field of the Earth (IGFS2), 2010.
- [20] MASHBURN J, AXELRAD P, LOWE S T, et al. An assessment of the precision and accuracy of altimetry retrievals for a Monterey Bay GNSS-R experiment[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2016, 9(10): 4660-4668.

Sea surface height inversion of GPS reflected signal based on TechDemoSat-1 satellite

ZHANG Yun¹, MA Dehao¹, MENG Wanting², ZHENG Qiao¹, YANG Shuhu^{1*}

(1. College of Information Technology, Shanghai Ocean University, Shanghai 201306, China;

2. Shanghai Aerospace Electronic Technology Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: The problems of using GPS-Reflectometry (GPS-R) measured data to establish satellite-borne sea surface height inversion model are studied and its validity is verified. The data of TechDemoSat-1 (TDS-1) and the retrieval technique of Delay-Doppler Map (DDM) were used to analyze the errors in the retrieval of satellite-borne GPS-R sea surface height, and the error models were established. The satellite-borne GPS-R sea surface height inversion model was optimized. Meanwhile, the DTU15 global mean sea surface and sea tide model was adopted to verify the inversion accuracy. The results show that the Mean Absolute Deviation (MAD) of the global sea surface height inversion results obtained by the optimized inversion model is 6.05 meters, and the accuracy is improved by about 29%, effectively improving the accuracy of SST inversion. The research results have certain significance for promoting the application of spaceborne GNSS-Reflectometry (GNSS-R) in sea surface height inversion.

Keywords: GNSS-Reflectometry (GNSS-R); satellite-borne; sea surface height inversion; precision analysis; TechDemoSat-1 (TDS-1)

Received: 2020-07-24; Accepted: 2020-10-16; Published online: 2020-10-23 14:22

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201023.1226.002.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (41376178, 41401489)

* Corresponding author. E-mail: shyang@shou.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0374

基于残缺图像样本的生成对抗网络图像修复方法



李海燕¹, 黄和富¹, 郭磊^{1,*}, 李海江², 陈建华¹, 李红松¹

(1. 云南大学 信息学院, 昆明 650000; 2. 云南省交通投资建设集团有限公司, 昆明 650000)

摘 要: 针对大面积图像修复缺失严重时, 需要完整且高质量训练样本的问题, 提出了一种将残缺或含噪图像样本作为训练集的双生成器深度卷积生成对抗网络(DGDCGAN)模型。构建两个生成器和一个鉴别器以解决单一生成器收敛慢的问题, 用残缺图像样本作为训练集, 通过交叉计算、搜索损失区域类似的图像信息作为训练生成模型的样本, 收敛速度更快。鉴别器损失函数改进为输出的 Wasserstein 距离, 使用自适应估计算法优化生成器损失函数和鉴别器损失函数的模型参数, 最小化两两图像之间的总距离差, 使用鉴别模型和修复图像总距离变化均方差最小化两个指标优化修复结果。在 4 个公开数据集上进行主客观实验, 结果表明: 所提方法能使用残缺图像样本作为训练集, 有效实现大面积失真图像的修复, 且收敛速度和修复效果优于现有图像修复方法。

关键词: 图像修复; 残缺图像样本; 深度卷积生成对抗网络; Wasserstein 距离; 总距离变化均方差

中图分类号: TP391.4

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-1949-10

图像修复是将图像或视频中丢失或损坏部分重建的过程。常见的图像修复方法主要有 2 类: 传统的修复方法^[1-10]和基于神经网络或深度神经网络学习的修复方法。

传统的修复方法根据图像的边缘、纹理和结构, 利用图像中的残留信息推断被破坏的内容, 完成图像修复。例如, 文献[1-2]提出了流体动力学修复方法, 使用边界梯度匹配法对小面积缺失图像修复。文献[3-5]提出了以范例 patch 为基础的几何构造修复方法。文献[6-7]提出了最近邻搜索图像的修复方法。这些方法能实现小面积的图像修复, 但大多只重视局部图像的协调性, 较少考虑全局协调性, 如果图像的结构和内容复杂, 或图像损坏的面积较大, 往往不能完整地修复图像的特征。Hays 和 Efros^[8]提出了图像补全算法, 在数据库中寻找语义和结构相似图像区域修补损坏区域, 该算法完全是数据驱动, 不需要用户标

记, 但需要从数据库进行精确匹配, 当测试场景与任何数据库图像有显著差异时, 很容易失败。为了重建大面积缺失图像的合理结构, Nazeri 等^[10]提出了一种两阶段对抗式的边缘连接模型, 能实现大面积缺失的图像修复, 但需要有完整的样本提取图像的边缘, 否则无法完成修复。

为了实现大面积图像缺失的修复, 文献[11-16]提出了基于神经网络图像修复方法。这类方法克服了传统方法不能修复图像特征和图像连贯性的缺点, 但需要完整且精度高的训练样本。例如, Pathak 等^[15]提出了一种基于上下文像素预测驱动的图像修复方法, 通过上下文编码器理解整个图像的内容, 对丢失部分进行假设, 修复的结构失真度较高。Brock 等^[17]提出了训练大规模生成对抗网络(Generative Adversarial Network, GAN)的方法, 使用数据截断、正交正则化等技巧, 保证大规模训练样本 GAN 训练的稳定性。Ahmadi 等^[18]提出了

收稿日期: 2020-07-30; 录用日期: 2020-10-25; 网络出版时间: 2020-11-23 14:54

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201123.1303.003.html

基金项目: 云南省万人计划“教学名师”; 云南省基础研究计划重点项目(202101AS070031); 国家自然科学基金(61861045)

* 通信作者: E-mail: lei_guo@ynu.edu.cn

引用格式: 李海燕, 黄和富, 郭磊, 等. 基于残缺图像样本的生成对抗网络图像修复方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1949-1958. LI H Y, HUANG H F, GUO L, et al. Image inpainting method based on incomplete image samples in generative adversarial network[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1949-1958 (in Chinese).

新的训练 GAN 的方法,称为 AmbientGAN,在3个基准数据集和各种测量模型上作了大量的定性和定量改进。为了解决一般深度神经网络向修复区域引入伪影和噪声的问题, Demir 和 Unal^[9] 提出了一种基于 GAN 框架的图像修复方法,捕获图像纹理的局部连续性和全局特征,明显提高了大面积缺失的图像修复精度。随着 GAN 的发展,通过半监督或大规模的完整图像样本的训练,可生成高精度、人眼无法分辨的修复结果^[19-22]。但是现有的基于深度学习的图像修复方法,大多需要高精度和完整的前期训练样本。在实际修复图像中,找到高质量且完整的样本图像的成本很高,而且很多待修复图像根本没有完整的训练样本。

综上所述,现有图像修复方法存在大面积修复质量低或需要大量完整且高质量的训练样本及收敛慢的缺陷。为解决以上问题,本文提出了双生成器深度卷积生成对抗网络(DGDCGAN)模型;主要创新在于:①提出了包含双生成器的深度卷积生成对抗网络模型,以残缺或含噪图像样本作为训练集,无需完整或高质量训练样本;②计算两两图像之间的鉴别器输出的 Wasserstein 距离,提高模型稳定性,计算修复图像总距离变化均方差最小化优化修复结果;③使用空洞卷积替换标准卷积,减少模型的参数量。

1 生成对抗网络模型

Goodfellow 等^[16] 提出 GAN 模型框架, GAN 模型通过学习数据的分布将低维的随机分布样本映射生成高维空间样本,鉴别器网络模型学习区别真实样本和生成样本,建立最大和最小机制联合训练生成和鉴别网络。模型的对抗损失函数为 $\text{Min}_G \text{Max}_D V(G, D) = E_{p_{\text{data}}(x)} [\log_2(D(x))] + E_{p_z(z)} [\log_2(1 - D(G(z)))]$ (1) 式中: $V(G, D)$ 为对抗损失函数; x 为输入概率分布为 p_{data} 的真实图像; z 为概率为 p_z 的正态分布数据。

GAN 模型结构如图 1 所示。GAN 模型的目标损失函数最小化生成图像分布和真实图像分布的 KL(Kullback Leibler) 散度,且最大化两者的 JS(Jensen-Shannon) 散度,会导致模型梯度不稳定。 Arjovsky 等^[21-22] 提出 WGAN 解决 GAN 训练不稳定问题,使用 Wasserstein 距离^[23] 代替复杂函数计算,提高计算速率和模型稳定性。WGAN 的目标损失函数为

$$\begin{cases} \min(-E_{z \sim p(z)}(D(G(z)))) \\ \min(-E_{x \sim p_{\text{data}}(x)}(D(x)) + E_{z \sim p(z)}(D(G_{z \sim p(z)}(z)))) \end{cases} \quad (2)$$

GAN 中鉴别器学习真实图像的分布优化模型参数,不断优化训练和真实图像相似的生成图像。本文依据 Wasserstein 距离的优点来构造鉴别器目标损失函数。

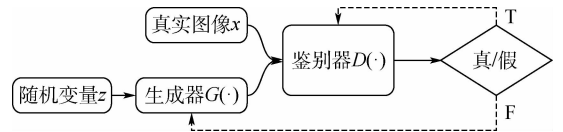


图 1 GAN 模型训练
Fig. 1 GAN model training

2 DGDCGAN 模型

本文模型包含 2 个生成网络 $G_1(z_1)$ 、 $G_2(z_2)$ 和 1 个鉴别器网络 $D(\cdot)$, 如图 2 所示。在原图上加上随机高斯分布生成的掩膜后得到残缺图像,将一组残缺图像输入生成模型 G , 通过映射关系 $f(z)$ 产生随机分布修复 g_i 和 g_j 。对抗训练生成网络和鉴别网络,多次迭代后,得到生成网络和鉴别网络最优的修复网络模型。相比一般的 GAN 模型,本文中训练集图像为残缺图像,有 2 个生成模型,相比单个生成器的结构,本文网络可以更快地遍历到最优的网络参数和结构,理论上收敛速度是单个生成器的 2 倍。DGDCGAN 模型的结构如图 2 所示。

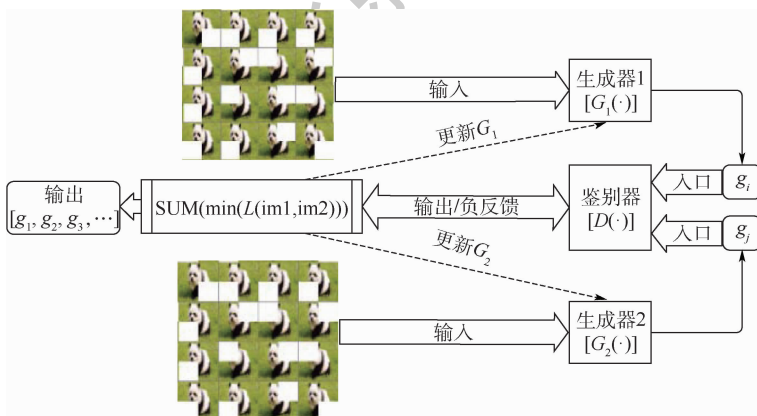


图 2 DGDCGAN 的网络结构
Fig. 2 Network structure of DGDCGAN

对提出的模型结构作消融性分析,主要的结构为 $G_1(\cdot)$ 和 $G_2(\cdot)$ 、 $D(\cdot)$, 生成对抗网络需要一个生成器和鉴别器,由于训练集为残缺图像,不同图像之间丢失位置不同,单个生成器不能学习到图像的完整结构,且迭代到一定次数时,生成器和鉴别器的损失值波动极大,模型不稳定且无法学习到损失区域的图像信息。假设生成的残缺图像中有已知的分布 $p(x_i)$,通过残缺图像的集合 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 得到概率分布 $p(y_i)$,从已有的变量中构建输入概率分布 $p(x_i)$ 的生成模型。生成模型用于生成图像残缺部分,模型中的 $f(\cdot)$ 表示对应的映射关系,图 2 中的映射函数和卷积函数如下:

$$y = f(x) = \sigma\left(\sum w^T \cdot x + b\right) \quad (3)$$

式中: $\sigma(\cdot)$ 表示潜在的网络层函数关系; w 、 b 为根据输入图像大小而变化的矩阵:

$$\begin{cases} w = \begin{bmatrix} w_{0,0} & w_{0,1} & w_{0,2} & \dots \\ w_{1,0} & w_{1,1} & w_{1,2} & \dots \\ w_{2,0} & w_{2,1} & w_{2,2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \\ b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

残缺图像样本中残缺部分可以从其他图像中学习,因此构造了 2 个生成器网络。交替训练 2 个生成器网络时,残缺图像样本 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 中的残缺部分在另一个生成器中有 $1/p(y_i)$ 的概率可以补全,为了能更清楚地说明修复原理,本文使用同一张图片构造残缺图像。使用 3 通道 28×28 的随机分布掩膜构造残缺图像,设 (x_0, y_0) 是随机掩膜左下角的坐标位置,若 U_0, U_1 是服从 $(0, 1)$ 均匀分布的随机变量,掩膜正方形的坐标生成公式为

$$\begin{cases} x_0 = 28 \cos(2\pi U_0) \sqrt{-2 \ln(1 - U_1)} \\ y_0 = 28 \sin(2\pi U_0) \sqrt{-2 \ln(1 - U_1)} \end{cases} \quad (5)$$

如图 3 所示,将残缺图像分为 a、b、c、d 四块区域,依据图像结构、亮度、对比度的相似度,图像缺失的区域可以从同类图像或者结构相似的图像中学习相应的结构和参数进行修复。

通过残缺图像区域概率分布得到最优的损失函数输出映射满足:

$$\text{loss} \sim \frac{p_1^g(\cdot)}{p_1^g(\cdot) + p_2^g(\cdot)} \quad (6)$$

从损失函数的平衡点可知,当训练生成图像



图 3 图像残缺分布

Fig. 3 Image fragmentation distribution

满足 $g_1 = g_2$ 时,生成器和鉴别器最优,此时 2 个生成互补完成了修复图像的生成。式(6)求得的原始图像分布唯一地决定了生成图像的分布,即需找到一个生成模型使生成图像分布与真实图像分布最匹配。

1) 生成器损失函数。本文模型包含 2 个生成网络,为了使 2 个生成网络生成更好的样本,以及判别网络将 2 个生成网络的生成样本判为相同的概率提高,要避免 2 个生成网络的掩膜位置重叠导致过拟合或最小化生成器损失函数失败,需要交替最小化鉴别网络输出值。因此,生成网络损失函数为

$$\begin{aligned} \text{Min}_{G_1, G_2} [& -E_{z_1 \sim p(z_1)} [D(G_1(z_1)) \cup M_1] \\ & -E_{z_2 \sim p(z_2)} [D(G_2(z_2)) \cup M_2]] \end{aligned} \quad (7)$$

式中: M 为残缺图像。

2) 鉴别器损失函数。模型训练成功的关键在于:构造合理的鉴别器损失函数,使 2 个生成器生成图像结合残缺图后让鉴别器网络判定真实的样本。设计 2 个生成器互相学习,互相强化,相应的鉴别器损失函数为

$$\begin{aligned} \text{Min} [& E_{z_1 \sim p(z_1)} [D(G_1(z_1) \cup M_1)] \\ & - E_{z_2 \sim p(z_2)} [D(G_2(z_2) \cup M_2)]] \end{aligned} \quad (8)$$

3 目标损失函数

在数据集上添加随机的掩膜生成残缺图像作为训练样本,假设残缺部分可以从其他残缺图像中找到互补的区域,构建和调优的关键是设计 2 个损失函数同时满足:①使生成器生成更好的图像;②鉴别器区分生成的图像分布和真实图像分布。本文模型将生成图像作为真实的图像输入鉴别器,计算两两图像之间鉴别器输出的 Wasser-

stein 距离和总距离变化均方差,计算值最小的模型即为最优的生成网络和鉴别网络。定义像素为 $m \times n$ 的图像 img_1 和 img_2 ,计算生成器输出图像差别的总距离变化均方差:

$$\text{Min} \left[\text{Sum} \left(\frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} (\text{img}_1(i,j) - \text{img}_2(i,j))^2 \right) \right] \quad (9)$$

生成器目标损失函数求 2 个生成器的鉴别模型输出的最小化值;鉴别器目标损失函数求 2 个生成图像的鉴别器的输出值的最小均值和鉴别器输出的 Wasserstein 距离:

$$\begin{cases} \text{Min}_{G_1, G_2} [- E_{p(z_1)} [D(G_1(\cdot))] - E_{p(z_2)} [D(G_2(\cdot))]] \\ \text{Min} [\text{abs}(E_{p(z_1)} [D(G_1(\cdot))] - E_{p(z_2)} [D(G_2(\cdot))])] \end{cases} \quad (10)$$

每一个输入生成器数组的值被设置为 1,随着实验次数增加,生成网络会匹配到一个与原图差别最小的网络模型。使用随机高斯向量作为生成网络的参数初始化函数,经过多层卷积可以完整地学习图像的结构信息,从而完成图像的修复。2 个生成网络比单个生成网络收敛速度更快。

4 方法流程

使用 Adam 训练 DGDCGAN 模型,构建 G_1 和 G_2 两个不同的生成器网络。模型中优化器的动量设置为 0.5,迭代次数为 500 次,所有输入样本被等比缩放为 64×64 像素;初始化参数为:learning_rate = 0.000 1, momentum = 0.5, batch_size = 16, $N = 64$ (N 为需要加载的残缺图数),masks 为图像缺失部分掩膜(掩膜底片为黑色,缺失区域为白色)。方法流程如下:

初始化参数:learning_rate = 0.000 1, momentum = 0.5, batch_size = 16, $N = 64$;图像掩膜。

1. 加载残缺图像 $\{img_0, img_1, \dots, img_N\}$ 。
2. 获取图像的未丢失部分: $RM(x) = \text{img} \cdot \text{masks}$ 。
3. while iter 训练迭代次数 do:
4. for $k = 1, 2, 3, \dots, K_d$ do:
5. 生成维度 $[1, 100]$ 随机样本矩阵 $\{z(i)\} \sim p(z_i)$ 作为生成器 G_1 的输入样本,服从正态分布。
6. 生成维度 $[1, 100]$ 随机样本矩阵 $\{z(j)\} \sim p(z_j)$ 作为生成器 G_2 的输入样本,服从正态分布。
7. if (iter%2 = 0)

8. $\nabla \left[\text{abs} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m D(G_1(z_i)) \right) - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m D(G_2(z_j)) \right]$
9. $g_1, g_2 \leftarrow \nabla \left[\frac{1}{mn} \sum \sum (g_1 - g_2)^2 \right]$
10. 将生成的图像对应区域补到原图 img_N 的残缺区域,等待优化。
11. else
12. 对换第 8 步 G_1, G_2 作交叉训练,让 G_1, G_2 同步学习。
13. 使用 Adam 优化算法优化生成器 G_1, G_2 和鉴别器 D 网络结构。
14. end for
15. 生成维度 $[1, 100]$ 随机样本矩阵 $\{z(i)\} \sim p(z_i)$,服从正态分布。
16. 生成维度 $[1, 100]$ 随机样本矩阵 $\{z(j)\} \sim p(z_j)$,服从正态分布。
17. $g_1 \leftarrow - \nabla \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m D(G_1(z_i)) \right]$
18. $g_2 \leftarrow - \nabla \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m D(G_2(z_i)) \right]$
19. 使用 Adam 优化算法优化更新生成器 G_1, G_2 和鉴别器 D 网络结构。
20. end while

从方法流程可以看出,本文方法的时间复杂度为 $O(nk)$,与一般的 GAN 相同;说明增加了一个生成器网络没有增加时间复杂度,但是增加了内存占用。

5 实验

5.1 数据集

本文使用了 4 个数据集:CelebA 是大型的人脸数据集,包含超过 20 万张名人图像,图像包含较大的姿态变化和杂乱的背景^[24];MNIST 是 28×28 的手写数字数据集,训练集包含 6 万个示例,测试集有 1 万个示例^[25];SVHN 是 32×32 的门牌号数据集,图像是小的裁剪数字,有超过 60 万张数字图像^[24];Cifar10 是 32×32 大小的 10 种不同类型的图像,由 6 万张彩色图像组成,训练图像 5 万张,测试图像 1 万张^[25]。

5.2 实验环境

实验使用 Anaconda 搭建的 python3.6 环境,基于 tensorflow1.14 的 GPU 版本实现 GAN 框架,网络训练硬件环境为:NVIDIA 的 Geforce RTX 2080 内存 16 GB,显存 8 GB,主频 3.6 GHz 的服务器。

5.3 模型训练

为了验证模型修复的有效性,选取了 3 幅不同的图像,随机放置 28 × 28 的白色正方形遮蔽块,将输入样本顺序打乱作为训练集。分别给出了 3 幅图像迭代训练的实验结果,如图 4 ~ 图 6 所示。

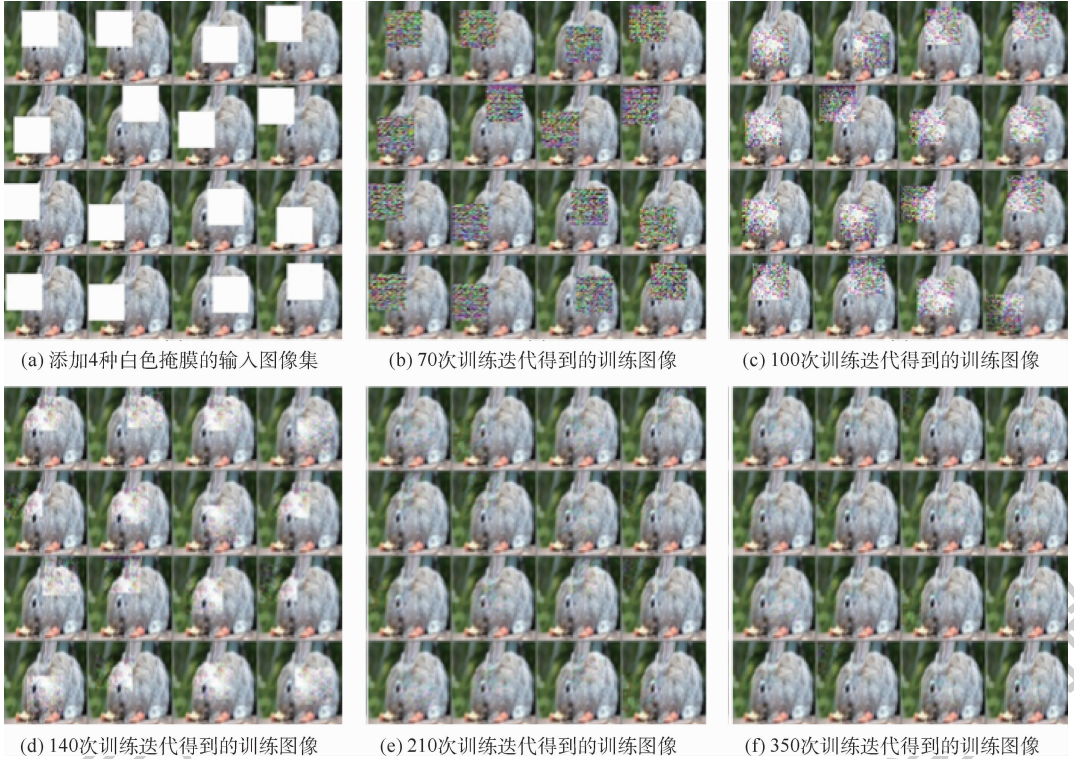


图 4 兔子训练样本流程

Fig. 4 Rabbit training sample flow



图 5 MNIST 数字的残缺图像

Fig. 5 Incomplete image of MNIST number



图6 熊的训练图像样本

Fig.6 Training samples of bears

图4~图6对比可以看出,添加了白色掩膜的图像(见图4~图6的图(a))被随机打乱顺序,随着训练次数的增加,逐渐从大面积的损失中恢复出原图像,图(b)中含有较为明显的掩膜块;图(c)和图(d)中随着训练次数增加,掩膜块逐渐消失;图(e)很好地还原出原图像。随着迭代次数的增加,鉴别器网络和生成器网络的损失函数逐渐优化残缺部分的图像。图7为图6样本训练损失函数在优化过程中的变化曲线。

图7中,训练样本随着迭代次数的增加,g_loss统计2个生成器的均值,数值先快速下降,然后发生平缓变化,d_loss下降一点之后开始平缓变换。随着生成函数的损失值逐渐变小,鉴别函数损失值变大后逐步调整,输入的残缺图像逐渐

得到修复。从图8中可以看出,当函数训练迭代150次之后,损失值浮动无很大的波动,表明模型稳定性较好;图8中单个生成器的损失函数值波动较大,模型训练不稳定。

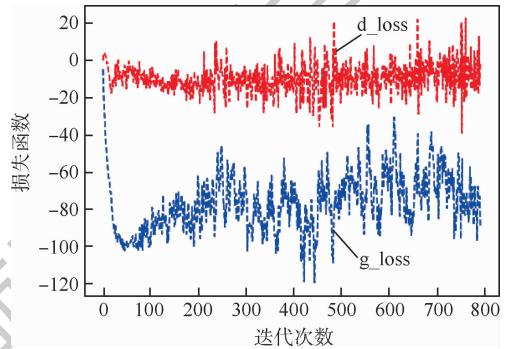


图8 使用单个生成器时模型损失函数变化
Fig.8 Change of model loss values when using single generator

5.4 实验结果

分别选取 CelebA、Cifar10、SVHN 中的部分图像覆盖 28×28 的白色掩膜后作为模型的输入。训练的学习率为 0.0001, 经过 1500 次的迭代和编码后,加载训练的生成文件,输入数据集的残缺图像,最终得到修复结果,如图9~图11所示。

通过以上数据集修复结果可以看出,本文模型不但可以修复简单结构的数字,对结构、特征复杂的人脸等图像也有很好的修复效果。

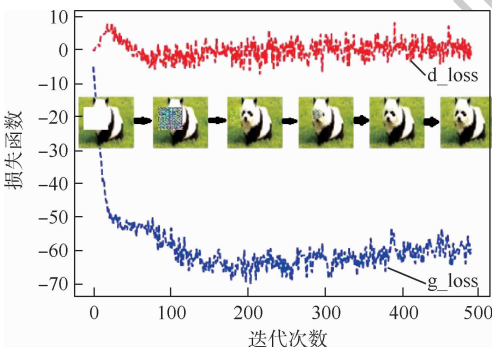


图7 随迭代次数增加损失函数和修复效果
Fig.7 Results of loss function and inpainting as the number of iterations increases



图 9 CelebA 数据集修复效果对比

Fig. 9 Comparison of inpainting result of CelebA dataset



图 10 Cifar10 数据集修复效果对比

Fig. 10 Comparison of inpainting result of Cifar10 dataset

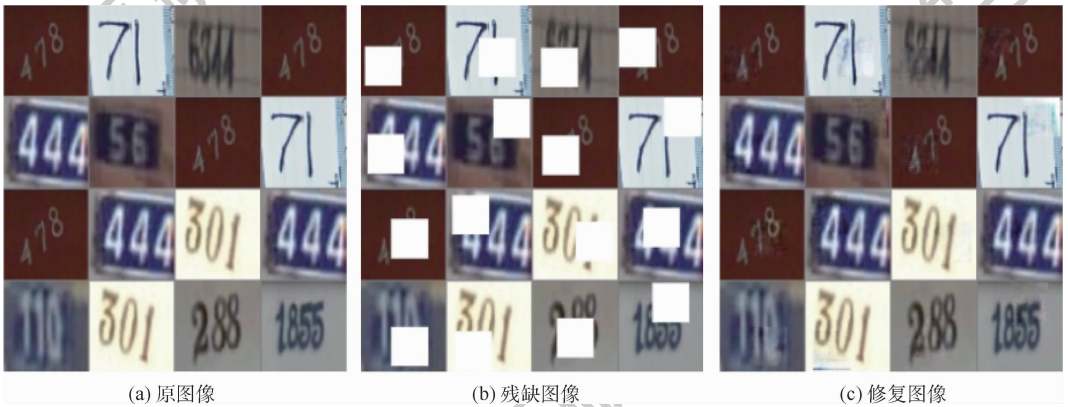


图 11 SVHN 数据集中门牌号修复效果对比

Fig. 11 Comparison of inpainting results of door number in SVHN dataset

5.5 质量评价

为了进一步验证本文方法的有效性和高精度性,对比 5 种方法来验证有效性。图 12(b)为中心被 32×32 掩膜覆盖的残缺图像,FMM^[1]是基于快速行进的修复方法,PM^[4]是利用图片中的其他区域来恢复边缘区域的方法,GAN_1^[26]是改进 GAN 模型激活函数的方法,GAN_2^[27]是对 GAN 模型的目标函数添加负反馈系数的方法,SI^[20]是基于经典生成对抗网络的修复方法。

从图 12 中可以看出,FMM 方法修复大面积的缺失存在大量模糊区域,不能修复丢失的区域;

PM 未能修复图像的整体结构,有明显的拖影;SI 方法能修复图像的结构,但结果与原图像存在色差,如 SI 的修复结果会出现白色的斑块,这是由于模型不稳定造成的;GAN_1 未能根本上解决 GAN 网络不稳定、不收敛的问题,修复图像存在色斑,修复图像不完整,在同样的迭代次数的情况下,修复效果不如 GAN_2 方法和本文方法;GAN_2 对 WGAN 添加反馈系数,一定程度上改善了网络的性能,但修复图仍然存在明显色斑;本文方法修复的图像完整修复了缺失区域的结构,且修复质量高。

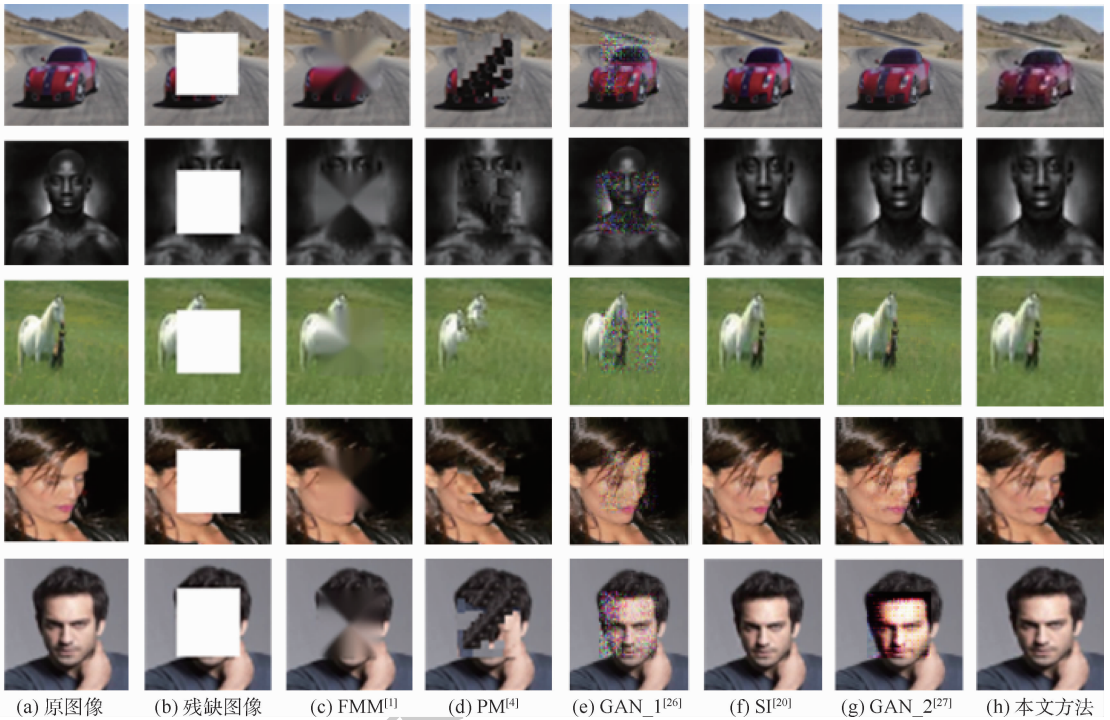


图 12 修复方法效果对比

Fig. 12 Results comparison of inpainting methods

为了更加客观地比较几种修复方法,计算了图 12 中各方法修复结果的峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似度 (SSIM),如表 1 所示。

从表 1 可知,在同等训练次数条件下,本文方法修复结果的 PSNR 和 SSIM 数值都高于其他的方法,说明本文方法的修复结果更接近原始图像。

表 1 不同方法的 PSNR 和 SSIM 对比

Table 1 PSNR/SSIM comparison of different methods

| 方法 | PSNR | | | SSIM | | |
|-----------------------|-------|-----------|-------|------|-----------|-------|
| | Car | Black man | Horse | Car | Black man | Horse |
| FMM ^[1] | 24.49 | 22.25 | 23.03 | 0.79 | 0.73 | 0.75 |
| PM ^[4] | 23.39 | 20.40 | 23.98 | 0.72 | 0.70 | 0.76 |
| SI ^[20] | 31.12 | 40.39 | 38.35 | 0.97 | 0.96 | 0.91 |
| GAN_1 ^[26] | 24.54 | 25.57 | 22.79 | 0.91 | 0.91 | 0.83 |
| GAN_2 ^[27] | 30.38 | 36.22 | 37.98 | 0.94 | 0.91 | 0.95 |
| 本文方法 | 32.19 | 41.06 | 38.59 | 0.99 | 0.99 | 0.97 |

6 结 论

1) 本文方法用残缺图像作为训练样本,能实现大面积失真图像的修复。

2) 生成器和鉴别网络中使用空洞卷积代替标准卷积,减少模型的参数量,加快了收敛速度。

3) 本文方法通过最小化修复图像总距离变化均方差优化结果,改善了修复细节。

为了使方法能用于大面积不规则真实图像修复,仍需优化模型结构,改进损失函数。

参考文献 (References)

[1] BERTALMÍO M, BERTOZZI A L, SAPIRO G. Navier-Stokes, fluid dynamics, and image and video inpainting [C] // 2001

IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2001: 7176886.

[2] LIU D, SUN X, WU F, et al. Image compression with edge-based inpainting [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2007, 17(10): 1273-1287.

[3] BUYSENS P, DAISY M, TSCHUMPERLE D, et al. Exemplar-based inpainting: Technical review and new heuristics for better geometric reconstructions [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(6): 1809-1824.

[4] DARABI S, SHECHTMAN E, BARNES C, et al. Image melding: Combining inconsistent images using patch-based synthesis [J]. ACM Transactions on Graphics, 2012, 31(4): 82.

[5] HUANG J B, KANG S B, AHUJA N, et al. Image completion using planar structure guidance [J]. ACM Transactions on Graphics, 2014, 33(4): 1-10.

[6] BARNES C, SHECHTMAN E, FINKELSTEIN A, et al. Patch-Match: A randomized correspondence algorithm for structural

- image editing [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2009, 28 (3): 24.
- [7] WEXLER Y, SHECHTMAN E, IRANI M. Space-time completion of video [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, 29 (3): 463-476.
- [8] HAYS J, EFROS A A. Scene completion using millions of photographs [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2007, 26 (3): 4.
- [9] DEMIR U, UNAL G. Patch-based image inpainting with generative adversarial networks [EB/OL]. (2018-03-20) [2020-07-25]. <https://arxiv.org/abs/1803.07422v1>.
- [10] NAZERI K, NG E, JOSEPH T, et al. EdgeConnect: Generative image inpainting with adversarial edge learning [EB/OL]. (2019-01-11) [2020-07-25]. <https://arxiv.org/abs/1901.00212?context=cs>.
- [11] XIE J, XU L, CHEN E. Image denoising and inpainting with deep neural networks [C] // *International Conference on Neural Information Processing Systems*, 2012, 1 : 341-349.
- [12] YANG C, LU X, LIN Z, et al. High-resolution image inpainting using multi-scale neural patch synthesis [C] // *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway: IEEE Press, 2017: 17355590.
- [13] HZUKA S, SIMO-SERRA E, ISHIKAWA H. Globally and locally consistent image completion [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2017, 36 (4): 1-14.
- [14] LI Y, LIU S, YANG J, et al. Generative face completion [C] // *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway: IEEE Press, 2017: 17355119.
- [15] PATHAK D, KRAHENBUHL P, DONAHUE J, et al. Context encoders: Feature learning by inpainting [C] // *2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway: IEEE Press, 2016: 16526723.
- [16] GOODFELLOW I J, POUGET-ABADIE J, MIRZA M, et al. Generative adversarial nets [C] // *International Conference on Neural Information Processing Systems*. Cambridge: MIT Press, 2014: 2672-2680.
- [17] BROCK A, DONAHUE J, SIMONYAN K. Large scale GAN training for high fidelity natural image synthesis [EB/OL]. (2018-09-28) [2020-07-25]. <https://arxiv.org/abs/1809.11096v1>.
- [18] AHMADI M, NEST T, ABDELNAIM M, et al. Reproducing AmbientGAN: Generative models from lossy measurements [EB/OL]. (2018-10-23) [2020-07-25]. <https://arxiv.org/abs/1810.10108>.
- [19] SALIMANS T, GOODFELLOW I, ZAREMBA W, et al. Improved techniques for training GANs [C] // *International Conference on Neural Information Processing Systems*, 2016: 2234-2242.
- [20] ZHU J Y, PARK T, ISOLA P, et al. Unpaired image-to-image translation using cycle-consistent adversarial networks [C] // *2017 IEEE International Conference on Computer Vision*. Piscataway: IEEE Press, 2017: 17453078.
- [21] ARJOVSKY M, CHINTALA S, BOTTOU L. Wasserstein GAN [EB/OL]. (2017-01-26) [2020-07-25]. <https://arxiv.org/abs/1701.07875>.
- [22] ARJOVSKY M, BOTTOU L. Towards principled methods for training generative adversarial networks [EB/OL]. (2017-01-17) [2020-07-25]. <https://arxiv.org/abs/1701.04862>.
- [23] CHEN Y, HU H. An improved method for semantic image inpainting with GANs: Progressive inpainting [J]. *Neural Processing Letters*, 2019, 49 (3): 1355-1367.
- [24] LIU Z, LUO P, WANG X, et al. Deep learning face attributes in the wild [C] // *2015 IEEE International Conference on Computer Vision*. Piscataway: IEEE Press, 2015: 3730-3738.
- [25] LECUN Y, BOTTOU L, BENGIO Y, et al. Gradient-based learning applied to document recognition [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1998, 86 (11): 2278-2324.
- [26] 李雪瑾, 李昕, 徐艳杰. 基于生成对抗网络的数字图像修复技术 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2019, 33 (1): 40-46.
LI X J, LI X, XU Y J. Digital image restoration technology based on generative adversarial networks [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2019, 33 (1): 40-46 (in Chinese).
- [27] 李天成, 何嘉. 一种基于生成对抗网络的图像修复算法 [J]. *计算机应用与软件*, 2019, 36 (12): 195-200.
LI T C, HE J. An image inpainting algorithm based on generative adversarial networks [J]. *Computer Applications and Software*, 2019, 36 (12): 195-200 (in Chinese).

Image inpainting method based on incomplete image samples in generative adversarial network

LI Haiyan¹, HUANG Hefu¹, GUO Lei^{1,*}, LI Haijiang², CHEN Jianhua¹, LI Hongsong¹

(1. School of Information Science and Engineering, Yunnan University, Kunming 650000, China;

2. Yunnan Communications Investment and Construction Group Co., Ltd., Kunming 650000, China)

Abstract: A model of Double Generator Deep Convolutional Generative Adversarial Network (DGD-CGAN), which uses the incomplete or noisy sample image as the training set, is proposed, in order to solve the problem of serious distortion of large area image inpainting, complete and high-quality training samples are frequently required, which is hard to acquire. Furthermore, the convergence of single generator is slow. Therefore, two generators and a discriminator are constructed. The incomplete image training set is used to cross calculate and search the image information similar to the loss area as the sample of training generation model, which achieves faster convergence speed. The loss function of the discriminator is improved to be the Wasserstein distance of the output. The adaptive estimation algorithm is used to optimize the model parameters for generating network loss function and identifying network loss function. Finally, the distance difference between two sets of images is calculated, and the reconstructed image is optimized by discriminating model and minimizing mean square error of the total distance change of a group of repaired images. Experiments are performed on four public dataset, the subjective and objective experimental results show that the proposed method that uses incomplete samples as training data can restore large area of distortion in images with faster convergence speed and better performance compared with the existing methods in image inpainting.

Keywords: image inpainting; incomplete image samples; deep convolutional generative adversarial network; Wasserstein distance; mean square error of total distance change

Received: 2020-07-30; **Accepted:** 2020-10-25; **Published online:** 2020-11-23 14:54

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201123.1303.003.html

Foundation items: "Famous Teacher" of Yunnan 10000 Talents Program; Basic Research Key Project of Yunnan Province (202101AS070031); National Natural Science Foundation of China (61861045)

* **Corresponding author.** E-mail: lei_guo@ynu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0349

基于 IFOA 的 MEMS 加速度计无转台标定



戴洪德*, 郑伟伟, 郑百东, 戴邵武, 王瑞

(海军航空大学, 烟台 264001)

摘

要: 为提高微机电系统(MEMS)加速度计的标定效率并降低对高精度转台的依

赖,提出一种基于改进果蝇优化算法(IFOA)的 MEMS 加速度计无转台标定方法。首先,根据模观测标定法原理将加速度计标定问题转化为非线性函数优化问题。然后,针对经典果蝇优化算法存在的只能搜索正参数及搜索步长固定的不足,对味道浓度判定值及搜索步长进行改进,使改进后的算法具有全局参数搜索及可变步长 2 种性能,并利用 Rosenbrock 函数进行测试,结果表明,IFOA 相比于经典果蝇优化算法具有全局参数寻优范围及更高的寻优精度。最后,将 IFOA 应用于求解加速度计待标定参数的非线性函数优化问题,并将结果与牛顿迭代法和粒子群优化(PSO)算法进行对比。仿真结果表明:IFOA 在求解精度方面比牛顿迭代法提高了 1~3 个数量级;在运行稳定性方面比牛顿迭代法和 PSO 算法分别提高了 30% 和 34%,在运行时间方面分别减小了 15.2% 和 43.6%;在加速度计无转台标定方面具有良好的应用价值。

关键词: 微机电系统(MEMS); 加速度计; 标定; 模观测法; 果蝇优化算法(FOA)

中图分类号: V241.62

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-1959-10

近年来,随着微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)的不断发展,越来越多的 MEMS 惯性测量元件(IMU)开始出现在个人消费领域,并逐渐得到消费者及工程技术人员的关注。相比于传统的惯性导航器件, MEMS 加速度计具有体积小、成本低等优势,使得其在行人导航、医疗救援、影视制作等方面具有广阔的应用前景^[1]。尽管具有上述优势, MEMS 加速度计也存在着测量精度较低的不足,这成为制约其发展的一个重要因素^[2]。对于提高 MEMS 加速度计的测量精度,现阶段主要有 2 个方向:①提高 MEMS 器件的制造和封装精度;②对 MEMS 加速度计的测量参数进行标定,利用标定参数对测量误差进行补偿^[3]。由于 MEMS 器件的制造和封装精度受加工设备的精度所限,短期内无法得到较大提

高,研究人员主要将重点放在对 MEMS 加速度计进行标定这个研究方向。

对于 MEMS 加速度计的标定,较为成熟的方法是依托实验室三轴高精度转台,使 MEMS 加速度计处于多个给定位置,通过对重力加速度输入及加速度计输出进行对比,从而标定出加速度计的各个参数,典型的多位置标定方法有六位置法^[4]、十二位置法^[5]及二十四位置法^[6]等。尽管基于转台的多位置标定方法标定精度较高,但其标定时需要昂贵的高精度转台,标定时间长、程序复杂,不适用于消费级 MEMS 加速度计应用场景。

荷兰学者 Lötters 等^[7]提出一种无需依赖转台的标定方法,称为模观测标定法,利用三轴加速度计静止时输出的模值与重力加速度相等的原理建立方程组,将标定问题转化为非线性方程组求

收稿日期: 2020-07-21; 录用日期: 2020-09-25; 网络出版时间: 2020-10-06 16:49

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200930.1707.001.html

基金项目: 山东省自然科学基金(ZR2017MF036); 国防科技项目基金(F062102009); 山东省高等学校青年创新团队发展计划(2020KJN003)

*通信作者. E-mail: dihod@126.com

引用格式: 戴洪德, 郑伟伟, 郑百东, 等. 基于 IFOA 的 MEMS 加速度计无转台标定[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1959-1968. DAI H D, ZHENG W W, ZHENG B D, et al. Calibration of MEMS accelerometer without turntable based on IFOA [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1959-1968 (in Chinese).

解问题。进一步地,将非线性方程组左右两端相减,构成以非线性方程组的解为自变量的非线性函数,当非线性函数通过迭代优化取得最小值0时,即代表原非线性方程组有解,非线性函数此时的自变量即是非线性方程组的解。通过该方法,标定问题即可转换成函数的优化问题。在模观测标定法原理的基础上,瑞典学者 Skog^[8]、意大利学者 Frosio^[9]及加拿大学者 Qureshi^[10]等采用牛顿迭代法优化关于待标定参数的非线性函数,得到较高精度的标定效果。捷克学者 Sipos^[11]运用 Levenberg-Marquardt 算法和 Thin-Shell 算法优化非线性函数,得到待标定参数,并将2种算法与 MATLAB 中的优化函数 fminunc 进行对比,验证了2种算法的可行性,且两者具有更高的求解效率。但上述算法由于计算中涉及求解海森矩阵及矩阵求逆运算,计算较为复杂且容易出现矩阵奇异问题。近年来,随着计算机技术的快速发展,在求解非线性优化问题领域中出现了很多智能优化算法。粒子群优化(PSO)算法^[12-14]、遗传算法^[15-16]及自适应遗传算法^[17]等相继应用到基于模观测标定法原理的加速度计标定问题的求解中,为加速度计标定提供了新的思路。但遗传算法存在计算量大、算法复杂、精度较低的问题,而 PSO 算法易陷入局部极点^[18]。

Pan^[19]于2012年提出一种新的群智能优化算法,称为果蝇优化算法(Fruit Fly Optimization Algorithm, FOA),将其应用于企业财务困境模型的训练并进行测试,具有很好的收敛性及分类预测能力。Dai等^[20-21]通过增加象限判别条件改进果蝇优化算法的寻参范围,其中,文献[21]将改进算法应用于舰船甲板 IMU 布局优化问题,通过实验验证了算法的有效性,之后,文献[22]又提出一种具有联合搜索策略的增强果蝇优化算法,该算法基于原算法提出协作组搜索及记忆搜索策略,并结合梯度下降法进行搜索,确保算法不陷入局部最优,并用测试函数验证了其鲁棒性和收敛性。近年来,果蝇优化算法及其改进型算法被广泛应用于 PID 参数寻优^[23]、用电量预测^[24]及无人机路径规划^[25]等问题中,其实用性得到有效检验。由于果蝇优化算法及其改进型算法原理简单、计算量小并且寻优精度高,这些优点使得其在 MEMS 加速度计无转台标定中具有更好的应用效果及使用价值。

针对 MEMS 加速度计无转台标定问题,本文提出了一种基于改进果蝇优化算法(Improved Fruit Fly Optimization Algorithm, IFOA)的 MEMS

加速度计无转台标定方法。首先,建立加速度计输出模型,利用模观测标定法建立含有加速度计待标定参数的非线性函数。然后,针对经典果蝇优化算法存在的只能搜索正参数及搜索步长固定的不足,对味道浓度判定值及搜索步长进行改进,提出改进型算法——IFOA,利用 Rosenbrock 函数对 IFOA 及经典果蝇优化算法进行仿真测试,验证了 IFOA 在参数寻优范围及寻优精度方面的性能优势。最后,利用 IFOA 求解得到加速度计待标定参数,通过与牛顿迭代法和 PSO 算法进行对比,验证了 IFOA 求解标定问题的精确性、稳定性及快速性。

1 基于模观测的 MEMS 加速度计标定

1.1 MEMS 加速度计的输出模型

MEMS 加速度计在工作过程中的实际输出值并不等于加速度输入值,两者存在一定的误差。误差包括确定性误差和随机误差2类,确定性误差主要由零偏、刻度因子、安装误差构成,是加速度计的主要误差^[26]。因此,主要针对这3项误差的标定展开研究,并且假设安装误差角为小角度,因而加速度计的输出模型可以近似写为

$$\begin{bmatrix} N_x^a \\ N_y^a \\ N_z^a \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} S_x^a & 0 & 0 \\ 0 & S_y^a & 0 \\ 0 & 0 & S_z^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\gamma_{xz}^a & \gamma_{xy}^a \\ \gamma_{yz}^a & 1 & -\gamma_{yx}^a \\ -\gamma_{zy}^a & \gamma_{zx}^a & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x^a \\ b_y^a \\ b_z^a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_x^a \\ n_y^a \\ n_z^a \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:上标 b 为载体坐标系, a 为安装坐标系; $[N_x^a \ N_y^a \ N_z^a]^T$ 为加速度计的实际输出; $S_i^a (i = x, y, z)$ 为刻度因子; $[f_x^b \ f_y^b \ f_z^b]^T$ 为比力在载体坐标系中的表示; $[b_x^a \ b_y^a \ b_z^a]^T$ 为加速度计的零偏; $[n_x^a \ n_y^a \ n_z^a]^T$ 为加速度计的测量噪声; $\begin{bmatrix} 1 & -\gamma_{xz}^a & \gamma_{xy}^a \\ \gamma_{yz}^a & 1 & -\gamma_{yx}^a \\ -\gamma_{zy}^a & \gamma_{zx}^a & 1 \end{bmatrix}$ 为小角度条件下的安装关系矩阵。

为简化表达,式(1)可以进一步写为

$$N^a = K_a \cdot f^b + b^a + n^a \quad (2)$$

式中: $K_a = \begin{bmatrix} S_x^a & -S_x^a \gamma_{xz}^a & S_x^a \gamma_{xy}^a \\ S_y^a \gamma_{yz}^a & S_y^a & -S_y^a \gamma_{yx}^a \\ -S_z^a \gamma_{zy}^a & S_z^a \gamma_{zx}^a & S_z^a \end{bmatrix}$ 。

1.2 模观测标定法原理

模观测标定法的基本原理是:在静止条件下,三轴加速度计上输出的加速度模值等于重力加速度的模值。该方法最早由荷兰学者 Lötters 等^[7]于 1998 年提出。三轴加速度计在静止条件下,只感受地球的重力加速度,测量得到的比力输出满足如下关系:

$$\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b = -\mathbf{g}^n \quad (3)$$

式中: \mathbf{C}_b^n 为载体坐标系到导航坐标系的方向余弦矩阵; \mathbf{f}^b 为载体坐标系中加速度计的比力输出; \mathbf{g}^n 为导航坐标系下的重力加速度。

对式(3)两端同时取模值^[17],可以得到

$$|\mathbf{f}^b| = |\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b| = |-\mathbf{g}^n| = g \quad (4)$$

根据式(4)可知,静止条件下的加速度计输出模值与姿态无关,恒等于当地重力加速度的模值^[27]。根据式(2),可知

$$\mathbf{f}^b = \mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{N}^a - \mathbf{b}^a - \mathbf{n}^a) \quad (5)$$

代入式(4),可得

$$|\mathbf{f}^b| = |\mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{N}^a - \mathbf{b}^a - \mathbf{n}^a)| = g \quad (6)$$

对式(6)两边同时平方,得到

$$|\mathbf{f}^b|^2 = (\mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{N}^a - \mathbf{b}^a - \mathbf{n}^a))^T (\mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{N}^a - \mathbf{b}^a - \mathbf{n}^a)) = g^2 \quad (7)$$

式(7)即为含有加速度计待标定参数的一个非线性方程,由于上述非线性方程具有多个待求解参数,需要建立多个非线性方程才能对所有参数进行求解。通过对加速度计静态时多个位置的观测,可以得到非线性方程组从而实现对所有参数的求解。而对非线性方程组的求解,可以进一步将其转化为非线性函数优化问题,式(7)转化得到的代价函数^[28]为

$$L(\boldsymbol{\theta}_a) = \sum_{h=1}^{n_p} (|(\mathbf{f}^b)_h|^2 - g^2)^2 \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}_a = [\mathbf{K}_a^{-1} \quad \mathbf{b}^a]$ 为待标定参数; n_p 为观测的位置数。

通过优化方法,求解代价函数(8)的最优值,代价函数取得最优值时所得到的参数即是加速度计待标定参数。

在应用模观测标定法进行加速度计静态多位置标定时,加速度计标定的结果并不具有唯一性。根据式(6),不考虑噪声的情况下,任意静态位置加速度计输出满足:

$$|\mathbf{K}_A \mathbf{N}^a - \mathbf{B}| = g \quad (9)$$

式中: $\mathbf{K}_A = \mathbf{K}_a^{-1}$; $\mathbf{B} = \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{b}^a$ 。

在式(9)两边同时左乘 $|\mathbf{C}_b^n|$, \mathbf{C}_b^n 为任意方向余弦矩阵,可以得到

$$|\mathbf{C}_b^n| |\mathbf{K}_A \mathbf{N}^a - \mathbf{B}| = |\mathbf{C}_b^n| g \quad (10)$$

整理可得

$$|\mathbf{K}'_A \mathbf{N}^a - \mathbf{B}'| = g \quad (11)$$

式中: $\mathbf{K}'_A = \mathbf{C}_b^n \mathbf{K}_A$; $\mathbf{B}' = \mathbf{C}_b^n \mathbf{B}$ 。

从式(11)可以得出,方程(9)的解并不唯一。

因此为保证标定结果的唯一性,通过对加速度计参数坐标系进行明确定义^[29],使安装关系矩

阵表示为:
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \gamma_{yz}^a & 1 & 0 \\ -\gamma_{zy}^a & \gamma_{zx}^a & 1 \end{bmatrix}$$
, 则 \mathbf{K}_a 可以表示为

$$\mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} S_x^a & 0 & 0 \\ S_y^a \gamma_{yz}^a & S_y^a & 0 \\ -S_z^a \gamma_{zy}^a & S_z^a \gamma_{zx}^a & S_z^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ k_4 & k_5 & k_6 \end{bmatrix} \quad (12)$$

下面证明采用上述形式 \mathbf{K}_a 能够使标定结果唯一。在不考虑噪声的情况下,式(7)可以化简为

$$(\mathbf{N}^a - \mathbf{b}^a)^T \mathbf{M}_a (\mathbf{N}^a - \mathbf{b}^a) = g^2 \quad (13)$$

式中: $\mathbf{M}_a = (\mathbf{K}_a^{-1})^T \mathbf{K}_a^{-1}$ 。

记 \mathbf{K}_a 的逆阵为

$$\mathbf{K}_a^{-1} = \begin{bmatrix} k'_1 & 0 & 0 \\ k'_2 & k'_3 & 0 \\ k'_4 & k'_5 & k'_6 \end{bmatrix} \quad (14)$$

则

$$\mathbf{M}_a = (\mathbf{K}_a^{-1})^T \mathbf{K}_a^{-1} = \begin{bmatrix} k_1'^2 + k_2'^2 + k_4'^2 & k_2'k_3' + k_4'k_5' & k_4'k_6' \\ k_2'k_3' + k_4'k_5' & k_3'^2 + k_5'^2 & k_5'k_6' \\ k_4'k_6' & k_5'k_6' & k_6'^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

由式(13)解得 \mathbf{M}_a 后,在已知 \mathbf{K}_a 各元素符号的情况下,可以唯一求解 \mathbf{K}_a^{-1} 各元素,由此可以唯一求解 \mathbf{K}_a ,也即可以求解得到确定的加速度计待标定参数。

2 果蝇优化算法及其改进

2.1 果蝇优化算法

果蝇优化算法由 Pan^[19]于 2012 年首次提出,是一种基于果蝇觅食行为推演出寻求全局优化的群智能优化新算法。果蝇通过敏锐的嗅觉搜寻周围环境中的食物,并与果蝇群体中的其他个体共享味道浓度信息,通过比较得到拥有最佳味道浓度信息的果蝇位置,之后果蝇群体利用视觉向该位置飞去,随后继续展开搜索。果蝇群体搜索食物示意图如图 1 所示。

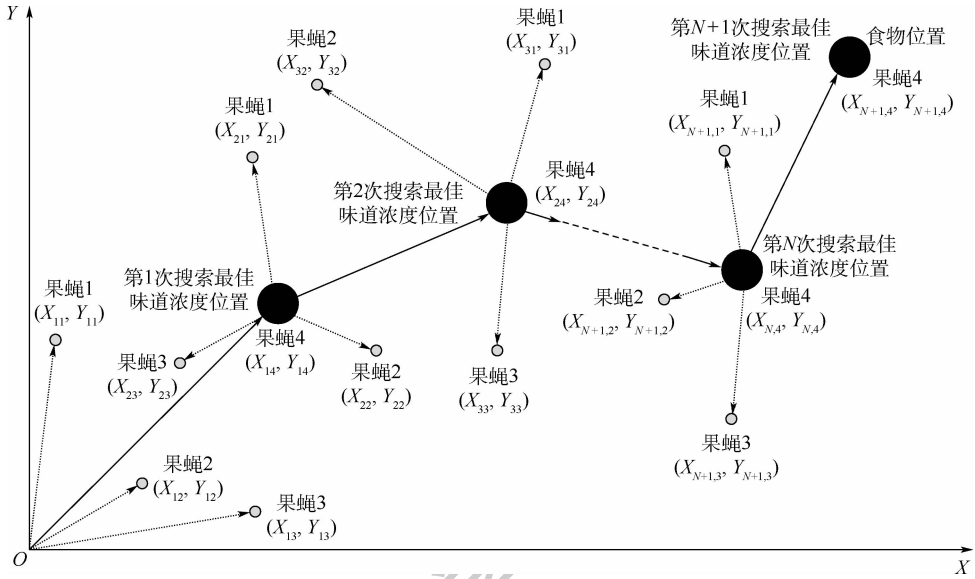


图1 果蝇群体搜索食物示意图

Fig.1 Schematic diagram of food search by fruit fly group

图1中,果蝇群体的规模为4,共进行 $N+1$ 次搜索, (X_{ij}, Y_{ij}) 代表每只果蝇的位置, i 代表第 i 次搜索, j 代表每次搜索中的第 j 只果蝇。第1次搜索中,4只果蝇从 O 点出发,分别通过嗅觉向4个位置飞去,通过计算和比较,得到果蝇4所在的位置 (X_{14}, Y_{14}) 为第1次搜索最佳味道浓度位置(假设每次搜索果蝇4所在位置均为最佳味道浓度位置),因此所有果蝇利用视觉向果蝇4所在位置 (X_{14}, Y_{14}) 飞去,随后果蝇群体从位置 (X_{14}, Y_{14}) 开始第2次搜索。以此类推,最后图1中的每个黑色球即代表每次搜索的最佳味道浓度位置,每条黑色有向线段即代表每次搜索的最佳飞行路径,所有黑色有向线段就构成了果蝇群体搜寻食物的最佳飞行路径,最终果蝇群体搜寻到食物。

果蝇优化算法的计算步骤如下:

步骤1 根据问题求解需要设定果蝇群体的规模 n 、迭代次数 Maxgen 或者求解精度 ε ,并随机初始化果蝇群体的位置信息 (X_axis, Y_axis) 。

步骤2 对果蝇群体的每个个体赋予随机的搜索方向和距离:

$$\begin{cases} X_i = X_axis + \text{RandomValue} \\ Y_i = Y_axis + \text{RandomValue} \\ \text{RandomValue} \in (-1, 1) \end{cases} \quad (16)$$

步骤3 计算群体中每只果蝇的味道浓度判定值,其大小为果蝇个体与原点的距离 Dist_i 的倒数:

$$S_i = \frac{1}{\text{Dist}_i} = \frac{1}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}} \quad (17)$$

步骤4 将得到的味道浓度判定值分别代入到味道浓度判定函数中,求出每个果蝇所处位置

的味道浓度。

$$\text{Smell}_i = \text{Function}(S_i) \quad (18)$$

步骤5 通过比较找到果蝇群体中的最小味道浓度及其所对应的最佳位置。

$$[\text{bestSmell} \quad \text{bestIndex}] = \min(\text{Smell}_i) \quad (19)$$

步骤6 记录本次寻优得到的最小味道浓度,群体中的所有果蝇利用视觉向最佳位置飞去,作为下一次迭代寻优的初始位置。

$$\begin{cases} \text{Smellbest} = \text{bestSmell} \\ X_axis = X(\text{bestIndex}) \\ Y_axis = Y(\text{bestIndex}) \end{cases} \quad (20)$$

步骤7 进行下一次迭代寻优,重复上述步骤,每代得到的最小味道浓度与上一代进行对比,若小于上代,则继续执行步骤6,否则重新执行步骤2~步骤5,直到达到设定的迭代次数或者优化精度。

通过设定多组果蝇群体,使其进行同时搜索,就可以实现对具有多参数的非线性函数的优化求解。

2.2 改进果蝇优化算法

由2.1节算法步骤可以看到,果蝇优化算法中味道浓度判定值为距离的倒数,将其应用于标定参数求解中时,最终解得的值即为加速度计待标定的参数。在实际应用中,待标定的参数既有正数也有负数,而味道浓度判定值根据算法设定只能为正值,因此需要对果蝇优化算法进行改进才可适用于加速度计标定参数求解。

另一方面,在Pan^[19]提出的果蝇优化算法中,其搜索 RandomValue 步长只在固定取值范围 $(-1, 1)$ 之间,即搜索半径固定为1,这就导致对

于不同的实际问题,搜索半径可能出现不匹配的情况。搜索半径如果相对初值来说过小,则其对味道浓度判定值的影响很小,会导致算法陷入局部最优;而当搜索半径相对初值来说过大时,会出现过早收敛,求解精度降低。针对上述不足,提出改进型算法——IFOA,对步骤 2 中个体搜索方式改进如下:

$$\begin{cases} X_i = X_axis + steplength \\ steplength = \text{RandomValue} \cdot \Delta \cdot \alpha^p \\ \text{RandomValue} \in (-1, 1) \end{cases} \quad (21)$$

式中: Δ 为初始化时设定的搜索半径; α 为搜索半径权重系数, $\alpha \in (0, 1)$; p 为精确度系数,其计算方式如下:

$$p = \begin{cases} 0 & \text{Smellbest} \geq \sigma \\ 1 - [\lg(\text{Smellbest})] & \text{Smellbest} < \sigma \end{cases} \quad (22)$$

其中: Smellbest 为寻优得到的最小味道浓度; σ 为精确度阈值; $[\cdot]$ 为取整函数。

对步骤 3 中味道浓度判定值的计算方法改进如下:

$$S_i = X_i \quad (23)$$

上述 IFOA 相比于果蝇优化算法的优势主要体现在以下 2 点:

1) 通过设置 α^p , 使原先的固定半径搜索转化为可变半径搜索,当最小味道浓度 Smellbest 大于设定的精确度阈值 σ 时,仍以固定半径进行搜索;而当 Smellbest 小于设定的精确度阈值 σ 时,精确度系数 p 将随着 Smellbest 的变小而变大,从而使搜索半径不断缩小,有效避免了固定半径搜索容易出现的早熟收敛现象,从而保证了 IFOA 兼具全局优化性能和局部优化性能。

2) 用 X_i 替换 $1/\text{Dist}_i$ 作为味道浓度判定值 S_i ,使得 S_i 取值范围变为 $(-\infty, +\infty)$,从而实现算法对于负参数的求解。

IFOA 流程如图 2 所示。

上述算法是针对单参数的非线性函数进行优化的 IFOA,而对于具有多参数的非线性函数优化问题,如加速度计标定问题,就需要在算法中设置多个果蝇种群,使每个果蝇种群搜索一个参数,多个种群同时进行搜索时,就可以对多参数的非线性函数进行优化,并求解得到多个待定参数。多种群 IFOA 示意图如图 3 所示。

在图 3 中,果蝇群体的规模为 4, (X_{ik}) 代表每只果蝇的位置, i 代表第 i 次搜索, k 代表第 k 组果蝇种群, j 代表每组种群中第 j 只果蝇, $S_1 \sim S_k$ 表示 k 个参数。

第 1 次搜索中,所有组果蝇种群中的 4 个果

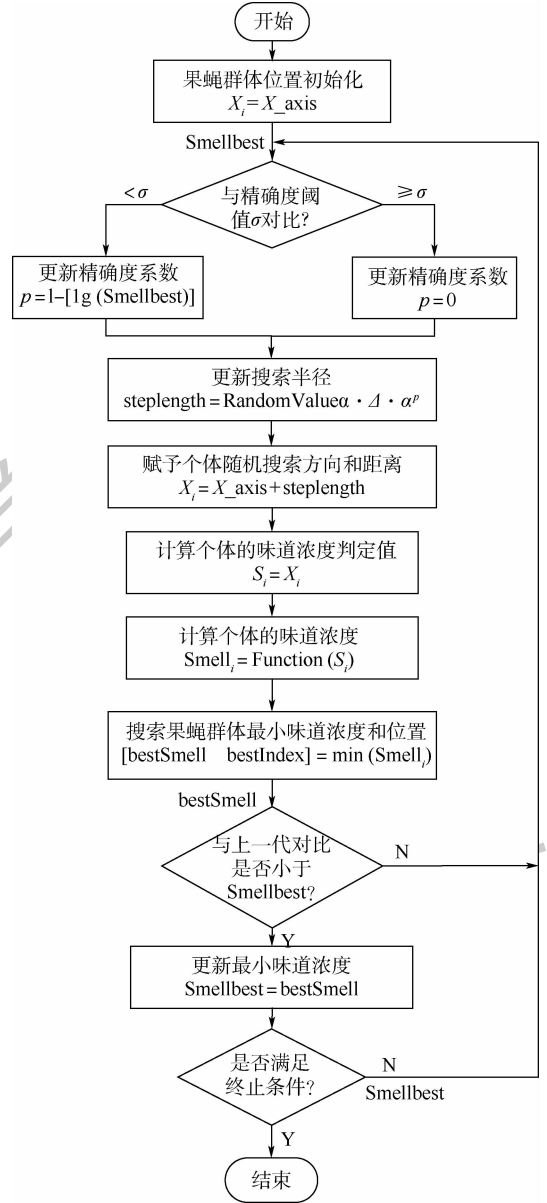


图 2 IFOA 流程

Fig. 2 Flowchart of improved fruit fly optimization algorithm
 蝇都同时搜索随机距离,得到每只果蝇的位置 (X_{1kj}) 值。首先取各组种群中果蝇 1 的值作为参数的值,即 $(S_1, S_2, \dots, S_k) = (X_{111}, X_{121}, \dots, X_{1k1})$, 代入代价函数 Function 中得到 Smell_{11} , 之后依次取各组种群中果蝇 2、果蝇 3、果蝇 4 重复上述计算,共得到 Smell_{11} 、 Smell_{12} 、 Smell_{13} 、 Smell_{14} 四个味道浓度值,找出其中的最小味道浓度值,同时记录取得最小味道浓度值时对应的值(即 1, 2, 3, 4 中的其中一个值),并将 $(X_{11j}, X_{12j}, \dots, X_{1kj})$ 作为下次搜索的初始值,随后重复上述过程开始进行迭代搜索,直到达到设定迭代次数或者寻优精度,由此可对多参数非线性函数进行优化求解。尽管算法在比较寻优的过程中,会存在参数间互相干扰的问题,但由于算法搜索的随机性和广泛性,该问题不会影响最终的优化结果。

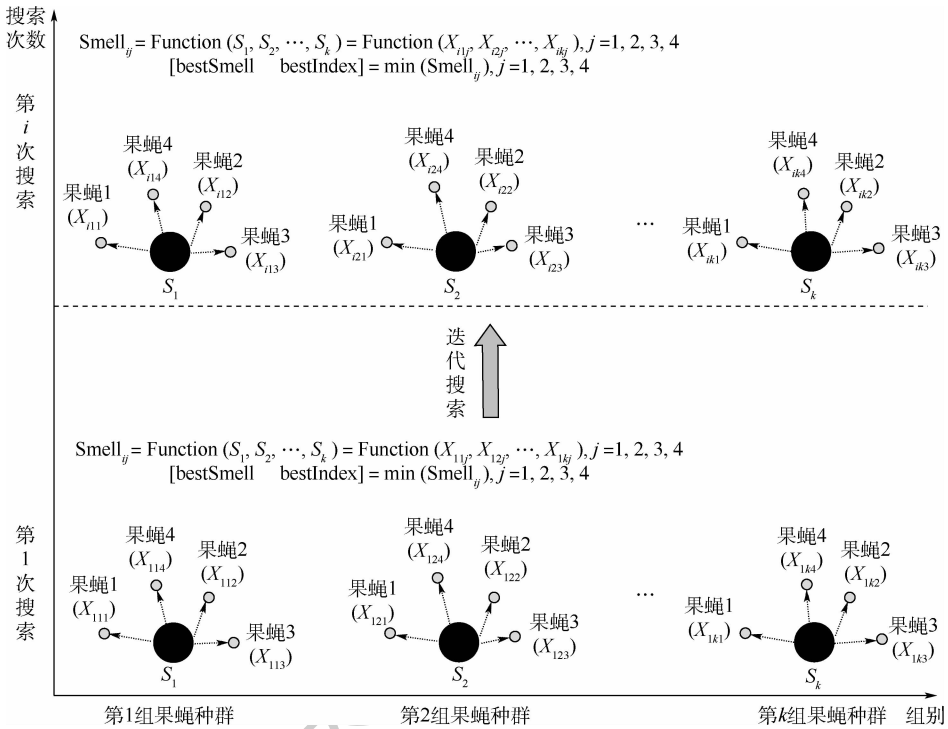


图 3 多种群 IFOA 示意图

Fig. 3 Schematic diagram of multi-population improved fruit fly optimization algorithm

2.3 仿真分析

IFOA 相比于果蝇优化算法具有参数寻优范围扩大及寻优精度提升的优势,下面以 Rosenbrock 函数对 IFOA 进行测试。Rosenbrock 函数的数学形式为

$$f(x) = \sum_{i=1}^{D-1} [100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2] \quad \forall x \in \mathbf{R}^N \quad (24)$$

此函数为典型的非凸函数,主要应用于测试优化算法的寻优性能。当 $D = 3$ 时,此函数只有一个最小值,在 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 1)$ 处取得,因此这里取 $D = 3$ 进行算法测试^[30]。

为使该函数适用于所述算法的对比分析,对该函数的表达式进行适当修改,使其在 $(x_1, x_2, x_3) = (-1, -1, -1)$ 时取得最小值 0。修改后的函数表示如下:

$$f(x) = \sum_{i=1}^2 [100((x_i + 2)^2 - (x_{i+1} + 2))^2 + (x_i + 1)^2] \quad \forall x \in \mathbf{R}^N \quad (25)$$

为更好对比 IFOA 的性能,分别对果蝇优化算法、全参数果蝇优化算法及全参数变步长果蝇优化算法进行对比分析。其中,全参数果蝇优化算法只是对果蝇优化算法改进了参数的寻优范围,仅具有全局参数 $(-\infty, +\infty)$ 搜索的性能,而全参数变步长果蝇优化算法即是提出的 IFOA,具有全局参数搜索及可变步长 2 种性能。在相同的

条件下,分别使用上述 3 种果蝇优化算法对修改后的 Rosenbrock 函数进行寻优测试,得到三者的收敛曲线如图 4 所示。

为定量比较,对 3 种果蝇优化算法进行 100 次蒙特卡罗仿真,3 种算法计算得到的最优值、对应参数的平均值及最优值、对应参数的均方根误差分别如表 1 和表 2 所示。

由图 4、表 1 和表 2 可以看出,在收敛速度方面,定义的全参数果蝇优化算法及全参数变步长果蝇优化算法具有更快的收敛速度,两者迭代到第 10 代之后就可以收敛到理想的精度,而果蝇优化算法收敛速度较慢,且优化过程中容易受到局

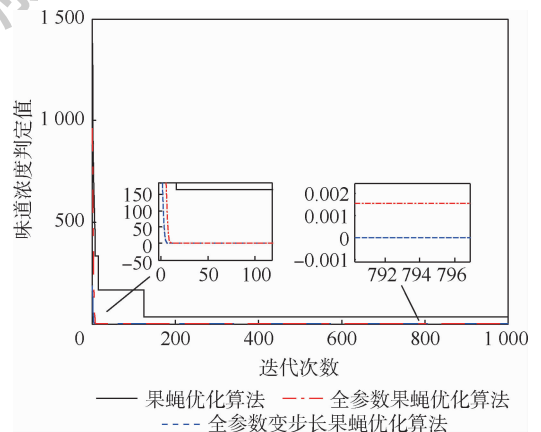


图 4 三种果蝇优化算法收敛曲线

Fig. 4 Convergence curves of three fruit fly optimization algorithms

表 1 三种果蝇优化算法计算得到的平均值

Table 1 Calculated mean of three fruit fly optimization algorithms

| 参数 | 果蝇优化算法 | 全参数果蝇优化算法 | 全参数变步长果蝇优化算法 |
|--------|---------|-----------------------|-----------------------|
| x_1 | 7.167 8 | -0.999 4 | -0.999 9 |
| x_2 | 0.427 1 | -0.998 8 | -0.999 7 |
| x_3 | 0.059 3 | -0.997 5 | -0.999 4 |
| $f(x)$ | 40.427 | 6.17×10^{-4} | 3.70×10^{-7} |

表 2 三种果蝇优化算法计算得到的均方根误差

Table 2 Calculated root mean square error of three fruit fly optimization algorithms

| 参数 | 果蝇优化算法 | 全参数果蝇优化算法 | 全参数变步长果蝇优化算法 |
|--------|---------|-----------------------|-----------------------|
| x_1 | 8.437 9 | 7.00×10^{-3} | 2.71×10^{-4} |
| x_2 | 1.428 4 | 1.41×10^{-2} | 5.40×10^{-4} |
| x_3 | 1.059 3 | 2.86×10^{-2} | 1.10×10^{-3} |
| $f(x)$ | 52.055 | 1.10×10^{-3} | 1.87×10^{-6} |

部最优值的干扰,从而出现阶梯状的优化收敛曲线;在优化精度方面,由于果蝇优化算法参数无法收敛到 -1,无法达到最优值,基本失去优化效果。而对于后 2 种算法,由于具有全局参数搜索性能,参数能够收敛到接近 -1,其最优值也能达到理想精度,具有较好的优化效果。特别地,相比于全参数果蝇优化算法,全参数变步长果蝇优化算法由于又具有可变步长的性能,其最优值的计算精度提升了 3 个数量级,且参数值更接近 -1,均方根

表 3 三种优化算法加速度计各参数标定结果及标定误差

Table 3 Calibration results and calibration errors of three optimization algorithms for parameters of accelerometer

| 标定参数 | 真值 | 牛顿迭代法 | | PSO 算法 | | IFOA | | |
|------|-----------------|-----------------------------|-----------------------------|----------|-----------------------------|----------|-----------------------------|----------|
| | | 标定值 | 相对误差/% | 标定值 | 相对误差/% | 标定值 | 相对误差/% | |
| 刻度因子 | S_x^a | $4.587\ 40 \times 10^5$ | $4.587\ 39 \times 10^5$ | -0.000 2 | $4.587\ 40 \times 10^5$ | 0 | $4.587\ 40 \times 10^5$ | 0 |
| | S_y^a | $4.562\ 80 \times 10^5$ | $4.562\ 80 \times 10^5$ | 0 | $4.562\ 80 \times 10^5$ | 0 | $4.562\ 80 \times 10^5$ | 0 |
| | S_z^a | $4.528\ 40 \times 10^5$ | $4.528\ 40 \times 10^5$ | 0 | $4.528\ 40 \times 10^5$ | 0 | $4.528\ 40 \times 10^5$ | 0 |
| 安装误差 | γ_{yz}^a | $-7.153\ 94 \times 10^{-4}$ | $-7.254\ 45 \times 10^{-4}$ | 1.405 0 | $-7.153\ 88 \times 10^{-4}$ | -0.000 8 | $-7.153\ 35 \times 10^{-4}$ | -0.008 2 |
| | γ_{xy}^a | $1.032\ 88 \times 10^{-3}$ | $1.026\ 89 \times 10^{-3}$ | -0.579 9 | $1.032\ 89 \times 10^{-3}$ | 0.001 0 | $1.032\ 85 \times 10^{-3}$ | -0.002 9 |
| | γ_{zx}^a | $1.405\ 49 \times 10^{-3}$ | $1.410\ 14 \times 10^{-3}$ | 0.330 8 | $1.405\ 48 \times 10^{-3}$ | -0.000 7 | $1.405\ 51 \times 10^{-3}$ | 0.001 4 |
| 零偏 | b_x^a | $-4.274\ 80 \times 10^3$ | $-4.276\ 02 \times 10^3$ | 0.028 5 | $-4.274\ 79 \times 10^3$ | -0.000 2 | $-4.274\ 81 \times 10^3$ | 0.000 2 |
| | b_y^a | $-2.354\ 20 \times 10^4$ | $-2.354\ 31 \times 10^4$ | 0.004 7 | $-2.354\ 20 \times 10^4$ | 0 | $-2.354\ 20 \times 10^4$ | 0 |
| | b_z^a | $-4.478\ 20 \times 10^3$ | $-4.475\ 34 \times 10^3$ | -0.063 9 | $-4.478\ 21 \times 10^3$ | 0.000 2 | $-4.478\ 14 \times 10^3$ | -0.001 3 |

从表 3 的标定结果及相应标定误差可以看出,在给定求解精度下,牛顿迭代法能够标定出加速度计的各参数,并且在刻度因子标定方面效果较好,但其在安装误差及零偏标定方面效果一般。而 PSO 算法与 IFOA 均作为智能群搜索算法,对于加速度计各参数均具有较好的标定效果,标定误差较小,达到了较理想的水平。相比于牛顿迭代法,两者在安装误差和零偏参数标定方面精确度提升了 1~3 个数量级。

误差更小。在计算量方面,由于果蝇优化算法的复杂度主要与种群数量和迭代次数有关,而全参数变步长果蝇优化算法在这 2 个参数方面均未改变,上述对果蝇优化算法的改进不会增加复杂度。而在实际测试中,由于后 2 种算法用 X_i 直接替换了 $1/\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}$ 作为味道浓度判定值,运行时只需生成 X_i 的随机步长,而无需生成 Y_i 的随机步长并且减少了对 Y_i 计算,后 2 种算法计算量更小,运行时间更短。果蝇优化算法、全参数果蝇优化算法和全参数变步长果蝇优化算法的平均运行时间分别为 0.23 s、0.16 s 和 0.20 s。

3 基于 IFOA 的 MEMS 加速度计标定

为验证 IFOA 在加速度计标定方面的有效性,模拟了 12 个静态位置下加速度计的输入、输出数据,分别运用牛顿迭代法、PSO 算法及 IFOA 进行仿真,并对仿真结果进行对比分析。其中,IFOA 的参数设置为 $\Delta = 1 \times 10^4$, $\alpha = 0.25$, $\sigma = 100$, $n = 10$, $k = 9$,共有果蝇 90 个,PSO 算法的粒子数为 90,3 种算法的优化精度均设置为 $\varepsilon = 1 \times 10^{-10}$ 。为避免结果的偶然性,对上述 3 种算法分别进行多次仿真实验,并取标定成功结果的平均值进行对比,仿真得到的加速度计各参数标定结果及标定误差如表 3 所示。

三种算法进行标定的平均运行时间及其成功率如表 4 所示。

表 4 三种优化算法标定平均运行时间及成功率

Table 4 Average calibration time and success rate of three optimization algorithms

| 优化算法 | 标定平均运行时间/s | 标定成功率/% |
|--------|------------|---------|
| 牛顿迭代法 | 8.36 | 70 |
| PSO 算法 | 12.56 | 66 |
| IFOA | 7.09 | 100 |

从表4可以看出,在给定求解精度下,牛顿迭代法的平均运行时间为8.36 s,但由于在标定过程中牛顿迭代法容易出现矩阵奇异现象,导致优化问题无法求解,标定成功率为70%,牛顿迭代法应用于加速度计无转台标定具有一定的局限性。而PSO算法平均运行时间为12.56 s,尽管标定过程中不存在矩阵奇异问题,但容易出现早熟收敛的问题,导致标定成功率为66%。IFOA平均运行时间为7.09 s,由于在标定过程中不存在矩阵奇异及早熟收敛的问题,标定成功率为100%。因此,相比于牛顿迭代法和PSO算法,IFOA具有更少的运行时间及稳定性。

尽管IFOA在参数标定精确度方面比牛顿迭代法有所提升,在运行时间方面比PSO算法有所提高,但其参数标定精确度与PSO算法相比没有明显提高,运行时间与牛顿迭代法相比也没有明显缩短,主要是因为算法仅设置了单一的搜索半径。这个算法局限性导致不同数量级的待标定参数,在搜索初期需要较长的时间才能收敛到各自的真值附近,同时这也导致不同参数在各自真值附近的波动范围较大,难以进一步提高标定精确度。在下一步的研究中,可以考虑在算法中针对不同数量级的待标定参数,设置不同数量级的搜索半径,从而使标定参数能够迅速收敛到真值附近,同时也能够对参数收敛的波动范围进行一定限制,提高标定精确度。

4 结论

1) 提出的IFOA相比于果蝇优化算法具有参数搜索范围广、收敛速度快、优化精度高、运行时间短的性能优势。

2) 对加速度计标定的仿真结果显示,IFOA相比于牛顿迭代法在求解精度方面提高了1~3个数量级;由于不存在矩阵奇异及早熟收敛的问题,IFOA在运行稳定性方面比牛顿迭代法和PSO算法分别提高了30%和34%,在运行时间方面分别减小了15.2%和43.6%。对于算法存在的局限性,在后续的研究中可以考虑设计多搜索半径算法,对不同标定参数设置不同搜索半径,从而进一步提高IFOA的标定精确度并缩短运行时间。

3) 提出的基于IFOA的MEMS加速度计无转台标定方法具有精度高、稳定性好、解算时间短的优点,且无需依赖高精度转台,适用范围广、成本低,在消费级MEMS加速度计简易标定方面具有良好的应用价值。

参考文献 (References)

- [1] CIUTI G, RICOTTI L, MENCIASSI A, et al. MEMS sensor technologies for human centred applications in healthcare, physical activities, safety and environmental sensing: A review on research activities in Italy [J]. *Sensors*, 2015, 15 (3): 6441-6468.
- [2] LIU Y, XIANG G, LU Y, et al. Calibration of MEMS accelerometer based on Kalman filter and the improved six position method [J]. *Journal of Communications*, 2016, 11 (5): 516-522.
- [3] NEZ A, FRADET L, LAGUILLAUMIE P, et al. Comparison of calibration methods for accelerometers used in human motion analysis [J]. *Medical Engineering*, 2016, 38 (11): 1289-1299.
- [4] HE C L, TAO S Q, SHEN Q, et al. Research on calibration and parameter compensation of MEMS inertial sensors based on error analysis [C] // 2012 Fifth International Symposium on Computational Intelligence and Design. Piscataway: IEEE Press, 2012: 325-329.
- [5] 田晓春, 李杰, 范玉宝, 等. 一种微惯性测量单元标定补偿方法 [J]. *传感技术学报*, 2012, 25 (10): 1411-1415.
TIAN X C, LI J, FAN Y B, et al. A calibration-compensation method for micro inertial measurement unit [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2012, 25 (10): 1411-1415 (in Chinese).
- [6] 于婷, 孙伟, 文剑. MEMS 惯性组件的误差特性分析与标定 [J]. *传感技术学报*, 2016, 29 (6): 859-864.
YU T, SUN W, WEN J. Error analysis and calibration of MEMS inertial components [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2016, 29 (6): 859-864 (in Chinese).
- [7] LÖTTERS J C, SCHIPPER J, VELTINK P H, et al. Procedure for in-use calibration of triaxial accelerometers in medical applications [J]. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 1998, 68 (1-3): 221-228.
- [8] SKOG I, HÄNDEL P. Calibration of a MEMS inertial measurement unit [C] // XVII IMEKO World Congress, 2006: 1-6.
- [9] FROSIO I, PEDERSINI F, BORGHESE N A, et al. Autocalibration of MEMS accelerometers [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2009, 58 (6): 2034-2041.
- [10] QURESHI U, GOLNARAGHI F. An algorithm for the in-field calibration of a MEMS IMU [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17 (22): 7479-7486.
- [11] SIPOS M. Analyses of triaxial accelerometer calibration algorithms [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2012, 12 (5): 1157-1165.
- [12] CAI Q, SONG N, YANG G, et al. Accelerometer calibration with nonlinear scale factor based on multi-position observation [J]. *Measurement Science*, 2013, 24 (10): 105002.
- [13] 戴邵武, 王克红, 戴洪德. 基于 PSO 算法的加速度计快速标定方法 [J]. *光电与控制*, 2014, 21 (12): 57-60.
DAI S W, WANG K H, DAI H D. A rapid calibration method for accelerometer based on PSO algorithm [J]. *Electronics Optics & Control*, 2014, 21 (12): 57-60 (in Chinese).
- [14] PODDAR S, KUMAR A. Scale-free PSO for in-run and in-field inertial sensor calibration [J]. *Measurement*, 2019, 147: 106849.
- [15] 杨管金子, 李建辰, 黄海, 等. 基于遗传算法的加速度计免

- 转台标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(1): 119-123.
- YANG G J Z, LI J C, HUANG H, et al. Non-turntable calibration method for three-accelerometer based on genetic algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(1): 119-123 (in Chinese).
- [16] CUI X, LIU C, SHI G, et al. A new calibration method for MEMS accelerometers with genetic algorithm [C] // 2017 IEEE International Conference on Real-Time Computing and Robotics (RCAR). Piscataway: IEEE Press, 2017: 240-245.
- [17] 高爽, 张若愚. 基于自适应遗传算法的 MEMS 加速度计快速标定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(10): 1982-1989.
- GAO S, ZHANG R Y. Rapid calibration method of MEMS accelerometer based on adaptive GA [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(10): 1982-1989 (in Chinese).
- [18] WANG D, TAN D, LIU L. Particle swarm optimization algorithm: An overview [J]. Soft Computing, 2018, 22(2): 387-408.
- [19] PAN W T. A new fruit fly optimization algorithm: Taking the financial distress model as an example [J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 26: 69-74.
- [20] DAI H, ZHAO G, LU J, et al. Comment and improvement on "A new fruit fly optimization algorithm: Taking the financial distress model as an example" [J]. Knowledge-Based Systems, 2014, 59: 159-160.
- [21] DAI H, LIU A, LU J, et al. Optimization about the layout of IMUs in large ship based on fruit fly optimization algorithm [J]. Optik, 2015, 126(4): 490-493.
- [22] WANG L, XIONG Y, LI S, et al. New fruit fly optimization algorithm with joint search strategies for function optimization problems [J]. Knowledge-Based Systems, 2019, 176: 77-96.
- [23] 赵晓军, 刘成忠, 胡小兵. 基于果蝇优化算法的 PID 控制器设计与应用 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(11): 3729-3734.
- ZHAO X J, LIU C Z, HU X B. Design and application of PID controller based on fruit fly optimization algorithm [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, 47(11): 3729-3734 (in Chinese).
- [24] JIANG W, WU X, GONG Y, et al. Holt-Winters smoothing enhanced by fruit fly optimization algorithm to forecast monthly electricity consumption [J]. Energy, 2020, 193: 116779.
- [25] SHI K, ZHANG X, XIA S. Multiple swarm fruit fly optimization algorithm based path planning method for Multi-UAVs [J]. Applied Sciences, 2020, 10(8): 2822.
- [26] PODDAR S, KUMAR V, KUMAR A. A comprehensive overview of inertial sensor calibration techniques [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2017, 139(1): 011006.
- [27] SHIN E H, EL-SHEIMY N. A new calibration method for strap-down inertial navigation systems [J]. Z. Vermess, 2002, 127: 1-10.
- [28] FONG W, ONG S, NEE A. Methods for in-field user calibration of an inertial measurement unit without external equipment [J]. Measurement Science and Technology, 2008, 19(8): 085202.
- [29] ZHANG H, WU Y, WU W, et al. Improved multi-position calibration for inertial measurement units [J]. Measurement Science and Technology 2010, 21(1): 015107.
- [30] MA J, LI H. Research on Rosenbrock function optimization problem based on improved differential evolution algorithm [J]. Journal of Computer Communications, 2019, 7(11): 107-120.

Calibration of MEMS accelerometer without turntable based on IFOA

DAI Hongde^{*}, ZHENG Weiwei, ZHENG Baidong, DAI Shaowu, WANG Rui

(Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

Abstract: In order to improve the calibration efficiency of Micro-Electro-Mechanical System (MEMS) accelerometers and reduce the dependence on high-precision turntables, a MEMS accelerometer calibration method based on Improved Fruit Fly Optimization Algorithm (IFOA) without turntables is proposed. The method first converts the accelerometer calibration problem into a nonlinear function optimization problem according to the principle of norm-observation. Afterwards, in view of the shortcomings of the classic FOA that can only search for positive parameters and search step size is fixed, the smell concentration judgment value and search step size were improved to make IFOA have global parameter search and variable step size. The two improved performances were tested using the Rosenbrock function. The results show that the IFOA has a global parameter optimization range and higher optimization accuracy than the classic FOA. Finally, the IFOA was applied to solve the nonlinear function optimization problem of accelerometer calibration parameters. The results are compared with those of Newton iteration method and Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm. The simulation results show that the IFOA is 1–3 orders of magnitude higher than Newton iteration method in terms of solution accuracy. Compared with Newton iteration method and PSO algorithm, the IFOA improves the running stability by 30% and 34% respectively, and reduces the running time by 15.2% and 43.6% respectively. The IFOA has a good application value in the calibration of accelerometer without turntable.

Keywords: Micro-Electro-Mechanical System (MEMS); accelerometer; calibration; norm-observation; Fruit Fly Optimization Algorithm (FOA)

Received: 2020-07-21; **Accepted:** 2020-09-25; **Published online:** 2020-10-06 16:49

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200930.1707.001.html

Foundation items: Shandong Provincial Natural Science Foundation (ZR2017MF036); Defense Science and Technology Project Foundation of China (F062102009); Development Plan of Youth Innovation Team in Colleges and Universities of Shandong Province (2020KJN003)

*** Corresponding author.** E-mail: dihod@126.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0369

基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测



梁宇宁¹, 王绍华², 金向明², 周栋^{1,*}

1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100083; 2. 中国航发湖南动力机械研究所, 株洲 412002)

摘 要: 通过监控视频自动检测操作任务中手部异常行为,能够预防人因差错,提高人因可靠性。针对手部操作任务运动特征不明显、常用异常检测和手势识别方法不适用的问题,提出基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测技术。使用基于椭圆模型的肤色检测方法,检测视频中手部形心位置;提出工作区域划分方法,根据手部形心在操作过程中所处区域的不同,将连续操作分割为单元任务,获得各段单元任务的起止时间和持续时长;以正常工作时间为标准,对超出标准时间范围的单元任务提出异常警告。实验表明:所提方法的单元任务分割正确率高于93%,异常行为检测率高于86%,能够有效检测手部异常行为,为人因差错的监测与预警提供技术支持。

关键词: 异常行为检测; 肤色检测; 人为差错; 人因可靠性; 单元任务分割

中图分类号: TP391

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-1969-11

随着科学技术的发展,人为差错被认为是导致各种事故发生的主要原因^[1]。通过在操作区域布置监控摄像头,能够监控人的异常行为与人为差错。传统监控方法依赖人工观测与分析海量监控视频,导致高昂的人工成本、较低的识别率和较高的漏检率^[2]。因此,对于装配或操作任务,如果能通过视频监控自动检测手部操作的异常行为,将有助于及时纠正人为错误,避免更大损失,从而提高人因可靠性。

人因可靠性分析(Human Reliability Analysis, HRA)以分析、预测、减少与预防人为差错为目标^[3],对人的可靠性进行定性或定量的分析与评价。HRA方法按时间进程分为3代:第1代方法的目的在于统计与预测人为差错概率;第2代方法结合认知心理学,侧重人的认知失误分析;第3代方法利用虚拟仿真技术模拟实际环境中人的行为,对人因可靠性动态建模^[4]。这些HRA方法存在以下局限:①人误概率的确定依赖于专家判

断^[5],存在一定主观性;②着重于追溯事故原因和估计任务风险,不能对操作任务实时监测与分析评价。

基于监控视频的异常行为检测方法能够实时检测异常行为,但其研究对象多为人体动作,不能直接应用于手部异常行为检测。人体动作的异常包括奔跑、跌倒、逆行、徘徊等,其异常检测主要包括2个步骤:动作表征和动作建模^[6]。动作表征是指在视频中捕捉并描述目标动作的相关特征,包括基于光流特征^[7-8]、时空兴趣点^[9]、形状改变^[10]、纹理特征^[11]、轨迹特征^[12]等方法;动作建模是指建立相关模型对动作进行分类。根据学习过程所需样本类型的不同(正常或异常),分类方法可分为监督、半监督和无监督3种^[6]。监督或半监督方法需要对正常或异常行为建模,无监督方法则要求正常行为与异常行为之间存在较明显的统计特性差异。由于手部行为与人体行为的动作特征存在差异,且在手部操

收稿日期: 2020-07-29; 录用日期: 2020-10-09; 网络出版时间: 2020-10-15 17:00

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201015.1532.004.html

* 通信作者. E-mail: zhoudong@buaa.edu.cn

引用格式: 梁宇宁, 王绍华, 金向明, 等. 基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1969-1979. LIANG Y N, WANG S H, JIN X M, et al. Abnormal hand behavior detection based on area division and standard time[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1969-1979 (in Chinese).

作任务中,手部运动轨迹往往是不固定的,正常行为与异常行为之间缺乏明显的区分,使常用的人体异常动作检测方法在应用于手部异常检测时存在困难。

同样的,若使用手势识别方法检测异常手部操作行为,也存在手部操作行为的手势特征不明显的问题。基于计算机视觉的手势识别方法一般可分为2个步骤:手势表征和手势识别^[13]。手势表征是指在视频中检测并描述手势的特征,静态手势以手的轮廓为特征,动态手势以手的运动轨迹为特征;手势识别是指建立相关模型对手势进行分类,包括基于模板匹配、机器学习、隐马尔可夫模型、动态时间规整等方法^[14]。在现有手势识别方法中,动态手势一般为表示特定含义的运动轨迹,如圆形、数字形、字母形等,不同手势之间有明显差别。而在实际操作任务中,无论是正常操作还是异常操作,其轨迹都为短弧线,不具有明显的手势特征。

针对手部操作任务运动特征不明显、常用异常检测和手势识别方法不适用问题,本文提出基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测技术。将监控画面划分为动作的准备区、过程区、工作区,根据手的形心在操作过程中所处区域的不同,将连续操作分割为单元任务;以正常工作时间为标准判断单元任务持续时间是否异常,达到在连续监控视频中检测手部异常行为的目的。与传统的依赖人工的人因差错检测方法相比,本文方法可以自动分割单元任务并判断异常行为,具有智能化、自动化和量化的优势,可广泛应用于国防武器装备、民用企业关键设备在使用维护中的人误监测。

1 手部运动检测

1.1 基于椭圆模型的肤色检测方法

手部运动检测,即从视频中检测出运动的手部区域,是能否正确分割手部行为的基础。针对手部运动检测,目前的研究方法主要分为2类:基于帧间差异的运动目标检测方法、基于手部颜色与背景颜色差异的肤色检测方法。运动目标检测方法中,帧间差分法^[15]计算简单,但目标边缘不完整,目标内部存在大量空洞^[16];混合高斯背景减法^[17-18]可以区分运动目标和背景,但方法复杂,目标内部同样存在大量空洞。肤色检测方法中,基于高斯分布的肤色检测方法^[19]利用高斯分

布的特点计算肤色相似度,可以较好地地区分肤色,但方法复杂,需要进行二值转换处理,转换效果不理想;基于椭圆模型的肤色检测方法^[20]可以很好地地区分肤色与背景色,噪点较少,且计算简单,易于实现。因此,本文选择该方法检测视频中的手部运动。

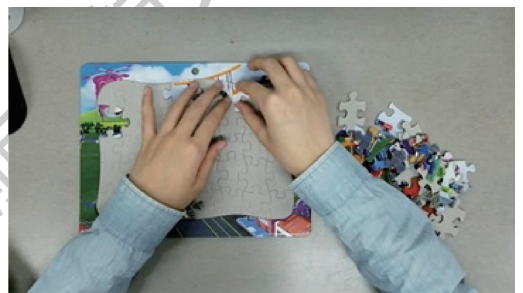
通过分析大量的肤色统计样本可以得知,如果将常见的肤色 RGB 图像转换为 YCbCr 图像,则在 CbCr 二维平面中肤色像素点的分布近似为一个椭圆。以该椭圆为阈值,判断像素点是否落于椭圆范围内,如果像素点分布在椭圆内,则判断其为皮肤像素点,否则为非皮肤像素点。椭圆方程如下:

$$\frac{(x - ec_x)^2}{a^2} + \frac{(y - ec_y)^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_b & c_x \\ C_r & c_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $c_x = 109.38$; $c_y = 152.02$; $\theta = 2.53 \text{ rad}$; $ec_x = 1.60$; $ec_y = 2.41$; $a = 25.39$; $b = 14.03$; 某点在 YCbCr 空间的坐标为 (C_b, C_r) 。

遍历图像中的每一个像素点,判断其是否落在椭圆区域内。如果在椭圆范围内,则设置该点像素值为 255,即表现为白色;如果该点像素值落在椭圆范围外,则设置像素值为 0,即黑色。如图 1 所示,图 1(a) 为原始图像,图 1(b) 为利用椭圆模型判断出的二值图像。



(a) 原始图像



(b) 二值图像

图 1 基于椭圆模型的肤色检测方法

Fig. 1 Skin color detection method based on ellipse model

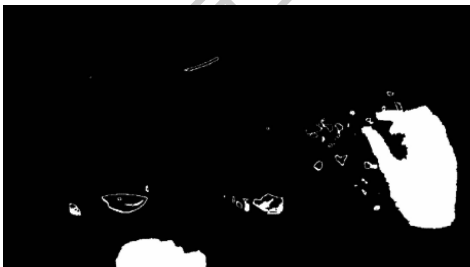
1.2 形态学处理手部运动检测图像

使用基于椭圆模型的肤色检测方法获得检测图像后,图像中仍存在部分噪点,如图 1(b)所示。这些噪点是拼图中颜色与肤色相近的部分,会对手部形心计算造成干扰。因此,需要利用形态学处理方法,去除多余的小区域部分,填充孔洞,得到完整的手部区域。

本文的研究对象为二值图像,使用二值形态学处理,其基本运算有 4 种:腐蚀、膨胀、开运算、闭运算^[21]。

腐蚀的作用是使图像中目标物体的边界向内收缩,去除小面积噪点、消除 2 个物体间细小连通;膨胀的作用是使图像中目标物体的边界向外扩大,填充图像内部细小孔洞;开运算是指对同一幅图像,先腐蚀运算,再膨胀运算,能够删除细小的多余部分,断开狭窄的连接,平滑对象轮廓。

经过腐蚀与膨胀(即开运算)处理后,能够消除大部分噪点,如图 2(b)所示。此时图像中的噪点皆为孤立噪点,不与手部区域相连,因此可以使用 MATLAB 中的 `bwareaopen` 函数,直接删除二值



(a) 肤色检测方法获得的二值图像



(b) 膨胀腐蚀运算



(c) 删除小面积区域

图 2 开运算处理手部图像的过程

Fig. 2 Steps for processing hand images by open operation

图像中面积小于阈值 P 的对象。设置阈值为 1 000,删除图中面积小于 1 000 的部分,得到图 2(c)所示的图像。此时消除了图像中所有非手部区域,且手部形状保留较完整,可以用于下一步的手部形心计算。

2 手部运动特征提取

2.1 连通区域区分与形心获取

手部形心位置是运动特征的基础组成部分。由于在同一幅图像中同时存在 2 只手的区域,为了获得 2 只手各自的形心,需要先利用连通区域分析方法,区分 2 只手的区域。

连通区域指图像中具有相同像素值且位置相邻的像素点组成的图像区域。连通区域分析方法中,种子填充(Seed Filling)法是一种经典的算法,遍历图像中的每个像素,检查其 8 个邻域,标记其是否为同种颜色。扫描结束后,就可以得到图像中所有的连通区域。

然后,利用空间矩的方法计算手的形心位置^[21]。0 阶空间矩 m_{00} 是图像灰度值的总和,二值图像的 0 阶空间矩 m_{00} 表示对象的面积。

对于 $M \times N$ 的图像 $f(i, j)$, 0 阶空间矩 m_{00} 为

$$m_{00} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j) \quad (3)$$

一阶行距 m_{10} 为

$$m_{10} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} if(i, j) \quad (4)$$

一阶列矩 m_{01} 为

$$m_{01} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} jf(i, j) \quad (5)$$

物体重心坐标 (\bar{i}, \bar{j}) 为

$$\bar{i} = m_{10}/m_{00} \quad (6)$$

$$\bar{j} = m_{01}/m_{00} \quad (7)$$

对于二值图像,其重心就是形心。对每帧图像中不同的连通区域,分别使用空间矩方法计算不同区域的形心,即得到 2 只手的形心。

2.2 手部交叠处理

利用 2.1 节的方法处理手部图像,能够获得每只手的形心,但也存在特殊情况。当操作中需要 2 只手配合完成时,检测出的手部图像往往是交叠的,即连通区域仅为 1 个。如图 3(a)和图 3(b)所示,此时操作人员用双手同时拿住装配零件,虽然开运算结果中 2 只手的轮廓完整,但可以看到 2 只手指尖存在相连的情况,在形心计算时会将 2 只手视为同一个连通区域,得到 2 只手共同的形心,而不是独立的 2 个形心。



图3 利用腐蚀处理手部交叠区域的过程

Fig. 3 Steps for eliminating overlapping parts of hands by erosion

因此,对这类图像进行二次腐蚀处理。腐蚀运算将图像内缩,对形心位置的影响很小。设置腐蚀结构元素为圆形,半径为12,处理结果如图3(c)所示,此时两手之间已不存在相连区域。

3 单元任务分割

3.1 工作区域划分

对于有规定流程的操作任务,手部运动的空间可分为3类区域:准备区、过程区及工作区。工作区域划分即事先将监控画面划分为这3类区域。

需要注意的是,工作区域的边界应以手部形心能够到达位置为准。通常情况下,手部形心位于掌心,并非食指指尖。因此,各工作区域的边界应向食指指尖的右侧及下侧扩展适当的距离,以提高区域划分的精度。

以拼图任务为例,如图4所示,图中实线矩形内放置着等待挑选的拼图块,虚线矩形内为

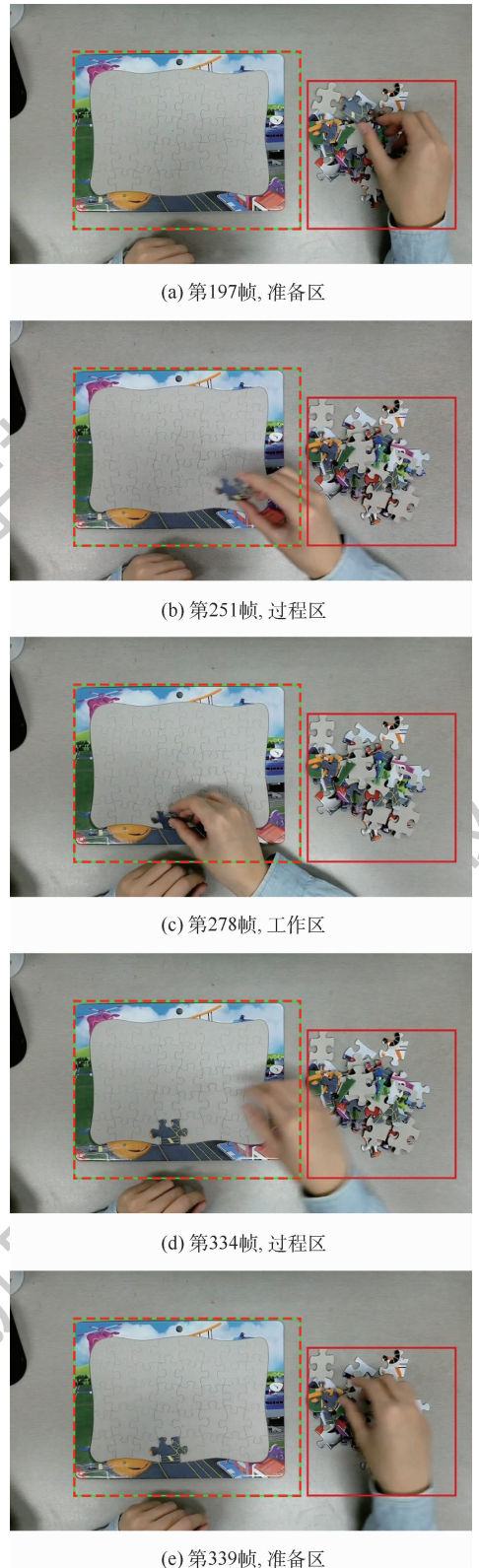


图4 拼图任务中右手所处的不同区域

Fig. 4 Different areas of right hand in puzzle task

拼图区域。因此定义实线矩形内为准备区,虚线矩形内为工作区,其余位置为过程区。图4中操作者的右手经过准备区、过程区、工作区,再经过程区返回准备区,反映了一个完整的单元任务。

一段完整的单元任务可定义为:由准备区开始,至少经历一个工作区,最终返回到准备区之前的过程。因为受视频帧率限制,经历过程区的帧数可能较少,甚至无法在视频中捕捉到,所以过程区不作为判断单元任务的依据。

图 5 为 2 组单元任务示意图。图中数值为帧数,黑色代表该帧的形心位置被判断为准备区,白色代表该帧的形心位置被判断为过程区,灰色代表该帧的形心位置被判断为工作区,单元任务用

粗框线框出。图 5(a)中,第 1 帧至第 14 帧、第 15 帧至第 35 帧构成了 2 段单元任务;图 5(b)中,第 11 帧至第 34 帧构成了一段单元任务。可以看到,由于人存在犹豫、思考、失误等行为,一段连续的过程可能存在断点,如图 5(a)的第 19 帧、第 20 帧,图 5(b)的第 20 帧、第 28 帧、第 29 帧所示。只有当手的形心从黑色的准备区开始,至少经历一个灰色的工作区,到下一个黑色的准备区之前,这样的一段过程才会被记为一个单元任务。



图 5 单元任务示意图

Fig. 5 Schematic diagram of unit tasks

3.2 形心分组

在规定相应工作区域后,进行形心分组。对于每帧图像中手的形心,按照所处的区域标记不同的数字。准备区记为 0,过程区记为 1,工作区记为 2。

建立数组储存分组信息。按帧数顺序遍历每一帧右手的形心,判断每一帧右手形心所处的位置,如果形心位于准备区,则将 0 放置进数组的尾端;如果形心位于过程区,则将 1 放置进数组的尾端;如果形心位于工作区,则将 2 放置进数组的尾端。由此可以得到一列由 0、1、2 组成的数组,表示每一帧形心点的分组信息。

图 6 为形心分组示意图。图中第 1 行的数值为帧数,黑色、白色、灰色分别代表该帧的形心位置被判断为准备区、过程区、工作区;第 2 行为储存分组信息的数组中的数据,分别用 0、1、2 代表准备区、过程区、工作区。

3.3 犹豫点剔除

在操作过程中可能存在一些“犹豫点”,即手在 2 个区域间游离,可能反映为认知上的犹豫或出错。

以拼图任务为例,如图 7 所示,此时操作者在思考拼图的位置,手恰好位于工作区与过程区的分界线上,此 4 帧在 3.2 节的算法中被分别识别为工作区、工作区、过程区、工作区。实际上,操作者并未真正进入工作区工作,这 4 帧中手的位置应为过程区。

在实际数据中,手的形心处于同一区域的持

续时间通常较长,30 帧至 100 帧不等,而犹豫点持续时间通常较短,为 1 帧至 5 帧。

因此,本文设计了一种筛选算法,遍历分组信息数组,将数字 0(准备区)和数字 2(工作区)连续出现长度小于 10 帧的记为数字 1(过程区),以减少犹豫点的干扰。

犹豫点剔除算法流程如图 8 所示。图中:group 为分组信息数组; a 为数组 group 的总长度,即视频总帧数; m 为字段中相同数字连续出现的长度; i 为数组第 i 位数字,即第 i 帧视频;group[i] 为第 i 位的分组数值,0 为准备区,1 为过程区,2 为工作区。

3.4 单元任务分割算法

在上文中将每帧形心的分组信息表示为一列由 0、1、2 组成的数组。因此,单元任务分割的本质变为数组分割,即识别 0 和 2 的字段。一段完整单元任务表现为由 0 字段起始,至少经历一段 2 字段,在下一个 0 字段前结束,这段单元任务中第一次出现的 0 对应的帧为准备动作起始帧,第一次出现的 2 对应的帧为工作动作起始帧,下一个 0 字段的前一帧为单元任务的动作结束帧。

单元任务分割算法流程如图 9 所示。图中:初始化 flag = 3; j 为第 j 段单元任务,初始化 $j = 0$;group 为分组信息数组; i 为分组信息数组的第 i 位数字; a 为分组信息数组的总长度,即视频总帧数。

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

图6 形心分组示意图

Fig. 6 Schematic diagram of centroids grouping

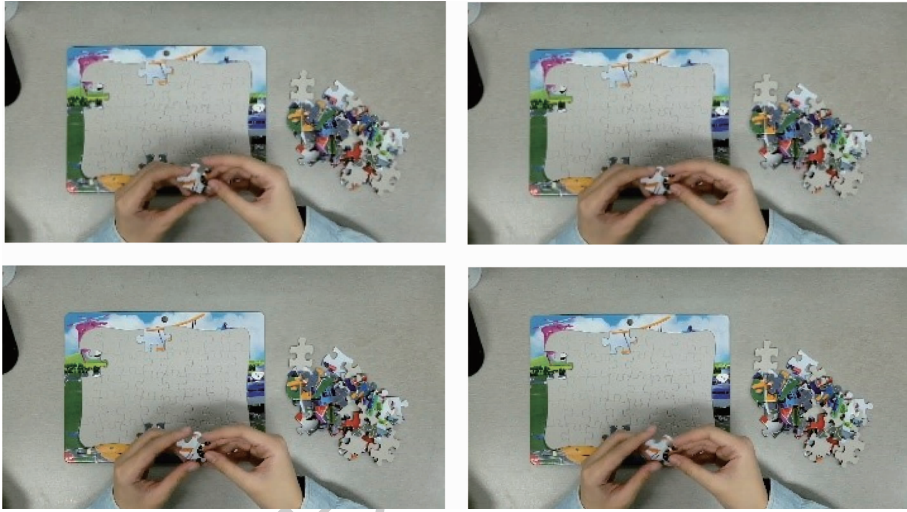


图7 拼图任务中的犹豫过程

Fig. 7 Hesitation process in puzzle task

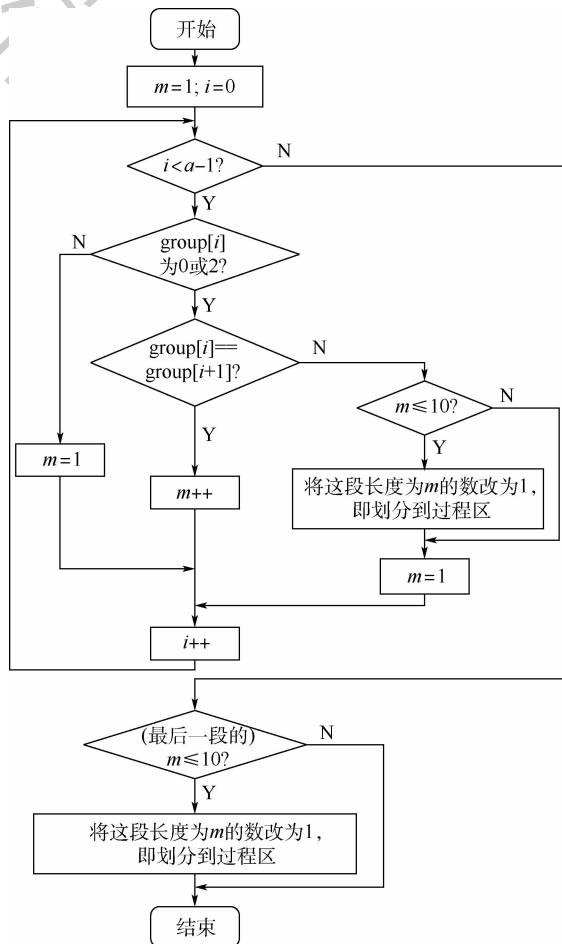


图8 犹豫点剔除算法流程

Fig. 8 Flowchart of hesitant points elimination algorithm

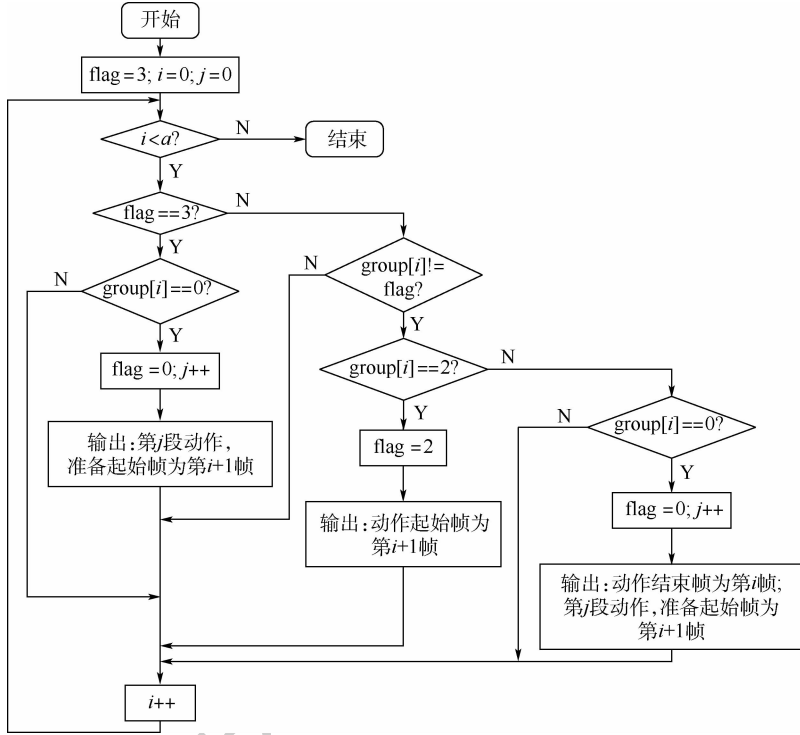


图 9 单元任务分割算法流程

Fig. 9 Flowchart of unit task segmentation algorithm

通过单元任务分割,得到每段单元任务的准备动作起始帧、工作动作起始帧和单元任务动作结束帧。由帧数信息,可以换算为时间数据,换算公式如下:

$$T_{total} = \frac{f_{UE} - f_{PS}}{f} \quad (8)$$

$$T_{pre} = \frac{f_{WS} - f_{PS}}{f} \quad (9)$$

$$T_{work} = \frac{f_{UE} - f_{WS}}{f} \quad (10)$$

式中: T_{total} 为单元任务总时间,s; T_{pre} 为准备时间,s; T_{work} 为工作时间,s; f_{UE} 为单元任务动作结束帧; f_{PS} 为准备动作起始帧; f_{WS} 为工作动作起始帧; f 为帧率,帧/s。

4 异常行为判断

4.1 标准时间确定

标准时间是指在正常的操作条件下,员工以标准的作业方法、合理的劳动强度和速度,完成符合质量要求的工作所需要的时间^[22]。在相同的条件下,熟练人员完成同一个基准动作的时间是常量。因此,当出现人为差错或异常行为时,常表现为时间上的差异,即操作时间过短或过长。

标准时间的确定包括直接法和间接法。直接法即测量、统计实际操作的时间,具有较高的准确性;间接法是指利用预定时间系统(Predetermined

Time System, PTS)方法预计操作的标准时间,常用方法包括时间方法衡量(Measurement Time Method, MTM)、模特法(Modular Arrangement of Predetermined Time Standard, MOD)、工作因素法(Work Factor, WF)等^[23]。

4.2 异常行为预警

在获得规定操作的标准时间基础上,根据实际现场条件(如工作环境复杂程度、操作人员疲劳程度、操作人员熟练度等),对标准时间进行一定放宽,得到标准时间范围。

异常行为的操作时间通常过短或过长。例如,当操作者在操作过程犹豫、徘徊、试错时,操作时间长于标准时间;当操作者缺少某些规定动作,或因失误中断操作时,操作时间短于标准时间。

将每段单元任务的时间与标准时间范围对比,对超出标准时间范围的单元任务提出异常警告。

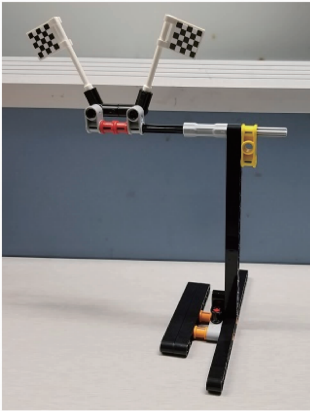
5 实例分析

5.1 实验设置

使用3个视频案例来验证本文方法,如图10所示。案例1为拼图操作视频,视频总时长为6 min 4 s。案例2为乐高积木搭建视频,搭建对象为一个旗杆,视频总时长为11 min 13 s。案例3为乐高积木搭建视频,搭建对象为一辆赛车,视频总时长为1 h 1 min 50 s。



(a) 拼图



(b) 乐高积木-旗杆



(c) 乐高积木-赛车

图 10 实验所用的 3 个案例

Fig. 10 Three cases used in experiment

拼图和搭建乐高积木由一系列单元任务组成,“手拿起零件—操作零件—手回到放置零件的区域”的过程视为一个单元任务。

操作的异常行为定义为:①拿起零件,未能找到正确零件位置或正确拼接零件,故将该零件放回;②能够找到正确零件位置或正确拼接零件,但在操作过程中存在错误,或操作时间过长。

5.2 方法流程

本文提出的基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测的主要流程如图 11 所示。

步骤 1 输入为手部操作任务的视频数据。

步骤 2 手部运动检测。使用基于椭圆模型的肤色检测方法检测手部区域。使用形态学处理方法去除图像中的噪点,获得较完整的手部轮廓。

步骤 3 手部运动特征提取。使用连通区域区分方法中的种子填充法,区分出不同的手部区域。利用空间矩计算每一帧图像手部区域的形心。对于双手存在交叠的图像,进行二次腐蚀处理。

步骤 4 单元任务分割。先对工作区域划分,将监控画面划分为动作的准备区、过程区、工作区;根据手部形心在操作过程中所处区域的不同,对形心分组并将分组信息记入数组中;使用犹豫点剔除算法,减少数组中犹豫点的干扰;使用单元任务分割算法,将连续操作分割为单元任务,获得单元任务的起止时间和持续时长。

步骤 5 异常行为判断。统计完成规定操作的标准时间,对超出标准时间范围的单元任务提出异常警告。

5.3 实验结果分析

5.3.1 单元任务分割正确率

对于 3 种案例视频,实验结果如表 1 所示。

使用基于区域划分的单元任务分割算法,3 个案例视频的分割正确率分别为 95.83%、93.75%、95.65%。其中分割错误的原因:①分割算法的依据是右手的形心位置,当操作者使用左手操作时会导致分割错误;②分割算法依据区域不同而划分,当操作者右手因某些原因偶然往返 2 个区域时,导致分割错误。

单元任务分割正确率均在 93% 以上,满足正常使用要求。

5.3.2 异常行为检测率

在正确分割的单元任务中,本文方法异常行为检测率分别为 90.91%、100%、86.67%。其中,案例 3 的异常行为检测率较低,原因在于:拼图操作的单元任务操作时间相近,而赛车乐高积木的不同单元任务操作难度区别较大,部分积木之间较难拼接,导致操作时间较长,难以界定是否是实验者本身操作异常。

将本文方法与现有手部异常行为检测方法比较,结果如表 2 所示。

目前,针对手部异常行为检测的研究较少,在已有的研究中,文献[24]利用隐马尔可夫模型对操作 ATM 的手部运动轨迹匹配识别,由于人体行为有灵活多变、复杂、非线性的特点,对异常行为判断存在一定误差,检测率为 80.00%;文献[25]针对超市中的偷窃行为,分别使用梯度直方图特征和局部光流特征建立姿态-动作模型,使用支持向量机分类器对模型分类,在不同场景下,检测率在 70%~90% 之间;文献[26]基于手部图像特征

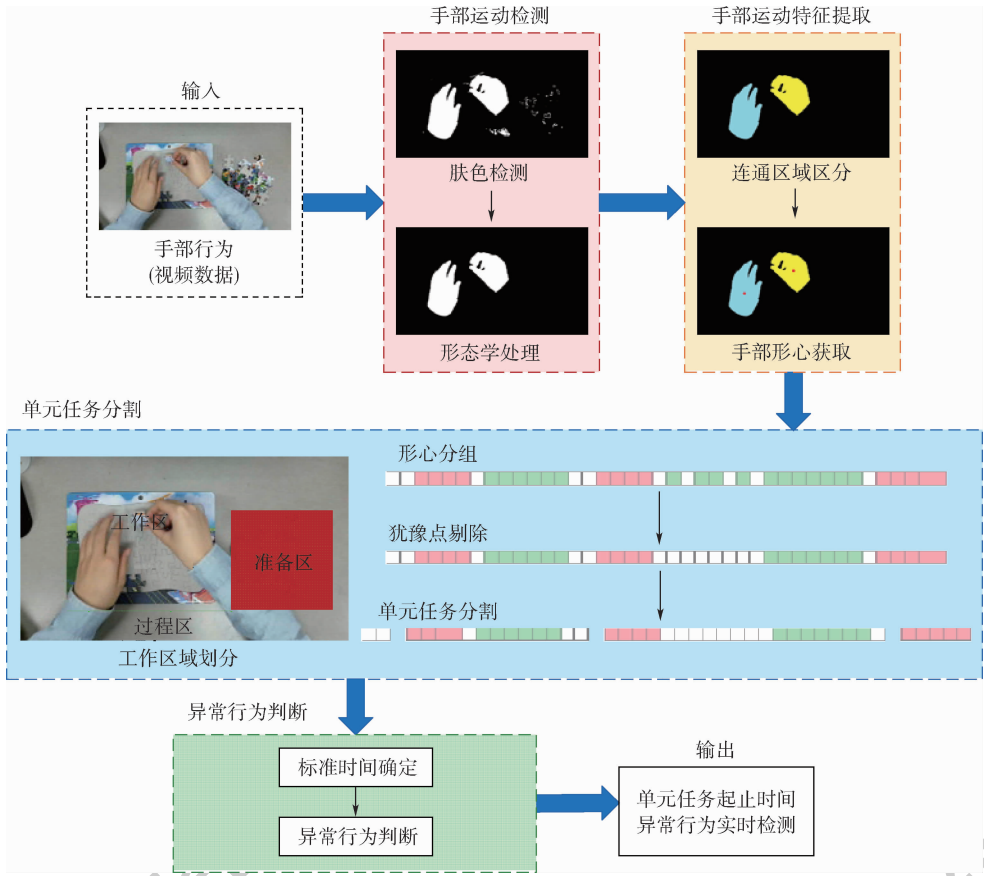


图 11 基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测流程

Fig. 11 Flowchart of abnormal hand behavior detection based on area division and standard time

表 1 实验结果

Table 1 Results of experiment

| 参数 | 案例 1 | 案例 2 | 案例 3 |
|------------|----------|----------|----------|
| 视频时长 | 00:06:04 | 00:11:13 | 01:01:50 |
| 实际异常行为数量 | 11 | 5 | 15 |
| 算法判断异常行为总数 | 14 | 6 | 13 |
| 算法正确判断异常数量 | 10 | 5 | 13 |
| 算法分割正确率/% | 95.83 | 93.75 | 95.65 |
| 异常行为检测率/% | 90.91 | 100 | 86.67 |

表 2 不同检测方法的检测率对比

Table 2 Comparison of detection rates of different detection methods

| 方法 | 检测率/% |
|----------------------------|-------|
| 本文方法 | 90.91 |
| 基于手部轨迹识别 ^[24] | 80.00 |
| 基于姿态-动作模型 ^[25] | 70~90 |
| 基于手部图像特征分析 ^[26] | 80~85 |

分析, 比对分析手部的颜色直方图特征与纹理直方图特征, 对超市中异常行为检测, 当监控距离小于 6 m 时, 检测率在 80% ~ 85% 之间。

通过与实际情况和其他手部异常行为检测方法对比, 得知本文方法的单元任务分割结果与实际情况吻合, 单元任务分割正确率和异常行为检

测率较高, 证明基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测技术的可行性。

6 结论

1) 针对操作任务中手部异常行为检测问题, 提出基于区域划分与标准时间的手部异常行为检测技术。能够将连续操作自动划分为单元任务, 获得各单元任务的起止时间和持续时长, 对手部异常行为实时监控与定量分析。

2) 与其他手部异常行为检测方法相比, 本文方法具有较高的单元任务分割正确率和异常行为检测率, 能够有效检测手部异常行为, 有利于实时监控操作过程的人为差错, 防止事故发生。

由于仅通过标准动作时间范围判断行为是否异常, 虚警率较高。后续考虑结合情感识别、物体识别等方法, 提高检测正确率。

致谢 感谢郭子玥博士和周启迪博士对文章结构的帮助。

参考文献 (References)

[1] TAO J, QIU D, YANG F, et al. A bibliometric analysis of human reliability research [J]. Journal of Cleaner Production,

- 2020,260:121041.
- [2] 朱旭东,刘志镜. 基于主题隐马尔科夫模型的人体异常行为识别[J]. 计算机科学,2012,39(3):251-255.
ZHU X D, LIU Z J. Human abnormal behavior recognition based on topic hidden Markov model[J]. Computer Science, 2012,39(3):251-255 (in Chinese).
- [3] YI X, DONG H, DONG X, et al. Human reliability analysis method on armored vehicle system considering error correction [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University (Science), 2016, 21(4):472-477.
- [4] 李鹏程,陈国华,张力,等. 人因可靠性分析技术的研究进展与发展趋势[J]. 原子能科学技术,2011,45(3):329-340.
LI P C, CHEN G H, ZHANG L, et al. Research review and development trends of human reliability analysis technique [J]. Atomic Energy Science and Technology, 2011,45(3):329-340 (in Chinese).
- [5] LIU P, QIU Y, HU J, et al. Expert judgments for performance shaping factors' multiplier design in human reliability analysis [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2020, 194: 106343.
- [6] BEN MABROUK A, ZAGROUBA E. Abnormal behavior recognition for intelligent video surveillance systems: A review [J]. Expert Systems with Applications, 2018, 91:480-491.
- [7] ZHU B, XIE Y, LUO G, et al. An abnormal behavior detection method using optical flow model and openpose [J]. International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 2020, 11(5):28-34.
- [8] LAZARIDIS L, DIMOU A, DARAS P. Abnormal behavior detection in crowded scenes using density heatmaps and optical flow [C] // Proceedings of the European Signal Processing Conference, 2018:2074-2078.
- [9] MABROUK A B, ZAGROUBA E. Spatio-temporal feature using optical flow based distribution for violence detection [M]. Amsterdam; Elsevier Science, 2017.
- [10] MIN W, ZOU S, LI J. Human fall detection using normalized shape aspect ratio [J]. Multimedia Tools and Applications, 2019,78(11):14331-14353.
- [11] WANG J, XU Z. Crowd anomaly detection for automated video surveillance [C] // Proceedings of the IET Seminar Digest, 2015:15382040.
- [12] LI K, HUANG H, ZHENG Z, et al. Research of crowded abnormal behavior detection technology based on trajectory gradient [C] // International Symposium on Intelligence Computation and Applications, 2018:486-500.
- [13] WANG T, LI Y, HU J, et al. A survey on vision-based hand gesture recognition [C] // 1st International Conference on Smart Multimedia, 2018:219-231.
- [14] XIA Z, LEI Q, YANG Y, et al. Vision-based hand gesture recognition for human-robot collaboration: A survey [C] // Proceedings of the 2019 5th International Conference on Control, Automation and Robotics, 2019:198-205.
- [15] 郭全利. 动态手势识别关键算法研究 [D]. 锦州: 辽宁工业大学, 2018.
GUO Q L. Research on key algorithms of dynamic gesture recognition [D]. Jinzhou: Liaoning University of Technology, 2018 (in Chinese).
- [16] 张兆杨, 杨高波, 刘志. 视频对象分割提取的原理与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
ZHANG Z Y, YANG G B, LIU Z. Principle and application of video object segmentation and extraction [M]. Beijing: Science Press, 2009 (in Chinese).
- [17] ZIVKOVIC Z, HEIJDEN F V D. Efficient adaptive density estimation per image pixel for the task of background subtraction [J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(7):773-780.
- [18] ZIVKOVIC Z. Improved adaptive Gaussian mixture model for background subtraction [C] // Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition, 2004:28-31.
- [19] SUTTON R S. Learning to predict by the methods of temporal differences [J]. Machine Learning, 1988, 3(1):9-44.
- [20] HSU R L, ABDEL-MOTALEB M, JAIN A K. Face detection in color images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(5):696-706.
- [21] 孙燮华. 数字图像处理: 原理与算法 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.
SUN X H. Digital image processing: Principle and algorithm [M]. Beijing: China Machine Press, 2010 (in Chinese).
- [22] 易树平, 郭伏. 基础工业工程 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2014.
YI S P, GUO F. Basic industrial engineering [M]. Beijing: China Machine Press, 2014 (in Chinese).
- [23] 邱慧慧. 面向离散制造业的标准时间制定系统研究 [D]. 济南: 山东大学, 2009.
QIU H H. Research on discrete manufacturing industries-oriented standard time formulation system [D]. Jinan: Shandong University, 2009 (in Chinese).
- [24] 陈琼, 鱼滨. 基于手部轨迹识别的 ATM 智能视频监控系统的研究 [J]. 计算机工程, 2012, 38(11):143-146.
CHEN Q, YU B. Intelligent video surveillance system of automatic teller machine based on hand trajectory recognition [J]. Computer Engineering, 2012, 38(11):143-146 (in Chinese).
- [25] 陈若愚. 超市中人体异常行为识别方法的研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013.
CHEN R Y. A research on abnormal behavior detection methods in supermarket [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013 (in Chinese).
- [26] 刘刚. 基于手部图像特征分析的超市中异常行为的检测 [D]. 成都: 西华大学, 2017.
LIU G. Detection of abnormal behavior in supermarket based on hand image feature analysis [D]. Chengdu: Xihua University, 2017 (in Chinese).

Abnormal hand behavior detection based on area division and standard time

LIANG Yuning¹, WANG Shaohua², JIN Xiangming², ZHOU Dong^{1,*}

(1. School of Reliability and Systems Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China;

2. AECC Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou 412002, China)

Abstract: Abnormal hand behavior detection during operation based on intelligent video surveillance systems can prevent human errors and improve human reliability. In order to solve the problems that the motion characteristics of hand operation are not obvious, and common abnormal detection and gesture recognition methods are not applicable, a detection technology of abnormal hand behavior based on area division and standard time is proposed. The skin color detection method based on ellipse model was used to detect the hand centroids in the video. The work area division method is proposed to define the unit task. The continuous operation was divided into unit tasks according to the work area of the hand centroid in each frame, and the start and end time and the duration of each unit task were obtained. Standard time was defined by normal working hours. And warnings were given to the unit tasks which exceed the standard time range. Experimental results show that the accuracy rate of unit task segmentation is higher than 93%, and the detection rate of abnormal behavior is higher than 86%. The proposed method can effectively detect abnormal hand behavior and provide technical support for human error monitoring and early warning.

Keywords: abnormal behavior detection; skin color detection; human error; human reliability; unit task segmentation

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0356

含间隙非线性机翼跨声速颤振时滞反馈控制



聂雪媛, 郑冠男*, 杨国伟

(中国科学院力学研究所 流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

摘 要: 颤振主动控制会引入时滞,对气动弹性系统闭环稳定性具有显著影响。针对当前考虑时滞的机翼颤振主动控制多集中在亚、超声速域,采用线性气动力分析的研究现状,结合现代飞机大都以跨声速巡航、控制面偏转为作动器进行主动控制的应用特点,发展了考虑结构间隙非线性,基于气动力降阶模型的跨声速颤振时滞反馈主动控制方法。首先,以白噪声为激励信号,辨识得到跨声速下非定常气动力降阶模型,与间隙非线性结构模型耦合,构建被控对象状态空间模型;然后,通过一种含积分项的状态变换将输入信号存在时滞的被控系统转化为无时滞的系统;最后,采用最优控制理论设计最优时滞反馈控制。仿真结果表明:对于含时滞的系统,若施加不考虑时滞影响的控制方法,则无法抑制颤振,所提控制方法的有效性不受时滞大小的影响,可有效抑制颤振的发生。

关键词: 颤振抑制; 时滞系统; 反馈控制; 跨声速; 降阶模型; 间隙非线性

中图分类号: V221

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-1980-09

气动力与柔性结构相互作用会产生气动弹性,颤振是气动弹性领域中最危险的一类动不稳定现象,极易引发灾难性事故。颤振主动控制技术是目前研究最多的颤振抑制方法,一般是通过在机翼上布置多个控制面,控制其偏转改变作用在机翼上的气动力,以达到抑制颤振的目的。

主动控制气动弹性系统包含作动器、传感器、控制器和数字滤波器等元器件,其动态特性会导致最终作用于结构的控制力产生时滞^[1-2]。时滞会破坏控制器的控制性能,甚至导致被控系统失稳。在气动弹性领域,已有学者对此现象展开了研究。国内,Zhao^[3]对不可压流场反馈通道存在延时的翼型气弹稳定性进行了研究,指出在飞行器气动伺服弹性设计时,不可忽略时滞影响。Huang等^[4]分析了输入延时对不可压流场的飞行器稳定性的影响,并提出了一种最优控制方法抑制颤振。Cai等^[5-6]针对前向通道存在时延,采用

控制和滑模变结构控制方法对二元翼型颤振进行控制,指出不考虑时滞所设计的控制器无法有效抑制延时系统的颤振。Xu等^[7]研究了超声速下时滞对气动弹性系统颤振边界稳定性的影响。国外,Ramesh和Narayanan^[8]对超声速下反馈通道存在时滞的翼型,设计了状态反馈控制方法。Marzocca等^[9]研究了考虑时滞存在时,对线性和非线性控制器作用下的二维翼型气动弹性系统稳定性的影响。Araujo和Santos^[10]采用Smith预估方法研究了对控制通道存在不同时滞的颤振抑制效果。

就目前已有文献来看,针对考虑时滞的颤振主动控制研究几乎都集中在亚、超声速域,气动力计算基于线化气动力模型,结构视为线性结构。然而,现代民用/军用飞机大都以跨声速巡航,激波位置对结构响应影响敏感,较为精确的模拟气动力非线性的方法是计算流体力学(CFD),但该方法计

收稿日期: 2020-07-23; 录用日期: 2020-09-19; 网络出版时间: 2020-10-09 14:26

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201009.1147.006.html

基金项目: 国家自然科学基金(11702298,11672303)

* 通信作者. E-mail: zhengguannan@imech.ac.cn

引用格式: 聂雪媛, 郑冠男, 杨国伟. 含间隙非线性机翼跨声速颤振时滞反馈控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1980-1988. NIE X Y, ZHENG G N, YANG G W. Time delay feedback control for transonic flutter of airfoil with free-play nonlinearity[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1980-1988 (in Chinese).

算量太大,且难以用于控制器设计。此外,机翼控制面的铰链处普遍具有间隙,会引起刚度非线性现象^[2],间隙非线性对气动弹性有显著影响,在分析带控制面的机翼颤振问题时,必须加以考虑。

针对以上问题,本文基于气动力降阶模型(Reduced Order Model, ROM)技术,以含间隙非线性的二维翼型为对象,对输入信号存在延时的控制系统展开了跨声速机翼颤振时滞反馈主动控制方法的研究。通过状态变换,将时滞被控系统转换为不显含时滞的状态方程,进行最优时滞反馈控制。在数值仿真中,采用自适应时间步长以准确捕捉结构间隙切换点。

1 基于 CFD/ROM 的气动弹性模型

在跨声速域,CFD 方法能提供精确的非定常气动力。本文通过 CFD/CSD 耦合方法,以白噪声信号作为结构位移输入,通过系统辨识技术建立非定常气动力的自回归滑动平均(Auto Regressive Moving Average, ARMA)降阶模型。

1.1 控制方程

气动力计算采用基于 RANS 的三维 Navier-Stokes 控制方程,守恒型的流动方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint_S (\mathbf{G}_c - \mathbf{G}_v) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (1)$$

式中: \mathbf{Q} 为守恒向量; \mathbf{G}_c 和 \mathbf{G}_v 分别为对流通量和黏性通量; S 为控制体 V 的边界面积; \mathbf{n} 为面的法向量; t 为物理时间。

方程(1)对无黏项离散采用 Roe 格式,黏性项离散采用二阶中心差分格式,时间推进采用双时间步。

1.2 结构运动方程

本文以含间隙非线性的带控制面二维翼型(见图 1)作为研究对象,俯仰方向结构刚度含有间隙非线性,非线性广义“位移-力”关系如图 2 所示。

$$M(\alpha) = \bar{M}(\alpha) k_\alpha \alpha = \begin{cases} (1 - \delta/\alpha) k_\alpha \alpha & \alpha > \delta \\ 0 & -\delta \leq \alpha \leq \delta \\ (1 + \delta/\alpha) k_\alpha \alpha & \alpha < -\delta \end{cases} \quad (2)$$

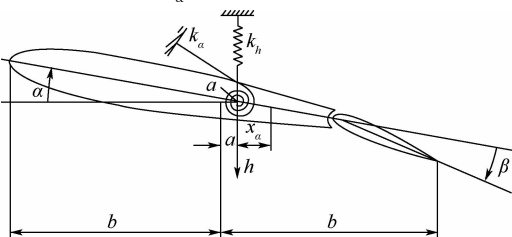


图 1 带控制面的二元翼型

Fig. 1 Two-dimensional airfoil with control surface

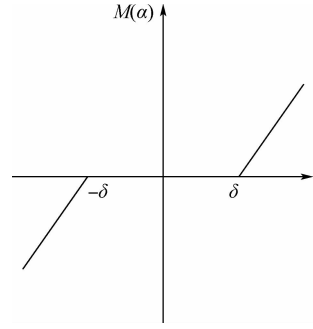


图 2 间隙非线性

Fig. 2 Free-play nonlinearity

式中: M 代表回复力矩, $\bar{M}(\alpha)$ 为分段线性函数, α 为俯仰角; k_α 为俯仰方向的刚度系数; δ 为间隙角阈值。

二元翼型的非线性控制方程可写为

$$\begin{bmatrix} m & mx_\alpha b \\ mx_\alpha b & I_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_\alpha(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L \\ M \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: h 为沉浮位移; b 为机翼半弦长; k_h 为沉浮方向刚度系数; m 为机翼质量; I_α 为机翼惯性矩; x_α 为弹性轴到机翼重心的无量纲距离; L 和 M 分别为气动力和力矩。

令 $\xi = h/b$, $\omega_h = \sqrt{k_h/m}$, $\omega_\alpha = \sqrt{k_\alpha/I_\alpha}$, $r_\alpha = \sqrt{I_\alpha/(mb^2)}$, $U^* = U_\infty/(b\omega_\alpha)$, $\tau = a_\infty t/(2b)$, U_∞ 为来流速度, a_∞ 为声速。对式(3)进行无量纲处理,得

$$M \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} \xi \\ \alpha \end{bmatrix} = f_a \quad (4)$$

式中:

$$M = \frac{1}{Ma_\infty^2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{x_\alpha}{2} \\ \frac{2x_\alpha}{r_\alpha^2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 4 \left(\frac{\omega_h}{U^* \omega_\alpha} \right)^2 & 0 \\ 0 & \frac{4}{U^{*2}} \bar{M}(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$f_a = \begin{bmatrix} -\frac{2C_l}{\pi\mu} \\ \frac{8C_m}{\pi\mu r_\alpha^2} \end{bmatrix}$$

其中: $\mu = m/(\rho\pi b^2)$; $Ma_\infty = U_\infty/a_\infty$; C_l 和 C_m 分别为升力和俯仰力矩系数; ρ 为来流密度。

定义 $\mathbf{x}_s = [\xi \ \alpha \ \dot{\xi} \ \dot{\alpha}]^T$,则式(4)可转换为状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s \mathbf{F}_a \\ \boldsymbol{\eta} = \mathbf{C}_s \mathbf{x}_s \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}$; $\mathbf{C}_s =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; F_a = \begin{bmatrix} 0 \\ f_a \end{bmatrix}; \eta = [\xi \quad \alpha]'$$

1.3 基于 ARMA 的开环气动弹性模型

对于模型辨识而言,最重要的是激励信号的选取。一般来说,要求激励信号能够激起被辨识系统所关心的所有频段的信号。本文选取随机信号作为结构位移,与 CFD 耦合,计算得到在该激励下的气动力输出。对输入白噪声,输出非定常气动力的信号采用系统辨识方法,选用 ARMA 差分模型对气动力建模。该模型具有时间域离散形式,如下:

$$f_a(k) = \sum_{i=1}^{na} A_i f_a(k-i) + \sum_{i=0}^{nb-1} B_i \eta(k-i) \quad (6)$$

式中: f_a 代表气动力向量; η 为结构位移输入向量; A 、 B 为要辨识的系统模型参数; na 和 nb 分别为输出和输入的延迟阶数。

方程(6)通过变量代换,可以化为状态方程离散形式(见(7)),具体推导过程可详见文献[11]。

$$\begin{cases} x_a(k+1) = G_a x_a(k) + H_a \eta(k) \\ f_a(k) = C_a x_a(k) + D_a \eta(k) \end{cases} \quad (7)$$

由于结构方程为连续系统,需要对气动力离散结构转换为连续系统,通过双边变换,可得气动力的连续系统状态空间为

$$\begin{cases} x'_a = A_a x_a + B_a \eta \\ f_a = C_a x_a \end{cases} \quad (8)$$

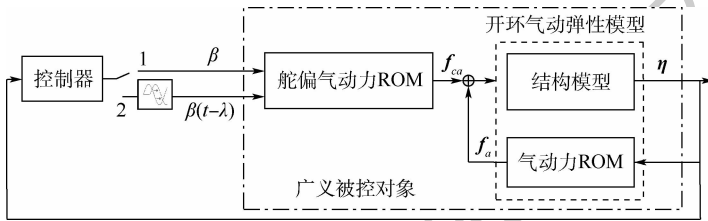


图3 气动弹性系统闭环控制框图

Fig.3 Block diagram of closed-loop control of aeroelastic system

图3中: β 为控制面偏转角,代表控制器输出量, f_{ca} 为控制面偏转角偏转引起的气动力。 λ 为时滞。该气动力模型采用1.3节方法建立了控制面偏转气动力降阶模型:

$$\begin{cases} x'_c = A_{ca} x_c + B_{ca} \beta \\ f_{ca} = C_{ca} x_c + D_{ca} \beta \end{cases} \quad (10)$$

式中: x_c 为控制面偏转状态变量; A_{ca} 、 B_{ca} 、 C_{ca} 、 D_{ca} 为该模型的系数矩阵。

将式(9)和式(10)合并,即可得广义被控对象模型为

$$\begin{cases} x'_{sac} = A_{sac} x_{sac} + B_{sac} \beta \\ y_{sac} = C_{sac} x_{sac} \end{cases} \quad (11)$$

将方程(5)与方程(8)耦合,可得开环气动弹性模型为

$$\begin{cases} x'_{sa} = A_{sa} x_{sa} \\ y_{sa} = C_{sa} x_{sa} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $A_{sa} = \begin{bmatrix} A_s + B_s D_a C_s & B_s C_a \\ B_a C_s & A_a \end{bmatrix}; x_{sa} = [x_s \quad x_a]';$

$y_{sa} = \eta; C_{sa} = [C_s \quad 0]$ 。

值得注意的是,从式(9)可以看出,该方程中系数矩阵 A_{sa} 包含分段线性函数 $\bar{M}(\alpha)$,因此该方程为非线性方程。由于间隙非线性属于不光滑非线性,本文所研究的结构具有2个切换点 $\pm \delta$ (见图2),若采用时间步长固定的龙格库塔方法求解,将无法准确捕捉到间隙非线性切换点的变化。为此,本文采用二分法^[12]搜索切换点确定自适应时间步长的龙格库塔法对式(9)进行求解。

2 时滞反馈主动控制设计

2.1 时滞控制系统

对式(9)所描述的气动弹性模型,可通过控制面偏转,其目的是引入附加气动力来抑制颤振。引入控制作用后的闭环气动弹性结构框图如图3所示(开关拨到1点,不考虑控制信号的延时)。

式中: $x_{sac} = [x_s \quad x_a \quad x_c]'; A_{sac} = \begin{bmatrix} A_{sa} & B_{sa} \\ 0 & A_{ca} \end{bmatrix}; B_{sa} =$

$$\begin{bmatrix} B_s C_{ca} \\ 0 \end{bmatrix}; B_{sac} = \begin{bmatrix} B_s D_{ca} \\ B_{ca} \end{bmatrix}; C_{sac} = [C_{sa} \quad 0]。$$

当控制器存在时滞 λ 时(即在如图3所示的控制系统中开关拨到点2),广义被控对象模型可描述为

$$x'_{sac} = A_{sac} x_{sac} + B_{sac} \beta(t - \lambda) \quad (12a)$$

$$y_{sac} = C_{sac} x_{sac} \quad (12b)$$

2.2 考虑时滞的控制方法设计

定义变量 $z(t)$ 如下:

$$z(t) = x_{sac} + \int_{t-\lambda}^t e^{-A_{sac}(s-t)} e^{-A_{sac}\lambda} B_{sac} \beta(s) ds \quad (13)$$

将该变量代入式(12a),由文献[13]可知,式(12a)可变为不显含时滞的系统:

$$\mathbf{z}' = \mathbf{A}_{sac}\mathbf{z} + e^{-\mathbf{A}_{sac}\lambda}\mathbf{B}_{sac}\beta(t) \quad (14)$$

可以证明,只要系统(12a)是完全可控的,则系统(14)也是完全可控的。

当时滞 λ 已知时,式(14)所描述的系统为分段线性系统(考虑结构间隙非线性,系数 \mathbf{A}_{sac} 为分段线性矩阵),本文对分段子系统采用最优反馈控制,通过极小化式(15)所示的目标函数,获得控制器最优控制量 β 。

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{z}'\mathbf{T}\mathbf{z} + \beta\mathbf{R}\beta] dt \quad (15)$$

式中: \mathbf{T} 和 \mathbf{R} 分别为状态变量和控制变量的加权矩阵。

控制器的输出最优控制量为

$$\beta(t) = -\mathbf{R}^{-1}(e^{-\mathbf{A}_{sac}\lambda}\mathbf{B}_{sac})'\mathbf{P}\mathbf{z}(t) \quad (16)$$

式中: \mathbf{P} 为 Ricatti 方程的解。

对式(14)所示的分段线性系统采用式(16)所示的最优控制,即可实现颤振主动控制。

由式(13)可知,实际系统状态变量 \mathbf{x}_{sac} 的求解中包含了积分项

$$\int_{t-\lambda}^t e^{-\mathbf{A}_{sac}(s-t)} e^{-\mathbf{A}_{sac}\lambda}\mathbf{B}_{sac}\beta(s) ds,$$

对于任意时滞 λ ,总可以写成 $\lambda = lT - n$, T 为连续系统采样周期, l 为大于 0 的整数, $0 \leq n < T$ 。在实际控制中,控制器输出的控制量通过保持器将数字电路中的离散信号转换为连续信号,以零阶保持器为例:

$$\beta(t) = \beta(kT) \quad kT \leq t \leq (k+1)T \quad (17)$$

基于上述思路,通过积分变量替换,式(13)中的积分项可以用不同历史采样时刻的控制量来表示^[14]。

$$\int_{t-\lambda}^t e^{-\mathbf{A}_{sac}(s-t)} e^{-\mathbf{A}_{sac}\lambda}\mathbf{B}_{sac}\beta(s) ds = \mathbf{G}(\Delta t - n)\mathbf{B}_{sac}\beta(t - l\Delta t) + \mathbf{F}(n - \Delta t)\mathbf{G}(\Delta t)\mathbf{B}_{sac}\beta(t - (l-1)\Delta t) + \mathbf{F}(n - 2\Delta t)\mathbf{G}(\Delta t)\mathbf{B}_{sac}\beta(t - (l-2)\Delta t) + \dots + \mathbf{F}(n - (l-1)\Delta t)\mathbf{G}(\Delta t)\mathbf{B}_{sac}\beta(t - \Delta t) \quad (18)$$

$$\text{式中: } \mathbf{F}(t) = e^{\mathbf{A}_{sac}t}; \mathbf{G}(t) = \int_0^t e^{\mathbf{A}_{sac}s} ds.$$

由式(18)可以看出,系统当前时刻的状态与控制量的历史数据相关,而历史数据的长度则取决于时滞 λ 的大小。

3 算例与分析

以图 1 所示的含间隙非线性二元机翼为例^[15-16],考虑控制信号存在时滞,对跨声速机翼颤振进行主动控制。该模型无量纲参数设置选自

文献[15],如表 1 所示。计算工况为马赫数 $Ma_{\infty} = 0.8$,迎角为 0° 。

表 1 模型无量纲参数

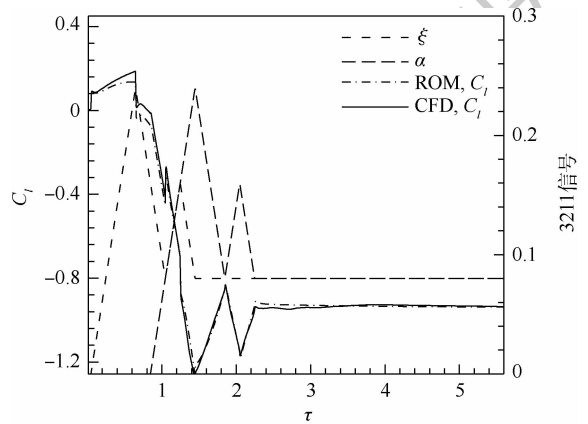
Table 1 Non-dimensional parameters of model

| 参数 | 数值 |
|----------------------------|-----------|
| x_{α} | 0.25 |
| r_{α} | 0.629 |
| ω_h/ω_{α} | 0.708 |
| μ | 36.15 |
| δ | 0.001 745 |

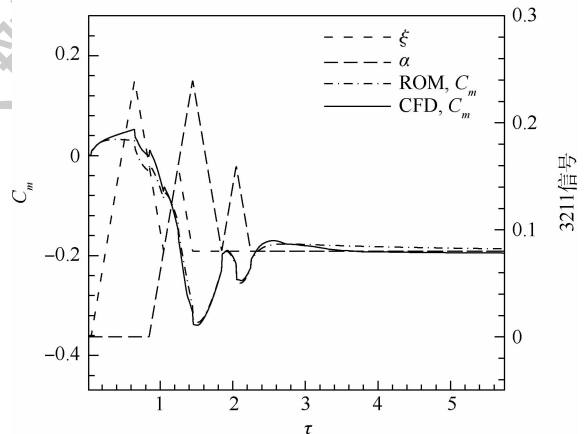
以滤波白噪声作为结构位移,辨识得到非定常气动力离散模型(7),通过双边变换,最终得到连续状态方程(8)。

为验证辨识模型的准确性,先以常用的 3211 信号作为位移 η 的给定输入,进行 CFD 非定常气动力计算,并与模型(8)的计算输出结果进行比较,如图 4 所示。

进一步,按照文献[15]设置初始扰动,即选取结构位移初值 $\mathbf{x}_{i0} = [0 \ 0.002 \ 8 \ 0 \ 0.001]^T$,在 $Ma_{\infty} = 0.8 U^* = 1.48$ 工况下,计算气动力降阶



(a) 3211 信号下升力系数时程曲线



(b) 3211 信号下俯仰力矩系数时程曲线

图 4 3211 信号激励下 ROM 和 CFD 计算的气动力结果比较

Fig. 4 Comparison of aerodynamic forces with ROM and CFD excited by 3211 signals

模型与结构耦合的开环气弹模型(9)的响应,并与CFD/CSD直接耦合得到的结果进行比较,如图5所示。可以看出,基于气动力降阶模型得到的开环模型(9)具有较高计算精度,能够替代CFD/CSD的直接耦合计算。

图6给出了该工况下俯仰角的相轨迹。可以看出,俯仰角从初始位置(0.0028, 0.01)出发,在

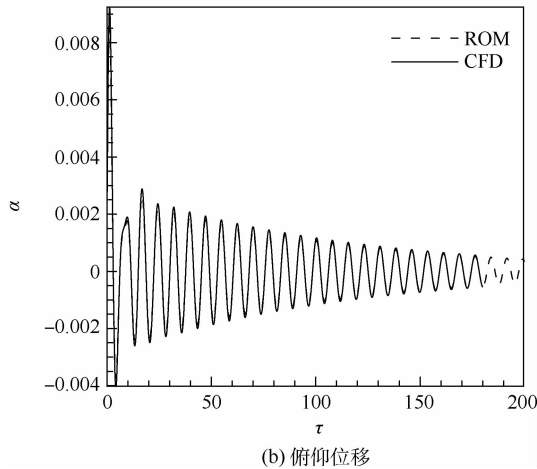
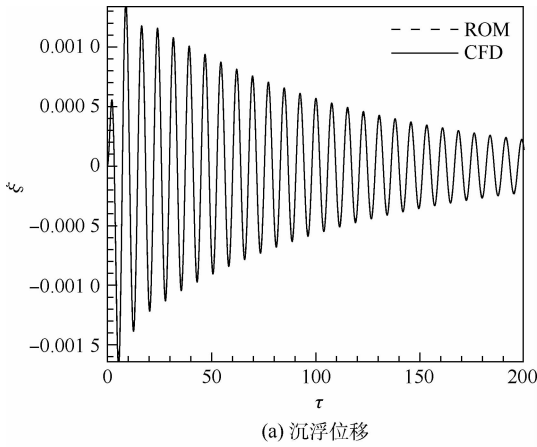


图5 ROM和CFD结算结构响应结果比较
($Ma_\infty = 0.8U^* = 1.48$)

Fig.5 Comparison of structure response result with ROM and CFD ($Ma_\infty = 0.8U^* = 1.48$)

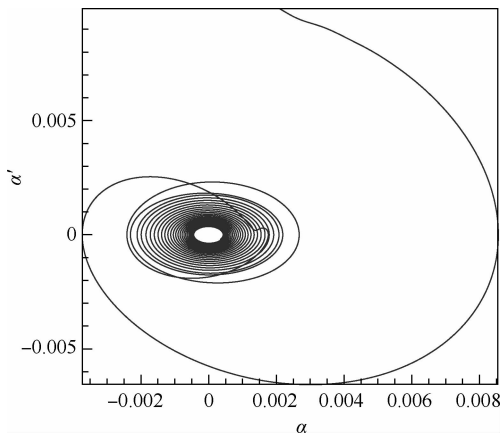


图6 俯仰角相轨迹 ($Ma_\infty = 0.8U^* = 1.48$)
Fig.6 Phase portrait of pitch angle at
 $Ma_\infty = 0.8U^* = 1.48$

气动力的作用下逐渐向原点位置收敛,结构是稳定的。继续增大 U^* ,当 $U^* = 1.72$ 时(文献[15]在该工况初始条件下 $U^* = 1.7$),系统出现极限环振荡,如图7所示。

针对图7所发生的极限环振荡,采用控制面偏转的方式加以控制。图8为给定控制面板偏转

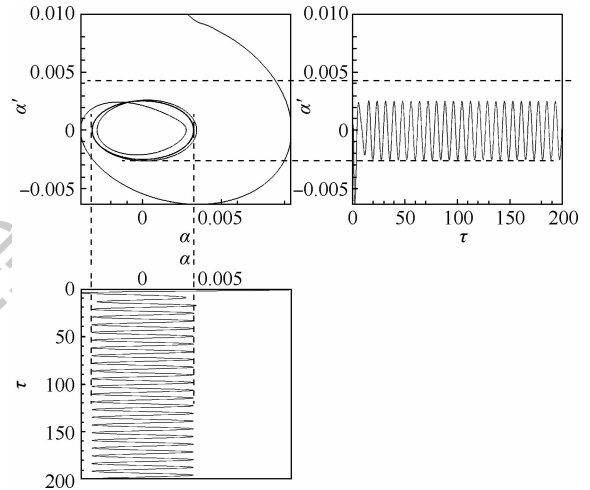
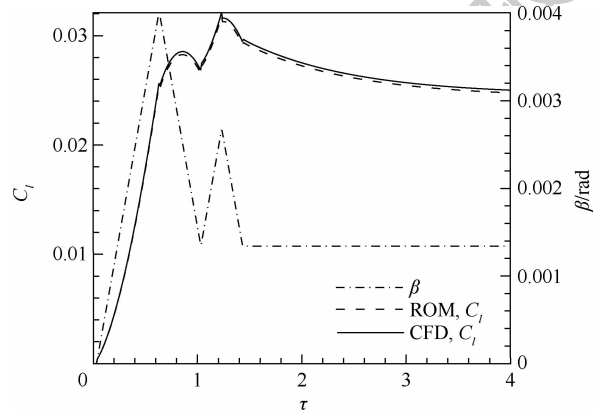
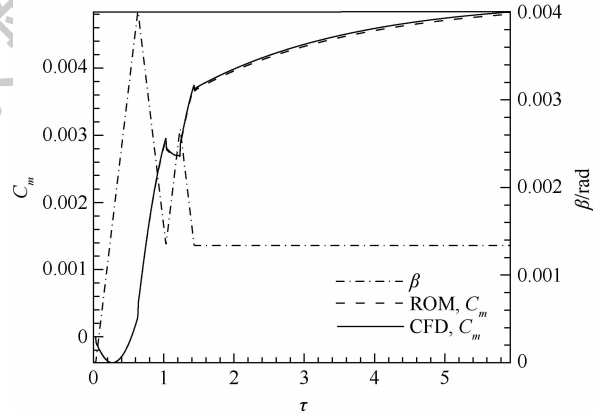


图7 俯仰方向极限环振荡 ($Ma_\infty = 0.8U^* = 1.48$)

Fig.7 Limit-cycle oscillation of pitch at $Ma_\infty = 0.8U^* = 1.48$



(a) 给定控制面偏转3211信号激励下的升力系数



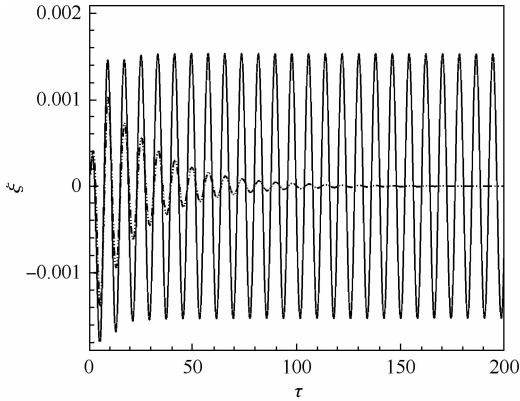
(b) 给定控制面偏转3211信号激励下的俯仰力矩系数

图8 3211信号控制面偏转输入控制面ROM和CFD计算的气动力结果比较

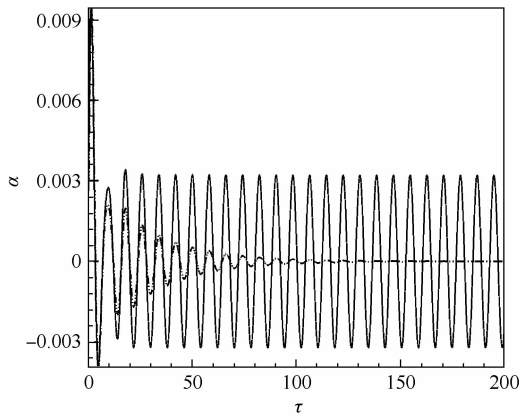
Fig.8 Comparison of control surface aerodynamic forces with ROM and CFD excited by 3211 deflection input signals

3211 信号、CFD 计算结果与白噪声信号辨识得到的气动模型 (10) 的结果比较。

若控制通道不存在时滞, 即图 3 所示开关接通触点 1, 此时采用常规的最优控制方法即可控制住颤振, 如图 9 所示。控制器输出控制量的变化如图 10 所示。考虑到系统 (11) 状态的可观测性, 本算例对式 (15) 中的状态加权矩阵 Q 选为对角阵, 对角线元素为 100, 控制加权矩阵 R 设为 50。



(a) 沉浮位移时程曲线



(b) 俯仰运动时程曲线

—— 开环系统 - - - - - 闭环系统

图 9 无时滞系统颤振控制效果

Fig. 9 Flutter control result for system without delay

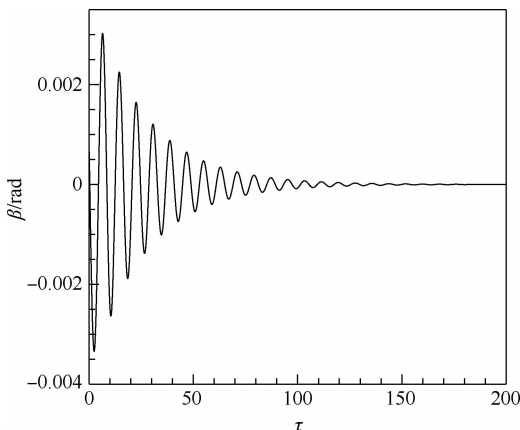
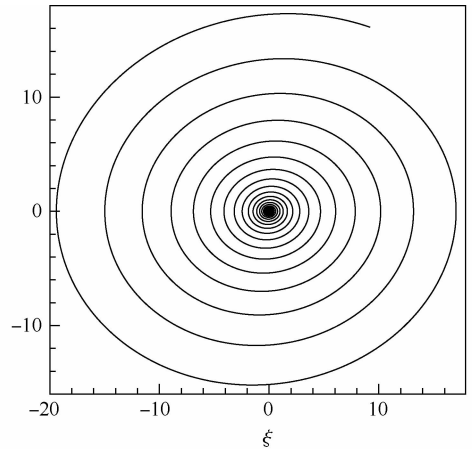


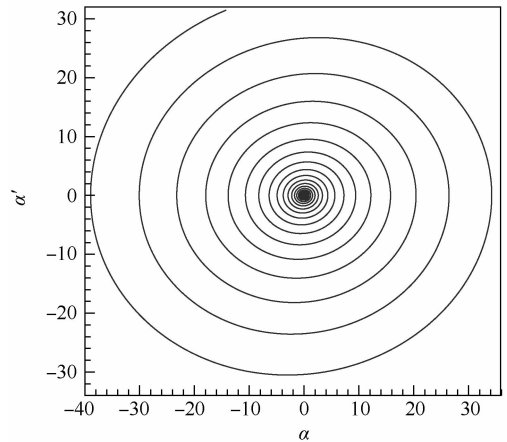
图 10 闭环控制系统控制面偏转角

Fig. 10 Control surface deflection of closed-loop control system

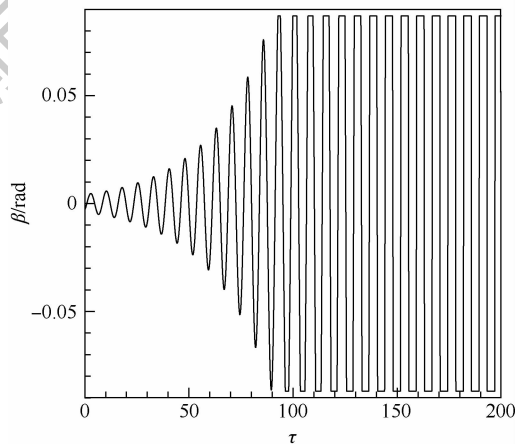
若图 3 所示系统控制信号存在时滞, 即开关接通触点 2, 继续采用不考虑时滞的控制方法, 在时滞 λ 较小时, 控制方法是有效的。但当增大到一定值时 (本算例中为无量纲时间 0.37, $T = 0.05$), 其控制后的系统响应相轨迹如图 11 所示。可以看出, 即使控制面偏转到最大可允许偏转角, 但结构响应的相轨迹在整个相平面发散, 系统出



(a) 沉浮运动相轨迹曲线



(b) 俯仰运动相轨迹曲线



(c) 控制面偏转角时程曲线

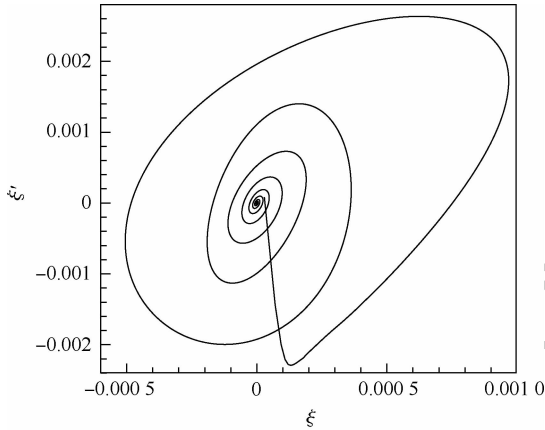
图 11 时滞系统的无时滞控制相平面图及控制面偏转角

Fig. 11 Phase portrait of no delay control for system with time delay and corresponding control surface deflection

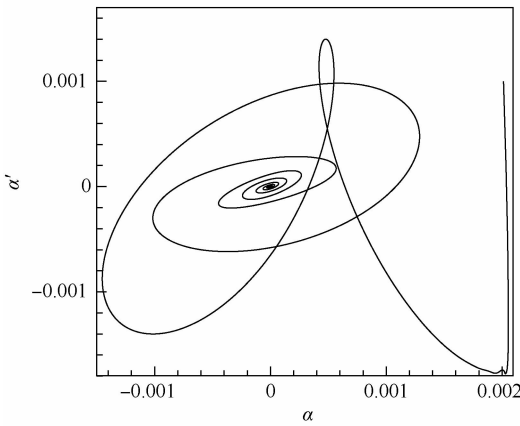
现失稳,控制方法失效。

在这种情况下,采用本文提出的考虑延时设计的控制方法(16),对该系统进行颤振控制,此时 $l = 8, m = 0.03$,控制后的结构位移相轨迹如图12所示。

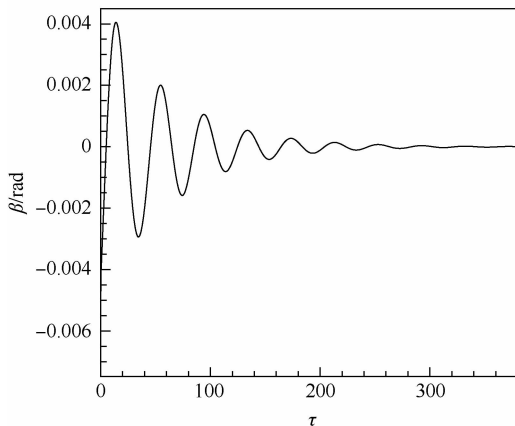
从图12可以看出,在控制作用下,翼型位移从初始状态,出发,在相平面内其运动轨迹形成一



(a) 沉浮运动相轨迹曲线



(b) 俯仰运动相轨迹曲线



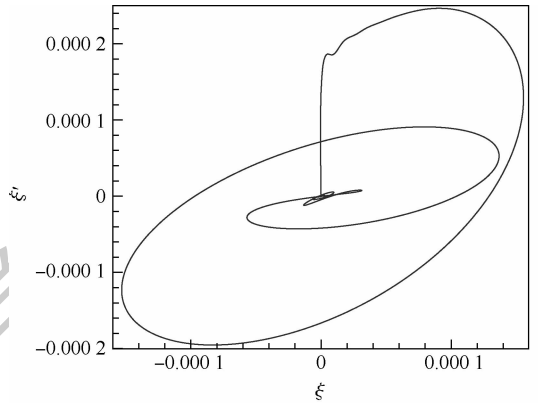
(c) 控制面偏转角时程曲线

图12 考虑时滞的控制器对时滞系统颤振控制的相平面图及控制面偏转角($\lambda = 0.37$)

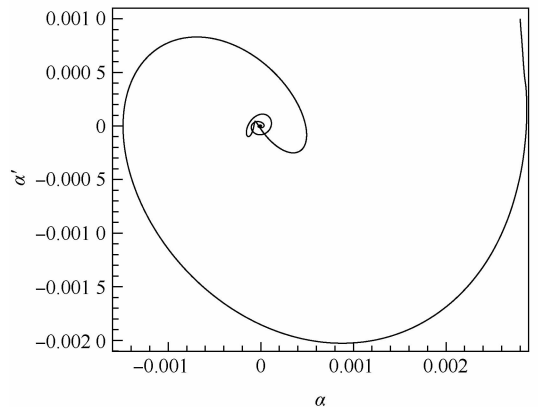
Fig. 12 Phase portrait of flutter control for system with time delay exerted by controller designed with time delay and corresponding control surface deflection at $\lambda = 0.37$

条封闭曲线,收敛于各自的平衡态(0,0)。

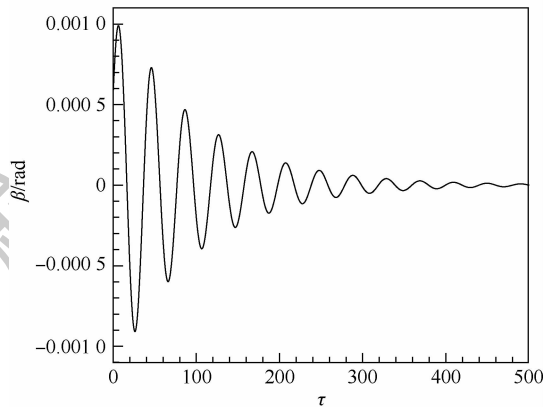
继续增大时滞,图13为无量纲时滞 $\lambda = 1.6$ 时,颤振控制的翼型位移相轨迹及控制面偏转角。可以看出,考虑时滞设计的控制方法在大时滞下仍然有效。



(a) 沉浮运动相轨迹曲线



(b) 俯仰运动相轨迹曲线



(c) 控制面偏转角时程曲线

图13 考虑时滞的控制器对时滞系统颤振控制的相平面图及控制面偏转角($\lambda = 1.6$)

Fig. 13 Phase portrait of flutter control for system with time delay exerted by controller designed with time delay and corresponding control surface deflection at $\lambda = 1.6$

4 结论

1) 跨声速下,以含间隙非线性的翼型为研究

对象,对输入信号存在时滞的闭环气动弹性系统颤振主动控制方法进行了研究。基于非定常气动力降阶模型结合间隙非线性具有分段线性的特点,建立了非线性被控气动弹性模型,通过引入含积分项的状态变换,将时滞被控系统转换为无时滞系统,并在此基础上进行最优反馈控制设计,所设计的控制量考虑了时滞的影响。

2) 使用针对无时滞系统所设计的控制方法,对存在时滞的系统进行颤振主动控制,其控制效果随时滞增大而减弱,直到增大到某一临界值(本算例为无量纲时间 0.37)时,控制方法失效;本文提出的时滞反馈控制方法能有效地处理控制通道的时滞,实现颤振主动抑制,可行性不受时滞大小的影响。

下一步工作将在此基础上,考虑不确定时滞对气动弹性系统稳定性的影响,时滞不再是事先确定的常数,应研究如何设计控制方法提高系统的稳定性。

参考文献 (References)

- [1] 王在华,胡海岩.时滞动力系统的稳定性与分岔:从理论走向应用[J].力学进展,2013,43(1):3-20.
WANG Z H, HU H Y. Stability and bifurcation of delayed dynamic systems: From theory to application[J]. Advances in Mechanics, 2013, 43(1): 3-20 (in Chinese).
- [2] 胡海岩,赵永辉,黄锐.飞机结构气动弹性分析与控制研究[J].力学学报,2016,48(1):1-27.
HU H Y, ZHAO Y H, HUANG R. Studies on aeroelastic analysis and control of aircraft structures[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2016, 48(1): 1-27 (in Chinese).
- [3] ZHAO Y H. Stability of a time-delayed aeroelastic system with a control surface[J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(1): 72-77.
- [4] HUANG R, HI H Y, ZHAO Y H. Designing active flutter suppression for high-dimensional aeroelastic systems involving a control delay[J]. Journal of Fluids and Structures, 2012, 34: 33-50.
- [5] LUO M X, GAO M Z, CAI G P. Delayed full-state feedback control of airfoil flutter using sliding mode control method[J]. Journal of Fluids and Structures, 2016, 61: 262-273.
- [6] GAP M Z, CAI G P. Finite-time fault-tolerant control for flutter involving control delay[J]. Journal of the Franklin Institute, 2016, 353(9): 2009-2029.
- [7] XU B, ZHANG W, MA J. Stability and Hopf bifurcation of a two-dimensional supersonic airfoil with a time-delayed feedback control surface[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 77(3): 1-19.
- [8] RAMESH M, NARAYANAN S. Controlling chaotic motions in a two-dimensional airfoil using time-delayed feedback[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 239(5): 1037-1049.
- [9] MARZOCCA P, LIBRESU L, SILVA W A. Time-delay effects on linear/nonlinear feedback control of simple aeroelastic systems[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(1): 53-62.
- [10] ARAUJO J M, SANTOS T L M. Control of second-order asymmetric systems with time delay: Smith predictor approach[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 137: 106355.
- [11] 聂雪媛,杨国伟.基于CFD降阶模型的阵风减缓主动控制研究[J].航空学报,2015,36(4):1103-1111.
NIE X Y, YANG G W. Gust alleviation active control based on CFD reduced-order models[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(4): 1103-1111 (in Chinese).
- [12] 黄程德,郑冠男,杨国伟,等.基于CFD/CSD耦合含间隙三维全动舵面气动弹性研究[J].应用力学学报,2018,35(1):1-7.
HUANG C D, ZHENG G N, YANG G W, et al. Aeroelastic study of a three dimensional all-movable wing with free play using CFD/CSD coupling[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2018, 35(1): 1-7 (in Chinese).
- [13] KWON W H, PEARSON A E. Feedback stabilization of linear systems with delayed control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, 25(2): 266-269.
- [14] CAI G P, HUANG J Z. Instantaneous optimal method for vibration control of linear sampled-data systems with time delay in control[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 262(5): 1057-1071.
- [15] KIM D H, LEE I. Transonic and low-supersonic aeroelastic analysis of a two-degree-of-freedom airfoil with a freeplay nonlinearity[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 234(5): 859-880.
- [16] HE S, YANG Z C, GU Y S. Nonlinear dynamics of an aeroelastic airfoil with free-play in transonic flow[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 87(4): 2099-2125.

Time delay feedback control for transonic flutter of airfoil with free-play nonlinearity

NIE Xueyuan, ZHENG Guannan^{*}, YANG Guowei

(Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems of Institute of Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: In active control of flutter, time delays are inevitably introduced and have significant influence on the stability of the closed-loop controlled aeroelastic system. At present, study on the flutter suppression has been focused on subsonic and supersonic regimes, where aerodynamic forces are modeled with the linear theory. However, it is noticed that civil or military aircraft usually cruise at the transonic regime, and the control surface deflection is used as a control variable in the active control. In view of the above situation, the method of time delay feedback control for free-play nonlinear system transonic flutter is developed based on the aerodynamic forces reduced order modeling. In the method, the unsteady aerodynamic forces models for transonic regime were firstly identified with the white noise as excitation signals, and were combined with free-play nonlinear structure model to construct the state-space models for the controlled aeroelastic system. Then, a state transformation with the integral item was introduced to make the input-delay system be transformed into a system without delay. Finally, optimum time delay feedback control is designed by optimum control theory. Simulation results indicate that, for the system with time delay, the control algorithm may fail to suppress the flutter if time delay is not considered in control design. The effectiveness of the proposed time delay feedback control algorithm isn't influenced by the magnitude of the time delays. The developed method can obtain excellent flutter suppression results with either small or large input time delay.

Keywords: flutter suppression; time delay system; feedback control; transonic; reduced-order model; free-play nonlinearity

Received: 2020-07-23; **Accepted:** 2020-09-19; **Published online:** 2020-10-09 14:26

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201009.1147.006.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11702298, 11672303)

*** Corresponding author.** E-mail: zhengguannan@imech.ac.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0378

固体火箭冲压发动机设计点性能优化分析

李新田*, 陈新民, 陈世立, 许诺, 蔡强

(中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)



摘 要: 针对冲压动力飞行器射程优化总体需求,提出了基于飞行器-发动机性能因子的评估方法,建立了固体火箭冲压发动机性能模型及优化设计流程,为总体与动力一体化优化设计提供了支撑。根据典型含硼贫氧推进剂性能分析结果可知,相同马赫数及余气系数下,高度对比冲的影响不明显;相同马赫数下,比冲随余气系数的增加先增加后减小;相同余气系数下,比冲随马赫数的增加而降低;飞发性能因子随马赫数、余气系数的增加先增加后降低,在一定条件下达到最大值。

关键词: 固体火箭冲压发动机; 设计点; 比冲; 射程; 性能优化

中图分类号: V436

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-1989-07

冲压发动机通过气流减速增压的工作方式,省去了涡喷涡扇发动机的转动部件,结构复杂度降低,同时有效利用空气中的氧气作为氧化剂,相比火箭发动机比冲提高,在超声速飞行器中得到了广泛应用^[1-3]。固体火箭冲压发动机通过燃气发生器产生贫氧燃气,具有推进剂供应系统简单、推进剂密度比冲高、结构布局紧凑等优势,在超声速巡航导弹等领域具有较好的应用前景^[4-7]。近年来,英国等欧洲各国研制的 BVRAAM/Meteor“流星”超视距空空导弹、日本三菱重工集团研制的 XASM-3 超声速反舰导弹等均采用固体火箭冲压发动机为动力^[3-4],国内外相关单位和研究结构也对固体火箭冲压发动机开展了大量研究。

冲压发动机的性能评估及优化是发动机设计过程中至关重要的环节,许多学者在冲压发动机的内流道与部组件优化^[8-12]、一体化设计与多目标优化^[13-15]、总体性能评估与预示^[16-19]等方面开展了广泛研究。王友银^[8]开展了宽马赫数运行冲压发动机的热力性能优化分析,获得了用进气道的压缩温升比和燃烧室的加热比所表征的超燃

冲压发动机的进气道和燃烧室配合的最大工作边界。朱美军^[9]采用热力学分析、准一维估算分析和数值模拟相结合的方法,发展了一套超燃冲压发动机内流道设计与优化方法。王青等^[10]建立了基于试验设计方法和代理模型的可调尾喷管多目标优化设计方法,获得了冲压发动机尾喷管结构随马赫数和攻角变化的调节规律。曹军伟等^[11]针对空空导弹在宽空域范围内的性能优化,提出了基于遗传算法的固体火箭冲压发动机优化设计方法,并对非壅塞式固体火箭冲压发动机进行了分析。

火箭发动机的工作状态主要由发动机自身决定,受外界影响小,比冲是发动机性能的主要衡量指标。冲压发动机通过进气道吸入空气作为氧化剂,发动机的方案设计、性能评估、参数优化均与飞行器密切相关,总体与动力深度耦合,单纯的发动机比冲性能难以全面反映对飞行器的综合影响,有必要建立基于飞行器总体需求的冲压发动机性能评估模型方法。本文从飞行器总体需求出发,以射程最大为优化目标,建立衡量冲压发动机性能的指标模型,分析性能优化的流程和方法,并

收稿日期: 2020-07-31; 录用日期: 2020-11-01; 网络出版时间: 2020-12-03 09:54

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201202.1655.003.html

* 通信作者。E-mail: lixintian@buaa.edu.cn

引用格式: 李新田, 陈新民, 陈世立, 等. 固体火箭冲压发动机设计点性能优化分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1989-1995. LI X T, CHEN X M, CHEN S L, et al. Optimal analysis of design point performance of ducted rocket[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1989-1995 (in Chinese).

结合具体算例进行了分析,为冲压发动机的性能优化分析提供参考。

1 模型方法

1.1 射程优化模型

根据巡航飞行器的受力关系,针对典型巡航状态对冲压动力飞行器的射程进行评估,从理论层面建立飞行器射程优化的衡量指标。巡航飞行时,飞行器为升重平衡与推阻平衡状态,有

$$mg = L \quad (1)$$

$$F = D \quad (2)$$

式中: m 为飞行器质量; g 为重力加速度; L 为飞行器升力; F 为发动机推力; D 为飞行器阻力。

发动机推力为

$$F = \dot{m} I_s \quad (3)$$

式中: \dot{m} 为发动机推进剂流量; I_s 为发动机比冲。

定义升阻比 K 为

$$K = \frac{L}{D} = \frac{\frac{1}{2} C_L \rho v^2 S_r}{\frac{1}{2} C_D \rho v^2 S_r} = \frac{C_L}{C_D} \quad (4)$$

式中: C_L 为飞行器升力系数; C_D 为飞行器阻力系数; ρ 为大气密度; v 为飞行速度; S_r 为飞行器参考截面面积。

则有

$$-\frac{dm}{dt} I_s = \frac{mg}{K} \quad (5)$$

式中: t 为时间。

对式(5)进行积分,可得工作时间与质量变化间的关系为

$$t = \frac{I_s K}{g} \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - m_f} \right) \quad (6)$$

式中: m_0 为飞行器初始质量; m_f 为消耗的推进剂质量。

从而,飞行器射程 S 为

$$S = vt = \frac{v I_s K}{g} \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - m_f} \right) \quad (7)$$

即巡航飞行条件下,给定推进剂质量,飞行器的射程与飞行速度、发动机比冲、飞行器升阻比三者的乘积成正比。

定义飞发综合性能因子 E_{vrc} 为

$$E_{vrc} = v I_s K \quad (8)$$

从射程最优的角度,优化的目标是选择合适的飞行器及发动机方案,使 E_{vrc} 的值最大化。式(8)中,升阻比 K 主要与飞行器的气动外形有关,本文暂不考虑,在实际工程实践中可结合飞行器具体情况进行分析。 I_s 与发动机性能有关, v 与飞

行器飞行状态及发动机性能均有关,剥离 K 的影响,定义飞发性能因子 E_{vr} 为

$$E_{vr} = v I_s \quad (9)$$

发动机比冲与余气系数、马赫数均有关系,为使飞行器射程最大,在选取设计点时,不仅应有较高的比冲,且应使比冲与飞行速度的乘积最大化。

1.2 发动机性能模型

根据固体火箭冲压发动机各截面参数关系建立发动机性能模型。图1为固体火箭冲压发动机截面示意图。图中:0截面为未受干扰的前方空气来流截面,1截面为进气道入口截面,2截面为进气道出口截面,3截面为补燃室入口截面,4截面为补燃室出口截面(喷管入口截面),5截面为喷管出口截面,tn截面为喷管喉部截面。

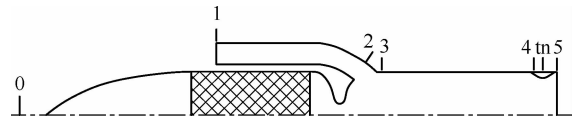


图1 固体火箭冲压发动机截面示意图

Fig.1 Sectional diagram of ducted rocket

进气道捕获空气流量计算公式如下:

$$\dot{m}_a = \rho_0 \cdot Ma_0 \cdot c_0 A_1 \varphi (Ma_0, \alpha_e, \beta_e) \quad (10)$$

式中: ρ_0 为来流空气密度; Ma_0 为来流马赫数; c_0 为声速; A_1 为进气道捕获面积; φ 为进气道流量系数, φ 与来流马赫数 Ma_0 、攻角 α_e 及侧滑角 β_e 有关。

燃气流量与推进剂的燃速及燃面面积等有关:

$$\dot{m}_g = a p_g^n A_b \rho_f \quad (11)$$

式中: \dot{m}_g 为燃气流量; a 为推进剂燃速系数; n 为推进剂压强指数; p_g 为燃气发生器压强; A_b 为燃面面积; ρ_f 为推进剂密度。

空燃比 N 为

$$N = \dot{m}_a / \dot{m}_g \quad (12)$$

余气系数 α 为

$$\alpha = N / L_0 \quad (13)$$

式中:当量空燃比 L_0 为 1 kg 燃料完全燃烧所需的理论空气量。

补燃室出口总压 p_4^* 为

$$p_4^* = \frac{\dot{m}_4 C^*}{A_{in}} = \frac{(\dot{m}_a + \dot{m}_g) C^*}{A_{in}} \quad (14)$$

式中: \dot{m}_4 为喷管入口截面(4截面)流量; C^* 为特征速度; A_{in} 为喷管喉部面积。特征速度 C^* 与推进剂组分、空气总温 T_a^* 、空燃比 N 等有关,由热力计算获得。

发动机名义推力 F_m 为

$$F_m = (\dot{m}_5 v_5 + p_5 A_5) - \dot{m}_a v_0 - A_5 p_0 = p_4^* \sigma_{4.5} \pi (\lambda_5) A_5 (k_5 \cdot Ma_5^2 + 1) - \dot{m}_a c_0 \cdot Ma_0 - A_5 p_0 \quad (15)$$

式中: \dot{m}_5 和 Ma_5 分别为喷管出口截面(5截面)流

量和马赫数; v_5 为喷管出口截面(5 截面)气流速度; p_5 为喷管出口截面(5 截面)静压; p_0 为当地静压; v_0 为飞行速度; A_5 为喷管出口截面(5 截面)截面面积; p_4^* 为喷管入口截面(4 截面)总压; $\sigma_{4,5}$ 为喷管入口至出口截面总压恢复系数; 气动函数 $\pi(\lambda_5) = p_5/p_5^*$, p_5^* 为喷管出口截面(5 截面)总压; k_5 为喷管出口截面(5 截面)燃气比热比。

发动机推力系数 C_F 为

$$C_F = \frac{F_m}{q_0 S_r} = \frac{2F_m}{\rho_0 v_0^2 S_r} \quad (16)$$

式中: q_0 为未扰动来流动压头。

发动机比冲 I_s 为

$$I_s = \frac{F_m}{\dot{m}_g} \quad (17)$$

1.3 性能优化流程

针对固体火箭冲压发动机设计点开展性能优化。设计点通常取飞行过程中工作时间最长的点,如巡航点。基于射程最优原则,根据飞行器质量规模等条件,优化设计点参数,以获得较优性能;同时,需考虑其他飞行工况条件下,满足进气道稳定工作裕度的需求、推力对流量的需求,设计合理的喷管喉径、流量调节比及进气道捕获面积。综合设计点性能优化及其他飞行工况的约束条件,最终获得发动机的优化设计方案,主要优化流程如图 2 所示。整个优化设计流程与飞行器的总体设计紧密耦合,基于飞发综合性能因子 E_{vc} 或飞发性能因子 E_v 最优的目标开展分析。

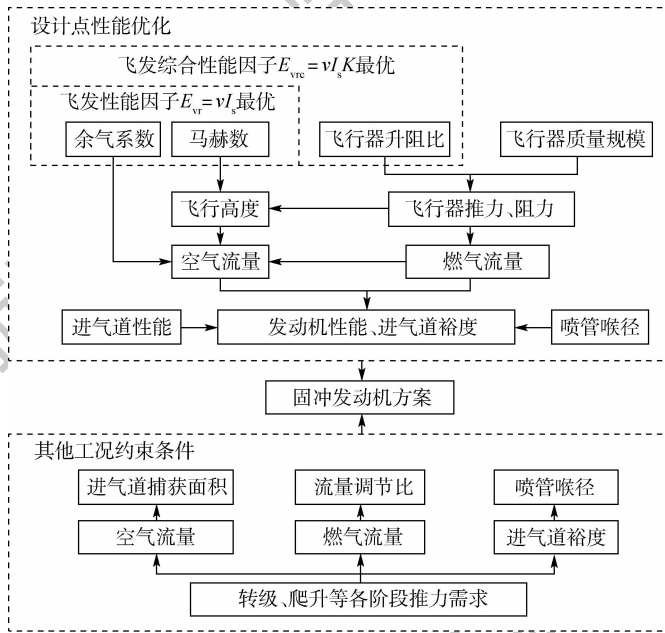


图 2 固体火箭冲压发动机性能优化设计流程

Fig. 2 Optimization design process of ducted rocket performance

2 性能分析

固体火箭冲压发动机主要采用的推进剂有铝镁贫氧推进剂和含硼贫氧推进剂。其中,含硼贫氧推进剂具有较高的能量特性及密度,综合性能较优,近年来被广泛采用。参考相关文献资料,计算选用的含硼贫氧推进剂配方质量百分比为 35% 的 AP、35% 的 B 及 30% 的 HTPB。

2.1 推进剂能量特性

首先根据推进剂配方,开展发动机能量特性分析。通过热力计算,获得不同空燃比 N 、空气总温 T_a^* 对燃烧产物热力参数的影响,变化曲线如图 3 和图 4 所示。图 3 中: T_c 为燃烧产物温度。燃烧产物温度或特征速度最高对应的最佳余气系

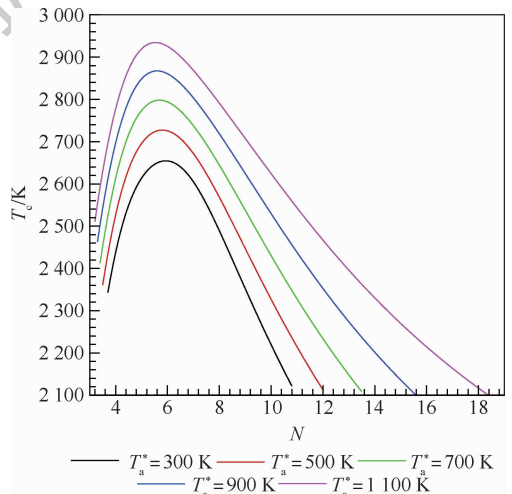


图 3 燃烧产物温度随空燃比变化

Fig. 3 Combustion product temperature versus air-fuel ratio

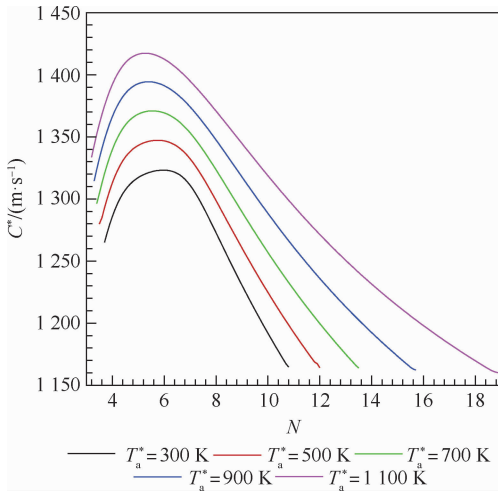


图4 特征速度随空燃比变化

Fig. 4 Characteristic velocity versus air-fuel ratio

数为5~6,空气总温变化对最佳余气系数有一定影响。后文分析中为便于余气系数计算,最佳空燃比均取5.5。冲压发动机的燃烧室压力 p_c 通常较低,对燃烧产物温度及特征速度的影响较小。

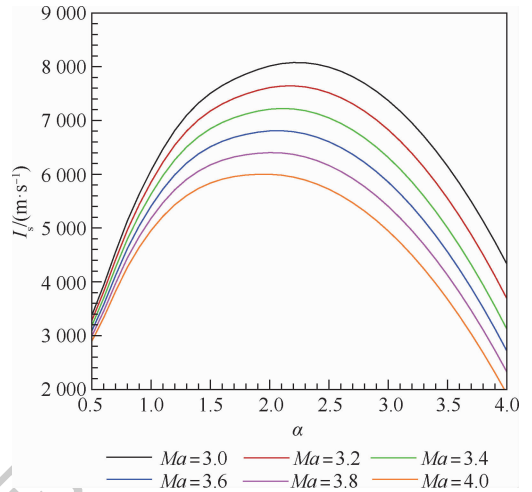
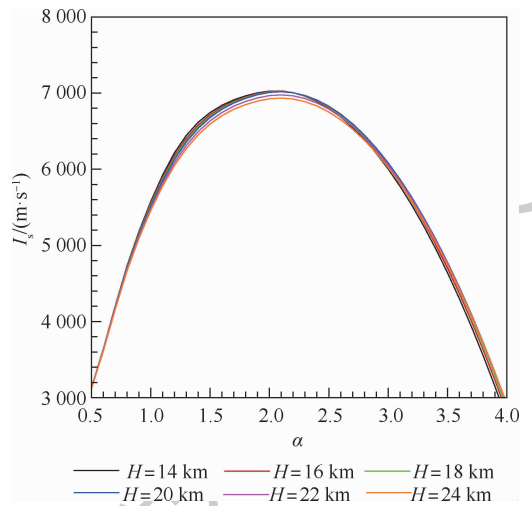
2.2 发动机性能

定义某截面的富裕冲量为去除环境压强后气流所产生的作用力,如喷管出口截面的富裕冲量为 $\dot{m}_5 v_5 + (p_5 - p_0) A_5$ 。根据分析可知,冲压发动机的名义推力为喷管出口富裕冲量与进气道入口富裕冲量之差。

采用第1节模型对冲压发动机的性能特性变化规律进行分析。图5为高度 H 在20 km时,不同马赫数条件下比冲随余气系数的变化。相同马赫数条件下,随着余气系数的增加,比冲先增加后减小。在马赫数3.0~4.0范围内,最大比冲对应的最佳余气系数约为2.0~2.2,对应空燃比为11.0~12.1。与火箭发动机最大比冲在当量空燃比附近不同,冲压发动机由于空气流量对富裕冲量的贡献作用,最大比冲点为富氧状态。设计进气道捕获面积时,捕获的空气流量宜使余气系数在最佳余气系数附近。

相同余气系数条件下,随着马赫数的增加,比冲降低。根据冲压发动机推力的喷管出口富裕冲量与进气道入口富裕冲量差值关系,来流马赫数增加后,飞行速度与空气流量均增加,而喷管出口马赫数基本不变,进气道入口的富裕冲量增加幅度大于喷管出口富裕冲量的增加程度,从而引起比冲降低。单从比冲性能角度考虑,马赫数越低,发动机性能越高,似乎应选择较低的设计马赫数合理,但这其实未充分反映对飞行器整体的全面影响,速度同样对射程也会产生影响。

图6为不同高度条件下比冲随余气系数的变

图5 不同马赫数下比冲随余气系数变化($H=20$ km)Fig. 5 Specific impulse versus excess air coefficient at different Mach numbers ($H=20$ km)图6 不同高度下比冲随余气系数变化($Ma=3.5$)Fig. 6 Specific impulse versus excess air coefficient at different heights ($Ma=3.5$)

化。高度变化引起大气密度变化及捕获空气流量变化,在相同的余气系数下,燃气流量与空气流量同比例变化,且燃气温度及特征速度基本不变,喷管出口富裕冲量与进气道来流富裕冲量均近似成正比关系,因而推力也与流量变化比例相近,从而比冲随高度变化不明显。发动机设计时,根据飞行器质量及飞行马赫数,选择合适的飞行高度满足巡航飞行所需升力大小。在此基础上,根据飞行器升阻比,提出对发动机推力需求,并按最佳余气系数分配燃气流量与空气流量,开展发动机相关参数设计。

图7为不同马赫数条件下飞发性能因子随余气系数的变化。由于相同余气系数下高度对比冲影响较小,图7以20 km为例进行分析。可知,随着余气系数的增加,飞发性能因子先增加后减小。

当马赫数为 3.4 ~ 3.5、余气系数为 2.1 左右时,飞发性能因子达到最大值。即以射程最优为目标,宜将飞行马赫数及余气系数设计在该值附近范围。低马赫数条件下,虽然发动机比冲高,但飞行速度低,对射程不利;马赫数过高时,虽然飞行速度快,但比冲性能下降较多,也引起射程降低。

图 8 为不同高度下飞发性能因子随余气系数变化。由于相同马赫数和余气系数条件下,高度对比冲的影响不明显,因而飞发性能因子受高度的影响也较小。受不同高度声速及比冲的小幅变化影响,飞发性能因子略有变化,变化幅度较低。但飞行高度引起的大气密度变化对飞行器升力及阻力的影响较大,在飞行高度设计时,要考虑升重

平衡与推阻平衡需求,需结合飞行器的质量及尺寸规模分析考虑。同时,结合飞行器性能因子受升阻比的影响,设计飞行攻角为最大升阻比对应攻角时最佳,从飞行器性能因子最大化开展设计点优化。

以上分析为按巡航点状态考虑,未考虑加速爬升等过程的影响,同时推进剂的配方和性能也会对结果产生影响,计算条件发生变化时,可能会引起计算结果的变化,可采用所述方法结合实际情况开展进一步分析。

3 结 论

本文建立了固体火箭冲压发动机性能优化模型,并开展了发动机性能分析工作。主要结论如下:

1) 针对以冲压发动机为动力的飞行器,基于飞行器巡航状态受力平衡方程,以射程为优化目标,提出了基于飞行器性能因子和飞发性能因子的评估模型,建立了固体火箭冲压发动机性能模型及固体火箭冲压发动机的优化设计流程,解决了冲压发动机传统基于比冲的性能评估方法带有片面性,不能充分反映对飞行器总体性能需求的问题,对冲压发动机优化设计方法具有参考意义。

2) 以典型含硼贫氧推进剂固体火箭冲压发动机为例,对发动机性能进行了综合分析评估。对于给定算例,相同马赫数及余气系数下,高度对比冲的影响不明显;相同马赫数下,比冲随余气系数的增加先增加后减小,最佳余气系数约为 2.0 ~ 2.2;相同余气系数下,随着马赫数的增加,比冲逐渐降低;以射程为优化目标,当马赫数为 3.4 ~ 3.5、余气系数为 2.1 时,飞发性能因子达到最大值。

参考文献 (References)

- [1] 鲍福廷,黄熙君,张振鹏,等. 固体火箭冲压组合发动机[M]. 北京:中国宇航出版社,2006:1-44.
BAO F T, HUANG X J, ZHANG Z P, et al. Integral solid propellant ramjet rocket motor [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2006: 1-44 (in Chinese).
- [2] 夏智勋,陈斌斌,黄利亚,等. 固体火箭冲压发动机技术研究进展[J]. 上海航天, 2019, 36(6): 11-18.
XIA Z X, CHEN B B, HUANG L Y, et al. Research progresses in solid rocket-ramjet engine [J]. Aerospace Shanghai, 2019, 36(6): 11-18 (in Chinese).
- [3] FRY R S. A century of ramjet propulsion technology evolution [J]. Journal of Propulsion and Power, 2004, 20(1): 27-58.
- [4] BESSER H L. History of duct rocket development at Bayern-Chemine: AIAA 2008-5261 [R]. Reston: AIAA, 2008.
- [5] 叶定友. 固体火箭冲压发动机的若干技术问题[J]. 固体火

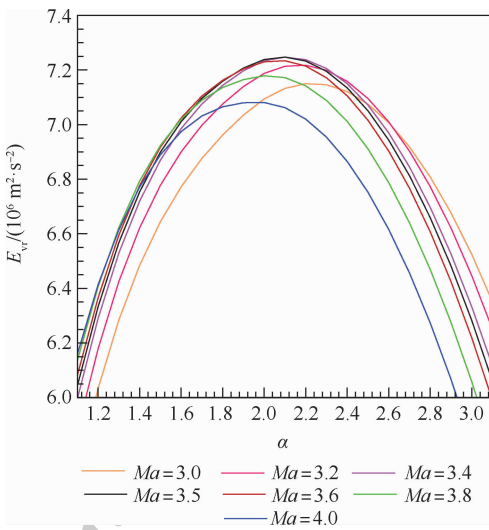


图 7 不同马赫数下飞发性能因子随余气系数变化 ($H = 20 \text{ km}$)

Fig. 7 Vehicle-ramjet performance factor versus excess air coefficient at different Mach numbers ($H = 20 \text{ km}$)

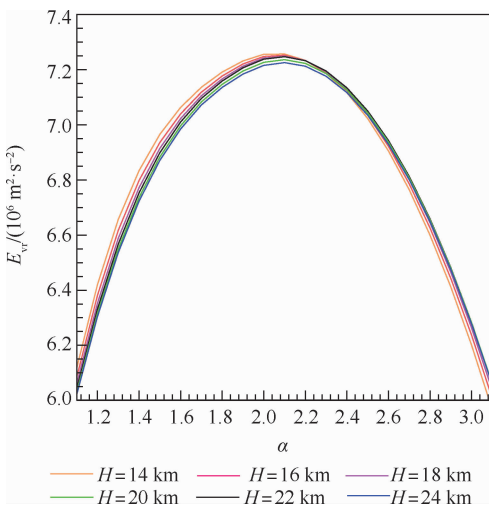


图 8 不同高度下飞发性能因子随余气系数变化 ($Ma = 3.5$)

Fig. 8 Vehicle-ramjet performance factor versus excess air coefficient at different heights ($Ma = 3.5$)

- 箭技术,2007,30(6):470-473.
- YE D Y. Some technological problems of solid rocket ramjet [J]. Journal of Solid Rocket Technology,2007,30(6):470-473(in Chinese).
- [6] 喻银飞,陈雄,李宏文. 固冲发动机燃气发生器性能分析及参数优化[J]. 计算机仿真,2014,31(4):73-77.
- YU Y F, CHEN X, LI H W. Performance analysis and parameter optimization of gas-generator on ducted rocket [J]. Computer Simulation,2014,31(4):73-77(in Chinese).
- [7] 张炜,方丁酉,夏智勋,等. 固体火箭冲压发动机的工作特性分析[J]. 国防科技大学学报,2000,22(4):19-22.
- ZHANG W, FANG D Y, XIA Z X, et al. Operating characteristics of solid ducted rocket [J]. Journal of National University of Defense Technology,2000,22(4):19-22(in Chinese).
- [8] 王友银. 宽马赫数运行冲压发动机的热力性能优化分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2016.
- WANG Y Y. Optimal analysis of the scramjet thermodynamic performance in wide Mach numbers [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2016(in Chinese).
- [9] 朱美军. 超燃冲压发动机内流道设计与优化研究[D]. 杭州:浙江大学,2017.
- ZHU M J. Research on design and optimization of scramjet engine flowpaths [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017 (in Chinese).
- [10] 王青,谷良贤,龚春林. 超燃冲压发动机可调尾喷管多目标优化设计[J]. 推进技术,2013,34(3):294-299.
- WANG Q, GU L X, GONG C L. Multi-objective optimization design of geometry-variable nozzle for scramjet [J]. Journal of Propulsion Technology,2013,34(3):294-299(in Chinese).
- [11] 曹军伟,何国强,王希亮,等. 空空导弹固体火箭冲压发动机设计参数优化[J]. 航空动力学报,2015,30(8):2018-2024.
- CAO J W, HE G Q, WANG X L, et al. Parameter optimization design of air-ducted rocket for airborne missile [J]. Journal of Aerospace Power,2015,30(8):2018-2024(in Chinese).
- [12] 王超. 超燃冲压发动机总体方案设计与优化研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2011.
- WANG C. Design and optimization research on scramjet system scheme [D]. Changsha: National University of Defense Technology,2011(in Chinese).
- [13] 李建平,宋文艳,肖隐利. 超燃冲压发动机/机体一体化优化设计[J]. 航空动力学报,2011,26(4):874-879.
- LI J P, SONG W Y, XIAO Y L. Research on the optimization design of integrated scramjet/airframe [J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(4):874-879(in Chinese).
- [14] 刘恒军,沙建科,王华. 冲压发动机导弹弹道多目标优化[J]. 系统仿真学报,2009,21(9):2764-2766.
- LIU H J, SHA J K, WANG H. Trajectory multi-objective optimization of missile propelled by liquid rocket ramjet [J]. Journal of System Simulation,2009,21(9):2764-2766(in Chinese).
- [15] 吴先宇. 超燃冲压发动机一体化流道设计优化研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2007.
- WU X Y. Research on design and optimization of integrated scramjet flowpath [D]. Changsha: National University of Defense Technology,2007(in Chinese).
- [16] 张旭,王利,林言中,等. 超燃冲压发动机总体化性能分析[J]. 推进技术,2014,35(2):157-165.
- ZHANG X, WANG L, LIN Y Z, et al. Analysis of overall scramjet performance [J]. Journal of Propulsion Technology,2014,35(2):157-165(in Chinese).
- [17] 李俊红,程晓丽,沈清. 超燃冲压发动机性能预测工程方法[J]. 推进技术,2009,30(2):129-134.
- LI J H, CHENG X L, SHEN Q. Engineering method of scramjet engine performance prediction based on nozzle exit pressure [J]. Journal of Propulsion Technology,2009,30(2):129-134(in Chinese).
- [18] 谢爱元,武晓松,于栋梁. 固体燃料冲压发动机性能预示[J]. 推进技术,2014,35(1):8-14.
- XIE A Y, WU X S, YU D L. Prediction model of performance for solid fuel ramjet [J]. Journal of Propulsion Technology,2014,35(1):8-14(in Chinese).
- [19] 龚玉元. 固体火箭冲压发动机性能预估方法研究与导弹弹道仿真[D]. 长沙:国防科学技术大学,2010.
- GONG Y Y. Research on the way of solid-propellant ducted rocket performance estimate and simulation of missile trajectory [D]. Changsha: National University of Defense Technology,2010(in Chinese).

Optimal analysis of design point performance of ducted rocket

LI Xintian^{*}, CHEN Xinmin, CHEN Shili, XU Nuo, CAI Qiang

(China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: Aimed at range optimization requirements of vehicle with ramjet, an evaluation method based on the vehicle-ramjet performance factor is proposed. Performance prediction model and optimization design process of ducted rocket are developed. These provide support for the integrated optimization design of vehicle and ramjet. According to the analysis results of ramjet performance with boron-based fuel rich propellant, under the same Mach number and excess air coefficient, the change of specific impulse caused by height variation is not obvious. Under the same Mach number, the specific impulse increases first and then decreases with the increase of excess air coefficient. Under the same excess air coefficient, the specific impulse decreases with the increase of Mach number. With the increase of the Mach number and excess air coefficient, vehicle-ramjet performance factor increases first and then decreases. The vehicle-ramjet performance factor reaches a maximum under certain Mach number and excess air coefficient.

Keywords: ducted rocket; design point; specific impulse; range; performance optimization

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0375

SBAS 电文时序动态编排算法



陈姗姗¹, 金彪^{1,*}, 赵立谦^{1,2}, 夏川茹^{1,3}, 王雷雷^{1,3}

(1. 航天恒星科技有限公司, 北京 100094; 2. 中国科学院上海天文台, 上海 200030;

3. 天津航天中为数据系统科技有限公司, 天津 300450)

摘 要: 星基增强系统(SBAS)通过 GEO 卫星转发 SBAS 电文实现对 GNSS 服务性能的提升,以满足民航用户不同飞行阶段的导航需求,因此,合理有效的电文内容及播发时序设计是系统实现高质量服务的重要保证。为提高电文编排的灵活性,避免固定时序填补空余电文引起的播发资源浪费,提出了一种 SBAS 电文时序动态编排算法,在满足国际标准要求的前提下,综合利用 SBAS 电文龄期和最大播发间隔实现待播发电文的自动选择。利用 NTMF 实测数据对当前各主要 SBAS 的电文进行了特性分析,对所提方法的单双频 SBAS 电文编排效果进行了评估。结果表明:所提算法可保证电文时序符合国际标准要求,实现了重要电文的优先播发,将空余时隙进行动态分配实现了各类型电文播发间隔的近等比例缩短。与固定时序相比,单频 SBAS 完好性电文播发间隔缩短约 15.0%,首次定位时间缩短约 8%,双频 SBAS 电文首次定位时间缩短约 6.5%;与固定时序的 BDSBAS B1C 电文相比,完好性服务能力提升约 14.7%,首次定位时间缩短约 16.7%。所提算法有效提升了 SBAS 电文播发的播发效率,实现了 SBAS 播发资源的 100% 有效利用。

关键词: 星基增强系统(SBAS); SBAS 电文; 电文时序; 动态时序; 固定时序

中图分类号: P228

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-1996-10

星基增强系统(SBAS)最先由美国 FAA 提出并建设,其目的是提高 GPS 等基本导航系统的精度、完好性、连续性和可用性,以满足民航等生命安全服务领域的导航应用需求。目前,已建成的 SBAS 系统主要包括 WAAS^[1-2]、EGNOS^[3-4]、GAGAN^[5] 和 MSAS^[6-7] 等,中国的 BDSBAS^[8-9]、俄罗斯的 SDCM 及韩国的 KASS 系统也在建设之中。

SBAS 电文作为改正数和完好性参数的信息载体,其电文结构、内容、编排方式等设计的合理性将直接影响 SBAS 系统的性能。ICAO^[10] 和 RTCA^[11] 标准中对单频 SBAS 电文结构、内容和最大播发间隔等进行了明确规定。单频 SBAS 共

支持 64 种电文类型,每条电文由 250 bit 组成并在 1 s 时间完成播发。由于每条电文仅包含部分改正数或完好性信息,用户需收集多条电文后才能获取一组完整的改正数和完好性信息进行定位解算。考虑播发信息的时变特性,各电文类型具有不同的更新间隔,改正数精度随时间累积而降低,导致用户端定位保护级变大;同时标准中对 SBAS 告警电文的优先级和播发策略进行了明确规定,告警电文的连续播发将占用播发通道,可能导致其他电文过期。综上,电文的时序设计将影响用户导航解算的精度、可用性和连续性^[12],电文播发时序编排是 SBAS 系统设计

收稿日期: 2020-07-31; 录用日期: 2021-03-14; 网络出版时间: 2021-05-20 13:41

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210520.1105.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(41974041); 装备预研一般基金(61405180103)

* 通信作者. E-mail: jinb@spacestar.com.cn

引用格式: 陈姗姗, 金彪, 赵立谦, 等. SBAS 电文时序动态编排算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 1996-2005.

CHEN S S, JIN B, ZHAO L Q, et al. Dynamic SBAS message scheduler algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 1996-2005 (in Chinese).

的重要内容。

为满足不同类型电文最大播发间隔的要求,同时考虑不同服务参数的降效因素,需针对 SBAS 电文播发时序开展详细、深入的研究和设计。斯坦福大学的 Walter 等^[13]介绍了 WAAS 当前采用动态时序的播发方法,同时提出了固定时序的播发方法。韩国 Yun 等^[14]根据 KASS 系统服务区域特点进行电文时序设计,对比现有 SBAS 系统最大播发间隔降低 20% 左右,缩短了用户的首次定位时间。Salos 等^[15]利用其开发的 DSVP 软件对 DFMC L5 的电文接口协议开展研究,软件同时支持动态和固定 2 种时序编排方法。国内,黄双临^[16]、梁曦^[17]等对 SBAS 电文特性进行了分析,但对 SBAS 电文时序设计的研究较少。

本文首先给出 SBAS 电文播发的标准要求,作为电文时序设计的约束;然后提出一种基于电文龄期的 SBAS 电文时序动态编排算法;最后在对国际各 SBAS 系统电文特性进行分析的基础上,对本文算法的有效性进行了验证。结果表明,本文算法可以有效缩短电文播发间隔和用户首次定位时间,提升了 SBAS 电文的播发效率和灵活性。

1 SBAS 电文标准

RTCA 即航空无线电委员会发布的 DO-229E 标准^[11]是 GNSS/广域增强系统的最低运行标准。为满足航空用户对导航精度、完好性、连续性 & 可用性的要求,RTCA 标准详细规定了 SBAS 信号功率、实时播发增强电文的电文类型、信息格式、播发间隔等重要设计参数及指标,是单频 SBAS 电文设计的主要依据文件。

SBAS 电文的每个数据块(或帧)为 250 bit,含前 8 bit 前导码,6 bit 电文类型标识、212 bit 数据块及 24bit 循环冗余校验码(CRC),以 250 bit/s 的数据率进行传输。RTCA 中规定了 0~63 共计 64 类增强电文类型(Message Type, MT),其中有部分类型未进行定义,以满足新系统建设或升级扩容的需要。由于每条 SBAS 电文仅包含部分信息,用户需通过多种数据龄期(Issue of Data, IOD)对完好性及改正信息进行组合后使用。表 1 列出了单频 SBAS 电文的主要电文类型、播发内容及最大播发间隔^[11]。

受电离层时空不确定性的影响,单频 SBAS 服务性能有限。随着 GPS 第二个民用频点 L5 的升级,针对 SBAS DFMC 的论证工作正逐步开展。

目前,国际 SBAS 互操作工作组(Interoperability Working Group, IWG)已形成 SBAS DFMC L5 接口控制文件^[18],其他组织如 EUROCAE WG-62^[19]和 RTCA SC 159^[15]也已经开始了 SBAS DFMC 接收机标准的制定工作。

根据现有标准,SBAS DFMC L5 电文同样采用 250 bit 数据块的播发模式,但其前导码仅为 4 bit,数据码增加至 216 bit,提高了播发能力。在电文类型上,SBAS DFMC L5 电文不播发电离层参数,同时将卫星的快变和慢变改正数及协方差参数合并为 1 条电文播发,减少了电文类型,降低了用户使用的复杂度。表 2 列出了目前已发布的主要电文类型及最大播发间隔。

表 1 单频 SBAS 服务的增强电文类型及最大播发间隔^[11]

Table 1 Augmented messages type and maximum update interval of single-frequency SBAS^[11]

| 电文类型 | 播发内容 | 最大播发间隔/s |
|--------|--------------|----------|
| 0 | 系统不可用标识(测试用) | 6 |
| 1 | PRN 掩码 | 120 |
| 2~6,24 | UDREI | 6 |
| 2~5,24 | 快速改正数 | 6~60 |
| 24,25 | 长期改正数 | 120 |
| 9 | GEO 导航信息 | 120 |
| 7 | 快速改正数降效因子 | 120 |
| 10 | 降效因子 | 120 |
| 18 | 电离层网格点掩码 | 300 |
| 26 | 电离层网格点垂直延迟 | 300 |
| 12 | 系统时间参数 | 300 |
| 17 | GEO 历书 | 300 |
| 27 | 服务区域信息 | 120 |
| 28 | 钟差-轨道协方差阵 | 120 |

表 2 SBAS DFMC L5 的增强电文类型及最大播发间隔

Table 2 Augmented messages type and maximum update interval of SBAS DFMC L5

| 电文类型 | 播发内容 | 最大播发间隔/s |
|-------------|------------------|----------|
| 0 | 系统不可用标识 | 6 |
| 31 | 卫星掩码 | 120 |
| 34~36,32,40 | DFREI 信息 | 6 |
| 32 | 改正数及协方差信息 | 120 |
| 39,40 | SBAS 卫星星历及协方差 | 120 |
| 37 | OBAD 及 DFREI 量化表 | 120 |
| 37 | 时间参考标识 | 120 |
| 47 | SBAS 服务编号 | 120 |
| 47 | 周翻转计数 | 120 |

2 电文编排算法

SBAS 电文播发应在遵循标准的前提下,满足系统服务性能要求。SBAS 电文播发时序设计需重点考虑的因素如下:

1) 电文内容和电文数量。每个播发周期内各类型电文的播发数量由服务区域大小决定,需提供服务区域内用户可见卫星和电离层格网点延迟的改正数。例如,当系统播发速度改正数时,每条 MT25 电文可播发 2 颗卫星的位置速度改正数,假设服务区域内用户可见卫星数为 14,则每个 SBAS 电文周期需播发 7 条 MT25 电文。

2) 各类型电文的重要程度。卫星星历和电离层改正完好性参数的时效性要求较高,直接影响用户定位结果的完好性,因此播发优先级高于其他电文。

3) 电文播发间隔。在满足最大播发间隔的基础上,缩短播发间隔。缩短完好性参数信息播发间隔可以提高系统的完好性服务能力;缩短改正数信息播发间隔可提高服务精度;缩短播发周期可以减少用户的首次定位时间。

4) 标准中对电文播发的特殊要求。如告警电文播发后,需再连续播发 3 次;PRN 掩码变化后需连续播发等。

考虑动态方式进行 SBAS 电文播发的灵活性高,有利于提升数据通道的播发效率,同时降低固定时序升级的复杂度,本文采用动态时序电文播发,在满足各类型电文最大播发间隔要求的前提下,通过电文龄期和最大播发间隔计算播发电文权重,选取权重最大的电文类型进行播发,实现了电文类型的自动确定和重要电文的优先播发。表 3 给出了固定电文时序与动态电文时序的对比。

表 3 固定电文时序与动态电文时序对比

Table 3 Comparison between dynamic and rigid message scheduler

| 对比项目 | 固定电文时序 | 动态电文时序 |
|-----------|---------------------------------------|--|
| 实现复杂度 | 简单,只需按设计时序索引待播发电文类型 | 复杂,需根据电文播发需求等动态确定待播发电文类型 |
| 电文灵活性 | 较差,电文时序确定后,只能按固定策略播发,当信息缺失时,一般用空电文填充 | 较好,当信息缺失时,可根据优先级确定播发电文,无需空电文填充 |
| 播发周期 | 确定 | 可根据播发内容动态调整 |
| 播发间隔符合性保证 | 由设计的电文时序保证,需人为或由特定程序对电文播发间隔的标准符合性进行分析 | 由程序保证,电文时序编排程序在执行过程中使用电文播发间隔对播发电文时序进行约束,保证满足播发要求 |

SBAS 电文时序动态编排程序采用动态电文时序算法,包括初始化和电文选取 2 部分。初始化部分根据系统配置完成各变量的初始化和合理性检查,电文选取部分则在每个播发时刻完成播发电文类型的自动确定,并进行电文编码。图 1 为 SBAS 电文时序动态编排程序流程。

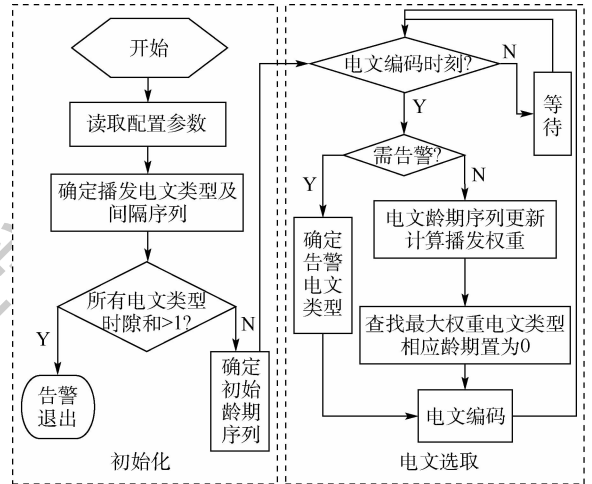


图 1 SBAS 电文时序动态编排程序流程

Fig. 1 Flowchart for dynamic SBAS message scheduler

程序初始化部分的具体实现过程如下:

步骤 1 软件读取配置参数,包括各电文类型的预设播发间隔、需要播发的卫星数及格网点数、是否播发速度改正项等;根据配置确定每种电文类型需要播发的条数,形成每个电文周期需要播发的所有电文类型列表 $M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$,其中电文类型变量 M_i 中整数部分表示电文类型、小数部分表示该周期内的第几条电文,如假设系统每个播发周期需播发 1 条 MT1、1 条 MT2、1 条 MT3、1 条 MT4 和 5 条 MT25,则对应电文类型列表 M 为 $\{1, 2, 3, 4, 25.1, 25.2, 25.3, 25.4, 25.5\}$ 。然后,根据各电文类型设置的电文播发间隔配置参数,确定电文类型列表 M 对应的播发间隔序列,记为 $I = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$, I_i 表示第 i 个电文类型对应的播发间隔,如对应上述电文的 $I = \{120, 6, 6, 6, 120, 120, 120, 120, 120\}$ 。

步骤 2 对输入配置的合理性进行检核。根据步骤 1 的电文类型列表和播发间隔序列,计算所有电文类型的时隙和 S_0 :

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{I_i} \quad (1)$$

可知当 $S_0 > 1$ 时,表示不存在满足所需播发间隔要求的电文播发时序,程序告警退出;反之,检核通过,程序继续。上述 I 序列对应的时隙和 S_0 为 0.55,即表示存在满足条件的播发时序,程序可继续。

步骤 3 确定初始电文龄期序列。电文龄期用于记录电文类型列表中相应电文距离上次播发的时间间隔,用 A_i 表示。将电文类型列表对应的电文龄期序列记录为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 。对应上述 M 序列,初始电文龄期序列可设置为 $\{120, 5, 4, 3, 114, 114, 114, 114, 114\}$ 。在电文播发初期,电文类型列表中电文类型的顺序和对应 A 初始值对电文播发顺序影响较大,而随着程序运行时间的累积,不同初始值得到的电文周期相近。

上述初始化部分完成后,程序进入电文选取部分,该部分先判断是否到达播发时刻,在需要告警的时刻根据要求重复播发告警电文,否则进行待播发电文类型的自动选择,具体实现过程如下:

步骤 1 电文龄期和权重更新。定义某类型 SBAS 电文距离上次播发的时间间隔为电文龄期,用 A_i 表示。电文选取部分先将各电文龄期累加 1,再使用电文龄期和播发间隔计算播发权重 W_i :

$$W_i = \frac{A_i}{I_i} \quad (2)$$

步骤 2 查找最大播发权重的电文类型进行播发,并将该电文类型对应的电文龄期重置为零。

步骤 3 使用程序输入的改正数和完好性参数进行选定电文类型的电文编码,然后等待下一播发时刻。

3 分析评估

本节首先对当前 SBAS 在 GPS L1 上播发的电文进行特性分析,在此基础上与文献[13]中的固定时序和 BDSBAS B1C 电文进行对比分析,对本文算法的有效性进行评估。参考文献[13-14],选用时隙占比、播发间隔和播发周期对算法的有效性进行评估。其中,电文播发时隙占比直观表征各类型电文占用播发资源的比例,合理分配可以实现播发资源的有效利用;播发间隔为标准要求内容,是电文时序设计算法有效性的直接判据;播发周期指系统播发完一组完整电文类型列表的时间,可用于评估系统电文的首次定位时间。

3.1 当前 SBAS 电文特性分析

导航与时间监测 (NTMF) 项目由法国航天局 (CNES) 组织,其通过 ftp://serenad-public.cnes.fr 提供 Rinex B 格式的 SBAS 电文数据,本文利用该数据对当前已通过认证的 WAAS、EGNOS、GAGAN 和 MSAS 的电文特性进行分析。图 2 和图 3 给出了 2020 年第 78 天 4 个 SBAS 累积 24 h 的 UDREI 分布直方图和 5 min 时段的 GIVEI 分布图。

图 2 绘制了一天 4 个 SBAS 系统播发 UDREI 值的分布,横轴表示 UDREI 值,纵轴为相应 UDREI 在一天内的播发占比。其中,根据 https://www.navcen.uscg.gov 提供的 NANU 文件, GPS PRN18 和 23 号星存在异常,故一天内的 UDREI 值均为 14,未参与统计。图 3 为 4 个 SBAS 在 5 min 提供的电离层格网点分布,不同灰度表示不同的 GIVEI 值。根据统计,4 个 SBAS 可为约 75% 的 GPS 卫星提供增强服务,而由于其测站主要分布在北半球,可提供的电离层格网点 (Ionospheric Grid Points, IGP) 信息仅占全球 IGP 数量的 1/3。同时,由于各 SBAS 服务区域不同,其提供的卫星信息数量、电离层信息数量均不同,统计结果如表 4 所示。

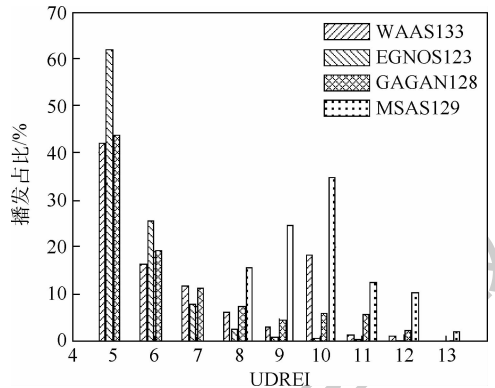


图 2 四个 SBAS 播发 UDREI 分布直方图

Fig. 2 UDREI distribution histogram of four SBASs

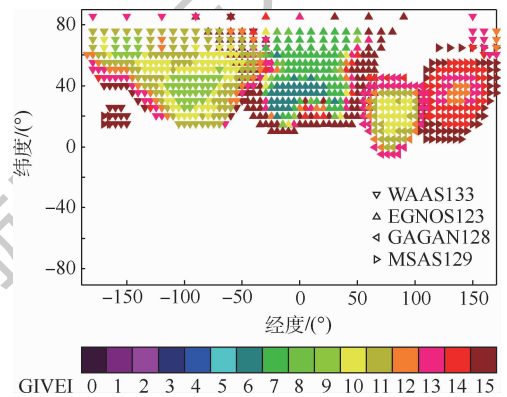


图 3 四个 SBAS 播发 GIVEI 分布图

Fig. 3 GIVEI distribution histogram of four SBASs

表 4 各 SBAS 增强的卫星数和 IGP 数

Table 4 Satellite and IGP numbers augmented by each SBAS

| 系统 | 播发卫星数均值 | 播发 IGP 数均值 |
|----------|---------|------------|
| WAAS133 | 15.5 | 306 |
| EGNOS123 | 12.0 | 287 |
| GAGAN128 | 11.7 | 102 |
| MSAS129 | 9.3 | 143 |

可见,WAAS系统播发的增强电文最多,可为更大范围用户提供服务;MSAS和GAGAN播发的增强电文较少,故在相同设置下可以有效缩短电文的播发周期。以下利用NTMF下载的2020年第70天到第79天的电文数据进行分析,不同类型电文的平均播发间隔和播发时隙占比如图4和图5所示。

图5纵轴为各类型电文对应的时隙占比,即一定时间段内播发该类型电文的时间百分比。可见,各SBAS系统使用的电文类型及播发特性均存在一定差异,分析时段内各SBAS播发电文的主要特点如下:

1) MT1。各SBAS播发MT1的间隔为50~90s不等,均满足120s的最大播发间隔要求,其中MSAS的播发频度最快。

2) MT2/MT3/MT4/MT24。在分析时段内,EGNOS使用了MT24混合电文,通过MT2/MT3/MT24电文提供30颗GPS星和2颗SBAS星的快变信息,同时提供了2颗卫星的慢变改正数信息,提高了电文的播发效率。EGNOS MT2/MT3/MT24播发频度更高,播发周期约为4s,其他SBAS

约为6s。

3) MT6。在分析时段内,除EGNOS外,其他SBAS均未播发MT6告警信息。

4) MT25/MT24。在分析时段内,EGNOS使用MT24和MT25进行慢变改正数的播发,由于MT24播发频度较高,MT25播发占比较少。同时,EGNOS播发慢变改正数的速度项标记为0,1条MT25电文可播发4颗卫星慢变改正数,因此,即使在主要通过MT25提供慢变改正的时段,MT25电文时隙占比仍相对最低,如2019年其时隙占比约5.08%。其他SBAS播发的MT25均包含速度项。

5) MT27/MT28。EGNOS播发服务区域标识信息MT27,其他SBAS则播发星历改正数的方差协方差信息MT28。

6) MT18/MT26。由于服务区域存在差异,各SBAS播发的电离层格网IGP数量和更新时间不同。

7) MT12。仅EGNOS播发该类型电文,提供时间服务,其他SBAS均未播发该类型电文。

8) MT62/MT63。仅MSAS播发MT62电文,用于内部测试;除EGNOS外,其他SBAS均使用MT63填充时隙。

综上,各SBAS使用的电文类型及播发特性均存在一定差异。其中,EGNOS播发策略差异最大,包括卫星完好性信息的更新频度更快、使用MT24进行混合电文的播发、卫星慢变改正数中不播发速度项、使用MT12提供时间服务和使用MT27提供服务区域信息等。同时,除EGNOS外,均存在使用MT63电文填充时隙的情况,未最大化利用卫星有限的播发资源。

3.2 动态电文时序算法评估

本文算法的目的是最大化卫星有限的播发资源,在满足标准规定的最大播发间隔的前提下,实现增强电文的快速播发,因此以下从时隙分配、播发间隔、播发周期方面对本文方法进行评估。同时,由于当前SBAS采用动态播发方式,电文周期不固定,不能直接用于算法评估,本文与文献[13]中的固定时序进行对比,对本文算法效能进行评估。参考文献[13]中的设置,单频SBAS和SBAS DFMC电文时序仿真设置如下:

1) 单频SBAS服务电文时序仿真设置。1条卫星掩码信息(MT1),最多39颗GPS卫星的快速改正数和完好性信息(MT2/MT3/MT4),最多24颗GPS星的慢变改正数信息(MT25),3颗GEO的历书(MT17),1颗GEO的电文(MT9),23颗GPS和3颗GEO的协方差信息(MT28),5个条带

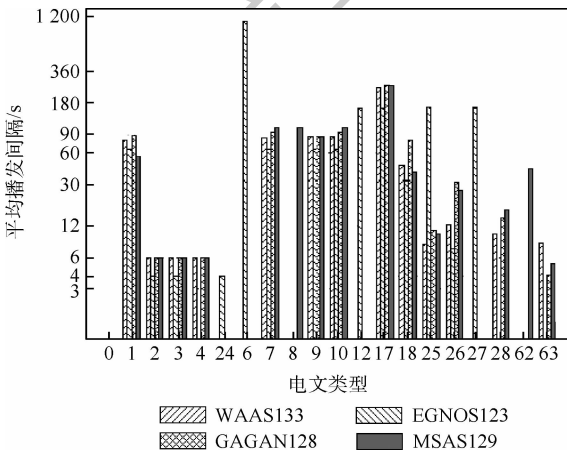


图4 各SBAS电文的平均播发间隔

Fig. 4 Mean broadcast intervals of each SBAS message type

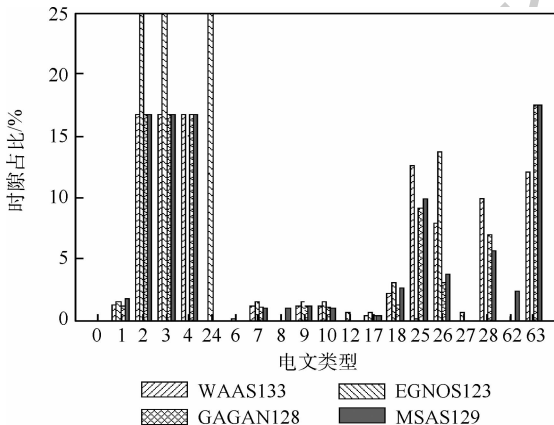


图5 各SBAS播发电文时隙占比

Fig. 5 Time slot share of each SBAS message type

的电离层掩码信息 (MT18), 23 组共 306 个 IGP 点的改正数和完好性参数信息 (MT26), 以及对应的空域和时域降效参数信息 (MT7/MT10)。

2) SBAS DFMC 电文时序仿真设置。假设系统为 24 颗 GNSS 卫星、3 颗 SBAS 卫星提供服务, 播发的 SBAS 电文包括掩码信息 (MT31)、24 颗卫星的改正数和协方差信息 (MT32)、最多 53 颗卫星的完好性信息 (MT35)、OBAD 及 UDREI 表信息 (MT37)、3 颗 SBAS 星的历书信息 (MT47)。其中, MT35 具备提供 53 颗卫星完好性信息的能力, 配合 MT34/MT36 使用可以支持最多 92 颗星的完好性信息播发需求, 考虑文中的播发需求, 这里仅使用 MT35。

3) 根据上述单频 SBAS 播发需求, 本文中给出 270 s 周期的电文时序, 以下称为单频 SBAS 固定电文时序; 针对 SBAS DFMC 播发需求, 本文给出 120 s 周期和 108 s 周期 2 种电文时序, 以下称为 SBAS DFMC 固定电文时序 1 和固定电文时序 2。其中, SBAS DFMC 固定电文时序 1 的所有时隙均填充有效电文, 各电文类型的时隙和达到 1, 即实现了播发资源的 100% 利用, 其他固定电文时序均存在通过 MT63 填充空域时隙的情况。

图 6 ~ 图 10 给出了本文算法设计的动态电文时序与上述固定电文时序的对比。图 6 为动态电文时序与单频 SBAS 固定电文时序的平均播发间隔对比。图 7 为动态电文时序与单频 SBAS 固定电文时序的播发时隙占比对比。图 8 为动态电文时序与 SBAS DFMC 固定电文时序 1 的平均播发间隔对比。图 9 为动态电文时序与 SBAS DFMC 固定电文时序 2 的平均播发间隔对比。图 10 为动态电文时序与 SBAS DFMC 固定电文时序 2 的播发时隙占比对比。

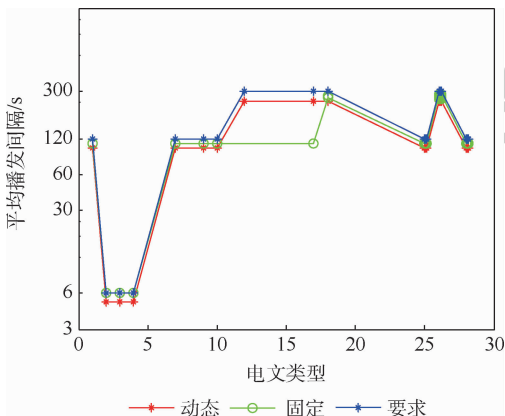


图 6 动态电文时序与固定电文时序的单频 SBAS 电文平均播发间隔对比

Fig.6 Comparison of single-frequency SBAS message mean broadcast intervals between dynamic and rigid message scheduler

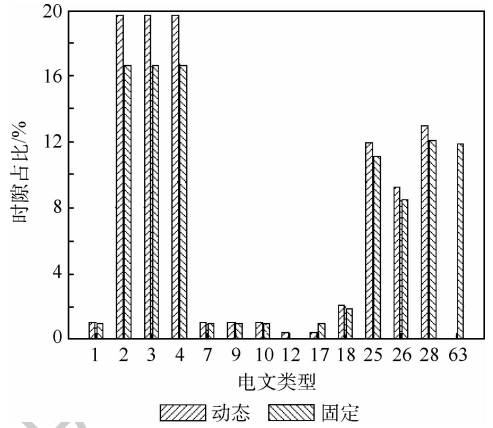


图 7 动态电文时序与固定电文时序的单频 SBAS 电文时隙占比对比

Fig.7 Comparison of single-frequency SBAS message time slot share between dynamic and rigid message scheduler

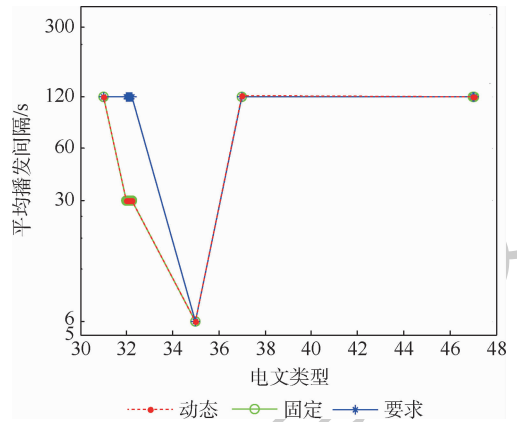


图 8 动态电文时序与固定电文时序 1 的 SBAS DFMC 电文平均播发间隔对比

Fig.8 Comparison of SBAS DFMC message mean broadcast intervals between dynamic and rigid message scheduler 1

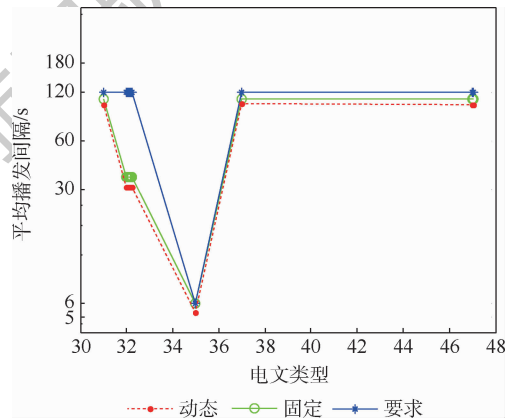


图 9 动态与固定时序 2 的 SBAS DFMC 电文平均播发间隔对比

Fig.9 Comparison of SBAS DFMC message mean broadcast intervals between dynamic and rigid message scheduler 2

以下从时隙占比、播发间隔和播发周期 3 个方面对上述结果进行分析。相比有空余时隙的固定电文时序, 本文中动态电文时序算法的主要特

点如下:

1) 时隙占比。图7和图10为时隙占比对比,可见本文算法将MT63的填充时隙进行有效分配,节省的时隙提升了有效电文的时隙占比,有效电文的时隙占比和为1。

2) 播发间隔。图6、图8、图9为平均播发间隔对比,可见本文算法的播发间隔均满足标准规定的最大播发间隔要求,同时动态电文时序的播发间隔较固定电文时序有所缩短。表5以单频SBAS为例,给出平均播发间隔对比,动态算法以相近的比例缩短了各类型电文间隔。以对播发频率要求较高的完好性信息为例,使用本文算法的MT2、MT3、MT4平均播发间隔5.1s,相比固定电文时序6s间隔提升约15.0%。

3) 播发周期。相比实现了播发资源100%利用率的SBAS DFMC固定电文时序1,本文算法

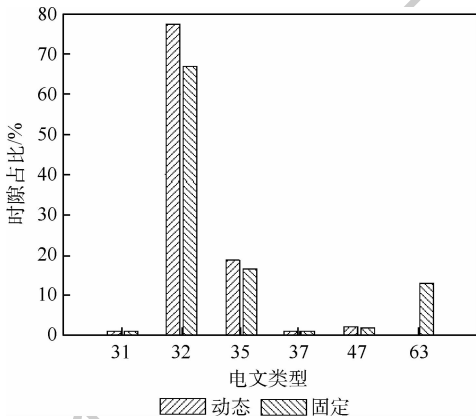


图10 动态电文时序与固定电文时序2的SBAS DFMC电文时隙占比对比

Fig. 10 Comparison of SBAS DFMC message time slot share between dynamic and rigid message scheduler 2

表5 单频SBAS动态电文时序各类型电文平均播发间隔对比

Table 5 Comparison of mean broadcast intervals of different types of single-frequency SBAS message using dynamic message scheduler

| 电文类型 | 预设播发间隔/s | 平均播发间隔/s | 缩短百分比 |
|-------|----------|----------|-------|
| 1 | 120 | 100.7 | 16.1 |
| 2/3/4 | 6 | 5.1 | 15.0 |
| 7 | 120 | 100.7 | 16.1 |
| 9 | 120 | 100.7 | 16.1 |
| 10 | 120 | 100.7 | 16.1 |
| 12 | 300 | 248.2 | 17.3 |
| 17 | 300 | 248.2 | 17.3 |
| 18 | 300 | 248.3 | 17.2 |
| 25 | 120 | 100.7 | 16.1 |
| 26 | 300 | 248.3 | 17.2 |
| 28 | 120 | 100.7 | 16.1 |

达到了相同的效果。相对文献[13]单频时序的270s周期、双频时序2的108s周期,播发周期缩短为248s、101s,分别提升8%和6.5%,缩短了用户首次定位时间。

综上,本文算法可保证生成的时序满足标准要求的最大播发间隔,同时,相比有空余时隙的固定电文时序,将填充时隙合理分配给有效电文,播发间隔和播发周期均有所缩短,从而提升了电文的播发效率,缩短了用户首次定位时间。

3.3 BDSBAS电文对比分析

BDSBAS作为中国BDS的重要组成部分,严格按照国际标准建设,前期为服务区域内用户提供APV-I类服务,最终通过SBAS DFMC提供CAT-I服务。BDSBAS通过3颗GEO卫星(PRN130、PRN143和PRN144)播发增强电文,PRN130和PRN144卫星分别在B1C、B2a信号播发单频和双频多系统SBAS测试电文。PRN143卫星于2020年6月23日成功发射,目前处于在轨测试阶段,仅播发MT0测试电文。由于SBAS DFMC国际标准尚在制定阶段,以下使用Septentrio PolaRx5实测数据对BDSBAS B1C电文进行分析。

首先,根据时序分析,BDSBAS采用固定电文时序的播发方式,一组电文的播发周期为240s,该电文特点与当前SBAS系统存在差别。图11为BDSBAS PRN130卫星B1C频点播发电文的播发间隔。

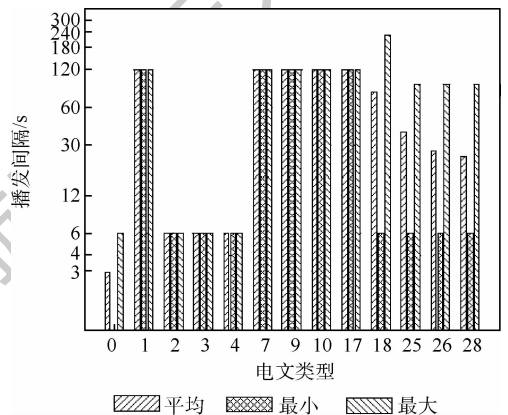


图11 BDSBAS B1C SBAS电文播发间隔

Fig. 11 BDSBAS B1C SBAS message broadcast intervals

分析时段内电文的其他特点如下:

1) MT0。BDSBAS至少每6s播发1次MT0电文,表明系统处于测试阶段,与当前SBAS系统一致。例如,EGNOS PRN136卫星在2020年第70天处于测试阶段,每6s播发一次MT0电文。同时,BDSBAS采用MT0电文进行空余时隙填充,该设计与当前SBAS系统采用MT63填充时隙的方式存在差异。同时,由于系统时序设计时考

考虑支持 20 颗卫星、3 条带 27 组 IGP 点信息,而当前实际播发 8~14 颗卫星、3 条带 9 组 IGP 点信息,存在大量 MT0 填充空余时隙的情况,MT0 的平均播发间隔仅约 3.0 s,播发时隙占比高达 35%。

2) MT2/MT3/MT4/MT24。BDSBAS 当前采用 MT2/MT3/MT4 三条电文,播发周期为 6 s,同时不使用 MT24 混合电文,该设计与 WAAS 一致。统计每 6 s 内 MT2/MT3/MT4 中 UDREI 小于 14 的卫星数,其随时间变化如图 12 所示。分析时段内增强卫星数的平均值为 11.2。

3) MT6。分析时段内,BDSBAS 未播发 MT6 告警信息。

4) MT25/MT24。BDSBAS 采用 MT25 进行慢变改正数的播发,播发周期为 120 s;同时,BDSBAS 速度项标记为 0,该设计与 EGNOS 一致。

5) MT27/MT28。BDSBAS 采用 MT28 播发协方差信息,与 WAAS 系统设计一致。

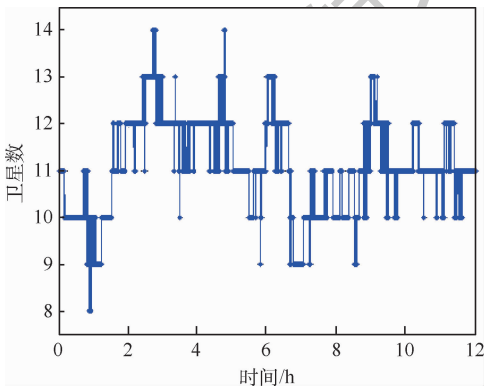


图 12 BDSBAS B1C SBAS 电文增强卫星数
Fig.12 Satellite number augmented by BDSBAS B1C SBAS message

6) MT18/MT26。BDSBAS 当前播发 3 条带共 117 个 IGP 点信息,相对较少。图 13 为 BDSBAS 增强的格网点分布图。

7) MT12。BDSBAS 未播发该项,与 WAAS 等一致。

8) MT62/MT63。BDSBAS 未播发该项,空余时隙采用 MT0 播发,与其他 SBAS 设计存在差异。

与 WAAS、EGNOS 等系统不同,中国 BDSBAS 的星基增强信号采用卫星直发方式,但增强电文仍采用地面编码卫星转发的方式,因此本文的电文编排算法也适用于 BDSBAS。以下采用与 BDSBAS 当前设计一致的设置进行动态电文时序仿真,其中增强格网点与系统当前提供服务的点相同,增强卫星数设置为当前播发的最大卫星数 14,表 6 给出了仿真结果。

表 6 为动态电文时序与 BDSBAS B1C 各类型电文平均播发间隔和播发时隙占比对比。可见,相对 BDSBAS B1C 当前电文,采用动态电文时序

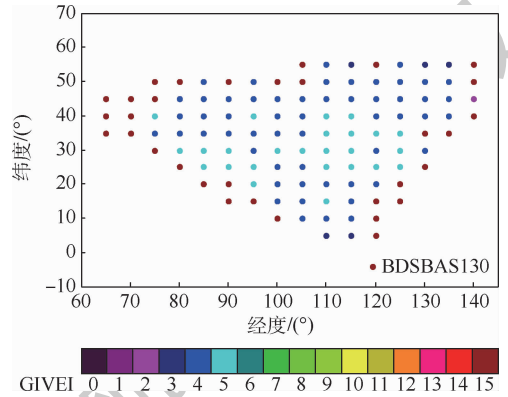


图 13 BDSBAS B1C SBAS 电文增强格网点分布
Fig.13 IGP distribution of BDSBAS B1C SBAS message

表 6 BDSBAS B1C SBAS 电文平均播发间隔与时隙占比对比

Table 6 Comparison of BDSBAS B1C SBAS message mean broadcast intervals and time slot share

| 电文变型 | 平均播发间隔/s | | | 时隙占比/% | |
|-------|----------|-----------|--------|-----------|--------|
| | 设计间隔 | BDSBAS 播发 | 动态电文时序 | BDSBAS 播发 | 动态电文时序 |
| 0 | 6 | 2.85 | 5.12 | 35.0 | 19.55 |
| 1 | 120 | 120 | 99.96 | 0.83 | 1.00 |
| 2/3/4 | 6 | 6 | 5.12 | 16.67 | 19.55 |
| 7 | 120 | 120 | 99.96 | 0.83 | 1.0 |
| 9 | 120 | 120 | 99.96 | 0.83 | 1.0 |
| 10 | 120 | 120 | 99.96 | 0.83 | 1.0 |
| 17 | 120 | 120 | 99.96 | 0.83 | 1.0 |
| 18 | 240 | 240 | 199.45 | 1.25 | 1.5 |
| 25 | 120 | 120 | 100.07 | 2.5 | 3.96 |
| 26 | 240 | 240 | 200.8 | 3.75 | 4.42 |
| 28 | 120 | 120 | 100.25 | 3.33 | 6.94 |

后 MT0 的播发时隙占比由 35.0% 下降到 19.55%, 平均播发间隔下降到 5.12 s, 但仍满足 6 s 的播发要求。同时, 节省的电文时隙使有效电文的播发时隙占比提升、平均播发间隔有效缩短, 如 MT2、MT3、MT4 电文的播发时隙占比由 16.67% 提升到 19.55%, 平均播发间隔由 6 s 缩短到 5.12 s, 缩短约 14.7%; MT1 时隙占比由 0.83% 提升到 1.00%, 平均播发间隔由 120 s 缩短到 99.96 s, 缩短约 16.7%。综上分析, 使用动态电文时序提高了系统完好性服务能力, 有效缩短了用户的首次定位时间。

4 结束语

SBAS 电文时序设计的目标为最大化利用有限的播发资源, 本文提出一种综合利用 SBAS 电文龄期和最大播发间隔进行电文时序动态编排的算法, 在对当前 SBAS 电文分析的基础上开展了性能分析工作。利用 NTFM 实测数据分析了当前主要 SBAS 单频电文的播发时序特性, 由于服务区域和系统设计的不同, 各 SBAS 在电文播发设置、播发内容和播发频度上均存在差异。其中, EGNOS 与其他 SBAS 差异较大, 主要体现在卫星完好性信息 MT2 ~ MT4 更新频度更快、使用 MT24 进行混合电文的播发等。从最大播发间隔、时隙占比、播发周期 3 个方面对本文算法的应用效果进行了对比分析。与填充空白电文的固定电文时序相比, 单频 SBAS 方面, 卫星完好性参数的平均播发间隔缩短约 15.0%、用户首次定位时间缩短 8%; 针对双频多系统 SBAS, 用户首次定位时间缩短约 6.5%。与采用固定电文时序的 BDSBAS B1C 电文相比, 完好性服务能力提升约 14.7%, 首次定位时间缩短约 16.7%。综上, 本文算法原理简单, 从设计上保证了播发间隔满足标准要求, 实现了重要电文的优先播发; 同时相比固定电文时序的播发方式, 可将空余时隙进行动态分配实现各类型电文播发间隔的近等比例缩短, 播发资源达到 100% 的有效利用。考虑当前 SBAS DFMC 尚未加入 ICAO 标准, BDSBAS B2a 电文的应用效果分析将作为本文的后续研究内容。

参考文献 (References)

- [1] WALTER T, SHALLBERG K, ALTSHULER E, et al. WAAS at 15[J]. *Navigation*, 2018, 65(4): 581-600.
- [2] SCHEMPP T. WAAS development changes since commissioning [EB/OL]. (2019-06-03) [2020-07-01]. [https://www.icao.int/APAC/APAC-RSO/GBASSBAS%20Implementation%20Workshop/1-4_WAAS_Development_Changes_Since_Commissioning](https://www.icao.int/APAC/APAC-RSO/GBASSBAS%20Implementation%20Workshop/1-4_WAAS_Development_Changes_Since_Commissioning_final%20(T%20Schempp).pdf).
- [3] 吴云, 杨鑫春, 陈慧. 多系统多频率的 EGNOS 系统完备性模拟分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2012, 37(3): 269-273.
WU Y, YANG X C, CHEN H. Simulation and analysis of EGNOS system's integrity under multi-system with multi-frequency[J] // *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(3): 269-273 (in Chinese).
- [4] SEYNAT C, FLAMENT D. European geostationary navigation overlay service EGNOS status update[C] // *The ION 23rd International Technical Meeting*, 2010: 1270-1299.
- [5] RAO S, GAGAN-The Indian satellite based augmentation system[J]. *Indian Journal of Radio & Space Physics*, 2007, 36: 293-302.
- [6] SAITO S. MSAS system development[EB/OL]. (2019-06-03) [2020-07-01]. [https://www.icao.int/APAC/APAC-RSO/GBASSBAS%20Implementation%20Workshop/1-6_MSAS%20System%20Development_Rev2%20\(S%20Saito\).pdf](https://www.icao.int/APAC/APAC-RSO/GBASSBAS%20Implementation%20Workshop/1-6_MSAS%20System%20Development_Rev2%20(S%20Saito).pdf).
- [7] 楼益栋, 郑福, 龚晓鹏. QZSS 系统在中国区域增强服务性能评估与分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2016, 41(3): 298-303.
LOU Y D, ZHENG F, GONG X P. Evaluation of QZSS system augmentation service performance in China region[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(3): 298-303 (in Chinese).
- [8] The development plan of the BeiDou satellite-based augmentation system (BDSBAS) [EB/OL]. (2017-07-17) [2020-07-01]. https://www.icao.int/APAC/Meetings/2017%20CNSSG21/WP16_China%20AI.5%20-%20Rev%20-%20Beidou%20Augmentation%20System.pdf.
- [9] 陈俊平, 杨赛男, 周建华, 等. 综合伪距相位观测的北斗导航系统广域差分模型[J]. *测绘学报*, 2017, 46(5): 537-546.
CHEN J P, YANG S N, ZHOU J H, et al. A pseudo range and phase combined SBAS differential correction model[J]. *Acta Geodaeica et Cartographica Sinica*, 2017, 46(5): 537-546 (in Chinese).
- [10] ICAO. Annex 10. Vol. I. Radio navigation aids[S]. Montreal: ICAO, 2018.
- [11] RTCA. Minimum operational performance standards for global positioning system/satellite based augmentation system airborne equipment: RTCA DO-229E[S]. Washington, D. C.: RTCA, 2016.
- [12] LAWRENCE D, EVANS J, CHAO Y C, et al. Integration of wide area DGPS with local area kinematic DGPS[C] // *IEEE Position Location and Navigation Symposium*. Piscataway: IEEE Press, 1996: 524-529.
- [13] WALTER T, NEISH A, BLANCH J. A rigid message scheduler for SBAS[C] // *2020 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*. Piscataway: IEEE Press, 2020: 19674219.
- [14] YUN Y, LEE E, HEO M B, et al. KASS message scheduler design[J]. *Journal of Positioning, Navigation, and Timing*, 2016, 5(4): 193-202.
- [15] SALOS D, MABILIEAU M, RODRIGUEZ C, et al. SBAS DFMC performance analysis with the SBAS DFMC service volume software prototype (DSVP) [C] // *International Technical*

- Symposium on Navigation and Timing,2017:1-7.
- [16] 黄双临,辛洁,王冬霞,等. 星基增强系统电文及播发特性研究[J]. 数字通信世界,2019(2):4-6.
- HUANG S L,XIN J,WANG D X, et al. Research on propagating message and strategy of satellite-based augmentation system [J]. Digital Communication World,2019(2):4-6 (in Chinese).
- [17] 梁曦,陶晓霞,周昀,等. 星基增强系统导航电文及完好性信息研究[J]. 空间电子技术,2016,13(5):39-47.
- LIANG X,TAO X X,ZHOU J, et al. Research of SBAS navigation message and integrity message[J]. Space Electronic Technology,2016,13(5):39-47 (in Chinese).
- [18] IWC. SBAS DFM L5 interface control document [R]. [S.l.]:IWC,2017.
- [19] EUROCAE. Minimum operational performance standard for galileo / global positioning system / satellite-based augmentation system airborne equipment; ED-259 [S]. Saint-Denis; EUROCAE,2019.

Dynamic SBAS message scheduler algorithm

CHEN Shanshan¹, JIN Biao^{1,*}, ZHAO Liqian^{1,2}, XIA Chuanru^{1,3}, WANG Leilei^{1,3}

(1. Space Star Technology Co., Ltd., Beijing 100094, China;

2. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;

3. Tian Jin Zhong Wei Aerospace Data System Technology Co., Ltd., Tianjin 300450, China)

Abstract: Satellite Based Augmentation Systems (SBAS) provide SBAS messages through GEO satellites to improve the performance of GNSS in order to meet the navigation needs of civil aviation users, and reasonable and effective message content and broadcast schedule design are important for SBAS to achieve high-quality services. In order to improve the flexibility of message scheduler and avoid the waste of broadcast resources caused by filling the null messages, this paper proposes an automatic scheduler of SBAS message. Under the premise of meeting the requirements of international standards, this scheduler comprehensively uses the age of SBAS message and the maximum broadcast period to realize the automatic selection of the message type to be broadcast. At the same time, this paper uses NTMF data to analyze the characteristics of the current SBAS message, and evaluates the application effect of the proposed scheduler in single- and dual-frequency SBAS message. The results show that this scheduler can ensure that the message schedule meets the requirements of international standards, can achieve the priority broadcast of important messages, and can realize the nearly equal proportion shortening of the broadcast interval of each message type by dynamic allocation of spare time slot. Compared with rigid scheduler, the integrity message broadcast interval is shortened by about 15.0% and the first positioning time is shortened by about 8% for the single-frequency SBAS, and the first positioning time is shortened by about 6.5% for the dual-frequency SBAS message. Compared with BDSBAS B1C rigid scheduler, the integrity message broadcast interval is shortened by about 14.7% and the first positioning time is shortened by about 16.7%. The scheduler can effectively improve the efficiency of SBAS message broadcasting and realize 100% effective use of SBAS broadcast resource.

Keywords: Satellite Based Augmentation System (SBAS); SBAS message; message schedule; dynamic scheduler; rigid scheduler

Received: 2020-07-31; Accepted: 2021-03-14; Published online: 2021-05-20 13:41

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210520.1105.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (41974041); Equipment Pre-research Foundation of China (61405180103)

* Corresponding author. E-mail: jinh@spacestar.com.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0364

多曝光星敏感器的全运动参数建模及优化设计

于文波¹, 武佩¹, 宣传忠¹, 张春慧¹, 江洁^{2,*}

¹内蒙古农业大学 机电工程学院, 呼和浩特 010018; ²北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083



摘 要: 多曝光成像方法是一种有效提升星敏感器姿态更新率的技术, 但该方法随着运动角速度及角加速度增大, 相邻星点轨迹的交叉概率显著增大, 严重影响其提升性能。为了解决上述问题, 建立了基于星敏感器全运动参数的星点成像位置模型, 并据此确定了星点在工作周期内的运动位移。根据该模型, 对交叉概率与全运动参数、焦距、星点位置等的关系进行了仿真, 并确定了全运动参数的极限安全值为角速度 $\omega \leq 26.4(^{\circ})/s$, 角加速度 $\alpha \leq 5(^{\circ})/s^2$ 。外场观星实验充分验证了所提方法的有效性。

关键词: 多曝光星敏感器; 全运动参数建模; 优化设计; 仿真分析; 外场实验

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-2006-07

星敏感器是目前已知的最高精度姿态测量仪器, 其以高精度、自主性和无漂移等优点, 在航天、航空、航海等各类导航任务中均获得了广泛应用^[1-3], 举世瞩目的北斗导航卫星即采用星敏感器作为自身核心导航部件^[4]。传统星敏感器主要工作于静态或低速运动场合, 且姿态更新率较低; 但是, 随着航空航天技术的不断发展, 某些快速机动导航任务, 如敏捷卫星、空间武器或弹道导弹等, 不仅要求星敏感器具有高动态性能^[5-7], 还要求其必须具有高姿态更新率特性^[8]。这是因为随着载体机动性提高, 其姿态变化率增大, 星敏感器的姿态更新率必须同步提高, 才能实现从离散测量数据到载体连续变化姿态数据的精准刻画与有效恢复。

为了提升星敏感器的姿态更新率, 钟红军^[9]与毛晓楠^[10]等将星敏感器工作过程大体分为星图曝光成像、星图像素数据传输与处理、星跟踪与姿态解算 3 个阶段, 并提出一种并行流水线处理方法, 使得更新率大小由上述三者中耗时最长的

阶段决定, 从而提高星敏感器的姿态更新率。对于传统星敏感器, 由于所用图像探测器的恒星探测灵敏度较低, 必须以长曝光时间获得足够灵敏度, 曝光是其姿态更新率的主要瓶颈; 为了减小曝光时间, 有学者将高灵敏度图像探测器(如电子倍增电荷耦合器、像增强型图像探测器等)引入星敏感器领域, 曝光时间的缩短在一定程度上提高了星敏感器的姿态更新率^[11-12], 此时, 星图像素数据传输与处理时间成为姿态更新率的新瓶颈。为了减小星图像素数据处理时间, 笔者提出了一种多路星点质心提取方法^[13], 利用并行处理思想对星图像素数据进行处理、提取星点质心结果, 有效减小了像素数据处理时间, 进而提高姿态更新率, 但像素数据传输时间受到图像探测器本身输出能力的制约, 无法显著减小。

为了全面提升姿态更新率, 笔者在前期研究中, 提出了一种基于像增强型图像探测器的多曝光成像方法^[14]。该方法能够根据载体机动角速度大小自适应插入 N 次短时间曝光, 从而实现在

收稿日期: 2020-07-28; 录用日期: 2020-10-10; 网络出版时间: 2020-11-05 10:46

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201104.1100.003.html

基金项目: 内蒙古农业大学高层次人才引进科研启动项目 (NDYB2018-16); 国家自然科学基金 (62005135, 61725501)

* 通信作者。E-mail: jiangjie@buaa.edu.cn

引用格式: 于文波, 武佩, 宣传忠, 等. 多曝光星敏感器的全运动参数建模及优化设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2006-2012. YU W B, WU P, XUAN C Z, et al. Complete motion parameters modeling and optimization design of multiexposure star tracker[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2006-2012 (in Chinese).

单帧星图中记录 N 个时刻的星点位置信息,当分别按照 N 个成像时刻进行星跟踪与姿态解算时,可以得到 N 个时刻对应的姿态信息,从而等效为将姿态更新率提高 N 倍。尽管上述方法的应用前景较为可观,但其在实际应用中存在如下问题:随着星敏感器的运动角速度及角加速度增大,多曝光成像的星点轨迹长度增加,若星敏感器的极限敏感星等、视场大小等光学参数与角速度及角加速度等运动参数不匹配,则相邻轨迹出现相互交叉问题的概率显著增大,这将严重影响后续的星点质心提取及姿态跟踪解算,从而影响多曝光成像方法的性能。

为此,本文进一步对多曝光成像方法进行深入研究。首先,建立了复杂运动条件下全像面星点成像位置模型;然后,据此对星敏感器的极限敏感星等、视场大小等光学参数与角速度及角加速度等运动参数进行最优匹配设计与仿真分析;最后,基于上述优化参数设计星敏感器,进行外场观星实验,实验结果验证了所提方法的有效性。

1 多曝光星敏感器的基本工作原理

多曝光星敏感器的基本工作原理如图 1(c) 所示,为了对照说明,图 1(a)、(b) 分别给出了传统星敏感器与现有像增强型星敏感器的基本工作原理^[14]。图 1 中,阶段 1、阶段 2、阶段 3 分别对应星敏感器的 3 个流水线工作阶段,即星图曝光成像、星图像素数据传输与处理、星跟踪与姿态解算, T_e 、 T_p 和 T_q 分别为上述 3 个阶段所需的处理时间, T 为星敏感器的工作周期, F 为星敏感器的姿态更新率。

对于传统星敏感器,如图 1(a) 所示,由于图像探测器灵敏度较低,必须以长曝光时间获得足够的灵敏度。因此,长曝光时间 T_e 是传统星敏感器姿态更新率 F 的主要瓶颈。对于现有像增强型星敏感器,像增强器的引入,能够对微弱的星光信号进行显著放大,从而极大缩短了星敏感器的曝光时间 T_e ,在一定程度上提高了姿态更新率 F 。然而,如图 1(b) 所示,曝光时间缩短后,星图像素数据传输与处理成为流水线中耗时最长的阶段。特别的,当大面阵图像探测器应用于星敏感器领域时,这一阶段的耗时 T_p 更长,极大限制了姿态更新率 F 的进一步提高。

为了突破星图像素数据传输与处理时间 T_p 对姿态更新率 F 的制约,笔者提出了一种像增强型星敏感器的多曝光成像方法^[14],其流水线工作

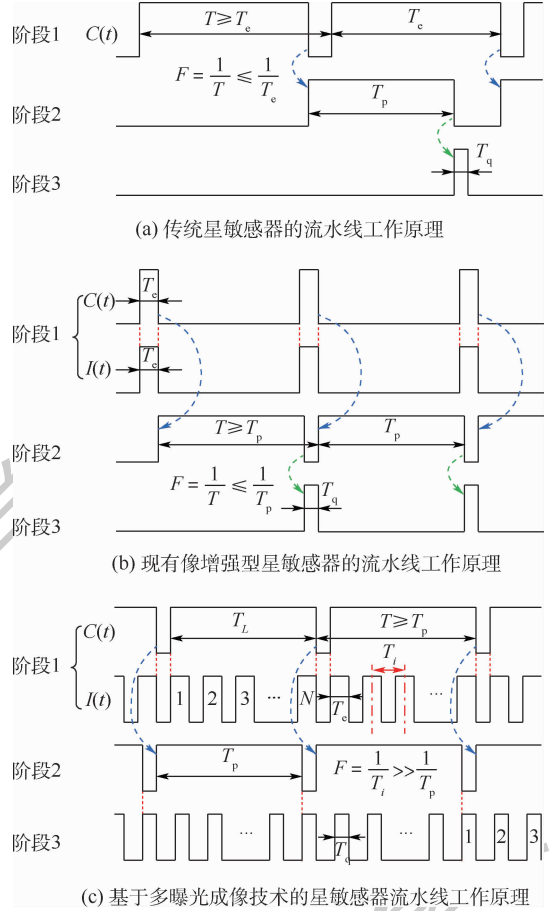


图 1 不同曝光工作模式下的星敏感器流水线示意图
Fig. 1 Schematic diagram of workflow of star trackers in different exposure modes

原理如图 1(c) 所示。由于像增强型星敏感器的曝光时间 T_e 远小于处理时间 T_p ,在较长的时间 T_p 内不不仅可以进行一次短时曝光,而是可以插入 N 个短时间采样曝光 T_e , N 为多曝光成像次数。此时,单帧星图实际上记录了星点在 N 个时刻的成像信息,当分别按照成像时刻对其进行星跟踪与姿态解算时,可以得到 N 个时刻对应的姿态信息,从而等效为将星敏感器的姿态更新率 F 提高 N 倍。

需要注意的是,多曝光成像方法主要适用于动态场合,当星敏感器处于静态时,将导致多曝光成像星点混叠,从而无法利用混叠星点信息解算出星敏感器对应时刻的姿态。仿真实验表明^[14],随着星敏感器运动角速度逐渐增大至 $20(^{\circ})/s$,相应的姿态更新率 F 最高可达 210 Hz ,远高于现有更新率技术的 10 Hz 水平。

然而,上述方法在实际应用中存在如下问题:随着星敏感器的全运动参数(包括运动角速度及角加速度)逐渐增大,多曝光成像星点的运动位移增加,若全运动参数与星敏感器的极限敏感星等、视场大小等参数不匹配,则相邻星点轨迹相互

交叉情况的发生概率显著增大,这将严重影响后续的星点质心提取及姿态跟踪解算,从而影响多曝光成像方法的性能。为此,下面对多曝光星敏感器的全运动参数进行定量建模分析。

2 全运动参数建模分析

图2为单颗导航星的多曝光成像示意图。若 $\mathbf{A}(t)$ 表示 t 时刻星敏感器的姿态矩阵, $\mathbf{v}_i(t)$ 和 \mathbf{r}_i 分别表示视场内第 i 颗恒星的单位观测矢量和参考矢量,则三者满足如下关系:

$$\mathbf{v}_i(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{r}_i \quad (1)$$

式中: $\mathbf{v}_i(t)$ 和 \mathbf{r}_i 在星敏感器坐标系和天球坐标系下的表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i(t) = \frac{1}{\sqrt{x_i(t)^2 + y_i(t)^2 + f^2}} \begin{bmatrix} -x_i(t) \\ -y_i(t) \\ f \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} \cos \delta_i \cos \alpha_i \\ \cos \delta_i \sin \alpha_i \\ \sin \delta_i \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

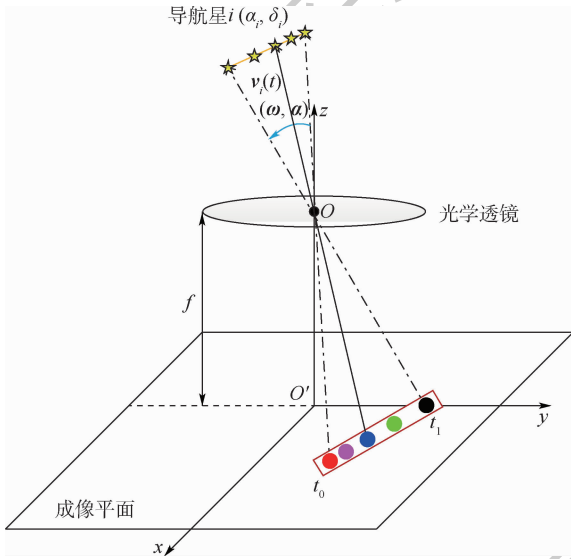


图2 单颗导航星多曝光成像示意图

Fig. 2 Schematic diagram of multiexposure imaging of single guide star

其中: $(x_i(t), y_i(t))$ 为第 i 颗导航星在像面上的成像星点的横纵坐标; f 为星敏感器的焦距; (α_i, δ_i) 为第 i 颗导航星在天球坐标系下的赤经和赤纬。

如图2所示,在一个星敏感器工作周期内,第 i 颗恒星的成像星点自 t_0 时刻位置运动至 t_1 时刻位置,由式(1)可知:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i(t_0) = \mathbf{A}(t_0)\mathbf{r}_i \\ \mathbf{v}_i(t_1) = \mathbf{A}(t_1)\mathbf{r}_i \end{cases} \quad (3)$$

由于参考矢量 \mathbf{r}_i 不随时间变化而发生改变,由式(3)可得

$$\mathbf{v}_i(t_1) = \mathbf{A}(t_1)\mathbf{A}(t_0)^T\mathbf{v}_i(t_0) = \mathbf{R}_{t_0}^{t_1}\mathbf{v}_i(t_0) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{A}(t_0)^T$ 为 t_0 时刻星敏感器坐标系到天球坐标系的旋转矩阵; $\mathbf{R}_{t_0}^{t_1}$ 为星敏感器坐标系自 t_0 时刻到 t_1 时刻的转移矩阵。

当运动时间 $\Delta t = t_1 - t_0$ 足够小时,转移矩阵近似满足如下表达式^[15]:

$$\mathbf{R}_{t_0}^{t_1} = \mathbf{I}_{3 \times 3} + [[\Delta \boldsymbol{\xi}]] = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \xi_z & -\Delta \xi_y \\ -\Delta \xi_z & 1 & \Delta \xi_x \\ \Delta \xi_y & -\Delta \xi_x & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为 3×3 单位矩阵; $\Delta \boldsymbol{\xi} = [\Delta \xi_x, \Delta \xi_y, \Delta \xi_z]^T$ 为运动时间 Δt 内的旋转角; $[[\Delta \boldsymbol{\xi}]]$ 为旋转角 $\Delta \boldsymbol{\xi}$ 的反对称矩阵。

在较小的 Δt 时间内,对角速度变化情况进行一阶近似,其表达式为

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\alpha}_0 \cdot (t - t_0) \quad (6)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_0 = [\omega_x(t_0), \omega_y(t_0), \omega_z(t_0)]^T$ 和 $\boldsymbol{\alpha}_0 = [\alpha_x(t_0), \alpha_y(t_0), \alpha_z(t_0)]^T$ 分别为 t_0 时刻的角速度和角加速度。

此时,由式(6)可得,旋转角 $\Delta \boldsymbol{\xi}$ 的表达式为

$$\Delta \boldsymbol{\xi} = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{\omega}(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} [\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\alpha}_0 \cdot (t - t_0)] dt = \boldsymbol{\omega}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}_0 \Delta t^2 \quad (7)$$

由式(5)和式(7)可知,转移矩阵 $\mathbf{R}_{t_0}^{t_1}$ 表达式为

$$\mathbf{R}_{t_0}^{t_1} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \xi_z & -\Delta \xi_y \\ -\Delta \xi_z & 1 & \Delta \xi_x \\ \Delta \xi_y & -\Delta \xi_x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \omega_z(t_0)\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_z(t_0)\Delta t^2 & -\omega_y(t_0)\Delta t - \frac{1}{2}\alpha_y(t_0)\Delta t^2 \\ -\omega_z(t_0)\Delta t - \frac{1}{2}\alpha_z(t_0)\Delta t^2 & 1 & \omega_x(t_0)\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_x(t_0)\Delta t^2 \\ \omega_y(t_0)\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_y(t_0)\Delta t^2 & -\omega_x(t_0)\Delta t - \frac{1}{2}\alpha_x(t_0)\Delta t^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

将式(2)和式(8)代入式(4),并考虑到焦距 f 是时不变的,则 t_0 时刻和 t_1 时刻对应的单位观测矢量之间关系的二维简化表达式为

$$\begin{bmatrix} x_i(t_1) \\ y_i(t_1) \end{bmatrix} = \frac{1}{(-x_i(t_0)\Delta\xi_y + y_i(t_0)\Delta\xi_x)/f + 1} \cdot \begin{bmatrix} x_i(t_0) + y_i(t_0)\Delta\xi_z + f\Delta\xi_y \\ y_i(t_0) - x_i(t_0)\Delta\xi_z - f\Delta\xi_x \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(9)中,根据星敏感器的参数进行计算可知,通常 $(-x_i(t_0)\Delta\xi_y + y_i(t_0)\Delta\xi_x)/f < 0.01$, 相比于分母具有的常数项“1”可以忽略不计。因此,式(9)可以近似简化为

$$\begin{cases} x_i(t_1) = x_i(t_0) + y_i(t_0)\Delta\xi_z + f\Delta\xi_y \\ y_i(t_1) = y_i(t_0) - x_i(t_0)\Delta\xi_z - f\Delta\xi_x \end{cases} \quad (10)$$

式(10)即为基于全运动参数的星点成像位置模型,表明了星敏感器在复杂运动条件下, t_1 时刻的星点成像位置坐标 $(x_i(t_1), y_i(t_1))$ 由 t_0 时刻的位置坐标 $(x_i(t_0), y_i(t_0))$ 、焦距 f 、运动时间 Δt 及全运动参数(角速度 ω_0 与角加速度 α_0) 完全确定。

由式(10)可得,星敏感器工作周期(运动时间) Δt 内,成像星点运动位移 L 表达式为

$$L = \sqrt{(x_i(t_1) - x_i(t_0))^2 + (y_i(t_1) - y_i(t_0))^2} = \sqrt{(y_i(t_0)\Delta\xi_z + f\Delta\xi_y)^2 + (x_i(t_0)\Delta\xi_z + f\Delta\xi_x)^2} \quad (11)$$

式(11)表明,星点运动位移 L 与全运动参数直接相关,星敏感器全运动参数越大,位移 L 越大,相邻星点轨迹相互交叉情况的发生概率越大,对多曝光成像方法性能影响越大。

3 全运动参数的仿真分析及优化

为了定量研究星敏感器全运动参数对星点轨迹交叉问题的影响,下面进行仿真分析。若星敏感器像面分辨率为 $A \times A$,工作周期 Δt 内星点运动位移为 L , $N(x)$ 表示星点像面间距为 x 的星对数量,则相邻星对发生交叉的概率 P_0 可以表示为

$$P_0 = \frac{\sum_{x_L \leq L} N(x_L)}{\sum_{x_A \leq A} N(x_A)} \times 100\% \quad (12)$$

式中: $\sum_{x_L \leq L}$ 表示星对像面间距 x_L 小于或等于运动位移 L 的星对总数量; $\sum_{x_A \leq A}$ 表示星对像面间距 x_A 小于或等于像面总长度 A 的星对总数量,即视场内的星对总数量。

式(12)中,像面总长度 A 为常数,则相邻星对交叉概率 P_0 由运动位移 L 确定,而由式(11)

可知,运动位移 L 由星点初始位置坐标 $(x_i(t_0), y_i(t_0))$ 、焦距 f 、工作周期 Δt 及全运动参数(角速度 ω_0 与角加速度 α_0) 完全确定。

式(11)中,考虑到初始位置坐标 $(x_i(t_0), y_i(t_0))$ 与焦距 f 分别对视轴方向角位移 $\Delta\xi_z$ 与垂直视轴方向角位移 $\Delta\xi_x, \Delta\xi_y$ 产生作用,为深入分析各自作用效果,下面分 2 类进行讨论。

3.1 垂直视轴方向

若星敏感器仅存在垂直视轴方向的角位移,则由式(11)可知,运动位移 L 仅与焦距 f 有关,而与初始位置坐标 $(x_i(t_0), y_i(t_0))$ 无关。为简化运算,不妨假设星敏感器角速度 $\omega = [\omega_x \ 0 \ 0]^T$ 和角加速度 $\alpha = [\alpha_x \ 0 \ 0]^T$, 则在不同焦距 f 下,当 ω_x 或 α_x 变化时,交叉概率 P_0 的变化规律分别如图 3 和图 4 所示,仿真中涉及的其他参数如表 1 所示。图 3、图 4 中,焦距 f 为 42.78, 31.94, 25.40, 21.02 mm 时,对应的星敏感器视场大小分别为 $15^\circ \times 15^\circ, 20^\circ \times 20^\circ, 25^\circ \times 25^\circ, 30^\circ \times 30^\circ$ 。

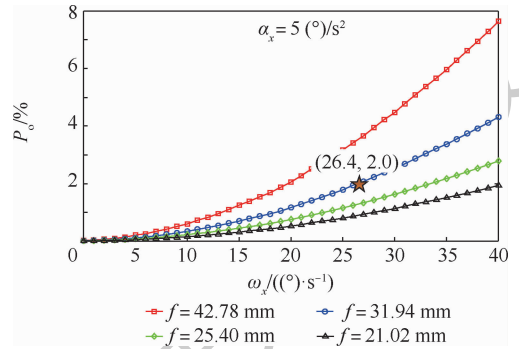


图 3 交叉概率随角速度 ω_x 变化

Fig. 3 Cross probability versus angular velocity ω_x

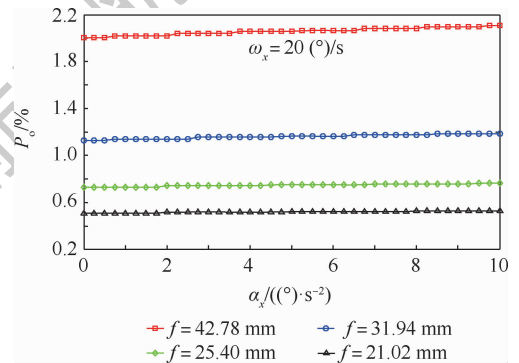


图 4 交叉概率随角加速度 α_x 变化

Fig. 4 Cross probability versus angular acceleration α_x

表 1 星敏感器部分仿真参数

Table 1 Part of simulation parameters of star tracker

| 参数 | 数值 |
|--|---------------|
| 周期 $\Delta t/\text{ms}$ | 100 |
| 分辨率 $A \times A/(\text{像素} \times \text{像素})$ | 2 048 × 2 048 |
| 像素尺寸 $a \times a/(\mu\text{m} \times \mu\text{m})$ | 5.5 × 5.5 |
| 极限星等(静态)/M _v | 6.0 |

由图3可知,当固定角加速度大小 $\alpha_x = 5(^{\circ})/s^2$, 角速度大小 ω_x 由 $0(^{\circ})/s$ 逐渐增大至 $40(^{\circ})/s$ 时,交叉概率 P_c 显著增大,同时,随着焦距增大,交叉概率 P_c 同样逐渐增大。由图4可知,当固定角速度大小 $\omega_x = 20(^{\circ})/s$, 角加速度大小 α_x 由 $0(^{\circ})/s^2$ 逐渐增大至 $10(^{\circ})/s^2$ 时,与图3相比,交叉概率 P_c 变化较为缓慢,这是因为角加速度 α 通过工作周期 Δt 的平方影响角位移 $\Delta\xi$, α 大小变化对 $\Delta\xi$ 影响不大;但是,随着焦距增大,交叉概率 P_c 显著增大。需要注意的是,尽管焦距减小有利于交叉概率降低,但是焦距变化还会影响光学镜头的口径大小,若焦距过小,则会使得镜头口径减小,不利于收集微弱恒星信号,因此,最终选择 $f = 31.94 \text{ mm}$ 。

3.2 视轴方向

由式(11)可知,若星敏传感器仅存在视轴方向的角位移 $\Delta\xi_z$, 则运动位移 L 的表达式为

$$L = |\Delta\xi_z| \sqrt{y_i(t_0)^2 + x_i(t_0)^2} = |\Delta\xi_z| \cdot r_z \quad (13)$$

式中: r_z 为初始位置坐标 $(x_i(t_0), y_i(t_0))$ 与坐标原点的距离。

由式(13)可知,此时 L 仅与初始位置坐标 $(x_i(t_0), y_i(t_0))$ 有关,而与焦距 f 无关。

设星敏传感器角速度 $\omega = [0 \ 0 \ \omega_z]^T$ 和角加速度 $\alpha = [0 \ 0 \ \alpha_z]^T$, 则在不同距离 r_z 像素下,当 ω_z 或 α_z 变化时,交叉概率 P_c 的变化规律分别如图5和图6所示。

由图5和图6可知,交叉概率 P_c 随着角速度 ω_z 或角加速度 α_z 的增大而增大;同时, P_c 还与星点初始位置有关,星点越靠近成像平面边缘,即距离 r_z 越大,则交叉概率 P_c 越大。

对比图3、图4和图5、图6可知,交叉概率 P_c 受到垂直视轴方向角速度、角加速度变化的影响比视轴方向角速度、角加速度变化的影响更为显著,前者的交叉概率 P_c 比后者至少大一个数量级,

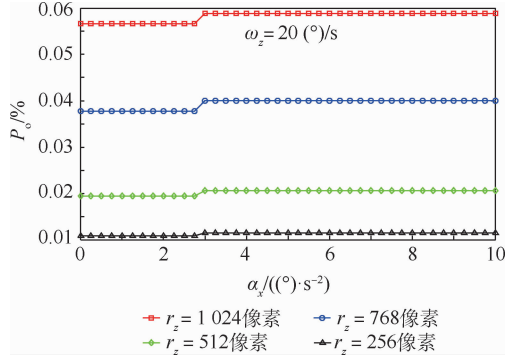


图6 交叉概率随角加速度 α_z 变化

Fig. 6 Cross probability versus angular acceleration α_z

因此,相比于垂直视轴方向影响,视轴方向对 P_c 的影响可以忽略不计。考虑到工程实际应用,设定 $P_c \leq 2\%$ 为星点不出现交叉情况的安全范围,则如图3所示,在角加速度大小为 $5(^{\circ})/s^2$ 情况下,确定角速度大小的极限安全值为 $26.4(^{\circ})/s$ 。

4 外场观星实验

为了验证本文方法的有效性,进行了真实外场观星实验。图7为真实外场观星的实验装置示意图,图中实验装置主要包括多曝光星敏传感器、便携式高精度转台及三角架等。多曝光星敏传感器牢固安装在便携式高精度转台上,并随转台一起运动,转台的角速度与角加速度在理论仿真的极限安全值范围内变化(即角速度 $\leq 26.4(^{\circ})/s$, 角加速度 $\leq 5(^{\circ})/s^2$)。

实验拍摄了大量多曝光成像星图,任意选取其中2幅星图,如图8所示。图8(a)中,多曝光次数 $N = 3$,图中共包含10颗导航星的全部3次曝光星点信息;图8(b)中,多曝光次数 $N = 5$,图中共包含7颗导航星的全部5次曝光星点信息。上述星图中均未出现相邻星点轨迹交叉问题,因而不对多曝光成像性能产生影响。进一步,实验拍摄的大量多曝光成像星图,当星敏传感器的角速度与角加速度在理论仿真的极限安全值范围内变

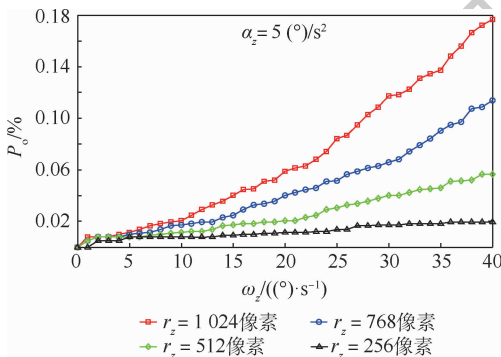


图5 交叉概率随角速度 ω_z 变化

Fig. 5 Cross probability versus angular velocity ω_z



图7 夜晚外场观星实验装置示意图

Fig. 7 Night star observation out-field experiment setup

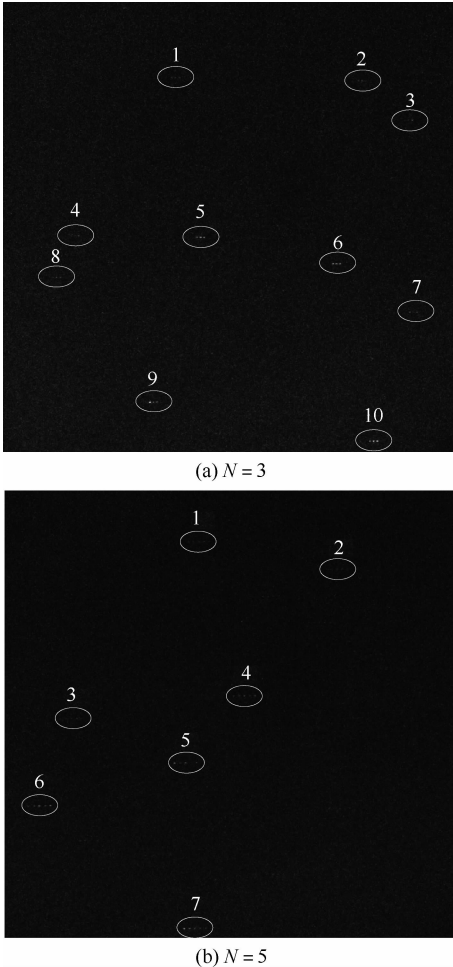


图 8 不同多曝光光次的成像星图

Fig. 8 Star images with different multiexposure times

化(即角速度 $\leq 26.4(^{\circ})/s$,角加速度 $\leq 5(^{\circ})/s^2$)时,均未出现相邻星点轨迹交叉问题,表明相邻星点交叉情况为小概率事件(即满足 $P_0 \leq 2\%$),这与前述理论分析及仿真结果一致,从而验证了本文方法的有效性。

5 结 论

1) 在星敏感器全运动参数分析基础上,结合星敏感器的工作原理,对星点成像位置进行了建模。

2) 根据星点成像位置模型,对交叉概率大小进行理论分析与数值仿真,仿真结果表明,在设定交叉概率不超过 2% 的安全范围下,角速度与角加速度的极限安全值分别为角速度 $\leq 26.4(^{\circ})/s$,角加速度 $\leq 5(^{\circ})/s^2$ 。

3) 外场观星实验结果与理论分析及数值仿真结果一致,验证了本文方法的有效性。

参考文献 (References)

[1] IZADMEHR M, GHOMI M K. An accuracy of better than 200 m in positioning using a portable star tracker[J]. *New Astronomy*, 2020, 74: 101272.

[2] FAN Q Y, CAI Z X, WANG G Y. Plume noise suppression algorithm for missile-borne star sensor based on star point shape and angular distance between stars[J]. *Sensors*, 2019, 19(18): 3838.

[3] 闫劲云, 刘慧, 赵伟强, 等. 基于卷积曲面的动态实时星图模拟[J]. *北京航空航天大学学报*, 2019, 45(4): 681-686.

YAN J Y, LIU H, ZHAO W Q, et al. Dynamic real-time star map simulation based on convolution surface[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2019, 45(4): 681-686 (in Chinese).

[4] SHANG L, CHANG J C, ZHANG J, et al. Precision analysis of autonomous orbit determination using star sensor for Beidou MEO satellite[J]. *Advances in Space Research*, 2018, 61(8): 1975-1983.

[5] SCHIATTARELLA V, SPILLER D, CURTI F. Star identification robust to angular rates and false objects with rolling shutter compensation[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 166: 243-259.

[6] MU Z, WANG J, HE X, et al. Restoration method of a blurred star image for a star sensor under dynamic conditions[J]. *Sensors*, 2019, 19(19): 4127.

[7] WANG Z, JIANG J, ZHANG G J. Global field-of-view imaging model and parameter optimization for high dynamic star tracker[J]. *Optics Express*, 2018, 26(25): 33314-33332.

[8] ZHANG S, XING F, SUN T, et al. Novel approach to improve the attitude update rate of a star tracker[J]. *Optics Express*, 2018, 26(5): 5164-5181.

[9] 钟红军, 杨孟飞, 卢欣. 流水线并行处理提高星敏感器数据更新率[J]. *光学精密工程*, 2009, 17(9): 2230-2235.

ZHONG H J, YANG M F, LU X. Increasing update rate for star sensor by pipelining parallel processing method[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(9): 2230-2235 (in Chinese).

[10] 毛晓楠, 梁为升, 郑循江. 基于并行运算体系结构的星敏感器图像处理算法[J]. *宇航学报*, 2011, 32(3): 613-619.

MAO X N, LIANG W S, ZHENG X J. A parallel computing architecture based image processing algorithm for star sensor[J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(3): 613-619 (in Chinese).

[11] KATAKE A, BRUCCOLERI C. StarCam SG100: A high-update rate, high-sensitivity stellar gyroscope for spacecraft[C]// *Proceedings of the SPIE-IS&T Electronic Imaging*, 2010: 1-10.

[12] 闫劲云. 高动态高更新率星敏感器技术研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2017.

YAN J Y. A study on techniques of high dynamic and high update rate star trackers[D]. Beijing: Beihang University, 2017 (in Chinese).

[13] 于文波, 江洁. 低存储资源开销的多路快速星点质心提取方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2018, 44(12): 2586-2594.

YU W B, JIANG J. Multichannel fast star centroid extraction method with low memory resource cost[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2018, 44(12): 2586-2594 (in Chinese).

[14] YU W B, JIANG J, ZHANG G J. Multiexposure imaging and parameter optimization for intensified star trackers[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(36): 10187-10197.

[15] SHUSTER M D. A survey of attitude representations[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, 41(4): 439-517.

Complete motion parameters modeling and optimization design of multiexposure star tracker

YU Wenbo¹, WU Pei¹, XUAN Chuanzhong¹, ZHANG Chunhui¹, JIANG Jie^{2,*}

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Inner Mongolia Agricultural University, Hohhot 010018, China;

2. School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: The multiexposure imaging method can be utilized to improve the attitude update rate of the star tracker effectively. However, with the increase of the angular velocity and angular acceleration, the cross probability of adjacent star tracks increases significantly, thus seriously affecting the performance of multiexposure imaging method. In order to solve the above problem, first, the star imaging position model based on the complete motion parameters of star tracker is established, and the movement displacement of the star point in the working period is determined accordingly. Then, according to the above model, the relationship between the cross probability and the parameters such as complete motion parameters, focal length and star position, is simulated quantitatively, and the limit safety values of complete motion parameters are determined as angular velocity $\omega \leq 26.4(^{\circ})/s$ and angular acceleration $\alpha \leq 5(^{\circ})/s^2$. Finally, a star observation field experiment is carried out to further verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: multiexposure star tracker; complete motion parameters modeling; optimization design; simulation analysis; field experiment

Received: 2020-07-28; **Accepted:** 2020-10-10; **Published online:** 2020-11-05 10:46

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201104.1100.003.html

Foundation items: Start Up Project of Introducing High Level Talents in Inner Mongolia Agricultural University (NDYB2018-16); National Natural Science Foundation of China (62005135,61725501)

* **Corresponding author.** E-mail: jiangjie@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0510

山区机场高填方地基变形分析

冯兴^{1,*}, 姚仰平², 李汝宁³, 张献民¹

1. 中国民航大学 交通科学与工程学院, 天津 300300; 2. 北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100083;
3. 天津职业技术师范大学 汽车与交通学院, 天津 300222)



摘 要: 目前山区机场大量采用高填方工程,高填方地基沉降变形问题是个亟待解决的重要问题。首先,基于统一硬化(UH)模型,通过研究含石量与内摩擦角和黏聚力的关系,并基于扩展 SMP 准则和变换应力,将含石量引入到 UH 模型中,建立了考虑含石量的 UH 模型;应用当前屈服面与平均主应力轴交点的变化规律作为考虑含石量 UH 模型加卸载的判断准则,实现了硬化和软化的统一考虑;采用半隐式回映应力更新算法,将加卸载判断准则应用到应力更新算法中,实现了考虑含石量 UH 模型的有限元应用。其次,应用考虑含石量 UH 模型的有限元程序,对土石混合料的大型三轴试验进行了计算分析,计算结果和实测结果进行对比,验证了有限元程序的有效性。最后,应用考虑含石量 UH 模型的有限元程序,对山区机场高填方地基进行了三维有限元分析,得到了地基沉降监测点的竖向位移随时间的变化曲线,并与不考虑含石量 UH 模型、修正剑桥(MCC)模型计算得到的曲线及工程实测数据进行了比较,得到了高填方地基的竖向位移云图、侧向位移云图、孔隙水压力云图和超静孔隙水压力随时间的变化曲线,从而得到了机场高填方地基的位移和超静孔隙水压力变化规律,说明了考虑含石量 UH 模型在分析山区机场高填方地基变形方面的合理性。

关键词: 统一硬化(UH)模型; 含石量; 有限元; 高填方; 地基变形

中图分类号: TU43

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-2013-11

随着中国国民经济的发展,国家加大了对机场建设的投入,尤其西部机场建设快速发展,很多机场相继建成或改扩建。但与东部冲积平原地区相比,西部山区地势多为山地和丘陵,高程落差大,为满足场地条件和净空条件,西部机场的修建多采用削山填谷的高填方作业形式。这些机场高填方工程具有填方量大、填方高度高、填料多为土石混合填料的特点,其沉降变形问题是一个亟待解决的问题,已有学者进行了相关的研究。刘宏等^[1]采用回归参数模型对四川九寨黄龙机场高

填方地基所产生的工后沉降进行了预测和研究;李秀珍等^[2]采用 FLAC3D 软件对九寨黄龙机场高填方地基沉降进行了数值模拟,并进行了沉降的定量分析和评价;陈涛等^[3]基于有限元法对山区高填方路堤变形及稳定性进行了分析,研究了平坦地基上山区高填方路堤的弹塑性固结变形问题。

随着计算机技术的发展,应用有限元方法对岩土工程进行数值分析是一个重要方法,有限元方法的关键技术是本构模型,本构模型选取的是否合理关系到岩土问题分析的正确与否。目前,

收稿日期: 2020-09-09; 录用日期: 2021-01-24; 网络出版时间: 2021-03-10 07:02

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210309.1116.006.html

基金项目: 国家自然科学基金(51808547,11672015); 天津市教委科研计划(2019KJ124); 中央高校基本科研业务费专项资金(3122014C014); 中国民航大学科研启动基金(2013QD12X)

* 通信作者. E-mail: fxing_sjz@foxmail.com

引用格式: 冯兴, 姚仰平, 李汝宁, 等. 山区机场高填方地基变形分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2013-2023.
FENG X, YAO Y P, LI R N, et al. Deformation of high-fill subgrade of airport in mountain areas[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2013-2023 (in Chinese).

在有限元中广泛应用的修正剑桥(MCC)模型^[4]等弹塑性模型主要针对的是细粒土,其对正常固结土和弱超固结土的力学特性反映的比较准确,但是对超固结土的力学特性反映的还不够准确。姚仰平教授等^[5-8]提出了土的统一硬化(UH)模型,其合理考虑了复杂应力路径和应力历史对土体强度和变形的影响,对正常固结土和超固结土的应力应变特性均能够进行合理反映,并能够对超固结土的硬化、软化、剪缩和剪胀等特性进行统一描述。

黏聚力是土抗剪强度的一个重要指标。粗粒土中存在着颗粒的几何堆积,这种堆积能够使没有任何物理和化学引力的体系中产生表观黏聚力^[9],这是由粗粒土中的咬合表现的强度。含石量是影响土石混合料抗剪强度的重要因素^[10],影响着内摩擦角和黏聚力,因此如果在本构模型中考虑含石量,将含石量和黏聚力及内摩擦角的关系引入进来,则能够更加合理地反映土石混合料的抗剪强度和应力应变特性,使得对实际高填方工程问题的分析更加合理。

因此,本文主要基于含石量与内摩擦角和黏聚力的关系,以及扩展 SMP 准则和变换应力,将含石量引入 UH 模型中,建立了考虑含石量的 UH 模型。应用当前屈服面与平均主应力轴交点的变化规律作为模型加卸载的判断准则,实现硬化和软化的统一考虑,并将其应用到有限元程序的应力更新算法中,实现了考虑含石量 UH 模型的有限元应用。应用考虑含石量 UH 模型的有限元程序,对土石混合料的大型三轴试验进行了有限元分析,计算结果和实测结果进行了对比,验证了有限元程序的正确性。针对机场高填方工程进行了有限元分析,分析了机场高填方地基的竖向位移随时间的变化曲线、竖向位移云图、侧向位移云图、超静孔隙水压力云图和超静孔隙水压力随时间的变化曲线,并与实测结果进行了对比,得到了机场高填方地基的位移和超静孔隙水压力的变化规律,验证了考虑含石量 UH 模型在分析机场高填方地基变形方面的合理性。

1 含石量与内摩擦角、黏聚力的关系

很多学者通过实验研究了含石量与抗剪强度的关系。Lindquist^[11]、Irfan^[12]、Medley^[13]等通过室内三轴试验研究了含有块石的混杂岩土体的抗剪强度与含石量之间的关系,试验数据如图 1(a)所示。徐文杰等^[14]基于现代数字图像处理技术,获取土石混合体相应的粒度组成及块石含量,以

此作为试验试样制备基础,制备了重塑样土石混合体,进行了基于重塑样的土石混合体大型直剪室内试验,得出了含石量与土石混合体的内摩擦角增量和黏聚力之间的关系曲线,如图 1(a)、(b)所示,并基于试验数据及结合前人研究,得出了内摩擦角增量与含石量的公式,如式(1)所示,包括 3 个部分:①含石量小于 25%,这时内摩擦角增量约为 0,说明土石混合体的内摩擦角和相应土体的内摩擦角基本相等,不随含石量的变化而改变;②含石量在 25%~70%之间,这时内摩擦角增量随着含石量的变化呈线性发展;③含石量大于 70%,这时内摩擦角增量随着含石量的变化基本不改变。同时由图 1(b)发现,土石混合体的黏聚力和相应土体比较有较大的减小,但当含石量大于 30%时,随着含石量的变化,黏聚力减小的幅度降低。涂义亮等^[15]也进行了含石量和颗粒破碎对土石混合料强度的影响研究,得到了当含石量小于 20%时,非线性参数 $\Delta\varphi$ 接近 0,随着含石量增高,土石混合料的非线性参数 $\Delta\varphi$ 增大,含石量大于 80%时,非线性参数 $\Delta\varphi$ 增长曲率趋于平缓,黏聚力的增长随含石量的升高呈“先快后慢”的降低规律。

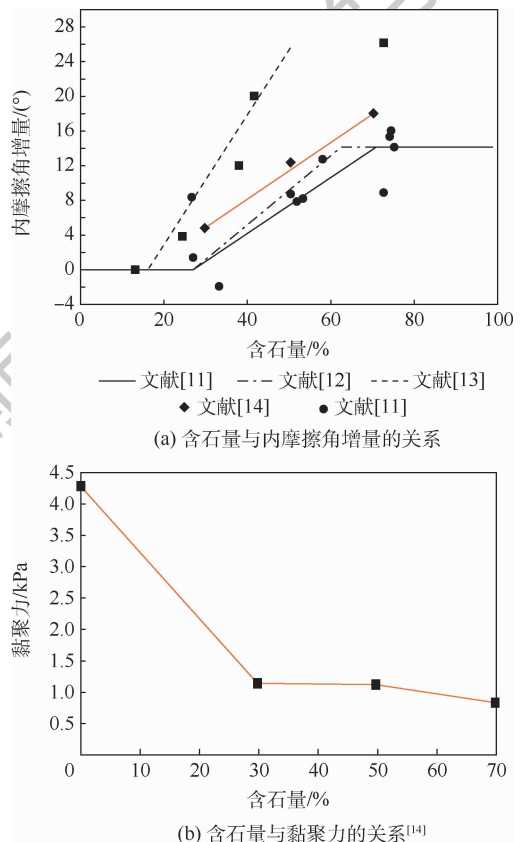


图 1 含石量与内摩擦角增量、黏聚力的关系
Fig. 1 Relationship among stone content, internal friction angle increment and cohesion

$$\Delta\varphi_{P_R} = \begin{cases} 0 & P_R \leq 25\% \\ -5.1 + 0.33P_R & 25\% < P_R \leq 70\% \\ \Delta\varphi_{70} & 70\% < P_R \end{cases} \quad (1)$$

式中: P_R 为土石混合体的含石量; $\Delta\varphi_{P_R}$ 为含石量为 P_R 时土石混合体的内摩擦角与相应土体的内摩擦角进行比较所得到的增量; $\Delta\varphi_{70}$ 为含石量为 70% 时土石混合体的内摩擦角与相应土体的内摩擦角进行比较所得到的增量。

从各位学者的试验研究中可以看出,虽然试验土石混合体种类并不相同,但得出的含石量与内摩擦角增量和黏聚力的规律基本类似。因此,笔者以几位学者的试验研究为基础,在徐文杰等^[14]提出的内摩擦角增量公式的基础上,总结了含石量与内摩擦角公式,以及含石量与黏聚力的关系公式,如式(2)~式(5)所示。

1) 内摩擦角与含石量的关系。

土石混合料的内摩擦角为

$$\varphi = \varphi_c + \Delta\varphi_{P_R} \quad (2)$$

式中: φ_c 为纯土的内摩擦角。

$$\Delta\varphi_{P_R} = \begin{cases} 0 & P_R \leq 25\% \\ -5.1 + 0.33P_R & 25\% < P_R \leq 70\% \\ \Delta\varphi_{70} = 18 & 70\% < P_R \end{cases} \quad (3)$$

2) 黏聚力与含石量的关系。

$$c = c_c g(P_R) \quad (4)$$

式中: c_c 为纯土的黏聚力; $g(P_R)$ 为图 1(b) 中文献[14]实验中土的黏聚力关于含石量的关系式。

由图 1(b) 中黏聚力与含石量的关系曲线,可以得出 $g(P_R)$ 的公式为

$$g(P_R) = \begin{cases} 4.3 - 0.103P_R & P_R \leq 30\% \\ 1.225 - 0.0005P_R & 30\% < P_R \leq 50\% \\ 1.95 - 0.015P_R & 50\% < P_R \leq 70\% \\ 0.9 & 70\% < P_R \end{cases} \quad (5)$$

2 扩展 SMP 准则和变换应力

2.1 扩展 SMP 准则

SMP 准则对粒状体材料适用。黏聚力 $c = 0$ 的 SMP 准则^[16]可以表示为

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = \text{Const} \quad (6)$$

式中: I_1, I_2, I_3 为 3 个应力不变量;Const 表示常数。

当 $c \neq 0$ 时,由图 2 所示, $\hat{\tau}$ 为扩展 SMP 面上

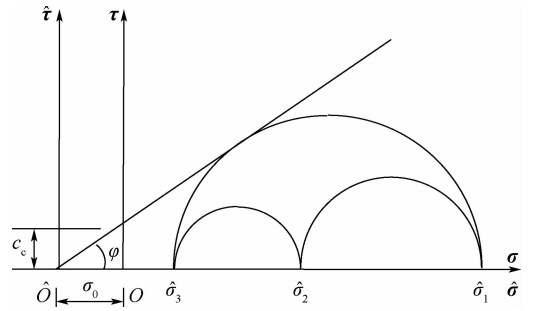


图 2 剪应力和垂直应力

Fig.2 Shear stress and vertical stress

的剪应力, τ 为剪应力,可以得出坐标平移公式为

$$\hat{\sigma} = \sigma + \sigma_0 \quad (7)$$

式中: $\hat{\sigma}$ 为扩展 SMP 面上的正应力; σ 为正应力; σ_0 为原坐标原点和坐标平移后坐标原点在横轴方向的距离。

应力不变量为

$$\begin{cases} \hat{I}_1 = \hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3 \\ \hat{I}_2 = \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 + \hat{\sigma}_3 \hat{\sigma}_1 \\ \hat{I}_3 = \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3$ 为扩展 SMP 面上的 3 个主应力。

由图 2 可知:

$$\sigma_0 = c_c / \tan \varphi_c \quad (9)$$

将式(2)、式(4)代入式(9)得

$$\sigma_0 = \frac{c}{g(P_R) \tan(\varphi - \Delta\varphi_{P_R})} \quad (10)$$

则扩展 SMP 准则可以表示为

$$\frac{\hat{I}_1 \hat{I}_2}{\hat{I}_3} = \text{Const} \quad (11)$$

2.2 变换应力

$c = 0$ 情况下的变换应力^[17-19]张量为

$$\hat{\sigma}_{ij} = p \delta_{ij} + \frac{q_c}{q} (\sigma_{ij} - p \delta_{ij}) \quad (12)$$

式中: p 为平均主应力; δ_{ij} 为克朗内克符号; q 为广义剪应力; σ_{ij} 为应力张量;

$$q_c = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1 I_2 - I_3)/(I_1 I_2 - 9I_3)} - 1} \quad (13)$$

$c \neq 0$ 情况下的变换应力张量为

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \hat{p} \delta_{ij} + \frac{\hat{q}_c}{\hat{q}} (\hat{\sigma}_{ij} - \hat{p} \delta_{ij}) \quad (14)$$

式中: $\hat{\sigma}_{ij}$ 为广义剪应力。

平均主应力为

$$\hat{p} = \frac{1}{3} (\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3) = \frac{1}{3} (\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3 + 3\sigma_0) = p + \sigma_0 \quad (15)$$

用扩展 SMP 准则表示的三轴压缩时的偏应力公式 \hat{q}_c 为

$$\hat{q}_c = \frac{2\hat{I}_1}{3\sqrt{(\hat{I}_1\hat{I}_2 - \hat{I}_3)/(\hat{I}_1\hat{I}_2 - 9\hat{I}_3)} - 1} \quad (16)$$

对于 $c=0$ 情况和 $c \neq 0$ 情况, $q = \hat{q}$ 。

将式(7)、式(15)、式(16)代入式(14), 可得变换应力公式为

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \hat{p}\delta_{ij} + \frac{\hat{q}_c}{q}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij}) \quad (17)$$

3 考虑含石量 UH 模型

3.1 屈服函数

基于扩展 SMP 准则, 考虑含石量和内摩擦角及黏聚力的关系, 并基于变换应力方法, 得到变换应力空间中考虑含石量 UH 模型的屈服函数公式为

$$f = \ln\left(\frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_{s0}}\right) + \ln\left(1 + \frac{\tilde{q}^2}{M^2\tilde{p}^2}\right) - \frac{1}{c_p}\tilde{H} = 0 \quad (18)$$

式中: \tilde{p} 为变换应力空间当前应力点上的平均主应力; \tilde{q} 为该点的广义剪应力; \tilde{p}_{s0} 为相应的初始平均主应力; $c_p = (\lambda - \kappa) \times (1 + e_0)$, λ 为等向压缩线的斜率, κ 为等向回弹线的斜率, e_0 为初始孔隙比; M 为特征状态和临界状态下的应力比; 硬化参数 \tilde{H} 可表示为

$$\tilde{H} = \int d\tilde{H} = \int \frac{\tilde{M}_t^4 - \tilde{\eta}^4}{M^4 - \tilde{\eta}^4} d\varepsilon_v^p \quad (19)$$

$$\begin{cases} \tilde{M}_t = 6 \left[\frac{k}{\tilde{R}} \left(1 + \frac{k}{\tilde{R}} \right) - \frac{k}{\tilde{R}} \right] \\ \tilde{R} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_{s0}} \left(1 + \frac{\tilde{\eta}^2}{M^2} \right) \exp\left(-\frac{\varepsilon_v^p}{c_p}\right) \\ k = \frac{M^2}{12(3 - M)} \end{cases} \quad (20)$$

式中: \tilde{M}_t 为变换应力空间的潜在强度; \tilde{R} 为变换应力空间的超固结参数; \tilde{p}_{s0} 为前期固结压力; $\tilde{\eta}$ 为 $c \neq 0$ 情况下用扩展 SMP 准则表示的变换应力空间的应力比; ε_v^p 为塑性体积应变。

3.2 对称的弹塑性刚度矩阵

为了提高有限元计算的收敛性, 基于熊文林^[20]的切线刚度矩阵对称化方法对弹塑性矩阵进行对称化处理。考虑含石量 UH 模型的对称弹

塑性矩阵为

$$D_{ep} = D_e - D_e \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \right)^T D_e / X' \quad (21)$$

式中: D_{ep} 为弹塑性矩阵; D_e 为弹性矩阵; $\tilde{\sigma}$ 为变换应力。

$$\begin{cases} X = \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \right)^T D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} + \frac{1}{\tilde{\Omega}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{mm}} \\ X' = rX = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \right)^T D_e d\varepsilon}{\left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \right)^T D_e d\varepsilon} \\ \tilde{\Omega} = \frac{M^4 - \tilde{\eta}^4}{\tilde{M}_t^4 - \tilde{\eta}^4} \end{cases} \quad (22)$$

式中: $\tilde{\Omega}$ 为变换应力空间中的相关超固结系数; ε 为应变; D_{ijkl}^e 为弹性矩阵。

3.3 考虑含石量 UH 模型的加卸载判断准则

考虑含石量 UH 模型中, 随着应力的变化, 当前屈服面发生改变, 当为加载阶段时, 屈服面不断向外发展, 当为卸载阶段, 或处于加载的软化阶段时, 屈服面则向内收缩。根据这个特点, 用当前屈服面与平均主应力轴的交点的变化来进行加卸载的判断, 作为加卸载判断准则^[21]。在图 3 中, 当前屈服面与 \hat{p} 轴的交点可表示为

$$\hat{p}_x = \frac{\hat{p}(M^2 + \hat{\eta}^2)}{M^2} \quad (23)$$

式中: $\hat{\eta}$ 为 $c \neq 0$ 情况下用扩展 SMP 准则表示的应力比。

n 时刻的应力状态是已知的, 通过 n 时刻的应力可以求出 n 时刻的交点 $\hat{p}_{x,n}$, 再按照弹性状态对 $n+1$ 时刻的应力应变进行预测, 进而求出 $n+1$ 时刻的交点 $\hat{p}_{x,n+1}$, 然后对比 $\hat{p}_{x,n}$ 和 $\hat{p}_{x,n+1}$ 。

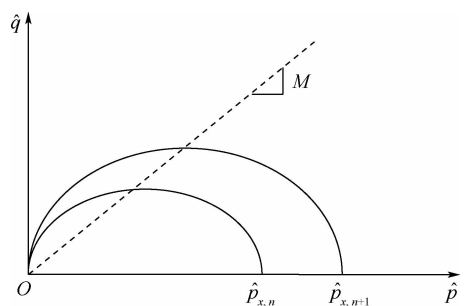


图 3 n 和 $n+1$ 时刻当前屈服面与 \hat{p} 轴交点
Fig. 3 Intersection point of current yield surface and \hat{p} axis at n and $n+1$ moment

如果 $\hat{p}_{x,n+1} \leq \hat{p}_{x,n}$,再分为 2 种情况:当潜在强度 $\hat{M}_f > \hat{\eta}$ 时,采用卸载弹性矩阵;当潜在强度 $\hat{M}_f \leq \hat{\eta}$ 时,采用加载软化弹塑性矩阵。

如果 $\hat{p}_{x,n+1} > \hat{p}_{x,n}$,采用加载弹塑性矩阵。

在变换应力与真实应力中有: $\tilde{\hat{p}} = \hat{p}$ 、 $\tilde{\hat{p}}_x = \hat{p}_x$,在变换应力空间用 $\tilde{\hat{p}}_x$ 来进行弹塑性状态的判定。

$$\tilde{\hat{p}}_x = \frac{\tilde{\hat{p}} (M^2 + \tilde{\hat{\eta}}^2)}{M^2} \quad (24)$$

如果 $\tilde{\hat{p}}_{x,n+1} \leq \tilde{\hat{p}}_{x,n}$,再分为 2 种情况:当潜在强度 $\tilde{\hat{M}}_f > \tilde{\hat{\eta}}$ 时,采用卸载弹性矩阵;当潜在强度 $\tilde{\hat{M}}_f \leq \tilde{\hat{\eta}}$ 时,采用加载软化弹塑性矩阵。

如果 $\tilde{\hat{p}}_{x,n+1} > \tilde{\hat{p}}_{x,n}$,采用加载弹塑性矩阵。

4 应力更新算法

应力更新算法应用的是半隐式回映算法^[22-23],在这种算法中,对于塑性参数增量、塑性流动方向 r 和塑性模量 D 采用不同方法进行求解,塑性参数增量的求解采用隐式算法,而塑性流动方向和塑性模量的求解采用显示算法。这种算法综合了显示和完全隐式 2 种算法,不用求解塑性流动方向和塑性模量梯度,相比于完全隐式算法,算法推导简单,而相比于显示算法,该种算法更加稳定。算法的流程如图 4 所示。

变保持不变,由应变增量 $\Delta \epsilon$ 进行弹性预测状态的驱动,得到弹性试应力 σ_n^{trial} 为

$$\sigma_n^{\text{trial}} = \sigma_{n-1} + D^e : \Delta \epsilon \quad (25)$$

式中: D^e 为弹性矩阵张量。

步骤 2 加卸载的判断,确定材料是否处于弹性或弹塑性状态。

由弹性试应力 σ_n^{trial} 可以求出变换应力空间中 $\tilde{\sigma}_n^{\text{trial}}$ 、 $\tilde{\hat{p}}_n^{\text{trial}}$ 和 $\tilde{\hat{q}}_n^{\text{trial}}$ 的值($\tilde{\hat{p}}_n^{\text{trial}}$ 为 n 时刻变换应力空间的弹性预测的试应力计算得到的平均主应力, $\tilde{\hat{q}}_n^{\text{trial}}$ 为 n 时刻变换应力空间的弹性预测的试应力计算得到的广义剪应力),进而判定材料的弹塑性状态。

在变换应力空间中弹性试应力 $\tilde{\sigma}_n^{\text{trial}}$ 所对应的屈服函数可采用另一种公式表示为

$$f = (\tilde{\hat{q}}_n^{\text{trial}})^2 + M^2 (\tilde{\hat{p}}_n^{\text{trial}})^2 - M^2 \tilde{\hat{p}}_{x,n}^{\text{trial}} \tilde{\hat{p}}_n^{\text{trial}} = 0 \quad (26)$$

由式(26)可解得屈服面与 $\tilde{\hat{p}}$ 轴的交点 $\tilde{\hat{p}}_{x,n}^{\text{trial}}$ 的公式为

$$\tilde{\hat{p}}_{x,n}^{\text{trial}} = \tilde{\hat{p}}_n^{\text{trial}} + (\tilde{\hat{q}}_n^{\text{trial}})^2 / (M^2 \tilde{\hat{p}}_n^{\text{trial}}) \quad (27)$$

则弹塑性状态的判别条件为

1) 如果 $\tilde{\hat{p}}_{x,n}^{\text{trial}} \leq \tilde{\hat{p}}_{x,n-1}$,当 $\tilde{\hat{M}}_f > \tilde{\hat{\eta}}$,则为卸载弹性状态, $\sigma_n = \sigma_n^{\text{trial}}$;当 $\tilde{\hat{M}}_f \leq \tilde{\hat{\eta}}$,则为加载软化塑性状态,需要塑性修正。

2) 如果 $\tilde{\hat{p}}_{x,n}^{\text{trial}} > \tilde{\hat{p}}_{x,n-1}$,则为加载塑性状态,需要塑性修正。

步骤 3 计算塑性参数增量。

塑性修正阶段,在进行计算时,应变增量 $\Delta \epsilon$ 不发生改变,由塑性参数增量 $\Delta \lambda$ 进行塑性修正状态的驱动。考虑含石量 UH 模型的塑性参数增量 $\Delta \lambda$ 可以表示为

$$\Delta \lambda = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T D d \epsilon}{X} \quad (28)$$

步骤 4 塑性修正及应力更新。

σ_n 、 ϵ_n^p 、 ϵ_n^e 、 $\hat{p}_{x,n}$ 值的更新表达式为

$$\sigma_n = \sigma_n^{\text{trial}} - \Delta \lambda_n D_{n-1}^e : r_{n-1} \quad (29)$$

$$\epsilon_n^p = \epsilon_{n-1}^p + \Delta \lambda_n r_{n-1} \quad (30)$$

$$\epsilon_n^e = \epsilon_{n-1}^e - \Delta \lambda_n r_{n-1} \quad (31)$$

$$\tilde{\hat{p}}_{x,n} = \tilde{\hat{p}}_{x,n-1} + \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \tilde{\hat{p}}_{x,n-1} \Delta \lambda_n \frac{1}{\tilde{\hat{\eta}}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tilde{\hat{\sigma}}_{mm}} \quad (32)$$

$$r_{n-1} = \partial f / \partial \tilde{\hat{\sigma}}_{n-1} \quad (33)$$

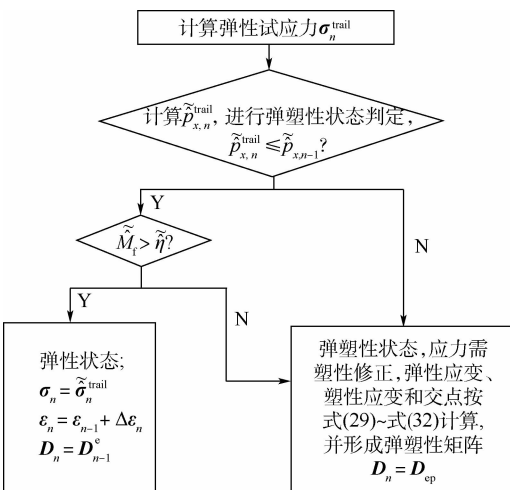


图 4 应力更新算法流程

Fig. 4 Flowchart of stress update algorithm

具体可以分为以下步骤:

步骤 1 弹性预测,计算弹性试应力。

弹性预测阶段,已知 $n - 1$ 时刻 $(\sigma_{n-1}, \epsilon_{n-1}, \Delta \epsilon, \epsilon_{n-1}^p)$ 的值,计算按照弹性状态进行,塑性应

步骤5 一致切线模量。

在该算法中,最后需要求解一致切线模量,也称为算法模量,即考虑含石量 UH 模型的弹塑性矩阵,弹塑性矩阵的表达式即为式(21)。

5 三轴试验有限元分析

5.1 有限元计算模型及参数

应用考虑含石量 UH 模型进行大型三轴试验的有限元模拟,与试验数据进行比较,来对模型进行验证。有限元计算模型采用三维实体单元模型,试样直径为 0.3 m,高为 0.6 m,由于试样和施加的荷载均为对称形式,取试样的 1/4 建立有限元计算模型。模型的边界条件为:面 1(上表面)设为自由表面,面 3(下表面)设法向位移约束,面 2(内表面)设为对称边界。加载方式为位移加载,即在加载过程中,土体所受到的围压不发生变化,对土体顶面(面 1)施加竖向位移。单元类型为 C3D8 单元(即八节点六面体线性完全积分单元)。施加的初始围压为 100 kPa,超固结比 $OCR = 1$,土性参数^[24]如表 1 所示, ν 为泊松比。网格划分如图 5 所示。

表 1 土体材料参数

Table 1 Soil material parameters

| 参数 | 数值 |
|----------------|-------|
| M | 1.17 |
| λ | 0.03 |
| κ | 0.01 |
| ν | 0.3 |
| e_0 | 0.89 |
| c/kPa | 56.37 |
| $P_R/\%$ | 51.8 |

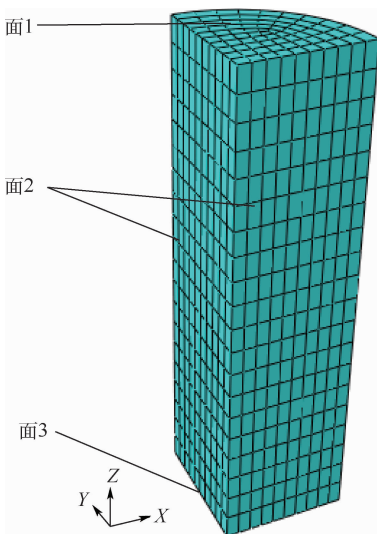
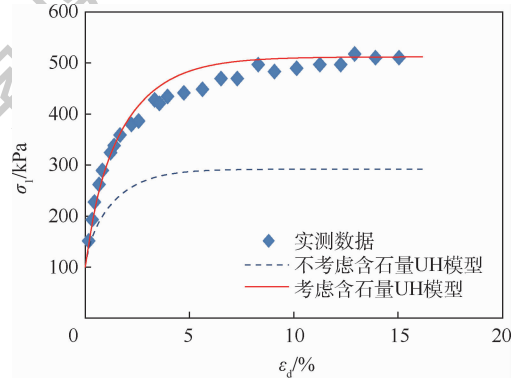


图 5 有限元网格

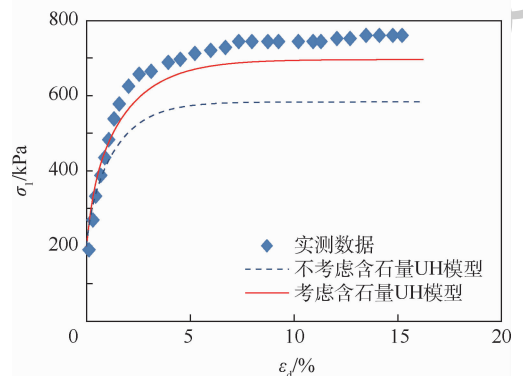
Fig. 5 Finite element mesh

5.2 计算结果分析

图 6 为应用考虑含石量 UH 模型和不考虑含石量 UH 模型对西部红层软岩土混合填料的三轴压缩试验进行有限元分析所得到的应力-应变曲线, ε_d 为剪应变, σ_1 为最大主应力。由图 6 可以发现,应用考虑含石量 UH 模型所得到的应力-应变曲线相比应用不考虑含石量 UH 模型所得到的应力-应变曲线,考虑含石量 UH 模型计算的结果和实测数据更加吻合,说明了考虑含石量 UH 模型有限元程序的有效性。



(a) 围压 100 kPa



(b) 围压 200 kPa

图 6 应力-应变曲线

Fig. 6 Stress-strain curves

6 山区机场高填方地基变形有限元分析

6.1 有限元计算模型及参数

本文选取康定机场 AS5-AS5' 剖面^[25]作为参考,由于对称性,故取其左边一半进行分析,截面尺寸如图 7 所示。路堤顶部宽度为 15 m,坡度为 1:1.5,填土高 30 m,分为 3 层,每层填土高为 10 m,且每层填土都建有一条宽度为 2 m 的马道,地基土按 10 m 计算,分为 2 层,底层地基为 4.5 m,上层地基为 5.5 m。

根据康定机场工程地质勘察报告^[25],计算时选取其中数据作为土体的工程参数,如表 2 和表 3

所示,填土采用弹性模型,地基土材料模型采用考虑含石量 UH 模型。地下水水位位于地基表面,地基土层下为不透水的基岩,边界条件为:侧面约束

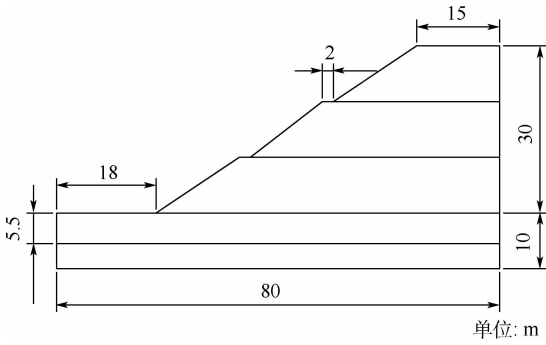


图 7 截面尺寸

Fig. 7 Size of section

法向位移,底面约束水平与垂直方向位移,坡面和地基顶面为自由面,地基顶面为排水面,其余面不排水。填筑速率为 90 d 填筑 10 m,填筑施工分 3 个阶段,填土分 3 个施工步骤,即先填筑 10 m,然后进行 90 d 的施工间歇期再进行填筑。填筑完成后,进行 1 200 d 的固结沉降。三维有限元网格划分如图 8 所示。

表 2 填土土体材料参数

Table 2 Soil material parameters of filling

| 土层 | E/MPa | ν | $\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$ |
|-------|----------------|-------|--|
| 填土层 1 | 40 | 0.2 | 22 |
| 填土层 2 | 35 | 0.2 | 21.6 |
| 填土层 3 | 28 | 0.3 | 21.1 |

注: γ 为重度, E 为弹性模量。

表 3 地基土体材料参数

Table 3 Soil material parameters of subgrade

| 土层 | M | λ | κ | ν | e_0 | c/kPa | $P_R/\%$ | $\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$ | 渗透率/ $(10^{-4} \text{m} \cdot \text{d}^{-1})$ |
|------|------|-----------|----------|-------|-------|----------------|----------|--|---|
| 下层地基 | 1.42 | 0.22 | 0.022 | 0.2 | 0.81 | 40 | 40 | 21 | 1 |
| 上层地基 | 0.98 | 0.4 | 0.04 | 0.2 | 0.85 | 18 | 0 | 18.5 | 2 |

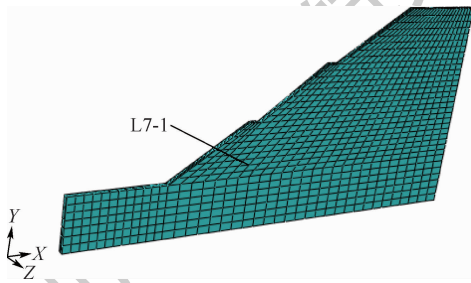


图 8 有限元网格

Fig. 8 Finite element mesh

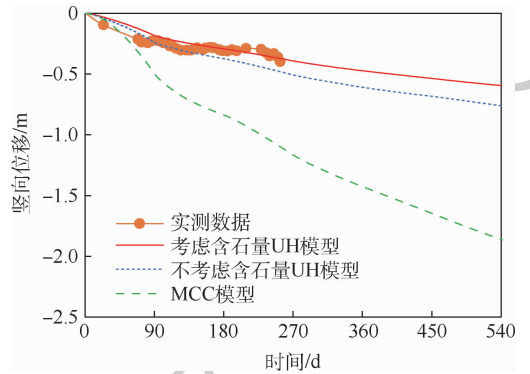


图 9 沉降监测点上竖向位移随时间的变化曲线

Fig. 9 Change curves of vertical displacement at settlement monitoring point with time

6.2 计算结果分析

6.2.1 竖向位移

在实际施工时,设置了 L7-1 沉降监测点,位置如图 8 所示。图 9 为应用考虑含石量 UH 模型、不考虑含石量 UH 模型、MCC 模型有限元计算结果与实际监测结果的竖向位移比较曲线。可以看出,应用考虑含石量 UH 模型所计算的结果相较于不考虑含石量 UH 模型和 MCC 模型,考虑含石量 UH 模型计算的结果与实际监测结果是比较吻合的。在填土期的 30 d 前,3 个模型计算的沉降结果较为接近,在 30 d 后,考虑含石量 UH 模型和不考虑含石量 UH 模型计算的沉降量相比 MCC 模型计算的沉降量要小,并且可以看出随着时间的推移,相差越来越大,这是由于 UH 模型考虑了土体的超固结性,所计算的沉降值要小,更符合实际情况。而且可以发现,由于考虑含石量 UH 模型考虑了含石量,考虑了土石之间的咬合强度所产生的黏聚力,增大了地基土体的抗剪强度,使得计算得到的竖向位移相比不考虑含石量

UH 模型计算的竖向位移要小,和实测结果更加吻合。从而说明了在山区机场高填方地基变形分析方面应用考虑含石量 UH 模型计算的有效性。

图 10 为地基表面和对称轴的交点的竖向位移随时间的变化曲线。可知,在填土填筑时该点的竖向位移变形速率较高,竖向位移增加较快,而在填筑完固结时该点的竖向位移变形速率较低,竖向位移增加较慢,大约在第 1 260 d 竖向位移曲线开始变缓,在第 1 620 d,沉降量达到 1.48 m,可见由于高填方工程的填方量大,填筑荷载大,高填方地基的沉降量是较大的。

图 11 为在不同填方高度填土完成时地基表面各点竖向位移曲线。图 12 为第 1 层填土后地基的竖向位移云图, U 为位移, U_3 为竖向位移。由图 11 可知,对称轴附近地基表面土体相较其他地方地基表面土体竖向位移较大,并且随着填筑

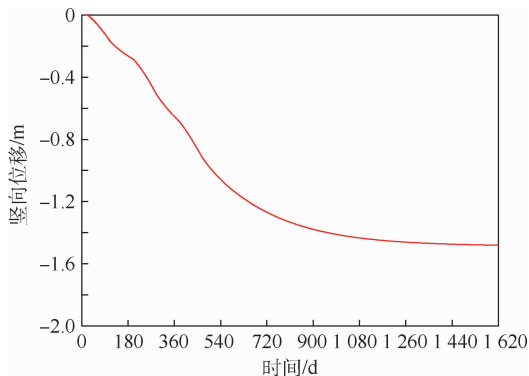


图 10 地基表面和对称轴交点上的竖向位移随时间的变化曲线

Fig. 10 Change of vertical displacement at the intersection of subgrade surface and symmetry axis with time

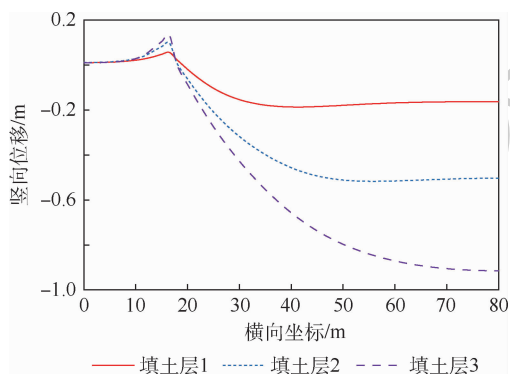


图 11 不同填筑高度下地基表面各点的竖向位移曲线
Fig. 11 Vertical displacement curves of each point on the surface of subgrade under different filling heights

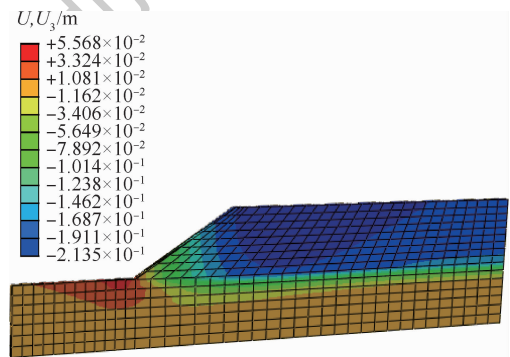


图 12 第 1 层填土后地基表面各点的竖向位移云图
Fig. 12 Vertical displacement contour of each point on the surface of subgrade after the first-layer fill

高度的增加,竖向位移增大。由图 11 和图 12 可知,坡脚点的竖向位移为正值,说明坡脚土体有一定的隆起,并发现随着填筑高度的增加,坡脚土体隆起逐渐增强。这是由于高填方地基的填方高度高,填筑荷载大,上层地基土体较软时,容易出现坡脚隆起,导致失稳滑坡的灾害,在施工中要采取有效措施,防止灾害的发生。

6.2.2 侧向位移

最终高填方地基的侧向位移如图 13 所示, U_1

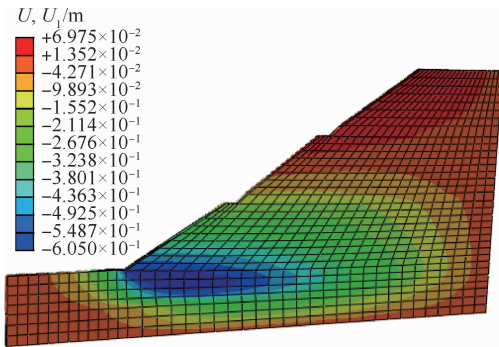


图 13 侧向位移云图

Fig. 13 Contour of lateral displacement

为侧向位移。可知,在地基与填土层交界面左部位置靠近坡脚区域土体侧向位移较大,最大为 60.5 cm,并发现在坡顶处出现“回缩”现象,最大为 6.97 cm。可见,高填方地基层和填土层中所产生的侧向位移也是较大的,尤其是靠近坡脚和坡顶部位,在工程施工中要注意采取有效措施来消减其侧向变形。

6.2.3 超静孔隙水压力

图 14 为填筑完第 3 层土时地基超静孔隙水压力云图, POR 为超静孔隙水压力。图 15 为地基对称轴上距地面 2.75 m 处地基土体的超静孔隙水压力随时间的变化曲线。由图 14 可知,地底部接近于对称轴位置区域的土体的超静孔隙水压力较大,远离该区域的土体超静孔隙水压力逐渐降低。由图 15 可知,在填土填筑过程中,超静孔隙水压力快速增大,在填筑完固结时,超静孔隙水压力又迅速减小。这是因为,根据有效应力原理“在荷载作用下所产生的总应力由有效应力(作用于土颗粒骨架上的应力)和超静孔隙水压力(产生于孔隙水的应力)所组成”,在填土过程中,荷载增加,总应力增大,有效应力和超静孔隙水压力也随之增大,在填筑完固结的这段时间,孔隙水慢慢排出,超静孔隙水压力降低,总应力不变,有效应力增大,土的体积减小,变得密实,强度增大。根据图 15 发现,填筑至 20 m 时,即填筑完

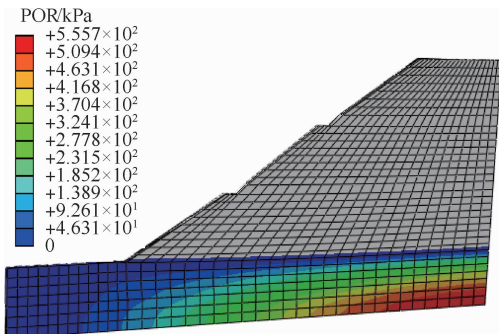


图 14 超静孔隙水压力云图

Fig. 14 Contour of excess pore water pressure

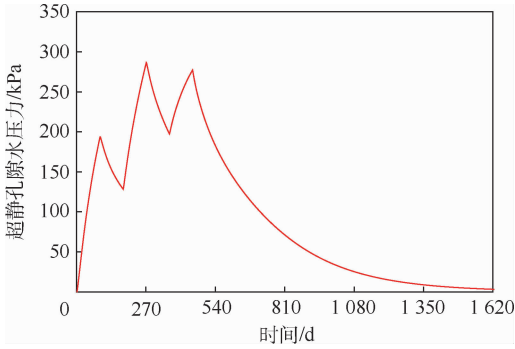


图 15 超静孔隙水压力随时间的变化曲线

Fig. 15 Change of excess pore water pressure with time

第 2 层填土时,超静孔隙水压力最大,达到 286.58 kPa,在填筑完第 3 层填土后的固结期,由于孔隙水逐渐排出,超静孔隙水压力随着时间的推移逐渐变小,在第 1 620 d 时孔隙水基本排出,超静孔隙水压力变为 3 kPa,基本完全消散。

7 结 论

1) 将含石量引入到 UH 模型中,建立了考虑含石量的 UH 模型,应用该模型能够合理反映土石混合料的应力应变特性,能够对山区机场高填方工程进行合理分析。

2) 考虑含石量 UH 模型应用当前屈服面与平均主应力轴的交点的变化规律作为加卸载的判断准则,实现了硬化和软化的统一考虑。

3) 应用半隐式回映应力更新算法,实现了考虑含石量 UH 模型在有限元中的应用,算法推导简单,稳定可靠。

4) 应用考虑含石量 UH 模型的有限元程序,对机场高填方地基变形进行了三维有限元分析,发现由于考虑含石量 UH 模型考虑了土的超固结性,计算的沉降量相比 MCC 模型计算的沉降量要小,由于考虑了含石量,考虑了土石之间的黏聚力,抗剪强度得到提高,计算的沉降量相比不考虑含石量 UH 模型计算的沉降量小,和实际结果更加吻合;发现坡脚点的位移为正值,说明坡脚土体有一定的隆起;超静孔隙水压力随填筑过程陡增,而后又在固结期超静孔隙水压力迅速消散。

参考文献 (References)

[1] 刘宏,李攀峰,张俾元.九寨黄龙机场高填方地基工后沉降预测[J].岩土工程学报,2005,27(1):90-93.
LIU H, LI P F, ZHANG Z Y. Prediction of the post-construction settlement of the high embankment of Jiuzhai-Huanglong airport [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27 (1):90-93 (in Chinese).
[2] 李秀珍,许强,孔纪名,等.九寨黄龙机场高填方地基沉降

的数值模拟分析[J].岩石力学与工程学报,2005,24(12):2188-2193.

LI X Z, XU Q, KONG J M, et al. Numerical modeling analysis of settlements of high fill foundation for Jiuzhai-Huanglong airport [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24 (12): 2188-2193 (in Chinese).

[3] 陈涛,郭院成,谢春庆.平坦地基上山区高填方路堤变形及稳定性分析[J].郑州大学学报(工学版),2009,30(3):39-43.

CHEN T, GUO Y C, XIE C Q. Analysis of deformation and stability of high embankment in flat ground of mountainous area [J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2009, 30 (3): 39-43 (in Chinese).

[4] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJAH A. Yielding of clays in state wetter than critical [J]. Geotechnique, 1963, 13 (3): 22-53.

[5] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: Three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays [J]. Geotechnique, 2009, 59 (5): 451-469.

[6] 姚仰平,侯伟,周安楠.基于伏斯列夫面的超固结土模型[J].中国科学(E辑),2007,37(11):1417-1429.

YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. Constitutive model of over-consolidated clay based on improved Hvorslev envelope [J]. Science in China, Ser. E, 2007, 37 (11): 1417-1429 (in Chinese).

[7] 姚仰平,李自强,侯伟,等.基于改进伏斯列夫线的超固结土本构模型[J].水利学报,2008,39(11):1244-1250.

YAO Y P, LI Z Q, HOU W, et al. Constitutive model of over-consolidated clay based on improved Hvorslev envelope [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008, 39 (11): 1244-1250 (in Chinese).

[8] YAO Y P, LUO T, SUN D A, et al. A simple 3-D constitutive model for both clay and sand [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24 (2): 240-246.

[9] 李广信.高等土力学[M].北京:清华大学出版社,2016:145-146.

LI G X. Advanced soil mechanics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016: 145-146 (in Chinese).

[10] 郭庆国.粗粒土的工程特性及应用[M].郑州:黄河水利出版社,1998:187-188.

GUO Q G. Engineering characteristics and application of coarse-grained soil [M]. Zhengzhou: Yellow River Water Conservancy Press, 1998: 187-188 (in Chinese).

[11] LINDQUIST E S. The strength and deformation properties of mélange [D]. Berkeley: University of California at Berkeley, 1994: 45-49.

[12] IRFAN T Y, TANG K Y. Effect of the coarse fraction on the shear strength of colluviums in Hong Kong [M]. Hong Kong: Geotechnical Engineering Office, 1993: 58-60.

[13] MEDLEY E W. Systematic characterization of mélange bimbos and other chaotic soil/rock mixtures [J]. Felsbau-Rock Soil Engineering, 1999, 17 (3): 152-162.

[14] 徐文杰,胡瑞林,岳仲崎,等.基于数字图像分析及大型直剪试验的土石混合体含石量与抗剪强度关系研究[J].岩石力学与工程学报,2008,27(5):996-1007.

XU W J, HU R L, YUE Z Q, et al. Research on relationship be-

- tween rock block proportion and shear strength of soil-rock mixtures based on digital image analysis and large direct shear test [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(5):996-1007 (in Chinese).
- [15] 涂义亮,刘新荣,任青阳,等. 含石量和颗粒破碎对土石混合料强度的影响研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(12):1-10.
TU Y L, LIU X R, REN Q Y, et al. The effects of rock contents and particle breakage on strength characteristics of soil-rock aggregate[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(12):1-10 (in Chinese).
- [16] 冯兴,姚仰平,霍海峰. 黄土隧洞变形及稳定性分析[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2017, 36(7):21-28.
FENG X, YAO Y P, HUO H F. Deformation and stability of loess tunnel[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2017, 36(7):21-28 (in Chinese).
- [17] YAO Y P, ZHOU A N, LU D C. Extended transformed stress space for geomaterials and its application[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2007, 133(10):1115-1123.
- [18] 姚仰平,路德春,周安楠,等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间[J]. 中国科学(E辑), 2004, 34(11):1283-1299.
YAO Y P, LU D C, ZHOU A N, et al. Generalized nonlinear failure theory transformed stress space for geomaterials[J]. Science in China, Ser. E, 2004, 34(11):1283-1299 (in Chinese).
- [19] 姚仰平,路德春,周安楠. 岩土类材料的变换应力空间及其应用[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(1):24-29.
YAO Y P, LU D C, ZHOU A N. Transformed stress space for geomaterials and its application [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(1):24-29 (in Chinese).
- [20] 熊文林. 非关联塑性切线刚度矩阵的对称表示[J]. 应用数学和力学, 1986, 7(11):983-991.
XIONG W L. Symmetric formulation of tangential stiffness for non-associated plasticity [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1986, 7(11):983-991 (in Chinese).
- [21] 罗汀,姚仰平,侯伟. 土的本构关系[M]. 北京:人民交通出版社, 2010:223-226.
LUO T, YAO Y P, HOU W. Soil constitutive models [M]. Beijing: China Communication Press, 2010:223-226 (in Chinese).
- [22] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2018:357-358.
ZHU B F. Principle and application of finite element method [M]. Beijing: China Water Power Press, 2018:357-358 (in Chinese).
- [23] 姚仰平,冯兴,黄祥,等. UH模型在有限元分析中的应用[J]. 岩土力学, 2010, 31(1):237-245.
YAO Y P, FENG X, HUANG X, et al. Application of UH model to finite element analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1):237-245 (in Chinese).
- [24] 严秋荣,孙海兴,邓卫东,等. 红层软岩土石混合填料的抗剪强度特性研究[J]. 公路交通技术, 2005(3):31-35.
YAN Q R, SUN H X, DENG W D, et al. Study on shear strength characteristics of red layered weak soil filling [J]. Technology of Highway and Transport, 2005(3):31-35 (in Chinese).
- [25] 李群善. 康定机场北段高填方边坡稳定性及场道沉降变形研究[D]. 成都:西南交通大学, 2008:48.
LI Q S. The stability of high-fill slope and the pavement deformation on the north of Kangding airport [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2008:48 (in Chinese).

Deformation of high-fill subgrade of airport in mountain areas

FENG Xing^{1,*}, YAO Yangping², LI Runing³, ZHANG Xianmin¹

(1. School of Transportation Science and Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

2. School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China;

3. School of Automobile and Transportation, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China)

Abstract: At present, a large number of high-fill projects are used in mountainous airports, and the settlement and deformation of high-fill subgrades is an important issue to be solved. In this paper, based on the Unified Hardening (UH) model, by studying relationships between the stone content and the internal friction angle and cohesion, and based on the extended SMP criterion and transforming stress, the stone content is introduced into the UH model, and the UH model considering stone content is established. The change law of the intersection of the current yield surface and the mean principal stress axis is used as the judgment criterion for loading and unloading of the UH model considering stone content, which makes the unified consideration of hardening and softening be realized. And the semi-implicit back reflection stress update algorithm is adopted. The loading and unloading criterion is applied to the stress update algorithm. And the finite element application of the UH model considering stone content is realized. Then the finite element analysis of the large-scale triaxial test of the soil-stone mixture is carried out by the finite element program of the UH model considering stone content, and the validity of the finite element program is verified by comparing the calculated results of the finite element with the actual test results. Finally, using the finite element program of the UH model considering stone content, the three-dimensional finite element analysis is carried out for the high-fill subgrade of airport in the mountain area, and the vertical displacement curve of the ground settlement monitoring point is obtained. The calculated curves are compared with the curves by the UH model without considering stone content, the Modified Cambridge (MCC) model and the measured data. And the vertical displacement contour, the lateral displacement contour, the pore water pressure contour and the change curve of pore water pressure with time of high-fill subgrade are obtained, and thereby the displacement and pore water pressure change laws of the airport's high-fill subgrade are obtained. The rationality of the UH model considering the stone content in analyzing the deformation of the high-fill subgrade of the mountainous airport is explained.

Keywords: Unified Hardening (UH) model; stone content; finite element; high-fill; subgrade deformation

Received: 2020-09-09; **Accepted:** 2021-01-24; **Published online:** 2021-03-10 07:02

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210309.1116.006.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51808547,11672015); Tianjin Municipal Education Commission Scientific Research Project (2019KJ124); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (3122014C014); Research Startup Fund of Civil Aviation University of China (2013QD12X)

* **Corresponding author.** E-mail: fxing_sjz@foxmail.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0373

疲劳统计学智能化中的高镇同法

徐家进*

(力中国际融资租赁有限公司, 广州 510620)



摘 要: 在疲劳统计学中威布尔分布起着非常重要的作用,但3个参数的威布尔分布在数学形式上比较复杂。通过样本数据估计这3个参数,可通过威布尔概率坐标纸,但其使用不便,且误差较大;也可通过解析法,求解3个联立的超越方程组,但存在不自洽的问题。为此,提出了智能化解决方案——高镇同法,高镇同法充分利用了Python的特点,能够方便地同时给出威布尔分布的3个参数,为威布尔分布的理论研究、实际应用和疲劳统计学的智能化奠定了坚实的基础。

关键词: 三参数威布尔分布; 安全寿命; Python; 高镇同法; 智能疲劳统计学

中图分类号: O212.1

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-2024-10

《疲劳应用统计学》^[1]是高镇同先生在30多年前写的一本书,将统计学正式引入了解决各种疲劳问题的工程实践之中,建立了疲劳统计学这一学科^[2]。

疲劳统计学是疲劳可靠性的理论基础,对于解决各类可靠性问题,特别是航空工业领域,其意义无论怎样强调都不为过。在疲劳统计学中,有一个非常独特而重要的统计分布就是威布尔分布。事实上,威布尔分布是疲劳统计学的一个最主要的内容之一。威布尔分布一个非常重要的特点就是具有最小寿命这个参数。但高镇同先生指出,最小寿命这个提法是不够全面的,因为按照威布尔分布的定义,应用于疲劳寿命时可明确为100%的可靠度之下的安全寿命。此提法是科学的,以后在疲劳统计学中就将这个参数改称为安全寿命。而这个参数对于像飞机这样产品的定寿起了关键性的作用。问题是威布尔分布的数学形式比较复杂,特别是在当时计算机的性能、使用和普及远远不如现在的情况下,使用起来比较困难。尽管目前已有不少关于威布尔分布应用的软

件,但绝大部分是二参数威布尔分布^[3],恰恰将安全寿命这个参数归零了。这样的简化显然是不合情理的。同时,高镇同先生强调威布尔分布是一种全态分布,既包括正态分布,也包括偏态分布。但因为威布尔分布的复杂性影响了它的推广和使用。因此,疲劳统计学智能化的当务之急就是要解决威布尔分布3个参数的估计问题。本文提出了与已有估计威布尔分布3个参数的2个方法不同的智能化解决方案

1 疲劳统计学的特点

疲劳统计学是将统计学原理应用到结构疲劳这个领域中去。三参数威布尔分布可以更好地描写结构疲劳寿命的特点,在疲劳统计学中具有非常重要的地位。但三参数威布尔分布并不为大家所熟知,这是因为其数学形式比较复杂,而且通过样本来确定其3个参数比较困难,应用起来也就有一定的难度^[4-6]。自然也与对威布尔分布的意义认识不足有关,为此有必要先简要介绍一下威布尔分布的特点。

收稿日期: 2020-07-30; 录用日期: 2020-11-27; 网络出版时间: 2020-12-04 09:05

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201203.1730.001.html

* 通信作者。E-mail: xujiajin666@163.com

引用格式: 徐家进. 疲劳统计学智能化中的高镇同法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2024-2033.

XU J J. Gao Zhen-tong method in intelligentization of statistics in fatigue [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2024-2033 (in Chinese).

2 威布尔分布的特点

威布尔分布概率密度函数^[1]为

$$f(N) = [b/(N_a - N_0)] [(N - N_0)/(N_a - N_0)]^{b-1} \cdot \exp\{-[(N - N_0)/(N_a - N_0)]^b\} \quad (1a)$$

或

$$f(x) = [b/(x_a - x_0)] [(x - x_0)/(x_a - x_0)]^{b-1} \cdot \exp\{-[(x - x_0)/(x_a - x_0)]^b\} \quad (1b)$$

式中: N 为疲劳寿命; N_0 为安全寿命; b 为形状参数; N_a 为特征寿命; x_a 为特征参数; x_0 为位置参数; 且 $0 \leq x_0 \leq x < \infty$ 。

为方便可设:

$$\lambda = x_a - x_0 \quad (2)$$

$$f(x) = (b/\lambda) [(x - x_0)/\lambda]^{b-1} \cdot \exp\{-[(x - x_0)/\lambda]^b\} \quad (3)$$

式中: λ 为尺度或比例参数。

从统计分布角度看,由尺度参数 λ 代替特征参数更有一般性。这是因为 $x_0 = 0$ 时, $\lambda = x_a$ 。即 λ 可看成 $x_0 = 0$ 时的特征参数。因此,将式(3)代替式(1b)作为一般的三参数威布尔分布表达式。三参数分别为形状参数 b 、尺度参数 λ 和位置参数 x_0 。

进一步,若设 $x_0 = 0$,式(3)则为两参数威布尔分布概率密度函数。

$$f(x) = (b/\lambda) (x/\lambda)^{b-1} \exp[-(x/\lambda)^b] \quad (4)$$

再设 $\lambda = 1$ 就成了“标准”(一个参数)的威布尔分布概率密度函数。

$$f(x) = bx^{b-1} \exp(-x^b) \quad (5)$$

对于标准化的威布尔分布, b 分别为 0.5, 2, 3.5, 5 时,威布尔分布概率密度函数如图 1 所示。

由威布尔分布概率密度函数及图 1 可看出其有如下特点:

1) b 为威布尔分布的形状参数是名至实归的。 $0 < b < 1$ 时类似 $1/x$ 函数,而 $1 < b < 3$ 是左偏分布, $3 < b < 4$ 则近似正态分布, $b > 4$ 则为右偏分布。此外,当 $b = 1$ 时为指数分布, $b = 2$ 时为瑞利分布。这也是高镇同先生为什么称威布尔分布为“全态分布”的主要原因。

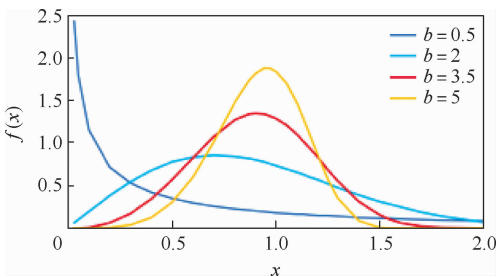


图 1 标准威布尔分布概率密度函数

Fig. 1 Standard Weibull distribution probability density function

2) 威布尔密度函数有 3 个参数,比正态分布多 1 个,这是其优点(可描写安全寿命)但也是其缺点(数学形式比较复杂)的来源。正态分布能很好地描写对称状态的数据,问题是在现实生活中真正对称的数据只是一种理想状态,因此正态分布往往只是一阶近似。而威布尔分布既能描写对称状态(尽管是近似的),又能描写左偏或右偏的数据,故其应用范围要比正态分布大得多。

上文对威布尔分布做了定性的描述,现进一步对其做定量的研究。为方便,开始时仅对标准威布尔分布进行比较详细的研究,而二参数和三参数的威布尔分布均可得到类似的结果。

1) 威布尔分布概率密度函数是满足归一化条件的。即要证明:

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (6)$$

可设 $z = x^b$,式(6)左边可变为

$$\int_0^{\infty} bx^{b-1} \exp(-x^b) dx = \int_0^{\infty} \exp(-z) dz = 1$$

对于两参数和三参数的威布尔分布同样可得到这个结论,只要分别设:

$$\begin{cases} z = (x/\lambda)^b \\ z = [(x - x_0)/\lambda]^b \end{cases} \quad (7)$$

2) 容易证明,威布尔分布函数为

$$F(x_p) = 1 - \exp(-x_p^b) \quad (8)$$

事实上,和 1) 相同可设 $z = x^b$:

$$F(x_p) = \int_0^{x_p} f(x) dx = 1 - \exp(-x_p^b) \quad 0 < x_p$$

这个分布函数恰恰就是破坏率,而可靠度 P 为

$$P = 1 - F(x_p) = \exp(-x_p^b) \quad (9a)$$

式(9a)给出了可靠度的函数形式,对于应用有重大意义。即 x_p 为与可靠度 P 相应 x 的值。两参数和三参数威布尔分布分别为

$$\begin{cases} P = 1 - F(x_p/\lambda) = \exp[-(x_p/\lambda)^b] \\ P = \exp\{-[(x_p - x_0)/\lambda]^b\} \end{cases} \quad (9b)$$

若此时取 $x_p = x_a$, $x_p - x_0 = (x_0 + \lambda) - x_0 = \lambda$,则

$$P = \exp(-1) = 36.8\% \quad (9c)$$

这表明任何威布尔分布当其值为特征参数时可靠度一定为 36.8%,这是特征参数 x_a 的一个物理意义。而取 $x_p = x_0$ 时 $P = 100\%$,也是参数 x_0 为 100% 可靠度的安全寿命的由来。顺便指出,对于正态分布不可能有这个概念,因其左侧与水平轴不相交。

3) 当 $b > 1$ 时密度函数是凸函数,因此必有一个极大值。事实上:

$$f'(x) = b \exp(-x^b) [(b-1)x^{b-2} - bx^{b-1}x^{b-1}] = b \exp(-x^b) x^{b-2} (b-1 - bx^b)$$

令 $f'(x) = 0$, 即有 $b-1 - bx^b = 0$ 。

$$x^b = (b-1)/b \tag{10}$$

$$x_{\max} = \exp\{\ln[(b-1)/b]/b\} \tag{11a}$$

再求 $f(x)$ 的二阶导数:

$$f''(x) = b \exp(-x^b) x^{b-3} [(b-2) - bx^b] \cdot (b-1 - bx^b) - b^2 x^b$$

因 $f''(x_{\max}) = b \exp(-x^b) x^{b-3} b(1-b) < 0$,

即证明了 x_{\max} 为 $f(x)$ 的极大值, 且 $f(x)$ 是凸函数。由式(11a)不难发现, 当 b 越大时, $\ln[(b-1)/b] \rightarrow 0$, $x_{\max} \rightarrow 1$, 峰值集中在 $x=1$ 处。

而对于两参数和三参数威布尔分布概率密度函数的极大值点位置分别为

$$x_{\max} = \exp\{\ln[(b-1)\lambda^b/b]/b\} \tag{11b}$$

$$x_{\max} = x_0 + \exp\{\ln[(b-1)\lambda^b/b]/b\} \tag{11c}$$

4) 威布尔分布的数学期望按照定义且设 $z = x^b$ 可得

$$E(X) = \int_0^\infty x b x^{b-1} \exp(-x^b) dx =$$

$$\int_0^\infty z^{(1+1/b)-1} \exp(-z) dz$$

再注意到伽马函数的定义:

$$E(X) = \Gamma(1 + 1/b) \tag{12a}$$

类似地, 对于两参数和三参数威布尔分布的数学期望分别为

$$E(X) = \lambda \Gamma(1 + 1/b) \tag{12b}$$

$$E(X) = x_0 + \lambda \Gamma(1 + 1/b) \tag{12c}$$

5) 威布尔分布的方差。

同样按照定义可有

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X) \tag{13}$$

而

$$\begin{cases} E(X^2) = \int_0^\infty x^2 b x^{b-1} \exp(-x^b) dx = \\ \int_0^\infty z^{(1+2/b)-1} \exp(-z) dz \\ E(X^2) = \Gamma(1 + 2/b) \end{cases} \tag{14}$$

由式(13)可得

$$\text{Var}(X) = \Gamma(1 + 2/b) - \Gamma^2(1 + 1/b) \tag{15a}$$

类似地, 对于两参数和三参数威布尔分布的方差分别为

$$\text{Var}(X) = \lambda^2 [\Gamma(1 + 2/b) - \Gamma^2(1 + 1/b)] \tag{15b}$$

$$\text{Var}(X) = \lambda^2 [\Gamma(1 + 2/b) - \Gamma^2(1 + 1/b)] \tag{15c}$$

很明显, 三参数的威布尔分布方差的期望值与 x_0 没有直接关系。

6) 关于威布尔分布和正态分布相似性的讨论。前面已提到当 $3 < b < 4$ 时 2 种分布是相似的。正态分布意味着完全对称性, 即均值、中值、峰值三者合一, 而威布尔分布则不具备这个特点。不过在一定条件下, 可让这 3 个值中的某 2 个值一致, 如可令均值和中值相等, 因此在这个意义上可认为与正态分布相似。均值可由式(12a)给出, 而中值则可由式(9a)中 $P=50\%$ 时给出, $0.5 = \exp(-x_{50}^b)$, x_{50} 为 50% 可靠度的 x 值, 可由式(12a)代替。

$$\ln 2 = \Gamma(1 + 1/b)^b \tag{16}$$

式(16)为超越方程, 用 Excel 来解较麻烦。利用 Python 能很快得到结果。但不管哪一个方法都是利用牛顿二分法。为此可将式(16)改写为

$$g(b) = \Gamma(1 + 1/b)^b - \ln 2 = 0 \tag{17}$$

利用 Excel 可得 $b=3.44$ (精确到 10^{-5})。

Python 中运行的结果为: k (对分次数) = 19, E (精度) = 1×10^{-8} , $b=3.43954$ 。

Excel 的优点在于直观, 但在计算过程中需要人的介入, 且效率较低。Python 效率高, 代码一旦调试成功, 全部工作都可自动完成, 精度也高。

顺便指出, 这个结论虽然是从标准威布尔分布推出的, 但对于两参数和三参数分布都是适用的, 因对称性仅仅与形状参数 b 有关。另外按照文献[7], 威布尔分布的偏态系数为

$$C_s = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3b}\right) - 3\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right)\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) + 2\Gamma^3\left(1 + \frac{1}{b}\right)}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{b}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} \tag{18}$$

不难看出, 这个偏态系数也仅仅与 b 有关。同时, 偏态系数为零时也应该是对称性最好的时候。亦是和正态分布最接近的时候, 这对于比较这 2 种分布的异同意义重大, 为此有必要求出这个 b 值。即要解如下方程:

$$\Gamma(1 + 3/b) - (1 + 1/b)\Gamma(1 + 2/b) + 2\Gamma^3(1 + 1/b) = 0 \tag{19}$$

式(19)为一个关于 b 的超越方程, 可利用相同 Python 代码得: k (对分次数) = 26, E (精度) = 1×10^{-8} , $b=3.60235$ 。这与前文的 $b=3.44$ 比较接近, 但并不重合, 这也表明威布尔分布不可能完全对称。

3 疲劳统计学的智能化

20 世纪 80 年代, 计算机在中国刚刚开始起步和普及, 做一些简单的统计工作没有问题, 但在

工程实践中应用较少。一方面是因为硬件不行,另外一方面懂得编程的工程技术人员不多。因此,各种现成的图表,如正态概率坐标纸、威布尔分布概率坐标纸等还是广为使用。这个方法虽然看起来比较简单实用,但误差较大,且必须将数据对数化,这从数学的角度看是一种空间变换,而这样一变换很可能会将这 2 种分布变得看起来不可区分。更加重要的是,这种方法难以将拟合程度量化。只能看起来拟合不错,但实际上并非如此。所谓智能化,就是要将得到的数据直接通过计算机来得到人们要求的统计结果,即不仅是由计算机画出直观的图表,而且还有给出判断的定性与定量的结果。现举例说明。

例 1 取一组试件疲劳寿命如表 1 所示^[1]。

表 1 一组疲劳寿命数据^[1]

Table 1 A set of fatigue life data^[1]

| 疲劳寿命/(10 ³ cycle) | | | | |
|------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| 350 | 380 | 400 | 430 | 450 |
| 470 | 480 | 500 | 520 | 540 |
| 550 | 570 | 600 | 610 | 630 |
| 650 | 670 | 730 | 770 | 840 |
| 均值 $N_{av} = 557$ | | | | |
| 标准差 $s = 132.15$ | | | | |
| 中值 $N_m = 545$ | | | | |

表 1 中:cycle 表示循环次数,而均值 N_{av} 、标准差 s 及中值 N_m 皆由 Excel 得出。若这些数据是服从正态分布的,则相应的正态分布参数的估计值可由式(20)给出:

$$\begin{cases} \hat{\mu} = N_{av} = 557 \\ \hat{\sigma} = s = 132.15 \end{cases} \quad (20)$$

式中:“^”表示估计值。

于是,相应的正态分布密度函数为

$$f(N) = [1/(2\pi)^{1/2}\hat{\sigma}] \exp\{-[(N - \hat{\mu})/\hat{\sigma}]^2/2\} \quad (21)$$

现若假定它们服从三参数威布尔分布,则求其 3 个参数,由式(9c)、式(12b)及式(15c)分别得到

$$50\% = \exp\{-[(\hat{N}_{50} - \hat{N}_0)/(\hat{N}_a - \hat{N}_0)]^b\} \quad (22)$$

$$N_{av} = \hat{\mu} = (\hat{N}_a - \hat{N}_0)\Gamma(1 + 1/\hat{b}) + \hat{N}_0 \quad (23)$$

$$s^2 = (\hat{N}_a - \hat{N}_0)^2 [\Gamma(2/\hat{b} + 1) - \Gamma^2(1/\hat{b} + 1)] \quad (24)$$

式中: N_0 为估计安全寿命; N_a 为估计特征寿命。

$$\hat{N}_{50} = N_m = 545 \quad (25)$$

于是,式(22)~式(24)这 3 个超越方程有 3 个未知数 \hat{b} 、 \hat{N}_0 、 \hat{N}_a 。如此求 3 个参数的方法在

文献[7]中称为解析法。在用计算机之前将其简化,为此可设:

$$D = \ln 2 \quad (26)$$

从式(24)得

$$\hat{N}_a - \hat{N}_0 = s / \{ [\Gamma(2/\hat{b} + 1) - \Gamma^2(1/\hat{b} + 1)] \}^{1/2} \quad (27)$$

再由式(23)得

$$\hat{N}_0 = N_{av} - \{ s / [\Gamma(2/\hat{b} + 1) - \Gamma^2(1/\hat{b} + 1)] \}^{1/2} \Gamma(1 + 1/\hat{b}) \quad (28)$$

再将式(26)~式(28)代入式(22)可得

$$N_{av} - N_m + s [D^{1/b} - \Gamma(1 + 1/\hat{b})] / \{ [\Gamma(2/\hat{b} + 1) - \Gamma^2(1/\hat{b} + 1)] \}^{1/2} = 0 \quad (29)$$

式(29)是一个关于 \hat{b} 的超越方程,和方程(17)没有本质上的区别,求解的算法是相同的。只要修改一下 Python 代码,即得如下结果: k (对分次数) = 24, E (精度) = 1×10^{-6} , $b = 2.211$, $N_0 = 280$, $N_a = 593$ (10^3 cycle)。

由以上参数和式(1a)得出相应的威布尔分布概率密度函数如下:

$$f(N) = (2.21/313) [(N - 280)/313]^{1.21} \cdot \exp\{-[(N - 280)/313]^{2.21}\} \quad (30)$$

利用 Excel,将由该数据得到的正态分布式(22)和威布尔分布式(30)的可靠度在图 2 中做一个比较。

但从图 2 中很难回答哪一个分布的可靠度估计更好一些。为此考虑到可靠度估计值^[8-9](也可参考文献[1]):

$$\hat{P}_i = 1 - i/(n + 1) \quad (31)$$

式中: i 为数据(观测值)由小到大排列的序数; n 为数据的个数。

\hat{P} 与数据是什么分布无关,因此可比较两者分布与这“理想”的可靠度的相关性即相关系数

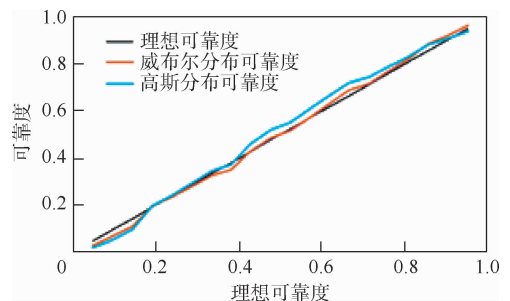


图 2 正态和威布尔分布可靠度比较(例 1)
Fig. 2 Comparison of normal and Weibull distribution reliability (Example 1)

的大小来判断哪一种分布更好。通过图 2 可得到,正态和威布尔分布与理想可靠度的相关系数分别为 0.996 75 和 0.999 27。由此可见,两者与理想可靠度的相关系数都非常接近 1,而威布尔分布仅仅大了 0.002 52,故从这个意义上可以说正态分布是威布尔分布的一阶近似。

不过仍然可从另外一个角度来看正态分布是否被满足,即卡方检验,但此法相当麻烦,可参考文献[1]。

例 2 利用文献[1]表 12-3 中的数据绘制表 2。

表 2 100 个试件在同一应力条件下疲劳寿命数据

Table 2 Fatigue life data of 100 specimens under the same stress condition

| 疲劳寿命/(10 ⁵ cycle) | | | | | | | | | | |
|------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
| 3.08 | 3.26 | 3.32 | 3.48 | 3.49 | 3.56 | 3.69 | 3.7 | 3.78 | 3.79 | |
| 3.8 | 3.87 | 3.95 | 4.07 | 4.08 | 4.1 | 4.12 | 4.2 | 4.24 | 4.25 | |
| 4.28 | 4.31 | 4.31 | 4.36 | 4.54 | 4.58 | 4.6 | 4.62 | 4.63 | 4.65 | |
| 4.67 | 4.67 | 4.72 | 4.73 | 4.75 | 4.77 | 4.8 | 4.82 | 4.84 | 4.9 | |
| 4.92 | 4.93 | 4.95 | 4.96 | 4.98 | 4.99 | 5.02 | 5.03 | 5.06 | 5.08 | |
| 5.06 | 5.1 | 5.12 | 5.15 | 5.18 | 5.2 | 5.22 | 5.38 | 5.41 | 5.46 | |
| 5.47 | 5.53 | 5.56 | 5.6 | 5.61 | 5.63 | 5.64 | 5.65 | 5.68 | 5.69 | |
| 5.73 | 5.82 | 5.86 | 5.91 | 5.94 | 5.95 | 5.99 | 6.04 | 6.08 | 6.13 | |
| 6.16 | 6.19 | 6.21 | 6.26 | 6.32 | 6.33 | 6.36 | 6.41 | 6.46 | 6.81 | |
| 77.35 | 7.82 | 7.88 | 7.96 | 8.31 | 8.45 | 8.47 | 8.79 | 9.87 | | |

均值 $\tilde{N}_{av} = 5.315$

标准差 $s = 1.289$

中值 $N_m = 5.07$

对于例 2,仍然可和例 1 一样画出正态分布和威布尔分布的可靠度拟合图,以及给出两者对于理想可靠度的决定系数^[6]。不过,因为数据较多,采用 Excel 很困难,但用 Python 处理较容易。Python 代码运行结果为: $N_{av} = 5.315$, $s = 1.289$, $N_m = 5.07$, $C_s = 1.021$, k (对分次数) = 20, E (精度) = 1×10^{-7} , $b = 1.526$, $N_0 = 3.39$, $N_a = 5.53$ (10^2 cycle)。

验算: $N_{av1} = 5.315$, $s = 1.289$, $N_{m1} = 5.07$, 正态分布与理想可靠度的决定系数为 0.979 14,威布尔分布与理想可靠度的决定系数为 0.988 44。

在此要注意这里用的是决定系数^[10]而不是相关系数来区分拟合水平,主要是因为图 3 的横坐标变成了疲劳寿命,这样其与可靠度的关系不再是线性关系。计算结果表明,威布尔分布的决定系数仍然比正态分布大,尽管不是大很多。最重要的是,这些数据是偏态的,用正态分布已经不能很好描述。而威布尔分布恰恰弥补了这个不足,如图 3 所示。不过,也必须指出用这个解析法来求威布尔分布的 3 个参数并非没有瑕

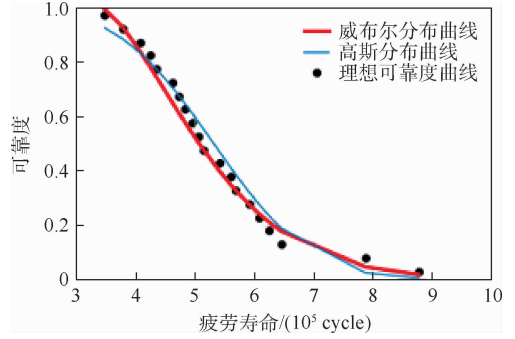


图 3 正态和威布尔分布可靠度比较(例 2)

Fig. 3 Comparison of reliability between Normal and Weibull distribution (Example 2)

疵。例如,经过计算,若这些数据满足威布尔分布,那么安全寿命是 3.39,但开始 3 个数据是小于这个值的,则计算过程没有问题,很可能是因为这个方法先将形状参数 b 找出来后再计算 N_0 和 N_a ,就无法保证 N_0 一定会小于输入的数据的最小值。故需要对威布尔分布参数算法做进一步的研究。

4 高镇同法

第 3 节指出计算威布尔分布的解析算法还存在一些问题,如计算出来的安全寿命比实际的数据还要大,说明了这个算法是不自洽的。这里存在 2 种可能性:一是这些数据并不那么符合威布尔分布;二是上述计算威布尔参数的算法还存在问题,即用样本估计的均值和方差值来代替总体相应的均值和方差存在较大误差。为此,可从另外一个角度来计算这些参数,如用最小二乘法。为简单,从二参数的威布尔分布开始,由式(9c)可有

$$P = 1 - F(x_p/\lambda) = \exp[-(x_p/\lambda)^b] \quad (32)$$

其估计值可利用式(31),式(32)在取二次自然对数后可得

$$\ln(\ln(1/p_i)) = b \ln x_i - b \ln \lambda \quad (33)$$

式中: $p_i = 1 - i/(n + 1)$ 。

再设:

$$\begin{cases} Y_i = \ln(\ln(1/p_i)) \\ X_i = \ln(x_i) \end{cases} \quad (34)$$

$$Y_i = bX_i + d \quad (35)$$

式中:

$$\begin{cases} d = -b \ln \lambda \\ \lambda = \exp(-d/b) \end{cases} \quad (36)$$

于是,可通过最小二乘法来求出 b 、 d 及 λ 。但问题并非那么简单,因为用二参数威布尔分布的前提是设位置参数或安全寿命 $x_0 = 0$ 。在实际

情况下, $x_0 \neq 0$, 而且恰恰是因为这个 $x_0 \neq 0$ 才显示出威布尔分布的优越性。事实上, 系数 b 和 λ 及相应的相关系数 r 都是 x_0 的函数, 可通过解析法来求出使得相关系数 r 的极大值, 但这种方法推导较麻烦, 容易出错。用 Python 在 $0 \leq x_0 < x_{\min}$ 区间中 (这里的 x_{\min} 就取给定数据的最小值) 可直接将 r 关于 x_0 的图画出来, 如图 4 所示。然后用 Python 智能地将相关系数最大的 r 的 x_0 找出来。理论上分为两步, 但在实际编的代码中是一气呵成的, 即以 x_0 为变量, 找出 r 的极大值同时将 b 和 λ 确定, 这就是高镇同法。具体表述如下:

- 1) 输入原始数据, 若原始数据没有排好序, 则先排序。
- 2) 利用 Python 中的 scipy 可直接通过以给定精度的间隔来遍历 x_0 的可能值区间 $[0, x_{\min}]$, 以求出使得相关系数最大的 x_0 , 即 $x_{0\max}$ 。
- 3) 注意到, 在 scipy 中计算相关系数时, 事实上是先求出最小二乘法中直线方程的相应系数 b 和 d , 推出 $\lambda = \exp(-d/b)$ 。因此一旦定出了 $x_{0\max}$, 则威布尔分布相应的参数 b 与 λ 也就同时得到了。

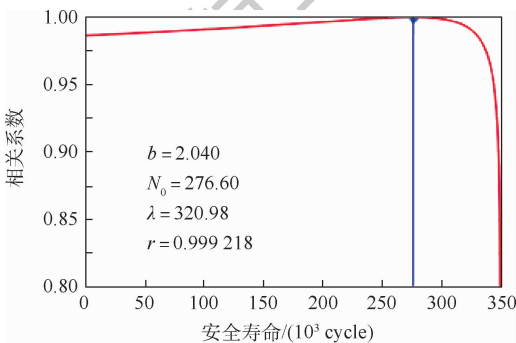


图 4 安全寿命与相关系数的关系 (例 3)

Fig. 4 Safety life versus correlation coefficient (Example 3)

例 3 现利用例 1 的数据在 Python 代码上进行试算, 可得到如下结果: $N = \{350, 380, 400, 430, 450, 470, 480, 500, 520, 540, 550, 570, 600, 610, 630, 650, 670, 730, 770, 840\}$, $N_{av} = 557.0$, $s = 132.152$, $N_m = 545.0$, $C_s = 0.408$, $r = 0.999 218$, $b_m = 2.040$, $\lambda = 320.98$, $N_0 = 276.60$, $C_s = 0.605$, $N_{av1} = 560.97$, $s = 146.04$, $N_{m1} = 544.79$, 解析法威布尔分布与理想可靠度的相关系数为 0.999 20, 高镇同法威布尔分布与理想可靠度的相关系数为 0.999 22。

例 4 高镇同法与解析法最大不同是 b 值不同 (前者 $b = 2.21$, 这里 $b = 2.040$, 相差 8%), 从而标准差 s 不同 (132 vs 146, 相差 10%)。但相关系数 r (0.999 20 vs 0.999 22) 只有 10^{-5} , 在这个

意义上两者并没有什么大的差别。因解析法对例 2 的解是不自洽的, 对 Python 的代码稍加修改可得如下结果: $N_{av} = 5.32$, $s = 1.29$, $N_m = 5.07$, $k_m = 2 780$, $r = 0.993 763$, $b_m = 2.147$, $\lambda = 2.87$, $N_0 = 2.780$, $N_{av1} = 5.32$; $s_1 = 1.25$, $N_{m1} = 5.20$, 正态分布与理想可靠度的决定系数为 0.979 11, 威布尔分布与理想可靠度的决定系数为 0.989 03。

图 5 形象地给出了例 4 中的数据如何使用高镇同法。先求出相关系数和安全寿命 N_0 的关系曲线, 再找出使得相关系数最大的安全寿命。

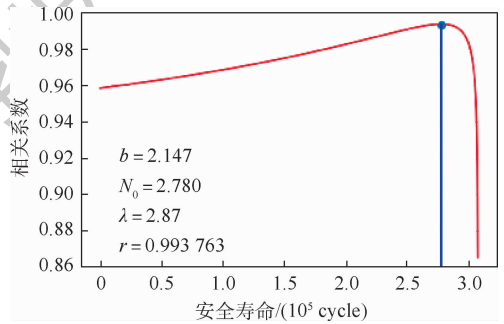


图 5 安全寿命与相关系数的关系 (例 4)

Fig. 5 Safety life versus correlation coefficient (Example 4)

由此可见, 高镇同法的结果与前面的解析法明显不同, 即不存在超过安全寿命 N_0 的原始数据。几个参数都较符合, 即使是标准差也只有 3% 的误差, 且高镇同法得到的相关系数明显大于解析法。在此意义上, 可认为高镇同法是优于解析法的。

例 5 值得注意的是, 高镇同法与文献 [11] 中提出的“确定威布尔分布三参数相关系数优化法”还是有所不同的, 主要体现在: 文献 [11] 中的数学推导较麻烦, 相应的代码也会较复杂, 仍然没有充分发挥出利用计算机智能的优势。将文献 [11] 中表 3 的数据放入同样的 Python 代码即得如下结果: $N = \{325, 376.3, 387.3, 447.5, 456.3, 524.3, 574.4, 635.1\}$, $N_{av} = 465.77$, $s = 105.763$, $N_m = 451.9$, $C_s = 0.302$, $r = 0.992 976$, $b_m = 1.747$, $\lambda = 250.00$, $N_0 = 251.84$, $C_s = 0.823$, $N_{av1} = 474.52$, $s_1 = 131.51$, $N_{m1} = 454.54$ 。

图 6 给出了例 5 如何使用高镇同法 (参照文献 [11] 中的表 3 数据绘制图 6)。而得到的结果与文献 [11] 中的结果几乎一样, 但要注意在文献 [11] 中得到的相关系数是负的, 而这里是正的, 主要是因为文献 [11] 中设 $Y = -\ln[\ln(1/p)]$ 。

由此可见, 本文方法相对简单, 容易掌握, 不会出现矛盾的结果。这表明高镇同法具有相当的优越性, 值得推广。

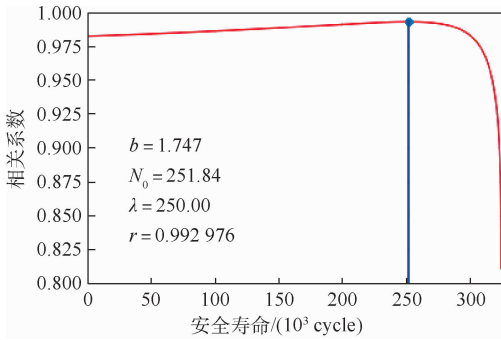


图6 安全寿命与相关系数的关系(文献[11]中的表3)

Fig.6 Safety life versus correlation coefficient
(Table 3 of Ref. [11])

5 高镇同法的应用

高镇同法对于拟合三参数疲劳性能曲线也是可以应用的。因为这与求威布尔分布的三参数在数学上是没有区别的。即用相关系数最大化来定出位置的同时,再由最小二乘法求另2个参数,即可智能化地同时得到3个参数。

例6 文献[7]中给出了一个三参数幂函数表达式:

$$(S_{\max} - S_0)^m N = C \quad (37)$$

式中: S_0 、 m 和 C 为材料常数; S_{\max} 为最大应力。

文献[7]虽然也是用最小二乘法,利用相关系数最大化来求出 S_0 ,再去求另外2个参数,但较麻烦。现介绍高镇同法如何用应在例6中。设 S_0 为已知,在式(37)两边取10为底的对数:

$$m \lg(S_{\max} - S_0) + \lg N = \lg C \quad (38)$$

再设: $Y = \lg(S_{\max} - S_0)$, $X = \lg N$ 。

$$\begin{cases} b = -1/m \\ d = \lg C/m \end{cases} \quad (39)$$

即可得

$$Y = bX + d \quad (40)$$

按照高镇同法,可将 S_0 根据需要而定的精度遍历区间 $[0, S_{\max}]$,以求出使得相关系数最大的 S_0 ,同时得出相应的 b 和 d ,再由式(39)定出 m 和 C 。结果与文献[7]几乎相同。以文献[7]第11章例4中的数据为例,绘制表3。

其Python代码与高镇同法类似(要注意此时相关系数是负的),可得如下结果: $k_m = 27\ 089$, $r = -0.999\ 14$, $S_0 = 270.89$, $m = 2.146$, $C = 9.599\ 4 \times 10^6$ 。

由图7可知,高镇同法得到的曲线与实际值拟合得很好。图中: $S_0 = 270.89$, $m = 2.146\ 4$, $C = 9.599 \times 10^6$, $r = -0.999\ 14$ 。其结果和文献[7]的结果: $r = -0.999\ 1$, $S_0 = 270.89$, $m = 2.142\ 5$,

$C = 9.444\ 5 \times 10^6$,除了 C 相差比较大一点(不超过1.7%),其他参数的相对误差都不到 10^{-3} 。但用高镇同法计算较方便。

表3 例6的一组数据

Table 3 Example 6 a set of data

| 组号 | S_{\max}/MPa | $\lg N$ |
|----|-----------------------|---------|
| 1 | 380 | 2.593 3 |
| 2 | 353.6 | 2.897 6 |
| 3 | 326.4 | 3.220 1 |
| 4 | 299.2 | 3.867 1 |

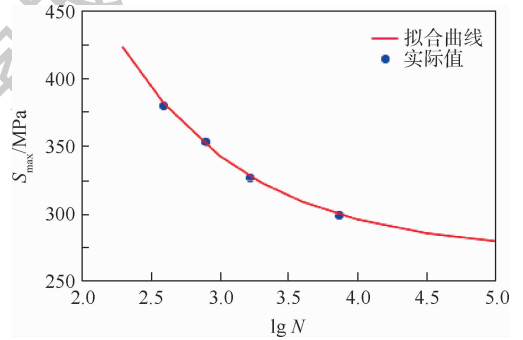


图7 S-N拟合曲线

Fig.7 S-N curve fitting

例7 以文献[7]中第11章例5中的数据为例,绘制表4。

表4 例7的一组数据

Table 4 Example 7 a set of data

| 组号 | a/mm | N/h |
|----|---------------|--------------|
| 1 | 0.497 8 | 4 800 |
| 2 | 0.642 | 5 200 |
| 3 | 0.665 5 | 5 600 |
| 4 | 0.797 6 | 6 000 |
| 5 | 0.932 2 | 6 400 |
| 6 | 1.099 8 | 6 800 |
| 7 | 1.292 9 | 7 200 |

表4中数据服从如下经验公式:

$$N = C(a - a_0)^m \quad (41)$$

式中: a 为试件出现裂缝的长度; C 、 m 、 a_0 (也称为初始裂缝长度)都是与材料有关的常数。

很明显,式(41)与式(37)是不一样的,物理意义更加不同。取对数后:

$$\begin{cases} \lg N = \lg C + m \lg(a - a_0) \\ \lg(a - a_0) = (1/m) \lg N - (\lg C)/m \\ Y = bX + d \end{cases} \quad (42)$$

式中: $Y = \lg(a - a_0)$, $X = \lg N$ 。

$$\begin{cases} b = 1/m \\ d = -(\lg C)/m \end{cases} \quad (43)$$

同样用高镇同法,以视需要而定的精度使 a_0

遍历区间 $[0, a_{\min}]$,可求出使得相关系数 r 最大的 a_0 。再根据式(43)定出 C 和 m 。将Python的代码做出适当的修改可得如下结果: $r = 0.992\ 03$, $a_0 = 0.173$, $m = 0.343$, $C = 6.989\ 6 \times 10^3$ 。

图8表明,由高镇同法计算出来的结果与实际值拟合相当好。图中: $a_0 = 0.173$, $m = 0.343\ 10$, $C = 6.989\ 6 \times 10^3$, $r = 0.992\ 03$ 。其结果与文献[7]的结果: $r = 0.992\ 0$, $a_0 = 0.176$, $m = 0.336\ 5$, $C = 6\ 976$ 相差非常小。就相关系数而言,其差别可以忽略不计,如果仅从图形上看,两者也难以得出有多大差别。而对于其他系数,相对误差都不超过2%。即相关系数 10^{-4} 的差异可能会引起拟合曲线各参数的差异扩大上百倍。这个结论也符合三参数威布尔分布,与取对数后的线性化是有关的。

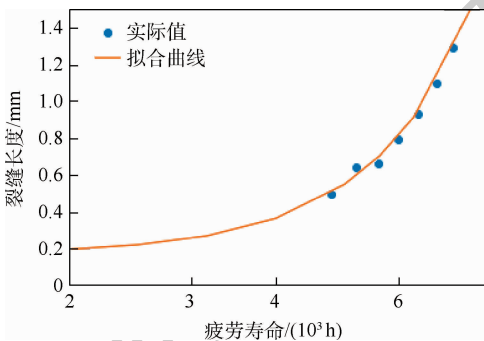


图8 $a-N$ 拟合曲线

Fig. 8 $a-N$ curve fitting

最后,要对高镇同法的由来再做一个简要的说明。①高镇同法的基础严格来讲应该是最优拟合,最小二乘法只是其特例。在文献[11]中已给出了一些很好的例子。②在文献[11]的基础上,不少学者^[12-15]都做了不少改进工作,取得了一定的成绩,特别是回看文献[15]离高镇同法只有一步之遥,很可惜没有再深入下去。③为了解决解析法出现的不自洽问题,不通过直接求相关系数极大值,而是利用scipy这个软件库将所有可能的相关系数求出来之后通过排序将最大值求出来,同时也将相应的威布尔参数求了出来。且从数学角度看此法对于负的相关系数也是同样适用的,很快就能推广到三参数疲劳性能曲线的拟合中使用。

6 结 论

1) 威布尔分布是一种全态分布,比正态分布更具有一般性,可以相信在大数据时代将发挥出更大的作用。特别是应用到疲劳统计学中具有100%可靠度的安全寿命,简称为安全寿命这个参

数,其涉及可靠性的实际应用领域中具有重大意义。

2) 将疲劳统计学智能化的一个重要切入点是将估计威布尔分布三参数智能化。威布尔分布的数学形式虽然比较复杂,但完全可用像高镇同法(充分利用Python的特点而创造出来的一种新算法)智能化地克服图解法和解析法的弱点,很方便地解决威布尔分布三参数的计算问题,不仅如此,同时可解决广义三参数疲劳性能曲线的拟合问题。

3) 疲劳统计学智能化不仅是实际应用中必不可少的一个工具,在理论研究中也是功不可没。例如,如何确定威布尔分布的无偏性和对称性,若没有计算机智能的帮助其计算复杂性也是令人却步的。

4) 本文提倡的疲劳统计学中的智能化主要是指:①不再需要各种各样的有关统计函数值的表,都可通过计算机得到;②所有的数据处理和图表都可由计算机自动完成;③只要给出(疲劳寿命)样本数据通过计算机就可判断该数据的总体服从的最佳分布(正态分布或威布尔分布),并同时给出该分布的参数。特别是高镇同法可使得威布尔分布的应用更加方便,对于其普及具有重大意义。

当然上面说的智能化还是处于初级阶段,这里有两层意思:一是疲劳统计学的智能化水平本身还不够高,二是使用的人还不够广泛,尽管Python已经非常容易学习和使用。随着计算机在疲劳统计学中的使用越益广泛和深入,可以相信达到比较成熟的智能化阶段并非遥不可及。

致谢 感谢力中国际融资租赁有限公司万伟浩先生对于本文及有关研究工作的支持。

参考文献 (References)

- [1] 高镇同. 疲劳应用统计学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986: 83, 136, 253.
GAO Z T. Fatigue applied statistics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1986: 83, 136, 253 (in Chinese).
- [2] 高镇同院士80华诞庆贺文集[Z]. 北京: 北京航空航天大学, 2008: 4.
Academician Gao Zhen-tong's 80th birthday celebration collection[Z]. Beijing: Beihang University, 2008: 4 (in Chinese).
- [3] 如何用MATLAB求威布尔分布三个参数[EB/OL]. (2013-06-09) [2020-05-01]. <http://www.cadedu.com/CADzhidao/matlab/2013-06-09/askcad40148.html>.
How to use MATLAB to find the three parameters of Weibull distribution[EB/OL]. (2013-06-09) [2020-05-01]. [http://](http://www.cadedu.com/CADzhidao/matlab/2013-06-09/askcad40148.html)

- www.cadedu.com/CADzhidao/matlab/2013-06-09/askcad40148.html(in Chinese).
- [4] 于晓红,张来斌,王朝晖,等.基于新的威布尔分布参数估计法的设备寿命可靠性分析[J].机械强度,2007,29(6):932-936.
YU X H,ZHANG L B,WANG Z H,et al. Reliability life analysis of the equipment based on new Weibull distribution parameter estimation method[J]. Mechanical Strength,2007,29(6):932-936(in Chinese).
- [5] 王海涛,陈星,段斐翡.三参数威布尔分布模型在系统的可靠性评估中的应用[J].机械与电子,2015(7):78-80.
WANG H T,CHEN X,DUAN F F. Estimation the system reliability based on 3-parameter Weibull distribution model[J]. Machinery and Electronics,2015(7):78-80(in Chinese).
- [6] 乔宏霞,郭向柯,朱彬荣.三参数 Weibull 分布的多因素作用下混凝土加速寿命试验[J].材料导报,2019,33(2):639-642.
QIAO H X,GUO X K,ZHU B R. Accessibility lift test of concrete under multiple factors based on three-parameter Weibull distribution[J]. Material Reports,2019,33(2):639-642(in Chinese).
- [7] 高镇同,熊峻江.疲劳可靠性[M].北京:北京航空航天大学出版社,2000:86,315-319.
GAO Z T,XIONG J J. Fatigue reliability[M]. Beijing:Beihang University Press,2000:86,315-319(in Chinese).
- [8] 茆诗松,王静龙,濮晓龙.高等数理统计[M].2版.北京:高等教育出版社,2006:31-32.
MAO S S,WANG J L,PU X L. Advanced mathematical statistics[M]. 2nd ed. Beijing:Higher Education Press,2006:31-32(in Chinese).
- [9] HOGG R V,MCKEAN J W,CRAI A T. 数理统计导论[M].7版.北京:机械工业出版社,2015:174-175.
HOGG R V,MCKEAN J W,CRAIG A T. Introduction to mathematical statistics[M]. 7th ed. Beijing:Machinery Industry Press,2015:174-175(in Chinese).
- [10] TRIVEDI K S. 计算机应用与可靠性工程中的概率统计[M].2版.北京:电子工业出版社,2015:601-602.
TRIVEDI K S. Probability and statistics with reliability, queuing, and computer science applications[M]. 2nd ed. Beijing: Electronic Industry Press,2015:601-602(in Chinese).
- [11] 傅惠民,高镇同.确定威布尔分布三参数的相关系数优化法[J].航空学报,1990,11(7):323-327.
FU H M,GAO Z T. An optimization method of correlation coefficient for determining a three-parameters Weibull distribution[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,1990,11(7):323-327(in Chinese).
- [12] 吴立言,刘更,王步瀛.可靠性分析的三参数法[J].航空学报,1995,16(3):376-380.
WU L Y,LIU G,WANG B Y. Three-moment method for reliability analysis[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,1995,16(3):376-380(in Chinese).
- [13] 胡恩平,罗兴柏,刘国庆.三参数 Weibull 分布几种常用的参数估计方法[J].沈阳工业学院学报,2000,19(3):89-93.
HU E P,LUO X B,LIU G Q. Parameter estimating methods for the three parameters Weibull distribution[J]. Journal of Shenyang Institute of Technology,2000,19(3):89-93(in Chinese).
- [14] 徐远龙,徐人平.产品寿命分布分析和可靠度估计[J].机电产品开发与创新,2007,20(6):74-76.
XU Y L,XU R P. Lifetime distribution analysis and reliability estimation of production[J]. Development & Innovation of Machinery & Electrical Products,2007,20(6):74-76(in Chinese).
- [15] 赵冰锋,吴素君.三参数威布尔分布参数估计方法[J].金属热处理,2007,32:443-446.
ZHAO B F,WU S J. Parameter estimation method for 3-parameter Weibull distribution[J]. Metal Heat Treatment,2007,32:443-446(in Chinese).

Gao Zhentong method in intelligentization of statistics in fatigue

XU Jiajin*

(L&Z International Leasing Co. Ltd., Guangzhou 510620, China)

Abstract: The Weibull distribution plays a very important role in statistics in fatigue, but the Weibull distribution of the three parameters is more complicated in mathematical form. The three parameters can be estimated through sample data. One is the “Weibull probability paper”, but this method is inconvenient to use and the error is relatively large. The other is the “analytical method”. To solve the three simultaneous transcendental equations, although it can be solved by a computer, there is still the problem of “incompatibility”. To this end, an intelligent solution—Gao Zhentong method is proposed, which makes full use of the characteristics of Python and can conveniently give the three parameters of Weibull distribution at the same time. This lays a solid foundation for the theoretical research, practical application and intelligentization of statistics in fatigue of Weibull distribution.

Keywords: three-parameter Weibull distribution; safe life; Python; Gao Zhentong method; intelligent fatigue statistics

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0358

风偏差对火箭最大气动载荷精度的影响



程胡华¹, 李娟², 肖云清^{3,4,*}, 沈洪标⁵, 赵亮⁶

- (1. 中国人民解放军 63729 部队, 太原 030027; 2. 中国人民解放军 61741 部队, 北京 100094;
3. 中国气象局 旱区特色农业气象灾害监测预警与风险管理重点实验室, 银川 750013;
4. 银川市气象局, 银川 750011; 5. 中国人民解放军 32018 部队, 北京 100094;
6. 中国科学院大气物理研究所 大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029)

摘 要: 高空风的预报精度对运载火箭的飞行安全有重要影响, 主要表现在对运载火箭飞行中的最大气动载荷的精度影响。以某地区实况风为基准, 分析了高空风预报值产生的风偏差对火箭最大气动载荷参数精度的影响。结果表明: 最大气动载荷预报值的精度随高空风预报时效延长而降低, 其相对误差从第 1 天的 5.68% 增长到第 11 天的 26.49%; 且最大气动载荷预报值精度与季节有关, 该预报精度在秋季最高, 春季最低。研究结果在火箭发射的飞行保障及安全决策方面具有参考价值。

关键词: 运载火箭; 风偏差; 最大气动载荷预报值; 精度特征; 季节

中图分类号: V411.8

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2034-09

近年来, 中国在航天领域取得一系列丰硕成果, 运载火箭作为航天技术领域里的核心之一, 在发射之前, 除需要考虑运载火箭本身是否满足条件外, 还需考虑气象环境的影响。例如, 运载火箭在高空飞行时, 会受到较大的高空风载作用, 轻则影响火箭发射的精度, 重则导致箭体弯曲折断, 造成飞行失败。因此, 在火箭设计、研制、发射和飞行阶段, 发射场的高空风资料具有非常重要的价值^[1-5]。

为避免高空风对运载火箭飞行的不利影响, 在火箭发射前, 需为运载火箭提供发射场未来几天的高空风预报值(简称预报风)。目前, 主要利用 GRAPES_GFS、欧洲细网格等数值天气预报模式的预报风资料, 计算得到未来几天内运载火箭的最大气动载荷($q\alpha_{\max}$)预报值。由于数值天气预报模式是在给定初值和边值条件下, 通过数值

积分计算, 求解描写天气演变过程的流体力学和热力学方程组, 并对未来做出定量和客观的预报^[6], 一方面, 初始场观测资料的不确定性、背景信息的不确定性及资料同化过程中产生的偏差会造成初值误差^[7-8], 另一方面, 大气本身是一个非常复杂的系统, 具有混沌特性^[9-11], 大气运动的耗散性及大气与不同下垫面之间的多尺度相互作用使模式的物理过程、动力框架和参数化方案对真实大气的描述不可避免地存在偏差, 从而造成模式误差。在初值误差和模式误差共同作用下, 导致数值天气预报模式的预报能力随预报日数延长而降低^[12-16]。荀学义等^[15]对内蒙古主要天气系统的预报性能检验时, 发现随着预报日数的增加, 数值天气预报模式预报能力会下降, 特别是 60 h 以后, 预报准确率明显下降。

因此, 预报风与实况风(探空气球资料)之间

收稿日期: 2020-07-24; 录用日期: 2021-01-08; 网络出版时间: 2021-02-18 08:56

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210215.1201.002.html

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项(XDA17010105)

* 通信作者. E-mail: xiaoyunqing00@163.com

引用格式: 程胡华, 李娟, 肖云清, 等. 风偏差对火箭最大气动载荷精度的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2034-2042. CHENG H H, LI J, XIAO Y Q, et al. Influence of wind deviation on rocket maximum aerodynamic load accuracy[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2034-2042 (in Chinese).

常存在差异,且该差异特征与预报日数紧密相关,导致利用预报风得到运载火箭的最大气动载荷预报值存在误差,且误差值与预报日数有关,实践表明,最大气动载荷预报值误差甚至会超过 $1\ 000\ \text{Pa} \cdot \text{rad}$ 。经分析,产生这种误差的原因主要有 2 个方面:①预报风与实况风之间,相同高度层的纬向风、经向风均存在误差,且误差大小与预报日数有关;②相对于实况风垂直分辨率,预报风的垂直分辨率偏低,可能漏掉大风速区,进一步导致最大气动载荷预报值误差偏大。本文将实况风插值到预报风气压层,研究相同垂直分辨率情况下,预报风产生的风偏差对最大气动载荷预报值精度的影响。通过研究预报风在不同预报日数、不同季节对运载火箭最大气动载荷预报值精度的影响,有利于后期采取有针对性的合理订正,进一步提高运载火箭飞行前的大气环境保障能力。

1 资料和处理方法

1.1 资料

本文所用资料为 2017 年 8 月 1 日—2019 年 7 月 31 日 GRAPES_GFS 数值天气预报模式的预报风和探空气球资料的实况风。实况风为每日 08:00(北京时间),在高度 $0 \sim 10\ \text{km}$ 、 $10 \sim 20\ \text{km}$ 范围内,间隔分别为 $0.20\ \text{km}$ 、 $0.50\ \text{km}$;数值天气预报模式的预报风为:每日 08:00 起报(北京时间),得到预报日数 11 天内的预报风,该预报风的水平分辨率为 $0.25^\circ \times 0.25^\circ$,垂直层数为 11 层(分别为 $1\ 000, 950, 925, 850, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100\ \text{hPa}$ ($1\ \text{hPa} = 100\ \text{Pa}$))。

1.2 处理方法

1) 预报风的水平分辨率为 $0.25^\circ \times 0.25^\circ$,为与实况风进行直接比较,采用双线性插值方法,将预报风的规则网格点数据插值到实况风资料所在位置。

2) 在垂直方向上,预报风资料为气压层,而实况风资料为高度层,故对预报风与实况风进行比较之前,先确保是相同高度层的气象要素,通过 3 次样条插值方法将实况风插值到模式气压层。

以实况风及其计算得到的最大气动载荷实况值为基准,通过计算预报风及其最大气动载荷预报值与实况资料之间的偏差、绝对差、相关系数、相对误差和偏差占有率,反映预报风及其最大气动载荷预报值的精度,其相应的计算公式如下:

$$D = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - y_i) \right] / n \quad (1)$$

$$A = \left[\sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \right] / n \quad (2)$$

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3)$$

$$R = 100 \sum_{i=1}^n \left(\frac{|x_i - y_i|}{y_i} \right) \quad (4)$$

式中: D 为偏差; A 为绝对差; C 为相关系数; R 为相对误差; n 为样本数; x 为预报风或最大气动载荷预报值; y 为实况风或最大气动载荷实况值;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

偏差占有率计算公式定义如下:

$$O = \begin{cases} 100 \left[\sum_{i=1}^n (x_i - y_i < -V) \right] / n \\ 100 \left[\sum_{i=1}^n (-V \leq x_i - y_i \leq V) \right] / n \\ 100 \left[\sum_{i=1}^n (x_i - y_i > V) \right] / n \end{cases} \quad (5)$$

式中: O 为偏差占有率; V 为选取的阈值;若 $x_i - y_i < -V$ 结果成立,则定义 $x_i - y_i < -V$ 的值为 1,否则值为 0;该定义同样适用于 $-V \leq x_i - y_i \leq V$ 和 $x_i - y_i > V$ 表达式。

反映高空风对运载火箭飞行影响参数的气动载荷 ($q\alpha$) 值表达式为: $q\alpha = q \sqrt{(\alpha')^2 + (\beta')^2}$, q 为动压头, α 为总攻角, α' 和 β' 分别为攻角和侧滑角。 $q\alpha$ 值反映了高空风对运载火箭飞行作用下产生的气动载荷,关于气动载荷的推导过程,参见文献[1],在此不再赘述。

2 预报风精度

2.1 纬向风预报精度

预报风与实况风之间的纬向风差异特征如图 1 所示。在预报日数 11 天内,纬向风偏差以负值为主(见图 1(a)),且随高度增加呈现增大、减小趋势,高层($300\ \text{hPa}$ 以上)纬向风偏差明显大于低层,图 1(a)中的纬向风偏差范围为 -2.46 (第 9 天 $200\ \text{hPa}$) $\sim 0.22\ \text{m/s}$ (第 1 天 $850\ \text{hPa}$),平均值为 $-0.63\ \text{m/s}$;与纬向风偏差变化特征不同(见图 1(a)),纬向风绝对差随高度增加呈现增大、减小变化趋势,随预报日数延长表现为一致增大特征(见图 1(b)),纬向风绝对差范围为 1.27 (第 1 天 $850\ \text{hPa}$) $\sim 10.87\ \text{m/s}$ (第 11 天 $300\ \text{hPa}$),平均值为 $4.00\ \text{m/s}$;整个高度层内的平均纬向风偏差、绝对差随预报日数变化特征与季节

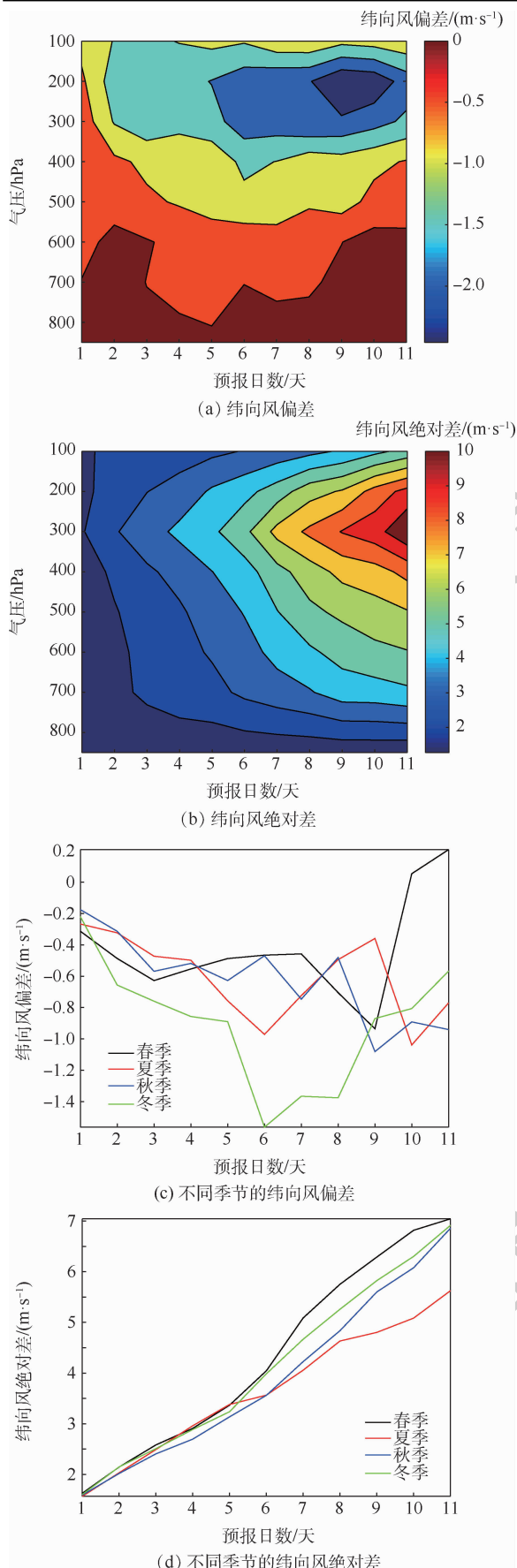


图1 预报风与实况风之间的纬向风差异随预报日数变化特征

Fig. 1 Zonal wind difference between forecast wind and real wind varies with the number of forecast days

有关(见图1(c)、(d)),在预报日数11天内,春、夏、秋、冬季的纬向风偏差均以负值为主,但它们之间的变化趋势及大小存在较明显差异(见图1(c)),其偏差值范围分别为-0.94(第9天)~0.21 m/s(第11天)、-1.04(第10天)~-0.27 m/s(第1天)、-1.08(第9天)~-0.18 m/s(第1天)、-1.56(第6天)~-0.22 m/s(第1天),对应的平均值分别为-0.43 m/s、-0.61 m/s、-0.62 m/s、-0.90 m/s,从小到大依次分别为春季、夏季、秋季、冬季;不同季节纬向风绝对差随预报日数延长呈现线性增大趋势(图1(d)),其中,春、夏、秋、冬季的纬向风绝对差范围分别为1.63(第1天)~7.04 m/s(第11天)、1.57(第1天)~5.63 m/s(第11天)、1.59(第1天)~6.86 m/s(第11天)、1.61(第1天)~6.91 m/s(第11天),对应的平均值分别为4.33 m/s、3.66 m/s、3.91 m/s、4.12 m/s,从小到大依次分别为夏季、秋季、冬季、春季。

2.2 经向风预报精度

预报风与实况风之间的经向风差异特征如图2所示。与纬向风偏差变化特征不同(见图1(a)),经向风偏差在预报日数第1~7天、第11天内以正值为主,而第8~10天内以负值为主(见图2(a)),图2(a)中经向风偏差范围为-0.51(第9天300 hPa)~0.91 m/s(第6天850 hPa),平均值为0.15 m/s;类似纬向风绝对差(见图1(b)),经向风绝对差同样随预报日数延长而增大,随高度增加呈现增大、减小变化趋势(见图2(b)),其绝对差值范围为1.42(第1天850 hPa)~9.34 m/s(第11天300 hPa),平均值为3.87 m/s;在整个高度范围内,经向风偏差、绝对差随预报日数变化特征同样与季节有关(见图2(c)、(d)),与纬向风偏差(图1(c))不同,春、夏、冬季经向风偏差以正值为主,而秋季以负值为主,春、夏、秋、冬季经向风偏差值范围分别为-0.15(第8天)~0.52 m/s(第5天)、0.01(第10天)~0.58 m/s(第3天)、-1.00(第9天)~0.25 m/s(第2天)、-0.12(第2天)~0.56 m/s(第8天),对应的平均值分别为0.30 m/s、0.32 m/s、-0.14 m/s、0.13 m/s,从小到大依次分别为冬季、秋季、春季、夏季;在图2(d)中,春、夏、秋、冬季经向风绝对差值范围分别为1.65(第1天)~6.62 m/s(第11天)、1.56(第1天)~5.92 m/s(第11天)、1.64(第1天)~6.30 m/s(第11天)、1.65(第1天)~6.60 m/s(第11天),对应的平均值分别为4.10 m/s、3.75 m/s、3.81 m/s、3.80 m/s,从小到大依次分别为夏季、冬季、秋季、春季。

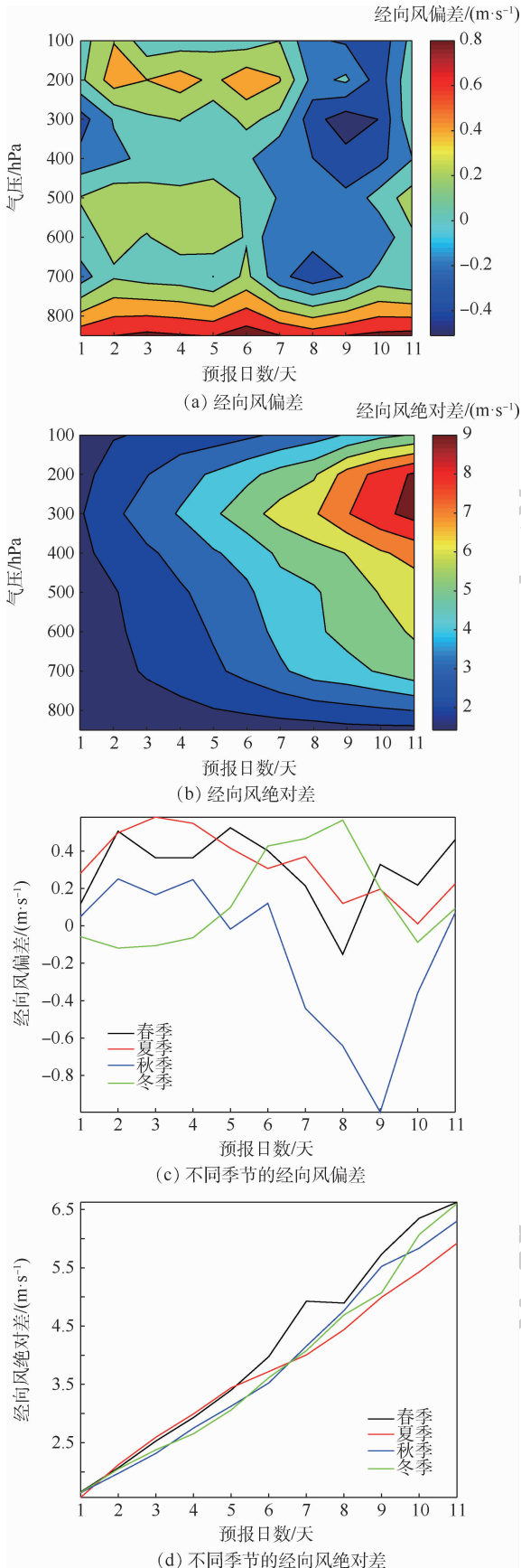


图 2 预报风与实际风之间的经向风差异随预报日数变化特征

Fig. 2 Meridional wind difference between forecast wind and real wind varies with the number of forecast days

3 最大气动载荷预报值精度

在 2017 年 8 月 1 日—2019 年 7 月 31 日,基于预报风、实况风计算得到某型运载火箭的最大气动载荷分别记为 $q\alpha_{\max}^F$ 、 $q\alpha_{\max}^R$,则在预报日数 11 天内, $q\alpha_{\max}^F$ 与 $q\alpha_{\max}^R$ 之间的偏差(以 $q\alpha_{\max}^R$ 为基准)、绝对差、相对误差、相关系数变化特征如图 3 所示。 $q\alpha_{\max}$ 偏差均为负值,且随预报日数延长呈现增大、减小趋势特征(见图 3(a)),其偏差值范围为 -135.16 (第 9 天) ~ -1.96 Pa \cdot rad (第 1 天),平均值为 -75.85 Pa \cdot rad; $q\alpha_{\max}$ 绝对差随预报日数延长呈现线性增大趋势特征(见图 3(b)),其值范围为 103.48 (第 1 天) ~ 483.73 Pa \cdot rad (第 11 天),平均值为 278.22 Pa \cdot rad;类似 $q\alpha_{\max}$ 绝对差变化特征, $q\alpha_{\max}$ 相对误差随预报日数延长同样表现为线性增大趋势特征(见图 3(c)),其值范围为 5.68% (第 1 天) $\sim 26.49\%$ (第 11 天),平均值为 15.43% ; $q\alpha_{\max}$ 相关系数随预报日数延长呈现减小趋势(见图 3(d)),其值范围为 0.63 (第 11 天) ~ 0.91 (第 2 天),平均值为 0.82 。因此, $q\alpha_{\max}$ 预报值精度随预报日数延长而降低。

类似预报风,最大气动载荷预报值的偏差、绝对差、相对误差、相关系数随预报日数变化同样与季节有关(见图 4)。从图 4(a)可看出,春季和夏季的 $q\alpha_{\max}$ 偏差较大,秋季和冬季的 $q\alpha_{\max}$ 偏差较小,春、夏、秋、冬季的 $q\alpha_{\max}$ 偏差值范围分别为 -199.17 (第 9 天) ~ -3.37 Pa \cdot rad (第 1 天)、 -115.31 (第 9 天) ~ -16.60 Pa \cdot rad (第 1 天)、 -146.78 (第 10 天) ~ 1.56 Pa \cdot rad (第 1 天)、 -119.96 (第 9 天) ~ 13.08 Pa \cdot rad (第 1 天),对应的平均值分别为 -90.99 Pa \cdot rad、 -87.11 Pa \cdot rad、 -63.66 Pa \cdot rad、 -59.03 Pa \cdot rad,由小到大依次分别为冬季、秋季、夏季、春季;不同季节的 $q\alpha_{\max}$ 绝对差随预报日数延长均表现线性增大趋势(见图 4(b)),春、夏、秋、冬季的 $q\alpha_{\max}$ 绝对差值范围分别为 106.86 (第 1 天) ~ 510.28 Pa \cdot rad (第 11 天)、 102.07 (第 1 天) ~ 417.75 Pa \cdot rad (第 11 天)、 90.92 (第 1 天) ~ 475.99 Pa \cdot rad (第 11 天)、 117.59 (第 1 天) ~ 541.92 Pa \cdot rad (第 11 天),平均值分别为 311.31 Pa \cdot rad、 259.65 Pa \cdot rad、 254.18 Pa \cdot rad、 291.32 Pa \cdot rad,由小到大依次分别为秋季、夏季、冬季、春季;类似绝对差, $q\alpha_{\max}$ 相对误差随预报日数延长均表现为线性增大趋势(见图 4(c)),其中,春季、夏季的 $q\alpha_{\max}$ 相对误差在各个预报日数均大于相应的秋季和冬季,春、夏、

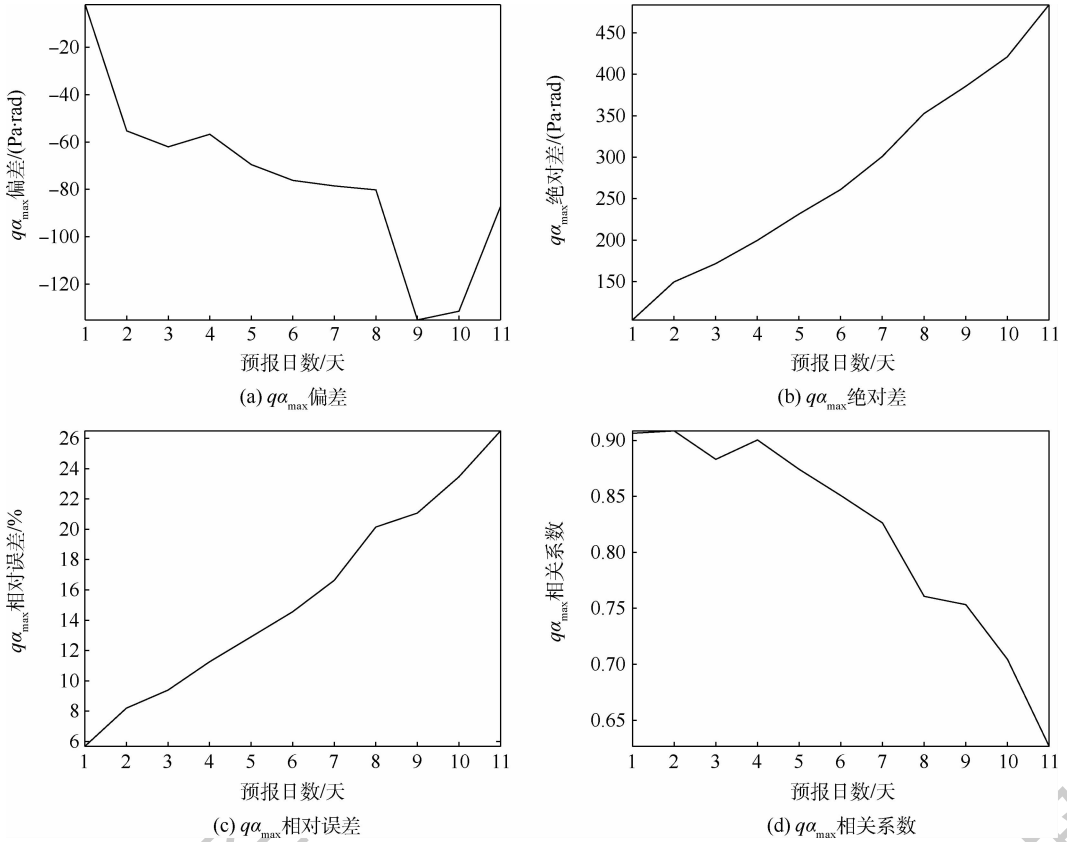


图3 $q\alpha_{\max}^F$ 与 $q\alpha_{\max}^R$ 之间的差异随预报日数变化特征

Fig. 3 Difference between $q\alpha_{\max}^F$ and $q\alpha_{\max}^R$ varies with the number of forecast days

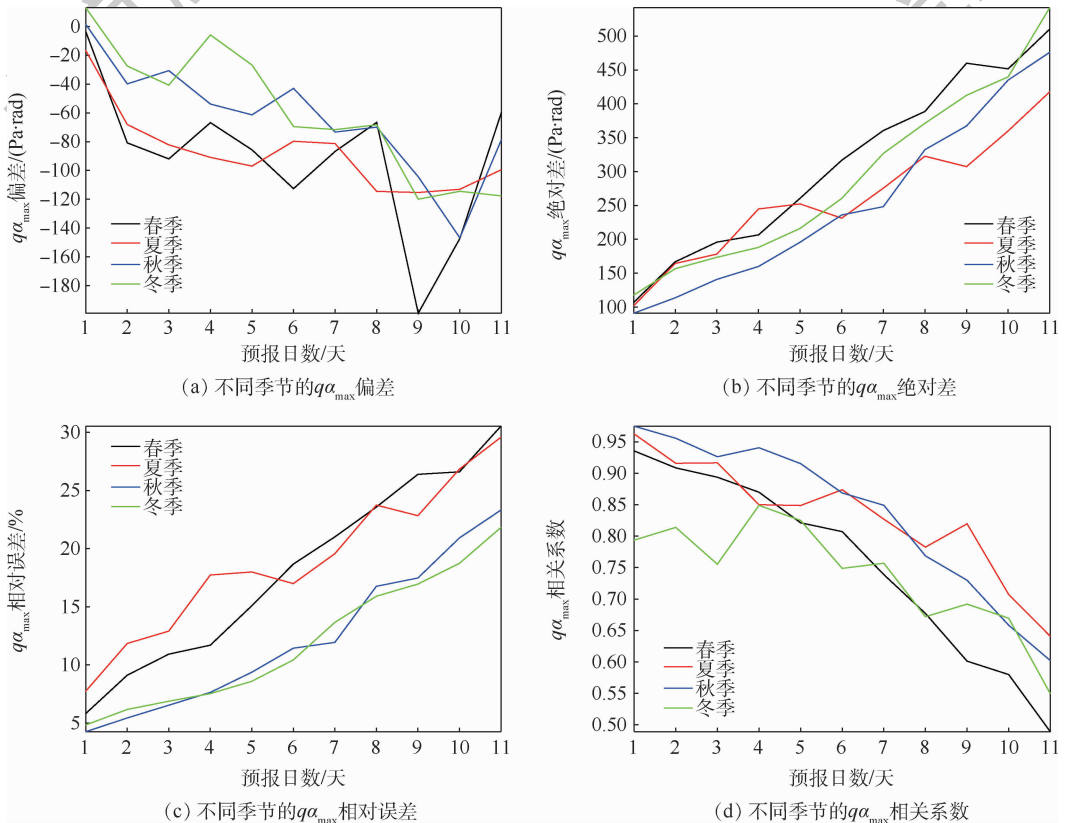


图4 不同季节 $q\alpha_{\max}^F$ 与 $q\alpha_{\max}^R$ 之间的差异随预报日数变化特征

Fig. 4 Difference between $q\alpha_{\max}^F$ and $q\alpha_{\max}^R$ in different seasons varies with the number of forecast days

秋、冬季的 $q\alpha_{\max}$ 相对误差范围分别为 5.82% (第 1 天) ~ 30.52% (第 11 天)、7.74% (第 1 天) ~ 29.57% (第 11 天)、4.26% (第 1 天) ~ 23.32% (第 11 天)、4.84% (第 1 天) ~ 21.82% (第 11 天),对应的平均值分别为 18.13%、18.89%、12.28%、11.96%,由小到大依次分别为冬季、秋季、春季、夏季;不同季节的 $q\alpha_{\max}$ 相关系数随预报日数延长的演变特征如图 4(d) 所示,可看出,除冬季表现为增大、减小变化趋势外,其他季节均为减小趋势,其中,春、夏、秋、冬季节的 $q\alpha_{\max}$ 相关系数范围

分别为 0.49(第 11 天) ~ 0.94(第 1 天)、0.64(第 11 天) ~ 0.96(第 1 天)、0.60(第 11 天) ~ 0.97(第 1 天)、0.55(第 11 天) ~ 0.85(第 4 天),对应的平均值分别为 0.76、0.83、0.84、0.74,由小到大依次冬季、春季、夏季、秋季。通过对图 4 进行综合判断,不同季节的最大气动载荷预报值精度均随预报日数延长而降低,其中,秋季的最大气动载荷预报值精度最高、夏季和冬季次之,春季最低。

在预报日数 11 天内, $q\alpha_{\max}$ 偏差在不同区间内占有率随预报日数变化特征如图 5 所示。从该图

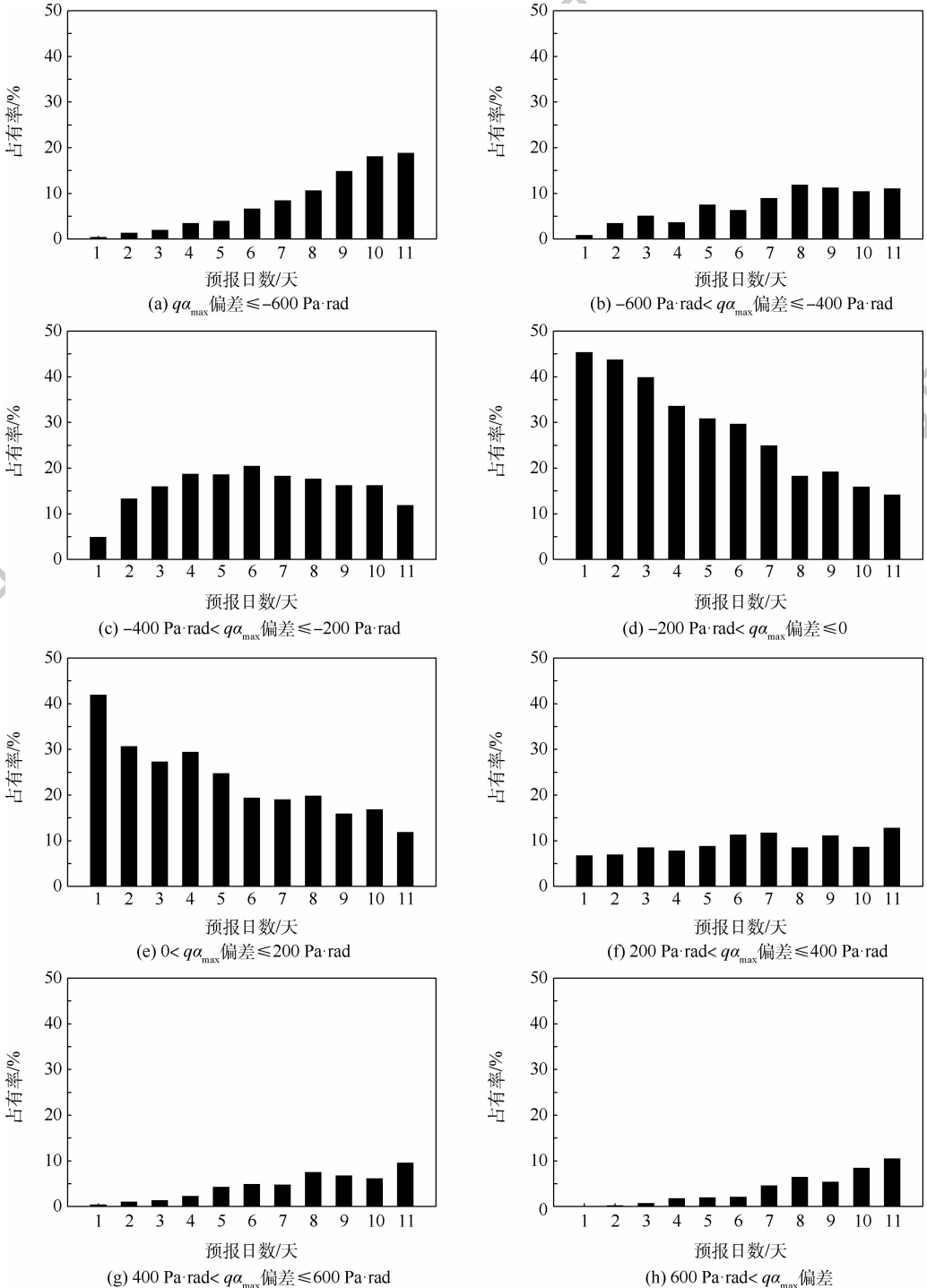


图 5 $q\alpha_{\max}$ 偏差在不同区间范围内的占有率随预报日数变化特征

Fig. 5 Variation characteristics of occupancy rate of $q\alpha_{\max}$ deviation in different intervals with the number of forecast days

可看出, $q\alpha_{\max}$ 偏差在不同预报日数均存在正值、负值, 在相同区间范围, 不同预报日数之间的占有率大小存在差异, 且不同区间范围在相同预报日数之间的占有率同样存在明显差异, 在 $(-\infty, -600] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间, 占有率随预报日数延长呈现明显增大趋势 (见图 5(a)), 值范围为 0.31% (第 1 天) ~ 18.76% (第 11 天), 即第 11 天为第 1 天的 60.52 倍; 类似 $(-\infty, -600] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间, 占有率在 $(-600, -400] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间内随预报日数延长呈现增大趋势, 但占有率最大值不超过 12% (见图 5(b)), 其值范围为 0.78% (第 1 天) ~ 11.80% (第 8 天), 即第 8 天为第 1 天的 15.13 倍; 与图 5(a)、(b) 不同, 占有率在 $(-400, -200] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间内随预报日数延长表现为增大、减小趋势 (见图 5(c)), 且占有率最大值超过 20%, 其值范围为 4.82% (第 1 天) ~ 20.37% (第 6 天), 即第 6 天为第 1 天的 4.23 倍; 与图 5(a) ~ (c) 明显不同, 在 $(-200, 0] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间, 占有率随预报日数延长呈现明显减小趋势 (见图 5(d)), 且占有率最大值超过 45%, 值范围为 14.11% (第 11 天) ~ 45.26% (第 1 天), 第 1 天为第 11 天的 3.21 倍; 类似 $(-200, 0] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间, 占有率在 $(0, 200] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间随预报日数延长同样呈现减小趋势, 且占有率最大值超过 40% (见图 5(e)), 其值范围为 11.78% (第 11 天) ~ 41.84% (第 1 天), 第 1 天为第 11 天的 3.55 倍; 在 $(200, 400] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间, 占有率随预报日数延长的变化较小, 且占有率最大值不超过 12% (见图 5(f)), 其值范围为 6.69% (第 1 天) ~ 12.71% (第 11 天), 第 11 天为第 1 天的 1.90 倍; 占有率在 $(400, 600] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间内随预报日数延长而增大, 但占有率最大值不超过 10% (见图 5(g)), 其值范围为 0.31% (第 1 天) ~ 9.46% (第 11 天), 第 11 天占有率为第 1 天的 30.52 倍; 类似 $(400, 600] \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间, 占有率在 $(600, +\infty) \text{ Pa} \cdot \text{rad}$ 区间内同样随预报日数延长呈现增大趋势, 但最大值不超过 11% (见图 5(h)), 且第 1 天的占有率为 0, 其值范围为 0 (第 1 天) ~ 10.39% (第 11 天)。在预报日数第 1 ~ 11 天内, $q\alpha_{\max}$ 偏差值为负值的占有率分别为 51.17%、61.49%、62.52%、59.07%、60.56%、62.68%、60.25%、58.07%、61.18%、60.31%、55.66%, 即各个预报日数的 $q\alpha_{\max}$ 偏差值均以负值为主。

4 结 论

利用预报风得到的最大气动载荷预报值精度

特征, 未见相关研究, 因此, 若以最大气动载荷预报值是否超过阈值作为判断火箭能否发射的依据, 会存在一定的决策风险; 以 2017 年 8 月 1 日—2019 年 7 月 31 日某地区实况风为基准, 研究预报风产生的风偏差对最大气动载荷预报值精度特征影响, 得到主要结论如下:

1) 预报风精度随预报日数延长呈现降低趋势特征, 且不同季节的预报风精度存在一定差异。

2) 最大气动载荷预报值精度随预报日数延长而降低; 其绝对差由第 1 天的 103.48 $\text{Pa} \cdot \text{rad}$ 增大到第 11 天的 483.73 $\text{Pa} \cdot \text{rad}$ 、相对误差由第 1 天的 5.68% 增长到第 11 天的 26.49%。

3) 不同季节的最大气动载荷预报值精度均随预报日数延长而降低, 最大气动载荷预报值精度在秋季最高、在夏季和冬季次之, 在春季最低; 这可能与预报风精度在秋季较高, 春季较低有关。

4) $q\alpha_{\max}$ 偏差在不同预报日数均存在正值、负值, 但以负值为主, 这可能与预报风偏差以负值为主有关; 在预报日数第 1 ~ 11 天内, $q\alpha_{\max}$ 的负偏差占有率范围为 51.17% (第 1 天) ~ 62.68% (第 6 天)。

通过研究, 有利于认清在相同垂直分辨率情况下, 预报风产生的风偏差对最大气动载荷预报值精度影响及其随预报日数延长的变化特征, 以及最大气动载荷偏差在不同预报日数、不同区间范围内分布特征, 从而开展合理的订正, 提前为运载火箭飞行提供更加准确的最大气动载荷预报订正值, 有利于提高运载火箭飞行的保障能力。后期通过提高预报风的预报精度, 减少风偏差, 进一步提高最大气动载荷预报精度, 是提高运载火箭飞行保障能力的更好方法。

参考文献 (References)

- [1] 李效明, 许北辰, 陈存芸. 一种运载火箭减载控制工程方法[J]. 上海航天, 2004, 21(6): 7-14.
LI X M, XU B C, CHEN C Y. An engineering method on the control of decreasing load for a launch vehicle[J]. Aerospace Shanghai, 2004, 21(6): 7-14 (in Chinese).
- [2] 廖沫, 张平, 陈宗基. 运载火箭载荷主动减载控制律的设计与仿真[J]. 计算机仿真, 2006, 23(1): 54-58.
LIAO M, ZHANG P, CHEN Z J. Design and simulation of active load-reducing control law of launch vehicle[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2006, 23(1): 54-58 (in Chinese).
- [3] 宋征宇. 运载火箭飞行减载控制技术[J]. 航天控制, 2013, 31(5): 3-8.
SONG Z Y. Load control technology in launch vehicle[J]. Aerospace Control, 2013, 31(5): 3-8 (in Chinese).

- [4] 耿光有,李东.由火箭一级飞行弹道分析底部力等动力参数[J].导弹与航天运载技术,2014,335(5):10-13.
GENG G Y,LI D. Analysis of dynamic parameters such as base-force for 1st stage of a launch vehicle via the trajectory[J]. Missiles and Space Vehicles, 2014, 335(5):10-13 (in Chinese).
- [5] 杨伟奇,许志,唐硕,等.基于自抗扰的运载火箭主动减载控制技术[J].北京航空航天大学学报,2016,42(1):130-137.
YANG W Q,XU Z,TANG S, et al. Active disturbance rejection control method on load relief system for launch vehicles[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016,42(1):130-137 (in Chinese).
- [6] 周毅,候志明,刘宇迪.数值天气预报基础[M].北京:气象出版社,2003:1-23.
ZHOU Y, HOU Z M, LIU Y D. Fundamentals of numerical weather forecast [M]. Beijing: China Meteorological Press, 2003:1-23.
- [7] HOUTEKAMER P L, LEFAIVRE L, DEROME J, et al. A system simulation approach to ensemble prediction[J]. Monthly Weather Review, 1996, 124(6):1225-1242.
- [8] 井立红,高婧,赵忠,等.数值预报模式在新疆塔城地区降水预报中的检验[J].干旱气象,2017,35(1):134-141.
JING L H, GAO J, ZHAO Z, et al. Test and comparative analysis on precipitation forecast based on several numerical forecast models in Tacheng of Xinjiang[J]. Journal of Arid Meteorology, 2017, 35(1):134-141 (in Chinese).
- [9] LORENZ E N. A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model[J]. Tellus, 1965, 17(3):321-333.
- [10] LORENZ E N. Atmospheric predictability experiments with a large numerical model[J]. Tellus, 1982, 34(6):505-513.
- [11] 陈超君,王东海,李国平,等.冬季高海拔复杂地形下 GRAPES-Meso 要素预报的检验评估[J].气象,2012,38(6):657-668.
CHEN C J, WANG D H, LI G P, et al. A study of the GRAPES-Meso prediction verification for high altitude and complex terrain during winter time [J]. Meteorological Monthly, 2012, 38(6):657-668 (in Chinese).
- [12] 张宁娜,黄阁,吴曼丽,等.2010年国内外3种数值预报在东北地区的预报检验[J].气象与环境学报,2012,28(2):28-33.
ZHANG N N, HUANG G, WU M L, et al. Contrastive verification of three numerical prediction products in the northeast of China in 2010 [J]. Journal of Meteorology and Environment, 2012, 28(2):28-33 (in Chinese).
- [13] 潘留杰,张宏芳,朱伟军,等. ECMWF 模式对东北半球气象要素场预报能力的检验[J].气候与环境研究,2013,18(1):111-123.
PAN L J, ZHANG H F, ZHU W J, et al. Forecast performance verification of the ECMWF model over the northeast hemisphere [J]. Climatic and Environmental Research, 2013, 18(1):111-123 (in Chinese).
- [14] 万瑜,曹兴,窦新英,等. ECMWF 细网格数值预报产品在乌鲁木齐东南大风预报中的释用[J].沙漠与绿洲气象,2014,8(1):32-38.
WAN Y, CAO X, DOU X Y, et al. The application of ECMWF refined net numerical forecast data in the southeast gale in Urumqi [J]. Desert and Oasis Meteorology, 2014, 8(1):32-38 (in Chinese).
- [15] 荀学义,孟雪峰,王学强,等. T639 和 EC 模式对内蒙古主要天气系统的预报性能检验[J].气象科技,2014,42(5):832-838.
XUN X Y, MENG X F, WANG X Q, et al. Verification and assessment of forecasting performance of general circulation systems in Inner Mongolia by T639 and EC model products [J]. Meteorological Science and Technology, 2014, 42(5):832-838 (in Chinese).
- [16] 尹姗,任宏昌.2017年9-11月 T639、ECMWF 及日本模式中 期预报性能检验[J].气象,2018,44(2):326-333.
YIN S, REN H C. Performance verification of medium-range forecasting by T639, ECMWF and Japan models from September to November 2017 [J]. Meteorological Monthly, 2018, 44(2):326-333 (in Chinese).

Influence of wind deviation on rocket maximum aerodynamic load accuracy

CHENG Huhua¹, LI Juan², XIAO Yunqing^{3,4,*}, SHEN Hongbiao⁵, ZHAO Liang⁶

(1. Unit 63729 of PLA, Taiyuan 030027, China; 2. Unit 61741 of PLA, Beijing 100094, China;

3. Key Laboratory for Meteorological Disaster Monitoring and Early Warning and Risk Management of Characteristic Agriculture in Arid Regions, China Meteorological Administration, Yinchuan 750013, China;

4. Yinchuan Meteorological Administration, Yinchuan 750011, China; 5. Unit 32018 of PLA, Beijing 100094, China;

6. State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China)

Abstract: The prediction accuracy of upper wind has an important impact on the flight safety of launch vehicle, which is mainly manifested in the impact on the accuracy of the maximum aerodynamic load. Based on wind field from sounding data in a region, the influence of wind deviation caused by upper wind forecast on the accuracy of rocket maximum aerodynamic load is analyzed. It is found that the accuracy of the maximum aerodynamic load forecast is significantly reduced with the extension of the upper wind forecast time. The relative error increases from 5.68% on the first day to 26.49% on the 11th day; the accuracy of the maximum aerodynamic load forecast is related to the season, with the highest forecast accuracy in autumn and the lowest in spring. These findings have reference value in the flight assurance and safety decision-making of rocket launch.

Keywords: launch vehicle; wind deviation; maximum aerodynamic load forecast; accuracy characteristics; seasons

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0441

功率级无刷直流电动机四象限运行模拟器设计



张磊, 郭宏, 徐金全*

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘 要: 针对无刷直流电动机(BLDCM)驱动控制器在研发过程中全工况测试困难、测试成本高和研发周期长的问题,提出了一种采用分区间采样和解算方法的、具有四象限运行能力的功率级(PHIL)无刷直流电动机模拟器,替代实物电动机和机械负载装置完成对两两导通控制方式下无刷直流电动机驱动控制器的各项性能测试与可靠性试验。该模拟器由实时仿真器、电动机模拟变换器和多级式双向变换器3部分组成,实时仿真器负责采集被测电动机驱动控制器输出的PWM电压,实时解算电动机模型得到三相电流指令,控制电动机模拟变换器生成三相电流,多级式双向变换器负责维持模拟器输入、输出间的能量平衡关系,从而实现四象限运行时无刷直流电动机的功率级模拟。实验结果表明:所提出的功率级无刷直流电动机模拟器模拟精度高、实时性好、测试灵活,能够有效替代实物电动机和机械负载装置,满足电动机驱动控制器的测试需求。

关键词: 功率级(PHIL)电动机模拟器; 四象限运行; 无刷直流电动机(BLDCM); 实时仿真器; 电动机模拟变换器

中图分类号: TM344

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-2043-15

对电动机驱动控制器进行功率级(PHIL)测试,是验证其驱动控制策略正确性、功率器件选型合理性的一种有效途径,其可帮助驱动控制器研发人员在设备研制初期对设计原理进行验证,及时发现设计缺陷,从而提高相关产品的研发效率。通常情况下,驱动控制器的研发人员需使用电动机负载试验台来完成此项测试^[1-2],但此类试验台内的电动机、机械负载装置、各类传感器和相关检测设备的安装过程费时、费力,会导致测试周期延长和测试成本增加。为克服电动机负载实验台的上述缺点,文献[3-4]提出利用“虚拟电动机”替代实物电动机和机械负载装置完成对电动机驱动控制器的功率级性能测试,并介绍了虚拟电动机的基本组成、实现原理和控制方法,同时利用实

验样机对一台4 kW感应电动机驱动控制器进行了测试,测试结果证明了其所提出的虚拟电动机的有效性。此后,该领域的研究人员为突出此类测试设备具有与被测电动机驱动控制器进行功率级交互的能力,而将其定义为功率级电动机模拟器,并针对模拟器拓扑结构、控制策略和电动机模型实时解算方法等问题进行了深入研究^[5-9]。

然而,目前所开展的研究工作均是以三相异步电动机、永磁同步电动机此类正弦波反电势电动机为研究对象,鲜有针对梯形波反电势的无刷直流电动机(BLDCM)的研究。与三相异步电动机、永磁同步电动机驱动控制器不同,实际应用中的无刷直流电动机驱动控制器通常采用两两导通的控制方式,由于这种驱动方式会对模拟器的信

收稿日期: 2020-08-21; 录用日期: 2020-10-09; 网络出版时间: 2020-10-29 15:18

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201029.1508.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(51707004); 航空科学基金(2016ZC51025); 中央高校基本科研业务费专项资金(YWF18BJY166)

* 通信作者. E-mail: xujinquan@buaa.edu.cn

引用格式: 张磊, 郭宏, 徐金全. 功率级无刷直流电动机四象限运行模拟器设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2043-2057. ZHANG L, GUO H, XU J Q. Design of four-quadrant power hardware-in-the-loop brushless DC motor emulator[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2043-2057 (in Chinese).

号采样、模型解算和电流控制过程产生非常大的影响,导致功率级无刷直流电动机模拟器不能直接采用正弦波反电势电动机中的功率级模拟器技术进行实现。

因此,本文将以功率级无刷直流电动机模拟器为研究对象,设计一种可有效模拟不同电压等级无刷直流电动机运行特性的、具有四象限运行能力的模拟器拓扑。首先,基于该拓扑,设计一种适合用于解算两两导通控制方式下无刷直流电动机运行状态的实时解算模型;然后,提出一种适用于该拓扑的模拟器三相电流控制方法,用于实现模型解算结果向功率级电流的转化。最后,设计并开发 10 kW 等级功率级无刷直流电动机模拟器原理样机,并构建电动机驱动控制器测试平台,通过实验验证所提出模拟器实现方法的有效性。

1 模拟器拓扑设计

为有效替代真实无刷直流电动机和机械负载装置完成对驱动控制器的各项性能测试,本文提出由实时仿真器、电动机模拟变换器、多级式双向变换器 3 部分来构成功率级无刷直流电动机模拟器,如图 1 所示。图中:被测无刷直流电动机驱动控制器输出三相电压为 u_A 、 u_B 、 u_C ,其直流母线电压为 u_{DC} ;电动机模拟变换器输入侧三相电压为 u_a 、 u_b 、 u_c ,直流母线电压为 u_{dc} ;多级式双向变换器直流母线电压为 u'_{dc} ,电网侧三相电压为 u'_a 、 u'_b 、 u'_c 。

实时仿真器通过电压采样电路采集被测无刷直流电动机驱动控制器输出的 PWM 电压,将其作为仿真器内部无刷直流电动机实时解算模型的输入量完成对电动机实时状态的解算。随后,实时仿真器一方面将通过模拟输出电动机内部传感器信号将电动机实时状态提供给驱动控制器,用于驱动控制器更新 PWM 电压;另一方面将三相绕组电流的解算结果传递给电动机模拟变换器控制系统。变换器控制系统将以此电流为参考信号,以功率级无刷直流电动机模拟器三相电流为反馈信号,通过电流滞环生成电动机模拟变换器的驱动信号,控制模拟器三相电流跟踪实时解算模型的电流计算结果,从而实现对无刷直流电动机的功率级模拟。

此外,本文采用一个由双向 DC/DC 变换器和能量回馈变换器构成的多级式双向变换器来控制电动机模拟变换器直流侧电压,以实现模拟不同电压等级无刷直流电动机运行特性的目的,同时利用多级式双向变换器来维持驱动控制器与功率级无刷直流电动机模拟器间的能量平衡,实现模拟器的四象限运行功能。当功率级无刷直流电动机模拟器模拟无刷直流电动机电动运行时,多级式双向变换器负责将从被测电动机驱动控制器处获得的能量回馈交流电网;当模拟无刷直流电动机回馈制动时,多级式双向变换器则将电网能量提供给被测电动机驱动控制器。

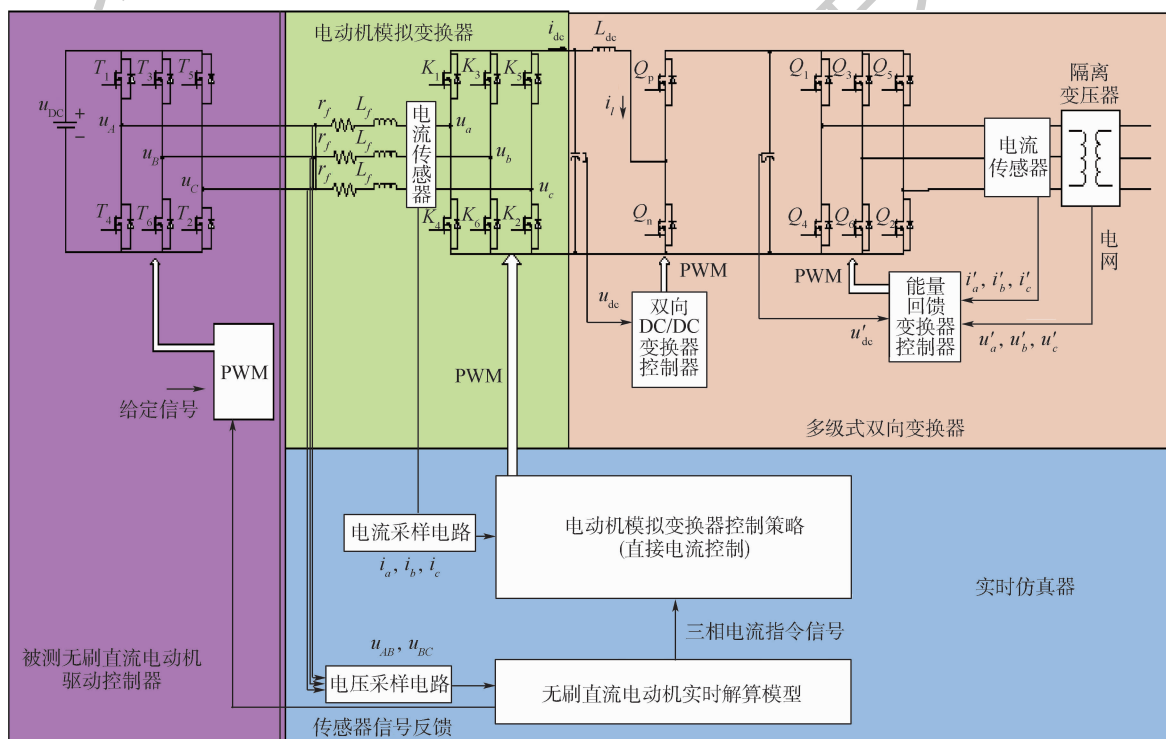


图 1 功率级无刷直流电动机模拟器拓扑

Fig. 1 Topology of power hardware-in-the-loop BLDCM emulator

2 无刷直流电动机实时解算模型

2.1 无刷直流电动机的解算模型

目前,用于解算无刷直流电动机运行状态的数学模型主要有物理结构模型和集中参数模型。其中物理结构模型,如有限元模型、高阶等效磁路模型,由于考虑了电动机内部的非线性现象及空间效应,具有较高的仿真精度,但此类模型计算时间长,不适合直接用于实时仿真^[10-13]。而集中参数模型通过对电动机内部的非线性现象及空间效应进行近似处理,用微分方程的形式描述电动机的基本运行特性,虽然模型精度不高,但因其简单而快速的计算过程已经在实时仿真中得到了广泛应用^[14-16]。为了能够在所提出电路拓扑结构下,实现对无刷直流电动机运行特性的实时解算,本文将应用集中参数模型来完成对无刷直流电动机运行状态的解算。下面将以一台四极三相无刷直流电动机为例,提取其微分方程,为简化分析过程,进行了如下假设^[17]:

- 1) 忽略铁心饱和,不计涡流损耗和磁滞损耗。
- 2) 不计电枢反应,气隙磁场分布近似认为是平顶宽度 120° 电角度的梯形波。
- 3) 忽略齿槽效应,电枢导体连续均匀分布于电枢表面。
- 4) 电动机定子三相完全对称,且 Y 接。
- 5) 电动机驱动器中开关管与续流二极管均具有理想的开关特性。

则无刷直流电动机三相绕组电压平衡方程为

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: i_a 、 i_b 、 i_c 为三相绕组电流; e_a 、 e_b 、 e_c 为三相绕组感应反电动势; r 为相绕组内阻; L 为定子每相绕组自感; M 为任意两相绕组间的互感; p 为微分算子,且有 $p = d/dt$ 。

则无刷直流电动机电磁转矩可表示为

$$T_e = \frac{1}{\omega} (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c) \quad (2)$$

式中: T_e 为电磁转矩; ω 为电动机机械角速度。

则电动机的机械运动方程为

$$T_e - T_L - B\omega = J \frac{d\omega}{dt} \quad (3)$$

式中: T_L 为电动机负载转矩; J 为电动机转子和机械负载装置的转动惯量; B 为阻尼系数。

为了使式(1)、式(3)中连续时间系统下的无刷直流电动机数学模型能够在实时仿真器的离散

时间系统下运行,可采用 Euler、Runge-Kutta、Adams 等常用的数值积分方法对上述电动机常微分方程进行求解。考虑到本文实时仿真器中所采用计算核心的运算性能,选择占用计算资源较少的 Euler 法对上述公式进行求解,从而来保证实时仿真器内模型解算过程的实时性、准确性,则无刷直流电动机的实时解算模型为

$$\begin{cases} i_a(k+1) = i_a(k) + \frac{h}{L-M} [-ri_a(k) + u_A(k) - e_a(k)] \\ i_b(k+1) = i_b(k) + \frac{h}{L-M} [-ri_b(k) + u_B(k) - e_b(k)] \\ i_c(k+1) = i_c(k) + \frac{h}{L-M} [-ri_c(k) + u_C(k) - e_c(k)] \\ \omega(k+1) = \omega(k) + \frac{h}{J} [T_e(k) - B\omega(k) - T_L(k)] \end{cases} \quad (4)$$

式中: h 为实时仿真器的仿真步长; $i_a(k)$ 、 $u_A(k)$ 、 $e_a(k)$ 、 $\omega(k)$ 表示第 k 次采样周期时的变量值; $k = 1, 2, \dots, n$ 为采样点数。

由式(4)可见,实时仿真器可将测量到的电动机驱动控制器输出相电压作为已知量,完成对无刷直流电动机运行状态的实时解算。然而,由于实际应用中的驱动控制器电源中性点并不引出,导致难以对其输出相电压进行测量,式(4)不适用于对图 1 所示拓扑结构下功率级无刷直流电动机模拟器内电动机模型的实时解算。为了使实时仿真器内的无刷直流电动机数学模型能够直接应用被测电动机驱动控制器输出的 PWM 电压进行电动机运行状态的解算,本文对被测电动机驱动控制器输出线电压进行测量,并通过基于线电压的无刷直流电动机绕组电压平衡方程来完成对电动机三相绕组电流的解算,因此式(1)可改写为

$$\begin{bmatrix} u_{AB} \\ u_{BC} \\ u_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & -r & 0 \\ 0 & r & -r \\ -r & 0 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L-M & M-L & 0 \\ 0 & L-M & M-L \\ M-L & 0 & L-M \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a - e_b \\ e_b - e_c \\ e_c - e_a \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: u_{AB} 、 u_{BC} 、 u_{CA} 为驱动控制器输出到无刷直流电动机定子三相绕组上的线电压。

然而,应该注意到的是,三相无刷直流电动机驱动控制器通常采用三相全桥的主电路结构形式

和两两导通的控制方式,因此在驱动控制器的工作过程中,三相支路会出现两相导通、一相悬空的组合状态。而在图1所示拓扑结构内,悬空相的存在会对被测无刷直流电动机驱动控制器输出线电压的测量产生不利的影 响,进而造成电动机数学模型解算结果的不准确。

2.2 无刷直流电动机数学模型的分区间采样和解算方法

为避免因悬空相而导致的无刷直流电动机数学模型解算结果的不准确,本文按照被测电动机驱动控制器主电路开关管的导通状态对控制器输出线电压进行分区间采样,利用区间内有效的线电压测量结果,分段完成对无刷直流电动机数学模型的解算。在三相全桥结构无刷直流电动机驱动控制器以两两导通控制方式运行时,一个电气周期内,其主电路中的6个开关管存在6种组合状态,且每种组合状态持续 60° 电角度。以图1被测电动机驱动控制器中的开关管 $T_1 \sim T_6$ 为例,这6种组合状态如表1所示。

若假设被测无刷直流电动机驱动控制器与真实无刷直流电动机相连,则当驱动控制器主电路中的 $T_1 T_6$ 导通时,控制器与真实电动机连接支路

表1 无刷直流电动机驱动控制器两两导通控制方式下主电路开关管的6种组合状态

Table 1 Six combination states of switches in power electronic converter of BLDCM under two-phase conduction control mode

| 组合状态 | 开关组合 | 导通相 | 有效线电压 |
|------|-----------|-----------|-----------------|
| I | $T_5 T_6$ | $C^+ B^-$ | $u_{CB} u_{BC}$ |
| II | $T_1 T_6$ | $A^+ B^-$ | $u_{AB} u_{BA}$ |
| III | $T_1 T_2$ | $A^+ C^-$ | $u_{AC} u_{CA}$ |
| IV | $T_3 T_2$ | $B^+ C^-$ | $u_{BC} u_{CB}$ |
| V | $T_3 T_4$ | $B^+ A^-$ | $u_{BA} u_{AB}$ |
| VI | $T_5 T_4$ | $C^+ A^-$ | $u_{CA} u_{AC}$ |

表2 不同开关组合状态下的三相绕组电流解算公式

Table 2 Three-phase winding current calculation equations in different combination states of switches

| 开关组合 | $di_a(k+1)$ | $di_b(k+1)$ | $di_c(k+1)$ |
|-----------|--|--|--|
| $T_5 T_6$ | 0 | $i_b(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{BC}(k) - ri_b(k) - e_b(k) \right]$ | $i_c(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{CB}(k) - ri_c(k) - e_c(k) \right]$ |
| $T_1 T_6$ | $i_a(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{AB}(k) - ri_a(k) - e_a(k) \right]$ | $i_b(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{BA}(k) - ri_b(k) - e_b(k) \right]$ | 0 |
| $T_1 T_2$ | $i_a(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{AC}(k) - ri_a(k) - e_a(k) \right]$ | 0 | $i_c(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{CA}(k) - ri_c(k) - e_c(k) \right]$ |
| $T_3 T_2$ | 0 | $i_b(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{BC}(k) - ri_b(k) - e_b(k) \right]$ | $i_c(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{CB}(k) - ri_c(k) - e_c(k) \right]$ |
| $T_3 T_4$ | $i_a(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{AB}(k) - ri_a(k) - e_a(k) \right]$ | $i_b(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{BA}(k) - ri_b(k) - e_b(k) \right]$ | 0 |
| $T_5 T_4$ | $i_a(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{AC}(k) - ri_a(k) - e_a(k) \right]$ | 0 | $i_c(k) + \frac{h}{L-M} \left[\frac{1}{2} u_{CA}(k) - ri_c(k) - e_c(k) \right]$ |

的电路状态如图2所示。可见,当 $T_1 T_6$ 导通时,被测无刷直流电动机驱动控制器的导通相为 $A^+ B^-$,即A相上桥臂导通、B相下桥臂导通。显然,该区间中线电压 u_{AB} 和 u_{BA} 的测量结果不受悬空相的影响,且驱动控制器与真实电动机连接支路内有

$$\begin{cases} i_a = -i_b \\ \frac{di_a}{dt} = -\frac{di_b}{dt} \\ e_a = -e_b \end{cases} \quad (6)$$

则通过式(5)、式(6)可得

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L-M} \left(\frac{1}{2} u_{AB} - ri_a - e_a \right) \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L-M} \left(\frac{1}{2} u_{BA} - ri_b - e_b \right) \\ \frac{di_c}{dt} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

以被测无刷直流电动机驱动控制器 $T_1 T_6$ 导通时的三相绕组电流解算过程为参考,易得驱动控制器主电路开关管6种组合状态下的三相绕组电流解算公式,采用Euler法对不同组合状态下的电流解算公式求解,即可获得无刷直流电动机三相绕组电流分区间的实时解算模型,如表2所示。利用表2对两两导通控制方式下的无刷直流电动机

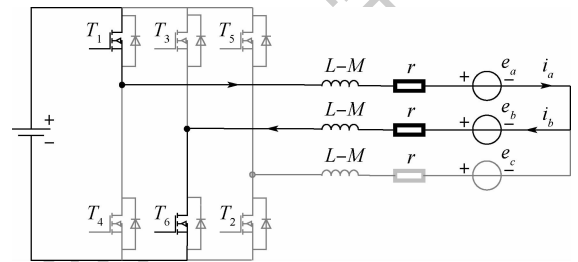


图2 $T_1 T_6$ 导通时的电路状态

Fig. 2 Circuit state while $T_1 T_6$ conducting

三相绕组电流进行分区求解,可有效避免悬空相对驱动控制器输出线电压测量结果产生的不利影响,从而提高电动机数学模型解算结果的准确性。

2.3 开关状态转换过程中的电流解算方法

接有真实无刷直流电动机的驱动控制器从一种开关状态向另一种开关状态转换时,真实电动机中的关断相绕组会通过驱动控制器中的二极管续流导通、释放储能。以驱动控制器从 T_1T_6 导通向 T_1T_2 导通转换为例,转换过程中驱动控制器与真实电动机连接支路的导通状态如图 3 所示。

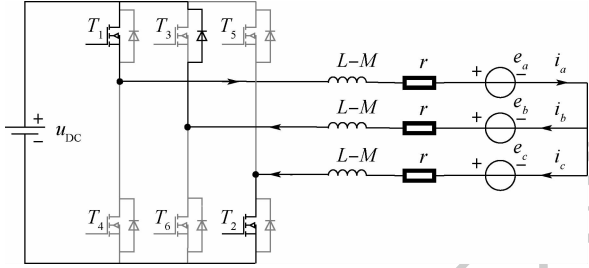


图 3 T_1T_6 导通向 T_1T_2 导通转换过程中的电路状态

Fig. 3 Circuit state during switching process between T_1T_6 and T_1T_2

由图 3 可见,由于无刷直流电动机 b 相绕组的续流作用,使得驱动控制器与真实电动机连接的 3 条支路内均有电流流过,该状态下无刷直流电动机三相绕组电流的解算模型与表 2 中的并不一致,通过图 3 可知,此时控制器与真实电动机的连接支路内有

$$\begin{cases} u_{AB} = 0 \\ u_{BC} = u_{DC} \\ u_{CA} = -u_{DC} \end{cases} \quad (8)$$

表 3 转换过程中各相支路电流实时解算公式

Table 3 Real-time calculation equations of each phase branch current during switching process

| 支路状态 | 电流方向 | 电流解算公式 | 初始值 |
|------|------|--|---------------|
| 持续导通 | 正向 | $i_n(k+1) = i_n(k) + h \frac{u_{DC} - 4E}{3(L-M)}$ | $i_n(0) = I$ |
| | 反向 | $i_n(k+1) = i_n(k) - h \frac{u_{DC} - 4E}{3(L-M)}$ | $i_n(0) = -I$ |
| 续流导通 | 正向 | $i_n(k+1) = i_n(k) - h \frac{u_{DC} + 2E}{3(L-M)}$ | $i_n(0) = I$ |
| | 反向 | $i_n(k+1) = i_n(k) + h \frac{u_{DC} + 2E}{3(L-M)}$ | $i_n(0) = -I$ |
| 开通 | 正向 | $i_n(k+1) = i_n(k) + h \frac{2(u_{DC} - E)}{3(L-M)}$ | $i_n(0) = 0$ |
| | 反向 | $i_n(k+1) = i_n(k) - h \frac{2(u_{DC} - E)}{3(L-M)}$ | $i_n(0) = 0$ |

注: n 代表 a, b, c 。

3 功率级无刷直流电动机模拟器控制策略

3.1 电动机模拟变换器控制策略

如图 1 所示,模拟器拓扑内的电动机模拟变

若假设图 3 中的转换过程时间很短,则有

$$\begin{cases} e_a = -e_b = -e_c = E \\ \frac{di_a}{dt} = -\left(\frac{di_b}{dt} + \frac{di_c}{dt}\right) \end{cases} \quad (9)$$

式中: E 为相绕组反电势最大值。

若将式(8)、式(9)代入式(5),且忽略无刷直流电动机绕组内阻,可得

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{u_{DC} - 4E}{3(L-M)} \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{u_{DC} + 2E}{3(L-M)} \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{-2(u_{DC} - E)}{3(L-M)} \end{cases} \quad (10)$$

由于驱动控制器从 T_1T_6 导通向 T_1T_2 导通的转换过程是在 T_1T_2 导通情况下完成的,为保证式(10)中电流计算结果的准确性,此时有 $u_{DC} = -u_{CA}$ 。若假设图 3 中从驱动控制器流向实物电动机的电流为正向电流,则可知转换过程中驱动控制器与实物电动机所连接的 A 相支路内电流为正向持续导通,且初始值为转换前电流,设为 I ; B 相支路内电流处于反向续流状态,其初始值为 $-I$; C 相支路内电流处于反向增大状态,其初始值为 0。则由上述分析可得,无刷直流电动机驱动控制器开关状态转换过程中的持续导通相、续流导通相、开通相支路内电流实时解算公式,如表 3 所示。显然利用表 2、表 3 及式(4)中的离散化机械运动方程,即可完成对两两导通控制方式下无刷直流电动机四象限运行状态的实时解算。

换器主电路结构形式与三相电压型 PWM 整流器相同,而不同之处在于电动机模拟变换器是依据实时解算模型计算出的三相绕组电流,对其交流侧三相电流进行控制^[18-20]。

目前,三相电压型 PWM 整流器交流侧电流的控制策略主要有间接电流控制和直接电流控

制。间接电流控制是将电流指令代入整流器数学模型,并解算出整流器的期望输出电压,再通过对整流器交流侧电压进行控制来间接控制交流侧电流。由于在本文提出的模拟器拓扑结构内,难以直接测量无刷直流电动机驱动控制器输出相电压,给电动机模拟变换器数学模型的解算过程带来了很大困难,本文将采用直接电流控制方式对电动机模拟变换器交流侧电流进行控制,其控制系统结构框图如图4所示。图中:电动机模拟变换器直接电流控制系统将无刷直流电动机实时解算模型计算出

的三相绕组电流 i_a^* 、 i_b^* 、 i_c^* 作为参考信号,电流传感器采集到的驱动控制器与电动机模拟变换器连接支路内电流 i_a 、 i_b 、 i_c 作为反馈信号,通过对二者间差值 Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 进行滞环控制,获得电动机模拟变换器各条支路的期望运行状态,再通过与固定频率、固定占空比的 PWM 信号进行逻辑处理,生成电动机模拟变换器中开关器件的驱动信号,控制电动机模拟变换器交流侧电流跟踪实时解算模型计算出的三相绕组电流,从而实现真实无刷直流电动机三相绕组电流的功率级模拟。

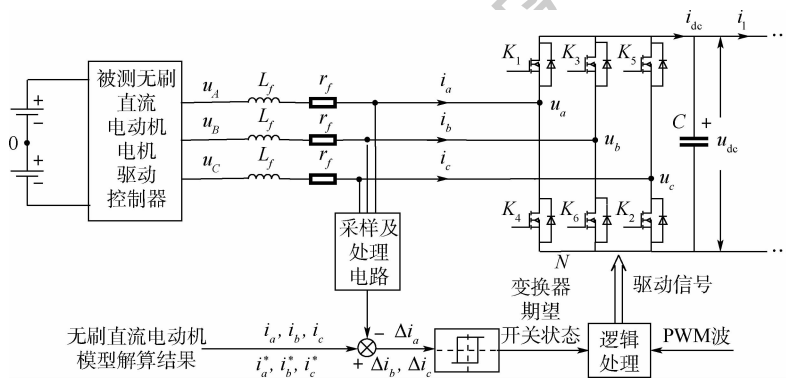


图4 电动机模拟变换器直接电流控制系统结构

Fig. 4 Structure of direct current control system of motor simulation converter

由上述控制过程可知,直接电流控制通过引入电流反馈对电动机模拟变换器进行电流闭环控制,有效减小了模拟器接口滤波器参数对电流控制过程的影响,增强了控制系统的鲁棒性,提高了电动机模拟变换器交流侧电流的动静态性能。然而需要注意的是,在本文提出的模拟器拓扑结构中,电动机模拟变换器和电动机驱动控制器无法同时进行电流闭环控制,其原因在于:2个设备电流闭环控制时的参考信号显然是不一致的,若二者同时对连接支路内的电流进行控制,会因为参考信号间的差异导致支路内电流一直处于调节状态,从而影响整个测试系统的运行状态。虽然现有拓扑结构下的模拟器无法完成对无刷直流电动机驱动控制器电流闭环功能的功率级测试,但仍可利用模拟器的信号级实验功能完成对驱动控制器电流闭环控制的验证。

3.2 多级式双向变换器控制策略

由于图1中的模拟器在模拟低电压等级无刷直流电动机的端口特性时,其电动机模拟变换器直流侧电压要远远低于交流电网的电压峰值,二者间的电压差值会对模拟器内部能量的双向流动造成不利影响,本文采用了由双向DC/DC变换器和能量回馈变换器组成的多级式双向变换器来控制电动机模拟变换器直流侧电

压保持恒定,并维持功率级无刷直流电动机模拟器输入、输出间能量的平衡。

3.2.1 双向DC/DC变换器控制方法

如图5所示,当功率级无刷直流电动机模拟器在模拟电动机运行运行时,双向DC/DC变换器工作在 Boost 模式,并采用电压单闭环控制,其参考电压由模拟器所要模拟电动机的电压等级所确定,并通过参考电压与电动机模拟变换器直流侧电压 u_{dc} 共同作用产生变换器下桥臂开关管 Q_n 的驱动信号。由于 Boost 模式下变换器上桥臂开关管 Q_p 始终处于关断状态,则当 Q_n 导通时,储能电感 L_{dc} 在流过电感电流 i_l 的作用下充电;而当 Q_n 关断时, i_l 将通过上桥臂续流二极管 D_p 续流,并将 L_{dc} 储存的能量传输给能量回馈变换器。

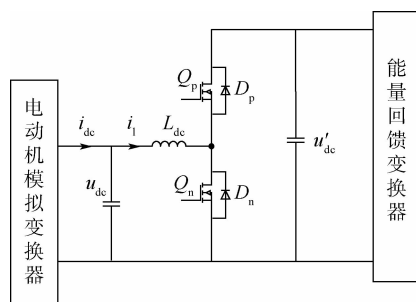


图5 双向DC/DC变换器结构

Fig. 5 Structure of bi-directional DC/DC converter

当功率级无刷直流电动机模拟器启动和模拟电动机回馈制动状态时,双向 DC/DC 变换器工作在 Buck 模式。启动过程中,双向 DC/DC 变换器采用电压外环、电流内环的双闭环控制方式对电动机模拟变换器直流侧电容进行预充电。模拟电动机回馈制动运行时,变换器采用电压单闭环控制,由参考电压与电动机模拟变换器直流侧电压共同作用产生变换器上桥臂开关管 Q_p 的驱动信号。由于 Buck 模式下变换器主电路中的 Q_n 始终处于关断状态,则当 Q_p 导通时,能量回馈变换器通过 Q_p 、 L_{dc} 向电动机模拟变换器直流侧供电,并给 L_{dc} 充能;当 Q_p 关断时, i_1 通过下桥臂续流二极管 D_n 续流,并将 L_{dc} 储存的能量传输给电动机模拟变换器。由上述控制过程可见,非隔离型 Buck-Boost 双向 DC/DC 变换器的结构简单、控制方便,可在控制电动机模拟变换器直流侧电压 u_{dc} 保持恒定的同时有效实现拓扑结构内电动机模拟

变换器与能量回馈变换器间的能量双向传输。

3.2.2 能量回馈变换器控制方法

由于功率级无刷直流电动机模拟器中能量回馈变换器的主要任务是对其直流侧电压 u'_{dc} 进行控制,并实现其直流侧与交流侧间的能量双向传输,其主电路采用了与电动机模拟变换器相同的结构形式,控制系统采用了电压外环、电流内环的双闭环控制方式,如图 6 所示。在能量回馈变换器控制系统工作过程中,由其直流侧电压参考信号与实际电压信号的差值 $\Delta u'_{dc}$ 经电压外环调节后生成电流参考信号的幅值指令,该幅值指令与交流电网三相电压同步信号相乘后得到能量回馈变换器交流侧三相电流的参考信号 i'^*_a 、 i'^*_b 、 i'^*_c ,电流参考信号与实际电流信号 i'_a 、 i'_b 、 i'_c 间的差值 $\Delta i'_a$ 、 $\Delta i'_b$ 、 $\Delta i'_c$ 经电流环调节后控制 PWM 发生器生成变换器主电路中开关管的驱动信号,从而实现能量回馈变换器直流侧电压和交流侧电流的控制。

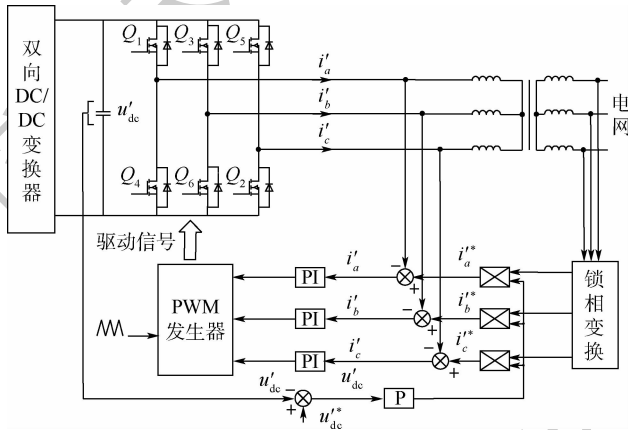


图 6 能量回馈变换器控制系统结构

Fig. 6 Structure of control system of energy feedback converter

4 模拟器样机软硬件实现

4.1 模拟器硬件设计

为了能够有效对航空航天领域内不同功率等级和电压等级的无刷直流电动机进行功率级模拟,本文所设计模拟器样机内电动机模拟变换器和多级式双向变换器主电路部分的基本性能指标参数为:最大输出功率 10 kW,最大输出电流 50 A,电动机模拟变换器直流侧电压有效控制范围 10 ~ 300 V,多级式双向变换器交流侧经隔离变压器隔离后与 380 V 交流电网相连。

由于在模拟器工作过程中,驱动控制器状态获取、电动机模型实时解算、电动机模拟变换器控制及传感器信号输出等关键功能均由实时仿真器来完成,实时仿真器内计算核心在选型时首先应考虑的是主频速度,理论上主频速度越高,电动机

模型解算出的电流指令信号精度就越高。然而应该注意的是,功率级无刷直流电动机模拟器输出电流的准确性和实时性除了受指令信号的影响外,还受电动机模拟变换器主电路中开关管的开关频率所影响。以本文电动机模拟变换器选用的 Infineon 公司 FF450R07ME4 型 IGBT 为例,其常用开关频率为 10 kHz,显然受其影响,功率级无刷直流电动机模拟器输出状态的更新周期应在 100 μ s 左右。因此,本文在实时仿真器内计算核心的选型过程中,兼顾了计算核心的主频速度,以及 AD 转换、PWM 输出、IO 接口等辅助功能,将 TI 公司 TMS320F28335 型 DSP 作为功率级无刷直流电动机模拟器的计算核心。

4.2 模拟器软件实现

模拟器软件程序是在 MATLAB/Simulink 软件环境下,通过图形化程序设计方法所开发的。开发过程中使用了软件环境中的 Embedded Coder Sup-

port Package for Texas Instruments C2000 Processor/C2833x 工具包,大大简化了基于 TMS320F28335 型 DSP 完成图形化软件程序设计的操作。

采用基于模型的程序设计方法,可极大提高软件程序的可移植性和通用性,使模拟器软件程序不再拘泥于一个硬件平台,这也是选择 TMS320F28335 这款已经在电动机控制领域得到广泛应用的 DSP 作为模拟器实时仿真器内计算核心的一个重要原因。基于第 3 节的理论分析,功率级无刷直流电动机模拟器软件程序流程如图 7 所示。图中: θ 为电动机转子机械角度。基于图 7 所示流程构建的功率级无刷直流电动机模拟器图形化程序如图 8 所示。

在图 8 所示图形化软件程序中,首先将依照实时仿真器内计算核心的外围电路,完成 AD、EPWM、GPIO 等接口模块配置;其次利用 MATLAB/Simulink 中代码自动生成功能完成图形化软件程序向 DSP 中可执行代码的转化;最后应用 CCS 软件将可执行代码下载到实时仿真器的计算核心 TMS320F28335 当中运行。

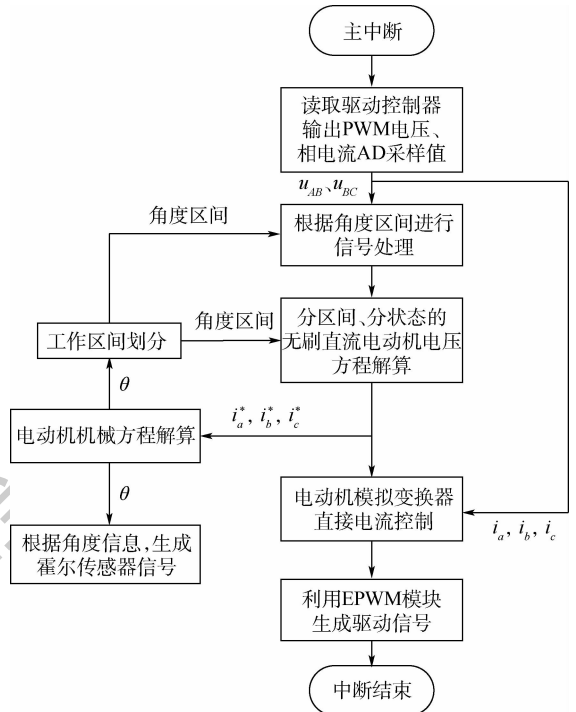


图 7 功率级无刷直流电动机模拟器程序流程
Fig. 7 Program flowchart of power hardware-in-the-loop BLDCM emulator

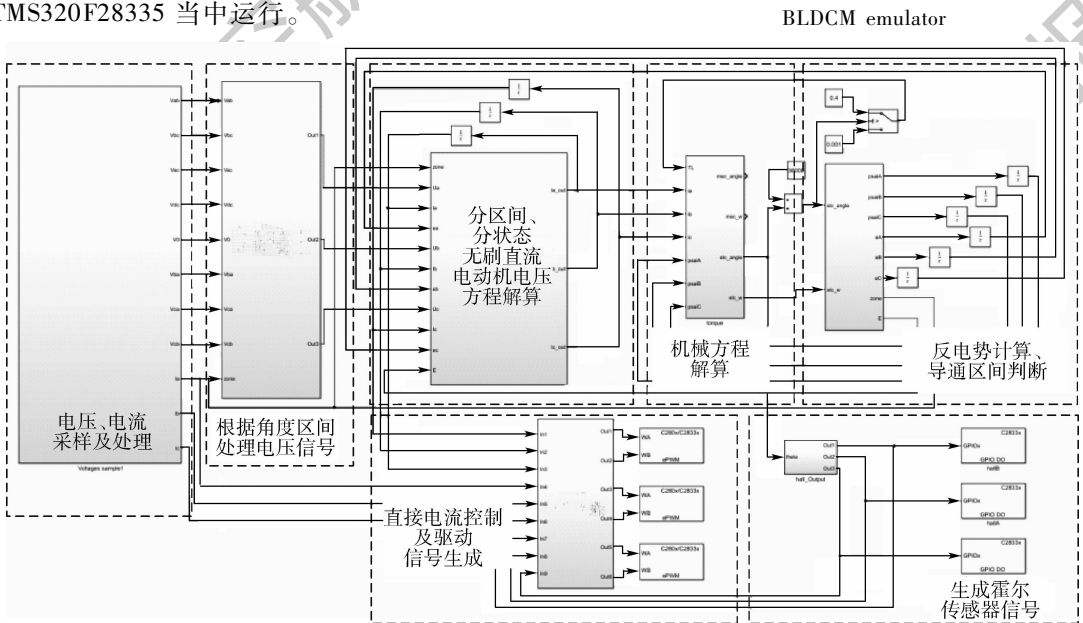


图 8 功率级无刷直流电动机模拟器图形化程序
Fig. 8 Graphical program of power hardware-in-the-loop BLDCM emulator

5 模拟器实验

本文以应用于航空航天领域的无刷直流电动机为模拟对象,开发了以实时仿真器、电动机模拟变换器、多级式双向变换器为主要设备的功率级无刷直流电动机模拟器样机,如图 9 所示。利用该模拟器样机与被测无刷直流电动机驱动控制器共同构建了功率级无刷直流电动机模拟器实验系统,对本文所提出的无刷直流电动机实时解算模

型和模拟器控制方法进行了实验研究,受实验条件所限,模拟器样机测试均在低电压、小功率条件下完成。

5.1 电动机实时解算模型实验

5.1.1 实验平台组成和设置

本文利用测试系统内电动机驱动控制器、实物电动机和实时仿真器构建了无刷直流电动机实时解算模型的实验研究平台,如图 10 所示。通过将实时仿真器内电动机实时解算模型计算出的相绕组电流与实物电动机相绕组电流的测量值进行

对比,验证无刷直流电动机解算模型的正确性,其中实物电动机的主要参数如表 4 所示。

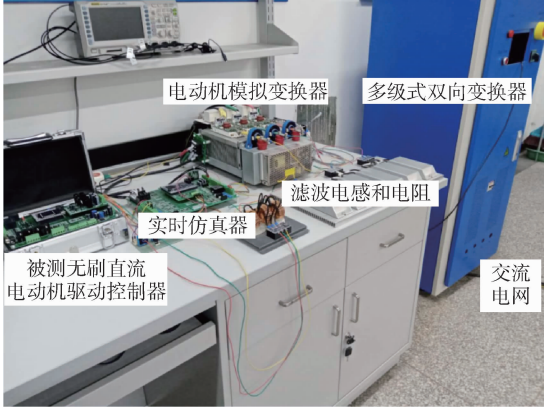


图 9 功率级无刷直流电动机模拟器实验系统
Fig. 9 Test system of power hardware-in-the-loop BLDCM emulator

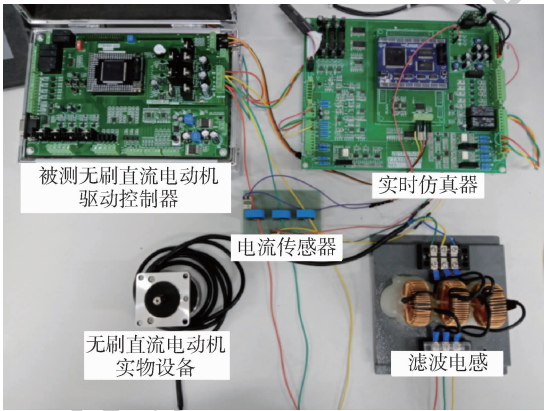


图 10 电动机实时解算模型实验研究平台
Fig. 10 Experimental platform for real-time simulation model of BLDCM

表 4 实物电动机主要参数

Table 4 Main parameters of real BLDCM

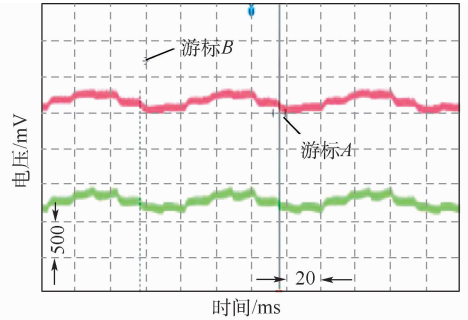
| 参数 | 数值 |
|---|----------|
| 电枢电阻/ Ω | 0.42 |
| 转动惯量/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ | 0.000 33 |
| 反电势系数/ $(\text{V} \cdot (\text{r} \cdot \text{min}^{-1})^{-1})$ | 0.012 |
| 电枢电感/ H | 0.001 2 |
| 极对数 | 2 |
| 额定转速/ $(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$ | 2 000 |

平台内无刷直流电动机驱动控制器直流侧电压 24 V,开关频率 25 kHz,此外为了便于观测电流波形,控制器采用上、下桥臂同时斩波的两两导通控制方式开环运行,通过调节斩波信号占空比实现对无刷直流电动机转速的控制。测试过程中,驱动控制器将根据实时仿真器输出的三路霍尔传感器信号,在其输出端口处生成 PWM 电压,一方面驱动实物电动机运行,另一方面该电压被实时仿真器采集并作为其内部实时解算模型的输入量,完成对电动机相绕组电流的解算,其模型解

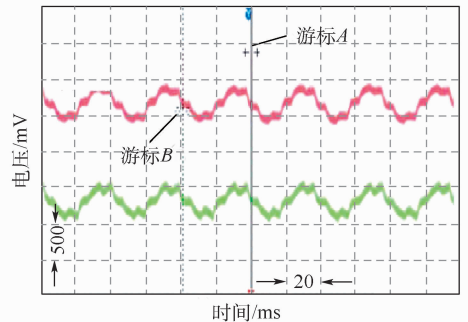
算中断周期为 200 μs 。此外,由于 TMS320F28335 不具备 DA 输出功能,实时仿真器内电动机解算模型将相绕组电流的计算结果提供给 EPWM 进行输出,再经外围电路低通滤波后由示波器进行显示。实物电动机相绕组电流由电流传感器 HCS-LSP-15A 进行测量,该型传感器测量电流与输出电压信号间的转换关系有 $2.5 \text{ V} \pm (I_p/I_{PN}) \times 2 \text{ V}$, I_p 为被测电流峰值, I_{PN} 为传感器额定电流的峰值,本型号中 $I_{PN} = 15 \text{ A}$ 。

5.1.2 实验结果和分析

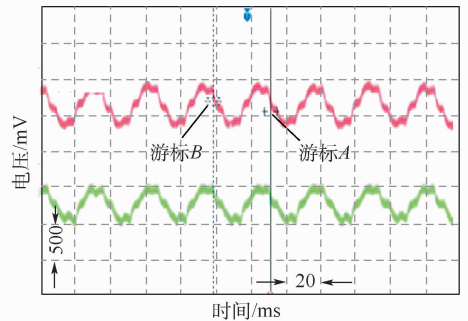
初始化设置实物电动机和实时仿真器内电动机实时解算模型都带有 0.06 N·m 的恒转矩负载,调节驱动控制器斩波信号占空比,控制模拟器和实物电动机共同运行于 390 r/min、770 r/min、900 r/min。这些转速下无刷直流电动机实时解算模型计算出的 c 相绕组电流和实物电动机 c 相绕组电流波形如图 11 所示。通过实际测量发现,



(a) 转速为 390 r/min



(b) 转速为 770 r/min



(c) 转速为 900 r/min

— c相电流模型解算结果 — 实物电动机c相电流测量结果
图 11 模型电流计算结果与实物电动机电流测量值

Fig. 11 Calculation results in model and current measurement results in real BLDCM

不同转速条件下实时解算模型计算出的相绕组电流与实物电动机相绕组电流间的信号延迟均为 $200\ \mu\text{s}$ 左右,其时间长短与计算核心中软件程序所设定的中断周期大致相同,则不同转速条件下 2 个电流信号间的相位差分别为 0.9° 、 1.8° 、 2.17° 。此外,受模拟器的信号采样精度、解算模型参数和信号输出精度的影响,不同转速条件下 2 个电流信号间的有效值误差分别为 8.4% 、 6.7% 、 6.2% 。则通过对无刷直流电动机实时解算模型实验研究平台获得的实验结果进行分析可知,本文所构建的无刷直流电动机实时解算模型可以较为准确地再现实物电动机的运行特性,同时也证明了本文所提出的无刷直流电动机模型分区采样和解算方法的有效性。

5.2 模拟器控制方法实验

5.2.1 实验平台组成和设置

对模拟器控制方法的实验研究是在图 9 功率级无刷直流电动机模拟器测试系统下进行的。测试时电动机驱动控制器直接与模拟器相连,通过测量连接二者支路内实际流过的电流,与无刷直流电动机实时解算模型计算出的相绕组电流进行对比,验证模拟器控制方法的有效性。模拟器内无刷直流电动机模型的主要参数、中断周期均与 5.1 节相同,其电动机模拟变换器直流侧电压设为 $26\ \text{V}$,开关频率设为 $12.5\ \text{kHz}$ 。此外,系统内驱动控制器工作方式和参数设置与 5.1 节相同。

在选取模拟器与电动机驱动控制器连接支路内 RL 滤波器时应注意,较大电感值的滤波器能够更好地抑制支路内的电流纹波,但是会对模拟器的动态响应产生不利的影响;而滤波器内电阻可以减小支路内电流振荡、提高系统的稳定性,但是会限制支路内电流,给电流控制带来不利影响。由于本文中电动机模拟变换器采用了直接电流控制技术,其电流控制性能受 RL 滤波器参数影响不大,选用与实物电动机电枢绕组参数相近的 $1\ \text{mH}$ 滤波电感和 $1\ \Omega$ 滤波电阻组成 RL 滤波器。

5.2.2 模拟器三相电流控制结果分析

由于本实验中无刷直流电动机实时解算模型的基本参数和负载大小均与 5.1 节相同,可调节驱动控制器斩波信号占空比控制模拟器运行于 $900\ \text{r/min}$ 。则该转速条件下,无刷直流电动机实时解算模型计算出的 a 、 b 、 c 三相绕组电流如图 12(a) 所示,电动机驱动控制器与模拟器连接支路 a 、 b 、 c 中实际流过电流的测量值如图 12(b) 所示。此外为了方便对比分析,由 TMS320F28335 采集电流传感器输出的电压信号,不做任何处理

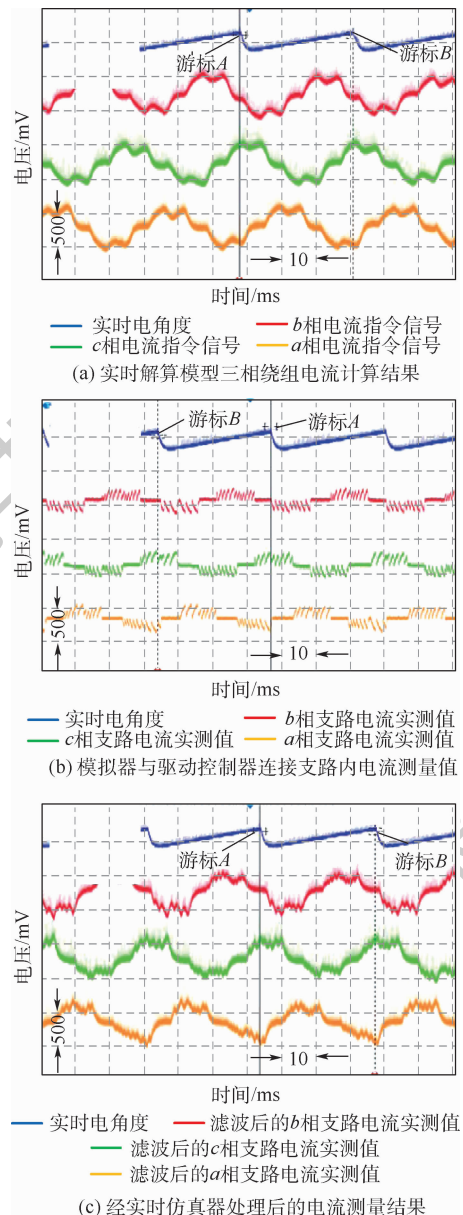


图 12 模拟器 $900\ \text{r/min}$ 运行时实验系统测量结果

Fig. 12 Experimental system measurement results of emulator running at $900\ \text{r/min}$

直接由 EPWM 端口输出,经过低通滤波后再由数字示波器进行显示,则经上述过程处理后的 a 、 b 、 c 三相电流测量值如图 12(c) 所示。

由图 12 可见,在无刷直流电动机驱动控制器的控制下,功率级无刷直流电动机模拟器稳定运行在 $900\ \text{r/min}$ 。模拟器以图 12(a) 中实时解算模型计算出的三相绕组电流为参考,对驱动控制器与模拟器连接支路内的电流进行控制,控制结果如图 12(c) 所示。可见,在模拟器控制系统的控制下,驱动控制器与模拟器连接支路内的电流有效实现了对模型解算结果的跟踪。

5.2.3 不同转速条件下电流控制结果分析

当模拟器转速为 $390, 770, 1\ 160, 1\ 875\ \text{r/min}$ 时,无刷直流电动机实时解算模型计算出的 c 相

绕组电流和经实时仿真器处理的电动机驱动控制器与模拟器 c 相连接支路中实际流过电流的测量值如图 13 所示。通过对比分析可知,不同转速条件下,2 个电流信号间的有效值误差分别

为 5.4%、6.5%、7.1%、10.3%。可见,在电动机的额定转速范围内,驱动控制器与模拟器连接支路内的电流均可实现对模型解算结果的跟踪。

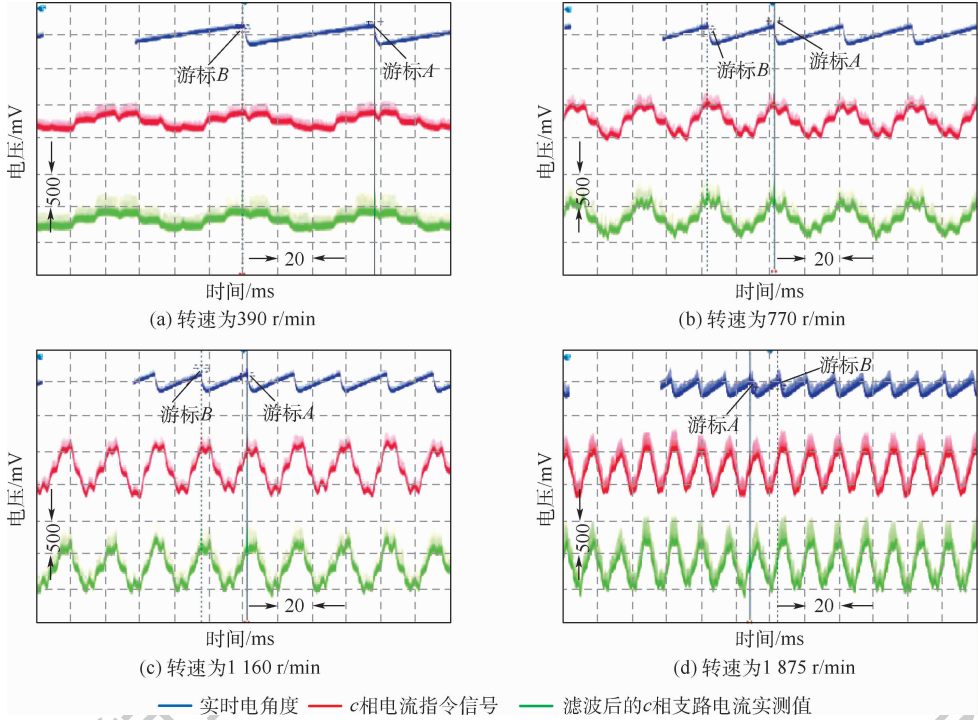


图 13 不同转速下的 c 相电流计算结果与 c 相电流测量值

Fig. 13 Calculation results of c -phase current and measured values of c -phase current at different speeds

5.2.4 启动状态电流控制结果分析

为了测量转速变换过程中的电流控制结果,初始化设置无刷直流电动机带有 $0.06 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的恒转矩负载,调节被测无刷直流电动机驱动控制器输出 PWM 电压占空比,控制功率级无刷直流电动机模拟器转速由零变换至 900 r/min ,则无刷直流电动机实时解算模型计算出的电枢绕组 c 相电流指令信号、经实时仿真器处理过的被测电动机驱动控制器与功率级无刷直流电动机模拟器 c 相连接支路内实际流过电流的测量值,以及无刷直流电动机实时解算模型计算出的电角度信号的波形,如图 14 所示。

5.2.5 速度变换过程中电流控制结果分析

控制功率级无刷直流电动机模拟器转速由 390 r/min 变换至 590 r/min ,则速度变换过程中的实验波形如图 15 所示。

由图 14 和图 15 可知,当被测无刷直流电动机驱动控制器输出 PWM 电压占空比变换时,被测电动机驱动控制器与功率级无刷直流电动机模拟器连接支路内流过的电流和无刷直流电动机实时解算模型计算出的电枢绕组电流指令信号在幅值与相位上基本保持一致。进一步证明了本文所

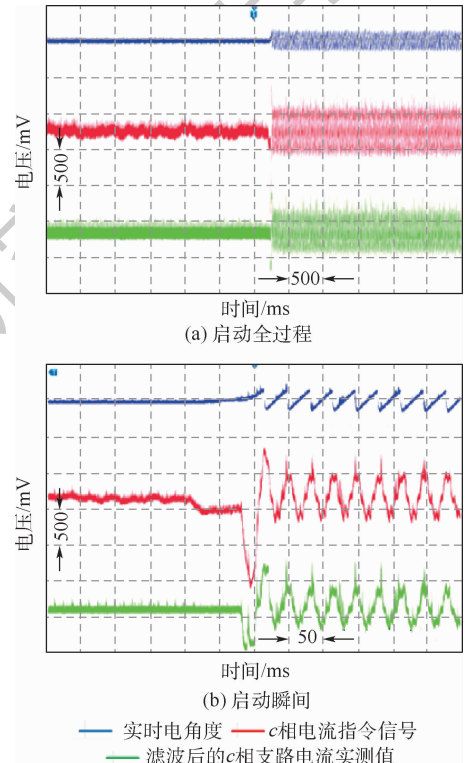


图 14 启动时 c 相电流计算结果与 c 相电流测量值

Fig. 14 Calculation results of c -phase current and measured values of c -phase current at start-up

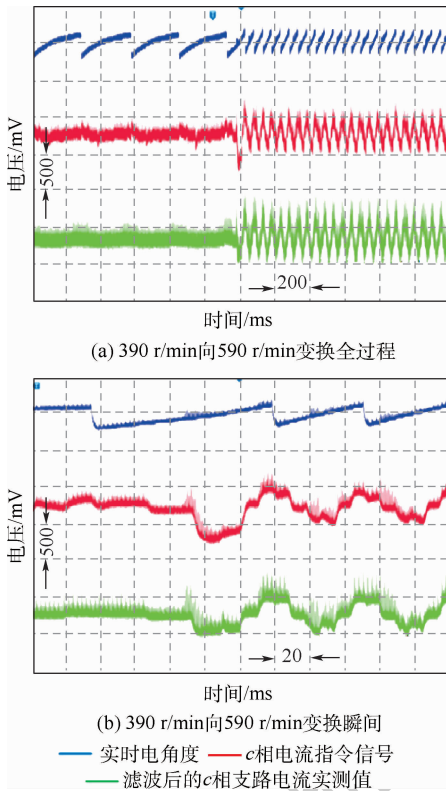


图 15 给定转速变换时 c 相电流计算结果与 c 相电流测量值

Fig. 15 Calculation results of c -phase current and measured values of c -phase current while reference speed changes

提出的无刷直流电动机模拟变换器控制模型可以在驱动控制器输出 PWM 电压占空比变换时,实现对功率级无刷直流电动机模拟器三相电流的实时控制。

5.2.6 发电运行状态模拟结果

为了验证本文功率级无刷直流电动机模拟器的四象限运行能力,对恒转矩驱动时的无刷直流电动机发电运行状态进行了功率级模拟。该状态下,电动机模拟变换器将根据实时解算模型计算出的三相反电势,在其端口处输出 PWM 电压,模拟无刷直流电动机发电运行时的端口电压特性。由于本实验中的驱动控制器样机不具备四象限运行能力,采用一个并联于驱动控制器电源两端的 $20\ \Omega$ 负载电阻来消耗从模拟器处获得的能量。

实验过程中,驱动控制器不工作,模拟器中的无刷直流电动机模型在恒转矩的驱动下匀速运行,当转动 500 转以后驱动力矩变为零,则电动机解算模型内查表获得的无刷直流电动机 c 相绕组反电势、 c 相支路内实际流过的电流和电动机实时电角度的测量结果如图 16 所示。

由于发电运行时驱动力矩方向与电动运行时负载力矩方向相同,则随驱动力矩的增加,无刷直流电动机实时电角度变化频率上升且变化方向与

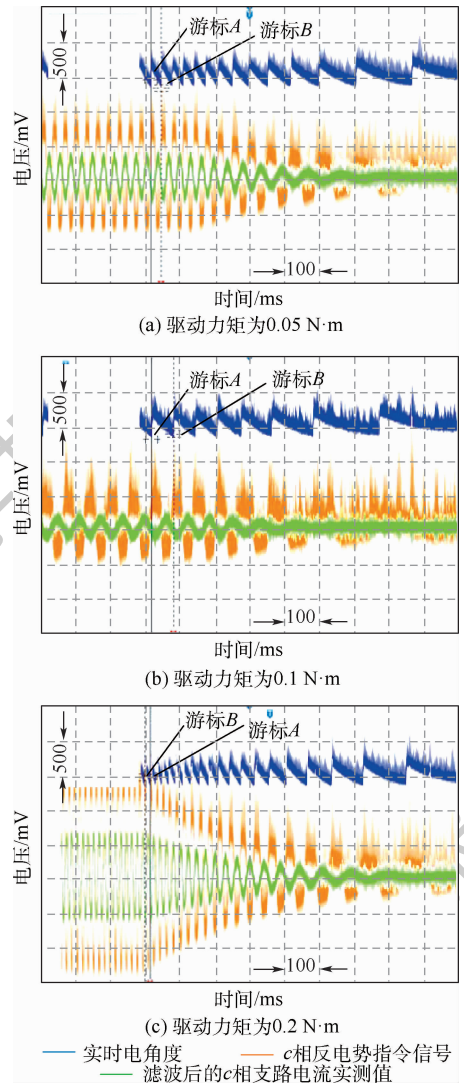


图 16 模拟器发电运行状态实验结果

Fig. 16 Experimental results of emulator in power generation state

电动运行时的方向相反,可知此时无刷直流电动机转速上升且反向运行。随着电动机转速的上升, c 相绕组反电势幅值变大,驱动控制器和模拟器 c 相连接支路内实际流过电流的幅值也变大,由于模拟器中电流传感器是以流入模拟器的电流为正向电流,因此电流波形与反电势波形相位互差 180° 电角度。由上述测量结果可知,当模拟器模拟无刷直流电动机发电运行时,多级式双向变换器可将电网能量有效传递给电动机模拟变换器,并由电动机模拟变换器输出给驱动控制器。结合前文无刷直流电动机电动运行时的测量结果,进一步证明了本文提出的双向 DC/DC 变换器控制策略和能量回馈变换器控制策略的有效性,同时验证了模拟器的四象限运行能力。

5.2.7 模拟器与实物电动机对比

为了进一步验证模拟器的功率级模拟效果,本文选择将电动机驱动控制器与模拟器连接支路

中实际流过的电流与实物电动机绕组内流过的电流进行对比。由于实验条件所限,无法将电动机驱动控制器同时与实物电动机和模拟器进行功率连接,对比测试是由输出状态固定的电动机驱动控制器分别控制模拟器和实物电动机来完成。调节驱动控制器斩波信号占空比,使模拟器运行于 900 r/min,此时测量到的无刷直流电动机实时解算模型计算出的 c 相绕组电流和经实时仿真器处理的电动机驱动控制器与模拟器 c 相连接支路中实际流过电流的测量值如图 17 所示。随后采用实物无刷直流电动机替代模拟器与驱动控制器相连,测量到的实物电动机 c 相绕组电流波形如图 17 所示。

由图 17 可知,在电动机驱动控制器输出状态固定的情况下,实物无刷直流电动机 c 相绕组电流波形与模拟器 c 相支路内电流波形基本一致,二者有效值误差为 9.3%,误差产生的主要原因在于模拟器内电动机和负载模型的参数与实物设备参数存在一定差异,在模拟器应用过程中,可通过优化模型参数的方法进一步减小此误差。

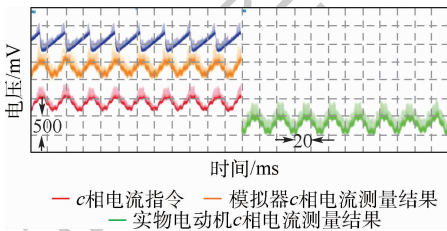


图 17 模拟器 c 相连接支路电流测量值与实物电动机 c 相绕组电流测量值的对比

Fig. 17 Comparison between measurement results of c -phase branch current in power hardware-in-the-loop BLDCM emulator and measurement results of c -phase winding current in a real BLDCM

6 结论

针对利用电动机负载试验台完成无刷直流电动机驱动控制器性能测试过程中存在的测试周期长、成本高、系统结构复杂等缺点,本文提出一种具有四象限运行能力的功率级无刷直流电动机模拟器,替代电动机负载试验台完成对电动机驱动控制器的各项性能测试,并通过实验验证了功率级无刷直流电动机模拟器的有效性。

1) 提出了一种具有四象限运行能力的功率级无刷直流电动机模拟器拓扑结构,由实时仿真器、电动机模拟变换器、多级式双向变换器 3 部分组成,能够有效模拟不同电压等级无刷直流电动机运行特性。实验结果表明,该模拟器与实物电

动机的误差率为 9.3%,验证了所提出模拟器拓扑结构的有效性。

2) 提出了一种无刷直流电动机驱动控制器输出 PWM 电压的分区间采样处理方法,解决了无刷直流电动机驱动控制器两两导通控制引起的电压采样不准确问题。实验结果表明,实时解算模型计算出的相绕组电流和实物电动机相绕组电流波形的相位和幅值基本一致(误差小于 7%),证明了该模型采样和解算方法的有效性。

3) 提出利用直接电流控制方法对模拟器中的电动机模拟变换器进行控制。实验结果证明了该方法可有效控制功率级无刷直流电动机模拟器三相电流跟踪实时解算模型计算出的相绕组电流,从而实现对实物电动机运行特性的功率级模拟。

与采用电动机负载试验台完成无刷直流电动机驱动控制器的性能测试相比,基于功率级无刷直流电动机模拟器的测试系统具有系统构建周期短、模型参数和负载配置灵活性高等优势,只需更改模拟器中的软件程序即可实现对不同电压等级、不同结构参数无刷直流电动机的功率级模拟,具有很强的通用性和灵活性。

参考文献 (References)

- [1] 匡晓霖,徐金全,黄春蓉,等.六相永磁同步电动机驱动控制方式[J].北京航空航天大学学报,2019,45(7):1361-1369.
KUANG X L, XU J Q, HUANG C R, et al. Drive-control modes of six-phase PMSM[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(7): 1361-1369 (in Chinese).
- [2] 刘勇智,李杰,鄢成龙.基于最优角度自适应 TSF 的 SRM 直接瞬时转矩控制[J].北京航空航天大学学报,2019,45(11):2152-2159.
LIU Y Z, LI J, SHAN C L. Direct instantaneous torque control of switched reluctance motor based on optimal angle adaptive TSF[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(11): 2152-2159 (in Chinese).
- [3] JACK A G, ATKINSON D J, SLATER H J. Real-time emulation for power equipment development. Part 1: Real-time simulation[J]. IEE Proceedings-Electric Power Applications, 1998, 145(2): 92-97.
- [4] SLATER H J, ATKINSON D J, JACK A G. Real-time emulation for power equipment development. Part 2: The virtual machine[J]. IEE Proceedings-Electric Power Applications, 1998, 145(3): 153-158.
- [5] DUFOUR C, LAPOINTE V, BELANGER J. Hardware-in-the-loop closed-loop control of virtual FPGA-coded permanent magnet synchronous motor drives using a rapidly prototyped controller[C]// International Power Electronics and Motion Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2008: 2152-2158.

- [6] SCHMITT A, RICHTER J, GOMMERINGER M, et al. A novel 100 kW power hardware-in-the-loop emulation test bench for permanent magnet synchronous machines with nonlinear magnetics [C] // International Conference on Power Electronics, Machines and Drives. Stevenage: IET, 2016: 1-6.
- [7] LENTIJO S, ARCO S D, MONTI A. Comparing the dynamic performances of power hardware-in-the-loop interfaces [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57 (4): 1195-1207.
- [8] MOJLISH S, ERDOGAN N, LEVINE D, et al. Review of hardware platforms for real-time simulation of electric machines [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2017, 3 (1): 130-146.
- [9] RALPH M K, TILL B, JOACHIM H. Replacement of electrical (load) drives by a hardware-in-the-loop system [C] // International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics and Electro-motion, Joint Conference. Piscataway: IEEE Press, 2011: 17-25.
- [10] GAO J, SONG S, HUANG Y, et al. Implementation and test for the semi-physical real-time simulation of IPMSM based on 3-D inductance table [C] // IEEE Conference and Expo Transportation Electrification Asia-Pacific. Piscataway: IEEE Press, 2014: 1-5.
- [11] SARIKHANI A, MOHAMMED O A. HIL-based finite-element design optimization process for the computational prototyping of electric motor drives [C] // IEEE Power & Energy Society General Meeting. Piscataway: IEEE Press, 2013: 737-746.
- [12] TAVANA N R, DINAHAHI V. Real-time FPGA-based analytical space harmonic model of permanent magnet machines for hardware-in-the-loop simulation [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51 (8): 1-9.
- [13] TAVANA N R, DINAHAHI V. Real-time nonlinear magnetic equivalent circuit model of induction machine on FPGA for hardware-in-the-loop simulation [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2016, 31 (2): 520-530.
- [14] KRAUSE P C, WASYNICZUK O, SUDHOFF S D, et al. Analysis of electric machinery and drive systems [M]. New York: Wiley-IEEE Press, 2013: 121-141.
- [15] YANG F, TAYLOR A R, BAI H, et al. Using $d-q$ transformation to vary the switching frequency for interior permanent magnet synchronous motor drive systems [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2015, 1 (3): 277-286.
- [16] LOK-FU P, VENKATA D. Real-time simulation of a wind energy system based on the doubly-fed induction generator [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24 (3): 1301-1309.
- [17] 夏长亮. 无刷直流电动机控制系统 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 31-56.
- XIA C L. Control system of brushless DC machine [M]. Beijing: Science Press, 2009: 31-56 (in Chinese).
- [18] RAO Y S, MUKUL C. Real-time electrical load emulator using optimal feedback control technique [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57 (4): 1217-1225.
- [19] 张崇巍, 张兴. PWM 整流器及其控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2003: 154-186.
- ZHANG C W, ZHANG X. PWM rectifier and its control [M]. Beijing: China Machine Press, 2003: 154-186 (in Chinese).
- [20] 王雷. 能量回馈型交流电子负载变换器研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2008: 16-22.
- WANG L. Study of AC electronic load converter with energy feedback [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008: 16-22 (in Chinese).

Design of four-quadrant power hardware-in-the-loop brushless DC motor emulator

ZHANG Lei, GUO Hong, XU Jinquan*

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: Since it is difficult, costly, and time-consuming to test the power electronic converter of Brushless DC Motor (BLDCM) in all operating conditions with a motor-load test bench, this paper proposes a four-quadrant Power Hardware-In-the-Loop (PHIL) BLDCM emulator, which submits a methods of sampling and calculation based on the different operating regions. it can replace the motor-load test bench in the performance test and the reliability test of the BLDCM controller under a two-phase conduction control mode. Meanwhile, the paper employs a piecewise method to optimize the sampling and model calculation processes of the emulator. This PHIL BLDCM emulator comprises a real-time simulator, a motor simulation converter, and a multi-stage bidirectional converter. The real-time simulator measures the output PWM voltages of the power electronic converter and calculates the behavior of the electric motor by the real-time calculation model. The motor simulation converter receives the calculated currents as the control instruction and generates the currents of the emulator. In the meantime, the multi-stage bidirectional converter maintains the energy balance between the input and output of the emulator and realizes the PHIL simulation to the BLDCM operating in different states. The experimental results show that the proposed PHIL BLDCM emulator has many benefits, such as high simulation precision, good real-time performance, and flexible operation, it can achieve the PHIL simulation to the real BLDCM and the mechanical-load in the test of the BLDCM controller.

Keywords: Power Hardware-In-the-Loop (PHIL) electric motor emulator; four-quadrant operation; Brushless DC Motor (BLDCM); real-time simulator; motor simulation converter

Received: 2020-08-21; **Accepted:** 2020-10-09; **Published online:** 2020-10-29 15:18

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201029.1508.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (51707004); Aeronautical Science Foundation of China (2016ZC51025); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF18BJY166)

* **Corresponding author.** E-mail: xujinquan@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0376

一种基于 SD-ICA 的卫星电池健康状态估计方法



陈景龙, 王日新, 李玉庆*, 徐敏强, 黄文虎

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对容量增量分析(ICA)法应用在卫星电池的健康状态(SOH)估计中存在较大误差的问题,提出了基于带平滑处理并使用放电数据的容量增量分析(SD-ICA)的电池健康状态估计方法。首先,利用光滑样条函数的拟合结果具有二阶导连续的特性,对低分辨率的遥测数据进行平滑处理,从而提高了计算结果的准确性。其次,针对 ICA 必须使用微小电流放电数据的限制,推导出有负载条件下的容量增量(IC)计算方法,降低了对卫星电池放电工况的要求。最后,利用 IC 曲线的第一特征点(FOI1)与电池容量的关系,对卫星电池的健康状态进行估计。经验证,所提方法具有对数据分辨率要求低、不需要增加电池工况、计算简便等优势,可以准确地从卫星遥测数据中估计电池健康状态。研究成果在卫星电池的健康管理和任务规划中具有重要的应用价值。

关键词: 容量增量分析(ICA); 卫星; 锂电池; 健康状态(SOH)估计; 低分辨率遥测数据
中图分类号: V19

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2058-10

电池是卫星能源系统的关键部件,其寿命和性能直接影响到在轨卫星的工作状态。而近年来不断提高的卫星设计寿命也对电池的监测和管理提出了更高的要求。新一代卫星逐渐开始使用锂电池,过充、过放和过载等行为都会严重影响锂电池的寿命和安全性,因此必须更加准确评估锂电池的状态,从而为安全高效地控制电池提供支撑^[1-3]。传统的按时计法在估计电池寿命时由于累积误差大,对工况的影响考虑不足,已经不能满足现代卫星的要求^[4]。同时,遥测数据的测量分辨率低,也限制了传统的健康状态(State of Health, SOH)估计方法的应用。

确定电池健康指标是监测锂电池健康状态的首要步骤。电池在标准工况下的最大放电量(即电池容量)是监测锂电池健康状态的基本指标。但选择电池容量作为健康指标存在一些问题,其

中最主要问题是电池的最大放电量受电流、温度等工况的影响^[5]。因此,要测量电池容量必须在标准工况下对电池进行完全放电。在轨卫星中,电池的充放电电流、温度和放电深度等并非不变,而且为了卫星的安全运行,电池的放电深度通常也限制在一定比例之下。这意味着很难直接测量在轨卫星电池的容量,因此不能直接使用容量作为卫星电池的健康指标。

内阻也是常用的电池健康状态指标,其与电池容量存在较为稳定的关系^[6-7],而且直流内阻(Direct Current Resistance, DCR)可通过突变电流进行测量。但内阻对温度较为敏感,而且在不同的荷电状态下内阻有所不同^[8]。要在排除这些影响因素的条件下对在轨卫星进行内阻测量较为困难,因此内阻也不适合直接作为卫星电池的健康状态指标。

收稿日期: 2020-07-31; 录用日期: 2020-08-14; 网络出版时间: 2020-08-24 17:31

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200824.1541.005.html

基金项目: 哈尔滨工业大学关键实验室开放基金(HIT.KLOF.2018.076, HIT.KLOF.2018.074)

*通信作者: E-mail: bradley@hit.edu.cn

引用格式: 陈景龙, 王日新, 李玉庆, 等. 一种基于 SD-ICA 的卫星电池健康状态估计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2058-2067. CHEN J L, WANG R X, LI Y Q, et al. A state of health estimation method for satellite battery based on smooth and discharge applicative increment capacity analysis [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2058-2067 (in Chinese).

近年来,一些新的锂电池健康指标被提出,其中容量增量分析(Incremental Capacity Analysis, ICA)在电池退化分析中展示了很好的可解释性^[9],加之其具有对工况变化的适应性较强、所需数据长度较短的特点,因而受到越来越多的关注。电池电极在充放电过程中存在多种电化学反应,不同的电化学反应有着各自相对稳定的电势,在电极电势曲线中各电势平台代表了电池充放电的不同阶段。基于这一原理,Dubarry 等^[10]提出了 ICA 法,并分析了正负电极的每一种电化学反应对应容量增量(Incremental Capacity, IC)曲线的特征点(IC 曲线的波峰)。IC 曲线的各个特征点会随着电池退化而降低,最大的特征点也被称为第一特征点(Features of Interest 1, FOI1),其与容量可近似为线性关系^[11]。Zheng 等^[12]利用 IC 曲线的第一特征点对电池容量进行估计,取得较好的效果。IC 曲线的物理特性使得第一特征点出现的电压平台较为固定,因此只需要在指定的电压附近存在恒定的电流数据就能计算出第一特征点。而这一使用条件对于在轨卫星来说通常可以被满足,因此 ICA 法非常适合在轨卫星的健康状态估计。

然而对在轨卫星应用 ICA 法进行健康估计还存在 2 个主要问题。①IC 值是电压对电量的导数,因此在使用中存在 IC 值不稳定的问题。对此,李雪等^[13]分析了不同电压间隔对 IC 值的影响。冯旭宁等^[14]用概率密度函数代替 IC 曲线,起到了平滑作用。翁才浩等^[15]使用电压模型拟合放电曲线,以此减小 IC 曲线的波动性。而对于高度非线性的电池系统,模型拟合会存在较大误差,进而影响 ICA 的结果。李毅等^[16]采用高斯滤波和移动平均对 IC 曲线进行平滑。这种平滑处理的目的是消减信号中的高斯噪声,而无法处理对测量数据低分辨率带来的误差。卫星电池的遥测数据中不仅存在高斯噪声,更多的误差来源于遥测分辨率低,因此这些平滑方法不适用于基于遥测数据的电池健康状态估计。②ICA 是基于平衡态的开路电压数据,工作电流等工况变化会影响分析结果。因此在目前关于 ICA 法的研究和应用中,均使用微小电流($< 1/20 C$)的放电数据来近似平衡态开路电压。而在轨卫星很难单独进行微小电流放电,不能获得平衡态放电数据,因而限制了 ICA 法在卫星中的应用。

为了利用 ICA 法在卫星电池健康状态估计中对退化状态分析的准确性及卫星工况的适应性,本文针对限制 ICA 法在卫星中应用的 2 个主

要问题提出了低分辨率数据适用的有负载 ICA 法,称为平滑且带放电电流的容量增量分析(Smooth and Discharge applicative Incremental Capacity Analysis, SD-ICA)法。首先,针对数据精度低的问题,提出使用光滑样条函的平滑结果具有二阶导连续的特性对遥测数据进行平滑处理,使得 IC 值的计算结果更为稳定,计算误差更低。然后,根据卫星电池在轨运行的工况稳定且存在恒流放电过程的特点,利用内阻的变化特性和负载电流对电极电势的影响,对 IC 值的计算过程进行改进,提出可带负载的 ICA 法,提高了卫星电池的健康状态估计的准确性。

1 卫星电池数据特性分析

卫星电池通常是多个单体电池以先串联后并联的结构组成大容量电池组来满足大电流供电需求。电池组的工作模式在不同类型的卫星中有各自的特点。地球同步卫星(Geostationary Earth Orbit, GEO)以导航卫星和通信卫星为主,其运行轨道在 2 000 km 以上,在该轨道上,卫星大部分时间拥有充足的太阳能,一个轨道周期内通常只有 2 次进入地影区。因此,高轨卫星的电池组一年大约进行 120 次充放电,其余时间处于静置状态。如图 1 所示,GEO 卫星的荷载较为稳定,除去电池放电的起始和末尾的供电状态转换阶段,电池每一次放电的放电电流可近似不变。供电状态转换阶段大约持续 2 min,在这过程中,电池将释放大约 0.5% 的电量,因此对电池放电曲线影响较小。放电过程中电池端电压的变化近似于恒流放电的工况。另外,受轨道光照时间变化的影响,单次放电持续时间会有所不同,但正常情况下的最大放电深度不会超过 70%。

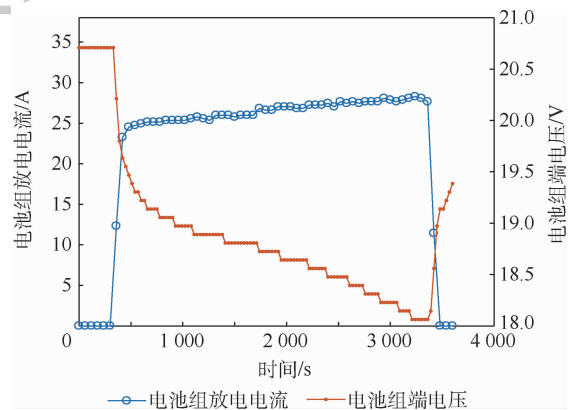


图 1 GEO 卫星电池组放电电流和电池组端电压

Fig. 1 GEO satellite battery discharge current and battery pack terminal voltage

低轨 (Low Earth Orbit, LEO) 卫星的运行轨道在 1 000 km 以下,其轨道周期短。在绕地球飞行过程中,每个周期都存在地影区。因此,LEO 卫星的电池工作频率非常高。LEO 卫星的荷载相对多样,图 2 为 LEO 轨卫星电池典型放电工况。可以看到,电池放电电流可分为 2 个阶段,第 1 阶段电流较为平稳,可视为恒流放电;第 2 阶段荷载加大,电池输出功率增加;由于电池进入放电后期,电压迅速下降,为保证输出功率不变,其放电电流明显上升。通过分析图 2 的电池组端电压曲线,LEO 卫星电池放电深度较大,第一阶段放电通常在 70% 以内。

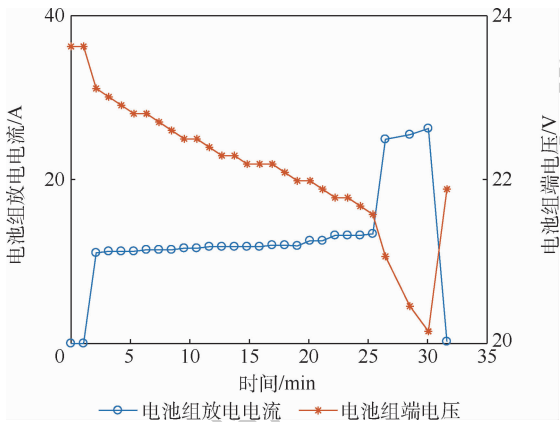


图 2 LEO 卫星电池组放电电流和电池组端电压

Fig. 2 LEO satellite battery discharge current and battery pack terminal voltage

综上所述,不同类型的卫星电池在电流大小、放电时长等方面有所不同,但在 50% SOC 附近均存在一段平稳的放电电流,这给使用 ICA 法提供了基础。另外卫星的通信带宽有限,而所需要传输的数据较多。为节约通信带宽,遥测数据的采样分辨率和采样间隔都有一定的限制。不同型号的卫星采样分辨率有所不同。通常卫星电池电压的分辨率在 0.1 ~ 0.001 V 之间,电流的分辨率在 0.1 ~ 0.000 1 A 之间。当卫星电池遥测数据的分辨率较低时,应用传统方法分析电池健康状态时会产生较大误差。本文针对这一问题也提出了有效的处理方法。

2 基于 SD-ICA 的健康状态估计

2.1 经典 ICA 法

ICA 法是根据开路电压 (Open-Circuit Voltage, OCV) 的变化来分析电池内部放电过程。锂电池在放电过程中,正负电极会随着放电的进行发生不同的相变,其外部表现为不同的电势平台。由于正负极材料的各个相变过程对应的电势平台

互不相同且互不干扰,在全电池的开路电压曲线中各个电压平台实际是正负极材料相变过程的叠加。通过式(1)取开路电压曲线斜率的倒数进行分析,电极材料的各相变过程就转化为 IC 曲线的波峰^[17]。

$$IC = dQ/dU \quad (1)$$

式中: Q 为电池放电电量; U 为电池开路电压。

标准 ICA 法过程如下:

- 1) 以微小电流 (通常 1/20 C) 将充满电的电池完全放电,获得近似平衡状态的开路电势曲线。
- 2) 依据式(1)计算各电压对应的 IC 值。
- 3) 提取 IC 曲线中的各极大值作为特征点,分析电池的健康状态。

锂电池的退化通常是由电池内可用锂离子损失 (Loss of Lithium Inventory, LLI) 和正负电极活性材料损失 (Loss of Active Material, LAM) 造成。这 2 种损失在 IC 曲线中的表现形式有所不同。其中,可用锂离子的损失会造成 IC 曲线中最大的波峰衰减,即 IC 曲线的最大值下降。而电极活性材料损失将引起电极所有电势平台收缩,反应在 IC 曲线上表现为所有峰值均衰减。因此可以将图 3 中 IC 曲线的最大峰值和次大峰值分别作为第一特征点 FOI1 和第二特征点 FOI2,通过分析这 2 个特征点的变化均可得到电池内主要材料的退化状态,从而确定电池的健康状态。在本文中,ICA 法被用于健康估计,因此只需要关注 IC 曲线的特征点与电池容量之间的关系。

在诸多研究和实验中,FOI1 均表现出与电池容量衰减成较好的线性关系^[18]:

$$FOI1 = aC + b \quad (2)$$

式中: C 为电池容量; a 和 b 为方程系数,可通过最小二乘法估计而得。

FOI2 也与电池容量存在较为稳定的关系。但随着电池的衰减,FOI2 将不断下降,最终导致在电池寿命的中后期无法获得 FOI2 值。另外,在

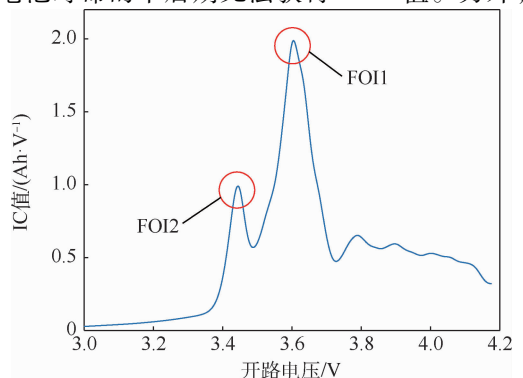


图 3 IC 曲线及 FOI1 和 FOI2

Fig. 3 IC curve and FOI1 & FOI2

有负载的情况下,FOI2 更容易被掩盖。因此,本文采用 FOI1 来估计电池的健康状态。锂电池的健康状态通常使用电池容量来定义^[19]:

$$\text{SOH} = C_t / C_0 \quad (3)$$

式中: C_t 为电池当前状态的容量; C_0 为电池初始状态的容量。

将式(2)代入式(3)可得 FOI1 与 SOH 的关系为

$$\text{SOH} = \frac{C_t}{C_0} = \frac{\text{FOI1}_t - b}{\text{FOI1}_0 - b} \quad (4)$$

基于传统 ICA 法的电池健康状态估计方法受限于计算原理,对电池测量数据的精度要求较高,而且需要进行长时间的微小电流放电测试以获得平衡状态下的电池开路电压曲线。这2项要求限制了传统 ICA 法在卫星健康状态评估中的应用。因此,接下来针对这2项限制因素进行改进,使之能适用于在轨卫星的遥测数据。

2.2 基于光滑样条函数的 IC 平滑处理

由于测量精度和电池内电化学反应的不稳定性,电池电压存在微小波动,而这将引发 IC 值的计算结果出现剧烈波动。通常的解决方法是增加采样间隔,但增加采样间隔会导致计算结果丢失过多细节。为了更多地保留 IC 曲线携带的信息,提高 FOI1 的计算精度,本文在对放电数据(电量-电压, $Q-V$)按电压间隔重采样,并使用光滑样条近似拟合的方法进行数据的平滑,以此减少采样精度的影响,提高计算 IC 值的准确性。

光滑样条近似拟合是在最小二乘法的拟合误差中增加了平滑因子项 $\int \{f''(t)\}^2 dt$, 即拟合误差表示为

$$\text{RSS}(f, \lambda) = \lambda \sum_{i=1}^N \{y_i - f(x_i)\}^2 + (1 - \lambda) \int \{f''(t)\}^2 dt \quad (5)$$

式中: $f(x)$ 为样条函数; λ 为平滑因子,取值在 0~1 之间。 λ 越接近 1,则平滑后的曲线越接近 3 次样条插值,越接近 0,则平滑后的曲线越接近最小二乘拟合的直线。对于一般情况,平滑因子可取 $1/(1+h^3/6)$, h 为数据一阶差分的均值。增加平滑处理过程后的 ICA 法步骤具体步骤如下:

步骤 1 使用光滑样条函数对电池 $Q-V$ 数据进行平滑处理。

步骤 2 对平滑后的放电数据按固定的电压间隔重采样(采样间隔可取电池额定电压范围的 0.1%)。

步骤 3 计算各电压采样点对应的 IC 值,形成 IC-OCV 曲线。

步骤 4 取 IC-OCV 曲线的最大值作为 FOI1,并估计电池健康状态。

2.3 带负载的 ICA 法

标准的 ICA 法是基于电池平衡状态的开路电压曲线进行的^[20]。在实验室可以用微小电流充放电获得平衡态开路电压,但在工程应用中难以获得,因此不能直接应用 ICA 法对电池状态进行分析。本文通过分析电池内阻、浓差极化对电势端电压的影响,从而将 ICA 法应用于平稳电流下的端电压。

电池端电压可以表示^[21]为

$$V_t = U_p(\theta_p) - U_n(\theta_n) - RI \quad (6)$$

式中: U_p 、 U_n 分别为电池正、负极电势; θ_p 、 θ_n 分别为正、负极表面荷电状态; R 为电池的总内阻,也就是常说的 DCR; I 为电池负载电流。

由式(6)可知,电池端电压由开路电压和电池内阻分压组成。因此,根据式(1),电池 IC 值可改写为

$$\text{IC} = \frac{dQ}{dU} = \frac{dQ}{dV + d(IR)} = \frac{1}{\frac{dV}{dQ} + \frac{d(IR)}{dQ}} \quad (7)$$

首先分析负载电流对 $d(IR)/dQ$ 的影响。DCR 会随着 SOC 变化,特别是在低 SOC 时($0 < \text{SOC} < 30$),内阻会随着 SOC 的降低而迅速增高^[8]。同时,内阻也会随着电池的衰退而增加。不失一般性,本文选取了三洋公司的钴酸锂电池进行测试,其中编号为 A11 的电池的 DCR-SOC 曲线在不同健康状态下的表现如图 4 所示。可以看到,DCR-SOC 曲线随着电池 SOH 的下降,可近似为整体上升。在低于 30% SOC 的区域,内阻会随着 SOC 的降低而急速上升。而电池 FOI1 所在的 SOC 区域($\text{SOC} = 0.4 \sim 0.6$),内阻随 SOC 的变化较小,因而 dR/dQ 可近似为不变量。因此, $d(IR)/dQ$ 在恒定电流条件下可近似为不受电池退化影响的固定值。

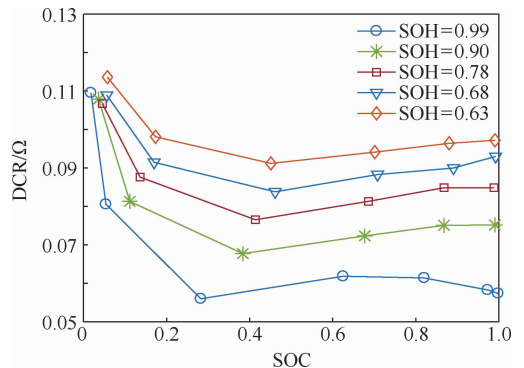


图 4 电池内阻退化趋势

Fig. 4 Aging trend of battery resistance

然后分析负载电流对 dV/dQ 的影响。电池的开路电压由电极表面电势控制。当电池处于平衡态时,电极内离子浓度保持均匀分布,因而电极表面电荷状态等于电池电极电荷状态;存在负载电流时,电极内出现极化现象,电极的离子浓度出现梯度,从而导致表面电荷状态偏离电池电极的电荷状态。根据电化学模型仿真分析可知,当负载电流恒定时,电池可用放电量随着电流的增加而减小,但电池的 OCV-SOC 曲线近似不变^[22]。即随着电流的增加,单位电压差对应的电量减小,因此有负载电流的 IC 值 IC' 与电池平衡态下的 IC 值可表示为

$$IC = IC' + f(I) \quad (8)$$

式中: $f(I)$ 为关于负载电流的函数。

将式(8)代入式(7),即可得到存在负载电流 IC 值计算公式为

$$IC = \frac{1}{\frac{1}{IC'} + \frac{d(IR)}{dQ}} + f(I) \quad (9)$$

当负载电流为恒定值时, $f(I)$ 和 $d(IR)/dQ$ 可视为常数,因此式(9)可简写为

$$IC = \frac{1}{\frac{1}{IC'} + c} + d \quad (10)$$

式中: c 和 d 为与电流有关的系数,可以根据已知的放电数据利用最小二乘法估计而得。

综上所述,将光滑样条函数平滑法与带负载的 ICA 法相结合即是本文提出的 SD-ICA 法。通过 SD-ICA 法,便可以从遥测数据中的放电数据计算得到实际 IC 曲线的 FOI1。将式(10)代入式(4),得到由基于遥测数据计算的 IC 曲线第一特征点表示的电池 SOH:

$$SOH = \frac{\frac{1}{\frac{1}{FOI1'_1} + c} + d - b}{\frac{1}{\frac{1}{FOI1'_0} + c} + d - b} \quad (11)$$

式中: $FOI1'_1$ 为带负载的放电数据计算得到的电池当前状态的 IC 曲线第一特征点; $FOI1'_0$ 为带负载数据计算得到的初始状态的 IC 曲线第一特征点。

至此,将基于 SD-ICA 法的卫星电池健康状态估计的计算步骤总结如下:

步骤 1 使用与在轨卫星同型号电池进行 RPT 测试和模拟在轨运行的放电测试。

步骤 2 从 2 个测试数据中拟合出式(2)中的参数 b ,以及式(10)中的参数 c 和 d 。

步骤 3 提取卫星初始状态的电池放电数据(单体端电压、放电电流)。

步骤 4 选取 50% SOC 附近的恒流放电数据,并计算 $FOI1'_0$ 。

步骤 5 从卫星当前状态的放电数据中计算 $FOI1'_1$ 。

步骤 6 由式(11)计算电池当前状态的 SOH。

3 数据校验

3.1 实验设备及设置

整个电池测试系统如图 5 所示,主要包括一台用于控制电池测试仪和储存数据的计算机、一台来自武汉蓝迪公司的 BTS-2016CL 电池测试仪,其主要参数如表 1 所示。测试所用的电池为三洋公司的 UR18650AA 钴酸锂电池,其电池标准容量为 2.25 Ah,最大充放电电流为 2 C(5 A),充放电截止电压为 4.2 V/2.75 V。

寿命实验包括 2 种测试模式:参考性能测试(Reference Performance Test, RPT)和循环放电测试(Cycle Discharge Test, CDT)。RPT 测试是先以标准恒流-恒压(CC-CV)模式将电池充满电,静置 5 min 后以 0.05 C 恒流放电至截止电压 2.5 V。CDT 测试则是以标准 CC-CV 模式将电池充满电,静置 5 min 后以 1 C 恒流放电至截止电压 2.5 V。一次 RPT 测试后续接 50 次 CDT 为一组,在 25℃ 环境温度下循环进行,直至电池容量低于初始容量的 60%。

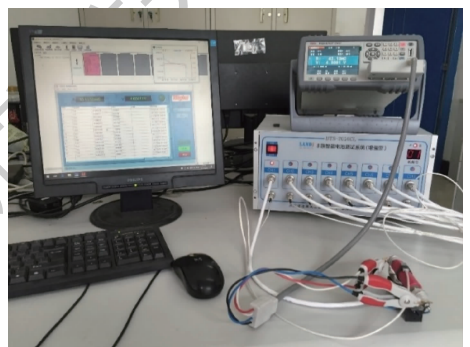


图 5 电池测试系统

Fig. 5 Battery test system

表 1 电池测试仪主要参数

Table 1 Main parameters of battery tester

| 参数 | 数值 |
|----------|-----|
| 通道数 | 8 |
| 充放电电流/A | 0~5 |
| 充放电电压/V | 0~5 |
| 电流分辨率/mA | 0.1 |
| 电压分辨率/mA | 0.1 |
| 温度分辨率/℃ | 0.1 |
| 最小记录间隔/s | 0.1 |

3.2 方法验证

本文将从 2 个方面对本文方法进行验证。首先,对低分辨率数据的适应性是将本文提出的评估方法应用于在轨卫星状态评估的先决条件。因此,本文使用低分辨率的仿遥测数来验证该方法对低分辨率数据的处理能力。然后,通过 1C 放电倍率的电池寿命测试数据验证本文方法在评估电池健康状态中的有效性。

为模拟在轨卫星的遥测数据,本文将实验室高精度的电池实测数据按照遥测数据的分辨率进行重采样。重采样结果如图 6 所示,电压值呈阶梯下降趋势。对原始测试数据及该段重采样后的放电数据分别以传统的 ICA 法、带移动平均平滑处理的 MA-ICA 法^[19]、带高斯滤波平滑处理的 Gau-ICA 法^[16]、基于模型拟合的 Model-ICA 法^[15],以及本文提出的 SD-ICA 法分别计算该放电过程的 IC 曲线,并分别与实测数据计算的 IC 曲线进行对比。对比结果如图 7 所示,可以明显看到,使用传统的 ICA 法直接计算的 IC 值存在剧烈的波动。Gau-ICA 法的计算结果波动性稍小。MA-ICA 法的计算结果更为平滑,但 IC 曲线的主要波峰削弱明显,导致 FOIH 的误差较大。Model-ICA 法虽然整体最为平滑,但 IC 曲线已严重变形,因而失去了使用价值。本文提出的 SD-ICA 法计算

结果与实际值重合最好。其相比于 Gau-ICA 法更为平滑,而相对于 MA-ICA 法又更多地保留了真实值的变化细节。因此,本文将原始数据通过 SD-ICA 法得到的 IC 曲线作为模拟遥测数据的真实值(Real-ICA),以便进一步分析各方法处理低分辨率数据的性能。

应用这 5 种方法分别计算模拟遥测放电数据的 IC 值,并将结果展示于图 8 和图 9 中。从图 8 中可以看到,对于低分辨率数据,由传统的 ICA 法计算的 IC 曲线波动非常剧烈,已经没有使用价值。Gau-ICA 法的结果波动性稍小,但同样严重偏离真实值。从图 9 中可以看到,MA-ICA 法的结果基本反映了真实值,但 IC 曲线的 2 个主要波峰还是有明显削减,而且抖动明显。Model-ICA 法的计算结果最为平滑,但波峰明显偏离真实值。SD-ICA 法的计算结果则与真实值 Real-ICA 基本重合,其 IC 曲线也较为平滑。

提高 ICA 法、MA-ICA 法、Gau-ICA 法和 Model-ICA 法的采样间隔,并重新计算 IC 值,结果绘制于图 10 中。可以看到,即使提高采样间隔,损失部分信息,传统的 ICA 法仍不稳定。Gau-ICA 法

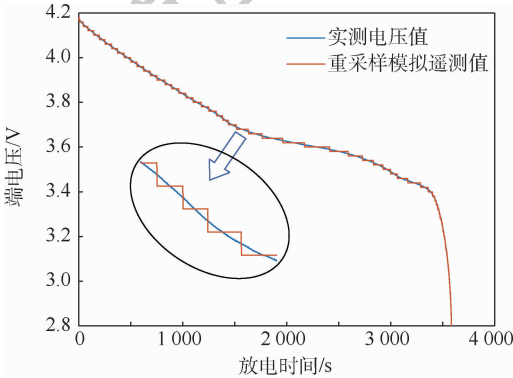


图 6 实测电压值与重采样模拟遥测值

Fig. 6 Voltage from measurement and resampling

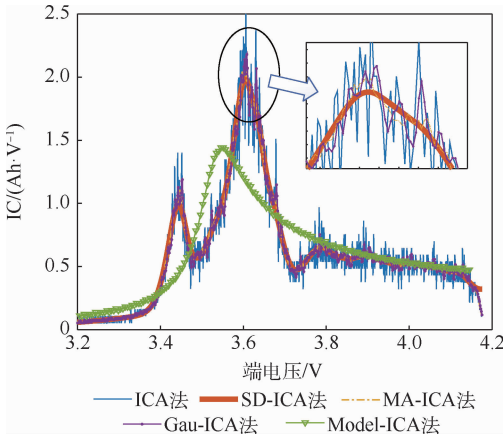


图 7 测量数据的 IC 计算结果

Fig. 7 IC calculation results from measurement data

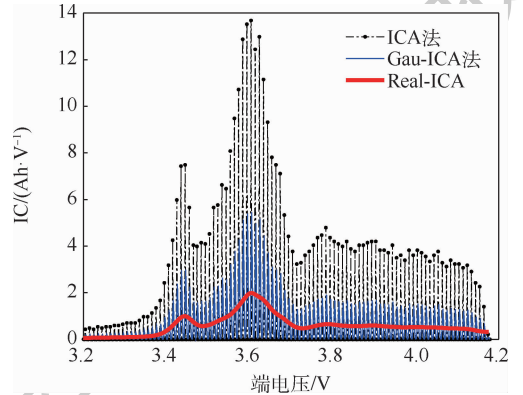


图 8 重采样后 ICA 法和 Gau-ICA 法计算结果

Fig. 8 Results of ICA and Gau-ICA from resampling data

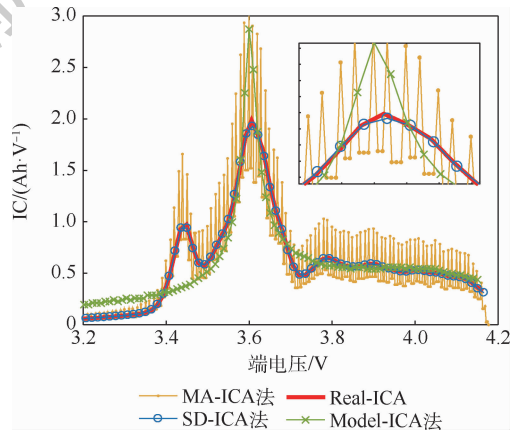


图 9 重采样后 MA-ICA 法、SD-ICA 法和 Model-ICA 法计算结果

Fig. 9 Results of MA-ICA, SD-ICA, and model-ICA from resampling data

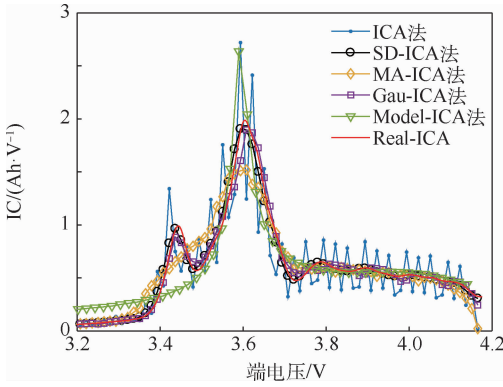


图10 重采样数据增加采样间隔后计算结果

Fig.10 Calculation results from large-interval resampling data

的结果有一定的改善,能反映出真实 IC 曲线。MA-ICA 法虽然较为平滑,但波峰削弱严重,其计算结果已经不能反映真实值。Model-ICA 法在提高采样间隔后波峰下降,但仍与实际值相差较大。因此,即使通过提高采样间隔来改善 ICA 法、MA-ICA 法、Gau-ICA 法和 Model-ICA 法的性能,其处理效果仍不如直接采用 SD-ICA 法。

为了进一步量化分析各方法计算精度的优劣,通过式(12)~式(14)分别计算未增加采样间隔的 SD-ICA 法,以及增加采样间隔后的 ICA 法、MA-ICA 法、Gau-ICA 法和 Model-ICA 法的平均绝对误差 MAE 和均方根误差 RMSE 误差^[19],计算结果如表 2 所示。

$$X_{error} = X_c - X_r \quad (12)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (X_{error}^i - \bar{X}_{error})^2} \quad (13)$$

$$MAE = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p |X_{error}^i - \bar{X}_{error}| \quad (14)$$

式中: X_c 为计算值; X_r 为真实值; p 为采样点数量。

从误差计算结果中可以看到,Model-ICA 值的 MAE 和 RMSE 与 ICA 法相近,其误差明显大于其他方法,说明基于模型的平滑方法在 IC 值计算中效果较差。虽然 Model-ICA 法的平滑性最好,但其拟合精度严重依赖电压模型,而且通常会使得电压偏离实际值,这将造成 IC 值计算结果明显失真。MA-ICA 法和 Gau-ICA 法在处理低分辨率数据中的计算精度比 ICA 法有一定提高。本文提出的 SD-ICA 法的计算误差相比于 ICA 法低一个数量级,相对于 MA-ICA 法和 Gau-ICA 法也有显著优势,而且 SD-ICA 法的采样间隔更低,保留了更多

表 2 IC 值计算误差

Table 2 Calculation error of IC

| 误差 | SD-ICA 法 | ICA 法 | MA-ICA 法 | Gau-ICA 法 | Model-ICA 法 |
|------|----------|---------|----------|-----------|-------------|
| MAE | 0.009 7 | 0.150 9 | 0.071 1 | 0.032 1 | 0.129 5 |
| RMSE | 0.017 7 | 0.191 2 | 0.111 7 | 0.052 1 | 0.194 5 |

IC 曲线的细节。因此,本文提出的 SD-ICA 法对低分辨率的数据适应性更强,计算精度更高。

为验证基于 SD-ICA 法的电池健康估计方法的有效性,先使用 RPT 测试的放电数据计算得到的 IC 值作为锂电池实际 IC 曲线,并估计式(2)的参数 a 和 b 。实验获得的 IC 曲线随电池退化的变化绘制于图 11 中,可以看到随着电池的退化,IC 曲线波峰逐渐降低。提取各曲线的 FOI1 (最大 IC 值)和对应的电池容量绘制于图 12 中,可以明显观察到,随着循环的进行,FOI1 逐渐下降,其下降趋势与电池容量的退化规律一致。FOI1 与容量的关系如图 13 所示,利用式(2)进行拟合得

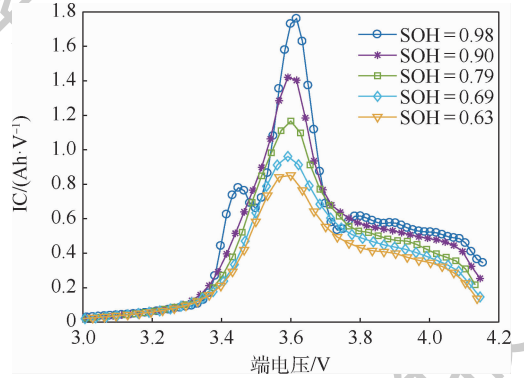


图 11 电池衰退对 IC 曲线的影响

Fig.11 Impact of battery aging on IC curves

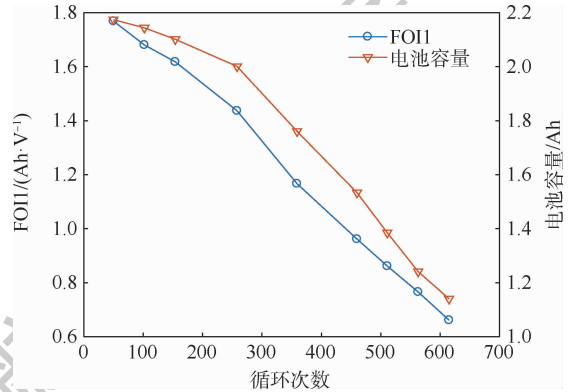


图 12 FOI1 的变化趋势与电池容量的退化趋势

Fig.12 Variation of FOI1 and degradation of battery capacity

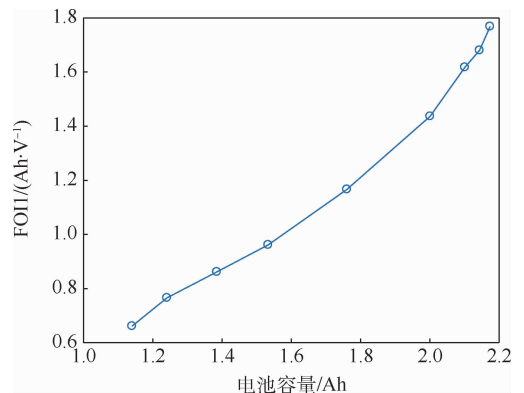


图 13 FOI1 与电池容量的关系

Fig.13 Relationship between FOI1 and battery capacity

到式(15),其拟合的误差 R^2 为 0.999 6,说明 FOI1 与容量的关系符合线性模型。

$$FOI1 = 1.030Q - 0.5585 \quad (15)$$

计算 RPT 测试数据的 IC 值,作为仿真遥测数据的真实值。然后提取电池每一次 RPT 测试前一次的放电数据来仿真遥测数据,并将该仿真遥测数据用于验证基于 SD-ICA 法的电池健康状态估计方法。同时,选取 SOH 为 0.98 的电池,从 RPT 测试数据(等效于 OCV 曲线)中计算无负载的 IC 值,然后从 1 C(2 A)放电数据中计算有负载的 IC 值,并将计算结果绘制于图 14 中。可以看到,有负载 IC 曲线和无负载的 IC 曲线形状相似。其水平方向存在由内阻分压引起的偏移,但该偏移不影响对 SOH 的估计。在无负载的 IC 曲线中可以明显观察到 FOI2,而有负载时,该波峰被淹没与主波峰中,这也是选择 FOI1 来估计 SOH 的重要原因之一。

对比图 15 与图 11 可看到,有负载的仿遥测数据的 IC 曲线随电池退化的变化趋势与用 RPT 测试数据计算得到的真实 IC 曲线一致。图 16 展示了有负载的放电数据计算得到的 FOI1 值与实际 FOI1 之间的关系。使用式(8)对其拟合,拟合结果见式(16),拟合误差 R^2 为 0.993 8。这说明有负载的 FOI1 与实际 FOI1 的关系可以由式(8)

很好地描述。因此,由电池端电压计算的 FOI1 可等效替代由电池平衡态的开路电压得到的实际 FOI1。

$$IC = \frac{1}{\frac{1}{IC'} - 0.05074} + 0.3149 \quad (16)$$

利用本文方法估计 2 A 放电电流条件下的 SOH 并绘制于图 17 中,可以看到除第 3 个数据点于实际 SOH 偏差稍大外,其他位置的估计值与实际 SOH 非常接近。其相对误差如图 18 所示,最大相对误差为 5.3%,平均相对误差为 2.9%。这也证明了本文的 SOH 估计方法能准确地反应实际的 SOH。

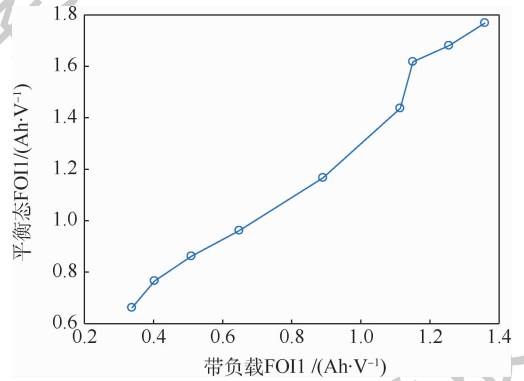


图 16 平衡态 FOI1 与带负载 FOI1 的关系
Fig. 16 FOI1 relationship between equilibrium state and loaded state

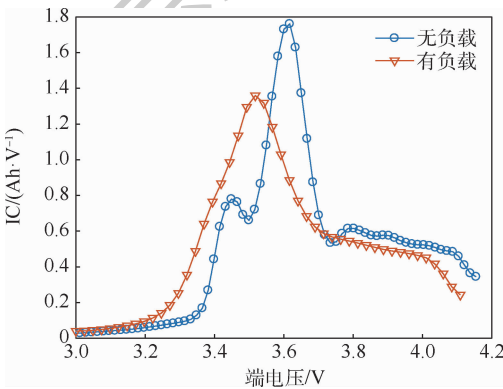


图 14 负载对 IC 值的影响

Fig. 14 Impact of load on IC value

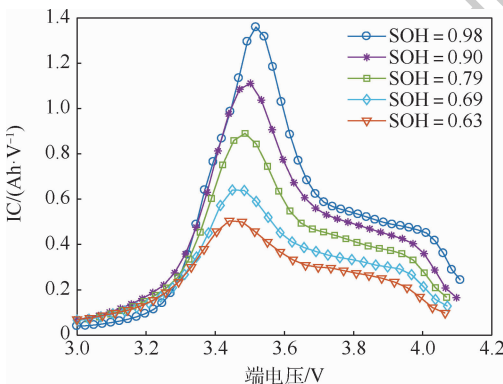


图 15 电池衰退对仿遥测数据的 IC 曲线的影响

Fig. 15 Impact of battery aging on IC curves

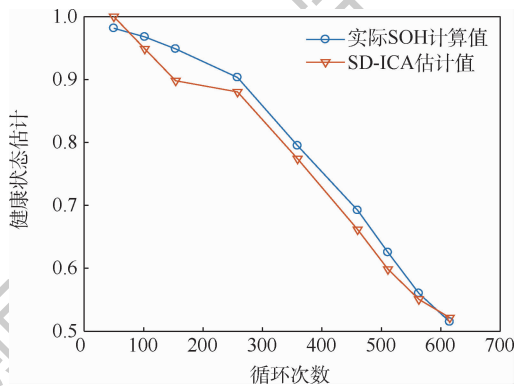


图 17 基于 SD-ICA 法的估计结果

Fig. 17 Estimation results based on SD-ICA method

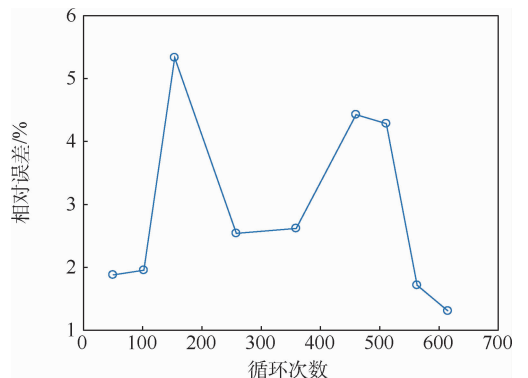


图 18 基于 SD-ICA 法的 SOH 估计误差

Fig. 18 SOH estimation error based on SD-ICA method

4 结束语

本文根据在轨卫星的运行特点,提出了基于SD-ICA的卫星电池健康状态估计方法。首先建立了SD-ICA电池分析法。相对于经典ICA法,SD-ICA法有2方面的改进:首先,为了有效处理低分率的卫星遥测数据,本文采用基于光滑样条函数的曲线平滑方法对遥测数据进行处理;其次,通过分析电池放电电流对IC曲线的影响,推导出在恒流负载条件下的IC曲线与实际IC曲线的关系,进而给出恒流负载条件下的实际IC曲线中的FOH的计算公式。基于上述SD-ICA法确定卫星电池的FOH值,然后本文进一步根据FOH与电池容量之间的线性关系来估计电池的健康状态。经验证,本文方法能有效消减由遥测数据分辨率低所引发的IC值波动,并能准确估计卫星电池的健康状态。

另外,基于SD-ICA的电池健康状态估计方法只需要使用50% SOC附近的恒流放电数据。根据对卫星工况的分析,这一使用条件通常能满足。因此该方法不需要卫星额外增加测试工况。

综上所述,本文方法计算简单、结果准确,而且对放电数据分辨率要求低、不需要对卫星电池进行额外测试,因此非常适合用于对在轨卫星的电池进行健康估计。同时,也可以用于其他锂电池设备,可以为锂电池健康状态提供新的参考。

参考文献 (References)

- [1] 王东,李国欣,潘延林. 锂离子电池技术在航天领域的应用[J]. 上海航天,2000,17(1):54-58.
WANG D, LI G X, PAN Y L. The technology of lithium ion batteries for spacecraft application[J]. Aerospace Shanghai, 2000, 17(1):54-58 (in Chinese).
- [2] BERECIBAR M, DEVRIENDT F, DUBARRY M, et al. Online state of health estimation on NMC cells based on predictive analytics[J]. Journal of Power Sources, 2016, 320:239-250.
- [3] 罗萍,谭玲生,王捷,等. 锂离子电池组在 GEO 卫星上的应用[J]. 电源技术,2018,42(1):1-2.
LUO P, TAN L S, WANG J, et al. Application of Li-ion battery in GEO satellite[J]. Chinese Journal of Power Sources, 2018, 42(1):1-2 (in Chinese).
- [4] BERECIBAR M, GANDIAGA I, VILLARREAL I, et al. Critical review of state of health estimation methods of Li-ion batteries for real applications[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2016, 56(1):572-587.
- [5] LI J, ADEWUYI K, LOTFI N, et al. A single particle model with chemical/mechanical degradation physics for lithium ion battery state of health (SOH) estimation[J]. Applied Energy, 2018, 212(15):1178-1190.
- [6] CUI Y, ZUO P, DU C, et al. State of health diagnosis model for lithium ion batteries based on real-time impedance and open circuit voltage parameters identification method[J]. Energy, 2018, 144:647-656.
- [7] CHEN L, LÜ Z, LIN W, et al. A new state-of-health estimation method for lithium-ion batteries through the intrinsic relationship between ohmic internal resistance and capacity[J]. Measurement, 2018, 116(1):586-595.
- [8] EROL S, ORAZEM M E. The influence of anomalous diffusion on the impedance response of LiCoO₂/C batteries[J]. Journal of Power Sources, 2015, 293(20):57-64.
- [9] HAN X, OUYANG M, LU L, et al. A comparative study of commercial lithium ion battery cycle life in electrical vehicle: Aging mechanism identification[J]. Journal of Power Sources, 2014, 251(1):38-54.
- [10] DUBARRY M, TRUCHOT C, CUGNET M L, et al. Evaluation of commercial lithium-ion cells based on composite positive electrode for plug-in hybrid electric vehicle applications. Part I: Initial characterizations[J]. Journal of Power Sources, 2011, 196(23):10328-10335.
- [11] WENG C, CUI Y, SUN J, et al. On-board state of health monitoring of lithium-ion batteries using incremental capacity analysis with support vector regression[J]. Journal of Power Sources, 2013, 235(1):36-44.
- [12] ZHENG L, ZHU J, LU D D, et al. Incremental capacity analysis and differential voltage analysis based state of charge and capacity estimation for lithium-ion batteries[J]. Energy, 2018, 150:759-769.
- [13] LI X, JIANG J, WANG L Y, et al. A capacity model based on charging process for state of health estimation of lithium ion batteries[J]. Applied Energy, 2016, 177(1):537-543.
- [14] FENG X N, LI J, OUYANG M, et al. Using probability density function to evaluate the state of health of lithium-ion batteries[J]. Journal of Power Sources, 2013, 232(18):209-218.
- [15] WENG C H, SUN J, PENG H. A unified open-circuit-voltage model of lithium-ion batteries for state-of-charge estimation and state-of-health monitoring[J]. Journal of Power Sources, 2014, 258(14):228-237.
- [16] LI Y, ABDEL-MONEM M, GOPALAKRISHNAN R, et al. A quick on-line state of health estimation method for Li-ion battery with incremental capacity curves processed by Gaussian filter[J]. Journal of Power Sources, 2018, 373(1):40-53.
- [17] FLY A, CHEN R. Rate dependency of incremental capacity analysis (dQ/dV) as a diagnostic tool for lithium-ion batteries[J]. Journal of Energy Storage, 2020, 29(1):101329.
- [18] HE J, BIAN X, LIU L, et al. Comparative study of curve determination methods for incremental capacity analysis and state of health estimation of lithium-ion battery[J]. Journal of Energy Storage, 2020, 29:101400.
- [19] ZHANG S, ZHAI B, GUO X, et al. Synchronous estimation of state of health and remaining useful lifetime for lithium-ion battery using the incremental capacity and artificial neural networks[J]. Journal of Energy Storage, 2019, 26:100951.
- [20] BLOOM I, JANSEN A N, ABRAHAM D P, et al. Differential

- voltage analyses of high-power, lithium-ion cells[J]. Journal of Power Sources, 2005, 139(1-2):295-303.
- [21] ZENG G, BAI Z, HUANG P, et al. Thermal safety study of Lithium-ion batteries under limited overcharge abuse based on coupled electrochemical-thermal model[J]. International Journal of Energy Research, 2020, 44(5):3607-3625.
- [22] CHEN J, WANG R, LI Y, et al. A simplified extension of physics-based single particle model for dynamic discharge current [J]. IEEE Access, 2019, 7:186217-186227.

A state of health estimation method for satellite battery based on smooth and discharge applicative increment capacity analysis

CHEN Jinglong, WANG Rixin, LI Yuqing*, XU Minqiang, HUANG Wenhui

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Aimed at the large error when using Increment Capacity Analysis (ICA) to estimate the State of Health (SOH) of satellites battery, this paper proposes an advanced SOH estimation method based on Smooth and Discharge applicative Increment Capacity Analysis (SD-ICA). First, the proposed method does the smoothing processing to the low-resolution telemetry data by using the fitting results of the smooth spline functions which have the continuous second-order derivative. Thus the calculation accuracy is improved. Then, in consideration of the limitation that ICA must use the micro current discharge data, the IC calculation method under load conditions is deduced, which reduces the requirements for the satellite battery discharge conditions. Finally, a linear regression relationship between the battery capacity and Features of Interest 1 (FOI 1) of IC curve is found and used to estimate the SOH of the satellite battery. The results show that the proposed SOH estimation method can accurately obtain the battery SOH from satellite telemetry data. In addition, this method is easy to calculate, has low requirements for sampling resolution, and does not need to add battery working conditions. Therefore, it is valuable for battery health management and mission planning of satellite.

Keywords: Increment Capacity Analysis (ICA); satellite; lithium-ion battery; State of Health (SOH) estimation; low-resolution telemetry data

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0372

一种自适应 GNSS 弱信号载噪比估计方法



孙文杰^{1,2}, 王兆瑞^{1,*}, 金声震¹, 艾国祥¹

(1. 中国科学院国家天文台, 北京 100101; 2. 中国科学院大学 天文与空间科学学院, 北京 100049)

摘 要: 全球导航卫星系统(GNSS)信号的载噪比(CNR)是衡量接收机工作性能的一个重要参数。为了准确得到载噪比估计值,推导并分析了2种常用的GNSS信号载噪比估计方法(方差求和法(VSM)、窄带功率比值法(PRM)),并同时提出一种基于渐消因子容积分卡尔曼滤波的自适应载噪比估计方法,比较了3种方法在通常的信号环境下和弱信号环境下的载噪比估计能力。结果显示:在信号较弱环境或信号受到遮挡产生突变等情况时,VSM方法与PRM方法均会产生较大的误差,而自适应载噪比估计方法能准确估计出信号的载噪比。

关键词: 全球导航卫星系统(GNSS)信号; GNSS接收机; 载噪比(CNR)估计; 容积分卡尔曼滤波; 渐消因子

中图分类号: V221+.3; TB553

文献标志码: A 文章编号: 1001-5965(2021)10-2068-07

全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)接收机在捕获、跟踪到信号的码相位与载波相位以后,为了准确计算出当前信号的强度,载噪比(Carrier-to-Noise Ratio, CNR)是其中的一个重要衡量指标。载噪比可以给接收机的当前工作状态给出指示,检测当前信号的工作强度,判断是否正确地跟踪到信号,为后面的导航定位解算结果是否可靠提供了判断依据^[1-2]。一般情况下,信号载噪比的值越高,该颗卫星提供的码相位观测值与载波相位观测值就越为准确。而当载噪比低于某一阈值时,接收机则需要判断信号失锁,该通道需要重新对卫星进行捕获与跟踪。对载噪比准确的估计可以有效提高GNSS接收机定位结果的可靠性。

载噪比是信噪比归一化的一种形式,其物理意义是载波功率和基带信号白化噪声功率谱密度的比值。理论上,在GNSS接收机的基带处理中,通过信号的功率与基带噪声带宽的比值,再加上基带

处理增益,计算得到载噪比的理论值。而在实际处理过程当中,大部分方法是依靠跟踪环路输出的I、Q两路信号功率值的累加进行计算。通常使用较多的是方差求和法(Variance Summing Method, VSM)、窄带功率比值法^[3-5](Power Ratio Method, PRM)。通常GNSS信号的功率为-130 dBm左右,等效的理论载噪比约为45 dB·Hz,此时2种方法可以有效地计算出当前信号实际的载噪比值;而在信号较弱低于-160 dBm的情况下或者其他信号环境复杂突变的情况下,2种传统的载噪比计算方法并不能准确地得到载噪比。

为解决弱信号环境中接收机的载噪比估计不准确的问题,文献[6-9]给出了平方信噪比方差法(Squared Signal-to-Noise Variance, SNV)、矩方法(Moments Method, MM)等其他估计方法并分析了估计能力。文献[10]针对PRM方法提出了改进,利用I、Q支路的4阶矩的估计特性来降低估计偏差。文献[11]通过对信号功率的强弱调整

收稿日期: 2020-07-30; 录用日期: 2020-12-11; 网络出版时间: 2021-01-14 13:55

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210113.1711.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(U1931125, 11603041); 国家重点研发计划(2016YFB0501900)

* 通信作者: E-mail: zhaorui_w@nao.cas.cn

引用格式: 孙文杰, 王兆瑞, 金声震, 等. 一种自适应GNSS弱信号载噪比估计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2068-2074. SUN W J, WANG Z R, JIN S Z, et al. An adaptive carrier-to-noise ratio estimation method for GNSS weak signal[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2068-2074 (in Chinese).

估计时间,提高估计时间来提高 PRM 在弱信号环境中的估计精度。上述方法主要针对 I 、 Q 支路在弱信号中的统计特性进行研究,较少针对信号突变的场景中进行分析。

卡尔曼滤波是一种广泛应用的递归滤波算法。由于实际场景中大部分的系统均为非线性系统,针对非线性的情况,扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)、无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)等非线性卡尔曼滤波算法纷纷被学者提出。其中,容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter, CKF)^[12]也是一种非线性滤波算法,其基于 3 阶球面-相径容积规则,使用一组确定的容积点来逼近具有附加高斯噪声的非线性系统的状态值和均方差。CKF 相较于 EKF 算法,无需求解雅可比矩阵,而是使用 Cholesky 分解来保证预测协方差在迭代中的对称性,具有更高的泰勒展开逼近精度。CKF 相较于 UKF 算法来说减少一个采样点,设计简洁参数易于调整。由于 UKF、CKF 等算法在遇到突变等情况时,理论模型与实际模型产生冲突不相匹配,引用强跟踪滤波(Strong Tracking Filter, STF)算法^[13-15]中的思想,引进实时改变的渐消因子,通过实时调整状态预测误差协方差矩阵与增益矩阵,来应对场景突变的情况。

在对 2 种常用的 VSM 方法与 PRM 方法进行详细的分析后,本文提出一种基于渐消因子容积卡尔曼滤波的载噪比估计方法,通过对信号功率的观测,来提高接收机在信号突变的环境和信号强度弱的环境中接收机的载噪比估计能力。

1 信号模型

通常的 GNSS 接收机的一个跟踪通道经过捕获后得到的中频信号^[1-2]为

$$S_{IF}(t) = AD(t)c(t)\cos(\omega_c t) + n(t) \quad (1)$$

式中: A 为信号幅度; $D(t)$ 为 ± 1 的导航电文数据; $c(t)$ 为 C/A 码; ω_c 为捕获后的频率; $n(t)$ 为均值 0、功率 σ^2 的高斯白噪声, t 为信号时间。

在跟踪环路的非相干延迟锁定环处理当中,本地产生正交的 I 、 Q 两路载波信号,两路本地载波信号分别与经过超前、滞后码解扩后的信号相乘,设 $\Delta\omega$ 为本地信号与接收到的信号的频率差, T 为相干积分时间, τ 为本地复制的码与接收到码的相位差。经过相干积分处理后,得到的 I 、 Q 两路信号分别为

$$I(n) = AD(n)R(\tau)\sin\left(c\left(\frac{\Delta\omega T}{2}\right)\right)\cos\theta + n_I \quad (2)$$

$$Q(n) = AD(n)R(\tau)\sin\left(c\left(\frac{\Delta\omega T}{2}\right)\right)\sin\theta + n_Q \quad (3)$$

式中: $R(\tau)$ 为自相关函数; θ 为相位差; n_I 、 n_Q 为均值 0、功率 σ^2 的高斯白噪声。

假设码已对齐,取导航电文 $D = 1$ 。载噪比 C/N_0 的计算公式为

$$\frac{C}{N_0} = \frac{A^2}{2\sigma^2 T} \quad (4)$$

推导出信号的幅度为

$$A = \sqrt{\frac{2CT}{N_0}}\sigma \quad (5)$$

将 A 代入到式(2)、式(3)当中,式(2)、式(3)可以简写为

$$I(n) = \sqrt{\frac{2CT}{N_0}}\sin\left(c\left(\frac{\Delta\omega T}{2}\right)\right)\cos\theta + n_I \quad (6)$$

$$Q(n) = \sqrt{\frac{2CT}{N_0}}\sin\left(c\left(\frac{\Delta\omega T}{2}\right)\right)\sin\theta + n_Q \quad (7)$$

2 传统载噪比估计方法

2.1 方差求和法

VSM 方法是利用同相支路 I 和正交支路 Q 能量的平方和($Z = I^2 + Q^2$)的均值与方差来估计信号的噪声和功率,从而得到信号的载噪比值。

令积分的时间为 T ,通常取积分时间 $T = 1$ ms。在 1 个积分时间内的数据个数为 n ,此时在积分时间内 I_n 、 Q_n 两个支路的能量和为

$$Z_n = I_n^2 + Q_n^2 \quad (8)$$

均值:

$$E(Z) = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^{T/n} Z_n \quad (9)$$

方差:

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^{T/n} (Z_n - E(Z))^2 \quad (10)$$

平均的载波能量为

$$A_c = \sqrt{E^2(Z) - \sigma_Z^2} \quad (11)$$

然后计算 I 、 Q 两路噪声累加方差为

$$\sigma_{IQ}^2 = \frac{1}{2}(E(Z) - \sqrt{E^2(Z) - \sigma_Z^2}) \quad (12)$$

将上述结果代入到式(4)载噪比的计算公式,最后得到载噪比为

$$\frac{C}{N_0} = 10\lg\left(\frac{1}{T} \cdot \frac{A_c}{2\sigma_{IQ}^2}\right) \quad (13)$$

VSM 方法计算原理简单,但是在信号遮挡有较大的波动时,2 次叠加的运算与 1 次开方的运算带来较大的计算时间会降低此时的估计精度。

2.2 窄带功率比值法

PRM 方法基本原理是:通过信号加噪声的功率在不同的噪声带宽下的观测量统计特性来得到载噪比的值。在 PRM 方法中,定义了宽带功率(Wide Band Power, WBP)和窄带功率(Narrow Band Power, NBP),如下:

$$WBP = \sum_{k=1}^M (I_k^2 + Q_k^2) \quad (14)$$

$$NBP = \left(\sum_{k=1}^M I_k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^M Q_k \right)^2 \quad (15)$$

WBP 为 M 次相干积分时间的能量和总值, NBP 为一次相干积分 M 能量时间的总值,由式(14)和式(15)可知,WBP 服从自由度为 $2M$ 的 χ^2 分布,NBP 服从自由度为 2 的 χ^2 分布。

$$E(WBP) = 2M\sigma^2 \left(\frac{A^2}{2\sigma^2} + 1 \right) \quad (16)$$

$$E(NBP) = 2M\sigma^2 \left(\frac{A^2}{2\sigma^2} M + 1 \right) \quad (17)$$

$$\text{var}(WBP) = 4M^2\sigma^4 \left(\frac{A^2}{\sigma^2} + 1 \right) \quad (18)$$

$$\text{var}(NBP) = 4M^2\sigma^4 \left(\frac{A^2}{\sigma^2} M + 1 \right) \quad (19)$$

$$\text{COV}(NBP, WBP) = 4M\sigma^4 \left(\frac{A^2}{\sigma^2} + 1 \right) \quad (20)$$

式中:COV(\cdot)为互相关。

接着,用 WBP 对 NBP 进行比值并计算均值,得到

$$Z_{PRM} = E\left(\frac{NBP}{WBP}\right) = \frac{\left(\frac{A^2}{2\sigma^2}\right)M + 1}{\left(\frac{A^2}{2\sigma^2}\right) + 1} \quad (21)$$

最后,将 $\frac{C}{N_0} = \frac{A^2}{2\sigma^2 T}$ 代入式(4)中,得到载噪比为

$$\frac{C}{N_0} = 10\lg\left(\frac{1}{T} \cdot \frac{Z_{PRM} - 1}{M - Z_{PRM}}\right) \quad (22)$$

PRM 方法在低载噪比环境下受到噪声的影响较大,而在高载噪比下,宽带窄带的比值趋近于恒定,载噪比的估计范围较窄,因此 PRM 方法也不适用于弱信号或环境波动较大的情况。

3 自适应载噪比估计方法

自适应载噪比估计方法是使用引入渐消因子的容积卡尔曼滤波载噪比估计方法。通过引进时变渐消因子,实时调整状态预测误差的协方差阵和相应的增益矩阵,同时使得状态估计的残差方差达到最小并且保持输出残差序列相互正交,对突变状态具有很强的预测和跟踪能力。该方法将

接收机 I, Q 两路信号的能量和作为状态值进行观测,并实时更新测量噪声,当接收的卫星信号遇到遮挡从而使载噪比发生较大的突变时,渐消因子可以有效应对载噪比的突变,并在载噪比较低的环境中给出准确的估计值。图 1 为自适应载噪比估计方法流程。

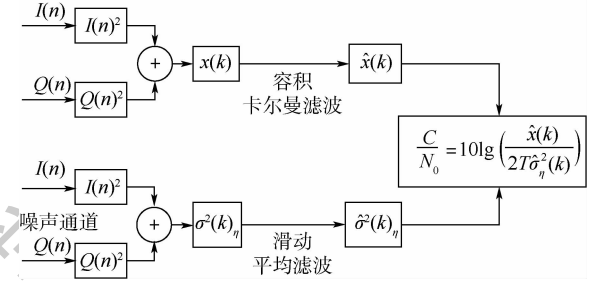


图 1 自适应载噪比估计方法流程

Fig. 1 Adaptive CNR estimation method's flowchart

方法原理为:将 I, Q 两路信号能量的和作为状态量进行跟踪,状态量 X_k 为 k 时刻的估计值,观测量 Z_{k+1} 为 $k+1$ 时刻 I, Q 两路能量之和:

$$Z_{k+1} = IP_{k+1}^2 + QP_{k+1}^2 \quad (23)$$

状态转移方程为

$$\begin{cases} X_{k+1} = P_{k+1k}X_k + w_k \\ Z_{k+1} = IP_{k+1} + QP_{k+1} + v_{k+1} \end{cases} \quad (24)$$

式中: w_k, v_k 为高斯噪声矩阵; P_{k+1k} 为状态转移矩阵。

3.1 容积卡尔曼滤波

CKF 算法是采用一种确定性采样的非线性滤波算法,基于一定的容积规则选取容积点,来近似非高斯过程中的积分部分。

状态更新:

- 1) 对状态转移矩阵 P_{k+1k} 进行 Cholesky 分解,得到 $P_k = S_k S_k^T$ (25)

式中: S_k 为矩阵分解后的下三角矩阵,在后续中作为计算的中间变量。

2) 选取计算容积点。

$$X_{k+1} = S_{k,i} \cdot \xi_i + \hat{x}_{k+1k} \quad (26)$$

式中容积点集 ξ_i 为

$$\xi_i = \begin{cases} \sqrt{n} [1]_i & i = 1, 2, \dots, n \\ -\sqrt{n} [1]_i & i = n+1, n+2, \dots, 2n \end{cases} \quad (27)$$

其中: $S_{k,i}$ 为选取的矩阵; ξ_i 为容积点; \hat{x}_{k+1k} 为状态量; n 为状态的维数; $[1]$ 为单位矩阵。

3) 计算状态方程传播的容积点。

$$X_{k+1k}^i = f(X_k^i, u_k) \quad (28)$$

式中: u_k 为计算容积点时代表的微分单元,为中

间过程量。

4) 估计 $k+1$ 时刻状态预测值。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{x}_{k+1k}^i \quad (29)$$

5) 误差协方差预测。

$$\mathbf{P}_{k+1k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{x}_{k+1k}^i (\mathbf{x}_{k+1k}^i)^T - \hat{\mathbf{x}}_{k+1k} (\hat{\mathbf{x}}_{k+1k})^T + Q \quad (30)$$

测量更新:

1) 对矩阵进行 Cholesky 分解,得到

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T$$

2) 选取计算容积点。

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{S}_{k,i} \cdot \xi_i + \hat{\mathbf{x}}_{k+1k}$$

3) 容积点集为

$$\xi_i = \begin{cases} \sqrt{n}[1]_i & i = 1, 2, \dots, n \\ -\sqrt{n}[1]_i & i = n+1, n+2, \dots, 2n \end{cases}$$

4) 计算经测量方程传递后的容积点。

$$\mathbf{X}_{k+1k}^i = g(\mathbf{X}_{k+1k}^i, \mathbf{u}_{k+1}) \quad (31)$$

式中: $g(\cdot)$ 为计算过程中的非线性函数。

5) 计算 $k+1$ 时刻测量预测值。

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{z}_{k+1k}^i \quad (32)$$

6) 计算新息方差矩阵。

$$\mathbf{P}_{k+1k}^Z = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{z}_{k+1k}^i (\mathbf{z}_{k+1k}^i)^T - \hat{\mathbf{z}}_{k+1k} (\hat{\mathbf{z}}_{k+1k})^T + \mathbf{R}_k \quad (33)$$

式中: \mathbf{R}_k 为噪声矩阵。

7) 计算互相关协方差。

$$\mathbf{P}_{k+1k}^{XZ} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{X}_{k+1k}^i (\mathbf{z}_{k+1k}^i)^T - \hat{\mathbf{x}}_{k+1k} (\hat{\mathbf{z}}_{k+1k})^T \quad (34)$$

8) 计算 $k+1$ 时刻的卡尔曼滤波增益。

$$\mathbf{W}_{k+1k} = \mathbf{P}_{k+1k}^{XZ} (\mathbf{P}_{k+1k}^Z)^{-1} \quad (35)$$

9) 计算 $k+1$ 时刻状态量更新。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1k} + \mathbf{W}_{k+1k} (\mathbf{z}_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1k}) \quad (36)$$

10) 计算 $k+1$ 时刻的状态误差协方差矩阵。

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1k} - \mathbf{W}_{k+1k} \mathbf{P}_{k+1k}^Z \mathbf{W}_{k+1k}^T \quad (37)$$

3.2 渐消因子容积卡尔曼滤波

在强跟踪滤波中,基于正交原理,实时调整增益矩阵 \mathbf{W}_{k+1k} ,使得 \mathbf{W}_{k+1k} 满足:

$$E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T] = \min \quad (38)$$

$$E[\mathbf{e}_{k+j} \mathbf{e}_k^T] = 0 \quad k = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots \quad (39)$$

式中: \mathbf{e}_k 为 k 时刻的残差,令各时刻的残差序列处处保持着正交。将渐消因子引入预测误差协方差矩阵中,令滤波残差满足正交性,进而实时调整增益矩阵。其中,渐消因子引入的位置如下:

$$\mathbf{P}_{k+1k} = \mathbf{LMD}_k \cdot \Phi_k \mathbf{P}_{klk} \Phi_k^T + Q \quad (40)$$

式中: $\mathbf{LMD}_k = \text{diag}[\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k}]$ 为渐消因子矩阵; Φ_k 为雅可比矩阵。 \mathbf{LMD}_k 的计算方法如下:根据先验信息大致确定 $\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k} = a_1, a_2, \dots, a_n$ 时:

$$\lambda_{i,k} = \begin{cases} \lambda_{i,k} & \lambda_{i,k} > 1 \\ 1 & \lambda_{i,k} \leq 1 \end{cases} \quad (41)$$

$$\lambda_{i,k} = a_i C_k \quad (42)$$

$$C_k = \frac{\text{tr}(\mathbf{N}_k)}{\sum_{j=1}^n a_j \mathbf{M}_{j,k}} \quad (43)$$

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{V}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{Q} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{R} \quad (44)$$

$$\mathbf{M}_k = \Phi_k \mathbf{P}_{klk} \Phi_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T \quad (45)$$

式中: Φ_k, \mathbf{H}_k 为对应的雅可比矩阵; $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵的求迹运算; $\mathbf{M}_{j,k}$ 为计算渐消因子的中间过程量; \mathbf{V}_k 为输出残差的协方差矩阵,估算如下:

$$\mathbf{V}_k = \begin{cases} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^T & k = 0 \\ \frac{\rho \mathbf{V}_{k-1} + \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T}{1 + \rho} & k \geq 1 \end{cases} \quad (46)$$

其中: ρ 为遗忘因子, $0 < \rho \leq 1$,通常选取 $\rho = 0.95$ 。

3.3 噪声滑动平均估计

在对 I, Q 两路信号功率跟踪的同时,增加一个噪声相关器来对噪声功率进行实时的测量,利用接收机在接收卫星信号时额外增加一个通道,该通道产生的本地伪随机码与其他卫星的伪随机码都不相关,在进行本地相关运算后只剩下接收信号的噪声,以此来得到噪声基底。

在每一次计算时间 k 更新中,取 $k-1 \sim k$ 这一段长度为 N_η 的时间中所有噪声的能量之和,平均的噪声方差为

$$\sigma_\eta^2(k) = \frac{1}{N_\eta} \sum_{m=1}^{N_\eta} (\eta_k(m))^2 \quad (47)$$

式中: $\eta_k(\cdot)$ 为这个长度信号里每一个点的值; m 为序号。

接收机实际接收的噪声中为热噪声,噪声的方差随时间会发生变化,并且考虑到信号被遮挡时可能会带来噪声的突变,应加一组滑动平均滤波器对噪声进行平滑,以提供更准确的载噪比估计。滑动平均后的噪声为

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = (1 - \alpha) \hat{\sigma}_\eta^2(k-1) + \alpha \sigma_\eta^2(k) \quad (48)$$

式中: α 为滑动滤波加权值。在 k 时刻,根据载噪比计算公式,载噪比为

$$\frac{C}{N_0} = 10 \lg \left(\frac{\hat{x}(k)}{2T \hat{\sigma}_\eta^2(k)} \right) \quad (49)$$

4 实验结果与分析

采用 MATLAB 软件编程对上述估计方法进行仿真,通过仿真模拟产生卫星下变频后的数字中频信号,信号的中频频率为 4.092 MHz,噪声带宽为 2 MHz,信号长度为 5 s。其中 VSM 方法选用的相干积分处理时间 T 为 1 ms,数据累加次数 $K=20$ 。PRM 方法中相干积分时间 T 为 1 ms,累加次数 $M=5$ 。自适应容积卡尔曼滤波载噪比估计方法里选用的初始载噪比的值 $X(1)$ 为 45 dB·Hz,后续估计值使用自适应载噪比估计方法进行估计。

通过仿真对比 3 种载噪比估计方法,如图 2 所示。在信号功率较强的 -130 dBm 时,3 种方法的估计误差都在 1 dB·Hz 以内,其中 VSM 方法的估计精度最高;随着输入信号功率下降,在降到 -150 dB·m 时,自适应载噪比估计方法的精度更高,误差最小。由此可见,自适应载噪比估计方法在弱信号的条件会有更高的估计精度。

从表 1 也可以看出,在信号的理论载噪比为 45 dB·Hz 时,此时的信号工作环境较强,3 种载噪比估计误差相当。而当接收信号的理论载噪比降低到 25 dB·Hz 时,2 种传统方法 VSM 与 PRM 的载噪比估计误差都超过了自适应卡尔曼滤波载噪比估计方法。由此可见,自适应卡尔曼滤波载噪比估计方法在低载噪比环境中的估计结果更加准确。

设置接收信号在载噪比突变的环境中工作,令接收信号的载噪比产生突变,结果如图 3 所示。

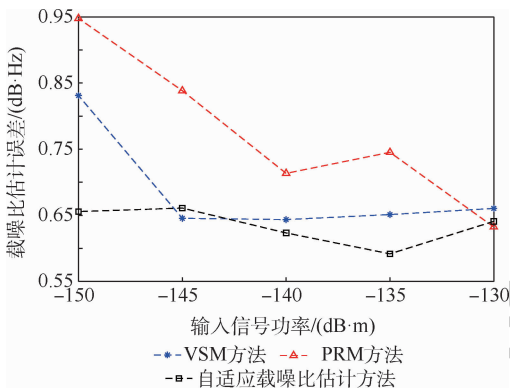


图 2 三种方法的估计误差

Fig. 2 Three methods' estimation errors

表 1 三种算法在不同载噪比环境下的估计误差

Table 1 Estimation errors of three method in different C/N_0 environments

| 载噪比/ (dB·Hz) | 载噪比估计误差/(dB·Hz) | | |
|-----------------|-----------------|--------|----------------|
| | VSM 方法 | PRM 方法 | 自适应载噪比 估计方法 |
| 45 | 0.54 | 0.55 | 0.40 |
| 35 | 0.77 | 1.03 | 0.47 |
| 25 | 0.81 | 1.66 | 0.52 |

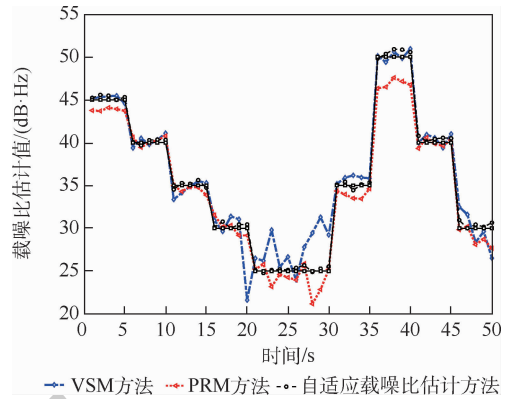


图 3 三种估计方法在载噪比突变环境中的估计误差
Fig. 3 Three estimation methods' estimation errors in the environment of abrupt CNR change

图 3 中:载噪比低于 30 dB·Hz 时,VSM 方法估计误差为 1.98 dB·Hz,PRM 方法估计误差为 1.22 dB·Hz,自适应载噪比估计方法估计误差为 0.84 dB·Hz。在此环境中,VSM 方法与 PRM 方法都不能有效地应对载噪比的突变。在载噪比突变的位置上,VSM 方法在估计时会产生误差,而 PRM 方法载噪比估计的动态范围有限。在载噪比环境的理论值较低时,VSM 方法与 PRM 方法都出现了较大的载噪比估计误差,而自适应载噪比估计方法可以有效地在低载噪比环境中工作。

5 结论

提出了一种基于渐消因子的容积卡尔曼滤波自适应载噪比估计方法,并与 2 种传统载噪比估计方法 VSM 与 PRM 进行了对比。结果表明:

- 1) 在信号较强的 45 dB·Hz 的工作环境当中,3 种估计方法结果相当,误差均在 0.6 dB·Hz 以内。
- 2) 在信号载噪比较低的 25 dB·Hz 工作环境当中,VSM 方法与 PRM 方法估计误差大于 0.8 dB·Hz,而自适应载噪比估计方法估计误差在 0.6 dB·Hz 以内。

3) 当接收机接收的信号产生突变时,VSM 方法与 PRM 方法估计误差均大于 1 dB·Hz,而自适应载噪比估计方法估计误差小于 0.8 dB·Hz。

综上所述,自适应载噪比估计方法相较于 2 种传统方法,在信号较弱或者突变环境中的估计更为准确。

参考文献 (References)

- [1] 鲁郁.北斗/GPS 双模软件接收机原理与实现技术[M].北京:电子工业出版社,2016:197-203.

- LU Y. Principle and implementation technology of Beidou/GPS dual-mode software receiver [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2016:197-203 (in Chinese).
- [2] 谢钢. GPS 原理与接收机设计 [M]. 北京:电子工业出版社, 2017:362-364.
- XIE G. Principles of GPS and receiver design [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017: 362-364 (in Chinese).
- [3] 蒋君伟,段晓辉,林阳. 一种 GPS 信号载噪比估计的新算法 [J]. 系统仿真学报, 2009, 21 (24): 7786-7788.
- JIANG J W, DUAN X H, LIN Y. New algorithm for GPS C/N_0 estimation [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21 (24): 7786-7788 (in Chinese).
- [4] GROVES P D. GPS signal-to-noise measurement in weak signal and high-interference environments [J]. Navigation, 2005, 52 (2): 83-94.
- [5] SHARAWI M S, AKOS D M, ALOI D N. GPS C/N_0 estimation in the presence of interference and limited quantization levels [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43 (1): 227-238.
- [6] FALLETTI E, PINI M, PRESTI L L, et al. Assessment on low complexity C/N_0 estimators based on M-PSK signal model for GNSS receivers [C] // 2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. Piscataway: IEEE Press, 2008: 167-172.
- [7] LASHLEY M. Modeling and performance analysis of GPS vector tracking algorithms [M]. Auburn: Auburn University, 2009: 318-324.
- [8] 巴晓辉,刘海洋,郑睿,等. 一种有效的 GNSS 接收机载噪比估计方法 [J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36 (4): 457-460.
- BA X H, LIU H Y, ZHENG R, et al. An effective carrier-to-noise ratio estimation method for GNSS receivers [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36 (4): 457-460 (in Chinese).
- [9] 徐昌元,唐小妹,倪少杰,等. 电离层闪烁背景下不同载噪比估计算法的性能分析 [J]. 全球定位系统, 2016, 41 (5): 23-27.
- XU C Y, TANG X M, NI S J, et al. Ionospheric anomalies preceding kumamoto earthquake detected by GNSS [J]. GNSS World of China, 2016, 41 (5): 23-27 (in Chinese).
- [10] 王皎,姜苏洋,狄世超,等. GNSS 系统中一种低复杂度的载噪比估计算法 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2018, 39 (6): 1087-1092.
- WANG J, JIANG S Y, DI S C, et al. A low complexity carrier-to-noise ratio estimation algorithm in GNSS systems [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2018, 39 (6): 1087-1092 (in Chinese).
- [11] 何文涛,徐建华,叶甜春. GPS 弱信号的自适应载噪比估计算法 [J]. 电子技术应用, 2010, 36 (6): 111-114.
- HE W T, XU J H, YE T C. Adaptive C/N estimation method of GPS weak signal [J]. Application of Electronic Technology, 2010, 36 (6): 111-114 (in Chinese).
- [12] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54 (6): 1254-1269.
- [13] 周东华,席裕庚,张钟俊. 非线性系统带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波 [J]. 控制与决策, 1990, 5 (5): 1-6.
- ZHOU D H, XI Y G, ZHANG Z J. Extended Kalman filter with suboptimal fading factors for nonlinear systems [J]. Control and Decision, 1990, 5 (5): 1-6 (in Chinese).
- [14] 鲍水达,张安,高飞. 一种新的多渐消因子容积卡尔曼滤波 [J]. 计算机测量与控制, 2019, 27 (2): 241-245.
- BAO S D, ZHANG A, GAO F. A new multi-decay factor volume Kalman filter [J]. Computer Measurement and Control, 2019, 27 (2): 241-245 (in Chinese).
- [15] 朱珍珍. 卫星导航矢量跟踪关键技术研究 [D]. 长沙:国防科学技术大学, 2011: 84-88.
- ZHU Z Z. Research on key techniques of vector tracking for satellite navigation [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011: 84-88 (in Chinese).

An adaptive carrier-to-noise ratio estimation method for GNSS weak signal

SUN Wenjie^{1,2}, WANG Zhaorui^{1,*}, JIN Shengzhen¹, AI Guoxiang¹

(1. National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;

2. School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The Carrier-to-Noise Ratio (CNR) of Global Navigation Satellite System (GNSS) signals is an important parameter to describe GNSS receiver's performance. In this paper, we derive and analyze two commonly used GNSS signal CNR estimation methods: Variance Summing Method (VSM) and Power Ratio Method (PRM). Meanwhile, we propose an adaptive CNR estimation method which is based on fading factor cubature Kalman filter. We compare the three methods to assess the CNR estimation ability in normal and weak signal environment. The results show that, when signal suddenly changes or signal is weak, the VSM and PRM will produce large estimation errors, while the adaptive CNR estimation methods can still accurately estimate the CNR of signal.

Keywords: Global Navigation Satellite System (GNSS) signal; GNSS receiver; Carrier-to-Noise Ratio (CNR) estimation; cubature Kalman filter; fade factor

Received: 2020-07-30; **Accepted:** 2020-12-11; **Published online:** 2021-01-14 13:55

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210113.1711.001.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (U1931125, 11603041); National Key R & D Program of China (2016YFB0501900)

* **Corresponding author.** E-mail: zhaorui_w@nao.cas.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0344

引信-超宽带强电磁脉冲效应阈值试验研究



付胜华^{1,2}, 娄文忠^{1,2,*}, 苏子龙^{1,2}, 郑福泉^{1,2}

(1. 北京理工大学 机电学院, 北京 100081; 2. 北京理工大学重庆创新中心, 重庆 401120)

摘 要: 为明晰超宽带电磁脉冲对引信的干扰和损伤影响, 确定引信-电磁脉冲效应的阈值区间, 针对当前引信-电磁脉冲效应数据样本少, 难以准确评估引信的抗电磁脉冲能力的难题, 建立了马尔可夫蒙特卡罗估计的引信-电磁脉冲效应阈值分析模型。通过构建的超宽带电磁脉冲模拟器的引信效应测试系统, 对典型引信进行辐照试验, 得到引信-电磁脉冲的效应规律及干扰阈值。试验结果表明: 引信通信故障的效应阈值均值为 28.262 kV/m, 均值的 95% 可信区间为 (27.390, 29.129) kV/m; 方差的后验期望估计为 1.867 kV/m, 方差的 95% 可信区间为 (0.834, 4.182) kV/m。所提模型可用作多种引信的电磁脉冲效应阈值估计, 为提高引信的抗电磁干扰能力提供理论基础和试验手段。

关键词: 超宽带强电磁脉冲; 引信; 马尔可夫-蒙特卡罗估计; 阈值分析; 辐照试验

中图分类号: TJ43⁺1.1

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2075-06

引信是利用环境、通过指令信息在预定条件下解除保险, 在有利的时机引爆战斗部的控制系统^[1]。超宽带强电磁脉冲具有上升前沿陡、峰值功率高和频谱范围宽等特点, 可以覆盖多种引信系统的响应频率。引信在超宽带强电磁脉冲环境下极易受到干扰, 电磁脉冲会与引信产生效应, 并对其造成损伤, 使得引信出现早炸、误炸、不炸等多种效应^[2-6]。

对引信进行电磁脉冲效应试验, 通过测试引信的效应数据, 并对效应阈值进行概率拟合, 可以有效评估引信在电磁脉冲环境下的易损性^[7-8]。经典的数理统计方法是以大样本量为基础, 用故障频率代替故障概率, 然而在实际的引信效应试验中, 试验分析与效应评估如何在小样本条件下对系统的抗电磁脉冲能力做出较为准确评判一直是未解决的难点。

在样本数据处理技术中, 贝叶斯分析对效应物在电磁脉冲中的易损性分析中也是一种十分重要

的技术手段^[7,9-12]。黄忠胜等^[13]基于电磁拓扑分析, 将分层贝叶斯网络用于电子系统电磁脉冲易损性评估中。孙晓颖等^[14]提出了基于贝叶斯网络的系统级电磁易损性评估方法框架, 考虑电磁干扰源的各参数对效应物的影响, 将事件树分析、EMT 等工具有效融入 BN 评估模型中, 为电子系统电磁易损性评估提供了新的分析方法。

本文基于贝叶斯统计理论, 针对在超宽带电磁脉冲对引信的效应试验中, 面临由于试验费用昂贵, 导致试验样本数较少的难题, 进行超宽带电磁脉冲对引信效应阈值分析。得到马尔可夫-蒙特卡罗估计的引信在超宽带电磁脉冲环境下, 出现的通信故障(不炸)的效应阈值区间。该试验方法为提高引信的抗电磁干扰能力提供了理论基础和试验手段。

1 模型建立

马尔可夫-蒙特卡罗估计在分析参数过程中

收稿日期: 2020-07-15; 录用日期: 2020-10-16; 网络出版时间: 2020-11-10 13:51

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201109.1831.003.html

基金项目: 国防科技重点实验室基金(201920201322)

* 通信作者. E-mail: louwz@bit.edu.cn

引用格式: 付胜华, 娄文忠, 苏子龙, 等. 引信-超宽带强电磁脉冲效应阈值试验研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2075-2080. FU S H, LOU W Z, SU Z L, et al. Threshold test study of fuze-ultrawideband high electromagnetic pulse effect[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2075-2080 (in Chinese).

利用历史数据或专家评估数据的先验分布,进行参数估计得到关于未知参数的后验分布。

设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为其观测值, μ 为样本的均值, σ 为方差。则二参数正态分布的似然函数为

$$L(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

参数向量 (μ, σ^2) 的后验分布为

$$\pi(\mu, \sigma | x) \propto L(x | \mu, \sigma) \pi(\mu, \sigma) \propto \sigma^{-(n+2)} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

式中: \propto 表示等式左边正比于右边; $\pi(\mu, \sigma | x)$ 为后验分布函数。

令 $s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \geq (x_i - \bar{x})^2$, 可得

$$\pi(\mu, \sigma | x) \propto (\sigma^2)^{-(\frac{n}{2}+1)} \exp\left(-\frac{s^2 + n(\mu - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \propto (\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{n(\mu - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) (\sigma^2)^{-(\frac{n}{2}-1)} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

式中: $\pi(\mu | \sigma, x) = (\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{n(\mu - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$;

$\pi(\sigma | x) = (\sigma^2)^{-(\frac{n}{2}-1)} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right)$, n 为样本中

参数个数, 可得

$$\begin{cases} \pi(\mu | \sigma, x) = N(\bar{x}, \frac{\sigma^2}{n}) \\ \pi(\sigma | x) = s^2 \chi^{-2}(n-1) \end{cases} \quad (4)$$

参数向量 (μ, σ^2) 的后验分布是正态分布与逆 χ^2 分布的乘积, (μ, σ^2) 的估计均值为 $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$, 其中, $\hat{\mu} = \bar{x}$, $\hat{\sigma}^2 = E(s^2 Y_{n-1}) = s^2 E(Y_{n-1})$, $Y_{n-1} = \chi^{-2}(n-1)$ 。由逆 χ^2 的分布性质可得

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 E(Y_{n-1}) = \frac{s^2}{n-3} \quad (5)$$

通过吉布斯 (Gibbs) 抽样法进行样本选取^[9], 产生马尔可夫链。对于正态分布模型中, 当 μ 给定时, σ^2 的后验分布为

$$\pi(\sigma^2 | \mu, x) \propto (\sigma^2)^{-(\frac{n}{2}+1)} \exp\left(-\frac{s^2 + n(\mu - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

令 $y = \frac{s^2 + n(\mu - \bar{x})^2}{\sigma^2}$, 则可得式(7)为自由度

$(n+4)$ 的卡方分布 $\chi^2(n+4)$ 的核, 即

$$\pi(\sigma^2 | \mu, x) \propto y^{\frac{n+4}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}} \quad (7)$$

$$Y | (\mu, x) = y | (\mu, x) \quad (8)$$

该马尔可夫链的分布为未知参数的后验分布。基于后验分布如式(6), 在平方损失函数下参数向量的蒙特卡罗估计为

$$\hat{\theta} = \int_{\theta} \theta \pi(\theta | x) d\theta = E(\theta | x) \quad (9)$$

因此, 马尔可夫-蒙特卡罗估计主要根据样本均值, 依据概率收敛于 $E(\theta | x)$ 。利用 Gibbs 抽样法获得 $\pi(\theta | x)$ 中的一个非独立样本, 形成马尔可夫链, 蒙特卡罗进行计算参数向量的估计。

2 引信-电磁脉冲耦合效应试验

引信-电磁脉冲耦合效应试验中采用超宽带电磁脉冲源^[8,15], 其脉宽为几纳秒, 上升沿小于 1 ns (1 ns = 10⁻⁹ s), 频带为 10 MHz ~ 2 GHz, 该装置可产生垂直极化的辐射场, 其结构如图 1 所示。

如图 2 所示, 超宽带电磁脉冲源主要由储能电源、Tesla 变压器、Blumlien 形成线、P-C 开关、超宽带天线和控制系统等构成。储能电源充满电后, 对 Tesla 变压器放电, Tesla 变压器将电压抬高, 电流在 Blumlien 形成线上形成初级脉冲, 初级脉冲经 P-C 开关后形成强电磁脉冲, 由天线辐射至外部空间。

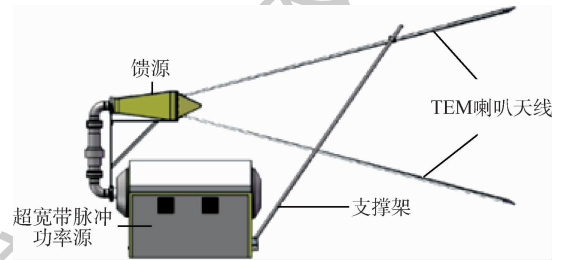


图 1 超宽带电磁脉冲装置

Fig.1 Ultra-wideband strong electromagnetic pulse device

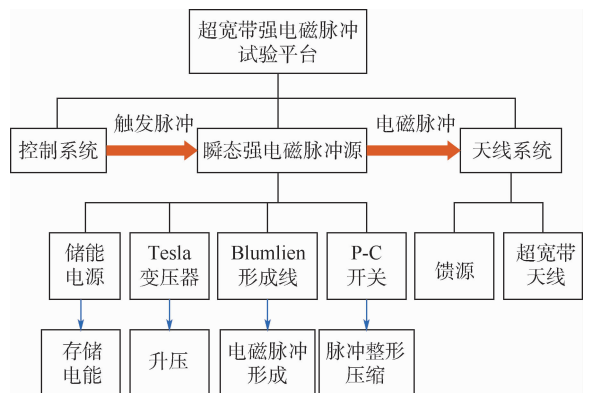


图 2 超宽带电磁脉冲装置原理组成

Fig.2 Principle of ultra-wideband strong electromagnetic pulse device

引信-电磁脉冲试验根据不同场强、不同重频超宽带强电磁脉冲,对引信辐照下的效应测试。试验采用的引信如图 3 所示,该引信主要由壳体、通信及控制电路、安保装置及火工品等部分构成。超宽带强电磁脉冲主要对其通信及控制电路起作用,使其通信中断不炸、控制误触发导致早炸或误炸。

引信-电磁脉冲效应试验系统由强电磁脉冲源、测试引信、电场测试仪、示波器、电磁脉冲控制器、电源等构成。强电磁脉冲源由电磁脉冲控制器发出设定功率与频率的电磁波,电场测试仪与引信放置在一定距离处的电磁场内。示波器 A 用于监测外部环境中电磁脉冲场;示波器 B 监测引信中感应电压波形,表征通信是否正常,即判定引信-电磁脉冲阈值。试验原理及现场如图 4、图 5 所示。

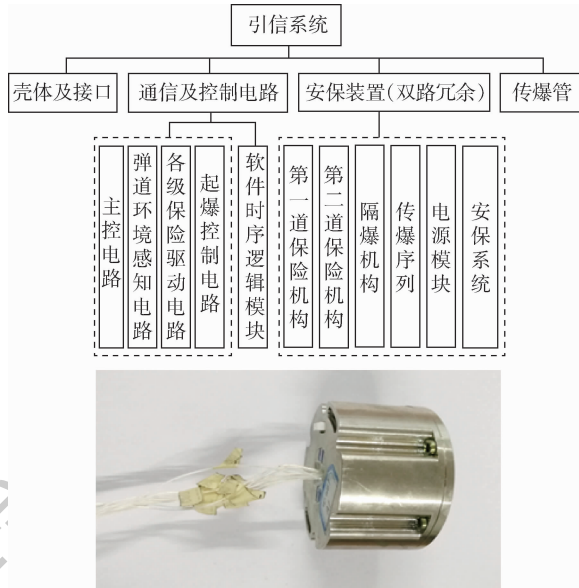


图 3 测试引信结构原理及样机

Fig. 3 Test fuze structural principle and prototype

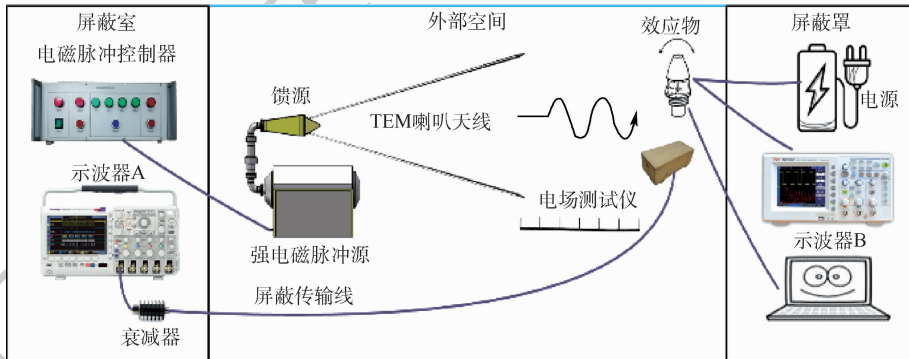


图 4 试验系统原理

Fig. 4 Schematic diagram of test system



图 5 外场测试

Fig. 5 Test field diagram

3 试验数据分析

试验中采用 1 Hz 重复频率,进行引信-超宽带强电磁脉冲的效应试验。设置发送指令周期为 10 ms,测试 3 种状态下引信-强电磁脉冲效应。状态 A 为电磁波传播方向分别沿引信轴向,状态 B 为电磁波传播方向分别沿引信径向,状态 C 为电磁波传播方向分别沿引信轴向与径向构成的平面倾斜 45°。设定单次辐照时间为 60 s,若引信不

受干扰,则认为通过试验。若引信通信中断,且超宽带强电磁脉冲不存在后,引信不能自主恢复工作,导致该引信产生不炸的现象,即为引信-电磁脉冲的效应阈值。试验结果如表 1 所示。

由表 1 可知,3 种状态的引信在超宽带强电磁脉冲环境下均会受到干扰。引信各个状态的敏感阈值不同。引信在超宽带强电磁脉冲环境下受到干扰,并不是单个脉冲单独作用结果,受干扰过程中有累积效应存在,且引信沿电磁传播垂直方向时,场强全部作用,引信通信中断所需场强值最低,即为明确引信的失效绝对场强阈值,对其引信进行阈值分析。试验数据如表 2 所示。

根据实测引信的场强阈值,采用马尔可夫-蒙特卡罗估计,用于小样本效应阈值求解后验分布参数。通过数值模拟的方式,根据原始样本数据迭代 5 000 次得到一条马尔可夫链,使该马尔可夫链的分布为未知参数的后验分布,如图 6、图 7 所示。

表1 重复频率1 Hz 引信测试数据

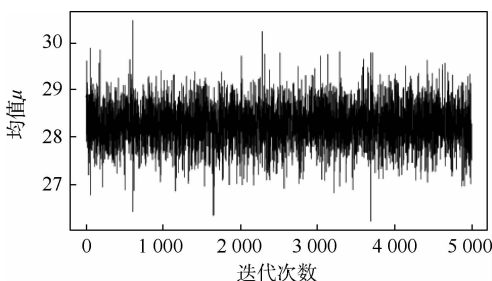
Table 1 Fuze test data with 1 Hz repetition frequency

| 引信状态 | 场强/($\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$) | 干扰时间/s | 效应 |
|------|--|--------|------|
| 状态 A | 27 | 48 | 通信中断 |
| 状态 A | 27 | 60 | 无影响 |
| 状态 B | 27 | 60 | 无影响 |
| 状态 B | 27 | 60 | 无影响 |
| 状态 C | 27 | 60 | 无影响 |
| 状态 C | 27 | 60 | 无影响 |
| 状态 A | 40 | 42 | 通信中断 |
| 状态 A | 40 | 53 | 通信中断 |
| 状态 B | 40 | 60 | 无影响 |
| 状态 B | 40 | 60 | 无影响 |
| 状态 C | 40 | 60 | 无影响 |
| 状态 C | 40 | 60 | 无影响 |
| 状态 A | 48 | 9 | 通信中断 |
| 状态 A | 48 | 10 | 通信中断 |
| 状态 B | 48 | 32 | 通信中断 |
| 状态 B | 48 | 28 | 通信中断 |
| 状态 C | 48 | 60 | 无影响 |
| 状态 C | 48 | 60 | 无影响 |
| 状态 A | 63 | 1 | 通信中断 |
| 状态 A | 63 | 3 | 通信中断 |
| 状态 B | 63 | 11 | 通信中断 |
| 状态 B | 63 | 11 | 通信中断 |
| 状态 C | 63 | 15 | 通信中断 |
| 状态 C | 63 | 21 | 通信中断 |

表2 引信-电磁脉冲效应阈值

Table 2 Fuze-electromagnetic pulse effect threshold

| 序号 | 场强阈值/($\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$) |
|----|--|
| 1 | 26.8 |
| 2 | 26.9 |
| 3 | 27.2 |
| 4 | 27.3 |
| 5 | 27.5 |
| 6 | 27.8 |
| 7 | 28.5 |
| 8 | 29.3 |
| 9 | 30.2 |
| 10 | 31.2 |

图6 参数 μ 马尔可夫链Fig. 6 Markov chain with parameter μ

对生成的马尔可夫链数据样本进行蒙特卡罗估计。如图8、图9所示,得到引信-强电磁脉冲效应的阈值的均值后验期望估计为 28.262 kV/m ,均值的95%可信区间为 $(27.390, 29.129) \text{ kV/m}$; 阈值的方差后验期望估计为 1.867 kV/m ,方差的95%可信区间为 $(0.834, 4.182) \text{ kV/m}$ 。即在此电磁场强分布下,引信出现引信通信中断的不炸失效阈值区间。

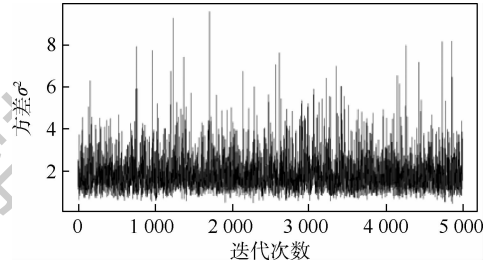
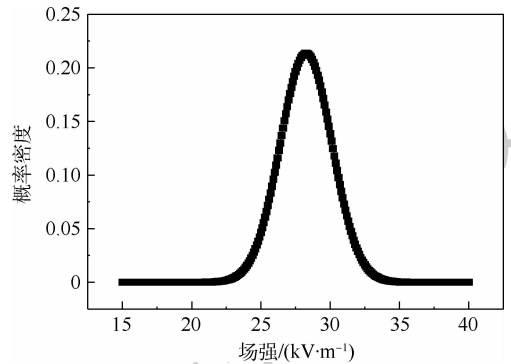
图7 参数 σ^2 马尔可夫链Fig. 7 Markov chain with parameter σ^2 

图8 效应阈值概率密度函数

Fig. 8 Effect threshold probability density function

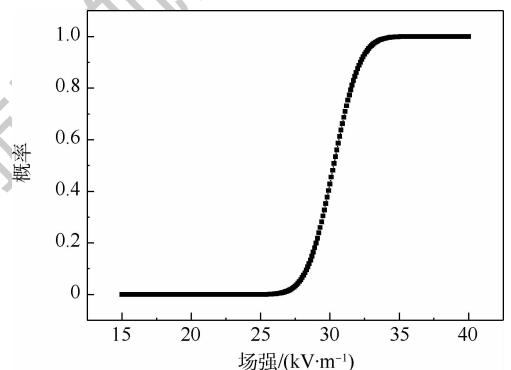


图9 效应阈值概率分布

Fig. 9 Effect threshold probability distribution

4 结论

1) 依据超宽带强电磁脉冲模拟器,进行引信-强电磁脉冲的效应试验,得到在超宽带强电磁脉冲环境下,引信会出现通信中断(不炸)、正常等数值。

2) 引信-电磁脉冲效应阈值处在一定范围内,其通讯中断不炸的效应阈值均值为 28.262 kV/m,均值的 95% 可信区间为 (27.390, 29.129) kV/m。阈值方差的后验期望估计为 1.867 kV/m,方差 95% 可信区间为 (0.834, 4.182) kV/m。

本文模型提供了一种在强电磁干扰下的引信通信中断失效阈值的估计方法,为引信抗电磁干扰分析,避免早炸、误炸、不炸等可靠性涉及提供了试验方法和数据支撑。

参考文献 (References)

- [1] 娄文忠. 现代引信装配工程[M]. 北京:国防工业出版社, 2016:1-10.
- LOU W Z. Modern fuze assembly project[M]. Beijing:National Defense Industry Press, 2016:1-10 (in Chinese).
- [2] 李永亮, 闫晓鹏, 郝新红. 超宽带电磁脉冲对典型引信的耦合效应研究[J]. 强激光与粒子束, 2014, 26(7):223-227.
- LI Y L, YAN X P, HAO X H. Study on the coupling effect of ultra-wideband electromagnetic pulses on typical fuzes [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2014, 26(7):223-227 (in Chinese).
- [3] ZHENG F Q, LOU W Z, HAN Y H. Simulation design of array electromagnetic vibrator combined ultra wide band[C] // 2018 12th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE), 2018:978-982.
- [4] LI M, NUBEL J, DREWNIAK J L, et al. EMI from cavity modes of shielding enclosures-FDTD modeling and measurement [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2000, 42(1):29-38.
- [5] WALLYN W, DE ZUTTER D, ROGIER H. Prediction of the shielding and resonant behavior of multisection enclosures based on magnetic current modeling[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2002, 44(1):130-138.
- [6] RADASKY W A, BAUM C E, WIK M W. Introduction to the special issue on high-power electromagnetics (HPEM) and intentional electromagnetic interference (IEMI)[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2004, 46(3):314-321.
- [7] NITSCH D, CAMP M, SABATH F, et al. Susceptibility of some electronic equipment to HPEM threats[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2004, 46(3):380-389.
- [8] 郑福泉, 娄文忠, 杨金刚, 等. 引信强电磁脉冲效应仿真与评估方法[J]. 探测与控制学报, 2020, 42(1):23-28.
- ZHENG F Q, LOU W Z, YANG J G, et al. Simulation and evaluation method of fuze-strong electromagnetic pulse effect [J]. Journal of Detection and Control, 2020, 42(1):23-28 (in Chinese).
- [9] 乔登江. 高功率电磁脉冲、强电磁效应、电磁兼容、电磁易损性及评估概论[J]. 现代应用物理, 2013, 4(3):219-224.
- QIAO D J. Introduction to HPEM, IEME, EMC, and its assessments[J]. Modern Applied Physics, 2013, 4(3):219-224 (in Chinese).
- [10] 刘钰, 韩峰, 陆希成, 等. 电子系统电磁脉冲易损性评估的分层贝叶斯网络模型[J]. 电子学报, 2016, 44(11):2695-2703.
- LIU Y, HAN F, LU X C, et al. EMP susceptibility modeling and assessment of electronic system based on hierarchical Bayesian network [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(11):2695-2703 (in Chinese).
- [11] 刘钰, 韩峰, 闫凯, 等. 基于贝叶斯网络的分层系统可靠性分析[J]. 航空动力学报, 2016, 31(6):1385-1392.
- LIU Y, HAN F, YAN K, et al. Reliability analysis of hierarchical systems based on Bayesian network [J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(6):1385-1392 (in Chinese).
- [12] LIU Y, HAN F, WANG J G, et al. Vulnerability assessment of multi-state component for IEMI based on a Bayesian method[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2019, 61(2):467-475.
- [13] 黄忠胜, 陈宇浩, 杨明. 基于贝叶斯方法的设备级电磁脉冲效应评估[J]. 强激光与粒子束, 2015, 27(12):1-8.
- HUANG Z S, CHEN Y H, YANG M. Equipment-level electromagnetic pulse effect evaluation based on Bayesian method[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2015, 27(12):1-8 (in Chinese).
- [14] 孙晓颖, 王震, 杨锦鹏, 等. 基于贝叶斯网络的电子节气门电磁敏感度评估[J]. 吉林大学学报:(工学版), 2018, 48(1):281-289.
- SUN X Y, WANG Z, YANG J P, et al. Evaluation of electromagnetic throttle electromagnetic sensitivity based on Bayesian network [J]. Journal of Jilin University (Engineering Edition), 2018, 48(1):281-289 (in Chinese).
- [15] 陈亚洲, 丁潇, 陈嵩, 等. 超宽带电磁脉冲对无线电引信辐照效应研究[J]. 机械工程学院学报, 2010, 22(3):13-17.
- CHEN Y Z, DING X, CHEN S, et al. Research on the irradiation effect of ultra-wideband electromagnetic pulse on radio fuze [J]. Journal of Ordnance Engineering Academy, 2010, 22(3):13-17 (in Chinese).

Threshold test study of fuze-ultrawideband high electromagnetic pulse effect

FU Shenghua^{1,2}, LOU Wenzhong^{1,2,*}, SU Zilong^{1,2}, ZHENG Fuquan^{1,2}

(1. School of Mechatronics Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

(2. Beijing Institute of Technology Chongqing Innovation Center, Chongqing 401120, China)

Abstract: In order to clarify the interference and damage effects of ultra-wideband electromagnetic pulse on fuze, the threshold interval of fuze-electromagnetic pulse coupling effect is determined. It is difficult to accurately assess the anti-interference ability of fuze in the electromagnetic pulse environment because the fuze-electromagnetic pulse effect data samples are few. To solve this problem, in this paper, a threshold analysis model of fuze-electromagnetic pulse coupling effect is established based on Markov-Monte Carlo estimation. The fuze effect test system is constructed by a typical ultra-wideband electromagnetic pulse simulator. The fuze-electromagnetic pulse effect law and interference threshold are obtained, through the electromagnetic pulse irradiation test of the typical fuze. The test results show that the mean value of the fuze communication failure threshold is 28.262 kV/m, and the 95% confidence interval is (27.390, 29.129) kV/m; the posterior expectation of variance is 1.867 kV/m, and the 95% confidence interval is (0.834, 4.182) kV/m. This method can be used to estimate the electromagnetic pulse effect threshold for various fuzes, and provide the theoretical foundation and test means for improving the fuze's ability of anti-electromagnetic interference.

Keywords: ultra-wideband electromagnetic pulse; fuze; Markov-Monte Carlo estimation; threshold analysis; irradiation test

Received: 2020-07-15; **Accepted:** 2020-10-16; **Published online:** 2020-11-10 13:51

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201109.1831.003.html

Foundation item: National Defense Science and Technology Key Laboratory Fund (201920201322)

* **Corresponding author.** E-mail: louwz@bit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0366

轴间气膜密封周向相对滑动判定方法



黄玉辉, 苏华*, 程卓一, 侯国强

(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 为预判断端面轴间气膜密封中密封环与外层转子之间是否产生周向相对滑动, 提出了一种考虑离心膨胀效应的轴间气膜密封周向相对滑动判定方法。分析了密封环与外层转子之间产生周向相对滑动的力学机制, 将密封环和外层转子离心膨胀简化为轴对称平面应力问题和轴对称平面应变问题。计算了密封环和外层转子的弹性变形刚度差异对膨胀变形及连接关系的影响, 得到了密封环与外层转子产生临界滑动的工况区域。所提判定方法对工程中密封环的周向滑动问题提供了预测及指导。

关键词: 离心膨胀; 弹性变形; 周向滑动; 临界滑动转速; 轴间密封

中图分类号: V232; TH122

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-2081-07

采用先进密封技术来提高航空发动机性能和效率是一项低投入和高收益的举措^[1-2]。在双转子涡扇发动机中, 高压转子通过中介轴承跨支于低压转子上, 使得中介轴承的工况受两转子影响, 其润滑与密封问题尤为突出^[3]。对于密封中介轴承的轴间密封而言, 因两转子的跳动和高转速等恶劣工况, 传统刚性接触式密封难以胜任, 柔性接触式密封需要避免金属磨粒经气流卷入轴承滚道内损伤轴承, 因此多采用非接触式密封。现役的轴间篦齿密封, 存在着因转子跳动而造成齿尖磨损后泄漏增大的问题, 研究人员尝试了多种其他改进形式的轴间密封, 包括以刷式密封为代表的柔性接触式轴间密封^[4-7]和以动压/静压原理为基础的非接触式轴间气膜密封^[8-9]。

气膜密封因其无接触磨损和长寿命的优势而受到青睐。自 Dirusso^[10] 提出轴间气膜密封形式后, 对轴间气膜密封进行了不少有益的探索。Gamble^[11] 通过实验验证了端面气膜密封应用于双转子轴间的可行性。刘雨川^[12] 和吴宁兴等^[13] 也通过实验验证了一种类似于 Dirusso^[10] 所提密

封结构形式的轴间端面气膜密封的性能。王之栋等^[14-15] 分析了一种反转轴间气膜密封的密封性能和动特性特征。刘晓玉等^[16] 对反转轴间双端面气膜密封的动特性规律进行了理论探讨。上述轴间气膜密封的研究工作对认识端面气膜密封在双转子轴间的工作机制有着积极的意义。

针对一种端面轴间气膜密封试验时可能发生密封环在外圆周面上的周向滑动而导致密封环的过度磨损失效, 而目前分析中对密封环周向滑动的判定方法介绍较少, 只能通过拆卸后观察。鉴于此, 本文提出了预测密封环与外层转子之间周向相对滑动的判定方法。本文的研究为端面轴间气膜密封的工程设计分析提供了理论指导。

1 密封结构及工作原理

端面轴间密封的结构形式如图 1 所示, 密封室与内层转子连接, 密封环与外层转子连接。密封室的两侧端面上开有动压槽, 密封环与密封室两侧端面之间存在微小间隙, 气体沿此间隙通道

收稿日期: 2020-07-28; 录用日期: 2020-10-30; 网络出版时间: 2021-02-10 17:02

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210210.1651.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(51575445)

* 通信作者. E-mail: huasu@nwpu.edu.cn

引用格式: 黄玉辉, 苏华, 程卓一, 等. 轴间气膜密封周向相对滑动判定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2081-2087. HUANG Y H, SU H, CHENG Z Y, et al. Judgment method of circumferential relative sliding of air film seal between shafts [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2081-2087 (in Chinese).

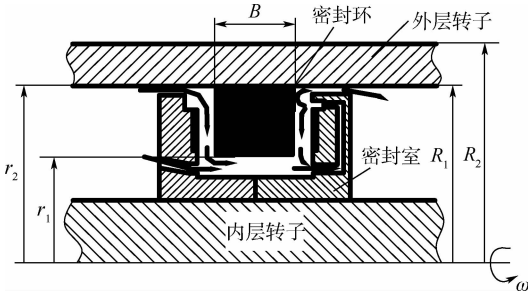


图1 轴间密封结构示意图

Fig.1 Schematic of seal structure between shafts

泄漏。密封环与外层转子为小过盈配合,工作时,外层转子带动密封环同步旋转,密封室与内层转子同步旋转。正常工作下,高、低压侧密封室与密封环在端面上产生流体动压效应,依靠两侧端面的动压气膜力使密封环处于轴向平衡状态,密封环的左右两侧端面与密封室端面不发生接触。当内/外层转子中任一或同时产生轴向跳动时,密封环与密封室相对应端面上的间隙减小,而另一侧端面上的间隙增大。这种端面间隙的变化引起动压效应增强或削弱,作用于密封环两侧端面上的动压气膜合力克服密封环与外层转子间的摩擦力,推动密封环在轴向产生“浮动”,避免了因转子轴向跳动时密封环与密封室在端面上产生的摩擦。

2 密封环与外层转子的周向相对滑动分析

2.1 密封环的设计准则

密封环的设计准则为:在允许泄漏的情况下,避免密封环与外层转子产生周向相对滑动而使密封环过度磨损失效。

2.2 周向相对滑动判定方法

分析密封环与外层转子周向相对滑动的特点,二者只可能在外层转子转速突变时发生周向相对滑动。也就是说,外层转子加/减速时,密封环与外层转子的周向相对滑动是由于二者间摩擦力的转矩不足以带动密封环产生与外层转子相同的角加速度。当二者无相对滑动时,密封环外圆周向上的摩擦力带动密封环与外层转子同步转动,此时摩擦力产生的转矩足以对密封环产生与外层转子相同的角加速度,否则二者将产生滑动。据此,密封环与外层转子是否发生相对滑动取决于密封环要保持与外层转子同步转动所需的惯性力矩 T 与密封环外圆周上所受到摩擦力矩 M 之间的关系,即周向相对滑动的判定准则为

$$\begin{cases} M \leq T & \text{密封环与外层转子有周向相对滑动} \\ M > T & \text{密封环与外层转子无周向相对滑动} \end{cases}$$

2.2.1 密封环惯性力矩的计算

表1列出了密封环的有关参数。

表1 密封环参数

Table 1 Parameters of seal ring

| 参数 | 符号 |
|----------------------------|----------|
| 摩擦因数 | μ |
| 密封环宽度 | B |
| 无旋转时密封环外边界上的正压力 | p |
| 旋转时密封环外边界上的正压力 | p_e |
| 密封环的转动惯量 | J |
| 外层转子在 ω 角速度时的瞬时角加速度 | α |
| 密封环外半径 | r_2 |
| 密封环内半径 | r_1 |
| 密封环外圆面积 | S |
| 密封环质量 | m |
| 最大静摩擦力与滑动摩擦力之间的比例系数 | K |
| 外层转子内半径 | R_1 |
| 外层转子外半径 | R_2 |

密封环绕轴线的转动惯量为

$$J = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2) \quad (1)$$

密封环的质量为

$$m = \rho_1 \pi (r_2^2 - r_1^2) B \quad (2)$$

式中: ρ_1 为密封环密度。

密封环在 ω 角速度下对应的惯性力矩为

$$T = J\alpha \quad (3)$$

2.2.2 密封环摩擦力矩的计算

密封环外圆面积为

$$S = 2\pi r_2 B \quad (4)$$

最大静摩擦力下的摩擦力矩为

$$M = \mu K p_e S r_2 \quad (5)$$

式中:系数 K 为最大静摩擦力与滑动摩擦力之间的比例系数; p_e 为旋转时密封环外边界上受到来自外层转子的正压力,可根据弹性力学的理论求解。离心效应影响下的压力 p_e 受密封环和外层转子的变形影响,需要求解密封环与外层转子在离心效应下的变形。

2.3 离心效应下旋转部件的弹性变形

2.3.1 密封环的弹性变形

假定密封环符合弹性力学的各假设条件,密封环的宽度远小于其直径,可以看作一个空心圆盘,如图2所示,其中密封环的内半径为 r_1 ,外半径为 r_2 。密封环与外层转子以相同的角速度 ω 旋转时,仅受径向离心力的作用,轴向应力和切应力分量均为零^[17-18],不计重力影响,可简化为轴对称平面应力问题^[19]。

密封环绕其中心轴旋转时,单位体积内的径向离心力为

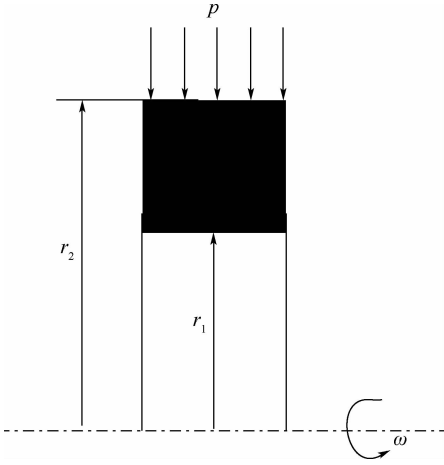


图 2 密封环
Fig. 2 Seal ring

$$F_{c1} = \rho_1 \omega^2 r \quad (6)$$

式中: r 为密封环半径。

在圆柱坐标系下得到离心效应影响下的平衡微分方程为

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho_1 \omega^2 r = 0 \quad (7)$$

式中: σ_r 为径向应力分量; σ_θ 为切向应力分量。

轴对称下几何方程为

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{du_s}{dr} \\ \varepsilon_\theta = \frac{u_s}{r} \end{cases} \quad (8)$$

式中: ε_r 为径向应变分量; ε_θ 为切向应变分量; u_s 为密封环径向弹性变形。

轴对称平面应力问题的物理方程为

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} (\varepsilon_r + \nu_1 \varepsilon_\theta) \\ \sigma_\theta = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} (\varepsilon_\theta + \nu_1 \varepsilon_r) \end{cases} \quad (9)$$

式中: E_1 为密封环弹性模量; ν_1 为密封环泊松比。

将几何方程(8)代入物理方程(9)得到位移表示的物理方程,再将位移表示的物理方程代入平衡微分方程(7),得到位移表示的平衡微分方程:

$$\frac{d^2 u_s}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du_s}{dr} - \frac{u_s}{r^2} + \frac{(1 - \nu_1^2) \rho_1 \omega^2 r}{E_1} = 0 \quad (10)$$

无旋转时,密封环外表面($r = r_2$)与外层转子配合的部分受到正压力 p 的作用,内表面($r = r_1$)为自由面,因此边界条件为

$$\begin{cases} \sigma_r|_{r=r_1} = 0 \\ \sigma_r|_{r=r_2} = p \end{cases} \quad (11)$$

对二阶变系数非齐次常微分方程(10)求解,得到高速旋转过程中密封环在半径 r 处的径向膨

胀位移为

$$u_s = \left[\frac{p(1 - \nu_1)r_2^2}{E_1(r_2^2 - r_1^2)} + \frac{(1 - \nu_1)(3 + \nu_1)\rho_1 \omega^2 (r_2^2 + r_1^2)}{8E_1} \right] r + \left[\frac{p(1 + \nu_1)r_2^2 r_1^2}{E_1(r_2^2 - r_1^2)} + \frac{(1 + \nu_1)(3 + \nu_1)\rho_1 \omega^2 r_2^2 r_1^2}{8E_1} \right] \cdot \frac{1}{r} - \frac{(1 - \nu_1^2)\rho_1 \omega^2 r^3}{8E_1} \quad (12)$$

2.3.2 外层转子的弹性变形

因外层转子的轴向尺寸较大,以角速度 ω 旋转,将转子等效为等截面梁,假设任意截面都有相同的位移和应力分布,可简化为轴对称平面应变问题。

外层转子绕其中心轴旋转时,单位体积内的径向离心力为 $F_{c2} = \rho_2 \omega^2 r$ 。圆柱坐标系下离心效应影响下的平衡微分方程为

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho_2 \omega^2 r = 0 \quad (13)$$

式中: ρ_2 为外层转子的密度。

几何方程为

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} \\ \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \end{cases} \quad (14)$$

式中: u_r 为外层转子径向弹性变形。

轴对称平面应变问题的物理方程为

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E_2 \nu_2}{(1 + \nu_2)(1 - 2\nu_2)} \left(\varepsilon_\theta + \frac{1 - \nu_2}{\nu_2} \varepsilon_r \right) \\ \sigma_\theta = \frac{E_2 \nu_2}{(1 + \nu_2)(1 - 2\nu_2)} \left(\varepsilon_r + \frac{1 - \nu_2}{\nu_2} \varepsilon_\theta \right) \end{cases} \quad (15)$$

式中: E_2 为外层转子弹性模量; ν_2 为外层转子泊松比。

将几何方程(14)代入物理方程(15)得到位移表示的本构关系,再将位移表示的本构关系代入平衡微分方程(13)得到位移表示的平衡微分方程:

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{(1 + \nu_2)(1 - 2\nu_2)}{E_2} \rho_2 \omega^2 r = 0 \quad (16)$$

无旋转时,外层转子内表面($r = R_1$)处受正压力 p 的作用,外表面($r = R_2$)为自由面,因此边界条件为

$$\begin{cases} \sigma_r|_{r=R_1} = p \\ \sigma_r|_{r=R_2} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

对二阶变系数非齐次常微分方程(16)结合边界条件(17)求解,得到高速旋转过程中外层转子在半径 r 处的径向膨胀位移为

$$u_r = \frac{(1 + \nu_2)(3 - 2\nu_2)\rho_2\omega^2}{8E_2(1 - \nu_2)} \left[\frac{(1 - 2\nu_2)(r_i^2 + r_2^2)r^2 + r_1^2r_2^2}{r} \right] + \frac{(1 + \nu_2)\rho_2r_2^2}{E_2(r_2^2 - r_1^2)} \left[(1 - 2\nu_2) + \frac{r_1^2}{r_2^2} \right] - \frac{(1 + \nu_2)(1 - 2\nu_2)\rho_2\omega^2r^3}{8E_2(1 - \nu_2)} \quad (18)$$

2.3.3 外层转子与密封环的连接状态分析

密封环与外层转子装配后,为了保证装配的可靠性(即外层转子旋转时能带动密封环同步旋转),密封环与外层转子之间的装配过盈量所产生的径向应力不能为0。在图1中,外层转子的内半径为 R_1 ,外半径为 R_2 ,密封环的内半径为 r_1 ,外半径为 r_2 。相应地,在套装处($r = r_2 = R_1$)密封环和外层转子的径向膨胀变形分别为 $u_s(r_2)$ 和 $u_t(R_1)$,可由式(12)和式(18)计算得到。

离心膨胀下的等效直径过盈量为

$$\Delta = 2(u_s - u_t) \quad (19)$$

式(20)为离心膨胀影响下在套装面上的等效压强的计算^[20]:

$$p_e = \frac{\Delta}{\frac{1}{E_1} \left[\frac{1 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^2} - \nu_1 \right] + \frac{1}{E_2} \left[\frac{1 + \left(\frac{d_2}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_2}{d}\right)^2} + \nu_2 \right]} \quad (20)$$

式中: d 为公称直径; d_1 为密封环的内直径; d_2 为外层转子的外直径。

离心效应下,密封环与外层转子接触面上的正压力 p_e 产生的摩擦力矩 M 不足以克服突加减速时的惯性力矩,便产生了二者间周向相对滑动,称在最大角加速度范围内产生周向相对滑动时的最大转速为临界滑动转速。称密封环与外层转子在套装面上的应力为0时所对应的转速为过盈松脱转速,当转速达到过盈松脱转速后,密封环与外层转子之间的过盈连接将失效,由式(20)知,在套装处($r = r_2 = R_1$), $\Delta \leq 0$ 时(即密封环的变形量小于外层转子的变形量),过盈连接失效。需要指出,当外层转子稳定运转时(即角加速度为0),临界滑动转速即为过盈松脱转速,当存在加减速时,产生周向相对滑动的临界滑动转速与过盈松脱转速不同。

3 计算结果及分析

3.1 计算参数

密封环和外层转子的几何和工况参数列于表2中。

表2 计算参数(部分几何参数与图1对应)

Table 2 Computational parameters(refer to Fig. 1)

| 参数 | 数值 |
|--|--------|
| 摩擦因数 μ | 0.15 |
| 密封环外半径 r_2/mm | 76 |
| 密封环内半径 r_1/mm | 69 |
| 密封环宽度 B/mm | 10 |
| 外层转子最高转速 $n/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$ | 18 000 |
| 外层转子角加速度 $\alpha/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$ | 188.5 |
| 外层转子外半径 R_2/mm | 82 |
| 外层转子内半径 R_1/mm | 76 |

3.2 材料性能对旋转件的变形影响

3.2.1 密封环的弹性模量和泊松比小于外层转子

由表2和表3数据计算得到外层转子与密封环在套装处径向膨胀变形随转速的变化关系如图3所示。随着转速的升高,密封环的径向膨胀变形远快于外层转子,等效过盈量增大,因此,在高速时,密封环在套装面上所受的正压力增大。这是因为离心膨胀受弹性模量和泊松比的影响,在离心效应下,密封环膨胀变形大,外层转子膨胀变形小,随着转速升高,相当于二者在套装面上越压越紧。

表3 材料性能参数一

Table 3 Material property parameters I

| 参数 | 数值 |
|---|------|
| 密封环弹性模量 E_1/GPa | 14 |
| 密封环泊松比 ν_1 | 0.25 |
| 密封环密度 $\rho_1/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 1.8 |
| 外层转子弹性模量 E_2/GPa | 209 |
| 外层转子泊松比 ν_2 | 0.3 |
| 外层转子密度 $\rho_2/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 7.85 |

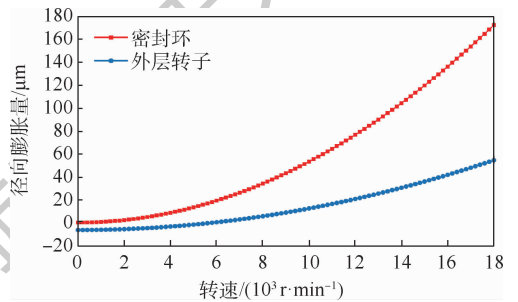


图3 密封环弹性模量和泊松比小于外层转子时套装面上径向膨胀变形

Fig. 3 Radial expansion deformation on the sleeve surface when elastic modulus and Poisson's ratio of seal ring are smaller than outer rotor

3.2.2 密封环的弹性模量和泊松比大于外层转子

由表2和表4数据计算得到二者在套装面上的径向变形随转速的变化关系如图4所示。随着转速的增大,在套装面上密封环的弹性变形小于外层转子的弹性变形,等效过盈量减小,超过过盈松脱转速后,二者间的过盈连接失效,即发生周向相对滑动。这是因为密封环膨胀变形小,外层转子的膨胀变形大,随着转速的升高,相当于二者在

表 4 材料性能参数二

Table 4 Material property parameters II

| 参数 | 数值 |
|---|------|
| 密封环弹性模量 E_1/GPa | 209 |
| 密封环泊松比 ν_1 | 0.3 |
| 密封环密度 $\rho_1/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 7.85 |
| 外层转子弹性模量 E_2/GPa | 14 |
| 外层转子泊松比 ν_2 | 0.25 |
| 外层转子密度 $\rho_2/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 1.8 |

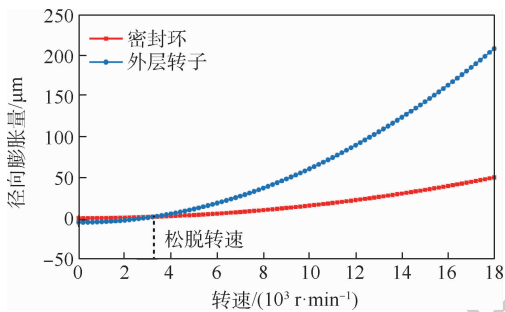


图 4 密封环弹性模量和泊松比大于外层转子时套套面上径向膨胀变形

Fig. 4 Radial expansion deformation on sleeve surface when elastic modulus and Poisson's ratio of seal ring are larger than outer rotor

套套面上配合越来越松。

3.2.3 密封环的弹性模量和泊松比与外层转子相同

密封环和外层转子材料性能相同时(按表 2 和表 5 数据计算),密封环与外层转子在套套面上的径向变形随转速的关系如图 5 所示。随着转速增大,二者的膨胀量都增大,超过过盈松脱转速后,二者在配合面上亦产生过盈失效,发生周向相对滑动。这与文献[18](见图 6)中的转子与轴承套套时的径向离心膨胀变形产生的规律一致。

表 5 材料性能参数三

Table 5 Material property parameters III

| 参数 | 数值 |
|---|------|
| 密封环弹性模量 E_1/GPa | 209 |
| 密封环泊松比 ν_1 | 0.3 |
| 密封环密度 $\rho_1/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 7.85 |
| 外层转子弹性模量 E_2/GPa | 209 |
| 外层转子泊松比 ν_2 | 0.3 |
| 外层转子密度 $\rho_2/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 7.85 |

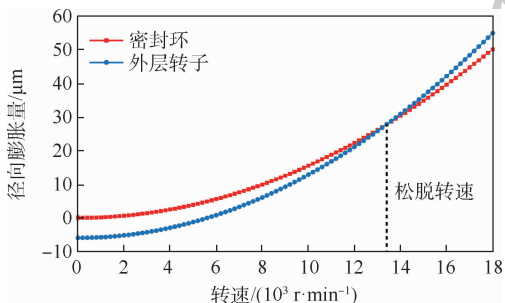


图 5 密封环和外层转子材料性能相同时套套面上径向膨胀变形

Fig. 5 Radial expansion deformation on sleeve surface with the same material properties of seal ring and outer rotor

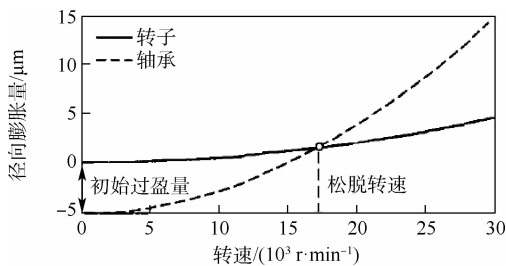


图 6 转子与轴承套套面径向膨胀变形比较^[18]

Fig. 6 Comparison of radial expansion deformation of rotor and bearing on sleeve surface^[18]

3.3 密封环相对滑动临界滑动转速

已知某发动机的工作参数(见表 2 和表 3),得到密封环产生周向相对滑动时的临界滑动转速随角加速度的关系如图 7 所示。在本文的密封结构尺寸及工况范围下,密封环与外层转子出现周向相对滑动的最小角加速度为 147 rad/s^2 ,小于该角加速度时的全部转速范围内二者间无周向相对滑动,大于此角加速度时在低于临界滑动转速时将产生周向相对滑动,即图中的曲线与横轴围成的区域内会产生周向相对滑动。原因在于:随着转速的增大,离心膨胀作用使密封环与外层转子之间配合更紧,二者间不易产生周向相对滑动,只有在较低转速(二者间配合“略松”)且具有较大角加速度时容易产生二者间的周向相对滑动。临界滑动转速整体随角加速度增大而增大。

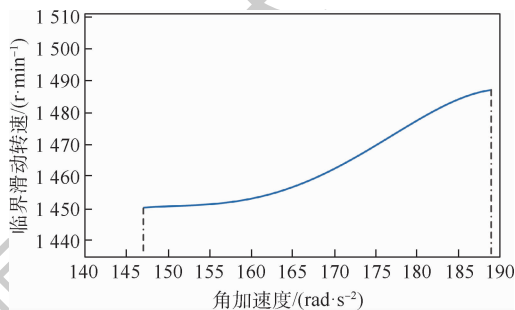


图 7 外层转子角加速度与临界滑动转速的关系

Fig. 7 Relationship between angular acceleration of outer rotor and critical sliding speed

4 结论

本文提出了一种用于密封环与外层转子之间小过盈配合时因转速突变而产生周向相对滑动的判定方法。这一判定方法亦适用于转子-轴承或轴-套筒等小过盈连接时周向相对滑动问题的判定。分析了两配合零件材料性能参数差异时离心膨胀产生的径向变形量与转速的关系。给出了某发动机密封环与外层转子产生周向相对滑动的工况范围,为密封环的过度磨损及失效提供了判定

参考。主要结论如下:

1) 在本文的计算参数下,密封环和外层转子因材料性能调换而引起的弹性变形对二者间配合连接状态影响显著。当密封环(被包容件)的弹性模量和泊松比小于外层转子(包容件)时,不会产生周向相对滑动;当密封环(被包容件)的弹性模量和泊松比不小于外层转子(包容件)时,都会产生周向相对滑动。

2) 按本文的几何及工况参数,在外层转子全转速范围内,当外层转子角加速度大于 147 rad/s^2 , 低于临界滑动转速时,密封环与外层转子将产生周向相对滑动,除此工况范围外的工况区域不会产生周向相对滑动。

参考文献 (References)

- [1] STEINETZ B M, HENDRICKS R C. Engine seal technology requirements to meet NASA's advanced subsonic technology program goals[J]. Journal of Propulsion and Power, 1996, 12(4): 786-793.
- [2] STEINETZ B M, HENDRICKS R C, MUNSON J. Advanced seal technology role in meeting next generation turbine engine goals[C] // NASA Technical Memorandum Toulouse, 1998: 1-12.
- [3] 胡绚, 罗贵火, 高德平. 航空发动机中介轴承的特性分析[J]. 航空动力学报, 2007, 22(3): 439-443.
HU X, LUO G H, GAO D P. Performance analysis of aero-engine intershaft bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(3): 439-443 (in Chinese).
- [4] HOLLOWAY G, MEHTA J, ROSADO L, et al. Rotating brush seal-experimental performance evaluation [C] // 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2008: 21-23.
- [5] HOLLOWAY G, MEHTA J, ROSADO L, et al. Rotating intershaft brush seal for sealing between rotating shafts: Part 1-Experimental performance evaluation compared to mechanical design analysis[C] // 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2007: 1-19.
- [6] MEHTA J, HOLLOWAY G, ROSADO L, et al. Innovative rotating intershaft brush seal for sealing between rotating shafts. Part II: Modeling of the brush seal leakage flows [C] // 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2006: 1-14.
- [7] HOLLOWAY G, MEHTA J, ROSADO L, et al. Innovative rotating intershaft brush seal for sealing between rotating shafts. Part I-Mechanical design of the rotating brush seal [C] // 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2006: 1-21.
- [8] 王之栋, 刘国西, 郭艳丽. 反转轴间气膜密封振动过程分析[J]. 振动与冲击, 2011, 30(2): 181-185.
WANG Z L, LIU G X, GUO Y L. Vibration process analysis of a gas film seal in counter-rotating shafts[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(2): 181-185 (in Chinese).
- [9] 王之栋, 侯景仁, 信琦. 反转轴间气膜密封研究 [C] // 第五届中日机械技术史及机械设计国际学术会议, 2005: 159-162.
WANG Z L, HOU J R, XIN Q. Research for an air film seal between two contrary rotation shafts [C] // Proceedings of the Fifth China-Japan International Conference on History of Mechanical Technology and Mechanical Design, 2005: 159-162 (in Chinese).
- [10] DIRUSSO E. Feasibility analysis of a spiral groove ring seal for counter-rotating shafts[J]. Journal of Aircraft, 1984, 21(8): 618-622.
- [11] GAMBLE W L. Counterrotating intershaft seals for advanced engines[J]. Journal of Propulsion and Power, 1985, 1(6): 437-440.
- [12] 刘雨川. 端面气膜密封特性研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1999: 33-35.
LIU Y C. Behavior of gas film face seal [D]. Beijing: Beihang University, 1999: 33-35 (in Chinese).
- [13] 吴宁兴, 赵宗坚. 反转轴间气膜密封可行性试验研究[J]. 航空发动机, 2001, 27(4): 20-25.
WU N X, ZHAO Z J. Feasibility test study of counter-rotating intershaft gas film seal [J]. Aeroengine, 2001, 27(4): 20-25 (in Chinese).
- [14] 王之栋, 刘国西, 郭艳丽. 反转轴间气膜密封特性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(5): 509-512.
WANG Z L, LIU G X, GUO Y L. Dynamic characteristic analysis of the gas film seal in counter-rotating shafts [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(5): 509-512 (in Chinese).
- [15] 王之栋, 郭艳丽, 侯景仁. 反转轴间气膜密封的结构参数与密封性能分析[J]. 润滑与密封, 2008, 33(1): 68-72.
WANG Z L, GUO Y L, HOU J R. Configuration parameters and sealing performances analysis of gas film seal in counter-rotating shafts [J]. Lubrication Engineering, 2008, 33(1): 68-72 (in Chinese).
- [16] 刘晓玉, 王之栋, 丁蕾, 等. 反转轴间双端面气膜密封性能分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(3): 608-614.
LIU X Y, WANG Z L, DING L, et al. Seal performance analysis of double-faced gas film in counter-rotating intershafts [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(3): 608-614 (in Chinese).
- [17] 徐芝纶. 弹性力学(上册)[M]. 4版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
XU Z L. Elastic mechanics. Volume I [M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2006 (in Chinese).
- [18] 曹宏瑞, 李兵, 陈雪峰, 等. 高速主轴离心膨胀及对轴承动态特性的影响[J]. 机械工程学报, 2012, 48(19): 59-64.
CAO H R, LI B, CHEN X F, et al. Centrifugal expansion of high-speed spindle and its influences on bearing dynamic characteristics [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(19): 59-64 (in Chinese).
- [19] 张峻晖, 黄红武, 熊万里. 高速电主轴轴承配合过盈量的计算方法研究[J]. 机械与电子, 2004, 22(7): 7-10.
ZHANG J H, HUANG H W, XIONG W L. Calculation method research of the interference fit for high speed motorized spindle bearings [J]. Machinery & Electronics, 2004, 22(7): 7-10 (in

Chinese).

PU L G, CHEN G D, WU L Y. Mechanical design[M]. 9th ed.

[20] 濮良贵,陈国定,吴立言. 机械设计[M]. 9 版. 北京:高等教育出版社,2013:132-133.

Beijing: Higher Education Press, 2013: 132-133 (in Chinese).

Judgment method of circumferential relative sliding of air film seal between shafts

HUANG Yuhui, SU Hua*, CHENG Zhuoyi, HOU Guoqiang

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In order to predict whether there is relative sliding in the circumferential direction between the seal ring and the outer rotor in air film seal between shafts, a method for determining the circumferential sliding of air film seal between shafts considering centrifugal expansion effect is proposed. The mechanical mechanism of the circumferential sliding between seal ring and outer rotor is analyzed. The centrifugal expansion of seal ring and outer rotor is simplified into axisymmetric plane stress and axisymmetric plane strain. The influence of the difference of elastic deformation stiffness between seal ring and outer rotor on the expansion deformation and the connection relationship is calculated, and the critical sliding operating area between seal ring and rotor is obtained. The research method provides a prediction and guidance method for circumferential sliding of seal ring in engineering.

Keywords: centrifugal expansion; elastic deformation; circumferential sliding; critical sliding speed; shaft seal

Received: 2020-07-28; **Accepted:** 2020-10-30; **Published online:** 2021-02-10 17:02

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210210.1651.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51575445)

* **Corresponding author.** E-mail: huasu@nwpu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0346

基于 GPU 的快速有限元法求解密度场

李果阳¹, 严华^{1,*}, 张征宇², 陈沁梅¹, 祝福顺¹

1. 四川大学 电子信息学院, 成都 610065; 2. 中国空气动力研究与发展中心 高速空气动力研究所, 绵阳 621000)



摘 要: 为了快速计算分析利用视频测量方法测得的高速风洞试验密度场在扰动流场作用下的实验数据, 针对密度场的数值求解问题, 经过光线偏折理论分析密度场得到的二阶偏微分方程, 对其研究实现了 CPU 串行有限元法求解。在此基础上提出了基于 GPU 的快速有限元求解密度场的方法, 该方法经过对串行有限元法求解过程效率分析后, 将耗时的神经网络拟合、总刚度矩阵和总载荷向量的求解进行了基于 GPU 的并行加速。实验结果表明: 在精度满足实际工程要求的前提下, 相对于 CPU 串行求解方法, 所提方法可大大提高求解效率, 且随着网格剖分成倍加密, 其加速比成倍增加。

关键词: 密度投影场; 有限元; 并行加速; 二阶偏微分方程; 刚度矩阵

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2088-09

对于风洞试验, 空气流动包含着最重要的特征信息, 对处于空气流动形成的流场中物理模型的密度场进行定量分析一直都是流场的重要研究方向^[1]。传统的纹影技术由于在定量测量上效果不好而常常作为一种定性分析的方法, 干涉技术由于需要严苛的要求才能实现, 缺乏实用性。因此, 背景纹影技术 (Background Oriented Schlieren, BOS) 就在这种情况下被 Meier^[2] 提出。运用该方法与风洞中的视频测量技术相结合可以较简单地实现对处于风洞试验中的物理模型进行密度场的视频测量^[3-6], 通过测出一束非平行光在流场扰动下的偏折角, 进而建立偏折角与扰动流场折射率间的量化关系, 得到关于密度场的二阶偏微分方程。利用视频测量法得到关于坐标及坐标偏移量的离散数据, 再对于这样的密度场中二阶偏微分方程求解出非平行光经过扰动流场后对应位置的密度投影值。目前有多种常用数值模拟计算方法, 经过比较, 有限元法因擅长处理各种复杂

区域、精度较高及适于并行计算等优点^[7-8], 因此本文将采用有限元法求解密度场对应位置的投影值。

从有限元的计算方法可以看出, 在用有限元法进行大规模数值计算时, 不仅要考虑多种力学行为的全耦合求解问题, 计算过程复杂, 而且总刚度方程的求解时间占据了整个计算过程很大的比重^[9-10]。由于神经网络具有强大的映射、实时和并行计算能力^[11], 为了解决有限元中的总刚度矩阵求解耗时, 简化有限元法求解的复杂度问题, 本文不再采用传统有限元计算方式, 而是引入了神经网络进行求解。另外, 风洞试验中需要实时分析风洞试验密度场的分布变化, 由此需要快速计算密度场。但是, 神经网络训练不仅非常耗时且会占据计算机大部分资源, 而且有限元计算过程中产生的大规模稀疏线性方程组数据量也很巨大^[12], 计算非常耗时, 严重影响了密度场的求解效率。对于风洞试验密度场这样的时变系统要求

收稿日期: 2020-07-21; 录用日期: 2020-10-16; 网络出版时间: 2020-10-29 16:02

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201029.1414.002.html

基金项目: 国家自然科学基金 (11872069)

* 通信作者. E-mail: yanhua@scu.edu.cn

引用格式: 李果阳, 严华, 张征宇, 等. 基于 GPU 的快速有限元法求解密度场[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2088-2096. LI G Y, YAN H, ZHANG Z Y, et al. A fast finite element method based on GPU to solve density field[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2088-2096 (in Chinese).

实时分析,其核心就在于能够实时计算,因此,非常有必要探求解密度场的快速计算方法。目前主流的高效计算方法主要采用基于 GPU 的并行计算方式^[13-15],因此本文主要就针对求解过程中耗时的神经网络、刚度矩阵和载荷向量的求解进行并行加速,以实现密度场的快速求解。

为此,本文提出了一种高效求解密度场的思路,给出了神经网络与传统有限元分析融合的有效方法,以及利用 GPU 快速求解密度场的计算方法和具体步骤,实验结果证明了所提方法的有效性。

1 有限元法求解密度场

1.1 密度场的二阶偏微分方程

利用背景纹影技术的方法测量风洞试验中的流场^[16-17]。坐标系的 x 轴为逆气流方向, y 轴与 x 轴垂直,指向试验段上壁板, z 轴与 x 轴垂直,与光线传输方向相反。为了便于分析,不妨假设流动介质的折射率仅与 y 轴方向的坐标值有关,且随 y 轴方向坐标值的增加而增大,沿 z 轴方向平行射入的光线,在 y - z 截面内发生偏折,光线偏折角分析如图 1 所示。

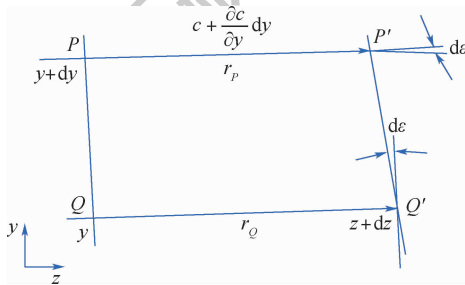


图 1 光线的偏折角分析示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ray deflection angle analysis

折射率 n 与气体密度 ρ 之间的 Gladstone-Dale 公式为

$$n = 1 + K_{GD}\rho \quad (1)$$

由光线传输方程和式(1),可得 y 轴方向偏折角 ε_y 与气体密度 ρ 之间的关系为

$$\varepsilon_y = \int_0^L \frac{K_{GD}}{1 + K_{GD}\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \quad (2)$$

同理可得, x 轴方向偏折角为

$$\varepsilon_x = \int_0^L \frac{K_{GD}}{1 + K_{GD}\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \quad (3)$$

式中: L 为风洞试验段的边长; K_{GD} 为 Gladstone-Dale 常数,在空气中标准状态下取值为 $0.226 \text{ cm}^3/\text{g}$ 。

从式(2)和式(3)可知,某一方向的梯度沿光程的积分即为该方向的偏折角。在进行密度场密

度测量时,可认为折射率沿 z 轴方向近似为常数,其值可通过工程手段测量得到。根据测得的折射率 n 及式(1),可计算得到气体密度,记为 ρ_0 。由于式(2)和式(3)中 $\frac{K_{GD}}{1 + K_{GD}\rho}$ 的数值变化远小于 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$

或 $\frac{\partial \rho}{\partial y}$,因此在工程上为了简化计算,将 $\frac{K_{GD}}{1 + K_{GD}\rho}$ 近

似为常数 $\frac{K_{GD}}{1 + K_{GD}\rho_0}$,则式(2)和式(3)可化简为

$$\varepsilon_y = \frac{K_{GD}}{1 + K_{GD}\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} L \quad (4)$$

$$\varepsilon_x = \frac{K_{GD}}{1 + K_{GD}\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} L \quad (5)$$

对式(4)和式(5)中 y 、 x 分别微分再相加即可得到密度场应满足的二阶偏微分方程:

$$\frac{\partial^2 \rho_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho_m}{\partial y^2} = \frac{1 + K_{GD}\rho_0}{LK_{GD}} \left(\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} \right) \quad (6)$$

式中: ρ_m 为密度场密度。

将式(6)的等式左端记为 ∇u ,等式右端记为 $f(x, y)$,即化为

$$\nabla u = f(x, y) \quad (7)$$

其求解域为空腔模型,记为 Ω 。

考虑式(6)的变分问题,对于任意的 $v \in H_0$,同时乘上式(7)两边,使用格林公式,利用边界条件可得

$$\int_{\Omega} \nabla u \nabla v dx = \int_{\Omega} f(x, y) v dx \quad (8)$$

令

$$a(u, v) = \int_{\Omega} \nabla u \nabla v dx \quad (9)$$

$$g(v) = \int_{\Omega} f(x, y) v dx \quad (10)$$

可证明得到,在一定连续性要求下,式(6)可等价于求 $u \in V$,使得 $a(u, v) = g(u)$ 对任意的 $v \in V$ 成立。

考虑上述变分问题的有限维逼近,即在有限维子空间 $V_h \subset V$ 下,求 $u_h \in V_h$,使得 $a(u_h, v_h) = g(u_h)$ 对任意的 $v_h \in V_h$ 成立。设在 V_h 下的一组基函数为 $\{\phi_i\}_{i=1}^N$,若 $u_h = \sum_{i=1}^N u_i \phi_i$,并依次取 v_h 为每个基函数,则可得

$$\sum_{i=1}^N u_i a(\phi_i, \phi_j) = g(\phi_j) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

分析式(11),其本质是一个线性方程组:

$$\mathbf{A} \mathbf{U} = \mathbf{G} \quad (12)$$

式中: \mathbf{A} 为 $[a(\phi_i, \phi_j)_{i,j=1}^N]$; \mathbf{U} 为 $[u_1, u_2, \dots, u_N]^T$; \mathbf{G} 为 $[g(\phi_1, \dots, \phi_N)]^T$ 。

基于上述分析,在初边值的条件约束下,由

Lax-Milgram 定理可知,式(6)即可等价于有限元法下求解一个线性方程组^[18-19]:

$$K\delta = F \quad (13)$$

式中: K 为单元力和单元位移关系间的系数矩阵,代表了单元的刚度特性,称为单元刚度矩阵; F 为结点产生单位位移时,在结点上所需要施加的结点力,称为结点载荷; δ 为结点受到扰动流场作用后,结点在其自由度方向偏移的距离,称为结点位移,且 K 、 F 、 δ 的具体表达式如下:

$$K = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T DB |J| t dx dy \quad (14)$$

$$F = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T DB \delta |J| t dx dy \quad (15)$$

$$\delta = \begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中: D 为弹性矩阵; t 为单元厚度; B 为单元应变矩阵; J 为雅可比矩阵; α_1 、 α_4 为刚体位移; α_2 、 α_3 、 α_5 、 α_6 为单元的常应变; x 、 y 为结点坐标。

1.2 密度场的有限元法求解过程

传统的有限元分析是利用变分原理将求解域剖分求解的一种数值计算方法,具体步骤如下:

1) 连续体离散化。用有限个离散单元体集合代替原有的连续体,也称网格剖分,即进行单元划分,将全部单元和结点按一定顺序编号,每个单元所受荷载均按静力等效原理作用在结点上,并根据实际情况在位移受约束的结点上设置约束条件。

2) 单元分析。建立各个单元的结点位移 δ_e 和结点力 F_e 之间的关系式 $F_e = K_e \delta_e$, K_e 表示单元刚度矩阵,即将单元的结点位移作为基本变量,确定一个近似表达式,再应用流体力学理论和虚功原理得到单元中结点力与结点位移的关系式。

3) 整体分析。对各个单元组成的整体进行分析,其目的是根据一定法则建立一个线性方程组,得到全部结点载荷 F 与全部结点位移 δ 的关系式 $K\delta = F$,从而求解出结点位移。

本文所实现的快速有限元法采用了神经网络代替单元分析中求解结点力与结点位移关系的复杂计算,从而使得整体分析计算过程简化,可大大缩短整体计算时间。

1.2.1 网格剖分

利用有限元法求解泊松方程首要的就是将求解域进行离散,划分得到有限个互不重叠的单元网格,同时,对这些单元和结点进行编号,这些互不重叠的网格单元通过结点连接相互影响。在划

分单元网格时,对计算结果有着重要影响的是网格单元尺寸大小、网格的疏密程度及网格的类型。三角单元网格能够适应复杂的求解域,单元大小划分十分方便,但计算精度相对较低,而四边形单元划分不易描述非正交的直边界和曲边界,但其计算精度相对较高。

本文采用的是四边形单元和三角形单元结合的方式,实现了一种四边形网格单元与三角形网格单元相结合的方式,剖分示意图如图2所示。在求解时为便于网格的剖分实现,采用了先对求解域进行等参四边形单元剖分,再将一个四边形单元一分为二,形成两个等参的三角形单元剖分算法,然后对它们进行单元编号和结点编号。

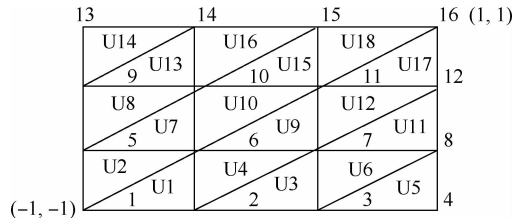


图2 网格剖分平面示意图

Fig.2 Grid subdivision plan sketch

1.2.2 神经网络拟合

利用神经网络代替传统有限元法中的单元分析,关键在于要清楚单元分析得到的单元刚度矩阵的特性。

对于本文所采用的三角单元剖分,根据弹性力学二维有限元法^[18],可知有限元法中单元刚度矩阵有以下几点性质:

1) 单元刚度矩阵是对称方阵。单元刚度矩阵每行元素之和为0,由对称性质可知,每列元素之和也为0。

2) 对于平面单元,单元刚度矩阵不会随着几何参数改变。

3) 根据单元刚度矩阵的物理意义可以得出其只与单元结点、相对坐标及形函数等相关,与结点绝对坐标无关。

由以上单元刚度矩阵的性质结论可推出,刚度矩阵的计算实质是从单元的尺寸、材料性质到刚度矩阵的映射问题,而神经网络的优势在于:可以方便地建立输入和输出间复杂的映射关系。因此,利用神经网络可以很方便地从单元结点坐标映射到单元刚度矩阵元素。

本文中,由于密度场二阶偏微分方程右端项是关于光线偏折的一阶微分式,且实验数据是使用视频测量方法在没有流场扰动时,拍摄

一幅包含高密度标记点的背景板图像作为参考图像,然后加入扰动流场,再拍摄背景板的时序图像,根据视频测量的标定原理测得背景板标记点在坐标系下的 (x, y) 坐标值及其偏移量 ∇x 和 ∇y 。因此在求解时需要预处理,即根据视频测量法原理和光线偏折理论得到坐标偏移量和偏折角的关系,再对其做归一化处理,接着采用神经网络对偏移角拟合得到二阶偏微分方程右端项一阶微分式,即通过对右端项的一阶微分式在点 (x, y) 处根据泰勒级数展开式可以得到

$$\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} = 4 \left[\frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{(3h)} \right] - \frac{f(x + h) - f(x - h)}{(6h)} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} = 4 \left[\frac{f(y + \frac{h}{2}) - f(y - \frac{h}{2})}{(3h)} \right] - \frac{f(y + h) - f(y - h)}{(6h)} \quad (18)$$

式中: h 为坐标点更新的步长。

神经网络拟合模型如图 3 所示。将经过预处理的标记点坐标数据(其中 80% 为训练样本, 20% 为验证样本)作为网络输入,通过一个含有 400 个神经元的隐含层,激活函数采用 tanh 型,优化函数采用目前普遍使用的 Adam 进行有监督的学习。将网格单元结点通过该训练好的神经网络,最终实现网格单元的结点通过神经网络映射到单元刚度矩阵元素。

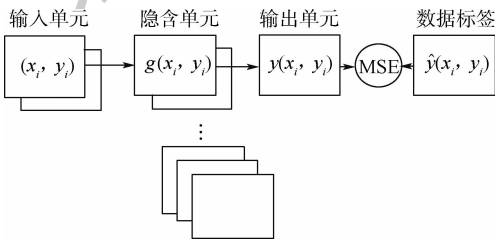


图 3 神经网络拟合模型

Fig. 3 Neural network fitting model

1.2.3 整体分析

总刚度矩阵 \mathbf{K} 由单元刚度矩阵 \mathbf{K}_e 组装而成,计算如下:

$$\mathbf{K} = \sum \mathbf{C}_e^T \mathbf{K}_e \mathbf{C}_e \quad (19)$$

式中: \mathbf{C}_e 为单元选择矩阵。根据单元的结点编号和结构中结点编号的对应关系,将单元刚度矩阵进行式(19)迭加组装成总体刚度矩阵,得到结点载荷与结点位移间的关系式,如式(13)所示。

然后进行狄利克雷边界条件约束,采用直接法求解得出结点位移。

2 基于 GPU 的有限元法并行求解

本文将有限元法求解密度场的方法采用并行的思想,对求解过程极其耗时且适合并行计算的神经网络、总刚度矩阵和总载荷向量的求解进行并行加速。融合了神经网络的单元分析过程,以时间代价简化了求解复杂度,为进一步加快求解速度采取了数据并行、多线程同时计算的方式。整体分析中,总体刚度矩阵和总载荷向量的求解进行分块多线程并行计算。

2.1 CUDA 架构介绍

GPU 具有高性能的浮点计算能力, CPU 具有低延迟、逻辑计算能力强的特点, CUDA 编程正是利用 GPU 和 CPU 这种特点来协同处理任务。运行流程则是在 CPU 端准备数据,再传到 GPU 端并行计算,最后将计算结果回传到 CPU 端。CPU 和 GPU 的这种协同工作方式大大提高了计算性能^[20-21]。图 4 为 CUDA 线程组织结构模型。

为了明白 CUDA 编程如何进行线程组织,必须了解其结构模型。从图 4 中可以看到, CUDA 中线程层次分为 3 层,分别是线程网格(grid)、线程块(block)、线程(thread)。1 个线程索引(threadIdx)可以是 1~3 维的,进而多个 thread 组成的 block 也可以是 1~3 维的。如同线程组成线程块,线程块也能组成 1~3 维的线程网格。执行 CUDA 应用程序时,整个应用程序的关键是 kernel 函数,它是以 grid 的形式组织,以 block 为单位,各 block 间并行执行,不同 block 间的数据共享只能通过全局显存,对于同一 block 内的不同 thread 间则可以通过共享内存进行通信,即在 kernel 函数中存在 2 个层次的并行,即 block 之间并行计算及 thread 之间并行计算。

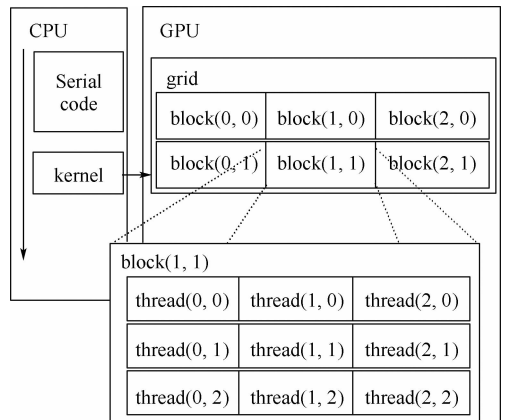


图 4 CUDA 线程组织结构模型

Fig. 4 CUDA thread organization structure model

另外,为了达到更高的效率,在 CUDA 编程应格外关注内存的使用。在 CUDA 编程时要尽量使用寄存器,尽量将数据声明为局部变量。而当存在着数据的重复利用时,可以把数据存放在共享内存里。而对于全局内存,需要注意用一种合理的方式来进行数据的合并访问,以尽量减少设备对内存子系统再次发出访问操作的次数。

2.2 神经网络并行加速方法

本文中有限元法求解密度场的方法采用并行的思想对求解过程极其耗时的部分进行加速处理,其模型如图 5 所示。数据拟合的并行化主要是针对神经网络的学习训练过程。首先,将在密度场测量得到的离散数据分为训练样本、验证样本和测试样本,并将其暂放在内存中,然后对神经网络进行初始化参数,并且将训练样本分成多个批量(batch),加载到 GPU 显存中。在神经网络正向传播过程中,将原本一整个数据分为多片,调用 CUDA 的 kernel 函数为每个 batch 数据分配处理线程。由于在 CUDA 中一个 Wrap 线程束有 32 个线程,在进行线程分配时应当尽量选择 32 的整数倍,但是 CUDA 中一个线程块里线程数量又不多于 1 024,因而可以尽可能提高线程的利用率。从主机端调用 kernel 函数在 GPU 设备端对分片好的训练样本在大量线程中被同时并行处理,这就极大地加快了正向传播过程。同理,它的反向传播过程也是各线程中进行一系列的矩阵运算和向量运算。当每个线程所传递的误差信号都到达网络的隐含层,就能得到权值偏导和偏置偏导,而每个 batch 上得到的是误差信号均值,并且只对其本身参数偏导进行更新,所有线程间互不干扰,所有的参数间也不相关,这就完成了一次并行迭代过程。

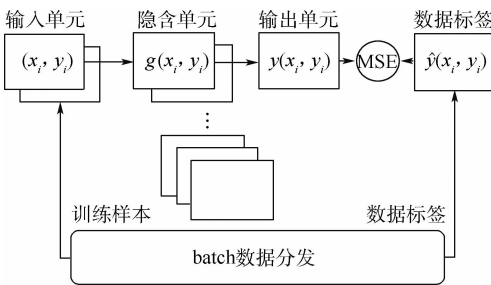


图 5 神经网络并行模型

Fig. 5 Neural network parallel model

2.3 总刚度矩阵组装的并行化

2.3.1 总刚度矩阵的并行性分析

对于大规模的有限元分析中,串行的有限元过程中均不是直接在内存中一次建立总的平衡方程组,因为对于大规模的有限元问题,其结点总数

也很大,导致总刚度矩阵的阶数太大,从而计算机计算过程中内存不够。因此,串行有限元过程中一般有 2 种处理方法:一是将总刚度矩阵分块存储在外存中,二是边单元分析边消去,避免总刚度矩阵的生成。但是这 2 种方法都需要内外存之间频繁地进行数据交换,因此对于结点数较多的大规模问题计算一次是非常耗时的。

总刚度矩阵是将所有单元刚度矩阵按照其结点编号对号入座组装而成,所有单元的单元刚度矩阵不能向总刚度矩阵一次性迭加而成,否则就可能在计算过程中发生计算错误和存取冲突。进一步分析可知,总刚度矩阵组装最大的并行只可能发生在每次同时迭加互相没有共同结点的多个单元的刚度阵所有元素,即实际采用的方案可以是每次同时迭加一个单元刚度矩阵多个位置处的元素,或者每次同时迭加多个单元刚度矩阵在同一位置处的元素。另外,总刚度矩阵的组装与其存储格式密切相关,大型有限元问题产生的总刚度矩阵一般是稀疏对称的。

2.3.2 总刚度矩阵的并行组装

通过上文分析,本文中的问题则是一个稀疏对称的总刚度矩阵,对于这样的总刚度矩阵组装过程很耗时但却非常适合并行计算。总刚度矩阵由每个网格单元的单元刚度矩阵组装而来,每个网格单元的单元刚度矩阵的值只与其形状大小、对应点次序及在整体坐标系的方位有关,因此本次求解划分的矩形网格单元内的三角单元具有相同的单元刚度矩阵。图 6 表示了划分的任意一个网格位置结点标号。

本文单元刚度矩阵组装成总刚度矩阵的具体方法是:将单元刚度矩阵 K_e 的每个子块 K_{ij} 送到总刚度矩阵的对应位置上去,然后进行迭加即可得到总刚度矩阵 K 的子块,对每个单元都进行如此操作计算即可得到总刚度矩阵。

在执行并行组装总刚度矩阵时,关键是如何找出 K_e 中的子块在 K 中的对应位置,然后为每个 K_e 的组分配线程索引,这样在并行化过程中给每个单元分配的线程求解得到的单元刚度矩阵才

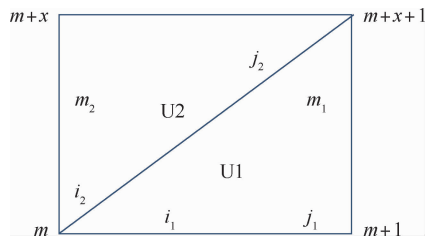


图 6 剖分的任一网格位置结点编号

Fig. 6 Node number of any grid position of subdivision

能正确地组装成总刚度矩阵,解决这个问题需要清楚单元中结点编码(局部码)和整体结构中的结点编码(总码)之间的对应关系。图 7 中每个单元的 3 个结点按逆时针方向编为 i, j, m , 单元刚度矩阵中的子块是按结点的局部码排列的,而总刚度矩阵中的子块是按总码排列的,因此,在单元刚度矩阵中把结点的局部码换成总码,并把其中的子块按照总码次序重新排列,以单元 U1 为例,局部码 i_1, j_1, m_1 对应于总码 $m, m+1, m+x+1$,即单元刚度矩阵和总刚度矩阵位置对应关系如图 7 表示。其中上三角网格单元和下三角网格单元的单元刚度矩阵相同。

| | | | | | |
|-------|---------|----------|----------|-------|----------|
| 局部码 → | | i_1 | j_1 | | m_1 |
| | 总码 → | m | $m+1$ | $m+x$ | $m+x+1$ |
| i_1 | m | K_{ii} | K_{ij} | | K_{im} |
| j_1 | $m+1$ | K_{ji} | K_{jj} | | K_{jm} |
| | $m+x$ | | | | |
| m_1 | $m+x+1$ | K_{mi} | K_{mj} | | K_{mm} |

图 7 单元刚度矩阵与总刚度矩阵位置对应关系

Fig. 7 Location of element stiffness matrix corresponding to total stiffness matrix

另外,有限元法产生的总刚度矩阵的阶数一般很高,在解算时矩阵的阶数很高和存储容量有限是矛盾的,因此有必要知道总刚度矩阵的特性来解决节约存储容量的问题。经分析,总刚度矩阵的特性如下:

- 1) 对称性。只存储总刚度矩阵的上三角部分,可以节约一半的存储容量。
- 2) 稀疏性。总刚度矩阵的元素绝大部分都是零元素,非零元素只占一小部分。
- 3) 带形分布。总刚度矩阵的非零元素分布在以对角线为中心的带形区域内,在半个带形区域内,包括对角线元素,每行具有的元素个数叫做半带宽,即可以只存储该部分元素值来节约存储空间。

若存储时不采取有效的存储方式,不仅需要大量的存储空间、时间,还会增大计算量。因此,本文在实现过程中根据总刚度矩阵的特性采用了较为常用的 CSR 矩阵压缩存储格式,用 3 个一维数组分别存储稀疏矩阵中上三角的半带宽非零元素值、对应的列号及行偏移,使得 GPU 并行更易实现。

在并行实现时, GPU 运行 kernel 核函数,每个 CUDA 线程执行一个网格单元刚度矩阵写入总刚度矩阵的任务,主要分为如下步骤:

- 步骤 1 根据参数计算出网格单元的刚度矩阵。
- 步骤 2 根据网格单元的结点编号,判断网格单元是上三角形单元还是下三角形单元。
- 步骤 3 根据判断结果将值写入总刚度矩阵对应的位置。

为能够并行计算刚度矩阵和载荷向量并且不产生线程和存储冲突,本文根据不同单元网格结点编号进行固定空间的索引存取,即每次同时迭加所有单元的单元刚度矩阵同一位置的元素。总刚度矩阵总载荷向量和结点编号密切相关,因此在 GPU 并行求解总刚度矩阵和总载荷向量时,最为关键的是如何将各结点写入到 GPU 存储空间。对于本次求解的网格单元,每个结点的载荷在 F 中最多会迭加 6 次。为避免同时迭加或者使用 CUDA 原子操作, CUDA 编程时为每个结点分配一个大小为 6 的空间,即最开始的总载荷向量 F 大小为 $N \times 6$ 。实现中要保证下三角结点的编号顺序始终为 $(m, m+x+1, m+x)$, 上三角顺序 $(m+x+1, m, m+1)$, 把所有下三角的结点编号按顺序设为索引 1、2、3, 同理把所有上三角的结点依次设为 4、5、6, 如图 8 所示。相同索引在同一结点处只会出现一次或者不出现,因此在求得结点之后先将载荷向量写入对应结点对应的索引处,如对于 m 点,对应的位置为 $6 \times m + \text{Index}$ (索引), 这样即可线程和存储不冲突,从而正确求解。

当所有值全部写入上述数组之后,则每个结点处真正的载荷值为 6 个值相加,此时每个 CUDA 线程只需要将 6 个数据相加便可得到最后的总刚度矩阵和总载荷向量。

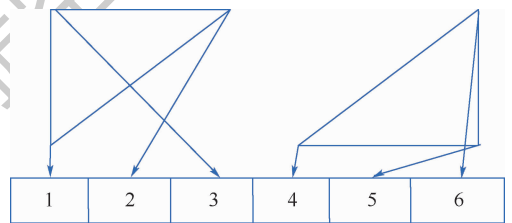


图 8 结点存储位置

Fig. 8 Node storage location

3 实验验证

3.1 实验环境

运用上述串并行实现原理方法,进行了密度场有限元法求解。实验平台操作系统采用 Ubuntu 16.04, CPU 为 Intel i7-6800k, GPU 为 NVIDIA GTX 1080Ti。实验数据由某风洞研究所提供。对比串行和并行实现下不同的网格精度、各主要模块

的计算耗时来验证并行快速有限元法的有效性。

3.2 串行速度

表 1 列出了不同精度大小的网格单元剖分下主要模块串行求解时间。图 9 展示了有限元法同网格精度下主要模块占总运行时间的比例。根据图 9 结果进行分析,在不同网格模式下,有限元法求解密度场过程中网络训练和网络预测时间开销相差较小,但是随着网格规模加大,求解总刚度矩阵和总载荷向量的时间开销却成倍增加,从求解总时间来看这整个过程极其耗时,完全无法达到风洞试验分析场密度实时要求。

表 1 不同模块下 CPU 串行求解时间

Table 1 CPU serial solution time under different modules

| 网格精度 | 求解时间/s | | | |
|-----------|---------|-------|-------------|-----------|
| | 网络训练 | 网络预测 | 总刚度矩阵和总载荷向量 | 密度场 |
| 249 × 226 | 632.067 | 3.50 | 155.14 | 792.45 |
| 496 × 450 | 648.152 | 3.98 | 1 045.29 | 1 700.77 |
| 745 × 674 | 643.10 | 5.208 | 3 295.803 | 3 937.379 |
| 993 × 898 | 661.75 | 6.247 | 7 718.611 | 8 396.45 |

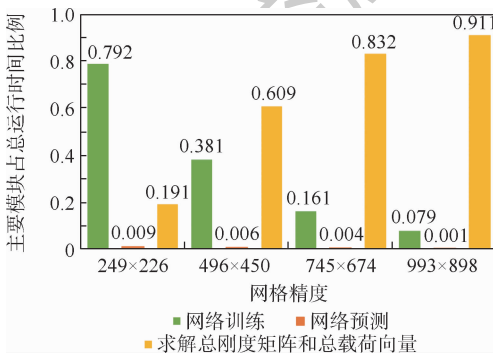


图 9 不同网格精度下主要模块占总运行时间的比例

Fig. 9 Proportion of main modules in total running time with different grid precision

3.3 并行速度

为了解决不能实时计算密度场的问题,本文着力于寻求一种基于 GPU 的快速求解方法,使用现在流行的 GPU 高效计算硬件平台,极大提高了求解效率。分别进行了如表 2 所示几组实验。图 10 展示了有限元法不同网格精度下串行求解和并行求解密度场的加速比;图 11 展示了有限元法不同网格精度下串行和并行求解密度场主要模块的加速比。本文所指的加速比皆是指串行求解和并行求解运行时间的比值。

从不同的网格划分疏密程度的实验结果对比可以看到,剖分的网格较为稀疏时求解密度场总体加速比较小,大概在 25.6 倍左右,随着剖分网格越密,总体加速比都在逐渐增加,这是由于网络

精度增加,有限元法产生的稀疏矩阵规模越大,利用 GPU 并行求解总刚度矩阵和总载荷向量的优势越明显,而网络训练的加速比改变不大是因为导入的实验数据量并没改变。另外,可以看到求解过程中的求解总刚度矩阵和总载荷向量占总运行时间的比例逐渐上升,导致这一现象的主要原因是随着网格数量增加,总刚度矩阵的组装和总载荷向量的累加操作需要大量的共享存储器,每个流处理器同时运行的 block 快速减少,从而 GPU 的利用率下降,运行时间增加。

表 2 不同模块下 GPU 并行求解时间

Table 2 GPU parallel solving time under different modules

| 网格精度 | 求解时间/s | | | |
|-----------|--------|------|-------------|-------|
| | 网络训练 | 网络预测 | 总刚度矩阵和总载荷向量 | 密度场 |
| 249 × 226 | 27.05 | 1.01 | 0.91 | 30.94 |
| 496 × 450 | 27.38 | 1.16 | 3.91 | 35.24 |
| 745 × 674 | 27.51 | 1.18 | 10.04 | 45.86 |
| 993 × 898 | 27.58 | 1.19 | 23.03 | 64.18 |

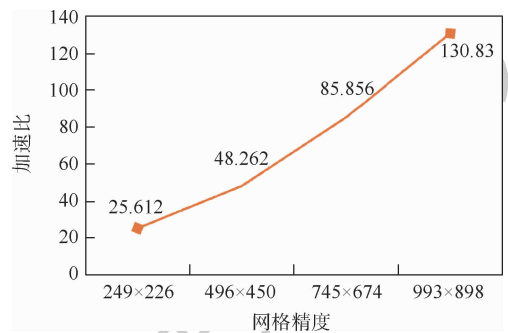


图 10 不同网格精度下求解密度场的加速比

Fig. 10 Acceleration ratio of solved density field with different grid precision

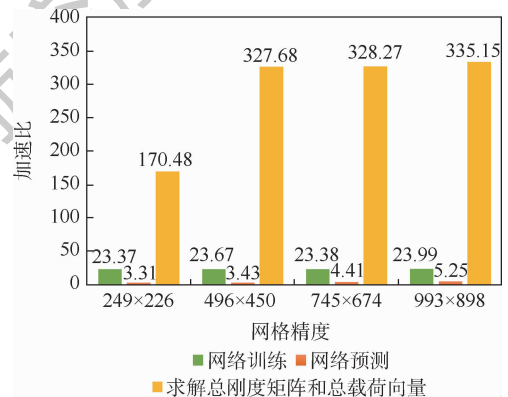


图 11 不同网格精度下求解密度场主要模块的加速比

Fig. 11 Acceleration ratio of main modules of solved density field with different grid precision

3.4 精度比较

本文中采用 L_2 范数和 L_∞ 范数来计算误差,计算如式(20)和式(21)所示,分别表示本文快速有限元法数值计算结果密度 x_i 与精确结果 \hat{x} 的均

方误差,以及本文快速有限元法数值计算结果密度 x_i 与精确结果 \hat{x} 绝对值的最大误差。

$$\text{Error}_{L_2} = \sqrt{\Delta h \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2} \quad (20)$$

$$\text{Error}_{L_\infty} = \max \|x_i - \hat{x}\| \quad (21)$$

式中: Δh 为剖分的网格单元面积。

从图 12 可以看出,有限元法串行和并行求解密度场的精度随着网格划分变密其精度增加,但精度增加缓慢,且串行计算精度高于并行计算,这是因为并行计算加入了一些累加计算,所以截断误差影响更显著。另外,该方法精度在绝大多数应用场景中都处于可接受水平,如在网格精度为 496×450 时,其均方误差和最大绝对值误差均在 10^{-5} 量级下,在绝大部分场景下,这一误差可以完全忽略。

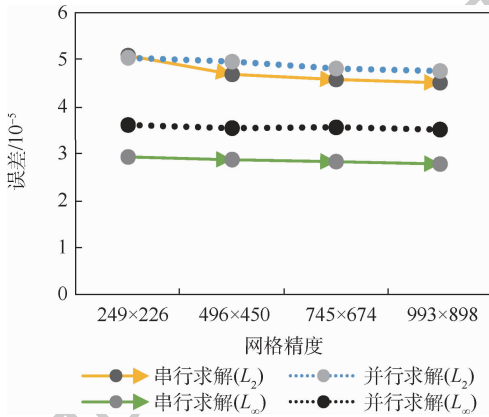


图 12 有限元串并行精度比较

Fig. 12 Serial and parallel precision comparison of finite element method

4 结 论

1) 给出了基于 GPU 实现的快速有限元求解风洞试验密度场的方法。通过对比实验分析对串行方法中耗时较多的神经网络拟合、总刚度矩阵组装及总载荷向量求解实现了 GPU 并行加速。实验表明,随着网格数量的增加,其加速比可达数百倍以上,且其精度达到了工业要求,提高了有限元法求解密度场的时效性。

2) 实现的快速有限元法相对于传统的有限元简化了对刚度矩阵的求解,大大减少了计算时间。

3) 随着网格数量增加,加速比相应增加,其精度也逐步提高,但求解更耗时。

参考文献 (References)

[1] 郭隆德,杨建军,吴运刚,等. 利用光学层析技术重构超声

速绕流流场密度分布 [J]. 实验流体力学, 2009, 23 (2) : 68-72.

GUO L D, YANG J J, WU Y G, et al. Reconstruction of density distribution in the supersonic flow field with optical computerized tomography [J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2009, 23 (2) : 68-72 (in Chinese).

[2] MEIER G E A. Computerized background oriented schlieren [J]. Experiments in Fluids, 2002, 33 : 181-187.

[3] 张征宇,王显圣,黄叙辉,等. 高速复杂流动结构的视频测量 [J]. 航空学报, 2017, 38 (8) : 120989.

ZHANG Z Y, WANG X S, HUANG X H, et al. Videogrammetry measurement for high-speed complex flow structures [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38 (8) : 120989 (in Chinese).

[4] 张正贺,黄贞,陈汝婷,等. 基于投影式背景纹影技术的火焰温度场测量仪设计 [J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56 (5) : 052803.

ZHANG Z H, HUANG Z, CHEN R T, et al. Design of flame temperature measurement instrument based on projective background-oriented schlieren technique [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56 (5) : 052803 (in Chinese).

[5] OTA M, KURIHARA K, ARIMOTO H, et al. Background oriented schlieren (BOS) measurement in supersonic flow with 4K high-speed camera [C] // Proc SPIE 10328, Selected Papers from the 31st International Congress on High-Speed Imaging and Photonics, 2017, 1032 : 103281.

[6] VERSO L, LIBERZON A. Background oriented schlieren in a density stratified fluid [J]. The Review of Scientific Instruments, 2015, 86 (10) : 103705.

[7] 张卫庆,王成亮,徐洪,等. 基于有限元法的油浸式变压器绕组温度场数值模拟分析 [J]. 自动化与仪器仪表, 2020 (4) : 56-59.

ZHANG W Q, WANG C L, XU H, et al. Numerical simulation analysis of winding temperature field of oil-immersed transformer based on finite element method [J]. Automation & Instrumentation, 2020 (4) : 56-59 (in Chinese).

[8] 夏一帆. 面向航空发动机燃烧室点火问题的数值计算方法研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2019.

XIA Y F. A study of numerical methods for the ignition process in aeroengine combustors [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019 (in Chinese).

[9] FEVGAS A, DALOUKAS K, TSOMPANOPOULOU P, et al. A study of sparse matrix methods on new hardware [J]. International Journal of Monitoring and Surveillance Technologies Research, 2015, 3 (3) : 1-19.

[10] BARAN B, KÖHLER M, PRASAD N, et al. Numerical solution of large scale sparse matrix equations in python [J]. Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, 2014, 14 (1) : 959-960.

[11] 贾光辉,于云端,王丹. 卷积神经网络求解有限元单元刚度矩阵 [J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46 (3) : 481-487.

JIA G H, YU Y R, WANG D. Solving finite element stiffness matrix based on convolutional neural network [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46 (3) : 481-487 (in Chinese).

- [12] 刘尧喜,唐进元,周炜,等. 扩展有限元刚度矩阵的 CSR 存储实现[J]. 机械强度,2019,41(6):1384-1390.
LIU Y X, TANG J Y, ZHOU W, et al. CSR storage method of extended finite element stiffness matrix[J]. Journal of Mechanical Strength,2019,41(6):1384-1390(in Chinese).
- [13] 曹建伟,徐翔,王友年. 基于 GPU 求解椭圆型偏微分方程的并行算法[J]. 计算物理,2015,32(4):475-481.
CAO J W, XU X, WANG Y N. Parallel algorithms for separable elliptic equation based on GPU[J]. Chinese Journal of Computational Physics,2015,32(4):475-481(in Chinese).
- [14] LOH W K, KIM Y K. A GPU-accelerated density-based clustering algorithm [C] // 2014 IEEE Fourth International Conference on Big Data and Cloud Computing. Piscataway: IEEE Press,2014:775-776.
- [15] 周树荃. 有限元结构分析并行计算[M]. 北京: 科学出版社,1994.
ZHOU S Q. Parallel calculation of finite element structural analysis[M]. Beijing: Science Press,1994(in Chinese).
- [16] 张俊,胥颀,张龙. 基于 BOS 技术的密度场测量研究[J]. 实验流体力学,2015,29(1):77-82.
ZHANG J, XU D, ZHANG L. Research on density measurement based on background oriented schlieren method[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics,2015,29(1):77-82(in Chinese).
- [17] 张俊,胥颀,朱博. 背景纹影技术算法研究[C] // 中国空气动力学学会测控技术专委会第六届四次学术交流会,2013:68-73.
ZHANG J, XU D, ZHU B. Background schlieren technique algorithm research [C] // The Chinese Society of Aerodynamic Control Technology of the 6th Four Academic Conference Proceedings,2013:68-73(in Chinese).
- [18] 陈国荣. 有限单元法原理及应用[M]. 2 版. 北京: 科学出版社,2016:91-116.
CHEN G R. Principle and application of finite element method [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press,2016:91-116(in Chinese).
- [19] 朱道建. 利用有限元方法求解流体力学问题[D]. 武汉: 武汉大学,2017.
ZHU D J. To solve the fluid dynamics problems by finite element method[D]. Wuhan: Wuhan University,2017(in Chinese).
- [20] 张健飞,沈德飞. 有限元 GPU 加速计算的实现方法[J]. 计算机辅助工程,2014,23(2):41-45.
ZHANG J F, SHEN D F. Implementation method of GPU-accelerated finite element calculation[J]. Computer Aided Engineering,2014,23(2):41-45(in Chinese).
- [21] KIRK D B, HWU W W. Programming massively parallel processors: A hands-on approach [M]. 2nd ed. New York: Morgan Kaufmann,2010:19-130.

A fast finite element method based on GPU to solve density field

LI Guoyang¹, YAN Hua^{1,*}, ZHANG Zhengyu², CHEN Qinmei¹, ZHU Fushun¹

(1. College of Electronics Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. High Speed Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: In order to quickly calculate and analyze the experimental data under the action of turbulence field, which are measured by video measurement method in high-speed wind tunnel test density projection field, and aimed at the numerical solution of density projection field, the second-order partial differential equation of density projection field is analyzed by ray deflection theory. And the CPU serial finite element method is realized to solve the problem. On this basis, a GPU-based fast finite element method for solving density field is proposed. After analyzing the efficiency of the serial finite element method solving process, the time-consuming neural network fitting, total stiffness matrix and total load vector are solved and then GPU-based parallel acceleration are carried out. The experimental results show that, under the premise that the accuracy meets the actual engineering requirements, the proposed method can greatly improve the solving efficiency compared with the CPU serial solution method, and the acceleration ratio is multiplied with the grid subdivision and multiplied encryption.

Keywords: density projection field; finite element; parallel acceleration; second-order partial differential equation; stiffness matrix

Received: 2020-07-21; Accepted: 2020-10-16; Published online: 2020-10-29 16:02

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201029.1414.002.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11872069)

* Corresponding author. E-mail: yanhua@scu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0351

二维功能梯度壁板热颤振本征问题的精确解



代林桐, 邢誉峰*

(北京航空航天大学 固体力学所, 北京 100083)

摘 要: 为了得到二维功能梯度壁板热颤振的精确解并揭示颤振机理, 根据经典薄板理论及一阶活塞理论, 建立了超声速气流下二维功能梯度壁板的本征控制微分方程并求得了精确解, 根据得到的本征根对颤振机理进行了分析。针对功能梯度材料(FGM)的不同体积分数, 分别研究了壁板在恒温场及非线性温度场下的颤振边界随马赫数的变化规律, 并比较了2种温度场下的结果。通过分析简支、固支及其组合边界情况下的壁板颤振特性, 从数学角度发现颤振现象的发生是由于挠度的一阶导数导致刚度非对称, 且功能梯度材料能够有效提高热环境下壁板的颤振边界, 同时利用 ABAQUS 软件对功能梯度壁板的振动特性进行了模拟, 进一步验证了所提方法的有效性。

关键词: 超声速; 功能梯度材料(FGM); 热颤振; 本征根; 精确解

中图分类号: V221+.3; TB553

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2097-08

颤振是指弹性结构在气流中由于受到气动力、弹性力和惯性力的耦合作用而发生的振幅不衰减的自激振动, 对结构的使用寿命影响很大, 甚至危及结构的安全^[1]。

随着飞行马赫数的不断提高, 飞行器面临的气动环境越来越严峻。热气动弹性是近年来最热门的方向之一, 研究成果不断涌现。作为有着优良的力学性能和耐热特性的功能梯度材料(FGM)板, 研究其气弹及热气动弹性问题具有重要的理论和应用价值。这也给气动弹性问题的研究带来了新的挑战, 那就是在分析中必须考虑高马赫数下气动加热所引起的热效应对飞行器结构气动弹性的影响^[2]。

Praveen 和 Reddy^[3]对功能梯度壁板进行了非线性瞬态热弹性分析, 并讨论了温度场对壁板响应的影响。苑凯华和邱志平^[4]利用有限元法建立了壁板在热效应下的运动微分方程, 基于非

线性动力学模型研究了对壁板施加控制后对颤振极限环幅值的影响。Hosseini 等^[5]对超声速气流中功能梯度平板的热气弹问题进行了深入分析, 建立了基于冯·卡门薄板大变形理论的结构方程并考虑了温度变化对壁板材料性能的影响, 通过一阶活塞理论模拟气动力, 并采用 Galerkin 方法对壁板的控制方程进行求解。李丽丽和赵永辉^[6]研究了热环境下四边固支壁板结构频率特性的变化, 进而利用 p-k 法进行了颤振分析, 研究表明, 热效应对结构的频率特性有很大的影响, 并影响颤振边界。Shahverdi 和 Khalafi^[7]利用广义微分求积的方法研究了功能梯度曲板的热气动弹性行为。黄小林等^[8]基于复合材料薄板理论和有气流偏角的气动压力的一阶活塞模型, 用 Galerkin 方法分析了气流偏角、热环境等因素对 FGM 板固有频率和颤振临界速压的影响。

壁板颤振分析最终归结为利用不同的结构和

收稿日期: 2020-07-21; 录用日期: 2020-08-21; 网络出版时间: 2020-09-16 11:27

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200916.0930.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(11672019)

* 通信作者. E-mail: xingyf@buaa.edu.cn

引用格式: 代林桐, 邢誉峰. 二维功能梯度壁板热颤振本征问题的精确解[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2097-2104.
DAI L T, XING Y F. Exact solutions of thermal flutter of two-dimensional functionally graded panel [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2097-2104 (in Chinese).

气动力模型求解颤振微分方程的问题,其解法包括数值解法和解析解法。

已有文献主要采用 Galerkin 方法^[9]及 Rayleigh-Ritz 方法^[10]分析壁板的非线性颤振特性。虽然这 2 种方法精度比较高,但仅能从数值解的角度得到颤振特性。而解析解法,如直接求解法^[11]、半逆法^[12],这几种方法都能直接从求解本征方程入手来研究颤振特性。

基于活塞理论, Li 和 Song^[11]采用直接求解法求得了 Kirchhoff 和 Mindlin 板在不同边界下的颤振边界,但没有考虑热效应的影响。Sun 和 Xing^[13]根据经典板理论和一阶活塞理论建立了二维层合板在简支、固支和自由边界条件下的气动弹性模型,得到了壁板颤振本征解的统一显式形式,并与 Galerkin 方法进行了比较,但也未考虑超声速下气动热的影响。

目前,鲜见到公开发表的关于功能梯度壁板热颤振本征问题精确解的工作。针对该问题,本文基于经典薄板理论和一阶活塞理论求得了不同边界下壁板热颤振本征问题的精确解并分析了其颤振特性。

1 颤振微分方程

考虑如图 1 所示的二维 FGM 壁板模型,其弦长为 a ,展长为无限长,厚为 h , N_x^T 相当于热应力的作用, T 为温度。坐标系建立在板的中心面,原点在板的中心处。壁板的上表面为陶瓷层,下表面为金属层。

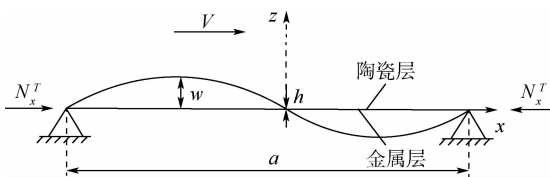


图 1 两端简支壁板几何模型

Fig. 1 Geometric model of simply supported panel at both ends

FGM 板的弹性模量 E 、热膨胀系数 α 、热传导系数 K 及密度 ρ 等物理属性量皆按照式(1)进行估计^[14]:

$$P(z) = P_b + (P_t - P_b) \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^n$$

$$z \in \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2} \right] \quad (1)$$

式中: $P(z)$ 为板内任意一点的材料参数(弹性模量、泊松比、剪切模量等); P_t 和 P_b 分别为上表面(用 t 表示)和下表面(用 b 表示)对应的材料参数; n 为材料梯度指数。

功能梯度材料通常工作在一些高温环境,其不同属性对温度的敏感程度是不一样的。设弹性模量 E 和热膨胀系数 α 随温度的变化规律为^[15]

$$P = P_0 (P_{-1}/T + 1 + P_1 T + P_2 T^2 + P_3 T^3) \quad (2)$$

式中: $P_i (i = -1, 0, 1, 2, 3)$ 为材料某一物理属性的温度相关系数,其值是唯一的。

由式(2)可知,要获得有效物理属性,除了知道其对应的温度系数以外,还需要知道结构温度场分布。当材料热传导系数为常数时,由一维热传导稳态方程所得到的是一个线性的温度场。对于功能梯度材料组成的板而言,当热传导系数 $k(i)$ 是厚度坐标的函数而不再是一个常数时,这时得到一个非线性的温度场。该非线性温度场满足如下一维热传导方程:

$$-\frac{d}{dz} \left[K(z) \frac{dT}{dz} \right] = 0 \quad (3)$$

相关文献给出了其近似理论解^[16]。

假定壁板上表面受气动力作用,另一侧为静止空气。气体流速为 V , 密度为 ρ_a , 马赫数为 Ma 。对于本文后续选择的 Si_3N_4 和 SUS304 作为组成成分的 FGM 板,泊松比 ν 沿着厚度方向的变化对结果几乎没有影响,因此本文在后续计算中取泊松比为 2 种材料的泊松比的均值 $\nu = 0.28$ ^[17], 称为等效泊松比。

下面基于经典薄板理论和 Hamilton 变分原理,推导二维壁板颤振控制微分方程。在薄板理论中,位移分量可以表示为

$$\begin{cases} u = u_0 - z \frac{\partial w}{\partial x} \\ w = w_0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: u_0 为 FGM 矩形薄板几何中面 x 方向的位移; w 为 FGM 薄板的挠度。

在二维壁板颤振问题分析中,展长假设为无限长,因此不考虑 y 方向位移的作用。在下面公式推导中,采用的是单位宽度。

FGM 薄板的应变可以表示为

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (5)$$

应力为

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_x - \varepsilon_x(T)] \quad (6)$$

式中: $\varepsilon_x(T)$ 为温度应变,即

$$\varepsilon_x(T) = \alpha(T) \Delta T \quad (7)$$

热环境中 FGM 矩形薄板的总应变能为

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma [\varepsilon_x - \varepsilon_x(T)] dV \quad (8)$$

FGM 薄板自由振动的动能为

$$T_{\text{kinetic}} = \frac{1}{2} \int_{-a/2}^{a/2} I_0 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \quad (9)$$

式中: $I_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) dz$.

对于功能梯度板来说,由于材料不均匀,材料中性面与几何中面并不重合,设二者之间距离为 z_0 。在中性面上位移 $u = 0$,从式(4)可得

$$u_0 = z_0 \frac{\partial w}{\partial x} \quad (10)$$

由式(6)可得

$$\sigma_x = \frac{E(z)}{1 - \nu^2} (z_0 - z) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (11)$$

轴力为

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1 - \nu^2} (z_0 - z) dz \quad (12)$$

本文等效泊松比为常数,因此利用轴力等于 0 得到

$$z_0 = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} E(z) z dz}{\int_{-h/2}^{h/2} E(z) dz} \quad (13)$$

实际上,即使泊松比不是常数,中性面也是存在的,这不同于三维壁板情况^[18]。

根据一阶活塞理论^[19],气动力的形式为

$$\Delta p = - \frac{2q}{Ma} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (14)$$

式中: q 为动压。

气动力所做虚功 δW 的积分为

$$\int_0^t \delta W dt = \int_0^t \Delta p \delta w dt \quad (15)$$

根据 Hamilton 原理的广义形式为

$$\int_0^t \delta(U - T) dt - \int_0^t \delta W dt = 0 \quad (16)$$

可以得到二维功能梯度壁板在超声速流下的运动微分方程,如下:

$$D_{\text{eq}} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + N_x^T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \Delta p \quad (17)$$

式中:

$$\begin{cases} (A_{11}, B_{11}, D_{11}) = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1 - \nu^2} (1, z, z^2) dz \\ D_{\text{eq}} = D_{11} - \frac{B_{11}^2}{A_{11}} \\ N_x^T = \int_{-h/2}^{h/2} \alpha(z) \Delta T \frac{E(z)}{1 - \nu} dz \end{cases} \quad (18)$$

其中: D_{eq} 为等效刚度; N_x^T 为热应力。

本文用到的简支和固支边界条件如表 1 所示。

下面将根据边界条件求方程(17)的本征精确解,并分析梯度指数、温度场对颤振边界的影响。

表 1 简支和固支边界条件

Table 1 Boundary conditions for simple support and clamp

| BCs (边界条件) | $x = 0$ 或 $x = a$ |
|------------|--|
| 简支(S) | $w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$ |
| 固支(C) | $w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0$ |

2 颤振精确本征解和颤振机理

2.1 精确本征解

设挠度 w 有如下分离变量的形式:

$$w = \phi(x) \tau(t) = \phi(x) e^{i\Omega t} \quad (19)$$

式中:颤振的稳定性取决于本征值 Ω ,其实部 β 代表幅值,而虚部 ω 代表振动频率。若 $\beta = 0$,壁板将发生颤振。

将式(19)代入控制微分方程(17)可得

$$D_{\text{eq}} \frac{d^4 \phi}{dx^4} + N_x^T \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{2q}{Ma} \cdot \frac{d\phi}{dx} + \left(I_0 \Omega^2 + \frac{2q}{Ma \cdot V} \right) \phi \Omega = 0 \quad (20)$$

式(20)即是二维壁板颤振的本征微分方程。根据边界条件求解方程(20)可以得到颤振问题的模态函数 ϕ 和频率方程。引入无量纲量 $\xi = x/a$ 。为了求得本征微分方程的通解, ϕ 可写为

$$\phi(\xi) = A e^{\lambda \xi} \quad (21)$$

式中: A 为待定系数; λ 为 x 方向的空间本征根。

将式(21)代入方程(20)可得

$$\lambda^4 + \frac{N_x^T a^2}{D_{\text{eq}}} \lambda^2 + \frac{2qa^3}{D_{\text{eq}} \cdot Ma} \lambda + \frac{I_0 \Omega^2 a^4}{D_{\text{eq}}} + \frac{2qa^4}{D_{\text{eq}} \cdot Ma \cdot V} \Omega = 0 \quad (22)$$

或写成

$$\lambda^4 + R \lambda^2 + p \lambda + k = 0 \quad (23)$$

这即是二维壁板颤振本征代数方程,其中 R 、 p 和 k 都是无量纲系数,具体形式为

$$\begin{cases} R = \frac{N_x^T}{a^2} \cdot \frac{a^4}{D_{\text{eq}}} \\ p = \frac{2q}{Ma \cdot a} \cdot \frac{a^4}{D_{\text{eq}}} \\ k = \left(I_0 \Omega^2 + \frac{2q}{Ma} \Omega \right) \frac{a^4}{D_{\text{eq}}} \end{cases} \quad (24)$$

求解方程(23)可以得到二维壁板的空间本征根,为一对实数根和一对复数根:

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = \vartheta \pm i\alpha_1 \\ \lambda_{3,4} = -\vartheta \pm \beta_1 \end{cases} \quad (25)$$

则本征函数 ϕ 的通解可表示为

$$\phi(\xi) = A_1 e^{\lambda_1 \xi} + A_2 e^{\lambda_2 \xi} + A_3 e^{\lambda_3 \xi} + A_4 e^{\lambda_4 \xi} \quad (26)$$

将本征根(25)代入本征代数方程(23),得到如下重要关系式:

$$\begin{cases} \alpha_1^2 = \frac{p}{4\vartheta} + \left(\vartheta^2 + \frac{R}{2}\right) \\ \beta_1^2 = \frac{p}{4\vartheta} - \left(\vartheta^2 + \frac{R}{2}\right) \\ k = \left(2\vartheta^2 + \frac{R}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{16\vartheta^2} \end{cases} \quad (27)$$

当给定壁板和气流参数时,便可确定 R 与 p , 因此 α_1, β_1 和 ϑ 中只有一个独立变量,这里选 ϑ 为独立变量。同时 k 也取决于 ϑ , 根据式(24)可知 Ω 取决于 k 。将式(19)与式(26)代入表1所示的边界条件,可求得频率方程与本征函数的系数(见表2),进而求出时间本征值 Ω , 其反应了壁板的振动特性。

表2 二维壁板颤振频率方程和本征函数

Table 2 Eigensolutions of two-dimensional panel flutter

| BCs | 频率方程 | 本征函数的系数 |
|---|--|--|
| 简支-简支(SS) $\phi(0) = 0$ $\phi(1) = 0$ $\phi''(0) = 0$ $\phi''(1) = 0$ | $\cosh 2\vartheta - \cosh \alpha_1 \cos \beta_1 - \left[\frac{\beta_1^2 - \alpha_1^2}{2\alpha_1\beta_1} - \frac{(\alpha_1^2 + \beta_1^2)^2}{8\vartheta^2\alpha_1\beta_1} \right] \sinh \alpha_1 \sin \beta_1 = 0$ | $A_1 = -A_2 - A_3 - A_4$ $A_2 = -\frac{(\lambda_4^2 - \lambda_1^2)(e^{\lambda_3} - e^{\lambda_4})}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(e^{\lambda_3} - e^{\lambda_2})} A_4$ $A_3 = -\frac{(\lambda_4^2 - \lambda_1^2)(e^{\lambda_4} - e^{\lambda_2})}{(\lambda_3^2 - \lambda_1^2)(e^{\lambda_3} - e^{\lambda_2})} A_4$ |
| 固支-固支(CC) $\phi(0) = 0$ $\phi(1) = 0$ $\phi'(0) = 0$ $\phi'(1) = 0$ | $\cosh 2\vartheta - \cosh \alpha_1 \cos \beta_1 - \frac{4\vartheta^2 + \alpha_1^2 - \beta_1^2}{2\alpha_1\beta_1} \sin \alpha_1 \sinh \beta_1 = 0$ | $A_1 = -A_2 - A_3 - A_4$ $A_2 = -\frac{(\lambda_4 - \lambda_1)(e^{\lambda_3} - e^{\lambda_4})}{(\lambda_2 - \lambda_1)(e^{\lambda_3} - e^{\lambda_2})} A_4$ $A_3 = -\frac{(\lambda_4 - \lambda_1)(e^{\lambda_4} - e^{\lambda_2})}{(\lambda_3 - \lambda_1)(e^{\lambda_3} - e^{\lambda_2})} A_4$ |
| 简支-固支(SC) $\phi(0) = 0$ $\phi''(0) = 0$ $\phi(1) = 0$ $\phi'(1) = 0$ | $4\vartheta\alpha_1\beta_1 \sinh 2\vartheta - \beta_1(4\vartheta^2 - \alpha_1^2 - \beta_1^2) \sin \alpha_1 \cosh \beta_1 - \alpha_2(4\vartheta^2 + \alpha_1^2 + \beta_1^2) \cos \alpha_1 \sinh \beta_1 = 0$ | $A_1 = -A_2 - A_3 - A_4$ $A_2 = -\frac{(\lambda_4 + \lambda_1)e^{\lambda_3} - (\lambda_3 + \lambda_1)e^{\lambda_4}}{(\lambda_2 - \lambda_1) \text{sc}}$ $A_3 = -\frac{(\lambda_2 + \lambda_1)e^{\lambda_4} - (\lambda_4 + \lambda_1)e^{\lambda_2}}{(\lambda_3 - \lambda_1) \text{sc}}$ $\text{sc} = \frac{(\lambda_2 + \lambda_1)e^{\lambda_3} - (\lambda_3 + \lambda_1)e^{\lambda_2}}{(\lambda_4 - \lambda_1)A_4}$ |

2.2 颤振机理

颤振的发生必然是因为壁板振动过程中有气动力的作用。下面通过分析颤振方程和本征根 Ω 的性质来判断壁板为何会发生颤振。

从式(20)可以看出, $N_x^r \frac{d^2\phi}{dx^2}$ 和 $\frac{2q}{Ma} \cdot \frac{d\phi}{dx}$ 可以改变系统的刚度。 $N_x^r \frac{d^2\phi}{dx^2}$ 本身可以使壁板发生热屈曲。气动刚度 $\frac{2q}{Ma} \cdot \frac{d\phi}{dx}$ 的存在使得系统刚度具有非对称性,从而导致系统本征根 Ω 成为复数,使之不再是一对纯虚数和一对纯实数根。随着气流速度的增大,方程(23)和式(24)表明 $\frac{2q}{Ma} \cdot \frac{d\phi}{dx}$ 逐渐改变本征根的性质。当 Ω 的实部 β 等于0时,系统将发生颤振,当 $\beta > 0$ 时,系统开始发散。这是从数学模型角度对颤振的解释。

3 算例与影响因素参数分析

首先,针对固有频率和颤振参数,把精确解与

有限元分析结果和 Galerkin 方法结果进行比较,以验证精确解的正确性,再对影响颤振特性的参数进行分析。

3.1 典型算例的计算结果比较

选择如表3中所示陶瓷和金属材料组成的梯度材料。只考虑弹性模量 E 、热膨胀系数 α 与温度相关,热传导系数为 $K_c = 9.19 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 和 $K_m = 12.04 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,其中 c 表示陶瓷材料, m 表示金属材料。考虑非线性温度场,上表面温度 350 K ,下表面温度为 300 K ,梯度指数 n 为5,弦长 a 为 0.5 m ,跨厚比 $a/h = 250$ 。

表3 功能梯度材料弹性常数

Table 3 Elastic constants of FGM

| 材料名称 | 组成成分 | E/GPa | ν | $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ |
|------|---------------------------------|----------------|-------|--|
| 陶瓷 | Si_3N_4 (氮化硅陶瓷) | 322 | 0.24 | 2 370 |
| 金属 | SUS304(不锈钢) | 207 | 0.32 | 8 166 |

1) 与有限元结果的比较

现有有限元商业软件如 ANSYS、ABAQUS 等均未提供成熟的功能梯度材料分析模块。功能梯

度板最主要的结构特点在于其材料特性在板厚度方向不断变化,因而在有限元模型中,将功能梯度板认为层合板。层合板的每层均为各向同性材料,每层的材料参数由该层所处的位置确定。考虑了总层数分别为 5 层和 10 层 2 种情况。表 4 及表 5 给出了根据式(1)计算得到的各分层密度、弹性模量。

表 6 将所得功能梯度板的前两阶固有频率与 ABAQUS 软件计算所得结果进行了对比。有限元网格的划分为 $10 \times 2\ 500$,且采用平面应力单元。可以看出,精确解与 ABAQUS 结果存在差异,当功能梯度板的分层增加时,差异在减小。当分层数为 10 层时,SC 边界情况的第 2 阶频率之间的差异已经小于 0.413%。由此可以推断,建立的 FGM 有限元模型是可行的,所得精确固有频率是正确的。

表 4 分层为 5 层时密度和弹性模量

Table 4 Density and modulus of elasticity for 5 layers

| 坐标 方向 | 厚度方向坐标/ (10^{-4} m) | 密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) | 弹性模量/ (10^{11} Pa) |
|----------|---------------------------|--|--------------------------|
| z | -8.000 | 8 165.942 | 2.070 |
| z | -4.000 | 8 151.916 | 2.073 |
| z | 0 | 7 984.875 | 2.106 |
| z | 4.000 | 7 191.866 | 2.263 |
| z | 8.000 | 4 743.520 | 2.749 |

表 5 分层为 10 层时密度和弹性模量

Table 5 Density and modulus of elasticity for 10 layers

| 坐标 方向 | 厚度方向坐标/ (10^{-4} m) | 密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) | 弹性模量/ (10^{11} Pa) |
|----------|---------------------------|--|--------------------------|
| z | -9.000 | 8 165.998 | 2.070 |
| z | -7.000 | 8 165.560 | 2.070 |
| z | -5.000 | 8 160.340 | 2.071 |
| z | -3.000 | 8 135.558 | 2.076 |
| z | -1.000 | 8 059.047 | 2.091 |
| z | 1.000 | 7 874.296 | 2.127 |
| z | 3.000 | 7 493.496 | 2.203 |
| z | 5.000 | 6 790.582 | 2.343 |
| z | 7.000 | 5 594.284 | 2.580 |
| z | 9.000 | 3 681.166 | 2.959 |

表 6 不同边界条件下 FGM 板频率

Table 6 Frequency of FGM plate under different boundary conditions

| 边界 条件 | 模态 阶数 | 频率/Hz | | |
|----------|----------|-----------|-----------------|------------------|
| | | 精确解 | ABAQUS (5 层) | ABAQUS (10 层) |
| SS | 1 | 131.679 3 | 129.345 7 | 131.010 7 |
| | 2 | 523.997 7 | 517.596 2 | 521.925 4 |
| CC | 1 | 296.864 6 | 293.355 6 | 295.806 1 |
| | 2 | 818.792 2 | 808.520 3 | 815.306 1 |
| SC | 1 | 204.444 7 | 202.048 4 | 203.851 7 |
| | 2 | 663.293 8 | 654.707 9 | 660.551 3 |

2) 与 Galerkin 方法结果的比较

在颤振理论分析领域,Galerkin 方法的应用是非常广泛的。下面把精确解与 Galerkin 结果进行比较,以验证所得颤振结果的正确性。考虑一均匀壁板,其刚度为 $D = 148.73 \text{ N} \cdot \text{m}^2$,密度为 $\rho = 1\ 600 \text{ kg/m}^3$,弦长 a 为 0.3 m,跨厚比 $a/h = 200$ 。不考虑温度场作用,边界条件为两端简支。Galerkin 方法选用前三阶简支模态。表 7 给出了一、二阶固有频率 ω_1, ω_2 ,以及颤振时对应的颤振频率 ω_f 及临界马赫数 Ma_f 。可以看出,二者结果吻合较好,验证了精确颤振频率和马赫数的正确性。如果 Galerkin 方法选用更多阶的模态,则二者结果将更加接近。

表 7 本文解与 Galerkin 方法结果的对比

Table 7 Comparison of result between present method and Galerkin method

| 方法 | 固有频率($Ma = 2$) | | 颤振参数 | |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|---------|
| | ω_1/Hz | ω_2/Hz | ω_f/Hz | Ma_f |
| Galerkin | 650.725 8 | 2 130.318 9 | 1 773.443 7 | 7.177 4 |
| 本文 | 651.975 4 | 2 130.663 1 | 1 759.928 3 | 6.989 6 |

3.2 参数分析

下面讨论梯度指数、温度场、边界条件等对 FGM 板的临界动压和频率的影响。

3.2.1 梯度指数 n 对临界动压的影响

功能梯度材料属于非均匀材料,其组分是随坐标变化的。由式(1)可知,梯度指数 n 决定了 2 种材料成分各占多少。对于上表面是陶瓷,下表面是金属的壁板,当 n 为 0 时,壁板为各向同性的纯陶瓷壁板。当 n 为无穷大时表示纯金属壁板。采用表 3 所示材料,考虑两边简支边界条件, $a/h = 250$,在不考虑温度场的情况下研究无量纲临界动压 λ^* 随梯度指数 n 的变化关系, $\lambda^* = \rho_a V^2 a^3 / (Ma D_0)$, $D_0 = E_m h^3 / [12(1 - \nu^2)]$, E_m 表示金属材料在常温 $T = 300 \text{ K}$ 下的弹性模量。如图 2 所示,临界动压值随梯度指数的增加出现先下

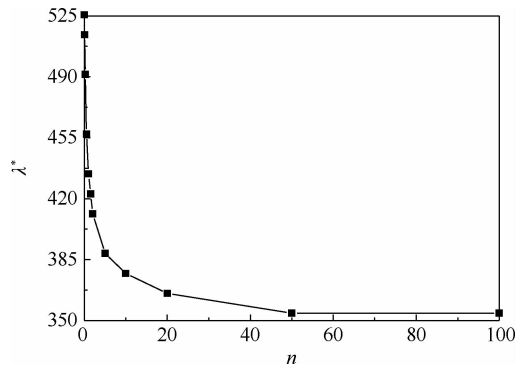


图 2 临界动压值随梯度指数变化曲线

Fig. 2 Critical dynamic pressure versus gradient index

降较快,而后下降变缓的现象,当指数较大时,临界动压值趋于稳定。

3.2.2 温度对临界颤振频率的影响

温度对临界颤振频率的影响如图3所示,其中无量纲频率 $\omega^* = \omega a^2 \sqrt{\rho_0 h / D_0}$ 。图3给出的是均匀温度场及非线性温度场2种情况下两边简支FGM板在梯度指数 n 为1、5、50的结果。可以看出,临界颤振频率随温度的增大而减小,但非线性温度场情况下降缓慢。梯度指数越小,临界颤振频率越大。这是由于FGM板陶瓷组分的热传导系数较小,板厚度方向陶瓷组分较多的部分温度较高,金属组分较多的部分温度较低,且陶瓷的热膨胀系数低,金属的热膨胀系数高,导致板厚度方向上膨胀较无热传导时更为均匀。当 $\Delta T = 100$ K时,针对 n 分别等于1、5、10的FGM板,非均匀温度情况下的临界颤振频率比均匀温度场情况分别提升了2.2%、2.4%、3.9%。对于作为防热结构的FGM板,其陶瓷组分较低的热传导系数能够有效提高热环境下结构的稳定性。

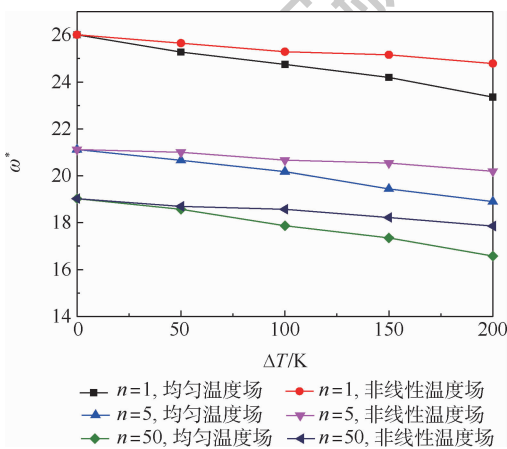


图3 临界颤振频率随温度的变化曲线

Fig.3 Critical flutter frequency versus temperature

当 $\Delta T = 100$ K、 $n = 5$ 、 $a/h = 250$ 时,在两端边界为简支的条件下,图4给出FGM板在均匀温度场及非线性温度场下的一阶频率与二阶频率随着马赫数的变化情况。可以得出,2种温度场下均发生频率耦合型颤振,在均匀温度场下,壁板的临界颤振频率为408.24 Hz,临界马赫数为2.90。而在非线性温度场下,壁板的临界颤振频率为423.83 Hz,较均匀温度场时提高了3.82%,临界马赫数为3.02,较均匀温度场时提高了4.14%。

3.2.3 边界条件对临界动压和颤振频率的影响

表8为简支、固支及其组合边界条件下的功能梯度板的临界颤振频率和临界动压的比较。此处分析了均匀温度场及非线性温度场下,3种边界条件下的无量纲临界颤振频率及临界动压的大

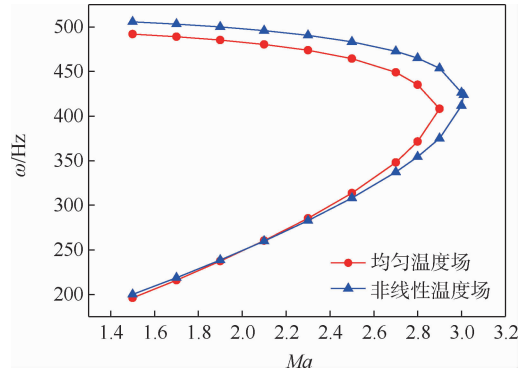


图4 两种热环境下频率随马赫数的变化曲线

Fig.4 Frequency versus Mach number in two thermal environments

表8 不同边界下FGM板的临界颤振频率和临界动压的比较

Table 8 Comparison of flutter frequency and critical dynamic pressure of FGM plate under different boundary conditions

| T/K | n | SS | | CC | | SC | |
|-------------|----|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|
| | | λ^* | ω^* | λ^* | ω^* | λ^* | ω^* |
| $T_i = 300$ | 1 | 434.22 | 26.0 | 788.45 | 41.7 | 594.19 | 33.3 |
| | 5 | 388.51 | 21.1 | 719.89 | 34.1 | 548.49 | 27.3 |
| | 50 | 354.23 | 19.0 | 651.33 | 30.6 | 491.35 | 24.5 |
| $T_i = 500$ | 1 | 399.94 | 24.8 | 754.17 | 40.7 | 571.34 | 32.4 |
| | 5 | 365.66 | 20.2 | 685.61 | 33.2 | 514.21 | 26.3 |
| | 50 | 319.95 | 17.9 | 617.05 | 29.7 | 457.07 | 23.4 |
| $T_i = 500$ | 1 | 365.66 | 23.4 | 708.46 | 39.3 | 525.63 | 30.9 |
| | 5 | 331.38 | 18.9 | 639.90 | 31.9 | 479.93 | 25.1 |
| | 50 | 285.67 | 16.6 | 571.34 | 28.5 | 422.79 | 22.3 |

小,在相同条件下,三者的 λ^* 与 ω^* 的关系为:两端固支大于一端简支一端固支,后者又大于两端简支。

4 结论

基于经典薄板理论和一阶活塞理论建立了气动力作用下二维功能梯度壁板的热颤振模型,采用分离变量法得到了颤振问题的精确解。结论如下:

1) 系统刚度由结构弹性刚度和气动刚度组成。从数学上而言,颤振现象的发生是由于气动刚度致使系统本征根变成了复数,其实部决定系统振动是衰减、等幅还是发散。

2) 功能梯度材料能够有效提高热环境下壁板的颤振边界。

3) 在相同条件下,3种边界条件下的临界颤振频率及临界动压大小关系为:两端固支大于一

端简支一端固支,后者又大于两端简支。

参考文献 (References)

- [1] 杨智春,夏巍,孙浩. 高速飞行器壁板颤振分析的研究进展[J]. 结构强度研究, 2005(4):10-18.
YANG Z C, XIA W, SUN H. Research progress on flutter analysis of high speed aircraft panel[J]. Study on Structural Strength, 2005(4):10-18(in Chinese).
- [2] 王江峰,伍貽兆,季卫栋,等. 高超声速复杂气动问题数值方法研究进展[J]. 航空学报, 2015, 36(1):159-175.
WANG J F, WU Y Z, JI W D, et al. Progress in numerical simulation techniques of hypersonic aerodynamic problems[J]. Acta Aeronautics et Astronautics Sinica, 2015, 36(1):159-175(in Chinese).
- [3] PRAVEEN G N, REDDY J N. Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic-metal plates[J]. International Journal of Solids and Structures, 1998, 35(33):4457-4476.
- [4] 苑凯华,邱志平. 压电复合材料壁板颤振的控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(12):1429-1433.
YUAN K H, QIU Z P. Flutter control of composite panels with embedded piezoelectric materials[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35(12):1429-1433(in Chinese).
- [5] HOSSEINI M, FAZELZADEH S A, MARZOCCA P. Chaotic and bifurcation dynamic behavior of functionally graded curved panels under aero-thermal loads[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2011, 21(3):931-954.
- [6] 李丽丽,赵永辉. 超音速下热壁板的颤振分析[J]. 动力学与控制学报, 2012, 10(1):67-70.
LI L L, ZHAO Y H. The flutter analysis of thermal panel under supersonic flow[J]. Journal of Dynamics and Control, 2012, 10(1):67-70(in Chinese).
- [7] SHAHVERDI H, KHALAFI V. Bifurcation analysis of FG curved panels under simultaneous aerodynamic and thermal loads in hypersonic flow[J]. Composite Structures, 2016, 146:84-94.
- [8] 黄小林,王熙,董雷,等. 超音速气流中贴压电层的功能梯度材料混合板的颤振分析[J]. 应用力学学报, 2019, 36(6):1429-1434.
HUANG X L, WANG X, DONG L, et al. Flutter analysis of functionally graded hybrid plates with piezoelectric layer in supersonic flow[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2019, 36(6):1429-1434(in Chinese).
- [9] DOWELL E H. Nonlinear oscillations of a fluttering plate. II[J]. AIAA Journal, 1967, 5(10):1856-1862.
- [10] CHAKRAVERTY S, PRADHAN K K. Free vibration of exponential functionally graded rectangular plates in thermal environment with general boundary conditions[J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 36:132-156.
- [11] LI F M, SONG Z G. Aeroelastic flutter analysis for 2D Kirchhoff and Mindlin panels with different boundary conditions in supersonic airflow[J]. Acta Mechanica, 2014, 225(12):3339-3351.
- [12] HEDGEFETH J M. Flutter of rectangular simply supported panels at high supersonic speeds[J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1957, 24(8):563-573.
- [13] SUN Q Z, XING Y F. Exact eigensolutions for flutter of two-dimensional symmetric cross-ply composite laminates at high supersonic speeds[J]. Composite Structures, 2018, 183:358-370.
- [14] SOHN K J, KIM J H. Structural stability of functionally graded panels subjected to aero-thermal loads[J]. Composite Structures, 2008, 82(3):317-325.
- [15] AZADI M. Free and forced vibration analysis of FG beam considering temperature dependency of material properties[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2011, 25(1):69-80.
- [16] LI Q, IU V P, KOU K P. Three-dimensional vibration analysis of functionally graded material plates in thermal environment[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 324(3-5):733-750.
- [17] CHI S H, CHUNG Y L. Corrigendum to "Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load—Part II; Numerical results" [J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(5):1691.
- [18] XU T F, XING Y F. Closed-form solutions for free vibration of rectangular FGM thin plates resting on elastic foundation[J]. Acta Mechanica Sinica, 2016, 32(6):1088-1103.
- [19] HOUBOLT J C. A study of several aerothermoelastic problems of aircraft structures in high-speed flight[D]. Verlag Leemann Zurich; ETH Zurich, 1958:69-71.

Exact solutions of thermal flutter of two-dimensional functionally graded panel

DAI Lintong, XING Yufeng*

(Institute of Solid Mechanics, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: For achieving the thermal flutter exact solutions of two-dimensional functionally graded panel and revealing the mechanism of the thermal flutter, based on the classical thin plate theory and the first-order piston theory, the characteristic governing differential equation of two-dimensional functionally graded panel in supersonic flow is established and exact solutions are obtained. Through the analysis of the eigenvalues, the mechanism of the panel flutter is investigated. According to different volume fraction of Functionally Graded Materials (FGM), the flutter boundary changes with Mach number in constant temperature field and nonlinear temperature field are studied respectively, and the results in two temperature fields are compared. By analyzing the flutter characteristics of panels with simply supported, fixed and integrated edges, it can be concluded that the flutter phenomenon is caused by the first-order derivative of deflection which leads to the asymmetry of system stiffness, and FGM can effectively improve the flutter boundary of the panel in the thermal environment. Meanwhile, the vibration properties of the FGM panel is simulated with ABAQUS, further validating the effectiveness of the present method.

Keywords: supersonic; Functionally Graded Materials (FGM); thermal flutter; eigenvalue; exact solution

Received: 2020-07-21; **Accepted:** 2020-08-21; **Published online:** 2020-09-16 11:27

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200916.0930.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11672019)

* **Corresponding author.** E-mail: xingyf@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0363

俯冲段高超声速飞行器有限时间协同制导律设计



唐博¹, 席建祥^{1,*}, 刘太阳², 李冰³

(1. 火箭军工程大学 导弹工程学院, 西安 710025; 2. 空军预警学院, 武汉 430019;

3. 火箭军装备部驻西安地区第一军事代表室, 西安 710025)

摘 要: 针对多枚高超声速飞行器在俯冲段协同攻击一个固定目标或慢速移动目标的问题, 基于有限时间理论设计了带有视线(LOS)高低角和视线方位角约束的协同制导律。首先, 将俯冲段制导过程划分为横向和纵向2个方向; 其次, 在纵向视线方向, 将所有参与攻击的飞行器与邻居间的相对位置差值和视线速度差值作为误差项引入制导律; 最后, 为实现横向和纵向的视线角收敛, 设计有限时间滑模制导律, 并设计自适应干扰观测器估计时变扰动的上界。通过 Lyapunov 函数对提出的协同制导律给出详细的有限时间收敛证明, 仿真实验结果验证了所设计协同制导律的正确性和有效性。

关键词: 协同制导律; 高超声速飞行器; 有限时间理论; 滑模控制; 自适应干扰观测器

中图分类号: V249.1; TJ765.3

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-2105-13

近年来, 随着高超声速飞行器技术的迅速发展, 高超声速武器被广泛应用到军事作战中, 其在俯冲段的飞行速度达到了 $5Ma$ 以上^[1-2], 优越的机动性能和突防能力导致作战体系发生了巨大的改变。目前, 国内外对单枚高超声速飞行器制导问题的研究较为丰富。例如, 文献[3]为抑制干扰和提升制导精度, 提出了一种基于能量的预测校正制导方法, 在横向和纵向分别设计制导律, 通过改变倾侧角, 提高制导精度。文献[4]以 X-33 飞行器为研究对象, 设计了高度-速度为剖面的再入走廊, 基于高斯伪谱法将最优控制问题转化为线性规划问题。文献[5]提出了一种基于改进割线法的再入预测校正制导方法, 提高了制导指令解算时间和制导精度。文献[6]提出了满足角度约束的最优制导律, 控制视线(LOS)角速度变化, 确保高超声速飞行器在俯冲段满足速度和时间约束。以上参考文献仅仅研究单枚高超声速飞行器的制导律设计问题, 为提升高超声速飞行器的综

合作战效能和突防能力, 多枚高超声速飞行器协同制导律的设计将成为未来发展的趋势。

对于多导弹协同攻击的研究, 文献[7]提出了在加速度饱和约束条件下的多导弹协同制导律, 假设速度为常数, 通过估计各枚导弹的剩余飞行时间, 改变导弹的航程, 实现多弹协同攻击。为了提高对目标的摧毁程度, 文献[8]提出了带有末端攻击角度约束的有限时间协同制导律, 使闭环制导系统在有限时间内视线角速度收敛到0且视线角收敛到期望值。文献[9-10]针对多枚导弹拦截机动目标的问题, 基于一致性理论, 提出了带有攻击角度约束的协同制导律, 并使用干扰观测器估计机动目标的加速度信息。文献[11-13]同时考虑了攻击时间和攻击角度的协同制导律设计。文献[14]在不考虑导弹机动约束的条件下, 将所有参与攻击导弹的剩余飞行时间通过通信拓扑关系作为误差项反馈给视线速度, 实现多弹协同攻击。在三维坐标系下, 文献[15]针对多枚导

收稿日期: 2020-07-28; 录用日期: 2020-09-25; 网络出版时间: 2020-10-09 14:47

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201009.1110.002.html

*通信作者。E-mail: xijx07@mails.tsinghua.edu.cn

引用格式: 唐博, 席建祥, 刘太阳, 等. 俯冲段高超声速飞行器有限时间协同制导律设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2105-2117. TANG B, XI J X, LIU T Y, et al. Design of finite-time cooperative guidance law for hypersonic vehicles in dive phase[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2105-2117 (in Chinese).

弹拦截机动目标的问题,设计带有攻击角度约束的有限时间协同制导律,在视线上设计加速度指令实现时间协同,在法线方向设计角速度指令,保证视线角速度收敛到0,以期望的视线角攻击目标。综上,关于协同制导律的研究背景,大量参考文献对速度恒定巡航弹的研究有了丰富的成果,针对时变速度高超声速飞行器协同制导律的研究较少。

多弹协同问题可归结于多智能体系统的应用,目前大量文献对无人机编队控制^[16]和多机器人协同控制^[17-18]有了丰富的研究成果,由于高超声速飞行器飞行速度快、末制导时间短及强机动特性的特点,多枚高超声速飞行器的协同制导不等同于多无人机编队控制、多机器人协同控制,导致多智能体系统的成果无法直接应用。文献[19]基于一致性理论,解决了多无人机在切换拓扑下自抗扰时变编队跟踪控制,并通过人工势场法,解决了无人机编队避障问题,但是收敛速度较慢,且无法保证有限时间收敛。文献[20]考虑了在有外部扰动条件下,设计了扩张观测器估计扰动,并在期望轨迹已知的情况下,构造了跟踪微分器,使无人机编队沿着期望轨迹花费最少的时间。目前,大多数国内外文献在研究多弹协同制导律设计时,通常假设速度大小是常数^[21-23],即若无控制器的作用,其速度的大小是不变的。然而,实际工程中由于导弹机体的固有属性,其速度大小随着自身的状态而改变,因此,速度大小时变条件下的多弹协同制导律设计值得我们深入研究。

在设计制导律的过程中,由于模型误差或外部扰动的存在,都会对系统带来较大的影响,在分析模型时大多数文献将误差项视为扰动。针对扰动的特性,在文献[21-25]中,通过滑模面的作用,引入符号函数项,对扰动项有良好的抑制作用;考虑慢时变扰动,大量文献设计非齐次干扰观测器^[26-27],用来观测具有 Lipschitz 特性的一类扰动,且证明了在有限时间收敛;文献[9-10]考虑未知边界且时变扰动,设计了自适应律,可以很好地处理具有时变且边界不确定特性的扰动问题,但是这些文献中引入了符号函数,造成自适应律不是连续的,且带来新的抖振问题影响系统的性能。

目前,国内外学者对高超声速飞行器协同制导律设计的研究较少。以多枚时变速度高超声速飞行器俯冲段协同攻击一个固定目标或慢速移动目标为研究背景,本文主要创新点包括:①考虑时变速度高超声速飞行器的加速度约束,设计了满足加速度约束的协同制导律,使得每枚飞行器的视线速度和视线距离趋于一致,实现协同攻击的

目的;②考虑终端视线方位角和视线高低角的约束,设计有限时间滑模制导律,使得视线角随速度变化的同时快速收敛;③抑制具有时变且上界未知特性的扰动,设计了自适应干扰观测器,对扰动的上界进行估计。通过 Lyapunov 函数证明了提出协同制导律具有有限时间收敛特性,仿真结果表明了协同制导律的有效性。

1 问题描述

由于高超声速飞行器在俯冲段具有飞行空域较低、飞行速度很快、飞行时间很短及强机动性等特点,在建立高超声速飞行器与目标之间的相对运动方程之前,首先给出假设,并解释合理性。

假设1 高超声速飞行器与目标在相对运动过程中均视为质点。

在研究高超声速飞行器攻击目标的问题中,主要关注飞行器与目标的质心运动和分析两者的相对运动关系,包括距离变化,机体的加速度、速度及角度变化,而不考虑飞行器与目标的绕质心运动。因此,在分析高超声速飞行器与目标相对运动时,将两者视为质点。

假设2 忽略地球自转对高超声速飞行器在俯冲段机动特性的影响。

由于短时间内高超声速飞行器的飞行速度很快,在俯冲段可能仅需数十秒即可完成制导任务,相比较于地球自转带来的影响,高超声速飞行器的强机动特性远大于地球自转带来的影响。因此,分析飞行器俯冲段的机动特性时,忽略地球自转带来的影响。

基于假设1和假设2,高超声速飞行器的运动模型可以表示为^[6]

$$\begin{cases} \dot{v}_i = -\frac{1}{m}C_{D_i}\bar{q}_iS - g\sin\theta_i \\ \dot{\theta}_i = \frac{1}{mv_i}C_{L_i}\bar{q}_iS - \frac{g}{v_i}\cos\theta_i + \frac{v_i}{r_i}\cos\theta_i \\ \dot{\sigma}_i = \frac{1}{mv_i\cos\theta_i}C_{L_i}\bar{q}_iS\sin\zeta_i + \frac{v_i}{r_i}\cos\theta_i\sin\sigma_i\tan\varphi_i \\ \dot{\phi}_i = \frac{v_i\cos\theta_i\sin\sigma_i}{r_i\cos\varphi_i} \\ \dot{\varphi}_i = \frac{v_i\cos\theta_i\cos\sigma_i}{r_i} \\ \dot{h}_i = v_i\sin\theta_i \\ r_i = h_i + r_e \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中符号的物理含义如表1所示。阻力系数和升力系数如式(2)所示。

表 1 式(1)中符号物理含义

Table1 Physical meaning of symbols in Eq. (1)

| 符号 | 物理含义 | 符号 | 物理含义 |
|------------|-------|-------------|---------|
| v_i | 飞行器速度 | \bar{q}_i | 动压 |
| m | 质量 | S | 飞行器参考面积 |
| α_i | 攻角 | g | 重力加速度 |
| σ_i | 速度方位角 | r_e | 地球半径 |
| θ_i | 速度倾角 | h_i | 飞行器高度 |
| ζ_i | 倾侧角 | ϕ_i | 经度 |
| C_{Di} | 阻力系数 | φ_i | 纬度 |
| C_{Li} | 升力系数 | v_m | 声速 |

$$\left\{ \begin{aligned} C_{Di} &= 0.048\ 329 - 0.069\ 789\alpha_i + 0.001\ 807\alpha_i^2 - \\ &0.023\ 89\frac{v_i}{v_m} + 0.001\ 823\left(\frac{v_i}{v_m}\right)^2 + \\ &0.008\ 253\alpha_i\frac{v_i}{v_m} \\ C_{Li} &= 0.003\ 334 + 0.041\ 9\alpha_i + 0.002\ 096\alpha_i^2 - \\ &0.065\ 85\frac{v_i}{v_m} + 0.005\ 134\left(\frac{v_i}{v_m}\right)^2 - \\ &0.002\ 388\alpha_i\frac{v_i}{v_m} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

三维坐标系下,针对多枚高超声速飞行器在俯冲段协同攻击慢速移动目标或地面固定目标的问题,建立高超声速飞行器与目标之间相对运动几何关系,如图 1 所示。可知,高超声速飞行器在

俯冲段进行侧向机动时,将俯冲过程划分为横向和纵向,由此可建立在三维坐标系下的相对运动方程。

图 1 中, $T-xyz$ 为建立的东北天坐标系, Tx 指向正北方向, Tz 指向正东方向, Ty 指向天, M_iA 为当地水平线, $M_i(i=1,2,\dots,n)$ 表示第 i 枚高超声速飞行器, M'_i 为高超声速飞行器和地心连线与地球表面的交点, T 为目标, v_i 为高超声速飞行器的速度。纵向运动可在平面 $M_iM'_iTA$ 进行描述, M_iT 为飞行器的视线方向, d_i 为飞行器与目标的距离,视线方向与地面水平线的夹角 λ_{di} 为视线高低角, v_{di} 为飞行器的速度 v_i 在纵向方向上的投影,其投影夹角为 η_{di} , η_{di} 为 v_{di} 与视线 M_iT 的夹角, γ_{di} 为 v_{di} 与水平线 M_iA 的夹角,以 Ty 向上方向为正; λ_{TTi} 为横向视线方位角, γ_{TTi} 为横向运动速度方向角,以正北方向顺时针为正。

由图 1 可知,根据运动学原理,高超声速飞行器与目标相对运动方程可描述为

$$\begin{cases} \dot{d}_i = -v_{di} \\ d_i \dot{\lambda}_{di} = v_i \cos \eta_{di} \sin \eta_{di} \\ d_i \dot{\lambda}_{TTi} = v_i \sin \eta_{di} \cos \eta_{di} \end{cases} \quad (3)$$

纵向的视线高低角和横向的视线方位角可表示为

$$\eta_{di} = \lambda_{di} + \gamma_{di} \quad (4)$$

$$\eta_{Ti} = \lambda_{TTi} - \gamma_{TTi} \quad (5)$$

式中: $\gamma_{di} < 0$ 。同时,终端视线角约束可表示为

$$\lambda_{TTi}(t_f) = \lambda_{TTi}^f \quad (6)$$

$$\lambda_{di}(t_f) = \lambda_{di}^f \quad (7)$$

式中: t_f 为制导的终端时间; λ_{di}^f 和 λ_{TTi}^f 分别为视线高低角和视线方位角终端角度限制。

对式(3)求导可得

$$\begin{cases} \ddot{d}_i = \dot{v}_{di} \\ \ddot{\lambda}_{di} = (\dot{v}_i \cos \eta_{di} \sin \eta_{di} - \dot{\eta}_{di} v_i \sin \eta_{di} \sin \eta_{di} + \\ \quad \dot{\eta}_{di} v_i \cos \eta_{di} \cos \eta_{di} - \dot{d}_i \dot{\lambda}_{di}) / d_i \\ \ddot{\lambda}_{TTi} = (\dot{v}_i \sin \eta_{di} \cos \eta_{di} + \dot{\eta}_{di} v_i \cos \eta_{di} \cos \eta_{di} - \\ \quad \dot{\eta}_{di} v_i \sin \eta_{di} \sin \eta_{di} - \dot{d}_i \dot{\lambda}_{di}) / d_i \end{cases} \quad (8)$$

定义 $x_{1i} = d_i, x_{2i} = \dot{d}_i, x_{3i} = [\lambda_{di} - \lambda_{di}^f, \lambda_{TTi} - \lambda_{TTi}^f]^T, x_{4i} = [\dot{\lambda}_{di}, \dot{\lambda}_{TTi}]^T$ 。结合式(3)~式(5)和式(8),在三维坐标系下制导系统可被描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = \dot{v}_{di} \\ \dot{x}_{3i} = x_{4i} \\ \dot{x}_{4i} = A_i x_{4i} + B_i u_{2i} + D_i \end{cases} \quad (9)$$

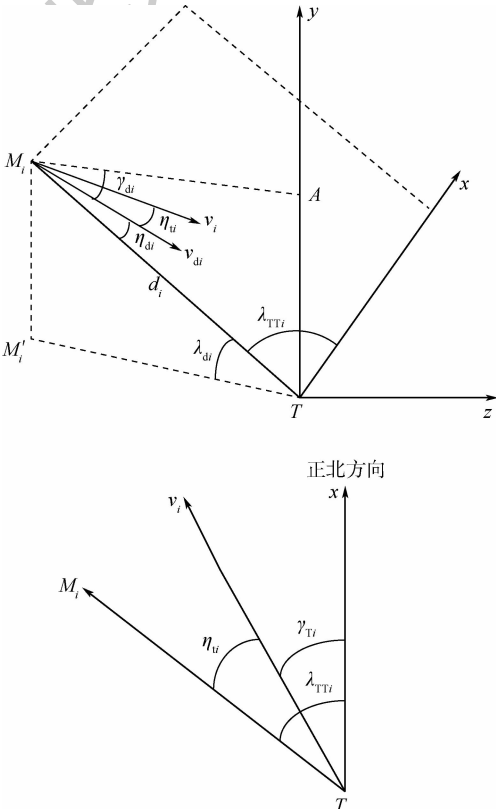


图 1 飞行器与目标之间的相对运动示意图

Fig. 1 Illustration of relative motion of vehicles and target

$$\text{式中: } \mathbf{u}_{2i} = [\dot{\gamma}_{di}, \dot{\gamma}_{Ti}]; \mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \dot{v}_{di} \cos \eta_{ui} \sin \eta_{di} / d_i \\ \dot{v}_{di} \sin \eta_{ui} \cos \eta_{di} / d_i \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \frac{2}{d_i} v_i \cos \eta_{ui} \cos \eta_{di} & -\frac{1}{d_i} v_i \sin \eta_{ui} \sin \eta_{di} \\ -\frac{1}{d_i} v_i \sin \eta_{ui} \sin \eta_{di} & \frac{2}{d_i} v_i \cos \eta_{ui} \cos \eta_{di} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_i} v_i \cos \eta_{ui} \cos \eta_{di} & \frac{1}{d_i} v_i \sin \eta_{ui} \sin \eta_{di} \\ -\frac{1}{d_i} v_i \sin \eta_{ui} \sin \eta_{di} & -\frac{1}{d_i} v_i \cos \eta_{ui} \cos \eta_{di} \end{bmatrix}.$$

从式(9)中可以看出,高超声速飞行器的视线速度和视线加速度取决于 \dot{v}_{di} 的变化, \dot{v}_{di} 为飞行器在视线方向的加速度,通过改变飞行器飞行方向与视线的夹角,可改变加速度 \dot{v}_{di} 的大小,或者通过控制飞行器的舵面改变飞行器的加速度。本文设计协同制导律的目的是通过分布式通信拓扑结构,实现协同攻击的目的,即在协同制导过程中,飞行器与目标的相对距离必须保持相同,达到时间协同的目的。令 $\dot{v}_{di} = u_{1i}$,可得协同制导模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = u_{1i} \\ \dot{x}_{3i} = x_{4i} \\ \dot{x}_{4i} = \mathbf{A}_i x_{4i} + \mathbf{B}_i u_{2i} + \mathbf{D}_i \end{cases} \quad (10)$$

从式(10)中可以看出,在多飞行器协同攻击固定目标的问题中,将协同制导过程分成两部分。第一部分为通过加速度指令 u_{1i} 控制飞行器与目标的相对距离,保证多飞行器可实现协同攻击的目的。换句话说,需要重新设计一个新的视线加速度 u_{1i} ,通过分布式一致性算法,实现相同时间协同攻击的目的。第二部分为设计角速度控制指令 u_{2i} ,实现视线高低角和视线方位角在有限时间收敛。

注1 由式(1)高超声速飞行器的动力学模型可知,飞行器的速度大小随弹体状态而改变;文献[14-16]提出的协同制导律,设计了视线加速度指令,实现协同攻击的目的;然而,由于受弹体本身固有的机动特性,设计的视线加速度必须在弹体的机动范围内,同时对视线角的变化也会产生影响,从而,文献[14-16]中所设计的协同制导律在实际应用中受到约束;最后,由于速度大小是时变的,且弹体的加速度大小和速度大小是有限的,导致在制导过程中考虑弹体运动特性的约束下,给协同制导律的设计带来新的挑战。因此,本文考虑飞行器速度时变和加速度约束条件下,设计一个满足弹体运动特性约束,符合实际应用的协

同制导律。

2 协同制导律设计

由式(10)可知,在俯冲段,将制导律的设计分为两部分,首先在纵向方向设计时间协同的制导律,设计视线加速度指令 u_{1i} ,保证飞行器与目标的相对距离在有限时间收敛到0,同时设计控制视线方位角和视线高低角变化的角速度控制指令 u_{2i} ,确保视线角速度在有限时间内收敛。本节将分别设计两部分的制导律,并对其进行稳定性证明。

2.1 视线加速度指令设计

针对式(10)描述的制导系统,本节讨论式(11)有限时间协同制导律的设计。

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = u_{1i} \end{cases} \quad (11)$$

对于由 n 枚高超声速飞行器组成的飞行器集群,可通过无向图 $G = (v, \xi, C)$ 描述集群之间的通信网络拓扑,将每枚高超声速飞行器看成一个节点,其中 $v = (1, 2, \dots, n)$ 描述节点的集合, ξ 表示节点之间存在信息通信,矩阵 $C = [c_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示权重系数,如果2个节点直接存在信息交互,则 $c_{ij} = c_{ji} > 0$,否则 $c_{ij} = c_{ji} = 0$ 。如果任意2个节点之间都存在至少一个通路,则整个无向图是连通的。

引理1^[20] 设 $L \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 是无向图 G 的拉普拉斯矩阵, $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^N$,则有如下结论:① L 至少具有一个0特征值, $\mathbf{1}$ 是其相应的特征向量,即 $L\mathbf{1} = \mathbf{0}$;②若无向图 G 是连通的,那么0是 L 的单一特征值,其余的 $N-1$ 个特征值均为正数;③若无向图 G 不是连通的,则 L 至少有2个0特征值,其几何重复度等于代数重复度。

假设3 多枚高超声速飞行器组成的通信拓扑 G 是无向且连通的。

由图论知识可知,通信拓扑结构为无向连通的,信息交互方式为每个飞行器相互之间可以与邻居集进行信息通信,各飞行器地位平等,通信拓扑结构中边权重系数为1。本文仅考虑弹群通信网络为不存在时延条件的固定通信拓扑结构。

结合图论,将第 i 枚飞行器邻居集的飞行器的状态信息引入加速度指令中,基于有限时间理论和一致性理论,则视线加速度设计为

$$u_{1i} = -l_1 \text{sign}^{a_i} \left(\sum_{j \in N_i^*} c_{ij} (x_{1i} - x_{1j}) \right) - l_2 \text{sign}^{b_i} \left(\sum_{j \in N_i^*} c_{ij} (x_{2i} - x_{2j}) \right) \quad (12)$$

式中: $0 < a_i < 1; 0 < b_i < 1; N_i^*$ 为与第 i 枚飞行器可进行信息交互的邻居飞行器集合; x_{1j} 为邻居集中第 j 枚飞行器与目标的相对距离; x_{2j} 为视线方向速度; $\sum_{j \in N_i^*} c_{ij}(x_{1i} - x_{1j})$ 和 $\sum_{j \in N_i^*} c_{ij}(x_{2i} - x_{2j})$ 分别为邻居集的视线距离差和视线速度差; l_1 和 l_2 为正实数; $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数, $\text{sign}^\delta(\mathbf{X}) = [\text{sign}^\delta(x_1), \text{sign}^\delta(x_2), \dots, \text{sign}^\delta(x_n)]^T$, $\text{sign}^\delta(x_i) = |x_i|^\delta \text{sign}(x_i)$, $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, $|x_i|^\delta = [|x_1|^\delta, |x_2|^\delta, \dots, |x_n|^\delta]^T$.

式(12)给出了视线加速度指令,考虑飞行器动力学特性约束和加速度约束,结合图1,视线速度为飞行器速度 v_i 在视线面上的分量,若 $|\dot{d}_i| < |v_i \cos \eta_{ii}|$ (其中 $v_i \cos \eta_{ii}$ 为飞行器速度在视线面上的投影),则 $\eta_{di} = \arccos(|\dot{d}_i| / (v_i \cos \eta_{ii}))$ (规定速度方向与视线的夹角小于 90° ,符合末制导飞行器机动约束,否则角度过大,飞行器无法调整视线角,脱靶);若每枚飞行器初始状态差较大,导致加速度 u_{ii} 过大,使得 $|\dot{d}_i| \geq |v_i \cos \eta_{ii}|$,则令 $\eta_{di} = 0$,速度较快的飞行器进行侧向机动,视线方位角增大,飞行器与目标之间的相对距离变大,最终反馈项 u_{ii} 稳定,实现多枚飞行器的协同。

为证明系统(11)在加速度指令(12)作用下有限时间收敛,首先证明系统的齐次性,并给出有限时间引理。

定义 1^[28] 考虑式(12)所描述的二阶高超声速飞行器动力学模型: $x_1(0) \in \mathbf{R}^n, x_2(0) \in \mathbf{R}^n, \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2), \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)$, 其中 $f_z(x_1, x_2) = [f_z(x_{11}, x_{21}), f_z(x_{12}, x_{22}), \dots, f_z(x_{1n}, x_{2n})]^T$ ($z=1, 2$), 与带有扩张 $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$ ($v_i > 0$) 的度 $\kappa \in \mathbf{R}$ 是齐次的,那么对于任意的 $\vartheta > 0, x_1 \in \mathbf{R}^n$ 和 $x_2 \in \mathbf{R}^n$, 都有 $f_z(\vartheta^{v_1} x_{1i}, \vartheta^{v_2} x_{2i}) = \vartheta^{v_j + \kappa} \cdot f_z(x_{1i}, x_{2i}), i=1, 2, \dots, n$ 。

引理 2^[28] 若 $f_z(x_1, x_2) = [f_z(x_{11}, x_{21}), f_z(x_{12}, x_{22}), \dots, f_z(x_{1n}, x_{2n})]^T$ ($z=1, 2$), 与带有扩张 $v_i > 0$ ($\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$) 的度 $\kappa \in \mathbf{R}$ 是齐次的,函数 $f_z(x_1, x_2)$ 是连续的,且 $x_1(0) = \mathbf{0}$ 和 $x_2(0) = \mathbf{0}$ 是其一个渐近稳定平衡点,若有齐次度 $\kappa < 0$,则系统全局范围有限时间稳定。

本节根据图论知识设计的加速度指令(12),此时多枚高超声速飞行器有限时间协同攻击问题可以视为一个二阶时变速度状态下,考虑飞行器机动特性约束的多智能体系统有限时间一致性问题,接下来对加速度指令证明有限时间稳定。

定理 1 针对式(11)所描述的系统,若假设

1~假设3成立,那么式(12)可使飞行器和目标之间的距离在有限时间收敛到0,且每枚高超声速飞行器的相对距离差在有限时间收敛到0。

证明 定义距离误差和速度误差为 $e_i^{x_1} = \sum_{j \in N_i^*} c_{ij}(x_{1i} - x_{1j}), e_i^{x_2} = \sum_{j \in N_i^*} c_{ij}(x_{2i} - x_{2j})$ 。则 u_{ii} 可被描述为

$$u_{ii} = -l_1 \text{sign}^{a_i}(e_i^{x_1}) - l_2 \text{sign}^{b_i}(e_i^{x_2}) \quad (13)$$

令 $\mathbf{X}_1 = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}]^T, \mathbf{X}_2 = [x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}]^T$, 则误差指令进一步表示为

$$\begin{cases} \dot{e}_{x_1} = \mathbf{L}\mathbf{X}_1 \\ \dot{e}_{x_2} = \mathbf{L}\mathbf{X}_2 \end{cases} \quad (14)$$

由引理1可知,拉普拉斯矩阵 \mathbf{L} 半正定,根据矩阵基本性质分析,令 $0 = \beta_1 < \beta_2 \leq \dots \leq \beta_n$, 其中 β_i 为拉普拉斯矩阵的特征值,则存在一个正交矩阵 $\mathbf{Q} = [1/\sqrt{n}, \tilde{\mathbf{Q}}]$, 使得 $\mathbf{Q}^T \mathbf{L} \mathbf{Q} = \mathbf{\Lambda}, \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ 。令 $\tilde{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{Q}^T \mathbf{X}_1, \tilde{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{Q}^T \mathbf{X}_2$, 则 $e_{x_1} = \mathbf{L}\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{X}}_1, e_{x_2} = \mathbf{L}\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{X}}_2$ 。结合 $\dot{x}_{2i} = u_{ii}$, 因此 u_{ii} 可进一步被描述为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{X}}}_2^1 = \mathbf{Q}^T \dot{\mathbf{X}}_2^1 \\ \dot{\tilde{\mathbf{X}}}_2^2 = -l_1 \mathbf{Q}^T \text{sign}^{a_i}(e_{x_1}) - l_2 \mathbf{Q}^T \text{sign}^{b_i}(e_{x_2}) \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\tilde{\mathbf{X}}_2^1$ 为正交变换后特征值为 $\beta_1 = 0$ 所对应的飞行器状态; $\tilde{\mathbf{X}}_2^2$ 为正交变换后其余特征值所对应的飞行器状态。在解决通信拓扑结构为无向连通的一致性问題时,通过使用状态分解法,将式(11)描述的多飞行器模型分解为一致动力学分量 $\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_2^1$ 和不一致动力学分量 $\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_2^2$ 。由此,式(11)描述的一致性问題可以转化为证明不一致动力学分量 $\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_2^2$ 的稳定性问題。

选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \mathbf{X}_2 + l_1 \frac{|e_{x_1}|^{a_i+1}}{a_i+1} \quad (16)$$

式中: a_i 与式(12)中的 a_i 意义相同。

结合式(11)和式(13),对式(16)微分可得

$$\dot{V}_1(t) = -l_1 \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \text{sign}^{a_i}(e_{x_1}) - l_2 \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \text{sign}^{b_i}(e_{x_2}) + l_1 (|e_{x_1}|^{a_i \text{sign}(e_{x_1})})^T \dot{e}_{x_1} \quad (17)$$

由于 $\beta_i > 0$ ($i=2, 3, \dots, n$), $\dot{e}_{x_1} = e_{x_2}$, 结合式(14),因此式(17)可进一步描述为

$$\dot{V}_1(t) = -l_1 \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \text{sign}^{a_i}(e_{x_1}) - l_2 \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \text{sign}^{b_i}(e_{x_2}) + l_1 (|e_{x_1}|^{a_i \text{sign}(e_{x_1})})^T \dot{e}_{x_1} \quad (18)$$

结合 $e_{x_1} = \mathbf{L}\mathbf{X}_1$, 令 $\dot{V}_1(t) = -l_1 \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \text{sign}^{a_i}(e_{x_1}) + l_1 (|e_{x_1}|^{a_i \text{sign}(e_{x_1})})^T \dot{e}_{x_1}$, 可得

$$\dot{V}_{11}(t) = -l_1 \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \text{sign}^{a_i}(\mathbf{e}_{x_1}) + l_1 (\text{sign}^{a_i}(\mathbf{e}_{x_1}))^T \mathbf{L} \mathbf{X}_2 \quad (19)$$

显然 $\dot{V}_{11}(t) = 0$ 。

令 $\dot{V}_{12}(t) = -l_2 \mathbf{X}_2^T \mathbf{L} \text{sign}^{b_i}(\mathbf{e}_{x_2})$, 结合 $\mathbf{e}_{x_2} = \mathbf{L} \mathbf{X}_2$, 可得

$$\dot{V}_{12}(t) = -l_2 \mathbf{e}_{x_2}^T \text{sign}^{b_i}(\mathbf{e}_{x_2}) = -l_2 (\text{sign}(\mathbf{e}_{x_2}))^T |\mathbf{e}_{x_2}|^T |\mathbf{e}_{x_2}|^{b_i} \text{sign}(\mathbf{e}_{x_2}) \quad (20)$$

易得 $\dot{V}_{12}(t) \leq 0$, 当且仅当 $\mathbf{e}_{x_2} = \mathbf{0}$, $\dot{V}_{12}(t) = 0$, 由 $\mathbf{e}_{x_2} = \mathbf{L} \mathbf{X}_2$, 易得 $\mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$, 结合式(17), 可知 $\mathbf{e}_{x_1} = \mathbf{0}$, 同理 $\mathbf{X}_1 = \mathbf{0}$ 。由于 $\dot{V}_1(t) = \dot{V}_{11}(t) + \dot{V}_{12}(t)$, 当且仅当 $\mathbf{X}_1 = \mathbf{0}$ 和 $\mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$ 同时成立, $\dot{V}_1(t) = 0$ 。根据 LaSalle 不变集理论, 仅有 $\mathbf{X}_1 = \mathbf{0}$ 和 $\mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$ 时, 系统在平衡点全局渐近稳定。最后根据引理 2, 证明有限时间稳定。首先证明系统的齐次性。

令 $f_1(x_{1i}, x_{2i}) = x_{2i}$, $f_2(x_{1i}, x_{2i}) = u_{1i}$, 则式(14)动力学系统可被描述为

$$\begin{cases} f_1(x_{1i}, x_{2i}) = x_{2i} \\ f_2(x_{1i}, x_{2i}) = u_{1i} \end{cases} \quad (21)$$

根据引理 2, 取 $v_1 = 2, v_2 = 1 + a_i, \kappa = a_i - 1$, 则有

$$f_1(\vartheta^{v_1} x_{1i}, \vartheta^{v_2} x_{2i}) = \vartheta^{v_1} x_{2i} \quad (22)$$

$$f_2(\vartheta^{v_1} x_{1i}, \vartheta^{v_2} x_{2i}) = l_1 \sum_{j \in N_i^*} \text{sign}^{a_i}(c_{ij}(\vartheta^{v_1} x_{1i} - \vartheta^{v_1} x_{1j})) +$$

$$l_2 \sum_{j \in N_i^*} \text{sign}^{b_i}(c_{ij}(\vartheta^{v_2} x_{2i} - \vartheta^{v_2} x_{2j})) =$$

$$l_1 \vartheta^{2a_i} \sum_{j \in N_i^*} \text{sign}^{a_i}(c_{ij}(x_{1i} - x_{1j})) +$$

$$l_2 \vartheta^{b_i(1+a_i)} \sum_{j \in N_i^*} \text{sign}^{b_i}(c_{ij}(x_{2i} - x_{2j})) =$$

$$\vartheta^{v_2+\kappa} f_2(x_{1i}, x_{2i}) \quad (23)$$

由定义 1 可知, 式(11)描述的二阶高超声速飞行器动力学系统与带有扩张 $(\underbrace{2, 2, \dots, 2}_n, \underbrace{1+a_i, 1+a_i, \dots, 1+a_i}_n)$ 的度 $\kappa < 0 (\kappa = a_i - 1)$ 是齐次的。由引理 2 知, 系统在有限时间内收敛到 0。
证毕

注 2 讨论制导等实际问题中, 大范围渐近稳定系统已不能满足要求, 需保证系统在有限时间收敛。定理 1 的证明过程证明了飞行器与目标的相对距离可在有限时间内收敛到 0, 保证了系统的有限时间可达性。

2.2 角速度控制指令设计

为保证高超声速飞行器能够在有限时间内击中目标, 本节基于有限时间理论和滑模控制, 设计了控制角速度变化的滑模制导律, 并设计干扰观

测器估计时变扰动项 D_i 的上界, 保证视线高低角和视线方位角在有限时间收敛。

从 3.1 节中, 证明了高超声速飞行器可在有限时间内实现协同攻击目标的目的, 本节考虑式(10)中的剩余部分:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{3i} = \mathbf{x}_{4i} \\ \dot{\mathbf{x}}_{4i} = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{4i} + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_{2i} + \mathbf{D}_i \end{cases} \quad (24)$$

式中: $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i$ 和扰动项 \mathbf{D}_i 可以从式(9)得到。

为使视线角速度收敛, 设计有限时间滑模面 s_i 为

$$s_i = \mathbf{x}_{3i} + \mathbf{k}_1 \text{sign}^{\mu_1}(\mathbf{x}_{4i}) \quad (25)$$

式中: $\mathbf{k}_1 = \text{diag}(k_{11}, k_{12}), \mathbf{k}_1$ 为正定矩阵; $1 < \mu_1 < 2$ 。

对式(25)求导可得

$$\dot{s}_i = \dot{\mathbf{x}}_{3i} + \mathbf{k}_1 \mu_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \dot{\mathbf{x}}_{4i} \quad z = 1, 2 \quad (26)$$

为使制导系统角速度快速收敛, 选取滑模幂次趋近律为

$$\dot{s}_i = -\mathbf{k}_2 s_i - \mathbf{k}_3 \text{sign}^{\mu_2}(s_i) \quad (27)$$

式中: $\mathbf{k}_2 = \text{diag}(k_{21}, k_{22}), \mathbf{k}_3 = \text{diag}(k_{31}, k_{32}), \mathbf{k}_2$ 和 \mathbf{k}_3 皆为正定矩阵; $0 < \mu_2 < 1$ 。

基于自适应控制, 设计干扰观测器如下:

$$\begin{aligned} \hat{k}_i &= k_4 \left(\frac{\mathbf{s}_i^T \mu_1 \mathbf{k}_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \mathbf{s}_i}{2\psi^2} - \right. \\ &\quad \left. k_4 \hat{k}_i \mathbf{k}_5^T \mu_1 \mathbf{k}_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \mathbf{k}_5 \right) \end{aligned} \quad (28)$$

式中: $\psi \in \mathbf{R}; \mathbf{k}_5 = (k_{51}, k_{52})^T, k_{51} > 0, k_{52} > 0; k_4 > 0; \hat{k}_i$ 为 k_i 的估计值。

设计角速度控制指令 \mathbf{u}_{2i} 为

$$\mathbf{u}_{2i} = -\mathbf{B}_i^{-1} \left(\mathbf{A}_i \mathbf{x}_{4i} + (\mu_1 \mathbf{k}_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}))^{-1} \cdot (\mathbf{k}_2 s_i + \mathbf{k}_3 \text{sign}^{\mu_2}(s_i) + \mathbf{x}_{4i}) + \frac{\hat{k}_i \mathbf{s}_i}{2\psi^2} \right) \quad (29)$$

注 3 针对一个上界不确定的时变扰动项 \mathbf{D}_i , 本节提出一个自适应干扰观测器用来观测扰动项的上界, 目前大多数学者的研究成果中, 如文献[9-10, 21-24]等为抑制扰动带来的影响, 引入了符号函数, 给系统的性能带来了影响。而式(28)所描述的观测器由于没有引入符号函数, 因此避免了符号函数带来的抖振影响。

为实现角速度快速收敛, 本节根据有限时间滑模面知识, 引入了使系统快速收敛的趋近律, 并设计了角速度控制指令 \mathbf{u}_{2i} , 针对快速时变且上界不确定的扰动, 设计了自适应干扰观测器抑制扰动项。为证明系统在有限时间收敛, 首先给出相关引理。

引理 3^[29] 存在 $V(t): [0, \infty) \in \mathbf{R}$, 不等式方程 $\dot{V}(t) \leq -aV(t) + f, \forall t \geq t_0 \geq 0$ 的解为: $V(t) \leq e^{-a(t-t_0)}V(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-a(t-\tau)}f(\tau)d\tau$, 其中 a 为常数。

引理 4^[30] 若存在一个连续正定函数 $V(t)$, 且实数 $\eta > 0, 0 < \delta < 1$, 使得 $\dot{V}(t) \leq -\eta V^\delta(t)$, 则系统在有限时间收敛到平衡点, 稳定时间 t_f 满足: $t_f \leq t_0 + \frac{V^{1-\delta}(t_0)}{\eta(1-\delta)}$ 。

引理 5^[31] 若存在一个连续正定函数 $V(t)$, 且存在 $\alpha > 0, \beta > 0$ 和 $0 < \mu < 1$, 使得在 $\forall t > t_0$ 条件下, $\dot{V}(t) \leq -\alpha V(t) - \beta V^\mu(t)$, 则系统在有限时间收敛到平衡点, 稳定时间 t_f 满足: $t_f \leq t_0 + \frac{1}{\alpha(1-\mu)} \ln((\alpha V^{1-\mu}(t_0) + \beta)/\beta)$ 。

引理 6^[32] 若存在正数 a_1, a_2, \dots, a_q, q 为正整数, $0 < p < 2$, 则 $(\sum_{i=1}^q a_i^2)^p \leq (\sum_{i=1}^q a_i^p)^2$ 。

定理 2 若假设 1 和假设 2 成立, 则角速度控制指令 u_{2i} 可使式(24)描述的制导系统, 在式(25)描述的滑模面和自适应观测器(28)的作用下, 系统的角速度在有限时间收敛。

证明 令 $\|D_i\|_\infty \leq \Delta_{Di}, k_i = \Delta_{Di}^2, \tilde{k}_i = k_i - \hat{k}_i$, 选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_2(t) = \frac{1}{2} s_i^T s_i + \frac{1}{2k_4} \tilde{k}_i^2 \quad (30)$$

结合式(31), 对 $V_2(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \frac{1}{k_4} \tilde{k}_i \dot{\tilde{k}}_i + s_i^T \dot{s}_i = \\ &= \frac{1}{k_4} \tilde{k}_i \dot{\tilde{k}}_i + s_i^T (x_{4i} + \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \dot{x}_{4i}) = \\ &= \frac{1}{k_4} \tilde{k}_i \dot{\tilde{k}}_i + s_i^T \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \cdot \\ &\quad \left(-k_2 s_i - k_3 \text{sign}^{\mu_2}(s_i) + D_i - \frac{\hat{k}_i s_i}{2\psi^2} \right) \quad (31) \end{aligned}$$

将式(28)代入式(31)放缩可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -s_i^T \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) k_2 s_i - \\ &= s_i^T \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) k_3 \text{sign}^{\mu_2}(s_i) - \\ &= s_i^T \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \frac{\hat{k}_i s_i}{2\psi^2} + \\ &= s_i^T \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) D_i + \\ &= \frac{\tilde{k}_i}{k_4} \left[-k_4 \left(\frac{s_i^T \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) s_i}{2\psi^2} - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. \hat{k}_i k_5^T \mu_1 k_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) k_5 \right] \leq \\ &= -\mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} k_{2z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} s_{iz}^2 - \\ &= \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{3z} k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} |s_{iz}|^{\mu_2+1} - \\ &= \mu_2 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \frac{\hat{k}_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \\ &= \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} |s_{iz}| \Delta_{Di} - \\ &= \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \frac{\tilde{k}_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \\ &= \mu_1 \sum_{j=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \hat{k}_i k_i k_{5z}^2 = \\ &= \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(-k_{2z} s_{iz}^2 - k_{3z} |s_{iz}|^{\mu_2+1} - \frac{\tilde{k}_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \right. \\ &\quad \left. |s_{iz}| \Delta_{Di} - \frac{\hat{k}_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \tilde{k}_i k_i k_{5z}^2 \right) = \\ &= \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(-k_{2z} s_{iz}^2 - k_{3z} |s_{iz}|^{\mu_2+1} + \right. \\ &\quad \left. |s_{iz}| \Delta_{Di} - \frac{k_i s_{iz}^2}{2\psi^2} - k_{5z}^2 \tilde{k}_i^2 + \tilde{k}_i k_i k_{5z}^2 \right) \quad (32) \end{aligned}$$

令 $|s_{iz}| \Delta_{Di} \leq \frac{k_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \frac{\psi^2}{2}, \tilde{k}_i k_i \leq \frac{\delta k_i^2}{2} + \frac{k_i^2}{2\delta}$, 其中, $0 < \delta < 2$, 由此可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &\leq \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left[-k_{2z} s_{iz}^2 - k_{5z}^2 \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) \tilde{k}_i^2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{k_i^2 k_{5z}^2 + \psi^2}{2\delta} \right] = -\mu_1 \sum_{z=1}^2 (k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} k_{2z} s_{iz}^2) - \\ &= \mu_1 \sum_{z=1}^2 (k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} k_{5z}^2) \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) \tilde{k}_i^2 + \\ &= \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(\frac{k_i^2 k_{5z}^2}{2\delta} + \frac{\psi^2}{2} \right) \leq \\ &= \min \left(2\mu_1 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} k_{2z}, \right. \\ &\quad \left. 4\mu_1 k_4 \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} k_{5z}^2 \right) V_2(t) + \\ &= \mu_1 \sum_{j=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(\frac{k_i^2 k_{5z}^2}{2\delta} + \frac{\psi^2}{2} \right) = -\eta V_2(t) + \tau \quad (33) \end{aligned}$$

式中: $\tau = \mu_1 \sum_{z=1}^2 \left(k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \frac{k_i^2 k_{5z}^2}{2\delta} + \frac{\psi^2}{2} \right), \eta =$

$\min \left(2\mu_1 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} k_{2z}, 4\mu_1 k_4 \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} k_{5z}^2 \right)$ 。

根据有界性定理和引理 3, 由式(33)可以得

到扰动误差 \bar{k}_i 的边界值。

最后,证明系统在滑模面上有限时间稳定。
选取如下 Lyapunov 函数:

$$V_3(t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i \quad (34)$$

对式(34)求一阶微分,结合式(25)、式(26)、式(28)、式(29),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &= \mathbf{s}_i^T \dot{\mathbf{s}}_i = \mathbf{s}_i^T (\mathbf{x}_{4i} + \mu_1 \mathbf{k}_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \dot{\mathbf{x}}_{4i}) = \\ &\mathbf{s}_i^T \mu_1 \mathbf{k}_1 \text{diag}(|x_{4iz}|^{\mu_1-1}) \left(-\mathbf{k}_{2z} \mathbf{s}_i - \mathbf{k}_3 \text{sign}^{\mu_2}(\mathbf{s}_i) + \right. \\ &\left. \mathbf{D}_i - \frac{\hat{k}_i \mathbf{s}_i}{2\psi^2} \right) \leq \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(-k_{2z} s_{iz}^2 - \right. \\ &\left. k_{3z} |s_{iz}|^{\mu_2+1} + |s_{iz}| |\Delta_{Di} - \frac{\hat{k}_i}{2\psi^2} s_{iz}^2| \right) \quad (35) \end{aligned}$$

由于 $|s_{iz}| |\Delta_{Di}| \leq \frac{k_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \frac{\psi^2}{2}$, 代入式(35)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &\leq \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(-k_{2z} s_{iz}^2 - k_{3z} |s_{iz}|^{\mu_2+1} + \right. \\ &\left. \frac{k_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \frac{\psi^2}{2} - \frac{\hat{k}_i}{2\psi^2} s_{iz}^2 \right) = \mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \cdot \\ &\left(-k_{2z} s_{iz}^2 - k_{3z} |s_{iz}|^{\mu_2+1} + \frac{\bar{k}_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \frac{\psi^2}{2} \right) \leq \\ &\mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(-k_{2z} s_{iz}^2 - k_{3z} |s_{iz}|^{\mu_2+1} + \right. \\ &\left. \frac{\chi_i s_{iz}^2}{2\psi^2} + \frac{\psi^2}{2} \right) = -\mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{2z} - \frac{\chi_i}{2\psi^2} \right) s_{iz}^2 - \\ &\mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{3z} |s_{iz}|^{\mu_2+1} - \frac{\psi^2}{2} \right) \quad (36) \end{aligned}$$

式中: χ_i 为估计误差的边界值, $|\bar{k}_i| \leq \chi_i$ 。令 $k_{2z} >$

$\frac{\chi_i}{2\psi^2}$, $|s_{iz}| > \left(\frac{\psi^2}{2k_{3z}} \right)^{\frac{1}{\mu_2+1}}$, 则式(36)被描述为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &\leq -\mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{2z} - \frac{\chi_i}{2\psi^2} \right) s_{iz}^2 - \\ &\mu_1 \sum_{z=1}^2 k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{3z} - \frac{\psi^2}{2|s_{iz}|^{\mu_2+1}} \right) |s_{iz}|^{\mu_2+1} \leq \\ &-\mu_1 \min \left(k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{2z} - \frac{\chi_i}{2\psi^2} \right) \right) \sum_{z=1}^2 s_{iz}^2 - \\ &\mu_1 \min \left(k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{3z} - \frac{\psi^2}{2|s_{iz}|^{\mu_2+1}} \right) \right) \sum_{z=1}^2 |s_{iz}|^{\mu_2+1} \quad (37) \end{aligned}$$

根据引理 6, 式(37)可转化为

$$\dot{V}_3(t) \leq -\mu_1 \min \left(k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{2z} - \frac{\chi_i}{2\psi^2} \right) \right) \sum_{z=1}^2 s_{iz}^2 -$$

$$\begin{aligned} &\mu_1 \min \left(k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{3z} - \frac{\psi^2}{2|s_{iz}|^{\mu_2+1}} \right) \right) \cdot \\ &\sqrt{\left(\sum_{z=1}^2 |s_{iz}|^2 \right)^{\mu_3+1}} = -\omega_1 V_3(t) - \omega_2 V_3^{\frac{\mu_3+1}{2}}(t) \quad (38) \end{aligned}$$

式中: $\omega_1 = 2\mu_1 \min \left(k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{2z} - \frac{\chi_i}{2\psi^2} \right) \right)$;

$\omega_2 = 2^{\frac{\mu_3+1}{2}} \mu_1 \min \left(k_{1z} |x_{4iz}|^{\mu_1-1} \left(k_{3z} - \frac{\psi^2}{2|s_{iz}|^{\mu_2+1}} \right) \right)$ 。由

引理 5, 可知系统在有限时间收敛。 证毕

2.3 求解阻力系数和攻角

从 2.2 节中, 可以得到角速度控制指令 \mathbf{u}_{2i} 。本节基于高超声速飞行器机体特性, 通过角速度求解飞行器的负载, 进一步求出攻角。

将角速度转化为过载形式, 可描述为

$$\begin{cases} n_{1i} = \frac{\dot{\gamma}_{di} v_i}{g} \\ n_{2i} = \frac{\dot{\gamma}_{Ti} v_i}{g} \end{cases} \quad (39)$$

进一步, 根据阻力气动系数公式, 控制量攻角通过式(40)反差值得到:

$$C_{Li} \bar{q}_i S_i = g \sqrt{n_{1i}^2 + n_{2i}^2} \quad (40)$$

式中: $\bar{q}_i = 0.5 \rho_i v_i^2$ 表示动压。倾侧角为

$$\zeta_i = \arctan \left(\frac{n_{1i}}{n_{2i}} \right) \quad (41)$$

3 数值仿真

本节考虑 3 枚高超声速飞行器攻击同一固定目标, 根据假设 3, 图 2 描述了 3 枚高超声速飞行器的通信拓扑结构。

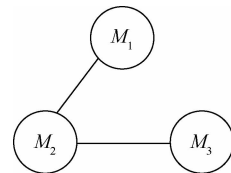


图 2 三枚高超声速飞行器通信拓扑示意图

Fig. 2 Illustration of communication topology for three hypersonic vehicles

3 枚飞行器的初始数据如表 2 所示。由图 2

可知, 拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ 。2.1 节

中制导系统的参数选取: $l_1 = 80, l_2 = 10, a_i = 0.64$ ($i = 1, 2, 3$), $b_i = 0.8$ ($i = 1, 2, 3$)。2.2 节中, 式(25)~式(28)中的参数选取: $\mathbf{k}_1 = \text{diag}[1, 1]$, $\mathbf{k}_2 = \text{diag}[2, 2], \mathbf{k}_3 = \text{diag}[2, 2], k_4 = 0.2, \mathbf{k}_5 = [1,$

$3]^T, \psi = 2, \mu_1 = 1.7, \mu_2 = 0.3$ 。

3 枚高超声速飞行器制导的最终状态如表 3 所示。

表 2 三枚高超声速飞行器的初始状态

Table 2 Initial state for three hypersonic vehicles

| 飞行器 | $h_i(0)/$ m | $v_i(0)/$ ($m \cdot s^{-1}$) | $\lambda_{di}(0)/$ ($^\circ$) | $\lambda_{Ti}(0)/$ ($^\circ$) | $\theta_i/$ ($^\circ$) | $\sigma_i/$ ($^\circ$) | $\eta_{di}/$ ($^\circ$) | $\eta_{Ti}/$ ($^\circ$) |
|-----|----------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1 | 15 000 | 2 100 | 40 | 4 | 0 | 35 | 2 | 1.5 |
| 2 | 16 000 | 2 300 | 43 | 5 | 0 | 40 | 2 | 2 |
| 3 | 15 000 | 2 200 | 38 | 6 | 0 | 36 | 2 | 1.5 |

表 3 终端高超声速飞行器状态

Table 3 Terminal status for hypersonic vehicles

| 飞行器 | 协同时间/ s | 制导时间/ s | 末速度/ ($m \cdot s^{-1}$) | 加速度/ ($m \cdot s^{-2}$) |
|-----|------------|------------|------------------------------|------------------------------|
| 1 | 1.2 | 11.581 4 | 2 301 | 29.418 1 |
| 2 | 1.2 | 11.581 2 | 2 487 | -32.613 7 |
| 3 | 1.2 | 11.581 1 | 2 475 | 19.127 7 |

数值仿真如图 3 ~ 图 9 所示,反映了 3 枚高超声速飞行器在制导过程中的飞行器速度变化、攻角变化、飞行器与目标相对距离变化、视线加速度 u_{li} 变化和视线角变化。

如图 3 所示,制导过程中高超声速飞行器的速度始终是时变的,在末端飞行器的速度大小逐渐增大。在俯冲阶段,由于制导时间较短,飞行速度较快,为保证高超声速飞行器的制导精度,需使飞行器的攻角处于一个合理的范围内,图 4 展示了 3 枚飞行器的攻角 α_i 在制导末端始终维持在 $0^\circ \sim 6^\circ$ 范围,此时对俯冲段高超声速飞行器的制导精度影响较小。

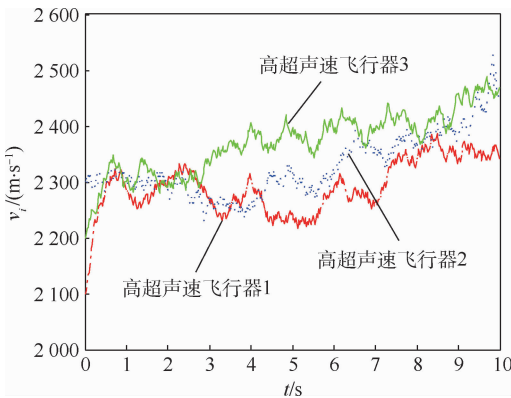


图 3 高超声速飞行器的速度

Fig. 3 Velocity of hypersonic vehicle

图 4 中,由于飞行器在俯冲段飞行高度迅速下降,机体受到的动压逐渐变大,飞行器的表面始终受到外界压力,导致攻角始终处于小幅度的变化,但是始终在一个稳定的范围内。

图 5 展示了引入视线加速度 u_{li} 后对 3 枚高超声速飞行器之间的相对距离及飞行器与目标之间相对距离的影响。结合图 3 和图 9,由于飞行器速度是时变的,受加速度约束和加速度指令 u_{li} 的影响,导致在俯冲段视线角随着速度的改变发生了变化,因此收敛曲线是弧形;在 2 s 内,由于飞行器的初始状态不同,状态差较大,飞行器与目标的相对距离变化较为明显,2 s 后,逐渐趋于稳定,并在约 11.58 s 时 3 枚飞行器从不同方位同时命中目标。

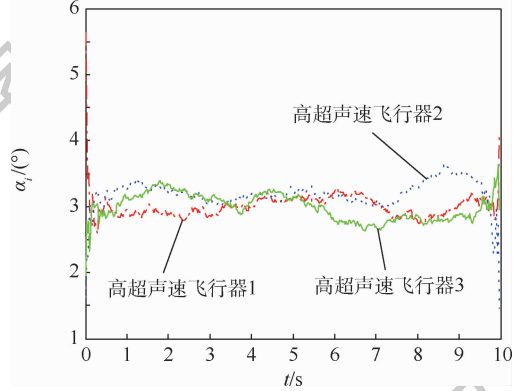


图 4 高超声速飞行器的攻角

Fig. 4 Attack angle of hypersonic vehicle

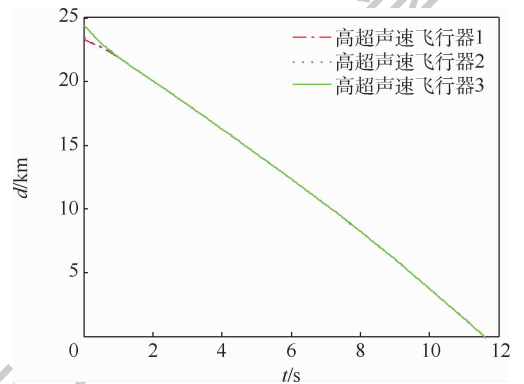


图 5 高超声速飞行器与目标的相对距离

Fig. 5 Relative distance between hypersonic vehicles and target

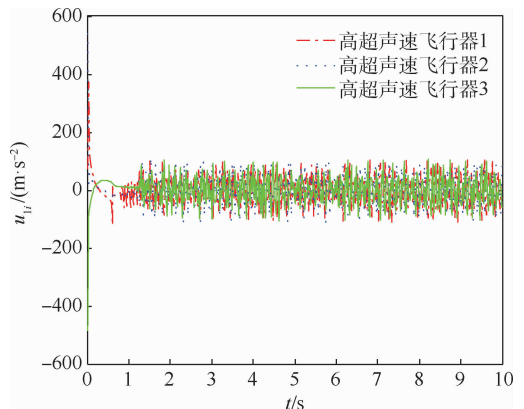


图 6 加速度指令 u_{li}

Fig. 6 Acceleration command u_{li}

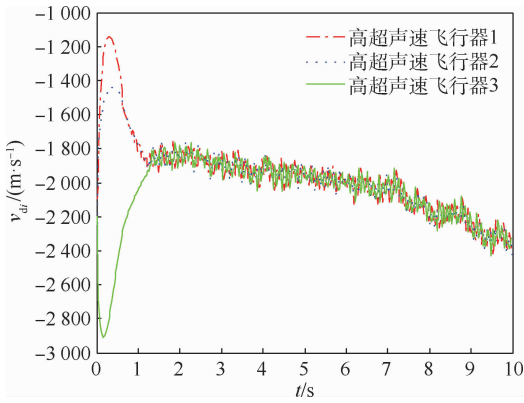


图7 视线方向速度

Fig. 7 LOS velocity

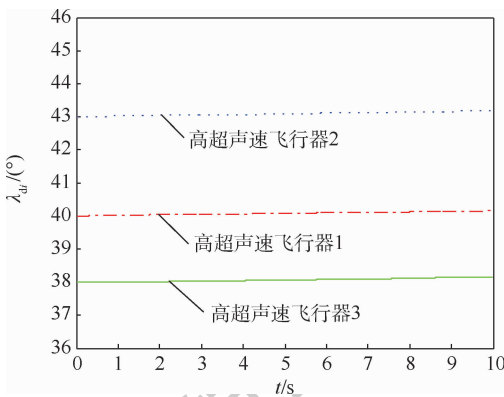


图8 视线高低角

Fig. 8 LOS elevation angle

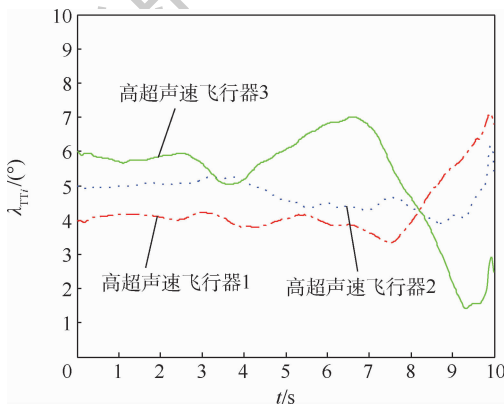


图9 视线方位角

Fig. 9 LOS azimuth angle

图6中描述了加速度指令 u_{i1} 的变化曲线,从图中可以看出,由于飞行器初始状态不同,在2s内,各飞行器的状态差较大,因此视线加速度(包含视线速度差和相对距离差)对视线速度的影响较大,2s后3枚飞行器的视线速度逐渐趋于稳定,保证了在视线方向快速收敛;图3中,由于飞行器在飞行中速度是时变的,导致 u_{i1} 的值最终稳定在一个恒定的范围内。

图7中描述了视线方向上飞行器与目标相对距离的变化率(视线速度的相反数)。由于视线

方向的速度受加速度指令 u_{i1} 和飞行器机体速度共同影响,结合图6,在2s内,视线速度的调整较为明显,2s后,3枚飞行器与目标的相对距离差已经处于一个动态的平衡状态,由于图3中飞行器的速度大小逐渐增大,因此视线速度也逐渐变大。

为使高超声速飞行器以最短时间到达目标,因此机体速度与视线方向的夹角应越小越好(理想状态是速度完全作用在视线方向,此时时间最短,制导精度最高),从图8可知,受加速度指令中误差项反馈作用的影响,使飞行器的视线速度大小始终接近飞行器在纵向上的速度分量大小,随着时间的变化,纵向上速度的分量与纵向视线的夹角 η_{di} 始终维持在较小的范围内,同时 λ_{di} 受式(27)描述的角速度控制指令的控制收敛,由式(4)易知,即可以认为在俯冲段,纵向方向的视线高低角基本保持不变,符合客观规律。

图9描述了3枚高超声速飞行器的视线方位角变化,结合图3和图5分析,图3中飞行器的速度始终是时变的,同时在给定的初始条件中,高超声速飞行器2的速度最大,高超声速飞行器1的速度最小,且图5中描述的飞行器与目标相对距离的变化是凸曲线。受加速度指令 u_{i1} 的作用,在进行信息交互时,由于机体机动性能的限制,为了给视线方向提供相应的加速度,此时的机体加速度无法满足视线加速度,则其余的飞行器通过增加横向机动,使飞行器与目标的相对距离变大,进而带动所有邻居飞行器通过横向机动,实现协同攻击的目的;同时,从图9中可以看出,由于高超声速飞行器2初始速度的飞行速度最大,横向机动范围更大,由此带来的影响是在初始阶段横向视线方位角增加,但是增加较少;高超声速飞行器1的初始速度最小,横向机动较小,且随着时间的变化,视线方位角的大小和速度大小的变化是同步的,即可以理解为速度变化越大,为保证3枚高超声速飞行器的视线速度大小一致,则视线方位角越大,飞行器与目标的相对距离变大,然而在视线方向的视线速度相同,最终使攻击时间一致,实现协同攻击目标的目的。

综上,所设计的协同制导律在满足高超声速飞行器机动特性的约束下可实现协同攻击目标。

在设计协同制导律的问题中,采取不同的协同策略及不同的信息交互方式都会对系统产生影响,在考虑实用性问题时,制导回路中通信时延也会对系统的稳定性产生影响,下面分别对协同策略、信息交互方式及通信时延的影响进行分析论述。

1) 协调策略对稳定性与精度的影响。本文所采取的策略为飞行器集群中每个飞行器的状态信息对邻居集的影响是相同的,即通信拓扑结构中的权重系数都是1,此时飞行器机群的拓扑关系是一个稳定的拓扑结构,比较容易调节设计的控制器参数。然而若协调策略发生变化,每个飞行器的状态信息对飞行器机群的影响力不同,在通信关系中的表现形式为边权重系数不同,假设权重系数过小,导致所设计控制协议中的控制参数较难选取,对实现系统的最终稳定带来较大困难,可能造成系统无法稳定,严重影响系统的稳定性和精度。

2) 信息交互方式对稳定性与精度的影响。信息交互方式取决于飞行器机群的整体结构。根据图论基础知识,信息交互方式可以分为无向连通和有向连通2种方式。①无向连通的信息交互方式,对整个机群的连通性要求高,网络拓扑结构比较稳定,倘若某个飞行器的通信关系断裂,对于其他飞行器的影响较小,因此鲁棒性和容错性较强,且对硬件要求相对较低,易于工程实现。②有向连通的信息交互方式对整个机群的连通性要求较低,由于存在2个飞行器之间只能进行单向通信的情况,网络拓扑结构较为脆弱,鲁棒性和容错性较差,同时对硬件要求相对较高,不易于实际应用。

针对有向连通通信拓扑结构的系统,所设计的控制输入比无向连通拓扑系统更为复杂,因此对系统的影响较大,更容易对稳定性与精度造成影响,对系统固有的性能要求更高,同时有向连通拓扑的控制参数较多,对调节系统的稳定性带来较大的困难,可能造成系统不稳定,严重影响系统的稳定性和精度。

3) 通信时延对稳定性与精度的影响。若无通信时延,那么在 t 时刻的反馈量等于所需的输入补偿值,假设系统存在 τ 秒的时延,此时系统输入的补偿值可能不等于 τ 秒后的反馈量,可能会延长调节系统稳定的时间,进一步可能导致系统无法收敛。在理论模型分析中,常常会假设制导回路的时间延迟为0。但是在实际的工程中,由于工艺的问题,所使用的元器件在一定程度上可能都有时间延迟的影响,为了更好地符合实际应用需求,在后面的研究中应该更全面地讨论通信时延对系统稳定性及精度的影响。

4 结论

本文针对时变速度下,多枚高超声速飞行器

以期望视线方位角和视线高低角协同攻击一个固定目标或慢速移动目标的问题进行分析,提出了适合高超声速飞行器机动特性的协同制导律。仿真结果可得以下结论:

1) 在纵向方向引入的有限时间一致性控制协议,维持攻角大小在 $0^\circ \sim 6^\circ$ 范围条件下,实现了多枚高超声速飞行器协同攻击目标的目的;从仿真结果来看,攻角的小幅度变化是一个合理的变化,视线加速度最终收敛到稳定的范围内,具有较强的理论意义和应用价值,飞行器与目标的相对距离变化曲线表明制导系统良好的稳定性能。

2) 在横向和纵向基于滑模控制设计了控制角速度变化的有限时间协同制导律,受加速度指令 u_{i1} 的影响,飞行器在俯冲段进行一定范围的侧向机动,在制导过程中是一个合理的变化。

本文对高超声速飞行器的协同制导问题的理论方面进行初步的探索,在实际应用中,还应结合飞行器姿态的变化等对本文提出的制导律进一步改进。同时,在后续的理论研究中还应该考虑系统通信时延等问题对系统的影响,使理论研究成果更好地面向实际应用。

参考文献 (References)

- [1] CHUANG C H, MORIMOTO H. Periodic optimal cruise for a hypersonic vehicle with constraints [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1997, 34(2): 165-171.
- [2] PHILLIPS T H. A common aero vehicle (CAV) model, description and employment guide [R]. Arlington: Schafer Corporation for AFRL and AFSPC, 2003: 7-8.
- [3] 王青, 冉茂鹏, 赵洋. 基于预测校正法的高超声速飞行器再入制导 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2013, 39(12): 1563-1567.
WANG Q, RAN M P, ZHAO Y. Reentry guidance for hypersonic vehicle based on predictor-corrector method [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2013, 39(12): 1563-1567 (in Chinese).
- [4] 贺从园. 高超声速飞行器再入段的最优制导 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011: 48-57.
HE C Y. Optimal reentry guidance for hypersonic vehicles [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011: 48-57 (in Chinese).
- [5] 张晓峰, 张惠平, 杨业, 等. 基于改进割线法的高超声速飞行器再入预测制导 [J]. *战术导弹技术*, 2016(1): 56-63.
ZHANG X F, ZHANG H P, YANG Y, et al. Improved secant method-based predictive reentry guidance for hypersonic vehicle [J]. *Tactical Missile Technology*, 2016(1): 56-63 (in Chinese).
- [6] ZHU J W, LIU L H, TANG G J, et al. Optimal guidance with multi-targets for hypersonic vehicle in dive phase [C] // 2013 6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST). Piscataway: IEEE Press, 2013: 341-346.

- [7] HOU D L, WANG Q, SUN X J, et al. Finite-time cooperative guidance laws for multiple missiles with acceleration saturation constraints [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9 (10): 1525-1535.
- [8] 刁兆师, 单家元. 带末端攻击角约束连续有限时间稳定制导律 [J]. *宇航学报*, 2014, 35 (10): 1141-1149.
DIAO Z S, SHAN J Y. Continuous finite-time stabilization guidance law for terminal impact angle constrained flight trajectory [J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 35 (10): 1141-1149 (in Chinese).
- [9] 宋俊红, 宋申民, 徐胜利. 一种拦截机动目标的多导弹协同制导律 [J]. *宇航学报*, 2016, 37 (12): 1306-1314.
SONG J H, SONG S M, XU S L. A cooperative guidance law for multiple missiles to intercept maneuvering target [J]. *Journal of Astronautics*, 2016, 37 (12): 1306-1314 (in Chinese).
- [10] 宋俊红, 宋申民, 徐胜利. 带有攻击角约束的多导弹协同制导律 [J]. *中国惯性技术学报*, 2016, 24 (4): 554-560.
SONG J H, SONG S M, XU S L. Cooperative guidance law for multiple missiles with impact angle constraints [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2016, 24 (4): 554-560 (in Chinese).
- [11] 赵世钰, 周锐, 魏晨. 具有终端角度和终端时间约束的闭环制导律及其可行性分析 (英文) [J]. *宇航学报*, 2009, 30 (3): 1064-1072.
ZHAO S Y, ZHOU R, WEI C. Design and feasibility analysis of a closed-form guidance law with both impact angle and time constraints [J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30 (3): 1064-1072 (in Chinese).
- [12] LEE J I, JEON I S, TAHK M J. Guidance law to control impact time and angle [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43 (1): 301-310.
- [13] HARL N, BALAKRISHNAN S N. Impact time and angle guidance with sliding mode control [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20 (6): 1436-1449.
- [14] ZHOU J L, YANG J Y. Distributed guidance law design for cooperative simultaneous attacks with multiple missiles [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, 39 (10): 2439-2447.
- [15] LYU T, LI C J, GUO Y N, et al. Three-dimensional finite-time cooperative guidance for multiple missiles without radial velocity measurements [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, 32 (5): 1294-1304.
- [16] DONG X W, XIANG J, HAN L, et al. Distributed time-varying formation tracking analysis and design for second-order multi-agent systems [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2017, 86 (2): 277-289.
- [17] TOMIC S, BEKO M, DINIS R, et al. Distributed RSS-based localization in wireless sensor networks using convex relaxation [C] // 2014 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC). Piscataway: IEEE Press, 2014: 853-857.
- [18] SHI P, SHEN Q K. Cooperative control of multi-agent systems with unknown state-dependent controlling effects [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, 12 (3): 827-834.
- [19] 姚辉, 席建祥, 王成, 等. 二阶多智能体系统自抗扰编队跟踪与避撞控制 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2020, 46 (5): 960-977.
YAO H, XI J X, WANG C, et al. Active disturbance rejection based formation tracking and collision avoidance control for second-order multi-agent system [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2020, 46 (5): 960-977 (in Chinese).
- [20] YAO H, WU J Y, XI J X, et al. Active disturbance rejection controller based time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems with external disturbances [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 153317-153326.
- [21] SHI Y J, SONG S M. Three-dimensional adaptive finite-time guidance law for intercepting maneuvering targets [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2017, 30 (6): 1985-2003.
- [22] HE S M, LIN D F. Adaptive nonsingular sliding mode based guidance law with terminal angular constraint [J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2014, 15 (2): 146-152.
- [23] SUN S, ZHOU D, HOU W T. A guidance law with finite time convergence accounting for autopilot lag [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 25 (1): 132-137.
- [24] ZHANG W J, DU X, XIA Q L. A three-dimensional cooperative guidance law based on consensus theory for maneuvering targets [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 2019: 1-11.
- [25] 谭诗利, 雷虎民, 王斌. 高超声速目标拦截含攻击角约束的协同制导律 [J]. *北京理工大学学报*, 2019, 39 (6): 597-602.
TAN S L, LEI H M, WANG B. Cooperative guidance law for hypersonic targets with constrained impact angle [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2019, 39 (6): 597-602 (in Chinese).
- [26] SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I A, LEVANT A. Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application [J]. *Automatica*, 2007, 43 (8): 1470-1476.
- [27] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control [J]. *International Journal of Control*, 2003, 76 (9-10): 924-941.
- [28] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43 (5): 678-682.
- [29] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真: 基本理论与设计方法 [M]. 3 版. 北京: 清华大学出版社, 2015: 24-25.
LIU J K. Sliding mode control design and MATLAB simulation: The basic theory and design method [M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 24-25 (in Chinese).
- [30] HONG Y, HUANG J, XU Y S. On an output feedback finite-time stabilization problem [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46 (2): 305-309.
- [31] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38 (3): 751-766.
- [32] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode [J]. *Automatica*, 2005, 41 (11): 1957-1964.

Design of finite-time cooperative guidance law for hypersonic vehicles in dive phase

TANG Bo¹, XI Jianxiang^{1,*}, LIU Taiyang², LI Bing³

(1. College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China;

3. The First Military Representative Office of Rocket Force Equipment Department in Xi'an, Xi'an 710025, China)

Abstract: Focusing on the problem that multiple hypersonic vehicles in the dive phase attack a stationary target or a slowly moving target, a cooperative guidance law with Line-of-Sight (LOS) elevation and LOS azimuth constraint is designed based on finite-time theory. Firstly, the guidance process of the dive phase is divided into two directions: horizontal and longitudinal. Secondly, in the longitudinal LOS direction, the relative position difference and LOS velocity difference are introduced as errors into the guidance law, and the errors come from the hypersonic vehicles participating in the attack and their neighbors. Finally, in order to achieve the convergence of the horizontal and longitudinal LOS angles, the finite-time sliding mode guidance law is designed, and the upper bound of the time-varying disturbance is estimated by the designed adaptive disturbance observer. The finite-time convergence of the proposed cooperative guidance law is proved by Lyapunov function. The simulation results show that the proposed cooperative guidance law is correct and effective.

Keywords: cooperative guidance law; hypersonic vehicle; finite-time theory; sliding mode control; adaptive disturbance observer

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0365

基于 K-FWH 声比拟方法的串列 双圆柱气动噪声研究

陈武, 周毅*

(南京理工大学 能源与动力工程学院, 南京 210094)



摘 要: 为了研究串列双圆柱的气动噪声与大尺度涡脱落之间的关系, 采用大涡模拟并结合 K-FWH 方程的方法进行研究。采用标准算例的实验结果对数值模拟方法进行了验证, 证实了壁面自适应局部涡黏 (WALE) 大涡模拟模型结合基于 K-FWH 方程的声比拟方法能够较好地预测不同频率下的噪声谱密度。数值模拟结果表明: 上下游圆柱的涡脱落频率相同, 大尺度涡呈现反相位脱落。上游圆柱表面平均阻力系数大于下游圆柱, 而下游圆柱表面的压力脉动更为剧烈。双圆柱绕流的气动噪声来源主要为偶极子噪声 (包括柱体表面瞬时压强及其时间导数), 其中瞬时压强的时间导数是主要的声压组成部分。在此基础上, 对某一观测点的瞬时声压及其分解项之间的物理关联进行了研究。观测点的瞬时声压主要由下游圆柱产生的声压主导。由于上游涡脱落对下游圆柱的涡脱落的影响, 导致下游升力系数频谱及观测点总噪声频谱呈现次级峰的现象。此外, 通过希尔伯特变换发现观测点的声压脉动值不受上下游旋涡脱落的相位差影响。研究结果能为后续降低双圆柱气动噪声的研究做出贡献, 给工程降噪问题提供参考。

关键词: 串列双圆柱; 气动噪声; 大涡模拟; K-FWH 方程; 涡脱落

中图分类号: V21

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2021)10-2118-11

飞机的气动噪声问题是航空航天工程领域中不可忽视的研究内容之一。飞机的气动噪声主要分为发动机噪声和机体噪声 2 类。随着高新技术的发展与应用, 发动机噪声被大大降低, 因此机体噪声成为飞机噪声的主要噪声^[1]。在机体噪声中, 飞机起落架和增升装置是主要的气动噪声声源。Chow 等^[2] 对空客 A340 进行了实验研究, 结果发现起落架噪声比襟翼噪声高 6 dB。因此, 研究飞机起落架的气动噪声对于飞机降噪问题具有重要意义。由于飞机起落架的结构十分复杂, 在研究中通常将其简化为串列双圆柱模型^[3]。相比较于单圆柱绕流, 串列双圆柱的流场更加复杂,

流场中不仅存在流体分离、涡脱落过程, 还存在上下游圆柱间的流动干扰等非定常流动现象。上下游圆柱产生涡脱落导致其受力发生剧烈变化, 从而引起气动噪声。因此, 对串列双圆柱绕流气动噪声特性的研究具有重要的学术价值和实际的工程意义。

国内外学者对串列双圆柱绕流问题做了大量的实验和数值模拟研究。美国国家航空航天局的 Langley 研究中心^[4,6] 在 QFF 和 BART, 风洞中进行了大量的空气动力学实验和声学实验, 这些实验研究成为后来研究双圆柱绕流噪声的空气动力学特性和气动噪声特性的基石, 大量的数值模拟

收稿日期: 2020-07-28; 录用日期: 2020-10-18; 网络出版时间: 2020-11-03 13:44

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201102.1411.006.html

基金项目: 国家重点研发计划 (2019YFE0104800)

* 通信作者。E-mail: yizhou@njust.edu.cn

引用格式: 陈武, 周毅. 基于 K-FWH 声比拟方法的串列双圆柱气动噪声研究 [J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2118-2128. CHEN W, ZHOU Y. Investigation on aeroacoustic of tandem double cylinders by K-FWH acoustic analogy method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2118-2128 (in Chinese).

研究都以此为标准进行后续研究。随着计算机性能的提升和并行数值方法的发展,计算流体力学(CFD)结合 FWH (Ffowcs Williams Hawkins) 方程的声比拟方法渐渐成熟,成为当前计算流体气动噪声最有应用前景的方法之一^[7]。

国外研究人员对串联双圆柱噪声问题进行了一系列数值仿真研究。Lockard 等^[3]应用基于有限体积法的三维求解器 CFL3D,对串联双圆柱绕流进行了数值模拟计算,结合 FWH 方程计算了远场噪声并与实验结果进行了对比。Brès 等^[8]使用离散玻尔兹曼方法与 FWH 方程相结合的方法,对串联圆柱体的远场气动噪声进行了预测。Papaioannou 等^[9]比较了串联双圆柱的二维模拟与三维模拟的区别,结果表明,三维模拟能更好地模拟尾迹的涡量场、圆柱表面受力及涡脱落频率,得到了与实验更接近的临界间距比。

与此同时,国内学者对串联双圆柱噪声问题也开展了相关研究。刘敏等^[10]对不同间距比的串联圆柱扰流问题进行了大涡模拟,并采用 Farassat-1A 方程计算了相应的载荷噪声。赵良举等^[11]对二维横掠串联双圆柱绕流噪声问题进行大涡模拟,研究了不同流速、直径、间距比对绕流流场及其产生的气动噪声的影响。龙双丽等^[12]采用大涡模拟与声比拟相结合的混合方法,预测了不同雷诺数下二维圆柱绕流的远场气动噪声。余雷等^[13]采用基于非线性 $k-\epsilon$ 湍流模型的限制数值尺度(Limited Numerical Scales, LNS)方法对双圆柱绕流进行了数值模拟,将计算结果与相应的实验结果进行了对比分析,结果两者吻合良好。宁方立等^[14]采用大涡模拟与 FWH 方程相结合的方法对串联双圆柱绕流进行三维数值仿真,并对下游不同直径的情况进行对比研究。高威和陈国勇^[15]采用改进型延迟分离涡模拟方法对串联双圆柱的绕流流场进行数值模拟,比较了不同来流速度、圆柱间距比和圆柱直径的双圆柱绕流的气动噪声特性。有些学者采用其他方法对串联双圆柱进行研究。周凯等^[16]基于格子玻尔兹曼方法,对二维静止串联双圆柱绕流进行了数值模拟,并将模拟结果与已有研究结果进行了对比分析。Du 等^[17]采用流声分解方法对低雷诺数($Re = 200$)下的串联和并列双圆柱绕流噪声问题进行了研究,着重分析了不同圆心距和不同流动形式下的串联、并列双圆柱绕流所引起的声场分布。此外,还有学者对飞机中的高升力体和工业生产中的水泵进行了研究^[18-21]。葛明明等^[18]发展了高精度隐式大涡模拟模型,并结合 FWH 声比拟

方法对 30P30N 高升力体气动噪声问题进行了数值模拟,得到了更接近实验值的模拟结果,准确预测了缝翼低频窄带噪声,并得到了合理的噪声辐射指向性分布。蔡晓彤等^[20]基于 CFD 理论与 Lighthill 声比拟理论,对潜水排污泵的流场和声场进行数值模拟,并对不同工况下潜水排污泵的内部压力分布特性进行分析,同时探讨了内声场和外声场的噪声产生原因及分布传播特性,结果表明,采用 SST 模型得到的性能曲线最接近试验结果,隔舌处是主要噪声源。

串联圆柱气动噪声问题属于典型的气动噪声测试验证问题,前人的研究大多集中在阐明不同间距比、不同来流速度及上下游不同圆柱直径的影响,而对上下游柱体涡脱落特性(阻力系数、升力系数、相位变化)及其对远场噪声的影响这一重要问题研究较少。本文对某一标准算例开展深入研究,利用相关性分析和时频分析对升阻力和噪声特性物理关联进行进一步解析。本文采用大涡模拟和基于 Kirchhoff 积分的 K-FWH 方程^[22]相结合的方法,对串联双圆柱绕流流场及其声场进行三维数值模拟研究。首先,通过大涡模拟求解不可压 Navier-Stokes 方程得到非定常流场,即近场声源。然后,以圆柱表面为积分面,结合 K-FWH 方程时域解进行积分求解,得到观测点的声压时域值,即远场辐射噪声。在此基础上,验证了标准算例的气动特性和噪声特性,证实了流动数值模拟方法及噪声简化算法的精确性。其次,在时域和频域对上下游圆柱的升阻力系数进行分析,并对上下游圆柱升阻力系数进行相关性分析。最后,对上下游圆柱产生的声压及其分解项进行相应的分析。

1 数值方法

1.1 流场计算

本文采用大涡模拟方法,利用壁面自适应局部涡黏(Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity)亚格子模型,模拟其对大尺度流动的影响。WALE 湍流模型是在湍流结构的运动和动力学性质的基础上,将转动张量包含在模型中构造而成的,优点是:该模型能正确反映出近壁区域涡黏系数与垂直壁面距离的三次方成正比的性质,且不含关于边界几何尺寸的参数,易于应用于复杂的湍流模拟。该模型表达式如下^[23]:

$$v_i = \rho L_s^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{\frac{5}{2}} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}} \quad (1)$$

式中: $L_s = \min(kd, C_\omega \Delta^{\frac{1}{3}})$, k 为冯卡门常数, d 为距离壁面最近的网格尺度, C_ω 为 WALE 常数, 取 0.325, Δ 为梯度的散度; $S_{ij}^d = \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3}\delta_{ij} \cdot$

$$\bar{g}_{kk}, \bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}.$$

1.2 声场计算

通过引入广义函数, 按照波动方程的形式, 将 Navier-Stokes 方程重新整理成 FWH 方程^[24], FWH 方程是声比拟方法中最常用的形式, 表达式如下:

$$\frac{1}{a_0^2} \cdot \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij} H(F)] - \frac{\partial}{\partial x_j} \{ [P_{ij} n_j + \rho u_i (u_n - v_n)] \delta(F) \} + \frac{\partial}{\partial t} \{ [\rho_0 v_n + \rho (u_n - v_n)] \delta(F) \} \quad (2)$$

式中: F 为积分表面; u_i 为 x_i 方向的速度分量; u_n 为 $F=0$ 面上的法向速度; v_n 为物面速度的法向分量; $\delta(F)$ 为狄拉克函数; p' 为远场瞬时声压; a_0 为远场声速; $H(F)$ 为赫维赛德阶跃函数, 当 $F=0$, $H(F)$ 为物体运动边界控制面方程, $F < 0$ 表示无扰动流体的空间区域, $H(F)=0$, $F > 0$ 表示物面外受到流体扰动的空间区域, $H(F)=1$; p 为当地壁面压力。

T_{ij} 为 Lighthill 应力张量

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + P_{ij} - a_0^2 (\rho - \rho_0) \delta_{ij} \quad (3)$$

P_{ij} 为表面载荷

$$P_{ij} = p \delta_{ij} - \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (4)$$

式(2)右边第一项为由流体本身内应力造成的四极子源项 Q , 第二项为由于壁面压力的存在而引起的偶极子源项 D , 第三项为由当地的流体密度发生变化而引起的单极子源项 M 。本文为不可压缩流体, 故不考虑单极子源项 M 。本文流动为低亚声速流动, 四极子源项 Q 相对于偶极子源项 D 非常小, 可以忽略不计, 故只考虑偶极子源项 D 。本文采用的 K-FWH 声压时域解公式是在 FWH 方程时域解的基础上结合 Kirchhoff 方法, 该公式的主要优点是不需要知道表面压力的法向导数。此外, 它也适用于具有可渗透表面的物体, 而经典的 FWH 方程在这种情况下是无效的。这种新的边界积分公式同时也简化了声压的计算, 具体参考文献[22]。可以将远场瞬时声压 p' 的时域解公式写成如下形式:

$$p' = Q + D + M \quad (5)$$

根据实际情况只考虑偶极子源项 D , 简化公式可以得到如下表达式:

$$p' \approx D = D_p + D_t =$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[\frac{L_r}{r^2} \right] dS + \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{L}_r}{c_0 r} \right] dS \quad (6)$$

式中: $L_r = L_i \hat{r}_i$, $\dot{L}_r = \dot{L}_i \hat{r}_i$, 其中“ \cdot ”表示对时间求导数, $L_i = p n_i$, n_i 为壁面法向量, $\hat{r}_i = \frac{x_i - y_i}{\sqrt{(x_i - y_i)^2}}$, \hat{r}_i 表示由声源指向接收点的单位矢量; r 为声源指向接收点的距离大小; c_0 为声速, 取 340 m/s。

式(6)右边第一项为压力项 D_p , 与壁面压力直接相关, 第二项为压力的时间导数项 D_t , 与壁面压力的时间导数相关。下文将对式(6)中的简化假设进行验证。

2 计算模型与方法验证

2.1 计算模型

参照文献[25]的标准算例验证过程, 串列双圆柱模型由 2 个直径相同的圆柱体沿着来流方向串列排布。圆柱的直径 $D=0.05715$ m, 2 个圆柱中心点之间的间距比 $L/D=3.7$, 来流速度 $U_{in}=43.4$ m/s, 基于圆柱直径和来流速度的雷诺数为 $Re_{in} = U_{in} D / \nu = 1.66 \times 10^5$, ν 为运动黏度。

为了捕捉到重要的流动特征, 根据文献[25]的建议, 在建模过程中取圆柱的展向长度为 $3D$ 。选取上游圆柱体的中心作为坐标系原点, 计算区域为: $-10D \leq X \leq 25D$, $-10D \leq Y \leq 10D$, $0 \leq Z \leq 3D$ 。对圆柱周围进行加密处理, 壁面第 1 层网格 $Y^+ \approx 2$, X - Y 平面上的计算域网格如图 1 所示。展向设置为周期性边界条件, 圆柱表面为无滑移壁面边界条件, 其余边界为远场边界条件。空间离散为二阶迎风格式, 时间离散为二阶隐式格式, 时间步长为 $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$ s, 下文展示的时间平均结果和噪声结果均在非定常流动呈现相对稳定的周期性特征之后开始统计, 采样统计时间为 70 000 个时间步长(对应总的时间为 0.7 s), 对应约 126 个涡脱落周期。

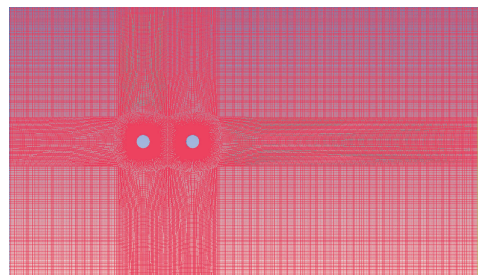


图 1 X-Y 平面上的计算网格

Fig. 1 Computational grids of X-Y plane

2.2 数值模拟及噪声计算验证

为了验证网格收敛性,本文采用 3 种精细程度的网格(算例 1、算例 2、算例 3)进行计算,对应的网格数分别为 109 万、238 万、665 万,将计算得到的上下游圆柱的平均阻力系数和涡脱落频率与实验结果进行对比(上标 1 表示上游圆柱,2 表示下游圆柱)。上下游圆柱的气动特性计算结果如表 1 所示。从阻力计算结果来看,3 个算例的上下游圆柱平均阻力系数均在前人模拟^[25]的最大值与最小值区间内,涡脱落频率也均在最大最小值范围内。理论上网格的加密会使结果更接近真实情况,验证算例中随着网格密度的增加,结果变化并不明显,且均在合理范围内。表 1 说明在误差允许范围内,精细程度为算例 3 的网格已满足计算要求。因此,除特殊标明外,下文展示均为采用算例 3(网格数为 665 万)的计算结果。

表 1 上下游圆柱气动特性统计结果

Table 1 Statistic results of aerodynamic properties for upstream and downstream cylinders

| 算例编号 | 网格节点 | 上游平均阻力系数 | 下游平均阻力系数 | 涡脱落频率/Hz |
|---------------------|--------------------|----------|----------|----------|
| 1 | 1.09×10^6 | 0.552 9 | 0.427 4 | 190.7 |
| 2 | 2.38×10^6 | 0.579 7 | 0.452 5 | 181.6 |
| 3 | 6.65×10^6 | 0.455 5 | 0.438 2 | 187.6 |
| Min ^[25] | N/A | 0.334 | 0.294 | 153 |
| Max ^[25] | N/A | 0.800 | 0.518 | 226 |

为了进一步验证流场数值模拟方法的精确性,本文计算得到上下游圆柱表面时均压力系数 C_p 及时均脉动压力系数 $C_{p'}$ 和观测点处(9.11D, 32.49D, 1.50D)的噪声功率谱密度(PSD),并与实验数据^[25]和前人数值模拟数据^[13]进行对比。如图 2 所示,上下游圆柱的表面时均压力系数均与实验结果十分接近,其中, A 为沿着圆柱一圈的度数,一圈为 360°。

如图 3 所示,计算得到的上游圆柱时均脉动压力系数 $C_{p'}$ 与实验数据趋势相同但高于实验值,但与前人模拟数据^[13]接近,下游圆柱 $C_{p'}$ 与实验数据^[25]吻合较好,上游圆柱 $C_{p'}$ 取值较小,因此前人模拟结果与本文模拟结果均与实验结果存在误差,但误差在可接受范围内。

图 4 所示为观测点(9.11D, 32.49D, 1.50D)处的噪声功率谱密度,表明噪声功率谱密度的主峰频率和峰值、次级峰频率和峰值及低频分布均与实验相吻合。由于采用的数值模拟方法为大涡模拟,很难准确捕捉流场中小尺度湍流运动。而噪声功率谱密度的高频分布与流场的小尺度涡运动密切相关,因此图 4 中噪声功率谱密度的高频

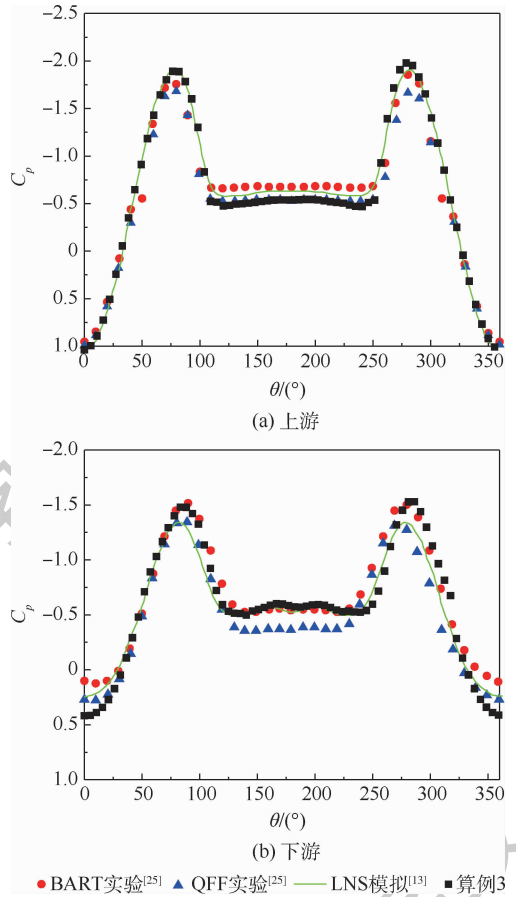


图 2 上下游圆柱表面时均压力系数 C_p 分布

Fig.2 Distribution of time-averaged pressure coefficient C_p on the surface of upstream and downstream cylinders

分量略低于实验数值。图 4 为算例 2 和算例 3(网格数分别为 238 万和 665 万)所预测的声压级功率谱密度,可以看出两者存在细微差别,在主峰频率上相差约 3%,不同频率的功率谱密度分布一致。图 4 进一步说明了利用本文方法及网格布置能够准确描绘本文重点关注对象——远场噪声特性。

图 5 给出了位于 $r/D = 33.74$ 处的声压级指向分布图及观测点(9.11D, 32.49D, 1.50D)的主频峰值大小,其中 r 是与观测点相同 X-Y 平面上离坐标原点的距离。声压级由噪声功率谱密度主频峰值计算得到。图中显示声压级成 8 字形分布,说明了计算结果具有显著的偶极子声源指向特性,也验证了本文噪声辐射指向性分布的合理性。图 5 表明,算例 3(网格数为 665 万)与算例 2(网格数为 238 万)基本指向性相同,但在 0° 和 180° 这 2 个方向存在着约 6% 的误差,算例 3 的偶极子特性相比较于算例 2 更加明显,但对其他方向的指向性分布影响较小。

本节计算了串联双圆柱上下游圆柱的阻力系数 C_d^1 和 C_d^2 、涡脱落频率、时均压力系数 C_p 、时均

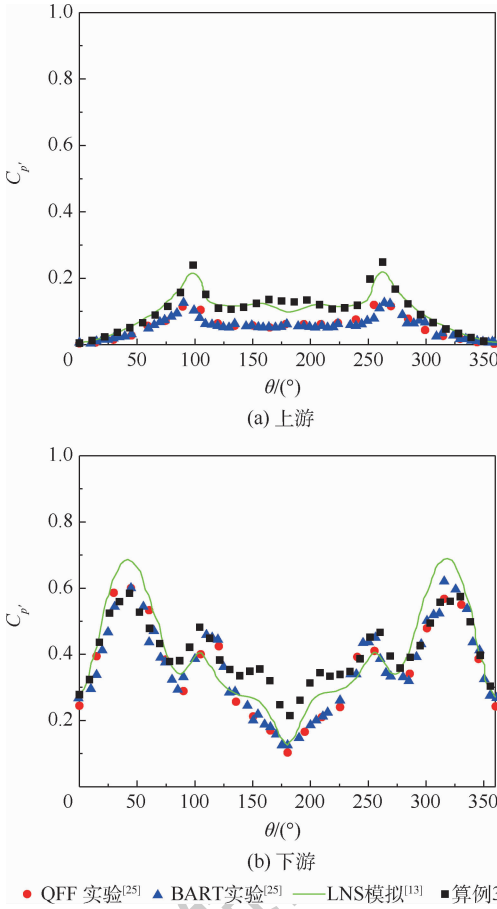


图3 上下游圆柱表面时均脉动压力系数 C_p 分布
Fig. 3 Distribution of root mean square C_p of pressure coefficient disturbance on the surface of upstream and downstream cylinders

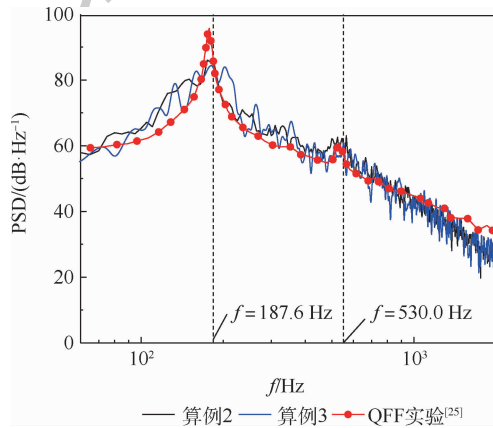


图4 观测点处的声压级噪声功率谱密度
Fig. 4 Power spectral density of sound pressure level at observation point

脉动压力系数 C_p 和观测点处的噪声分布,以及 $r/D = 33.74$ 处的声压级指向分布。上述计算结果与前人所做 BART、QFF 实验结果^[25] 和 LNS 数值结果^[13] 吻合,均在误差允许的范围内,证实了本文所选的湍流模型及远场声比拟方法的可靠性。

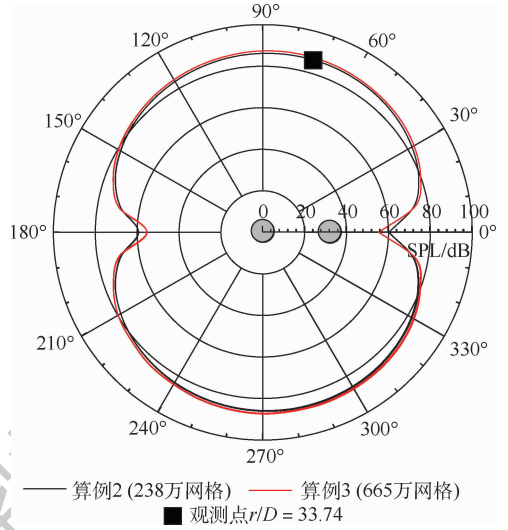


图5 远场声压级指向分布图 ($r/D = 33.74$)
Fig. 5 Directivity of Sound Pressure Level at $r/D = 33.74$

3 计算结果与分析

在上述验证工作的基础上,对 $U_{in} = 43.4$ m/s, 圆柱直径为 D , 间距比 $L/D = 3.7$ 的上下圆柱涡脱落流场特性及声场特性进一步研究。

利用速度梯度张量第二不变量 Q 对流场进行后处理计算,如图6所示,其为 Q 值为 1 000 的瞬时等值面图。从图中可以看出,在上下游圆柱后方流体均出现回流(图6中蓝色部分)。流体流经上游圆柱,形成了涡脱落,从上游脱落的涡再作用在下游圆柱上。因而下游圆柱后部有着更为复杂的涡产生机制。另外,可以看见有流向肋条状涡结构附着在下游圆柱外表面上。

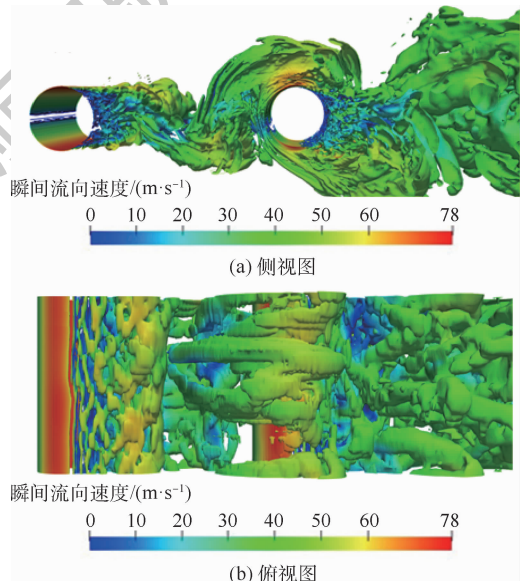


图6 Q 值为 1 000 的瞬时等值面图
Fig. 6 Instantaneous isosurfaces with $Q = 1\ 000$ and corresponding streamwise velocity

图 6 表明,上游圆柱产生的涡结构脱落直接作用在下游圆柱表面上,并在下游形成新的涡脱落。为了进一步研究上下柱体间涡脱落关联,本文基于皮尔逊相关性系数 R 对上下游圆柱的升阻力系数进行相关性统计。相关性系数 R 的取值范围为 $-1 \sim 1$,绝对值越大代表相关性越大。研究表明,上下游圆柱阻力系数间的相关系数 R_d 为 -0.3437 ,升力系数间的相关系数 R_l 为 -0.5805 ,说明上下游圆柱的升阻力在时域上呈现一定的负相关性,即上下游圆柱的大尺度涡呈现一定程度上的反相位脱落。

如图 7 所示,图 7(a)中水平虚线为沿着流向的中心线,图 7(b)中垂直虚线与下游圆柱前后壁面相切。由图 7 可知,上游圆柱前方的高压区明显高于下游圆柱。这是因为 2 个圆柱之间存在一个显著的负压回流区(速度回流区见图 6(a)、(b))。此外,本文中 2 个圆柱的间距比仅为 $L/D=3.7$,两柱体间流场并未完全恢复,从而上游圆柱的前后压力差大于下游圆柱,即上游的平均阻力系数大于下游的平均阻力系数。此结果与表 1 中的结果相同。故可以推测随着间距比的增大,上下游圆柱阻力系数趋于相等。

图 8 为上下游圆柱阻力系数(C_d^1 和 C_d^2)和升力系数(C_l^1 和 C_l^2)随时间变化曲线。众所周知,阻力系数与作用在圆柱表面上 X 方向的力相关,而升力系数与圆柱表面上的力在 Y 方向的分量相关。图 8 显示,上下游圆柱的升阻力系数均随

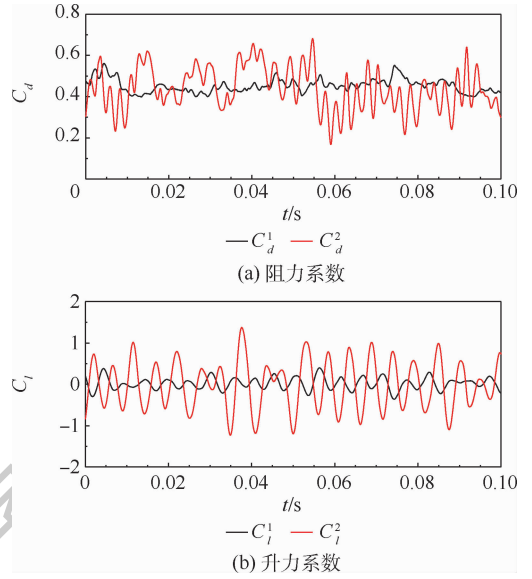


图 8 上下游圆柱阻力系数及升力系数随时间变化
Fig. 8 Time history of drag coefficients and lift coefficients on the surface of upstream and downstream cylinders

着时间呈现周期性的上下波动。下游圆柱的阻力系数 C_d^2 和升力系数 C_l^2 波动幅度更加剧烈,上下波动幅值更大。式(6)说明声压的计算与表面受力密切相关,故可以推测下游圆柱产生的声压比上游大。上下游圆柱导致的声压进一步详细讨论见下文。

通过快速傅里叶变换,将时域数据转换为频域,图 9 为上下游圆柱阻力系数(C_d^1 和 C_d^2)与升力系数(C_l^1 和 C_l^2)频谱。从图中可以看出,虽然上游圆柱涡脱落对下游圆柱涡脱落过程有着显著影响(上下游圆柱升阻力系数成负相关性),但是上下圆柱的涡脱落频率相同,均为 187.6 Hz 。升力系数的主频与之前验证的噪声功率谱密度中的主频率相同,而阻力系数的主频为 2 倍的升力系数主频。这是因为一次完整的涡脱落过程包含纵向运动(Y 方向)及由此导致的流向运动(X 方向)。其中,一个周期的脱落包含 2 次纵向运动和 1 次流向运动。因此,阻力系数(流向运动)的主频为升力系数(纵向方向)主频的 2 倍关系。由图 9 还可以看到,下游圆柱的阻力系数频谱和升力系数频谱均在上游圆柱的上方,说明下游圆柱导致的扰动在不同频率上均比上游大。可以进一步推测,与圆柱表面压力相关的观测点声压主要是由下游圆柱产生的声压主导。另外,在下游升力系数 C_l^2 频谱上,可以观察到次级峰的存在,但阻力系数的次级峰不明显。由此可以推测上游脱落的涡旋主要作用在下游圆柱上下表面(见图 6),流向运动影响较小,进而只在下游升力系数产生了次级峰的现象。

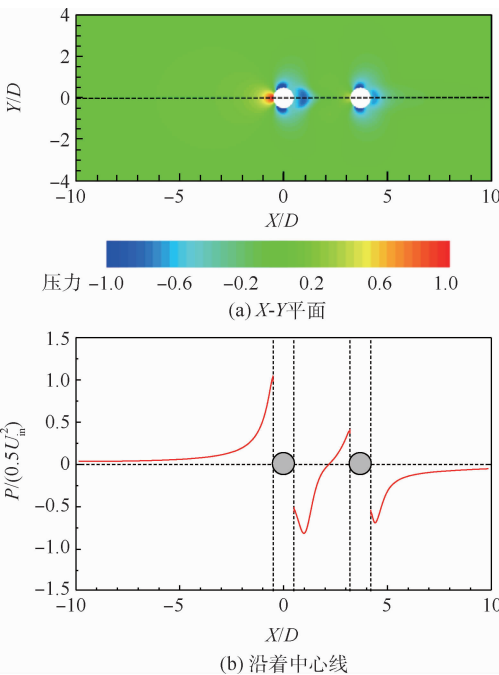


图 7 流场平均压力分布

Fig. 7 Pressure distribution of flow field

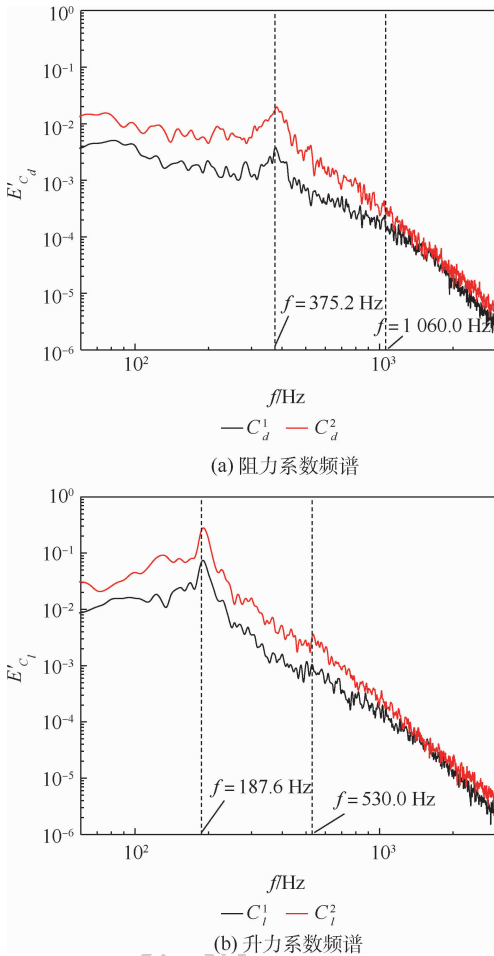


图9 上下游圆柱阻力系数及升力系数频谱
Fig.9 Frequency spectra of drag coefficients and lift coefficients on the surface of upstream and downstream cylinders

图8(b)表明升力系数时程曲线呈现规则变化,且上下游圆柱的脱落频率相同($f = 187.6 \text{ Hz}$),故可采取希尔伯特变换进一步评估上下游升力系数(C_l^1 和 C_l^2)之间的相位差演化。图10为上下游圆柱升力系数相位差 $\Phi_l^{1,2}$ 的时间演化图,对应图8(b)中的时间范围,其中 $\Phi_l^{1,2}$ 为 C_l^1 和 C_l^2 的相位差, $0^\circ \leq \Phi_l^{1,2} \leq 180^\circ$ 。当 $\Phi_l^{1,2} = 0^\circ$,两者相位完全相同,当 $\Phi_l^{1,2} = 180^\circ$,两者相位完全反相。从图10中可以看到,上下游圆柱升力系数的相位差 $\Phi_l^{1,2}$ 在选定时间范围内由 $0^\circ \sim 180^\circ$ 变化,且相位差在 $90^\circ \sim 180^\circ$ 的时间更长。

如图11 概率密度函数(PDF)分布所示,上下游圆柱升力系数的相位差概率密度主要分布在 $90^\circ \sim 180^\circ$,小于 60° 的概率相对较小,这与图8中初步观察得到的结论相符合。升力系数与流体的涡脱落密切相关,图11得到的结果表明在串列双圆柱绕流中,上下游涡脱落同相位(即涡同时向上或向下脱落)的概率较小,而呈现反向脱落(相位差为 $90^\circ \sim 180^\circ$)的概率相对较大。本节前文

中对上下游圆柱升力系数的相关性进行计算,升力系数间的相关系数 R_l 为 -0.5805 (即上下游圆柱的大尺度涡呈现一定程度上的反相位脱落),图11对此结果进一步作出了解释,说明上下游圆柱的涡脱落呈现一定相位差,相位差在 $90^\circ \sim 180^\circ$,且相位差接近 180° 的概率最大。

根据式(6)可将声压分解为两部分:一部分是基于圆柱壁面瞬时压力的压力项 D_p ,另一部分是基于其瞬时压力的时间导数项 D_t 。图12为观测点($9.11D, 32.49D, 1.50D$)处上下游圆柱的声压 P 及其分解项时程曲线。从图12中可以看出,瞬时压力的时间导数项 D_t 是主要的声压组成部分,与声压 $D_p + D_t$ 基本一致。下游圆柱产生的声压值明显大于上游圆柱,可以从时域上判断下游圆柱为总声压的主要产生者,从而验证了之前的推测。

为了进一步揭示串列双圆柱绕流声场特性,通过快速傅里叶变换,将声压时域信号转换为频域信号。图13为上下游圆柱声压分解项的噪声功率谱密度。如图13所示,不论是 D_p 还是 D_t ,下游圆柱的功率谱密度均大于上游圆柱。由于总声压是上下游圆柱产生的声压的叠加,可以证明,下游圆柱产生的能量在串列双圆柱绕流噪声中占主导地位。图13中时间导数项 D_t 在整个频段上占主要地位,而压力项 D_p 则主要与低频分布有关。由此可见,时间导数项 D_t 有更加剧烈的波动,产

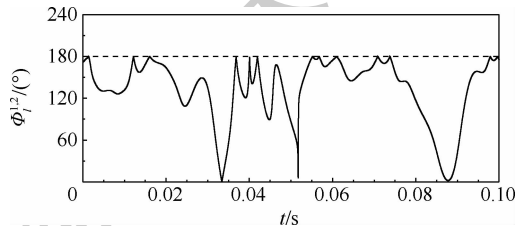


图10 上下游圆柱升力系数相位差的时间演化
Fig.10 Time history of lift coefficient phase difference between upstream and downstream cylinders

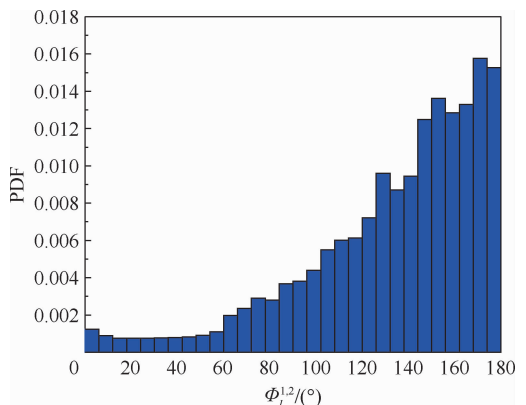


图11 上下游圆柱升力系数相位差的概率密度分布
Fig.11 Probability distribution of lift coefficient phase difference between upstream and downstream cylinders

生更高频率的能量。从图 13 中可以观察到下游的压力项 \mathcal{D}_p^2 和时间导数项 \mathcal{D}_i^2 均出现次级峰的现象。进一步说明了上游圆柱脱落的涡直接作用在下游圆柱上,进而导致了下游圆柱频谱产生次级峰的现象。

基于皮尔逊相关性系数 R 对偶极子源项 \mathcal{D} 及其分解项进行了相关性分析。表 2 为上下游圆柱声压 ($\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$) 及其分解项之间的相关性系数统计。从表中可以看到,上下游各自的声压 $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ 与其时间导数项 $\mathcal{D}_i^1, \mathcal{D}_i^2$ 的相关性系数 R 均在

0.98 以上,进一步说明 \mathcal{D}_i 为 \mathcal{D} 的主要组成部分。这与前文的结论相符。压力项 \mathcal{D}_p 与声压 \mathcal{D} 的相关性系数 R 为 0.15 左右,说明 \mathcal{D}_p 与 \mathcal{D} 有一定的相关性。另外,本文计算了上下游圆柱对于选定观测点的总声压 \mathcal{D}_a 与上下游声压的相关性系数 R 。总声压与下游声压的相关性系数为 0.936 5,与上游声压仅为 -0.149 4,验证了在此观测点处下游声压在总声压中占主导地位。

表 2 相关项之间的相关系数

Table 2 Correlation coefficients between related terms

| 声压 | \mathcal{D}_p^1 | \mathcal{D}_i^1 | \mathcal{D}_p^2 | \mathcal{D}_i^2 | \mathcal{D}_a |
|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------|
| \mathcal{D}_1 | 0.119 3 | 0.993 9 | N/A | N/A | -0.149 4 |
| \mathcal{D}_2 | N/A | N/A | 0.164 8 | 0.988 1 | 0.936 5 |

从图 12 中可以看出,上下游圆柱产生的声压在时域上呈现一定的规则变化,且从图 13 中得到上下游声压主频相同 ($f = 187.6 \text{ Hz}$),故也采用希尔伯特变换进一步评估上下游声压 (\mathcal{D}_1 和 \mathcal{D}_2) 之间的相位差演化。图 14 为上下游圆柱声压相位差 $\Phi_d^{1,2}$ 的时间演化,对应图 12 (b) 中的时间范围,其中 $\Phi_d^{1,2}$ 为 \mathcal{D}_1 和 \mathcal{D}_2 相位差, $0^\circ \leq \Phi_d^{1,2} \leq 180^\circ$ 。当 $\Phi_d^{1,2} = 0^\circ$,两者相位完全相同,当 $\Phi_d^{1,2} = 180^\circ$,两者完全反相。

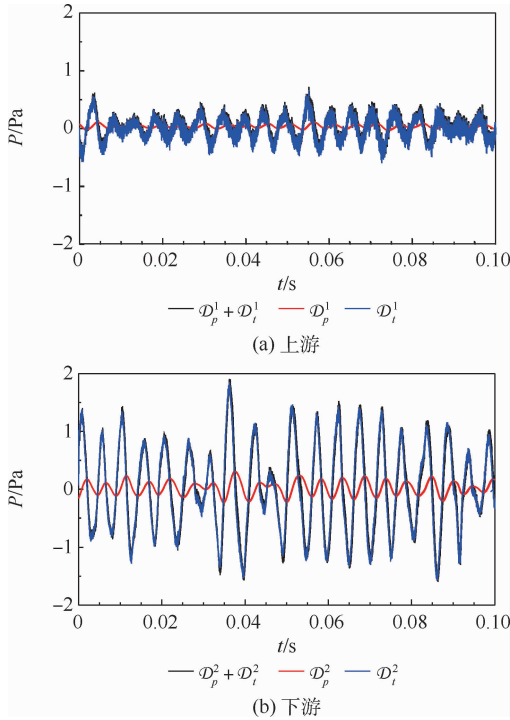


图 12 上下游圆柱声压及分解项随时间变化
Fig. 12 Time history of acoustic pressure and its decompositions on the surface of upstream and downstream cylinders

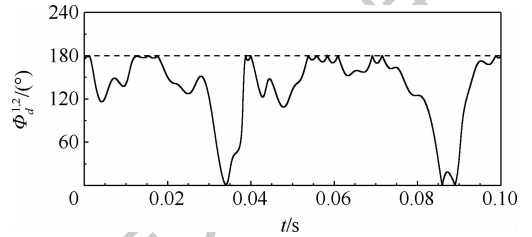


图 14 上下游圆柱声压相位差的时间演化
Fig. 14 Time history of acoustic pressure phase difference between upstream and downstream cylinders

从图 14 中可以看出,在相同演化时间段中,图 14 的相位差随时间演化规律与图 10 十分类似,上下游圆柱声压相位差随着升力系数相位差同步变化,两者变化曲线大致相同,同样可以看出上下游圆柱声压相位差 $\Phi_d^{1,2}$ 在 $90^\circ \sim 180^\circ$ 的时间分布更长。本文进一步统计了上下游圆柱声压相位差 $\Phi_d^{1,2}$ 的概率分布情况,如图 15 所示。由图 15 可以得到,声压相位差概率密度分布基本与升力系数相位差概率密度分布一致,上下游声压的相位差 $\Phi_d^{1,2}$ 分布在 $90^\circ \sim 180^\circ$ 的概率较大。此结果说明了上下游圆柱产生的声压与各自圆柱的升力系数(即大尺度涡脱落特性)密切相关,相位差的时间演化规律和概率密度分布大致相同。

基于上述结果,本文研究了基于上下游圆柱声压相位差 $\Phi_d^{1,2}$ 的总声压脉动值 \mathcal{D}_a' 的条件平均

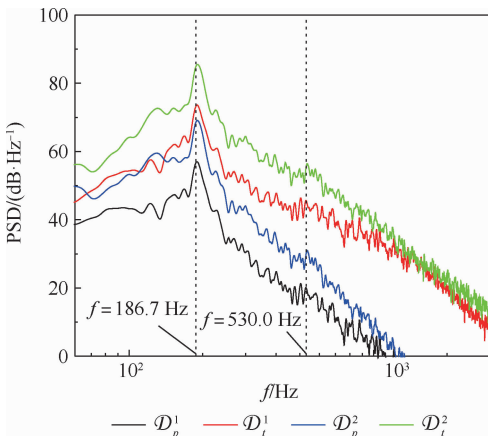


图 13 上下游圆柱声压分解项的声压级噪声功率谱密度
Fig. 13 Sound pressure level noise power spectrum of sound pressure decomposition on the surface of upstream and downstream cylinders

分布,如图 16 所示(纵坐标为条件平均 $\langle D'_a | \Phi_d^{1,2} \rangle$),无论 $\Phi_d^{1,2}$ 如何变化,声压脉动值 D'_a 均在 0.7 上下,即条件平均 $\langle D'_a | \Phi_d^{1,2} \rangle$ 约为一个固定值,观测点的声压脉动值不受上下游声压的相位差 $\Phi_d^{1,2}$ 影响。

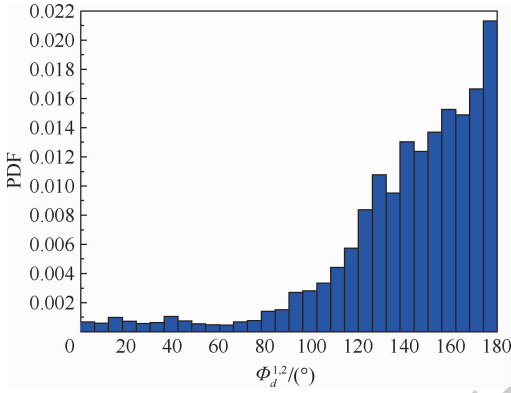


图 15 上下游圆柱声压相位差的概率密度分布

Fig. 15 Probability distribution of acoustic pressure phase difference between upstream and downstream cylinders

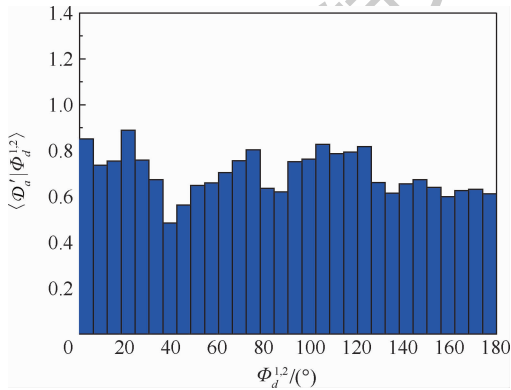


图 16 基于上下游圆柱声压相位差的选定观测点声压脉动值条件平均分布

Fig. 16 Conditional average of acoustic pressure pulsation at selected observation points based on acoustic pressure phase difference between upstream and downstream cylinders

4 结 论

1) 证实了 WALE 大涡模拟模型结合基于 K-FWH 方程的声比拟方法能够较好地捕捉到串列双圆柱的流动过程及其噪声特性。上下游圆柱的涡脱落频率相同,但上游圆柱的阻力系数大于下游圆柱。上下游圆柱的升阻力系数为负相关,大尺度涡呈现一定程度的反相位脱落,且下游的升阻力系数比上游波动更加剧烈。

2) 串列双圆柱的气动噪声声压主要由两部分组成:一部分为圆柱表面的瞬时压力项 D_p ,另一部分为瞬时压力的时间导数项 D_t 。其中瞬时压力的时间导数项 D_t 是主要的声压组成部分,与

总声压 D_a 基本一致。

3) 远场观测点的瞬时声压由上下游圆柱各自产生的声压叠加产生,下游圆柱产生的噪声在串列双圆柱绕流噪声中占主导地位。时间导数项 D_t 与噪声功率谱密度的低频和高频分布均有关,而瞬时压力项 D_p 主要与低频分布有关。声压的高频能量主要由时间导数项 D_t 决定。由于上游涡脱落对下游圆柱的涡脱落的影响,导致下游升力系数频谱及观测点总噪声功率谱密度呈现次级峰的现象。

4) 上下游圆柱产生的声压与上下游的升力系数(即大尺度涡脱落特性)密切相关,相位差的时间演化规律和概率分布大致相同。观测点的声压脉动值不受上下游声压的相位差 $\Phi_d^{1,2}$ 影响,即条件平均 $\langle D'_a | \Phi_d^{1,2} \rangle$ 约为一个固定值。

笔者团队前期对规则及分形布置柱体绕流场中涡脱落特性开展了直接数值模拟研究,研究表明,在相同阻塞率下,规则布置中相邻柱体后涡脱落呈现“反向相位锁定”(Antiphase Locking)特性,而分形布置绕流场中存在多尺度的拟序结构,相邻柱体后涡脱落不存在显著相位锁定。本文研究表明绕流场中噪声强度与柱体表面受力情况(柱体涡脱落特性)直接相关,能否利用分形布置柱体实现绕流场中噪声的被动控制是未来值得研究的方向。

参考文献 (References)

[1] 乔渭阳,许开富,武兆伟,等. 大型客机起飞着陆过程噪声辐射特性对比分析[J]. 航空学报,2008,29(3):534-541.
QIAO W Y, XU K F, WU Z W, et al. Noise radiation of large-scale commercial aircraft in take-off and landing[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(3): 534-541 (in Chinese).

[2] CHOW L C, MAU K, REMY H. Landing gears and high lift devices airframe noise research[C]//8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2002.

[3] LOCKARD D, KHORRAMI M, CHOUDHARI M, et al. Tandem cylinder noise predictions[C]//13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Reston: AIAA, 2007: 3450.

[4] JENKINS L, KHORRAMI M, CHOUDHARI M, et al. Characterization of unsteady flow structures around tandem cylinders for component interaction studies in airframe noise[C]//11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Reston: AIAA, 2005.

[5] JENKINS L, NEUHART D, MCGINLEY C, et al. Measurements of unsteady wake interference between tandem cylinders[C]//36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2006.

[6] HUTCHESON F V, BROOKS T F. Noise radiation from single and multiple rod configurations[J]. International Journal of

- Aeroacoustics, 2012, 11(3-4):291-333.
- [7] FARASSAT F, CASPER J. Towards an airframe noise prediction methodology: Survey of current approaches [C] // 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reston: AIAA, 2006.
- [8] BRÈS G A, FREED D, WESSELS M, et al. Flow and noise predictions for the tandem cylinder aeroacoustic benchmark [J]. *Physics of Fluids*, 2012, 24(3):036101.
- [9] PAPAIOANNOU G V, YUE D K P, TRIANTAFYLLOU M S, et al. Three-dimensionality effects in flow around two tandem cylinders [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, 558:387.
- [10] 刘敏, 刘飞, 胡亚涛, 等. 三维串联双圆柱绕流气动流场及声场模拟 [J]. *工程热物理学报*, 2008, 29(3):403-406.
LIU M, LIU F, HU Y T, et al. Aerodynamics and aeroacoustics numerical simulation of flow past two circular cylinders in tandem arrangements [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2008, 29(3):403-406 (in Chinese).
- [11] 赵良举, 杨南奇, 吴朵, 等. 横掠二维串联双圆柱绕流气动噪声的数值模拟 [J]. *重庆大学学报*, 2009, 32(8):943-949.
ZHAO L J, YANG N Q, WU D, et al. Aeroacoustics numerical simulation of flow past two-dimensional two circular cylinders in tandem arrangements [J]. *Journal of Chongqing University*, 2009, 32(8):943-949 (in Chinese).
- [12] 龙双丽, 聂宏, 许鑫. 不同雷诺数下圆柱绕流气动噪声数值模拟 [J]. *声学技术*, 2011, 30(2):111-116.
LONG S L, NIE H, XU X. Numerical simulation of noise induced by flow around a cylinder at different Reynolds number [J]. *Technical Acoustics*, 2011, 30(2):111-116 (in Chinese).
- [13] 余雷, 宋文萍, 韩忠华, 等. 基于混合 RANS/LES 方法与 FW-H 方程的气动声学计算研究 [J]. *航空学报*, 2013, 34(8):1795-1805.
YU L, SONG W P, HAN Z H, et al. Aeroacoustic noise prediction using hybrid RANS/LES method and FW-H equation [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(8):1795-1805 (in Chinese).
- [14] 宁方立, 王善景, 马尧, 等. 串联圆柱体绕流气动噪声三维数值仿真 [J]. *机械制造*, 2014, 52(1):21-25.
NING F L, WANG S J, MA Y, et al. Aeroacoustics numerical simulation of flow past three-dimensional two circular cylinders in tandem arrangements [J]. *Machinery*, 2014, 52(1):21-25 (in Chinese).
- [15] 高威, 陈国勇. 串联双圆柱绕流的气动噪声特性分析 [J]. *计算机辅助工程*, 2018, 27(4):41-46.
GAO W, CHEN G Y. Characteristic analysis on aerodynamical noise of flow around tandem double cylinders [J]. *Computer Aided Engineering*, 2018, 27(4):41-46 (in Chinese).
- [16] 周凯, 王震, 陈维山, 等. 格子 Boltzmann 方法在串联双圆柱绕流数值模拟中的应用研究 [J]. *船舶力学*, 2018, 22(2):144-155.
ZHOU K, WANG Z, CHEN W S, et al. Application of lattice Boltzmann method in flow past two cylinders in tandem arrangement [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2018, 22(2):144-155 (in Chinese).
- [17] DU B X, ZHANG W P, MING P J. Numerical simulation of flow-induced noise of two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements using a viscous/acoustic splitting method [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2019, 23(9):1122-1138.
- [18] 葛明明, 王圣业, 王光学, 等. 基于混合雷诺平均/高精度隐式大涡模拟方法的高升力体气动噪声模拟 [J]. *物理学报*, 2019, 68(20):190-202.
GE M M, WANG S Y, WANG G X, et al. Aeroacoustic simulation of the high-lift airfoil using hybrid Reynolds averaged Navier-Stokes/high-order implicit large eddy simulation method [J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(20):190-202 (in Chinese).
- [19] 周盼, 张权, 率志君, 等. 离心泵进水口形式设计及其对振动噪声的影响 [J]. *排灌机械工程学报*, 2015, 33(1):16-19.
ZHOU P, ZHANG Q, SHUAI Z J, et al. Inlet design and its influence on vibration and noise of centrifugal pump [J]. *Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering*, 2015, 33(1):16-19 (in Chinese).
- [20] 蔡晓彤, 施卫东, 张德胜, 等. 基于直接边界元法的潜水排污泵内流噪声数值模拟 [J]. *排灌机械工程学报*, 2018, 36(12):1264-1269.
CAI X T, SHI W D, ZHANG D S, et al. Numerical simulation of internal flow-induced noise in submersible sewage pump based on the direct boundary element method [J]. *Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering*, 2018, 36(12):1264-1269 (in Chinese).
- [21] 余昊谦, 王洋, 韩亚文, 等. 旋涡自吸泵流致噪声模拟及降噪 [J]. *排灌机械工程学报*, 2019, 37(4):302-306.
YU H Q, WANG Y, HAN Y W, et al. Numerical study on flow-induced noise and noise reduction of self-priming vortex pump [J]. *Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering*, 2019, 37(4):302-306 (in Chinese).
- [22] DI FRANCESCANTONIO P. A new boundary integral formulation for the prediction of sound radiation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 202(4):491-509.
- [23] NICOU D, DUCROS F. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor [J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 1999, 62(3):183-200.
- [24] FLOWCS WILLIAMS J E, HAWKINGS D L. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1969, 264(1151):321-342.
- [25] LOCKARD D. Summary of the tandem cylinder solutions from the benchmark problems for airframe noise computations-I Workshop [C] // 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Reston: AIAA, 2011.

Investigation on aeroacoustic of tandem double cylinders by K-FWH acoustic analogy method

CHEN Wu, ZHOU Yi*

(School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: To study the intrinsic relation between the aerodynamic noise of tandem double cylinders and the large-scale vortex shedding behavior, we carry out large eddy simulations combined with the K-FWH equation. Firstly, the high-fidelity of the numerical treatment is verified by a comparison with the corresponding experimental results, and it has been proved that the combination of Wall Adaptive Local Eddy (WALE) viscosity model and K-FWH equation can accurately predict the distribution of noise spectrum density under different frequencies. The numerical results show that the vortex shedding frequencies of the upstream and downstream cylinders are the exactly same and the large-scale vortex shedding prove to be antiphase shedding. The mean surface drag coefficient of the upstream cylinder is larger than that of the downstream cylinder, but the pressure fluctuations on the downstream cylindrical surface are much more significant. The main contribution of the aerodynamic noise generated by flow around tandem cylinders is the dipole noise term (i. e. effects of the instantaneous pressure on the cylinder surface and the time derivative of the pressure), in which the time derivative of instantaneous pressure is the dominant component of sound pressure. The physical correlation between the instantaneous sound pressure and the lift and drag forces at a selected observation point is also explored. It is shown that the instantaneous sound pressure is mainly dominated by the sound pressure generated by the downstream cylinder. Owing to the influence of the upstream vortex shedding on the downstream cylinder vortex shedding, the downstream lift coefficient spectrum and the total noise spectrum exhibit discernable secondary peaks. Furthermore, by the Hilbert transform, it is found that the acoustic pressure strength at the observation point is not affected by the phase difference of the upstream and downstream vortex shedding. This research contributes to the understanding of the reduction of the aerodynamic noise of tandem double cylinders and sheds light on the engineering noise reduction.

Keywords: tandem double cylinders; aerodynamic noise; large eddy simulation; K-FWH equation; vortex shedding

Received: 2020-07-28; **Accepted:** 2020-10-18; **Published online:** 2020-11-03 13:44

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20201102.1411.006.html

Foundation item: National Key R & D Program of China (2019YFE0104800)

* **Corresponding author.** E-mail: yizhou@njust.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0348

阵风载荷谱的损伤分散性研究

朱俊贤, 贺小帆*, 李玉海

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)



摘 要: 载荷谱的分散性是影响机群疲劳可靠性寿命的重要因素, 阵风载荷是运输类飞机重要的损伤来源。为研究运输类飞机阵风载荷谱的损伤分散性, 基于离散阵风模型, 对调研得到的多个运输机型号的实测阵风速度超越数数据进行了统计分析; 假定指定阵风速度下的超越数服从对数正态分布, 建立了阵风速度超越数的分散性模型。采用 Monte Carlo 方法抽样得到单机阵风速度超越数曲线, 得到单机随风载荷过载谱, 计算得到单机阵风载荷谱损伤, 对机群的阵风载荷谱损伤分散进行了研究, 结合 3 个机型的使用剖面进行了算例分析。结果表明: 运输类飞机的阵风载荷谱损伤服从对数正态分布, 分散性取值与使用剖面密切相关。

关键词: 阵风载荷; 载荷谱; 载荷分散性; 损伤; 飞机结构

中图分类号: V215.5

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2129-09

在进行机群飞机结构定延寿时, 需要考虑机群寿命的分散, 评估机群的可靠性寿命^[1-2]。影响飞机结构寿命分散的因素可分为结构特性分散和载荷谱分散。结构特性分散通常是指确定的载荷谱下结构疲劳寿命的分散性, 国内外已有大量研究, 进行了不同级别的疲劳试验, 对结构特性分散的取值范围已形成了共识^[3-5]。载荷谱分散性是指按相同的使用方法使用, 机群内不同单机实际经历的载荷-时间历程存在差异性的情况。由于载荷的多样性和复杂性, 载荷谱分散性的研究, 一直是载荷谱编制和机群寿命可靠性分析的热点问题^[6-9]。

载荷谱分散性研究依赖于服役飞机的实测数据, 随着近几十年来实测数据的增加, 关于载荷分散性的认识越来越深入。为了评估机群的可靠性寿命, 机群载荷谱损伤分散性受到了关注。Lincoln 和 Melliere^[9] 基于 202 架 F15E 飞机的载荷谱分析, 认为载荷谱损伤服从对数正态分布; 王智等^[10] 基于某型飞机外场飞参数据, 进行当量损伤

计算, 认为当量损伤率服从对数正态分布; 笔者课题组^[11] 对分别隶属美国空军及澳大利亚皇家空军的 73 架、74 架 F18 飞机的载荷谱损伤进行统计分析, 认为载荷谱损伤服从对数正态分布。针对民用飞机, 姚卫星和王长江^[12] 研究认为, 在使用差异性的影响下, 民用飞机地-空-地载荷损伤服从对数正态分布; 王长江^[13] 讨论了飞行距离、阵风环境及飞行员操纵水平对载荷谱分散的影响; 笔者课题组^[14] 针对 Fokker F27 飞机的过载超越数分析, 认为载荷谱损伤服从对数正态分布。

对于运输类飞机机体结构, 阵风载荷是重要损伤源。早在 20 世纪 30 年代国外就开展了对阵风环境的研究, 发展了离散阵风模型^[15]、连续紊流模型^[16], 并基于大量的测试数据, 给出了离散阵风速度超越数曲线和连续紊流功率谱密度分布, 写入了型号研制的背景资料。但仅反映阵风的平均强度, 无法反映其分散性。随着阵风实测数据的增加, 发现阵风速度超越数存在明显的分散性, 影响因素也十分复杂, 如地形因素、季节因

收稿日期: 2020-07-21; 录用日期: 2020-08-30; 网络出版时间: 2020-09-15 14:03

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200915.1038.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(11772027); 航空科学基金(201909051002)

* 通信作者. E-mail: xfhe@buaa.edu.cn

引用格式: 朱俊贤, 贺小帆, 李玉海. 阵风载荷谱的损伤分散性研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2129-2137.

ZHU J X, HE X F, LI Y H. Damage variation of gust load spectra[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2129-2137 (in Chinese).

素、是否装备阵风雷达等^[17-18],甚至相同机型的阵风速度超越数也可能相差高达10倍^[19]。为应对阵风载荷分散性的问题,目前在载荷谱编制中主要采取保守处理^[20]。因此,需要深入研究阵风载荷分散性对损伤的影响,为飞机结构定寿提供更有益的参考。

本文从载荷谱损伤的角度,基于离散阵风模型,以实测年代较晚的多个型号的阵风速度超越数曲线为基础,基于指定阵风速度下的超越数服从对数正态分布,建立了阵风速度超越数曲线的分散性模型;结合典型军用、民用运输类飞机的使用剖面,采用 Monte Carlo 方法,获得单机的阵风载荷谱,进行损伤计算分析,定量研究阵风载荷谱的损伤分散性,得到了损伤分散性取值范围。

1 阵风速度超越数分散性

1.1 阵风速度超越数样本

运输类飞机承受的阵风载荷与其飞行过程中经历的阵风环境有关,常用离散阵风模型进行描述,离散阵风的强度和频次基于飞机结构响应反演得到。基于文献[15]提出的“1-cos”型离散阵风模型,可以将飞机重心阵风增量过载 Δn 及折算当量阵风速度 U_{de} 相互转换,以进行阵风速度分散性分析或阵风载荷计算:

$$\begin{cases} \pm \Delta n = \pm U_{de} \frac{\rho_0 K_g v_c C_{L\alpha}}{2W/S} \\ K_g = \frac{0.88\mu_g}{5.3 + \mu_g} \\ \mu_g = \frac{2W}{\rho g S \bar{c} C_{L\alpha}} \end{cases} \quad (1)$$

式中: Δn 为增量过载; U_{de} 为折算当量阵风速度; ρ_0 为空气密度,下标0表示海平面高度; K_g 为考虑飞机浮沉运动和升力增长滞后的阵风减缓因子; $C_{L\alpha}$ 为飞机升力曲线斜率,1/rad; v_c 为当量空速; S 为参考机翼面积; W 为飞机质量; μ_g 为质量参数; ρ 为空气密度; \bar{c} 为机翼平均几何弦长; g 为重力加速度。

在离散阵风模型中,阵风速度与折算当量阵风速度可基本等价,因此本文 U_{de} 也代称阵风速度。对于运输类飞机,由于使用中基本处于平稳飞行状态,可认为采用式(1)导出的离散阵风速度超越数曲线(简记为 U_{de} 超越数曲线)与飞机型号无关,只反映了大气的阵风特性。为建立 U_{de} 超越数曲线的分散性模型,考虑到适应现代先进飞机的使用情况,本文收集到多个型号的 U_{de} 超越数数据。经筛选分析得到的数据信息如表1所

表1 实测阵风速度超越数数据信息

Table 1 Information of measured gust velocity exceedance data

| 组织 | 型号 | 飞机起落次数 | 飞行时间/h | 航程/n mile |
|------|----------------------------|--------|---------|------------|
| KSSU | B747 ^[21] | 24 358 | 121 893 | 56 747 773 |
| | A320 ^[22] | 10 066 | 30 817 | 13 052 670 |
| | B737-400 ^[23] | 11 721 | 19 105 | 5 244 686 |
| FAA | B767-200ER ^[24] | 1 285 | 9 164 | 3 798 859 |
| | B777-200ER ^[25] | 10 047 | 67 000 | 30 502 553 |
| | BE1900D ^[26] | 903 | 585 | 136 440 |
| | ERJ145XR ^[27] | 47 273 | 88 305 | 34 747 170 |
| | MD82/83 ^[28] | 3 978 | 7 120 | 2 672 975 |

注:1n mile = 1.852 km;B747的原始数据以增量超越数 ΔN 的形式给出。由于重心过载计数的门槛值为0.18g,导致小 U_{de} 值的 ΔN 计数并不准确,本文将该部分数据剔除。

示,包含KSSU公布的B747在欧洲运营近十年的实测数据^[21]和FAA公布的7个型号飞机实测数据^[22-28]。详细数据可参考对应文献,这些数据表示历史中机群飞行单位海里所遭遇特定速度阵风的平均次数,代表了机群阵风过载-时间历程的平均强度。

理论上讲,向上和向下阵风出现的概率相同,因此采用式(2)^[29],将原始数据中向上和向下阵风的超越数合并,归并为单位海里的 U_{de} 超越数曲线族,如图1所示(1ft=0.3048m)。

$$N(|U_{de}|) = \sqrt{N(U_{de}^+)N(U_{de}^-)} \quad (2)$$

1.2 阵风速度超越数统计分析

假定指定 U_{de} 下的超越数 ΔN 服从对数正态分布,分布函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3)$$

式中: μ 为对数正态期望; σ 为对数正态标准差。

将超越数曲线离散化,得到 $(U_{de}, \Delta N)$ 数据对,将指定 U_{de} 下的超越数 ΔN 从小到大排列,并根据秩统计理论得到经验频率函数,国标GB/T 4882—2001推荐采用^[30]:

$$f_i = \frac{i - 3/8}{n + 1/4} \quad (4)$$

式中: i 为将 ΔN 从小到大排列后的第 i 个样本; f_i 为经验频率函数; n 为样本数量,本文中,在小 U_{de} 下 $n=8$,随着 U_{de} 增大样本数量逐渐减小,直至 $n=2$ 。

根据秩统计理论及对数正态分布性质,可得到式(5)所示的线性化分布参数拟合公式,进而得到指定 U_{de} 下的 μ, σ :

$$\lg \Delta N_i = \mu + u_{p_i} \sigma \quad (5)$$

式中: u_{p_i} 为标准正态分布中频率 f_i 对应的分位点。

由于不同实测数据的过载门槛值可能存在差异,导致小 U_{de} 值下的分布拟合结果可能与实际情况不符,本文以 $U_{de} = 5 \text{ ft/s}$ 起始,取 $\Delta U_{de} = 1 \text{ ft/s}$, μ, σ 的拟合结果分别如图 2 所示。可见阵风速度

超越数的频次随高度增加而减小;超越数分散性随高度的变化规律不明显,但一般而言低空范围的超越数分散性更大;随着 U_{de} 的增大,超越数分散性也有增大的趋势。

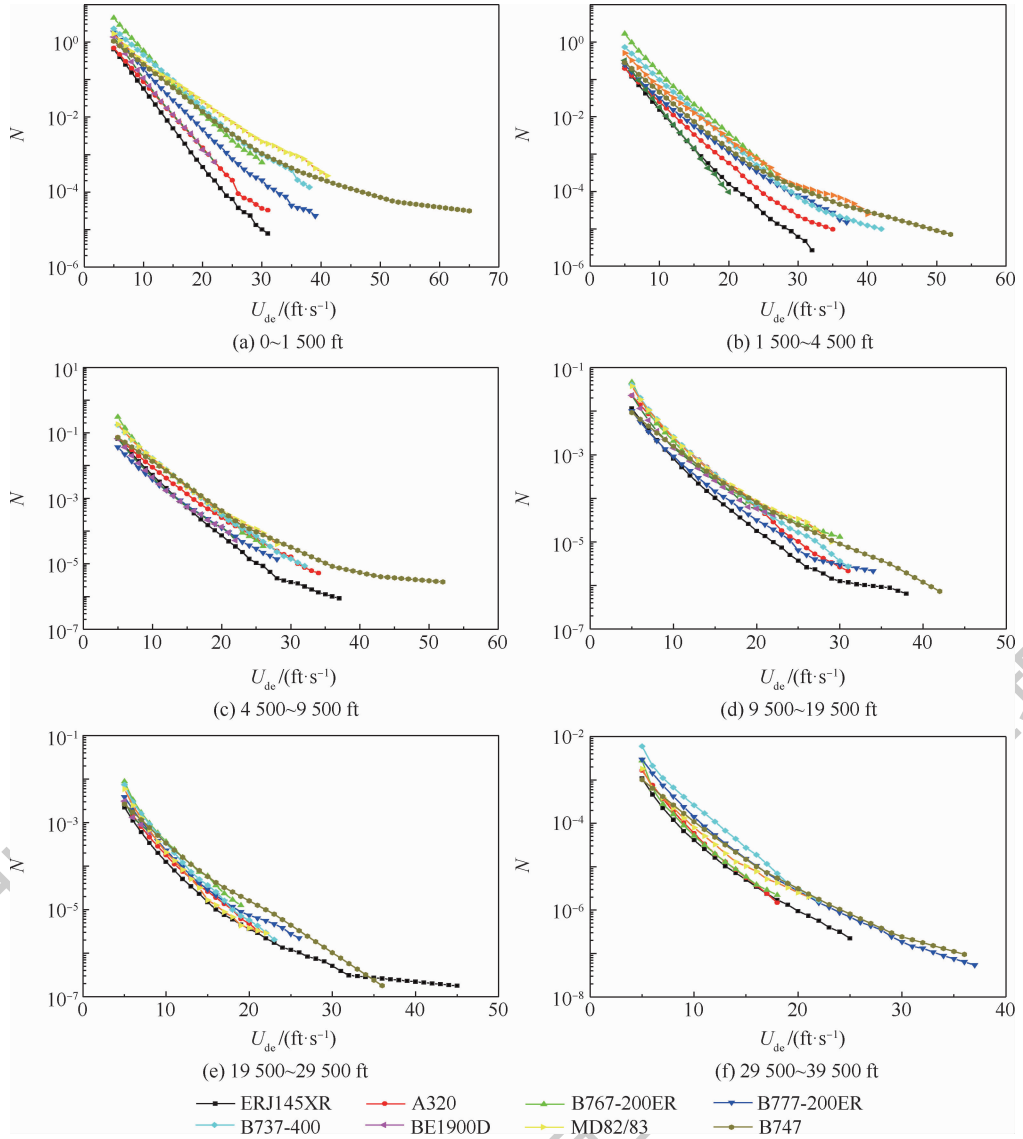


图 1 U_{de} 超越数曲线族
Fig. 1 Family of U_{de} exceedance curves

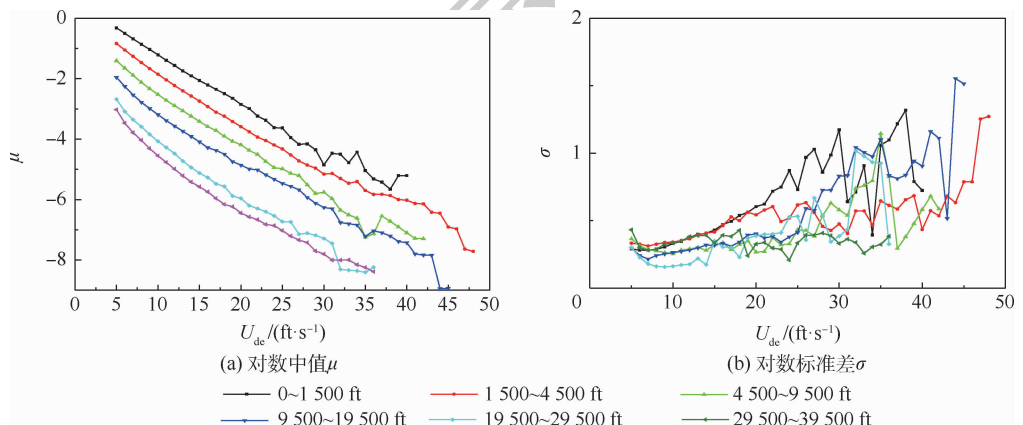


图 2 阵风速度超越数的 μ, σ 拟合结果
Fig. 2 μ and σ fitting results of gust velocity exceedances

2 特定使用剖面的阵风载荷谱损伤分散性

结合特定飞机结构的使用剖面,采用 Monte Carlo 方法模拟得到机群中不同单机的阵风速度超越数-时间历程,计算得到单机过载,进行单机当量损伤计算,对当量损伤值进行统计分析,阐明阵风载荷谱的损伤分散性。

2.1 获取单机的任务段 U_{de} 超越数曲线

基于飞机任务剖面,对每一任务段,采用 Monte Carlo 方法抽样生成任务段 U_{de} 超越数曲线。

步骤 1 抽取服从标准正态分布的随机数 $u_p \sim N(0,1)$ 。

步骤 2 根据任务段的高度,由式(5)得到 u_p 对应的指定 U_{dei} 下的 ΔN_i ,并累积计数得到 $N_i = \sum_{m < i} \Delta N_m$,进一步由 (U_{dei}, N_i) 数据对得到单位海里 U_{de} 超越数曲线:

$$\Delta N_i = 10^{\mu_i + u_p \sigma} \quad (6)$$

步骤 3 根据任务段的飞行距离及飞行次数,将单位海里 U_{de} 超越数转换为寿命期内的 U_{de} 超越数曲线。

步骤 4 对所有任务段,重复步骤 1 ~ 步骤 3,得到了该次抽样代表的单机预期阵风速度超越数-时间历程。

2.2 当量损伤计算

采用线性损伤累积理论计算阵风载荷谱的当量损伤,其中利用奥丁变换公式将循环载荷折算为脉动载荷,进一步得到折算当量损伤,步骤如下:

步骤 1 由式(1),将阵风速度循环 $\pm U_{de}$ 折算为阵风过载循环 $\pm \Delta n$ 。

步骤 2 按照计算精度要求,由式(7)将试验过载 $k(1 - \Delta n, 1 + \Delta n)$ 折算为脉动循环过载,并由式(8)计算任务段当量损伤 d_{seg} ,进一步求和得到单次抽样的载荷谱当量损伤 D (下文将当量损伤简记为损伤):

$$\begin{cases} n_e = \sqrt{n_{max}(n_{max} - n_{min})} \\ n_{max} = k(1 + \Delta n) \\ n_{min} = k(1 - \Delta n) \end{cases} \quad (7)$$

式中: k 为任务段质量与飞机使用空重之比。

$$\begin{cases} d_e = n_e^m \\ d_{seg} = \sum d_e \Delta N \\ D = \sum d_{seg} \end{cases} \quad (8)$$

式中: m 为损伤指数,与结构、材料、载荷谱等有关,

由疲劳试验确定,对于铝合金材料,可近似取为 4。

2.3 损伤分散性分析

考虑到载荷谱损伤的非负性,分别假定 D 服从对数正态分布、威布尔分布和指数分布进行分布特性检验。

1) 对数正态分布。参考 1.2 节步骤,采用秩统计理论,得到 $\lg D$ 对应的经验频率值 f_D 及分位点 $u_{p,D}$; $(\lg D, u_{p,D})$ 数据对可线性化为式(5)所示,通过计算 $(\lg D, u_{p,D})$ 数据对的相关系数 r 进行分布特性检验。

2) 威布尔分布。双参数威布尔分布如式(9)所示,通过计算 $(\lg[1 - \lg(1 - f_i)], \lg D_i)$ 数据对的相关系数 r 进行分布特性检验。

$$\lg[1 - \lg(1 - f_i)] = \alpha \lg D_i - \alpha \lg \beta \quad (9)$$

式中: α, β 为双参数威布尔分布的分布参数。

3) 指数分布。指数分布如式(10)所示,通过计算 $(\lg(1 - f_i), -D_i)$ 数据对的相关系数 r 进行分布特性检验:

$$\lg(1 - f_i) = -\lambda D_i \quad (10)$$

式中: λ 为分布拟合时估计的斜率系数。

比较 3 种分布下的相关系数 r ,可明确阵风载荷谱损伤的分布特性。

3 示例

阵风载荷谱的损伤与飞机结构的使用方式有关,本文以欧洲 A400M 飞机、美国 P3C 飞机和 B767-200 飞机为例,进行阵风载荷谱的损伤分散性研究。

3.1 使用剖面

3.1.1 军用飞机

参考文献[31],A400M 飞机(基本参数列于表 2)的典型剖面如表 3 所示,剖面总飞行次数为 3 077 次。

初期爬升的 4 个任务段飞行距离短,其余参数变化不大,合并为 1 个任务段;同理将巡航的 3 个任务段、接近的 4 个任务段分别合并,其中飞行距离直接叠加,其余参数按飞行距离加权平均。由式(11)将指示空速(n mile \cdot h⁻¹)换算为当量空速^[29];由式(12)计算 C_{La} ^[18],最终如表 4 所示。

$$\begin{cases} v_e = v_i + v_c \\ \frac{v_i}{v_e} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \end{cases} \quad (11)$$

式中: v_e 为当量空速; v_i 为指示空速; v_i 为真空速; v_c 为压缩性修正量(可查表获得)。

$$C_{La} = 3.239Ma^2 - 1.149Ma + 4.742 \quad (12)$$

表 2 A400M 飞机基本参数

Table 2 Basic parameters of A400M aircraft

| 参数 | 翼展/m | 长度/m | 高度/m | 机翼面积/m ² | 使用空重/kg |
|----|------|------|------|---------------------|---------|
| 数值 | 41.4 | 42.0 | 14.5 | 221.5 | 66 500 |

表 3 A400M 飞机典型使用剖面

Table 3 Typical flight profile of A400M aircraft

| 任务段 | 高度/ (10 ³ ft) | 质量/kg | 指示空速/ (n mile · h ⁻¹) | Ma | 距离/ n mile |
|----------|-----------------------------|---------|--------------------------------------|-------|---------------|
| 初期 爬升 | 0.25 | 137 615 | 324.1 | 0.286 | 0.3 |
| | 0.48 | 137 103 | 333.3 | 0.288 | 0.3 |
| | 0.70 | 137 103 | 342.6 | 0.288 | 1.3 |
| 爬升 | 1.2 | 137 103 | 370.4 | 0.34 | 1.5 |
| | 1.5 | 137 103 | 407.4 | 0.342 | 9.9 |
| | 6.0 | 137 103 | 407.4 | 0.370 | 51.9 |
| | 20.0 | 129 250 | 463 | 0.547 | 74.6 |
| 巡航 | 30.0 | 121 250 | 472.2 | 0.68 | 1 044 |
| | 30.0 | 107 000 | 472.2 | 0.68 | 721.4 |
| | 30.0 | 102 588 | 472.2 | 0.68 | 1 079.4 |
| 下降 | 20.0 | 102 588 | 463 | 0.54 | 72.4 |
| | 6.0 | 102 588 | 407.4 | 0.3 | 11.7 |
| 接近 | 1.5 | 101 910 | 325.9 | 0.277 | 3.6 |
| | 1.4 | 101 910 | 262.9 | 0.229 | 0.5 |
| | 1.3 | 101 910 | 262.9 | 0.228 | 0.2 |
| | 0.65 | 102 588 | 262.9 | 0.225 | 3.8 |

为研究低空巡航对阵风载荷谱损伤分散性的影响,取文献[32]中 P3C 飞机(基本参数列于表 5)任务剖面进行分析,经处理得任务段参数如表 6 所示;给定预期使用寿命为 1.8×10^4 fh^[33](fh 为飞行小时),对应 1 782 次飞行。

表 4 简化的 A400M 飞机使用剖面

Table 4 Simplified flight profile of A400M aircraft

| 任务段 | 高度/ (10 ³ ft) | 距离/ n mile | 质量/ kg | v _c / (m · s ⁻¹) | C _{La} |
|--------|-----------------------------|---------------|-----------|--|-----------------|
| 1 离场 | 0.87 | 3.4 | 137 171 | 97.9 | 4.70 |
| 2 爬升 1 | 1.5 | 9.9 | 137 103 | 113.2 | 4.73 |
| 3 爬升 2 | 6 | 51.9 | 137 103 | 113.2 | 4.76 |
| 4 爬升 3 | 20 | 74.6 | 137 103 | 126.1 | 5.08 |
| 5 巡航 | 30 | 2 844.8 | 117 872 | 127.0 | 5.46 |
| 6 初期下降 | 20 | 72.4 | 102 588 | 128.1 | 5.07 |
| 7 后期下降 | 6 | 11.7 | 102 588 | 113.2 | 4.69 |
| 8 接近 | 1.089 | 8.1 | 102 211 | 80.8 | 4.66 |

表 5 P3C 飞机基本参数

Table 5 Basic parameters of P3C aircraft

| 参数 | 翼展/m | 长度/m | 高度/m | 机翼面积/m ² | 使用空重/kg |
|----|-------|-------|-------|---------------------|---------|
| 数值 | 30.37 | 35.61 | 10.27 | 120.8 | 27 216 |

3.1.2 民用飞机

参考文献[20],取 B767-200 飞机(基本参数列于表 7)典型剖面作为民用运输机的代表,经处理得任务段参数如表 8 所示,总飞行次数为 5×10^4 次。

表 6 P3C 飞机任务段典型参数值

Table 6 Typical parameter values of mission segment of P3C aircraft

| 任务段 | 高度/ (10 ³ ft) | 距离/ n mile | 质量/ kg | v _c / (m · s ⁻¹) | C _{La} |
|--------|-----------------------------|---------------|-----------|--|-----------------|
| 1 爬升 1 | 8.9 | 134.8 | 61 917 | 108.0 | 4.77 |
| 2 巡航 1 | 17.9 | 717.6 | 58 086 | 107.5 | 4.87 |
| 3 下降 1 | 11.9 | 73.2 | 54 642 | 133.5 | 4.96 |
| 4 搜索 | 6 | 575.8 | 51 804 | 128.6 | 4.83 |
| 5 下降 2 | 3.5 | 34.7 | 49 088 | 133.8 | 4.83 |
| 6 攻击 | 1 | 270.8 | 47 875 | 154.3 | 4.90 |
| 7 爬升 2 | 16.3 | 192.1 | 45 911 | 106.6 | 4.84 |
| 8 巡航 2 | 31.7 | 1 071.6 | 41 691 | 118.7 | 5.41 |
| 9 下降 3 | 15.8 | 37.4 | 38 223 | 132.0 | 5.03 |

表 7 B767-200 飞机基本参数

Table 7 Basic parameters of B767-200 aircraft

| 参数 | 翼展/m | 长度/m | 高度/m | 机翼面积/m ² | 使用空重/kg |
|----|------|------|------|---------------------|---------|
| 数值 | 47.6 | 48.5 | 15.8 | 283.3 | 80 423 |

表 8 B767-200 飞机任务段典型参数值

Table 8 Typical parameter values of mission segment of B767-200 aircraft

| 任务段 | 高度/ (10 ³ ft) | 距离/ n mile | 质量/ kg | v _c / (m · s ⁻¹) | C _{La} |
|--------|-----------------------------|---------------|-----------|--|-----------------|
| 1 离场 | 0.87 | 2.7 | 111 132 | 95.2 | 4.68 |
| 2 初期爬升 | 1.5 | 7.8 | 110 678 | 128.6 | 4.80 |
| 3 爬升 | 6 | 66.0 | 109 318 | 151.2 | 5.20 |
| 4 巡航 | 20 | 249.0 | 107 503 | 152.3 | 5.98 |
| 5 初期下降 | 30 | 60.0 | 106 142 | 182.1 | 5.57 |
| 6 下降 | 20 | 7.1 | 106 142 | 128.6 | 4.80 |
| 7 接近 | 6 | 4.9 | 106 142 | 83.3 | 4.66 |

3.2 阵风载荷谱损伤统计分析

3.2.1 使用剖面总损伤

考虑到小速度阵风对飞机结构寿命的影响可忽略,本文以 $U_{de} = 5$ ft/s 起始,取 $\Delta U_{de} = 1$ ft/s 计算阵风损伤。分别基于 A400M、P3C、B767-200 剖面,采用 Monte Carlo 方法随机抽样 5×10^4 次,得单机样本损伤如图 3 所示,c 为次数。

假定单机的使用剖面载荷谱损伤样本分别服从 3 种分布,计算得相关系数 r 如表 9 所示。分析表明,综合而言采用对数正态分布可以较好地描述阵风载荷谱的损伤分布。进一步得到分布参数($\mu_{lg D}$, $\sigma_{lg D}$),列于表 10,记机群的平均阵风损伤为 $D_{ave} = 10^{\mu_{lg D}}$,一并列于表中。载荷谱损伤的对数标准差 $\sigma_{lg D}$ 分别为 0.175、0.287、0.161,平均损伤分别为 1.00×10^5 、 2.19×10^6 、 9.75×10^5 。与 A400M、B767-200 相比,P3C 的损伤分散性明显偏大,与低空飞行距离占比较大有关。

表 11 A400M 飞机任务段损伤分布特性检验

Table 11 Distribution characteristic test of load spectra damage of mission segments of A400M aircraft

| 任务段 | 高度/ (10 ³ ft) | r | | |
|------|-----------------------------|------------|-----------|----------|
| | | 对数正态 分布 | 威布尔 分布 | 指数 分布 |
| 离场 | 0.87 | 0.999 | 0.957 | 0.91 |
| 爬升 1 | 1.5 | 0.997 | 0.95 | 0.884 |
| 爬升 2 | 6 | 0.998 | 0.968 | 0.99 |
| 爬升 3 | 20 | 0.999 | 0.956 | 0.918 |
| 巡航 | 30 | 0.999 | 0.955 | 0.992 |
| 初期下降 | 20 | 0.999 | 0.958 | 0.959 |
| 后期下降 | 6 | 1.000 | 0.967 | 0.993 |
| 接近 | 1.089 | 0.998 | 0.955 | 0.733 |

表 12 P3C 飞机任务段损伤分布特性检验

Table 12 Distribution characteristic test of load spectra damage of mission segments of P3C aircraft

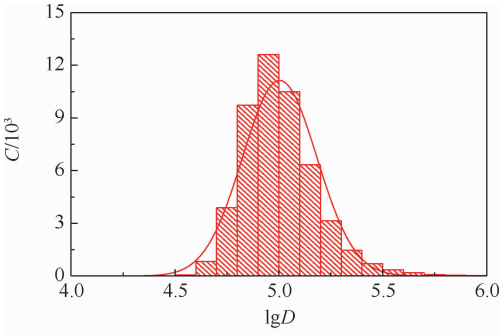
| 任务段 | 高度/ (10 ³ ft) | r | | |
|------|-----------------------------|------------|-----------|----------|
| | | 对数正态 分布 | 威布尔 分布 | 指数 分布 |
| 爬升 1 | 8.9 | 1.000 | 0.966 | 0.989 |
| 巡航 1 | 17.9 | 1.000 | 0.967 | 0.989 |
| 下降 1 | 11.9 | 1.000 | 0.968 | 0.993 |
| 搜索 | 6 | 1.000 | 0.968 | 0.983 |
| 下降 2 | 3.5 | 1.000 | 0.966 | 0.922 |
| 攻击 | 1 | 0.997 | 0.952 | 0.866 |
| 爬升 2 | 16.3 | 1.000 | 0.967 | 0.985 |
| 巡航 2 | 31.6 | 0.999 | 0.957 | 0.993 |
| 下降 3 | 15.8 | 1.000 | 0.968 | 0.989 |

表 13 B767-200 飞机任务段损伤分布特性检验

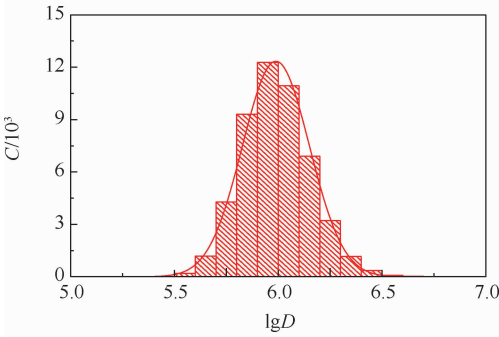
Table 13 Distribution characteristic test of load spectra damage of mission segments of B767-200 aircraft

| 任务段 | 高度/ (10 ³ ft) | r | | |
|------|-----------------------------|------------|-----------|----------|
| | | 对数正态 分布 | 威布尔 分布 | 指数 分布 |
| 离场 | 0.87 | 0.997 | 0.953 | 0.843 |
| 初期爬升 | 1.5 | 1.000 | 0.965 | 0.951 |
| 爬升 | 6 | 1.000 | 0.967 | 0.992 |
| 巡航 | 20 | 0.999 | 0.958 | 0.993 |
| 初期下降 | 30 | 1.000 | 0.965 | 0.951 |
| 下降 | 20 | 1.000 | 0.966 | 0.977 |
| 接近 | 6 | 0.997 | 0.95 | 0.71 |

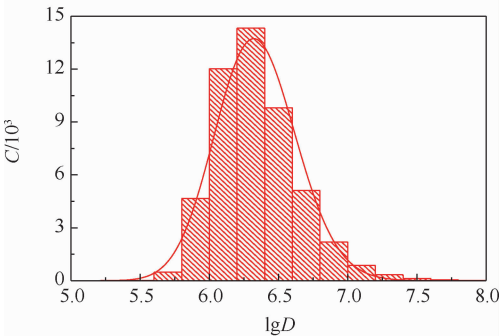
结果表明,不同任务段损伤值和分散性存在明显差异。就任务段损伤值而言,主要与飞行距离及所处高度下的 U_{de} 超越数频次密切相关,飞行距离越长, U_{de} 超越数频次越高,任务段的阵风损伤越重。就任务段损伤分散性而言,损伤分散性通常随着任务段所处高度的增加而减小;对于高度低于 1.5×10^3 ft 的任务段, $\sigma_{lg D}$ 大于 0.36;随着高度增加, $\sigma_{lg D}$ 逐渐减小;当任务段高度大于 3×10^4 ft, $\sigma_{lg D}$ 降至 0.2 以下。



(a) A400M



(b) B767-200



(c) P3C

图 3 任务剖面损伤分布

Fig. 3 Distribution of flight profiles damage

表 9 使用剖面的载荷谱损伤分布特性检验

Table 9 Distribution characteristic test of load spectra damage of flight profile

| 型号 | r | | |
|----------|--------|-------|-------|
| | 对数正态分布 | 威布尔分布 | 指数分布 |
| A400M | 0.974 | 0.904 | 0.914 |
| P3C | 0.986 | 0.919 | 0.989 |
| B767-200 | 0.997 | 0.951 | 0.963 |

表 10 使用剖面的载荷谱损伤分布参数

Table 10 Distribution parameters of load spectra damage of flight profile

| 型号 | $\mu_{lg D}$ | $\sigma_{lg D}$ | D_{ave} |
|----------|--------------|-----------------|--------------------|
| A400M | 5.004 | 0.175 | 1.00×10^5 |
| P3C | 6.34 | 0.287 | 2.19×10^6 |
| B767-200 | 5.989 | 0.161 | 9.75×10^5 |

3.2.2 任务段损伤

采用相同方法统计分析任务段的载荷谱损伤分布,如表 11 ~ 表 16 所示,记任务段平均损伤为 $d_{seg, ave}$ 。

表14 A400M飞机任务段的载荷谱损伤分布参数

Table 14 Distribution parameters of damage of load spectra of mission segments of A400M aircraft

| 任务段 | 高度/(10 ³ ft) | $\mu_{lg D}$ | $\sigma_{lg D}$ | $d_{seg. ave}$ |
|------|-------------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| 离场 | 0.87 | 0.364 | 3.892 | 7.80×10^3 |
| 爬升1 | 1.5 | 0.366 | 4.505 | 3.20×10^4 |
| 爬升2 | 6 | 0.28 | 3.635 | 4.32×10^3 |
| 爬升3 | 20 | 0.19 | 4.313 | 2.05×10^4 |
| 巡航 | 30 | 0.19 | 4.313 | 2.05×10^4 |
| 初期下降 | 20 | 0.285 | 3.403 | 2.53×10^3 |
| 后期下降 | 6 | 0.286 | 3.012 | 1.03×10^3 |
| 接近 | 1.089 | 0.369 | 3.815 | 6.53×10^3 |

表15 P3C飞机任务段的载荷谱损伤分布参数

Table 15 Distribution parameters of damage of load spectra of mission segments of P3C aircraft

| 任务段 | 高度/(10 ³ ft) | $\mu_{lg D}$ | $\sigma_{lg D}$ | $d_{seg. ave}$ |
|-----|-------------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| 爬升1 | 8.9 | 0.282 | 4.44 | 2.75×10^4 |
| 巡航1 | 17.9 | 0.282 | 5.148 | 1.40×10^5 |
| 下降1 | 11.9 | 0.285 | 4.324 | 2.11×10^4 |
| 搜索 | 6 | 0.285 | 5.092 | 1.24×10^5 |
| 下降2 | 3.5 | 0.364 | 4.529 | 3.38×10^4 |
| 攻击 | 1 | 0.373 | 6.201 | 1.59×10^6 |
| 爬升2 | 16.3 | 0.288 | 4.368 | 2.33×10^4 |
| 巡航2 | 31.7 | 0.189 | 3.751 | 5.64×10^3 |
| 下降3 | 15.8 | 0.286 | 3.754 | 5.67×10^3 |

表16 B767-200飞机任务段的载荷谱损伤分布参数

Table 16 Distribution parameters of damage of load spectra of mission segments of B767-200 aircraft

| 任务段 | 高度/(10 ³ ft) | $\mu_{lg D}$ | $\sigma_{lg D}$ | $d_{seg. ave}$ |
|------|-------------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| 离场 | 0.87 | 0.369 | 4.644 | 4.40×10^4 |
| 初期爬升 | 1.5 | 0.364 | 4.774 | 5.94×10^4 |
| 爬升 | 6 | 0.287 | 5.338 | 2.18×10^5 |
| 巡航 | 30 | 0.193 | 4.564 | 3.66×10^4 |
| 初期下降 | 15 | 0.29 | 5.541 | 3.48×10^5 |
| 下降 | 3 | 0.362 | 4.703 | 5.04×10^4 |
| 接近 | 1 | 0.371 | 4.726 | 5.32×10^4 |

对于P3C飞机,攻击任务段(任务段6)属于低空巡航, $\sigma_{lg D}$ 偏高,且 $d_{seg. ave}$ 明显高于其他任务段,因此对任务剖面的载荷谱损伤贡献显著,导致P3C任务剖面的载荷谱损伤分散性明显高于其他2个机型。

4 讨论

1) 本文基于3个典型机型给出的阵风载荷谱的对数损伤标准差取值分别为0.161、0.175、0.287。而机动载荷谱的对数损伤标准差取值为0.10~0.17^[9,12-15],结构对数寿命标准差的取值范围为0.10~0.20^[4-8]。显然,阵风谱的分散性略大于机动载荷谱和结构特性的分散性。

2) 阵风载荷谱的损伤分散性与使用方式(使用剖面)和使用环境(大气环境中 U_{de} 超越数固有的分散性)相关。影响最为密切的是使用剖面中各任务段的高度及飞行距离。飞机结构在低空中的飞行距离占比越高,结构所受的阵风损伤越大,阵风损伤的分散性也越大;随着高空中飞行距离占比的增大,阵风损伤值及损伤的分散性均逐渐下降。

5 结论

本文基于运输类飞机的实测阵风速度超越数数据的统计分析,建立了阵风分散性模型;并结合军用、民用飞机的具体使用剖面,进行了阵风载荷谱损伤分散性的算例分析,结果表明:

1) 阵风速度超越数的分散性随着高度的增加而减小,随着阵风速度值的增大而增大。

2) 机群阵风载荷谱损伤可用对数正态分布描述,分散性的取值与使用剖面密切相关;在本算例中,阵风载荷谱损伤的对数标准差的取值范围为0.16~0.29。

参考文献 (References)

- [1] 中国人民解放军总装备部. 军用飞机结构强度规范. 第6部分:重复载荷、耐久性和损伤容限:GJB 67.6A—2008[S]. 北京:中国人民解放军总装备部,2008:2-6.
General Armament Department of the Chinese People's Liberation Army. Military airplane structural strength specification. Part 6: Repeated loads, durability and damage tolerance: GJB 67.6A—2008[S]. Beijing: General Armament Department of the Chinese People's Liberation Army, 2008: 2-6 (in Chinese).
- [2] Department of Defense of USA. Joint service specification guide:JSSG-2006[S]. Washington, D. C.: Department of Defense of USA, 2002:62-64.
- [3] SVENSSON T. Prediction uncertainties at variable amplitude fatigue[J]. International Journal of Fatigue, 1997, 19(93):295-302.
- [4] TOVO R. On the fatigue reliability evaluation of structural components under service loading[J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(7):587-598.
- [5] 贺小帆,王强,刘文珽. 基于Fokker 27飞机过载-超越数曲线族的严重超越数包线选取[J]. 航空学报, 2013, 34(4): 840-845.
HE X F, WANG Q, LIU W T. A method for determining the exceedance envelope of severe spectrum based on the acceleration-exceedance curves of Fokker 27 airplanes[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(4): 840-845 (in Chinese).
- [6] HOFFMAN M E, HOFFMAN P C. Corrosion and fatigue research—Structural issues and relevance to naval aviation[J].

- International Journal of Fatigue, 2001, 23: 1-10.
- [7] SCHIJVE J. Statistical distribution functions and fatigue of structures[J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(9): 1031-1039.
- [8] 贺小帆,董彦民,刘文斑.结构和载荷谱分散性分离的疲劳寿命可靠性[J].航空学报,2010,31(4):732-737.
HE X F, DONG Y M, LIU W T. Reliability analysis on fatigue life with separated structural and load spectrum scatters[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(4): 732-737 (in Chinese).
- [9] LINCOLN J W, MELLIERE R A. Economic life determination for a military aircraft[J]. Journal of Aircraft, 1999, 36(5): 737-742.
- [10] 王智,刘文斑,王磊.单机结构疲劳分散系数研究[J].机械强度,2009,31(1):150-154.
WANG Z, LIU W T, WANG L. Study on fatigue scatter factor of individual aircraft structure[J]. Journal of Mechanical Strength, 2009, 31(1): 150-154 (in Chinese).
- [11] 李唐,贺小帆,隋芳媛,等.战斗机机群载荷谱损伤分散系数确定方法[J].工程力学,2017,34(4):241-247.
LI T, HE X F, SUI F Y, et al. Fatigue scattering factor for load spectra in a fighter fleet[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(4): 241-247 (in Chinese).
- [12] 王长江,姚卫星.使用情况差异对民机载荷谱地空地损伤分散性的影响[J].机械强度,2013,35(5):668-673.
WANG C J, YAO W X. Gag damage scatter of civil aircraft load spectra dur to variation in aircraft usage[J]. Journal of Mechanical Strength, 2013, 35(5): 668-673 (in Chinese).
- [13] 王长江.民机载荷谱分散性及其等效方法研究[D].南京:南京航空航天大学,2014.
WANG C J. Load spectrum equivalent approach and scatter analysis of civil aircraft [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014 (in Chinese).
- [14] 李唐,贺小帆,刘文斑.基于Fokker F27机群载荷谱损伤分散性计算分析[J].北京航空航天大学学报,2015,41(3):551-558.
LI T, HE X F, LIU W T. Calculation and analysis of the scatter of load spectrum damage based on Fokker F27 airplanes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(3): 551-558 (in Chinese).
- [15] DONELY P. Summary of information relating to gust loads on airplanes; NACA TR-997[R]. Langley Field; Langley Aeronautical Laboratory, 1950; 8-14.
- [16] HOBLIT F M, PAUL N, SHELTON J D, et al. Development of a power-spectral gust design procedure for civil aircraft; FAA-ADS-53[R]. Burbank; Lockheed-California Company, 1966; 125-150.
- [17] BULLEN N I. A review of information on the frequency of gusts at low altitude; RAE Tech. Rep. 65141[R]. London; Her Majesty's Stationery Office, 1965; 3-7.
- [18] BENOY M B, GRAYLEY M E, et al. Average gust frequencies, subsonic transport aircraft; ESDU 69023D[R]. London; ESDU, 1989; 13-15.
- [19] ZALOVCIK J A, JEWEL J W, MORRIS G J, et al. Comparison of VGH data from wide-body and narrow-body long-haul turbine powered transports; NASA TN D-8481[R]. Washington, D. C.; NASA, 1977; 3-10.
- [20] FOWLER K R, WATANABE R T. Development of jet transport airframe fatigue test spectra[C]//STPI006-EB Development of Fatigue Loading Spectra. West Conshohocken; ASTM, 1989; 36-64.
- [21] HOUBOLT J C. Manual on the flight of flexible aircraft in turbulence[M]. London: Specialised Printing Services Limited, 1991; 34-36.
- [22] RUSTENBURG J W, SKINN D A, TIPPS D O. Statistical loads data for the Airbus A320 aircraft in commercial operations; DOT/FAA/AR-02/35[R]. Springfield; FAA, 2002; 74-83.
- [23] RUSTENBURG J W, SKINN D A, TIPPS D O. Statistical loads data for the Boeing 737-400 aircraft in commercial operations; DOT/FAA/AR-98/28[R]. Springfield; FAA, 1998; 59-69.
- [24] TIPPS D O, RUSTENBURG J W, SKINN D A. Statistical loads data for the B767-200ER aircraft in commercial operations; DOT/FAA/AR-00/10[R]. Springfield; FAA, 2000; 53-60.
- [25] TIPPS D O, SKINN D A, RUSTENBURG J W, et al. Statistical loads data for the Boeing 777-200ER aircraft in commercial operations; DOT/FAA/AR-06/11[R]. Springfield; FAA, 2006; 74-81.
- [26] TIPPS D O, SKINN D A, RUSTENBURG J W. Statistical loads data for the BE1900D aircraft in commercial operations; DOT/FAA/AR-00/11[R]. Springfield; FAA, 2000; 57-59.
- [27] JONES T, RUSTENBURG J W, SKINN D A. Statistical loads data for the Embraer-145XR aircraft in commercial operations; DOT/FAA/AR-07/61[R]. Springfield; FAA, 2007; 64-70.
- [28] SKINN D A, TIPPS D O, RUSTENBURG J W. Statistical loads data for MD82/83 aircraft in commercial operations; DOT/FAA/AR-98/65[R]. Springfield; FAA, 1999; 51-57.
- [29] JONGE J B. Reduction of incremental load factor acceleration data to gust statistics; DOT/FAA/CT-94/57[R]. Springfield; FAA, 1999; 51-57.
- [30] 国家质量技术监督局.数据的统计处理和解释正态性检验; GB/T 4882—2001[S].北京:中国标准出版社,2004.
State Bureau of Quality and Technical Supervision of the People's Republic of China. Statistical interpretation of data; Normality tests; GB/T 4882—2001[S]. Beijing: Standards Press of China, 2004 (in Chinese).
- [31] ASKAR T. A400M fatigue load philosophy; M00RP0411804[R]. Hamburg; Airbus Operations GMBH, 2010; 13.
- [32] SHERMAN D J. An examination of the fatigue meter records from the RAAF orion P-3C fleet; AR-005-602[R]. Melbourne; DSTO, 1989; 20-29.
- [33] TRAN J K. An analysis of the U. S. Navy P-3C orion service life extension program; NSN 7540-01-280-5500[R]. Monterey; Naval Postgraduate School, 2014; 39.

Damage variation of gust load spectra

ZHU Junxian, HE Xiaofan^{*}, LI Yuhai

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: Load spectrum variation matters to fatigue reliability service life of a fleet. For transport aircraft, gust load is one of the critical damage sources. To study the damage variation of gust load spectra, two parts have been investigated. In the first process, gust velocity exceedance measured in service of several transport aircraft are statistically analyzed based on discrete-gust model. It is assumed that incremental exceedance of specific gust velocity follows lognormal distribution, and a model of gust velocity exceedance variation is built. In the second process, the damage variation of gust load spectra is studied. With the help of Monte Carlo simulation, gust velocity exceedance curves of aircraft in a fleet are acquired, after which damage of gust load spectra can be calculated. To examine the validity of the methodology, numerical examples are calculated, in which flight profiles of 3 specific transport aircraft are used. The results show that damage variation of gust load spectra of transport aircraft follows lognormal distribution and the values of scatter factor are relevant to flight profiles.

Keywords: gust load; load spectrum; load variation; damage; aircraft structure

Received: 2020-07-21; **Accepted:** 2020-08-30; **Published online:** 2020-09-15 14:03

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200915.1038.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11772027); Aeronautical Science Foundation of China (201909051002)

*** Corresponding author.** E-mail: xfhe@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0360

环量控制翼型非定常气动力建模

雷玉昌^{1,2}, 张登成^{3,*}, 张艳华³

(1. 空军工程大学 研究生院, 西安 710051; 2. 中国人民解放军 95034 部队, 百色 533600;

3. 空军工程大学 航空工程学院, 西安 710038)



摘 要: 针对目前环量控制技术中射流参数与迎角对翼型气动特性的影响高度耦合, 对应非定常气动力模型精度较差的研究现状, 基于环量控制翼型强迫俯仰振动数值模拟数据, 借助 Kriging 模型实现环量控制翼型的定常气动力插值, 借助微分方程模型完成了适用于环量控制翼型的线性微分方程建模, 采用两步线性回归参数辨识方法辨识线性微分方程模型中特征时间常数等参数, 对高动量系数大振幅流动状态下的非线性影响进行修正。研究结果表明: 基于 Kriging 模型实现的环量控制翼型定常气动力插值精度较传统气动导数模型高, 建立的环量控制翼型非定常气动力模型能够精确预测不同流动状态下的气动力和力矩系数变化情况。

关键词: 环量控制; 非定常气动力; 翼型; 数值模拟; 气动力模型; 参数辨识

中图分类号: V212.1; V211.3

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2138-11

在航空技术应用中, 使用环量控制技术作为主动流动控制的解决方案越来越引起人们的注意^[1-2]。环量控制技术是指在翼型后缘表面开缝以形成沿着物面切向的射流, 用以增加沿着翼型表面的环量, 进而增加升力^[3-4]。风洞试验和数值仿真结果表明, 环量控制技术能够大幅度提高翼型升力, 并在高升力条件下改善升阻比^[5-6]。环量控制技术最初就是因为其卓越的高升力性能而引起关注, 经过八十多年的发展, 该技术逐渐在无尾飞行器的气动力控制、风力涡轮机的载荷控制、降低噪声、降低飞行器结构质量及提高隐身性能等方面表现出优越的性能^[7-10]。特别是在无尾飞行器的控制方面, 逐渐表现出了替代传统控制舵面的发展趋势。英国 BAE 系统公司先后试飞了“恶魔(Demon)”、“Magma”等技术验证无人机, 利用环量控制技术进行了滚转操作, 验证了环量控制射流替代传统舵面的可行性^[11-12]。虽然已经证明了环量控制技术的相关优越性, 但要实现可用的环量控制射流, 还有很多关键理论和技

术问题需要研究。其中考虑迎角改变时环量控制射流对于非定常气动力的瞬态反应是必不可少的。因为一方面环量控制射流并不能像传统舵面一样, 在迎角改变时与翼型保持同步偏转, 而是存在时间迟滞效应; 另一方面高动量系数情况下会导致机翼提前失速, 导致翼型在中小迎角下就会出现失速分离情况。因此, 传统飞行器的非定常气动力模型将无法适用于环量控制飞行器。而飞机过失速机动时会产生流动分离和漩涡破碎, 使得气动力和气动力矩呈现高度的非线性和非定常特性^[13-14]。建立环量控制翼型在机动过程中的非定常气动力模型, 对于准确理解射流作用机理及进行飞行控制系统设计具有重要意义。

目前, 关于环量控制技术的研究中并未建立起高精度的非定常气动力模型。Loth 和 Englar 等^[15-16]给出了基于定常实验数据的曲线拟合公式, 其中, 文献[15]给出的经验公式在较低迎角、单射流情况下与可用实验数据有较好的一致性。Hoholis^[17]针对二维环量控制翼型的气动参数进

收稿日期: 2020-07-24; 录用日期: 2020-12-21; 网络出版时间: 2021-01-06 14:38

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20210106.0950.001.html

* 通信作者。E-mail: dengcheng_zhang@163.com

引用格式: 雷玉昌, 张登成, 张艳华. 环量控制翼型非定常气动力建模[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2138-2148.

LEI Y C, ZHANG D C, ZHANG Y H. Unsteady aerodynamic modeling of circulation control airfoil[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2138-2148 (in Chinese).

行了曲线拟合,并添加了稳定性导数以凸显其非定常效应,结果表明,该方法对升力和力矩系数预测结果较好,对阻力系数预测较差,而且并不能准确预测非定常效应的气动力迟滞效应。Krukow 和 Dinkler^[18] 在进行环量控制机翼的气动弹性研究中利用高阶多项式拟合得到了定常气动力模型。Semaan 等^[19] 使用 LASSO 方法辨识了周期性射流和脉冲型射流叠加后对机翼升力系数的增量影响。综上所述,目前对于环量控制飞行器气动力模型的建立多集中在定常模式下,对非定常气动力模型的研究较为匮乏。而传统飞行器非定常气动力建模的发展已经历经了几十年,逐渐发展形成了气动导数模型^[20]、状态空间模型^[21]和微分方程模型^[22]等数学模型和模糊逻辑模型^[23]、神经网络模型^[24]等人工智能模型。这些模型都能在一定程度上描述传统飞行器在大迎角下的非定常气动力变化趋势。

因此,本文借助高精度的数值仿真技术,分析环量控制翼型非定常流动状态。基于微分方程模型,添加环量控制射流参数源项。通过两步线性回归参数辨识方法建立适用于环量控制翼型的非定常气动力数学模型,并对高动量系数下的非线性影响进行修正。通过对任意条件下的非定常流动充分建模,用于环量控制技术的非定常状态研究。

1 数值计算方法与验证

1.1 计算模型和网格

超临界翼型有着钝前缘、大厚弦比的特点,内部能够容纳环量控制技术所需要的供气机构或管道等,因而成为环量控制技术良好的研究翼型。本文采用修形过的超临界翼型进行相关研究。翼型相对厚度为 17%,弦长 $c = 240 \text{ mm}$ 。采用文献^[25]中的修形方法,将距后缘 25% 弦长的部分修形处理,按照后缘半径 $r/c = 2\%$ 绘制柯恩达后缘曲面,射流口高度 $h = 0.001c$ 。图 1 为修形过的超临界翼型示意图。计算区域选取翼型弦长的 30 倍,网格剖分时采用结构网格,生成 O 型网格拓扑结构,边界层内第 1 层的网格高度约为 $1 \times 10^{-5} \text{ m}$,射流口附近第 1 层网格高度为 $2 \times 10^{-6} \text{ m}$,保证第 1 层高度的 y^+ 均小于 1,以满足黏性底层的计算要求。网格总数约为 58 万,进行非定常计算时采用 FLUENT 网格动态重构技术,图 2 为翼型网格划分及非定常计算过程迎角 α 从 -5° 变化到 5° 翼型后缘网格变形情况。可以看出,网格适应情况较好。

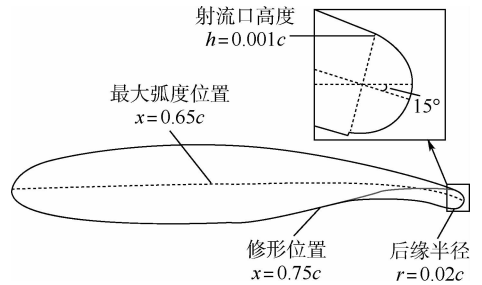
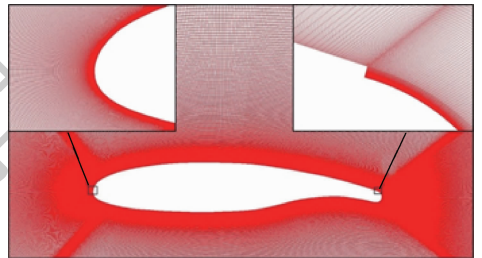
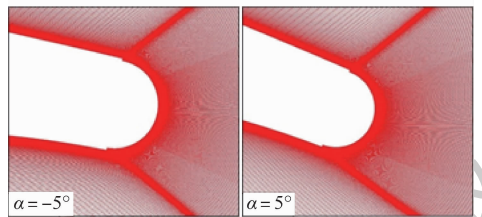


图 1 修形后的超临界翼型

Fig. 1 Supercritical airfoil after modification



(a) 网格划分情况



(b) 网格变形情况

图 2 翼型计算网格

Fig. 2 Airfoil's computational grid

1.2 计算方法和验证

本文的数值模拟方法采用二维雷诺平均 Navier-Stokes 方程,其积分形式为

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \mathbf{Q} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \mathbf{F}_c \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\partial\Omega} \mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n} dS$$

式中: \mathbf{Q} 为流动变量; Ω 为控制体; \mathbf{F}_c 和 \mathbf{F}_v 分别为无黏性通量和黏性通量; \mathbf{n} 为控制体面的外法线向量。采用 $k-\varepsilon$ SST 湍流模型,该模型对于有较大逆压梯度的边界层流动、分离预测性能较好。采用有限体积法离散控制方程,黏性通量采用二阶迎风格式离散。远场边界为压力远场,壁面边界采用无滑移壁面条件。

本文采用的数值仿真软件为商用软件 FLUENT。采用的求解器为基于 Simple 方法的 Pressure-Based Solver。对求解不可压缩流动及微可压流动效果较好。该方法对于非定常问题的流动计算,主要借助隐式时间积分方案,在每个计算时间步内进行迭代,在计算步之内的内迭代计算与普通稳态问题的内迭代计算是相类似的,在得到本时间步内的收敛解之后,转入下一个时间步进行继续计算。

为了验证本文所采用数值计算方法的准确性,分别对标模 NACA0012 翼型强迫俯仰振动下的非定常气动力数据及环量控制翼型在射流吹气

下的定常气动力数据进行对比验证。

对于标模 NACA0012 翼型而言,计算过程中强迫翼型绕重心做俯仰振荡,其迎角变化规律为

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_m \sin(kt) \quad (1)$$

式中:减缩频率 $k = \omega c / (2V_\infty)$, c 为弦长; V_∞ 为来流速度; t 为无量纲时间; α_0 为基准迎角; α_m 为振幅。减缩频率用来描述翼型的振荡频率。计算条件: $k = 0.0814$, $\alpha_0 = 0.016^\circ$, $\alpha_m = 2.51^\circ$ 。本文计算时采用的物理时间步长 $t = 0.01T$, 内迭代步数为 50, 其中 T 表示翼型非定常运动周期。为加快收敛,初始解从中心迎角处的定常收敛解开始计算。将计算结果与文献[26]中 Landon 的实验结果和 Uygun 的数值仿真结果进行对比,结果如图 3 所示。图中: C_L 为升力系数, α 为迎角。在部分迎角下,仿真结果与实验数据存在差异,但是在总体上与实验数据是一致的,能够反映非定常流动时的气动力变化趋势。

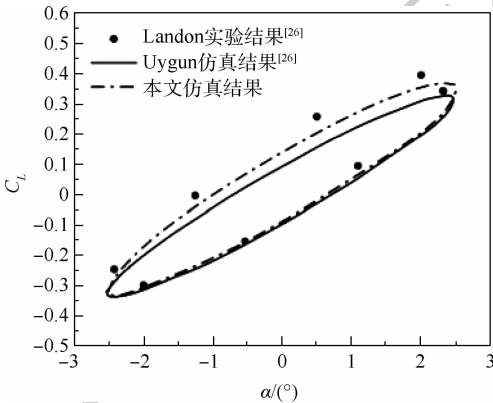


图 3 NACA0012 翼型非定常升力系数仿真与实验对比
Fig. 3 Comparison of simulation and experimental results of unsteady lift coefficient of NACA0012 airfoil

对于环量控制翼型而言,动量系数是影响环量控制中后缘射流控制效果的重要参数,升阻特性受动量系数影响较大,其定义为

$$C_\mu = \frac{\dot{m} V_{jet}}{0.5 \rho_\infty V_\infty^2 S} \quad (2)$$

式中: \dot{m} 为射流出口处的质量流量; V_{jet} 为射流速度; ρ_∞ 为来流密度; V_∞ 为来流速度; S 为二维翼型单位展长的面积,在数值上等于弦长 c 。假定气流等熵膨胀至射流出口,远前方来流静压为射流出口静压。通过调节射流出口速度,调节射流出口处的质量流量和动量系数。本文将使用上述参数作为后缘射流的边界条件,调整参数以进行相关研究。对 0° 迎角下不同吹气动量系数下的环量控制翼型进行数值模拟。计算条件为:来流速度为 30 m/s,来流温度为 293.15 K,雷诺数为 5×10^5 ,动量系数在 0 ~ 0.06 之间变化。将仿真结果与文献[25]中的实验数据进行对比,仿真采用稳态方法,结果如图 4 所示,仿真结果与实验数据基本

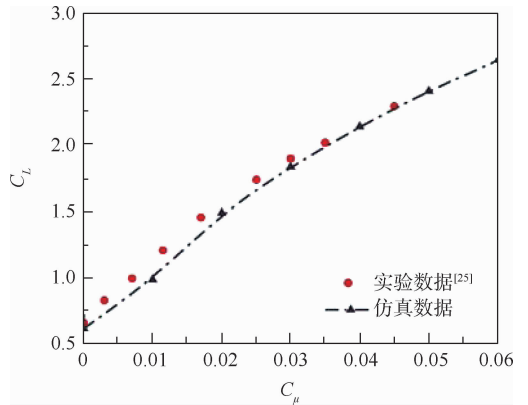


图 4 环量控制翼型升力系数仿真与实验对比
Fig. 4 Comparison of simulation and experimental results of circulation control airfoil's lift coefficient

吻合。综上所述,本文采用的数值计算方法应当能够较好地模拟环量控制翼型的非定常气动力数据。

2 定常气动力插值

借助数值仿真或风洞试验手段得到的翼型以迎角作为自变量的气动参数往往具有极大的离散性和不完整性,因此,在进行气动力和力矩建模时需要离散的气动力数据进行拟合或插值,使之成为光滑的连续函数。本节基于 Kriging 模型对定常状态下的环量控制翼型气动力进行插值处理,并与传统气动导数模型的预测精度进行对比。

2.1 Kriging 模型

Kriging 模型最初是由南非采矿工程师 Krige 在 1951 年提出的一种空间估计技术,最初应用于矿床储量计算和误差估计,经过几十年的发展,逐渐在地质、气象、航空航天、汽车等领域得到发展和应用^[27]。Kriging 模型由于其卓越的非线性函数插值预测能力和误差估计功能,正在受到越来越多的关注。

设 m_1, m_2, \dots, m_n 为数量集上的一系列变量值。 $z(m_1), z(m_2), \dots, z(m_n)$ 为相应的参数值。则 Kriging 模型定义变量 m_0 处的插值结果 $z^*(m_0)$ 为已知样本值的线性加权,即

$$z^*(m_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(m_i) \quad (3)$$

因此,通过求解加权系数 λ_i 就可以得到数量集中任意位置的参数估计值。关于 Kriging 模型的详细介绍和推导参见文献[27]。

影响环量控制翼型定常气动力的主要因素包括迎角 α 和动量系数 C_μ 。仿真计算了 α 为 $-5^\circ \sim 15^\circ$, C_μ 为 0 ~ 0.06 之间的气动力参数。

环量控制翼型的气动力参数呈现高度的非线性特征,迎角 α 和动量系数 C_μ 对气动力的影响高度耦合,翼型失速与动量系数大小密切相关,动量系数越大,翼型失速迎角越小。以其气动力参数可作为两者的空间分布变量。选取样本数量集

α 为 $-5^\circ \sim 15^\circ$, C_μ 为 $0 \sim 0.06$ 之间的离散气动力参数。对样本数量集进行归一化后利用 Kriging 模型分不同方向进行函数计算,其预测结果和均方根误差结果如图 5 和图 6 所示。

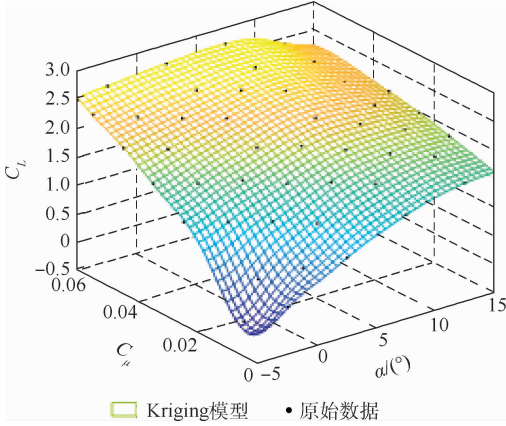


图 5 Kriging 模型预测结果

Fig. 5 Prediction result of Kriging model

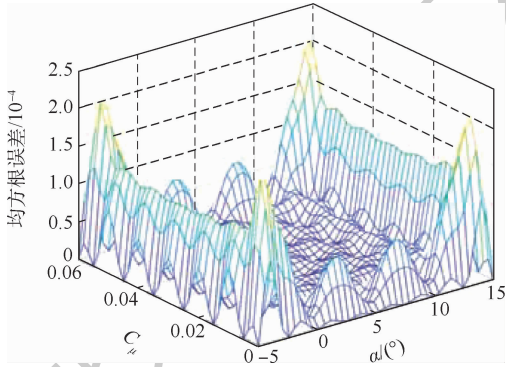


图 6 Kriging 模型预测误差

Fig. 6 Prediction error of Kriging model

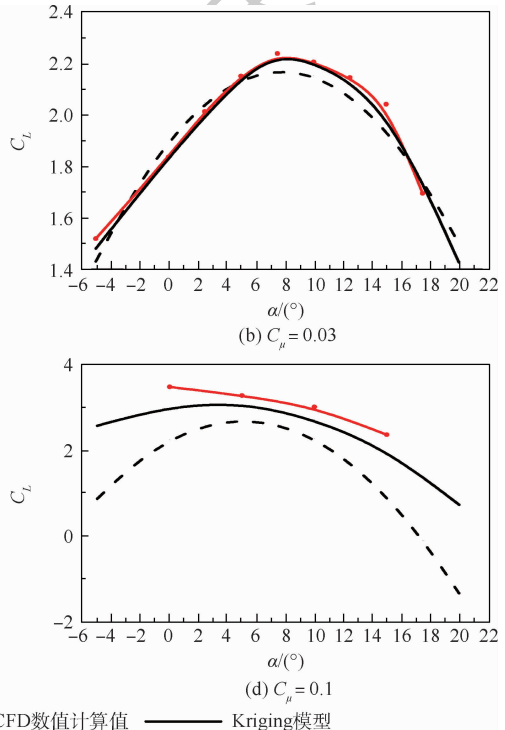
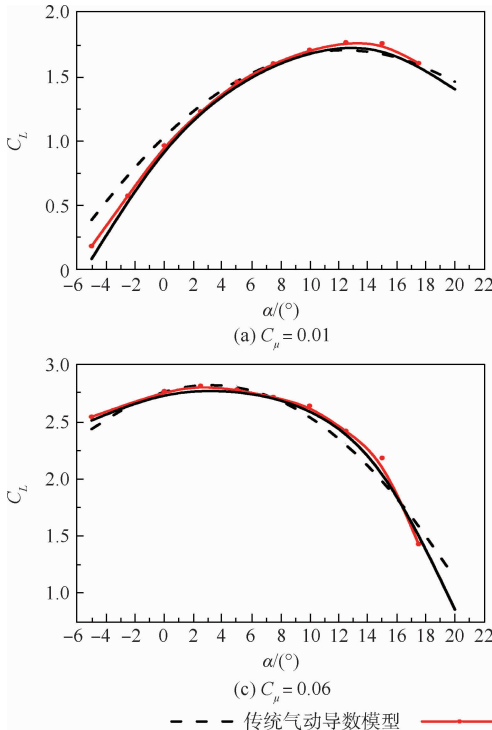


图 7 Kriging 模型与传统气动导数模型对比结果

Fig. 7 Comparison between Kriging model and aerodynamic derivative model

从整体上来看,Kriging 模型对于环量控制翼型的定常气动力插值结果精度较高,特别是对于采样点范围内的内插结果误差值低于 1×10^4 。对于边界值误差较高,这反映了模型对气动力参数的外插能力需要进一步提高。Kriging 模型能够实现环量控制翼型气动力参数设计的光滑连续插值,且具有较高的预测精度。

2.2 传统气动导数模型

传统的气动导数模型是基于线性叠加原理,假设气动力可由飞行器迎角、舵面偏角、角速度等状态变量线性叠加,其本质是气动力的泰勒展开式分解后只保留其一阶表达式,保留的各状态变量系数分别被称为气动静、动导数。对于定常气动力而言,仅涉及气动静导数。为了提高气动导数模型在大迎角非线性情况下的预测精度,一般采用高阶展开式进行拟合,以升力系数为例可以表示为

$$C_L = f_0 + f_1\alpha + f_2\alpha^2 \quad (4)$$

将射流的影响分为两部分:一部分设置为初始状态量,包含在系数 f_0 中,另一部分用于修正迎角带来的气动力影响,包含在系数 f_1 和 f_2 中。将系数 f_i 设置为射流动量系数的三次多项式函数:

$$f_i = f_{i0} + f_{i1}C_\mu + f_{i2}C_\mu^2 + f_{i3}C_\mu^3 \quad (5)$$

分别在不同的吹气动力系数下验证 Kriging 模型与传统气动导数模型的准确性,将 2 种模型的预测结果与 CFD 数值计算值进行比较,图 7 给出了不同动量系数下 2 种模型的预测情况。

从图7中可以看出,在采样范围的动量系数(C_μ 为0~0.06)作用下,Kriging模型较传统的气动导数模型预测精度有明显提升,预测结果更加接近CFD计算值,并能准确预测失速迎角范围;对于采样范围之外的参数,Kriging模型仍然能保持一定的预测精度,预测效果较传统气动导数模型有较大提升。

3 非定常气动力建模

环量控制射流相较于传统舵面而言可以大幅度提高翼型升力、改善升阻比,这使得环量控制飞行器往往在小迎角下就能够获得传统飞行器在大迎角下的气动力特性。因此,本文主要进行中低迎角($-5^\circ \sim 10^\circ$)下的环量控制翼型非定常气动力建模。

3.1 环量控制翼型非定常气动力模型

在机翼小振幅强迫振荡风洞试验中,若还未出现深动态失速现象,则根据小扰动假设,气动力参数可以由高阶线性状态方程表示,包括定常和非定常两部分^[28]。其中定常气动力反映了机翼振荡过程中的气动力快速响应部分,非定常气动力部分则反映了机翼运动导致的流场内涡系移动产生的气动力迟滞效应。已有的研究表明^[29],环量控制射流通过改变翼型表面压力分布、控制分离点移动而改变气动力系数,这与迎角对气动力系数的作用机理一致。对于环量控制翼型而言,动量系数与迎角共同影响翼型的气动力系数,并且呈现高度耦合。以纵向运动为例,气动力参数可以表示为

$$C_i = C_{att}(\alpha, C_\mu) + C_{att}(\alpha, C_\mu)\dot{\alpha} + C_{dyn} \quad (6)$$

式中: C_i 为气动力矩系数; $C_{att}(\alpha, C_\mu)$ 为气流在附着流动的状态下,即无分离假设下的气动力系数; $C_{att}(\alpha, C_\mu)$ 为机翼定常俯仰下的气动力系数; $\dot{\alpha}$ 为迎角变化率; C_{dyn} 为非定常气动力增量。

上述模型适用于尚未出现深动态失速时的气动力系数变化情况,其中, C_{dyn} 采用以下线性微分方程式表示:

$$\begin{cases} \tau \frac{dC_{dyn}}{dt} = \Delta C(\alpha, C_\mu) - C_{dyn} \\ \Delta C(\alpha, C_\mu) = C_{st}(\alpha, C_\mu) - C_{att}(\alpha, C_\mu) \end{cases} \quad (7)$$

式中: τ 为非定常运动中的特征时间常数; $C_{st}(\alpha, C_\mu)$ 为实际定常状态下气动力系数,即Kriging模型预测值; $\Delta C(\alpha, C_\mu)$ 为由于气流分离导致的定常气动力增量。

对于环量控制翼型而言,假设在迎角俯仰过程中射流动量系数不变,这种假设是合理的,目前

对于传统舵面飞行器在大迎角下非定常气动力模型的建立也是基于舵面偏角不变的情况。

3.2 非定常气动力模型参数辨识

借助经典的强迫振动法计算谐振运动过程中的非定常气动力,强迫翼型绕重心做小幅度的俯仰振荡,其迎角变化规律为

$$\Delta\alpha = \alpha_m \sin(k\bar{t}) \quad (8)$$

$$\dot{\alpha} = k\alpha_m \cos(k\bar{t}) \quad (9)$$

式中: $\Delta\alpha$ 为迎角改变幅度。

非定常气动力系数可以看做时间 \bar{t} 的连续函数,因此,可以将翼型小幅度俯仰振荡过程中的气动力系数变化按照减缩频率进行傅里叶分解,以升力系数为例,保留一阶形式可以表示为

$$C_L = C_0(\alpha_0, C_{\mu 0}) + C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0}, k)\alpha_m \sin(k\bar{t}) + C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0}, k)k\alpha_m \cos(k\bar{t}) \quad (10)$$

式(10)表示了气动力系数可类似于“小扰动”假设,由基准系数加上扰动系数构成。其中, $C_0(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 表示中心迎角对应下的基准气动力系数; $C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0}, k)$ 称为同相导数; $C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0}, k)$ 称为异相导数。

基于小振幅情况下的线性假设:

$$\Delta C(\alpha, C_\mu) = \Delta C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0})\alpha_m \sin(k\bar{t}) \quad (11)$$

该假设表示在小振幅情况下实际静态气动力系数与气流不分离假设下静态气动力系数之量与迎角变化近似呈现线性关系。 $\Delta C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 表示该差值与迎角变化之间的导数。

借助欧拉方程求解微分方程式(7),即求解下述方程组:

$$\begin{cases} \tau \frac{dC_{dyn}}{dt} + C_{dyn} = \Delta C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0})\alpha_m \sin(k\bar{t}) \\ \sin(k\bar{t}) = (e^{iki} - e^{-iki})/(2i) \end{cases} \quad (12)$$

使用微分算子法容易解得方程组(12)的解,将式(8)、式(9)的迎角变化规律代入式(6)中,与式(10)的相关系数作对比后整理得到以下关系:

$$\begin{cases} C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0}, k) = C_{att}(\alpha_0, C_{\mu 0}) + \frac{\Delta C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0})}{1 + k^2\tau^2} \\ C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0}, k) = C_{att}(\alpha_0, C_{\mu 0}) + \frac{\tau\Delta C_\alpha(\alpha_0, C_{\mu 0})}{1 + k^2\tau^2} \end{cases} \quad (13)$$

由上述推导可知,同相导数并不等同于静导数,异相导数也并不等同于动导数。

但是当 τ 非常小时,此时同相导数和异相导数分别退化为传统线性气动导数模型的静导数 $C_{ast}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 和动导数 $C_{att}(\alpha_0, C_{\mu 0})$,即如下关系式:

$$\begin{cases} C_{\alpha}(\alpha_0, C_{\mu 0}) = C_{\alpha_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0}) + \Delta C_{\alpha}(\alpha_0, C_{\mu 0}) \\ C_{\dot{\alpha}}(\alpha_0, C_{\mu 0}) = C_{\dot{\alpha}_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0}) \end{cases} \quad (14)$$

式中: $C_{\alpha}(\alpha_0, C_{\mu 0}) = C_{\alpha_{st}}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 。

此时, $C_{dyn}(0) = 0, C_0(\alpha_0, C_{\mu 0}) = C_{st}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 。

τ 定量地表征了翼型非定常气动力效应的显著程度。解式(13)可得

$$C_{\dot{\alpha}}(\alpha_0, C_{\mu 0}, k) = -\tau C_{\alpha}(\alpha_0, C_{\mu 0}, k) + C_{\alpha_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0}) + \tau C_{\dot{\alpha}_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0}) \quad (15)$$

由于在同一中心迎角、不同减缩频率对应下的同相/异相导数数据点落在同一条直线上,而直线的斜率则表示特征时间常数的负值: $-\tau$ 。

对于某一特定中心迎角下的小振幅强迫振动数据而言,采用最小二乘法可得到对应中心迎角下的同相/异相导数数据点,部分数据点如图 8 所示。

由上述分析可知,对于特定的小振幅流动状态(特定的迎角和动量系数)下, τ 是固定的,计算得到的不同中心迎角、动量系数下的特征时间常数如图 9 所示。

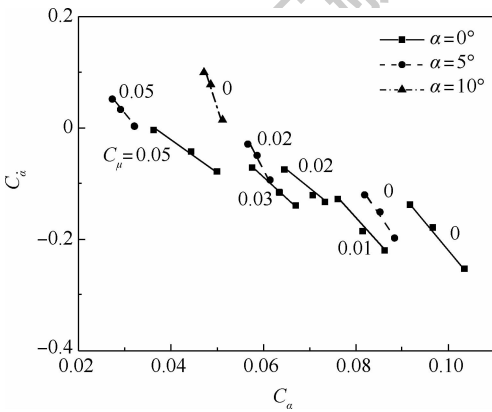


图 8 不同迎角、减缩频率下的同相/异相导数

Fig. 8 In-phase and out-phase derivatives at different angles of attack and reduced frequencies

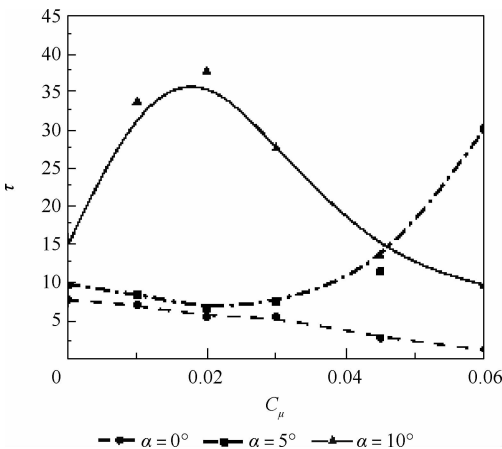


图 9 时间常数随动量系数的变化曲线

Fig. 9 Variation curve of time constant with momentum coefficient

特征时间常数值受迎角和动量系数影响较大。总体来看, τ 随 C_{μ} 增大呈现先降低后增加的趋势,这说明低动量系数下,翼型的非定常气动效应减弱,但是当动量系数增加到一定值后,翼型的非定常气动力效应增强,并且随着迎角的增大,该临界动量系数逐渐降低。当 $\alpha_0 = 0^\circ$ 时,在全动量系数范围内时间常数趋于 0,气动力模型可近似用传统线性气动导数模型代替。当 $\alpha_0 = 10^\circ$ 时,在全动量系数范围内时间常数都较大,翼型处于临近动态失速或失速后状态,此时翼型的非定常气动力特性主要由后缘涡系的迟滞运动导致,传统线性气动导数模型不再适用。

对于 τ 较小的情况,基于传统线性气动导数模型,使用不同迎角和动量系数下非定常运动的若干离散点,借助最小二乘法辨识静导数 $C_{\alpha_{st}}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 和动导数 $C_{\dot{\alpha}_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 。

对于 τ 较大的情况,由于无法使用传统的线性气动导数模型,在获得 $\tau(\alpha, C_{\mu})$ 后,仍需要辨识同相/异相导数中的 $C_{\alpha_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0}), \Delta C_{\alpha}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 和 $C_{\dot{\alpha}_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 。

为了便于描述,将式(13)用以下方程描述:

$$\begin{cases} y_{1i} = b_0 + a_0 x_i \\ y_{2i} = c_0 + a_0 \tau x_i \\ x_i = 1 / (1 + k^2 \tau^2) \end{cases} \quad (16)$$

式中: $y_{1i}, y_{2i}, b_0, a_0, c_0$ 分别为式(13)中的相关参数。为了辨识相关参数,引入以下误差函数:

$$E = \sum_{i=1}^n [(y_{1i} - b_0 - a_0 x_i) / y_{1i}]^2 + \sum_{i=1}^n [(y_{2i} - c_0 - a_0 \tau x_i) / y_{2i}]^2 \quad (17)$$

式中: n 为同一中心迎角和动量系数、不同频率下的仿真实验次数; y_{1i} 和 y_{2i} 分别为特定小振幅流动状态下的同相/异相导数; b_0, a_0 和 c_0 为参数辨识后的相应值。该方法的核心思想是两步线性回归法,即先根据非定常运动的离散点辨识得到 y_{1i} 和 y_{2i} ,再根据得到的 y_{1i} 和 y_{2i} 辨识 b_0, a_0 和 c_0 。辨识过程中,因为存在中心迎角、动量系数、减缩频率 3 个自变量,直接进行参数辨识需要耗费极大的仿真计算量,所以本节针对射流动量系数与迎角的相互作用特点,对 b_0, a_0 和 c_0 做合理优化,提高计算效率。

对于 b_0 而言, Jones^[25] 曾指出动量系数对气动力的影响呈现 2 个比较明显的线性阶段,其流动状态满足无分离假设,因此在低动量系数下 b_0 可以用以下关系式代替:

$$b_0 = C_{\alpha_{att}}(\alpha_0) + C_{\alpha_{C_{\mu}st}}(\alpha_0) \Delta C_{\mu} \quad (18)$$

式中： $C_{\alpha C_{\mu st}}(\alpha_0)$ 为 $C_{\alpha st}(\alpha_0)$ 对 C_{μ} 的导数，可直接由 Kriging 模型插值得到，待辨识参量变为迎角。采用这样的简化方法在低迎角线性阶段可直接退化为 $C_{\alpha st}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ ，与无分离情况下的气动导数一致。

对于 c_0 而言，当自由来流不发生变化时，迎角俯仰导致翼型表面产生绕重心的旋转速度，与外流相对流动产生下洗效应，而后缘射流并不会直接随着翼型俯仰，而是由于后缘压力场的变化时刻处于动态平衡之中。由定常旋转产生的准定常气动力增量主要在小迎角时起作用，与迎角变化率近似呈线性关系。在较大迎角范围内，其引起的准定常气动力增量远小于非定常气动力增量。将动量系数作为修正参数，可以将 c_0 表示为

$$c_0 = p_0 + p_1 C_{\mu} + p_2 C_{\mu}^2 + p_3 C_{\mu}^3 \quad (19)$$

对于 a_0 而言， $a_0 = C_{\alpha st}(\alpha, C_{\mu}) - C_{\alpha at}(\alpha, C_{\mu})$ ，因此只需辨识 b_0 即可。在辨识得到 τ 和 $\Delta C(\alpha, C_{\mu})$ 后，根据非定常气动力增值周期性变化的特性，即 $C_{dyn}(0) = C_{dyn}(2\pi/\omega)$ ，即可求得初值 $C_{dyn}(0)$ 。

以误差函数 E 最小为优化目标函数，以升力系数为例，得到的 $C_{\alpha at}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 曲线如图 10 所示。

3.3 非定常气动力模型与仿真数据对比验证

为了验证上述非定常气动力模型的准确性，分别对环量控制翼型在不同迎角、动量系数、振幅下的预测结果进行对比分析。预测结果取升力系

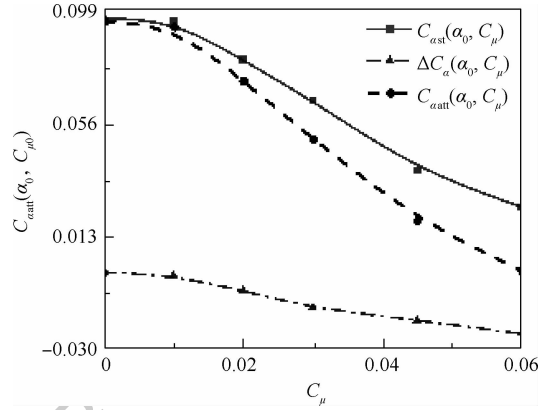


图 10 $C_{\alpha at}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 的辨识结果

Fig. 10 Identification results of $C_{\alpha at}(\alpha_0, C_{\mu 0})$

数 C_L 和俯仰力矩系数 C_m 进行对比分析。计算条件为：来流速度为 30 m/s，来流温度为 293.15 K。中心迎角、动量系数、振幅、减缩频率验证如图 11、图 12 所示。

如图 11 所示，为了得到非定常气动力模型对大振幅情况下的预测结果，将大振幅的流动情况分段处理，每一段的气动力变化情况都可以用小振幅情况下迎角对应的同相/异相导数表示，分段处理后可以将大振幅情况下的预测结果近似表示为

$$C_L = C_0(\alpha, C_{\mu}) + C_{\alpha}(\alpha_0, C_{\mu 0}, k) k \alpha_m \quad (20)$$

将分段处理的 α_m 取为 1° ，得到非定常气动力模型对于大振幅情况下的预测结果，如图 12 所示。

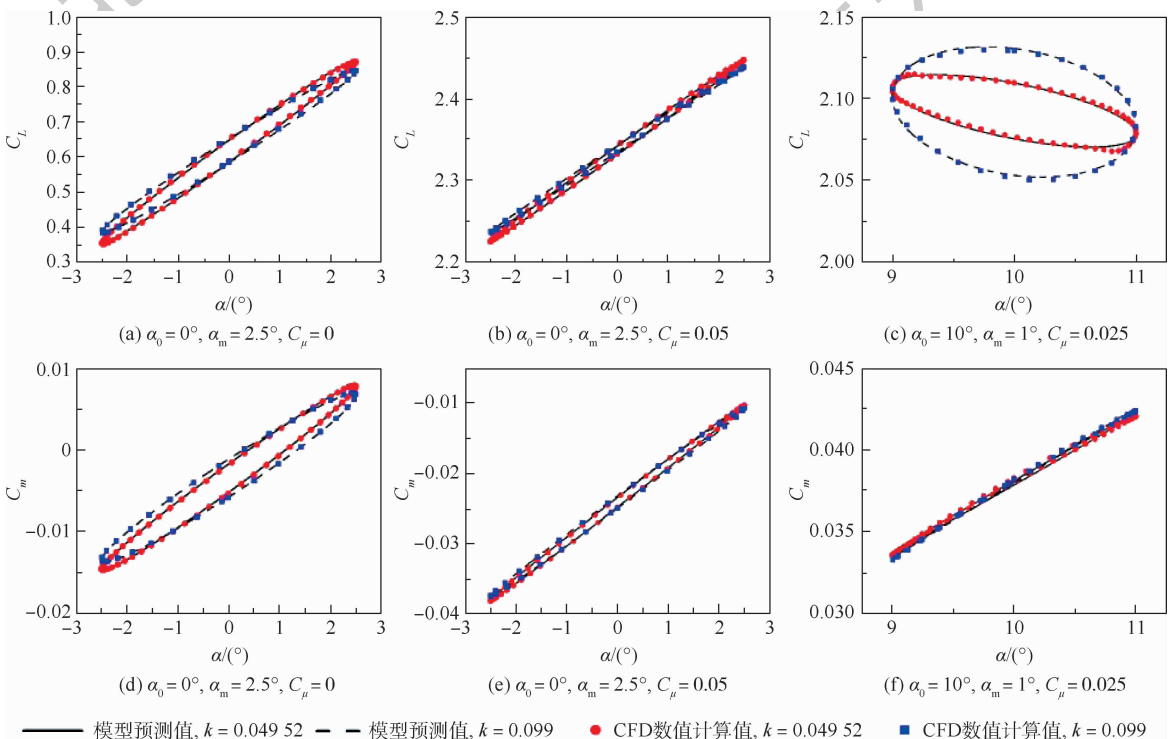


图 11 小振幅流动状态下结果对比

Fig. 11 Comparison of results under small-amplitude flow

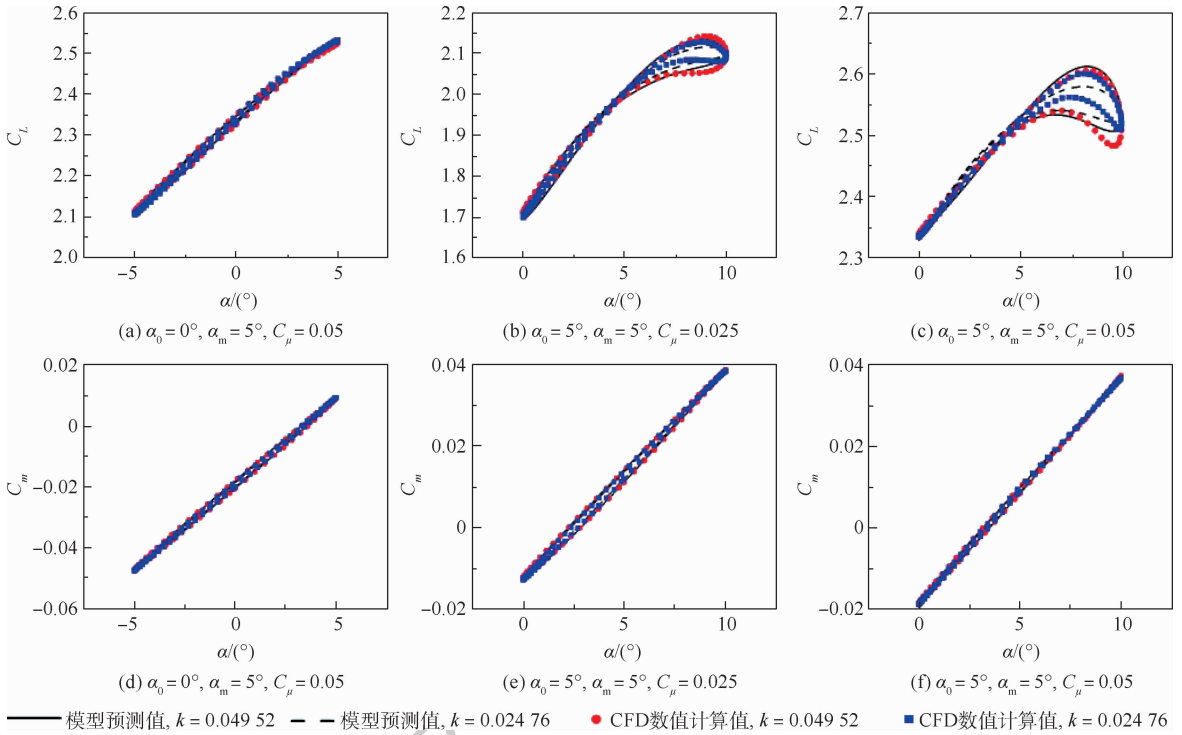


图 12 大振幅流动状态下结果对比

Fig. 12 Comparison of results under large-amplitude flow

可以看出,对于升力系数而言,线性非定常气动力模型对小振幅情况下流动状态有较好的预测精度,特别是在 0° 迎角下,此时升力系数线性特征明显,在较大振幅情况下(见图 11(a)、图 11(b))也能够取得较好的预测精度。但是在较大迎角、较高动量系数的流动状态下,如图 12(c)所示,此时升力系数非线性特征明显,线性非定常气动力模型难以取得较高的预测精度。对于俯仰力矩系数而言,线性非定常气动力模型在各个动量系数下都能较好地预测力矩系数变化趋势。这是因为俯仰力矩系数主要受翼型上表面分离涡影响,当翼型上表面分离涡移动时,对应的负压区逐渐扩大或者缩小,导致俯仰力矩系数变化。高动量系数下翼型上表面不再分离,导致迟滞效应逐渐减弱。值得一提的是,在出现动态失速分离前,高动量系数具有减弱气动力迟滞效应的优势,如图 11(f)、图 12(f)所示,此时俯仰力矩的变化几乎不存在迟滞效应,与定常状态下的变化几乎一致。在出现动态失速后,同样能在线性小迎角阶段减弱迟滞效应,如图 12(b)、图 12(c)所示。

3.4 非定常气动力模型非线性修正

当振荡幅度增大并出现深动态失速的情况时,上述线性非定常气动力模型将会失速段失去预测精度。这是因为在大振幅情况下进行分段处理完全忽略了洗流时差的累计效应,在非线性的阶段将完全丧失其预测精度。为了改

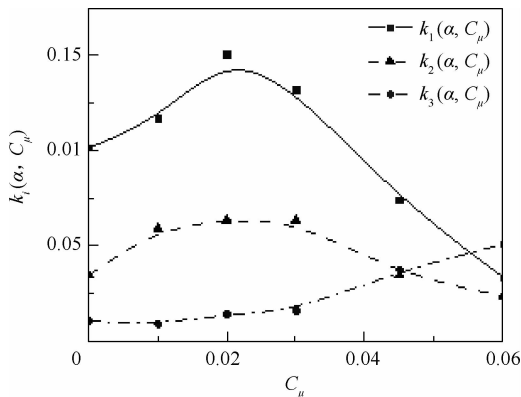
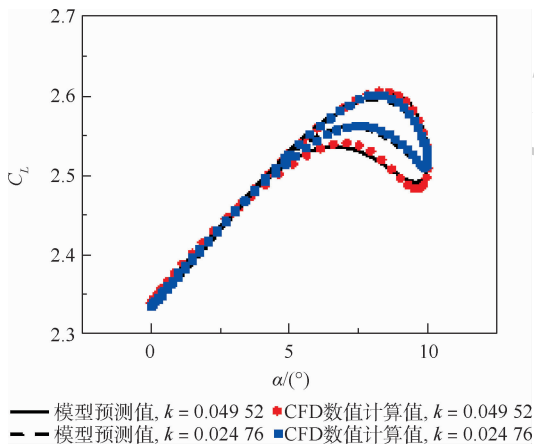
善非定常气动力模型在动态失速情况下的预测精度,采用文献[30]的方法将非定常气动力增量式(7)改写为以下非线性形式:

$$\frac{dC_{dyn}}{dt} = \sum_{i=1}^n k_i(\alpha, C_\mu) (\Delta C(\alpha, C_\mu) - C_{dyn})^i \quad (21)$$

式中: $k_i(\alpha, C_\mu) = 1/\tau_i(\alpha, C_\mu)$,该方法采用多次逼近的思想,避免了大振幅过程中仅用单一时间常数 τ 线性表示增量的误差,同时充分考虑了累计效应。利用上述线性非定常气动力模型辨识得到的 $C_{att}(\alpha, C_\mu)$ 和 $C_{att}(\alpha, C_\mu)$,可以获得线性假设下 C_L 的变化,与实际 C_L 的差值即非定常气动力增量,与线性假设下得到的 C_{dyn} 相叠加即实际情况下的 C_{dyn} ,保持 $\Delta C(\alpha, C_\mu)$ 和 $k_i(\alpha, C_\mu)$ 不变,利用最小二乘法即可辨识得到 $k_i(\alpha, C_\mu)$,采用这样的假设能够有效降低参数辨识的难度。

上述线性非定常气动力模型已经能够满足无射流情况下中低迎角的大振幅预测精度,因此,非线性项主要用来提高高动量系数情况下的预测精度。为了提高辨识效率,本文仅对包含Kriging模型中静态失速点附近的流动状态进行参数辨识。采用三次非线性形式描述非定常气动力增量,辨识得到的 $k_2(\alpha, C_\mu)$ 和 $k_3(\alpha, C_\mu)$ 如图 13 所示。

非线性项修正后的非定常气动力模型进行大振幅流动情况下的升力系数预测,结果如图 14 所示,其结果较线性模型有明显提升。

图 13 $k_i(\alpha, C_\mu)$ 辨识结果Fig. 13 Identification result of $k_i(\alpha, C_\mu)$ 图 14 非线性非定常气动力模型结果对比 ($C_\mu = 0.05$)Fig. 14 Comparison of results of nonlinear unsteady aerodynamic models ($C_\mu = 0.05$)

4 结论

本文主要进行了环量控制翼型非定常气动力的建模,通过上述分析,可以得到以下结论:

1) 基于 Kriging 模型完成了环量控制翼型的定常气动力插值,能够精确的反映其定常气动力变化,插值精度要优于传统气动导数模型。

2) 基于微分方程模型,通过添加射流参数源项,完成了适用于环量控制翼型的线性微分方程建模。对 $C_{\alpha_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 和 $C_{\alpha_{att}}(\alpha_0, C_{\mu 0})$ 等参数简化处理,提高辨识效率。

3) 对高动量系数情况下的非定常气动力模型进行非线性修正,能够较为准确的反映不同动量系数下的非定常流动特性。

4) 对于升力系数而言,线性非定常气动力模型能够满足小振幅和低动量系数下大振幅流动状态;对于俯仰力矩系数而言,线性非定常气动力模型能够满足大部分流动状态。

环量控制翼型的非定常气动力耦合特性复杂,仍需要在以下方面进一步研究:①高动量系数

下缺乏足够精度的数学模型来描述后缘涡的分离变化,需要对流场特性进行更深入的研究,进而优化模型结构。提高在高动量系数下非线性非定常气动力模型预测效果。②关于环量控制翼型的非定常气动力建模研究仍处于起步阶段,如何有效的结合已经较为成熟的大迎角非定常气动力数学模型是未来研究的途径之一。

参考文献 (References)

- [1] SHI Z W, ZHU J C, DAI X X, et al. Aerodynamic characteristics and flight testing of a UAV without control surfaces based on circulation control [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2019, 32(1): 04018134.
- [2] KANISTRAS K, VALAVANIS K P, RUTHERFORD M J. Foundations of circulation control based small-scale unmanned aircraft [M]. Berlin: Springer International Publishing, 2018: 37-46.
- [3] ENGLAR R J. Circulation control for high lift and drag generation on a STOL aircraft [J]. Journal of Aircraft, 1975, 12(5): 457-463.
- [4] JOLSLIN R D, JONES G S. Application of circulation control technology (Progress in astronautics and aeronautics) [M]. Reston: AIAA, 2006: 105-113.
- [5] YAROS S F, SEXSTONE M G, HUEBNER L D, et al. Synergistic airframe-propulsion interactions and integrations [M]. Washington, D. C.: NASA, 1998: 14-28.
- [6] JONES G S, LIN J C, ALLEN B G, et al. Overview of CFD validation experiments for circulation control applications at NASA [C] // International Powered Lift Conference. London: Royal Aeronautical Society, 2008: 22-24.
- [7] ENGLAR R J, HUSON G G. Development of advanced circulation control wing high-lift airfoils [J]. Journal of Aircraft, 1984, 21(7): 476-483.
- [8] ENGLAR R J. Circulation control pneumatic aerodynamics: Blown force and moment augmentation and modification-Past, present and future [C] // Fluids 2000 Conference and Exhibit, 2000: 2541.
- [9] XU H Y, QIAO C L, YANG H Q, et al. Active circulation control on the blunt trailing edge wind turbine airfoil [J]. AIAA Journal, 2018, 56(2): 554-570.
- [10] REGER R, NICKELS A, UKEILEY L, et al. On the acoustics of a circulation control airfoil [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 388: 85-104.
- [11] WARSOP C, CROWTHER W J. Fluidic flow control effectors for flight control [J]. AIAA Journal, 2018, 56(10): 3808-3824.
- [12] WARSOP C, CROWTHER W. NATO AVT-239 task group: Flight demonstration of fluidic flight controls on the MAGMA subscale demonstrator aircraft [C] // AIAA Scitech 2019 Forum. Reston: AIAA, 2019.
- [13] 汪清, 钱炜祺, 丁娣. 飞机大迎角非定常气动力建模研究进展 [J]. 航空学报, 2016, 37(8): 2331-2347.

WANG Q, QIAN W Q, DING D. A review of unsteady aerodynamic modeling of aircrafts at high angles of attack [J]. Acta

- Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37 (8) : 2331-2347 (in Chinese).
- [14] 孙海生,张海酉,刘志涛. 大迎角非定常气动力建模方法研究[J]. 空气动力学学报,2011,29(6):733-737.
SUN H S,ZHANG H Y,LIU Z T. Comparative evaluation of unsteady aerodynamics modeling approaches at high angle of attack[J]. Acta Aerodynamica Sinica,2011,29(6):733-737 (in Chinese).
- [15] LOTH J L,BOASSON M. Circulation controlled STOL wing optimization[J]. Journal of Aircraft,1984,21(2):128-134.
- [16] ENGLAR R J,SMITH M J,KELLEY S M, et al. Application of circulation control to advanced subsonic transport aircraft, Part I-Airfoil development [J]. Journal of Aircraft, 1994, 31 (5) : 1160-1168.
- [17] HOHOLIS G A. Assessment of fluidic control effectors using computational fluid dynamics[D]. Liverpool:University of Liverpool,2016:1-30.
- [18] KRUKOW I,DINKLER D. A reduced-order model for the investigation of the aeroelasticity of circulation-controlled wings [J]. CEAS Aeronautical Journal, 2014, 5 (2) : 145-156.
- [19] SEMAAN R,EL SAYED M Y,RADESPIEL R. Sparse model of the lift gains of a circulation control wing with unsteady coanda blowing[M]. Berlin:Springer,2019:3-18.
- [20] LIN G F,LAN C,BRANDON J, et al. A generalized dynamic aerodynamic coefficient model for flight dynamics applications [C] // 22nd Atmospheric Flight Mechanics Conference. Reston: AIAA, 1997: 3643.
- [21] GOMAN M,KHRABROV A. State-space representation of aerodynamic characteristics of an aircraft at high angles of attack [J]. Journal of Aircraft, 1994, 31 (5) : 1109-1115.
- [22] 汪清,蔡金狮. 飞机大攻角非定常气动力建模与辨识 [J]. 航空学报,1996,17(4):391-398.
WANG Q,CAI J S. Unsteady aerodynamic modeling and identification of airplane at high angles of attack [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1996, 17 (4) : 391-398 (in Chinese).
- [23] 孔轶男,王立新,何开锋,等. 过失速机动的模糊逻辑建模仿真 [J]. 北京航空航天大学学报,2007,33(10):1174-1177.
KONG Y N,WANG L X,HE K F, et al. Fuzzy logic models for unsteady post stall maneuver [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33 (10) : 1174-1177 (in Chinese).
- [24] 付军泉,史志伟,陈坤,等. 基于 EKF 的实时循环神经网络在非定常气动力建模中的应用 [J]. 空气动力学学报, 2018, 36 (4) : 658-663.
FU J Q,SHI Z W,CHEN K, et al. Applications of real-time recurrent neural network based on extended Kalman filter in unsteady aerodynamics modeling [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2018, 36 (4) : 658-663 (in Chinese).
- [25] JONES G. Pneumatic flap performance for a 2D circulation control airfoil, steady and pulsed [R]. Washington, D. C. : Langley Research Center, 2005: 191-244.
- [26] KHARATI KOOPAE M. Effect of flow regime change from subsonic to transonic on the air loads of an oscillating airfoil [J]. Journal of Fluids and Structures, 2014, 50: 312-328.
- [27] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展 [J]. 航空学报, 2016, 37 (11) : 3197-3225.
HAN Z H. Kriging surrogate model and its application to design optimization: A review of recent progress [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37 (11) : 3197-3225 (in Chinese).
- [28] 龚正,沈宏良. 非定常气动力非线性微分方程建模方法 [J]. 航空学报, 2011, 32 (1) : 83-90.
GONG Z, SHEN H L. Unsteady aerodynamic modeling method using nonlinear differential equations [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32 (1) : 83-90 (in Chinese).
- [29] 雷玉昌,张登成,张艳华,等. 超临界翼型的双射流环量控制研究 [J]. 飞行力学, 2020, 38 (4) : 16-21.
LEI Y C,ZHANG D C,ZHANG Y H, et al. Circulation control of double jet flow on supercritical airfoil [J]. Flight Dynamics, 2020, 38 (4) : 16-21 (in Chinese).
- [30] GREENWELL D, KHRABROV A, GOMAN M, et al. Two-step linear regression method for identification of high incidence unsteady aerodynamic model [C] // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2001: 4080.

Unsteady aerodynamic modeling of circulation control airfoil

LEI Yuchang^{1,2}, ZHANG Dengcheng^{3,*}, ZHANG Yanhua³

(1. Graduate School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. The No. 95034th Troop of People's Liberation Army, Baise 533600, China;

3. Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: In view of the high coupling of the effects of jet parameters and angle of attack on the aerodynamic characteristics of airfoils in current circulation control technology, the accuracy of the corresponding unsteady aerodynamic models is poor. Based on the numerical simulation data of forced pitching vibration of circulation control airfoils, the steady aerodynamic interpolation of the airfoils is realized with the help of Kriging model. With the help of differential equation model, the linear differential equation modeling suitable for circulation control airfoil is completed, and the characteristic time constant and other parameters in linear differential equation models are identified by two-step linear regression parameter identification method. The nonlinear influence of high momentum coefficient and large amplitude flow is modified. The results show that the steady aerodynamic interpolation accuracy of the circulation control airfoil based on the Kriging model is higher than that of the traditional aerodynamic derivative model. The unsteady aerodynamic model can accurately predict the changes of aerodynamic force and torque coefficient under different flow conditions.

Keywords: circulation control; unsteady aerodynamic force; airfoil; numerical simulation; aerodynamic model; parameter identification

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2020.0359

一种改进的 ORB 特征匹配算法

廖泓真¹, 王亮², 孙宏伟², 刘云清^{1,*}

(1. 长春理工大学 电子信息工程学院, 长春 130022; 2. 北京信息技术研究所, 北京 100094)



摘 要: 针对现有的 ORB 特征匹配算法在图像模糊、光照变化、图像压缩、噪声条件下, 匹配准确率下降问题, 提出了一种改进的 ORB 特征匹配算法。首先, 在提取特征点过程中, 对图像进行网格化处理, 并引入四叉树结构, 使提取的特征点在图像中均匀分布, 解决传统的特征提取方法遇到的特征点集中问题。然后, 利用暴力匹配进行初步匹配, 并采用交叉验证的方式, 剔除部分误匹配, 改善暴力匹配的结果。最后, 利用高斯核对网格运动统计的结果做加权处理, 优化统计结果, 进一步剔除误匹配, 得到准确率更高的匹配集合。实验结果表明: 改进后的算法在图像模糊、光照变化、图像压缩和噪声条件下, 平均准确率分别提高了 3.5%、4.2%、2.2% 和 6%。

关键词: 特征匹配; ORB 特征; 网格运动统计; 特征提取; 高斯核

中图分类号: TP391

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2021)10-2149-06

特征匹配是三维重建、目标跟踪、SLAM、机器人环境识别和图像拼接等应用中的重要技术^[1], 如何提高特征匹配的准确率和鲁棒性一直受到很多研究者的关注。

特征匹配的主要过程是在 2 幅图像中提取特征点, 并对特征点进行描述, 通过比较特征点之间相似度判断是否匹配^[2]。常用的图像特征提取方法包括 SIFT^[3]、SURF^[4]、ORB^[5]、LIET^[6]、Key-Net^[7]、RF-NET^[8]等。Lowe^[3]提出的 SIFT 特征具有尺度、旋转和光照等的不变性, 但计算时间长^[9]。Bay 等^[4]改进了 SIFT 特征, 提出了 SURF 特征, 提高了特征提取的速度^[10]。FAST 角点能够快速确定特征点的位置^[11], 但不具有方向信息^[12]。Calonder 等^[13]提出了对特征点周围图像区域进行描述的 BRIEF 描述子。Rublee 等^[5]改进 FAST 角点和 BRIEF 描述子, 提出了 ORB 特征, 其能够有效替代 SIFT 和 SURF^[14]。ORB 适当

降低了精度, 但提取速度比 SIFT、SURF 快, 是不同类型特征点中性能与质量的较好折中^[15]。

上述方法的主要思想是改进特征点的提取方式或改进描述子使特征点更具独特性。改进特征点的方法虽然可以改善特征匹配, 但无法有效剔除误匹配。此外, Muja 和 Lowe^[16-17]通过建立 kd-tree 和 k-means tree 的方法加快了特征匹配速度, 但仍无法有效剔除误匹配。

RANSAC (Random Sample Consensus) 算法可以剔除误匹配, 但当误匹配较多时, 效果会下降^[18-20]。Bian 等^[20]提出运动网格统计算法 (Grid-based Motion Statistics, GMS), 通过统计匹配点邻域内的支持度剔除误匹配。但在图像模糊等条件下, 匹配准确率下降^[2,21]。本文提出了一种改进的 ORB 特征匹配算法。首先, 分散化提取 ORB 特征点, 使提取的特征点更具代表性^[22]。然后, 利用暴力匹配和交叉验证得到初步的匹配

收稿日期: 2020-07-24; 录用日期: 2020-08-14; 网络出版时间: 2020-09-21 17:20

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200921.1603.003.html

基金项目: 吉林省发改委重点研发项目 (2018C035-3)

* 通信作者。E-mail: mzliuyunqing@163.com

引用格式: 廖泓真, 王亮, 孙宏伟, 等. 一种改进的 ORB 特征匹配算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(10): 2149-2154.

LIAO H Z, WANG L, SUN H W, et al. An improved ORB feature matching algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(10): 2149-2154 (in Chinese).

集合。最后,利用 GMS 剔除匹配集合中的误匹配,同时使用高斯核对 GMS 的统计结果加权,优化匹配结果。

1 特征提取

ORB 特征是计算机视觉领域常用的图像特征之一,其具有旋转、尺度不变性和提取速度快的优点。由于 ORB 特征在确定关键点时以阈值作为判断条件,当图像中某一区域有多个像素满足阈值时,就会出现特征点集中现象。

特征点集中会降低匹配的准确性,为使特征点均匀分布,改进后的算法在特征点的提取过程中引入四叉树结构^[22],具体步骤如下:

1) 将图像划分为大小相同的网格(这里的网格与后文的 GMS 网格不是同一个),在每个网格中提取 FAST 角点。

2) 将图像分为 4 个子节点,判断各个子节点中特征点的数目,如果大于 1,将这个子节点再次划分为 4 个子节点,直至所有的子节点的数目大于预先设置的特征点数目为止。

3) 在每一个子节点中保留响应值最大的 FAST 角点,其余角点均删除。

2 特征匹配

2.1 改善暴力匹配结果

提取的 ORB 特征点通过暴力匹配获得粗匹配集合,但是暴力匹配无法剔除误匹配。在图像匹配中经常采用交叉验证的方法进行误差剔除,因此改进后的算法在暴力匹配中引入交叉验证剔除误匹配。

交叉验证虽然可以剔除部分误匹配,但得到的匹配集合中仍包含许多误匹配,因此在交叉验证后采用 GMS 对误匹配做进一步的剔除。

2.2 GMS 基本理论

如图 1 所示,GMS 通过统计每一对匹配点邻域内的匹配总数,实现正确匹配与错误匹配的区别。

在 2 幅图像中分别提取 N 个和 M 个特征点,



图 1 GMS 示意图

Fig.1 Schematic of GMS

每个点的匹配概率独立,设正确匹配的概率为 t 。通过暴力匹配得到匹配集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 。设匹配 x_i 在 2 幅图像中的邻域 a, b 中各包含 n 个、 m 个特征点, f_a 为 a 中的 1 个特征点。如果 x_i 是 1 个正确匹配,则 f_a 的匹配点落在 b 区域的概率为

$$\begin{aligned}
 p_i &= p(f_a^b | T^{ab}) = \\
 &= p(f_a^b | T^{ab}) + p(f_a^f, f_a^b | T^{ab}) = \\
 &= p(f_a^b) + p(f_a^f) p(f_a^b | f_a^f) = \\
 &= t + (1-t)\beta m/M
 \end{aligned} \tag{1}$$

式中: T^{ab} 为 x_i 是正确匹配; f_a^b 为 f_a 的匹配点落在 b 区域; f_a^f 为 f_a 匹配正确, f_a^b 为 f_a 匹配错误; β 为 1 个调节因子。

同理,如果 x_i 是 1 个错误匹配,则 f_a 的匹配点落入 b 区域的概率为

$$p_i = p(f_a^b | F^{ab}) = p(f_a^f, f_a^b | F^{ab}) = \beta(1-t)m/M \tag{2}$$

式中: F^{ab} 为 x_i 是错误匹配。

x_i 邻域内匹配点的总数为其支持度,设为 S_i , S_i 的概率分布是二项分布:

$$S_i \sim \begin{cases} B(n, p_i) & a, b \text{ 代表同一区域} \\ B(n, p_f) & a, b \text{ 代表不同区域} \end{cases} \tag{3}$$

2.3 GMS 网格化

如图 2 所示,为提高计算效率,实际计算中一般将图像划分为 20×20 个网格,计算每个网格的支持度。

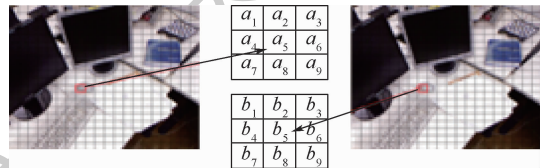


图 2 图像网格化示意图

Fig.2 Schematic of grid-based image

每个网格支持度的统计区域为该网格及其周围的 8 个网格:

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^9 |x_{ijk}| \tag{4}$$

式中: $|x_{ijk}|$ 为 2 幅图中对应的 2 个网格的匹配点数目; S_{ij} 同样符合二项分布:

$$S_{ij} \sim \begin{cases} B(Kn, p_i) & a, b \text{ 代表同一区域} \\ B(Kn, p_f) & a, b \text{ 代表不同区域} \end{cases} \tag{5}$$

式(5)说明每个网格在它的邻域内都有支持度,但支持度分布不同,其分布为双峰形式,因此通过选择合适的阈值,可以有效地判断该网格是否可以接受。设阈值为

$$T = \alpha \sqrt{n_{ij}} \quad (6)$$

式中: n_{ij} 为 9 个网格中匹配点数目的平均值; α 为调节阈值的参数, Bian 等在论文中令 α 的值为 6^[20]。

2.4 改进 GMS

如图 2 所示, a_5 为待判断网格, $a_1 \sim a_4, a_6 \sim a_9$ 为其邻域内的 8 个网格。设 a_5 坐标为 (x, y) , a_6 坐标为 $(x+1, y)$, a_9 的坐标为 $(x+1, y+1)$ 。则 a_1, a_3, a_7, a_9 与 a_5 的距离均为 $\sqrt{2}$, a_2, a_4, a_6, a_8 与 a_5 的距离均为 1。与待判断网格距离越大, 网格置信度越小, 距离越小, 网格置信度越大。为描述距离产生的置信度差异, 改进后的算法在计算支持度时, 对网格匹配结果进行加权。

计算机视觉中常用高斯函数生成的高斯核对图像进行加权处理, 原因如下:

1) 高斯函数是单值函数, 其自变量的函数值随该点与中心点的距离单调递减。

2) 二维高斯函数具有旋转不变性, 用高斯函数加权时, 各个方向上的权值相同。

3) 高斯函数的宽度由标准差 σ 表示, 且宽度和 σ 关系简单, 通过调节 σ 可以很容易调节权值大小。

因此, 本文选择高斯核对网格进行加权, 二维高斯函数为

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/(2\sigma^2)} \quad (7)$$

以待判断网格 a_5 为中心点, 对高斯函数离散化采样并归一化处理, 得到 3×3 加权矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $A_{11} + A_{12} + \dots + A_{33} = 1$ 。设 9 个网格与对应网格的匹配点数目为 n_i ($i = 1, 2, \dots, 9$), 则网格 a_5 的支持度:

$$S_5 = 9(A_{11}n_1 + A_{12}n_2 + A_{13}n_3 + A_{21}n_4 + A_{22}n_5 + A_{23}n_6 + A_{31}n_7 + A_{32}n_8 + A_{33}n_9) \quad (9)$$

如果 S_5 大于阈值 T , 则认为满足 GMS 要求, 否则剔除。

因为 a_2, a_4, a_6, a_8 与中心点的距离为 1, 如果 $\sigma = 1$, 则 a_2, a_4, a_6, a_8 权值的采样点在距中心点的 $\pm \sigma$ 处, 所以这里 σ 取 1。

3 实验与结果

本文实验使用的电脑为 i7 处理器, 内存 8 GB, 操作系统为 Ubuntu18.04, 实验图像来自 Oxford

VGG 数据集等^[23]。为验证本文算法对不同类型图像的性能, 选取了 4 组图像, 如图 3 所示, 分别是图像模糊、光照变化、图像压缩和高斯噪声, 每组中包含 6 幅图片。



图 3 实验用图

Fig. 3 Images in experiment

图 4 为 4 组图像的原算法和本文算法的准确率对比。实验以平均准确率、最高准确率、最低准确率和准确率的标准差评价算法的准确性。记最高准确率为 H , 最低准确率为 L , 平均准确率为 E , 准确率的标准差为 S 。

准确率的计算方法如下:

1) 根据得到的匹配点, 采用 RANSAC 方法, 计算 2 幅图像之间的基础矩阵。

2) 满足该基础矩阵的匹配点为内点, 并以内点数 N_i 占匹配点总数 N_m 的百分比为准确率, 准确率为

$$p_a = \frac{N_i}{N_m} \times 100\% \quad (10)$$

在实验中高斯函数的标准差 σ 取 1, 调节 GMS 阈值的参数 α 取 6。

由图 4(a) ~ (d) 可知, 在图像模糊、光照变化、图像压缩和噪声情况下, 原算法的准确率曲线出现较大波动, 准确率下降, 本文算法不仅提高了准确率, 而且减小了波动。

如表 1 所示, 在图像模糊条件下, 本文算法平均准确率提高了 3.5%, 标准差下降了 2.58%。在光照变化条件下, 本文算法平均准确率提高了 4.2%, 标准差下降了 0.92%。在图像压缩条件下, 本文算法平均准确率提高了 2.2%, 标准差下降了 0.93%。

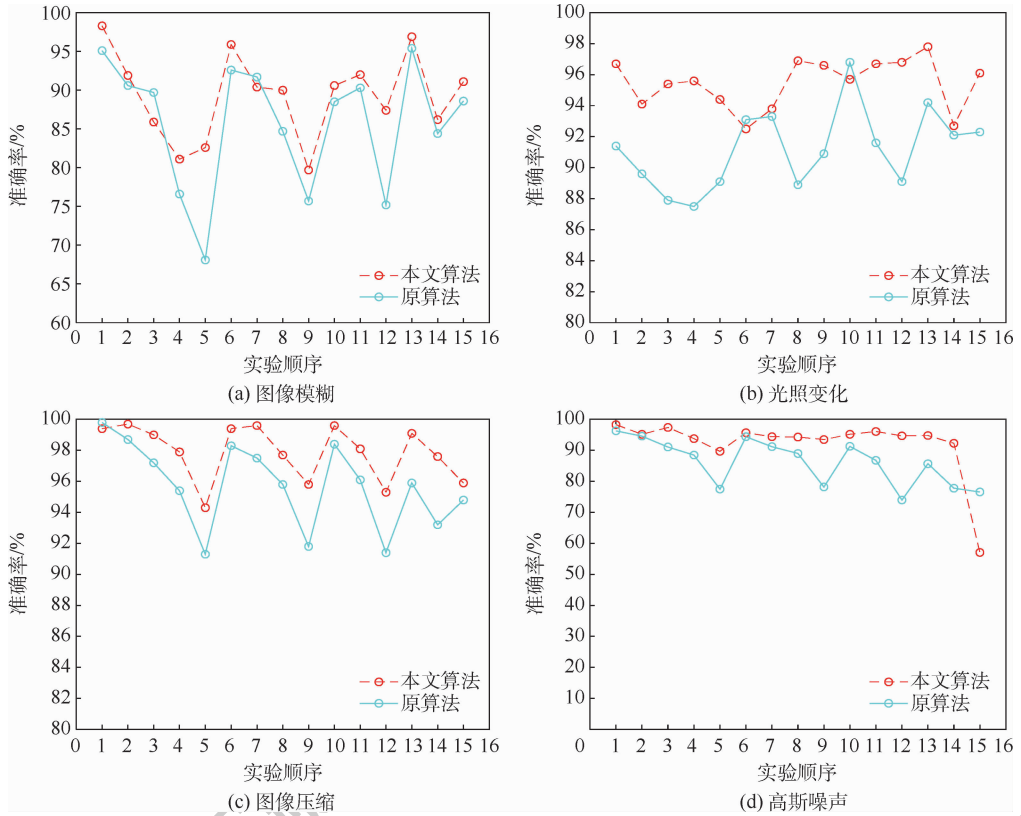


图4 准确率对比

Fig. 4 Accuracy comparison

表1 实验结果

Table 1 Experimental results

| 实验图像 | 最高准确率/% | | 最低准确率/% | | 平均准确率/% | | 准确率标准差/% | |
|------|---------|------|---------|------|---------|------|----------|------|
| | 原算法 | 本文算法 | 原算法 | 本文算法 | 原算法 | 本文算法 | 原算法 | 本文算法 |
| 图像模糊 | 95.4 | 98.3 | 68.1 | 79.7 | 85.8 | 89.3 | 7.95 | 5.37 |
| 光照变化 | 96.8 | 97.8 | 87.5 | 92.7 | 91.2 | 95.4 | 2.48 | 1.56 |
| 图像压缩 | 99.8 | 99.7 | 91.3 | 94.3 | 95.7 | 97.9 | 2.65 | 1.72 |
| 高斯噪声 | 96.3 | 98.3 | 74 | 57.1 | 86.2 | 92.2 | 7.21 | 9.57 |

在高斯噪声条件下,本文算法平均准确率提高了6%,但标准差提高了2.36%。如果去除实验顺序为15的数据,原算法的标准差是6.97%,本文算法的标准差是2.02%,本文算法标准差下降了4.95%,平均准确率提高7.3%。

出现这种现象的原因是:实验顺序为15的实验中,比较的是高斯噪声图像组的第5幅和第6幅图片,与其他图像相比,第6幅图像的噪声加剧,其高斯噪声的方差为102。这说明本文算法在噪声条件下可以提高匹配的准确率,但噪声过于严重时,匹配准确率下降。

在图像压缩条件下,平均准确率提高2.2%,相较于其他条件提高幅度最低。这是因为在图像压缩条件下,原算法的平均准确率为95.7%,所以本文算法虽然提高平均准确率,但提高空间有限。此外,VGG图像中使用的图像压缩方法为

JPEG图像压缩,该方法虽然减少了图像的细节,但仍保留了大量的图像信息,相较于其他条件,图像压缩对特征匹配的影响较小,因此在图2中,待判断网格与其邻域内网格中的匹配点数目差异较小,加权后对结果影响不大。

4 结论

1) 本文算法在图像模糊、光照变化和图像压缩条件下,准确率提高。

2) 在高斯噪声条件下,当高斯噪声的方差较小时,本文算法在准确性方面超过原算法。但如果噪声加剧,则算法准确性出现下降。如何改进算法使其在噪声严重条件下实现准确匹配还需进一步研究。

3) 在图像压缩条件下,本文算法对准确率的提升有限。在以后的研究中,可以采用增加ORB

描述子维度等方法提高特征点描述子的区分度,从而提高匹配准确率。

参考文献 (References)

- [1] 王晓华,方琪,王文杰.基于网格运动统计的改进快速鲁棒特征图像匹配算法[J].模式识别与人工智能,2019,32(12):1133-1140.
WANG X H, FANG Q, WANG W J. Image matching algorithm combining improved SURF algorithm with grid-based motion statistics[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2019, 32(12): 1133-1140 (in Chinese).
- [2] 程向红,李俊杰.基于运动平滑性与RANSAC优化的图像特征匹配算法[J].中国惯性技术学报,2019,27(6):765-770.
CHENG X H, LI J J. Optimized image feature matching algorithm based on motion smoothness and RANSAC[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019, 27(6): 765-770 (in Chinese).
- [3] LOWE D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2):91-110.
- [4] BAY H, TUYTELAARS T, VAN GOOL L. SURF: Speeded up robust features [C] // Computer Vision-ECCV 2006. Berlin: Springer, 2006:404-417.
- [5] RUBLEE E, RABAU D V, KONOLIGE K, et al. ORB: An efficient alternative to SIFT or SURF [C] // 2011 International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2011: 2564-2571.
- [6] YI K M, TRULLS E, LEPETIT V, et al. LIFT: Learned invariant feature transform [C] // Computer Vision-ECCV 2016. Berlin: Springer, 2016:467-483.
- [7] LAGUNA A B, RIBA E, PONS A D, et al. Key. Net: Keypoint detection by handcrafted and learned CNN filters [C] // 2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV). Piscataway: IEEE Press, 2019:5835-5843.
- [8] SHEN X L, WANG C, LI X, et al. RF-NET: An end-to-end image matching network based on receptive field [C] // 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE Press, 2019:8124-8132.
- [9] 侯宏录,李媛,李光耀.改进SIFT匹配的动态背景下运动目标检测算法[J].自动化仪表,2019,40(8):60-64.
HOU H L, LI Y, LI G Y. Moving target detection algorithm under dynamic background with improved SIFT matching [J]. Process Automation Instrumentation, 2019, 40(8): 60-64 (in Chinese).
- [10] 张明浩,杨耀权,靳渤文.基于图像增强技术的SURF特征匹配算法研究[J].自动化与仪表,2019,34(9):98-102.
ZHANG M H, YANG Y Q, JIN B W. Research on SURF feature matching algorithm based on image enhancement technology [J]. Automation & Instrumentation, 2019, 34(9): 98-102 (in Chinese).
- [11] ROSTEN E, DRUMMOND T. Machine learning for high-speed corner detection [C] // Computer Vision-ECCV 2006. Berlin: Springer, 2006:430-443.
- [12] 高翔,张涛,刘毅.视觉SLAM十四讲:从理论到实践[M].2版.北京:电子工业出版社,2019.
GAO X, ZHANG T, LIU Y. 14 lectures on visual SLAM: From theory to practice [M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2019 (in Chinese).
- [13] CALONDER M, LEPETIT V, STRECHA C, et al. BRIEF: Binary robust independent elementary features [C] // ECCV10: Proceedings of the 11th European Conference on Computer Vision: Part IV, 2010:778-792.
- [14] 杨炳坤,程树英,郑茜颖.改进的ORB特征匹配算法[J].传感器与微系统,2020,39(2):136-139.
YANG B K, CHENG S Y, ZHENG Q Y. Improved ORB feature matching algorithm [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2020, 39(2): 136-139 (in Chinese).
- [15] 杨弘凡,李航,陈凯阳,等.基于改进ORB算法的图像特征点提取与匹配方法[J].图学学报,2020,41(4):548-555.
YANG H F, LI H, CHEN K Y, et al. Image feature points extraction and matching method based on improved ORB algorithm [J]. Journal of Graphics, 2020, 41(4): 548-555 (in Chinese).
- [16] MUJA M, LOWE D G. Fast approximate nearest neighbors with automatic algorithm configuration [C] // Proceedings of the Fourth International Conference on Computer Vision Theory and Applications, 2009:331-340.
- [17] MUJA M, LOWE D G. Scalable nearest neighbor algorithms for high dimensional data [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014, 36(11): 2227-2240.
- [18] FISCHLER M A, BOLLES R C. Random sample consensus [J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [19] SATTTLER T, LEIBE B, KOBELT L. SCRAMSAC: Improving RANSAC's efficiency with a spatial consistency filter [C] // 2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2009:2090-2097.
- [20] BIAN J W, LIN W Y, MATSUSHITA Y, et al. GMS: Grid-based motion statistics for fast, ultra-robust feature correspondence [C] // 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE Press, 2017: 2828-2837.
- [21] 柳长安,艾壮,赵丽娟.基于网格运动统计的自适应图像特征匹配算法[J].华中科技大学学报(自然科学版),2020,48(1):37-40.
LIU C A, AI Z, ZHAO L J. Self-adaptive image feature matching algorithm based on grid motion statistics [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(1): 37-40 (in Chinese).
- [22] MUR-ARTAL R, TARDÓS J D. ORB-SLAM2: An open-source SLAM system for monocular, stereo, and RGB-D cameras [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(5): 1255-1262.
- [23] ALCANTARILLA P F, BARTOLI A, DAVISON A J. KAZE features [C] // Computer Vision-ECCV 2012. Berlin: Springer, 2012:214-227.

An improved ORB feature matching algorithm

LIAO Hongzhen¹, WANG Liang², SUN Hongwei², LIU Yunqing^{1,*}

(1. College of Electronic and Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;

2. Beijing Institute of Information Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: An improved ORB feature matching algorithm is proposed to solve the problem of decreasing matching accuracy under the conditions of image blur, light change, image compression and noise. First, in the process of extracting feature points, the image is meshed and quad-tree structure is introduced to make the extracted feature points evenly distributed in the image, thus solving the problem of feature points concentration encountered by traditional feature extraction methods. Then, the brute-force matching is used for preliminary matching, and cross validation is adopted to eliminate some mismatches and improve the result of brute-force matching. Finally, Gaussian kernel is used to weight the results of grid-based motion statistics to optimize the statistical results and further eliminate the mismatches to obtain the matching set with higher accuracy. The experimental results show that this algorithm improves the average accuracy by 3.5%, 4.2%, 1.8% and 6% respectively under the conditions of image blur, light change, image compression and noise.

Keywords: feature matching; ORB feature; grid-based motion statistics; feature extraction; Gaussian kernel

Received: 2020-07-24; **Accepted:** 2020-08-14; **Published online:** 2020-09-21 17:20

URL: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20200921.1603.003.html

Foundation item: Key Reserach Program of Jilin Province Development and Reform Commission (2018C035-3)

* **Corresponding author.** E-mail: mzliyunqing@163.com

《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行人,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码,中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5~8 个),中图分类号,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词,引言,正文,参考文献。首页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投它刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经刊登,即赠送单行本。

3.4 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100191 北京市海淀区学院路 37 号 北京航空航天大学学报编辑部

办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407,409 房间

电 话:(010)82315594,82338922,82314839,82315426

E-mail: jbuaa@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

http://www.buaa.edu.cn

《北京航空航天大学学报》
第五届编辑委员会

主任(主编): 赵沁平

(以下按姓氏笔划为序)

副主任(副主编): 丁希仑 王少萍 孙志梅 李秋实 李焕喜 杨嘉陵
苗俊刚 相艳 徐立军 钱德沛 曹晋滨

编委: 马殿富 王琪 王聪 邓小燕 王青云 王荣明 刘宇
刘红 江洁 刘强 闫鹏 朱天乐 刘铁钢 齐铂金
陈万春 邹正平 苏东林 杨世春 沈成平 邱志平 宋知人
杨树斌 张晓林 杨晓奕 杨继萍 李惠峰 吴新开 张瑞丰
杨照华 宋凝芳 周锐 林宇震 林贵平 战强 姚仰平
胡庆雷 赵秋红 段海滨 赵巍胜 席平 郭宏 徐洁
徐世杰 郭洪波 康锐 翟锦 熊华钢

北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

(原《北京航空学院学报》)

(月刊 1956年创刊)

第47卷第10期 2021年10月

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS
(JBUA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.47 No.10 October 2021

主管单位 中华人民共和国工业和信息化部

主办单位 北京航空航天大学

主编 赵沁平

编辑出版 《北京航空航天大学学报》

编辑部

邮编 100083

地址 北京市海淀区学院路37号

印刷 北京科信印刷有限公司

发行 北航文化传媒集团

发行范围 国内外发行

联系电话 (010) 82315594 82338922

82314839

电子信箱 jbuaa@buaa.edu.cn

Administrated by Ministry of Industry and Information
Technology of the People's Republic of China

Sponsored by Beijing University of Aeronautics
and Astronautics (BUAA)
(Beijing 100083, P. R. China)

Chief Editor ZHAO Qinping

Edited and Published by Editorial Board of JBUA

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

Distributed by BUAA Culture Media Group Limited

Telephone (010) 82315594 82338922
82314839

E-mail jbuaa@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn

中国标准连续出版物号: $\frac{\text{ISSN } 1001-5965}{\text{CN } 11-2625/V}$

国内定价: 50.00元/期

ISSN 1001-5965



9 771001 596212