主管单位:中华人民共和国工业和信息化部
主办单位:北京航空航天大学

ISSN 1001-5965
CN 11-2625/V

北京航空航天大學学报

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

先进制导、导航与控制专刊



多矢量姿态测量算法研究综述

吴美平　刘一麟　郭　妍　于瑞航

5 | 2024
Vol.50

北 京 航 空 航 天 大 学 学 报

第 50 卷　第 5 期　（总第 375 期）　2024 年 5 月

目　　次

多矢量姿态测量算法研究综述 …… 吴美平，刘一麟，郭妍，于瑞航（1427）

基于加权融合的水下视觉图像增强算法 …… 奔粤阳，汤瑞，戴平安，李倩（1438）

基于视觉的机场无人驱鸟车路径规划算法 …… 王蕊，李金洺，史玉龙，孙辉（1446）

基于通用化等效模型的飞机系统辨识算法 …… 周大鹏，李贺琦，王业光，王立新（1454）

不确定通信网络下多智能体系统一致性控制 …… 刘伟，闫实，王希彬，李瑞涛，周绍磊（1463）

输入时延与通信时延下 AUV 集群的牵制控制 …… 杜雪，孙兆栋，徐成龙，靳泽晟（1474）

融合毫米波与激光雷达的障碍物检测与跟踪方法 …… 牛国臣，田一博，熊渝（1481）

基于交叉注意力的多任务交通场景检测模型 …… 牛国臣，王晓楠（1491）

基于符合性证据链的航电系统工程试验方法 …… 钟伦珑，张卓轩，陈永刚（1500）

基于自抗扰方法的无人机控制律设计 …… 左玲，张翔伦，李志宇，秦玮，侯琳，杨森（1512）

多节链式倾转旋翼飞行器重构控制与运动仿真 …… 王续乔，来飞龙，赵昌丽（1523）

一种新型登机门开启限速装置的设计 …… 智文静，李建刚，张晨，刘冬平，杜秀军（1532）

基于 MPC-PIO 的无人飞行器集群编队重构控制 ……
…… 廖剑，高向阳，闫实，周绍磊，王东来，康宇航（1541）

基于分层空间一致性的旋转双目立体校正算法 …… 罗其俊，田鑫，高庆吉（1551）

考虑输出约束及外部干扰的柔性航天器振动控制 …… 刘姝阳，杨洪磊，张振国，李元春（1560）

基于热传导偏微分方程的微纳星群迁移控制 …… 潘晓，宋婷，李猛，姚闯（1568）

短距起飞垂直降落飞行器飞行品质研究 …… 甄旭东，王子安，胡润昌，龚正，陈永亮，王江峰（1576）

基于数据驱动的无人机集群故障检测与诊断 …… 李润泽，姜斌，余自权，陆宁云（1586）

基于 ε-level 蝙蝠算法的无人机三维航迹规划 …… 王福仪，孟秀云，张海阔（1593）

基于改进 Kinky Inference 的输出调节自适应无拖曳控制 …… 孙笑云，沈强，吴树范（1604）

一种光学陀螺随机误差在线补偿方法 …… 卢克文，王新龙，王彬，丁小昆，胡晓东（1614）

四旋翼飞行器的 RBF 神经网络鲁棒自适应控制 …… 马振伟，白浩，陈洪波，王劲博（1620）

基于波动控制的直升机吊挂鲁棒减摆技术 …… 李红宏，韩艳铧（1629）

风能接入电机气隙磁链定向矢量控制技术 …… 王嘉豪，田玉茹，于乃昭（1639）

基于一致性理论的无人机编队控制与集结方法 ……
…… 苟进展，梁天骄，陶呈纲，马波，王海峰，吴宇（1646）

对地观测卫星姿态控制系统效能评估方法 …… 曹寅，程月华，高波，张燕华，徐贵力（1655）
基于预定义时间的四旋翼滑模控制 …… 刘浩，黄山，涂海燕（1665）
新型周转式轮腿机器人运动分析与步态规划 …… 张承耀，王刚，车洪磊，李文俊（1675）
基于智能体的电力系统分布式自适应抗干扰控制 …… 石童昕，陈龙胜，李统帅，金飞宇（1685）
基于高速飞行器火力控制模型的智能解算方法 …… 杨犇，金飞腾，刘燕斌，陈柏屹，彭寿勇（1693）
未知干扰下四旋翼无人机群固定时间编队控制 …… 郑伟铭，徐扬，罗德林（1702）
热风洞温度系统的无模型自适应级联控制 …… 陈嘉诚，杨旭，马渝翔，李栋，董素君，李运华（1713）
基于改进预测校正的时间协同再入制导方法 …… 高源，胡钰，陈锦涌，张杰，周锐（1721）
基于综合赋权的目标可攻击价值综合评估排序 …… 孙学安，王寅，周齐贤（1731）
基于相关性参数选择的飞行数据异常检测 …… 钟杰，罗冲，张恒，苗强（1738）
大展弦比飞行器变形辅助高度控制策略 …… 佘挽强，刘燕斌，陈柏屹（1746）
基于迁移学习的齿轮箱开放集跨工况故障诊断 …… 马翔，许庶，尚芃超，马剑，周汝志（1753）

期刊基本参数：CN 11-2625/V * 1956 * m * A4 * 334 * zh * P * ￥50.00 * 400 * 37 * 2024-05

（**编　辑**　张　嵘　孙　芳　苏　磊　卞欢欢　王　茜　李亚泰）

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF
AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

Vol. 50 No. 5 （Sum 375） May 2024

CONTENTS

A review of algorithms for multi-vector attitude synthesis of research
…… WU Meiping，LIU Yilin，GUO Yan，YU Ruihang （1427）

Image enhancement algorithm for underwater vision based on weighted fusion
…… BEN Yueyang，TANG Rui，DAI Ping'an，LI Qian （1438）

Vision-based path planning algorithm of unmanned bird-repelling vehicles in airports
…… WANG Rui，LI Jinming，SHI Yulong，SUN Hui （1446）

Aircraft system identification algorithm based on generalized equivalent model
…… ZHOU Dapeng，LI Heqi，WANG Yeguang，WANG Lixin （1454）

Consensus control of multi-agent systems with uncertain communication networks
…… LIU Wei，YAN Shi，WANG Xibin，LI Ruitao，ZHOU Shaolei （1463）

Pinning control of AUV cluster under input delay and communication delay
…… DU Xue，SUN Zhaodong，XU Chenglong，JIN Zesheng （1474）

Obstacle detection and tracking method based on millimeter wave radar and LiDAR
…… NIU Guochen，TIAN Yibo，XIONG Yu （1481）

A multi-task traffic scene detection model based on cross-attention
…… NIU Guochen，WANG Xiaonan （1491）

Engineering test method for avionics system based on conformity evidence chain
…… ZHONG Lunlong，ZHANG Zhuoxuan，CHEN Yonggang （1500）

UAV control law design method based on active-disturbance rejection control
…… ZUO Ling，ZHANG Xianglun，LI Zhiyu，QIN Wei，HOU Lin，YANG Sen （1512）

Reconfiguration control and motion simulation of tilt-rotor aircraft with multilinks
…… WANG Xuqiao，LAI Feilong，ZHAO Changli （1523）

Design of a new opening and speed limiting mechanism of passenger door
…… ZHI Wenjing，LI Jiangang，ZHANG Chen，LIU Dongping，DU Xiujun （1532）

Formation reconfiguration control of UAV swarm based on MPC-PIO
…… LIAO Jian，GAO Xiangyang，YAN Shi，ZHOU Shaolei，WANG Donglai，KANG Yuhang （1541）

Rotation binocular stereo rectification algorithm based on hierarchical spatial consistency
…… LUO Qijun，TIAN Xin，GAO Qingji （1551）

Vibration control of flexible spacecraft with output constraints and external disturbances
…… LIU Shuyang，YANG Honglei，ZHANG Zhenguo，LI Yuanchun （1560）

Migration control strategy for swarm density based on PDE-constrained heat conduction
…… PAN Xiao，SONG Ting，LI Meng，YAO Chuang （1568）

Aircraft flight qualities of short take-off and vertical landing
…… ZHEN Xudong，WANG Zi'an，HU Runchang，GONG Zheng，CHEN Yongliang，WANG Jiangfeng （1576）

Data-driven fault detection and diagnosis for UAV swarms
…… LI Runze，JIANG Bin，YU Ziquan，LU Ningyun （1586）

UAV three-dimensional path planning based on ε-level bat algorithm
…… WANG Fuyi，MENG Xiuyun，ZHANG Haikuo （1593）

Output regulation adaptive drag-free control with enhanced Kinky Inference
…… SUN Xiaoyun，SHEN Qiang，WU Shufan （1604）

An online compensation method for random error of optical gyro
…… LU Kewen，WANG Xinlong，WANG Bin，DING Xiaokun，HU Xiaodong （1614）

RBF neural network robust adaptive control of quadrotor aircraft
…… MA Zhenwei，BAI Hao，CHEN Hongbo，WANG Jinbo （1620）

Robust anti-swing technology for helicopter slung load based on wave control
…… LI Honghong，HAN Yanhua （1629）

Air gap flux-oriented vector control techniques of wind power synchronous motor
…… WANG Jiahao，TIAN Yuru，YU Naizhao （1639）

Formation control and aggregation method of UAV based on consensus theory
…… GOU Jinzhan，LIANG Tianjiao，TAO Chenggang，MA Bo，WANG Haifeng，WU Yu （1646）

Effectiveness evaluation method for earth observation satellite attitude control system
…… CAO Yin，CHENG Yuehua，GAO Bo，ZHANG Yanhua，XU Guili （1655）

Quadrotor sliding mode control based on predefined time
…… LIU Hao，HUANG Shan，TU Haiyan （1665）

Motion analysis and gait planning of a novel revolving wheel-legged robot
…… ZHANG Chengyao，WANG Gang，CHE Honglei，LI Wenjun （1675）

Distributed adaptive anti-disturbance control for power systems based on multi-agents
…… SHI Tongxin，CHEN Longsheng，LI Tongshuai，JIN Feiyu （1685）

Intelligent solution method based on high-speed aircraft fire control model
…… YANG Ben，JIN Feiteng，LIU Yanbin，CHEN Boyi，PENG Shouyong （1693）

Fixed-time formation control of quadrotor UAV swarm with unknown disturbances
…… ZHENG Weiming，XU Yang，LUO Delin （1702）

Model-free adaptive cascade control for temperature system of a hot wind tunnel
…… CHEN Jiacheng，YANG Xu，MA Yuxiang，LI Dong，DONG Sujun，LI Yunhua （1713）

Improved predictor-corrector guidance method for time-coordination entry
…… GAO Yuan，HU Yu，CHEN Jinyong，ZHANG Jie，ZHOU Rui （1721）

A comprehensive air-ground target attackability value ranking based on comprehensive weighting
…… SUN Xue'an，WANG Yin，ZHOU Qixian （1731）

Flight data anomaly detection based on correlation parameter selection
…… ZHONG Jie，LUO Chong，ZHANG Heng，MIAO Qiang （1738）

Altitude control strategy for high-aspect-ratio wings with active morphing
…… SHE Wanqiang，LIU Yanbin，CHEN Boyi （1746）

Fault diagnosis of gearbox under open set and cross working condition based on transfer learning
…… MA Xiang，XU Shu，SHANG Pengchao，MA Jian，ZHOU Ruzhi （1753）

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0325

多矢量姿态测量算法研究综述

吴美平*，刘一麟，郭妍，于瑞航
(国防科技大学 智能科学学院，长沙 410072)

摘 要：将矢量测量转化为姿态测量，该问题在姿态估计中被称为Wahba问题。介绍了最小化Wahba问题的损失函数的不同算法，包括最优四元数估计器(ESOQ)、四元数估计器(QUEST)、快速最优姿态矩阵(FOAM)、矩阵的奇异值分解(SVD)等广泛使用的算法，以及基于快速线性四元数姿态估计器（FLAE）、黎曼流形等近年来提出的算法。给出了简单的计算原理与推导过程，并通过计算机仿真对照，归纳各类算法在计算旋转矩阵时的计算精度、鲁棒性。针对姿态测量算法应对当前应用场景的性能需求，简要介绍其在惯性测量单元(IMU)动态对准、协同集群视觉定姿、图像拼接等方面的适用可能和工作原理，并在此基础上简述了姿态测量算法当前的缺陷与未来的发展趋势。

关 键 词：Wahba问题；视觉定姿；图像拼接；人体动作测量；协同导航
中图分类号：V221+.3; TB553
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1427-11

姿态测量是以相对定位为基础的一种测量技术[1]。同时观测2条及2条以上基线，即可实现载体的三维姿态解算，这种技术在航空、航海和陆地导航中得到广泛应用。通常，把确定三轴姿态的解算方法分为2种：①确定性算法，如双矢量定姿算法(tri-axial attitude determination, TRIAD)算法；②最优化算法，如奇异值分解(singular value decomposition, SVD)、四元数估计器(quaternion estimator, QUEST)算法。采用双基线求解姿态时，确定性算法和几类最优化算法都可实现，但不同算法之间在性能上存在不同，在不同应用场景中表现也不同。

在最优化算法的深入研究中，学者们致力于减轻算法的算力消耗。这主要是由于早期计算机的运算能力有限，研究者们提出了一系列改进的四元数优化快速算法，如快速最优姿态矩阵(fast optimal attitude matrix, FOAM)、最优四元数估计器(estimator of the optimal quaternion, ESOQ)、ESOQ2等算法，主要用于降低计算量，提高数值鲁棒性。在该时期，研究者们认为相比于计算姿态矩阵，四元数有着更少的约束，可以减少每次运算所需要的浮点乘法计算数[2]。

姿态测量算法早期研究主要源于解决卫星姿态的确定问题，利用星敏感器对卫星进行姿态确定，根据星敏感器在本体的安装位置即可得到本体在惯性坐标系下的姿态。随着导航技术的不断进步，姿态测量技术也被广泛使用于惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)的静态粗对准和多源导航系统信息融合定姿问题中，利用重力加速度在这2个惯性坐标系中的投影来构造观测向量，求解Wahba问题确定初始时刻的姿态阵。近年来，姿态测量算法也被应用于图像拼接、视觉测量等机器视觉领域，利用图像特征信息构建几何约束，进行多无人平台相对定姿或观测误差弥补。

本文旨在梳理从20世纪60年代至今所提出的

收稿日期：2022-05-07；**录用日期**：2022-09-23；**网络出版时间**：2022-11-21 09:39
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221118.1555.002
基金项目：国家自然科学基金面上项目(42276199)；国家自然科学基金青年科学基金(62103424)
*通信作者. E-mail：meipingwu@263.net

引用格式：吴美平，刘一麟，郭妍，等. 多矢量姿态测量算法研究综述[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1427-1437.
WU M P，LIU Y L，GUO Y，et al. A review of algorithms for multi-vector attitude synthesis of research[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1427-1437 (in Chinese).

比较有代表性的姿态测量算法。首先,简要阐述姿态测量算法的发展过程;然后,重点将各类基于Wahba问题的最优化算法进行对比,总结其在处理损失函数与最终求解时的数学原理与方法;最后,探讨姿态测量在智能化时代新型导航算法上的应用情况和发展趋势。

1 姿态测量算法发展简述

1964年,Black提出了利用2组观测矢量求取姿态转换矩阵的代数方法TRIAD,常称为双矢量定姿法[3]。1965年,Grace Wahba提出了应用观测矢量进行星体姿态确定的最小二乘优化问题,又称为Wahba问题[1]。在此基础上,众多研究者开展了对姿态计算的最优化算法的研究。

Wahba问题的第一个解在1966年给出,但其是一种不成熟的算法。该算法要求至少获得3组观测准确的向量来进行姿态转换矩阵的计算,给计算能力和观测方案都带来了不必要的负担[4]。SVD由Markley首先提出[5],但因为计算量较大,在算力严重受限的20世纪60—80年代,实践中并未广泛使用。第一个能够在当时技术水平下妥善处理Wahba问题的方案由Davenport在1968年提出[6],选择利用四元数替代姿态转换矩阵以减少未知参数的数量,从而以更小的计算代价解决Wahba问题。1981年,依托于地磁卫星(magnetic field satellite, MAGSAT)任务,QUEST算法被设计出来[7],并一直沿用至今,是应用最为广泛的姿态测量算法。利用向量观测矩阵的伴随矩阵,Markley于1993年提出了FOAM算法,该算法同样不需要对矩阵进行奇异值分解,四元数的使用使其迭代和归一化更加简单,保证了FOAM是一种高速的算法[8]。1997年,在Shuster证明的基础上,Mortari利用Gibbs矢量设计了ESOQ[9],使用解析法求得最优四元数,并在同年改进ESOQ算法推出ESOQ2[10],相比于前者,改进算法只使用一次顺序旋转来避免引入奇异性,更加精准、鲁棒、快速。

2000年之前的相关研究受制于计算机计算能力,并且应用背景中星敏感器往往能够提供极为精确的观测量,使得算法的进化更倾向于快速、简便,而并不重视增强其在观测可能出现较大误差情况下的鲁棒性。进入21世纪后,计算机的计算能力飞速发展,Wahba问题也应用在了更多的领域。Yang和Zhou于2013年利用四次方程的通用根来求解最优四元数,该算法速度很快,但可能没有特征多项式的实根,将导致复数四元数的出现[11]。于是在2015年,Yang引入了黎曼流形的思想,发展出一种更加稳健的迭代方法[12]。2017年,电子科技大学设计了一种新的快速线性四元数姿态估计器(fast linear quaternion attitude estimator, FLAE)[13],Wahba问题被抽象为几个基于四元数的一维方程,用伪逆矩阵建立了与传统Wahba问题等价的多维方程的线性解,同时提供了解特征值的解析方案和迭代方案。

2021年,针对姿态测量算法在动基座对准中遇到的新问题,严恭敏、翁浚等对传统的FOAM算法进行了改进,通过设置更精确的初始迭代值和选择收敛速度更快的迭代算法,设计了在动基座对准环境中表现更好的S-FOAM算法[14]。此外,为应对观测噪声较大的环境,伊朗马雷克阿斯塔理工大学Ghadiri等设计了区间分析的鲁棒最优姿态确定算法,将姿态误差限制在更小的范围内,相比传统的四元数算法对测量和参考矢量的有界不确定度具有更好的效率,在高噪声的情况下表现出了更加优异的精度[15]。

以上算法大多基于Davenport的Q-method方法,其属于经典的最优化算法,需要求解矩阵特征多项式。事实上,获取行列式和伴随矩阵类似的矩阵操作对于批处理来说可能比较复杂。就所有现有算法而言,很难在鲁棒性和时间消耗之间实现平衡,因为快速的方法并不总是鲁棒的,反之亦然[16]。

2 常见姿态测量算法

2.1 Wahba问题与损失函数

Wahba问题将方向测量转化为姿态测量,其表述如下:如果在惯性坐标系内有n个单位矢量,分别记为$\boldsymbol{v}_i$, $i=1,\cdots,n$;在IMU坐标系(体坐标系)下测量这些单位矢量得到的值为$\hat{\boldsymbol{v}}_i$, $i=1,\cdots,n$,如何找到一个$i=1,\cdots,n$旋转矩阵$\boldsymbol{C}$,使得所建立的误差函数最小,被称为姿态测量最优化算法。

旋转矩阵具有3个自由度,每个矢量测量具有2个自由度。因此,当只有1个矢量测量时,这是欠约束问题,即有无数个旋转矩阵$\boldsymbol{C}$可以满足条件;当有2个或以上矢量测量时,这是过约束问题。在Wahba问题中,这些矢量$\boldsymbol{v}_i$已经被归一化,只需考虑$\boldsymbol{v}_i$的方向,不考虑该矢量的模长。

SVD算法通过数理统计中一个将二次型转化为矩阵的迹的方法,称为“Tracetrick”,将损失函数转换为与优化姿态矩阵$\boldsymbol{B}=\sum_{i=1}^{n} w_i\boldsymbol{v}_i\hat{\boldsymbol{v}}_i^{\mathrm{T}}$相关的形式,其中,$w$表示向量在姿态测量算法中的权重。

经过以上转换,将求解与姿态旋转矩阵$\boldsymbol{C}$相关的损失函数最小值的问题转换为求解$\mathrm{tr}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})$最大

值的问题。

此外, Davenport 将方向余弦矩阵转换为姿态四元数, 建立新的约束。通过引入拉格朗日乘子, 将 Wahba 问题转换为求解四元数算式最大值的问题。

在几类不同的算法中, 对 Wahba 问题都采用了适当的转换, 从而实现了改善性能的目的, 但是其采用同一的损失函数在本质上是相同的, 当选用姿态旋转矩阵表示时损失函数为 $L(C)=\sum w_i\|\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{v}}_i\|^2/2$, 选择姿态四元数进行表示时, 则为 $\max(\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{q}-\lambda\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q})$。

2.2　各类算法

2.2.1　SVD 算法

SVD 算法使用最直观的损失函数, 重构后可将函数中只与观测值相关的项分离出来。在观测已定的情况下, 求解最优姿态旋转矩阵测量已经转换为求解矩阵 $\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$ 最大迹的问题。

假设矩阵 $\boldsymbol{B}$ 可逆并且存在奇异值分解 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{D}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$, 其中, $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 均为矩阵, $\boldsymbol{D}$ 为矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的奇异值矩阵, 记 $\boldsymbol{C}^*=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{V}$, 易知 $\boldsymbol{C}^*$ 为单位正交阵。$\mathrm{tr}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})$ 最大, 当且仅当 $\boldsymbol{C}^*=\boldsymbol{I}$, 此时可通过计算分解矩阵的积得到最优姿态旋转矩阵。

2.2.2　Davenport 算法

1968 年, Davenport[6] 为 Wahba 问题提供了将姿态矩阵参数化单位四元数的解决方案。利用四元数替代姿态旋转矩阵后, 可得到损失函数的四元数表示。通过引入拉格朗日算子, 计算单位四元数的最大值, 可得到关于与最优姿态旋转矩阵及其迹相关的矩阵的特征值、特征向量求解公式。

当且仅当 λ 等于所得矩阵的最大特征值, $\lambda_{\max}$ 对应的特征向量即为所求的最优四元数 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{opt}}$。

2.2.3　QUEST 算法

QUEST 算法使用了 Davenport 在优化时所使用的四元数算法, 利用伴随矩阵表示出矩阵的逆, 建立 Gibbs 向量, 利用 Cayley-Hamilton 定理得到有关 $\lambda_{\max}$ 的四次方程。

Shuster 认为, 当 $\mathrm{tr}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})$ 为最小值时, $\lambda_{\max}$ 是一个十分接近于 λ_0 的数字[7], 因此, 利用牛顿迭代法解有关 $\lambda_{\max}$ 有极高的效率, 经过多次实验和实践证明, 方程的一阶微分迭代就可以在保证结算的精度。得到 $\lambda_{\max}$ 后, 同理将得出 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{opt}}$ 的值。

2.2.4　FOAM 算法

SVD 算法提出伊始, 由于其涉及到矩阵的奇异值分解, 耗费巨大的算力, 在当时并未推广。然而, 由奇异值分解计算得来的最优姿态旋转矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{opt}}$ 有着极佳的鲁棒性, 因此, 在 1993 年, Markley[8] 利用最优姿态旋转矩阵的伴随矩阵、行列式及其 Frobenius 范数, 将最优姿态旋转矩阵的奇异值分解表示出来。

问题同样落在求解参数 $\lambda_{\max}$ 上。最终将得到一个关于 $\lambda_{\max}$ 的四次方程。与 QUEST 算法类同, 通过牛顿迭代法能够得到关于 $\lambda_{\max}$ 的精确解, 计算得到最优姿态旋转矩阵。

2.2.5　ESOQ 算法

ESOQ 及其后续的改进算法 ESOQ2 着重强调了算法的快速性, 是当时浮点运算最少、解算最为快速的姿态测量算法。ESOQ 算法直接对矩阵 $\boldsymbol{K}$ 特征多项式进行解析解, 求得特征值。在文献 [8] 中, Markley 分别利用四维叉积法和矩阵反演法给出了求解 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{opt}}$ 的方法。

ESOQ 算法使用 Davenport 采用的四元数形式表示的损失函数。四维叉积法利用与最优化矩阵的迹相关的矩阵, 进行合适的矩阵变换后, 得到所有符合条件的 $\boldsymbol{q}_k$ $(k=1,2,3,4)$。4 个四元数应该是完全平行的, 只有模数不同。为增强结果的可靠性, 在实际结果中, 往往选取模数最大的一个四元数作为最优结果。矩阵反演法则利用矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的伴随矩阵计算最优四元数, 四维叉积法和矩阵反演法均未引入矩阵奇异性, 因此, ESOQ 算法利用 $\lambda_{\max}$ 求解 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{opt}}$ 的方式更加稳定, 而且浮点运算数较少, 使得其适用于需要快速最优姿态估计或观测量巨大的情况。

但在求解最大特征值的过程中, ESOQ 算法解出的特征值可能为复数。因此, Mortari 认为该方案并不如牛顿迭代法, 其在改进的 ESOQ2 算法中利用向量变换计算矩阵 $\boldsymbol{K}$ 的最大特征值。改进后的算法在速度上优于 ESOQ, 然而, ESOQ2 采用了一些并不总是精确的几何近似, 在实用中可能不如 SVD、QUEST 和 FOAM 等算法稳定, 本文不再详细介绍。

2.2.6　ESOQ 优化解析算法

针对 ESOQ 算法中, 求解特征值不够快速和稳定的问题, Yang 于 2012 年利用 Shmakov[17] 提出的四次方程解析解求法优化这一过程。求解 $\lambda_{\max}$ 后, 优化后的 ESOQ 算法在稳定性上有了很大进步, 同时保持了 ESOQ 算法高速的优良特性。

2.2.7　Yang 黎曼流形算法

2007 年, Yang[18] 提出了基于黎曼流形的全局收敛的几何优化算法。采用 Davenport 所使用的损失函数。在此基础上, 为避免所有矩阵 $\boldsymbol{K}$ 特征向量的计算, 提出了基于黎曼流形的牛顿迭代法来计算最大特征值和相应特征向量的方法[19], 从而避免求得 $\boldsymbol{K}$ 的所有特征值的繁琐过程。Yang 基于黎曼流

形的牛顿迭代法有以下4个步骤:

步骤1 构建$\mathbf{R}^n$空间内的牛顿矢量[18]。

步骤2 将向量投影到最优四元数所在球面的切线空间上。通过计算四元数替代姿态旋转矩阵得到的损失函数的Hessian矩阵,可以得到其牛顿方程,计算测地线矢量$\boldsymbol{y}$。

步骤3 将得到的矢量$\boldsymbol{y}$归一化。

步骤4 按照空间测地线方向迭代优化四元数。

基于黎曼流形的姿态四元数算法给出了一种稳健的迭代法计算最优四元数,在数值稳定性和鲁棒性上优于QUEST算法。然而,在每次的四元数迭代中,该算法需要消耗太多的浮点运算。

2.2.8 FLAE算法

电子科技大学Wu[15]等认为,QUEST、ESOQ等算法虽然取得了鲁棒性和时间消耗上的进展,但都基于Davenport的Q-method,需要过多的包括获取行列式和伴随矩阵在内的矩阵操作,很难在鲁棒性和时间消耗之间实现平衡。

Wu等[15]提出的FLAE算法中,并未直接使用四元数展开Wahba损失函数,而是直接将姿态旋转矩阵展开,以列向量形式计算。利用四元数与姿态旋转矩阵转换关系,得到与所求四元数$\boldsymbol{q}$及其齐次线性方程的相关的损失函数。

损失函数的基本解系可以用初等行变换给出[20]。通过施密特正交化,可以计算得出所求的最优四元数。文献[13]给出了多维观测情况下的计算方程。同理,算法高效且精确地解出与矩阵的特征值,并进一步求出最优四元数。

2.3 多矢量姿态测量算法仿真验证

各类矢量姿态测量算法在数学上的等价性可以通过严格的推导得出,推导复杂且困难,本节从仿真的角度对各算法进行仿真验证。验证向量使用Markley[8]设定的测试矢量的向量1～向量5。

取真实姿态旋转矩阵$\boldsymbol{C}_{\text{truth}}$为[0.352,0.864,0.360;−0.864,0.152,0.480;0.360,−0.480,0.800]。

设置观测信噪比为100 dB,分别计算QUEST、SVD、ESOQ、FLAE、FOAM、Davenport算法的损失函数和失准角误差ϕ_{err}。实验电脑搭载CPU为Intel core i5-8 400,6核6线程,主频2.8 GHz。结果如表1、表2所示。

表3、表4为设置向量观测的信噪比为20 dB的仿真实验结果。可以看出,在向量观测不够精确时,FOAM与ESOQ等鲁棒性较差的算法难以进行稳定的姿态解算。由于CPU性能的提升,在观测向量较少的情况下,各类算法速度虽有差别,但耗时无数量级上的差别。在本文的测试环境中,SVD算法与FLAE算法有着更好的表现。

表1 信噪比100 dB时失准角误差

Table 1 Misalignment angle error corresponding to signal-to-noise ratio of 100 dB 10^{-6}

向量	QUEST	SVD	ESOQ	FLAE	FOAM	Davenport
1	9.4	9.6	9.85	9.41	9.53	9.39
2	10.3	10.1	10.15	10.52	NaN	10.24
3	9.56	9.55	9.91	9.65	9.57	9.38
4	10.14	10.18	10.23	10.44	NaN	10.20
5	10.0	10.0	10.0	10.29	NaN	10.43

注:NaN表示算法解算未收敛到解的可行域。

表2 信噪比100 dB时损失函数

Table 2 Loss function with signal-to-noise ratio of 100 dB 10^{-6}

向量	QUEST	SVD	ESOQ	FLAE	FOAM	Davenport
1	6.78	6.76	7.32	6.76	6.76	6.83
2	5.49	5.40	5.28	5.41	NaN	5.41
3	6.69	6.84	6.91	6.82	6.75	6.72
4	5.44	5.33	5.48	5.38	NaN	5.45
5	5.41	5.38	5.42	5.38	NaN	5.43

注:NaN表示算法解算未收敛到解的可行域。

表3 信噪比20 dB时失准角误差

Table 3 Misalignment angle error corresponding to Signal-to-Noise Ratio of 20 dB

向量	QUEST	SVD	ESOQ	FLAE	FOAM	Davenport
1	0.154	0.09	0.349	0.147	0.152	0.09
2	0.103	0.101	0.102	0.104	NaN	0.102
3	0.154	0.09	0.349	0.136	0.151	0.09
4	0.102	0.103	0.103	0.102	NaN	0.101
5	0.101	0.102	0.102	0.103	NaN	0.104

注:NaN表示算法解算未收敛到解的可行域。

表4 信噪比20 dB时损失函数

Table 4 Loss function with signal-to-noise ratio of 20 dB

向量	QUEST	SVD	ESOQ	FLAE	FOAM	Davenport
1	0.087 4	0.068 0	0.183 6	0.092 7	0.089 9	0.067 5
2	0.054 2	0.054 1	0.053 2	0.053 9	NaN	0.530
3	0.088 7	0.067 0	0.184 1	0.088	0.093 9	0.067 5
4	0.054 3	0.053 5	0.053 9	0.054 2	NaN	0.054 4
5	0.054 4	0.053 0	0.053 9	0.054 2	NaN	0.053 0

注:NaN表示算法解算未收敛到解的可行域。

3 姿态测量算法常见应用场景

3.1 IMU动基座对准

捷联惯导系统(strapdown inertial navigation system, SINS)在进入导航任务之前需要完成初始对准,建立精确的初始姿态矩阵。对准一般在静基座条件下进行,但控制系统的快速发展对快速初对准产生了更高的要求。西北工业大学严恭敏团队通

过运动位移补偿削弱了由此引起的惯性系重力偏斜误差, 给出了基于惯性参考基准的 SINS 定位方法[21]。因此, 无需任何初始姿态信息、数据存储和复杂的非线性建模与滤波计算, 本文除实现动基座姿态阵初始对准外, 同时具备对准过程中实时定位导航的能力。在文献 [19] 的基础上, 翁浚等[22] 将车载动基座姿态估计问题归结为 Wahba 问题, 利用计算量小、鲁棒性好的 FOAM 算法计算初始时刻当地地理坐标系 n_0 到初始时刻载体坐标系 b_0 的姿态旋转矩阵, 解决车辆行驶过程中实时姿态估计问题。具体实施中, 利用车载 IMU、里程计和加速度计的量测值分别计算出参考向量与量测向量。FOAM 动基座对准算法除求取姿态旋转矩阵用到 FOAM 算法外, 其他运算部分只需要简单积分求和就可以完成, 计算量相对复杂的滤波算法要小。通过实验证明, FOAM 算法的方位角误差收敛速度快, 抗干扰能力强, 满足车载系统快速、长时间获取正确姿态信息的要求, 能够为对准结束转入组合导航阶段提供较高精度的位置信息。刘文倩等[23] 在动基座对准场景中使用 SVD 算法实现了对 Wahba 问题的求解, 同时采用 Sage-Husa 自适应滤波算法解决了量测噪声不准确的问题, 改进算法能够明显提高惯导系统在动基座下的姿态精度, 转台实验对准方位误差小于 0.05°。

2020 年, 针对车载捷联惯导的传统动基座对准方法精度较低及环境适应性较差的问题, 韩勇强等提出了一种基于优化 QUEST 的行进间粗对准优化算法[24], 对于 QUEST 算法来说, 水平速度的大小相较于姿态角波动而言对算法的稳定性影响较小, 但当加速度较大, 如突然启动或停止时, 同样会造成较大影响, 利用优化的 QUEST 算法, 对不同时刻的重力矢量信息进行分析, 基于误差信息对权重值大小进行合理分配, 提高算法稳定性, 实时估计车载体姿态、速度、位置, 反馈到下次计算中, 形成闭环, 提高粗对准精度。同理, 海上、海岸常见外界干扰(如阵风和海浪)使传统解析粗对准无法完成 SINS 初始对准过程。周月等使用 Q-method 算法实现了姿态确定过程[25], 考虑到采用构造重力矢量观测来实现初始对准过程, 可能会引起矢量构造共线, 从而造成初始对准过程姿态计算振荡, 降低对准性能, 改用构造速度矢量观测来实现对准过程, 充分利用积分平滑作用, 抑制周期性噪声和高斯白噪声, 提高对准性能。

3.2　星敏感器定姿

Wahba 问题提出是为了满足星敏感器为空间中的卫星提供相对于惯性参考系下高精度的姿态信息。姿态测量算法大多是对解算过程的优化及对未知量的表示形式的改进, 目前也是根据星敏感器应用中所遇到的问题逐步推进。在利用星敏感器进行姿态确定的过程中, 需获取一定视场内星图影像, 如图 1 所示, 提取影像中星点的质心后, 利用已知的导航星表, 识别出恒星在天球坐标系下的位置, 从而确定像空间坐标系与天球坐标系之间的星点坐标转换关系, 求得该影像成像时的视轴指向, 即姿态信息[26]。

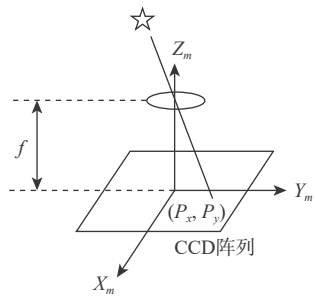


图 1　星光成像几何示意图[26]

Fig. 1　Geometric diagram of starlight imaging[26]

在星敏感器定姿研究领域, 姿态测量算法已经相对成熟, 陈希军等[27] 考虑星图分布对于星点个数的影响, 提高姿态测量的精度, 实验结果显示, 星敏感器视场大于 3 颗时, 可以视其为一种条件冗余下的超定 Wahba 问题。华沙理工大学 Narkiewicz 等将太阳敏感器、地球敏感器和星敏感器的数据进行融合, 确定卫星姿态[28], 算法先对太阳敏感器和地球敏感器产生的数据进行积分, 比较直接数值解、Wahba 问题的数值解和解析解及姿态计算的 TRIAD 算法, 再采用加权平均和卡尔曼滤波 2 种方法对星敏感器和日地敏感器的姿态数据进行集成。

张磊等[29] 指出姿态测量精度除受条件数描述的导航星间相对位置的影响外, 还与导航星组在星图中的不同位置有关。宋亮亮等通过实验得出, 利用 4 颗星点的 QUEST 算法相比于双星 QUEST 算法可获得更高精度, 但由于星敏感器在实时性上有要求, 星点数过高会影响计算效率[30], 待改进的方面有: 数据复共线性严重, 姿态确定精度受到单星点提取误差影响较大, 星图分布不均匀进一步扩大该影响, 此外, 仅利用点特征的共线模型未能充分利用恒星间的几何特征关系。

海军航空工程大学肖支才将最优递归四元数估计 (REQUEST)[31-32] 算法和容积卡尔曼滤波 (cubature Kalman filter, CKF) 结合起来, 用最优 REQUEST 方法确定的姿态四元数直接作为 CKF 滤波器的观测量, 由 CKF 滤波估计陀螺漂移来补偿系统模型误差[32], 算法以 CKF 滤波器为外框架, 将最优 REQUEST

滤波器嵌入到CKF滤波器中，根据星光矢量观测，利用最优REQUEST确定矩阵的初值，在一步预测前，对陀螺漂移进行补偿，再根据计算的容积点和相应的权值进行时间更新，求解状态和方差预测，如果有星光矢量信息输入，则用最优REQUEST算法递推矩阵，并从矩阵中分离出四元数，取矢量部分作为CKF的观测量，进行CKF的量测，仿真实验证明，将最优REQUEST嵌入到CKF后，使得CKF所用的量测量的精度提高，使滤波收敛速度加快，滤波精度提高。

考虑到星敏感器结构设计与安装过程会产生多种误差，影响星敏感器在轨标定的精度。为满足遥感卫星对高精度姿态信息的需求，2021年，周竹青等提出了一种星敏感器/陀螺组合的卫星姿态确定算法（见图2）[33]，针对用QUEST算法计算星敏感器输出的姿态四元数时判断四元数正负的问题，根据幂法求解特征向量的原理对算法进行改进，根据扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)原理，将星敏感器和陀螺输出的四元数差作为EKF的量测量，补偿陀螺的漂移。张刘等[34]根据星敏感器的误差模型，提出了一种高精度的星敏感器在轨标定方法，利用粒子群优化算法使含有误差的像点投影到虚拟像平面上的坐标与无误差时像点的坐标一致，再利用QUEST算法解算出三轴姿态角，求得2个像平面之间的姿态旋转矩阵，得出2个像平面之间的关系，在不依靠陀螺信息的情况下，提高了数据的准确性。

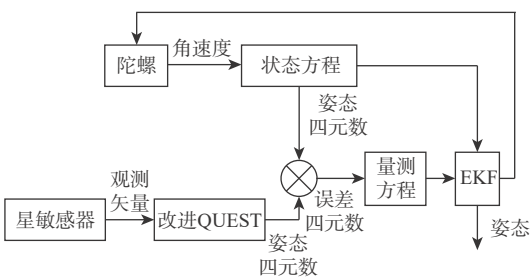


图2 卫星姿态确定原理[33]

Fig. 2 Principle of satellite attitude determination[33]

针对航天器在轨工作过程中可能出现的数据缺失问题，白子杨在星敏感器的无迹卡尔曼滤波与双矢定姿联合姿态确定算法基础上，提出了针对星敏感器数据缺失的姿态估计修正算法[35]，通过从数据窗口中提取无误时间的环境干扰力矩的估计数据，对数据进行曲线拟合，修正残缺数据，在一定程度上解决了星敏感器发生数据缺失后的短时间内航天器的姿态确定问题。

3.3 图像拼接

Wahba问题寻求最佳的旋转来对齐2组给定假定对应的向量观测值，其在当前计算机视觉和机器人应用中也有着十分重要的作用。Yang和Carlone通过截断最小二乘(least trimned square, LTS)描述了Wahba问题，在使用四元数的情况下，将问题描述为二次约束规划(quadratic constrained quadratic programming, QCOP)，提出了比RANSAC算法更加鲁棒的QUASAR算法[36]，在使用SURF特征描述算子建立不同图像对应点关系，进行图像拼接时，2个相机帧在重合区域较小的情况下，能够通过QUASAR算法进行精准的拼接，效果优于常见的RANSAC、FGR等算法。

同样，在Wahba问题框架下提出截断最小二乘估计与半定松弛(truncated least squares estimation and semidefinite relaxation, TEASER)，解决了点云中存在大量离群值情况时的快速结算，为激光雷达的扫描匹配提供了鲁棒的后处理，保证目标位姿估计和定位的准确性[37]。

随着各类精确传感器的发展和使用，姿态测量算法在各类应用中多以辅助形式出现，但在当前无人系统智能导航蓬勃发展的时代背景下，无人系统的功耗、搭载、成本与精密传感器的使用存在较大矛盾。

3.4 高动态人体姿态跟踪

人体运动跟踪是室内导航、机器人技术、虚拟现实等新领域的一项关键技术。Duan等[38]利用ESOQ2算法，构建了一种最优四元数卡尔曼滤波器的二次估计器E2QKF算法，提高人体运动跟踪的精度。Yun和Bachmann[39]与Zhang和Xiao[40]设计了类似的组合算法，利用EKF+QUEST、CF+ESOQ2的方式成功实现了对人体姿势的实时跟踪。

在Duan等[38]提出的设计中，使用ESOQ2算法预处理加速度计和磁强计测量产生观测四元数，用以消除测量结果中人体运动加速度带来的误差（见图1）。传统的姿态测量算法在高动态下精度很低，并不适用，但其通过矢量进行姿态的约束不易发散且不产生累计误差，是对陀螺仪的一种良好的补偿手段。卡尔曼滤波器与姿态测量算法的结合解决了高度动态情况下姿态测量算法精度下降的问题，而其在低动态情况下较高的精度也能通过卡尔曼滤波器对陀螺仪的输出做出修正，从而在任何环境下获取最优的姿态估计。

Zhang和Xiao将ESOQ2算法使用在一套IMU/磁力计与光学运动捕捉的组合系统中，对人体运动状态进行计算，设计了一套结构较为简单的互补滤波器(complementary filter, CF)[40]，为消除肢体运动加速度对高速人体运动测量的影响，在ESOQ2算

法中增加了对加速度计的补偿, 利用模糊逻辑计算互补滤波器的融合因子, 实现输入四元数与参考四元数的自适应融合, 算法设计比传统算法更加简化, 效率和精度都有了更大提高(见图 3)。

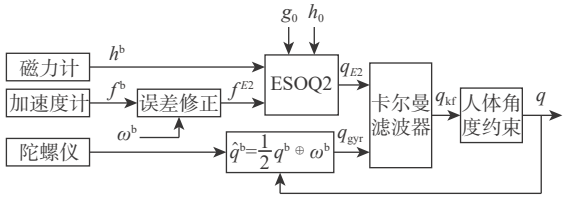


图 3　人体加速度计算模型[40]

Fig. 3　Calculation model of human body acceleration[40]

Yun 和 Bachmann 的设计[39] 与上述 2 个滤波器设计类似, 使用 QUEST 算法对加速度和磁强计输出的测量值进行预处理, 为滤波器生成一个四元数作为输入, 降低了状态向量的维数, 使测量方程线性化, 给出了四元数卡尔曼滤波器的实时实现和测试结果, 实验结果表明, 设计的滤波器能够实现对人体运动状况的精确跟踪, 验证了利用 QUEST 算法优化实现人体运动实时跟踪精度的可行性。

然而人体在运动情形下, 加速度计测得的重力加速度信息是相当不准确的, 此时应当舍弃加速度信息, 依靠地磁传感器和陀螺仪实现姿态解算[41]。马正华等[41] 讨论了加速度计信息的取舍准则, 并基于 optimal-REQUEST 算法, 通过实时估计重力加速度矢量的观测精度, 并在精度逐步降低时, 指数衰减其参与新息计算时的权值, 进而利用该算法所具有的单矢量姿态更新能力, 降低姿态估计误差, 对高速运动下的物体仍然能够保证俯仰角、滚转角及方位角估计误差在 2°以内。

3.5　视觉信息相对定姿

当前, 人工智能的飞速发展, 对无人机的轻量化、自主化、智能化、功能多样化提出了新的要求。无人机协同编队作战作为一种新型的空战模式, 受到国内外的广泛关注[42]。多无人平台协同对战场环境或目标进行侦察、搜索、探测、定位是无人系统在作战行动中的典型应用形式[43-44], 首先就要求机群内有足够精确的相对定姿定位。随着视觉导航系统逐步应用到无人机编队飞行、无人机自主空中加油及航天器自主交会对接中, 基于视觉信息的相对导航成为国内外学者研究的热点, 并取得了相当多的成果, 视线矢量信息被广泛应用到相对导航尤其是相对姿态确定中[45], 基于视线矢量信息确定姿态的算法开始引起研究者的注意。

张旭等[46-47] 提出了一种考虑几何约束的双机编队无人机相对姿态确定算法, 利用矢量观测构成的三角形几何关系建立相对姿态求解模型, 不需要目标的位置矢量信息, 只需要飞行器到目标的视线矢量信息, 避免了测量位置信息带来的误差, 利用飞行器间的三角形几何约束关系, 解决了观测矢量共面不可观测问题, 提高了相对姿态精度, 文献 [46-47] 采用领航—跟随模式的双机编队控制策略, 如图 4 所示, 对双机外任意一个目标点, 在不需要知道目标的位置信息的情况下, 只要飞行器之间及到目标的视线矢量构成三角形约束, 就能够获取足够的视线矢量, 从而进行相对的姿态解算。

北京空间飞行器总体设计部王大轶等[48] 针对空间非合作航天器相对姿态确定难度大的问题, 提出了一种利用非合作航天器双特征结构的相对姿态确定方法, 如图 5 所示, 对航天器图像进行 Canny 边缘检测, 在边缘图像中提取星箭对接环的圆特征与太阳帆板的四边形特征, 进而基于投影同心圆代数约束求解星箭对接环所在平面法向量, 基于平行线消失点原理计算太阳帆板旋转轴方向向量, 在太阳帆板为旋转翼的条件下, 实现利用双特征结构求解完备的相对姿态角的目的。

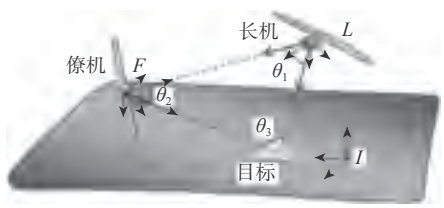


图 4　基于共视目标的双机姿态约束[46-47]

Fig. 4　Dual-aircraft attitude constraints based on common viewing targets[46-47]

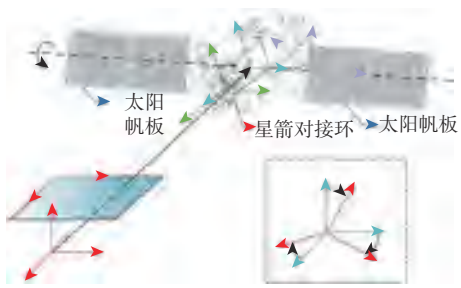


图 5　航天器相对姿态描述涉及的坐标系[48]

Fig. 5　Coordinates involved in relative attitude description of spacecraft[48]

4　姿态测量算法发展趋势

经过多年发展, 姿态测量发展出很多算法, 在新的应用背景下表现愈发活跃。但姿态测量还未对不同的应用环境形成针对的性能改进, 无法保证在新应用中保持解算的精度及鲁棒性。在以往应用中, 向量获取精度极高, 限于计算机算力低下的

时代背景,逐渐改进发展出了QUEST、ESOQ、ESOQ2等低算力需求的快速算法。由于计算机CPU性能的提升,在观测向量较少的情况下,各类算法速度虽有差别,但耗时无数量级上的差别[19]。当前,多数最优化算法在矢量精度较高的情况下可以满足实际需求,但其对观测性能的严重依赖限制了多数场景下的应用,在复杂条件下进行解算普适性和可靠性还有待改进。此外,针对新应用场景的特点适应性不够强。综上,姿态测量算法在未来的发展主要集中在以下3个方向:

1)从算法根本层面提高算法对不精确矢量矩阵和病态优化姿态旋转矩阵的适应性。在传统的星敏感器定位场景中,精度极高的向量获取相对容易,而这一条件在视觉定姿与姿态跟踪领域则很难实现,使得鲁棒性较差的姿态测量算法在此情况下表现较差,容易出现奇异解。即使SVD、FLAE等鲁棒性较强的算法,在面对获取矢量较少且观测精度较低的情况下,姿态解算仍将产生较大的误差。2022年,针对传感器噪声和线性化带来的输入向量误差,Ghadiri等提出了一种鲁棒多目标优化算法,用于求解具有有界不确定性的静态姿态确定问题[15],由建模误差、测量噪声和线性化误差造成的有界不确定性使用区间分析建模,将Wahba问题转化为包含2个性能指标的鲁棒多目标优化问题,该算法将姿态误差限制在更小的范围内,比传统的四元数算法对测量和参考矢量的有界不确定度具有更好的效率,但该效率取决于迭代初值的选择和搜索空间范围。因此,估计合适的搜索空间边界将在未来进行研究。

2)从求解最优姿态解的迭代方案入手,获得高精度的初始值集,减少迭代次数,提高收敛速度。针对动基座对准中优化姿态旋转矩阵的条件数非常大的问题,Yan等提出一种改进算法,在最优姿态旋转矩阵条件数较大时有更优良的表现,算法利用更加合理的求根方式:当矩阵条件数不是特别大时,直接利用四次方程的寻根公式求得最大特征根,在条件数较大的情况下,给出一种高精度的最大特征值估计算法,以获得高精度的初始值集,有利于减少迭代,提高收敛速度,在矩阵条件数较大的情况下,SFOAM算法的精度与SVD算法相同,而SFOAM算法的计算量仅为传统FOAM算法的50%~60%[14]。未来,姿态测量算法可以通过对矢量情况的判断,自适应地选择转换、求根、迭代的方式,这是未来进一步提高算法解算精度、适应性和可靠性的有效途径。

3)结合其他成熟模型,解决其他场景中存在的姿态估计问题,增强原模型对高动态环境的适应性。Jackson等[49]采用牛顿迭代法解决典型的Wahba问题,并将轨迹优化求解器ALTRO[50]修改为直接在单位四元数空间上规划,从而在涉及姿态显著变化的问题上实现了收敛,证明了该方法在ALTRO中的有效性,并计划将包含姿态解算的ALTRO方法应用于四旋翼飞行器和飞艇等姿态变化较大的飞行器的实时模型预测控制问题。近年来发展的姿态测量算法适应性强、移植性高,适合在各类姿态估计、轨迹预测、动作跟踪等成熟的模型中作为观测的补充与校正方案。根据各类算法不同的特点,在对应的环境中加以应用,对姿态信息进行约束,使原有模型的估计效果得到提高。

5 结 论

随着传感器技术与控制原理的发展进步,姿态测量算法迎来了更加广阔的使用空间,但同时对算法的性能有了新的要求。

1)相比于星敏感器定姿的工作环境,在新的应用背景(如视觉矢量定姿、动基座对准等任务)中,算法将面临由较大的观测误差带来的鲁棒性挑战。在计算机算力发展迅速的背景下,如何提高算法在稳定解算性和噪声隔离方面的性能,成为亟需突破的新方向。

2)由于此前对算法的研究多是从特定的应用场景出发,针对单项性能做出改进,算法在环境通用性上还有待发展。以算法在星敏感器确定姿态领域的应用来说,针对各种特殊场景挑战的改进虽然得到广泛的研究,但是少以数学层面入手进行算法优化。针对性的优化方案虽然起到了提升解算精度的效果,但依赖特定环境的约束终究不具有移植性。

综上所述,在将来对姿态测量算法的研究与发展中,需要同时从算法层面与量测环境层面着手,以提升算法的性能:

1)针对各个领域的成熟应用,为姿态测量算法的快速部署,可以根据不同的观测条件,针对性地改善算法对应的性能。例如,动基座对准时,观测矢量相对更加精确,此时要求姿态测量算法尽量快速且精确;在无人平台的视觉矢量姿态解算背景下,视觉矢量的观测不够精确,而且矢量构建存在虚警情况,对算法的“排误性”产生了要求。单纯追求速度上的提升,将限制姿态测量算法的使用广度。

2)为提升算法的通用性,需要考虑从算法层面对性能进行大幅度提升,要求对算法的改进应当深

入到数理层面中, 而不是单纯依赖环境的特殊性附加约束, 以保证算法的通用性。

参考文献（References）

[1] WAHBA G. A least squares estimate of satellite attitude[J]. SIAM Review, 1965, 7(3): 409.

[2] HUANG W, XIE H S, SHEN C, et al. A robust strong tracking cubature Kalman filter for spacecraft attitude estimation with quaternion constraint[J]. Acta Astronautica, 2016, 121: 153-163.

[3] BLACK H D. A passive system for determining the attitude of a satellite[J]. AIAA Journal, 1964, 2(7): 1350-1351.

[4] MARKLEY F L, MORTARI D. Quaternion attitude estimation using vector observations[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2000, 48(2): 359-380.

[5] MARKLEY F L. Attitude determination using vector observations and the singular value decomposition[C]//Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Reston: AIAA, 1987.

[6] DAVENPORT P B. A vector approach to the algebra of rotations with applications: NASA TN D-4696[R]. Washington, D.C.: NASA, 1968.

[7] SHUSTER M D, OH S D. Three-axis attitude determination from vector observations[J]. Journal of Guidance and Control, 1981, 4(1): 70-77.

[8] MARKLEY F L. Attitude determination using vector observations: A fast optimal matrix algorithm[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1993, 41(2): 261-280.

[9] MORTARI D. ESOQ: A closed-form solution to the Wahba problem[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1997, 45(2): 195-204.

[10] MORTARI D. ESOQ2 Single-point algorithm for fast optimal attitude determination[C]//Proceedings of the AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Reston: AIAA, 1997.

[11] YANG Y G, ZHOU Z Q. An analytic solution to Wahba's problem[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 30(1): 46-49.

[12] YANG Y. Attitude determination using Newton's method on Riemannian manifold[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2015, 229(14): 2737-2742.

[13] WU J, ZHOU Z B, GAO B, et al. Fast linear quaternion attitude estimator using vector observations[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 15(1): 307-319.

[14] YAN G M, CHEN R T, WENG J. A super-fast optimal attitude matrix in attitude determination[J]. Measurement Science and Technology, 2021, 32(9): 095012.

[15] GHADIRI H, ESMAELZADEH R, ZARDASHTI R. Robust optimal attitude determination using interval analysis[J]. Advances in Space Research, 2022, 69(6): 2611-2617.

[16] 严恭敏, 陈若彤, 郭鹋. 多矢量定姿的 SVD 和 QUEST 算法等价性分析[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(5): 568-572.
YAN G M, CHEN R T, GUO K. Equivalence analysis between SVD and QUEST for multi-vector attitude determination[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019, 27(5): 568-572(in Chinese).

[17] SHMAKOV S L. A universal method of solving quartic equations[J]. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2011, 71(2): 251-259.

[18] YANG Y. Globally convergent optimization algorithms on Riemannian manifolds: Uniform framework for unconstrained and constrained optimization[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2007, 132(2): 245-265.

[19] SMITH S T. Optimization techniques on Riemannian manifolds[J]. Fields Institute Communications, 1994, 3: 113-136.

[20] BEN-ISRAEL A, GREVILLE T N E. Generalized inverses: Theory and applications[J]. Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 1976, 139(1): 131-132.

[21] 严恭敏, 秦永元, 卫育新, 等. 一种适用于 SINS 动基座初始对准的新算法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(3): 634-637.
YAN G M, QIN Y Y, WEI Y X, et al. New initial alignment algorithm for SINS on moving base[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(3): 634-637(in Chinese).

[22] 翁浚, 秦永元, 严恭敏, 等. 车载动基座 FOAM 对准算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(7): 1498-1501.
WENG J, QIN Y Y, YAN G M. Vehicular moving-base FOAM alignment algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(7): 1498-1501(in Chinese).

[23] 刘文倩, 程向红, 曹鹏, 等. 基于多矢量定姿的动基座最优化对准算法[J]. 飞控与探测, 2021, 4(5): 27-33.
LIU W Q, CHENG X H , CAO P, et al. Optimal alignment algorithm for moving base based on multi vector attitude determination[J]. Flight Control & Detection, 2021, 4(5): 27-33(in Chinese).

[24] 韩勇强, 王新健, 谢玲, 等. 一种车载捷联惯导行进间 QUEST 优化粗对准算法[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28(1): 41-46.
HAN Y Q, WANG X J, XIE L, et al. An in-motion QUEST optimized coarse alignment algorithm for vehicle carried SINS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(1): 41-46(in Chinese).

[25] 周月, 曾建辉, 刘猛, 等. 惯性系姿态确定的 SINS 晃动基座初始对准算法[J]. 导航定位与授时, 2020, 7(2): 83-89.
ZHOU Y, ZENG J H, LIU M, et al. Alignment algorithm based on attitude determination in inertial frame for SINS with swaying base[J]. Navigation Positioning & Timing, 2020, 7(2): 83-89(in Chinese).

[26] 洪然. 基于旋量的星敏感器姿态确定方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.
HONG R. Attitude determination of star sensor based on spinor[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020(in Chinese).

[27] 陈希军, 张泽, 史话. 基于恒星敏感器的姿态确定算法研究[J]. 控制工程, 2008, 15(3): 253-256.
CHEN X J, ZHANG Z, SHI H. Attitude determination algorithm based on star sensor[J]. Control Engineering of China, 2008, 15(3): 253-256(in Chinese).

[28] NARKIEWICZ J, SOCHACKI M, RODACKI A, et al. Comparison of algorithms for satellite attitude determination using data from visual sensors[J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, 2021, 69(4): 137935.

[29] 张磊, 何昕, 魏仲慧, 等. 星图分布对星敏感器最小二乘姿态精度的影响[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(6): 1836-1841.
ZHANG L, HE X, WEI Z H, et al. Impact analysis of star distribution on least square attitude measuring precision in star sensor[J]. Infrared and Laser Engineering, 2014, 43(6): 1836-1841(in Chinese).

[30] 宋亮亮, 张涛, 梁斌, 等. 基于星敏感器的卫星姿态确定方法研究[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(增刊 1): 1-6.

SONG L L, ZHANG T, LIANG B, et al. Research on satellite attitude determination method based on star sensor[J]. Journal of System Simulation, 2010, 22(Sup 1): 1-6(in Chinese).

[31] 肖支才, 李海君, 王朕. 基于最优 REQUEST/CKF 组合的航天器姿态确定[J]. 弹箭与制导学报, 2015, 6: 1-4,8.
XIAO Z C, LI H J, WANG Z. Spacecraft attitude determination of REQUEST/CKF Integration[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2015, 6: 1-4,8(in Chinese).

[32] SHUSTER M D. Filter quest or request[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(2): 643-645.

[33] 周竹青, 李星秀, 吴盘龙. 一种星敏感器/陀螺组合卫星姿态确定算法[J]. 兵器装备工程学报, 2021, 42(10): 187-191.
ZHOU Z Q, LI X X, WU P L. Attitude determination method of satellite based on star and gyroscope[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2021, 42(10): 187-191(in Chinese).

[34] 张刘, 张家坤, 吕雪莹, 等. 基于粒子群寻优的高精度星敏感器在轨标定方法[J]. 飞控与探测, 2020, 3(3): 1-7.
ZHANG L, ZHANG J K, LYU X Y, et al. A hight precision on or bit calibration method for star sensor based on particle swarm optimization[J]. Flight Control & Detection, 2020, 3(3): 1-7(in Chinese).

[35] 白子扬. 基于星敏感器的航天器姿态确定算法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
BAI Z Y. Attitude determination algorithm of spacecraft based on star sensor[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019(in Chinese).

[36] YANG H, CARLONE L. A quaternion-based certifiably optimal solution to the Wahba problem with outliers[C]//Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1665-1674.

[37] YANG H, SHI J N, CARLONE L. TEASER: Fast and certifiable point cloud registration[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2021, 37(2): 314-333.

[38] DUAN Y B, ZHANG X Y, LI Z B. A new quaternion-based Kalman filter for human body motion tracking using the second estimator of the optimal quaternion algorithm and the joint angle constraint method with inertial and magnetic sensors[J]. Sensors, 2020, 20(21): 6018.

[39] YUN X P, BACHMANN E R. Design, implementation, and experimental results of a quaternion-based Kalman filter for human body motion tracking[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(6): 1216-1227.

[40] ZHANG X Y, XIAO W. A fuzzy tuned and second estimator of the optimal quaternion complementary filter for human motion measurement with inertial and magnetic sensors[J]. Sensors, 2018, 18(10): 3517.

[41] 马正华, 朱鸣庆, 戎海龙. 地磁组合重力矢量权值的优化算法[J]. 计算机仿真, 2020, 37(4): 298-303.
MA Z H, ZHU M Q, RONG H L. Optimization algorithm of the weight assigned to gravity acceleration vector used to MAG-μIMU[J]. Computer Simulation, 2020, 37(4): 298-303(in Chinese).

[42] 谢启龙, 宋龙, 鲁浩, 等. 协同导航技术研究综述[J]. 航空兵器, 2019, 26(4): 23-30.
XIE Q L, SONG L, LU H, et al. Review of collaborative navigation technology[J]. Aero Weaponry, 2019, 26(4): 23-30(in Chinese).

[43] 高伟, 刘亚龙, 徐博. 基于双领航者的多 AUV 协同导航系统可观测性分析[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(11): 2370-2375.
GAO W, LIU Y L, XU B. Observability analysis of cooperative navigation system for multiple AUV based on two-leaders[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(11): 2370-2375(in Chinese).

[44] 刘晓洋, 李瑞涛, 徐胜红. 基于测距/测速信息的无人机协同导航算法研究[J]. 战术导弹技术, 2019(2): 73-77.
LIU X Y, LI R T, XU S H. Research on cooperative navigation algorithm of UAV based on ranging/speed measurement information[J]. Tactical Missile Technology, 2019(2): 73-77(in Chinese).

[45] 张旭, 崔乃刚, 王小刚, 等. 考虑几何约束的无人机双机编队相对姿态确定方法[J]. 战术导弹技术, 2017(1): 17-21.
ZHANG X, CUI N G, WANG X G, et al. Relative attitude determination method for dual-UAVs formation with geometric constraint[J]. Tactical Missile Technology, 2017(1): 17-21(in Chinese).

[46] 张旭, 崔乃刚, 王小刚. 基于相对视线矢量测量的多航天器编队相对姿态求解方法[J]. 北京理工大学报, 2017, 31(11): 1178-1182.
ZHANG X, CUI N G, WANG X G. Relative attitude solution for multi-spacecraft formation based on relative line-of-sight vector measurement[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2017, 31(11): 1178-1182(in Chinese).

[47] 张旭. 基于鲁棒自适应滤波的无人机编队相对导航方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
ZHANG X. Research on relative navigation method of UAV formation based on robust adaptive filtering[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017(in Chinese).

[48] 王大轶, 鄂薇, 邹元杰, 等. 利用非合作航天器双特征结构的相对姿态确定方法[J]. 飞控与探测, 2020, 3(1): 18-26.
WANG D Y, E W, ZOU Y J, et al. Relative attitude determination method of non-cooperative spacecraft using dual feature structure[J]. Flight Control & Detection, 2020, 3(1): 18-26(in Chinese).

[49] JACKSON B E, TRACY K, MANCHESTER Z. Planning with attitude[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(3): 5658-5664.

[50] HOWELL T A, JACKSON B E, MANCHESTER Z. ALTRO: A fast solver for constrained trajectory optimization[C]//Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway: IEEE Press, 2019: 7674-7679.

A review of algorithms for multi-vector attitude synthesis of research

WU Meiping*, LIU Yilin, GUO Yan, YU Ruihang

(College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410072, China)

Abstract: The transformation of vector measurements into attitude measurements is known as the Wahba problem in the literature of attitude estimation. This review introduces various algorithms for minimizing the Wahba's loss function, including estimator of the optimal quaternion (ESOQ), quaternion estimator (QUEST), fast optimal attitude matrix (FOAM), singular value decomposition (SVD) as well as new algorithms proposed in recent years such as fast linear quaternion attitude estimator (FLAE) and the algorithm based on Riemannian manifold. The calculation principle and derivation process are briefly introduced. The computational accuracy and robustness of various methods in calculating rotation matrices are summarized through computer simulation. Then, this review outlines the applicability and working principles of these algorithms in inertial measurement unit (IMU) dynamic alignment, collaborative cluster visual attitude determination, and image mosaic in addressing emerging performance requirements in current applications. Finally, we describe the current limitations and development trends of attitude algorithms in the future.

Keywords: Wahba problem; visual attitude determination; image mosaic; human motion measurement; cooperative navigation

Received: 2022-05-07; **Accepted**: 2022-09-23; **Published Online**: 2022-11-21 09:39

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221118.1555.002

Foundation items: General Project of National Natural Science Foundation of China (42276199); Youth Science Fund of National Natural Science Foundation of China (62103424)

* **Corresponding author**. E-mail: meipingwu@263.net

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0540

基于加权融合的水下视觉图像增强算法

奔粤阳，汤瑞，戴平安，李倩*
(哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院，哈尔滨 150001)

摘 要：针对水下视觉同步定位与地图构建 (SLAM) 前端特征提取与特征匹配效果差的问题，提出一种用于水下视觉 SLAM 前端的基于加权融合的图像增强算法。该算法建立在 2 个图像的融合处理基础上，第 1 个图像经过基于自适应伽马校正和动态范围拉伸的水下图像亮度增强处理，第 2 个图像经过基于颜色判断和颜色补偿的灰度世界白平衡处理；通过计算 2 个图像的显著性权重和饱和性权重，对输入图像进行线性加权融合，得到最终的增强图像。通过水下彩色图像质量评价 (UCIQE) 和水下图像质量测量 (UIQM) 方法评估无参考水下增强图像质量，并用南卡罗来纳大学开源数据集测试所提算法的应用效果，结果表明：处理后，水下图像质量高、提取特征点数目多，可以显著提高水下视觉 SLAM 前端特征提取与特征匹配的效果。

关 键 词：同步定位与地图构建；水下图像增强；亮度增强；颜色补偿；图像融合
中图分类号：V249.32; TP242.6
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1438-08

水下视觉同步定位与地图构建 (simultaneous localization and mapping, SLAM) 与现有基于声学的水下定位技术相比，具有图像采集能力强、价格低廉等优点，为实现水下人造物体检测、水下运载器控制、海洋生物学研究、海洋考古、水下搜救及水下资源管理等提供了重要的技术支撑[1-2]。然而，水下图像相比陆上图像存在一些特殊问题。例如，浅水环境中，不同波长的光在水中衰减速率不同，易导致水下图像颜色失真；深水和洞穴等环境中，无法依靠阳光照明，而人工照明设备在水下往往无法照亮整个拍摄环境，易导致水下图像亮度低和亮暗不均等问题；沉船等水下环境中，水质普遍存在大量悬浮浑浊物和微生物，易导致水下图像噪声变大等问题[3]。在实际水下环境中，上述问题通常叠加出现，使得传统陆上图像增强技术（如直方图均衡化[4]等）对水下视觉 SLAM 前端的性能提升十分有限。

针对上述问题，相关研究人员提出一系列水下图像恢复和增强算法，但现有算法普遍存在图像处理效果和计算量无法均衡的问题，即效果好的水下图像处理算法往往以牺牲计算复杂度为代价，而降低计算复杂度又会导致算法处理效果不佳或泛化能力差[5]等问题。另外，一些水下图像增强算法还会造成图像噪声放大或引入其他噪声，这类算法虽然在视觉上取得了一定的优化效果，但在实际用于水下视觉 SLAM 前端时，不仅无法改善水下视觉 SLAM 前端特征匹配的效果，还会造成提取特征点数减少、特征匹配成功对数减少等问题[6]。

因此，本文提出一种用于水下视觉 SLAM 前端的基于加权融合的图像增强算法，将基于自适应伽马校正和动态范围拉伸的亮度增强处理图像与基于颜色判断和颜色补偿的灰度世界白平衡处理图像进行线性加权融合，从而在满足计算复杂度需求的前提下，提高水下图像特征提取与匹配效果。

1 图像处理算法相关理论

1.1 Retinex 理论

在 Retinex 理论[7-8] 中，物体的颜色不是由反射光强度的绝对值决定，而是由物体对红色、绿色和

收稿日期：2022-06-29；**录用日期**：2022-08-12；**网络出版时间**：2022-09-14 13:30
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220913.1748.008
基金项目：国家自然科学基金 (51979047)；黑龙江省自然科学基金 (YQ2021E011)；中央高校基本科研业务费专项资金 (3072021CFT0403)
* **通信作者**. E-mail：liqianheu@163.com

引用格式：奔粤阳，汤瑞，戴平安，等. 基于加权融合的水下视觉图像增强算法 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1438-1445. BEN Y Y，TANG R，DAI P A，et al. Image enhancement algorithm for underwater vision based on weighted fusion [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1438-1445（in Chinese）.

蓝色光线的反射能力所决定, 因此, 物体的色彩不受光照非均匀性的影响[9]。图 1 为 Retinex 理论中图像的构成, 即观察者观看到的物体图像信号 S 由入射光照度 L_{ret} 和携带图像细节信息的物体本身反射光 R_{ret} 决定。

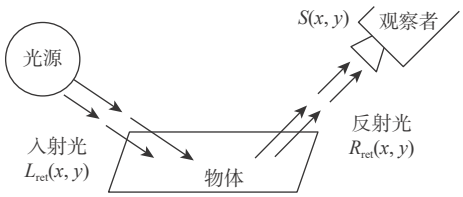


图 1　Retinex 理论中图像的构成

Fig. 1　Composition of images in Retinex theory

Retinex 理论假设原始图像信号 S 是入射光照度 L_{ret} 和物体本身反射光 R_{ret} 的乘积, 即

$$S = L_{\text{ret}} R_{\text{ret}} \tag{1}$$

在利用 Retinex 理论时, 通常将图像转至对数域, 使得乘积关系转换为和的关系[10], 即

$$\log_2 S = \log_2(L_{\text{ret}} R_{\text{ret}}) = \log_2 L_{\text{ret}} + \log_2 R_{\text{ret}} \tag{2}$$

在进行水下图像亮度增强处理时, 可从原始图像 S 中估测出入射光照度 L_{ret}, 进一步将 L_{ret} 分量去除得到原始反射光分量 R_{ret}, 从而消除亮度不均等影响, 实现水下图像亮度增强, 改善水下图像整体效果。

1.2　伽马校正

伽马校正[11] 又称幂律变换, 由幂指数函数定义, 如下:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}}^{\gamma} \tag{3}$$

式中: V_{out} 为输出图像的灰度值; V_{in} 为输入图像的灰度值; γ 为伽马函数的幂指数系数。

由于人眼对外部光源的感光度与输入光强呈幂指数关系, 而相机感光与输入光强呈线性关系, 为方便人眼辨识图像和更有效保存图像亮度信息, 通过调节伽马校正可变参数来改变伽马幂指函数的形状, 从而改变图像对比度和亮度。此外, 该特性也可用于动态估计未知变量[12-13]。

2　基于加权融合的图像增强算法

本文提出的基于加权融合的图像增强算法建立在 2 个图像的融合处理上。第 1 个图像来自水下图像亮度增强处理, 在该部分处理过程中, 先将水下图像由 RGB 颜色空间[14] 转换到 HSV 颜色空间[15-16], 使用线性函数拉伸 V 分量的原始灰度动态范围, 并基于 Retinex 理论采用自适应伽马校正估计入射光照度, 实现水下图像亮度增强。进一步, 对亮度增强处理后的图像进行动态范围拉伸, 避免图像出现对比度低的问题。将处理后的图像由 HSV 颜色空间转换到 RGB 颜色空间, 提取 R、G、B_1 三通道值计算饱和性权重 W_{str1}, 再将图像由 RGB 颜色空间转换到 LAB 颜色空间[17], 提取 L、A、B_2 三通道计算显著性权重[18] W_{slc1}。第 2 个图像来自水下图像白平衡处理, 在该部分处理过程中, 先对图像进行颜色判断, 并对颜色通道小或颜色通道占比小的通道进行颜色补偿, 再使用灰色世界白平衡对图像进行处理。对处理后的图像提取 R、G、B_1 三通道计算饱和性权重 W_{str2}, 再将图像由 RGB 颜色空间转换到 LAB 颜色空间, 提取 L、A、B_2 三通道计算显著性权重 W_{slc2}。最终将权重进行归一化, 对输入图像进行线性加权融合。本文算法流程如图 2 所示。

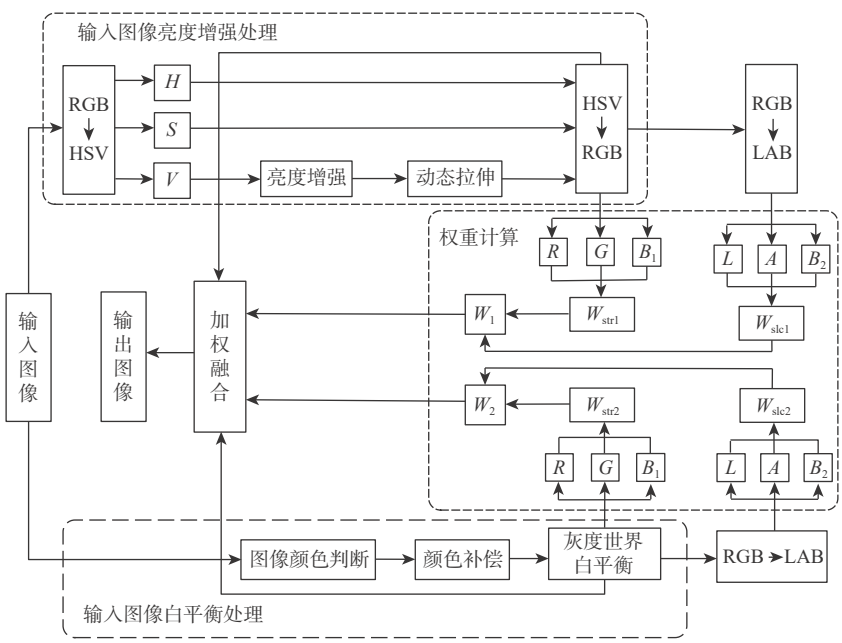


图 2　本文算法流程

Fig. 2　Flowchart of the proposed algorithm

2.1 水下图像亮度增强

水下环境中，亮度是造成水下图像质量差的重要原因之一，RGB颜色空间在处理图像亮度问题上存在较大劣势[19]。因此，本文算法在进行图像亮度增强处理时，将输入图像从RGB颜色空间转换到HSV颜色空间，消除RGB颜色空间处理中存在的亮度相关性问题。此外，在RGB颜色空间进行低照度图像增强，通常需要同时处理R、G、B_1这3个分量，而本文算法的亮度增强部分在HSV颜色空间进行，只需处理V分量就能得到增强亮度效果，使得本文算法具有更低的计算复杂度，最终为实现高质量的水下视觉SLAM提供可能性。

处理一幅低照度图像的核心在于处理其低灰度级区域，然而低灰度级的动态范围很窄，因此，本文算法通过线性函数来拉伸灰度级动态范围，如下：

$$V'(x,y)=\frac{m}{\max(V(x,y))}V(x,y) \tag{4}$$

式中：$V'(x,y)$为位置(x,y)处V分量的增强值；$V(x,y)$为位置(x,y)处原始V分量值；m为拉伸调节系数；$\max(V(x,y))$为原始V分量的最大值。

在拉伸灰度级动态范围后，基于Retinex理论采用自适应伽马校正估计入射光照度$L_{\mathrm{ret}}(x,y)$。由于不同水域的水下图像质量可能存在较大区别，如果将可变参数γ设置为定值，很容易出现常见水下图像增强算法泛化能力差的问题。本文算法在将图像由RGB颜色空间转换到HSV颜色空间后，保持H通道和S通道不变，对V通道采用自适应伽马校正，自适应伽马校正的可变参数γ，如下：

$$\gamma=\exp\left(\frac{D(I_V)-c\bar{I}_V}{D(I_V)}\right) \tag{5}$$

式中：I_V为图像的V通道值；$D(I_V)$为I_V的方差；$\bar{I}_V$为I_V的均值；c为估计调节系数。

将式(5)代入式(3)，可得

$$L_{\mathrm{ret}}(x,y)=V'(x,y)^{\exp\left(\frac{D(I_V)-c\bar{I}_V}{D(I_V)}\right)} \tag{6}$$

式中：$L_{\mathrm{ret}}(x,y)$为位置(x,y)处的入射光照度。

将式(4)和式(6)代入式(2)，可以得到原始反射光分量R_{ret}，如下：

$$\log_2 R_{\mathrm{ret}}=\log_2 V-\log_2 L_{\mathrm{ret}}=\log_2 V-\log_2\left(\left(\frac{V}{\max(V)}\right)^{\exp\left(\frac{D(I_V)-c\bar{I}_V}{D(I_V)}\right)}\right) \tag{7}$$

进一步，可以得到经自适应伽马校正后的V分量，如下：

$$V_{\mathrm{e}}=\exp(\log_2 R_{\mathrm{ret}}) \tag{8}$$

将自适应伽马校正处理后的V分量V_{e}与原始H和S分量结合，即可得到亮度增强后的基础图像。由于经过上述处理后的像素值很容易集中在较高的灰度级，导致增强后的图像对比度低，需要在图像从HSV颜色空间转换到RGB颜色空间前进一步处理。本文算法采用分段函数拉伸V分量来改善上述问题，如下：

$$V'_{\mathrm{e}}(x,y)=\begin{cases}0.85V_{\mathrm{e}}(x,y) & V_{\mathrm{e}}(x,y)\geqslant 0.75\\ 0.60V_{\mathrm{e}}(x,y) & 0.50\leqslant V_{\mathrm{e}}(x,y)<0.75\\ V_{\mathrm{e}}(x,y) & 0.25\leqslant V_{\mathrm{e}}(x,y)<0.50\\ 6.5(V_{\mathrm{e}}(x,y))^2 & V_{\mathrm{e}}(x,y)<0.25\end{cases} \tag{9}$$

将经过自适应伽马变换和动态拉伸后的V'_{e}分量与原始H和S分量结合，再将图像由HSV颜色空间转换到RGB颜色空间，实现高质量的水下图像亮度增强，得到融合处理的第1个输入图像。水下图像亮度增强处理部分说明如图3所示。

2.2 水下图像白平衡

研究表明，灰度世界白平衡法对水下图像处理具有一定效果，但由于水下环境光照中波长最长的红色成分在几米以外就会衰减消失，波长较短的绿色成分可达到相对较深的深度，波长更短的蓝色成分则能达到更深的深度，导致水下图像大多呈现绿色或蓝色。此外，某些水域过于浑浊或存在大量微生物时，水下图像也会呈现绿色。上述情况下，水下图像红色分量比重小或蓝色分量比重小或红蓝分量比重都小时，将导致灰度世界白平衡法计算权值过大，使得处理后的水下图像存在红色伪影等问题。因此，本文算法在使用灰度世界白平衡法前先对水下图像进行颜色判断，再对水下图像进行颜色补偿。

对水下图像I补偿红色通道，如下：

$$\Delta I_{\mathrm{r}}(x)=\alpha\left(\bar{I}_{\mathrm{g}}-\bar{I}_{\mathrm{r}}\right)(1-I_{\mathrm{r}}(x))I_{\mathrm{g}}(x) \tag{10}$$

式中：$\Delta I_{\mathrm{r}}(x)$为图像I红色通道的补偿值；I_{g}为图像I的绿色通道值；$\bar{I}_{\mathrm{g}}$为图像I绿色通道的平均值；I_{r}为图像I的红色通道值；$\bar{I}_{\mathrm{r}}$为图像I红色通道的平均值；α为红色通道补偿系数。

将每个通道动态范围上限进行标准化处理，可使其处于区间[0,1]。通过式(10)可知，当红色通道值越小时，$1-I_{\mathrm{r}}(x)$越大；当红色通道在整个图像中的占比越小时，$\bar{I}_{\mathrm{g}}-\bar{I}_{\mathrm{r}}$越大。在这2种情况下，图像$I$的绿色通道补偿给红色通道的也越多，反之类同。

对水下图像I补偿蓝色通道，如下：

$$\Delta I_{\mathrm{b}}(x)=\beta\left(\bar{I}_{\mathrm{g}}-\bar{I}_{\mathrm{b}}\right)(1-I_{\mathrm{b}}(x))I_{\mathrm{g}}(x) \tag{11}$$

式中：$\Delta I_{\mathrm{b}}(x)$为图像I蓝色通道的补偿值；I_{b}为图像I的蓝色通道值；$\bar{I}_{\mathrm{b}}$为图像I蓝色通道的平均值；β为

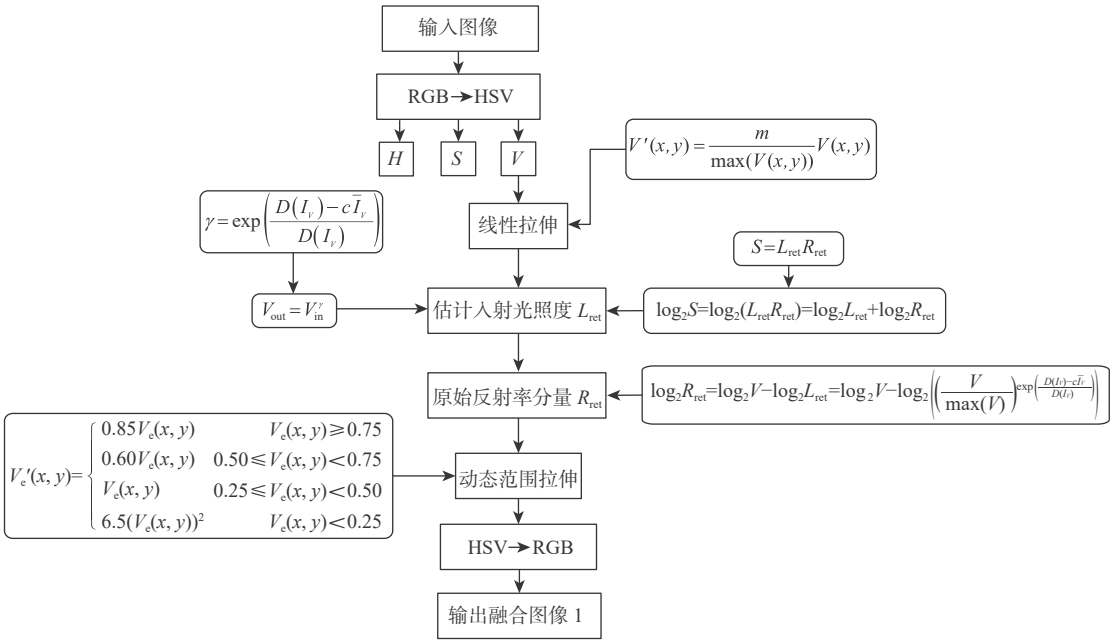


图 3　亮度增强处理说明

Fig. 3　Explanatory of brightness enhancement

蓝色通道补偿系数。

与红色通道补偿相同, 将每个通道动态范围上限进行标准化处理, 使其处于区间 [0,1]。通过式(11)可知, 当蓝色通道越小时, $1-I_b(x)$越大; 当蓝色通道在图像中的整体占比越小时, $\bar{I}_g-\bar{I}_b$越大。在这 2 种情况下, 图像的绿色通道补偿给蓝色通道的也越多, 反之类同。

灰度世界白平衡法[20]假设一幅色彩丰富的图像, 其 R、G、B_1 三通道分量的平均灰度值相等, 且趋于灰度 K。将灰度 K 与各通道平均值相除, 计算出每一个通道的权重, 最终将各通道值乘以权重得到调整后各通道的值, 如下:

$$\begin{cases} W_R=\dfrac{K}{\overline{R}},\ W_G=\dfrac{K}{\overline{G}},\ W_{B_1}=\dfrac{K}{\overline{B_1}} \\ R'=W_R R_{k1},\ G'=W_G G_{k1},\ B_1'=W_{B_1}B_{k1}\end{cases} \tag{12}$$

式中: W_R、W_G、W_{B_1}分别为红色、绿色、蓝色三通道白平衡计算权重; R_{k1}、G_{k1}、B_{k1} 分别为 R、G、B_1 三通道值; $\overline{R}$、$\overline{G}$、$\overline{B_1}$分别为红色、绿色、蓝色三通道平均值。

在对水下图像进行颜色判断和颜色补偿处理后, 使用灰度世界白平衡法处理水下图像, 如式(12)所示, 进而可以得到用于融合处理的第 2 个输入图像, 水下图像白平衡处理部分说明如图 4 所示。

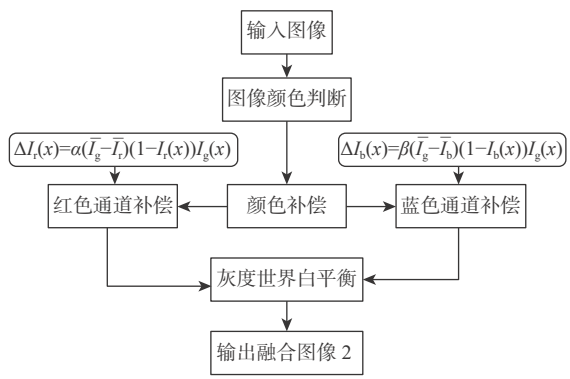


图 4　白平衡处理说明

Fig. 4　Explanatory of white balance

2.3　融　合

由 2.1 节和 2.2 节得到 2 个对原始水下图像处理后的水下图像, 进一步对其进行线性加权融合。

在图像融合前, 先提取 2 个处理后水下图像的 R、G、B_1 三通道值, 计算饱和性权重W_{str}, 如下:

$$W_{\text{str}}=\sqrt{\frac{1}{3}\left[(R_{k1}-\sigma)^2+(G_{k1}-\sigma)^2+(B_{k1}-\sigma)^2\right]} \tag{13}$$

式中: σ为饱和性权重计算参数。

进一步, 将处理后输入图像从 RGB 颜色空间转换到 LAB 颜色空间, 提取 L、A、B_2 三通道值, 计算显著性权重W_{slc}, 如下:

$$W_{\text{slc}}=\sqrt{\left(L_{k2}-\overline{L}\right)^2+\left(A_{k2}-\overline{A}\right)^2+\left(B_{k2}-\overline{B}_2\right)^2} \tag{14}$$

式中: L_{k2}、A_{k2}、B_{k2} 分别为 L、A、B_2 三通道值; $\overline{L}$、$\overline{A}$、$\overline{B}_2$分别为 L、A、B_2 三通道的平均值。

通过计算得到 2 个图像的饱和性权重和显著性权重后, 对权重进行归一化处理, 如下:

$$\begin{cases} W_1=(W_{\text{str1}}+W_{\text{slc1}})/(W_{\text{str1}}+W_{\text{slc1}}+W_{\text{str2}}+W_{\text{slc2}}) \\ W_2=(W_{\text{str2}}+W_{\text{slc2}})/(W_{\text{str1}}+W_{\text{slc1}}+W_{\text{str2}}+W_{\text{slc2}})\end{cases} \tag{15}$$

式中: W_1 和 W_2 分别为亮度增强和白平衡处理后图

像的归一化权重；W_{str1} 和 W_{str2} 分别为亮度增强和白平衡处理后图像的饱和性权重；W_{slc1} 和 W_{slc2} 分别为亮度增强和白平衡处理后图像的显著性权重。

最终，将处理后的2个输入图像 I_1 和 I_2 进行线性加权融合，得到最终图像结果 I_{out}，计算式如下：

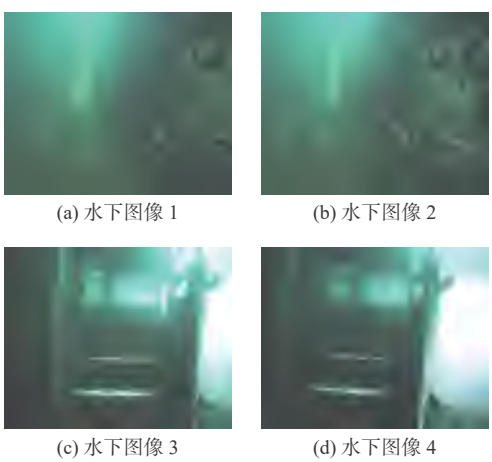
$$I_{out}=W_1I_1+W_2I_2 \tag{16}$$

3 实验结果与分析

为验证本文算法的有效性，选用南卡罗来纳大学 Autonomous Field Robotics Laboratory 开源数据集（https://afrl.cse.sc.edu/afrl/resources/datasets/）进行实验验证与分析，该数据集场景为某海域水下沉没公共汽车。实验使用 Ubuntu18.04 LTS 64 位操作系统，并基于 ROS 机器人操作系统和 Python 编程语言进行开发，实验设备性能为：Intel (R) Core (TM) i9-10900K CPU @ 3.70 GHz 32 GB RAM, NVIDIA GeForce RTX 3080。

实验结果如图 5～图 9 所示。通过人眼视觉观察可以发现，经过本文算法处理后的水下图像较原始图像有较大改进，且比直方图均衡化算法处理后的效果好。目前，最权威且最广泛用于无参考水下增强图像质量评价的方法有水下彩色图像质量评价（underwater color image quality evaluation, UCIQE）[21] 和水下图像质量测量（underwater image quality measurement, UIQM）[22]。为评估本文算法的有效性，分别利用 UCIQE 方法与 UIQM 方法进行评价分析，图像质量评估结果如表 1 和表 2 所示。本文算法处理后的水下图像 UCIQE 结果较原始图像平均提高 40.3%，较直方图均衡化算法处理后的水下图像平均提升 25.1%。UIQM 评估结果较原始图像平均提高 999.7%，较直方图均衡化算法处理后的水下图像平均提升 95.5%。结果表明，利用本文算法处理后的水下图像较原始图像有很大改进，且比直方图均衡化算法处理后的效果好。

本文算法重点在于提高水下图像清晰度，从而提取到更多特征点，完成具有更佳效果的特征匹配，应用于水下视觉 SLAM 前端。为验证本文算法用于水下视觉 SLAM 前端的有效性，进一步使用尺度不变特征转换（scale-invariant feature transform, SIFT）

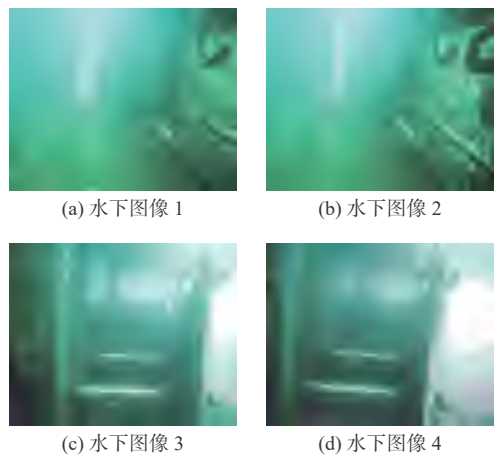


(a) 水下图像 1　(b) 水下图像 2

(c) 水下图像 3　(d) 水下图像 4

图 5　原始水下图像

Fig. 5　Raw underwater images

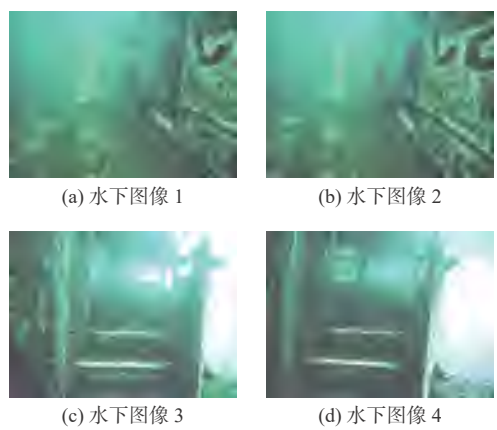


(a) 水下图像 1　(b) 水下图像 2

(c) 水下图像 3　(d) 水下图像 4

图 6　直方图均衡化处理后的水下图像

Fig. 6　Underwater images after histogram equalization

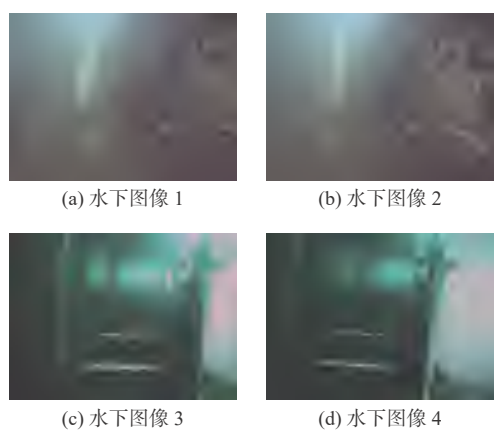


(a) 水下图像 1　(b) 水下图像 2

(c) 水下图像 3　(d) 水下图像 4

图 7　亮度增强处理后的水下图像

Fig. 7　Underwater images after brightness enhancement



(a) 水下图像 1　(b) 水下图像 2

(c) 水下图像 3　(d) 水下图像 4

图 8　白平衡处理后的水下图像

Fig. 8　Underwater images after white balance


(a) 水下图像 1


(b) 水下图像 2


(c) 水下图像 3


(d) 水下图像 4

图 9　本文算法处理后的水下图像

Fig. 9　Underwater images after the proposed algorithm

表 1　UCIQE 无参考水下图像质量评估结果

Table 1　Assessment results of no-reference underwater image quality with UCIQE

图像来源	水下图像1	水下图像2	水下图像3	水下图像4
原始水下图像	3.378 8	3.212 2	5.404 7	4.868 7
直方图均衡化处理	4.002 5	4.248 6	5.047 2	5.144 9
本文算法	5.308 8	5.017 1	6.576 4	6.135 2

表 2　UIQM 无参考水下图像质量评估结果

Table 2　Assessment results of no-referenced underwater image quality with UIQM

图像来源	水下图像1	水下图像2	水下图像3	水下图像4
原始水下图像	0.049 8	0.069 8	0.233 8	0.211 8
直方图均衡化处理	0.485 2	0.452 4	0.656 6	0.555 6
本文算法	0.957 5	1.069 4	1.091 7	1.010 5

特征点提取与匹配方法对原始水下图像和本文算法处理后水下图像进行特征提取与匹配, 并与采用直方图均衡化算法处理后的水下图像匹配效果作对比, 实验结果如图 10～图 12 所示。

图 10 (a) 使用 SIFT 对原始水下图像 1、2 进行特征匹配与误匹配剔除后, 找到 7 对成功匹配的特征点; 图 10 (b) 使用 SIFT 对原始水下图像 3、4 进行特征匹配与误匹配剔除后, 找到 15 对成功匹配的特征点。图 11 (a) 使用 SIFT 对直方图均衡化处理后水下图像 1、2 进行特征匹配与误匹配剔除后, 找到 39 对成功匹配的特征点, 但是匹配到的特征点对分布集中; 图 11 (b) 使用 SIFT 对直方图均衡化处理后水下图像 3、4 进行特征匹配与误匹配剔除后, 找到 17 对成功匹配的特征点, 较原始图像水下特征提取到的 14 对成功匹配的特征点仅有很小的改善效果。图 12 (a) 使用 SIFT 对本文算法处理后水下图像 1、2 进行特征匹配与误匹配剔除后, 找到 71 对成功匹配的特征点, 且匹配到的特征点对分布均匀; 图 12 (b) 使用 SIFT 对本文算法处理后水


(a) 水下图像 1、2 特征匹配


(b) 水下图像 3、4 特征匹配

图 10　原始水下图像 SIFT 特征匹配

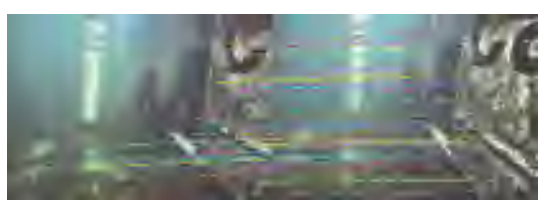
Fig. 10　Feature matching by SIFT of raw underwater images


(a) 水下图像 1、2 特征匹配


(b) 水下图像 3、4 特征匹配

图 11　直方图均衡化处理后水下图像 SIFT 特征匹配

Fig. 11　Feature matching by SIFT of underwater images after histogram equalization


(a) 水下图像 1、2 特征匹配

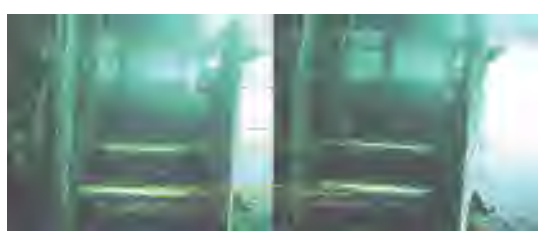

(b) 水下图像 3、4 特征匹配

图 12　本文算法处理后水下图像 SIFT 特征匹配

Fig. 12　Feature matching by SIFT of underwater images after the proposed algorithm

下图像3、4进行特征匹配与误匹配剔除后，找到60对成功匹配的特征点，且匹配到的特征点对分布均匀。水下图像特征提取数和水下图像正确特征匹配对数如表3和表4所示。

同时，在实验部分加入对运算时长的记录与分析，本文算法应用到图像1～4上平均运行时长为25 ms，虽较直方图均衡化算法时间慢，但图像增强效果优于直方图均衡化算法，且运行速度满足在SLAM前端的应用。

综上所述，不论是在水下图像质量评估结果上，还是在特征提取与匹配应用效果上，本文算法处理的水下图像均优于原始水下图像和直方图均衡化处理后的水下图像，但仍可以继续针对算法结构进行优化，降低运行时间。

表3 水下图像特征提取数

Table 3 Number of extracted feature points for underwater images

图像来源	水下图像1	水下图像2	水下图像3	水下图像4
原始水下图像	20	93	263	326
直方图均衡化处理	306	467	729	554
本文算法	620	780	4 077	3 560

表4 水下图像正确的特征匹配对数

Table 4 Number of correct feature matching pairs for underwater images

图像来源	水下图像1、2	水下图像3、4
原始水下图像	7	15
直方图均衡化处理	39	17
本文算法	71	60

4 结 论

针对水下图像存在亮度低、噪声大、可提取特征点少的问题，本文提出一种用于水下视觉SLAM前端的基于加权融合的图像增强算法，选用南卡罗来纳大学Autonomous Field Robotics Laboratory开源数据集进行实验验证，结论如下：

1）与原始水下图像和直方图均衡化处理后水下图像相比，本文算法处理后的水下图像亮度高、视觉效果更好，且使用无参考水下图像质量方法UCIQE和UIQM评估，也得到本文算法处理后的水下图像质量更佳。

2）在算法应用验证部分，与原始水下图像和直方图均衡化处理后图像相比，使用本文算法处理后的水下图像特征提取数增多，正确的特征匹配对数增多，有利于改善水下视觉SLAM前端效果。

下一步工作将继续针对算法结构进行优化，降低运行时间，并将该算法运用到水下视觉SLAM前端中，提高水下视觉SLAM效果。此外，深度学习也是研究水下视觉图像增强的一个重要方法，重要的是设计一种轻量级、泛化能力高的网络。同时，进一步基于水下视觉SLAM任务开展广泛研究，也是未来的热点问题。

参考文献（References）

[1] 赵恒飞. 基于改进回环检测的VINS-Mono水下SLAM算法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2021.
ZHAO H F. Research on VINS-Mono underwater SLAM algorithm based on improved loopback detection[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2021(in Chinese).

[2] 王奠. 基于图像成像模型的水下图像增强方法研究[D]. 上海: 上海海洋大学, 2019.
WANG Y. Research on underwater image enhancement method based on image imaging model[D]. Shanghai: Shanghai Ocean University, 2019(in Chinese).

[3] 郭继昌, 李重仪, 张艳, 等. 面向水下图像的质量评价方法[J]. 中国图象图形学报, 2017, 22(1): 1-8.
GUO J C, LI C Y, ZHANG Y, et al. Quality evaluation method for underwater images[J]. Chinese Journal of Image and Graphics, 2017, 22(1): 1-8(in Chinese).

[4] ABDULLAH W M, KABIR M H, DEWAN M A A, et al. A dynamic histogram equalization for image contrast enhancement[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2007, 53(2): 593-600.

[5] 魏郭依哲, 陈思遥, 刘玉涛, 等. 水下图像增强和修复算法综述[J]. 计算机应用研究, 2021, 38(9): 2561-2569.
WEI G Y Z, CHEN S Y, LIU Y T, et al. Overview of underwater image enhancement and restoration algorithms[J]. Computer Application Research, 2021, 38(9): 2561-2569(in Chinese).

[6] ZHANG J, ILA V, KNEIP L. Robust visual odometry in underwater environment[C]//Proceedings of the OCEANS-MTS/IEEE Kobe Techno-Oceans. Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-9.

[7] LAND E H. An alternative technique for the computation of the designator in the retinex theory of color vision[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 1986, 83(10): 3078-3080.

[8] 刘定通. 复杂背景下视频运动目标检测与跟踪算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2016.
LIU D T. Research on video moving target detection and tracking algorithm under complex background[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2016(in Chinese).

[9] 汪秦峰. 基于直方图均衡化和Retinex的图像去雾算法研究[D]. 西安: 西北大学, 2016.
WANG Q F. Research on image dehazing algorithm based on histogram equalization and Retinex[D]. Xi'an: Northwest University, 2016(in Chinese).

[10] AL-HASHIM M, AL-AMEEN Z. Retinex-based multiphase algorithm for low-light image enhancement[J]. Traitement du Signal, 2020, 37(5): 733-743.

[11] 陈凌波, 朱树先. 基于结构和纹理感知的变分Retinex去雾算法[J]. 光学技术, 2021, 47(6): 733-740.
CHEN L B, ZHU S X. Variational Retinex dehazing algorithm

based on structure and texture perception[J]. Optical Technology, 2021, 47(6): 733-740(in Chinese).

[12] ASHIBA M I, TOLBA M S, ELFISHAWY A S, et al. Gamma correction enhancement of infrared night vision images using histogram processing[J]. Multimedia Tools and Applications, 2019, 78(19): 27771-27783.

[13] CHANG Y, JUNG C, KE P. Automatic contrast-limited adaptive histogram equalization with dual gamma correction[J]. IEEE Access, 2018, 6: 11782-11792.

[14] 黄国祥. RGB 颜色空间及其应用研究[D]. 长沙: 中南大学, 2002.
HUANG G X. RGB color space and its application research[D]. Changsha: Central South University, 2002(in Chinese).

[15] MAX K. Computer graphics and geometric modeling: Implementation and algorithms[M]. Berlin: Springer, 2005.

[16] 马玲, 张晓辉. HSV 颜色空间的饱和度与明度关系模型[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014, 26(8): 1272-1278.
MA L, ZHANG X H. The relationship model of saturation and lightness in HSV color space[J]. Journal of Computer Aided Design and Graphics, 2014, 26(8): 1272-1278(in Chinese).

[17] 许冰, 牛燕雄. 复杂动态场景下目标检测与分割算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(2): 310-317.
XU B, NIU Y X. Target detection and segmentation algorithm in complex dynamic scenes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautic, 2016, 42(2): 310-317(in Chinese).

[18] ACHANTA R, HEMAMI S, ESTRADA F, et al. Frequency-tuned salient region detection[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2009: 1597-1604.

[19] LYU W, LU W, MA M. No-reference quality metric for contrast distorted image based on gradient domain and HSV space[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2020, 69: 102797.

[20] 何可丁, 王庆. 一种自适应的白平衡解决方案研究[J]. 齐鲁工业大学学报, 2021, 35(2): 1-7.
HE K D, WANG Q. Research on an adaptive white balance solution[J]. Journal of Qilu University of Technology, 2021, 35(2): 1-7(in Chinese).

[21] YANG M, SOWMYA A. An underwater color image quality evaluation metric[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(12): 6062-6071.

[22] PANETTA K, GAO C, AGAIAN S. Human-visual-system-inspired underwater image quality measures[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2015, 41(3): 541-551.

Image enhancement algorithm for underwater vision based on weighted fusion

BEN Yueyang，TANG Rui，DAI Ping'an，LI Qian*

(College of Intelligent Systems Science and Engineering，Harbin Engineering University，Harbin 150001，China)

Abstract: Aiming at the problem of poor feature extraction and feature matching in the underwater visual simultaneous localization and mapping (SLAM) front end, an image-enhanced algorithm based on weighted fusion is proposed for the underwater visual SLAM front end. Specifically, the algorithm is based on the fusion of two images: the second image is a white balance of gray world based on color judgment and color compensation, and the first image is an underwater image from brightness enhancement based on adaptive gamma correction and dynamic range expansion. Furthermore, the saliency weight and saturation weight of the two images are calculated, and the input images are linearly weighted and fused to obtain the final enhanced image.The system is tested using an open-source dataset from the University of South Carolina, and the improved underwater image quality is assessed using the techniques of underwater color image quality evaluation (UCIQE) and underwater image quality measurement (UIQM). Consequently, the results show that the processed image has the characteristics of high quality and a large number of extracted feature points, which can significantly improve the effect of front end feature extraction and feature matching of underwater visual SLAM.

Keywords: simultaneous localization and mapping; underwater image enhancement; brightness enhancement; color compensation; image fusion

Received：2022-06-29；**Accepted**：2022-08-12；**Published Online**：2022-09-14 13：30

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220913.1748.008

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (51979047); Heilongjiang Provincial Natural Science Foundation of China (YQ2021E011); The Fundamental Research Funds for the Central Universities (3072021CFT0403)

* **Corresponding author**. E-mail：liqianheu@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0717

基于视觉的机场无人驱鸟车路径规划算法

王蕊，李金洺，史玉龙，孙辉*
(中国民航大学 电子信息与自动化学院，天津 300300)

摘 要：机场飞行区存在的低空飞鸟严重威胁飞行器的起飞和降落安全，现有的驱鸟措施难以高效驱离低空飞鸟，且存在设备资源消耗高、受时空影响大等问题。为此，使用无人驱鸟车替代有人驾驶车辆进行驱鸟工作，并使用搭载固定摄像云台的无人驱鸟车对机场低空中鸟类进行实时检测，获取鸟情数据后，为无人驱鸟车路径规划提供鸟情数据基础。针对鸟类检测的问题，提出一种基于坐标注意力机制改进的YOLOv5网络，对小目标鸟类进行高效的实时检测，使网络更加精准地对鸟类进行定位；针对传统路径规划算法存在路径距离较长、拐点较多等缺陷，提出一种改进的天牛群算法，可有效缩短无人驱鸟车行驶距离，精准躲避机场内静态障碍物和动态障碍物，并快速到达指定驱鸟位置。实验结果表明：所提算法可对机场鸟类进行有效检测，为无人驱鸟车及时提供鸟情数据，利用改进的天牛群算法缩短规划路径的距离，使无人驱鸟车更加精准快速地到达指定驱鸟位置，有效减少人力资源投入，节约无人驱鸟车行进所需能源，提高驱鸟效率。

关 键 词：卷积神经网络；鸟类检测；无人车；天牛群算法；路径规划
中图分类号：TP751
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1446-08

鸟类等与飞行器在起飞、降落和飞行期间发生相撞容易造成重大飞行事故，严重威胁航空器的飞行安全。一般来说，相较于固定式的激光驱鸟器和煤气炮等驱鸟设备，驱鸟车具有操作灵活和作用半径大的特点，工作人员可以驾驶搭载驱鸟设备的车辆，到达指定位置并进行驱鸟。但这种方法需要耗费大量的人力和物力资源，为此，本文采用搭载驱鸟设备和光电设备的无人驱鸟车替代有人驾驶的驱鸟车辆进行驱鸟，利用深度神经网络和无人驱鸟车路径规划技术，提出一种基于坐标注意力(coordinate attention, CA)机制改进的鸟类检测网络和天牛群(beetle swarm optimization, BSO)算法，利用无人驱鸟车进行智能驱鸟，降低人工成本，提高驱鸟工作效率。

在检测鸟类方面，本文采用基于深度学习的目标检测算法对飞鸟进行检测，以实现对小目标鸟类进行高效的实时检测。目标检测算法可以分为2类：①两阶段目标检测算法，主要包括空间金字塔池化网络[1] (spatial pyramid pooling network, SPPNet)和区域卷积神经网络[2] (region convolutional neural network, R-CNN)等。这种类型的网络在检测中先提取先前产生的区域候选框中的特征，生成k个类别不具体的候选检测窗口，再根据提取的目标特征确定位置框，并对目标进行预测，生成最终的检测结果。②单阶段目标检测算法，主要包括单步多框检测器[3] (single shot multibox detector, SSD)和YOLO[4-7]等系列网络，与两阶段目标检测算法不同，单阶段目标检测算法在产生候选框的同时对目标进行预测。两阶段目标检测算法具有较高的检测精度，而单阶段目标检测算法具有较快的推理速度。为对机场低空存在的鸟类进行精准、快速的检测，本文受文献[4,8]的启发，提出了一种基于坐标注意力机制改进的YOLOv5网络，利用坐标注意力机制捕获网络的通道、方向感知

收稿日期：2022-08-16；录用日期：2022-09-23；网络出版时间：2022-12-14 17:10
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221213.1626.010
*通信作者. E-mail：huisun@cauc.edu.cn

引用格式：王蕊，李金洺，史玉龙，等. 基于视觉的机场无人驱鸟车路径规划算法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1446-1453.
WANG R，LI J M，SHI Y L，et al. Vision-based path planning algorithm of unmanned bird-repelling vehicles in airports[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1446-1453 (in Chinese).

和位置感知信息, 保持检测速度, 有效提高网络对机场鸟类小目标的检测精度, 达到了准确、高效的检测效果。此外, 本文通过对图像中鸟种体型的调查, 确定每种鸟类体型的均值作为鸟类在图像中的尺度信息, 用于分析鸟类目标尺度和拍摄距离之间的关系, 估计鸟类与无人驱鸟车的距离, 为无人驱鸟车的路径规划任务提供更丰富的鸟情信息。

在获得鸟类检测数据后, 需对无人驱鸟车到达指定驱鸟位置进行路径规划。传统的路径规划算法包含 A-star 和人工势场法[9-11]。A-star 算法基于启发函数, 用于解决路径规划问题, 具备良好的实时性, 但存在规划路径不平滑等问题。人工势场法将传统力学中“场”的概念引入该方法, 假设让智能体在这种虚拟力场下进行运动, 但存在容易陷入局部极小点等问题。智能路径规划算法包括天牛群算法、遗传算法、粒子群 (particle swarm optimization, PSO) 算法和蚁群算法等[12-18]。文献 [19] 建立了环境空间模型, 并基于 PSO 算法研究了移动机器人的路径规划问题。文献 [20] 针对传统的路径规划问题, 结合遗传算法和离散 PSO 算法, 通过改进算子提高了迭代效率。文献 [21] 提出了一种基于天牛群算法和 A-star 算法相结合的路径规划算法, 有效减少了规划路径长度。受文献 [12,14] 的启发, 为进一步优化路径的平滑度和路径长度, 加快路径规划算法的收敛速度和寻优精度, 本文针对无人驱鸟车路径规划问题提出一种改进的天牛群算法。

相较于现有的研究成果, 本文主要工作如下: ①提出了一种基于坐标注意力机制改进的 YOLOv5 网络, 并对该网络中的跨阶段局部暗网络 (cross stage paritial dark network, CSPDarkNet) 主干网络进行改进, 利用坐标注意力机制捕获网络的通道、方向感知和位置感知信息, 保持检测速度, 有效提高网络对机场鸟类小目标的检测精度, 准确、高效的检测效果有助于为无人驱鸟车的路径规划环节提供更精确的信息。②提出了一种基于改进天牛群算法的路径规划。在天牛群算法中引入改进的 Tent 混沌序列, 生成初始解, 加快路径规划算法的寻优速度和精度; 引入 Sigmoid 函数, 改变迭代后期天牛群位置; 引入高斯变异策略, 使改进的天牛群算法更适用于无人驱鸟车路径规划问题。

1　基于坐标注意力机制改进的 YOLOv5 网络

飞鸟检测任务中, 鸟类在图像或视频中只存在较小的区域, 容易使得网络在特征提取过程中丢失鸟类信息, 检测效果不佳。为此, 本文使用坐标注意力机制[8]对 YOLOv5 中的 CSPDarkNet53 主干网络进行改进。该注意力机制相比压缩和激励网络[22](squeeze and excitation network, SENet)、卷积块的注意力模块[23] (convolutional block attention module, CBAM) 等通道和空间注意力, 不仅能够捕获跨通道信息, 还可以捕获方向感知和位置感知信息, 具有轻量灵活的特点。坐标注意力机制如图 1 所示。

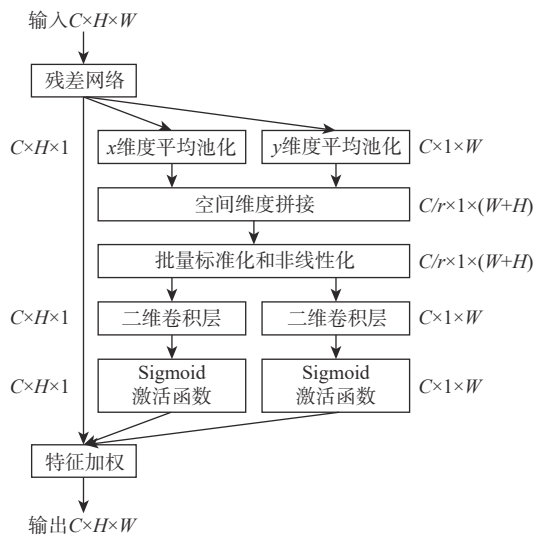


图 1　坐标注意力机制

Fig. 1　Coordinate attention mechanism

可以看出, 坐标注意力机制的具体过程可以分为坐标信息嵌入和坐标注意力生成 2 个阶段。在坐标信息嵌入操作中, 为避免二维全局池化操作造成目标位置信息丢失, 将二维全局池化分解为 2 个并行的一维特征分量, 其数据格式分别为 $C\times H\times 1$ 和 $C\times 1\times W$。其中, C 为特征图的通道, H 为特征图的高度, W 为特征图的宽度。r 为通道下采样比例系数。这 2 个并行的一维特征分量分别按照水平和垂直 2 个坐标方向进行编码, 且计算平均池化。式 (1) 和式 (2) 分别表示了对输入 $\boldsymbol{x}$ 的水平和垂直坐标方向的编码操作。

$$z_c^h(h)=\frac{1}{W}\sum_{0\leqslant i<W}\boldsymbol{x}_c(h,i) \tag{1}$$

$$z_c^w(w)=\frac{1}{H}\sum_{0\leqslant i<H}\boldsymbol{x}_c(j,w) \tag{2}$$

式中: $\boldsymbol{x}_c$ 为输入数据的第 c 个通道分量; h 和 w 分别为数据的高度和宽度。

以上编码操作可以用于捕获水平坐标方向和垂直坐标方向特征的长期依赖关系, 有助于网络更准确地定位鸟类目标信息。

在坐标注意力生成操作中, 为了更好地利用坐

标信息嵌入产生的全局感受野和精确的目标位置信息，先将水平坐标方向和垂直坐标方向的坐标信息进行拼接，再采用卷积、归一化和非线性激活操作生成中间特征映射 $\boldsymbol{f}$，其计算过程如下：

$$\boldsymbol{f}=\iota(F([\boldsymbol{z}^h,\boldsymbol{z}^w])) \tag{3}$$

式中：$[\cdot,\cdot]$ 表示沿空间维度的拼接操作；F 为卷积变换函数；ι 为非线性激活函数。

经上述操作后，将中间特征映射 $\boldsymbol{f}$ 重新沿水平坐标方向和垂直坐标方向切分为 $\boldsymbol{f}^h$ 和 $\boldsymbol{f}^w$ 2 个特征分量，并对其进行卷积变换和非线性激活操作，该过程如下：

$$\boldsymbol{g}^h=\sigma\left(F^h\left(\boldsymbol{f}^h\right)\right) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{g}^w=\sigma(F^w(\boldsymbol{f}^w)) \tag{5}$$

式中：σ 为 Sigmoid 激活函数；F^h 和 F^w 分别为特征分量 $\boldsymbol{f}^h$ 和 $\boldsymbol{f}^w$ 的卷积变换函数；输出的 $\boldsymbol{g}^h$ 和 $\boldsymbol{g}^w$ 分别为水平坐标方向和垂直坐标方向的注意力权重。

为对得到的结果进行扩展，采用矩阵相乘的方式求取坐标注意力掩码，其计算过程如下：

$$\boldsymbol{m}_c(i,j)=\boldsymbol{x}_c(i,j)\times\boldsymbol{g}_c^h(i)\times\boldsymbol{g}_c^w(j) \tag{6}$$

为突出鸟类的特征和位置信息，本文基于上述坐标注意力机制对 YOLOv5 中的 CSPDarkNet53 主干网络进行改进，在卷积层之间引入坐标注意力模块，将原 10 层特征提取网络扩展为 13 层，在不影响网络整体复杂度的同时，用于捕获鸟类的小目标区域特征，减少目标信息的丢失，帮助网络更加精准地定位和识别鸟类目标，提高检测的准确率。改进后的 CSPDarkNet53 主干网络结构如表 1 所示。

表 1 改进的 CSPDarkNet53 主干网络结构

Table 1 Improved CSPDarknet53 backbone network architecture

模块	数量	参数量	尺寸	输出尺寸
Focus	1	3 520	1×1	320×320
Conv	1	18 560	3×3	160×160
C3	3	18 816		160×160
CA	1	1 688		160×160
Conv	1	73 984	3×3	80×80
C3	9	156 928		80×80
CA	1	3 352		80×80
Conv	1	295 424	3×3	40×40
C3	9	625 152		40×40
CA	1	6 680		40×40
Conv	1	1 180 672	3×3	20×20
SPP	1	656 896	1×1, 5×5, 9×9, 13×13	20×20
C3	3	1 182 720		20×20

2 改进的天牛群算法

2.1 基于改进的 Tent 混沌序列生成天牛群算法初始解

天牛群算法的初始解由系统随机生成，但其不均匀的特性会降低算法寻优速度，单梁等[24]通过严格的数学推理，证明了 Tent 映射可以作为产生优化算法的初始解。但 Tent 混沌序列存在不稳定周期点，为避免其陷入不稳定周期点，本文引入随机变量 r_{band} 的平方，即 r_{band}^2。改进的 Tent 生成初始随机解公式为

$$z_{zi+1}=\begin{cases}z_{z1}=r_{\text{band}} & i=1\\ 2z_{zi}+\dfrac{r_{\text{band}}^2}{N} & 0<z_{zi}\leqslant\dfrac{1}{2}\\ 2(1-z_{zi})+\dfrac{r_{\text{band}}^2}{N} & \dfrac{1}{2}<z_{zi}\leqslant 1,\ i>1\ \&\ i\in\mathbf{N}^*\end{cases} \tag{7}$$

$$X^1=m_{\text{in}}+(m_{\text{ax}}-m_{\text{in}})\cdot\text{reshape}(z,N,d) \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{z}_z$ 为 $d\times N$ 数目的列向量，d 为维度，N 为设定的天牛群数目；m_{in} 为每个天牛个体的定义域范围最小值；m_{ax} 为每个天牛个体的定义域范围最大值；reshape 表示将列向量 $\boldsymbol{z}$ 变成 $d\times N$ 的矩阵；X^1 为天牛群初始位置。

2.2 改进天牛群算法中速度、位置和学习因子的更新方法

算法根据 2.1 节中改进的 Tent 混沌序列，初始化天牛群的位置和速度，$\boldsymbol{X}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{iN})$，$\boldsymbol{V}_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{iN})$，设定天牛群在 d 维空间搜索，产生一个随机向量 $\boldsymbol{r}_{\text{and}}(1,d)$ 并对其归一化：

$$\boldsymbol{o}^t=\frac{\boldsymbol{r}_{\text{and}}(1,d)}{\|\boldsymbol{r}_{\text{and}}(1,d)\|} \tag{9}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_{\text{l}}^t=\boldsymbol{X}^t-l\boldsymbol{o}^t\\ \boldsymbol{X}_{\text{r}}^t=\boldsymbol{X}^t+l\boldsymbol{o}^t\end{cases} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{X}^{t+1}=\boldsymbol{X}^t+\delta^t\boldsymbol{o}^t\text{sign}\left(f\left(\boldsymbol{X}_{\text{l}}^t\right)-f\left(\boldsymbol{X}_{\text{r}}^t\right)\right) \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{o}^t$ 为进行归一化操作后的向量；l 为天牛须到天牛质心的距离；δ 为步长；f 为待优化函数；sign 为符号函数。式 (10) 为第 t 次迭代中计算天牛左右须坐标位置公式，式 (11) 为天牛群算法位置更新公式。

受文献 [25] 启发，采用天牛群算法中的位置更新方法替代 PSO 算法中的惯性权重部分，并利用天牛的个体极值 p_{best} 和天牛的群体极值 g_{best} 进行位置和速度的更新。为进一步提升寻优速度和精度，改进天牛群算法的速度、位置和步长的更新公式如下：

$$v_{id}^{t+1}=c_1r_{\text{band}}\left(p_{\text{best}id}^t-x_{id}^t\right)+c_2r_{\text{band}}\left(g_{\text{best}d}^t-x_d^t\right)+c_3r_{\text{band}}\left(\left|\boldsymbol{X}^{t+1}\right|\right) \tag{12}$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^{t} + v_{id}^{t+1} \tag{13}$$

$$\delta^{t+1} = e_{\mathrm{ta}}\delta^{t} \tag{14}$$

式中: t 为迭代次数; c_1、c_2、c_3 为学习因子; e_{ta} 为正参数。

引入 Sigmoid 函数, 本文提出了一种基于步长的学习因子更新算法, 更新公式如下:

$$c_1 = \frac{2.2}{1+\mathrm{e}^{b\delta}} \tag{15}$$

$$c_2 = 2.6 - c_1 \tag{16}$$

$$c_3 = \frac{0.05}{1+\mathrm{e}^{b\delta}} \tag{17}$$

式中: $b<0$。

为进一步提升迭代后期的寻优精度, 粒子的位置更新方式如下:

$$x_{i\frac{9N}{10}\sim iN}^{t} = (1-r_{\mathrm{band}})x_{i1\sim i\frac{N}{10}}^{t} \tag{18}$$

$$t \bmod 50 = 0 \tag{19}$$

$$t \geqslant \frac{3}{5}T \tag{20}$$

式中: T 为最大迭代次数; mod 为两数相除取余数; 当迭代次数 t 满足式 (19) 和式 (20) 的条件时, 进行式 (18) 位置变异操作; $x_{i\frac{9N}{10}\sim iN}^{t}$ 为天牛群中 N/10 个适应度值较高的天牛位置; $x_{i1\sim i\frac{N}{10}}^{t}$ 为天牛群中 N/10 个适应度值较低的天牛位置。

2.3　引入高斯变异增加天牛群的多样性

针对天牛群的多样性因迭代次数增加而降低这一缺陷, 引入遗传算法中的交叉和变异方法来产生候选解, 并引入高斯变异策略。根据式 (18) 产生新天牛群位置后, 引入交叉操作, 位置更新公式为

$$x_{id}^{t} = \begin{cases} u_{id}^{t} & r_{\mathrm{band}} < p_{\mathrm{c}} \\ x_{id}^{t} & r_{\mathrm{band}} \geqslant p_{\mathrm{c}} \end{cases} \tag{21}$$

式中: u_{id}^{t} 为交叉后的天牛群位置, 交叉规则是两两粒子随机坐标值进行交叉; p_{c} 为交叉因子, 是 [0,1] 间的常数。

根据式 (21) 产生新的天牛群位置后, 与交叉之前的种群进行适应度值比较, 选择较优值后引入高斯变异操作, 位置更新公式为

$$x_{id}^{t} = \begin{cases} (0.5+r_{\mathrm{band}})x_{id}^{t} & r_{\mathrm{band}} < p_{\mathrm{m}} \\ x_{id}^{t} & r_{\mathrm{band}} \geqslant p_{\mathrm{m}} \end{cases} \tag{22}$$

式中: p_{m} 为变异概率, 是 [0,1] 之间的常数。

3　基于改进天牛群算法的无人驱鸟车路径规划

3.1　环境建模

无人驱鸟车路径规划的基础是环境建模, 通常包括地形建模和障碍物建模。本文对无人驱鸟车路径规划空间建立二维模型, 如图 2 所示。

如图 2 所示, 本文建立的二维模型横坐标范围为 [−20,50] m, 纵坐标范围为 [−40,30] m, 设定图 2 中起点和目标点分别为无人驱鸟车起始点 (0,−34) m 和驱鸟目标点 (46,19) m, 设定图 2 中白色部分为机场内无人驱鸟车的可行区域, 黑色部分为固定障碍物, 表示无人驱鸟车的不可穿行区域, 设定横坐标 −12～−6 m 与纵坐标 1～4 m 交叉部分区域为机场内移动工作车辆的初始位置, 视为动态障碍物。

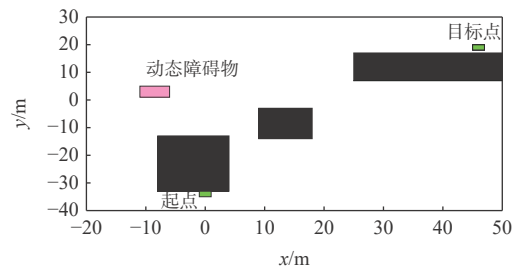


图 2　路径规划环境建模示意图

Fig. 2　Schematic diagram of environmental modeling for path planning

3.2　路径长度代价模型

路径长度代价为

$$f_L = \sum_{i=1}^{P-1} L_i \tag{23}$$

式中: f_L 为路径长度代价; L_i 为第 i 段航迹段的长度; P 为轨迹点数, P−1 表示一条完整路径中轨迹段的个数。

本文躲避障碍物的方法是使用惩罚函数法, 即若规划路径经过图 2 所示的黑色障碍物区域, 则设定 f_L 增加到 100 倍, 即 100 f_L, 本文的优化目标是路径长度代价尽可能小, 设定 f_L 增加到 100 倍可以使得规划路径有效躲避障碍物。第 i 段航迹段长度 L_i 用欧氏距离表示为

$$L_i = \sqrt{(x_{i+1}-x_i)^2 + (y_{i+1}-y_i)^2} \tag{24}$$

3.3　算法流程

改进天牛群算法的流程如图 3 所示。

步骤 1　根据式 (8) 设定初始化天牛群的位置、天牛群的速度, 设置最大迭代次数 T、优化维度 d、初始步长等参数。

步骤 2　计算天牛群中初始每个个体的适应度值及路径长度值, 设定天牛个体当前的位置为天牛最优位置, 初始天牛群位置为最优位置。

步骤 3　判断算法是否达到本文设定的最大迭代次数。若是转到步骤 10, 否则转到步骤 4。

步骤 4　计算每个天牛左右须之间的距离、左

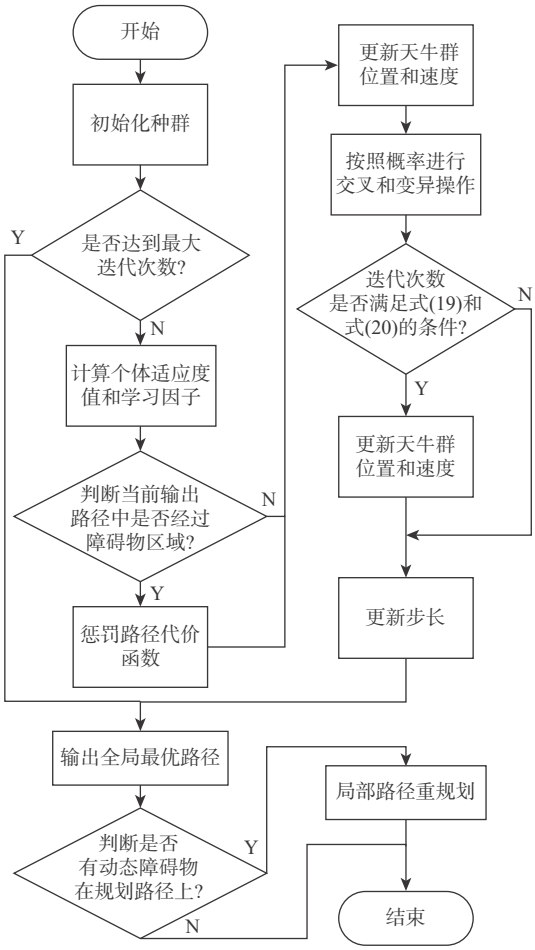


图3 改进天牛群算法流程

Fig. 3 Flow of improved beetle swarm optimization algorithm

右须的位置坐标，并计算学习因子的初始值。

步骤5 根据式(12)和式(13)进行天牛群的速度和位置更新，比较每个天牛个体当前和上次迭代的适应度值，选择适应度值较小的种群位置。

步骤6 如果随机数小于交叉概率 p_c，则根据式(21)进行交叉操作更新粒子位置，比较每个天牛个体交叉操作前和当前位置适应度值，选择适应度较小的种群位置。

步骤7 如果产生的随机数小于变异概率 p_m，则根据式(22)进行变异操作和更新粒子位置，比较每个天牛个体位置适应度值和高斯变异操作前的适应度值，选择适应度值较小的种群位置。

步骤8 判断当前迭代次数是否同时满足式(19)和式(20)的条件。若是，进行式(18)的位置更新，否则转到步骤9。

步骤9 根据式(14)更新步长，迭代次数加1。

步骤10 保存当前适应度值，并输出全局最优路径。

步骤11 当无人驱鸟车按照步骤10规划路径行驶时，若车载摄像头检测到有移动障碍物挡在步骤10规划的路径上，则按照步骤1～步骤10，以无人驱鸟车当前位置作为起点，以未被移动障碍物遮挡的步骤10中规划路径点作为终点，进行局部路径重规划，输出局部最优路径，算法运行结束。

4 仿真实验及结果分析

4.1 鸟类实时检测

本文通过网络收集和天津滨海国际机场附近实地拍摄，选取了576张鸟类图像作为数据集，其中，400张图像为训练集，176张图像为测试集，并使用LabelImg工具通过人工方式对每张图像中的鸟类进行标注。为使本文飞鸟检测算法能够适应各种特殊气候条件，对鸟类数据集进行了数据增强的操作，在图像中加入了雨、雾、雪和多云4种不同的天气，使其具有更多的自然天气场景，用于提高网络的鲁棒性和泛化性能。部分扩充后的数据集示例如图4所示。

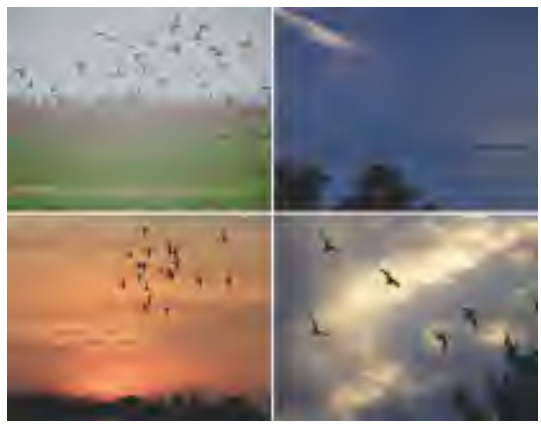


图4 基于天气因素的数据增强

Fig. 4 Data enhancement based on weather factors

为准确衡量网络的检测能力，本文使用召回率 R、精准率 P、平均精度 A 和检测速度4个评价指标对网络性能进行评估，计算公式为

$$R=\frac{T_{\mathrm{P}}}{T_{\mathrm{P}}+F_{\mathrm{N}}} \tag{25}$$

$$P=\frac{T_{\mathrm{P}}}{T_{\mathrm{P}}+F_{\mathrm{P}}} \tag{26}$$

$$A=\int_0^1 P(R)\mathrm{d}R \tag{27}$$

式中：T_{P} 为被正确检测到的鸟类目标数量；F_{P} 为被网络错误认为是鸟类目标的数量；F_{N} 为漏检的鸟类目标数量；$P(R)$ 为精准率 P 和召回率 R 构成曲线的函数表达式。

本文针对鸟类数据集样本不足的情况，对采集到的鸟类数据集通过平移、剪裁和旋转等数据增强方法进行扩充。在模型训练中，输入图像的尺寸使用resize的方式调整为640×640，初始学习率设为0.001，权重衰减设定为0.000 5，采用随机梯度下降

算法作为模型的优化函数并对模型进行训练。YOLOv5 网络与本文提出的基于坐标注意力机制改进的 YOLOv5 网络实验结果如表 2 所示。

从表 2 中可以看出, 本文算法检测速度为 55.9 帧/s, 满足检测速度达到 30 帧/s 时可以在实际任务中进行实时检测的需求, 且召回率、精准率和平均精度分别提高了 0.079、0.073 和 0.057, 可以有效对机场低空存在的鸟类进行检测。

表 2　鸟类检测实验结果对比

Table 2　Comparison of bird detection experimental results

方法	召回率	精准率	平均精度	检测速度/(帧·s^{-1})
YOLOv5	0.823	0.841	0.874	57.2
改进YOLOv5	0.902	0.914	0.931	55.9

4.2　实验结果分析

为验证算法的有效性, 对传统 A-star 算法、PSO 算法、文献 [22] 提出的改进天牛群(improved beetle swarm optimization, IBSO)算法和本文提出的改进天牛群算法 (IBSO2) 进行性能对比。仿真实验中, 设定最大迭代次数 $T = 100$, 天牛群的数目 $N = 50$, 传统 PSO 算法中参数设置为 $\omega = 0.6$, $c_1 = 0.5$, $c_2 = 2$。本文算法参数设置为 $c_3 = 0.5$, $e_{ta} = 0.98$, $l = 0.2$, $\delta = 1$, $b = 0.8$, $p_c = 0.01$, $p_m = 0.01$, $P = 100$。静态环境下的无人驱鸟车路径规划实验结果如图 5 所示。图中, 白色为可行空间, 黑色为障碍物空间。

从图 5 和表 3 可以看出, 本文提出的改进天牛群算法相比较于传统 A-star 算法的路径曲线更为平滑, 更加满足实际无人驱鸟车运动的物理特性, 相比较于传统 PSO 算法和 IBSO 算法的寻优精度更高, 即规划出的路径长度更短, 更利于节约能源, 使无人驱鸟车更加精准快速到达指定驱鸟位置。

假设机场内移动工作车辆 (即动态障碍物) 最终停在图 6 所示(横坐标 18～26 m 与纵坐标 1～4 m 交叉部分)的位置, 若无人驱鸟车按照图 5 中规划的路径继续行驶, 则会发生图 6 中虚线所示的碰撞, 因此, 需要局部路径规划。采用本文算法对局部重新规划的路径如图 6 中实线所示, 仿真结果表明, 本文算法可以较好地躲避移动工作车辆, 并快速回到原先规划路径。

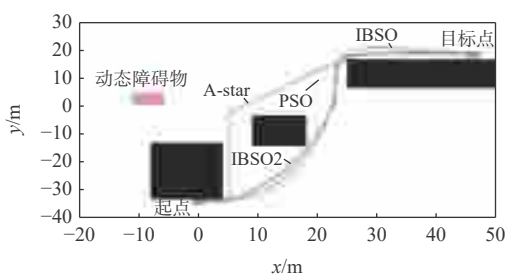


图 5　4 种算法静态环境下路径规划仿真结果

Fig. 5　Simulation results of path planning in static environment compared with four algorithms

表 3　4 种算法运行 100 次的路径长度平均值

Table 3　Average path length of the four algorithms for 100 runs

算法	路径长度/m
A-star	86.122
PSO	89.725
IBSO	84.736
IBSO2	83.026

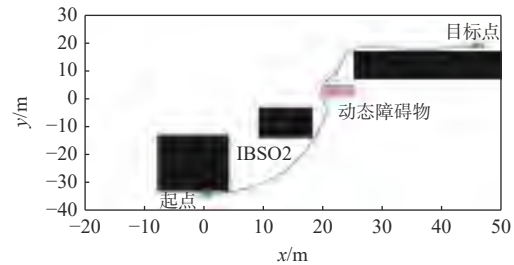


图 6　存在动态障碍物的路径规划仿真结果

Fig. 6　Simulation results of path planning in the presence of dynamic obstacles

5　结　论

1) 针对机场驱鸟效率低和人工成本高的问题, 本文结合基于视觉的鸟类检测算法和基于改进天牛群算法对驱鸟无人车的路径进行规划, 高效快速地完成机场驱鸟任务。

2) 在鸟类检测方面, 本文提出一种基于坐标注意力机制改进的 YOLOv5 网络, 准确高效地对机场低空中鸟类进行检测, 召回率、精准率和平均精度分别提高了 0.079、0.073 和 0.057, 可以有效对机场低空存在的鸟类进行检测, 为无人驱鸟车提供实时的鸟情数据。

3) 本文提出的无人驱鸟车路径规划算法, 在静态环境下路径长度为 83.026 m, 相比于其他算法缩短了行驶路径长度, 且能够精准躲避静态及动态障碍物, 路径曲线更为平滑。

实现无人驱鸟车替代有人驾驶车辆, 携带多种驱鸟设备快速、精准到达指定驱鸟位置, 切实减少人力资源的投入, 提高机场驱鸟效率。在未来工作中, 将考虑利用多无人车进行协同驱鸟方法的研究, 保障民航飞机的飞行安全。

参考文献 (References)

[1] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Spatial pyramid pooling in deep convolutional networks for visual recognition[J]. IEEE Transac-

tions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2015, 37(9): 1904-1916.

[2] GIRSHICK R, DONAHUE J, DARRELL T, et al. Rich feature hierarchies for accurate object detection and semantic segmentation[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2014: 580-587.

[3] LIU W, ANGUELOV D, ERHAN D, et al. SSD: Single shot multibox detector[C]//Proceedings of the European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2016: 21-37.

[4] REDMON J, DIVVALA S, GIRSHICK R, et al. You only look once: Unified, real-time object detection[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2016: 779-788.

[5] REDMON J, FARHADI A. YOLO9000: Better, faster, stronger[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2017: 7263-7271.

[6] REDMON J, FARHADI A. YOLOv3: An incremental improvement [EB/OL]. (2018-04-08)[2022-05-25]. https://arxiv.org/abs/1804.02767.

[7] BOCHKOVSKIY A, WANG C Y, LIAO H Y. YOLOv4: Optimal speed and accuracy of object detection[EB/OL]. (2020-04-23)[2022-05-25]. https://arxiv.org/abs/2004.10934.

[8] HOU Q, ZHOU D, FENG J. Coordinate attention for efficient mobile network design[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2021: 13713-13722.

[9] 赵江, 张岩, 马泽文, 等. 对 AGV 路径规划 A 星算法的改进与验证[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(21): 217-223.
ZHAO J, ZHANG Y, MA Z W, et al. Improvement and verification of A-star algorithm for AGV path planning[J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(21): 217-223(in Chinese).

[10] TANG G, TANG C Q, CLARAMUNT C, et al. A-star algorithm: An improved A-star algorithm for AGV path planning in a port environment[J]. IEEE Access, 2021, 9: 59196-59210 .

[11] OROZCO-ROSAS U, PICOS K, MONTIEL O. Hybrid path planning algorithm based on membrane pseudo-bacterial potential field for autonomous mobile robots[J]. IEEE Access, 2019, 7: 156787-156803.

[12] 张万绪, 张向兰, 李莹. 基于改进粒子群算法的智能机器人路径规划[J]. 计算机应用, 2014, 34(2): 510-513.
ZHANG W X, ZHANG X L, LI Y. Path planning for intelligent robots based on improved particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(2): 510-513(in Chinese).

[13] 柳长安, 鄢小虎, 刘春阳, 等. 基于改进蚁群算法的移动机器人动态路径规划方法[J]. 电子学报, 2011, 39(5): 1220-1224.
LIU C A, YAN X H, LIU C Y, et al. Dynamic path planning for mobile robot based on improved ant colony optimization algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(5): 1220-1224(in Chinese).

[14] VIEIRA R, ARGENTO E, REVOREDO T. Trajectory planning for car-like robots through curve parametrization and genetic algorithm optimization with applications to autonomous parking[J]. IEEE Latin America Transactions, 2022, 20(2): 309-316.

[15] 杨俊成, 李淑霞, 蔡增玉. 路径规划算法的研究与发展[J]. 控制工程, 2017, 24(7): 1473-1480.
YANG J C, LI S X, CAI Z Y. Research and development of path planning algorithm[J]. Control Engineering of China, 2017, 24(7): 1473-1480(in Chinese).

[16] 魏彤, 龙琛. 基于改进遗传算法的移动机器人路径规划[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(4): 703-711.
WEI T, LONG C. Path planning for mobile robot based on improved genetic algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(4): 703-711(in Chinese).

[17] 段安娜, 周锐, 邸斌. 考虑先验信息的多机器人重点区域协同覆盖[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49(6): 1479-1486.
DUAN A N, ZHOU R, DI B. Multi-robot cooperative coverage of key regions considering priorinformation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 49(6): 1479-1486(in Chinese).

[18] 赵萌, 路辉, 王诗琪, 等. 多种群合作学习的多模态多目标路径规划算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49(3): 606-616.
ZHAO M, LU H, WANG S Q, et al. A multimodal multi-objective path planning algorithm based on multi-swarm cooperative learning[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 49(3): 606-616(in Chinese).

[19] 孙波, 陈卫东, 席裕庚. 基于粒子群优化算法的移动机器人全局路径规划[J]. 控制与决策, 2005, 20(9): 1052-1055.
SUN B, CHEN W D, XI Y G. Particle swarm optimization based global path planning for mobile robots[J]. Control and Decision, 2005, 20(9): 1052-1055(in Chinese).

[20] TONG Y F, ZHONG M, LI J W, et al. Research on intelligent welding robot path optimization based on GA and PSO algorithms[J]. IEEE Access, 2018, 6: 65397-65404.

[21] 赵辉, 郝梦雅, 王红君, 等. 基于改进 A*算法与天牛须搜索算法的农业机器人路径规划方法[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(31): 185-190.
ZHAO H, HAO M Y, WANG H J, et al. Path planning method of agricultural robot based on improved A* algorithm and beetle antennae search algorithm[J]. Science Technology and Engineering, 2019, 19(31): 185-190(in Chinese).

[22] HU J, SHEN L, SUN G. Squeeze-and-excitation networks[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2018: 7132-7141.

[23] WOO S, PARK J, LEE J Y, et al. CBAM: Convolutional block attention module[C]//Proceedings of the European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2018: 3-19.

[24] 单梁, 强浩, 李军, 等. 基于 Tent 映射的混沌优化算法[J]. 控制与决策, 2005, 20(2): 179-182.
SHAN L, QIANG H, LI J, et al. Chaos optimization algorithm based Tent map[J]. Control and Decision, 2005, 20(2): 179-182(in Chinese).

[25] WANG R, LI J M. A new improved beetle swarm optimization algorithm[C]//Proceedings of the Chinese Intelligent Systems Conference. Berlin: Springer, 2021, 805: 663-671.

Vision-based path planning algorithm of unmanned bird-repelling vehicles in airports

WANG Rui，LI Jinming，SHI Yulong，SUN Hui*

(College of Information Engineering and Automation，Civil Aviation University of China，Tianjin 300300，China)

Abstract: Low-flying birds flying in the vicinity of the airports are a serious threat to the safety of aircraft takeoff and landing, and the existing bird-repelling measurements make it difficult to effectively repel low-flying birds for high instrument resource consumption and large spatio-temporal influence. In order to reduce the workload associated with repelling birds, this paper suggests replacing manned vehicles with unmanned vehicles. These unmanned vehicles will be outfitted with fixed cameras to enable real-time bird detection near the airport, as well as the collection and provision of bird data for the unmanned vehicles' route planning. The method is divided into two parts: bird detection and path planning of unmanned bird-repelling vehicles. In order to enhance the accuracy of the network's bird location, this study first addresses bird detection. Specifically, it suggests an enhanced YOLOv5 network that utilizes a coordinate attention mechanism to effectively identify small target birds in real time. Second, in view of the path planning problem of unmanned bird-repelling vehicles, the traditional path planning algorithms need to be improved in perspectives of long path distances and more inflection points. Therefore, an improved beetle swarm optimization algorithm is proposed in this paper, which can effectively shorten the marched distance of unmanned bird-repelling vehicles, accurately avoid static obstacles and dynamic obstacles in the airport, and quickly reach the designated location. The results show that the method can effectively detect airport birds, and provide timely bird data for unmanned bird-repelling vehicles. The route planning distance can be shortened by using the enhanced beetle swarm optimization technique, giving unmanned bird-repelling vehicles quick access to designated locations. It can effectively reduce human resource investments, save the unmanned bird-repelling vehicles energy, and improve the bird-repelling efficiency.

Keywords: convolutional neural networks; bird detections; unmanned ground vehicle; beetle swarm optimization algorithm; path planning

Received：2022-08-16；**Accepted**：2022-09-23；**Published Online**：2022-12-14 17:10

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221213.1626.010

* **Corresponding author**. E-mail：huisun@cauc.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0507

基于通用化等效模型的飞机系统辨识算法

周大鹏[1,2]，李贺琦[2,*]，王业光[2]，王立新[1]

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191；2. 中国航空工业沈阳飞机设计研究所，沈阳 110035)

摘 要：针对舰载机等复杂动力学系统的高阶时滞模型拟配难题，提出了一种基于通用化等效模型的系统频域辨识算法。建立系统辨识通用化等效模型，引入自适应学习率梯度下降法对模型进行基于样本的迭代学习训练，使模型的频域参数自动收敛，辨识得到复杂系统的高阶时滞模型。以舰载机横航向荷兰滚等效拟配模型进行验证，与传统算法对比，并分析了系统的频域与时域响应，结果表明：所提算法具有较好的辨识效果，解决了高阶时滞模型的直接拟配难题，并通用于广泛的高阶时滞模型拟配。

关 键 词：梯度下降法；频域建模；高阶时滞模型；自适应学习率；等效拟配

中图分类号：V212.12

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1454-09

通过系统辨识建立飞行动力学模型的方法广泛应用于系统参数估计[1]、控制器设计[2]、系统仿真[3]及系统输出预测[4]等场景，特别是面向舰载机着舰控制等复杂的任务需求。舰载机着舰过程中，复杂海况引起的甲板运动导致理想着舰点不确定偏移，舰艉气流对下滑过程中飞行状态造成较大干扰，飞行动力学模型不确定性强，然而由于航母甲板长度和宽度的限制又对舰控制精度提出了更高的要求，需要通过系统辨识技术获取更精准的飞行动力学模型，支撑飞行品质分析、控制参数修正、地面仿真评估。因此，通过系统辨识技术建立飞行动力学模型具有重要的工程研究价值。

目前，常用的飞行动力学系统辨识算法采用经典对象模型对系统进行逼近得到低阶等效模型[5-8]，鲜有有效的高阶时滞等效模型拟配算法。舰载机等复杂动力学系统横航向强耦合使得荷兰滚等效拟配模型高阶时滞，实际应用中很难获得准确的动态模型。目前，一般采用分步辨识算法，引入中间变量，将模型降阶为多个低阶时滞模型，分步进行参数辨识[9-10]。文献[8,11]采用低阶等效系统方法评定飞机飞行品质，需确定飞机的低阶等效模型，并应用合理的寻优算法保证飞机动力学特性的有效反映。文献[12-13]通过将时域信号变换至频域，对飞行动力学模型进行了低阶等效系统的频域辨识研究。

当前，基于频率响应进行系统辨识的算法中，飞机辨识软件CIFER[14]所应用的正割法不依赖模型结构且不需要求微分，适用于高阶非线性代价函数的求解，但由于其迭代寻优基于初始猜测值，收敛速度慢，初始值不确定，导致求解结果不可靠[15]。数据迭代修正和递推最小二乘可提高辨识模型的准确度[16]，但仍依赖初始值。BP神经网络用于代价函数寻优，可获得良好的辨识结果[17]，但计算复杂，易陷入局部最优解。同时，K-means等算法也被引入到系统辨识并取得了良好的效果，兼顾了精度和收敛速度等方面[18]。

在工程上，一般将高阶模型拆分成多个二阶模型来分步骤辨识，往往需要多次试验，占用试验资源，也增加了参数辨识的复杂度和难度。另外，参数寻优的传统算法中，正割法存在收敛速度慢、依

收稿日期：2022-06-20；录用日期：2022-08-14；网络出版时间：2022-10-09 15:25
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221009.0928.003
*通信作者. E-mail：liheqi995@163.com

引用格式：周大鹏，李贺琦，王业光，等. 基于通用化等效模型的飞机系统辨识算法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1454-1462.
ZHOU D P，LI H Q，WANG Y G，et al. Aircraft system identification algorithm based on generalized equivalent model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1454-1462 (in Chinese).

赖初始值的问题(迭代初值需要在最优值附近); BP 神经网络算法容易陷入局部最优问题。

针对以上问题, 本文基于 GJB 2874—97[19] 规定的飞机等效模型建立了通用化频域辨识模型, 通过一次飞行试验, 实现高阶模型全拟配; 采用梯度下降的方式寻优, 无需依赖初始值; 结合机器学习多参数优化算法思路[20], 在梯度下降法中加入自适应学习率, 提出一种采用学习率自适应的梯度下降法进行高阶时滞系统频域参数辨识的算法, 解决极小值附近收敛慢的问题, 应用系统频域响应数据计算模型的频域响应误差, 将误差反方向传播至模型的各个频域参数, 使其随着迭代学习的过程不断优化, 直至自动收敛, 进而辨识出系统频域参数。同时, 应用横航向荷兰滚等效拟配模型进行频域参数辨识, 结果显示, 本文算法收敛性好, 拟合度高, 有效解决了高阶时滞系统的直接拟配问题。

1　频域辨识模型建立

1.1　通用化频域辨识模型

由 GJB 2874—97[19] 规定的飞机等效模型构建通用化频域模型形式, 将单输入单输出连续高阶时滞模型整理为由多个一阶惯性环节、二阶振荡环节、一阶微分环节、二阶微分环节、比例环节与时滞环节等典型环节构成的传递函数, 表述如下:

$$G(s)=k\frac{s^{T}\prod_{z=1}^{Z}\left(1+b_0^{(z)}s\right)\prod_{n=1}^{N}\left(1+b_1^{(n)}s+b_2^{(n)}s^2\right)}{\prod_{p=1}^{P}\left(1+a_0^{(p)}s\right)\prod_{q=1}^{Q}\left(1+a_1^{(q)}s+a_2^{(q)}s^2\right)}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{1}$$

式中: T、Z、N、P、Q分别为构成频域辨识模型的微分环节、一阶微分环节、二阶微分环节、一阶惯性环节、二阶振荡环节的个数; k、b、a、τ分别为频域辨识模型的比例环节、微分环节、惯性环节、时滞环节的数值。

根据频域辨识需求, 确定频域辨识模型的微分环节、积分环节、一阶惯性环节、二阶振荡环节、一阶微分环节、二阶微分环节与时滞环节等典型环节类别与数量。

1.2　频域辨识模型的频域响应

基于式 (1) 所示通用化频域辨识模型建立本文的频域辨识模型, 其频域响应特性可由各典型环节的频域响应求得, 幅频响应特性$A(\omega)$与相频响应特性$\varphi(\omega)$如下:

$$\begin{cases}A(\omega)=k\dfrac{\omega^{T}\prod_{z=1}^{Z}\sqrt{1+\left(b_0^{(z)}\omega\right)^2}\prod_{n=1}^{N}\sqrt{\left(1-b_2^{(n)}\omega^2\right)^2+\left(b_1^{(n)}\omega\right)^2}}{\prod_{p=1}^{P}\sqrt{1+\left(a_0^{(p)}\omega\right)^2}\prod_{q=1}^{Q}\sqrt{\left(1-a_2^{(q)}\omega^2\right)^2+\left(a_1^{(q)}\omega\right)^2}}\\ \varphi(\omega)=\dfrac{\pi}{2}T+\sum_{z=1}^{Z}\arctan\left(b_0^{(z)}\omega\right)+\sum_{n=1}^{N}\arctan\left(\dfrac{b_1^{(n)}\omega}{1-b_2^{(n)}\omega^2}\right)-\\ \quad\sum_{p=1}^{P}\arctan\left(a_0^{(p)}\omega\right)-\sum_{q=1}^{Q}\arctan\left(\dfrac{a_1^{(q)}\omega}{1-a_2^{(q)}\omega^2}\right)-\tau\omega\end{cases} \tag{2}$$

1.3　假设函数构造

本文通过建立频域辨识模型并求解其频域参数来得到未知系统的频域特性参数, 而系统的频域响应分为幅频响应和相频响应 2 部分, 因此, 假设函数也由频域辨识模型的幅频响应特性和相频响应特性构成。根据对数频域特性, 幅频假设函数$A_{\mathrm{H}}(\omega)$和相频假设函数$\varphi_{\mathrm{H}}(\omega)$如下:

$$\begin{cases}A_{\mathrm{H}}(\omega)=20\lg A(\omega)\\ \varphi_{\mathrm{H}}(\omega)=\varphi(\omega)\end{cases} \tag{3}$$

幅频假设函数$A_{\mathrm{H}}(\omega)$和相频假设函数$\varphi_{\mathrm{H}}(\omega)$由式 (4) 计算:

$$\begin{cases}A_{\mathrm{H}}(\omega)=20\lg k+20T\lg\omega+20\sum_{z=1}^{Z}\lg\sqrt{1+\left(b_0^{(z)}\omega\right)^2}-\\ \quad 20\sum_{p=1}^{P}\lg\sqrt{1+\left(a_0^{(p)}\omega\right)^2}+\\ \quad 20\sum_{n=1}^{N}\lg\sqrt{\left(1-b_2^{(n)}\omega^2\right)^2+\left(b_1^{(n)}\omega\right)^2}-\\ \quad 20\sum_{q=1}^{Q}\lg\sqrt{\left(1-a_2^{(q)}\omega^2\right)^2+\left(a_1^{(q)}\omega\right)^2}\\ \varphi_{\mathrm{H}}(\omega)=\dfrac{\pi}{2}T+\sum_{z=1}^{Z}\arctan\left(b_0^{(z)}\omega\right)+\\ \quad\sum_{n=1}^{N}\arctan\left(\dfrac{b_1^{(n)}\omega}{1-b_2^{(n)}\omega^2}\right)-\sum_{p=1}^{P}\arctan\left(a_0^{(p)}\omega\right)-\\ \quad\sum_{q=1}^{Q}\arctan\left(\dfrac{a_1^{(q)}\omega}{1-a_2^{(q)}\omega^2}\right)-\tau\omega\end{cases} \tag{4}$$

$$\varepsilon_A^{(i)}=A_{\mathrm{H}}\left(\omega^{(i)}\right)-A_{\mathrm{T}}\left(\omega^{(i)}\right) \tag{5}$$

式中: $A_{\mathrm{H}}\left(\omega^{(i)}\right)$为幅频假设函数$A_{\mathrm{H}}(\omega)$在频率点$\omega^{(i)}$处的幅频响应值; $A_{\mathrm{T}}\left(\omega^{(i)}\right)$为训练样本集在频率点$\omega^{(i)}$处的幅频响应值; $\varepsilon_A^{(i)}$为$A_{\mathrm{H}}\left(\omega^{(i)}\right)$和$A_{\mathrm{T}}\left(\omega^{(i)}\right)$的差值。

同理, 相频假设函数$\varphi_{\mathrm{H}}(\omega)$在频率点$\omega^{(i)}$处的相频响应值为$\varphi_{\mathrm{H}}\left(\omega^{(i)}\right)$, 已知训练样本集在频率点$\omega^{(i)}$处的相频响应值为$\varphi_{\mathrm{T}}\left(\omega^{(i)}\right)$, 定义频率点$\omega^{(i)}$处相

频响应的误差为

$$\varepsilon_{\varphi}^{(i)}=\varphi_{\mathrm{H}}\left(\omega^{(i)}\right)-\varphi_{\mathrm{T}}\left(\omega^{(i)}\right) \tag{6}$$

式中：$\varphi_{\mathrm{H}}\left(\omega^{(i)}\right)$为相频假设函数$\varphi_{\mathrm{H}}(\omega)$在频率点$\omega^{(i)}$处的相频响应值；$\varphi_{\mathrm{T}}\left(\omega^{(i)}\right)$为训练样本集在频率点$\omega^{(i)}$处的相频响应值；$\varepsilon_{\varphi}^{(i)}$为$\varphi_{\mathrm{H}}\left(\omega^{(i)}\right)$和$\varphi_{\mathrm{T}}\left(\omega^{(i)}\right)$的差值。

根据幅频响应误差和相频响应误差定义代价函数$J(\boldsymbol{\Theta})$为

$$J(\boldsymbol{\Theta})=\frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{m}\left(\left(\varepsilon_{A}^{(i)}\right)^{2}+\lambda\left(\varepsilon_{\varphi}^{(i)}\right)^{2}\right) \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{\Theta}$为频域辨识模型的频域特性参数集合，$\boldsymbol{\Theta}=\left\{k,\ b_0^{(z)},\ b_1^{(n)},\ b_2^{(n)},\ a_0^{(p)},\ a_1^{(q)},\ a_2^{(q)},\ \tau\right\}$；$m$为训练样本集的数据点个数；$\lambda$为相频响应的加权值，是超参数。

1.4 代价函数偏导数求解

式(7)所示代价函数是以频域辨识模型的频域特性参数$\boldsymbol{\Theta}$为自变量的函数，对$\boldsymbol{\Theta}$求解代价函数的偏导数如下：

$$\begin{cases}
\dfrac{\partial}{\partial k}J(\boldsymbol{\Theta})=\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\frac{20\varepsilon_{A}^{(i)}}{k\ln 10}\\
\dfrac{\partial}{\partial b_0^{(z)}}J(\boldsymbol{\Theta})=\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\frac{20b_0^{(z)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\varepsilon_{A}^{(i)}+\ln 10\omega^{(i)}\lambda\varepsilon_{\varphi}^{(i)}}{\left(1+\left(b_0^{(z)}\omega^{(i)}\right)^{2}\right)\ln 10}\\
\dfrac{\partial}{\partial b_1^{(n)}}J(\boldsymbol{\Theta})=\\
\quad\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\left[20b_1^{(n)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\varepsilon_{A}^{(i)}+\ln 10\left(1-b_2^{(n)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\right)\cdot\right.\\
\quad\left.\omega^{(i)}\lambda\varepsilon_{\varphi}^{(i)}\right]\Big/\left\{\left[\left(1-b_2^{(n)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\right)^{2}+\left(b_1^{(n)}\omega^{(i)}\right)^{2}\right]\ln 10\right\}\\
\dfrac{\partial}{\partial b_2^{(n)}}J(\boldsymbol{\Theta})=\\
\quad\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\left[20\left(b_2^{(n)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}-1\right)\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\varepsilon_{A}^{(i)}+\ln 10b_1^{(n)}\left(\omega^{(i)}\right)^{3}\cdot\right.\\
\quad\left.\lambda\varepsilon_{\varphi}^{(i)}\right]\Big/\left\{\left[\left(1-b_2^{(n)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\right)^{2}+\left(b_1^{(n)}\omega^{(i)}\right)^{2}\right]\ln 10\right\}\\
\dfrac{\partial}{\partial a_0^{(p)}}J(\boldsymbol{\Theta})=-\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\frac{20a_0^{(p)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\varepsilon_{A}^{(i)}+\ln 10\omega^{(i)}\lambda\varepsilon_{\varphi}^{(i)}}{\left(1+\left(a_0^{(p)}\omega^{(i)}\right)^{2}\right)\ln 10}\\
\dfrac{\partial}{\partial a_1^{(q)}}J(\boldsymbol{\Theta})=\\
\quad-\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\left[20a_1^{(q)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\varepsilon_{A}^{(i)}+\ln 10\left(1-a_2^{(q)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\right)\cdot\right.\\
\quad\left.\omega^{(i)}\lambda\varepsilon_{\varphi}^{(i)}\right]\Big/\left\{\left[\left(1-a_2^{(q)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\right)^{2}+\left(a_1^{(q)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\right)^{2}\right]\ln 10\right\}\\
\dfrac{\partial}{\partial a_2^{(q)}}J(\boldsymbol{\Theta})=\\
\quad-\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\left[20\left(a_2^{(q)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}-1\right)\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\varepsilon_{A}^{(i)}+\ln 10a_1^{(q)}\cdot\right.\\
\quad\left.\left(\omega^{(i)}\right)^{3}\lambda\varepsilon_{\varphi}^{(i)}\right]\Big/\left\{\left[\left(1-a_2^{(q)}\left(\omega^{(i)}\right)^{2}\right)^{2}+\left(a_1^{(q)}\omega^{(i)}\right)^{2}\right]\ln 10\right\}\\
\dfrac{\partial}{\partial\tau}J(\boldsymbol{\Theta})=-\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\lambda\omega^{(i)}\varepsilon_{\varphi}^{(i)}
\end{cases} \tag{8}$$

2 基于梯度下降法求解

2.1 梯度下降法

梯度下降法是求多变量函数无约束极小值的基本算法，要求目标函数在实数域连续可微，其优点是计算量小，算法效率高。代价函数$J(\boldsymbol{\Theta})$越小，假设函数与试验数据拟合程度越好，即频域辨识模型越接近于实际系统。将代价函数收敛到最小值，此时的频域特性参数$\boldsymbol{\Theta}$即为最优解。函数梯度的方向是函数在给定点上升最快的方向，梯度的反方向则是函数在给定点下降最快的方向，沿该方向迭代，可以快速得到函数的局部最小值。

$$\theta_x^{(j+1)}=\theta_x^{(j)}-\alpha_{\theta_x}^{(j)}\frac{\partial}{\partial\theta_x}J\left(\boldsymbol{\Theta}^{(j)}\right) \tag{9}$$

式中：θ_x为集合$\boldsymbol{\Theta}$的元素，即各个频域特性参数；j为迭代次数；$\alpha_{\theta_x}^{(j)}$为梯度下降法中第j次迭代θ_x的学习率。

2.2 自适应学习率

梯度下降法是机器学习中重要的优化算法，学习率是用好梯度下降法的关键。学习率是用于控制参数变化速度的参数，如果学习率太小，代价函数下降得非常慢，增大时间成本；学习率太大，代价函数下降很快，但很可能跳过最优解，在迭代过程中反复振荡，即固定学习率算法难以适用。此外，本文算法的参数特征分布不均，同一个学习率不能适应所有的参数更新，需要对不同特征对应的参数设定不同的学习率。综上，需要应用学习率自适应算法，本文应用RMSProp[21]算法用于学习率自适应变化，计算公式如下：

$$\begin{cases}
g_{\theta_x}^{(j)}=\rho g_{\theta_x}^{(j-1)}+(1-\rho)\left(\dfrac{\partial}{\partial\theta_x}J(\boldsymbol{\Theta})\right)^{2}\\
\alpha_{\theta_x}^{(j)}=\dfrac{\eta}{\sqrt{g_{\theta_x}^{(j)}+\varepsilon}}
\end{cases} \tag{10}$$

式中：g为梯度；$g_{\theta_x}^{(j)}$为第j次迭代计算频域特性参数θ_x的梯度；η为全局学习率，是超参数；ρ为衰减速率，是超参数；ε为小常数，用于被小数除时的数值稳定。

2.3 算法描述

本文基于梯度下降法的系统频域辨识算法的迭代训练策略如图1所示。

1）确定频域辨识模型形式。给定T、Z、N、P、Q，即确定构成频域辨识模型的一阶惯性环节、二阶振荡环节、一阶微分环节、二阶微分环节、比例环节与时滞环节等各个典型环节的个数。

2）给定超参数。给定学习率自适应超参数η、ρ、ε，代价函数超参数λ，允许稳态误差Δ，误差

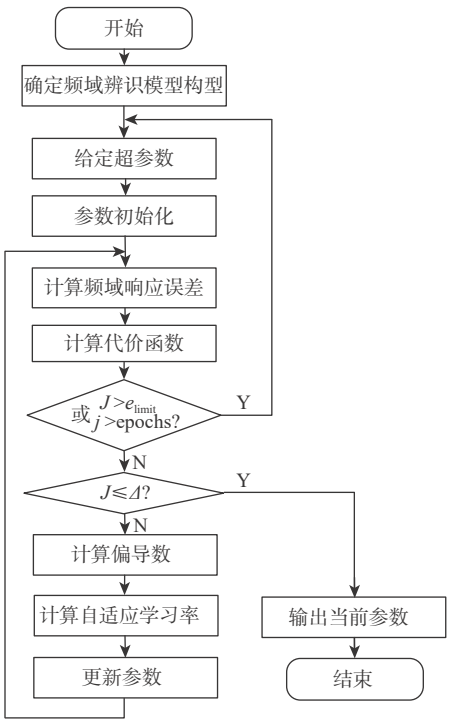


图 1　迭代训练策略

Fig. 1　Strategy of iterative training

上限 e_{limit}, 最大允许迭代次数 epochs。

3) 参数初始化。根据先验知识给定或随机生成频域辨识模型的频域特性参数Θ初始值。

4) 开始迭代训练。根据频域特性参数Θ由式 (4) 计算假设函数。引入训练样本集, 由式 (5) 和式 (6) 计算频域响应误差; 由式 (7) 计算代价函数; 由式 (8) 计算各频域特性参数的偏导数; 由式 (10) 计算各频域特性参数本次迭代过程的自适应学习率; 由式 (9) 计算更新各频域特性参数数值; 基于更新后的频域特性参数数值, 进入下一轮迭代循环。

5) 条件判断。当迭代次数未达到最大允许迭代次数 epochs 时, 代价函数满足稳态误差要求, 则此时的频域特性参数Θ即为一组最优解; 当迭代次数未达到最大允许迭代次数 epochs 时, 但是代价函数已经超过误差上限 e_{limit}, 或者当迭代次数超过最大允许迭代次数 epochs 时, 代价函数依然无法满足稳态误差要求, 说明频域特性参数初始值生成超范围或超参数设置不合理, 应重新生成一组初始值或改变超参数设置。

3　仿真验证与分析

3.1　等效高阶模型系统辨识验证分析

以舰载机横航向荷兰滚等效高阶模型拟配为例, 由 GJB 2874—97[19] 得到横航向荷兰滚等效拟配模型的典型环节构成。假定横航向荷兰滚等效拟配模型(输入副翼偏角, 输出横滚角速度)如下:

$$\frac{\omega_x(s)}{d_x(s)}=\frac{3s\left(1+0.2s+0.1s^2\right)}{(1+0.5s)(1+0.5s)(1+0.6s+0.3s^2)}\mathrm{e}^{-0.01s} \tag{11}$$

该等效拟配模型在频率段 10^{-1}～10 rad/s 内等对数间距产生 41 个频率点, 其幅频响应值和相频响应值构成训练样本集。针对训练样本集进行频域参数辨识。

根据式 (1) 确定算例的频域辨识模型, 模型参数设定如表 1 中等效高阶模型所示, 确定横航向荷兰滚等效拟配模型构型如下:

$$G(s)=\frac{ks\left(1+b_1^{(1)}s+b_2^{(1)}s^2\right)}{\left(1+a_0^{(1)}s\right)\left(1+a_0^{(2)}s\right)\left(1+a_1^{(1)}s+a_2^{(1)}s^2\right)}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{12}$$

自适应学习率超参数与代价函数超参数如表 2 所示。频域辨识模型的频域特性参数Θ及其初值如表 3 所示。算例使用训练样本集进行迭代训练。由表 3 可知, k、$b_1^{(1)}$、$b_2^{(1)}$、$a_0^{(1)}$、$a_0^{(2)}$、$a_1^{(1)}$、$a_2^{(1)}$、τ的终值与样本的相对误差分别为 0.017%、0.2%、4.5%、0.1%、0.1%、0.1%、0.23%、3%。

表 1　算例频域辨识模型参数

Table 1　Parameters of arithmetic frequency domain identification model

模型	T	Z	N	P	Q
等效高阶模型	1	0	1	2	1
等效低阶模型	0	1	0	0	1

表 2　超参数

Table 2　Hyperparameters

η	ρ	ε	λ
0.001	0.999	0.1	0.017 5

时域过程如图 2 所示。可得, 各频域特性参数数值从相同的初始值分化并各自逐渐稳定, 10^4次迭代后, 代价值从初始值 402.8 降低至 1.5×10^{-3}, 此时的频域特性参数如表 4 所示。时域过程显示, 本文算法能够使频域特性参数数值自动收敛至等效模型参数附近, 证明了算法能够实现高阶时滞系统的直接频域参数辨识。

频域结果如图 3 所示。可得, 初始频域辨识模型最初与训练样本相差甚远, 经过迭代学习, 最终收敛至训练样本附近, 在频域上达到了良好的拟合效果。频域结果证明, 本文算法收敛性好, 拟合度高, 有效解决了高阶时滞系统的直接拟配问题。

本文在频率段 10^{-1}～10 rad/s 内等对数间距产生 101 个频率点, 其幅频响应值和相频响应值构成训练样本 2, 与训练样本 1 对比, 讨论训练样本不同对结果的影响, 频域辨识结果如图 4 所示。

表3 等效高阶模型的频域特性参数

Table 3 Frequency domain characteristic parameters of equivalent high-order model

等效高阶模型	k	$b_1^{(1)}$	$b_2^{(1)}$	$a_0^{(1)}$	$a_0^{(2)}$	$a_1^{(1)}$	$a_2^{(1)}$	τ	J
训练样本	3	0.2	0.1	0.5	0.5	0.6	0.3	0.01	
初始值	1	1	1	1	1	1	1	1	402.8
10次训练	1.133 1	1.135 3	1.121 1	0.868 0	0.868 0	0.860 1	0.874 1	0.856 1	271.3
10^2次训练	1.397 8	1.410 2	1.102 9	0.724 1	0.724 1	0.579 4	0.923 1	0.488 8	89.8
10^3次训练	2.021 1	1.697 3	0.727 3	0.707 1	0.707 1	0.786 4	1.055 2	−0.012 0	3.6
5×10^3次训练	2.952 3	1.270 0	0.650 9	1.006 3	1.006 3	0.691 2	0.702 7	−0.029 8	1.1
8×10^3次训练	3.001 8	0.199 9	0.100 6	0.502 6	0.502 6	0.595 5	0.297 6	0.009 8	6.0×10^{-4}
9×10^3次训练	3.000 3	0.200 5	0.100 5	0.499 8	0.499 8	0.599 2	0.299 5	0.009 9	1.1×10^{-3}
10^4次训练	2.999 5	0.199 6	0.095 5	0.500 5	0.500 5	0.600 6	0.300 7	0.010 3	1.5×10^{-3}

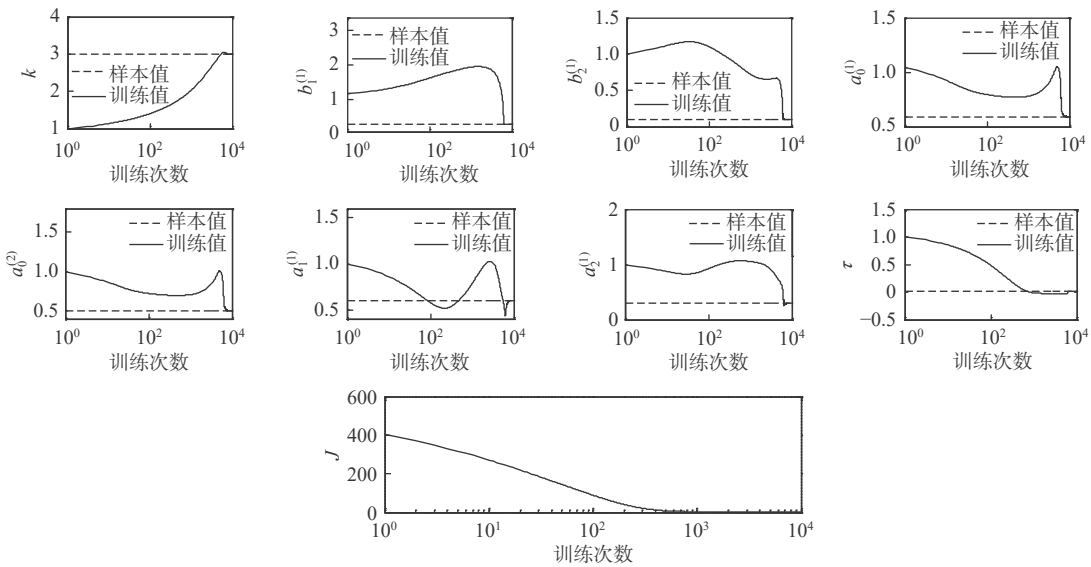


图2 迭代训练的时域过程

Fig. 2 Time domain process of iterative training

表4 梯度下降法的等效低阶模型频域特性参数

Table 4 Frequency domain characteristic parameters of equivalent low-order model based on gradient descent method

梯度下降法的等效低阶模型	k	$a_1^{(1)}$	$a_2^{(1)}$	$b_0^{(1)}$	τ	J
初始值	1	1	1	1	1	446.7
10次训练	1.108 4	0.866 5	0.860 8	1.130 4	0.855 4	328.6
10^2次训练	0.888 0	0.572 0	0.564 5	1.362 0	0.483 2	118.7
10^3次训练	0.633 8	0.469 4	0.555 3	2.036 7	0	13.6
10^4次训练	0.314 6	0.862 9	0.853 8	7.247 7	0	4.6
5×10^4次训练	0.166 7	1.038 6	0.957 0	15.822 4	0	2.5
10^5次训练	0.160 3	1.044 7	0.960 3	16.526 0	0	2.4

从图4可得，2条频域响应特性曲线一致性较好。其中，等效高阶模型1与训练样本1的幅频响应平均相对误差为0.117 7%，相频响应平均相对误差为0.049 0%；等效高阶模型2与训练样本2的幅频响应平均相对误差为0.156 8%，相频响应平均相对误差为0.072 5%。2种样本的频域辨识相对误差均小于0.2%，因此，训练样本中数据点不同不会影响辨识结果。

3.2 等效低阶模型系统辨识对比验证分析

工程中较为常用的等效拟配方法是构建寻优函数，基于最小二乘法求得寻优函数的最小值，进而得到此时的参数，本文以该算法作对比验证。工程中，最小二乘法可用于式(13)等效低阶模型的拟配：

$$G(s)=K\frac{Ts+1}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{13}$$

式中：ξ和ω_0分别为二阶振荡环节的阻尼比和频率。

应用3.1节产生的样本数据，基于最小二乘法求得等效低阶模型的频域特性参数，如表5所示，其频域特性曲线如图5所示。

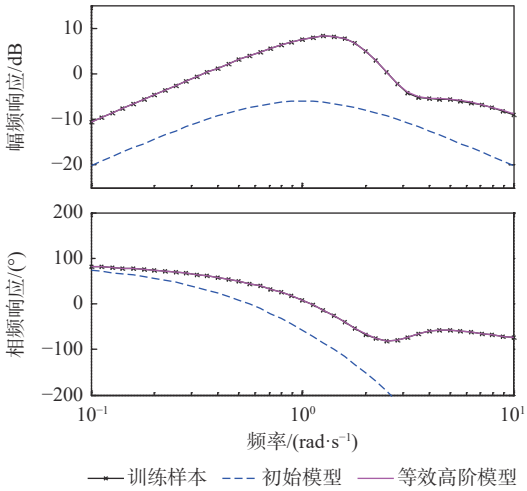


图 3　等效高阶模型迭代训练的频域结果

Fig. 3　Frequency domain results of equivalent high-order model's iterative training

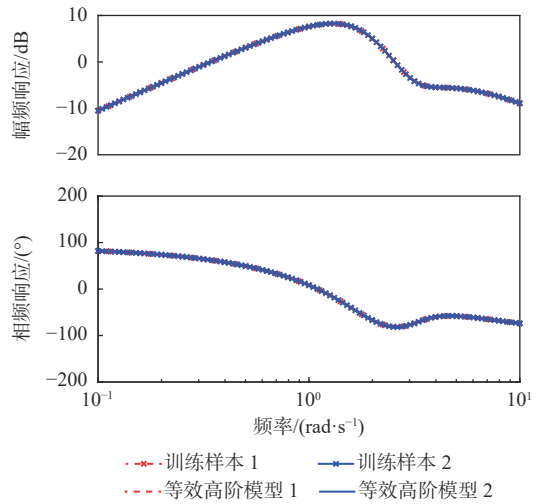


图 4　训练模型与等效高阶模型对比

Fig. 4　Comparison between training model and equivalent high-order model

表 5　最小二乘法的等效低阶模型频域特性参数

Table 5　Frequency domain characteristic parameters of equivalent low-order model based on least sqaure method

最小二乘法的等效低阶模型	K	ω_0	ξ	T	τ	J
初始值	1	1	0.5	1	1	446.7
终值	0.027 4	0.999 6	0.543 5	101.783 2	0	1.7
梯度下降法 10^5 次训练等效值	0.166 9	1.020 5	0.511 9	16.526 0	0	2.4

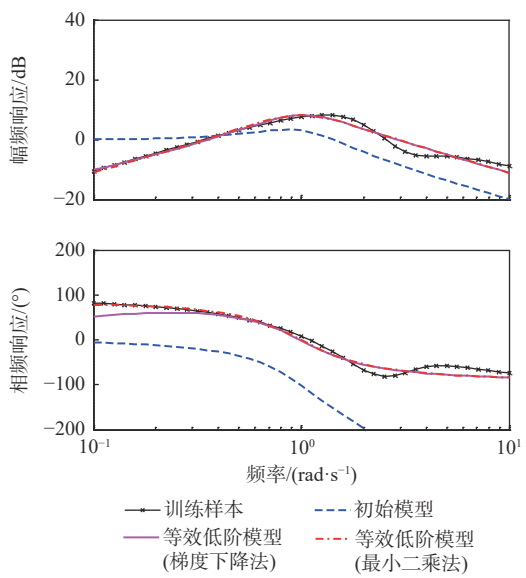


图 5　等效低阶模型迭代训练的频域结果

Fig. 5　Frequency domain results of equivalent low-order model's iterative training

为与工程应用中的传统方法作比对, 本节根据式 (1) 构建等价的等效低阶模型, 模型参数设定如表 1 中等效低阶模型所示, 模型如下:

$$G(s)=\frac{k\left(1+b_0^{(1)}s\right)}{1+a_1^{(1)}s+a_2^{(1)}s^2}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{14}$$

自适应学习率超参数和代价函数超参数设计与等效高阶模型一致, 如表 2 所示。频域辨识模型的频域特性参数Θ及其数值如表 4 所示。算例应用 3.1 节产生的样本数据进行迭代训练。

训练过程数据如表 4 所示。随着迭代学习的进行, 代价值从初始值 446.7 逐渐降低, 10^5次训练后已降至 2.4。

等效低阶模型的频域结果如表 4 所示。基于梯度下降法和最小二乘法的等效低阶模型等效拟配的代价值分别为 2.4 和 1.7, 相差较小, 从图 5 中也可看出均有较好的辨识效果。训练样本的高频段较为曲折, 等效低阶模型受到模型阶数限制, 2 种算法在该频率段辨识效果均较差。对比辨识结果, 使用等效高阶模型具有更高的辨识效果。

3.3　模型时域响应分析

3.3.1　拉普拉斯终值计算与分析

拉普拉斯变换终值定理公式如下:

$$\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to0}sF(s) \tag{15}$$

本文通过拉普拉斯变换终值定理来求解各个等效模型的终值, 用于分析系统辨识算法在时域响应下的性能。

由拉普拉斯终值定理可得闭环传递函数$G(s)$单位阶跃信号$R(s)$下的稳态值:

$$\lim_{t\to\infty}c(t)=\lim_{s\to0}G(s) \tag{16}$$

根据式(16)计算各模型的单位阶跃稳态值, 如

表6所示。带有微分环节的样本模型的稳态值为0,应用本文算法求解得到的等效高阶模型与样本模型具有相同的稳态值。

等效低阶模型由于环节构成与等效高阶模型不同,其稳态值由增益k决定。结果表明,一般情况下,应尽可能使频域辨识模型的构型与被辨识系统一致,体现出本文基于通用化等效辨识模型实现系统辨识的优越性。

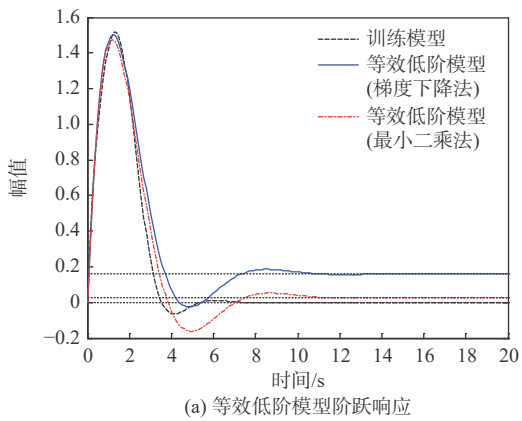
表6 模型阶跃响应稳态值

Table 6 Steady state value of model step response

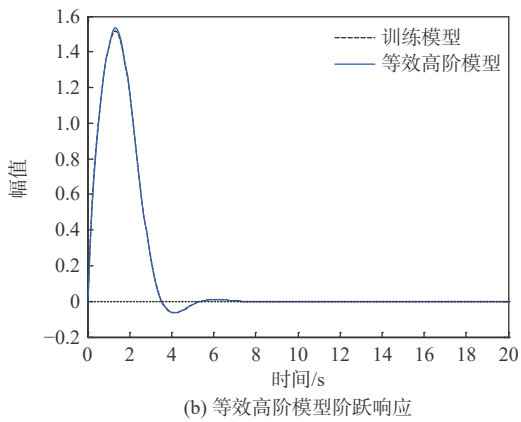
模型	单位阶跃稳态值
样本模型	0
等效高阶模型	0
等效低阶模型(梯度下降法)	0.160 3
等效低阶模型(最小二乘法)	0.027 4

3.3.2 阶跃响应计算与分析

模型的单位阶跃响应过程如图6所示,模型阶跃响应性能指标如表7所示,其中,取误差$\Delta=0.02$计算调节时间。等效高阶模型与样本模型的阶跃响应曲线和性能指标均极为一致,说明基于等效高阶模型的系统辨识算法对样本模型实现了良好的辨识效果。而等效低阶模型则与样本模型的阶跃响应曲线和性能指标有所差异,说明在一定程度上,等效低阶模型比等效高阶模型的系统辨识效果差。



(a) 等效低阶模型阶跃响应



(b) 等效高阶模型阶跃响应

图6 模型阶跃响应

Fig. 6 Step response of models

表7 模型阶跃响应性能指标

Table 7 Performance index of model step response

模型	峰值	峰值时间/s	调节时间/s
样本模型	1.52	1.3	4.9
等效高阶模型	1.53	1.3	4.9
等效低阶模型(梯度下降法)	1.50	1.3	6.9
等效低阶模型(最小二乘法)	1.48	1.2	7.2

基于本文梯度下降法的等效低阶模型的性能指标比基于传统最小二乘法的等效低阶模型更接近样本模型,从阶跃响应性能指标角度分析,在该算例下本文算法更具有优势。

本文分别对等效高阶模型与等效低阶模型的系统参数辨识进行对比验证,表明可以通过调整频域辨识模型的构型,使模型尽可能地接近被辨识系统,从而获得更为接近的系统响应。因此,本文算法无论是解决等效高阶模型的辨识问题还是等效低阶模型的辨识问题均取得了良好的辨识效果。

4 结 论

面对飞机横航向荷兰滚、滚转-螺旋耦合等模态,本文提出的系统辨识算法可以在降低试验复杂度的同时建立精确的等效拟配模型,该模型可用于评估舰载机等复杂飞行动力学系统的飞行品质。本文中的参数优化算法为飞行动力学参数辨识提供新思路,可通过修正飞机动力学模型,改善增稳系统和飞行控制系统参数。结论如下:

1)本文提出利用自适应学习率梯度下降法结合通用化频域辨识模型进行系统频域辨识的方法正确有效,不需要微分,辨识精度高,能有效解决复杂系统高阶时滞模型的直接拟配难题。

2)本文算法结合机器学习,使用学习率自适应的梯度下降法进行参数寻优,有效避开了传统梯度下降法极小值点附近收敛速度慢的问题。

3)面向通用化频域辨识模型,可以根据不同工程需求建立相应的系统辨识模型,保证了算法通用性,适用于多型系统辨识工程实践。

参考文献(References)

[1] 李大伟, 徐浩军, 胡新江, 等. 基于等效系统拟配的人-机闭环系统稳定性研究[J]. 飞行力学, 2011, 29(4): 21-24.
LI D W, XU H J, HU X J, et al. Research on stability of aircraft-pilot closed loop system based on matching of equivalent system[J]. Flight Dynamics, 2011, 29(4): 21-24(in Chinese).

[2] 丁东杰, 王亚刚. 工业过程频域建模及控制器参数整定[J]. 控制

工程, 2016, 23(11): 1714-1718.
DING D J, WANG Y G. Modeling in frequency domain and controller parameter tuning for industrial processes[J]. Control Engineering of China, 2016, 23(11): 1714-1718(in Chinese).

[3] 何凯, 张平. 等效系统的飞机参数辨识与快速建模[J]. 系统仿真学报, 2011, 23(8): 1545-1548.
HE K, ZHANG P. Airplane aerodynamic parameters identification and fast modeling based on equivalent system[J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(8): 1545-1548(in Chinese).

[4] 陈安钢, 任正云, 倪潇. 复杂高阶对象的预测 PI(D) 控制[J]. 计算机测量与控制, 2017, 25(6): 37-40.
CHEN A G, REN Z Y, NI X. Predictive PI(D) control for complex high order[J]. Computer Measurement & Control, 2017, 25(6): 37-40 (in Chinese).

[5] 杨凌宇, 柳嘉润, 申功璋. 飞控-飞机低阶等效系统的在线辨识[J]. 飞行力学, 2003, 21(2): 29-32.
YANG L Y, LIU J R, SHEN G Z. Online identification of low-order equivalent system of flight control and aircraft system[J]. Flight Dynamics, 2003, 21(2): 29-32(in Chinese).

[6] 周健. 一种小型无人直升机动力学模型参数辨识方法[J]. 飞行力学, 2019, 37(6): 89-96.
ZHOU J. A parameter identification method for dynamic model of small unmanned helicopter[J]. Flight Dynamics, 2019, 37(6): 89-96 (in Chinese).

[7] MORELLI E A. Identification of low order equivalent system models from flight test data[R]. Washington, D.C.: NASA, 2000.

[8] KLEIN V, MORELLI E A. Aircraft system identification: Theory and practice[M]. Reston: AIAA, 2006.

[9] 程韶军, 邓建华. 飞机横航向模态模型的选择[J]. 飞行力学, 1999, 17(1): 37-41.
CHENG S J, DENG J H. The model selection of aircraft lateral modes[J]. Flight Dynamics, 1999, 17(1): 37-41(in Chinese).

[10] 马姝姝, 陈夕松, 杨俊. 高阶时滞系统的降阶 IMC-PID 控制研究[J]. 工业仪表与自动化装置, 2010(2): 5-7.
MA S S, CHEN X S, YANG J. Research on IMC-PID control for the complex time-delay system reduction[J]. Industrial Instrumentation & Automation, 2010(2): 5-7(in Chinese).

[11] 方振平. 航空飞行器飞行动力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.
FANG Z P. Aircraft flight dynamics[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005(in Chinese).

[12] 方自立, 韩意新, 袁广田. 电传飞机飞行品质低阶等效系统算法研究[J]. 计算机测量与控制, 2018, 26(11): 223-227.
FANG Z L, HAN Y X, YUAN G T. Research on low-order equivalent system algorithm of fly-by-wire aircraft flight quality[J]. Computer Measurement & Control, 2018, 26(11): 223-227(in Chinese).

[13] 崔益华, 韩意新, 陈永亮. 电传飞机低阶等效系统频域辨识新方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2016, 48(3): 432-437.
CUI Y H, HAN Y X, CHEN Y L. A new method for frequency domain identification of low-order equivalent system of fly-by-wire aircraft[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 48(3): 432-437(in Chinese).

[14] 邹瑜, 裴海龙, 刘馨, 等. 飞机模型频域辨识方法——CIFER 算法研究[J]. 电光与控制, 2010, 17(5): 46-49.
ZOU Y, PEI H L, LIU X, et al. Aircraft model frequency domain identification method—CIFER algorithm research[J]. Electronics Optics & Control, 2010, 17(5): 46-49(in Chinese).

[15] TISCHLER M B, REMPLE R K. Aircraft and rotorcraft system identification: Engineering methods with flight-test examples[M]. Reston: AIAA, 2006: 39-52.

[16] 李迎博, 呼卫军, 周军. 一种基于递推最小二乘的频域辨识的新算法[J]. 计算机仿真, 2014, 31(4): 269-272.
LI Y B, HU W J, ZHOU J. A new algorithm of frequency domain identification based on recursive least squares[J]. Computer Simulation, 2014, 31(4): 269-272(in Chinese).

[17] 陈君, 郭玉兵, 曹惠芳, 等. 基于改进的 BP 神经网络算法的控制系统在线辨识方法[J]. 科技导报, 2012, 30(6): 62-65.
CHEN J, GUO Y B, CAO H F, et al. On-line identification method of control system based on improved BP neural network algorithm[J]. Science and Technology Review, 2012, 30(6): 62-65(in Chinese).

[18] 刘佳佳. K-平均算法的综合优化策略[J]. 知识经济, 2012(20): 106-107.
LIU J J. Comprehensive optimization strategy of K-means algorithm[J]. Knowledge Economy, 2012(20): 106-107(in Chinese).

[19] 国防科学技术工业委员会. 电传操纵系统飞机的飞行品质: GJB 2874—97[S]. 北京: 国防科学技术工业委员会, 1997.
Commission of Science, Technology and Industry for National Defense. Flying qualities standard for airplane with fly-by-wire control system: GJB 2874—97[S]. Beijing: Commission of Science, Technology and Industry for National Defense, 1997(in Chinese).

[20] LECUN Y, BENGIO Y, HINTON G. Deep learning[J]. Nature, 2015, 521(7553): 436-441.

[21] DAUPHIN Y N, DE VRIES H , CHUNG J, et al. RMSProp and equilibrated adaptive learning rates for non-convex optimization [EB/OL]. (2015-08-29)[2022-06-01]. https://arxiv.org/abs/1502.04390v1.

Aircraft system identification algorithm based on generalized equivalent model

ZHOU Dapeng[1, 2], LI Heqi[2, *], WANG Yeguang[2], WANG Lixin[1]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. AVIC Shenyang Aircraft Design and Research Institute, Shenyang 110035, China)

Abstract: This study provides a frequency domain identification approach aimed at the high-order time-delay model matching problem for complex systems like carrier aircraft. A high-order time-delay model of the complex system is ultimately identified after the generalized frequency-domain identification model is established and the model is iteratively trained by system frequency domain response data using the gradient descent method of adaptive learning rate. This allows the model's frequency domain parameters to automatically converge.Verification is carried out with the Dutch roll equivalent model of carrier aircraft. Through the identification and comparison of high-level and low-level models, the algorithm in this paper is compared with the traditional algorithm, and the frequency domain and time domain analysis show that the algorithm in this paper has a good identification effect. It solves the problem of direct fitting of high-order time-delay models, and is suitable for universal high-order time-delay models.

Keywords: gradient descent method; frequency domain modeling; high-order time-delay model; adaptive learning rate; equivalent matching

Received: 2022-06-20; **Accepted**: 2022-08-14; **Published Online**: 2022-10-09 15:25
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221009.0928.003

* **Corresponding author**. E-mail: liheqi995@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0518

不确定通信网络下多智能体系统一致性控制

刘伟*，闫实，王希彬，李瑞涛，周绍磊
(海军航空大学，烟台 264000)

摘 要：针对一类Lipschitz非线性多智能体系统的一致性控制问题，在一般有向拓扑条件下，研究了通信网络具有不确定性的一致性控制方法，设计了基于输出反馈的一致性控制器。利用拓扑图拉普拉斯矩阵的性质，克服了有向拓扑不对称性的影响，将有向拓扑条件下的一致性控制问题转化为低维非线性系统的鲁棒镇定问题；利用李雅普诺夫函数直接方法，推导系统达成一致的充分性条件，将控制器反馈矩阵的设计转化为求解线性矩阵不等式可行解问题。分别在无领导者和有领导者2种拓扑条件下进行数值仿真，结果表明：系统在通信网络存在不确定性时可以达成一致性。

关 键 词：网络不确定性；一致性；非线性；多智能体系统；输出反馈
中图分类号：TP273
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1463-11

一致性控制是多智能体系统协同控制研究领域中的重要基础性问题[1]。多智能体的一致性控制指在不同网络拓扑约束条件下，基于局部信息设计反馈控制器，使多智能体系统的状态趋于一致。一致性控制问题的研究成果可广泛应用于无人机编队[2-4]、智能电网[5-6]、多传感器信息融合[7-8]、多运动平台同步控制[9]等领域。

由于多智能体系统通过通信网络或局部传感器网络耦合在一起，单个智能体通过局部信息交互进行分布式控制，因此，系统一致性作为一种群体性行为必然受到网络拓扑结构和通信质量的影响。另外，智能体的动力学模型及采用的具体反馈信息也是影响系统达成一致的重要因素。在以往的研究中，通常假设智能体通过理想的通信信道进行信息交换，而在实际应用中，传输误差和噪声是难以避免的。

由于系统能否达成一致，受到系统模型和通信拓扑结构的共同影响。因此，众多学者针对通信信道具有不确定的多智能体系统一致性控制问题，从系统模型和通信拓扑结构2个方面开展了研究。文献[10]针对系统具有不确定的情况，分析了线性多智能体系统一致性控制问题，基于鲁棒部分变元稳定性方法推导了系统达成一致的充分性条件。文献[11]针对一般线性多智能体系统，研究了无向通信拓扑具有全局向量有界不确定性时，系统的鲁棒一致性问题。为描述通信连接故障，文献[12]在通信拓扑的原边权重的基础上，引入了通信故障导致的权重扰动，进而在此条件下，研究了线性多智能体系统自适应同步跟踪问题。文献[13]假设通信拓扑存在的不确定性为范数有界时，在无向通信拓扑条件下研究了异构和同构线性多智能体系统的编队控制问题。文献[14]将研究成果推广到更加一般的有向拓扑条件，针对线性多智能体系统，提出了同时考虑网络拓扑不确定和事件驱动机制的一致性控制协议。

可以看出，上述成果均针对线性系统。现实中，Lorenz系统、蔡氏电路、钟摆系统、汽车机器人等系统具有Lipschitz非线性动力学模型。因此，众多学者针对具有Lipschitz非线性项的系统开展了研究。文献[15]针对一类非线性多智能体系统，在

收稿日期：2022-06-21；录用日期：2022-08-14；网络出版时间：2023-01-12 15:19
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230112.0913.001
*通信作者. E-mail：weiliu.sd.china@hotmail.com

引用格式：刘伟，闫实，王希彬，等. 不确定通信网络下多智能体系统一致性控制[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1463-1473.
LIU W，YAN S，WANG X B，et al. Consensus control of multi-agent systems with uncertain communication networks[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1463-1473 (in Chinese).

无向通信拓扑条件下，利用无向通信拓扑的对称特性，分析了拓扑具有不确定性的系统一致性问题。文献 [16] 在无向拓扑条件下，利用 H_∞ 控制方法推导了通信拓扑具有不确定性时线性系统达成一致的充分性条件。文献 [17] 在强联通拓扑条件下，研究拓扑具有不确定性时，一类非线性机器人系统事件驱动一致性控制问题。

由上述分析可以看出，针对系统存在通信不确定性的一致性控制问题，现有结论多假设通信拓扑为某些特殊拓扑图，如无向图[11,13,15-16]、强联通拓扑[17]等；另外，研究成果多针对线性系统[14,16]，并基于智能体相对状态信息设计一致性控制器。而在实际应用中，由于障碍物遮挡、传感器性能差别等因素，智能体之间的通信拓扑通常是单向的，使得整个系统的拓扑是非对称的有向图，并且存在系统状态不能直接获得、难以直接应用于控制器设计的问题。

本文在现有研究成果的基础上，针对一类非线性多智能体系统，在有向通信拓扑条件下，设计了基于系统输出反馈的一致性控制器，推导了系统存在通信不确定性时，系统达成一致的充分性条件。

1）将智能体之间通信拓扑建模为更加一般的有向拓扑。与文献 [11,13,15-17] 中的结论相比，本文仅要求拓扑包含一个有向生成树，关于拓扑结构的约束条件更加一般，符合实际应用背景。

2）在有向拓扑条件下，将通信噪声建模为范数有界不确定性，解决了一类具有 Lipschitz 非线性系统的一致性控制问题，并基于系统的相对输出信息设计了控制器。系统的动力学模型被扩展为非线性模型，与文献 [12,14] 结果相比，系统的模型更加复杂。同时，不同于现有采用状态反馈方式的研究成果，本文所设计的控制器基于系统输出信息，可应用于系统状态不能直接获取的情况，扩展了结论的适用范围。

1 预备知识和问题描述

1.1 预备知识

本文将智能体之间的信息交互拓扑描述为有向拓扑图 $G=(V,\overline{E},\boldsymbol{W})$，其中，$V=\{1,2,\cdots,N\}$ 表示图 G 的节点集合，$\overline{E}\subseteq V\times V$ 为拓扑图 G 的边集合，$\boldsymbol{W}=[a_{ij}]_{N\times N}$ 表示图 G 的邻接矩阵，如果 $i\times j\in V$，则 $a_{ij}>0$，否则 $a_{ij}=0$。拓扑图 G 的拉普拉斯矩阵定义为 $\boldsymbol{L}=\left[L_{ij}\right]_N$，其中，$L_{ii}=\sum_{j\neq i}a_{ij}$，$L_{ij}=-a_{ij}$。如果拓扑图中存在一个节点，从该节点出发沿着有向边可到达图中其他所有节点，称该拓扑图包含一个有向生成树[18]。本文假设智能体之间拓扑图包含一个有向生成树。

引理 1[19] 假设 $\tilde{\boldsymbol{D}}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{S}}$ 为具有相容维数的实矩阵，对于任意给定向量 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^n$ 和正定矩阵 $\tilde{\boldsymbol{P}}>\boldsymbol{0}$（$\tilde{\boldsymbol{P}}>\boldsymbol{0}$ 表示矩阵 $\tilde{\boldsymbol{P}}$ 正定对称），如下不等式成立：

$$2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{D}}\tilde{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{y}\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{D}}\tilde{\boldsymbol{P}}\tilde{\boldsymbol{D}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{P}}^{-1}\tilde{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{y}$$

引理 2[20] 给定一个矩阵 $\boldsymbol{R}\in\mathbf{R}^{N\times N}$，如果矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的特征值具有正实部，则存在一个正定矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 和一个标量 $\alpha>0$，使得如下不等式成立：

$$\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{R}>\alpha\boldsymbol{Q}\tag{1}$$

式中：$0<\alpha<2\min\{\mathrm{Re}(\lambda(\boldsymbol{R}))\}$，$\lambda(\boldsymbol{R})$ 为矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的特征值。

1.2 问题描述

考虑一个包含了 N 个智能体的多智能体系统，第 i 个智能体的系统模型描述如下：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_i+\boldsymbol{D}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i)\\ \boldsymbol{y}_i=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_i\end{cases}\tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{x}_i\in\mathbf{R}^n$ 为系统状态；$\boldsymbol{u}_i\in\mathbf{R}^p$ 为待设计的控制器；$\boldsymbol{y}_i\in\mathbf{R}^q$ 为系统输出；$i=1,2,\cdots,N$；矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 为系统矩阵；$\boldsymbol{f}(\cdot)$ 为非线性函数，满足如下利普希茨条件：$\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},t)\|\leqslant\rho\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|$，$\forall\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^n$，$t\geqslant0$，$\rho>0$ 为 Lipschitz 常数。

如果系统满足 $\lim\limits_{t\to\infty}\left\|\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{x}_j(t)\right\|=0$，$\forall i,j\in N$，则称系统能够达成一致。

2 控制器设计与分析

2.1 基于输出反馈的一致性控制器设计

本文基于系统输出信息，构建了如下包含通信噪声的一致性控制器：

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_i=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{F})\hat{\boldsymbol{x}}_i+c\boldsymbol{H}\sum\limits_{j=1}^{N}a_{ij}\left(1+\Delta_{ij}\right)\cdot\\ \qquad\left(\boldsymbol{C}\left(\hat{\boldsymbol{x}}_j-\hat{\boldsymbol{x}}_i\right)-\left(\boldsymbol{y}_j-\boldsymbol{y}_i\right)\right)\\ \boldsymbol{u}_i=\boldsymbol{F}\hat{\boldsymbol{x}}_i,\ i=1,2,\cdots,N\end{cases}\tag{3}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{x}}_i\in\mathbf{R}^n$ 为中间变量；$\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 为待设计的反馈矩阵；c 为待设计的耦合强度系数；Δ_{ij} 为智能体 i 和 j 之间通信信道噪声，将其建模为符合下述条件的不确定性。

假设 1 假设 Δ_{ij} 是范数有界的，同一个智能体的通信信道具有相同的不确定性，即：$\Delta_{ij}=\Delta_{ik}=\Delta_i$，且存在一个正标量 $0<\delta_0<1$，使得 $|\Delta_i|\leqslant\delta_0$，$\forall i\in V$。

注 1 本文假设的通信信道不确定性可以用于表征控制增益的不确定信息、执行器摄动、信息量化误差和乘性传输噪声等[21-23]。

令 $\boldsymbol{e}_i=\boldsymbol{x}_i-\hat{\boldsymbol{x}}_i$，则由式 (2) 和式 (3) 可得如下闭环系统模型：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=(\boldsymbol{I}_N\otimes(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF}))\boldsymbol{x}-(\boldsymbol{I}_N\otimes\boldsymbol{BF})\boldsymbol{e}+(\boldsymbol{I}_N\otimes\boldsymbol{D})\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\\ \dot{\boldsymbol{e}}=(\boldsymbol{I}_N\otimes\boldsymbol{A}-c(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{\Delta L})\otimes\boldsymbol{HC})\boldsymbol{e}+(\boldsymbol{I}_N\otimes\boldsymbol{D})\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\end{cases} \tag{4}$$

式中: $\boldsymbol{I}_N$为 N 维单位矩阵; "$\otimes$" 表示克罗耐克积; $\boldsymbol{x}=\left[\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{x}_N^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{e}=[\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{e}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})=\left[f(\boldsymbol{x}_1)^{\mathrm{T}},\cdots,f(\boldsymbol{x}_N)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{L}\in\mathbf{R}^{N\times N}$为拓扑图$G$的拉普拉斯矩阵; $\boldsymbol{\Delta}=\mathrm{diag}(\Delta_1,\cdots,\Delta_N)$为以$\Delta_i$为元素的对角矩阵。

2.2　闭环系统分析

引理 3[24-25]　对于图的拉普拉斯矩阵$\boldsymbol{L}$, 存在一个行满秩矩阵$\boldsymbol{E}\in\mathbf{R}^{(N-1)\times N}$使得$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{ME}$, 其中,

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}1&-1&&&\\&1&-1&&\\&&\ddots&\ddots&\\&&&1&-1\end{bmatrix}$$

进一步, 如果拓扑图包含一个有向生成树, 则$\mathrm{Re}(\lambda(\boldsymbol{EM}))>0$。

引入新变量$\boldsymbol{\xi}=(\boldsymbol{E}\otimes\boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{\zeta}=(\boldsymbol{E}\otimes\boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{e}$, 利用引理 3 的结论可将式 (4) 重新表述为如下形式:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}}=(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF}))\boldsymbol{\xi}-(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{BF})\boldsymbol{\zeta}+(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{D})\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})\\ \dot{\boldsymbol{\zeta}}=(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-c\boldsymbol{E\Delta M}\otimes\boldsymbol{HC})\boldsymbol{\zeta}+(\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{D})\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})\end{cases} \tag{5}$$

式中: $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})=(\boldsymbol{E}\otimes\boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$; 矩阵$\boldsymbol{M}$满足$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{ME}$。

由变量$\boldsymbol{\xi}$的定义可知, 如果$\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{\xi}=0$, 则$\lim\limits_{t\to\infty}\left\|\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{x}_j(t)\right\|=0$, 意味着系统达成一致。

注 2　由式 (5) 可以看出, 利用引理 3 的结论, 将系统 (2) 的一致性控制问题转换为非线性系统 (5) 的稳定性问题, 为后续采用李雅普诺夫直接方法推导系统达成一致的充分性条件奠定了基础。同时, 因为引理 3 中关于图的拉普拉斯矩阵性质的结论具有普遍性, 不依赖于拓扑结构的对称性, 所以这一处理过程可以用于分析多种通信拓扑图条件下的多智能体系统一致性问题, 包括无向图、强联通图、含多个有向生成树的有向图等。

2.3　主要结论证明

定理 1　采用动态输出反馈器 (3) 的多智能体系统 (2) 如果满足如下条件, 则系统能够达成一致: 存在参数$c>0$, $\mu>0$和矩阵$\boldsymbol{P}_1>\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{P}_2>\boldsymbol{0}$, 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{A}}&\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{D}&\boldsymbol{I}_n\\ \boldsymbol{P}_1\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}&-\dfrac{1}{\varphi_1}\boldsymbol{I}_n&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{I}_n&\boldsymbol{0}&-\dfrac{\varphi_2}{2\rho^2}\boldsymbol{I}_n\end{bmatrix}<\boldsymbol{0} \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}&\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\\ \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2&-\dfrac{1}{\varphi_1}\boldsymbol{I}_n\end{bmatrix}<\boldsymbol{0} \tag{7}$$

式中: $\hat{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1$; $\tilde{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}+(-c\alpha+c\delta_0\varphi_1\phi+c\delta_0\psi/\varphi_2)\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1$; $\varphi_1=\max\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$; $\varphi_2=\min\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$; $\phi=\max\left\{\lambda\left(\boldsymbol{EE}^{\mathrm{T}}\right)\right\}$; $\psi=\max\left\{\lambda\left(\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\right)\right\}$; $0<\alpha<2\min\{\mathrm{Re}(\lambda(\boldsymbol{EM}))\}$; $\boldsymbol{Q}$为式 (1) 中矩阵$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{EM}$满足时的一个可行解。反馈矩阵设计为$\boldsymbol{F}=-\mu\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1$, $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{P}_2^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$。

证明　考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V=V_1+V_2=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{P}_1)\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{P}_2)\boldsymbol{\zeta} \tag{8}$$

式中: $V_1=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{P}_1)\boldsymbol{\xi}$; $V_2=\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{P}_2)\boldsymbol{\zeta}$。

对V_1沿着系统 (5) 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1=&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left((\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF})\right)\right)\boldsymbol{\xi}-\\&2\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes(\boldsymbol{BF})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}+2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\end{aligned} \tag{9}$$

将$\boldsymbol{F}=-\mu\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1$代入式 (9) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-2\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\right)\boldsymbol{\xi}+\\&2\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}+2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\end{aligned} \tag{10}$$

根据引理 1 可得

$$\begin{aligned}&2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\leqslant\\&\quad\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}^2\otimes\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{DD}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\end{aligned}$$

进一步依据 Lipschitz 条件可得

$$2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\leqslant\rho^2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}^2\otimes\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{DD}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi} \tag{11}$$

利用式 (11) 中的结论, 将式 (10) 重新表示为

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-2\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\right)\boldsymbol{\xi}+\\&2\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}+\rho^2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}+\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}^2\otimes\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{DD}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\end{aligned} \tag{12}$$

因为$\boldsymbol{Q}\leqslant\varphi_1\boldsymbol{I}_{N-1}$, $\boldsymbol{Q}\geqslant\varphi_2\boldsymbol{I}_{N-1}$, $\varphi_1=\max\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$, $\varphi_2=\min\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$, 所以可得如下结论:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-2\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\right.\right.\\&\left.\left.\varphi_1\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{DD}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\frac{\rho^2}{\varphi_2}\boldsymbol{I}_n\right)\right)\boldsymbol{\xi}+2\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\end{aligned} \tag{13}$$

对V_2沿着系统 (5) 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_2=&\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}\right)\right)\boldsymbol{\zeta}-\\&2c\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left((\boldsymbol{EM})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\otimes(\boldsymbol{HC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}-\\&2c\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left((\boldsymbol{E\Delta M})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\otimes(\boldsymbol{HC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}\end{aligned} \tag{14}$$

令$\boldsymbol{v}=(\boldsymbol{QE}\otimes\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{H})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{w}=(\boldsymbol{M}\otimes\boldsymbol{C})\boldsymbol{\zeta}$, 则

$$\begin{aligned}&-2c\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left((\boldsymbol{E\Delta M})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\otimes(\boldsymbol{HC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}=-2c\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Delta}\otimes\boldsymbol{I}_n)\boldsymbol{w}\leqslant\\&\quad c\delta_0\sum_{i=1}^{N-1}\left(v_i^2+w_i^2\right)=c\delta_0\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{QEE}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{HH}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&\quad c\delta_0\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{M}^{T}\boldsymbol{M}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}\end{aligned} \tag{15}$$

进一步, 令$\varphi_1=\max\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$, $\varphi_2=\min\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$,

$\phi=\max\{\lambda(\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}})\}$, $\psi=\max\{\lambda(\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M})\}$, 则

$$-2c\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left((\boldsymbol{E}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{M})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\otimes(\boldsymbol{H}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}\leqslant c\delta_0\varphi_1\phi\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}+c\delta_0\frac{\psi}{\varphi_2}\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}\tag{16}$$

利用式 (16), 并将$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{P}_2^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$代入式 (14) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_2\leqslant&\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}\right)\right)\boldsymbol{\zeta}-\\&c\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left((\boldsymbol{E}\boldsymbol{M})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E}\boldsymbol{M}\right)\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})\boldsymbol{\zeta}+\\&c\delta_0\varphi_1\phi\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}+c\delta_0\frac{\psi}{\varphi_2}\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}\end{aligned}\tag{17}$$

根据引理 2 和引理 3 可得, 存在一个正定矩阵$\boldsymbol{Q}>\boldsymbol{0}$和一个参数$\alpha$使得如下不等式成立:

$$(\boldsymbol{E}\boldsymbol{M})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E}\boldsymbol{M}>\alpha\boldsymbol{Q}\tag{18}$$

式中: $0<\alpha<2\min\{\mathrm{Re}(\lambda(\boldsymbol{E}\boldsymbol{M}))\}$。

利用式 (18) 结论, 可将式 (17) 进一步表示为如下形式:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2\leqslant&\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}-c\alpha\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&c\delta_0\varphi_1\phi\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}+c\delta_0\frac{\psi}{\varphi_2}\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}\end{aligned}\tag{19}$$

利用 Lipschitz 条件, 可得

$$2\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}\leqslant\rho^2\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}^2\otimes\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\frac{\rho^2}{\varphi_2}\boldsymbol{I}_n\right)\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\varphi_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}\tag{20}$$

利用式 (20) 的结论, 可将式 (19) 表示为

$$\begin{aligned}\dot{V}_2\leqslant&\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}-c\alpha\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&c\delta_0\varphi_1\phi\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}+c\delta_0\frac{\psi}{\varphi_2}\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\frac{\rho^2}{\varphi_2}\boldsymbol{I}_n\right)\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\varphi_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\boldsymbol{\zeta}=\\&\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}+c\gamma\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+\varphi_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\right)\boldsymbol{\zeta}+\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\frac{\rho^2}{\varphi_2}\boldsymbol{I}_n\right)\boldsymbol{\xi}\end{aligned}\tag{21}$$

式中: $\gamma=-\alpha+\delta_0\varphi_1\phi+\delta_0\psi/\varphi_2$。

综合式 (13) 和式 (21) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}=\dot{V}_1+\dot{V}_2\leqslant&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-2\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\varphi_1\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\frac{2\rho^2}{\varphi_2}\boldsymbol{I}_n\right)\right)\boldsymbol{\xi}+2\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}+\\&\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}+c\gamma\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+\varphi_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2\right)\right)\boldsymbol{\zeta}\end{aligned}\tag{22}$$

因为

$$2\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}\leqslant\mu\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\zeta}+\mu\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\boldsymbol{\xi}$$

所以

$$\begin{aligned}\dot{V}=\dot{V}_1+\dot{V}_2\leqslant&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\varphi_1\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\frac{2\rho^2}{\varphi_2}\boldsymbol{I}_n\right)\right)\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q}\otimes\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}+c\gamma\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+\varphi_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\right)\right)\boldsymbol{\zeta}\end{aligned}\tag{23}$$

利用舒勒补引理[19], 式 (6) 和式 (7) 成立等价于如下不等式成立:

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\varphi_1\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\frac{2\rho^2}{\varphi_2}\boldsymbol{I}_n<\boldsymbol{0}\tag{24}$$

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}+c\left(-\alpha+\delta_0\varphi_1\phi+\delta_0\frac{\psi}{\varphi_2}\right)\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+\varphi_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\mu\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1<\boldsymbol{0}\tag{25}$$

进一步, 由式 (24) 和式 (25) 可得$\dot{V}<0$。由此可得, 系统 (5) 是渐进稳定的, 等价于系统 (2) 能够达成一致。 **证毕**

基于上述分析, 给出如下反馈控制器的设计算法。

1) 依据图的拉普拉斯矩阵$\boldsymbol{L}$和引理 3 得到矩阵$\boldsymbol{M}$, 进一步得到参数$\phi=\max\{\lambda(\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}})\}$, $\psi=\max\{\lambda\cdot(\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M})\}$。

2) 按照条件$0<\alpha<2\min\{\mathrm{Re}(\lambda(\boldsymbol{E}\boldsymbol{M}))\}$, 选取参数$\alpha$, 求解如下矩阵不等式得到矩阵$\boldsymbol{Q}$和$\varphi_1=\max\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$, $\varphi_2=\min\{\lambda(\boldsymbol{Q})\}$: $(\boldsymbol{E}\boldsymbol{M})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E}\boldsymbol{M}>\alpha\boldsymbol{Q}$。

3) 选取c和μ使得矩阵不等式 (24) 和式 (25) 成立, 得到正定对称矩阵$\boldsymbol{P}_1$和$\boldsymbol{P}_2$。

4) 设计反馈矩阵为$\boldsymbol{F}=-\mu\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1$, $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{P}_2^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$。

注 3 在文献 [11,13,15-16] 中, 将智能体之间的拓扑建模为无向图。与此相比, 本文将智能体之间通信拓扑建模为更加一般的有向拓扑, 仅要求拓扑图包含一个有向生成树。一方面, 由图论相关理论可知, 无向图是一种特殊的有向拓扑图, 本文所考虑的拓扑图更加一般, 对于拓扑图的结构约束更少; 另一方面, 从实际应用的角度来说, 在实际应用中, 由于障碍物遮挡、传感器性能差别等因素, 智能体之间的通信拓扑通常是单向的, 使得整个系统的拓扑是非对称的有向图。因此, 本文对拓的扑假设也更加符合实际应用背景。

注 4 由定理 1 可知, 不等式 (25) 成立的一个必要条件即为$\gamma<0$, 其中, $\gamma=-\alpha+\delta_0\varphi_1\phi+\delta_0\psi/\varphi_2$。进一步, 可推知通信信道不确定性的范数界$\delta_0$满足

$\delta_0 < \alpha/(\varphi_1\phi+\psi/\varphi_2)$。由于参数$\alpha$、$\psi$、$\varphi_1$、$\varphi_2$均与通信拓扑结构有关, 说明系统能否实现一致受到系统拓扑结构、通信质量等因素的共同影响, 不同类型的拓扑图所能容忍的通信信道噪声不同。如果拓扑结构可以允许选取较大的参数α和较小的参数$\varphi_1\phi+\psi/\varphi_2$, 则该多智能体系统所能容忍的噪声就更强。但需要说明的是, 参数α和φ_1、φ_2是通过求解矩阵不等式 (18) 同时得到的。当参数α选定后, 解不等式 (18) 可以得到确定的正定对称矩阵$\boldsymbol{Q}$, 则参数φ_1和φ_2也已确定。但在何种情况下、何种通信拓扑结构能够满足上述条件, 目前还没有得到精确的描述该参数与拓扑图结构之间的精确关系。

实际上, 由于本文设定, 理想情况下的信息加权值为 1, 噪声权值系数为Δ_i, 参数$1/|\Delta_i|$在一定程度上表征了信息的信噪比。因此, 只要参数δ_0足够小, 即通信信道的信噪比足够大, $\gamma<0$的条件更易满足, 系统越容易达成一致。

注 5　由本文设计的系统一致性控制器 (3) 可以看出, 反馈矩阵$\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{F}$的选取不唯一, 控制器也不唯一。因此, 反馈控制矩阵不同, 系统会有不同的一致性收敛速率。本文基于引理 3 将系统的一致性问题转换为非线性系统问题, 构建了一致性误差系统 (5)。因此, 系统达成一致的速率等价于上述一致性误差系统的收敛速率。不难看出, 系统状态变量$\boldsymbol{\xi}$和$\boldsymbol{\zeta}$的收敛速率依赖于如下矩阵的特征值的实部:

$$\hat{\boldsymbol{R}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF}) & -\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{BF}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-c(\boldsymbol{EM}+\boldsymbol{E\Delta M})\otimes\boldsymbol{HC}\end{bmatrix}$$

进一步可知, 误差系统的收敛速率依赖于矩阵$\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-c(\boldsymbol{EM}+\boldsymbol{E\Delta M})\otimes\boldsymbol{HC}$和矩阵$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF}$最大特征的实部。因此, 系统达成一致的速率依赖于反馈矩阵$\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{F}$。一般来说, 矩阵$\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-c(\boldsymbol{EM}+\boldsymbol{E\Delta M})\otimes\boldsymbol{HC}$和矩阵$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF}$的特征值距离虚轴越远, 系统达成一致的速度越快。

3　仿真算例

考虑包含 6 个智能体的多智能体系统, 系统 (2) 中第i个智能体的系统参数描述如下: $\boldsymbol{x}_i=\begin{bmatrix}x_{i1}\\x_{i2}\\x_{i3}\\x_{i4}\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\-48.6&-1.26&48.6&0\\0&0&0&10\\1.95&0&-1.95&0\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0\\21.6\\0\\0\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0.1&&&\\&0.1&&\\&&0.1&\\&&&0.1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i)=\begin{bmatrix}0&0&0&-0.333\sin x_{i3}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$。由此可得, 系统的 Lipschitz 常数为$\rho=0.333$。

例 1　设置智能体的拓扑结构如图 1 所示。

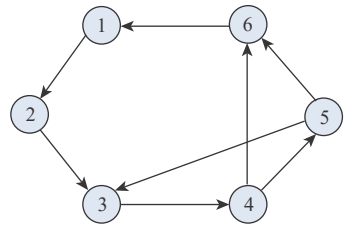


图 1　多智能体系统拓扑图(例 1)

Fig. 1　Multi-intelligence system topology diagram (example 1)

拓扑图对应的拉普拉斯矩阵为

$$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&-1\\-1&1&0&0&0&0\\0&-1&2&0&-1&0\\0&0&-1&1&0&0\\0&0&0&-1&1&0\\0&0&0&-1&-1&2\end{bmatrix}$$

由图 1 可以看出, 拓扑图为强连通拓扑, 且包含一个有向生成树。该拓扑图可将文献 [11, 13,15-16] 采用的无向拓扑图视为特殊情况, 因此, 相比之下, 该通信拓扑条件更加一般, 放宽了拓扑结构的约束。

基于图的拉普拉斯矩阵可得参数$\min\{\mathrm{Re}(\lambda(\boldsymbol{EM}))\}=0.7$, 因此, 依据引理 3 可选取参数$\alpha=1.3$, 进一步由引理 2 可得正定对称矩阵$\boldsymbol{Q}$, 由此可得参数$\varphi_1=7.7868$, $\varphi_2=0.4799$。

$$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}2.551\,3&1.829\,2&1.473\,5&1.287\,9&0.2928\\1.829\,2&3.746\,3&2.018\,0&0.988\,2&0.9036\\1.473\,5&2.018\,0&2.934\,6&0.956\,7&0.4982\\1.287\,9&0.988\,2&0.956\,7&3.232\,9&1.0402\\0.292\,8&0.903\,6&0.498\,2&1.040\,2&1.2078\end{bmatrix}$$

在上述参数条件下, 将系统的不确定性描述为如下形式: $\Delta_1=b_1\sin t$, $\Delta_2=b_2\cos t$, $\Delta_3=b_3\cos t$, $\Delta_4=-b_4\cos t$, $\Delta_5=b_5\cos(2t)$, $\Delta_6=b_6\sin(3t)$。分别选取 4 组系数$\{b_1,\cdots,b_6\}$, 并根据反馈控制器设计算法令$\mu=10$, $c=100$, 求解矩阵不等式 (7), 结果如表 1 所示。

由表 1 可以看出, 随着系统不确定性参数δ_0逐渐减小, 不等式(7)由不可解变为可解, 意味着最终在系统具有较小的不确定性条件下, 能够达成一致。选取第 4 组参数求解矩阵不等式 (6) 和式 (7), 可得如下可行解:

$$\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix}10.451\,8&-0.625\,8&-6.115\,6&2.525\,7\\-0.625\,8&0.423\,0&-2.260\,2&2.242\,4\\-6.115\,6&-2.260\,2&23.911\,6&-24.859\,4\\2.525\,7&2.242\,4&-24.859\,4&70.453\,2\end{bmatrix}$$

依据定理 1 可得控制器 (3) 中的反馈矩阵为$\boldsymbol{F}=[-13.988\,1\quad -3.202\,9\quad 5.535\,9\quad -8.189\,4]$, $\boldsymbol{H}=$

表 1 不同参数条件下不等式 (7) 可解性对比

Table 1 Comparison of solvability of inequality (7) under different parameter conditions

序号	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	δ_0	可解性
1	0.006	−0.02	0.03	−0.01	0.05	−0.001	0.05	不可解
2	0.01	−0.02	0.03	−0.01	0.04	−0.001	0.02	不可解
3	0.01	−0.009	0.003	−0.006	0.01	−0.009	0.01	可解
4	0.002	−0.003	0.003	−0.001	0.002	−0.001	0.003	可解

$[0.657\,4 \quad 3.813\,7 \quad 0.596\,9 \quad 0.065\,7]^{\mathrm{T}}$。

设定 6 个智能体的状态变量初值在 [−10,10] 之间随机取值。图 2～图 5 分别为 6 个智能体状态分量 x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4} $(i=1,\cdots,6)$ 随时间变换曲线。可以看出，智能体之间的状态趋于一致。图 6～图 9 为误差分量随时间变换曲线。误差定义为 $\xi_{i1}=x_{i1}-x_{11}$, $\xi_{i2}=x_{i2}-x_{12}$, $\xi_{i3}=x_{i3}-x_{13}$, $\xi_{i4}=x_{i4}-x_{14}$, $i=1,\cdots,5$。

可以看出，不同智能体之间相应状态分量之间的差值趋于零，说明系统可以在有向拓扑条件下，基于本文所设计的反馈控制器使得系统状态达成一致。与采用无向拓扑图的文献 [11,13,15-16] 中的

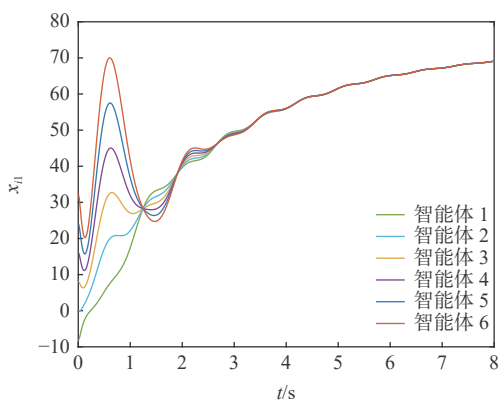


图 2 智能体状态分量 $x_{i1}(i=1,\cdots,6)$ 的变化曲线(例 1)

Fig. 2 variation curves of agent state component $x_{i1}(i=1,\cdots,6)$

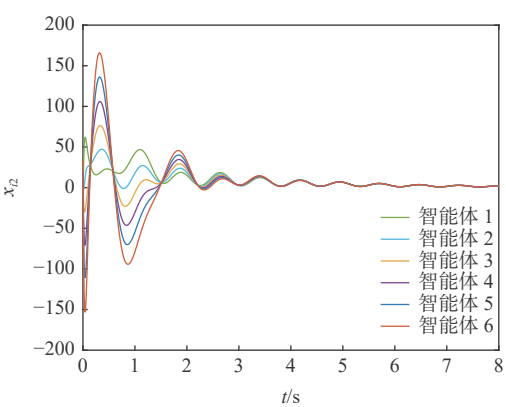


图 3 智能体状态分量 $x_{i2}(i=1,\cdots,6)$ 的变化曲线(例 1)

Fig. 3 variation curves of agent state component $x_{i2}(i=1,\cdots,6)$

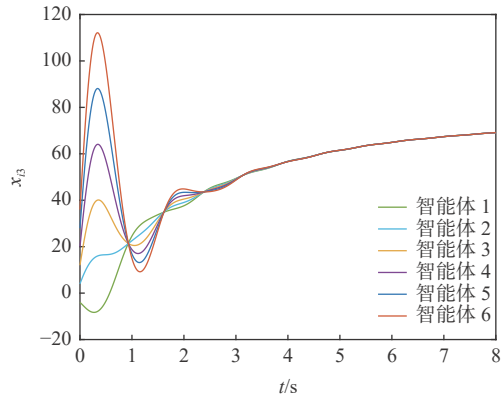


图 4 智能体状态分量 $x_{i3}(i=1,\cdots,6)$ 的变化曲线(例 1)

Fig. 4 variation curves of agent state component $x_{i3}(i=1,\cdots,6)$

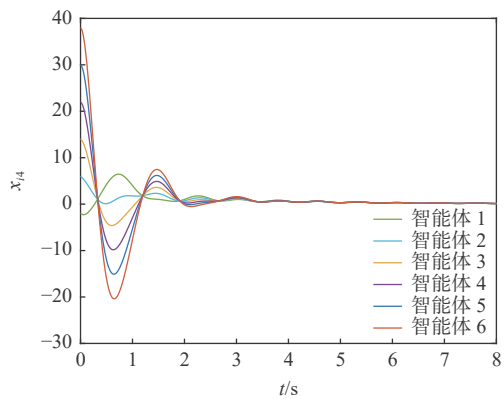


图 5 智能体状态分量 $x_{i4}(i=1,\cdots,6)$ 的变化曲线(例 1)

Fig. 5 variation curves of agent state component $x_{i4}(i=1,\cdots,6)$

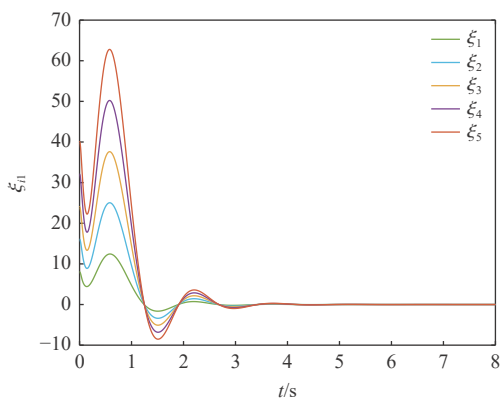


图 6 智能体状态误差分量 $\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$ 的变化曲线(例 1)

Fig. 6 variation curves of agent state error component $\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$

研究成果相比，本文所采用的拓扑结构更加一般，放宽了对拓扑结构的约束条件，扩大了结论的适用范围。

例 2 设置智能体的拓扑如图 10 所示。可以看出，不同于图 1 中所示的强联通拓扑图，图 10 中的拓扑图仅包含有一个有向生成树，智能体 1 可以看作是多智能体系统中的领航者智能体，其他智能体为跟随者智能体。

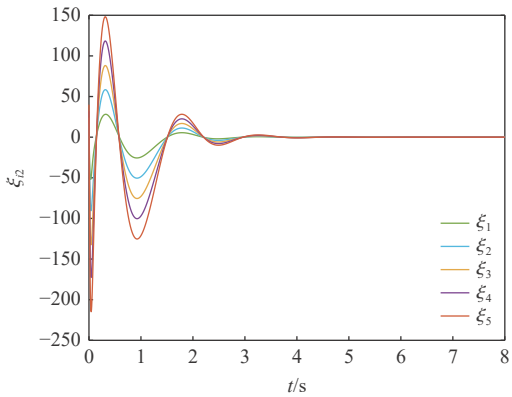


图 7　智能体状态误差分量$\xi_{i2}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线(例 1)

Fig. 7　variation curves of agent state error component $\xi_{i2}(i=1,\cdots,5)$

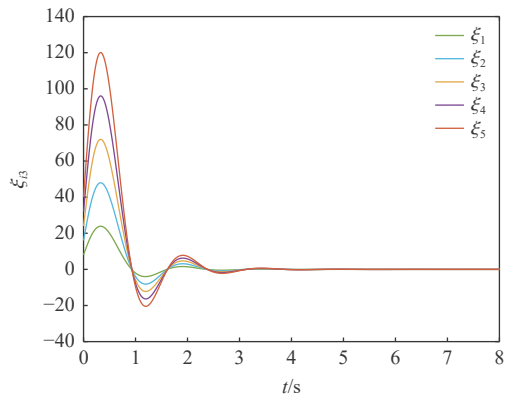


图 8　智能体状态误差分量$\xi_{i3}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线(例 1)

Fig. 8　variation curves of agent state error component $\xi_{i3}(i=1,\cdots,5)$

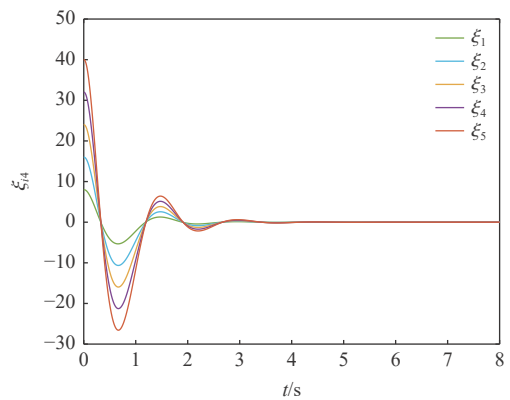


图 9　智能体状态误差分量$\xi_{i4}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线(例 1)

Fig. 9　variation curves of agent state error component $\xi_{i4}(i=1,\cdots,5)$

图 10 中对应的拓扑拉普拉斯矩阵为

$$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\-1&1&0&0&0&0\\0&-1&1&0&0&0\\0&0&-1&1&0&0\\-1&0&0&-1&2&0\\0&0&0&-1&-1&2\end{bmatrix}$$

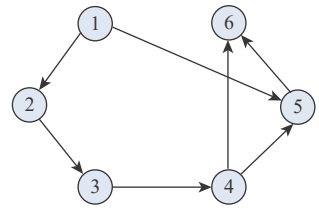


图 10　多智能体系统拓扑图(例 2)

Fig. 10　Multi-agent system topology diagram (example 2)

可以计算得到 $\min\{\mathrm{Re}(\lambda(\boldsymbol{EM}))\}=1$, 依据引理 3 可选取参数 $\alpha=0.5$。基于反馈控制器设计算法, 令 $\mu=100$, $c=100$。类似于例 1 的计算过程, 可以验证, 当拓扑的不确定性选取表 1 中的第 4 组数据时, 矩阵不等式 (6) 和式 (7) 存在可行解。进一步, 得到如下控制器反馈矩阵: $\boldsymbol{F}=[-64.133\,6\quad -12.419\,8\quad 26.463\,9\quad -54.896\,8]$, $\boldsymbol{H}=[0.139\,1\quad 0.754\,9\quad 0.140\,5\quad 0.011\,5]^{\mathrm{T}}$。

图 11～图 14 为 6 个智能体状态分量 x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, $x_{i4}(i=1,\cdots,6)$ 随时间变换曲线。可以看出, 智能体之间的状态趋于一致。图 15～图 18 为误差分量随时间变换曲线。误差定义为 $\xi_{i1}=x_{i1}-x_{11}$, $\xi_{i2}=x_{i2}-x_{12}$, $\xi_{i3}=x_{i3}-x_{13}$, $\xi_{i4}=x_{i4}-x_{14}(i=1,\cdots,5)$。可以看出, 不同智能体之间相应状态分量之间的差值趋于零, 说明在图 10 所示的领航-跟随拓扑结构条件下, 智能体 2～5 的系统状态均能够跟踪上智能体 1 的系统状态变化。表明定理 1 的结论同样可以用于解决具有图 10 所示的领航-跟随拓扑结构的多智能体系统的一致性跟踪问题, 进一步验证了结论的正确性。

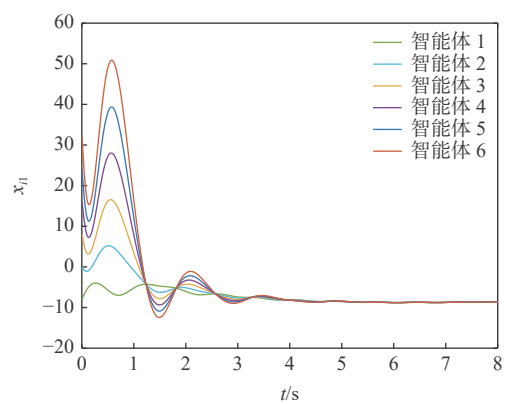


图 11　智能体状态分量$x_{i1}(i=1,\cdots,6)$的变化曲线(例 2)

Fig. 11　variation curves of agent state component $x_{i1}(i=1,\cdots,6)$

例 3　由注 5 的讨论可知, 系统达成一致的速度与反馈矩阵 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 的选取有关, 进一步与如下矩阵的最大特征值的实部相关:

$$\hat{\boldsymbol{R}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BF}) & -\boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{BF}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{N-1}\otimes\boldsymbol{A}-c(\boldsymbol{EM}+\boldsymbol{E\Delta M})\otimes\boldsymbol{HC}\end{bmatrix}$$

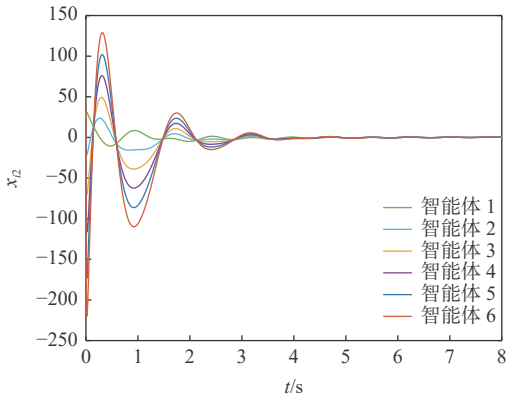


图 12 智能体状态分量$x_{i2}(i=1,\cdots,6)$的变化曲线(例 2)

Fig. 12 variation curves of agent state component $x_{i3}(i=1,\cdots,6)$

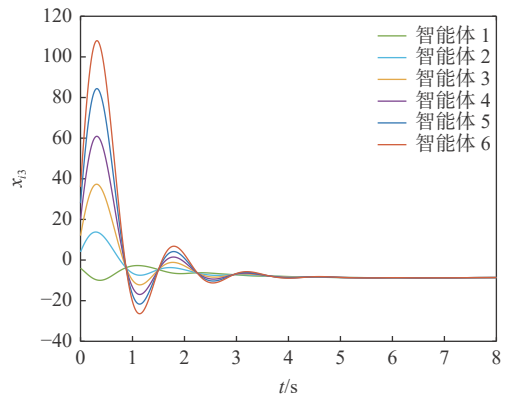


图 13 智能体状态分量$x_{i3}(i=1,\cdots,6)$的变化曲线(例 2)

Fig. 13 variation curves of agent state component $x_{i3}(i=1,\cdots,6)$

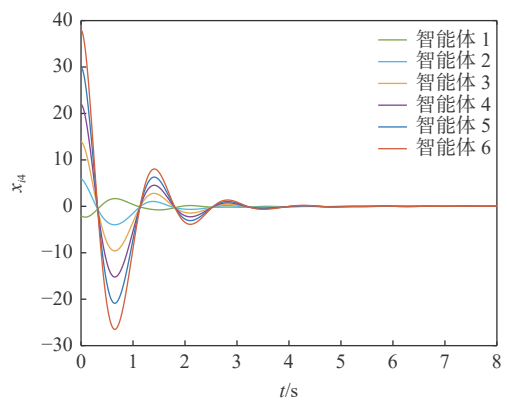


图 14 智能体状态分量$x_{i4}(i=1,\cdots,6)$的变化曲线(例 2)

Fig. 14 variation curves of agent state component $x_{i4}(i=1,\cdots,6)$

在本仿真算例中,设置与例 1 相同的智能体状态初值和参数,在满足定理 1 的条件下,通过选取 3 组不同的反馈矩阵$\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{F}$,以智能体一致性误差状态分量$\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$随时间的变化曲线为例,对比分析矩阵$\hat{\boldsymbol{R}}$的特征值距离虚轴的距离与系统的收敛速度的关系。

第 1 组:反馈矩阵设置为:$\boldsymbol{F}=[-0.264\,3\quad -0.050\,0\quad 0.106\,1\quad -0.231\,5]$,$\boldsymbol{H}=[0.012\,1\quad 0.169\,0\quad 0.029\,3\quad 0.005\,6]^{\mathrm{T}}$。此时,矩阵$\hat{\boldsymbol{R}}$的特征值实部的最大值为$-0.376\,0$,仿真结果如图 19 所示。

第 2 组:反馈矩阵设置为:$\boldsymbol{F}=[-0.528\,5\quad -0.100\,0\quad 0.212\,3\quad -0.462\,9]$,$\boldsymbol{H}=[0.012\,1\quad 0.169\,0\quad 0.029\,3\quad 0.005\,6]^{\mathrm{T}}$。此时,矩阵$\hat{\boldsymbol{R}}$的特征值实部的最大值为$-0.545\,7$,仿真结果如图 20 所示。

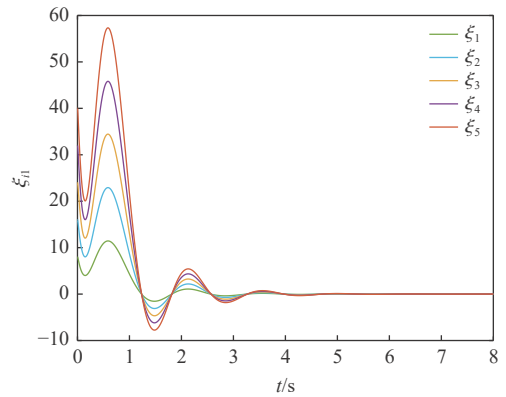


图 15 智能体状态误差分量$\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线(例 2)

Fig. 15 variation curves of agent state error component $\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$

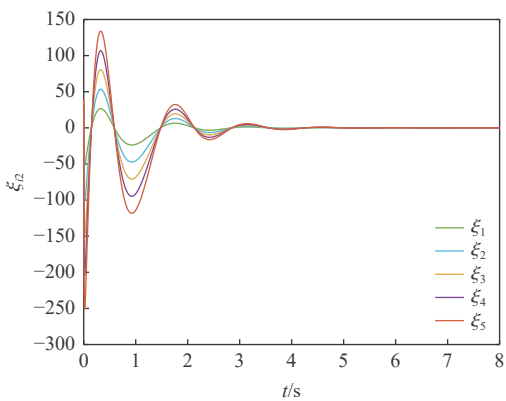


图 16 智能体状态误差分量$\xi_{i2}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线(例 2)

Fig. 16 variation curves of agent state error component $\xi_{i2}(i=1,\cdots,5)$

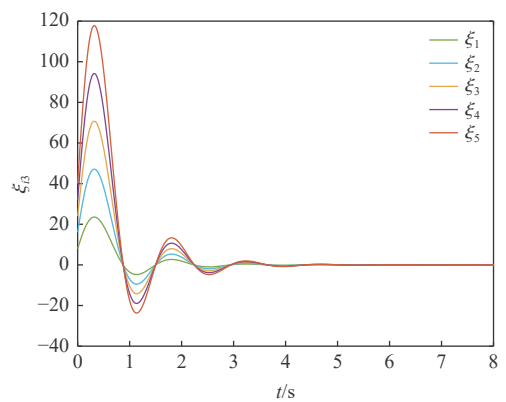


图 17 智能体状态误差分量$\xi_{i3}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线(例 2)

Fig. 17 variation curves of agent state error component $\xi_{i3}(i=1,\cdots,5)$

第 3 组: 反馈矩阵设置为: $\boldsymbol{F}=[-26.425\,0\ \ -5.001\,2\ \ 10.612\,7\ \ -23.145\,8]$, $\boldsymbol{H}=[0.012\,3\ \ 0.173\,6\ \ 0.030\,0\ \ 0.005\,9]^{\mathrm{T}}$。此时, 矩阵$\hat{\boldsymbol{R}}$的特征值实部的最大值为 −1.395 6, 仿真结果如图 21 所示。

3 种情况下, 矩阵$\hat{\boldsymbol{R}}$特征值实部的最大值均为负值, 其绝对值逐渐增大。通过对比图 19～图 21 可以看出, 矩阵$\hat{\boldsymbol{R}}$的特征值与虚轴的距离越远, 一致性误差系统的收敛速度越快, 意味着系统达成状态一致的速度越快。

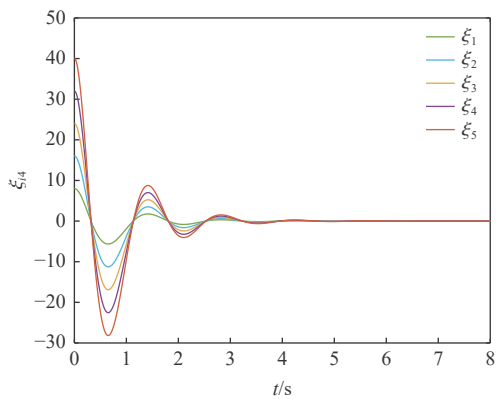


图 18　智能体状态误差分量$\xi_{i4}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线(例 2)

Fig. 18　variation curves of agent state error component $\xi_{i4}(i=1,\cdots,5)$

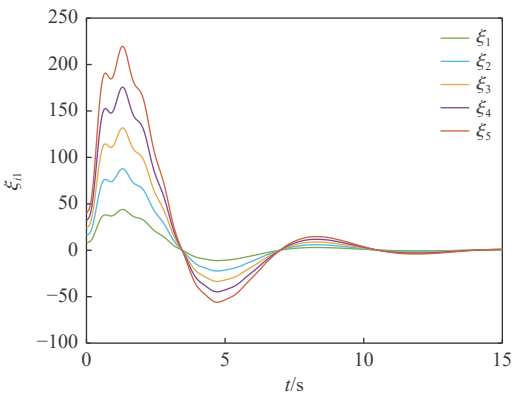


图 19　误差分量$\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线 (第 1 组)

Fig. 19　Variation curves of error component (group 1) $\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$

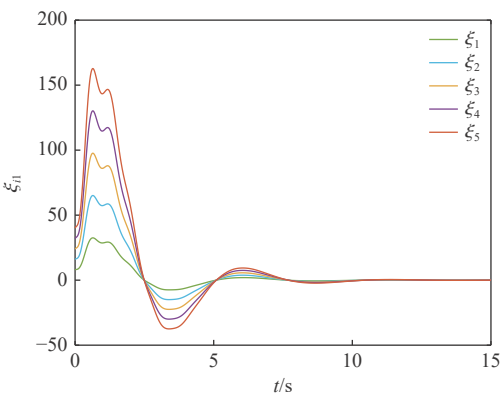


图 20　误差分量$\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线 (第 2 组)

Fig. 20　Variation curves of error component (group 2) $\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$

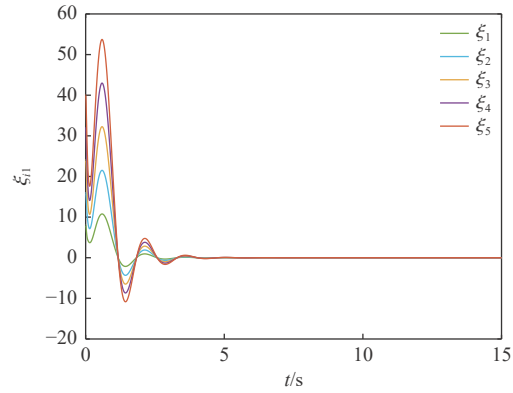


图 21　误差分量$\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$的变化曲线 (第 3 组)

Fig. 21　Variation curves of error component (group 1) $\xi_{i1}(i=1,\cdots,5)$

4　结　论

本文研究了通信通道具有范数有界不确定性时系统的一致性控制问题。

1) 基于智能体的输出反馈设计了一致性控制器, 进一步通过构建一个恰当的变量将系统的一致性问题转化为非线性系统的鲁棒镇定问题, 并利用李雅普诺夫稳定性理论和代数图论推导了系统实现一致性的充分性条件。

2) 理论分析可知, 能否用构建的输出反馈控制器实现这一系统的一致性, 受到系统拓扑结构、通信不确定性大小等因素的共同影响。需要指出的是, 目前还没得到更加详细的定量分析结果。

下一步将对不同拓扑结构对测量噪声的容忍程度, 以及参数选取对系统达成一致性的影响进行深入分析。

参考文献 (References)

[1] QIN J, MA Q, SHI Y, et al. Recent advances in consensus of multi-agent systems: A brief survey[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 4972-4983.

[2] WU Y, GOU J, HU X, et al. A new consensus theory-based method for formation control and obstacle avoidance of UAVs[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 107: 106332.

[3] CHEN Q, SUN Y, ZHAO M, et al. Consensus-based cooperative formation guidance strategy for multiparafoil airdrop systems[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2021, 18(4): 2175-2184.

[4] WANG N, DAI J, YING J. UAV formation obstacle avoidance control algorithm based on improved artificial potential field and consensus[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2021, 22(6): 1413-1427.

[5] WANG A, LIU W, DONG T, et al. DisEHPPC: Enabling heterogeneous privacy-preserving consensus-based scheme for economic

dispatch in smart grids[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(6): 5124-5135.

[6] LI Z, CHEN G. Fixed-time consensus based distributed economic generation control in a smart grid[J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2022, 134: 107437.

[7] HERRERA-VIEDMA E, GARCIA-LAPRESTA J L. Information fusion in consensus and decision making[J]. Information Fusion, 2014, 17: 2-3.

[8] TALEBI S P, WERNER S. Distributed Kalman filtering and control through embedded average consensus information fusion[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(10): 4396-4403.

[9] YOO S J. Connectivity-preserving approximation-free design for synchronized tracking of uncertain networked nonaffine nonlinear multi-agent systems[J]. Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics, 2019, 356(11): 5781-5800.

[10] 黄小龙, 陈阳舟, 詹璟原. 模型不确定多智能体系统的鲁棒一致性控制[J]. 华中科技大学学报 (自然科学版), 2020, 48(9): 19-24.
HUANG X L, CHEN Y Z, ZHAN J Y. Robust consensus control of multi-agent systems with model uncertainties[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2020, 48(9): 19-24(in Chinese).

[11] NGUYEN D H, NARIKIYO T, KAWANISHI M. Robust consensus analysis and design under relative state constraints or uncertainties[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(6): 1784-1790.

[12] CI C, KAN X, FRANK L L, et al. Adaptive synchronization of multi-agent systems with resilience to communication link faults[J]. Automatica, 2020, 111: 108636.

[13] 刘淼, 李忠奎. 不确定通讯下的异构多智能体网络鲁棒编队控制[J]. 空间控制技术与应用, 2018, 44(5): 47-54.
LIU M, LI Z K. Robust formation control of heterogeneous multi-agent systems with uncertain communications[J]. Aerospace Control and Application, 2018, 44(5): 47-54(in Chinese).

[14] AMINI A, ASIF A, MOHAMMADI A, et al. A robust event-triggered consensus strategy for linear multi-agent systems with uncertain network topology[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2018: 3659-3663.

[15] LIU M, LI Z. Robust consensus of Lur'e networks with uncertain communications[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(6): 877-882.

[16] LI Z, CHEN J. Robust consensus of linear feedback protocols over uncertain network graphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(8): 4251-4258.

[17] WANG J, LI X. Distributed event-triggered consensus for nonlinear networked robotic systems over an uncertain network[C]// Proceedings of the 23rd International Conference on Mechatronics Technology. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1-6.

[18] GODSIL C, ROYLE G F. Algebraic graph theory[M]. Berlin: Springer, 2001: 82-96.

[19] HORN R, JOHNSON C. Matrix analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985: 33-65.

[20] ZADEH L, DESOER C. Linear system theory: The state space approach[M]. Mineola: Courier Dover Publications, 2008: 25-43.

[21] HAN D, CHESI G, HUNG Y S. Robust consensus for a class of uncertain multi-agent dynamical systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 306-312.

[22] LIN P, JIA Y. Robust H_∞ consensus analysis of a class of second-order multi-agent systems with uncertainty[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(3): 487-498.

[23] LI H, LIAO X, HUANG T, et al. Second-order global consensus in multiagent networks with random directional link failure[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(3): 565-575.

[24] LIU W, ZHOU S, QI Y, et al. Leaderless consensus of multi-agent systems with Lipschitz nonlinear dynamics and switching topologies[J]. Neurocomputing, 2016, 173: 1322-1329.

[25] LIU W, ZHOU S, WU Q, et al. H_∞ consensus of multi-agent systems in directed networks with Lipschitz non-linear dynamics[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2017, 39(12): 1877-1884.

Consensus control of multi-agent systems with uncertain communication networks

LIU Wei*，YAN Shi，WANG Xibin，LI Ruitao，ZHOU Shaolei

(Naval Aviation University，Yantai 264000，China)

Abstract: Under general directed topology conditions, a consensus control approach with uncertainty in communication networks is studied, and a consensus controller based on output feedback is built, with the aim of solving the consensus control problem of a class of Lipschitz nonlinear multi-agent systems. Based on the properties of the Laplacian matrix of a graph, the influence of asymmetric topology is overcome, and the consensus control problem under the condition of directed topology is transformed into a robust stabilization problem of a dimension-reduced nonlinear system. Using the properties of the Laplacian matrix,we overcome the influence of asymmetric topology,and convert the consensus control problem under the condition of directed topology into a resilient stabilization problem of a dimension-reduced nonlinear system. Using the Lyapunov function direct method, the sufficiency conditions for the system to achieve consensus are deduced, and the design of the feedback matrix of the controller is transformed into a feasible solution problem for solving linear matrix inequalities. Finally, numerical simulations were conducted under both leaderless and leader-following topology conditions, and the results showed that the system can achieve consensus in the presence of uncertainty in the communication network.

Keywords: network uncertainty; consensus; nonlinear; multi-agent systems; output feedback

Received：2022-06-21；**Accepted**：2022-08-14；**Published Online**：2023-01-12 15：19

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230112.0913.001

* **Corresponding author**. E-mail：weiliu.sd.china@hotmail.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0538

输入时延与通信时延下AUV集群的牵制控制

杜雪*，孙兆栋，徐成龙，靳泽晟
(哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院，哈尔滨 150000)

摘 要：针对时延问题对集群稳定性的影响，对牵制控制策略进行研究，利用反馈线性化将水下无人潜航器(AUV)模型简化为二阶积分器模型，研究了具有时延的水下无人潜航器集群下的编队控制问题，并将一致性控制与牵制控制相结合。分析了输入时延和通信时延对水下无人潜航器集群系统的影响，应用Nyquist判据控制理论进行证明，得到了集群中被牵制水下无人潜航器和未被牵制水下无人潜航器组成的系统能渐进收敛达到一致性的充分必要条件。通过数值仿真验证了定理的正确性。

关 键 词：水下无人潜航器集群；一致性；牵制控制；通信时延；输入时延
中图分类号：U661.33
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1474-07

信息化社会中，军事的变革同样迅猛发展，无人参与的战争将会成为一大趋势。近年来，水下无人潜航器(autonomous underwater vehicle, AUV)的研究被各国重视，成为无人作战系统中的一员，各国争相研究[1]。目前，单体的AUV已经不能满足现阶段工作的需要，各国希望能使用AUV解决海洋中更为复杂的探索任务，因此，多AUV应运而生，并得到了广泛研究。多AUV系统相对于单体而言，可以通过各个单体状态信息的交互弥补自身的缺点，发挥每个单体的优势，更好地完成繁琐的任务。在实际应用中，多AUV系统经常受到实际环境的影响[2]，并且由于水中的通信传输速率有限，以及各传感器信息融合和计算需要耗费一定的时间，导致系统存在时延。因此，对含有时延的系统进行研究更有利于将理论应用到实际，为多AUV系统的发展起到促进作用。

集群规模巨大时，虽然可以对每个单体实施控制，但会导致系统能源消耗过大，时延问题成正比增加，整个系统的稳定性受到影响。因此，对大规模的AUV系统进行控制是大势所趋，亟需研究一种新方法，既能减少系统的能源消耗问题，又能提高系统的稳定性。复杂网络研究中的牵制控制策略比较适合大型集群的控制，对其加以改进，可以应用到多AUV系统控制中。牵制控制的基本思想是：使用特定的节点选择算法，对大型网络中的每个节点进行评估，选取相对较少的控制节点，使网络达到稳定，并且做出期望的行为[3-4]。相对于对整个网络中所有节点进行控制的方式，牵制控制方法能更加充分利用资源，省去不必要的能源消耗。应用局部反馈控制对网络中部分节点进行牵制控制相比于其他控制方式更具潜力。

牵制控制方式是控制系统中的部分节点，因此，控制节点的选择就极为重要，只有选择相对有效的节点，才能充分发挥牵制控制的优势，使系统的稳定性更好。文献[5]对牵制控制中的核心问题进行了探究，即牵制节点的选择方法和指标，给出了牵制控制与信息扩散之间的联系，并

收稿日期：2022-06-29；**录用日期**：2022-08-14；**网络出版时间**：2023-01-12 13:02
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1722.003
基金项目：国家自然科学基金(52171297)；中国博士后基金(2019M651265)；黑龙江省自然科学基金(LH2020E079)
*通信作者. E-mail：duxue@hrbeu.edu.cn

引用格式：杜雪，孙兆栋，徐成龙，等. 输入时延与通信时延下AUV集群的牵制控制[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1474-1480. DU X，SUN Z D，XU C L，et al. Pinning control of AUV cluster under input delay and communication delay[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1474-1480 (in Chinese).

将牵制节点选择问题转化为信息扩散中的多扩散器问题, 在信息扩散思路的基础上, 提出了一种通过优化至少 2 个扩散器的特有能力来选择牵制节点的启发式方法, 提高传播效率和大型实际网络的可控性, 为研讨牵制节点选择提供了新的视角。文献 [6] 分别研究了牵制控制和自适应控制, 并将两者结合, 提出了自适应牵制控制器, 极大提高了控制能力, 并且能对控制中涉及的参数进行自动调节, 得到了固定时间同步的充分条件, 并计算了沉降时间的上界。文献 [7] 研究了随机多层网络在层内耦合干扰和随机噪声作用下的牵制同步方案, 给出了可使多层网络同步到期望轨迹的线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 形式的充分条件。文献 [8] 研究了多智能体系统在领导者的领导下, 跟随者能够及时做出与其相同的反应和相对应的动作等问题, 提出了 M-矩阵策略来解决该系统在牵制控制中的若干挑战性问题。文献 [9] 使用频域和时域定理对有向拓扑下具有输入时延和通信时延的集群一致性进行了探究。

虽然文献 [5-8] 对牵制控制的相关理论进行了探究, 但未考虑系统存在时延时牵制点与被牵制点之间是否能够达到一致性的情况。文献 [9] 对集群系统的通信时延和输入时延的一致性条件进行了探究, 但系统需要达到一致的时间过长, 并且允许的时延偏小, 因此, 系统易受影响。

本文将牵制控制策略应用到大型 AUV 集群系统中, 在时延情况下, 利用拉普拉斯准则, 分析可使系统达到稳定的条件。

1　预备知识

AUV 之间的信息交互可用图论中的加权有向图来表示, 由此将每个潜航器简化为一个网络节点[10]。由于潜航器之间的信息交互有优先级和传输方向, 考虑用权重符号图 $G=(\upsilon,\varepsilon,\boldsymbol{A})$ 来表示。其中, $\upsilon=\{v_1,\cdots,v_n\}$ 为 n 个节点组成的集合, $\varepsilon=\{(i,j)|i,j\in\upsilon\}\subseteq\upsilon\times\upsilon$ 为边的集合, $\boldsymbol{A}=\left[a_{ij}|i\neq j\right]\subseteq\mathbf{R}^{N\times N}$ 为邻接矩阵, a_{ij} 为 2 个潜航器信息交互的权重, 如果 $(i,j)\in\varepsilon$, 则 $a_{ij}>0$, 否则 $a_{ij}=0$, $i=j$ 且 $i,j=\{1,2,\cdots,n\}$ 时, $a_{ij}=0$。

图拉普拉斯矩阵 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A}=\left[l_{ij}\right]\in\mathbf{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{D}$ 为度矩阵, 其元素可以为入度, 也可以为出度, 若采用入度 d_{in}, 则 a_{ij} 表示信息流 $j\to i$。本文用入度表示, 则 $\boldsymbol{D}=\text{diag}\left\{d_{\text{in}_1},d_{\text{in}_2},\cdots,d_{\text{in}_n}\right\}$, 其中, $d_{\text{in}_i}=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}$。则元素 l_{ij} 可定义为

$$l_{ij}=\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{ij}\right| & i=j\\ -a_{ij} & i\neq j\end{cases}\tag{1}$$

引理 1[11]　给定矩阵 $\boldsymbol{L}=\left[a_{ij}\right]\in\mathbf{R}^{n\times n}$, 其中, $a_{ii}\leqslant 0$, $a_{ij}\geqslant 0$, $\forall i\neq j$, 且 $\sum_{j=1}^{n}a_{ij}=0$。对每个 j, $\boldsymbol{L}$ 至少含有一个为零的特征值, 且其他特征值都不在右半平面上。当且仅当与 $\boldsymbol{L}$ 相关的有向图有生成树时, $\boldsymbol{L}$ 正好有一个零特征值。

引理 2[4]　给定牵制节点选择的目标函数 $\Phi=\sum_{i\in D}k_{i,C}$, 其中, i 为属于直连节点组 D 的节点, $k_{i,C}$ 为具有连接牵制节点组 C 中节点的 $k_{i,C}$ 边。初始时, 牵制节点集只包含最大度的节点。在 C 中加入一个候选牵制节点, 使得 Φ 在每步都能达到最大值。得到的集合即近似最优的牵制节点集。

定义 1　设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶复矩阵, $\boldsymbol{A}=\left[a_{ij}\right]_{n\times n}$, 在复平面上, $\boldsymbol{A}$ 的特征值都包含在如下圆盘中:

$$|z-a_{ii}|\leqslant R_i\qquad i=1,2,\cdots,n$$

式中: R_i 为 $\boldsymbol{A}$ 的第 i 行元素且不含 a_{ii} 的绝对值相加得到的值, 即

$$R_i=\sum_{j\neq i}^{n}\left|a_{ij}\right|=|a_{i1}|+L+\left|a_{i,i-1}\right|+\left|a_{i,i+1}\right|+|a_{in}|$$

其中: L 为常数。

2　AUV 模型

本文采用鱼雷型 AUV, 左右和上下对称, 可忽略横滚角。因此, AUV 模型简化为五自由度, 采用 ITTC 建议来定义坐标系中的符号和名称。地球上的观测者位置使用局部水平的 x-y-z 参考坐标系, 其中, x-y 平面与地球表面相切。运动学方程和动力学方程如下[12]:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}=\boldsymbol{R}_{\text{T}}\left(\boldsymbol{\eta}\right)\boldsymbol{v}\tag{2}$$

$$\boldsymbol{M}_{\text{RB}}\dot{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{C}_{\text{RB}}\left(\boldsymbol{v}\right)\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\tau}_{\text{RB}}\tag{3}$$

式中: 矩阵 $\boldsymbol{\eta}$ 中包含位置信息和欧拉角信息, 即 $\boldsymbol{\eta}=\left[\boldsymbol{P}\ \ \boldsymbol{\Theta}\right]^{\text{T}}=\left[x\ \ y\ \ z\ \ \theta\ \ \varphi\right]^{\text{T}}\in\mathbf{R}^5$, $\boldsymbol{P}^{\text{T}}=\left[x\ \ y\ \ z\right]^{\text{T}}\in\mathbf{R}^3$ 为位置状态, x 为北向位置, y 为东向位置, z 为深度位置, $\boldsymbol{\Theta}^{\text{T}}=\left[\theta\ \ \varphi\right]^{\text{T}}\in\mathbf{R}^2$ 为欧拉角, θ 为纵倾角, φ 为艏向角; $\boldsymbol{v}$ 为速度, $\boldsymbol{v}=\left[\boldsymbol{U}\ \ \boldsymbol{\Omega}\right]^{\text{T}}=\left[u\ \ v\ \ \omega\ \ q\ \ r\right]^{\text{T}}\in\mathbf{R}^5$, $\boldsymbol{U}^{\text{T}}=[u\ \ v\ \ \omega]^{\text{T}}$ 为速度, u 为纵向速度, v 为横向速度, ω 为垂向速度, $\boldsymbol{\Omega}^{\text{T}}=\left[q\ \ r\right]^{\text{T}}$ 为角速度, q 为纵倾角速度, r 为艏向角速度; $\boldsymbol{R}_{\text{T}}\left(\boldsymbol{\eta}\right)$ 为旋转变换矩阵; $\boldsymbol{M}_{\text{RB}}$ 为系统惯性矩阵, $\boldsymbol{M}_{\text{RB}}=\boldsymbol{M}_{\text{RB}}^{\text{T}}>\boldsymbol{0}$, $\dot{\boldsymbol{M}}_{\text{RB}}=\boldsymbol{0}_{5\times5}$; $\boldsymbol{C}_{\text{RB}}\left(\boldsymbol{v}\right)$ 为船体科里奥里向心矩

阵，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}(\boldsymbol{v})=-\boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{v}),\forall \boldsymbol{v}\in\mathbf{R}^5$；$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{RB}}$为控制力[13]，$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{RB}}=\begin{bmatrix}X_\Sigma & Y_\Sigma & Z_\Sigma & M_\Sigma & N_\Sigma\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$。

AUV的数学模型是非线性模型，可以利用反馈线性化方法将其转换为线性模型[14]。

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\eta}}\\ \dot{\boldsymbol{v}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{M}_{\mathrm{RB}}^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}\\ \boldsymbol{W}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{RB}}^{-1}\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\xi})\end{bmatrix}\boldsymbol{u}_\tau \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{v})$为旋转变换矩阵；$\boldsymbol{u}_\tau=[X_{\mathrm{prop}},Y_{\mathrm{prop}},Z_{\mathrm{prop}},\delta_{\mathrm{s}},\delta_{\mathrm{r}}]^{\mathrm{T}}$为控制输入；$\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\xi})=\left[\gamma_{ij}(\boldsymbol{\xi})\right]\in\mathbf{R}^{5\times5}$。

将AUV的非线性模型描述为

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}=\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\xi})+\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{u}_\tau \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{r}(\boldsymbol{\xi}) \tag{6}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{\xi}}=\left[\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\xi})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{M}_{\mathrm{RB}}^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}\\ \boldsymbol{W}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}\end{bmatrix}=\left[\boldsymbol{p}_i(\boldsymbol{\xi})\right]^{\mathrm{T}}$，$i=1,2,\cdots,10$；$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{RB}}^{-1}\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\xi})\end{bmatrix}=\left[\boldsymbol{q}_{ij}(\boldsymbol{\xi})\right]_{10\times10}$，$i,j=1,2,\cdots,10$，$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{\xi})=\boldsymbol{\eta}$。

引理3[15] 通过反馈线性化方法，系统可以是线性的，如式(3)所示，当满足：①输入维度与输出维度相同；②系统具有相对度$\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_n$；③相对度之和与系统维数相同。

结合式(4)和式(5)中的$\boldsymbol{q}_{ij}(\boldsymbol{\xi})$，可利用李导数的性质确定矩阵$\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\xi})$，如下：

$$\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\xi})=\begin{bmatrix}q_{6,1}\cos\varphi\cos\theta & -q_{7,2}\sin\varphi & q_{8,3}\cos\varphi\sin\theta & q_{8,4}\cos\varphi\sin\theta & -q_{7,5}\sin\varphi\\ q_{6,1}\sin\varphi\cos\theta & q_{7,2}\cos\varphi & q_{8,3}\sin\varphi\sin\theta & q_{8,4}\sin\varphi\sin\theta & q_{7,5}\cos\varphi\\ -q_{6,1}\sin\theta & 0 & q_{8,3}\cos\theta & q_{8,4}\cos\theta & 0\\ 0 & 0 & q_{9,3} & q_{9,4} & 0\\ 0 & q_{10,2}/\cos\theta & 0 & 0 & q_{10,5}/\cos\theta\end{bmatrix} \tag{7}$$

根据式(4)和式(5)，可计算出$\boldsymbol{q}_{ij}(\boldsymbol{\xi})$的具体数值，因此，$\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\xi})$为非奇异矩阵，系统的相对度为

$$\rho_1=2,\ \rho_2=2,\ \rho_3=2,\ \rho_4=2,\ \rho_5=2 \tag{8}$$

因此，$\rho_1+\rho_2+\rho_3+\rho_4+\rho_5=10$，等于系统的维数。根据引理3，将AUV的非线性模型通过反馈线性化方法线性化，新坐标变换为

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}r_1(\boldsymbol{\xi}) & r_2(\boldsymbol{\xi}) & r_3(\boldsymbol{\xi}) & r_4(\boldsymbol{\xi}) & r_5(\boldsymbol{\xi})\end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}L_pr_1(\boldsymbol{\xi}) & L_pr_2(\boldsymbol{\xi}) & L_pr_3(\boldsymbol{\xi}) & L_pr_4(\boldsymbol{\xi}) & L_pr_5(\boldsymbol{\xi})\end{bmatrix} \tag{10}$$

系统的新线性化控制输入可定义为

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\xi})+\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{u}_\tau \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\xi})=\begin{bmatrix}L_p^2r_1(\boldsymbol{\xi}) & L_p^2r_2(\boldsymbol{\xi}) & L_p^2r_3(\boldsymbol{\xi}) & L_p^2r_4(\boldsymbol{\xi}) & L_p^2r_5(\boldsymbol{\xi})\end{bmatrix}$，由于$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\xi})$的表达方式过于复杂，本文不对其陈列。因此，可通过$\boldsymbol{u}_\tau=\boldsymbol{\Gamma}^{-1}(\boldsymbol{\xi})(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\xi}))$得到实际控制的输入。

结合式(8)～式(10)，可得AUV标准二阶积分形式的反馈线性化动力学模型为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i=\boldsymbol{v}_i \tag{12}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_i=\boldsymbol{u}_i \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{x}_i\in\mathbf{R}^5$，$\boldsymbol{v}_i\in\mathbf{R}^5$，$\boldsymbol{u}_i\in\mathbf{R}^5$。

定义2 当所有AUV的状态都满足如下条件时，系统会达成动态一致性：①$\lim\limits_{t\to\infty}\left\|\boldsymbol{p}_i(t)-\boldsymbol{p}_j(t)\right\|=0$，②$\lim\limits_{t\to\infty}\left\|\boldsymbol{v}_i(t)-\boldsymbol{v}_j(t)\right\|=0$。

3 问题描述

结合定义1与式(11)、式(12)，考虑含固定时延系统的一致性控制与牵制控制结合所得的协议为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_i(t)=&-K\sum_{j\in N_i}a_{ij}\left[\left(\boldsymbol{p}_i(t-\tau)-\boldsymbol{p}_j(t-T-\tau)\right)+\right.\\&\left.\left(\boldsymbol{v}_i(t-\tau)-\boldsymbol{v}_j(t-T-\tau)\right)\right]-\\&Kc_i\left[(\boldsymbol{p}_i(t-\tau)-\boldsymbol{p}_{mk}(t-T-\tau))+\right.\\&\left.(\boldsymbol{v}_i(t-\tau)-\boldsymbol{v}_{mk}(t-T-\tau))\right]\end{aligned} \tag{14}$$

式中：N_i为第i个AUV的邻居节点；T为系统输入时延；τ为系统通信时延；K为控制器增益；$c_i(t)$为牵制率。

$$\boldsymbol{x}_{mk}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{p}_{mk}^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{v}_{mk}^{\mathrm{T}}(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{10n}$$

$$\boldsymbol{x}_i(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{10n}$$

定理1 对于含有多个AUV组成的系统，其网络连接拓扑为有向加权图。如果存在输入时延满足：$2[d_iK(\cos(w\tau)+w\sin(w\tau))+c_i]/w^2<1$，则系统(14)渐进达到一致。其中，$d_i=\sum\limits_{j\in N_i}a_{ij}$，$w$为$G(\mathrm{j}w)$的Nyquist曲线与复平面负实轴相交的点，并且$w_{i0}\sin(w_i\tau-\varphi')=c_iw_i/(d_iK)$，$w_{i0}=\sqrt{1+w_i^2}$，$\varphi'=\arctan w_i$。

证明 对位置和速度进行拉普拉斯变换得到

$$\begin{cases}S\boldsymbol{p}_i(s)=\boldsymbol{v}_i(s)\\ S\boldsymbol{v}_i(s)=-Kh_i\left[\left(\boldsymbol{p}_i(s)\mathrm{e}^{-\tau s}-\boldsymbol{p}_j(s)\mathrm{e}^{-(T+\tau)s}\right)+\right.\\ \qquad\left.\left(\boldsymbol{v}_i(s)\mathrm{e}^{-\tau s}-\boldsymbol{v}_j(s)\mathrm{e}^{-(T+\tau)s}\right)\right]-Kc_i\left[(\boldsymbol{p}_i(s)\mathrm{e}^{-\tau s}-\right.\\ \qquad\left.\boldsymbol{p}_{mk}(s)\mathrm{e}^{-(T+\tau)s}\right)+\left(\boldsymbol{v}_i(s)\mathrm{e}^{-\tau s}-\boldsymbol{v}_{mk}(s)\mathrm{e}^{-(T+\tau)s}\right)\Big]\end{cases} \tag{15}$$

式中：$h_i=\sum\limits_{j\in N_i}a_{ij}$。

由式(1)变换得到$\boldsymbol{L}(s)$为

$$l_{ij}(S)=\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{ij}\right|\mathrm{e}^{-\tau s} & i=j\\ -a_{ij}\mathrm{e}^{-(T+\tau)s} & j\in N_i\\ 0 & \text{其他}\end{cases}\tag{16}$$

得到系统的特征方程为

$$\boldsymbol{H}(s)=\det\left(s^2\boldsymbol{I}+\boldsymbol{KL}(s)+\boldsymbol{Ks}\boldsymbol{L}(s)+\boldsymbol{C}(1+s)\right)\tag{17}$$

式中: $\boldsymbol{I}$为单位阵; $\boldsymbol{C}$ 为牵制矩阵, $\boldsymbol{C}=\mathrm{diag}\,(c_1,c_2,\cdots,c_n)$。

下面分析式(17)的零点在负实部或者 $s=0$处的特性。

当 $s=0$时, $\boldsymbol{H}(0)=\boldsymbol{KL}(0)+\boldsymbol{C}$, 由引理 1 可得 $\boldsymbol{H}(s)$有且只有一个零点, $s=0$。

当$s\neq 0$时, 令$\boldsymbol{Q}(s)=\det(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}(s))$, 其中,

$$\boldsymbol{G}(s)=\frac{\boldsymbol{KL}(s)+\boldsymbol{KL}(s)s+\boldsymbol{C}(1+s)}{s^2}\tag{18}$$

若 (−1,j0) 点不在其值的广义 Nyquist 曲线之中, 则$\boldsymbol{Q}(s)$的零点就都不含有正实部。

令 $s=\mathrm{j}w$, 根据引理 3, 易知矩阵$\boldsymbol{G}\left(\mathrm{j}w\right)$的特征值$\lambda$满足$\lambda\in\cup_{i\in I}G_i$:

$$G_i=\left\{\zeta:\zeta\in\mathbf{C}\left|\left|z-\frac{Kl_{ii}+Kl_{ii}\mathrm{j}w+c_i\left(1+\mathrm{j}w\right)}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}\right|\leqslant\right.\right.$$
$$\left.\left.\sum_{i\neq j}\left|\frac{Kl_{ij}+Kl_{ij}\mathrm{j}w+c_i\left(1+\mathrm{j}w\right)}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}\right|\right\}\tag{19}$$

由于有向图的拉普拉斯矩阵的独特性, $l_{ii}=\Delta_{ii}$, 即$\sum_{i\neq j}\left|l_{ij}\right|=d_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{v}_i)=\Delta_{ii}$, 可以得到

$$G_i=\{\zeta:\zeta\in\mathbf{C}\,|\,|\zeta-\Delta_{ii}|\leqslant\Delta_{ii}\}$$

由此可将式(19)转换为

$$G_i=\left\{\zeta:\zeta\in\mathbf{C}\left|\left|\zeta-\frac{\sum_{j\in N_i}a_{ij}\left(K+\mathrm{j}Kw\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}w\tau}}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\frac{c_i(1+jw)}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}\right|\leqslant\right.\right.$$
$$\left.\left.\left|\frac{\sum_{j\in N_i}a_{ij}\left(K+\mathrm{j}Kw\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}w\tau}+c_i\left(1+\mathrm{j}w\right)}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}\right|\right\}\tag{20}$$

令$d_i=\sum_{v_j\in N_i}a_{ij}$, 圆盘的中心为

$$G_i\left(\mathrm{j}w\right)=\frac{d_i\left(K+\mathrm{j}Kw\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}w\tau}+c_i\left(1+\mathrm{j}w\right)}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}$$

如果点$\left(-a,\mathrm{j}0\right)(a\geqslant 1)$不在某圆盘$G_i$中, 则

$$\left|-a-\frac{d_i\left(K+\mathrm{j}Kw\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}w\tau}+c_i\left(1+\mathrm{j}w\right)}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}\right|>$$
$$\left|\frac{d_i\left(K+\mathrm{j}Kw\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}w\tau}+c_i\left(1+\mathrm{j}w\right)}{\mathrm{j}w}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}w}\right|\tag{21}$$

式中: a 为圆盘外某点坐标。

将不等式 (21) 整理得

$$a^2-\frac{2a}{w^2}\left[d_iK(\cos(w\tau)+w\sin(w\tau))+c_i\right]-$$
$$\mathrm{j}\left\{\frac{2a}{w^2}\left[d_iK(\sin(w\tau)-w\cos(w\tau))-c_iw\right]\right\}>0\tag{22}$$

得到 $2\left[d_iK(\cos(w\tau)+w\sin(w\tau))+c_i\right]/w^2<1$, 可以使$\boldsymbol{G}(s)$特征值的 Nyquist 曲线不包含 $\left(-1,\mathrm{j}0\right)$点, 从而推出$\boldsymbol{Q}(s)$的零点不包含正实部。假设$w_i$是$\boldsymbol{G}(s)$特征值的 Nyquist 曲线与负实轴的交点, 则满足:

$$w_{i0}\sin(w_i\tau-\varphi')=\frac{c_iw_i}{d_iK}\tag{23}$$

由于入度和增益为正, 取$d_i,K=1$, 并且由式(22)可以看出, 当$c_i=0$时, τ可取到最大, 则式 (23) 可进一步化简为$\cos(w_i\tau)=-w_i\sin(w_i\tau)$, 得到系统能达到稳定的最大输入时延为: $0\leqslant\tau\leqslant 5\pi/4$。 **证毕**

从上述结论中可知, 系统的一致性收敛与输入时延有密切联系, 与通信时延无关。

4　实验验证

本节运用数值仿真对第 3 节的定理结论进行进一步检验。AUV 集群系统由 6 艘 AUV 组成, 其连接拓扑如图 1 所示。

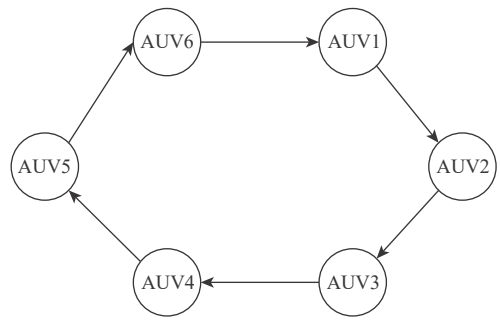


图 1　AUV 通信拓扑结构

Fig. 1　AUV Communication topology structure

上述连接拓扑图涉及的邻接矩阵和入度矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\left[a_{ij}\right]_{6\times6}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}=[d_i]_{6\times6}=\mathrm{diag}\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

根据引理 2, 选取出 AUV2 作为牵制节点存入到牵制节点集中, 经计算后, 加入 AUV5 能使 Φ达到最大, 并且牵制节点集最小。故可将拓扑图 1 转换为图 2, 用来区分牵制 AUV 与被牵制 AUV。图中, 橙色牵制 AUV, 由性能较好的 AUV 组成, 黄色被牵制 AUV, 由性能较差的 AUV 组成。

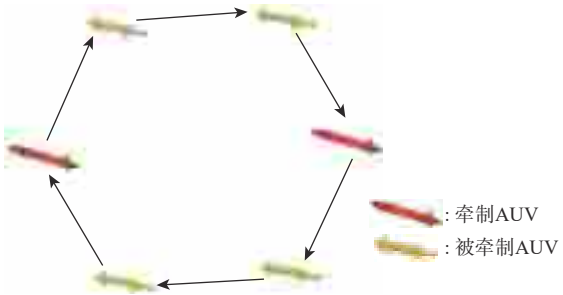


图 2 AUV 队形

Fig. 2 AUV formation

假设 $\dot{\boldsymbol{v}}_{mk}=[1 \quad 1 \quad 1 \quad 0.1 \quad 0.05]^{\mathrm{T}}$ m/s, $\dot{\boldsymbol{p}}_{mk}=\boldsymbol{v}$。依据定理 1 的条件，假定系统控制增益 K 为 0.3，牵制率为 0.5。假设节点输入时延和通信时延中有一个固定不变，改动另一个时延的大小，对系统收敛情况进行分析。

初始时刻的位置状态分别为：$\boldsymbol{p}_1=[0 \quad 15 \quad 0]$m，$\boldsymbol{p}_2=[5 \quad 25 \quad 0]$m，$\boldsymbol{p}_3=[0 \quad 35 \quad 0]$m，$\boldsymbol{p}_4=[0 \quad 25 \quad 0]$m，$\boldsymbol{p}_5=[0 \quad 65 \quad 0]$m，$\boldsymbol{p}_6=[10 \quad 15 \quad 0]$m，初始速度为 0，虚拟牵制点的初始位置为 $\boldsymbol{p}_{mk}=[10 \quad 10 \quad 0]$m，初始速度为 0。

1）保持其他参数不变的情况下，图 3 和图 4 令输入时延为 0 s，通信时延为 10 s，图 5 和图 6 令输入时延为 0 s，通信时延为 5 s，得到如下仿真结果。

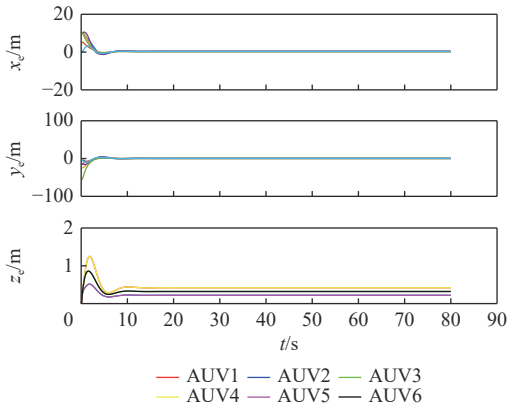


图 3 通信时延为 5 s 下的 AUV 位置误差

Fig. 3 AUV position error with a communication delay of 5 s

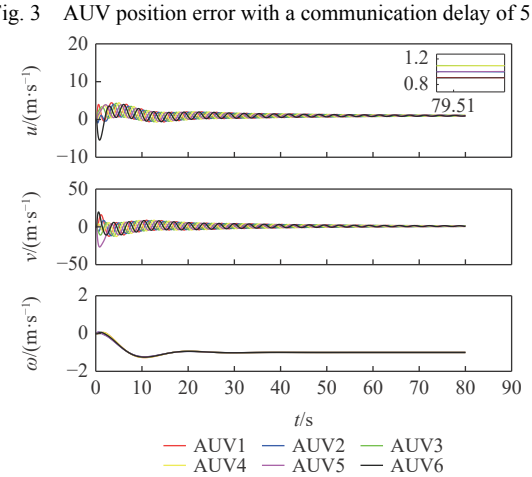


图 4 通信时延为 5 s 下的 AUV 速度

Fig. 4 AUV speed with a communication delay of 5 s

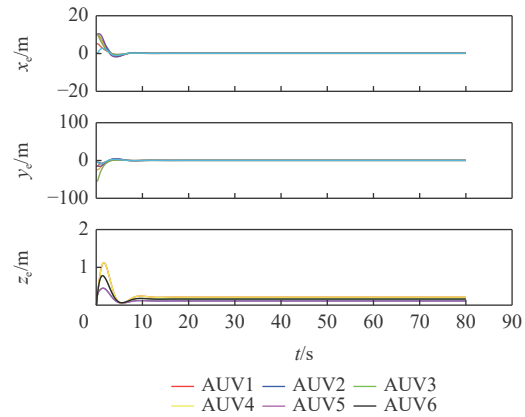


图 5 通信时延为 10 s 下的 AUV 位置误差

Fig. 5 AUV position error with a communication delay of 10 s

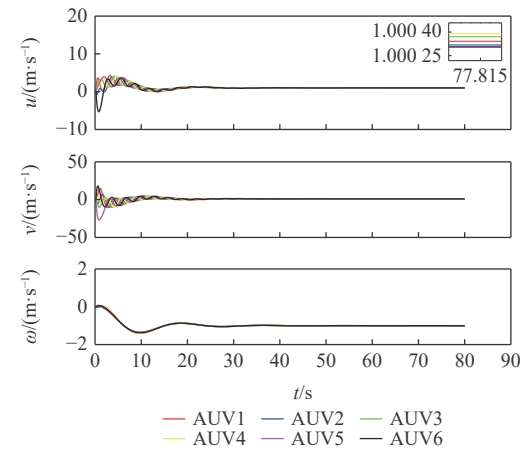


图 6 通信时延为 10 s 下的 AUV 速度

Fig. 6 AUV speed with a communication delay of 10 s

从图 3～图 6 可以看出，在系统各项参数不变的情况下，只对通信时延进行改变，系统仍然收敛，但其收敛需要的时间变长。

2）保持其他参数不变的情况下，图 7 和图 8 令输入时延为 5 s，通信时延为 0 s，图 9 和图 10 令输入时延为 10 s，通信时延为 0 s，得到如下仿真结果。

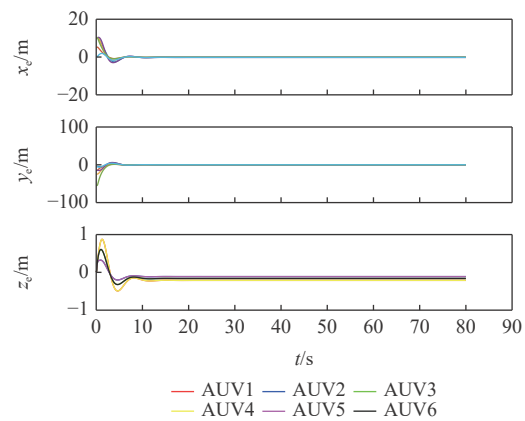


图 7 输入时延为 5 s 下的 AUV 位置误差

Fig. 7 AUV position error with a input delay of 5 s

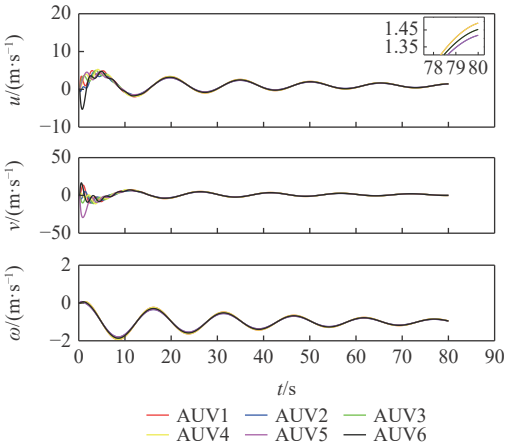


图 8　输入时延为 5 s 下的 AUV 速度

Fig. 8　AUV speed with a input delay of 5 s

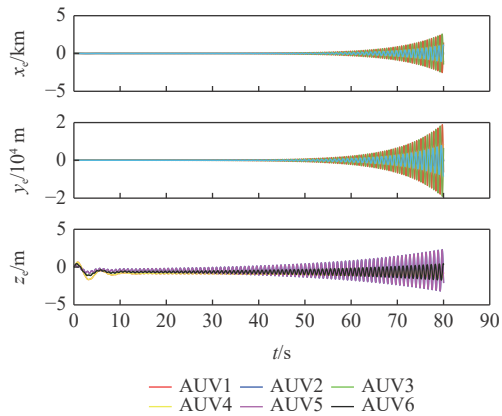


图 9　输入时延为 10 s 下的 AUV 位置误差

Fig. 9　AUV position error with a input delay of 10 s

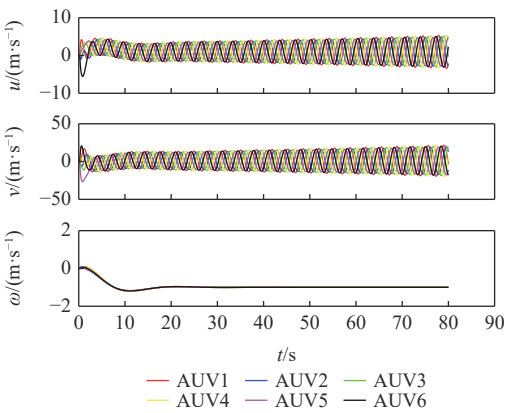


图 10　输入时延为 10 s 下的 AUV 速度

Fig. 10　AUV speed with a input delay of 10 s

从图 7～图 10 可以看出, 在系统各项参数保持不变的情况下, 输入时延过大会导致系统发散, 无法使系统达到一致性。尤其从图 7 和图 9 的位置误差可以看出, 各 AUV 之间已无法达到应有的效果。

5　结　论

1) 本文将牵制控制应用于 AUV 集群系统中, 针对不同时延进行了一致性研究, 得到了在牵制控制条件下, 能使系统达到稳定的最大输入时延。

2) 通过对不同输入时延与通信时延下进行仿真测试, 得到系统的输入时延对 AUV 集群有显著影响, 但是太大会导致系统发散, 系统不稳定。虽然 AUV 彼此间的通信时延对 AUV 集群的收敛快慢同样有显著影响, 但最终还会达到一致, 并且系统能达到稳定。

未来工作将把本文协议中的固定时延延伸到时变时延中, 时变时延在系统中会随时变化, 有可能会使系统达到一致的时间延长, 也有可能会相反, 但在实际编队面对的时延中, 时变时延多于固定时延, 尤其在水下更加严重, 因此, 时变时延更具有研究性。

本文将牵制控制引入到 AUV 集群系统中, 相比于一致性控制, 本文方法能够在牵制尽可能少 AUV 单体的条件下使系统稳定。尽管本文方法能够适用于任意的 AUV 集群中, 但没有对海洋环境不确定干扰的影响进行探究, 将在以后的研究中进一步深化。

参考文献 (References)

[1] 陶伟, 张晓霜. 国外水下无人集群应用及关键技术研究[J]. 舰船电子工程, 2021, 41(2): 9-13.
TAO W,ZHANG X S. Research on application and key technology of underwater unmanned cluster abroad[J]. Ship Electronic Engineering, 2021, 41(2): 9-13(in Chinese).

[2] 徐欣. 基于多 Agent 理论的复杂社团网络牵制控制方法研究[D]. 芜湖: 安徽师范大学, 2017.
XU X. Research on constrained control methods for complex community networks based on multi agent theory[D].Wuhu:Anhui Normal University, 2017(in Chinese).

[3] 王磊. 复杂动态网络系统的同步控制研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2010.
WANG L. Synchronization control of complex dynamical network systems[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2010(in Chinese).

[4] 徐吉. 基于牵制控制的复杂网络同步及其应用[D]. 南京: 南京邮电大学, 2014.
XU J. The synchronization of complex networks and its application based on pinning control[D]. Nanjing:Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2014(in Chinese).

[5] ZHOU M Y, HE X S, FU Z Q, et al. Diffusion inspires selection of pinning nodes in pinning control[J]. Physica A:Statistical Mechanics and its Applications, 2016, 446: 120-168.

[6] WANG S Z, ZHANG Z Y, LIN C, et al. Fixed-time synchronization for complex-valued BAM neural networks with time varying delays via pinning control and adaptive pinning control [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2021, 153: 111583.

[7] SUN S X, REN T, XU Y J. Pinning synchronization control for

stochastic multi-layer networks with coupling disturbance[J]. ISA Transactions, 2022, 128: 450-459.

[8] SONG Q, LIU F, CAO J D, et al. M-matrix strategies for pinning controlled leader-following consensus in multiagent systems with nonlinear dynamics[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2013, 43(6): 1688-1697.

[9] MENG Z, REN W, CAO Y, et al. Leaderless and leader-following consensus with communication and input delays under a directed network topology[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, 2011, 41(1): 75-88.

[10] CUI J, ZHAO L, YU J, et al. Neural network-based adaptive finite-time consensus tracking control for multiple autonomous underwater vehicles[J]. IEEE Access, 2019, 7: 33064-33074.

[11] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.

[12] FOSSEN T I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control[M]. New York: Wiley, 2011.

[13] YAN Z, YANG Z, YUE L, et al. Discrete-time coordinated control of leader-following multiple AUVs under switching topologies and communication delays[J]. Ocean Engineering, 2019, 172: 361-372.

[14] ZHANG W, ZENG J, YAN Z, et al. Consensus control of multiple AUVs recovery system under switching topologies and time delays[J]. IEEE Access, 2019, 7: 119965-119980.

[15] XU M, YANG P, SHU Q. Consistent sliding mode fault tolerant control for second order multi-agent systems[C]//Proceedings of the IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-6.

Pinning control of AUV cluster under input delay and communication delay

DU Xue*, SUN Zhaodong, XU Chenglong, JIN Zesheng

(College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150000, China)

Abstract: Addressing the impact of latency issues on cluster stability. The traction control strategy is studied. Through the use of feedback linearization, the autonomous underwater vehicle (AUV) model is reduced to a second-order integrator model. The formation control problem of multiple AUV clusters with time delay is examined, and the traction control and consistency control are combined. The influence of input delay and communication delay on the AUV cluster system is analyzed. The Nyquist criterion control theory is used to prove it. We provide the sufficient and necessary conditions for the system's asymptotic convergence, which is made up of the cluster's pinned and unpinned AUV. Finally, the correctness of the theorem is further verified by numerical simulation.

Keywords: autonomous underwater vehicle cluster; consistency; pinning control; communication delay; input delay

Received: 2022-06-29; **Accepted**: 2022-08-14; **Published Online**: 2023-01-12 13:02

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1722.003

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (52171297); China Postdoctoral Science Foundation (2019M651265); Heilongjiang Provincial Natural Science Foundation of China (LH2020E079)

* **Corresponding author**. E-mail: duxue@hrbeu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0541

融合毫米波与激光雷达的障碍物检测与跟踪方法

牛国臣[1,2,*]，田一博[1]，熊渝[1]
(1. 中国民航大学 机器人研究所，天津 300300；2. 民航智慧机场理论与系统重点实验室，天津 300300)

摘 要：在园区环境中，无人车装载单一毫米波雷达或激光雷达传感器进行障碍物检测跟踪时存在探测范围有限、准确率低及稳定性差等问题。为此，提出一种基于毫米波雷达与激光雷达融合的多障碍物检测跟踪方法。利用改进欧氏聚类算法对道路内激光点云目标进行提取，基于信息筛选策略获得毫米波雷达数据中的有效目标；基于目标检测交并比与可靠性分析，对2种目标进行自适应融合，并利用跟踪门与联合概率数据关联(JPDA)算法完成前后帧数据匹配；应用多运动模型交互与无迹卡尔曼滤波实现障碍物跟踪。实车实验表明：相比单一毫米波雷达与激光雷达障碍物检测跟踪，所提方法有更好的准确性与稳定性。

关 键 词：毫米波雷达；激光雷达；无人车；传感器融合；障碍物跟踪
中图分类号：TN958; TP242.6
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1481-10

无人驾驶车主要由环境感知[1]、路径规划[2]和决策控制[3]等部分组成，其中，环境感知作为关键环节，为之后的路径规划与决策控制提供了必要的环境信息。

当前，应用于环境障碍物检测与跟踪技术[4-5]的传感器有毫米波雷达、激光雷达和相机。在矿区、港口、机场飞行区等一些园区场景中，安全性与稳定性始终处于首位。相机受光照因素影响较大，较难获取深度信息，且实现算法复杂，难以在实车中进行模型与环境部署；而毫米波雷达与激光雷达具有不受光照条件影响[6]、抗干扰性能好、测量精度高、感知范围广且不受巨大的算力制约等优点，被广泛应用于无人车的环境感知中。但毫米波雷达分辨率低，近距离测量误差明显，激光点云数据通过聚类算法[7-8]描述障碍物，但远距离由于点云稀疏导致误差过大。为准确、全面地检测无人车周围障碍物，利用传感器信息融合技术[9-10]实现传感器间的优势互补[11]，来提高环境感知系统的准确性、可靠性与稳定性。当前，利用毫米波雷达与激光雷达传感器信息融合进行环境障碍物跟踪越来越受到学术界的研究与关注。赵万里[12]提取毫米波雷达与激光雷达数据，利用联合概率数据关联(joint probabilistic data association, JPDA)算法进行航迹推算，但运用单线激光雷达不能对障碍物进行更精确的描述，导致最终融合效果一般。Lian等[13]结合多种传感器数据，采用最近邻算法进行数据关联，最优分布估计融合进行传感器融合，运用卡尔曼滤波完成跟踪。Hajri和Rahal[14]利用毫米波雷达和激光雷达传感器融合，提出一种基于标准卡尔曼滤波器的检测跟踪融合方法，但未考虑运动模型交互对障碍物跟踪的影响。Gohring等[15]采用最近邻算法完成障碍物的匹配，通过卡尔曼滤波器进行障碍物跟踪，但仅使用恒加速运动模型描述障碍物状态，适用性差。Cho等[16]利用异步顺序到达的不

收稿日期：2022-06-29；录用日期：2022-07-22；网络出版时间：2022-12-15 13:25
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221214.0906.002
基金项目：天津市科技计划(17ZXHLGX00120)；天津市研究生科研创新项目(2021YJSO2S30)；中央高校基本科研业务费专项资金(3122022PY17)；中国民航大学研究生科研创新项目(2021YJS025)
*通信作者. E-mail：niu_guochen@139.com

引用格式：牛国臣，田一博，熊渝. 融合毫米波与激光雷达的障碍物检测与跟踪方法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1481-1490.
NIU G C，TIAN Y B，XIONG Y. Obstacle detection and tracking method based on millimeter wave radar and LiDAR[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1481-1490 (in Chinese).

同类型的传感器观测值，结合扩展卡尔曼滤波器完成跟踪，但需要进行系统模型的近似线性化处理，增加了冗余计算量。Farag[17]利用毫米波雷达与激光雷达数据，进行无迹卡尔曼滤波与扩展卡尔曼滤波障碍物检测与跟踪的对比分析，证明了无迹卡尔曼滤波的优越性。

综上，目前利用毫米波雷达与激光雷达融合进行障碍物检测与跟踪的方法研究取得了一定进展，但大部分未兼顾跟踪准确性与实时性，且仅考虑单一运动模型的障碍物跟踪，稳定性较差。基于此，本文提出一种快速、准确且稳定性好的检测与跟踪方法。首先，利用激光点云信息检测道路边界，结合优化欧氏聚类算法与毫米波雷达信息筛选策略得到道路内有效障碍物信息；然后，设计自适应融合策略，并基于目标检测交并比与可靠性输出融合值；最后，运用多运动模型交互与无迹卡尔曼滤波跟踪周围障碍物运动状态。

1 融合系统

毫米波雷达与激光雷达的可靠度曲线如图1所示。随着距离由近到远，激光雷达的检测可靠度下降，毫米波雷达的检测可靠度上升，2个传感器在位置检测可靠度上具有明显互补特性。

本文提出的融合毫米波雷达与激光雷达障碍物检测与跟踪方法系统框架如图2所示。

首先，对激光雷达采集到的点云信息进行预处理操作，完成对道路区域内的非地面点云障碍物聚

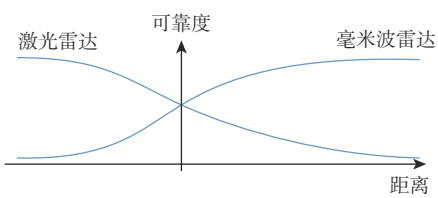


图1 基于距离特性的可靠度分析

Fig. 1 Reliability analysis based on distance characteristic

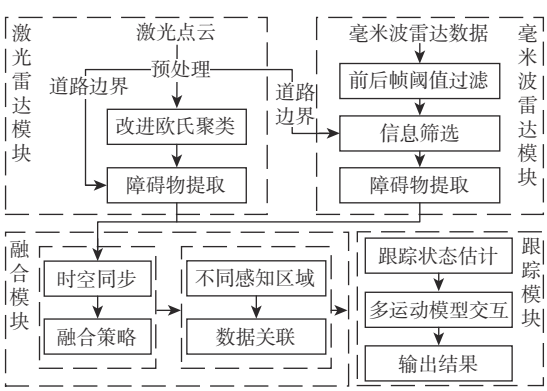


图2 系统框架

Fig. 2 System frame

类，同时提取毫米波雷达有效障碍物信息；然后，根据2个传感器不同的检测区域做出融合策略，基于以上融合值利用联合概率数据关联算法完成前后帧的数据匹配；最后，基于多运动模型交互与无迹卡尔曼滤波完成障碍物运动状态的跟踪。

2 传感器数据处理

2.1 激光雷达数据处理

1）激光点云信息预处理。激光雷达每帧数据中包含大量信息，先通过体素滤波与半径滤波对原始点云进行处理，再根据道路边界高度突变的空间特征筛选出笛卡儿坐标系下的检测点，通过三次样条拟合边界线，如图3所示，车辆运动过程中，不断更新道路边界位置，提取出感兴趣区域。



(a) 直行道路 (b) 左转弯道

图3 拟合道路边界线

Fig. 3 Fitting road boundary line

此外，本文采用文献[18]的地平面拟合方法将非地面点云和地面点云分开，利用非地面点云进行之后的障碍物聚类。

2）优化欧氏聚类算法。为适应障碍物跟踪实时性的要求，将三维激光点云提取为二维，传统的欧氏聚类根据不同距离设定不同的最近邻搜索聚类半径，这些阈值的设定对聚类的效果影响重大，鲁棒性差。本文提出一种聚类搜索半径阈值自适应调整的方法，具体流程如下：

步骤1 设定不同的距离cluster_ranges，按照距离分为不同区域的点云簇cloud_array。

步骤2 遍历各点云簇cloud_array，构建KD-tree结构，保留各点云簇的x轴与y轴坐标信息，并分别进行累加。

步骤3 根据式(1)设定各点云簇内自适应半径搜索阈值。

$$D=\kappa\left[\left(\sum_{i=0}^{N_s}x_i/s_x\right)^2+\left(\sum_{i=0}^{N_s}y_i/s_y\right)^2\right]^{1/2} \tag{1}$$

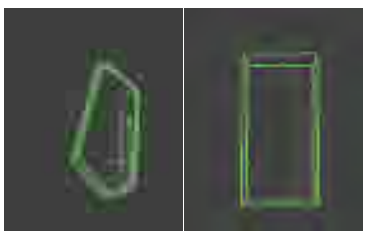
式中：κ为调节系数；N_s为当前点云簇内点云的数

量；s_x、s_y分别为对应点云簇 2 个坐标轴的数量叠加。

步骤 4　依照阈值指标，在每个点云簇中任选一点 p，搜寻其紧邻的小于聚类半径阈值D的点，划分为类Q_1。

步骤 5　遍历Q_1中所有点，使得类外紧邻小于聚类半径D的点划分到此类，直至Q_1不再加入新的点，则Q_1聚类完毕。不断迭代，划分不同类。

每个类的点云信息包含了障碍物基本特征，为确定其最优矩形包围框，计算所有可能矩形边界包围框中点到矩形边的距离，并计算相应平方误差作为拟合性能标准的最小二乘法的目标函数，得到最小平方误差的最佳方向，结合对应类中保留的最低点和最高点，确定三维包围框，对比如图 4 所示，获得最优拟合矩形，提高检测精度，对于相邻距离较近的 2 个移动的人，本文方法具有更好的适应性，如图 5 所示。



(a) 特征拟合前　　(b) 特征拟合后

图 4　最优边界框拟合

Fig. 4　Optimal bounding box fitting



(a) 传统欧氏聚类　　(b) 本文方法

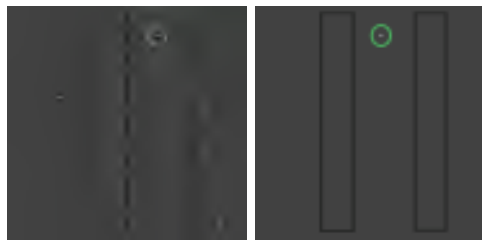
图 5　改进前后对比

Fig. 5　Comparison before and after improvement

2.2　获取毫米波雷达有效目标

处理毫米波雷达数据时，一般将获取的极坐标系障碍物的距离和方位角信息转换为直角坐标系下的坐标信息。由于毫米波雷达自身性能限制，在检测障碍物时包含一些噪声信息，据此设置处理策略。首先，利用前后帧速度与位置做差值进行阈值过滤，去除不稳定、不连续的信息；然后，利用激光雷达检测的道路边界剔除毫米波雷达道路两侧树木、房屋等无效冗余障碍物信息；最后，提取出道路边界内所需的有效目标。

如图 6 所示，图 6(a) 矩形框内包含了道路边界外的树木、电线杆等无用信息及虚警信息，圆圈内包含了道路中的运动车辆，图 6(b) 中仅留下道路区域内的有效障碍物。



(a) 原始数据　　(b) 处理后有效数据

图 6　道路区域内有效信息保留

Fig. 6　Effective information retention in road area

3　传感器信息融合策略

3.1　时间和空间同步

采用 ESR 毫米波雷达，安装于车前保险杠中间，工作频率为 20 Hz，最多可探测 64 个通道的目标，每个通道内包含目标的距离、方位角、相对速度等信息，最远探测距离达 174 m，而在校园园区环境下，作用距离设定为 100 m 时，即可满足无人车环境感知需求。采用激光雷达型号为北科天绘 R-fans-16 m，安装于车中心正上方 30 cm 处，根据激光雷达手册，工作频率可选择 5～20 Hz，设定两者的频率相同，并与操作系统时间戳统一，通过坐标系旋转平移完成 2 个传感器的空间对准。统一坐标系如图 7 所示。

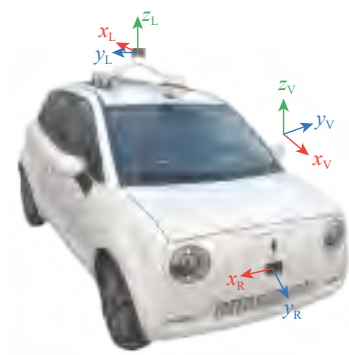


图 7　坐标系定义

Fig. 7　Definition of coordinate system

3.2　多区域自适应融合策略

对不同区域做出不同策略，如图 8 所示。在只有一种传感器覆盖的区域，图 8 中虚线扇形左侧（车辆周围）为第 1 类感知范围，此时毫米波雷达近距离探测盲区或发生虚警信号，利用激光雷达检测的位置与通过帧间差及距离微分处理方法计算出的速度信息输出第 1 类区域障碍物信息，车前方虚线扇形右侧区域为第 3 类感知范围，此时激光雷达由于远距离点云稀疏导致聚类失败，利用毫米波雷

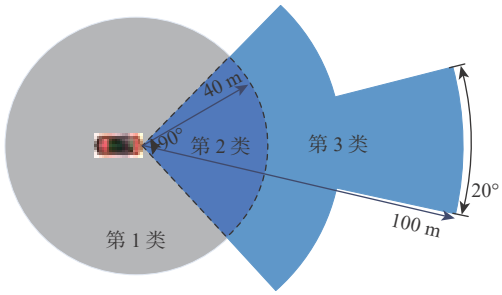


图 8 传感器感知区域分类

Fig. 8 Sensor sensing region classification

达检测的位置与速度信息输出第 3 类区域障碍物信息。

图 8 中，虚线扇形包围的区域为第 2 类感知范围，此时，2 个传感器共同完成障碍物检测，本文提出基于目标检测交并比结合可靠性公式输出融合值，具体处理策略如下：

根据毫米波雷达检测的障碍物结果，以检测位置坐标为中心建立二维平面区域，计算出区域面积为S_{R}，同时根据激光雷达检测的障碍物提取二维平面区域，计算区域面积为S_{L}，据此，计算 2 个传感器检测障碍物的$I_{\mathrm{ou}_R^L}$为

$$I_{\mathrm{ou}_R^L}=\frac{S_{\mathrm{I}}}{S_{\mathrm{U}}}=\frac{S_{\mathrm{R}}\cap S_{\mathrm{L}}}{S_{\mathrm{R}}\cup S_{\mathrm{L}}} \tag{2}$$

式中：S_{I}为S_{R}与S_{L}的重合区域面积；S_{U}为S_{R}与S_{L}的面积总和。经实验分析，$I_{\mathrm{ou}_R^L}\in[0.5,1]$时，毫米波雷达与激光雷达识别同一障碍物匹配成功。

基于 2 个传感器距离特性的可靠度做出以下融合策略：障碍物与自身车辆的距离约 5～40 m，认为 2 个传感器都能对障碍物进行检测，取中位数M，以标准误差作为权重，在中位数M前后确定不同的权重，更新可靠性公式系数。数据融合步骤如下：

步骤 1 基于 2 个传感器障碍物信息进行交并比匹配，当$I_{\mathrm{ou}_R^L}\in[0.5,1]$时，激光雷达与毫米波雷达信息匹配成功，提取 2 个传感器的位置信息与毫米波雷达的速度信息。

步骤 2 2 个传感器位置信息代入式 (3)，输出融合位置信息，并结合毫米波雷达检测的速度信息导入该障碍物运动状态。

$$\begin{cases} x=\dfrac{x_{\mathrm{L}}\eta_{\mathrm{R}x}^2}{\eta_{\mathrm{R}x}^2+\eta_{\mathrm{L}x}^2}+\dfrac{x_{\mathrm{R}}\eta_{\mathrm{L}x}^2}{\eta_{\mathrm{R}x}^2+\eta_{\mathrm{L}x}^2} \\ y=\dfrac{y_{\mathrm{L}}\eta_{\mathrm{R}y}^2}{\eta_{\mathrm{R}y}^2+\eta_{\mathrm{L}y}^2}+\dfrac{y_{\mathrm{R}}\eta_{\mathrm{L}y}^2}{\eta_{\mathrm{R}y}^2+\eta_{\mathrm{L}y}^2} \\ \eta_{(\mathrm{R,L},x,y)}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_{i,(\mathrm{R,L},x,y)}-x_{\mathrm{T}})^2} \end{cases} \tag{3}$$

式中：x_{L}、y_{L}为激光雷达传感器测量值；x_{R}、y_{R}为毫米波雷达传感器测量值；x_{T}为障碍物真实值；$\eta_{(\mathrm{R,L},x,y)}$为根据障碍物真实值与传感器检测值的标准误差。

步骤 3 $I_{\mathrm{ou}_R^L}\in(0,0.5)$，认为毫米波雷达近距离检测出现干扰信息，调整可靠性公式权重，选用激光雷达检测的障碍物信息输出。

步骤 4 $I_{\mathrm{ou}_R^L}=0$时，若$S_{\mathrm{R}}\neq0$且$S_{\mathrm{L}}=0$，仅输出毫米波雷达信息，若$S_{\mathrm{R}}=0$且$S_{\mathrm{L}}\neq0$，仅输出激光雷达信息，若$S_{\mathrm{R}}\neq0$且$S_{\mathrm{L}}\neq0$，不输出信息。

本文采用联合概率数据关联算法完成前后帧障碍物匹配，并设定跟踪门限，防止由于障碍物增多而导致计算量爆增的问题。

1）根据上一帧障碍物状态预测点为中心建立该障碍物的测量值可能出现的一定范围区域：

$$V_K=\pi|\gamma\boldsymbol{S}(k)|^{1/2} \tag{4}$$

式中：γ为跟踪门限；$\boldsymbol{S}(k)$为k时刻状态预测协方差。

当观测值同预测值满足如下关系，则称其落入跟踪门，为有效量测值。

$$\boldsymbol{d}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}(k)^{-1}\boldsymbol{d}(k)\leqslant\gamma \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{d}(k)$为量测值与状态向量的残差。

2）对落入跟踪门内的有效值，采用联合概率数据关联算法进行分析，利用确定矩阵的概念对所有测量值做可行矩阵的联合假设，计算其分别与现阶段每个障碍物运动轨迹的关联概率，最终由关联概率对测量值进行加权计算更新。

4 障碍物跟踪

4.1 运动模型的选定

现实中，障碍物运动一般是多种运动模型的复合，如匀速模型（constant velocity, CV）、恒定转弯率和速度幅度模型（constant turn rate and velocity, CTRV）、恒定曲率和加速度模型（constant curvature and acceleration, CCA）等运动情况，考虑园区环境内障碍物的运动规律，本文结合 CV 模型与 CTRV 模型这 2 种运动模型交互进行跟踪。

不同障碍物有不同的运动状态，第i个运动模型的状态方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(k-1)+\boldsymbol{w}_i(k) \\ \boldsymbol{z}(k)=\boldsymbol{H}_i\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{v}_i(k) \end{cases} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{x}(k-1)$、$\boldsymbol{x}(k)$为系统的状态向量；$\boldsymbol{A}_i$为目标的状态转移矩阵；$\boldsymbol{z}(k)$为可观测向量；$\boldsymbol{H}_i$为模型i的观测矩阵；$\boldsymbol{w}_i(k)$为过程噪声；$\boldsymbol{v}_i(k)$为观测噪声。

4.2 运动模型间的输入交互

由$k-1$时刻状态估计与协方差计算混合状态估

计与协方差：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_j(k-1|k-1)=\sum_{i=1}^{r}\boldsymbol{\mu}_{ij}(k-1|k-1)\hat{\boldsymbol{x}}_i(k-1|k-1)\\ \boldsymbol{P}_j(k-1|k-1)=\sum_{i=1}^{r}\boldsymbol{\mu}_{ij}(k-1|k-1)[\boldsymbol{P}_i(k-1|k-1)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}]\\ \boldsymbol{D}=\hat{\boldsymbol{x}}_i(k-1|k-1)-\hat{\boldsymbol{x}}_j(k-1|k-1)\end{cases}\tag{7}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{x}}_i(k-1|k-1)$为 $k-1$时刻的i模型的状态估计；$\boldsymbol{P}_i(k-1|k-1)$为$k-1$时刻的$i$模型的协方差；$\hat{\boldsymbol{x}}_j(k-1|k-1)$为从模型交互计算的状态估计；$\boldsymbol{P}_j(k-1|k-1)$为从模型交互计算的协方差；$r$ 为模型的维度。

$$\boldsymbol{\mu}_{ij}(k-1|k-1)=\boldsymbol{p}_{ij}\boldsymbol{\mu}_i(k-1)\Big/\sum_{i=1}^{r}\boldsymbol{p}_{ij}\boldsymbol{\mu}_i(k-1)\tag{8}$$

其中：$\boldsymbol{p}_{ij}$为从运动模型i转移到运动模型j的概率；$\boldsymbol{\mu}_i(k-1)$为模型i的概率。

4.3　无迹卡尔曼滤波预测更新

障碍物不会一直保持线性运动，因此，卡尔曼滤波并不适用寻求最优目标预测跟踪问题；扩展卡尔曼滤波虽能实现非线性模型的跟踪，但其计算量大，易出错；无迹卡尔曼滤波不需对模型本身进行线性化处理，在强非线性情况下有更好的表现。

1）预测。由 $k-1$ 时刻状态向量构造σ采样点集，对其进行预测，计算状态预测$\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)$和协方差$\boldsymbol{P}(k|k-1)$：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)=\sum_{j=0}^{2n}\boldsymbol{W}_{\mathrm{s}}^{j}\boldsymbol{x}_j(k|k-1)\\ \boldsymbol{P}(k|k-1)=\sum_{j=0}^{2n}\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{j}\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}\\ \boldsymbol{E}=\boldsymbol{x}_j(k|k-1)-\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)\end{cases}\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{W}_{\mathrm{s}}^{j}$为状态向量的权值；$\boldsymbol{x}_j(k|k-1)$为$\sigma$点的预测值；$\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{j}$为协方差的权值；$n$ 为状态向量维数；$\boldsymbol{Q}$为处理噪声的协方差矩阵。

2）更新。将预测点集代入观测方程，计算观测状态向量的预测值$\hat{\boldsymbol{z}}(k|k-1)$和协方差$\boldsymbol{S}(k)$：

$$\begin{cases}\boldsymbol{z}_j(k|k-1)=h(\boldsymbol{x}_j(k|k-1))\\ \hat{\boldsymbol{z}}(k|k-1)=\sum_{j=0}^{2n}\boldsymbol{W}_{\mathrm{s}}^{j}\boldsymbol{z}_j(k|k-1)\\ \boldsymbol{S}(k)=\sum_{j=0}^{2n}\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{j}\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}\\ \boldsymbol{F}=\boldsymbol{z}_j(k|k-1)-\hat{\boldsymbol{z}}(k|k-1)\end{cases}\tag{10}$$

式中：$h(\cdot)$为观测函数；$\boldsymbol{R}$为量测噪声方差矩阵。

计算状态测量协方差$\boldsymbol{C}_k$及卡尔曼增益$\boldsymbol{K}_k$：

$$\begin{cases}\boldsymbol{C}_k=\sum_{j=0}^{2n}\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{j}\boldsymbol{E}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{S}(k)^{-1}\end{cases}\tag{11}$$

计算更新各运动模型的状态估计及其协方差：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)=\hat{\boldsymbol{x}}(k|k-1)+\boldsymbol{K}_k(\boldsymbol{z}(k)-\hat{\boldsymbol{z}}(k|k-1))\\ \boldsymbol{P}(k|k)=\boldsymbol{P}(k|k-1)-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{S}(k)\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{z}(k)$为输入的量测值。

4.4　最终估计

1）模型概率更新。计算 k 时刻模型更新概率：

$$\begin{cases}\lambda_j(k)=\dfrac{1-P_{\mathrm{D}}P_{\mathrm{G}}}{V_K^{N_{\mathrm{v}}}}+\dfrac{P_{\mathrm{D}}V_K^{1-N_{\mathrm{v}}}}{N_{\mathrm{v}}(|2\pi\boldsymbol{S}(k)|)^{1/2}}\sum_{m=1}^{N_{\mathrm{v}}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}(k)^{-1}\boldsymbol{T}}\\ \boldsymbol{\mu}_j(k)=\dfrac{\lambda_j(k)\boldsymbol{\mu}_j(k-1)}{\sum_{j=1}^{r}\lambda_j(k)\boldsymbol{\mu}_j(k-1)}\\ \boldsymbol{T}=\boldsymbol{z}(k)-\hat{\boldsymbol{z}}(k|k-1)\end{cases}\tag{13}$$

式中：$\lambda_j(k)$为模型j的似然值；P_{D}为检测概率；P_{G}为门限概率；V_K为跟踪门限范围；N_{v}为有效跟踪目标对象。

2）估计融合交互。计算最终状态估计与协方差：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{m}}(k|k)=\sum_{j=1}^{r}\boldsymbol{\mu}_j(k)\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)\\ \boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}(k|k)=\sum_{j=1}^{r}\boldsymbol{\mu}_j(k)\left[\boldsymbol{P}(k|k)+\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\right]\\ \boldsymbol{H}=\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)-\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{m}}(k|k)\end{cases}\tag{14}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{m}}(k|k)$为最终的状态向量；$\boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}(k|k)$为最终的协方差矩阵。

4.5　跟踪状态

根据跟踪状态进行障碍物的出现与消亡分析。图 9 为不同阶段分配状态属性。若障碍物初次进入数据关联跟踪器，设置此时障碍物状态属性为 Init，状态阈值为 th(init)，若下一帧仍能继续跟踪此障碍物，则状态值加 1，如此累计，当状态阈值为 th(stable)时，认为可以稳定跟踪此障碍物，状态属性为 Stable。如果在某一时间内无此障碍物的测量更新值，且状态值大于或等于 th(lost)，则认为此障碍物跟踪消亡，状态属性为 Lost，若在状态值为 th(stable)至 th(lost)的某一时刻出现更新值，则认为发生了遮挡，状态属性为 Shelter，且状态值减 1，如此累计，一直到稳定状态。

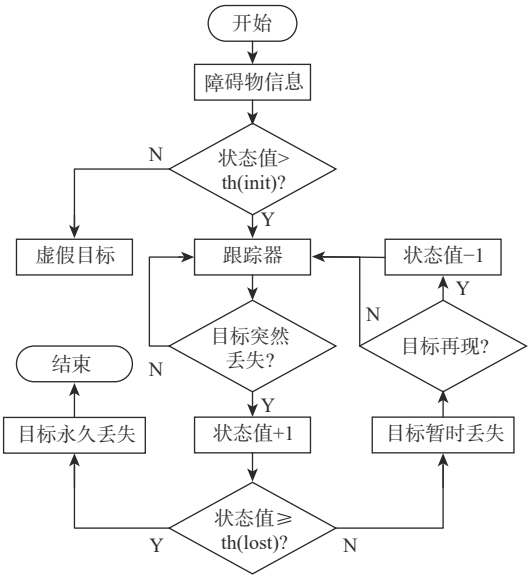


图 9 跟踪状态属性

Fig. 9 Tracking state attributes

5 实验结果分析

5.1 实验平台及场景

实验平台选用新能源长城欧拉电动汽车改装的无人驾驶车，如图 10 所示，实验场景为校园环境。实验借助 Linux 下的机器人操作系统，在具有 i7-6 820 处理器的计算机上运行，通过 C++语言编写，Rviz 进行显示。



图 10 实验平台

Fig. 10 The experimental platform

5.2 障碍物检测跟踪结果分析

为验证本文方法的稳定性、准确性与跟踪实时性，综合分析融合方法的性能，在多种场景下进行了实车实验。场景实验中，已经完成传感器障碍物信息提取与道路边界拟合等预处理，矩形边界包围框为激光雷达检测结果，实体框为毫米波雷达检测结果，障碍物的运动轨迹由 Visualization_msgs::Marker 显示。

5.2.1 定性分析

1）场景 1。无人车周围存在车辆与行人，即第 1 类感知区域中毫米波雷达检测盲区，无法完成障碍物的检测跟踪，本文方法针对此区域有更好的适应能力，如图 11 所示，0 号静止在距离车中心 2.9 m 左右，1 号以 16.5 km/h 的速度前进，当前帧距车 4.2 m。

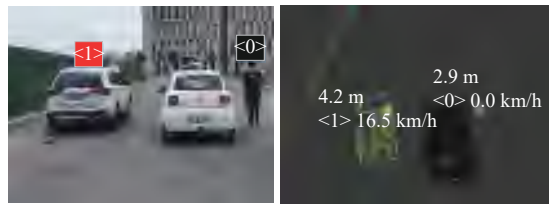
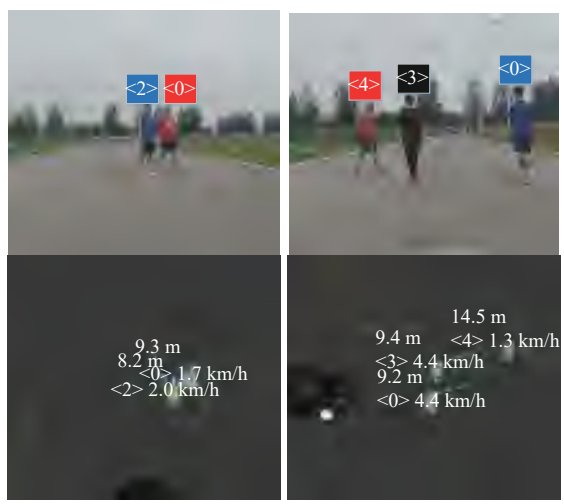


图 11 第 1 类感知区域的障碍物跟踪

Fig. 11 Obstacle tracking in category 1 sensing area

2）场景 2。无人车前方近距离存在多个行人运动，即第 2 类感知区域，此时，毫米波雷达近距离检测容易出现虚假目标，而本文方法仍能稳定跟踪障碍物。图 12(a) 展示本文方法完成相距较近的障碍物检测与跟踪，0 号距离车 9.3 m，以 1.7 km/h 的速度运动，2 号距离车 8.2 m，以 2.0 km/h 的速度运动。图 12(b) 展示了多个障碍物的复杂运动，0 号距离车 9.2 m，以 4.4 km/h 的速度运动，3 号距离车 9.4 m，以 4.4 km/h 的速度运动，4 号距离车 14.5 m，以 1.3 km/h 的速度运动。



(a) 相伴运动的双人 (b) 多人运动

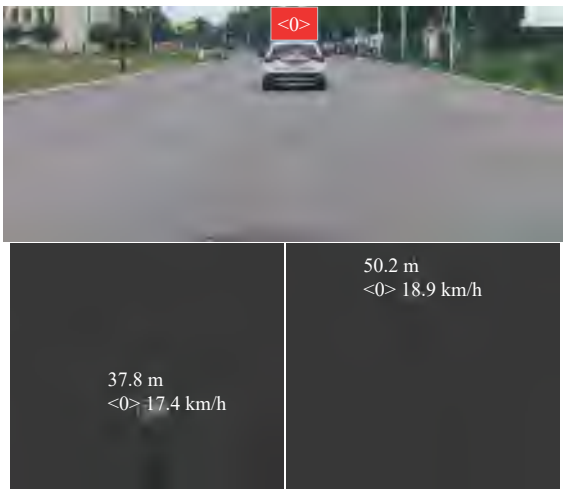
图 12 第 2 类感知区域的障碍物跟踪

Fig. 12 Obstacle tracking in category 2 sensing area

3）场景 3。无人车前方中远距离的车辆运动如图 13(a) 所示，车辆距离无人车 37.8 m，此时激光雷达点云变稀疏，聚类信息变少，而如图 13(b) 所示，此时车辆障碍物距离无人车较远，即第 3 类感知区域，激光雷达点云信息无法完成障碍物检测，彻底丢失障碍物，本文方法仍能适应此场景下跟踪障碍物运动状态，此时 0 号车辆正在以 18.9 km/h 的速度移动，距离无人车 50.2 m。

4）场景 4。障碍物间运动过程中存在遮挡，整个过程经历了遮挡前、开始遮挡、全部遮挡到遮挡消失。场景包含了 0 号、3 号、4 号 3 个运动障碍

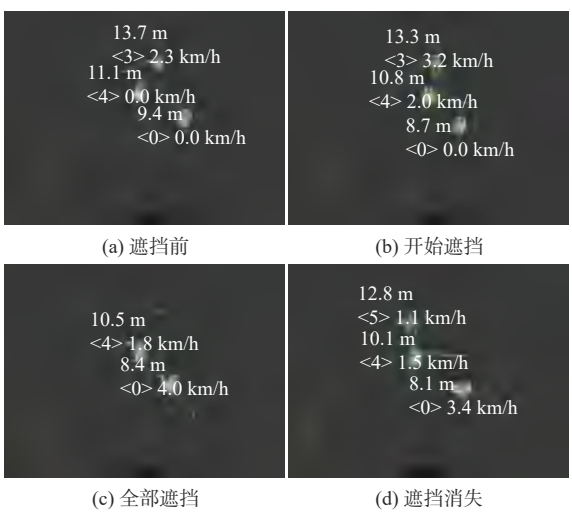
物, 0 号向无人车右侧运动没有发生遮挡, 而 4 号运动将对 3 号造成遮挡, 如图 14 所示, 未对障碍物跟踪状态属性进行处理, 结果显示无法完成被遮挡障碍物的持续跟踪, 且障碍物运动轨迹中断, 3 号跟踪 ID 变为 5 号, 导致目标丢失, 跟踪稳定性差。



(a) 融合检测跟踪　　(b) 远距离运动跟踪

图 13　远距离障碍物跟踪

Fig. 13　Long-range obstacle tracking



(a) 遮挡前　　(b) 开始遮挡

(c) 全部遮挡　　(d) 遮挡消失

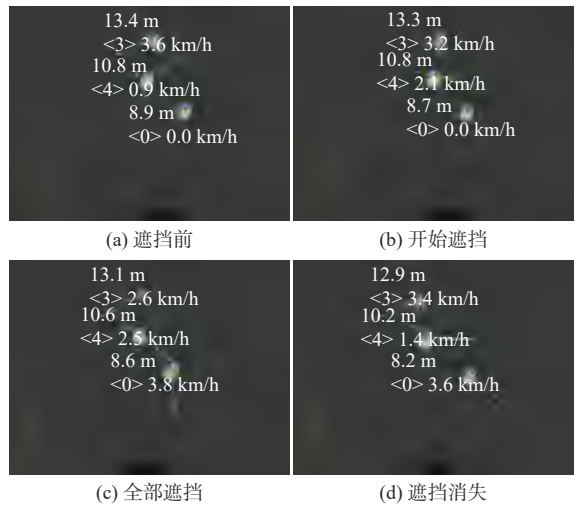
图 14　未进行跟踪状态属性处理

Fig. 14　The tracking state attribute is not processed

图 15 为本文方法的处理结果, 展示了 3 号经遮挡过程跟踪 ID 不会发生变化, 跟踪运动轨迹没有中断, 具有对遮挡场景的持续跟踪能力, 验证了本文方法具有更好的跟踪稳定性。

5.2.2　定量分析

对场景 2 提取单个行人的跟踪位置做定量对比分析, 如图 16 所示。图 16(a)中, 第 7～12 帧(框 1)与第 51～63 帧(框 3), 由于毫米波雷达测量不稳定, 导致跟踪失败, 本文方法仍能够继续跟踪障碍物运动。提取图 16(a)中第 13～50 帧(框 2)毫米波雷达、激光雷达及本文方法跟踪信息, 结合行人真

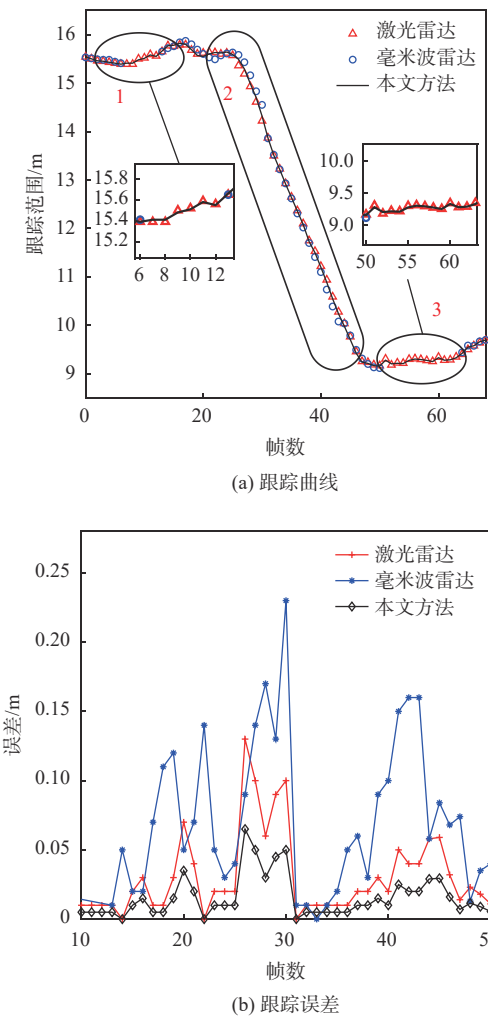


(a) 遮挡前　　(b) 开始遮挡

(c) 全部遮挡　　(d) 遮挡消失

图 15　进行跟踪状态属性处理后结果

Fig. 15　Results after tracking state attribute processing



(a) 跟踪曲线

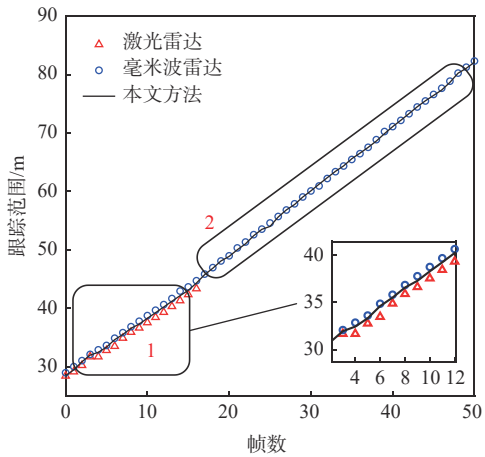
(b) 跟踪误差

图 16　跟踪行人的效果对比

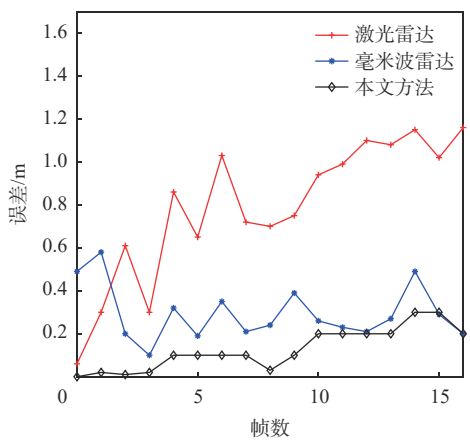
Fig. 16　Effect comparison of pedestrian tracking

实运动位置信息, 展示图 16(b)所示跟踪误差对比, 可见本文方法更优于毫米波雷达与激光雷达单一传感器的跟踪效果, 近距离行人跟踪最大误差在 0.07 m 以内。

对场景3提取出车辆跟踪位置做定量对比分析，如图17所示。图17(a)中，第17帧之后(框2)，由于激光雷达远距离测量点云稀疏，聚类效果变差，丢失45 m外的障碍物信息，无法完成跟踪，本文方法仍能够继续跟踪障碍物。提取图17(a)中第0～16帧(框1)毫米波雷达、激光雷达及本文方法跟踪信息，结合车辆真实运动位置信息，展示图17(b)所示跟踪误差对比，可见本文方法相比毫米波雷达与激光雷达单一传感器障碍物跟踪具有更优的跟踪误差，远距离车辆跟踪最大误差在0.3 m以内。



(a) 跟踪曲线



(b) 跟踪误差

图17 跟踪车辆的效果对比

Fig. 17 Effect comparison of tracking vehicles

综合分析，本文方法能稳定适应不同范围区域的障碍物检测与跟踪，且保持较好的跟踪准确性。此外，本文采用跟踪中断数N_{FRAG}、跟踪ID切换数及目标跟踪准确度进行指标对比。跟踪准确度反映误检、漏检和跟踪切换数在整体跟踪真值中的比例，能够综合评价跟踪准确性，计算方法为

$$N_{\mathrm{MOTA}}=\left(1-\frac{N_{\mathrm{FN}}+N_{\mathrm{FP}}+N_{\mathrm{IDS}}}{N_{\mathrm{GT}}}\right)\times 100\% \tag{15}$$

式中：N_{FN}为漏检；N_{FP}为误检；N_{IDS}为ID切换数；N_{GT}为真值总数。

选取校园环境中无人车周围多障碍物进行匀速、转弯等复杂无规则运动的800组数据，对比单传感器的跟踪指标分析，表1显示本文方法在跟踪准确度指标上有明显的提高。

同时，提取了实车实验900帧数据，每10帧求一次平均值，并进行采样记录，绘制如图18所示的曲线，最终平均运行时间约46.7 ms，满足无人车在实际应用场景中的感知需求。

表1 不同传感器跟踪结果对比

Table 1 Comparison of tracking results of different sensors

处理方法	N_{MOTA}/%	N_{IDS}	N_{FRAG}
激光雷达	86.69	14	20
毫米波雷达	74.03	21	36
融合策略	93.58	11	19

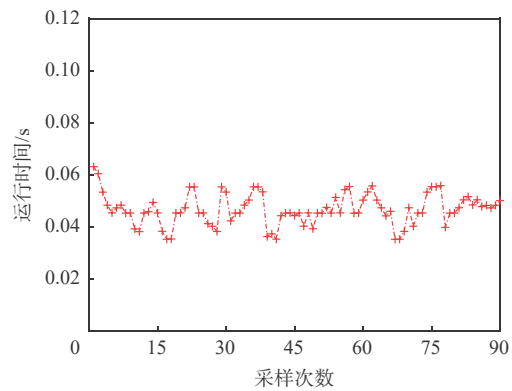


图18 算法运行时间

Fig. 18 Running time of algorithm

6 结 论

本文提出一种毫米波雷达与激光雷达传感器信息融合的障碍物检测与跟踪方法，具有更广的感知视野，提升了跟踪准确性与稳定性，能够为无人车提供可靠的环境信息，经实验验证可得如下结论：

1）毫米波雷达信息筛选策略能有效将干扰信号滤除；自适应调整欧氏聚类搜索半径，可以准确分割激光点云障碍物。

2）基于目标检测交并比匹配与可靠性分析输出融合值的方法，鲁棒性好，有效提高障碍物检测的准确性。

3）设计2种运动模型交互与无迹卡尔曼滤波结合的方法，保证了对不同区域障碍物的跟踪性能，能够较好地适应存在障碍物间遮挡的场景，提高障碍物跟踪的准确性、稳定性。

参考文献（References）

[1] LI Y, IBANEZ-GUZMAN J. Lidar for autonomous driving: The

principles, challenges, and trends for automotive lidar and perception systems[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2020, 37(4): 50-61.

[2] 郭晓旻, 李必军, 龙江云, 等. 利用激光点云的城市无人驾驶路径规划算法[J]. 中国公路学报, 2020, 33(4): 182-190.
GUO X M, LI B J, LONG J Y, et al. Path planning of urban autonomous driving using laser point cloud data[J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, 33(4): 182-190(in Chinese).

[3] LIM W, LEE S, SUNWOO M, et al. Hierarchical trajectory planning of an autonomous car based on the integration of a sampling and an optimization method[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2018, 19(2): 613-626.

[4] CHEN J F, WANG C C, CHOU C F. Multiple target tracking in occlusion area with interacting object models in urban environments[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 103: 68-82.

[5] 蒲良, 张学军. 基于深度学习的无人机视觉目标检测与跟踪[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(5): 872-880.
PU L, ZHANG X J. Deep learning based UAV vision object detection and tracking[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(5): 872-880(in Chinese).

[6] FENG D. Deep multi-modal object detection and semantic segmentation for autonomous driving: Datasets, methods, and challenges[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(3): 1341-1360.

[7] 李炯, 赵凯, 张志超, 等. 一种融合密度聚类与区域生长算法的快速障碍物检测方法[J]. 机器人, 2020, 42(1): 60-70.
LI J, ZHAO K, ZHANG Z C, et, al. A fast obstacle detection method by fusion of density-based clustering and region growing algorithms[J]. Robot, 2020, 42(1): 60-70(in Chinese).

[8] XU S, WANG R, WANG H, et al. An optimal hierarchical clustering approach to mobile LiDAR point clouds[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(7): 2765-2776.

[9] RAVINDRAN R, SANTORA M J, JAMALI M J, et al. Multi-object detection and tracking, based on DNN, for autonomous vehicles: A review[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(5): 5668-5677.

[10] KIM J, CHOI Y, PARK M, et al. Multi-sensor-based detection and tracking of moving objects for relative position estimation in autonomous driving conditions[J]. Journal of Supercomputing, 2020, 76(10): 8225-8247.

[11] ESKANDARIAN A, WU C, SUN C. Research advances and challenges of autonomous and connected ground vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(2): 683-711.

[12] 赵万里. 基于雷达的智能车多目标检测与跟踪技术研究[D]. 长沙: 中南大学, 2011.
ZHAO W L. Technology research of the multi-objective detection and tracking for intelligent vehicle based on radars[D]. Changsha: Central South University, 2011(in Chinese).

[13] LIAN H, PEI X, GUO X. A local environment model based on multi-sensor perception for intelligent vehicles[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(14): 15427-15436.

[14] HAJRI H, RAHAL M C. Real time lidar and radar high-level fusion for obstacle detection and tracking with evaluation on a ground truth[EB/OL]. (2019-07-01)[2022-05-25]. https://arxiv.org/abs/1807.11264.

[15] GOHRING D, WANG M, SCHNURMACHER M, et al. Radar/lidar sensor fusion for car following on highways[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Automation, Robotics and Applications. Piscataway: IEEE Press, 2011: 407-412.

[16] CHO H, SEO Y W, KUMAR B V K V, et al. A multi-sensor fusion system for moving object detection and tracking in urban driving environments[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2014: 1836-1843.

[17] FARAG W. Kalman-filter-based sensor fusion applied to road-objects detection and tracking for autonomous vehicles[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2021, 235(7): 1128-1138.

[18] ZERMAS D, IZZAT I, PAPANIKOLOPOULOS N. Fast segmentation of 3D point clouds: A paradigm on LiDAR data for autonomous vehicle applications[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2017: 5067-5073.

Obstacle detection and tracking method based on millimeter wave radar and LiDAR

NIU Guochen[1, 2, *], TIAN Yibo[1], XIONG Yu[1]

(1. Institute of Robotics, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. Key Laboratory of Smart Airport Theory and System, CAAC, Tianjin 300300, China)

Abstract: Limited detecting range, low precision, and poor stability are just a few of the issues with obstacle detection and tracking that arise when using a single millimeter wave radar, or LiDAR, on an unmanned vehicle in a park. An obstacle-detecting and tracking approach based on the fusion of radar and LiDAR is proposed. Firstly, the improved Euclidean clustering algorithm is adopted to extract the objects in the road boundary from LiDAR point clouds. Furthermore, effective objects can be obtained from millimeter wave radar data which is handled based on an information filtering strategy. Then, the adaptive fusion of two kinds of objects described above is carried out based on the intersection over union and reliability analysis of objectdetection. The tracking gate and the joint probabilistic data association (JPDA) algorithm are performed to match sequence frames. In order to achieve obstacle tracking, the interacting multiple model and unscented Kalman filter method are finally put into practice. The experimental results show that the proposed method has higher accuracy and stability than using a single sensor for obstacle detection and tracking.

Keywords: millimeter wave radar; LiDAR; unmanned vehicle; sensor fusion; obstacle tracking

Received: 2022-06-29; **Accepted**: 2022-07-22; **Published Online**: 2022-12-15 13:25

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221214.0906.002

Foundation items: Tianjin Science and Technology Plan (17ZXHLGX00120); Tianjin Research Innovation Project for Postgraduate Students (2021YJSO2S30); The Fundamental Research Funds for the Central Universities (3122022PY17); Civil Aviation University of China Graduate Research Innovation Project (2021YJS025)

* **Corresponding author**. E-mail: niu_guochen@139.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0610

基于交叉注意力的多任务交通场景检测模型

牛国臣[1,2,*]，王晓楠[1]

(1. 中国民航大学 机器人研究所，天津 300300；2. 中国民航大学 民航智慧机场理论与系统重点实验室，天津 300300)

摘 要：感知是自动驾驶的基础和关键，但大多数单个模型无法同时完成交通目标、可行驶区域和车道线等多项检测任务。提出一种基于交叉注意力的多任务交通场景检测模型，可以同时检测交通目标、可行驶区域和车道线。使用编解码网络提取初始特征，利用混合空洞卷积对初始特征进行强化，并通过交叉注意力模块得到分割和检测特征图。在分割特征图上进行语义分割，在检测特征图上进行目标检测。实验结果表明：在具有挑战性的BDD100K数据集中，所提模型在任务精度和总体计算效率方面优于其他多任务模型。

关 键 词：注意力机制；多任务学习；自动驾驶；目标检测；混合空洞卷积

中图分类号：TP391.4

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1491-09

视觉感知系统需要能够理解交通场景，向决策系统提供环境信息以辅助决策系统控制车辆的动作，是实现自动驾驶的基础和关键。目标检测和语义分割是自动驾驶环境感知的核心技术，用于了解车辆周围环境，包括：交通目标的位置、当前道路是否可行驶、车道线的位置等。

目前，在交通场景检测算法中，目标检测和语义分割通常作为2个独立的任务进行研究，很少有单个模型可以同时完成多个检测任务。例如，YOLO用于交通目标检测，金字塔场景解析网络(pyramid scene parsing network, PSPNet)[1]用来检测可行驶区域，空间卷积神经网络(spatial convolutional neural network, SCNN)[2]用于车道线检测。尽管这些算法在单个任务上表现出色，但是在实际应用中，自动驾驶的视觉感知系统需要同时处理这些任务。如果将这些模型部署到自动驾驶平台分别处理这些检测任务，不仅需要大量计算资源，而且也会降低实时性，无法实际应用。

另外，对于自动驾驶视觉感知系统，一个检测任务通常可以为另一个任务提供很多相关的信息，如车道线往往位于可行驶区域的两侧，可行驶区域外围往往会出现交通目标。与单任务网络单独解决检测任务的情况相比，多任务网络拥有许多优点。首先，由于特征层的共享，减少了所占用的内存。其次，共享层中的特征不用重复计算，提高了推理速度，节省了计算资源。最后，如果任务相关并互相提供互补的信息，则将有效提高检测性能。因此，探索自动驾驶感知系统中的多任务方法至关重要。

因此，本文提出一种基于交叉注意力的多任务交通场景检测模型，对交通目标、可行驶区域和车道线进行联合检测，以节省计算资源，减少推理时间，提高每项检测任务的性能。

1 相关工作

1.1 交通目标检测

交通目标检测是计算机视觉中的一项经典任务。目前基于深度学习的目标检测算法可以分为

收稿日期：2022-07-12；录用日期：2022-08-14；网络出版时间：2023-02-01 11:46
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230201.0949.001
基金项目：天津市科技计划项目(17ZXHLGX00120)；天津市研究生科研创新项目(2021YJSO2S30)；中央高校基本科研业务费专项资金(3122022PY17)；中国民航大学研究生科研创新项目(2021YJS025)

*通信作者. E-mail：niu_guochen@139.com

引用格式：牛国臣，王晓楠. 基于交叉注意力的多任务交通场景检测模型[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1491-1499.
NIU G C，WANG X N. A multi-task traffic scene detection model based on cross-attention[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1491-1499 (in Chinese).

基于候选区域的两阶段方法和基于回归的单阶段方法。

区域卷积神经网络(region convolutional neural network, R-CNN)及其变体是两阶段方法中最具代表性的框架。R-CNN[3]没有使用滑动窗口而是创造性地使用选择性搜索来获取区域提议,Fast R-CNN[4]直接在特征图上执行此操作,Faster R-CNN[5]中提出的区域提议网络减少推理时间的同时获得了更高的准确率。

单阶段方法直接提取图像特征进行目标分类和定位。单发多框检测(single shot multibox detector, SSD)[6]系列和YOLO[7]系列算法是单阶段方法中的代表。为了解决正负样本之间的类不平衡问题,RetinaNet[8]提出焦点损失来降低大量易样本的贡献。单阶段全卷积目标检测(fully convolutional one-stage object detection, FCOS)[9]以逐像素预测的方式实现目标检测,避免了所有与锚相关的计算和超参数。

1.2 可行驶区域检测

可行驶区域检测可以为自动驾驶的行为决策和路径规划提供基础道路信息,属于语义分割算法的应用之一。全卷积网络(fully convolutional networks, FCN)[10]首先将卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)引入语义分割,其保留了CNN分类器的主干,并用卷积层和上采样层替换了全连接层,是CNN应用于语义分割的里程碑。高效残差分解卷积网络(efficient residual factorized convnet, ERFNet)[11]采用编码器-解码器架构,使用残留连接和分解卷积以达到高效实时语义分割。PSPNet[1]提出金字塔池化模块来提取各种尺度的特征以提高其性能。双向分割网络(bilateral segmentation network, BiSeNet)[12]提出使用空间路径和上下文路径分别用来解决空间信息损失和感受野减小的问题。

1.3 车道线检测

传统的车道线检测方法通常依靠手工操作来提取特征,然后通过霍夫变换和随机抽样一致性等后处理来拟合线形,在真实场景中鲁棒性较差。目前主流的基于深度学习的车道线检测方法可分为4类:基于分割的方法、基于锚的方法、行检测方法和参数预测方法。

基于分割的方法是最常见的,通过语义分割将车道线检测出来[13]。基于锚的方法通过回归相对坐标,将优化重点放在车道线形状上,如设计具有细长形状的锚[14]。行检测方法充分利用形状先验知识,预测了车道线在每一行的行位置[15]。参数预测方法直接输出由曲线方程表示的车道线参数曲线。

1.4 多任务方法

近年来,一些工作试图将感知任务组合成一个统一的网络。

MultiNet[16]使用1个共享编码器和3个独立的解码器,分别用于完成场景分类、目标检测和可行驶区域检测3个交通场景检测任务。刘占文等[17]构建了一种融合时序信息的交通目标和可行驶区域检测算法。刘军等[18]提出一种基于类人视觉的多任务交通目标检测模型,实现了可行驶区域和车辆、行人的统一检测。然而以上方法都没有车道线检测这一关键感知任务。

可行驶区域、车道线和交通目标联合检测网络(joint detection of drivable areas, lane lines, and traffic objects, DLT-Net)[19]使用编码器-解码器结构,并在各解码器之间构建了上下文张量,以在任务之间共享互补信息,然而其不能够实时执行。全景驾驶感知网络(YOLOP)[20]包含1个共享编码器和3个后续解码器,可以共同处理自动驾驶中的3个关键任务:交通目标检测、可行驶区域检测和车道线检测,然而其解码器相互独立,每个任务不能从其他任务中获益以提高性能。

2 多任务交通场景检测模型

本文提出一个用于交通目标、可行驶区域和车道线检测的多任务交通场景检测模型(TDL-YOLO),如图1所示,可以同时完成交通目标检测、可行驶区域检测和车道线检测这3个自动驾驶中关键的视觉感知任务。

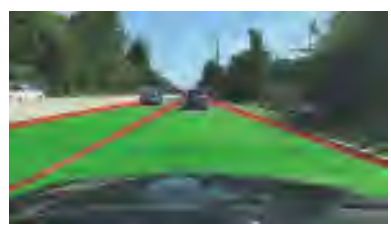


图1 多任务交通场景检测结果

Fig. 1 Results of multi-task traffic scene detection

2.1 特征共享网络

多任务交通场景检测模型共享一个编码器,其由骨干网络和颈部网络组成。

骨干网络用于提取输入图像的特征。通常,一些经典的图像分类网络作为骨干网络。由于YOLOv5算法在目标检测上的优异性能,本文选择与YOLOv5s相同的CSPDarknet作为骨干网络。CSPDarknet在Darknet基础上引入跨阶段局部网络(cross stage partial network, CSPNet)结构,解决网络优化梯度信

息重复问题的同时还保留了 Darknet 特征重用特性的优势, 其分流再结合策略在减少计算量的同时提高了特征提取能力。

颈部网络用于融合骨干网络产生的多尺度特征。颈部网络主要由快速空间金字塔池化(spatial pyramid pooling fast, SPPF)模块和双向特征金字塔网络(bi-directional feature pyramid network, BiFPN)模块组成。SPPF 结构如图 2 所示, 该模块中有 3 个卷积核大小相同的最大池化层, 通过连续叠加最大池化层其感受野不断增大, 进而生成不同空间尺度下的特征图, 然后融合构建出空间金字塔, 相比原来的空间金字塔池化(spatial pyramid pooling, SPP)模块, 最大池化层的卷积核均为较小的5×5, 所以 SPPF 的处理速度比 SPP 更快。BiFPN 模块构造出双向通道, 融合不同语义层次的特征, 使最终得到的检测输出层的特征图既融合了网络深层丰富的语义信息, 又融合了网络浅层清晰的位置信息, 同时在底层增加了一个融合层, 使输出一个较大分辨率的特征图, 从而提升对小目标和细长车道线的检测性能。

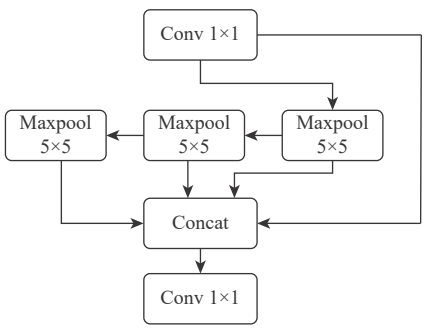


图 2　SPPF 结构

Fig. 2　SPPF structure

2.2　分支任务网络

1) 目标检测分支。目标检测的流程是首先生成目标检测特征图, 然后在该特征图上执行目标检测程序来完成目标检测任务。

在目标检测特征和语义分割特征的生成中, 提出交叉注意力(cross-attention, CA)模块。从多任务优化的角度来看, 交叉注意力的理论基础是目标检测、可行驶区域检测和车道线检测为 3 个高度相关的任务, 在交通场景下, 可行驶区域边界通常为车道线, 非可行驶区域覆盖所有潜在交通目标, 可行驶区域对其他 2 项检测任务具有实际指导意义, 因此, 需要一种机制来实现各个任务分支之间的交互连接, 提供互补信息。

CA 模块的网络架构如图 3 所示。在目标检测分支部分, CA 模块用于融合编码器目标检测输出层和可行驶区域检测分支提供的输出特征, 首先, 将可行驶区域检测分支提供的输出特征图调整到与目标检测输出特征图相同的分辨率, 并将 2 个部分的特征图按通道拼接, 通过批归一化平衡特征的尺度, 然后, 使用类似挤压与激发(squeeze and excitation, SE)注意力模块的方式, 将特征全局平均池化(global average pooling, GAP)为特征向量并计算权重向量, 对特征重新加权, 从而起到特征选择和结合的作用。在语义分割分支部分, CA 模块与卷积模块共同形成交叉结构, 用于在 2 个任务之间传输互补信息, 改善 2 个任务网络中的特征。

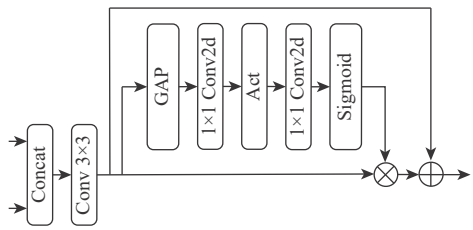


图 3　CA 结构

Fig. 3　CA structure

2) 语义分割分支。在语义分割分支部分, 提出混合空洞卷积(hybrid dilated convolution, HDC)模块, 以扩大感受野、获取多尺度信息, 提高车道线检测性能。

空洞卷积在标准卷积的基础上注入空洞, 以此来增加感受野, 在相同参数量和计算量下让原本3×3的卷积核拥有5×5(扩张率为 2 时)或更大的感受野。

空洞卷积核大小计算公式为

$$k_{\mathrm{d}} = k + (k-1)(r-1) \tag{1}$$

式中: k为标准卷积核大小; r为空洞卷积核扩张率, 当$r=1$时, 该卷积相当于标准卷积。

在卷积神经网络中, 感受野为卷积网络每一层输出特征图上的每个像素点在原始输入图像上映射区域的大小。对于空洞卷积, 通过连续叠加, 其感受野将会呈指数级显著增长, 计算当前层感受野大小的公式如下:

$$F_n = F_{n-1} + (k_{\mathrm{d}} - 1)\prod_{i=1}^{n-1} S_i \tag{2}$$

式中: F_n为本层感受野大小; F_{n-1}为上一层感受野大小; S 为卷积的步长。

虽然空洞卷积可以增大感受野, 但是当连续使用空洞卷积时, 如果扩张率选取不当, 会造成信息丢失, 即某些像素点始终无法参与运算, 从而产生网格问题。如图 4 所示, 当 k=3, R=(2,2,2) 时, 只有不到 30% 的像素点参与了运算。为了避免产生网格问题, 叠加空洞卷积的扩张率不能有比 1 大的公

约数，本文选用的是 $R=(1,2,3)$ 的扩张率。

HDC 结构如图 5 所示，从编码器中提取出的特征图在此处分成 2 个分支，一个 1×1的卷积层分支，另外一个是空洞卷积层分支，通过串联 3 个不同扩张率的空洞卷积得到 3 个具有不同感受野的特征图，随后并联进行拼接，构建出空间金字塔，在拼接后的特征图采用1×1的卷积层进行特征信息融合，并调整通道大小，最后将 2 个分支合并。相比其他通过并联几个较大卷积核卷积层或池化层的构建空间金字塔方法，HDC 模块通过串并联几个不同扩张率的空洞卷积层来扩大感受野、获取多尺度信息，使用的卷积核较小，处理速度比其他方法更快。

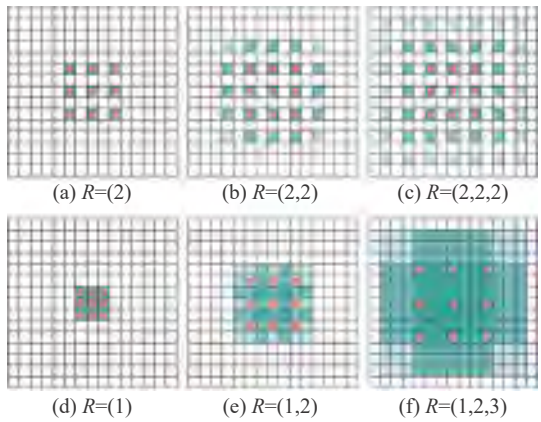


图 4 网格问题示意图

Fig. 4 Illustration of the gridding problem

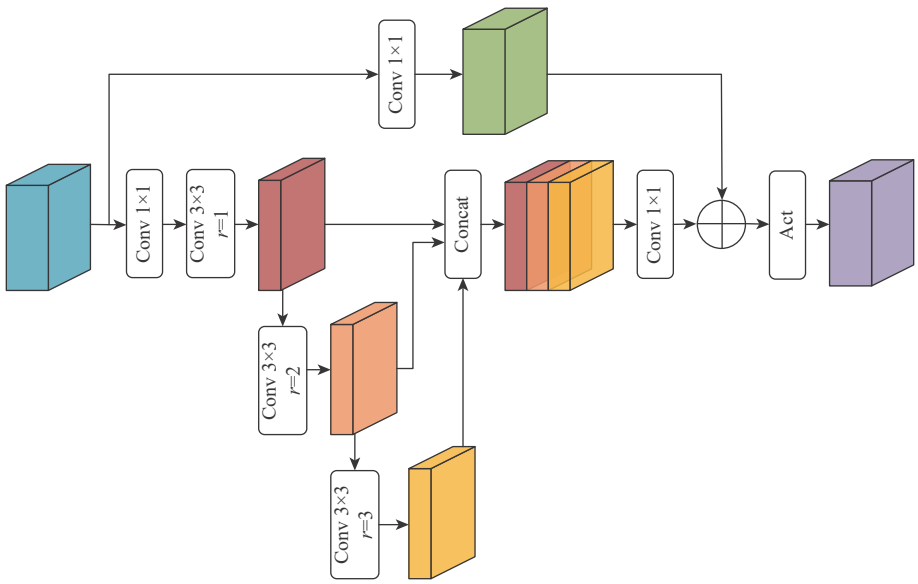


图 5 HDC 结构

Fig. 5 HDC structure

模型的整体结构如图 6 所示，包含 1 个共享编码器和 3 个后续解码器来解决特定任务。不同解码器之间通过特征融合模块进行交互，以充分利用目标检测分支和语义分割分支之间的相关性，提高检测性能。

2.3 损失函数

1）交通目标检测损失函数

交通目标检测损失函数是几个损失的加权和，计算公式为

$$L_{\mathrm{T}}=\alpha_1 L_{\mathrm{cls}}+\alpha_2 L_{\mathrm{obj}}+\alpha_3 L_{\mathrm{box}} \tag{3}$$

式中：L_{cls}为分类损失；L_{obj}为目标损失；L_{box}为边界框损失；α_1、α_2、α_3为 3 个损失的权重值。L_{cls}和L_{obj}采用焦点损失函数，用于减少分类良好的示例的损失，从而迫使网络专注于难的示例。L_{box}采用完全交并比（complete intersection over union, CIoU）损失函数，其考虑了距离、重叠率、预测框和真值之间的尺度和纵横比的相似性。

2）可行驶区域检测损失函数

可行驶区域检测属于语义分割，本文目标是分割出交通场景中的可行驶区域部分，除可行驶区域，其他都是背景，这是一个二分类问题，所以使用二元交叉熵损失作为可行驶区域检测的损失函数，计算公式为

$$L_{\mathrm{D}}=-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i\ln\hat{y}_i+(1-y_i)\ln(1-\hat{y}_i)) \tag{4}$$

式中：y_i为第i个像素位置上标注的真值；$\hat{y}_i$为第i个像素位置上网络模型预测的值。

3）车道线检测损失函数

分析交通场景图像数据，所要分割的车道线目标相比背景占比例很小，训练样本像素类别极其不平衡，如果采用标准二元交叉熵损失函数就会给予背景更多的累积损失，在训练学习中就会学到更多

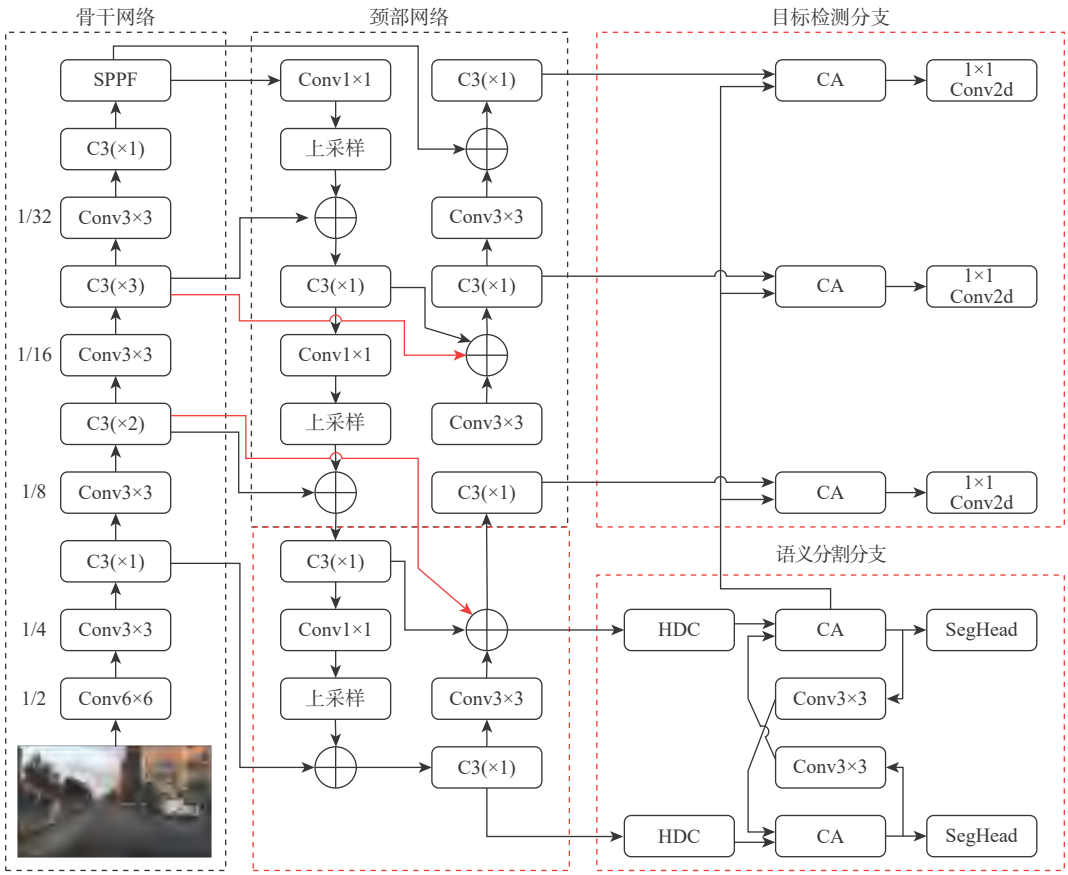


图 6　多任务交通场景检测模型结构

Fig. 6　Multi-task traffic scene detection model structure

的背景特征, 而不是学习到更多的车道线特征。所以针对这个问题, 可以对损失函数进行修改, 设置 2 个超参数, 分别给车道线和背景相应的损失部分加上不同的权重, 计算公式为

$$L_{\mathrm{WCE}}=-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\alpha y_i\ln\hat{y}_i+\beta(1-y_i)\ln(1-\hat{y}_i)) \tag{5}$$

式中: α为车道线权重值; β为背景的权重值。设置时, 可将α值比β值设置大一些, 使得网络学习到更多的车道线特征。

另外, 交并比(intersection over union, IoU)损失: $L_{\mathrm{IoU}}=1-|A\cap B|\div|A\cup B|$也被添加到车道线检测损失函数中, 因为其对于车道线这种稀疏类别的预测特别有效, 其中 A 和 B 分别表示预测框和真实框。车道线检测损失函数为加权交叉熵损失和 IoU 损失的加权和, 计算公式为

$$L_{\mathrm{L}}=\beta_1 L_{\mathrm{WCE}}+\beta_2 L_{\mathrm{IoU}} \tag{6}$$

式中: β_1为加权交叉熵损失的权重值; β_2为 IoU 损失的权重值。

4) 整体损失函数

多任务网络整体损失函数是交通目标损失、可行驶区域损失和车道线损失的加权和, 计算公式为

$$L_{\mathrm{all}}=\gamma_1 L_{\mathrm{T}}+\gamma_2 L_{\mathrm{D}}+\gamma_3 L_{\mathrm{L}} \tag{7}$$

式中: γ_1为交通目标损失的权重值; γ_2为可行驶区域损失的权重值; γ_3为车道线损失的权重值。

3　实验及分析

3.1　实验设置

1) 数据集。本文的训练数据来自于加州大学伯克利人工智能实验室发布的 BDD100K[21] 数据集。BDD100K 数据集支持自动驾驶领域的多任务学习的研究, 其拥有 10 万张图片和 10 项任务的标注, 涵盖了晴天、阴天、雨天等不同天气及不同场景不同时间的数据, 可以为交通目标检测、可行驶区域检测、车道线检测等多种检测任务提供丰富的注释, 是目前最大的开放驾驶视频数据集。因此, 本文选择 BDD100K 数据集来训练和评估模型。BDD100K 数据集分为 3 部分: 7 万张图像的训练集、1 万张图像的验证集和 2 万张图像的测试集。由于测试集的标注没有公开, 所以本文在验证集上评估模型。

2) 实验细节。为使检测器能够获得更多交通场景中物体的先验知识, 本文使用 K 均值聚类算法从数据集的所有检测图像中获取先验锚。使用自

适应矩估计(adaptive moment estimation, Adam)算法作为优化器来训练模型,初始学习率设置为0.000 3。在训练过程中使用预热和余弦退火法来调整学习率,旨在引导模型更快更好地收敛。

为方便与其他模型进行对比,在交通目标检测部分,由于多任务模型MultiNet和DLT-Net只能检测车辆,因此,选择数据集中car、bus、truck和train这4类目标,并均归类为车辆;在可行驶区域检测部分,遵循YOLOP[20]的设置,将直接可行驶区域和可选可行驶区域都被归类为可行驶区域;在车道线检测部分,遵循ENet-SAD[13]中的方法将车道线的双线注释计算更改为中心线注释,将训练集中的注释扩展到8像素,同时保持验证集2像素不变。图像的大小从1 280×720调整到640×384,使用了旋转、缩放、平移、水平翻转和HSV移位等图像增强技术。所有对比实验都基本遵循这些相同的实验设置。

本文在Ubuntu16.04操作系统上搭建实验模型训练平台,GPU的型号为NVIDIA GeForce RTX 2080 Ti,采用PyTorch深度学习框架,批大小设为10,迭代120个Epoch。

3)评价指标。在交通目标检测任务中,选用的评价指标为平均精度均值(mean average precision, mAP),即数据集中各类平均精度(average precision, AP)的均值。P-R曲线是根据精确率和召回率绘制的一条曲线,其与坐标轴围起来的面积即是AP,mAP50是通过在IoU阈值0.5下计算的AP均值。

在语义分割任务中,使用均交并比(mean intersection over union, mIoU)来评估不同模型的可行驶区域检测性能,使用像素精度和车道线的IoU来评估不同模型的车道线检测性能。

3.2 实验结果

1)交通目标检测结果。如表1所示,本文模型召回率达到了88.6%,超过了Faster R-CNN、YOLOv5s和MultiNet,mAP50达到了78.0%,优于表中其他5个模型,相比Faster R-CNN、YOLOv5s、MultiNet、DLT-Net和YOLOP分别提升了22.4%、0.8%、17.8%、9.6%和1.5%。

2)可行驶区域检测结果。如表2所示,使用mIoU评估不同模型的可行驶区域检测性能,本文模型mIoU达到了91.4%,优于ERFNet、PSPNet、MultiNet和DLT-Net,分别提升了22.7%、1.8%、19.8%和19.3,仅次于YOLOP的91.5%。

3)车道线检测结果。如表3所示,本文模型的性能超过了表中其他几个模型,精度达到了72.3%,相比SCNN、ENet-SAD和YOLOP分别提升了36.51%、35.74%和1.8%,IoU达到了26.5%,相比SCNN、ENet-SAD和YOLOP分别提升了10.66%、10.48%和1.8%。

表1 交通目标检测结果对比

Table 1 Comparison of the traffic object detection results %

模型	召回率	mAP50
Faster R-CNN[5]	77.2	55.6
YOLOv5s	86.8	77.2
MultiNet[16]	81.3	60.2
DLT-Net[19]	89.4	68.4
YOLOP[20]	89.2	76.5
TDL-YOLO	88.6	78.0

表2 可行驶区域检测结果对比

Table 2 Comparison of the drivable area detection results %

模型	mIoU
ERFNet[11]	68.7
PSPNet[1]	89.6
MultiNet[16]	71.6
DLT-Net[19]	72.1
YOLOP[20]	91.5
TDL-YOLO	91.4

表3 车道线检测结果对比

Table 3 Comparison of the lane detection results %

模型	精度	IoU
ENet[22]	34.12	14.64
SCNN[2]	35.79	15.84
ENet-SAD[13]	36.56	16.02
YOLOP[20]	70.50	26.20
TDL-YOLO	72.30	26.50

4)不同光照条件下的检测结果。本文还设计了不同光照条件下的交通场景检测实验,并与YOLOP进行对比。BDD100K数据集的标注信息中包含有天气、场景、时间等多个属性信息,其中时间属性主要包括白天、黎明或黄昏、夜晚3部分,白天光照强度高,黎明或黄昏光照强度稍弱,夜晚光照强度最低,根据时间属性可以将验证集分为高、中、低光照3部分。如表4所示,在不同光照条件下,本文模型的mAP50、精度和IoU均优于YOLOP,mIoU仅在高光照时比YOLOP低0.2%。在中光照时,本文模型的mAP50、mIoU、精度和IoU相比高光照时分别只下降了0.5%、0.1%、0.3%和0.4%,在夜晚低光照或无光照时,本文模型的mAP50、mIoU、精度和IoU相比高光照时分别下降了4.5%、0.3%、1.9%和0.9%。

5)可视化结果。交通目标检测的可视化结果如图7所示,可行驶区域检测的可视化结果如图8

表 4　不同光照条件下的检测结果

Table 4　Detection results under different lighting conditions

模型	光照	mAP50/%	mIoU/%	精度/%	IoU/%
YOLOP[20]	高	77.8	91.7	71.3	26.6
	中	77.4	91.0	71.0	26.3
	低	73.7	91.2	69.1	25.5
TDL-YOLO	高	79.5	91.5	73.1	26.9
	中	79.0	91.4	72.8	26.5
	低	75.0	91.2	71.2	26.0

所示, 车道线检测的可视化结果如图 9 所示。

3.3　消融实验

为了验证多任务学习方案的有效性, 本文比较了多任务方案和单任务方案的性能。一方面, 训练模型同时执行交通目标检测、可行驶区域检测和车道线检测这 3 个任务; 另一方面, 训练模型只执行交通目标检测任务和训练模型只执行可行驶区域、车道线分割任务。如表 5 所示, 多任务方案的性能

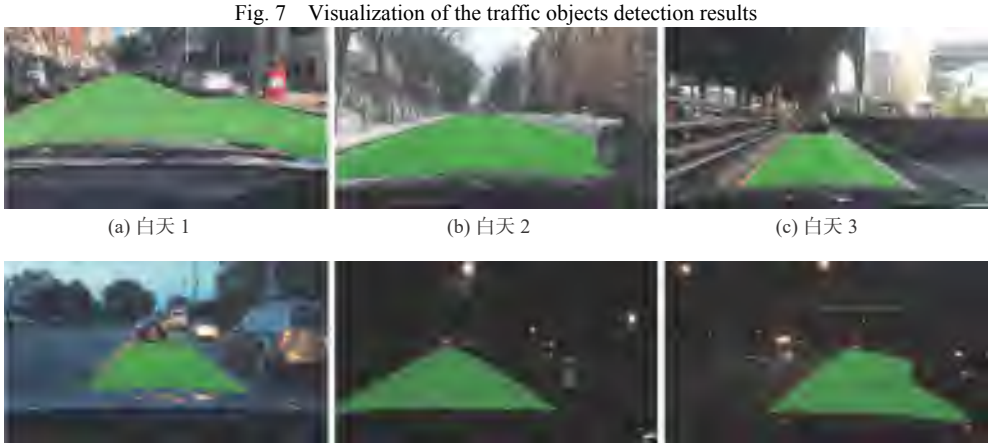


(a) 白天 1　(b) 白天 2　(c) 白天 3

(d) 夜晚 1　(e) 夜晚 2　(f) 夜晚 3

图 7　交通目标检测结果可视化

Fig. 7　Visualization of the traffic objects detection results

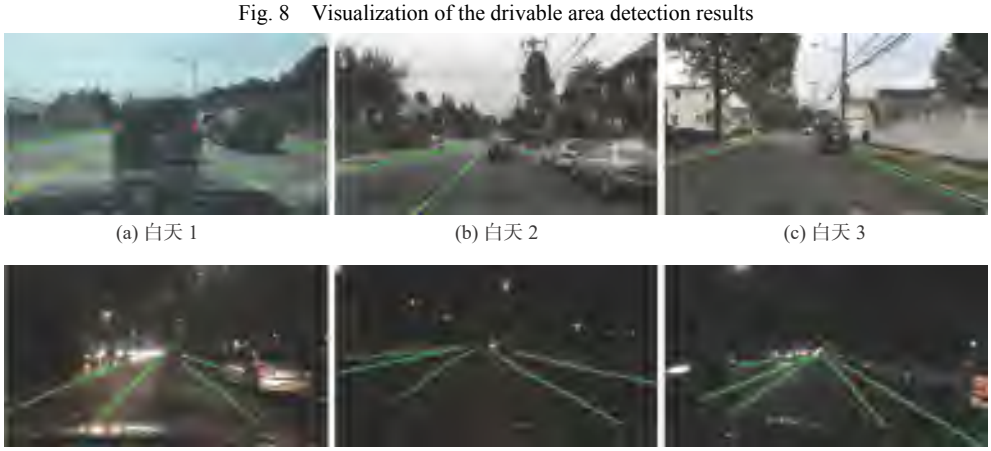


(a) 白天 1　(b) 白天 2　(c) 白天 3

(d) 夜晚 1　(e) 夜晚 2　(f) 夜晚 3

图 8　可行驶区域检测结果可视化

Fig. 8　Visualization of the drivable area detection results



(a) 白天 1　(b) 白天 2　(c) 白天 3

(d) 夜晚 1　(e) 夜晚 2　(f) 夜晚 3

图 9　车道线检测结果可视化

Fig. 9　Visualization of the lane detection results

表5 消融实验

Table 5 Ablation experiment %

方案	召回率	mAP50	mIoU	精度	IoU
检测	88.5	77.0			
分割			92.0	74.7	27.0
多任务	88.6	78.0	91.4	72.3	26.5

接近或超过专注于单个任务的性能。更重要的是，与单独执行每个任务相比，多任务模型可以节省计算资源，减少大量推理时间。

4 结 论

本文提出一个简单高效的多任务交通场景检测模型，可以同时处理交通目标检测、可行驶区域检测和车道线检测3个关键的自动驾驶感知任务，经实验验证可得以下结论：

1）提出的CA模块充分利用了各个任务之间的相关性，提高了每项检测任务的性能；

2）提出的HDC模块通过串并联不同扩张率的空洞卷积，可以快速构建出空间金字塔，融合多尺度信息；

3）本文模型在BDD100K数据集上表现出色，在3个任务上都达到或超过了先进的水平。

下一步计划将目标跟踪引入到模型中，使交通场景目标检测更加稳定，提高检测性能。

参考文献（References）

[1] ZHAO H S, SHI J P, QI X J, et al. Pyramid scene parsing network [C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2017: 6230-6239.

[2] PAN X G, SHI J P, LUO P, et al. Spatial as deep: Spatial CNN for traffic scene understanding[J]. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2018, 32(1): 12301.

[3] GIRSHICK R, DONAHUE J, DARRELL T, et al. Rich feature hierarchies for accurate object detection and semantic segmentation[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2014: 580- 587.

[4] GIRSHICK R. Fast R-CNN[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1440-1448.

[5] REN S Q, HE K M, GIRSHICK R, et al. Faster R-CNN: Towards real-time object detection with region proposal networks[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2017, 39(6): 1137-1149.

[6] LIU W, ANGUELOV D, ERHAN D, et al. SSD: Single shot multibox detector[C]//European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2016: 21-37.

[7] REDMON J, DIVVALA S, GIRSHICK R, et al. You only look once: Unified, real-time object detection[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2016: 779-788.

[8] LIN T Y, GOYAL P, GIRSHICK R, et al. Focal loss for dense object detection[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2017: 2980-2988.

[9] TIAN Z, SHEN C H, CHEN H, et al. FCOS: Fully convolutional one-stage object detection[C]//Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2019: 9627-9636.

[10] LONG J, SHELHAMER E, DARRELL T. Fully convolutional networks for semantic segmentation[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2015: 3431-3440.

[11] ROMERA E, ÁLVAREZ J M, BERGASA L M, et al. ERFNet: Efficient residual factorized ConvNet for real-time semantic segmentation[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2018, 19(1): 263-272.

[12] YU C Q, WANG J B, PENG C, et al. BiSeNet: Bilateral segmentation network for real-time semantic segmentation[C]// Proceedings of the European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2018: 325-341.

[13] HOU Y N, MA Z, LIU C X, et al. Learning lightweight lane detection CNNs by self attention distillation[C]//Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1013-1021.

[14] TABELINI L, BERRIEL R, PAIXAO T M, et al. Keep your eyes on the lane: Real-time attention-guided lane detection[C]// Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2021: 294-302.

[15] QIN Z Q, WANG H Y, LI X. Ultra fast structure-aware deep lane detection[C]//European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2020: 276-291.

[16] TEICHMANN M, WEBER M, ZOELLNER M, et al. MultiNet: Real-time joint semantic reasoning for autonomous driving[C]//Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium. Piscataway: IEEE Press, 2018: 1013-1020.

[17] 刘占文, 范颂华, 齐明远, 等. 基于时序融合的自动驾驶多任务感知算法[J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(4): 223-234.
LIU Z W, FAN S H, QI M Y, et al. Multi-task perception algorithm of autonomous driving based on temporal fusion[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(4): 223-234(in Chinese).

[18] 刘军, 陈岚磊, 李汉冰. 基于类人视觉的多任务交通目标实时检测模型[J]. 汽车工程, 2021, 43(1): 50-58.
LIU J, CHEN L L, LI H B. A real-time detection model for multi-task traffic objects based on humanoid vision[J]. Automotive Engineering, 2021, 43(1): 50-58(in Chinese).

[19] QIAN Y Q, DOLAN J M, YANG M. DLT-Net: Joint detection of drivable areas, lane lines, and traffic objects[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 21(11): 4670-4679.

[20] WU D, LIAO M W, ZHANG W T, et al. YOLOP: You only look once for panoptic driving perception[EB/OL]. (2021-08-25) [2022-06-25]. https://arxiv.org/abs/2108.11250.

[21] YU F, CHEN H F, WANG X, et al. BDD100K: A diverse driving

dataset for heterogeneous multitask learning[C]// Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2020: 2633-2642.

[22] PASZKE A, CHAURASIA A, KIM S, et al. ENet: A deep neural network architecture for real-time semantic segmentation[EB/OL]. (2016-06-30)[2022-06-25]. https://arxiv.org/abs/1606.02147.

A multi-task traffic scene detection model based on cross-attention

NIU Guochen[1, 2, *], WANG Xiaonan[1]

(1. Robotics Institute, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. Key Laboratory of Smart Airport Theory and System, Civil Aviation Administration of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Perception is the foundation and key issue to autonomous driving, but most single models can't simultaneously complete multiple detection tasks such as traffic objects, drivable areas, and lane lines. This paper proposes a multi-task traffic scene detection model based on cross-attention, which can detect traffic objects, drivable areas and lane lines simultaneously. Firstly, the encoder-decoder network is used to extract the initial feature maps. Subsequently, the cross-attention module obtains the segmentation and detection feature maps, and hybrid dilated convolution improves the original feature maps. Finally, the semantic segmentation is performed on the segmentation feature maps and object detection is performed on the detection feature maps. The experimental results demonstrate that, on the difficult BDD100K dataset, our model performs better than existing multi-task models in terms of task-wise accuracy and total computational efficiency.

Keywords: attention mechanism; multi-task learning; autonomous driving; object detection; hybrid dilated convolution

Received: 2022-07-12; **Accepted**: 2022-08-14; **Published Online**: 2023-02-01 11:46

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230201.0949.001

Foundation items: Tianjin Science and Technology Plan Project (17ZXHLGX00120); Tianjin Research Innovation Project for Postgraduate Students (2021YJSO2S30); The Fundamental Research Funds for the Central Universities (3122022PY17); Civil Aviation University of China Postgraduate Research and Innovation Project (2021YJS025)

* **Corresponding author**. E-mail: niu_guochen@139.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0643

基于符合性证据链的航电系统工程试验方法

钟伦珑[1,*]，张卓轩[2]，陈永刚[3]

(1. 中国民航大学 智能信号与图像处理天津市重点实验室，天津 300300；2. 中国民用航空珠海进近管制中心，珠海 519015；
3. 航空工业西安飞行自动控制研究所，西安 710065)

摘 要：为形成逻辑严密、可追溯的适航符合性验证资料，提出一种基于符合性证据链的航电系统工程试验方法，并对实现中的关键问题进行分析研究。以自动飞行控制系统的工程试验为例，设计与实现了基于自动飞行控制系统适航验证需求的验证平台。在验证方案设计中，针对复杂验证环境中部分参数不确定性描述问题，提出一种基于分类概率多场景分析的验证方案设计方法，基于适航验证需求，对飞行数据进行筛选，通过对筛选后的飞行数据进行统计特性分析、随机抽样与合并缩减，生成包含发生概率的确定性场景，描述验证环境中部分参数的不确定性。在验证数据分析中，针对多场景多参数条件下的适航符合性判断问题，提出基于加权 Dempster-Shafer 证据理论的适航符合性评估方法，以确定性场景发生概率为权重，进行证据融合，避免部分小概率场景对融合结果的干扰。基于实际飞行数据，自动飞行控制系统的自动飞行模式工程试验结果表明，所提方法有效可行。

关 键 词：符合性证据链；工程试验；分类概率多场景分析；Dempster-Shafer 证据理论；自动飞行控制系统

中图分类号：V216; TP391

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1500-12

适航符合性证据是在适航审定过程中用来认定适航符合性事实的基础。依据航电系统是否满足可使用适航规范的所有条款要求，适航符合性事实可分为完整适航符合性事实和部分适航符合性事实。中国民用航空局适航条例要求，申请人需按照相关适航规范文件开展航电系统的试验验证活动，获得适航符合性证据，并形成适航符合性验证资料[1]。

近年来，如何有效生成符合性验证资料成为航电系统工程的研究重点，尤其是对航电系统工程试验方法的研究。文献 [2] 研究了基于 SysML 的民用飞机功能需求管理与验证的方法，基于系统工程原理，获取飞机或系统的功能需求并进行功能管理，确保需求得到正确的验证、实施和满足，可用于航电系统工程试验的需求定义、实施与验证；文献 [3] 研究了一种适用于机载航电系统的生命周期模型，为航电系统开发过程提供了清晰、全面的框架，便于简化规划和控制，实现了研制需求与适航需求的统一，可用于航电系统工程试验的过程规划；文献 [4] 研究了一种航电系统工程试验验证方法，基于双 V 测试模型，满足 RTCA DO-178B[5] 的要求，可用于航电系统中嵌入式软件的集成测试流程设计；文献 [6] 研究了一种基于未来机载能力环境的航电系统验证环境模拟方法，通过在核心元素之间建立接口标准并定义共同数据模型，提炼出航电通用架构，并将通用架构用于验证环境模拟，提

收稿日期：2022-07-27；**录用日期**：2022-09-09；**网络出版时间**：2022-11-28 11:31
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221125.1941.001
基金项目：工业和信息化部专项科研基金 (MJ-2017-S-44)；航空科学基金 (201908067001)
* **通信作者**. E-mail：zlunlong@163.com

引用格式：钟伦珑，张卓轩，陈永刚. 基于符合性证据链的航电系统工程试验方法 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1500-1511.
ZHONG L L，ZHANG Z X，CHEN Y G. Engineering test method for avionics system based on conformity evidence chain [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1500-1511 （in Chinese）.

高了航电验证环境模拟过程的效率; 文献 [7] 研究了多核架构下的航电系统验证环境模拟方法, 通过数学建模设计、分析、实现和评估动态系统, 提高了复杂航电系统的验证效率。上述研究针对工程试验过程中适航符合性验证流程设计的相关问题进行了深入讨论, 但对工程试验过程中所产生的零散符合性证据之间的逻辑关系讨论较少, 这不利于后期形成逻辑完整、可追溯的符合性验证资料。

自动飞行控制系统(automatic flight control system, AFCS)是飞机的核心航电系统, 在航电系统工程试验方法的研究中常以 AFCS 为例。文献 [8] 通过分析 AFCS 飞行模式设计的相关适航规范要求, 研究了模式设计的基本方法和适航符合性验证方法, 并开发了基于有限状态机的 AFCS 飞行模式适航符合性验证方法和平台; 文献 [9] 在对 AFCS 综合测试所需信号及测试原理进行分析的基础上, 对工程试验需求的信号进行了深入分析, 提出单机件综合测试平台的总体设计方案和实现方法, 实现了 AFCS 在工程试验和故障定位时的自动化, 可用于工程验证; 文献 [10] 研究了基于操纵品质等级评定方法的飞行品质适航符合性评估方法, 确定飞机在飞控系统失效下的适航符合性需求, 在此基础上设置相应的场景进行适航符合性分析, 可用于 AFCS 的工程试验; 文献 [11] 研究了基于任务特征的飞行试验工作量评估模型, 可基于分层规划系统, 分析飞行试验过程中的任务结构特征和时间分布, 进行飞行试验任务工作量的定量评估, 可用于 AFCS 的工程试验的过程规划。以上研究关注系统部分性能参数的试验验证方法, 但生成的符合性证据难以形成逻辑完整、可追溯的符合性验证资料。同时, 运行环境的随机性会对适航符合性分析结果的可信度造成影响, 这方面的研究较少。

针对上述问题, 本文结合系统工程理论, 提出基于符合性证据链的航电系统工程试验方法, 明确各符合性证据之间的逻辑关系, 并将该方法应用在 AFCS 的工程试验过程中。

1　基于符合性证据链的工程试验方法

在对航电系统进行适航符合性认定中, 需要将工程试验活动中获得的零散适航符合性证据整合成具有一定内在逻辑关系的符合性验证资料。而符合性证据链也是一系列存在严格逻辑关系的证据集合, 可基于系统工程概念模型形成, 在与适航符合性事实之间建立连接关系后, 可作为认定适航符合性事实的依据[12]。因此, 在基于系统工程的双 V 模型基础上, 规划符合性证据链, 提出基于符合性证据链的航电系统工程试验方法。

1.1　工程试验双 V 模型

在航电系统研制过程双 V 模型[13] 的基础上, 对应工程试验过程, 构建航电系统工程试验活动双 V 模型, 如图 1 所示。

图 1 中, 内侧双 V 模型为系统研制过程双 V 模型, 外侧双 V 模型为服务于适航审定的工程试验双 V 模型。外侧双 V 模型的左臂为验证需求分析与实现部分, 形成验证平台与一系列验证方案; 外侧双 V 模型的右臂为验证活动部分, 形成适航符合性分析结果。

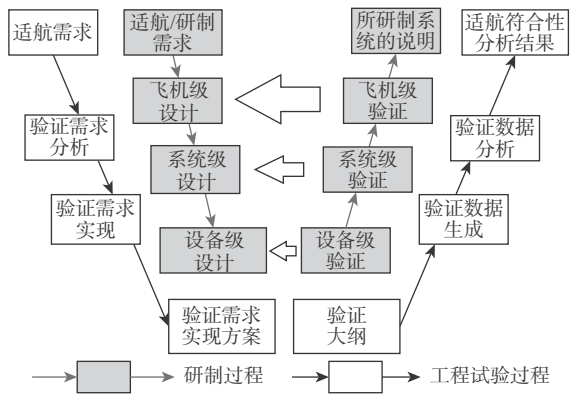


图 1　研制过程与工程试验双 V 图

Fig. 1　Double V diagrams for design and engineering test

1.2　符合性证据链

符合性证据链由 3 部分构成: 证据链节、联结点和证明点。其中, 证据链节为研制过程与工程试验过程中产生的零散符合性证据; 联结点为零散的工程试验活动, 用于获得证据链节之间的逻辑关系; 证明点是通过相关的证据链节与联结点来证明的部分适航符合性事实。

在图 1 的基础上建立符合性证据链, 如图 2 所示。进一步细化图 1 所示的工程试验活动, 可得联结点包括: 适航规范分析、验证环境需求分析、验证需求分析、验证平台设计与实现、验证方案设计、验证环境数据生成、验证数据分析、适航审定。

通过联结点, 将工程试验过程产生的证据链节(验证目标、验证项目、适航符合性判据、验证平台说明、验证方案、验证数据资料和适航符合性分析结果)与研制过程产生的证据链节(待验证航电系统说明), 按相互间的逻辑关系整合成闭合整体, 形成具有高度逻辑性的符合性证据链, 用于对证明点(部分适航符合性事实)的印证。当证据链中的任意环节出现异常时, 证据链失去闭合性, 无法证明待验证航电系统的适航符合性, 此时, 可通过证据间的逻辑关系进行溯源分析, 查找问题点。

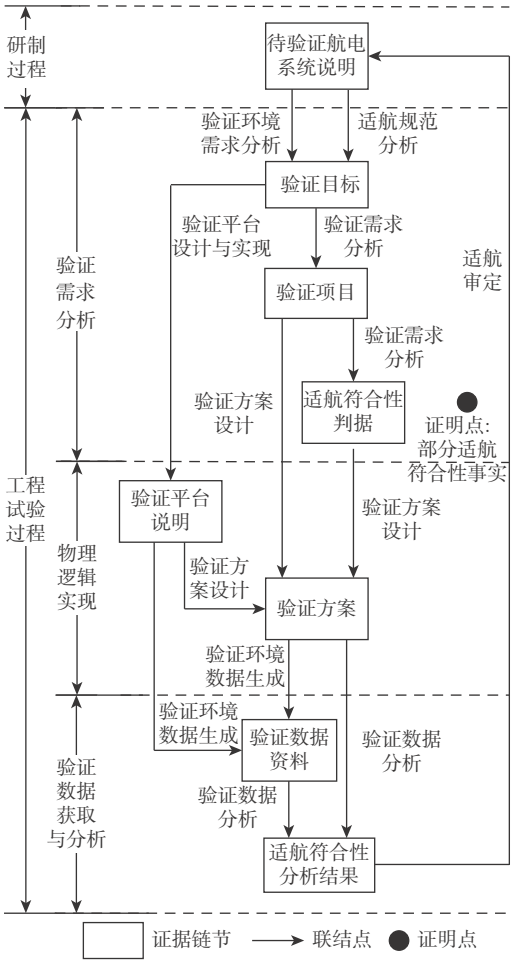


图2 符合性证据链

Fig. 2 Conformity evidence chain

按照证据链节的用途划分，可将形成符合性证据链的组成部分归为三大环节：验证需求分析环节、物理逻辑实现环节、验证数据获取与分析环节。

1）验证需求分析环节。航电系统研制过程产生的待验证航电系统说明，通过2个联结点验证环境需求分析与适航规范分析，与工程试验阶段产生的验证目标建立关系；验证目标通过联结点验证需求分析，与验证项目建立关系；通过联结点验证平台设计与实现，与验证平台说明建立关系；验证项目通过联结点验证需求分析，与适航符合性判据建立关系；验证项目、适航符合性判据通过联结点验证方案设计，与验证方案建立关系。

2）物理逻辑实现环节。验证平台说明通过联结点验证方案设计，与验证方案建立关系；通过联结点验证环境数据生成，与验证数据资料建立关系；验证方案通过联结点验证环境数据生成，与验证数据资料建立关系；通过联结点验证数据分析，与适航符合性分析结果建立联系。

3）验证数据获取与分析环节。验证数据资料通过联结点验证数据分析，与适航符合性分析结果建立联系；适航符合性分析结果通过联结点适航审定，与待验证航电系统说明建立关系。

1.3 工程试验方法

在图2的基础上，按照符合性证据链中证据链节的逻辑关系整理，进一步细化符合性证据链中联结点的关系，并按照流程图方式组织联结点，形成基于符合性证据链的航电系统工程试验方法，如图3所示。

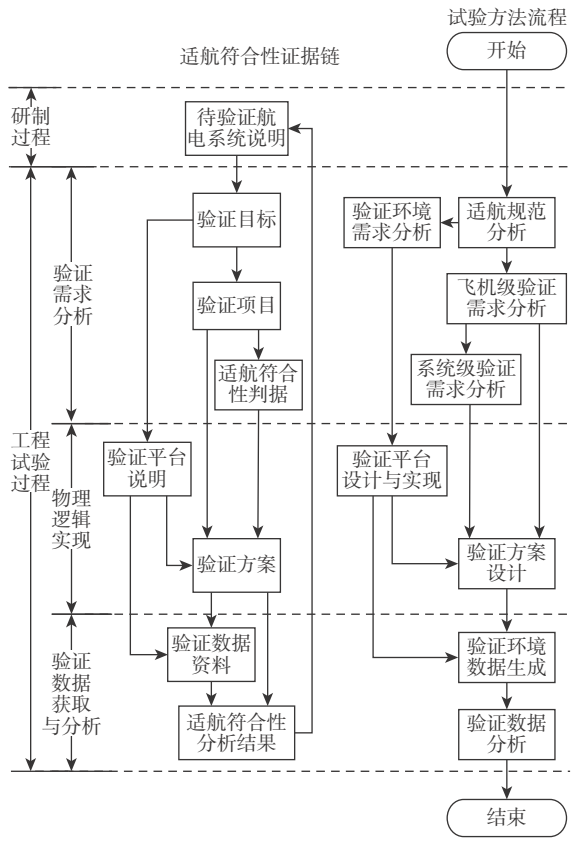


图3 基于符合性证据链的工程试验方法

Fig. 3 Engineering test method based on conformity evidence chain

在符合性证据链的三大环节中，工程试验活动的作用和流程分别为：①验证需求分析环节。进行适航规范分析与验证环境需求分析，生成验证目标；基于验证目标，进行飞机级验证需求分析；将飞机级验证需求分析结果分配到各机载系统进行系统级验证需求分析，生成验证项目；基于验证项目生成适航符合性判据。②物理逻辑实现环节。基于验证目标中的验证环境需求分析结果，进行验证平台的设计与实现，生成验证平台说明；基于验证目标、适航符合性判据、验证平台说明，对验证方案进行设计，生成包含验证环境、验证飞行任务及对应验证通过条件的验证方案。③验证数据获取与分析环节。验证平台说明基于验证方案生成验证环境数据，激励待验证航电系统说明，并接收航

电系统输出参数, 进行数据分析, 生成验证数据资料与适航符合性分析结果。

2　AFCS 验证需求分析

以核心航电 AFCS 为例, 对基于符合性证据链的工程试验方法如何应用在 AFCS 的适航验证中进行分析。

2.1　适航规范分析

国际民航组织明确机载设备需满足搭载民机及相关的设备规范标准要求, 对于安装在民机上的 AFCS, 需要符合 CCAR 25-R4[14]、AC 25.1329-1C[15]、CTSO-C198[16] 等相关规范的要求。

适航条例 CCAR 25-R4[14] 是用于颁发和更改运输类飞机型号合格证的适航标准, 是对运输类飞机及机载部件设计进行适航符合性检查的核心依据[14]。对于关键机载设备, 除需满足 CCAR 25-R4[14] 外, 还需参考具体实施细则和行业标准。例如, AC 25.1329-1C[15] 是对 AFCS 的适航要求符合性方法指南[15]; 技术标准规定 CTSO-C198[16] 对飞行导引系统最低性能、环境、计算机软件、电子硬件、标记和必须提供的资料提出进一步要求。行业标准如美国汽车工程师学会(Society of Automotive Engineers, SAE)、航空无线电技术委员会(Radio Technical Commission for Aeronautics, RTCA)及美国航空无线电公司(Aeronautical Radio Incorporated, ARINC)等组织制定的相关标准, 给出实施细则和参考符合性方法。这些适航规范标准从不同角度提出对机载设备的工程试验验证需求, 可以分为飞机级验证需求和系统级验证需求。以 AFCS 为例, 这些验证需求与一些重要的条款、规范、标准对应关系如表 1 所示。

2.2　验证环境需求分析

运输类飞机的工作范围覆盖海拔 15 000 m 以下的空间, 运行环境复杂, 环境参数变化大。CCAR 25.671(c)、(d)[14], CCAR 25.1309(a)[14], CCAR 25.1329(b)、(h)、(l)、(m)[14] 分别对飞行操纵系统故障、动力失效、预期运行条件、是否衔接自动系统、驾驶员操纵状态等所需的验证环境进行了说明。总结表 1 所示的条款要求, 结合系统结构与工作原理, 可知 AFCS 工程试验验证环境需包含:

1) 系统运行环境。包含: ①与 AFCS 协同工作的机载系统的工作状态与输出参数, 如导航系统、大气数据系统、执行机构等, 向 AFCS 提供用于生成自动飞行控制指令所需参数; ②飞机实时运动状态变化参数, 用于反映自动飞行控制指令对飞机运动状态的影响。

表 1　AFCS 工程试验验证需求与适航规范对应

Table 1　Relational table between AFCS airworthiness verification requirements and airworthiness specifications

工程试验验证需求	条款/规章	名称
飞机级验证需求	CCAR 25.671[14]	操纵系统总则
	CCAR 25.672[14]	增稳系统及自动和带动力的操纵系统
	CCAR 25.1309[14]	设备、系统及安装
系统级(性能、环境、软件和硬件)验证需求	RTCA DO-178B[15]	机载系统和设备合格审定中的软件考虑
	RTCA DO-254[17]	机载电子硬件设计保证指南
	RTCA DO-325[18]	自动飞行导引和控制系统及设备的最低性能标准
	SAE ARP4754A[19]	关于高度综合或复杂的飞机系统的合格审定考虑
	SAE ARP4761A[20]	民用机载系统和设备安全性评估过程的指导原则和方法
	CTSO-C198[16]	自动飞行导引与控制系统(AFGCS)设备
	AC 25.1329-1C[15]	飞行导引系统的批准
	CCAR 25.603, CCAR 25.605, CCAR 25.1309, CCAR 25.1316, CCAR 25.1329[14]	材料, 制造方法, 设备、系统及安装, 系统闪电防护, 飞行导引系统

2) 外界环境。包含外界环境信息参数, 如风速、风向、气温、气压等, 用于系统运行环境中飞机实时运动状态变化参数的计算。

3　AFCS 验证平台物理逻辑实现

3.1　验证平台设计与实现

基于第 2 节生成的验证环境需求分析结果, 设计基于符合性证据链的 AFCS 验证平台, 形成符合性证据链中的验证平台说明。

验证平台功能框架如图 4 所示, 由验证环境仿真模块与验证分析模块组成。其中, 验证环境仿真模块包含系统运行环境仿真子模块与外界环境仿真子模块, 用于导航参数、飞机动力学方程、执行机构状态、大气环境参数的计算; 验证分析模块包含过程控制子模块与适航验证子模块, 用于验证过程控制、验证设置、参数处理显示、适航符合性分析。为支持验证平台的运行, 平台还包含导航数据库、大气环境模型数据库、地形数据库。

在验证平台实现时, 分执行层、接口层、用户层 3 层组织平台功能, 如图 5 所示, 分层次结构使平台可扩展性更好。

1) 执行层。执行用户层验证指令, 生成用于用户层适航符合性分析的验证数据, 并发送到接口层。验证数据包含验证环境数据与 AFCS 输出参数。

2) 接口层。部署航空电子全双工交换式以太网(avionics full duplex switched ethernet, AFDX)网

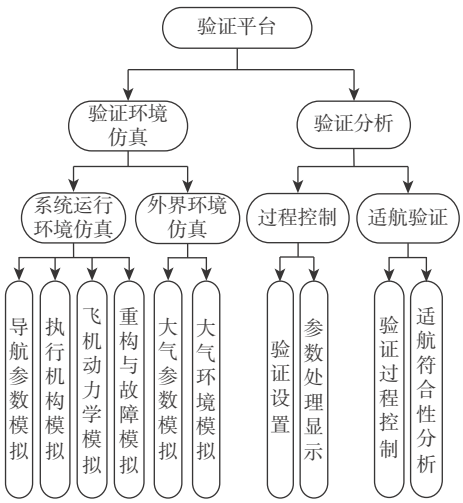


图 4 验证平台功能框架

Fig. 4 Functional framework of validation platform

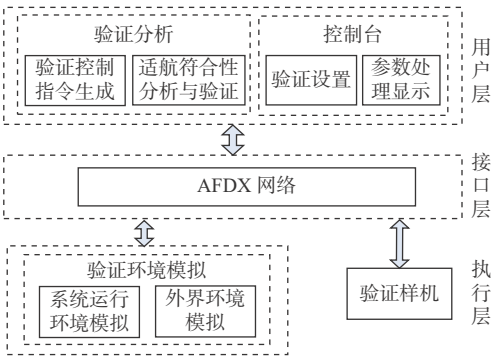


图 5 验证平台软件分层结构

Fig. 5 Layered structure of validation platform software

络，将用户层产生的指令分发给执行层的各个模块；同时，将执行层产生的验证环境数据与 AFCS 输出参数，分发到执行层与用户层的各个模块。

3）用户层。用于工程试验过程的控制和参数、验证结果的显示，提供验证设置、参数处理显示、验证控制指令生成、适航符合性分析与验证功能。

3.2 基于分类概率多场景分析的验证方案设计

基于第 2 节生成的验证项目、适航符合性判据与 3.1 节形成的验证平台说明，设计验证环境、验证飞行任务及验证通过条件，形成符合性证据链中的验证方案。

在此过程中，如何描述 AFCS 在实际运行中可能遇到的复杂随机运行环境与外界大气环境是验证方案设计的重难点，也是建立关联机载系统工作状态[21]、外界环境与 AFCS 性能之间关系的关键问题。在基于数学模型的工程试验中，即如何对运行环境与外界大气环境参数的不确定性进行有效数学描述的问题。

实际飞行数据代表适航飞机可能遇到的各种飞行任务、运行环境与外界大气环境，以及验证通过条件。在基于数学模型的工程试验中，可将实际飞行数据作为验证方案的设计依据。本文基于实际飞行数据和分类概率多场景分析方法[22]进行验证方案的设计。多场景分析是处理难以用数学描述的不确定性问题的实用方法。该方法的核心在于：先将随机变量的不确定性问题分解为变量数据的平稳特征提取问题与变量数据随机特性的量化问题，再通过穷举不同平稳特征下所有随机特性的可能取值，形成一系列生成场景，最终对生成场景进行筛选与缩减，得到典型场景。该方法避免了随机模型运用中遇到的实时解算难度大、普适性不高的问题，从而提高了对动态数据不确定性的描述能力。

基于分类概率多场景分析的验证方案设计方法流程如图 6 所示。首先，按照验证飞行任务，对实际飞行数据进行聚类处理与统计特性分析，根据统计特性随机抽样，生成验证场景。然后，通过二次聚类方法，将较多的验证场景数目优化至合理的数量，并形成对应的验证通过条件。

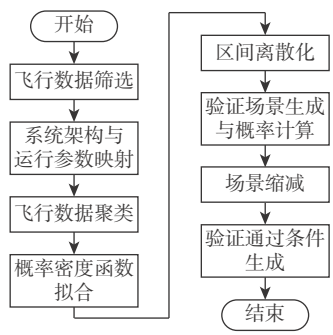


图 6 验证方案设计方法流程

Fig. 6 Flow of design method for validation scheme

1）飞行数据筛选。依据验证项目和适航符合性判据，对所需验证条款及其验证通过条件进行逻辑关联分析，依据分析结果进行排列组合，并基于 AFCS 工程验证经验形成验证飞行任务。结合飞行任务的具体内容，挑选具有代表性的飞行参数为指标，用于筛选与飞行任务对应的飞行数据。

2）系统架构与运行参数映射。结合专家审定经验，分析不同机型搭载 AFCS 的系统运行参数与系统运行环境间的关联，建立 AFCS 架构与系统运行参数映射表。

3）飞行数据聚类。基于高维数据聚类算法[23]，以对应 2.2 节要求的验证环境变量（即验证场景变量和验证通过条件变量）为分类依据，对筛选后的飞行数据进行分类。将样本数较多的多个分类对应的样本数据，用于常见验证场景生成；而样本数较少的分类代表小概率事件，是适航验证的关注

点, 将对应的样本数据用于重点验证场景的生成。

4) 概率密度函数拟合。对于样本数较多的分类, 计算每个分类中样本数据验证环境变量与所属分类的聚类中心的欧氏距离, 进行归一化处理。定义归一化处理后的距离为偏移, 基于期望最大化(expectation maximization, EM)算法[24], 结合混合高斯模型[25], 拟合出第 a 个分类中, 第 i 个验证场景变量的偏移概率密度函数 $f(x_{a,i})$, 与第 j 个验证通过条件变量的偏移概率密度函数 $f(y_{a,j})$。

对于样本数较少的分类, 基于广义极值模型[26], 结合最大似然法, 估计出第 i 个验证场景变量的广义极值模型期望 μ_i、标准差 σ_i、形状参数 γ_i, 得到验证场景变量广义极值概率密度函数 $g(x_i,\mu_i,\sigma_i,\gamma_i)$, 与第 j 个验证通过条件变量的广义极值概率密度函数 $g\left(y_j,\mu_j,\sigma_j,\gamma_j\right)$。

5) 区间离散化。对于样本数较多的分类, 以验证场景变量的偏移概率密度函数的标准差作为区间间隔, 进行区间离散化。分别将第 a 个分类第 i 个验证场景变量 $x_{a,i}$ 的偏移取值范围离散成 K 个连续等间隔区间 $\Delta x_k(k=1,2,\cdots,K)$。每个区间对应的概率为

$$p_k=\int_{\Delta x_k} f(x_{a,i})\mathrm{d}x_{a,i} \tag{1}$$

对于样本数较少的分类, 以第 i 个验证场景变量广义极值概率密度函数标准差为区间间隔, 分别将第 i 个验证场景变量 x_i 取值范围离散成 L 个连续等间隔区间 $\Delta x_l(l=1,2,\cdots,L)$。每个区间对应的概率为

$$p_l'=\int_{\Delta x_l} g(x_i,\mu_i,\sigma_i,\gamma_i)\mathrm{d}x_i \tag{2}$$

6) 验证场景生成与概率计算。

①对于样本数据较多的分类, 生成第 a 个分类相关的多个常见验证场景时, 使用轮盘赌法[27], 随机选择第 m 个常见验证场景中各验证场景变量的偏移区间, 偏移区间选择结果 $\boldsymbol{C}_m$ 表示为

$$\boldsymbol{C}_m=[c_{1,1}^m,\cdots,c_{1,K}^m,\cdots,c_{i,k}^m,\cdots,c_{I,1}^m,\cdots,c_{I,K}^m] \tag{3}$$

式中: $c_{i,k}^m$ 为布尔量, 表示第 m 个常见验证场景中第 i 个验证场景变量的第 k 个偏移区间的选择结果; I 为验证场景变量的个数。

借助偏移区间选择结果 $\boldsymbol{C}_m$, 在指定的偏移区间内进行随机数生成, 生成第 m 个常见验证场景中各验证场景变量的偏移; 将上述偏移叠加到第 a 个分类的聚类中心, 得到第 a 个分类相关的第 m 个常见验证场景, 其发生概率 $\theta_{a,m}$ 为

$$\theta_{a,m}=\prod_{i=1}^{I}\left(\sum_{k=1}^{K}\left(\int_{\Delta x_i} c_{i,k}^m f(x_{a,i})\mathrm{d}x_{a,i}\right)\right) \tag{4}$$

②对于样本数较少的分类, 同样使用轮盘赌法, 随机选择第 n 个重点验证场景中各验证场景变量所处的区间, 区间确认结果 $\boldsymbol{D}_n$ 为

$$\boldsymbol{D}_n=[d_{1,1}^n,\cdots,d_{1,L}^n,\cdots,d_{i,l}^n,\cdots,d_{I,1}^n,\cdots,d_{I,L}^n] \tag{5}$$

式中: $d_{i,l}^n$ 为布尔量, 表示第 n 个重点验证场景中第 i 个验证场景变量的第 l 个区间的确认结果。

借助区间确认结果 $\boldsymbol{D}_n$, 计算第 n 个重点验证场景的发生概率 ϕ_n:

$$\phi_n=\prod_{i=1}^{I}\left(\sum_{l=1}^{L}\left(\int_{\Delta x_l} d_{i,l}^n g(x_i,\mu_i,\sigma_i,\gamma_i)\mathrm{d}x_i\right)\right) \tag{6}$$

③将所有常见验证场景与重点验证场景的发生概率归一化, 可得第 a 个分类相关的第 m 个常见验证场景的最终发生概率 $\theta_{a,m}^*$:

$$\theta_{a,m}^*=\frac{\theta_{a,m}}{\sum_{a=1}^{A}\sum_{m=1}^{M_a}\theta_{a,m}+\sum_{n=1}^{N}\phi_n} \tag{7}$$

式中: A 为样本数较多的分类个数; M_a 为与第 a 个分类相关的常见场景个数; N 为重点验证场景的个数。

第 n 个重点验证场景的最终发生概率 ϕ_n^*:

$$\phi_n^*=\frac{\phi_n}{\sum_{a=1}^{A}\sum_{m=1}^{M_a}\theta_{a,m}+\sum_{n=1}^{N}\phi_n} \tag{8}$$

7) 场景缩减。基于 Kmeans 聚类算法[28] 对常见验证场景进行场景缩减, 合并欧氏距离较近的相似验证场景。缩减后的常见验证场景与重点验证场景作为与验证飞行任务对应的最终验证场景, 并重新计算对应的归一化发生概率。

8) 验证通过条件生成。根据工程试验验证需求, 利用第 a 个分类常见验证场景的验证通过条件变量的偏移概率密度函数 $f(y_{a,j})$、重点验证场景的验证通过条件变量的广义极值概率密度函数 $g\left(y_j,\mu_j,\sigma_j,\gamma_j\right)$, 结合目标飞机型号与飞机性能, 以及适航规章、技术规范与咨询通告具体条款, 构成最终验证场景中各验证通过条件变量的验证通过条件。

最终, 基于实际飞行数据生成的验证场景, 即可描述系统运行环境与外界大气环境参数的不确定性, 以及相应的验证通过条件。

4　AFCS 验证数据获取与分析

在验证数据获取与分析阶段, 验证平台完成如下工作: 基于 3.2 节的验证方案, 生成符合性证据链中的验证数据资料; 基于 3.2 节的验证通过条件, 生成适航符合性分析结果。

在此过程中, 如何判断在复杂随机的运行环境与外界大气环境下 AFCS 的适航符合性, 即多验证

场景下，验证数据资料对于验证通过条件的符合性判断是适航符合性分析结果生成中的关键问题。可采用证据理论，对验证数据资料中的单个验证场景下验证通过条件变量与对应验证通过条件的符合性进行融合，得到单个验证场景下的符合性分析结果；采用证据理论对各验证场景的符合性分析结果进行二次融合，得到多验证场景下的适航符合性分析结果；最终多验证场景下的适航符合性分析结果作为航电系统的适航符合性分析结果。

然而，传统证据理论在进行融合决策时，赋予了不同验证场景的符合性分析结果相同的权重，即假设每个场景的发生概率都是相同的，这与验证场景的统计特性相悖，导致传统证据理论不能反映验证场景的统计特性对适航符合性分析结果的影响，分析结果不能充分反映客观的适航符合性事实。

为解决上述问题，本文提出基于加权 Dempster-Shafer（D-S）证据理论的航电系统适航符合性评估方法，如图7所示。首先，获取所有最终验证场景的验证数据资料，根据3.2节获得的验证通过条件，计算最终验证场景的各个验证通过条件变量的基本概率赋值；然后，利用D-S证据理论对所有验证通过条件变量的基本概率赋值进行融合，得到各个最终验证场景的基本概率赋值；最后，结合验证方案中最终验证场景的发生概率，利用加权D-S证据理论对验证场景的基本概率赋值进行融合，得到最终的适航符合性分析结果。

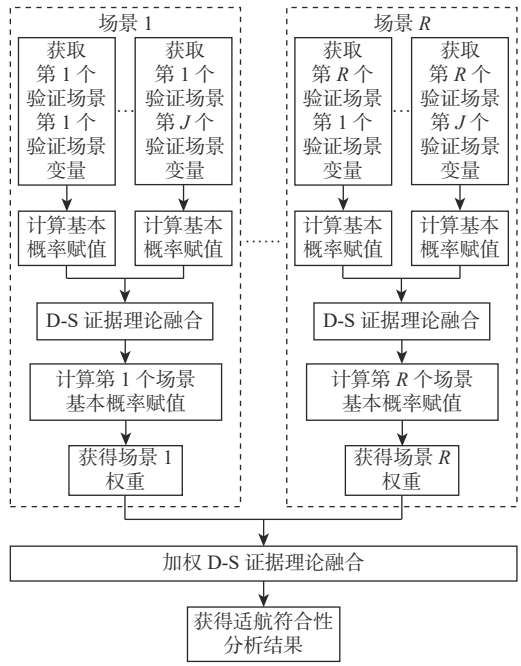


图7 基于加权D-S证据理论的适航符合性评估方法

Fig. 7 Method of airworthiness conformity evaluation based on weighted D-S evidence theory

基于证据理论，设识别框架 $\Theta=\{E,F\}$：事件 E 表示满足验证需求，事件 F 表示不满足验证需求。设 G_i 为幂集 2^{Θ} 中的任一子集。

1）变量的基本概率赋值计算。采用Sigmoid函数[29]作为验证通过条件变量的隶属度函数。发生事件 E 时，第 s 个最终验证场景的第 j 个验证通过条件变量 $y_{s,j}$ 的隶属度函数 $v_E(y_{s,j})$ 可表示为

$$v_E\left(y_{s,j}\right)=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{-\left(y_{s,j}-\pi_{s,j}\right)}} \tag{9}$$

式中：$\pi_{s,j}$ 为 $y_{s,j}$ 的验证通过条件。

发生事件 F 时，隶属度函数 $v_F(y_{s,j})$ 可表示为

$$v_F\left(y_{s,j}\right)=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{y_{s,j}-\pi_{s,j}}} \tag{10}$$

此时，验证通过条件变量 $y_{s,j}$ 的基本概率赋值 $h_E(y_{s,j})$、$h_F(y_{s,j})$ 可由式(11)、式(12)计算[30]：

$$h_E\left(y_{s,j}\right)=\frac{v_E\left(y_{s,j}\right)}{\sum_{j=1}^{J} v_E\left(y_{s,j}\right)} \tag{11}$$

$$h_F\left(y_{s,j}\right)=\frac{v_F\left(y_{s,j}\right)}{\sum_{j=1}^{J} v_F\left(y_{s,j}\right)} \tag{12}$$

式中：J 为验证通过条件变量个数。

2）场景的基本概率赋值计算。通过D-S证据理论融合，可将第 s 个最终验证场景中所有验证通过条件变量的基本概率赋值 $h_E(y_{s,j})$、$h_F(y_{s,j})$ 融合为第 s 个最终验证场景的基本基本概率赋值 $\varphi_E(s)$、$\varphi_F(s)$，融合结果由式(13)、式(14)计算：

$$\begin{cases} K_E=1-\sum\limits_{G_1\cap\cdots\cap G_J=\varnothing} h_E\left(y_{s,1}\right)\ h_E\left(y_{s,2}\right)\cdots h_E\left(y_{s,J}\right) \\ \varphi_E(s)=\dfrac{1}{K_E}\sum\limits_{G_1\cap\cdots\cap G_J=E} h_E\left(y_{s,1}\right)\ h_E\left(y_{s,2}\right)\cdots h_E\left(y_{s,J}\right) \end{cases} \tag{13}$$

$$\begin{cases} K_F=1-\sum\limits_{G_1\cap\cdots\cap G_J=\varnothing} h_F\left(y_{s,1}\right)\ h_F\left(y_{s,2}\right)\cdots h_F\left(y_{s,J}\right) \\ \varphi_F(s)=\dfrac{1}{K_F}\sum\limits_{G_1\cap\cdots\cap G_J=F} h_F\left(y_{s,1}\right)\ h_F\left(y_{s,2}\right)\cdots h_F\left(y_{s,J}\right) \end{cases} \tag{14}$$

式中：K_E、K_F 分别为发生事件 E、F 时的冲突系数。

3）加权D-S证据理论融合。在获得的航电系统的适航符合性分析结果中，以方案设计中得到的验证场景发生概率作为加权值，对各个场景的基本概率赋值进行加权融合，得到加权后的基本概率赋值 $\psi_E(s)$、$\psi_F(s)$ 为

$$\psi_E(s)=\frac{\varphi_E(s)}{\sum_{s=1}^{R}\eta_s\varphi_E(s)} \tag{15}$$

$$\psi_F(s)=\frac{\varphi_F(s)}{\sum_{s=1}^{R}\eta_s\varphi_F(s)} \tag{16}$$

式中: R 为最终验证场景个数; η_s 为第 s 个最终验证场景的归一化发生概率。

分别对 $\psi_E(s)$、$\psi_F(s)$ 进行 D-S 证据理论融合, 融合过程与 $h_E(y_{sj})$、$h_F(y_{sj})$ 相似。获得所有场景中发生事件 E 的基本概率赋值 ζ_E 和发生事件 F 的基本概率赋值 ζ_F, 通过比较两者的大小得出航电系统的适航符合性分析结果。

5　B737 自动飞行模式工程试验实例

以波音 B737 的 AFCS 高度捕获模式自动预位与捕获的工程试验为例, 对基于符合性证据链的工程试验方式进行验证。

1) 在验证需求分析阶段, 基于第 2 节的方法进行分析, 形成验证目标, 得到如表 2 所示的验证需求矩阵。

基于表 2 所示的验证需求矩阵, 对条款及其验证通过要求的逻辑关联进行分析, 形成验证项目与适航符合性判据。最终将条款分为 2 类: ①高度捕获模式对运行环境响应相关条款, RTCA DO-325 2.2.10[18] 规定了飞行模式对飞机高度变化的响应, AC 25.1329-1C 64.g.(2).(h)[15] 规定了高度捕获模式对气压高度表变化的响应。上述条款与高度捕获模式对运行环境响应相关, 可合并验证。②运行环境对高度捕获模式响应相关条款, CCAR 25.671(c)[14] 和 CCAR 25.1309(b)、(d)[14] 规定了在高度捕获过程中, 当与 AFCS 关联的部分机载系统失效时, 其他机载系统对 AFCS 输出的响应; CCAR 25.1329(c)[14] 规定了运行环境对高度捕获模式变化的响应; AC 25.1329-1C 64.g.(2).(i)[15] 规定了飞机参考空速对 AFCS 工作模式变化的响应。上述条款与运行环境对高度捕获模式的响应相关, 可合并验证。

2) 在物理逻辑实现阶段, 基于验证需求分析阶段得到的验证环境需求分析结果, 设计并实现图 4 和图 5 所示的验证平台。形成验证平台说明后, 结合验证项目与适航符合性判据, 开始验证方案的设计。

表 2　验证需求矩阵

Table 2　Matrix of validation requirements

适航规章/技术标准/咨询通告条款	验证通过要求	验证需求等级
CCAR 25.671(c)[14]	执行机构故障的情况下仍能继续安全飞行	纯飞机级需求
CCAR 25.1309(b)、(d)[14]	极不可能发生妨碍安全飞行与机组处理的失效状态	
RTCA DO-325 2.2.10[18]	在不同的预设高度点从不同的垂直模式自动切换到高度获取模式	
CCAR 25.1329(c)[14]	飞行模式切换导致的航迹瞬变不能大于微小瞬变	
AC 25.1329-1C 64.g.(2).(h)[15]	在高度捕获期间, 调整气压高度表不会导致高度捕获失败	兼顾飞机级与系统级需求
AC 25.1329-1C 64.g.(2).(i)[15]	从其他垂直模式自动切换到高度获取模式或高度获取模式工作时保持参考空速	

在验证需求分析阶段, 通过对表 2 中各条款及其验证通过要求的逻辑关联分析结果可知, 设计验证方案时应注意的事项有: ①验证飞行任务应还原整个 AFCS 高度捕获过程。②验证环境应包含高度捕获过程中 AFCS 参数设置与系统验证环境, 即关联机载系统的状态、外部大气环境及飞机运动状态。③验证通过条件应包含 AFCS 的状态、关联机载系统的状态、外部大气环境及飞机运动状态的其中之一。

应用基于分类概率多场景分析的验证方案设计方法, 选择来自机载快速存取记录器(quick access recorder, QAR)的实际飞行数据。本文收集了某航司 2 年期间的 B737 与 A320 机型 QAR 数据集, 对本文 3.2 节中所提的验证方案设计方法生成的最终验证场景进行验证。

①进行飞行数据筛选时, 设计的用于 AFCS 高度捕获模式的自动预位与高度捕获验证飞行任务如图 8 所示。结合验证飞行任务的具体内容, 以航迹倾斜角、垂直加速度为指标, 筛选出处于爬升与下降飞行阶段、使用高度获取模式捕获高度的飞行数据。

②进行系统架构与运行参数映射时, 根据专家审定经验总结, 分析飞行数据中包含的 A320 机型及其搭载的 AFCS 与待测的 B737 机型及其搭载的待测 AFCS 的对应关系, 编写相应的设备参数映射表与 AFCS 工作状态映射表。由于篇幅有限, 此处仅给出如表 3 所示的 AFCS 架构映射。其中, FMGC 为飞行管理导引计算机(flight management and guidance computer), ELAC 为升降舵副翼计算机(elevator and aileron computer), SEC 为扰流板升降舵计算机(spoiler elevator computer), FAC 为飞行增稳计算机(flight augmentation computer), FM 为飞行

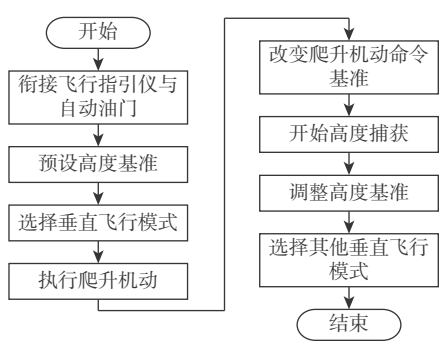


图 8　验证飞行任务流程

Fig. 8　Flow of validation flight mission

表3 AFCS架构映射

Table 3 Mapping of AFCS architecture

机型	设备
A320	FMGC, ELAC+SEC+FAC, FM(FMGC), FADEC, ADIRS
B737	AFDC, PFC, FM(AIMS), EEC, ADM

管理(flight management), FADEC为全权限数字式发动机控制(full authority digital engine control), ADIRS为大气数据惯性基准系统(air data/inertial reference system), AFDC为自动驾驶飞行指引计算机(autopilot flight director computer), PFC为主飞行计算机(primary flight computer), AIMS为飞机信息管理系统(aircraft information management system), EEC为发动机电子控制器(engine electronic controller), ADM为大气数据模块(air data module)。表4为AFCS工作模式映射。其中, NAV为导航(navigation), HDG/TRK为航向/航迹(heading/track), LOC为航向道(localizer), CLB为爬升(climb), DES为下降(descend), ALT为高度(altitude), V/S为垂直速度(vertical speed), FPA为飞行航径角(flight path angle), EXPEDITE为加速(expedite), G/S为下滑道(glideslope), LNAV为水平导航(lateral navigation), VNAV为垂直导航(vertical navigation), FLCH为飞行高度层改变(flight level change)。

③进行方案设计的后续工作内容,经飞行数据聚类、概率密度函数拟合、区间离散化、验证场景概率计算后,随机生成600个验证场景;通过Kmeans算法进行场景缩减。得到40个最终验证场景。鉴于篇幅限制,给出其中8个场景的发生概率,如表5所示。

对缩减后的验证场景是否有效模拟系统运行环境进行分析,即进行需求覆盖度分析。分析结果表明,可适用的各种垂直模式需求覆盖率为100%。在东西向飞行对应的2个航向角区间内,高度捕获模式的预设高度基准对分配给东西向飞行的高度层覆盖率为100%。因此,缩减后的验证场景能有效模拟可能的系统运行环境。

表4 AFCS工作模式映射

Table 4 Mapping of AFCS working modes

机型	水平模式	垂直模式
A320	NAV, HDG/TRK, LOC	CLB, DES, ALT, V/S-FPA, EXPEDITE, G/S
B737	LNAV, HDG/TRK, LOC	VNAV, ALT, V/S-FPA, FLCH, G/S

表5 部分场景的发生概率

Table 5 Occurrence probability of some scenarios

场景序号	概率值	场景序号	概率值
1	0.221	5	0.001
2	0.105	6	0.006
3	0.024	7	0.013
4	0.037	8	0.005

对缩减后的验证场景是否有效模拟外界大气环境参数的不确定性进行分析,以各验证场景的爬升机动开始时刻、高度捕获开始时刻风速为依据,进行统计分析,结果如图9所示。可见,2个时刻的风速均近似服从以各自时刻的风速为均值的正态分布,表明场景能够有效模拟外界大气环境参数的不确定性。

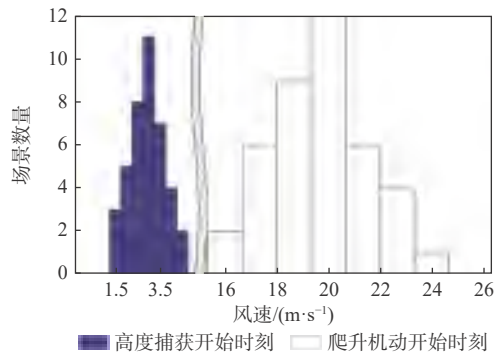


图9 爬升机动开始时刻、高度捕获开始时刻风速的统计直方图

Fig. 9 Statistical histogram of wind speed at beginning of climbing maneuver and altitude capture

④设计验证通过条件时,限于篇幅,以验证表2需求矩阵中的适航条款CCAR 25.1329(c)[14]为例。结合CCAR 25-R4[14]对微小瞬变的定义,与民机系统安全性评估指南SAE ARP4761A[20]对失效严重情况的说明与定义分析,设计如下的适航条款CCAR 25.1329(c)[14]验证通过条件:在前述验证方案设计工作基础上,判断其他垂直模式切换到高度捕获模式时段,获取此时段内飞机高度、垂直加速度、俯仰角、俯仰角加速度的偏移概率密度函数,结合适航条款对微小瞬变的概率要求,利用分位数法获得微小瞬变的量化定义,此量化定义即可作为验证通过条件。

最终,验证飞行任务、所有可用的验证场景与适航条款对应的验证通过条件,构成了波音B737 AFCS高度捕获模式自动预位与捕获的验证方案。

3)在验证数据获取与分析阶段,基于设计好的验证平台和验证方案,基于第4节的加权D-S证据理论的适航符合性评估方法,对AFCS高度捕获模式自动预位与捕获进行适航符合性分析。

以适航条款AC 25.1329-1C 64.g.(2).(i)[15]与CCAR 25.1329(c)[14]为例。首先,根据式(9)~式(12),计算每个最终验证场景中,各验证通过条件变量的基本概率赋值。以验证场景1为例,最终验证场景

1 中验证通过条件变量的基本概率赋值如表 6 所示。其中, m_1、m_2、m_3、m_4、m_5 分别为场景 1 下飞机的高度、垂直加速度、俯仰角、俯仰角加速度、空速对应的证据体。由式(13)～式(16), 使用 D-S 证据理论对其进行融合, 得到场景 1 对应证据体 k_1 的基本概率赋值, 如表 7 所示。

表 6　场景 1 下验证通过条件变量基本概率赋值

Table 6　Basic probability assignment for conditional related variables under scenario 1

证据体	基本概率赋值	
	满足验证需求	不满足验证需求
m_1	0.903 2	0.097 8
m_2	0.753 5	0.247 5
m_3	0.871 3	0.129 7
m_4	0.847 7	0.153 3
m_5	0.810 2	0.190 8

表 7　场景 1 的基本概率赋值

Table 7　Basic probability assignment for scenario 1

证据体	基本概率赋值	
	满足验证需求	不满足验证需求
k_1	0.999 6	0.000 4

整理场景的基本概率赋值和场景的发生概率, 得到如表 8 所示的部分场景基本概率赋值结果, 图 10 为的场景基本概率赋值与场景权重系数关系。从图 10 中可以看出, 权重系数大于 0.02 的场景, 其基本概率赋值随权重系数的变化较缓慢, 权重系数小于或等于 0.02 的场景, 其基本概率赋值随权重系数剧烈变化, 原因是: 权重系数较小的场景中包含极端小概率场景, 导致部分场景中满足/不满足验证通过条件的 AFCS 基本概率赋值随着权重系数急剧变化。

在得到最终的适航符合性分析结果时, 基于传统证据理论和基于加权 D-S 证据理论得到的适航符合性分析结果如表 9 所示。2 种方法得到的结果均得到, 识别框架为 E 时的基本概率赋值大于识别框架为 F 时的基本概率赋值, 表明待验证的 AFCS 符合适航规范 AC 25.1329-1C 64.g.(2).(i)[15] 与 CCAR 25.1329(c)[14] 的验证需求。但是, 相比于传统证据理论, 基于加权 D-S 证据理论得到的识别框架为 E 时的基本概率赋值与识别框架为 F 时的基本概率赋值之差更大, 因此, 得到的适航符合性分析结果的可信度更高。

表 8　部分场景基本概率赋值结果

Table 8　Basic probability assignment results for some scenarios

证据体	权重系数	基本概率赋值	
		满足验证需求	不满足验证需求
k_1	0.221	0.999 6	0.000 4
k_2	0.105	0.759 4	0.240 6
k_3	0.024	0.840 3	0.159 7
k_4	0.037	0.790 5	0.209 5
k_5	0.001	0.269 4	0.730 6
k_6	0.006	0.441 7	0.558 3
k_7	0.013	0.381 4	0.618 6
k_8	0.005	0.220 7	0.779 3

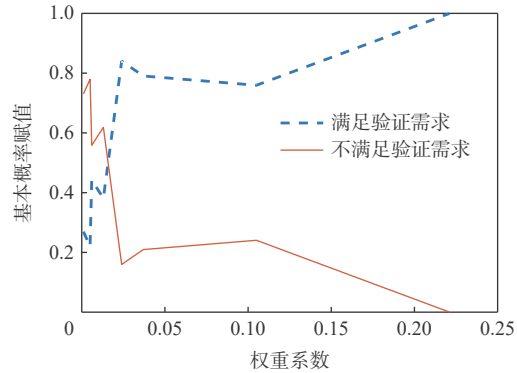


图 10　基本概率赋值结果与场景权重系数折线图

Fig. 10　Line chart of results of basic probability assignment function and scenario weighting coefficients

表 9　AFCS 适航符合性分析结果

Table 9　AFCS airworthiness conformity analysis results

算法	基本概率赋值	
	满足验证需求	不满足验证需求
传统证据理论	0.623 2	0.376 8
加权D-S证据理论	0.735 2	0.264 8

6　结　论

1) 本文提出基于符合性证据链的航电系统工程试验方法, 可用于形成逻辑严密、可追溯的适航符合性验证材料。

2) 以 AFCS 的工程试验为例, 设计并实现了基于符合性证据链的验证平台, 可用于 AFCS 工程验证。

3) 在验证方案设计中, 提出一种基于分类概率多场景分析的验证方案设计方法, 有效解决了复杂验证环境中部分参数不确定性描述问题。

4) 在验证数据分析中, 提出一种基于加权 D-S 证据理论的适航符合性评估方法, 有效提高了多场景多参数条件下的适航符合性结果可信度。

5) 基于实际飞行数据, 对一个 AFCS 工作模式进行工程试验, 结果表明, 本文方法有效可行。

本文提出的基于符合性证据链的航电系统工

程试验方法具有一定的参考意义，下一步将引入联合聚类方法，提升验证方案设计方法中飞行数据聚类效果，提高对不确定参数的描述能力。

参考文献（References）

[1] 毛志威, 屈展文, 张彤, 等. 基于MBSE的民机审定试飞场景设计[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(8): 1768-1775.
MAO Z W, QU Z W, ZHANG T, et al. Design of civil aircraft certification test flight scenario based on MBSE[J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(8): 1768-1775(in Chinese).

[2] LI H M, ZHANG X N, TANG C, et al. A functional requirements development and management approach applied to a civil aircraft program[C]//Proceedings of the Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology. Berlin: Springer, 2019: 3025-3039.

[3] VILJOEN D, HOLM J. A life cycle model for the development of airborne electronic equipment[J]. South African Journal of Industrial Engineering, 2017, 28(3): 89-104.

[4] FENG T T, ZHAO Y R, HOU X J, et al. Research on software testing technique of airborne equipment based on airworthiness[J]. Procedia Engineering, 2011, 17: 489-496.

[5] Radio Technical Commission for Aeronautics. Software considerations in airborne systems and equipment certification: RTCA DO-178B[S]. Washington, D. C. : Radio Technical Commission for Aeronautics, 1992.

[6] DU X Y, DU C L, CHEN J C, et al. A FACE-based simulation and verification approach for avionics systems[C]//Proceedings of the IEEE 3rd Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1509-1513.

[7] ULBIG P, MÜLLER D, TORENS C, et al. Flight simulator-based verification for model-based avionics applications on multi-core targets[C]//Proceedings of the AIAA Scitech 2019 Forum. Reston: AIAA, 2019: 1976.

[8] 高振兴, 徐彧. 民机自动飞行模式设计规范与适航性分析[J]. 航空计算技术, 2017, 47(3): 80-84.
GAO Z X, XU Y. Design specification and airworthiness analysis of automatic flight modes for civil aircraft[J]. Aeronautical Computing Technique, 2017, 47(3): 80-84(in Chinese).

[9] 黄雷, 禚真福, 岳崇旺, 等. 基于飞行自动控制系统的单机件综合测试平台设计[J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(10): 2630-2631.
HUANG L, GAO Z F, YUE C W, et al. Design of single unit testing platform of AFCS[J]. Computer Measurement & Control, 2013, 21(10): 2630-2631(in Chinese).

[10] LIU F, WANG L X, TAN X S. Digital virtual flight testing and evaluation method for flight characteristics airworthiness compliance of civil aircraft based on HQRM[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(1): 112-120.

[11] MI Y, WANG A L, SONG H. Research on mission characteristics-based evaluation model of flight test workload[J]. Journal of Physics:Conference Series, 2021, 1780(1): 012012.

[12] 郭夏菁. 刑事案件证据链类型化构建研究[D]. 上海: 华东政法大学, 2018: 24-42.
GUO X J. The study of evidence chain typed construct in criminal case[D]. Shanghai: East China University of Political Science and Law, 2018: 24-42(in Chinese).

[13] DING J H, HU X H, GUDIVADA V. A machine learning based framework for verification and validation of massive scale image data[J]. IEEE Transactions on Big Data, 2021, 7(2): 451-467.

[14] 中国民用航空局. 中国民用航空规章 第25部: 运输类飞机适航标准: CCAR 25-R4[S]. 北京: 中国民用航空局, 2016.
Civil Aviation Administration of China. China civil aviation regulations Part 25: Airworthiness standards for transport airplanes: CCAR 25-R4[S]. Beijing: Civil Aviation Administration of China, 2016(in Chinese).

[15] Federal Aviation Administration. Advisory circular (AC): Approval of flight guidance systems, including change 1: AC 25.1329-1C[S]. Washington, D. C. : Federal Aviation Administration, 2014.

[16] 中国民用航空局. 中国民用航空技术标准规定: 自动飞行导引与控制系统 (AFGCS) 设备: CTSO-C198[S]. 北京: 中国民用航空局, 2013.
Civil Aviation Administration of China. China civil aviation technical standard order (CTSO): Automatic flight guidance and control system (AFGCS) equipment: CTSO-C198[S]. Beijing: Civil Aviation Administration of China, 2013(in Chinese).

[17] Radio Technical Commission for Aeronautics. Design assurance guidance for airborne electronic hardware: RTCA DO-254[S]. Washington, D. C. : Radio Technical Commission for Aeronautics, 2000.

[18] Radio Technical Commission for Aeronautics. Minimum operation performance standards (MOPS) for automatic flight guidance and control systems and equipment: RTCA DO-325[S]. Washington, D. C. : Radio Technical Commission for Aeronautics, 2010.

[19] Society of Automotive Engineers International. Guidelines for development of civil aircraft and systems: SAE ARP4754A[S]. Washington, D. C.: Society of Automotive Engineers International, 2010.

[20] Society of Automotive Engineers International. Guidelines and methods for conducting the safety assessment process on civil airborne systems and equipment: SAE ARP4761A[S]. Washington, D. C. : Society of Automotive Engineers International, 2023.

[21] LIN M D, CUI G X, ZHANG Z S. Large eddy simulation of aircraft wake vortex with self-adaptive grid method[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2016, 37(10): 1289-1304.

[22] 孙惠娟, 刘君, 彭春华. 基于分类概率综合多场景分析的分布式电源多目标规划[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(12): 39-45.
SUN H J, LIU J, PENG C H. Multi-objective DG planning based on classified probability integration multi-scenario analysis[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(12): 39-45(in Chinese).

[23] RATHORE P, KUMAR D, BEZDEK J C, et al. A rapid hybrid clustering algorithm for large volumes of high dimensional data[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2019, 31(4): 641-654.

[24] WU D, MA J W. A two-layer mixture model of Gaussian process functional regressions and its MCMC EM algorithm[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(10): 4894-4904.

[25] YAO L, GE Z Q. Scalable semisupervised GMM for big data quality prediction in multimode processes[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(5): 3681-3692.

[26] MEHRNIA N, COLERI S. Wireless channel modeling based on ex-

treme value theory for ultra-reliable communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(2): 1064-1076.

[27] GUPTA N, KHOSRAVY M, PATEL N, et al. A bi-level evolutionary optimization for coordinated transmission expansion planning [J]. IEEE Access, 2018, 6: 48455-48477.

[28] RAZI F F. A hybrid DEA-based K-means and invasive weed optimization for facility location problem[J]. Journal of Industrial Engineering International, 2019, 15(3): 499-511.

[29] LIU W B, WANG Z D, YUAN Y, et al. A novel sigmoid-function-based adaptive weighted particle swarm optimizer[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(2): 1085-1093.

[30] 罗谦, 李琦, 文涛, 等. 机场到港旅客换乘时间效率评价指标优选[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(12): 2365-2372.
LUO Q, LI Q, WEN T, et al. Optimization of transfer time efficiency evaluation index for airport arriving passengers[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(12): 2365-2372(in Chinese).

Engineering test method for avionics system based on conformity evidence chain

ZHONG Lunlong[1,*], ZHANG Zhuoxuan[2], CHEN Yonggang[3]

(1. Tianjin Key Laboratory for Advanced Signal Processing, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. Zhuhai Terminal Air Traffic Control Center, Civil Aviation Administration of China, Zhuhai 519015, China;
3. AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710065, China)

Abstract: In order to form logical and traceable airworthiness conformity materials, an engineering test method for an avionics system based on a conformity evidence chain is proposed, and the key problems in the implementation are analyzed and studied. A validation platform based on the specifications of an automatic flight control system's airworthiness verification is built and implemented, using the engineering test of the system as an example. In the validation scheme, for the problem of describing the uncertainty of some parameters under complex validation scenarios, an authentication scheme based on classification probability multi-scene analysis is proposed. Based on the requirements of airworthiness verification, the flight data is filtered. To characterize the uncertainty of specific parameters under the validation scenario, a deterministic scenario with the occurrence probability is constructed by applying statistical characteristic analysis, random sampling, and merge reduction to the filtered flight data. A method for analyzing airworthiness compliance based on weighted Dempster-Shafer evidence theory is proposed, with the goal of addressing the issue of airworthiness conformity judgment in multi-scenario and multi-parameter conditions through validation data analysis. The occurrence probability of deterministic scenes is taken as the weight to conduct evidence fusion, and the interference of some small probability scenes on the fusion results is avoided. The suggested approach is practical and efficient, as demonstrated by the outcomes of the automatic flight mode engineering test conducted utilizing real flight data for the automatic flight control system.

Keywords: conformity evidence chain; engineering test; classification probability multi-scene analysis; Dempster-Shafer evidence theory; automatic flight control system

Received: 2022-07-27; **Accepted**: 2022-09-09; **Published Online**: 2022-11-28 11:31

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221125.1941.001

Foundation items: Special Research Fund of Ministry of Industry and Information Technology (MJ-2017-S-44); Aeronautical Science Foundation of China (201908067001)

* **Corresponding author**. E-mail: zlunlong@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0488

基于自抗扰方法的无人机控制律设计

左玲*，张翔伦，李志宇，秦玮，侯琳，杨森
(西安飞行自动控制研究所 飞行器控制一体化技术重点实验室，西安 710070)

摘 要：针对多平台、多任务的无人机飞行控制律的快速开发问题，提出一种基于自抗扰方法的无人机控制律架构，设计了可复用的扩展状态观测器及微分跟踪器，研究对比了其在3种具有较大差异的无人机平台中的应用，使7 000 kg的超音速UAV_A获得了更优的敏捷性结果，在60 kg的缩比UAV_B完成了5.8g的半滚倒转大过载机动飞行试验，基于10 kg的平直翼UAV_C实现了12架机紧编队的精确轨迹控制飞行试验。仿真及试飞结果表明：所提自抗扰控制结构响应快速、控制精度高、鲁棒性强，能够较好地适应多类无人机、面向多种任务场景的控制需求，且不需调参就能够获得较好的控制效果，为飞行控制算法设计提供了新的技术途径。

关 键 词：自抗扰控制；无人机；飞行控制；大过载机动飞行；编队飞行；非线性状态误差反馈控制

中图分类号：V249.122+.1; V249.122+.2; V249.122+.3; V249.122+.4

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1512-11

无人机以其低成本、强灵活性、高作战效率等优点，在战场侦察、电子干扰、目标搜索及打击等方面担任越来越重要的角色，成为现代战争中不可缺少的军事手段。经过几十年的发展，无人机的应用领域不断拓展，种类不断增多，速度涵盖米级低速与超音速，质量从公斤级到重达吨级，性能也从稳定飞行跃升至大过载大机动飞行。

飞行控制系统是无人机的核心，面对类型多样、功能迥异、性能差别巨大的无人机，控制系统面临的对象是典型的不确定非线性系统，超高速/较低速、大机动等飞行特点将使无人机处于高动态、非线性、强不确定性、强耦合的复杂气动环境中，对响应速度、跟踪精度、动态特性和鲁棒性的极高要求，都给飞行控制带来了新的挑战，传统比例积分微分 (proportional-integral-derivative, PID) 控制已经难以适应。基于现代控制理论发展起来的飞行控制设计技术在非线性控制方面获得了改善。但由于大部分方法都过分依赖于对象精确的数学模型，因此，不能从根本上解决复杂不确定性和非线性系统的问题。

自抗扰控制器 (active disturbance rejection controller, ADRC) 是韩京清研究员针对同时具有内部和外部不确定性的非线性系统控制问题提出的[1]，控制器具有抗干扰能力强、控制结构简单、控制精度高、响应速度快、鲁棒性强、可用于解耦控制等诸多优点[2-4]。

高志强于1996年在克利夫兰州立大学成立先进控制研究中心持续进行ADRC的研究，在参数设计、硬件测试和工业应用等方面都获得突破，在方法、理论、技术和应用上取得了开创性进展[5-7]。文献[8]中谈到控制科学的范式，认为区别与传统的工业范式和模型范式，自抗扰控制作为抗扰范式为工业控制设计提供了一个崭新的框架，在设计控制器时不要求必须精确建立被控对象的模型，从而在黑箱法和白箱法之间构建了灵活、直观、逐渐完善的灰箱法，这也正是解决实际问题的切实可行的思维方式。

ADRC的这些优势，正符合无人机多构型、多

收稿日期：2022-06-13；录用日期：2023-02-24；网络出版时间：2023-03-29 10:03
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230329.0902.002
*通信作者. E-mail：zuoling0@hotmail.com

引用格式：左玲，张翔伦，李志宇，等. 基于自抗扰方法的无人机控制律设计[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1512-1522.
ZUO L，ZHANG X L，LI Z Y，et al. UAV control law design method based on active-disturbance rejection control[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1512-1522 (in Chinese).

模态、非线性、大机动飞行条件下的鲁棒、精确控制需求, 也在无人机飞行控制中取得了一定的成果[9-15], 但基本为数学仿真, 缺乏工程应用经验。本文研究适应无人机多模态多构型控制需求的自抗扰控制方法, 同时关注控制方法的工程实用性、确认与验证的可行性, 给出内环基于欧拉角控制的嵌套式轨迹控制结构, 使所研究的控制方法具有工程实用性。同时, 将自抗扰控制方法在 3 种无人机中的成功应用进行总结, 以期获得其在飞行控制系统中越来越广泛及成熟的应用。

1　自抗扰控制方法

韩京清[1]于苏联留学期间, 深受当时 Bang-Bang 控制与变结构控制的影响, 将传统 PID 结构的缺点归纳为: ①系统闭环动态品质对增益变化太敏感, 使增益需要随环境变化; ②直接基于误差反馈能够消除稳态误差, 但会产生“快速性”与“超调”间的矛盾; ③由于缺乏相关测量信号或合适的微分器, PID 控制经常被限制为 PI 控制, 从而限制了控制器能力; ④PID 的误差积分在应对无扰动或时变扰动情形时能力薄弱。

韩京清[1]最初主要基于“小误差时引入大增益、大误差时采用小增益”的设计思想引入非线性反馈环节, 以降低系统对环境条件的敏感度、优化 PID 控制。随后借鉴最优控制的 Bang-Bang 控制思想, 引入跟踪微分器 (tracking differentiator, TD) 解决快速性与超调的矛盾; 引入扩张状态观测器 (extended state observer, ESO) 获得信号的微分, 同时避免对数字信号直接微分带来的噪声。通过非线性控制结构, 实现非线性状态误差反馈控制 (nonlinear sate error feedback, NLSEF)。这些环节组合在一起, 成为 ADRC。

对于输入为 u、输出为 y、受未知外界扰动 w 的非线性不确定 n 阶系统, 经典的 ADRC 由如图 1 所示 3 部分组成。其中, ESO 用于获取系统状态信息 z_1～z_n 和扰动信息 z_{n+1}, TD 对控制指令 V 进行处理以获得满足性能要求的过渡过程 v_1～v_n, NLSEF 通过对状态误差 e_1～e_n 的非线性反馈的 PID 组合控制实现指令跟踪。

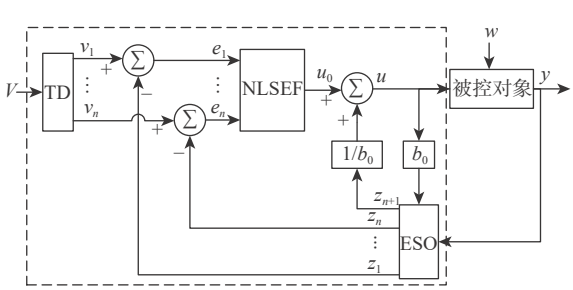


图 1　ADRC 结构

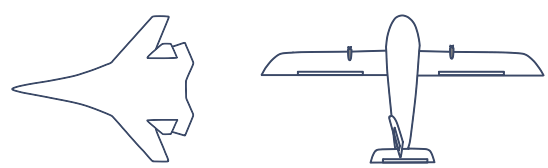
Fig. 1　ADRC structure

图 1 中, ADRC 的运行机理为: ①由 TD 得到指令 V 的过渡过程 v_1 及 v_1 的各阶微分信号 v_2～v_n; ②由 ESO 基于输出 y 及输入 u 得到对系统的状态 x_1～x_n 的估计值 z_1～z_n, 以及系统总扰动的估计值 z_{n+1}; ③根据准确估计出的总扰动 z_{n+1}, 将系统近似补偿成为标准的 n 阶积分器串联型; ④若定义系统的状态误差为 $e_i=v_i-z_i(i=1,2,\cdots,n)$, 那么 NLSEF 就可以根据系统的误差信息 e_1～e_n 计算出 n 阶控制律 u_0, 控制原系统的输出达到指令值。

文献 [1] 中对各模块的结构和参数设计都给出了多种方案, 文献 [2-6] 中也给出了诸多研究及应用成果, 本文结合具体研究工作进行描述。

2　研究平台

本文基于 7 000 kg 的大机动平台及 60 kg 缩比平台、仅 10 kg 的航模平台等 2 类 3 种飞机对象的自抗扰控制律设计研究对比, 飞机布局如图 2 所示。①大三角翼飞行平台。采用大三角基本翼的大机动平台如图 2(a) 所示。此布局衍生 2 个研究对象: 质量为 7 000 kg、表速为 65～323 m/s、高度范围为 0～18 km 的超音速飞机平台 UAV_A, 以及质量为 60 kg、表速为 35～80 m/s、高度范围为 0～1.5 km 的缩比机平台 UAV_B。②平直翼飞行平台。如图 2(b) 所示, 大展弦比平直翼平台 UAV_C, 飞行速度为 15～35 m/s, 质量为 10 kg, 翼展为 2.8 m。



(a) 大三角翼飞行平台　　(b) 平直翼飞行平台

图 2　飞行平台外形示意图

Fig. 2　Flight platform configuration

为便于对比分析, 对 3 种飞机对象选取表 1 的飞行状态进行对比研究。各飞机对象的质量、选取的速度状态如表 1 所示。

表 1　3 种无人机飞行状态

Table 1　Flight state of 3 UAVs

高度/m			速度/(m·s^{-1})		
UAV_A	UAV_B	UAV_C	UAV_A	UAV_B	UAV_C
3 000	1 000	500	262	38	18
5 000	1 000	500	416	55	25
14 000	1 000	500	237	70	32

3　自抗扰控制律设计

无人机自动飞行控制律的基本结构可以采用如图 3 所示的位置控制、姿态控制、角速率控制的

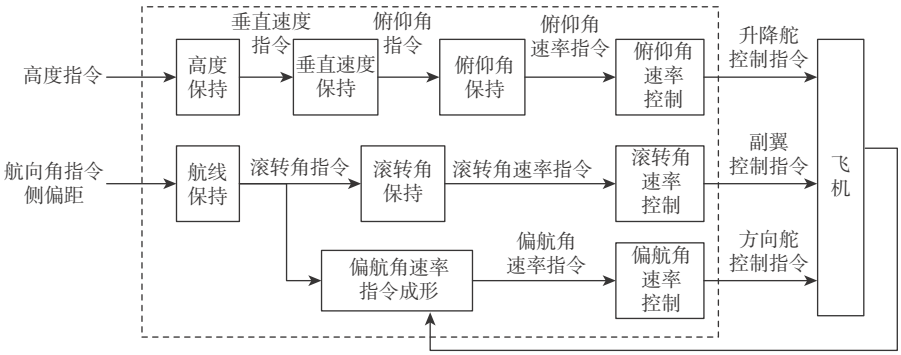


图3 无人机的自动飞行控制律结构

Fig. 3 Automatic flight control law structure of UAV

分层嵌套结构。其内环为角速率控制，外环通过高度保持或垂直速度保持实现纵向轨迹控制，通过航向角及侧偏距控制实现水平轨迹控制，通过方向舵通道的偏航角速率控制实现协调转弯。

本文就其纵向最内回路的俯仰角速率控制模态设计进行探讨。飞机俯仰短周期运动模态呈2阶振荡特性，俯仰角速率对升降舵的传递函数描述简化为

$$\frac{q}{\delta_z}\approx\frac{K_\alpha(s+1/T_{\theta s})}{s^2+2\xi_{sp}\omega_{sp}s+\omega_{sp}^2} \tag{1}$$

式中：q表示俯仰角速率；δ_z为升降舵偏度；ω_{sp}为飞机短周期频率；ξ_{sp}为飞机短周期阻尼比；$T_{\theta s}$为时间传输；K_α为增益。

根据自抗扰控制方法的基本结构，其俯仰角速率控制模态的控制结构如图4所示，控制器包括俯仰角速率状态观测器$S_{ESO}(q)$、俯仰角速率指令微分跟踪控制律$S_{TD}(q)$、俯仰角速率误差反馈控制律$S_{NLSEF}(q)$这3个部分。图中V为S_{TD}的输入，q_c为俯仰角速率指令，v_1为经过TD处理的俯仰角速率指令，v_2为经过TD处理获得的俯仰角加速度指令，z_1为经过ESO的俯仰角速率观测值，z_2为经过ESO的俯仰角加速度观测值。

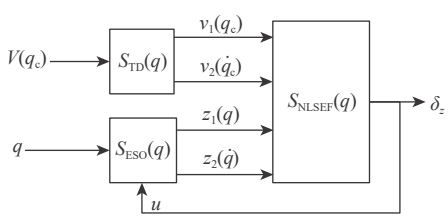


图4 俯仰角速率控制回路的控制律结构

Fig. 4 Pitch rate control loop control law structure

3.1 扩张状态观测器设计

状态观测器用于观测信号，ESO除了观测信号之外，还可以观测信号的变化率。

对于2阶连续系统，对于受未知外扰作用的非线性不确定对象：

$$y''(t)=f(y(t),y'(t),w(t),t)+bu(t) \tag{2}$$

式中：$f(y(t),y'(t),w(t),t)$为未知函数；$w(t)$为未知外扰；$y(t)$为可测量；$u(t)$为输入；b为输入量增益系数。

系统还可以写为

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=f(x_1(t),\dot{x}_1(t),w(t),t)+bu\\ y=x_1\end{cases} \tag{3}$$

若令

$$\begin{cases}x_3=f(x_1(t),\dot{x}_1(t),\ddot{x}_1(t),,w(t),t)+(b-b_0)\cdot u)\\ \dot{x}_3=h(X,w,t)\end{cases} \tag{4}$$

则2维的原系统扩张为3维的新系统，具体为

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=x_3+bu\\ \dot{x}_3=h(X,w,t)\\ y=x_1\end{cases} \tag{5}$$

设计状态观测器表达式为

$$\begin{cases}\dot{z}_1=z_2-\beta_1g_1(z_1-x_1)\\ \dot{z}_2=z_3-\beta_2g_2(z_1-x_1)+b_0u\\ \dot{z}_3=-\beta_3g_3(z_1-x_1)\end{cases} \tag{6}$$

式中：$g_i(\cdot),i=1,2,3$为非线性函数或线性函数。

记状态估计误差为

$$\begin{cases}e_1=z_1-x_1\\ e_2=z_2-x_2\\ e_3=z_3-x_3\end{cases} \tag{7}$$

对式(7)求导，可得系统误差为

$$\begin{cases}\dot{e}_1=\dot{z}_1-\dot{x}_1(t)=z_2-\beta_1g_1(z_1-x_1)-x_2\\ \dot{e}_2=\dot{z}_2-\dot{x}_2(t)=z_3-\beta_2g_2(z_1-x_1)-x_3\\ \dot{e}_3=\dot{z}_3-\dot{x}_3(t)=-\beta_3g_3(z_1-x_1)-h(X,w,t)\end{cases} \tag{8}$$

式(8)可以进一步写为

$$\begin{cases}\dot{e}_1=e_2-\beta_1g_1(e_1)\\ \dot{e}_2=e_3-\beta_2g_2(e_1)\\ \dot{e}_3=-h(X,w,t)-\beta_3g_3(e_1)\end{cases} \tag{9}$$

将函数$g_i(\cdot)$选择为典型的fal(·)函数，则状态估计误差系统的向量形式为

$$\begin{bmatrix}\dot{e}_1\\ \dot{e}_2\\ \dot{e}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e_2-\beta_1\mathrm{fal}(e_1,a_1,d)\\ e_3-\beta_2\mathrm{fal}(e_1,a_2,d)\\ -\beta_3\mathrm{fal}(e_1,a_3,d)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -h(X,w,t)\end{bmatrix} \tag{10}$$

因此, 只要 $h(X,w,t)$ 有界, 就可以选取适当的函数和参数使误差系统对原点稳定。

其中, 典型的 fal(·) 函数形式如下:

$$\mathrm{fal}(e,a,d)=\begin{cases}|e|^{a}\mathrm{sign}(e) & |e|>d\\ \dfrac{e}{d^{1-a}} & |e|\leqslant d\end{cases} \tag{11}$$

式中: 参数 d 表示线性区间长度, d>0; 参数 a 表示线性区间斜率, $a\in[0,1]$。

fal(·) 函数的一些特性: ①a 给定时, d 越大线性区间越大; ②当 d 选取 (0,1) 内的任意值时, $|e|<d$ 时, a 越小, fal(·) 的斜率越大, $|e|>d$ 时, a 越大, fal(·) 的曲线越陡; ③ 当 d 取值范围在 (1,+∞)时, a 越大, fal(·) 函数的曲线越陡。

根据飞机纵向运动特性, 俯仰角速率响应可以视为典型的 2 阶响应。俯仰角速率信号的 ESO 采用飞机的输出及输入信息, 通过非线性函数 fal(·) 实现对俯仰角速率及角加速度的观测。采用 2 阶非线性函数 fal(·) 构造观测器 1 如图 5 所示; 根据 2 阶信号形式特征, 设计观测器 2 如图 6 所示; 考虑俯仰角速率是俯仰角的微分信号, 如果观测俯仰角信号时, 使用 3 阶观测器, 则在获得俯仰角观测信号时, 也将获得俯仰角速率、俯仰角加速度的观测值, 得到观测器 3, 如图 7 所示。

在图 4 的俯仰角速率控制回路中, 给定俯仰角速率指令(0～1 s, 0.5 (°)/s; 1～3 s, −0.5 (°)/s), 控制律 $S_{\mathrm{NLSEF}}(q)$ 中的反馈信号使用飞机模型输出的俯仰角速率 q 及俯仰角加速度 $\dot{q}$, 仿真得到 3 种观测器的观测输出如图 8 所示。3 种观测器都能较好地实现对俯仰角速率及俯仰角加速度的观测与估计。

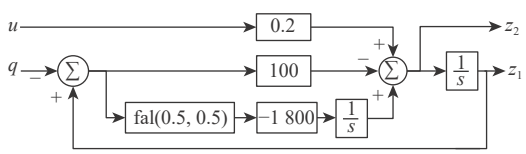


图 5　俯仰角速率观测器 1 结构

Fig. 5　Structure of pitch rate observer 1

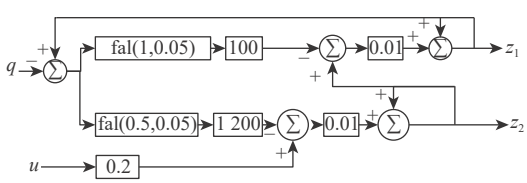


图 6　俯仰角速率观测器 2 结构

Fig. 6　Structure of pitch rate observer 2

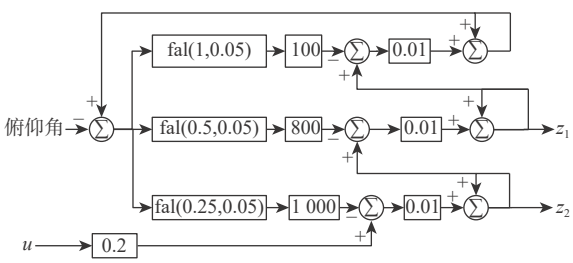


图 7　俯仰角速率观测器 3 结构

Fig. 7　Structure of pitch rate observer 3

分别取飞机响应输出及 3 种观测器的输出作为图 4 中控制律模块 $S_{\mathrm{NLSEF}}(q)$ 的反馈输入 z_1、z_2, 俯仰角速率指令 $V(q)$ 设置为: 1 (°)/s。以 UAV_B 为例, 取飞行速度状态为 38 m/s 和 70 m/s, 得到的仿真结果如图 9 和图 10 所示。

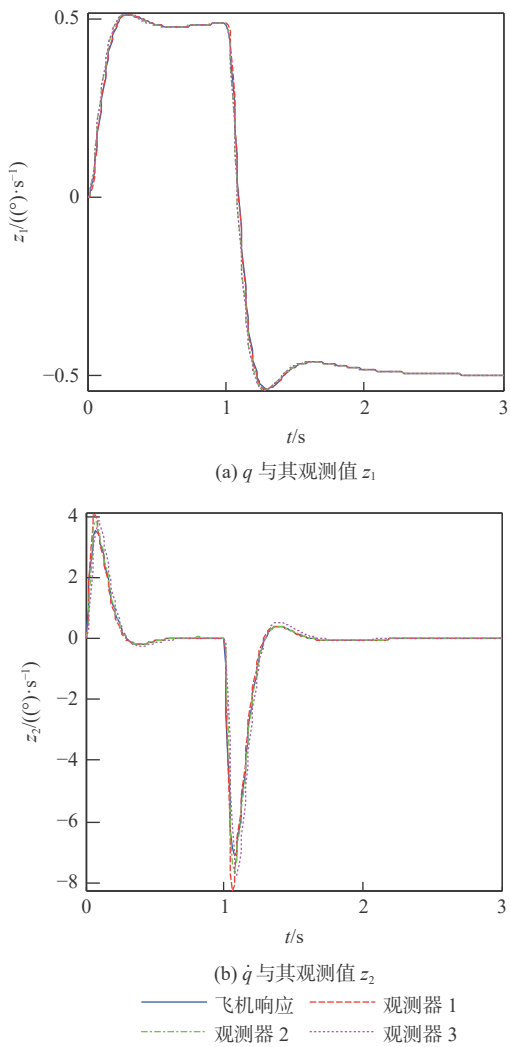


图 8　3 种观测器观测值比较

Fig. 8　Outputs comparison of three observers

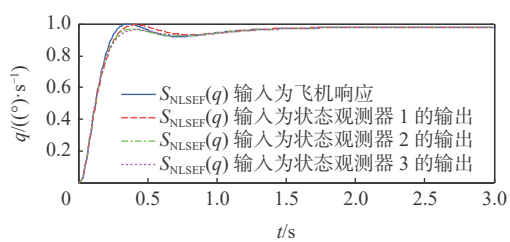


图 9　4 种反馈输入下俯仰角速率响应 (38 m/s)

Fig. 9　Pitch-rate responses under 4 different feedback inputs (38 m/s)

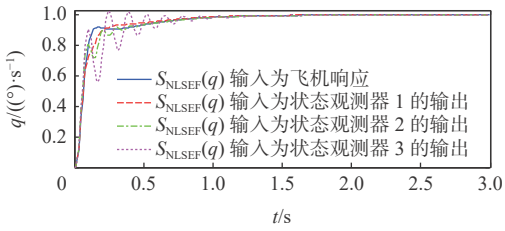


图 10 4 种反馈输入下俯仰角速率响应 (70 m/s)

Fig. 10 Pitch-rate responses under 4 different feedback inputs (70 m/s)

对比 3 种观测器仿真结果，对于小速度状态，3 种观测器的输出均能够实现对俯仰角速率的稳定控制；对于大速度状态，观测器 3 的输出均会使俯仰角速率响应有振荡，而减小此观测器的微分支路增益将使得振荡大大减小，但此时得到的观测值与实际响应会有较大差异。观测器 2 振荡轻微，通过减低增益，会有与观测器 3 类似的效果。

观测器 1 对俯仰角速率信号的观测结果更适于不同飞行条件的控制，因此，选择观测器 1 的结构作为各平台的观测器构型。

3.2 微分跟踪器设计

惯性环节实现对输入信号有延迟地跟踪。利用信号 v_0 在 τ_1、τ_2 时刻的值，可以得到近似微分公式：

$$\dot{v}(t)=\frac{v(t-\tau_1)-v(t-\tau_2)}{\tau_2-\tau_1} \qquad 0<\tau_1<\tau_2 \tag{12}$$

当 $\tau_2-\tau_1$ 取为仿真步长时，则可以通过惯性环节中的微分部分来获取指令的近似微分信号，实现对指令的微分功能。这个动态结构称作 TD。

采用惯性环节 $k/(s+k)$ 作为 TD，还可根据飞行器响应特性及控制功能要求，对指令及指令变化率进行合理的限制，其实现结构如图 11 所示。

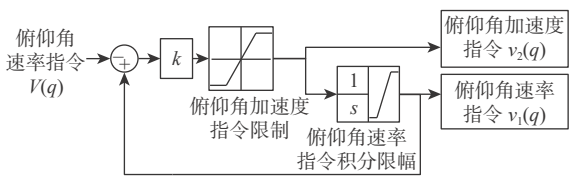


图 11 一种 TD 结构

Fig. 11 A TD structure

通过状态观测器获得信号的变化率，通过 TD 安排指令的变化率，从而实现 PID 控制律中微分支路的设计。

3.3 非线性误差反馈控制律设计

经典 PID 控制设计采用控制量与控制指令间误差的比例、积分及微分的线性组合，常引起系统响应的快速性和超调之间的矛盾。自抗扰控制方法在经典 PID 中引入合适的非线性结构，可以显著改善闭环系统动态特性，取得更好的控制效果。

常用的非线性组合方式为

$$u=k_{\mathrm{p}}\mathrm{fal}(e_{\mathrm{p}},a_{\mathrm{p}},d_{\mathrm{p}})+k_{\mathrm{d}}\mathrm{fal}(e_{\mathrm{d}},a_{\mathrm{d}},d_{\mathrm{d}})+k_{\mathrm{i}}\mathrm{fal}(e_{\mathrm{i}},a_{\mathrm{i}},d_{\mathrm{i}}) \tag{13}$$

式中：$a_{\mathrm{i}}<0<a_{\mathrm{p}}<1<a_{\mathrm{d}}$、$0<a_{\mathrm{i}}<a_{\mathrm{p}}<a_{\mathrm{d}}<1$、$e_{\mathrm{p}}$、$e_{\mathrm{d}}$、$e_{\mathrm{i}}$ 分别为比例误差、微分误差、积分误差。

综合从 ESO 获得的信号及其微分、TD 获得的指令及其微分构造 ADRC 的主体框架，采用经典 PID 结构的 NLSEF 控制律构型如图 12 所示。其中，fal_q_SEF 为非线性误差反馈函数，采用 fal(·) 形式，其参数 a、d 取不同值时的俯仰角速率响应如图 13 所示 (其中 $k_{\mathrm{p}}=1$；$k_{\mathrm{d}}=0.01$；$k_{\mathrm{i}}=0.01$)。由图 13 中可知，d 越大，俯仰角速率响应曲线越平滑，但响应值越小；a 越小，俯仰角速率响应曲线越平滑，但响应值越小。

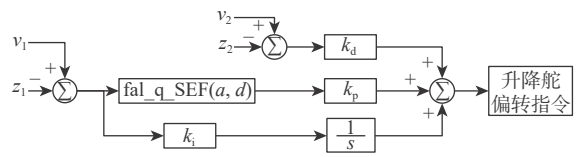


图 12 NLSEF 控制律结构

Fig. 12 NLSEF control law structure

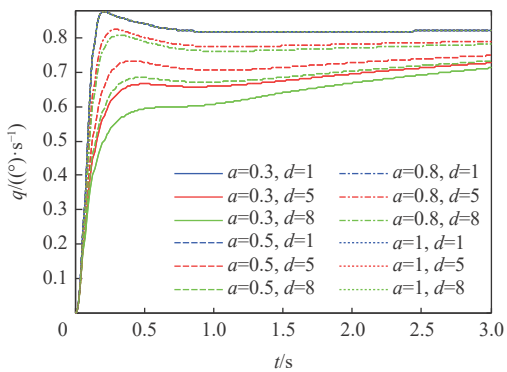


图 13 不同 a、d 下俯仰角速率响应

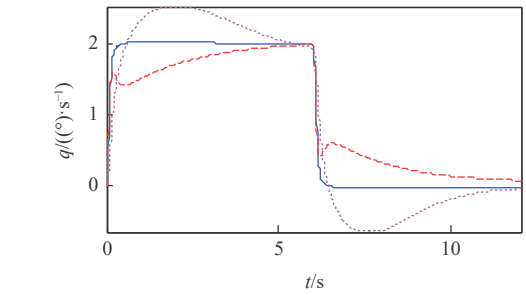
Fig. 13 Pitch-rate responses under different parameters a and d

4 俯仰角速率指令跟踪控制仿真

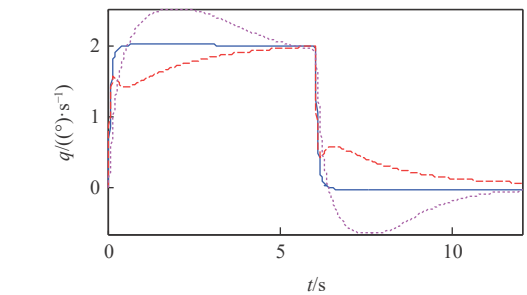
给定俯仰角速率指令 (0～6 s，1 (°)/s；6～12 s，0 (°)/s)，采用相同的控制律结构与参数，针对不同的飞机平台仅对参数 a、d 进行调整。分别对比了部分 ADRC 结构(无扩张状态观测器、无非线性误差反馈、无扩张状态观测器与非线性误差反馈)及完整 ADRC 结构下的俯仰角速率控制结果，如图 14～图 16 所示。

从图中可以看到，包含扩张状态观测器及非线性误差反馈的控制结构能够在 3 种平台上都获得较好的控制效果，且不需要额外的调参，就能使不同的飞行状态 (速度/高度) 获得较好的指令跟踪效果。

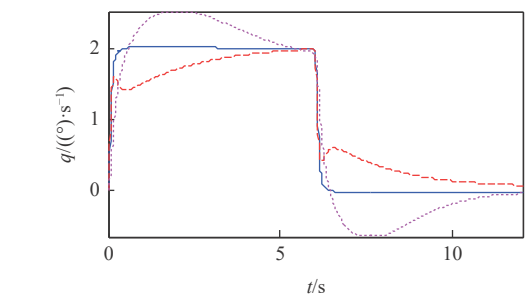
该结论由于自抗扰控制技术将作用于飞机对象的不确定因素归结为未知扰动，并利用 ESO 对其



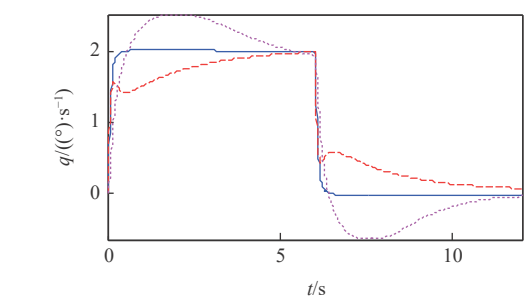
(a) 无扩张状态观测器



(b) 无非线性误差反馈



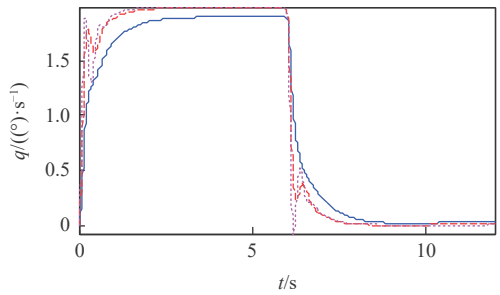
(c) 无扩张状态观测器与非线性误差反馈



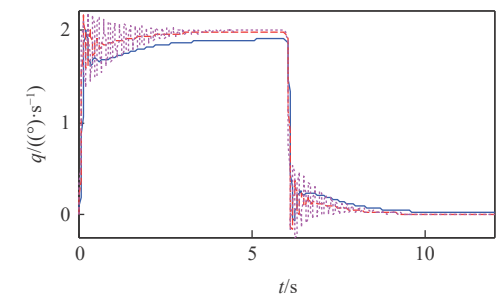
(d) 有扩张状态观测器与非线性误差反馈

图 14　UAV_A 的俯仰角速率控制响应对比 (a=1, d=0.02)

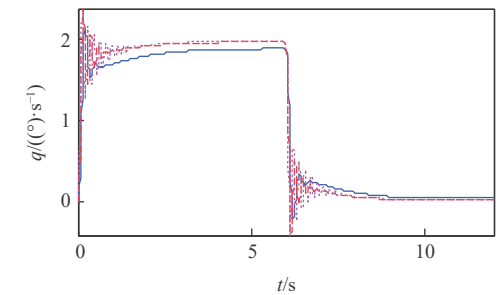
Fig. 14　Pitch rate responses comparison of UAV_A (a=1, d=0.02)



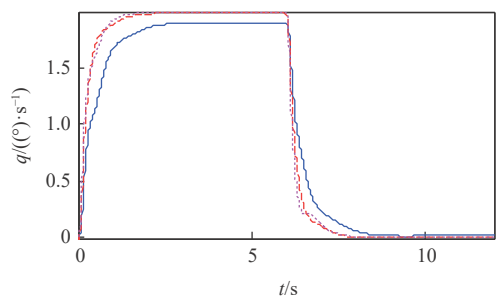
(a) 无扩张状态观测器



(b) 无非线性误差反馈



(c) 无扩张状态观测器与非线性误差反馈



(d) 有扩张状态观测器与非线性误差反馈

图 15　UAV_B 的俯仰角速率控制响应对比 (a=0.3, d=10)

Fig. 15　Pitch rate responses comparison of UAV_B (a=0.3, d=10)

进行估计和补偿, 利用与飞机对象特性近似的模型描述设计的 TD 可以间接反应控制对象的特征, 利用非线性非光滑的反馈控制有效提升控制能力及控制效率。因此, 可以直接针对飞机的非线性模型进行控制律设计, 且在很大的包线范围内不需要改变控制器的结构和参数, 这表明 ADRC 具有很强的鲁棒性, 也大大简化了控制器设计工作。

这点也从许多文章中得到支持。薛文超等[10]提出基于自抗扰控制的三维制导控制一体化设计方法, 具有简明的线性结构且不随系统的复杂程度变化, 能够实时估计和补偿系统的非线性时变不确定性, 对大范围不确定性具有很好的鲁棒性。Zhang 等[9]为大展弦比飞翼布局无人机设计的自抗扰姿态控制器, 在气动参数存在不确定性及强风干扰的全包线环境中具有较好的控制性能和较强的鲁棒特性, 与常规全包线控制方案相比, 控制器待整定参数较少, 参数整定过程相对简单。刘基玉等[12]设计的基于模型跟踪的一阶 ADRC 纵向增稳控制器,

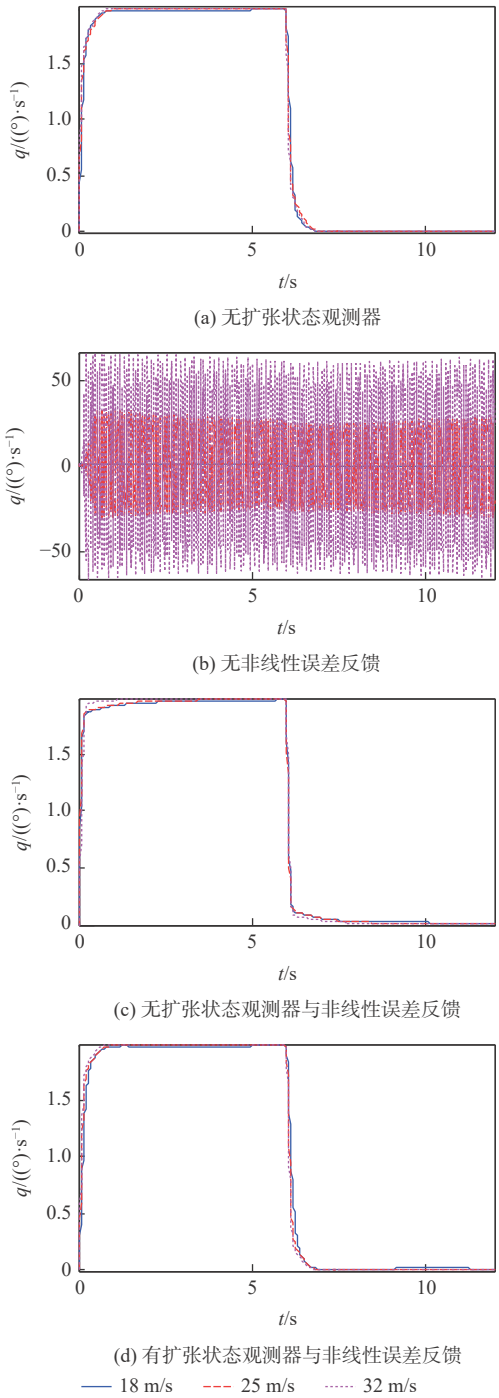


图16 UAV_C的俯仰角速率控制响应对比(a=0.3, d=15)

Fig. 16 Pitch rate responses comparison of UAV_C (a=0.3, d=15)

不改变ADRC参数而只对跟踪模型进行调参，飞行控制系统在大飞行包线内均满足一级品质要求，表现了极强的鲁棒性能。石嘉等[13]基于四旋翼无人机平台，通过与传统PID控制器的对比，证明自抗扰控制系统在快速响应、无超调的前提下，具有很强的抗干扰能力及较高的控制效率。崔乃刚等[14]针对可重复使用运载器姿态角奇异的控制问题，提出基于四元数的自抗扰控制方法，针对系统模型非线性、不确定性、弹性振动、液体晃动、风干扰和气动偏差等多种外部扰动条件，对可重复使用运载器从主动段到再入段的控制具有快速、平稳、超调量小、抗干扰能力强、无系统抖振且控制参数较少的特点。

因此，在采用了基于自抗扰方法的控制设计后，对于不同飞机平台，仅需要调整个别参数就可以获得比较满意的响应结果；而对于同一飞机的不同飞行状态，不用调参就能够获得稳定且精确的指令跟踪效果。这2个优点可以使得设计人员快速获得控制律设计的基本架构及基本参数，此后再根据实际设计要求进行调参就可以获得各飞行状态下较为一致的响应特性，提升全包线内的设计品质。

5 试验与试飞

采用与图4类似的自抗扰控制结构，可以实现图3的俯仰角控制、高度控制、滚转角速率控制、滚转角控制、偏航角速率控制等各个控制模块的控制律设计，实现对飞行器的轨迹、姿态的精确控制。

5.1 基于UAV_A平台的敏捷性试验

为UAV_A平台设计的自抗扰控制律在2019年完成敏捷性评价。敏捷性评价系统中以某战斗机为目标机，UAV_A平台多项敏捷性指标优于目标机。

其中，UAV_A与目标机的横向指向裕度评价如图17所示。指向裕度是指当其中一机已指向对方的瞬间，对方机头与瞄准线之间的夹角，表示一机已经开火时，对方机还需转向多少角度才能指向该机。反映了飞机先于发射的能力，是实战中赢得空战优势的重要指标。图17中红色/黑色线为指向裕度评估描述示意，橙色为目标飞机的轨迹曲线，蓝色为己方飞机UAV_A的轨迹曲线，可以看到蓝色的转弯半径明显小于红色，UAV_A优先指向目标机，表明UAV_A比目标机具有更好的横向敏捷性。

最小速度满杆筋斗机动用以确定能使无人机

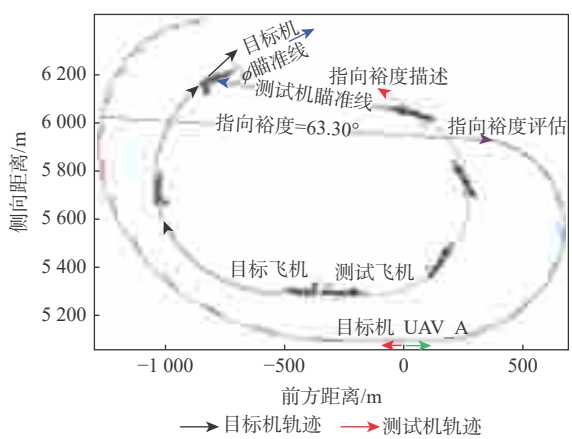


图17 横向指向裕度敏捷性评价曲线

Fig. 17 Lateral pointing margin agility assessment

继续做筋斗的最小速度, 此机动综合评估了无人机的俯仰控制能力和大幅机动中的速度保持能力, 表征无人机的俯仰敏捷性和轴向敏捷性。UAV_A 的筋斗机动轨迹如图 18 所示。

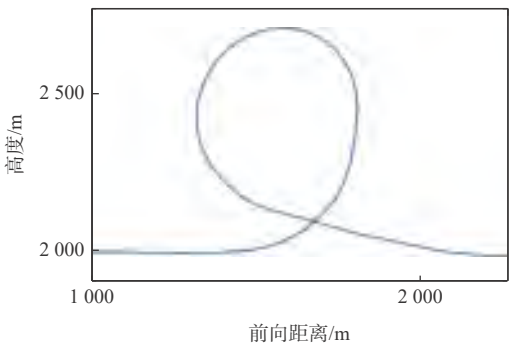


图 18　筋斗机动仿真

Fig. 18　Somersault maneuvering simulation

UAV_A 与目标机的最小速度满杆筋斗评价如表 2 所示。表 2 显示 UAV_A 在各高度下的最小速度筋斗半径均显著小于目标机, 拥有更好的俯仰敏捷性和轴向敏捷性。

表 2　最小速度筋斗半径

Table 2　Somersault radius under minimum velocity

高度/ m	马赫数	UAV_A半径/m	目标机半径/m
2 000	0.4	305	473
5 000	0.5	335	469
8 000	0.7	548	
8 000	0.8	663	894

5.2　基于 UAV_B 平台的大机动试飞

为 UAV_B 设计的自抗扰控制律在 2020 年完成飞行试验验证, 实现了 5.8g 过载的半滚倒转机动。试飞曲线如图 19 和图 20 所示。

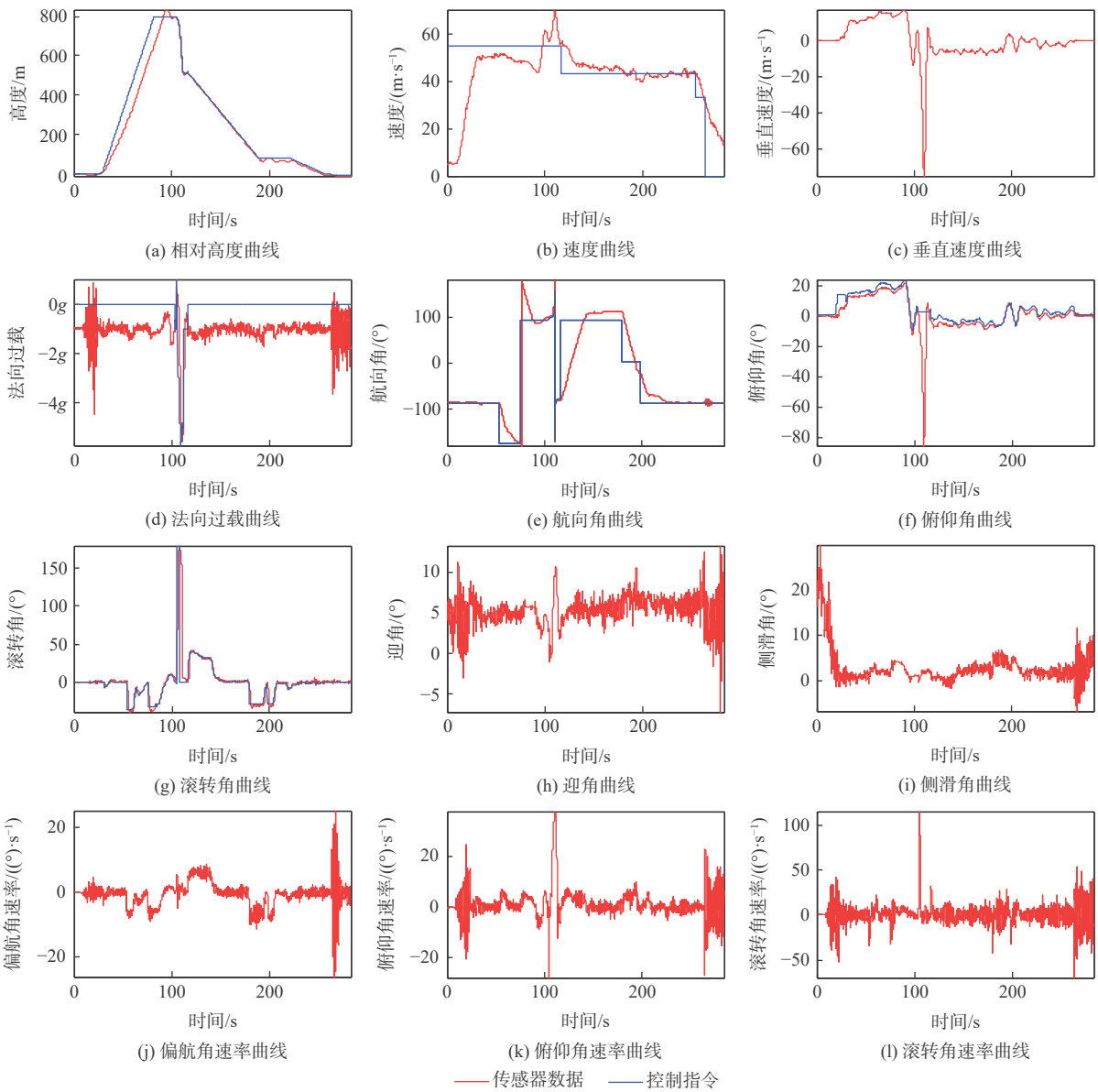
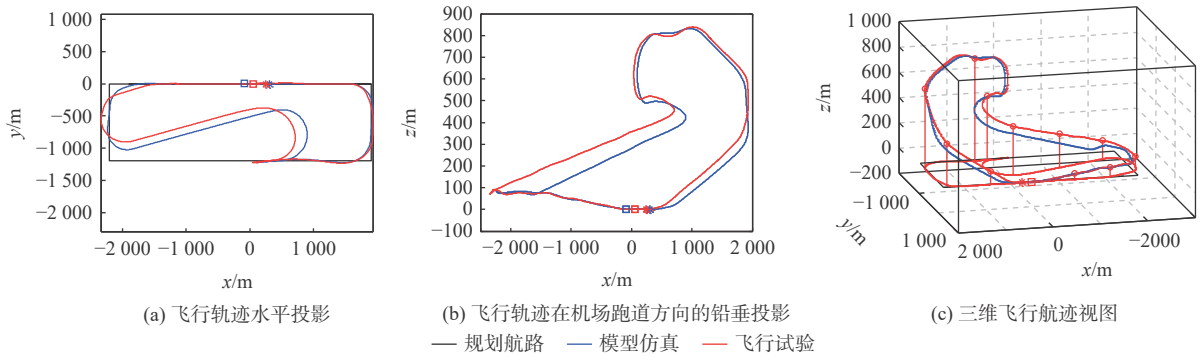


图 19　UAV_B 半滚倒转机动飞行状态曲线

Fig. 19　Split S maneuver flight state of UAV_B



(a) 飞行轨迹水平投影 (b) 飞行轨迹在机场跑道方向的铅垂投影 (c) 三维飞行航迹视图

图 20 UAV_B 半滚倒转机动飞行轨迹曲线

Fig. 20 Split S maneuver flight path of UAV_B

完整的机动阶段由 4 个连续的子阶段组成：机身翻转段、倒飞拉起段、正飞拉起段和改平退出段。飞机在 2.62 s 内完成机身翻转，期间最大滚转角速率达 115.03 (°)/s。在整个拉起阶段 (包括倒飞拉起和正飞拉起阶段)，飞机最小过载指令为 −5.76g，实际最小过载为−5.74g，误差为 0.02g。拉起结束时飞机高度降低 286 m，在倒飞拉起段速度最大达 70 m/s，正飞拉起结束时为 61.95 m/s。滚转角速率保持在 0 (°)/s 附近，控制精度为±10 (°)/s，拉起结束时滚转角为 7.10°。在改平退出段，速度持续减小为 55.5 m/s，最终误差为 0.5 m/s。滚转角持续减小至 0° 附近。

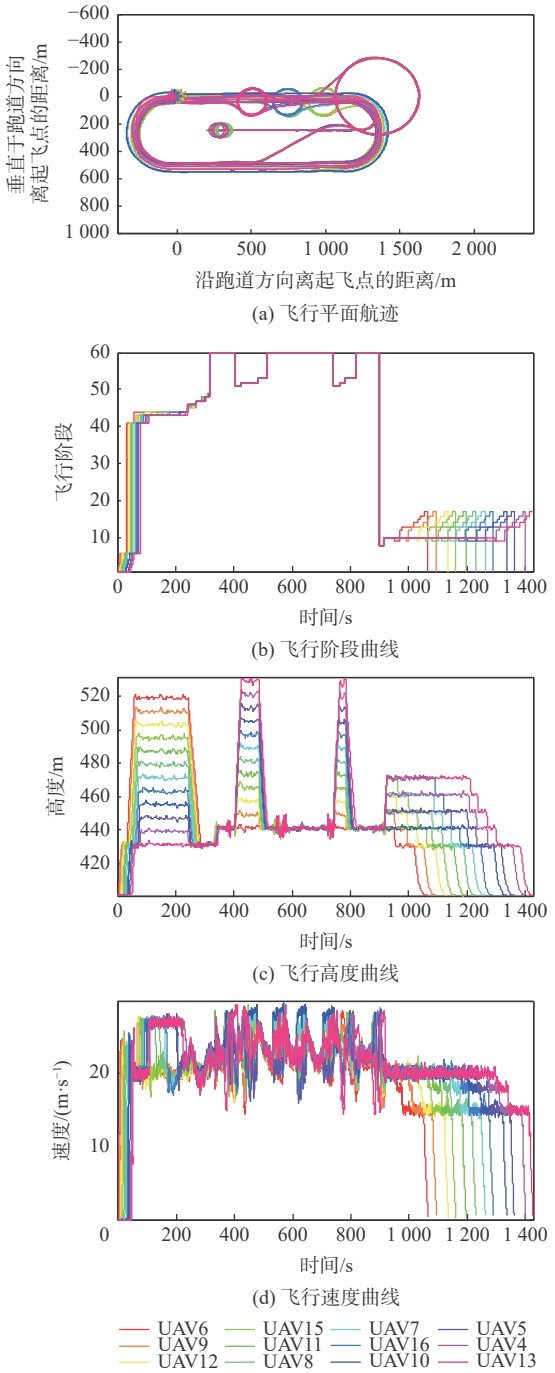
在机动飞行过程中，机动指令生成与期望指令一致，无人机响应迅速、准确，法向过载、滚转角速率等控制对相应控制指令的跟踪控制效果良好，机动轨迹符合预期轨迹，顺利完成了半滚倒转机动，且试验结果和仿真结果吻合度很高。

在约 5～8 m/s 的顺风或逆风情况下，整个飞行过程稳定、控制精度良好，机动飞行过程中稳定可控，表明控制律具有较好的环境适应能力。

5.3 基于 UAV_C 平台的编队试飞

为 UAV_C 设计的自抗扰控制律在 2021 年实现了 2～12 架 UAV 的编队飞行试验。控制律支持前后间距 20 m、左右间距 15 m 的紧密编队。自抗扰控制律支持包括起飞、集结、编队保持、队形变换、着陆等待、自动着陆等各阶段的飞行控制。其中 12 架 UAV_C 的编队试飞曲线如图 21 所示。图中 UAV4 ～ UAV16 为试验中无人机的名字。

编队飞机在集结之后保持为纵向一字队形，然后变换为字母 “G” 队形，随后再次变换为纵向一字队形，编队飞行时长约 600 s。在整个编队飞行过程中，各无人机与它机的稳态侧向位置保持误差在−3.94～4.23 m 之间、稳态高度保持精度在 0.5 m 之内、稳态前向位置保持误差在−0.77～1.74 m 间，编队控制精度较高，队形保持效果较好。



(a) 飞行平面航迹 (b) 飞行阶段曲线 (c) 飞行高度曲线 (d) 飞行速度曲线

图 21 12 架 UAV_C 编队飞行试飞曲线

Fig. 21 Formation flight test of 12 UAV_C

6　结 束 语

1) 基于 UAV_A 平台的试验, 验证了 ADRC 控制律能够保证飞机良好的敏捷性; 基于 UAV_B 平台的试飞表明 ADRC 控制律能够适用于大机动飞行; 基于 UAV_C 平台的编队飞行试验, 表明 ADRC 控制律具备紧密编队所需要的精确轨迹跟踪能力。因此, 此种 ADRC 控制结构在飞行控制律设计具有较强的适用性及良好的控制效果。

2) 基于 3 种平台, 采用相同的 ADRC 控制律结构, 与基于模型的控制算法相比, ADRC 设计不依赖于被控对象的精确数学模型; 与传统 PID 控制器相比, ADRC 响应快速、控制精度高、鲁棒性强, 可以考虑作为飞控算法的新技术。

经过十几年来的工程化应用实践, 多家机构都已经成功将自抗扰控制用于航天器发电装置、喷气发动机、芯片、马达等工程控制领域, 实现了产品性能的显著提升, 取得了令人满意的效果。本文的设计工作还仅处于数字仿真研究和原理试飞阶段, 仍需要进一步结合工程应用进行深入研究。

参考文献（References）

[1] 韩京清. 自抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
HAN J Q. Active disturbance rejection control technique[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008(in Chinese).

[2] 朱斌. 自抗扰控制入门[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2017.
ZHU B. Introduction to active disturbance rejection control[M]. Beijing: Beihang University Press, 2017(in Chinese).

[3] 孙明玮, 马建顺, 朴敏楠, 等. 高超声速飞行器自抗扰控制方法[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
SUN M W, MA J S, PIAO M N, et al. Active disturbance rejection control method for hypersonic vehicle [M]. Beijing: Science Press, 2018(in Chinese).

[4] 赵志良. 自抗扰控制设计与理论分析[M]. 北京: 科学出版社, 2022.
ZHAO Z L. Active disturbance rejection control design and theoretical analysis[M]. Beijing: Science Press, 2022(in Chinese).

[5] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller-tuning[C]//Proceedings of the 2003 American Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2003: 4989-4996.

[6] TIAN G, GAO Z Q. Benchmark tests of active disturbance rejection control on an industrial motion control platform[C]//Proceedings of the 2009 American Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2009: 5552-5557.

[7] ZHENG Q, GAO L, GAO Z Q. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics [C]//Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE Press, 2007: 3501-3506.

[8] 高志强. 自抗扰控制思想探究[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498-1509.
GAO Z Q. On the foundation of active disturbance rejection control[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(12): 1498-1509(in Chinese).

[9] ZHANG B, ZHU X P, ZHOU Z, et al. Design of nonlinear flight control law for a tailless unmanned aerial vehicle [C]//Proceedings of the IEEE International Conference of IEEE Region 10. Piscataway: IEEE Press, 2013: 1-4.

[10] 薛文超, 黄朝东, 黄一. 飞行制导控制一体化设计方法综述[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(1): 1511-1520.
XUE W C, HUANG C D, HUANG Y. Design methods for the integrated guidance and control system[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(1): 1511-1520(in Chinese).

[11] 张波, 周洲, 祝小平. 自抗扰实现飞翼布局无人机全包线飞行控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1370-1377.
ZHANG B, ZHOU Z, ZHU X P. Practical active disturbance rejection solution to a fly wing UAV flight control within full envelope[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1370-1377(in Chinese).

[12] 刘基玉, 刘林, 樊战旗. 改进 ADRC 及其在飞行增稳控制中的应用[J]. 飞行力学, 2010, 28(3): 35-38.
LIU J Y, LIU L, FAN Z Q. Improved ADRC and its application in flight control augmentation[J]. Flight Dynamics, 2010, 28(3): 35-38(in Chinese).

[13] 石嘉, 裴忠才, 唐志勇, 等. 改进型自抗扰四旋翼无人机控制系统设计与实现[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(9): 1823-1831.
SHI J, PEI Z C, TANG Z Y, et al. Design and realization of an improved active disturbance rejection quadrotor UAV control system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(9): 1823-1831(in Chinese).

[14] 崔乃刚, 张亮, 韦常柱, 等. 可重复使用运载器大姿态机动自抗扰控制[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(3): 387-394.
CUI N G, ZHANG L, WEI C Z, et al. Active disturbance rejection control for reusable launch vehicle with large attitude maneuver[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(3): 387-394(in Chinese).

[15] SUN M, WANG Z H, CHEN Z Q. Practical solution to attitude control within wide envelope[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2014, 86(2): 117-128.

UAV control law design method based on active-disturbance rejection control

ZUO Ling*，ZHANG Xianglun，LI Zhiyu，QIN Wei，HOU Lin，YANG Sen

(Science and Technology on Aircraft Control Laboratory，Flight Automatic Control Research Institute，Xi'an 710070，China)

Abstract：To provided a fast solution to multi-UAV and multi-task flight control law design, this paper presents a control law structure based on the active-disturbance rejection control method, and designs a reusable extended state observer and tracking differentiator. Meanwhile, the application of this method to three different UAV platforms is introduced. Then, the agility evaluation tests, the maneuver flight tests and the multi-UAV formation flight tests were carried out respectively. As a result, the 7 000 kg supersonic UAV_A obtained better agility than the target plane; the 60 kg UAV_B successfully completed the 5.8*g* half-roll reverse maneuver flight test; the 10 kg UAV_C realized the precise trajectory control with 15 meters spacing interval of 12 UAVs formation flight test. The results show that the ADRC control structure has the advantages of fast response, high control accuracy and strong robustness. It can effectively adapt to multi-type UAVs and multiple mission scenarios, and achieve better control effects without the need for gain schedule, thus, providing a new technical approach for flight control design.

Keywords：active disturbance rejection control；unmanned aerial vehicles；flight control；high-*g* maneuver flight；formation flight；nonlinear state error feedback

Received：2022-06-13；**Accepted**：2023-02-24；**Published Online**：2023-03-29 10：03

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230329.0902.002

* **Corresponding author**. E-mail：zuoling0@hotmail.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0522

多节链式倾转旋翼飞行器重构控制与运动仿真

王续乔[1,*]，来飞龙[1]，赵昌丽[2]

(1. 中国民航大学 机器人研究所，天津 300300；2. 天津中德应用技术大学 航空航天学院，天津 300350)

摘 要：多节链式旋翼飞行器具有构形可变换的特点，是应对运动空间变化的一种有效构形设计方式。受限于构形变化下电机共轴带来的横向转动力矩的缺失，多节链式旋翼飞行器的动态重构飞行具有无法达成的临界构形区间。为此，设计了具备横向倾转的链式旋翼机体结构，以单机臂为模块化结构基本单元，通过旋转关节实现水平向的构形变化，机臂中段配置倾转矢量关节，用以提供滚转力矩支撑。在机体运动学、动力学模型推导的基础上，引入虚拟控制量对控制分配进行线性化处理，利用 Moore-Penrose 伪逆求解控制效率矩阵，面向全构形变换设计了基于全驱动控制的飞行控制律。对飞行器典型构形位姿控制的稳定性、构形变换控制的可行性进行实验论证，仿真结果表明：在飞行器各典型构形飞行状态下，姿态各轴向角度跟踪最大误差不超过 0.05°，构形变换过程中，姿态各轴向角度跟踪误差不超出 0.1°，2 种情况下，位置偏差均能控制在 1 mm 以内，飞行器具备各构形下稳定飞行及构形变换的能力，为进一步开展动态重构及稳健飞行提供了必要条件。

关 键 词：全驱动控制；倾转旋翼；变结构；多节链式；动态重构；窄空间

中图分类号：V221^{+}.3; TB553

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1523-09

近年来，无人飞行器作为军民用作业载体，受到广泛关注。旋翼飞行器因其良好的空中滞留特点，在近地察打、灾地救援、管线巡查等精细作业场景中具有无法比拟的先天优势。随着智慧机场的建设，旋翼飞行器在绕机检查、飞行校验等航空作业环节受到持续关注。然而，常规的旋翼飞行器在动力布局方面存在无法回避的结构约束，极大地限制了飞行器在特定场景下开展连续作业甚至有效作业的能力[1-3]。

重构技术在地面机器人系统及固定翼飞行器结构优化方面已有广泛应用[4-5]，对机器人的形态变化起到了积极作用，能够有效改善对特定任务的应对。在旋翼飞行器研究及应用领域，文献 [6-8] 以加利福尼亚大学伯克利分校、苏黎世大学、圣路易斯大学等校学者为代表的研究团体对旋翼飞行器的变体开展了各自极具特点的研究工作，但以应对运动空间变化为主要评价指标来看，在缩减尺寸及持续通过性方面均不甚理想。在应对低空多变路径上，文献 [9-11] 将多节链式结构移植到旋翼飞行器上，改变了常规旋翼飞行器的布局形态，对飞行器可达的各构形进行了控制可行性论证，展现了系统对窄间隙连续穿越的能力，但在应对空间约束进行构形展开时，存在部分构形变换过程中运动受限无法稳定飞行及有效构形变换的问题。文献 [12] 对飞行器变体过程中的力矩变化、运动模型、姿态控制性能等运动特性进行分析，对构形可达边界进行重点研究，给出多节链式旋翼飞行器临界构形变换极限角度值，极大限制了多节链式旋翼飞行器对运动空间变化的应对能力。

综上，多节链式旋翼飞行器具备构形动态变换

收稿日期：2022-06-22；**录用日期**：2022-07-29；**网络出版时间**：2022-11-19 09:52
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221117.1715.003
基金项目：天津市应用基础研究多元投入基金青年项目 (21JCQNJC00870)；中央高校基本科研业务费专项资金 (3122019059)
* **通信作者**. E-mail：wang_xu_qiao@163.com

引用格式：王续乔，来飞龙，赵昌丽. 多节链式倾转旋翼飞行器重构控制与运动仿真 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1523-1531.
WANG X Q，LAI F L，ZHAO C L. Reconfiguration control and motion simulation of tilt-rotor aircraft with multilinks [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1523-1531（in Chinese）.

的运动条件，是应对空间约束的一种有效解决方案，但受限于构形变化下电机共轴带来横向转动力矩的缺失，其动态重构飞行具有较大的无法达成的构形区间，同时也面临部分构形下存在因控制关联导致的控制奇异点。基于此，本文设计了一种多节链式倾转旋翼飞行器，机臂中段配置的倾转矢量关节可为滚转力矩提供更为充足而有效的支撑，同时，结构的优化设计带来了模型构建和控制分配等方面的技术挑战，因此，着重从机体特点出发，对飞行器运动学、动力学模型进行分析讨论，重点研究控制分配的线性化处理、控制效率矩阵求解、全驱动控制律设计[13-15]等问题。

1 飞行器本体设计及工作原理

常规旋翼飞行器通常以“十”字板杆固定电机电调及核心板等组件，呈现典型的对称结构布局。多节链式旋翼飞行器除包含常规旋翼飞行器的结构布局构形外，还能够呈现某些特定构形，用以应对运动空间的变化。以四旋翼为例进行设计，如图1所示，机体由等质均匀的机臂单元首尾串接而成，机臂单元两端安装有可水平运动的电控关节，其中部安装倾转矢量机构，以更好地满足关节展开后的滚转力矩需求。

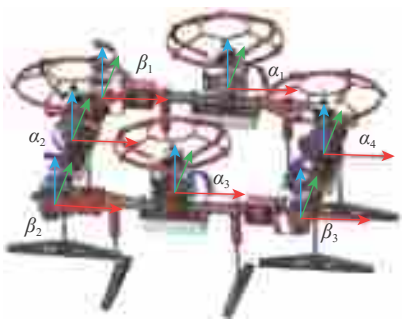
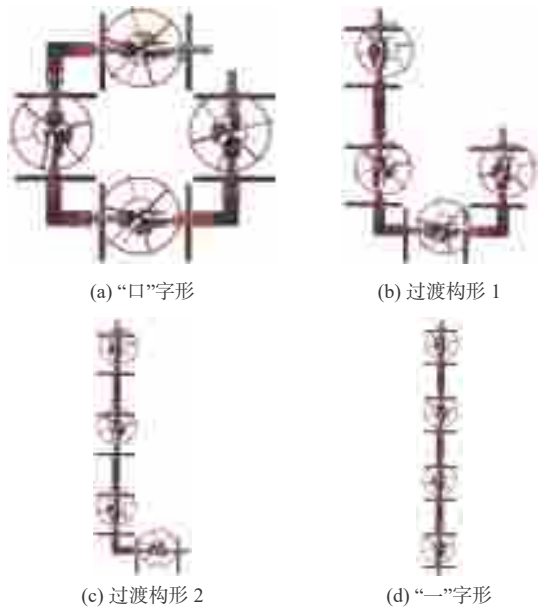


图1 飞行器本体设计

Fig. 1 Aircraft body design

多节链式倾转旋翼飞行器典型构形如图2所示，包含常规旋翼飞行器的“口”字形结构、2种过渡构形及飞行通过性较好的“一”字形结构。飞行器构形变化不限于以上4种构形，同时其运动形态也并非“口”、“一”构形的唯一变换序列。



(a) “口”字形 (b) 过渡构形1 (c) 过渡构形2 (d) “一”字形

图2 飞行器典型构形

Fig. 2 Typical configuration of aircraft

2 数学建模

2.1 运动学建模

结合图1，定义地球坐标系$f_{\mathrm{E}}\{O_{\mathrm{E}}:x_{\mathrm{E}},y_{\mathrm{E}},z_{\mathrm{E}}\}$固连地面，3个旋转舵机的坐标系$f_{Si}\{O_{Si}:x_{Si},y_{Si},z_{Si}\}$。坐标系原点定义为旋转舵机的旋转中心轴与机臂轴轴线的交点，x_{Si}轴为机臂轴的轴线，z_{Si}与旋翼升力方向相反。定义4个旋翼的坐标系$f_{Pi}\{O_{Pi}:x_{Pi},y_{Pi},z_{Pi}\}$，坐标系原点固定于螺旋桨重心，当$i=1,3$，$x_{Si}$轴平行于机臂轴$i$的轴线，$z_{Si}$与旋翼升力方向相同。当$i=2,4$，$x_{Si}$轴平行于机臂轴$i$的轴线，$z_{Si}$与旋翼升力方向相反。为行文方便，S$i$表示第$i$个机臂旋转舵机，R$i$表示电机倾转部分旋转舵机，$i=1,2,3,4$。机体坐标系$f_{\mathrm{B}}\{O_{\mathrm{B}}:x_{\mathrm{B}},y_{\mathrm{B}},z_{\mathrm{B}}\}$原点位于飞行器$f_{\mathrm{H2}}$原点处。

设$\boldsymbol{R}_{(f_1)}^{(f_2)}$为三维矩阵，表示坐标系$f_1$到坐标系$f_2$的旋转矩阵，则$\boldsymbol{R}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{E}}$为从机体坐标系到地球坐标系的旋转矩阵，表示为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{E}}=\begin{bmatrix}\cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi-\cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi+\sin\phi\sin\psi\\ \cos\theta\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi+\cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi-\sin\phi\cos\psi\\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中：θ为x轴方向夹角；ϕ为y轴方向夹角；ψ为z轴方向夹角。

则飞行器的刚体运动学模型可表示为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{E}}=\boldsymbol{V}^{\mathrm{E}}\\ \dot{\boldsymbol{\Theta}}=\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{B}}\end{cases} \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{P}^{\mathrm{E}}=\begin{bmatrix}x & y & z\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{V}^{\mathrm{E}}=\begin{bmatrix}u & v & \omega\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$分别为飞行器在地球坐标系下的位置和各轴线速度；$\boldsymbol{\Theta}=\begin{bmatrix}\theta & \phi & \psi\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{B}}=\begin{bmatrix}p & q & r\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$分别为飞行器的欧拉角和飞行器在机体坐标系下的各轴角速度。

$$\boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}1 & \tan\theta\sin\phi & \tan\theta\cos\phi\\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi\\ 0 & \dfrac{\sin\phi}{\cos\theta} & \dfrac{\cos\phi}{\cos\theta}\end{bmatrix} \tag{3}$$

定义α_i为第i个旋翼绕舵机旋转轴方向活动的倾转角, $\boldsymbol{R}_{\mathrm{P}i}^{\mathrm{H}i}$为旋翼坐标系到机臂坐标系的旋转矩阵, 表示为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{P}i}^{\mathrm{H}i}=\begin{cases}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i\\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i\end{bmatrix} & i=1,3\\ \begin{bmatrix}\cos\alpha_i & 0 & \sin\alpha_i\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\alpha_i & 0 & \cos\alpha_i\end{bmatrix} & i=2,4\end{cases} \tag{4}$$

定义β_i为机臂绕旋转关节的旋转角, 机臂坐标系到另一机臂坐标系的旋转变换矩阵可表示为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{H2}}^{\mathrm{H1}}=\begin{bmatrix}\cos\beta_1 & \sin\beta_1 & 0\\ \sin\beta_1 & -\cos\beta_1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{H2}}^{\mathrm{H3}}=\begin{bmatrix}\cos\beta_2 & \sin\beta_2 & 0\\ \sin\beta_2 & -\cos\beta_2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{H3}}^{\mathrm{H4}}=\begin{bmatrix}\cos\beta_3 & \sin\beta_3 & 0\\ -\sin\beta_3 & \cos\beta_3 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{7}$$

2.2　动力学建模

在重构过程中, 将飞行器的f_{H2}原点视为质点, 多节链式倾转旋翼飞行器可视为六自由度刚体, 其系统模型可由 Euler 方程得到。飞行器在地球坐标系下的平动方程、机体坐标系下的转动方程如下:

$$\begin{bmatrix}m\boldsymbol{V}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{B}}\times\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}^{\mathrm{B}}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{B}}\end{bmatrix} \tag{8}$$

式中: m为机体质量; $\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}$为机体转动惯量, 其值随机体重构而发生显著变化。

故机体受力分析如下:

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}^{\mathrm{E}}=\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}}+\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{E}}\\ \boldsymbol{F}_i^{\mathrm{E}}=\boldsymbol{R}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{E}}\sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{R}_{\mathrm{H2}}^{\mathrm{B}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{P}i}^{\mathrm{H2}}\boldsymbol{T}_i\\ \boldsymbol{T}_i=\begin{bmatrix}0 & 0 & k_{\mathrm{f}}n_i^2\end{bmatrix}\end{cases} \tag{9}$$

式中: $\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}}$为地球坐标系下重力; $\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{E}}$为地球坐标系下旋翼产生的总升力; k_{f}为旋翼升力系数; n_i为第i个旋翼的转速。

相较常规旋翼飞行器, 多节链式倾转旋翼系统的转矩与机体质心位置密切相关, 其惯性矩阵需要实时得到解算。机体质心与机体坐标原点的偏移量$\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{roG}}\in\mathbf{R}^3$表示如下:

$$\begin{cases}\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{roG}}=\dfrac{m_{\mathrm{body}}\boldsymbol{\gamma}_{m_{\mathrm{body}}}+\boldsymbol{A}}{m_{\mathrm{body}}+\sum_{i=1}^{4}(m_{\mathrm{motor}i}+m_{\mathrm{R}i}+m_{\mathrm{H}i})+\sum_{i=1}^{3}m_{\mathrm{S}i}}\\ \boldsymbol{A}=\sum_{i=1}^{4}\left(m_{\mathrm{motor}i}\boldsymbol{\gamma}_{m_{\mathrm{motor}i}}+m_{\mathrm{R}i}\boldsymbol{\gamma}_{m_{\mathrm{R}i}}+m_{\mathrm{H}i}\boldsymbol{\gamma}_{m_{\mathrm{H}i}}\right)+\sum_{i=1}^{3}m_{\mathrm{S}i}\boldsymbol{\gamma}_{m_{\mathrm{S}i}}\end{cases} \tag{10}$$

式中: $m_{(\cdot)}$为质量; $\boldsymbol{\gamma}_{(\cdot)}$为机体坐标系的矢径。

考虑到倾转电机部件组, 机臂在飞行器进行重构变形时, 机体转动惯量会发生变化。由于折叠变形时圆柱的惯量不发生变化, 对电机和旋翼惯量而言可以忽略, 又由于机身结构固连于机体坐标系, 机身的惯量不需要进行变化。因此, 飞行器惯性矩阵可使用平行轴定理进行计算。

各部分转动惯量计算式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{I}_i^{\mathrm{H}i}=\boldsymbol{I}_i+\left(\boldsymbol{\gamma}_i^{\mathrm{H2}'}\boldsymbol{\gamma}_i^{\mathrm{H2}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{\gamma}_i^{\mathrm{H2}}\boldsymbol{\gamma}_i^{\mathrm{H2}'}\right)\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}=\sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{I}_{\mathrm{H}i}^{\mathrm{H2}}+\sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{I}_{\mathrm{motor}i}^{\mathrm{H2}}+\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{I}_{\mathrm{S}i}^{\mathrm{H2}}\end{cases} \tag{11}$$

式中: $\boldsymbol{I}_i^{\mathrm{H}i}$表示$\boldsymbol{I}_i$在H$i$坐标系下的转动惯量; $\boldsymbol{Q}=[1,0,0;0,1,0;0,0,1]$; motor$i$表示第$i$个倾转电机部件组; H$i$表示第$i$个机臂。

对多节链式倾转旋翼飞行器所受力矩进行分析, 可得

$$\boldsymbol{M}^{\mathrm{B}}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{anti}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{gyro}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{G}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{F}}^{\mathrm{B}} \tag{12}$$

式中: $\boldsymbol{M}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{B}}$为控制坐标系下旋翼推力力矩; $\boldsymbol{M}_{\mathrm{anti}}^{\mathrm{B}}$为旋翼旋转反扭矩; $\boldsymbol{M}_{\mathrm{gyro}}^{\mathrm{B}}$为旋翼倾转反扭矩; $\boldsymbol{M}_{\mathrm{G}}^{\mathrm{B}}$为重力力矩; $M_{\mathrm{F}}^{\mathrm{B}}$为上升力矩。与常规旋翼飞行器不同的是, 本文多了重力力矩$\boldsymbol{M}_{\mathrm{G}}^{\mathrm{B}}$和上升力矩$\boldsymbol{M}_{\mathrm{F}}^{\mathrm{B}}$。

反扭矩表达式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}_{\mathrm{anti}}^{\mathrm{B}}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \sum_{i=1}^{4}i\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\\ i=\begin{cases}k_m n_i^2 & i\in\{1,3\}\\ -k_m n_i^2 & i\in\{2,4\}\end{cases}\end{cases} \tag{13}$$

式中: k_m为螺旋桨反扭矩系数。

系统陀螺效应主要源于机体旋转产生的陀螺效应:

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{gyro}}^{\mathrm{B}}=\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}\sum_{i=1}^{4}\left(\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{B}}\times(-1)^i\begin{bmatrix}0\\ 0\\ n_i^2\end{bmatrix}\right) \tag{14}$$

$$i=\begin{cases}1 & i\in\{1,3\}\\ 0 & i\in\{2,4\}\end{cases} \tag{15}$$

重力力矩表达式为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{G}}^{\mathrm{B}}=\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{roG}}\times(\boldsymbol{R}_{\mathrm{E}}^{\mathrm{B}}\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}}) \tag{16}$$

控制坐标系力矩表达式为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{F}}^{\mathrm{B}}=\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{F}}\times\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{B}} \tag{17}$$

式中: $\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{F}}$为$\boldsymbol{F}$作用点在机体坐标系的矢径。

3　控制分配与稳定性分析

3.1　控制分配

飞行器系统控制力和力矩源于旋翼产生的推力和反扭矩, 结合式(8)～式(17), 将多节链式倾转旋翼飞行器动力学模型改写为

$$\begin{bmatrix}m\dot{\boldsymbol{V}}^{\mathrm{E}}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathrm{B}}+\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{B}}\times\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}}+\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{E}}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{gyro}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{G}}^{\mathrm{B}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{F}}^{\mathrm{B}}\end{bmatrix} \tag{18}$$

$\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}$为力的控制输入量, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{M}}$为力矩的控制输入量, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}$和$\boldsymbol{u}_{\mathrm{M}}$与旋翼转速和旋翼倾角的关系为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{M}}\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}(\alpha,\beta)\begin{bmatrix}n_1^2\\ n_2^2\\ n_3^2\\ n_4^2\end{bmatrix} \tag{19}$$

式中：

$$\boldsymbol{A}(\alpha,\beta)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2 & \boldsymbol{A}_3 & \boldsymbol{A}_4\end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}\sin\beta_1\sin\alpha_1\\ -\cos\beta_1\sin\alpha_1\\ \cos\alpha_1\\ \gamma_z\cos\beta_1\sin\alpha_1+(2L+L\sin\beta_1-\gamma_y)\cos\alpha_1-h\sin\beta_1\sin\alpha_1\\ \gamma_z\sin\beta_1\sin\alpha_1-(L\cos\beta_1-\gamma_x)\cos\alpha_1+h\cos\beta_1\sin\alpha_1\\ -(L+2L\sin\beta_1-\cos\beta_1\gamma_x-\sin\beta_1\gamma_y)\sin\alpha_1-h\cos\alpha_1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}\sin\alpha_2\\ 0\\ \cos\alpha_2\\ (L-\gamma_y)\cos\alpha_2-h\sin\alpha_2\\ \gamma_z\sin\alpha_2+\gamma_x\cos\alpha_1\\ -(L-\gamma_y)\sin\alpha_2+h\cos\alpha_2\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_3=\begin{bmatrix}\sin\beta_2\sin\alpha_3\\ -\cos\beta_2\sin\alpha_3\\ \cos\alpha_3\\ \gamma_z\cos\beta_2\sin\alpha_3-(L\sin\beta_2+\gamma_y)\cos\alpha_3+h\sin\beta_2\sin\alpha_3\\ \gamma_z\sin\beta_2\sin\alpha_3-(L\cos\beta_2-\gamma_x)\cos\alpha_3+h\cos\beta_2\sin\alpha_3\\ -(L-\cos\beta_2\gamma_x+\sin\beta_2\gamma_y)\sin\alpha_3-h\cos\alpha_3\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_4=\begin{bmatrix}\sin(\beta_2+\beta_3)\sin\alpha_3\\ -\cos(\beta_2+\beta_3)\sin\alpha_3\\ \cos\alpha_3\\ \gamma_z\sin(\beta_2+\beta_3)\sin\alpha_4-(2L\sin\beta_2-L\cos(\beta_2+\beta_3)+\gamma_y)\cos\alpha_4+h\cos(\beta_2+\beta_3)\sin\alpha_4\\ \gamma_z\cos(\beta_2+\beta_3)\sin\alpha_4-(2L\cos\beta_2+L\sin(\beta_2+\beta_3)-\gamma_x)\cos\alpha_4-h\sin(\beta_2+\beta_3)\sin\alpha_4\\ -(L+2L\sin\beta_3-\cos(\beta_2+\beta_3)\gamma_y-\sin(\beta_2+\beta_3)\gamma_x)\sin\alpha_4+h\cos\alpha_4\end{bmatrix}$$

其中：L为机臂长度；γ_x、γ_y、γ_z为重心位置到控制坐标系矢径$\boldsymbol{\gamma}_u$在机体坐标系中的投影；h为螺旋桨距集体坐标系z轴高度。

对于该种构形可重构全驱动的飞行器，其控制矩阵为非静态常量，具有非线性、高耦合的特点。针对此种问题，主流解决途径可分为2种：①在约束范围内，求解代价函数最优控制量的非线性规划法；②最优控制器，生成较优的旋翼期望转速和期望倾转角。但以上2种方法都需要消耗相对较大的计算量，而系统的控制量，分配需要快速执行以保证飞行器控制的实时性。基于此，本文引入虚拟控制量，通过变量代换将非线性的控制分配重新处理。定义：

$$\begin{cases}N_{\mathrm{L},i}=n_i^2\sin\alpha_i\\ N_{\mathrm{V},i}=n_i^2\cos\alpha_i\end{cases} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}N_{\mathrm{L},1} & N_{\mathrm{V},1} & \cdots & N_{\mathrm{L},4} & N_{\mathrm{V},4}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

作为虚拟量，式(19)可以改写为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{M}}\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}(\beta)\boldsymbol{N} \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\mathrm{F}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{M}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_1 & \boldsymbol{U}_2 & \cdots & \boldsymbol{U}_8\end{bmatrix}\boldsymbol{N} \tag{24}$$

式中：

$$\boldsymbol{U}_1=\begin{bmatrix}\sin\beta_1\\ \cos\beta_1\\ 0\\ \gamma_z\cos\beta_1-h\sin\beta_1\\ \gamma_z\sin\beta_1+h\cos\beta_1\\ -L-2L\sin\beta_1+\gamma_x\cos\beta_1+\gamma_y\sin\beta_1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}_2=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\\ 2L+L\sin\beta_1-\gamma_y\\ -L\sin\beta_1+\gamma_x\\ -h\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}_3=\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ h\\ \gamma_z\\ -L+\gamma_y\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}_4=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\\ L-\gamma_y\\ \gamma_x\\ h\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}_5=\begin{bmatrix}-\sin\beta_2\\ \cos\beta_2\\ 0\\ \gamma_z\cos\beta_2+h\sin\beta_2\\ -\gamma_z\sin\beta_2+h\cos\beta_2\\ -L+\gamma_x\cos\beta_2-\gamma_y\sin\beta_2\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}_6=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\\ -L\sin\beta_2-\gamma_y\\ -L\cos\beta_2+\gamma_x\\ -h\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}_7=\begin{bmatrix}\cos(\beta_2+\beta_3)\\-\sin(\beta_2+\beta_3)\\0\\\gamma_z\sin(\beta_2+\beta_3)+h\cos(\beta_2+\beta_3)\\\gamma_z\cos(\beta_2+\beta_3)-\sin(\beta_2+\beta_3)\\-2L\sin\beta_3-L+\gamma_x\sin(\beta_2+\beta_3)+\gamma_y\cos(\beta_2+\beta_3)\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U}_8=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\-2L\sin\beta_2+L\cos(\beta_2+\beta_3)-\gamma_y\\-2L\cos\beta_2-L\sin(\beta_2+\beta_3)+\gamma_x\\h\end{bmatrix}$$

由式 (22) 可知, 系统控制量分配矩阵$\boldsymbol{A}$与旋翼倾转角α_i无关, 因而通过对式 (23) 进行求广义逆计算控制量$\boldsymbol{N}$是具有可行性的。本文选用$\boldsymbol{A}$的 Moore-Penrose 伪逆进行控制量分配, 具体分配形式为

$$\boldsymbol{N}=\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{U} \tag{25}$$

可直接获得真实的控制量旋翼转速n_i和倾转角α_i, 即

$$\begin{cases}n_i=\sqrt{N_{\mathrm{L},i}^2+N_{\mathrm{V},i}^2}\\\alpha_i=\arctan2(N_{\mathrm{L},i}+N_{\mathrm{V},i})\end{cases} \tag{26}$$

Moore-Penrose 的伪逆求解是式 (23) 最小化的范数解, 可使得旋翼转速分布更加均匀一致, 同时减少能量消耗。

3.2　系统稳定性能分析

在飞行器重构变化过程中, 飞行器需要具备多个自由度上的可控性。在此基础上, 基于串级 PID 控制器进行控制律设计, 内外环 PID 共同调节, 分别用来校正 1 阶、2 阶环节特性。

针对该种构形可重构的飞行器, 其某一个自由度运动方程(PID 内环、PID 外环)均可视为具有不确定性的系统。可设系统如图 3 所示。其中, $P(s)$为控制对象标称模型, PID(s)为 PID 控制器, $W(s)$为规范化不确定性, $\Delta(s)$为性能的规范化假象不确定性, s 为频率。系统稳定控制问题转化为寻找合适的 PID 控制器, 使得系统鲁棒镇定控制。

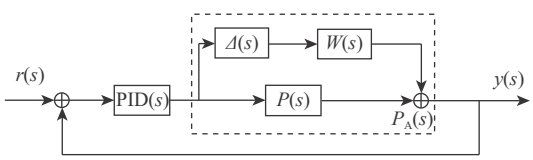


图 3　具有加性不确定性的控制系统

Fig. 3　Control systems with additive uncertainty

引理 1　一个真的实有理控制器$K(s)$能使得$P(s)+W_1(s)\Delta(s)$稳定的充分和必要条件是$K(s)$使$P(s)$稳定, 且满足:

$$\left\|K(s)[I-P(s)K(s)]^{-1}W_1(s)\right\|_{\infty}<1$$

以偏航的内环进行分析:

$$\ddot{\psi}=\dot{\gamma}\dot{\theta}\left(\frac{J_x-J_y}{J_z}\right)-\dot{\psi}\frac{J_{\mathrm{M}}}{J_z}+\frac{u_6}{J_z} \tag{27}$$

在状态$\begin{bmatrix}\dot{\gamma} & \dot{\theta}\end{bmatrix}=[0\quad 0]$平衡点分析:

$$\dot{r}=-r\frac{J_{\mathrm{M}}}{J_z}+\frac{u_6}{J_z} \tag{28}$$

其传递函数为

$$\frac{u_6(s)}{r(s)}=\frac{1}{J_z s+J_{\mathrm{M}}} \tag{29}$$

式中: $J_z\in[J_{z\min},J_{z\max}]$, 取$J_z$在所属区间的中点$J_{z\mathrm{mid}}$时$P_{\mathrm{mid}}(s)$的值。则其加性不确定性为

$$P_{\mathrm{mid}}(s)-P(s)=\frac{(J_{z\mathrm{mid}}-J_z)s}{(J_{z\mathrm{mid}}s+J_{\mathrm{M}})(J_z s+J_{\mathrm{M}})} \tag{30}$$

因而可以选择不确定加权函数为

$$W(s)=\frac{(J_{z\mathrm{mid}}-J_z)s}{(J_{z\mathrm{mid}}s+J_{\mathrm{M}})(J_{z\min}s+J_{\mathrm{M}})} \tag{31}$$

不确定性控制对象可以表示为

$$P_{\mathrm{mid}}(s)=\frac{1}{J_{z\mathrm{mid}}s+J_{\mathrm{M}}}+\frac{(J_{z\mathrm{mid}}-J_z)s}{(J_{z\mathrm{mid}}s+J_{\mathrm{M}})(J_{z\min}s+J_{\mathrm{M}})}\Delta(s) \tag{32}$$

由上述定理, 对应于小增益定理, 对于任意的$\Delta(s)\in\overline{\mathrm{B}}_{H_\infty}$($H_\infty$范数下的有界鲁棒集合), 只需 PID 参数满足:

$$\left\|S(\mathrm{j}w)\left(1+\frac{1}{J_{z\mathrm{mid}}\mathrm{j}w+J_{\mathrm{M}}}S(\mathrm{j}w)\right)^{-1}\cdot\frac{(J_{z\mathrm{mid}}-J_z)\mathrm{j}w}{(J_{z\mathrm{mid}}\mathrm{j}w+J_{\mathrm{M}})(J_{z\min}\mathrm{j}w+J_{\mathrm{M}})}\right\|_{w\to\infty}<1 \tag{33}$$

式中: $S(\mathrm{j}w)=K_{\mathrm{P}}+\dfrac{K_{\mathrm{D}}}{\mathrm{j}w}+K_{\mathrm{I}}\mathrm{j}w$, $s=\mathrm{j}w$。式 (27) 系统即可稳定。

广义逆进行最优分解控制分配方式会在特定情况下出现一个通道较大影响到另外一个通道输出的现象。经研究发现, 当控制量:

$$\boldsymbol{u}=[1,1,8+mg,0.2,0.2,0.1]\sim[-1,-1,-8+mg,-0.2,-0.2,-0.1] \tag{34}$$

经过伪逆求解后, 这种现象已不明显。考虑到这种情况的出现, 在 PID 控制环节中加入了输出限幅, 能够避免该现象的发生。由于本文仿真实验中的飞行器转动惯量及质量较小, 上述限幅范围仍能满足飞行器的控制要求。

4　仿真验证

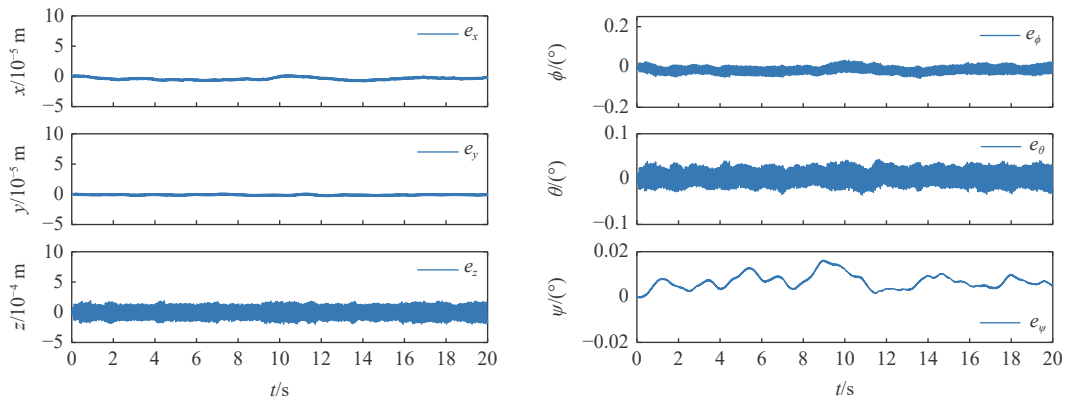
为验证本文设计的多节链式倾转旋翼飞行器的合理性及其控制律的有效性, 实验从飞行器典型构形位姿控制的稳定性及构形变换控制的可行性 2 个方面进行仿真论证, 验证在定点悬停条件下, 飞行器的构形变换能力。仿真中, 飞行器初始状态$\boldsymbol{P}_0^{\mathrm{E}}=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\Theta}_0=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$。期望状态$\boldsymbol{P}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{E}}=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$,

同时设定$\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{d}}=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$。基于MATLAB/Simulink搭建了多节链式倾转旋翼飞行器仿真环境，仿真步长设置为1 ms。

4.1 典型构形下位姿控制稳定性验证

图4～图7分别为飞行器在“口”字形、过渡构形1、过渡构形2及“一”字形构形下的位置误差及姿态误差数据。飞行器位置跟踪误差不超过1 mm，各轴向角度跟踪误差控制在0.05°范围内，飞行器在定点悬停状态下、各典型状态下均能实现位置和姿态的稳定控制。

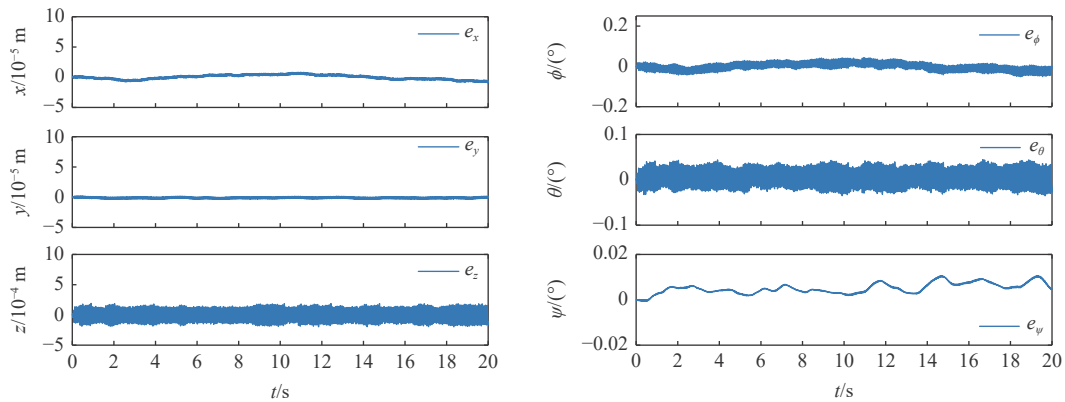
对不同状态下仿真数据横向对比可以发现，随着飞行器机械关节的展开，飞行器的控制坐标系原点到飞行器机体坐标系原点的位置矢径不断变小，飞行器俯仰轴力臂逐渐变小，相当于系统的阻尼增



(a) 位置跟踪误差　　(b) 姿态跟踪误差

图4 “口”字形构形位姿跟踪误差

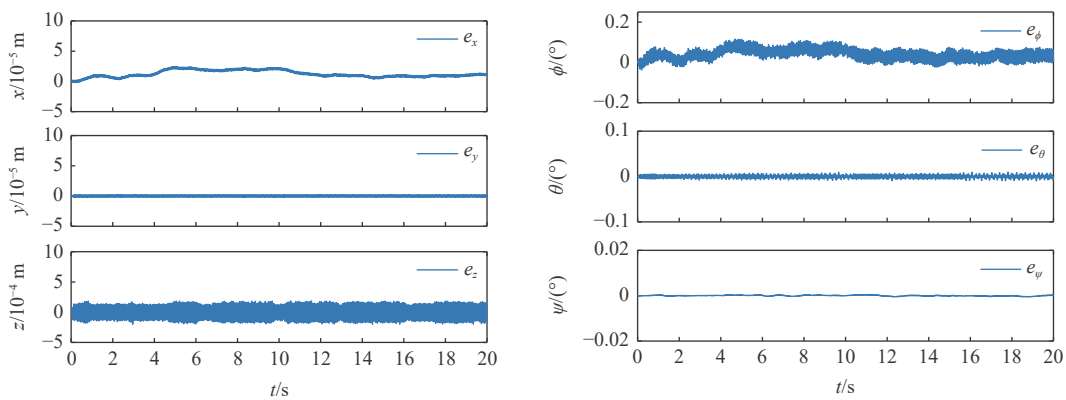
Fig. 4 Tracking error of position and posture of the aircraft in a square shape



(a) 位置跟踪误差　　(b) 姿态跟踪误差

图5 过渡构形1位姿跟踪误差

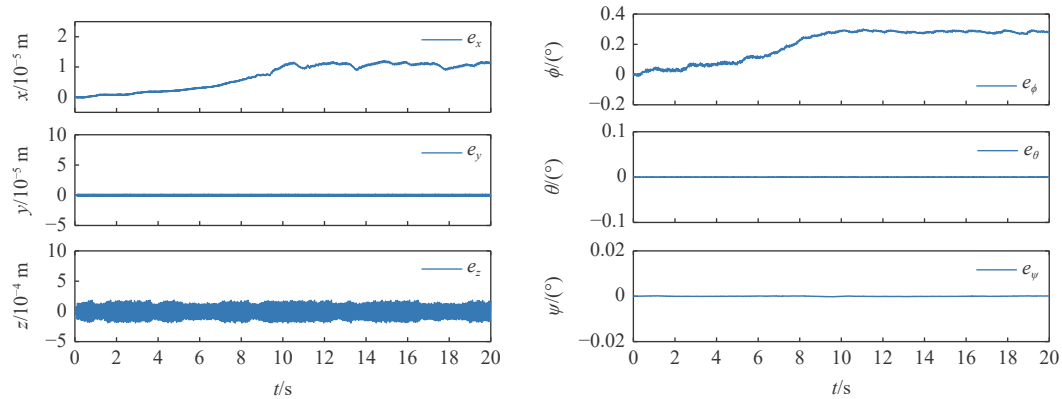
Fig. 5 Tracking error of position and posture of transitional configuration 1



(a) 位置跟踪误差　　(b) 姿态跟踪误差

图6 过渡构形2位姿跟踪误差

Fig. 6 Tracking error of position and posture of transitional configuration 2



(a) 位置跟踪误差　　(b) 姿态跟踪误差

图 7　“一”字形构形位姿跟踪误差

Fig. 7　Tracking error of position and posture of the aircraft in a straight line shape

大, 从而导致系统的超调变小。飞行器偏航轴随多旋翼飞行器 1 号和 4 号的电机位置与飞行器机体坐标系原点的位置矢径不断变大, 相当于增大了系统的开环增益, 使得飞行器偏航的误差变小。对比飞行器各个状态下的仿真数据发现, 飞行器的横滚轴和前轴存在一定的耦合现象。

4.2　构形变换控制的可行性验证

设初始状态为 $\boldsymbol{P}_0^{\mathrm{E}}=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\Theta}_0=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$。期望状态为 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{E}}=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{d}}=[0,0,0]^{\mathrm{T}}$。在仿真 0～10 s 开展构形变化, 图 8 为各机臂的活动关节仿真曲线。

图中: 状态①表示飞行器处于“口”字形构形; 状态②表示“口”字形构形到过渡构形 1 的动态变化过程; 状态③表示过渡构形 1 到过渡构形 2 的动态变化过程; 状态④表示过渡构形 2 到“一”字形构形的动态变化过程; 状态⑤表示飞行器处于“一”字形构形。飞行器从“口”字形构形变为“一”字形构形, 保持 1 s 后, 飞行器又从“一”字形构形变回为“口”字形构形。仿真研究了飞行器构形的正向变化和逆向变化时飞行器的位置和姿态变化。

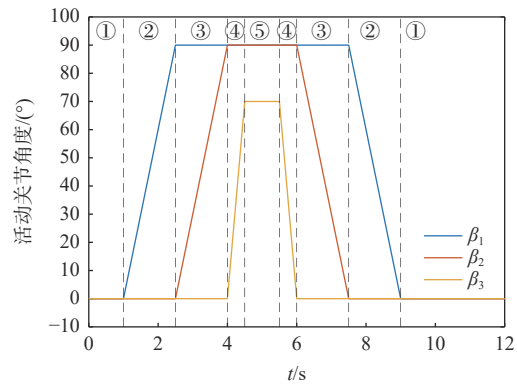
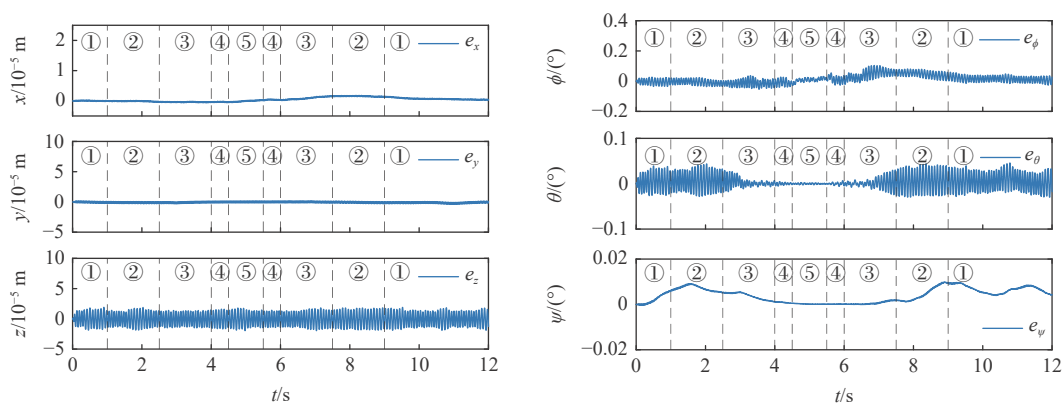


图 8　机械关节角度变化

Fig. 8　Angle changes of mechanical joints

如图 9 所示, 飞行器在上述各构形切换过程中, 其位置变化始终保持在 1 mm 以内, 角度误差控制在 0.1°内。飞行器在连续构形变化下位姿能够保持控制稳定。在静态 PID 情况下, 当飞行器处于④—⑤—④状态时, 控制坐标系到飞行器的机体坐标系原点矢径逐渐变小, 俯仰轴的力臂变小, 阻尼增大, 故飞行器的俯仰轴的误差显著变小。



(a) 位置跟踪误差　　(b) 姿态跟踪误差

图 9　构型连续变化下飞行器位姿跟踪误差

Fig. 9　Tracking error of aircraft's position and posture when it's configuration continuously changes

4.3 动态 PID 仿真对比

由图 9 所示，在静态 PID 控制下，飞行器由“口”字形过渡到“一”字形的变体过程中，其偏航轴偏差相较于其他通道误差较大。各静态悬停过程中，由 3.2 节可知，飞行器在变体过程中，飞行器本身的系统参数也在随之不断变化。因此，采用动态 PID 控制方法进行对比实验。动态 PID 参数如表 1 所示。

表 1 动态 PID 参数

Table 1 Parameters of dynamic PID

状态	K_P	K_D
①	40	15
②	32	20
③	40	30
④	100	80

静态 PID 参数与状态①PID 参数相同，K_P=40，K_D=15。仿真结果如图 10 所示，飞行器系统在完成图 8 所示的动态变换过程。在②—③过程中，飞行器不断展开，1 号电机相对于飞行器机体坐标系原点的矢径不断变大，动态 PID 参数 K_P需要减少，K_D需要增大，使得偏航轴误差模值相较于静态 PID 时减小了 1/2。③动态下，4 号电机相对于飞行器机体坐标系原点矢径不断变大，K_D需要增大，动态 PID 参数使得偏航轴响应较静态 PID 时减少幅度较大，系统响应变快。由于④—⑤—④过程中飞行器的 1 号和 4 号电机相对于飞行器机体坐标系原点的矢径增大到最大值，偏航轴的力臂在状态⑤下达到最大，相应的动态 PID 的阻尼也需要变大。由于④—⑤—④动态特性的改善，③—②—①过程中起始误差相较于静态 PID 时减小。在此过程中，俯仰轴的力臂在相应地减少至最小值，从而对偏航轴控制带来一定的影响，为此增大 K_P。由仿真结果可得，针对飞行器不同重构状态下系统参数变化，动态 PID 能够使得飞行器重构时动态特性改善。

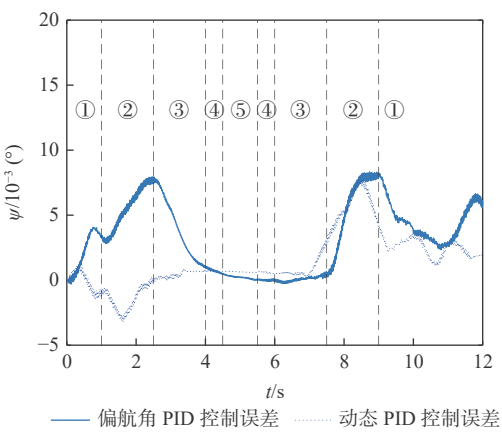


图 10 偏航角 PID 控制与动态 PID 动态特性对比

Fig. 10 Comparison of yaw angle dynamic characteristics between PID control and dynamic PID control

5 结 论

本文提出一种多节链式倾转旋翼飞行器系统设计方案，解决了飞行器在空中运动重构时奇异位置不可控的问题，经仿真实验论证得到以下结论：

1）提出的倾转矢量链式机体结构，有效补偿了因构形变化带来的横向转动力矩的缺失，提高了飞行器应对空间约束的通过性。

2）面向全构形变换提出的飞行控制律，实现了飞行器在不同典型构形下的稳定飞行及连续构形变化下的重构运动控制。

下阶段将继续针对变体旋翼飞行器扰动抑制、容错控制和重构决策等开展研究工作。

参考文献（References）

[1] 陈宗基, 魏金钟, 王英勋, 等. 无人机自主控制等级及其系统结构研究[J]. 航空学报, 2011, 32(6): 1075-1083.
CHEN Z J, WEI J Z, WANG Y X, et al. UAV autonomous control levels and system structure[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(6): 1075-1083(in Chinese).

[2] 张钊, 杨忠, 段雨潇, 等. 主动变形四旋翼自抗扰飞行控制方法[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(4): 444-456.
ZHANG Z, YANG Z, DUAN Y X, et al. Active disturbance rejection control method for actively deformable quadrotor[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(4): 444-456(in Chinese).

[3] 卢凯文, 杨忠, 张秋雁, 等. 推力矢量可倾转四旋翼自抗扰飞行控制方法[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(6): 1377-1387.
LU K W, YANG Z, ZHANG Q Y, et al. Active disturbance rejection flight control method for thrust-vectored quadrotor with tiltable rotors[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(6): 1377-1387(in Chinese).

[4] 陶广宏, 房立金, 徐鑫霖, 等. 多节链式移动机器人单元模块研究与设计[J]. 机器人, 2018, 40(6): 887-893.
TAO G H, FANG L J, XU X L, et al. Research and design of the unit module of the multi-link mobile robot[J]. Robot, 2018, 40(6): 887-893(in Chinese).

[5] 张杰, 吴森堂. 一种变体飞行器的动力学建模与动态特性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(1): 58-64.
ZHANG J, WU S T. Dynamic modeling for a morphing aircraft and dynamic characteristics analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(1): 58-64(in Chinese).

[6] BUCKI N, MUELLER M W. Design and control of a passively morphing quadcopter[C]//Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2019: 9116-9122.

[7] FALANGA D, KLEBER K, MINTCHEV S, et al. The foldable drone: A morphing quadrotor that can squeeze and fly[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(2): 209-216.

[8] BAI Y, GURURAJAN S. Evaluation of a baseline controller for autonomous "figure-8" flights of a morphing geometry quadcopter: Flight performance[J]. Drones, 2019, 3(3): 70.

[9] ZHAO M J, KAWASAKI K, ANZAI T, et al. Transformable multirotor with two-dimensional multilinks[J]. International Journal of Robotics Research, 2018, 37(9): 1085-1112.

[10] MAKI T, ZHAO M J, SHI F, et al. Model reference adaptive control of multirotor for missions with dynamic change of payloads during flight[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2020: 7433-7439.

[11] ANZAI T, ZHAO M J, MUROOKA M, et al. Design, modeling and control of fully actuated 2D transformable aerial robot with 1 DoF thrust vectorable link module[C]//Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway: IEEE Press, 2019: 2820-2826.

[12] 赵昌丽, 郭达, 王续乔, 等. 可动态重构的旋翼飞行器设计与运动特性分析[J]. 机器人, 2021, 43(5): 620-628.
ZHAO C L, GUO D, WANG X Q, et al. Design and motion characteristics analysis on a dynamically reconfigurable rotorcraft[J]. Robot, 2021, 43(5): 620-628(in Chinese).

[13] ANZAI T, ZHAO M, NOZAWA S, et al. Aerial grasping based on shape adaptive transformation by HALO: Horizontal plane transformable aerial robot with closed-loop multilinks structure[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2018: 6990-6996.

[14] KAMEL M, VERLING S, ELKHATIB O, et al. The voliro omniorientational hexacopter: An agile and maneuverable tiltable-rotor aerial vehicle[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2018, 25(4): 34-44.

[15] RAJAPPA S, RYLL M, BÜLTHOFF H H, et al. Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted propellers[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation . Piscataway: IEEE Press, 2015: 4006-4013.

Reconfiguration control and motion simulation of tilt-rotor aircraft with multilinks

WANG Xuqiao[1,*], LAI Feilong[1], ZHAO Changli[2]

(1. Institute of Robotics, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. School of Aviation and Aerospace, Tianjin Sino-German University of Applied Sciences, Tianjin 300350, China)

Abstract: Multilinks rotorcraft has the characteristic of configuration transformation, which is an effective configuration design method to deal with the variation of motion space. The dynamic reconfiguration flight of Multilinks rotorcraft has a critical configuration interval that cannot be achieved because of the lack of lateral rotation moment cauased by motor co-axis under configuration change.In order to solve this issue, a chain rotor body structure with lateral tilting was designed, in which, the single arm was taken as the basic modular structure unit, the horizontal configuration was changed by rotating joints, and tilting vector joints were configured in the middle of the arm to provide rolling moment support. Based on the derivation of the kinematics and dynamics models, the control distribution was linearized by introducing virtual control variables, the control efficiency matrix was solved by using the Moore-Penrose pseudo-inverse, and the flight control law was designed for the full configuration transformation.Finally, experiments were carried out to show that configuration change is controllable and that the fully-actuated control stability of a typical configuration is possible. The simulation results show that the maximum error of axial angle tracking of attitude is less than 0.05° during all the typical configurations, in the condition of the whole configuration transformation it's less than 0.1°, and in both cases, the position deviation can be controlled within 1 mm. The aircraft can fly stably when the configuration changes, which provides the necessary conditions for dynamic reconstruction and robust flight.

Keywords: full drive control; tilt-rotor; variable structure; multilinks; dynamic reconfiguration; narrow space

Received: 2022-06-22; **Accepted**: 2022-07-29; **Published Online**: 2022-11-19 09:52

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221117.1715.003

Foundation items: Youth Project of Tianjin Applied Basic Research Multi-investment Fund (21JCQNJC00870); The Fundamental Research Funds for the Central Universities (3122019059)

* **Corresponding author**. E-mail: wang_xu_qiao@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0714

一种新型登机门开启限速装置的设计

智文静*，李建刚，张晨，刘冬平，杜秀军
(航空工业集团庆安集团有限公司 航空设备研究所，西安 710077)

摘 要：登机门是民用飞机舱门中的一个重要部件，其直接影响民用客机结构、功能的完整性和安全性。根据项目研制的需要，针对MA600飞机登机门无阻尼式自由下落导致登机门转轴及舱门损坏的问题进行原因分析，设计了一种限制登机门下落速度的新型开启限速装置。在CATIA中建立了包括登机门、登机梯、开启限速装置在内的虚拟样机模型，在MSC/ADAMS中对安装和未安装开启限速装置的登机门自由坠落进行动力学仿真分析，分析了产品不同设计参数对登机门自由坠落时间的影响，确定出了最优的结构参数，仿真结果表明：所设计的限速装置能够将登机门的坠落时间限制在6 s，有效减少登机门坠落对门体结构冲击，为后续的样件产出和试验提供理论依据。

关 键 词：登机门；开启限速装置；ADAMS；动力学仿真；超速保护
中图分类号：V221+.3; TB553
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1532-09

飞机舱门是民用飞机上用于进出客舱、货舱的可开关部件，其主要类型包括登机门(含应急门)、货舱门和服务门等。目前，国内外小型飞机的登机门多采用门梯合一式结构布局，因其便捷易用的特点能够作为进出客舱的通道同时还可以作为登机梯使用，通常地勤人员通过外手柄人工收放或使用液压作动器、扭杆弹簧、气弹簧等助力装置辅助实现收放，但其存在着手柄力大、操作效率不高、安全性低等问题[1]。MA600涡桨支线客机的登机门是国内首个使用了门梯合一式结构布局的舱门，其开关舱门的动力源主要来源于一对自带油源的液压作动筒。当登机门打开时，液压作动筒输出阻尼力，登机门依靠自身重力和阻尼力的平衡实现平稳的下落打开；当登机门关闭时，液压作动筒输出动力，在液压作动筒拉力作用下同时克服登机门的重力实现登机门可靠的关闭。由于MA600飞机采用门梯合一结构的登机门导致门体自身重量较大，每次开启关闭登机门时都会对自身的液压系统产生较大的考验。当飞机无飞行任务停场时间过长时，液压系统长时间不工作会使自身的供油压力缓慢衰减，特别是当飞机再次复飞打开登机门时会出现因供油压力衰减导致阻尼力损失或无阻尼，登机门在只有自身重力作用下出现无阻尼自由坠落的故障现象，严重时会导致登机门收放结构和转动机构的损坏[2]。针对MA600飞机登机门的上述问题，王卯升等研究了登机门外手柄开启力矩过大的问题，利用Motion软件建立了登机门的刚柔耦合多体动力学模型并进行优化设计，优化后使外手柄力下降了31.4%[1]。王立纲等针对飞机登机门无阻尼自由落下的问题展开了原因分析，在对其液压系统原理研究基础上给出了解决措施和优化方案，但该方案额外增加了登机门维护的工作量[3]。李自山深入分析造成飞机登机门液压系统故障的原因，提出了相应的预防措施和维护策略，但该措施增加了登机门日常维护频率[4]。张婷针对MA600飞机登机门在外场使用过程中无阻尼自由下落的问题，分析了故

收稿日期：2022-08-13；录用日期：2022-09-02；网络出版时间：2022-12-14 10:47
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1701.001
*通信作者. E-mail：zhiwj001@avic.com

引用格式：智文静，李建刚，张晨，等. 一种新型登机门开启限速装置的设计[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1532-1540.
ZHI W J，LI J G，ZHANG C，et al. Design of a new opening and speed limiting mechanism of passenger door[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1532-1540 (in Chinese).

障原因并提出给液压系统增加阻尼蓄压器的方案, 并通过开关门试验验证方案有效性, 但该方案仍存在长时间不工作阻尼衰减的问题, 同时其对原液压系统改动较大而导致系统自身重量增大[5]。

针对登机门无阻尼式自由落下过程中导致登机门转动部件损坏的问题, 本文设计了一种新型登机门开启限速装置, 较之传统的采用单向离合形式通过摩擦片或摩擦体和被摩擦件的摩擦抱死作用达到超速刹车效果的限速装置, 具有结构紧凑、自动分离响应快、启动力矩小、限速范围可控等特点, 该开启限速装置在登机门正常开启关闭的过程中不影响其收放时间, 在登机门无阻尼故障坠落发生时能够限制登机门下落的速度, 可有效的解决登机门在液压作动筒失压时自由坠落的问题。本文首先利用 CATIA 软件对登机门开启限速装置及登机门进行建模, 然后, 将建立了开启限速装置的数字样机, 并安装在登机门上, 最后, 将开启限速装置及登机门模型进行简化后导入 MSC/ADAMS 软件中, 进行了登机门无阻尼下自由坠落的动力学仿真分析, 并对可能影响开启限速装置性能和登机门坠落时间的关键参数进行了分析优化, 以验证开启限速装置设计的合理性[6]。

1　登机门的基本结构及故障分析

1.1　登机门的结构组成

MA600 飞机登机门的结构组成如图 1 所示。登机门主要由门梯结构、收放机构、装饰板等组成。其中门梯结构主要由登机门、梯子、密封件等组成; 收放机构主要由开启连杆、液压作动筒及支座等组成[3]。登机门的开启和关闭主要是通过一套液压操纵系统驱动 2 个液压作动筒推动开启连杆翻转舱门来完成, 液压作动筒的动力源来源于系统自身配套的独立蓄压器。当开启登机门时液压作动筒缩进提供阻尼力, 登机门依靠自身重力的作用同时克服液压作动筒的液压阻尼而下落, 从而实现舱门的开启; 当关闭登机门时液压作动筒伸出提供动力, 在液压作动筒拉力的作用力下同时克服登机门自身重力而实现舱门的关闭。



图 1　MA600 飞机登机门的结构组成

Fig. 1　MA600 aircraft the structure components of the passenger door

1.2　登机门坠落故障的原因分析

MA600 飞机登机门的打开和关闭主要是通过液压操纵系统驱动扶手转轴两侧液压作动筒的缩回和伸出来实现。当登机门放下时液压作动筒缩进同时提供阻尼力, 其阻尼力主要是通过一组节流活门, 限制登机门液压作动筒无杆腔内油液流向蓄压器的速度来实现舱门打开。当登机门收起时液压作动筒伸出同时提供动力, 此时节流活门开启, 液压系统控制蓄压器的油液流向无杆腔来实现舱门关闭。飞机自交付用户使用后, 外场发生过多起无阻尼自由下落故障, 出现了液压作动筒活塞杆断裂、登机门转动部件、登机门结构框架及地板损坏的事件。其主要原因是当液压操纵系统发生失压或其他因素导致液压源关闭就会出现液压作动筒出现内部充油不足的现象, 从而使液压系统流量不足而使得节流活门的节流效果极大降低, 登机门在放下过程中出现无阻尼的情况, 最终导致登机门下落速度过快或急速坠落而产生过大冲击力, 严重时甚至会对登机门机构部件产生损坏[3-4]。

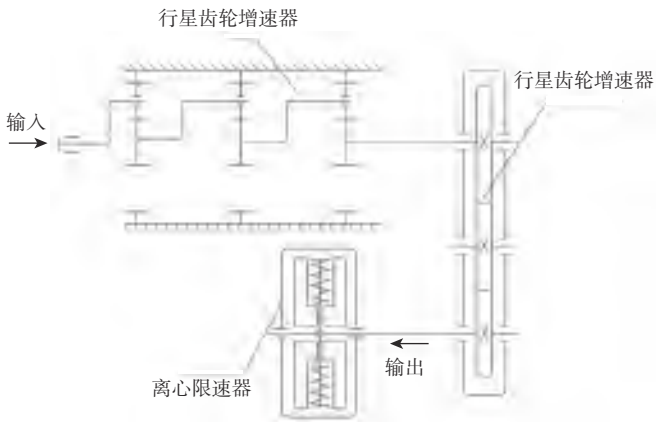
在对登机门门梯结构及无阻尼自由坠落的故障原因分析的基础上, 基于对登机门自身已有机构的较小改动、从使用维护和安全可靠等方面综合考虑, 本文设计了一种新型开启限速装置, 该装置安装于登机门扶手转轴上, 基本原理是通过产生摩擦阻力矩来平衡登机门自由坠落时自身产生的重力矩, 达到限制登机门下落的速度, 使登机门在无阻尼的情况下缓慢下落, 从而有效的解决了登机门无阻尼式自由下落带来登机门收放结构和翻转机构损坏的问题[7], 同时该新型开启限速装置不影响登机门正常和应急开启。

2　新型开启限速装置的工作原理

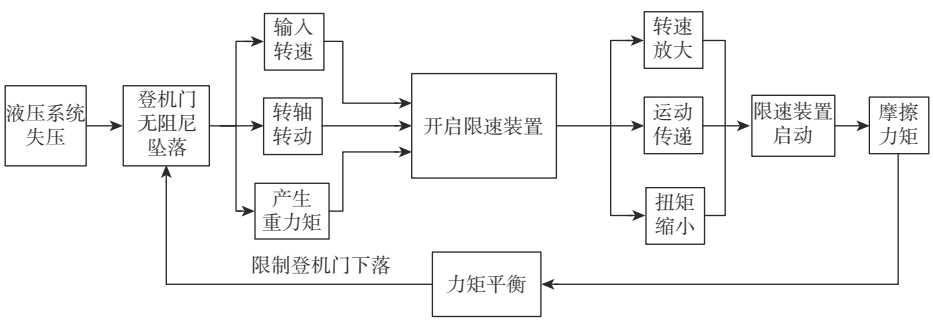
为减小登机门因失压发生无阻尼式自由下落过程中的冲击力, 本文所设计登机门开启限速装置加装在登机门两侧的扶手转轴上。其主要的工作机理基于力矩平衡原理, 当登机门因失压故障自由坠落时, 将门由自身质量绕转轴的回转中心产生的重力力矩 T_G, 分别由两侧的开启限速装置产生的阻力矩 T_F 来平衡, 即登机门下落过程中的重力产生的重力矩与开启限速装置产生的阻力矩存在动态力矩平衡关系为

$$T_G - 2T_F \geqslant 0 \qquad (1)$$

当登机门出现无阻尼自由坠落时，门梯自身重力的作用使得开启限速装置输入端的转速随登机门的转轴而转动，由于开启限速装置内部的前级行星齿轮增速器和圆柱齿轮增速器具有增速传扭的作用，能够将扶手处的转轴转速按照预设的传动比进行放大并传递至离心限速器中，同时转轴处输入扭矩减小。当开启限速装置内部的离心限速器中转轴转速达到预设的转速阈值时，离心限速器内部的离心块在离心力的作用下克服弹簧的预紧力，然后离心块沿着转轴滑槽的径向方向迅速向外滑动，当离心块移动至与壳体内表面接触后发生持续的滑动摩擦而产生摩擦力矩。摩擦力矩在反向传递过程中按照预设的传动比将力矩值放大，使得开启限速装置产生的摩擦阻力矩和登机门的重力矩达到动态平衡，从而达到限制登机门下落速度的作用[8]，具体的工作原理如图2所示。



(a) 开启限速装置的内部结构



(b) 开启限速装置的原理

图2 开启限速装置的工作原理

Fig. 2 Schematic of the opening and speed limiting working mechanism

3 开启限速装置及登机门的建模

3.1 开启限速装置及登机门虚拟样机模型

开启限速装置的三维模型在CATIA软件中建立后导入ADAMS软件中，登机门的三维模型由于结构较为复杂，为便于仿真分析时与数字样机技术的结合，导入前需要进行模型简化，建模的过程主要分为以下几部分[4-5]：

1）开启限速装置的零组件三维模型在CATIA中建立，文件格式为“*.CATProduct”，通过ADAMS软件的Exchange接口模块将模型数据传输到ADAMS中，模型将以标准Parasolid格式在MSC.ADAMS/VIEW中显示[9]。

2）由于登机门自身结构较复杂且小的零部件较多，登机门及门梯的三维模型导入ADAMS前需要对部分构件进行模型简化处理。简化后的登机门及门梯的模型通过ADAMS软件的Exchange接口模块将数据传输到ADAMS软件中，最终的模型将以标准Parasolid格式在MSC.ADAMS/VIEW中显示。

3）从CATIA软件中导入的登机门液压作动筒模型属于刚体元件，在ADAMS仿真分析中无法柔性化，因此，在ADAMS软件中选择弹簧对液压作动筒进行替代。考虑登机门与梯子结构比较复杂，以平板代替登机门与梯子模型，保留其他基本的运动杆部件，简化替代后的模型按照如表1所示的动力学参数在ADAMS软件中进行设置。定义好的虚拟样机模型如图3所示。

4）利用MSC.ADAMS/SimDesigner插件定义开启限速装置各组件之间及登机门各部件之间的运动约束。考虑到登机门限速装置中行星齿轮增速器不是本文分析的重点，因此，将行星齿轮增速器

表 1　登机门和梯子的参数

Table 1　Parameters of passenger door and ladder

登机门和梯子质量/kg	I_{xx}/(kg·m^{-2})	I_{yy}/(kg·m^{-2})	I_{zz}/(kg·m^{-2})
90	7.913×10^6	2.353×10^6	9.637×10^6

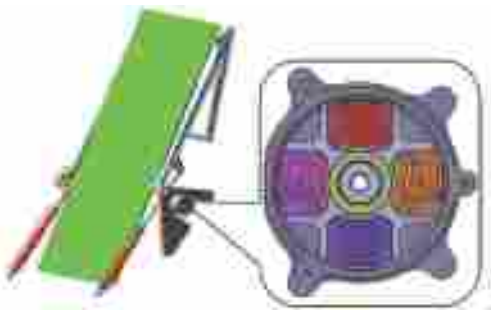


图 3　开启限速装置及登机门虚拟样机模型

Fig. 3　Opening and speed limiting mechanism and passenger door virtual prototype model

使用耦合副代替, 在开启连杆与支座、固定座与开启限速装置的离心限速器转子之间的 2 个旋转副之间添加一个耦合副代替行星齿轮增速器[7], 其他部件之间的约束关系如表 2 所示。

表 2　仿真模型的运动副

Table 2　Motion pair of the simulation model

构件1	构件2	约束关系
机身	登机门	旋转副
登机门	液压作动筒	旋转副
登机门	开启连杆1	旋转副
开启连杆1	开启连杆2	旋转副
开启连杆2	固定座	旋转副
固定座	离心限速器转子	旋转副
离心限速器转子	定心螺栓	刚性连接
定心螺栓	离心块	滑动副
离心块	离心限速器壳体	接触副
离心限速器壳体	离心限速器转子	刚性连接

3.2　开启限速装置的结构参数分析

根据开启限速装置的工作原理可知, 当登机门故障坠落时, 登机门在重力作用下下落翻转使得与之刚性连接的开启限速装置随登机门转动, 随之开启限速装置中的前级行星齿轮增速器将扶手处的输入转速按照预设传动比进行放大, 当开启限速装置中的离心限速器转子转速增大到一定的阈值时, 离心块受到的离心力大于弹簧的预紧力, 从而使离心块在径向方向上沿着转轴的滑槽向外移动, 当离心块移动至与壳体内表面接触后发生持续的滑动摩擦而产生摩擦力及摩擦力矩, 所产生摩擦力矩与登机门重力力矩始终处于动态平衡中, 从而对登机门的坠落起到限速作用。

如图 4 所示, 登机门开启限速装置产生的摩擦力矩为

$$T_F = F_P r_m \mu \tag{2}$$

式中: T_F为离心块与壳体之间的摩擦力矩; F_P为离心块与壳体之间的的正压力; r_m为离心块的旋转半径; μ为离心块与壳体之间的摩擦系数。

离心块受到的向心力F_C为

$$F_C = F_P + F_S \tag{3}$$

式中: F_C为离心块的向心力; F_S=110N 为弹簧的预紧力。

离心块的向心力F_C为

$$F_C = m r_m \omega^2 \tag{4}$$

式中: m为离心块的质量, 取决于离心块几何形状及材料属性; ω为离心块的转动角速度, 取决于开启限速装置的传动比; r_m=25 mm 为离心块的旋转半径, 取决于离心块重心到旋转轴线的距离, 由于离心限速器壳体尺寸的设计限制, 离心块的最大半径与最小半径之间仅相差 0.04 mm, 半径的变化可以忽略不计。

通过式(1)～式(4)分析可知, 影响登机门开启限速装置的摩擦力的大小主要因素有m、ω、r_m、μ, 其中离心块的质量m可以通过改变离心块的几何形状及材料属性来控制其大小; 转动角速度ω主要通过改变开启限速装置的传动比i来控制; 离心块的旋转半径r_m主要由离心块到旋转轴之间的距离决定; 摩擦系数μ主要由摩擦件和被摩擦件之间的材料属性决定。在开启限速装置设计过程中, 为更好匹配登机门坠落的重力矩达到较好的摩擦限速作用, 需要对影响开启限速装置的摩擦力矩大小的关键参数进行优化设计, 需要进行优化的参数主

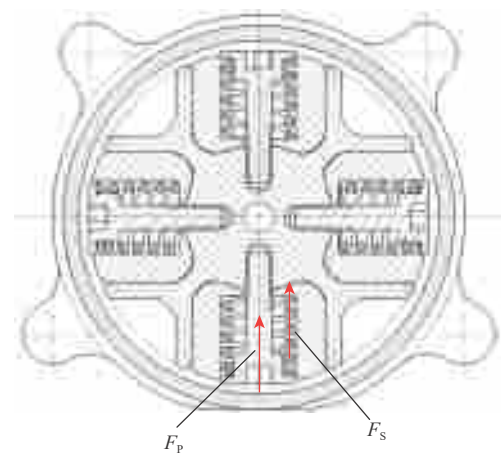


图 4　离心块的受力示意图

Fig. 4　Force diagram of centrifugal block

要有[7]：① 离心块的质量m；② 开启限速装置的传动比i；③ 摩擦系数μ，其中，摩擦系数的变化较小，影响有限不做分析[10-13]。

4 开启限速装置的仿真分析过程及结果

4.1 开启限速装置的设计参数的仿真分析

根据主机的设计要求，登机门安装开启限速装置后，在液压作动筒失压后登机门发生无阻尼自由坠落的情况时，要求登机门开启限速装置启动并产生摩擦限速作用，将登机门的坠落时间控制在 5～6 s 之外。针对上述要求，设计时以控制登机门的坠落时间要求为设计优化目标，对离心块质量参数和开启限速装置的传动比做优化分析。

在 ADAMS 软件中对开启限速装置及登机门进行自由坠落工况动力学仿真分析，可得在不同质量离心块的作用下登机门下落时间、开启限速装置起作用时登机门的翻转角度、开启限速装置启动时间、开启限速装置启动时开启连杆的转速及开启连杆的平均转速[14-15]，具体的仿真结果如图 5～图 7 所示。

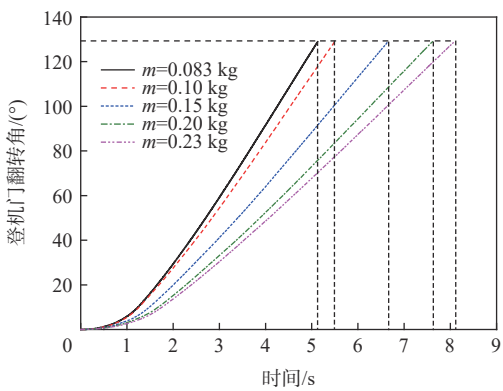


图 5 不同质量离心块作用下的登机门下落时间

Fig. 5 Falling time of the boarding gate under the action of centrifugal block with different mass

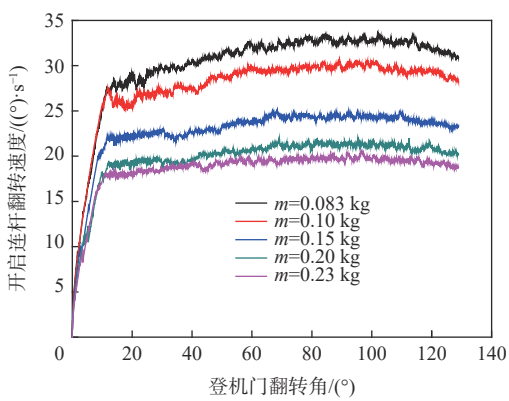


图 6 登机门翻转角度与开启连杆翻转速度曲线

Fig. 6 Door rotation angle and rod rotation speed curves

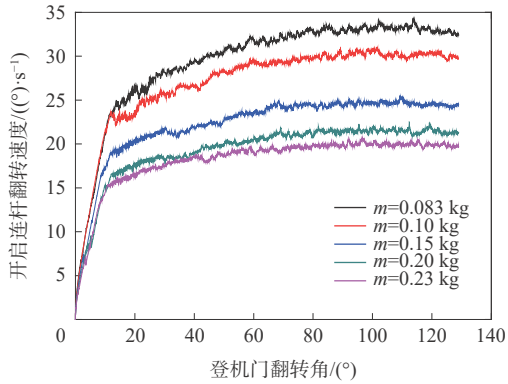


图 7 不同质量离心块作用下的登机门转速曲线

Fig. 7 Door rotation speed curves of the boarding gate under the action of centrifugal block with different mass

在图 5 中当离心块质量取不同值时从登机门下落时间的仿真分析结果可知，随着离心块质量的增大登机门下落时间变长。图 6 为登机门翻转角度与开启连杆转速之间的关系曲线，通过曲线可知随着离心块质量的增大开启限速装置起作用时开启连杆的转速值上移，运动的初期开启连杆转速曲线比较光滑，说明此时开启限速装置未启动；当开启连杆转速达到一定的阈值时，开启连杆的转速曲线产生波动；此时开启限速装置开始对登机门起到限速作用，但不同质量离心块导致限速装置起限速作用的启动转速点不同，即开启连杆转速变平缓的作用点不同。图 7 为登机门下落翻转角度与登机门翻转速度的曲线，随着离心块质量的增大开启限速装置起作用后登机门下落速度波动趋势越平稳，因此，离心块的质量设计值取值不宜过小。通过图 6 可知，在开启限速装置起限速作用之前开启连杆转速不同，主要是由于离心块质量不同导致其对转轴的转动惯量的不同引起的。因此，开启限速装置在未发生限速作用之前，其自身的转动惯量也会影响登机门的下落时间，故离心块的质量设计值取值不宜过大。不同质量离心块作用下的登机门坠落仿真结果如表 3 所示。

在 ADAMS 软件中取不同传动比对开启限速

表 3 不同质量离心块作用下的登机门仿真结果

Table 3 Simulation results of boarding gate under the action of centrifugal block with different mass

离心块质量/kg	启动时间/s	限速启动角度/(°)	开启连杆转速/((°)·s⁻¹)		翻转时间/s
			限速启动时	平均	
0.083	1.35	10.35	27.35	31.26	5.13
0.1	1.39	12.96	26.60	28.71	5.49
0.15	1.59	11.89	21.90	23.43	6.65
0.2	1.80	11.91	19.02	20.47	7.61
0.23	1.82	10.89	17.80	19.17	8.08

装置及登机门进行自由坠落工况仿真，可得不同传动比时登机门下落时间、开启限速装置启动时间、开启限速装置启动时登机门的翻转角度、开启限速装置启动时开启连杆的转速及开启连杆的平均转速，具体的仿真结果如图 8～图 10 所示。

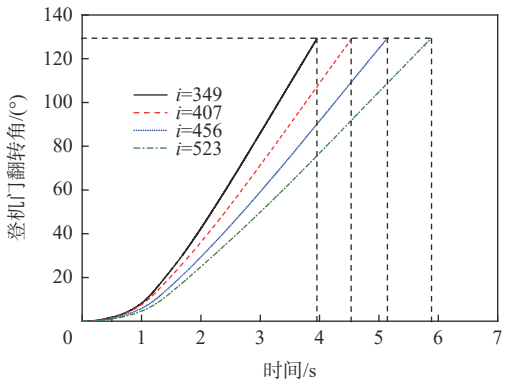


图 8　不同传动比下的登机门下落时间

Fig. 8　Drop-off time curves under different transmission ratios

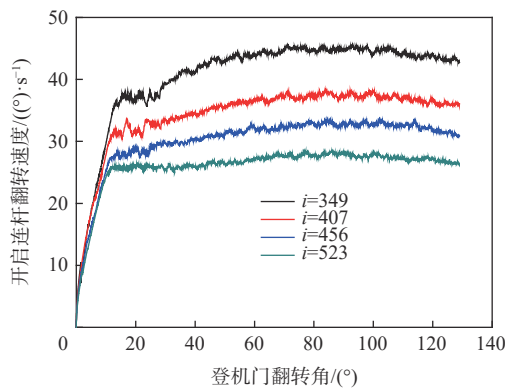


图 9　不同传动比下登机门翻转角度与开启连杆转速曲线

Fig. 9　Door rotation angle and rod rotation speed curves under different transmission ratios

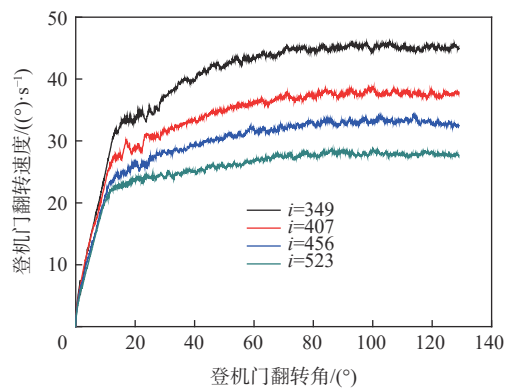


图 10　不同传动比下的登机门转速曲线

Fig. 10　Door rotation speed curves under different transmission ratios

开启限速装置取不同的传动比时登机门下落时间仿真分析可知，图 8 中随着传动比的增大登机门下落时间变长。图 9 中随着传动比增大开启限速装置起作用点处的开启连杆转速值上移，图 10 中随着传动比的增大开启限速装置起作用后登机门下落速度波动趋势越平稳。当开启限速装置取过大传动比时，会导致开启限速装置结构的重量增大；取过小的传动比时，开启限速装置起作用点滞后，登机门下落的时间不满足要求。不同传动比作用下的登机门坠落仿真结果如表 4 所示。

表 4　不同传动比作用下的登机门仿真结果

Table 4　Simulation results of different transmission ratios

传动比	启动时间/s	启动角度/(°)	开启连杆转速/((°)·s⁻¹)		翻转时间/s
			限速启动时	平均	
523	1.42	11.44	25.51	24.65	5.87
456	1.35	10.35	27.35	31.26	5.13
407	1.22	12.66	31.31	35.45	4.53
349	1.18	12.85	36.28	42.51	3.95

通过上述的仿真分析结果可知，结合影响开启限速装置性能的主要结构设计参数并综合考虑对登机门不同开启工况下的影响，优化后的设计参数如表 5 所示。

表 5　优化后登机门开启限速装置的设计参数

Table 5　Optimized design parameters of opening and speed limiting mechanism for rear gate opening

摩擦系数	离心块质量/kg	传动比	开启时间/s
0.17	0.23	456	5.01

4.2　登机门开启工况下的仿真结果

根据 4.1 节的仿真结果确定的开启限速装置关键设计参数值，在 ADAMS 中将开启限速装置的参数进行设置，在液压作动筒正常工况下对安装开启限速装置和未安装开启限速装置的工况进行动力学仿真，仿真结果如图 11 和图 12 所示。从图 11 中可以看出，安装开启限速装置后会影响登机门的正常开启时间，登机门未安装限速时正常开启时间为 10 s，安装限速装置时后登机门开启时间为 10.6 s，

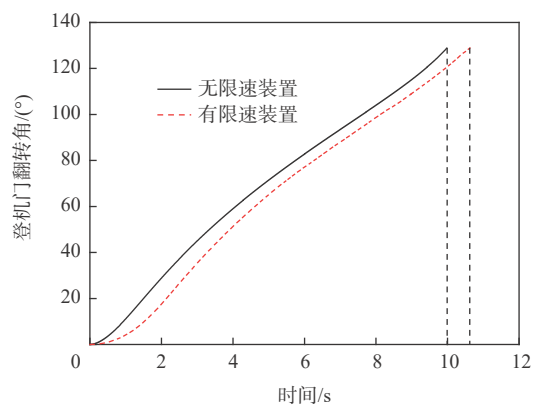


图 11　有/无开启限速装置时登机门正常开启时间

Fig. 11　Normal gate opening time curves with/without the opening and limiting mechanism

安装开启限速装置后对登机门开启时间影响较小。从图 12 中可以看出，安装开启限速装置后，在登机门开启过程中开启限速装置并没发生限速作用，登机门翻转变慢的主要原因是开启限速装置本身惯量对登机门开启有影响，但影响较小可以不做考虑。

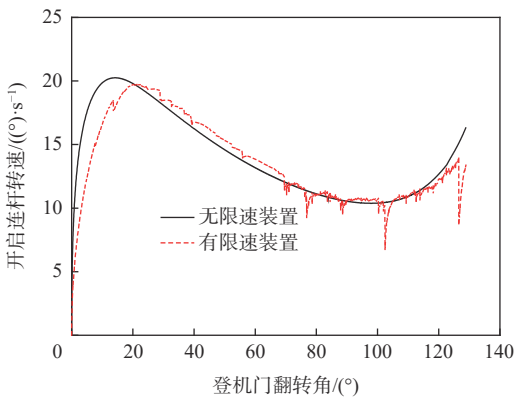


图 12 有/无开启限速装置时登机门正常开启时连杆转速

Fig. 12 Rod rotation speed at normal door curves with/without the opening and speed limiting mechanism

4.3 登机门关闭工况下的仿真结果

图 13 和图 14 为在液压作动筒正常工况下登机门关闭的仿真结果。从图 13 中可以看出，安装开启限速装置后会影响登机门的正常关闭时间，登机门未安装限速时正常关闭时间为 8 s，安装限速装置时后登机门关闭时间为 9.24 s，安装开启限速装置后对登机门关闭时间影响较小。从图 14 中可以看出，安装开启限速装置后，在登机门关闭过程中开启限速装置并未发生限速作用，登机门翻转变慢的主要原因是开启限速装置本身惯量对登机门关闭有影响，但影响较小可以不做考虑。

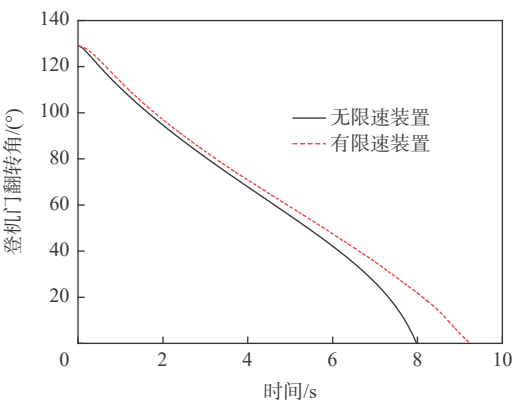


图 13 登机门正常关闭时的翻转角度

Fig. 13 Normally closed door rotation angle curves with/without the opening and speed limiting mechanism

4.4 登机门应急工况下的仿真结果

图 15 和图 16 为登机门在液压作动筒应急工况下开启的仿真结果。从图 15 中可以看出，安装开

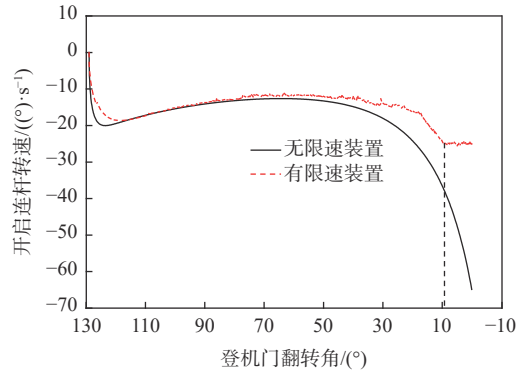


图 14 正常关闭时的翻转角度与开启连杆转速

Fig. 14 Door rotation angle and rod rotation speed curves under the normal closure

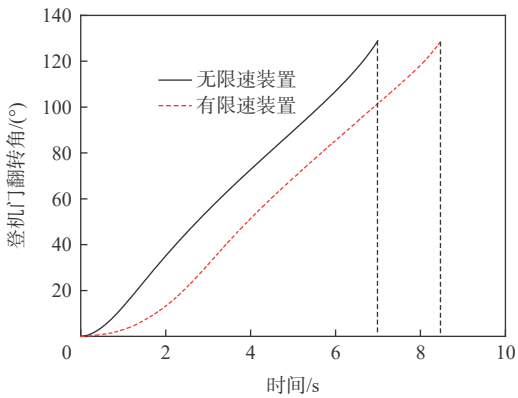


图 15 登机门应急开启时的开启时间

Fig. 15 Door emergency opening time curves with/without the opening and speed limiting mechanism

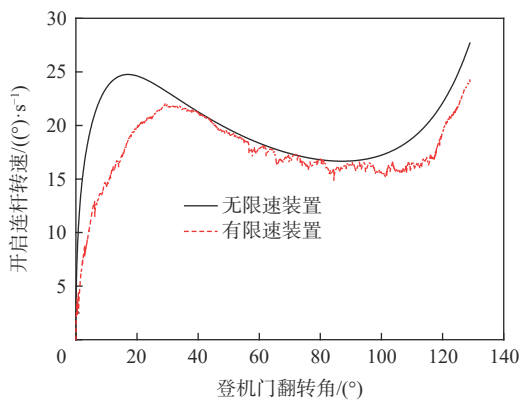


图 16 登机门应急开启时的翻转角度与开启连杆转速

Fig. 16 Door rotation angle and rod rotation speed curves under the emergency open

启限速装置后会影响登机门的应急开启时间，登机门未安装限速时应急开启时间为 7 s，安装限速装置时后登机门应急开启时间为 8.49 s，安装开启限速装置后对登机门应急开启时间影响较小。从图 16 中可以看出，安装开启限速装置后应急打开登机门的下落速度变大，应急打开过程中开启限速装置并未发生限速作用，登机门翻转变慢的主要原因是开启限速装置本身惯量对登机门开门有影响，影响较

小可以不做考虑。

4.5　仿真结果汇总

登机门在不同工况下开启时间的仿真结果如表 6 所示, 在正常开启、正常关门及应急开启的工况下, 转速未达到预设的阈值时开启限速装置未触发限速作用; 当登机门液压系统故障出现无阻尼自由坠落时, 登机门扶手转轴处传递至开启限速装置的转速达到预设的阈值后, 开启限速装置对登机门起限速作用。通过上述不同工况下登机门的仿真分析结果可知, 开启限速装置中离心块的质量、传动比对登机门的无阻尼坠落情况下限速作用影响最大, 其中传动比的大小对产品质量的影响较大, 故在满足控制坠落时间的基础上尽量选择较小传动比, 离心块的质量取中间值[16-18], 最后优选的设计参数如表 7 所示。

表 6　登机门开启限速装置优化参数及优化结果

Table 6　Optimized parameters and results of opening and speed limiting mechanism for boarding door opening

工作状态	启动时间/s	限速启动角度/(°)	开启连杆转速/((°)·s^{-1})		翻转时间/s
			限速启动时	平均	
正常	打开	10	0.32	10.6	0.32
正常	关闭	8	1.13	9.24	0.44
应急	打开	7	0.51	8.49	0.44
故障	打开			5.49	0.53

表 7　优选后设计参数

Table 7　Optimized design parameters

摩擦系数	离心块质量/kg	传动比
0.17	0.23	456

5　结　论

1) 本文针对 MA600 飞机登机门存在的无阻尼自由坠落故障问题, 设计了一种新型的登机门开启限速装置并建立了数学模型, 以控制故障时自由坠落时间点及对登机门正常开启时间的影响为研究点, 利用 ADAMS 软件构建了动力学仿真模型, 对故障下安装和未安装开启限速装置下开门时间进行仿真, 仿真结果表明所设计的开启限速装置能够较好的解决故障时无阻尼坠落的问题。

2) 对安装开启限速装置后登机门正常开门和关门、应急开门的时间进行仿真分析, 结果显示安装开启限速装置后对开门时间的影响较小; 开启限速装置的离心块质量和传动比作为关键设计参数对性能影响较大。

3) 本文设计的新型登机门开启限速装置具有限速启动点可调节、结构简单可靠、输出阻力距稳定、可适应于不同的超速保护的飞机舱门上。

但是, 目前仿真中未体现行星齿轮增速器部分对登机门的影响, 后续急需开展动力学模型的细致改进, 同时研究不同材料之间摩擦系数对仿真结果的影响, 以获得最优结构的开启限速装置的方案, 为登机门开启限速装置的结构布局及优化设计提供参考。

参考文献（References）

[1] 王卯升, 朱岩, 纪三红. 门梯合一式登机门机构优化设计[J]. 四川兵工学报, 2013, 34(4): 76-79.
WANG M S, ZHU Y, JI S H. The mechanism optimization design of gate-stair integrated boarding gate[J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2013, 34(4): 76-79(in Chinese).

[2] 智文静, 张晨, 杜秀军, 等. 基于 Simulink 的登机门开启限速装置的建模与仿真[C]//中国航空工业技术装备工程协会年会论文集. 北京: 测控技术, 2020, 39: 317-321.
ZHI W J, ZHANG C, DU X J, et al. Modeling and simulation of opening and limiting mechanism of passenger door based on simulink[C]//Proceedings of the China Aviation Industry Technology and Equipment Engineering Association annual conference. Beijing: Measurement & Control Technology, 2020, 39: 317-321(in Chinese).

[3] 王立纲, 董勤, 王洪军. MA600 飞机登机门液压系统的优化研究[J]. 航空维修与工程, 2014, 279(3): 55-57.
WANG L G, DONG Q, WANG H J. Optimization research on the MA600 entry door hydraulic system[J]. Aviation Maintenance & Engineering, 2014, 279(3): 55-57(in Chinese).

[4] 李自山. MA600 飞机液压系统特点及常见故障分析[J]. 科技创新与应用, 2013, 47(7): 99.
LI Z S. Characteristics and common faults analysis of hydraulic system of MA600 aircraft[J]. Technology Innovation and Application, 2013, 47(7): 99(in Chinese).

[5] 张婷. 某型飞机登机门液压操纵系统故障分析及解决措施[J]. 液压与气动, 2019, 337(9): 133-136.
ZHANG T. The fault analysis and solution of the hydraulic control system of a certain aircraft boarding gate[J]. Chinese Hydraulics & Pneumatics, 2019, 337(9): 133-136(in Chinese).

[6] 李增刚. ADAMS 入门详解与实例[M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2014.
LI Z G. Detailed introduction and examples of ADAMS[M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2014(in Chinese).

[7] 许清清, 卫祎, 安鲁陵. 详解 ADMAS 的飞机应急门仿真分析技术研究[J]. 信息技术, 2012, 41(6): 121-123.
XU Q Q, WEI Y, AN L L. Simulation analysis technique of aircraft emergency door based on ADAMS[J]. Machine Building & Automation, 2012, 41(6): 121-123(in Chinese).

[8] 鲍敬源, 吴其俊, 任冠逢, 等. 一种新型制动装置的设计与仿真分析[J]. 机械制造与自动化, 2016, 45(4): 87-89.
BAO J Y, WU Q J, REN G F, et al. Design and simulation analysis of new type brake device[J]. Machine Building & Automation, 2016, 45(4): 87-89(in Chinese).

[9] 侯赤, 万小朋, 赵美英. 基于 ADAMS 的小车式起落架仿真分析

技术研究[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(4): 909-913.
HOU C, WAN X P, ZHAO M Y. Simulation analysis technique of truck-like landing gear based on ADAMS[J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(4): 909-913(in Chinese).

[10] 王健. 民用飞机登机门提升机构设计[J]. 飞机设计息, 2020, 40(5): 16-20.
WANG J. The design of civil aircraft passenger door lifting mechanism[J]. Aircraft Design, 2020, 40(5): 16-20(in Chinese).

[11] 钟宋义, 王卯升. 基于 MotionView/MotionSolve 的登机门开启/关闭过程仿真[C]//Altair 技术大会论文集. 南京: 澳汰尔工程软件(上海)有限公司, 2017, 1-4.
ZHONG S Y, WANG M S. Simulation of opening and closing for passenger door based on MotionView/MotionSolve[C]//Proceedings of the China Altair Technology Conference. Nanjing: Altair Engineering Software (Shanghai) Co., LTD., 2017, 1-4.

[12] 张文斌, 马大卫. 民用飞机登机门铰链臂结构设计方法研究[J]. 民用飞机设计与研究, 2020(1): 6-11.
ZHANG W B, MA D W. Study on the optimization design method of the hinge arm structure of the civil aircraft passenger door[J]. Civil Aircraft Design & Research, 2020(1): 6-11(in Chinese).

[13] 沈仙法, 陈晓颖. 基于 MATLAB/Simulink 的四轮转向汽车运动学仿真与分析[J]. 机械, 2022, 49(4): 38-43.
SHEN X F, CHEN X Y. Kinematics simulation and analysis of four-wheel steering vehicle based on MATLAB/Simulink[J]. Machinery, 2022, 49(4): 38-43(in Chinese).

[14] 赵小龙. 基于 CATIA 的客机舱门提升机构设计与仿真[J]. 飞机设计, 2016, 36(5): 39-42.
ZHAO X L. Design and simulation of commercial aircraft door lift mechanism on CATIA[J]. Aircraft Design, 2016, 36(5): 39-42(in Chinese).

[15] 闫飞, 任晓炜, 吴海弟, 等. 基于模型的舱门系统安全性分析及评估[J]. 中国科技信息, 2020(10): 33-35.
YAN F, REN X W, WU H D, et al. Safety analysis and evaluation of hatch system based on model[J]. China Science and Technology Information, 2020(10): 33-35(in Chinese).

[16] ZHAO Z, WANG H X, LU B, et al. A brief analysis of landing gear overspeed protection design[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Aircraft Utility Systems. Piscataway: IEEE Press, 2016: 443-447.

[17] LIANG J, WALKER P, RUAN J G, et al. Gearshift and brake distribution control for regenerative braking in electric vehicles with dual clutch transmission[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 133(3): 2-12.

[18] 智文静, 刘冬平, 张修荣. 一种新型离心限速装置: 201720328584.4 [P]. 2017-11-24.
ZHI W J, LIU D P, ZHANG X R. Novel centrifugation speed limit device: 200410069392.3[P]. 2017-11-24(in Chinese).

Design of a new opening and speed limiting mechanism of passenger door

ZHI Wenjing*, LI Jiangang, ZHANG Chen, LIU Dongping, DU Xiujun

(Aviation Equipment Institute, AVIC Qing' an Group Co.Ltd., Xi'an 710077, China)

Abstract: The passenger door is an important part of the cabin door mechanism of civil aircraft, which directly affects the integrity and safety of the aircraft structure and function. A new opening and limiting device was created to control the falling speed of the passenger door after the causes of the damage to the rotating shaft of the door during the undamped free fall of the MA600 aircraft were investigated in accordance with the needs of the engineering project development. In CATIA, the open speed limiter, passenger door and boarding ladder, and virtual prototype model of the MSC/ADAMS are installed to analyze the dynamics of free falling gate opening speed limiter analysis. The simulation results demonstrate that the designed speed-limiting mechanism can limit the falling time of the gate to 6 s, effectively reduce the impact of the gate falling on the gate structure, and provide a theoretical basis for the sample output and test.

Keywords: passenger door; opening and speed limiting mechanism; ADAMS; simulation of dynamics; overspeed protection

Received: 2022-08-13; **Accepted**: 2022-09-02; **Published Online**: 2022-12-14 10:47
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1701.001
* **Corresponding author**. E-mail: zhiwj001@avic.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0398

基于MPC-PIO的无人飞行器集群编队重构控制

廖剑[1]，高向阳[2]，闫实[3]，周绍磊[3]，王东来[4]，康宇航[2,*]

(1. 赣南师范大学 物理与电子信息学院，赣州 341000；2. 中国科学院 深圳先进技术研究院，深圳 518055；
3. 海军航空大学 航空基础学院，烟台 264001；4. 北海舰队，青岛 266000)

摘 要：针对存在各种障碍条件下的战场环境，为实现无人飞行器集群安全避障并进行快速精确打击，集群必须具备自主队形重构的能力。因此，建立了无人飞行器运动模型与领航跟随集群编队控制结构，并提出基于模型预测控制(MPC)框架的无人飞行器集群编队重构控制代价函数、避障代价函数及避碰代价函数，进一步运用鸽群优化(PIO)算法对重构问题进行优化求解。基于数值对比仿真实验结果，所提算法在集群编队跟踪误差和寻优速度方面表现出色。结果表明：所提算法能实现集群自主重构，并提高MPC方法的效率。

关 键 词：无人飞行器集群；编队重构控制；模型预测控制；鸽群优化；避障
中图分类号：V249.1；TP273
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1541-10

无人飞行器集群作为一个“整体”，在遂行战略战术任务时通常会形成某一编队队形飞行，出于特定任务需要或节约能耗等目的，集群常常会维持固定的编队队形[1-8]。然而，在面对各种动静态环境、时变态势或突发任务指令的情况时，单一固定的编队队形往往无法满足集群的实际飞行需求，现实需要集群进行队形变换与重构。通常情况下，队形重构会为每架无人飞行器确定一个新的位置及从当前时刻位置飞抵新队形位置的运动轨迹，与此同时，队形重构的新位置与轨迹必须以保证无人飞行器集群避障避碰为前提，并且兼顾无人飞行器自身条件、环境条件等一系列约束集[9-12]。

近年来，对于无人飞行器集群编队重构控制的研究已经成为控制领域的研究热点与难点[13-17]。受雁群长途迁徙的习惯特性启发，周子为等[18]借鉴雁群节省体能提高耐力的群智算法，提出一种基于仿雁群行为机制的无人飞行器集群编队形成、保持与重构控制算法。针对有向切换通信拓扑结构的无人飞行器集群编队重构控制问题，马思迁等[19]设计了一种基于切换系统理论与积分滑模控制算法的编队控制器。针对真实战场环境中存在的典型防空威胁，茹常剑[20]和王寅[21]等分别设计了基于博弈论中纳什谈判与基于凸优化理论、内点算法的无人飞行器集群编队重构控制器，以确保面对敌方防空预警及火力威胁时，集群能够实施快速稳定的编队重构，从而实现安全突防。综合考虑能耗与时间代价的前提下，顾伟等[22]设计了一种基于时间协同的无人飞行器集群编队集结、保持与重构控制算法。李樾等[23]在传统快速扩展树(rapidly-exploring random trees, RRT)算法的基础上，融合航迹点删除、过渡航迹构建、无人飞行器避碰等策略，设计了一种基于约束集控制下RRT算法的集群编队重构控制算法。

模型预测控制(model predictive control, MPC)是一种被广泛应用于工业控制领域的高效在线优化控制方法。针对精度相对不高、多约束、强耦合

收稿日期：2022-05-20；**录用日期**：2022-06-10；**网络出版时间**：2022-08-16 15:51
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220816.0955.001
基金项目：江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ201410)；江西省重点研发计划(20203BBF63043)
*通信作者. E-mail：yh.kang1@siat.ac.cn

引用格式：廖剑，高向阳，闫实，等. 基于MPC-PIO的无人飞行器集群编队重构控制[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1541-1550. LIAO J，GAO X Y，YAN S，et al. Formation reconfiguration control of UAV swarm based on MPC-PIO[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1541-1550 (in Chinese).

的模型，MPC能够通过将被控系统的控制问题转化为有限时域的最优控制问题进行在线优化求解，从而提高系统的鲁棒性，优化动态控制性能[24-25]。赵超轮等[26]通过引入无人飞行器假设状态构建代价函数，基于长机-僚机控制策略设计了分布式MPC控制器，实现了四旋翼无人飞行器集群的编队形成与保持控制。针对存在终端状态与终端时间约束条件下的机器人集群协同控制问题，Lee[27]和Xiao[28]等分别基于分布式MPC方法与非线性MPC方法设计了协同进化算法与广义投影神经网络算法。针对存在障碍物条件下的无人飞行器集群的编队形成问题，Liu等[3]提出基于快速MPC方法的编队控制器，并通过搭建的无人飞行器集群平台实现了集群的编队形成试验。基于分布式的滚动时域控制(receding horizon control, RHC)方法，Franzè等[29]解决了存在时滞与数据丢包条件下的集群编队控制问题。

虽然MPC方法具有鲁棒性强、动态性能好等优点，但受在线反复优化计算的影响，实时性并不好，因此，科研工作者们往往将其与其他智能算法(迭代学习[30]、生物启发神经网络[31])结合使用，以期提高算法计算效率。鸽群优化(pigeon inspired optimization, PIO)算法具有收敛速度快、实时性好等优点，该算法由Duan和Qiao[32]于2014年首次提出，其后被广泛应用于无人飞行器集群的控制中。为解决无人飞行器集群在协同搜索中存在重复搜索、效率低下等不足，王瑞和肖冰松[33]设计了一种基于PIO与马尔可夫链的集群协同搜索算法。针对无人飞行器集群的紧密编队控制与随机攻击下的队形快速重构控制问题，徐博[34]与Feng[35]等分别提出基于量子行为的PIO算法与基于自适应学习的PIO算法。Qiu和Duan[36]提出一种基于改进多目标PIO的分布式控制算法，用以实现存在障碍物条件下的无人飞行器集群聚集飞行控制。

针对存在障碍物的战场环境及集群自身的各种实际约束(速度、角速度、过载等)，本文提出一种基于MPC-PIO算法的无人飞行器集群编队重构控制算法。在MPC中引入PIO进行优化能够显著提高算法的计算效率，通过仿真实验验证了该算法的优异性能。本文的主要创新点如下：

1) 在复杂战场环境下，基于MPC框架构建了无人飞行器集群编队控制误差、避障避碰代价函数，包括无人飞行器的约束条件、避障及多机避碰判断准则，从而将集群编队重构问题转化为数学模型优化求解问题，通过求解该模型能够得到集群的最优控制量，以此实现对集群的精确控制。

2) 针对MPC滚动优化问题，提出采用PIO算法进行求解，并与粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法的对比仿真实验证明PIO算法的优异性能，相比于PSO，PIO能够进一步提高优化算法的计算效率。

1 无人飞行器集群MPC问题描述

1.1 无人飞行器运动模型

假设集群在同一高度飞行(二维运动)，考虑集群中包含N_v架无人飞行器，无人飞行器的质心运动模型为[37]

$$\begin{cases} x_i(k+1)=x_i(k)+v_i(k)\pi_k\sin\chi_i(k) \\ y_i(k+1)=y_i(k)+v_i(k)\pi_k\cos\chi_i(k) \\ \chi_i(k+1)=\chi_i(k)+g\tan\alpha_i(k)\pi_k/v_i(k) \\ v_i(k+1)=v_i(k)+\left(v_i^{\mathrm{c}}(k)-v_i(k)\right)\pi_k/\beta_v \\ \alpha_i(k+1)=\alpha_i(k)+\left(\alpha_i^{\mathrm{c}}(k)-\alpha_i(k)\right)\pi_k/\beta_\alpha \end{cases} \tag{1}$$

式中：$i=1,2,\cdots,N_v$；$x_i(k)$、$y_i(k)$分别为第i架无人飞行器在第k时刻所在的位置坐标；$v_i(k)$、$\chi_i(k)$和$\alpha_i(k)$分别为无人飞行器i在第k时刻的速度、航向角和滚转角；$v_i^{\mathrm{c}}(k)$和$\alpha_i^{\mathrm{c}}(k)$分别为无人飞行器i在第k时刻的速度控制指令和滚转角控制指令；β_v和β_α分别为速度和滚转角影响因子；g为重力常量；π_k为采样周期。其中，航向角χ的定义为机体纵轴(无人飞行器速度方向)与地理坐标系y轴的夹角。

假设无人飞行器i在第k时刻的状态变量与控制变量分别记为

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_i(k)=\left[x_i(k),y_i(k),v_i(k),\chi_i(k),\alpha_i(k)\right]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{U}_i(k)=\left[v_i^{\mathrm{c}}(k),\alpha_i^{\mathrm{c}}(k)\right]^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{2}$$

则式(1)可转化为式(3)，无人飞行器的约束(速度、角度、速度变化率、角度变化率)如式(4)所示。

$$\boldsymbol{X}_i(k+1)=f\left(\boldsymbol{X}_i(k),\boldsymbol{U}_i(k)\right) \tag{3}$$

$$\begin{cases} 0<v_{\min}<v_i(k)<v_{\max} \\ \chi_{\min}<\chi_i(k)<\chi_{\max} \\ \alpha_{\min}<\alpha_i(k)<\alpha_{\max} \\ |v_i(k+1)-v_i(k)|/\pi_k\leqslant\Delta v_{\max} \\ |\chi_i(k+1)-\chi_i(k)|/\pi_k\leqslant\Delta\chi_{\max} \\ |\alpha_i(k+1)-\alpha_i(k)|/\pi_k\leqslant\Delta\alpha_{\max} \end{cases} \tag{4}$$

式中：$v_{\max}$和$v_{\min}$分别为无人飞行器i的最大速度约束和最小速度约束；$\chi_{\max}$和$\chi_{\min}$分别为无人飞行器i的最大航向角约束和最小航向角约束；$\alpha_{\max}$和$\alpha_{\min}$分别为无人飞行器i的最大滚转角约束和最小滚转角约束；$\Delta v_{\max}$、$\Delta\chi_{\max}$和$\Delta\alpha_{\max}$分别为无人机飞行器i的速度最大变化率、航向角最大变化率和滚转角最大变化率约束。

1.2 集群编队模型

本文采用领导-跟随中的距离-角度型集群编队

控制结构, 如图 1 所示。假设领导者无人飞行器能够按照预先设定的规划轨迹无偏差飞行。

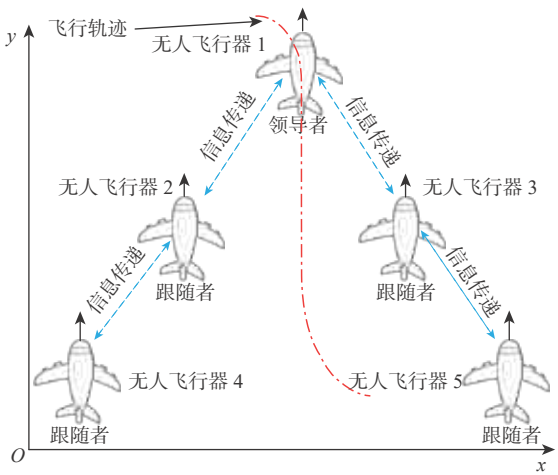


图 1　集群编队控制结构

Fig. 1　Control structure of UAV formation

第k时刻, 领导者无人飞行器的实时位置坐标和航向角分别为$(x_{\mathrm{L}}(k),\ y_{\mathrm{L}}(k))$和$\chi_{\mathrm{L}}(k)$, 跟随者无人飞行器的期望位置坐标和实时位置坐标分别为$\left(x_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k),\ y_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k)\right)$与$(x_{\mathrm{F}i}(k),\ y_{\mathrm{F}i}(k))$, 期望航向角和实时航向角分别为$\chi_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k)$和$\chi_{\mathrm{F}i}(k)$。

假设集群内所有无人飞行器在信息交互时并不存在通信时延, 在第k时刻, 跟随者无人飞行器能够获得领导者无人飞行器当前状态, 则可以得到跟随者无人飞行器的期望位置, 如图 2 所示。定义在第k时刻跟随者无人飞行器的误差为

$$\begin{bmatrix} x_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k) \\ y_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\mathrm{L}}(k) \\ y_{\mathrm{L}}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\chi_{\mathrm{L}}(k) & \sin\chi_{\mathrm{L}}(k) \\ -\sin\chi_{\mathrm{L}}(k) & \cos\chi_{\mathrm{L}}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\rho_i^{\mathrm{d}}\sin\theta_i^{\mathrm{d}} \\ -\rho_i^{\mathrm{d}}\cos\theta_i^{\mathrm{d}} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{F}i}(k) = \begin{bmatrix} x_{\mathrm{F}i}(k) - x_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k) \\ y_{\mathrm{F}i}(k) - y_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k) \\ \chi_{\mathrm{F}i}(k) - \chi_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k) \end{bmatrix} = \boldsymbol{X}_{\mathrm{F}i}(k) - \boldsymbol{X}_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{d}}(k) \tag{6}$$

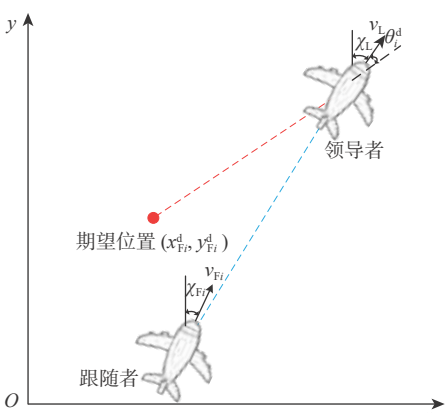


图 2　距离-角度编队示意图

Fig. 2　Diagram of distance-angle formation

式中: ρ_i^{d}为跟随者无人飞行器期望位置与领导者无人飞行器实际位置之间的距离; θ_i^{d}为跟随者无人飞行器期望位置与领导者无人飞行器实际位置距离连线和领导者无人飞行器速度方向之间的夹角。

2　集群编队重构控制问题求解

2.1　基于 MPC 的集群编队控制代价函数

MPC 方法的特点是能够在有限时域内滚动优化目标函数, 将全局控制目标转化为局部目标逐步求解, 进而得到被控对象的最优控制序列, 并将取得序列中的第 1 个数据作为当前时刻的控制输入。由式 (3) 可得, 在第k时刻无人飞行器i的预测模型如下:

$$\boldsymbol{X}_i(k+s+1|k) = f(\boldsymbol{X}_i(k+s|k),\ \boldsymbol{U}_i(k+s|k)),\quad s = 0, 1, \cdots, N-1 \tag{7}$$

式中: N为预测时域; $\boldsymbol{X}_i(k+s|k)$为第k时刻对无人飞行器i状态在未来$k+s$个时刻的预测, $\boldsymbol{X}_i(k|k) = \boldsymbol{X}_i(k)$; $\boldsymbol{U}_i(k+s|k)$为第k时刻对无人飞行器i控制输入在未来$k+s$个时刻的预测, $\boldsymbol{U}_i(k|k) = \boldsymbol{U}_i(k)$。

根据无人飞行器i的误差方程及控制输入, 可定义目标函数为

$$J_{\mathrm{F}i}(\boldsymbol{X}_{\mathrm{F}i}, \boldsymbol{U}_{\mathrm{F}i}, k) = \sum_{s=0}^{N-2} \left(\boldsymbol{e}_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{T}}(k+s|k)\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F}s}\boldsymbol{e}_{\mathrm{F}i}(k+s|k) + \boldsymbol{U}_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{T}}(k+s|k)\boldsymbol{R}_{\mathrm{F}s}\boldsymbol{U}_{\mathrm{F}i}(k+s|k)\right) + \boldsymbol{e}_{\mathrm{F}i}^{\mathrm{T}}(k+N-1|k)\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F}s(N-1)}\boldsymbol{e}_{\mathrm{F}i}(k+N-1|k) \tag{8}$$

式中: $\boldsymbol{e}_{\mathrm{F}i}(k+s|k)$和$\boldsymbol{U}_{\mathrm{F}i}(k+s|k)$分别为第$k$时刻对无人飞行器$i$在未来$k+s$个时刻的误差和控制输入的预测; $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F}s}$、$\boldsymbol{R}_{\mathrm{F}s}$与$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F}s(N-1)}$为给定的对称正定矩阵, 是用来权衡预测时域内各误差成分及控制输入相对重要程度的加权对角阵。

2.2　基于 MPC 框架下的避障代价函数

真实的集群飞行环境不可能是一望无垠的蓝天, 其中必然存在各种天然或人为设置的障碍、威胁及禁飞区, 因此, 无人飞行器集群为了完成既定任务, 必须适应周边环境约束(如规避障碍、威胁及禁飞区), 以满足任务需求(如抵近侦察、攻击或毁伤评估等)。如何安全快速地规避障碍、威胁是评价集群能否顺利执行战略战术任务的关键一环[38-41]。二维平面内, 任何形状的障碍、威胁及禁飞区都可以被圆形包裹, 从而转化为圆形障碍物的规避问题, 因此, 本文仅考虑圆形障碍物的情况。图 3 为集群中任意一架无人飞行器进行圆形障碍物规避的机动示意图。

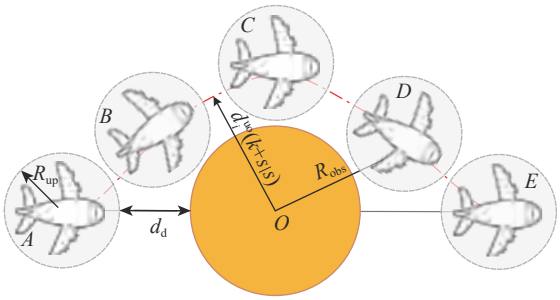


图3 无人飞行器避障

Fig. 3 Obstacle avoidance of UAV

已知无人飞行器的探测距离为d_d，从图3可以看出，当无人飞行器飞抵A点，发现前方障碍物后，立即实施机动规避，通过控制指令改变航向角开始避障，途径B、C、D点，最后到达E点。整个集群为了安全快速完成任务，集群内无人飞行器在满足自身速度、航向约束的前提下会选择一条航程最短、能量消耗最低的航迹。

如图3所示，假设无人飞行器存在安全避障避碰保护圈，半径为R_{up}，圆心位于无人飞行器几何中心。当无人飞行器飞抵C点(距离障碍最近点)时，只有障碍物圆心O到无人飞行器i飞行(速度)方向延长线的垂直距离$d_i^{uom}(k)$大于障碍物与无人飞行器安全避障避碰保护圈半径之和才能保证其成功避障，否则，无人飞行器很可能与图中障碍物发生碰撞，导致任务失败。从无人飞行器发现前方障碍物实施机动规避开始，将一直通过其当前位置与航向角预测在预测时域内与障碍物之间的距离是否能够满足成功避障条件，如果不满足，则进行相应程度的惩罚。

假设在第k时刻无人飞行器i规避第j_1个障碍物的代价函数为(设飞行中共有n个障碍物)

$$J_{j_1}^{b1}(\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{U}_i,k)=\begin{cases}0 & d_i^{uom}(k)>R\\ \displaystyle\sum_{s=0}^{N-1} r_{j_1}\frac{N-s}{d_i^{uo}(k+s|k)-R} & d_i^{uom}(k)\leqslant R\end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases}R=R_{up}+R_{obs}\\ d_d>R_{up}+R_{obs}\\ d_i^{uo}(k+s|k)=\left[(x_i(k+s|k)-x_0)^2+(y_i(k+s|k)-y_0)^2\right]^{\frac{1}{2}}\\ d_i^{uom}(k)=\dfrac{|(y_i(k)-y_0)-(x_i(k)-x_0)\cot\chi_i(k)|}{\sqrt{1+\cot^2\chi_i(k)}}+R_{up}\end{cases} \tag{10}$$

式中：$d_i^{uo}(k)=d_i^{uo}(k|k)$；$R_{obs}$为障碍物半径；$(x_0,y_0)$为障碍物圆心坐标；$r_{j_1}$为规避第$j_1$个障碍物代价函数的权重因子；$d_i^{uo}(k+s|k)$为未来$k+s$个时刻无人飞行器$i$与障碍物圆心之间的预测距离；$d_i^{uom}(k)$为第$k$时刻障碍物圆心至无人飞行器$i$飞行方向延长线的垂直距离与无人飞行器保护区半径$R_{up}$之和。

2.3 基于MPC框架下的避碰代价函数

实际执行任务时，无人飞行器集群必将进行队形的保持、变换、重构或避障等行为，在该过程中，每架无人飞行器还需规避集群中的其他无人飞行器，以免发生碰撞。针对某架集群中的无人飞行器，本文考虑将集群中的其他无人飞行器视为移动障碍物，并设置优先级规则，从而将无人飞行器集群的内部避碰问题转化为移动障碍物的避障问题。

第k时刻无人飞行器i和无人飞行器j能够相互传递各自的飞行状态信息$\boldsymbol{X}_i(k)$和$\boldsymbol{X}_j(k)$，以及未来N个预测时域内的预测状态信息$\boldsymbol{X}_i(k+s|k)$和$\boldsymbol{X}_j(k+s|k)$，则第k时刻无人飞行器i和无人飞行器j之间的距离、未来$k+s$个时刻人飞行器i和无人飞行器j之间的距离分别为$d_{ij}(k)$、$d_{ij}(k+s|k)$。

受限于角速度最大变化率约束，无人飞行器无法瞬间改变飞行航向，而基于MPC的避碰策略不仅能获得当前时刻无人飞行器之间的距离，还能预测未来N个预测时域内集群内无人飞行器之间的距离，从而降低了无人飞行器之间碰撞的可能性。如果第k时刻无人飞行器i与无人飞行器j之间的距离大于2倍的安全避障避碰保护圈，即大于$2R_{up}$，则暂时无需考虑集群无人飞行器之间的碰撞风险，相反，则必须考虑并进行相应的代价惩罚，如图4所示。

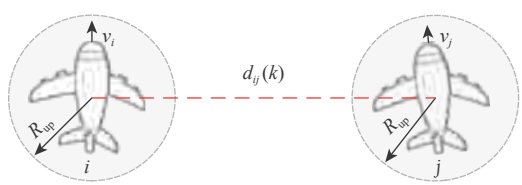


图4 安全避碰保护区

Fig. 4 Protected area for safe collision avoidance

一旦发现无人飞行器在预测时间内会发生碰撞，则对优先级低的无人飞行器进行代价惩罚，改变其飞行航向，以实现安全避碰，优先级高的无人飞行器无需做出响应，继续按照正常轨迹飞行。具体避碰流程如图5所示。

优先级判定原则为：①无人飞行器需避障时，优先级更高；②领导者无人飞行器的优先级最高，跟随者无人飞行器中与领导者无人飞行器距离越近优先级越高；③距离期望位置更近的无人飞行器优先级更高。上述优先级判断原则中，①优先级最高，②次之，③最低。

假设第k时刻无人飞行器i规避无人飞行器j的代价函数为

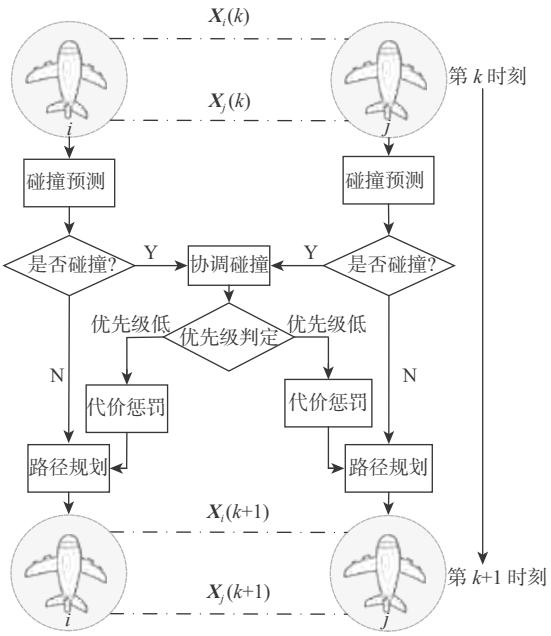


图 5　集群避碰流程

Fig. 5　Flow chart of swarm collision avoidance

$$J_j^{\mathrm{b2}}(\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{U}_i,k)=\begin{cases}0 & p_i>p_j\\ 0 & d_{ij}(k)>2R_{\mathrm{up}},p_i<p_j\\ \displaystyle\sum_{s=0}^{N-1} r_{j_2}\frac{N-s}{d_{ij}(k+s|k)} & d_{ij}(k)\leqslant 2R_{\mathrm{up}},p_i<p_j\end{cases}\tag{11}$$

$$d_{ij}(k+s|k)=\Big[\big(x_i(k+s|k)-x_j(k+s|k)\big)^2+\big(y_i(k+s|k)-y_j(k+s|k)\big)^2\Big]^{\frac{1}{2}}\tag{12}$$

式中: $d_{ij}(k)=d_{ij}(k|k), i\neq j$; r_{j_2}为无人飞行器避碰代价函数的权重因子; p_i和p_j分别为无人飞行器i和无人飞行器j的优先级。

综上, 第k时刻无人飞行器i优化模型函数可以描述为

$$\begin{cases}\boldsymbol{U}_{\mathrm{F}i}^{*}=\arg\min\limits_{\boldsymbol{U}_{\mathrm{F}i}}\left\{J_{\mathrm{F}i}+\displaystyle\sum_{j_1=1}^{n}J_{j_1}^{\mathrm{b1}}+\sum_{j=1,j\neq i}^{N_{\mathrm{v}}}J_j^{\mathrm{b2}}\right\}\\ \text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{X}_i(k+s+1|k)=f\big(\boldsymbol{X}_i(k+s|k),\boldsymbol{U}_i(k+s|k)\big)\\ 0<v_{\min}<v_i(k)<v_{\max}\\ \chi_{\min}<\chi_i(k)<\chi_{\max}\\ \alpha_{\min}<\alpha_i(k)<\alpha_{\max}\\ |v_i(k+1)-v_i(k)|/\pi_k\leqslant\Delta v_{\max}\\ |\chi_i(k+1)-\chi_i(k)|/\pi_k\leqslant\Delta\chi_{\max}\\ |\alpha_i(k+1)-\alpha_i(k)|/\pi_k\leqslant\Delta\alpha_{\max}\end{cases}\end{cases}\tag{13}$$

3　PIO 算法与基于 MPC-PIO 的集群编队重构控制算法

启发于鸽群地磁导航生物机制, Duan 和 Qiao[32] 提出一种新的生物种群智能优化算法——PIO 算法。在 PIO 算法中, 鸽子能够利用地图 (第 1 阶段)、指南针 (第 1 阶段) 与地标 (第 2 阶段) 这 3 个导引算子进行两阶段导航[42]。假设 Θ 维空间中共有 N_{p} 只鸽子, 第 i 只鸽子的初始位置和速度分别为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Upsilon}_i=\left[\xi_{i1},\xi_{i2},\cdots,\xi_{i\Theta}\right]\\ \boldsymbol{\Xi}_i=\left[\zeta_{i1},\zeta_{i2},\cdots,\zeta_{i\Theta}\right]\end{cases}\tag{14}$$

在第 1 个导航阶段中, 第 N_{r} 次迭代中第 i 只鸽子的位置和速度更新方程为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Xi}_i^{N_{\mathrm{r}}}=\boldsymbol{\Xi}_i^{N_{\mathrm{r}}-1}\cdot e^{-PN_{\mathrm{r}}}+\delta\left(\boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{gbest}}-\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}-1}\right)\\ \boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}=\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}-1}+\boldsymbol{\Xi}_i^{N_{\mathrm{r}}}\end{cases}\tag{15}$$

式中: P 为地图和指南针因数; $\delta\in[0,1]$; $\boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{gbest}}$为第 N_{r}−1 次迭代中鸽子的全局最好位置。当地图算子和指南针算子迭代次数达到最大迭代次数 N_{r1max} 时, 结束第 1 个导航阶段。

在第 2 个导航阶段中, 第 N_{r} 次迭代中第 i 只鸽子的位置更新方程为

$$\begin{cases}N^{N_{\mathrm{r}}}=N^{N_{\mathrm{r}}-1}/2\\ \boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{center}}^{N_{\mathrm{r}}}=\dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{N^{N_{\mathrm{r}}}}\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}\cdot F\left(\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}\right)}{N^{N_{\mathrm{r}}}\displaystyle\sum_{i=1}^{N^{N_{\mathrm{r}}}}F\left(\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}\right)}\\ \boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}=\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}-1}+\delta\left(\boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{center}}^{N_{\mathrm{r}}}-\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}-1}\right)\end{cases}\tag{16}$$

式中: $\boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{center}}^{N_{\mathrm{r}}}$为第 N_{r} 次迭代后鸽群的中心位置; $N^{N_{\mathrm{r}}}$为第 N_{r} 次迭代后鸽群中鸽子的数量; $F\left(\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}\right)$为 $\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}$的适应度值。当地标算子迭代次数达到最大迭代次数 N_{r2max} 后, 结束第 2 个导航阶段得到优化结果。

基于 MPC-PIO 的集群编队重构控制算法具体流程如下:

步骤 1　设置 MPC 和 PIO 的基本参数。

步骤 2　对鸽群进行初始化。

步骤 3　根据无人飞行器i优化模型函数, 即适应度函数得到鸽群中所有鸽子的位置。

步骤 4　进入第 1 个导航阶段, 根据式(15)对鸽群中所有鸽子的速度与位置进行迭代计算, 直到达到最大迭代次数 N_{r1max}, 每次迭代后, 如果出现更好的$\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}$, 则用其替换$\boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{gbest}}$。

步骤 5　进入第 2 个导航阶段, 根据式 (16) 对鸽群中所有鸽子的位置进行迭代计算, 直到达到最大迭代次数 N_{r2max}, 每次迭代后, 如果出现更好的$\boldsymbol{\Upsilon}_i^{N_{\mathrm{r}}}$, 则用其替换$\boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{gbest}}$。

步骤 6　2 个阶段导航结束后, 将最终的$\boldsymbol{\Upsilon}_{\mathrm{gbest}}$当作第$k$时刻的$\boldsymbol{U}_i(k|k)$。

4 仿真分析

考虑由1架领导者无人飞行器1与4架跟随者无人飞行器2、3、4、5构成的无人飞行器集群在具有多个圆形障碍物的环境下进行编队保持重构仿真实验。

假设集群内无人飞行器之间在进行信息交互时不存在通信时延，仿真时间为200 s，采样频率为2 Hz，预测时域为5，障碍物1圆心和大小分别为(3.4,2.6) km和0.42 km，障碍物2圆心和大小分别为(6.0,6.0) km和0.6 km，障碍物3圆心和大小分别为(10.0,6.0) km和1.2 km，障碍物4圆心和大小分别为(22.5,9.5) km和0.35 km，障碍物5圆心和大小分别为(24,10.6) km和0.25 km。集群无人飞行器初始状态如表1所示，集群编队期望构型如表2所示，领导者无人飞行器的预定飞行速度与航向如表3所示，约束条件如表4所示，无人飞行器模型参数与避障避碰权重如表5所示。MPC、PIO与PSO算法的基本参数如表6所示，其中，$N_{\mathrm{P-pio}}$为PIO算法种群数量，$N_{\mathrm{P-pso}}$为PSO算法种群数量，N_{c}为迭代次数，w_{pso}为惯性权重，c_1、c_2为加速度因子。

表1 无人飞行器初始状态

Table 1 Initial state of UAV

无人飞行器	(x,y)/km	v/(m·s^{-1})	χ/(°)	α/(°)
无人飞行器1	(3.8,4.1)	160	90	0
无人飞行器2	(2.8,4.9)	199	85	0
无人飞行器3	(3.2,3.4)	202	91	0
无人飞行器4	(1.8,6.5)	201	100	0
无人飞行器5	(1.9,1.7)	196	82	0

表2 集群编队期望构型

Table 2 Expected configuration of swarm formation

编队期望构型	ρ^{d}/m	θ^{d}/(°)
无人飞行器1-2	500	30
无人飞行器1-3	500	−30
无人飞行器1-4	1 000	30
无人飞行器1-5	1 000	−30

表3 领导者无人飞行器预定飞行速度与滚转角

Table 3 Pre-set speed and roll angle of leader UAV

时间段/s	v_{L}/(m·s^{-1})	α_{L}/(°)
0～74.5	160	0
75～124.5	160	−20
125～200	160	0

表4 约束条件

Table 4 Constraint condition

$v_{\min}$/(m·s^{-1})	$v_{\max}$/(m·s^{-1})	$\Delta v_{\max}$/(m·s^{-2})	$\chi_{\min}$/(°)	$\chi_{\max}$/(°)	$\Delta\chi_{\max}$/((°)·s^{-1})	$\alpha_{\min}$/(°)	$\alpha_{\max}$/(°)	$\Delta\alpha_{\max}$/((°)·s^{-1})
120	240	50	0	360	15	−50	50	100

表5 无人飞行器模型参数与避障避碰参数

Table 5 Model parameters of UAV model & parameters of obstacle avoidance and collision avoidance

β_v	β_α	r_{j_1}	r_{j_2}
3.0	0.6	0.4	0.4

图6和图7分别为集群编队飞行轨迹和无人飞行器实际飞行位置与期望位置距离偏差。在图6中，5个圆形为障碍物，箭头表示集群内所有无人飞行器在0,7,17,37,80,95,145,160,175,200 s的位置与航向，2个小图为无人飞行器5避开障碍物1及集群

表6 MPC、PIO及PSO算法参数

Table 6 Parameters of MPC, PIO and PSO

算法	$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F1}}$	$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F2}}$	$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F3}}$	$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F4}}$	$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{F5}}$	$\boldsymbol{R}_{\mathrm{F1}}$
MPC	diag[0.4 0.4 0.05]	diag[0.1 0.1 0.04]	diag[0.1 0.1 0.03]	diag[0.1 0.1 0.02]	diag[0.1 0.1 0.01]	diag[0.0004 0.0004]
PIO						
PSO						

算法	$\boldsymbol{R}_{\mathrm{F_2}}$	$\boldsymbol{R}_{\mathrm{F3}}$	$\boldsymbol{R}_{\mathrm{F4}}$	N_{rlmax}	N_{r2max}	P
MPC	diag[0.0003 0.0003]	diag[0.0002 0.0002]	diag[0.0001 0.0001]			
PIO				300	30	0.2
PSO						

算法	$N_{\mathrm{P-pio}}$	$N_{\mathrm{P-pso}}$	N_{c}	w_{pso}	c_1	c_2
MPC						
PIO	120					
PSO		120	500	0.8	2.0	2.0

避开障碍物 4、障碍物 5 的放大图。图 8～图 10 分别为各无人飞行器速度、航向角和滚转角的跟踪误差曲线。图 11 为 PSO 与 PIO 这 2 种优化算法代价函数值的对比曲线。

由图 6 可以看出, 集群由无序状态形成初始编队时, 无人飞行器 4 与无人飞行器 5 能够分别躲避障碍物 2、障碍物 3 与障碍物 1, 协同其他 3 架无人飞行器快速集结形成期望的编队构型。当领导者

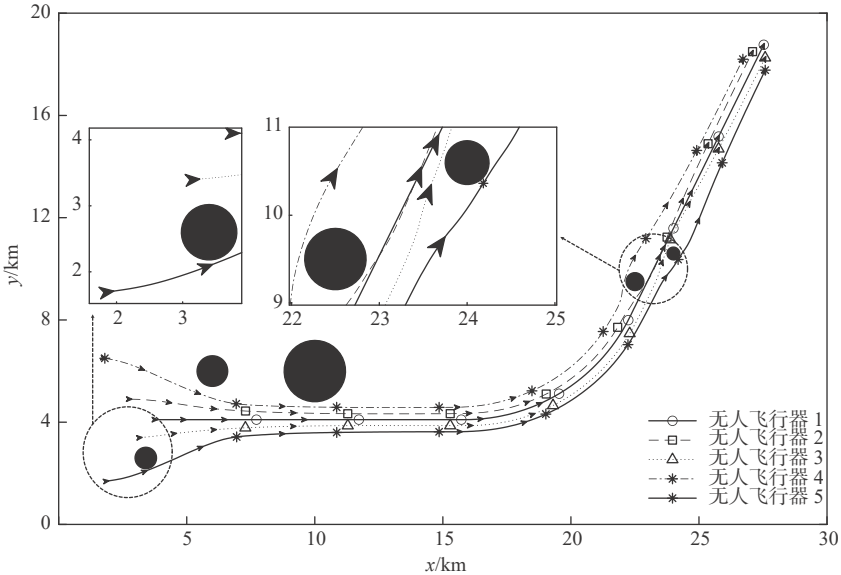


图 6　无人飞行器集群飞行轨迹

Fig. 6　Flight track of UAV swarm

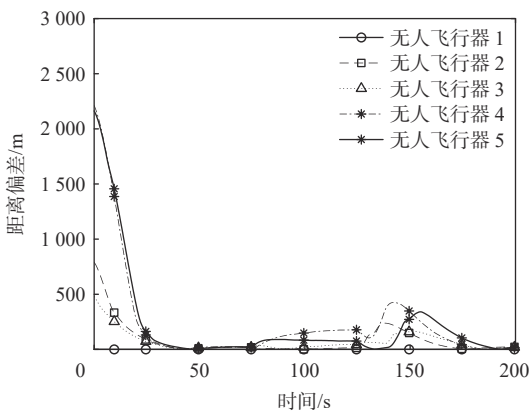


图 7　位置跟踪误差曲线

Fig. 7　Error curves of tracking position

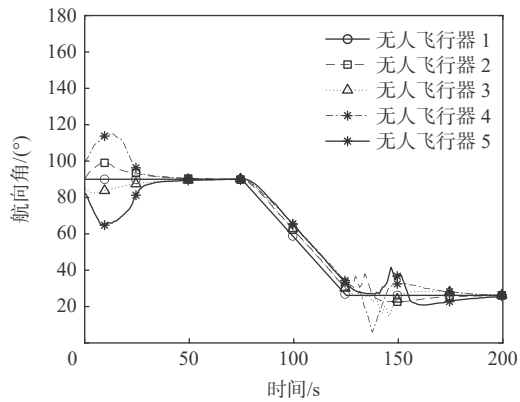


图 9　航向角跟踪误差曲线

Fig. 9　Error curves of tracking course angle

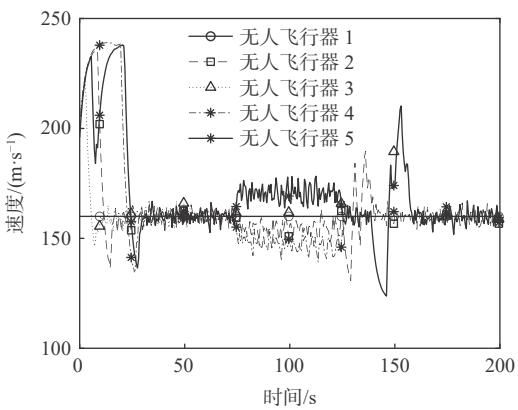


图 8　速度跟踪误差曲线

Fig. 8　Error curves of tracking velocity

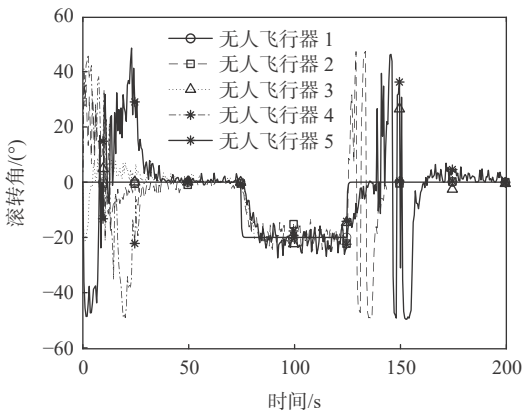


图 10　滚转角跟踪误差曲线

Fig. 10　Error curves of tracking roll angle

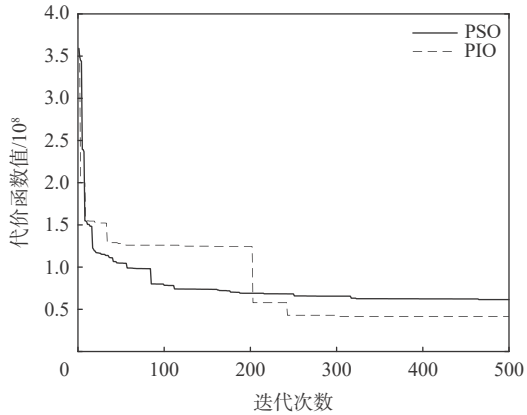


图 11 PIO 与 PSO 迭代对比曲线

Fig. 11 Curves of iterative comparison between PIO and PSO

无人飞行器在 75 s 转向时，4 架跟随者无人飞行器也能迅速调整各自的航向快速跟上领导者无人飞行器。在集群转向后再次出现障碍物 4、障碍物 5 时，所有跟随者无人飞行器能够安全稳定地避开障碍物，并在其后再次实现编队重构。由图 7 可以看出，集群躲避各个障碍物后约在 40 s 时形成期望编队队形。当领导者无人飞行器转向时，其他跟随者无人飞行器将快速调整其航向与速度，以期保持期望编队队形。当集群遇到障碍物 4、障碍物 5 需要避障时，跟随者无人飞行器的位置误差虽然会进一步增大，但避开障碍物后集群也能再次实现编队重构。由图 8～图 10 可以看出，跟随者无人飞行器的速度、航向角及滚转角能够始终保持在约束范围内，并且稳定地跟踪上领导者无人飞行器。同时，记录集群在编队形成、保持与重构过程中，无人飞行器的速度最大变化率为 39.1 m/s，航向角最大变化率为 4.7(°)/s，滚转角最大变化率为 92.3(°)/s，均符合无人飞行器动力学约束条件。由图 11 可以看出，虽然 2 种优化算法寻优期间，PSO算法在起始阶段的寻优速度要比 PIO 算法更快，但虚线的最终值小于实线，且在虚线趋于稳定时，虚线仍然有小幅度的降低态势。由此可见，本文提出的 MPC-PIO 算法能够实现存在障碍物条件下的无人飞行器集群的编队重构，并且最终效果优于 MPC-PSO 算法。

5 结 论

1）本文基于 MPC 方法和距离-角度型的领导-跟随编队控制结构，提出一种针对规则障碍物的无人飞行器集群编队重构控制算法，采用比较常见的非线性无人飞行器数学模型，并充分考虑了各种状态与控制输入约束，在 MPC 的框架下设计了集群的避障与避碰策略。

2）仿真结果表明，本文算法能够实现无人飞行器集群的避碰避障及快速完成集群编队重构。

对于局部空域内的动态障碍物，由于无法获得其离散运动方程，下一步可以考虑在预测框架中引入卡尔曼滤波方法，以完成对移动障碍物在预测时域内的状态估计。同时，如何降低算法的复杂度并考虑通信时滞对无人飞行器集群编队控制的影响也是研究的热点和难点问题。

参考文献（References）

[1] DUAN H B, ZHAO J X, DENG Y M, et al. Dynamic discrete pigeon-inspired optimization for multi-UAV cooperative search-attack mission planning[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(1): 706-720.

[2] NEW W K, LEOW C Y, NAVAIE K, et al. Application of NOMA for cellular-connected UAVs: Opportunities and challenges[J]. Science China Information Sciences, 2021, 64(4): 140302.

[3] LIU Y Y, MONTENBRUCK J M, ZELAZO D, et al. A distributed control approach to formation balancing and maneuvering of multiple multirotor UAVs[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(4): 870-882.

[4] HOANG V T, PHUNG M D, DINH T H, et al. System architecture for real-time surface inspection using multiple UAVs[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(2): 2925-2936.

[5] ZHOU R, FENG Y, DI B, et al. Multi-UAV cooperative target tracking with bounded noise for connectivity preservation[J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2020, 21(10): 1494-1503.

[6] DONG X W, LI Y F, LU C, et al. Time-varying formation tracking for UAV swarm systems with switching directed topologies[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(12): 3674-3685.

[7] GONG J Y, MA Y J, JIANG B, et al. Fault-tolerant formation tracking control for heterogeneous multiagent systems with directed topology[J]. Guidance, Navigation and Control, 2021, 1(1): 2150001.

[8] KHOSHNOUD F, ESAT I I, DE SILVA C W, et al. Self-powered solar aerial vehicles: Towards infinite endurance UAVs[J]. Unmanned Systems, 2020, 8(2): 95-117.

[9] 沈林成, 王祥科, 朱华勇, 等. 基于拟态物理法的无人机集群与重构控制[J]. 中国科学 (技术科学), 2017, 47(3): 266-285.
SHEN L C, WANG X K, ZHU H Y, et al. UAVs flocking and reconfiguration control based on artificial physics[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2017, 47(3): 266-285(in Chinese).

[10] 卢燕梅, 宗群, 张秀云, 等. 集群无人机队形重构及虚拟仿真验证[J]. 航空学报, 2020, 41(4): 323580.
LU Y M, ZONG Q, ZHANG X Y, et al. Formation reconstruction and virtual simulation verification of swarm UAVs[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(4): 323580(in Chinese).

[11] LIAO F, TEO R, WANG J L, et al. Distributed formation and reconfiguration control of VTOL UAVs[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2017, 25(1): 270-277.

[12] LI B, ZHANG J W, DAI L, et al. A hybrid offline optimization method for reconfiguration of multi-UAV formations[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(1):

506-520.

[13] 宫勋, 赵常均, 王丽, 等. 基于双观测器并行结构的四旋翼无人机故障检测与重构[J]. 控制与决策, 2015, 30(7): 1214-1218.
GONG X, ZHAO C J, WANG L, et al. Faults detection and reconstruction for quad-rotor aircraft based on double-observers parallel structure[J]. Control and Decision, 2015, 30(7): 1214-1218(in Chinese).

[14] 毛琼, 李小民, 王正军. 基于规则的无人机编队队形构建与重构控制方法[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(5): 1118-1126.
MAO Q, LI X M, WANG Z J. Formation and reformation control method for UAVs formation shape based on rules[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(5): 1118-1126(in Chinese).

[15] WANG X H, ZHANG Y, WANG L Z, et al. Robustness evaluation method for unmanned aerial vehicle swarms based on complex network theory[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(1): 352-364.

[16] LIU H X, LIU F, ZHANG X J, et al. A formation reconfiguration algorithm for multi-UAVs based on distributed cooperative co-evolutionary with an adaptive grouping strategy[J]. Chinese Journal of Electronics, 2020, 29(5): 841-851.

[17] 马小山, 董文瀚, 李炳乾. 考虑拓扑故障的无人机编队容错控制方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(5): 1084-1093.
MA X S, DONG W H, LI B Q. A fault-tolerant control method for unmanned aerial vehicle (UAV) formation with topological faults considered[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(5): 1084-1093(in Chinese).

[18] 周子为, 段海滨, 范彦铭. 仿雁群行为机制的多无人机紧密编队[J]. 中国科学 (技术科学), 2017, 47(3): 230-238.
ZHOU Z W, DUAN H B, FAN Y M. Unmanned aerial vehicle close formation control based on the behavior mechanism in wild geese[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2017, 47(3): 230-238(in Chinese).

[19] 马思迁, 董朝阳, 马鸣宇, 等. 基于自适应通信拓扑四旋翼无人机编队重构控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(4): 841-850.
MA S Q, DONG C Y, MA M Y, et al. Formation reconfiguration control of quadrotor UAVs based on adaptive communication topology[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(4): 841-850(in Chinese).

[20] 茹常剑, 魏瑞轩, 戴静, 等. 基于纳什议价的无人机编队自主重构控制方法[J]. 自动化学报, 2013, 39(8): 1349-1359.
RU C J, WEI R X, DAI J, et al. Autonomous reconfiguration control method for UAV's formation based on Nash bargain[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(8): 1349-1359(in Chinese).

[21] 王寅, 王道波, 王建宏. 基于凸优化理论的无人机编队自主重构算法研究[J]. 中国科学 (技术科学), 2017, 47(3): 249-258.
WANG Y, WANG D B, WANG J H. A convex optimization based method for multiple UAV autonomous formation reconfiguration [J]. Scientia Sinica (Technologica), 2017, 47(3): 249-258(in Chinese).

[22] 顾伟, 汤俊, 白亮, 等. 面向时间协同的多无人机队形变换最优效率模型[J]. 航空学报, 2019, 40(6): 322599.
GU W, TANG J, BAI L, et al. Time synergistic optimal efficiency model for formation transformation of multiple UAVs[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40(6): 322599(in Chinese).

[23] 李樾, 韩维, 陈清阳, 等. 基于快速扩展随机树算法的多无人机编队重构方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2019, 37(3): 601-611.
LI Y, HAN W, CHEN Q Y, et al. Research on formation reconfiguration of UAVs based on RRT algorithm[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2019, 37(3): 601-611(in Chinese).

[24] 席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222-236.
XI Y G, LI D W, LIN S. Model predictive control—Status and challenges[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(3): 222-236(in Chinese).

[25] 周绍磊, 康宇航, 史贤俊, 等. 基于 RQPSO-DMPC 的多无人机编队自主重构控制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(10): 1960-1971.
ZHOU S L, KANG Y H, SHI X J, et al. Autonomous reconfiguration control method for multi-UAV formation based on RQPSO-DMPC[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(10): 1960-1971(in Chinese).

[26] 赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 基于分布式模型预测控制的无人机编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7): 1763-1771.
ZHAO C L, DAI S W, ZHAO G R, et al. Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive[J]. Control and Decision, 2022, 37(7): 1763-1771(in Chinese).

[27] LEE S M, KIM H, MYUNG H, et al. Cooperative coevolutionary algorithm-based model predictive control guaranteeing stability of multirobot formation[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(1): 37-51.

[28] XIAO H Z, CHEN C L P. Incremental updating multirobot formation using nonlinear model predictive control method with general projection neural network[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(6): 4502-4512.

[29] FRANZÈ G, CASAVOLA A, FAMULARO D, et al. Distributed receding horizon control of constrained networked leader-follower formations subject to packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 26(5): 1798-1809.

[30] 闫飞, 李浦, 续欣莹. 基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(3): 339-348.
YAN F, LI P, XU X Y. Traffic signal hybrid control method based on iterative learning and model predictive control[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(3): 339-348(in Chinese).

[31] 张方方, 陈波, 班旋旋, 等. 基于生物启发神经网络和 DMPC 的多机器人协同搜索算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2699-2706.
ZHANG F F, CHEN B, BAN X X, et al. Multi-robot cooperative search algorithm based on bio-inspired neural network and DMPC[J]. Control and Decision, 2021, 36(11): 2699-2706(in Chinese).

[32] DUAN H B, QIAO P X. Pigeon-inspired optimization: A new swarm intelligence optimizer for air robot path planning[J]. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2014, 7(1): 24-37.

[33] 王瑞, 肖冰松. 基于改进鸽群优化和马尔可夫链的多无人机协同搜索方法[J]. 工程科学学报, 2019, 41(10): 1342-1350.
WANG R, XIAO B S. Cooperative search for multi-UAVs via an improved pigeon-inspired optimization and Markov chain approach[J]. Chinese Journal of Engineering, 2019, 41(10): 1342-1350 (in Chinese).

[34] 徐博, 张大龙. 基于量子行为鸽群优化的无人机紧密编队控制[J].

航空学报, 2020, 41(8): 323722.
XU B, ZHANG D L. Tight formation flight control of UAVs based on pigeon inspired algorithm optimization by quantum behavior[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(8): 323722(in Chinese).

[35] FENG Q, HAI X S, SUN B, et al. Resilience optimization for multi-UAV formation reconfiguration via enhanced pigeon-inspired optimization[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(1): 110-123.

[36] QIU H X, DUAN H B. A multi-objective pigeon-inspired optimization approach to UAV distributed flocking among obstacles[J]. Information Sciences, 2020, 509: 515-529.

[37] REN W. Trajectory tracking control for a miniature fixed-wing unmanned air vehicle[J]. International Journal of Systems Science, 2007, 38(4): 361-368.

[38] 李霜琳, 何家皓, 敖海跃, 等. 基于鸽群优化算法的实时避障算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(2): 359-365.
LI S L, HE J H, AO H Y, et al. Real-time obstacle avoidance algorithm based on pigeon-inspired optimization[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(2): 359-365 (in Chinese).

[39] 姜龙亭, 魏瑞轩, 张启瑞, 等. 基于群智机理的集群防碰撞控制[J]. 航空学报, 2020, 41(S2): 724294.
JIANG L T, WEI R X, ZHANG Q R, et al. Cluster anti-collision control based on swarm intelligence mechanism[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(S2): 724294(in Chinese).

[40] 符小卫, 张嘉平, 魏可. 基于联盟的无人机集群避障方法[J]. 无人系统技术, 2021, 4(3): 11-17.
FU X W, ZHANG J P, WEI K. Obstacle avoidance method for UAV swarm based on alliance[J]. Unmanned Systems Technology, 2021, 4(3): 11-17(in Chinese).

[41] 魏瑞轩, 倪天, 赵晓林, 等. 认知无人机-环境系统的防碰撞稳定性[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(9): 1453-1460.
WEI R X, NI T, ZHAO X L, et al. Collision avoidance stability of the cognitive unmanned aerial vehicle & environment system[J]. Control Theory & Applications, 2019, 36(9): 1453-1460(in Chinese).

[42] 曹瑞, 刘燕斌, 沈海东, 等. 基于鸽群搜索策略的代理模型结构优化方法[J]. 中国科学 (技术科学), 2020, 50(12): 1612-1624.
CAO R, LIU Y B, SHEN H D, et al. Optimization algorithm of the surrogate model structure based on pigeon swarm search strategy[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2020, 50(12): 1612-1624(in Chinese).

Formation reconfiguration control of UAV swarm based on MPC-PIO

LIAO Jian[1], GAO Xiangyang[2], YAN Shi[3], ZHOU Shaolei[3], WANG Donglai[4], KANG Yuhang[2,*]

(1. School of Physics and Electronic Information, Gannan Normal University, Ganzhou 341000, China;
2. Shenzhen Institute of Advanced technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen 518055, China;
3. School of Aviation Basics, Naval Aviation University, Yantai 264001, China;
4. North Sea Fleet, Qingdao 266000, China)

Abstract: To realize security and accurate strikes under the battlefield environment with various obstacles, unmanned aerial vehicle swarm must possess the ability of self-formation reconfiguration. The unmanned aerial vehicle movement model and leader follower swarm formation control structure are established. The cost functions of unmanned aerial vehicle swarm formation control, obstacle avoidance and collision avoidance are proposed based upon the model predictive control (MPC) framework. The pigeon inspired optimization (PIO) algorithm is used to optimize the swarm formation reconfiguration control. Based on the results of numerical comparative simulations, the proposed algorithm has shown excellent performance in formation tracking error and optimization speed. The results indicate that the proposed algorithm is able to achieve autonomous formation reconstruction and significantly enhance the efficiency of the MPC method.

Keywords: unmanned aerial vehicle swarm; formation reconfiguration control; model predictive control; pigeon inspired optimization; obstacle avoidance

Received: 2022-05-20; **Accepted**: 2022-06-10; **Published Online**: 2022-08-16 15:51
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220816.0955.001
Foundation items: Science & Technology Project of Jiangxi Educational Committee (GJJ201410); Key Research and Development Programs of Jiangxi Province (20203BBF63043)

* **Corresponding author**. E-mail: yh.kang1@siat.ac.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0611

基于分层空间一致性的旋转双目立体校正算法

罗其俊[1,*]，田鑫[1,2]，高庆吉[1]

(1. 中国民航大学 机器人研究所，天津 300300；2. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100191)

摘 要：在旋转双目立体视觉系统中，转台机械间隙导致的左右相机旋转平移偏差，造成立体校正图像的严重畸变。针对该问题，提出一种基于分层空间一致性的旋转双目立体校正算法。采用ORB特征在原始左右图像中进行快速全局立体匹配，设计一种新的特征点全局双层约束，实现匹配点的优选。提出基于内点邻域空间一致性的局部校验方法，实现二次匹配优化，并利用质量排序的优化匹配点集，由八点法基础矩阵估计算法计算左右相机的精确位姿关系，以此完成图像的立体校正。在Oxford和SYNTIM数据集上的典型算法对比实验，验证了所提算法的性能。多角度立体校正实验表明：所提算法可适应光轴夹角变化，在双目最大45°夹角时保证立体校正的质量，匹配点偏差小于0.2像素。

关 键 词：立体校正；旋转相机；基础矩阵；空间一致性；位姿估计

中图分类号：TP391.41; TP18

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1551-09

双目立体视觉广泛应用于工业三维重构，但由于双目的刚性连接造成的基线长度有限，高分辨率成像视场较小，难以直接实现飞机、船舶、桥梁等大目标的测量。旋转双目立体视觉系统，可通过长基线双目相机的联动旋转实现大范围的扫描成像，并采用图像立体匹配方法，实现大场景的三维重建。高精度转台机械间隙，造成左右相机位姿的微小偏差，会导致图像立体校正和匹配失败。旋转双目相机的动态位姿估计和双目图像的立体校正算法研究，是实现大场景三维重构的基础。

立体校正算法主要有2种：基于相机标定的立体校正法和非标定立体校正法[1]。标定立体校正法，采用标定靶标定相机，根据标定参数完成左右图像的立体校正。Fusiello等[2]和候永宏等[3]提出基于相机标定的立体校正优化方法，抑制了刚性固定双目相机位姿的微小变化造成的立体校正偏差。而非标定立体校正法，由左右图像间的特征点映射关系，直接估计基础矩阵，利用校正变换操作完成图像的立体校正。典型算法为基于Longuet校正思想的Hartley立体校正变换算法[4]，适用于任意2幅有重叠视野图像的立体校正。在旋转双目立体视觉系统中，双目非刚性固定，需采用非标定立体校正法。

由于立体校正结果直接影响立体匹配和重建精度，降低立体校正图像的畸变为重要的研究课题[5]。以此为目标，学者们研究了2种非标定立体校正优化方法：立体校正变换优化和特征点匹配优化[6]。刘怡光等[7]引入图像纵横比约束，并通过优化剪切变换等操作，有效减少了图像的校正畸变。由于校正变换的畸变优化空间有限，更多学者采用偏向于特征匹配优化方式。典型的特征点匹配优化算法有暴力(brute force, BF)匹配算法[8]、随机采样一致性(random sample consensus, RANSAC)算法[9]、图割随机采样一致性(graph cut random sample

收稿日期：2022-07-12；**录用日期**：2022-08-14；**网络出版时间**：2022-12-14 16:36
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1726.003
基金项目：天津市教委科研计划(2019KJ118)
*通信作者. E-mail：qjluo@cauc.edu.cn

引用格式：罗其俊，田鑫，高庆吉. 基于分层空间一致性的旋转双目立体校正算法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1551-1559.
LUO Q J，TIAN X，GAO Q J. Rotation binocular stereo rectification algorithm based on hierarchical spatial consistency[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1551-1559 (in Chinese).

consensus, GC-RANSAC)算法[10]等，这些算法基于概率统计规律，具有较好的普适性，但优化后仍存在一定比例的外点。郑真真等[11]以匹配点垂直偏差约束为条件，基于空间约束的RANSAC算法，提出最小平方中值随机采样一致性(least median of squares random sample consensus, LM-RANSAC)算法，优化特征点集，降低了立体校正的图像畸变率。由于其空间约束比较单一，可强化空间约束，进一步提高立体校正精度。近年来，Li等[12]、Xue等[13]和Nguyen等[14]利用深度网络模型，获取可靠特征匹配，在已知数据集上有效减低立体校正畸变，但其泛化性和可靠性难以评估，在工业应用场景中，更倾向于使用传统图像处理方法。

为此，借鉴基于空间约束关系的立体校正方法[11]，本文提出一种基于分层空间一致性的旋转双目立体校正算法，通过匹配特征点优选和二次匹配优化方法，降低交叉光轴立体视觉的校正误差。定义匹配点连线的斜率和相对距离，建立特征点全局约束关系，实现对ORB(oriented FAST and rotated BRIEF)初始匹配点集的优选。提出内点邻域空间一致性的局部校验方法，根据匹配点局部空间支持，实现匹配点集的二次匹配优化。最后解算左右相机的精确位姿关系，实现双目图像的立体校正。

1 旋转双目立体视觉模型

与传统双目立体视觉不同，旋转双目立体视觉模型[15]，如图1所示，由2个可旋转的相机构成，通过联动旋转扫描获取目标表面的局部点云，拼接形成大场景的三维重建。左右相机安装在相距较远的二维转台上，光心C和C'间的距离，即基线B，比较大。两相机光轴CG和$C'G$不平行，交点为G，夹角为θ。相较于传统平行光轴双目立体视觉系统，交叉光轴旋转双目立体视觉，具有更大的三维测量范围。

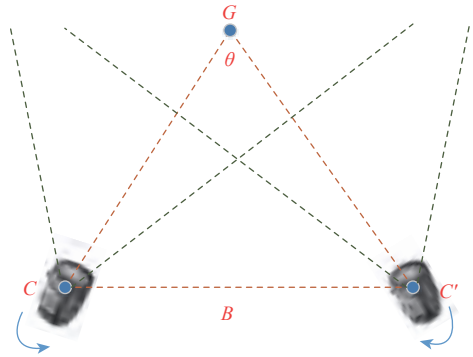


图1 旋转双目立体视觉模型

Fig. 1 Rotating binocular stereo vision model

然而，当左右相机联动旋转时，始终保持光轴近似相交，夹角θ可由2个相机的实时旋转角计算得到，但其存在的偏差，由转台的重复定位精度决定。当拍摄距离远、相机焦距较大时，夹角的微小偏差，会造成左右图像的较大偏移，进而造成立体校正的严重畸变[16]。这就要求双目相机每次旋转后，均需完成相机位姿优化，校正立体匹配图像，才能顺利完成立体匹配和三维重构。

2 本文算法原理

高精度转台可获取双目相机较为精确的位姿关系，借鉴基于初始位姿和空间约束关系的立体校正方法[11]，提出一种基于分层空间一致性的旋转双目立体校正算法，以满足长基线双目视觉三维重构对双目位姿的高精度要求。本文算法主要包括ORB特征初始匹配、匹配点优选、二次匹配优化、位姿解算和立体校正5个步骤。如图2所示，算法流程如下。

步骤1 ORB特征初始匹配。采用ORB特征

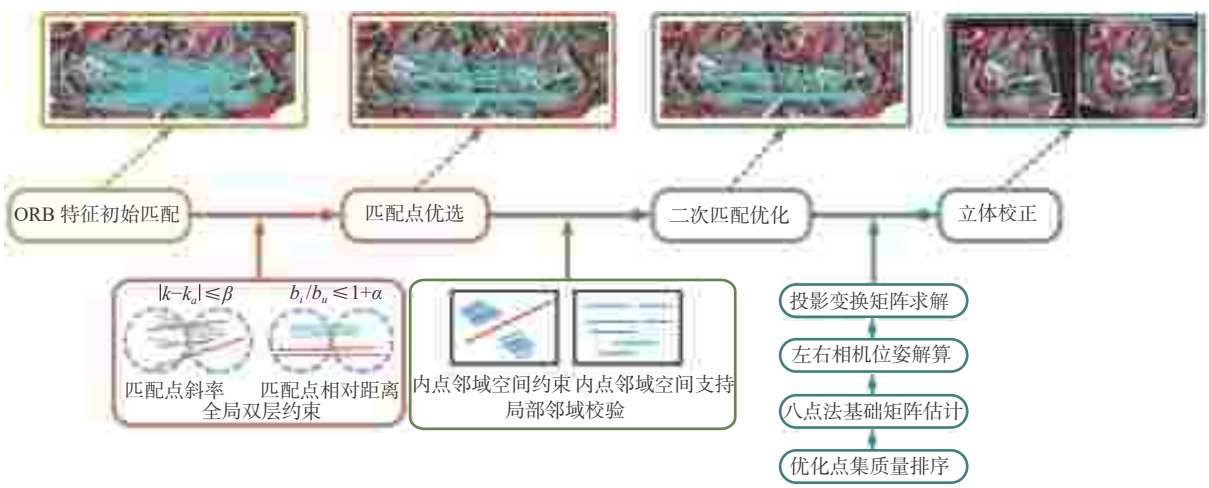


图2 本文算法流程

Fig. 2 Flow of the proposed algorithm

提取算法检测特征点邻域描述子, 对经二进制编码的特征描述子按位异或操作获取的汉明距离, 在左右图像中进行全局立体匹配, 建立 2 幅图像特征点的映射关系。

步骤 2　全局双层约束的匹配点优选。定义一种特征点全局双层约束关系, 判断匹配点连线分布情况, 剔除连线斜率、相对距离超出阈值范围的点对, 实现对 ORB 初始匹配点的优选。

步骤 3　局部邻域校验的二次匹配优化。基于内点邻域空间一致性的局部校验方法, 保留具有空间支持及邻域约束的特征点对, 实现匹配点的二次匹配优化。

步骤 4　位姿解算。利用质量排序的优化匹配点对, 由八点法基础矩阵估计算法, 计算左右相机的精确位姿关系, 完成左右投影变换矩阵的求解。

步骤 5　立体校正。利用对极几何[17], 分别求出左右图像的对极点和极线, 根据投影变换矩阵, 重采样左右极线, 实现图像立体校正。

2.1　ORB 特征初始匹配

双目相机每次旋转后, 均需进行立体校正, 立体校正算法必须有较快的执行速度。ORB 特征提取算法, 相对于尺度不变特征变换(scale invariant feature transform, SIFT)和 KAZE 特征点提取算法, 具有明显的速度优势[18]。为此, 采用 FAST(features from accelerated segment test)特征检测, 提取 ORB 特征点, 并通过 BRIEF(binary robust independent elementary features)特征描述子完成初始全局立体匹配[19]。具体过程如下。

1) FAST 特征检测。如图 3 所示, 在图中随机选取像素点 P, 以 P 为圆心, 选取半径为 3 圆上的 16 个像素点。

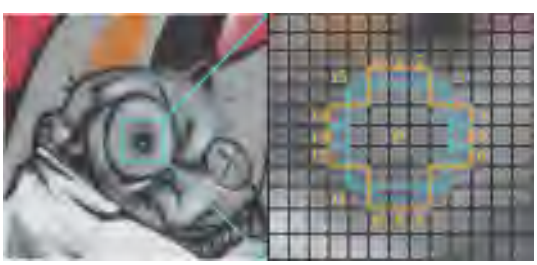


图 3　FAST 特征检测

Fig. 3　FAST feature detection

计算圆上像素点的灰度值 I_x, 以及像素点 P 的灰度值 I_P。当圆上存在 12 个以上像素点满足 $|I_x - I_P| > \omega$ 时, 则像素点 P 为特征点。其中, 阈值 ω 取 I_P 的 20%。

2) 特征点主方向确定。在像素点 P 的周围定义图像块的矩, 通过图像矩计算特征点的圆形邻域内的质心点坐标, 并将特征点位置到质心位置的方向作为特征点的主方向。

3) 特征描述子构建。选择 n 对特征点 (x_i, y_i), 将特征点邻域旋转到主方向, 利用 BRIEF 算法构建特征描述子 $f_n(q)$:

$$\begin{cases} f_n(q) = \sum\limits_{1\leqslant i\leqslant n} 2^{i-1}\tau(p; x_i, y_i) \\ \tau(q; x_i, y_i) = \begin{cases} 1 & q(x) < q(y) \\ 0 & q(x) \geqslant q(y) \end{cases} \end{cases} \tag{1}$$

式中: $q(x)$ 和 $q(y)$ 分别为点 x 和点 y 的灰度值。

4) 全局立体匹配。对上述经二进制编码的特征描述子按位异或操作, 根据得到的汉明距离, 在左右图像中进行全局立体匹配。

2.2　全局双层约束的匹配点优选

经 ORB 提取左右图像特征点后, 图像 I^{L} 的特征点 $\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}}(x_i, y_i)$ 和图像 I^{R} 的特征点 $\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}(x_j, y_j)$, 组成匹配点对 $\langle \boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}}, \boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}} \rangle$, 包括 N 个点对的初始匹配点集 P^{LR}:

$$P^{\mathrm{LR}} = \left\{ \langle \boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}}, \boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}} \rangle \mid 1 \leqslant i, j \leqslant N \right\} \tag{2}$$

式中: i、j 为特征点的序号。

由于 ORB 特征初始匹配后的误匹配点连线交叉严重, 根据连线的几何特征, 可剔除明显的误匹配点。为此, 分析特征点连线的几何关系[20], 定义匹配点对连线斜率和相对距离的全局双层几何约束, 用以限定匹配点对斜率和相对距离的范围, 在全局层面实现匹配点的优选。

因此, 计算 P^{LR} 中 N 对匹配点间欧氏距离, 并从小到大排序为 $\{b_1, b_2, \cdots, b_n\}$。取距离中值 b_u 为基准, 将匹配点欧氏距离与基准距离之比定义为该匹配点的相对距离。得到相对距离集合 B_i, 表示为 $B_i = \{b_i/b_u \mid i = 1, 2, \cdots, u, \cdots n\}$, b_i 为任意匹配点间欧氏距离。由式 (3) 计算上述 B_i 所对应的匹配点的连线斜率 k, 得到斜率集合 $K_i = \{k_1, k_2, \cdots, k_n\}$。

$$k = (y_j - y_i)/(x_j - x_i) \tag{3}$$

根据匹配点连线相对距离和斜率, 优选匹配点过程如下:

步骤 1　设定匹配点相对距离偏离范围为 α, 遍历集合 B_i, 保留满足条件 $b_i/b_u \leqslant 1 + \alpha$ 的匹配点。

步骤 2　将匹配点斜率均值 k_a 作为基准, 设定斜率偏差范围 β, 遍历集合 K_i, 保留满足条件 $|k - k_a| \leqslant \beta$ 的匹配点。

步骤 3　检验 P^{LR} 中剩余匹配点的数量, 如果匹配点数量少, 可判断为阈值设置过小, 这时, 分别按 0.02 和 0.01 的步长来增大 α 和 β, 重新对 ORB 提取的 P^{LR} 按步骤 1、步骤 2 进行特征点优选。

步骤 4　重复上述步骤, 在全局层优选出 T 对匹配点集 P^{LRF}:

$$P^{\mathrm{LRF}}=\left\{\left\langle \boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}\right\rangle \mid 1\leqslant i,j\leqslant T\right\} \tag{4}$$

考虑八点法估计基础矩阵时至少需要8对匹配点,剩余点数量应大于8,α经验值取0.12,β取0.04。

2.3 局部邻域校验的二次匹配优化

全局双层约束的匹配点优选,可较大幅度提高匹配点的准确性,但其仅考虑了较大的尺度空间约束,同名点附近仍然可能存在外点,这会增加立体校正的误差[21]。如典型的RANSAC特征匹配优化算法,未对特征点邻域内的点进行校验,当点集误匹配点与模型距离较近时,RANSAC算法对不同的邻近点使用相同的惩罚函数,导致误匹配占主导优势。因此,有必要在特征点局部层进一步优化。鉴于此,借鉴内点邻域空间支持思想[22],提出内点邻域空间一致性的局部校验方法,完成二次匹配优化。

为了描述匹配点$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}(x,y)$和匹配点$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}(x,y)$最近邻域内点的分布,将$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$的邻域分别表示为$\boldsymbol{P}_s^{\mathrm{L}}=\{\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_t\}$和$\boldsymbol{P}_s^{\mathrm{R}}=\{\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_t\}$。其中,$s$为邻域特征点的序号,$\boldsymbol{P}_s^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{P}_s^{\mathrm{R}}$中包含$t$个$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$的邻域点。

为了描述$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$邻域内特征点空间支持和空间约束关系,定义了特征点邻域空间一致性校检值c,如式(5)所示。$(\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}})$为邻域内的特征点,$r(\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}})$用于检验$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$是否满足邻域空间支持,$h(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}_{ij})$用以检验$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$与邻域内匹配点向量偏移值,衡量$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$的邻域是否具有空间约束,$\boldsymbol{v}$为$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$的向量,$\boldsymbol{v}_{ij}$为匹配点邻域内$\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}$的向量。

$$\begin{cases} c=\dfrac{1}{t}\left(\displaystyle\sum_t r\left(\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}\right)+\sum_t h(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}_{ij})\right) \\ r\left(\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}\right)=\begin{cases}0 & \boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}\in\boldsymbol{P}_s^{\mathrm{R}}\\ 1 & \boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}\notin\boldsymbol{P}_s^{\mathrm{R}}\end{cases} \\ h(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}_{ij})=\begin{cases}1 & \dfrac{\min\{|\boldsymbol{v}|,|\boldsymbol{v}_{ij}|\}}{\max\{|\boldsymbol{v}|,|\boldsymbol{v}_{ij}|\}}\cdot\dfrac{(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}_{ij})}{|\boldsymbol{v}|\cdot|\boldsymbol{v}_{ij}|}>\lambda\\ 0 & \dfrac{\min\{|\boldsymbol{v}|,|\boldsymbol{v}_{ij}|\}}{\max\{|\boldsymbol{v}|,|\boldsymbol{v}_{ij}|\}}\cdot\dfrac{(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}_{ij})}{|\boldsymbol{v}|\cdot|\boldsymbol{v}_{ij}|}\leqslant\lambda\end{cases}\end{cases} \tag{5}$$

二次匹配优化具体步骤如下:

1)检验$\boldsymbol{p}^{\mathrm{L}}$邻域内所有特征点在$\boldsymbol{p}^{\mathrm{R}}$的邻域内是否有相应的特征点。如果邻域内共同特征点个数与邻域内特征点数量t的支撑特征点比率为1,且$r(\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}})$=0,认为该匹配点满足邻域空间支持。

2)计算匹配点与其邻域匹配点间的向量偏移$h(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}_{ij})$。设定匹配点向量偏移阈值$\lambda$,当$h(\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}_{ij})$=0时,认为该匹配点邻域满足空间约束。

3)当一对匹配点同时满足邻域空间支持和空间约束时,c=0。重复上述步骤,直至检验完所有匹配点,得到优化后的M对匹配点集P^{LRS}:

$$P^{\mathrm{LRS}}=\left\{\left\langle \boldsymbol{p}_i^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_j^{\mathrm{R}}\right\rangle \mid 1\leqslant i,j\leqslant M\right\} \tag{6}$$

4)重新计算优化后匹配点对的距离,并由式(7)计算匹配质量η。据此完成匹配点对的排序,得到匹配点质量优先序列$Z=\left\{\left\langle \boldsymbol{p}_m^{\mathrm{L}},\boldsymbol{p}_m^{\mathrm{R}}\right\rangle\right\}$,$m$为质量优先排序序号。

$$\eta=\frac{o_{\min 1}}{o_{\min}^2} \tag{7}$$

式中:$o_{\min 1}$为匹配点间次小距离,$o_{\min}$为匹配点间最小距离。

2.4 立体校正

经上述二次匹配优化后,利用匹配点质量优先序列Z,由八点法估计基础矩阵,并计算出相机的位姿关系,以此完成图像校正。具体过程如下:

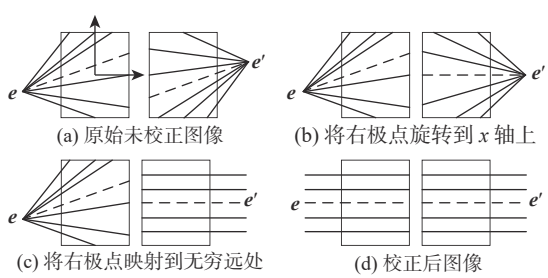
1)采用八点法估计图像间基础矩阵$\boldsymbol{F}$,根据$\boldsymbol{F}$估算出左右相机位姿关系,并由图像对极几何,计算图像I^{L}和I^{R}对应极点$\boldsymbol{e}$、$\boldsymbol{e}'$与极线l、l'。

2)通过平移变换$\boldsymbol{C}_{\mathrm{t}}$,将$I^{\mathrm{R}}$坐标轴的原点平移到图像的中心。图4(a)为2幅图像极点和极线分布情况,右图像I^{R}的中心像素坐标为(x_0,y_0)。如图4(b)所示,以原点为轴心,将I^{R}的极点$\boldsymbol{e}'$通过旋转矩阵$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}$旋转到$x$轴上。此时,外极点坐标$\boldsymbol{e}'=(x,y,1)^{\mathrm{T}}$变换为$\boldsymbol{e}''=(s,0,1)^{\mathrm{T}}$,$s$为极点旋转到$x$轴上的横坐标。并通过映射矩阵$\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}$,将$\boldsymbol{e}''$映射到无穷远点$(s,0,0)^{\mathrm{T}}$,以保证$I^{\mathrm{R}}$上的极线与水平方向平行,如图4(c)所示。

3)由$\boldsymbol{H}'=\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{t}}$计算右投影矩阵$\boldsymbol{H}'$,并采用最小二乘法最小化式(8)表示的平方和距离,估算出左投影矩阵$\boldsymbol{H}$。

$$\min\sum_{m=1}^{M}d\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{p}_m^{\mathrm{L}},\boldsymbol{H}'\boldsymbol{p}_m^{\mathrm{R}}\right)^2 \tag{8}$$

4)由$\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{H}'$,进行极线重采样,完成图像的立体校正,如图4(d)所示。



(a) 原始未校正图像 (b) 将右极点旋转到x轴上

(c) 将右极点映射到无穷远处 (d) 校正后图像

图4 图像立体校正过程

Fig. 4 Image stereo rectification process

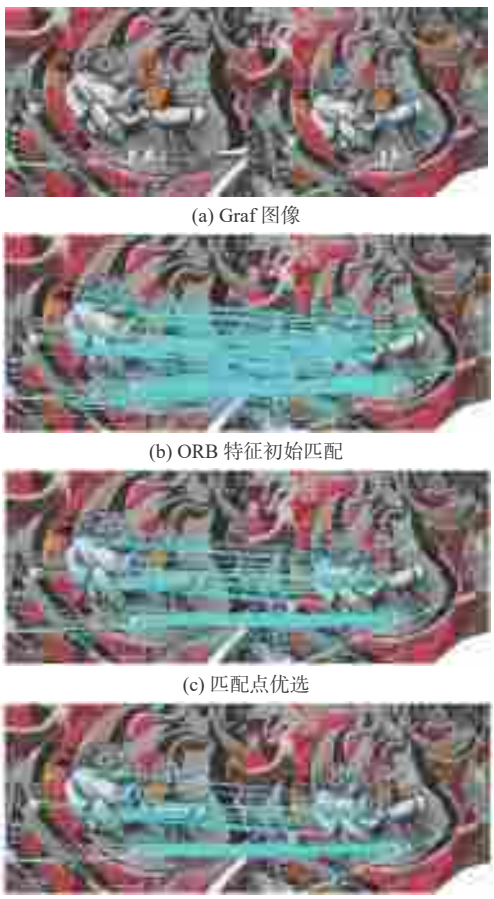
3 实验与结果分析

实验平台硬件采用HIKROBOT的MV-CA060-

10 GC 工业相机, 以及包含 Intel Core i5-10400F CPU 和 16 GB内存的台式计算机。算法软件在 Windows 10 操作系统平台下, 利用 OpenCV 图像算法库, 采用 Visual Studio 2019 编程开发。

3.1　匹配点优选和优化实验

选取图 5(a)Oxford 公开数据集中的 Graf 图像, 验证所提匹配点分层优选和优化方法的有效性。设定相对距离偏离范围 α=0.12, 斜率偏差范围 β=0.04, 特征点邻域点个数 t=9, 匹配点向量偏移阈值 λ=0.2。为验证匹配点优选和优化的有效性, 采用提出算法对 Graf 左右图像进行处理, 得到 400 对 ORB 特征点, 匹配点标记图像如图 5 所示。



(a) Graf 图像

(b) ORB 特征初始匹配

(c) 匹配点优选

(d) 二次匹配优化

图 5　匹配点分层优选和优化

Fig. 5　Matching points hierarchical preference and optimisation

经 ORB 特征点全局初始匹配后, 匹配点连线交叉较多, 误匹配率高, 如图 5(b) 所示。通过匹配点全局双层约束, 可有效剔除匹配点连线斜率、相对距离超出阈值的外点, 在 ORB 特征点的全局层实现匹配点优选, 如图 5(c) 所示。对剩余特征点邻域局部检验, 保留满足空间支持和邻域约束的特征点对, 实现了图 5(d) 所示的二次匹配优化。

匹配点分层优选和优化过程中, 特征点对数量变化如表 1 所示。可发现, 经全局双层约束后, Graf 匹配点由 400 降至 175, 此时, 得到了优选后的匹配点。经二次匹配优化后, Graf 中匹配点由 175 降为 125, 进一步提高了匹配点的可靠性, 验证了所提匹配点分层优选和优化方法的有效性。

表 1　匹配点分层优选和优化

Table 1　Hierarchical selection and optimization of matching points

图像	初始匹配点数	匹配点优选点数	二次匹配优化点数
Graf	400	175	125

3.2　对比实验

为验证本文算法的性能, 选取公开数据集 Oxford 和 SYNTIM 中 5 组具有代表性的图像, 包括室外、室内、丰富纹理、弱纹理和多景深等典型场景和特征。与典型特征点匹配优化算法 BF[8]、GC-RANSAC[10] 和 LM-RANSAC[11] 进行对比。对比实验中, 特征点选取和图像校正变换时, 均采取 ORB 特征提取算法和 Hartley 立体校正变换算法。5 组实验对象为 Building、Baballe、Graf、Sport 和 NBuste。

实验结果如图 6 所示。人眼观察立体校正图像的畸变程度, 可以发现, 各算法在 Building 中都有较好的校正效果。BF 在剩余 4 个场景图像的立体校正畸变都比较严重。LM-RANSAC 在 Sport 和 NBuste 中畸变明显。GC-RANSAC 在 Sport 中效果欠佳。本文算法在这 5 组图像中, 表现均超过对比算法, 验证了本文算法的多场景立体校正性能。

为了定量计算校正图像偏差, 采用匹配点纵坐标偏差最大值 E_{H}、匹配点纵坐标偏差均值 E_{M}, 以及匹配点纵坐标偏差方差 E_{V} 这 3 个评价指标[5] 进行统计分析:

$$E_{\mathrm{H}} = \max\{y_{\mathrm{L}i} - y_{\mathrm{R}i}\} \quad 1 \leqslant i \leqslant m \tag{9}$$

$$E_{\mathrm{M}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(y_{\mathrm{L}i} - y_{\mathrm{R}i}) \tag{10}$$

$$E_{\mathrm{V}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sqrt{y_{\mathrm{L}i}{}^2 - y_{\mathrm{R}i}{}^2} \tag{11}$$

式中: $y_{\mathrm{L}i}$ 和 $y_{\mathrm{R}i}$ 分别为校正后左右图中匹配点的纵坐标; m 为匹配点个数。

统计结果如表 2 所示。BF 在 5 组校正图像上的 E_{H}、E_{M} 和 E_{V} 均高于其他算法。LM-RANSAC 在 Graf、Building 和 Baballe 图中表现效果较好, E_{M} 和 E_{V} 均保持在 1 像素左右, 但在其余图像中, E_{M} 和 E_{V} 波动变化较大。GC-RANSAC 相较于 BF 和 LM-RANSAC, 3 个偏差指标更低, 数值在 1～3 像素范围。本文算法在前 4 组图像中具有最佳表现, 仅在 NBuste 中略低于 GC-RANSAC。

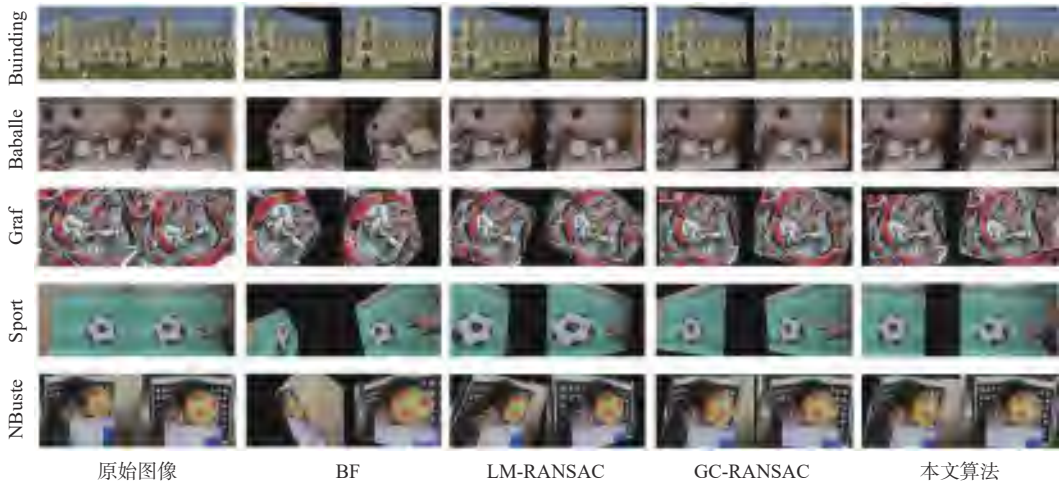


图 6 图像立体校正过程

Fig. 6 Image stereo rectification process

表 2 立体校正精度统计

Table 2 Stereo rectification accuracy statistics 像素

校正图像	E_H				E_M				E_V			
	BF	LM-RANSAC	GC-RANSAC	本文	BF	LM-RANSAC	GC-RANSAC	本文	BF	LM-RANSAC	GC-RANSAC	本文
Building	7.4649	3.4254	3.1222	0.72	1.4629	0.4515	0.50001	0.1546	2.1609	1.2011	1.22001	0.4501
Baballe	24.4806	5.3412	5.9917	1.20001	3.2711	0.7122	0.6215	0.2056	4.4922	1.5522	1.3271	0.5132
Graf	4.728	2.5999	3.3781	0.7991	1.5077	0.4512	0.3189	0.1921	2.32	0.6801	0.6674	0.2312
Sport	212.004	12.1162	14.5999	3.33	89.3941	3.2433	2.6485	0.4975	86.458	4.1167	3.7247	1.2898
NBuste	234.3337	25.1242	22.5441	18.5327	111.9321	4.2311	2.0577	2.2262	139.2001	5.6822	3.8501	4.1999

由此可见，本文算法在多种场景中有较高的校正精度，可以保证较低的匹配点纵坐标偏差。

3.3 多角度旋转立体校正实验

为验证本文算法对双目光轴交叉多角度的适应性，分别在0°～45°范围内，拍摄同一工具盒，采用本文算法进行立体校正对比实验。如图7所示，图7 (a)～图7 (d)分别为选取相机光轴夹角θ处于5°、20°、30°和40°时的图像，图7 (e)～图7 (h)分别为对应的校正图像。可以看出，在不同角度下，校正图像都可以保留工具盒的完整信息。而随着角度的增加，工具盒左侧的信息略微丢失。本文算法对多角度有很好的适应性，但随着角度的增加，性能略微下降。

为进一步验证本文算法的性能，分别在5°、30°、40°条件下，与BF、LM-RANSAC和GC-RANSAC进行对比实验。图8(b)～图8(d)为3种算法在5°时的校正图像，BF校正后的图像已经开始变形，而LM-RANSAC和GC-RANSAC校正图像形变较小。BF算法多角度适应性较差。图9中的BF在30°时图像信息丢失最多，LM-RANSAC校正后图像开始变形。GC-RANSAC校正后的图像畸变不明显。图10为40°时的校正图像，3种算法均表现出较为严重的畸变，均不及图7(h)中本文算法效果。

不同夹角时立体校正的匹配偏差均值评价曲线如图11所示。在0°～5°内，4种算法校正质量

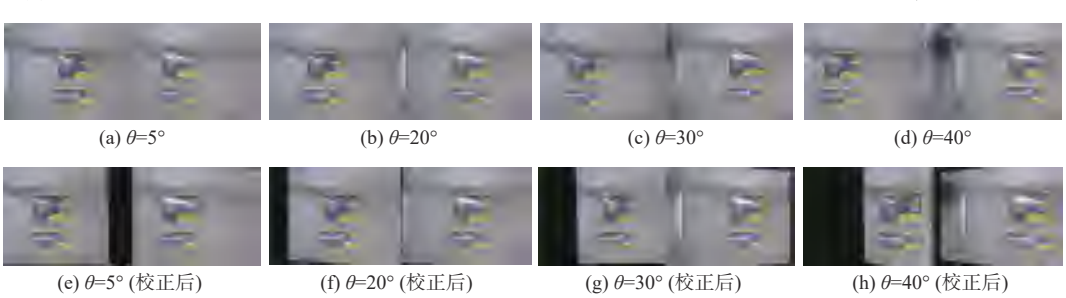


图 7 本文算法的多角度校正结果

Fig. 7 Rectification result of proposed algorithm in multi-angles

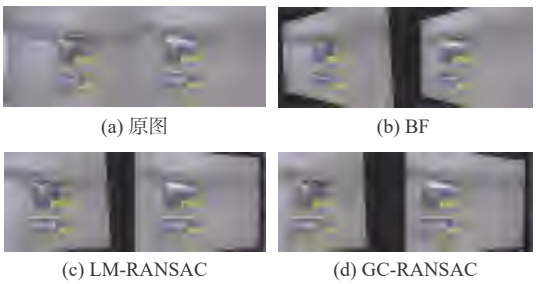


图 8　5°时的校正结果对比

Fig. 8　Comparison of rectification results at 5°

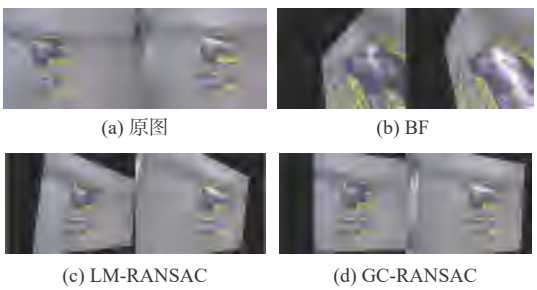


图 9　30°时的校正结果对比

Fig. 9　Comparison of rectification results at 30°

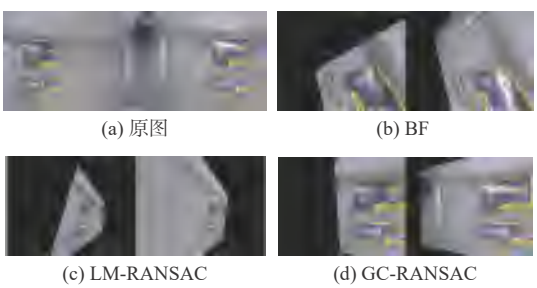


图 10　40°时的校正结果对比

Fig. 10　Comparison of rectification results at 40°

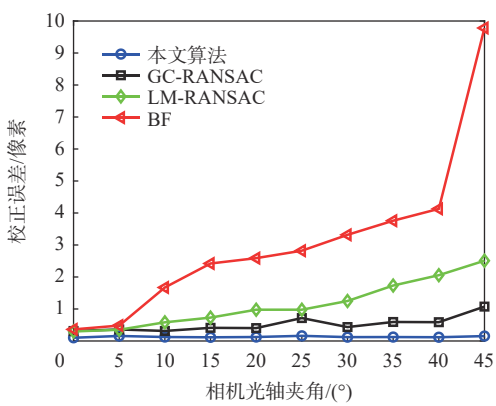


图 11　不同角度下校正误差对比

Fig. 11　Rectification error comparison at different angles

都较好, 均在 0.4 像素范围左右。但是, 随着角度的增加, BF 校正误差波动最明显, 并在 45°时, 校正误差达到 9.782 2 像素, 超出 LM-RANSAC 的校正误差 4 倍以上。当角度变化范围较低时, LM-RANSAC 校正误差波动不明显, 但在 30° 后, 校正误差也表现出上升趋势。GC-RANSAC 算法校正误差整体上升较平缓, 仅在 45° 时, 校正误差超出 1 个像素。本文算法随着角度的逐渐增加, 校正误差整体呈平缓趋势, 且最终稳定在 0.2 像素以内, 与其他算法相比, 本文算法校正精度更高, 更具鲁棒性。

4　结　论

1)本文算法能有效实现外点过滤, 通过二次匹配优化提高了匹配点的可靠性。

2)本文算法可适应不同的拍摄场景。与典型匹配优化算法 BF、LM-RANSAC 和 GC-RANSAC 对比, 本文算法的多场景立体校正效果普遍优于其他算法, 个别场景与 GC-RANSAC 算法相当。

3)本文算法可适应不同的双目光轴夹角, 但随着角度的增加, 性能略微下降。通过在 0° ～45° 角度下的校正偏差定量分析, 证明本文算法可应用于双目旋转立体视觉系统, 受相机角度变换的影响较小。

本文开展了动态会聚双目立体校正的优化研究, 以此为基础, 有望解决会聚双目实时校正问题, 并可将立体视觉三维重建和高精度视觉测量有效融合, 为大场景高精度工业视觉测量和三维重建研究奠定基础。

参考文献（References）

[1] DINH V Q, MUNIR F, SHERI A M, et al. Disparity estimation using stereo images with different focal lengths[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(12): 5258-5270.

[2] FUSIELLO A, TRUCCO E, VERRI A. A compact algorithm for rectification of stereo pairs[J]. Machine Vision and Applications, 2000, 12(1): 16-22.

[3] 侯永宏, 王璨, 郭瑶, 等. 一种灵活的立体图像校正方法[J]. 天津大学学报 (自然科学与工程技术版), 2016, 49(6): 555-561.
HOU Y H, WANG C, GUO Y, et al. A flexible rectification for stereo images[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2016, 49(6): 555-561(in Chinese).

[4] HARTLEY R I. Theory and practice of projective rectification[J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 35(2): 115-127.

[5] DINH V Q, NGUYEN T P, JEON J W. Rectification using different types of cameras attached to a vehicle[J]. IEEE Transactions on Image Processing:a Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2019, 28(2): 815-826.

[6] TRAN T H P, NGUYEN T P, NGUYEN H H, et al. Robust uncalibrated rectification with low geometric distortion under unbalanced field of view circumstances[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(2): 1809-1818.

[7] 刘怡光, 孙柏林, 石勇涛, 等. 用于 3 维重建的立体图像校正[J]. 四川大学学报 (工程科学版), 2013, 45(3): 79-84.
LIU Y G, SUN B L, SHI Y T, et al. Stereo image rectification suitable for 3D reconstruction[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2013, 45(3): 79-84(in Chinese).

[8] XIAO C X, LIU M, NIE Y W, et al. Fast exact nearest patch matching for patch-based image editing and processing[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2011, 17(8): 1122-1134.

[9] 黄晨威, 程景春, 潘雄, 等. 基于深度神经网络的像素级别可见光图像配准[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(3): 522-532.
HUANG C W, CHENG J C, PAN X, et al. Pixel-wise visible image registration based on deep neural network[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(3): 522-532 (in Chinese).

[10] BARATH D, MATAS J. Graph- cut ransac[C]//Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2018: 6733-6741.

[11] 郑真真, 徐爱功, 徐辛超, 等. 一种采用最小平方中值的改进极线校正方法[J]. 遥感信息, 2018, 33(2): 71-77.
ZHENG Z Z, XU A G, XU X C, et al. An improved epipolar rectification method with least Median of squares[J]. Remote Sensing Information, 2018, 33(2): 71-77 (in Chinese).

[12] LI X Y, ZHANG B, SANDER P V, et al. Blind geometric distortion correction on images through deep learning[C]//Proceedings of the 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE Press, 2019: 4850-4859.

[13] XUE Z C, XUE N, XIA G S, et al. Learning to calibrate straight lines for fisheye image rectification[C]//Proceedings of the 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE Press, 2019: 1643-1651.

[14] NGUYEN T P, TRAN T H P, JEON J W. MultiLevel feature pooling network for uncalibrated stereo rectification in autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(10): 10281-10290.

[15] 陈天择, 葛宝臻, 罗其俊. 重投影优化的自由双目相机位姿估计方法[J]. 中国光学, 2021, 14(6): 1400-1409.
CHEN T Z, GE B Z, LUO Q J. Pose estimation for free binocular cameras based on reprojection error optimization[J]. Chinese Optics, 2021, 14(6): 1400-1409(in Chinese).

[16] XIAO R C, SUN W X, PANG J H, et al. DSR: Direct self-rectification for uncalibrated dual-lens cameras[C]//Proceedings of the 2018 International Conference on 3D Vision (3DV). Piscataway: IEEE Press, 2018: 561-569.

[17] 王宗盛, 苏志龙, 韩永胜, 等. 基于图像特征分布优化的相机外参自标定[J]. 中国科学 (技术科学), 2021, 51(11): 1410-1418.
WANG Z S, SU Z L, HAN Y S, et al. External parameter calibration based on image feature distribution optimization[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2021, 51(11): 1410-1418(in Chinese).

[18] 廖泓真, 王亮, 孙宏伟, 等. 一种改进的 ORB 特征匹配算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 344(10): 2149-2154.
LIAO H Z, WANG L, SUN H W, et al. An improved ORB feature matching algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 344(10): 2149-2154(in Chinese).

[19] 孙浩, 王朋. 一种基于区域划分的改进 ORB 算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(9): 1763-1769.
SUN H, WANG P. An improved ORB algorithm based on region division[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(9): 1763-1769(in Chinese).

[20] 胡立华, 左威健, 张继福. 采用逆近邻与影响空间的图像特征误匹配剔除方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2022, 34(3): 449-458.
HU L H, ZUO W J, ZHANG J F. A mismatch elimination method based on reverse nearest neighborhood and influence space[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics 2022, 34(3): 449-458(in Chinese).

[21] JIANG X Y, MA J Y, JIANG J J, et al. Robust feature matching using spatial clustering with heavy outliers[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2019, 29(29): 736-746.

[22] BARATH D, MATAS J. Graph-cut RANSAC: Local optimization on spatially coherent structures[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2022, 44(9): 4961-4974.

Rotation binocular stereo rectification algorithm based on hierarchical spatial consistency

LUO Qijun[1, *], TIAN Xin[1, 2], GAO Qingji[1]

(1. Robotices Institute, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The mechanical gap of the turntable in the rotating binocular stereo vision system causes the left and right cameras to rotate and deviate in translation, severely distorting the stereo rectification image. To solve this problem, a rotating binocular stereo rectification algorithm based on hierarchical spatial consensus is proposed. Firstly, oriented FAST and rotated BRIEF (ORB) features are used for the fast global stereo matching in the original images, and a new global double-layer constraint of feature points is defined to realize the preferred selection of the matching points. Then, a local verification method based on the consensus of the neighborhood space of the inliers is proposed to realize the secondary matching optimizations and the matching points are optimized by quality sorting. To finish the stereo rectification of the pictures, the eight-point method-based fundamental matrix estimation algorithm determines the precise pose relationship between the left and right cameras. The comparison experiments of typical algorithms on Oxford and SYNTIM datasets verify the proposed algorithm's performance. The multi-angle stereo rectification experiment shows that the proposed algorithm can adapt to the change of optical axis angle, and ensure the quality of stereo rectification when the maximum angle of binocular is 45°. The deviation of the matching point is less than 0.2 pixels.

Keywords: stereo rectification; rotating camera; fundamental matrix; spatial consensus; pose estimation

Received: 2022-07-12; **Accepted**: 2022-08-14; **Published Online**: 2022-12-14 16:36
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1726.003
Foundation item: Scientific Research Plan of Tianjin Education Commission (2019KJ118)
* **Corresponding author**. E-mail: qjluo@cauc.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0622

考虑输出约束及外部干扰的柔性航天器振动控制

刘姝阳，杨洪磊，张振国，李元春*
(长春工业大学 电气与电子工程学院，长春 130012)

摘　　要：针对具有输出约束及外部干扰的柔性航天器系统，提出一种直接关节力矩输入的振动控制方法。利用哈密顿原理，系统动力学特性由偏微分方程（PDE）和常微分方程（ODE）耦合组成的分布参数模型来描述。设计了非线性干扰观测器补偿外界干扰，并基于正切型障碍李雅普诺夫函数解决了航天器姿态角度误差和振动误差的多输出约束问题。利用扩展的拉塞尔不变集原理和半群理论证明了系统的渐近稳定性。不仅实现了姿态角的位置控制，还抑制了柔性航天器的弹性振动。通过对比仿真验证了所提方法的有效性。

关　键　词：输出约束；干扰观测器；直接关节力矩输入；分布参数模型；障碍李雅普诺夫函数

中图分类号：TP273

文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1560-08

随着空间技术的飞速发展，含有柔性结构的航天器在航空航天领域中的应用越来越广泛[1]。相较于刚性附件，柔性附件具有质量轻，灵活性高，人机交互安全和能耗低等优点[2]。由于空间环境的复杂性，在进行姿态控制时，会出现柔性航天器弹性振动和刚体运动的耦合，这对航天器的姿态控制精度造成很大的影响，在太空环境中会严重影响航天器的工作效率，甚至造成柔性航天器的损坏。因此，研究柔性航天器的动力学与振动控制方法具有重要的工程实际意义。

柔性航天器系统属于分布参数系统，具有无穷多自由度[3]。目前，大多数柔性航天器系统都是以集中参数模型为基础进行控制[4]。然而，柔性航天器是一个刚柔耦合的非线性无穷维系统，基于集中参数模型的设计往往忽略了高阶模态，从而导致控制溢出，对系统的稳定性产生不利的影响。近年来学者们针对柔性航天器分布参数模型展开研究[5]。文献 [6] 采用一组偏微分方程和常微分方程描述了柔性航天器的分布参数模型；文献 [7] 基于偏微分方程描述了具有双柔性附件的航天器系统的动态特性；文献 [8] 利用偏微分方程描述了柔性航天器的动力学特性。在实际空间环境中，柔性航天器通常会受到外界干扰的影响，如果不加以处理会严重影响系统的稳定性甚至造成航天器的损坏。因此，设计具有良好鲁棒性和精确性的控制系统至关重要。文献 [9] 针对柔性微型飞行器设计了迭代学习控制方法抑制分布式干扰；文献 [10] 针对柔性海底探测机器人系统设计了自适应神经网络控制方法来逼近外界干扰。而基于干扰观测器对柔性航天器进行干扰估计是非常有效的方法[11]。文献 [12] 针对柔性航天器系统设计了自适应有限时间干扰观测器实现对干扰的精确估计。文献 [13] 基于扰动观测器设计了边界抗扰控制抑制了空间非线性柔性弦的振动，上述针对柔性结构系统的设计方法

收稿日期：2022-07-19；**录用日期**：2022-08-14；**网络出版时间**：2022-12-15 14:37
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221214.0906.001
基金项目：国家自然科学基金 (62303071,62173047)；吉林省科技厅自然科学基金 (222614JC010794374,20210101179JC)；吉林省教育厅“十三五”科学技术项目 (JJKH20200672)
* **通信作者**. E-mail：liyc@ccut.edu.cn

引用格式：*刘姝阳，杨洪磊，张振国，等. 考虑输出约束及外部干扰的柔性航天器振动控制 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1560-1567. LIU S Y，YANG H L，ZHANG Z G，et al. Vibration control of flexible spacecraft with output constraints and external disturbances [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1560-1567（in Chinese）.*

均采用分布式控制方法和边界控制方法。分布式控制为分布参数系统的控制设计提供了便利, 但当模态数增加时控制器的维数也会增大, 这在实际工作中难以实现。边界控制是在柔性连杆的末端安装执行器, 通过设计边界控制力输入来抑制柔性结构的振动, 然而柔性结构末端往往会面临执行器故障或安装具有尖端质量负载等情况, 在柔性结构末端安装执行器将会增大航天器的控制难度。本文针对考虑外部干扰具有尖端质量的柔性航天器系统, 设计了基于干扰观测器的直接关节力矩控制方法, 可以同时控制姿态角度和弹性振动, 避免在末端安装边界力输入。

在实际控制系统中, 考虑到柔性航天器所处空间环境的复杂性及物理机构的限制使得系统输出的状态需要满足一定的约束条件, 如姿态角误差及振动的最大位移量的约束[14]。而忽略输出约束的影响会使得系统的安全性鲁棒性降低。因此, 研究人员针对状态约束问题开展了研究, 采用基于能量函数的障碍李雅普诺夫函数解决输出约束问题。文献 [15] 利用障碍李雅普诺夫函数对柔性机械臂系统的末端振动进行输出约束控制; 文献 [16] 针对三维柔性立管系统, 基于障碍李雅普诺夫函数解决系统中的状态约束。然而大部分研究中针对障碍李雅普诺夫函数的设计形式比较单一, 多采用对数型的函数进行处理。文献 [17] 基于一类非线性切换系统分别针对对称和非对称输出约束问题设计了正切型李雅普诺夫函数来进行处理, 并利用仿真对比了对数型和正切型障碍李雅普诺夫函数的控制性能差异。目前, 针对柔性航天器的偏微分方程-常微分方程系统的输出约束问题的研究还相对较少, 并且针对柔性结构末端振动的约束均是基于末端边界控制实现, 而仅采用关节输入力矩同时解决姿态角度误差和末端振动位移的多输出约束问题鲜有研究。

本文以柔性航天器为研究对象, 主要创新点如下: 利用哈密顿原理建立了系统的分布参数动力学模型, 避免导致溢出问题, 直接基于无穷维模型进行分析与控制设计。设计了干扰观测器和直接关节力矩输入控制器, 能够补偿外界干扰, 调节姿态角度并且抑制柔性航天器的振动。通过选取正切型障碍李雅普诺夫函数, 解决多个输出状态在约束范围以内。

1　系统描述

1.1　分布参数模型

图 1 为柔性航天器系统的结构图, 由一个刚性

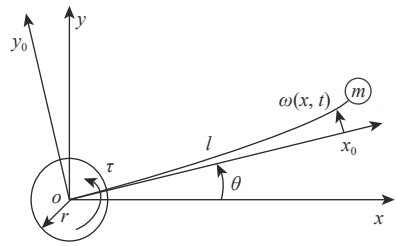


图 1　柔性航天器结构示意图

Fig. 1　Structure diagram of flexible spacecraft

轮轴和一个可视为 Euler-Bernoulli 梁的柔性悬臂梁[18]组成。

注 1　为方便表示, 令: $(*)'=\partial(*)/\partial x$, $(*)''=\partial^2(*)/\partial x^2$, $(*)'''=\partial^3(*)/\partial x^3$, $(\dot{*})=\partial(*)/\partial t$, $(\ddot{*})=\partial^2(*)/\partial t^2$, $\omega_0=\omega|_{x=0}$, $\omega_l=\omega|_{x=l}$。

系统的动能可以表示为

$$T=\frac{1}{2}I_h\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}\rho\int_0^l\left(\dot{\omega}+(r+x)\dot{\theta}\right)^2\mathrm{d}x+\frac{1}{2}m\left(\dot{\omega}_l+(r+l)\dot{\theta}\right)^2 \tag{1}$$

式中: r 为刚性轮轴的半径; I_h 为刚性轮轴的转动惯量; θ 为航天器的姿态角度, θ_d 为期望角度, 姿态角误差 $e=\theta-\theta_d$; τ 为关节输入力矩; l 为柔性悬臂梁的长度; m 为柔性悬臂梁的尖端质量; ρ 表示每单位长度; $\omega(x,t)$ 为柔性梁在 x 处 t 时刻的挠曲变形。

系统的势能为

$$V=\frac{1}{2}E\int_0^l\omega''^2\mathrm{d}x \tag{2}$$

式中: E 为柔性梁的弯曲刚度。

虚功为

$$W=(\tau+\tau_d)\theta \tag{3}$$

式中: τ_d 为外部干扰。

将系统的能量和虚功代入哈密顿原理:

$$\int_{t_1}^{t_2}(\delta T-\delta V+\delta W)\mathrm{d}t=0 \tag{4}$$

得到柔性航天器系统动力学模型表示如下:

振动方程:

$$\rho\left(\ddot{\omega}+(r+x)\ddot{\theta}\right)+E\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}=0 \tag{5}$$

姿态角方程:

$$I_h\ddot{\theta}-E\omega_0''+rE\omega_0'''=\tau+\tau_d \tag{6}$$

边界条件:

$$\omega_0=\omega_0'=\omega_l''=0 \tag{7}$$

$$E\omega_l'''=m\left(\ddot{\omega}_l+(r+l)\ddot{\theta}\right) \tag{8}$$

假设 1[14]　系统的外部干扰 τ_d 是有界的且变化相对缓慢, 即存在一个正常数 D 使得 $|\tau_d|\leqslant D$, 且 $\dot{\tau}_d=0$。

假设 2[19] 存在正数k_{b1}和k_{b2}，保证姿态角误差和振动变形的初始条件满足$|e(0)|<k_{b1}$，$|\omega_l(0)|<k_{b2}$。

1.2 柔性悬臂梁的能量分析

为方便后续的控制器设计，现针对系统总能量中的柔性部分进行能量分析，柔性部分能量表示如下：

$$E_T=\frac{1}{2}\rho\int_0^l\left(\dot{\omega}+(r+x)\dot{\theta}\right)^2\mathrm{d}x+\frac{1}{2}m\left(\dot{\omega}_l+(r+l)\dot{\theta}\right)^2+\frac{1}{2}E\int_0^l\omega''^2\mathrm{d}x \tag{9}$$

将能量项E_T对时间t求导可得

$$\dot{E}_T=\rho\int_0^l\left(\dot{\omega}+(r+x)\dot{\theta}\right)\left(\ddot{\omega}+(r+x)\ddot{\theta}\right)\mathrm{d}x+m\left(\dot{\omega}_l+(r+l)\dot{\theta}\right)\left(\ddot{\omega}_l+(r+l)\ddot{\theta}\right)+E\int_0^l\omega''\dot{\omega}''\mathrm{d}x \tag{10}$$

将式 (5) 和式 (8) 代入到式(10)，可得

$$\dot{E}_T=\int_0^l\left(\dot{\omega}+(r+x)\dot{\theta}\right)(-E\omega'''')\mathrm{d}x+\left(\dot{\omega}_l+(r+l)\dot{\theta}\right)E\omega'''_l+E\int_0^l\omega''\dot{\omega}''\mathrm{d}x \tag{11}$$

最后，连续使用分部积分法，将式(11)进行整理可得

$$\dot{E}_T=\left(\dot{\omega}+(r+x)\dot{\theta}\right)(-E\omega''')|_0^l-(\dot{\omega}'+\dot{\theta})\cdot(-E\omega'')|_0^l+\int_0^l\dot{\omega}''(-E\omega'')\mathrm{d}x+(\dot{\omega}_l+(r+l)\dot{\theta})\cdot E\omega'''_l+E\int_0^l\omega''\dot{\omega}''\mathrm{d}x=-E(\omega_0''-r\omega_0''')\dot{\theta} \tag{12}$$

2 非线性干扰观测器设计

基于柔性航天器系统的分布参数模型的式 (5)～式 (8)，设计非线性干扰观测器，将外部干扰和实际系统及重构模型的差值作为控制输入，利用观测出的干扰作为反馈来抑制干扰。使得当$t\to\infty$时，姿态角度误差e和挠度ω趋近于 0，并且设计干扰观测器对干扰的估计值$\hat{\tau}_d$可以同时趋近于干扰τ_d。

假设干扰观测器的估计误差$\tilde{\tau}_d=\tau_d-\hat{\tau}_d$，首先，设计：

$$\dot{\hat{\tau}}_d=K(\tau_d-\hat{\tau}_d)+s\left(1+\frac{1}{I_h}\left(\frac{k_{b1}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{b1}}+\frac{k_{b2}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{b2}}\right)\right) \tag{13}$$

式中：K为正常数；变量s为姿态角度误差，角速度误差及柔性航天器根部的应变力和剪切力的线性组成，定义为

$$s=\dot{e}+\lambda e-k_fE(\omega_0''-r\omega_0''') \tag{14}$$

式中：λ、k_f为正数；θ_d为常数，因此，$\dot{e}=\dot{\theta}$。

其次，定义辅助变量：

$$z=\hat{\tau}_d-KI_h\dot{\theta} \tag{15}$$

对式(15)求导，并将式 (13) 代入，可得

$$\dot{z}=K(\tau_d-\hat{\tau}_d)-KI_h\ddot{\theta}+s\left(1+\frac{1}{I_h}\left(\frac{k_{b1}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{b1}}+\frac{k_{b2}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{b2}}\right)\right) \tag{16}$$

由姿态角方程式 (6) 可知：

$$\tau_d=I_h\ddot{\theta}-E\omega_0''+rE\omega_0'''-\tau \tag{17}$$

式 (16) 可写为

$$\dot{z}=K(I_h\ddot{\theta}-E\omega_0''+rE\omega_0'''-\tau)-K\hat{\tau}_d-KI_h\ddot{\theta}+s\left(1+\frac{1}{I_h}\left(\frac{k_{b1}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{b1}}+\frac{k_{b2}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{b2}}\right)\right)=K(-E\omega_0''+rE\omega_0'''-\tau)-K\hat{\tau}_d+s\left(1+\frac{1}{I_h}\left(\frac{k_{b1}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{b1}}+\frac{k_{b2}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{b2}}\right)\right) \tag{18}$$

因此，干扰观测器设计为如下形式：

$$\begin{cases}\dot{z}=K(-E\omega_0''+rE\omega_0'''-\tau)-K\hat{\tau}_d+s\left(1+\frac{1}{I_h}\left(\frac{k_{b1}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{b1}}+\frac{k_{b2}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{b2}}\right)\right)\\ \hat{\tau}_d=z+KI_h\dot{\theta}\end{cases} \tag{19}$$

注 2 干扰观测器中所需的信号均可以通过传感器测量得到，θ和$\dot{\theta}$可通过关节处的光电编码器测量得到，ω_0''和ω_0'''可由根部应变力和剪切力传感器测量，ω_l可通过末端激光位移传感器测量得到，且信号为边界端有限个信号。因此，所设计的干扰观测器是容易实现的。

3 控制器设计及稳定性证明

针对系统中存在的外部干扰和输出约束，基于所提出的干扰观测器设计控制器τ，能够同时调节姿态角度并抑制弹性振动，同时保证姿态角误差和振动位移均在约束范围内。系统的控制框图如图 2 所示。

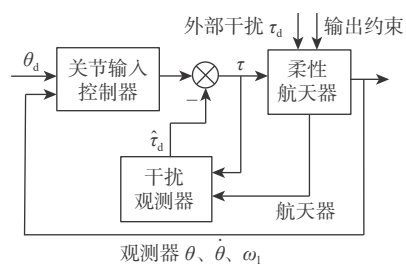


图 2 柔性航天器系统控制框图

Fig. 2 Control block diagram of flexible spacecraft

本文所设计的控制器如下：

$$\tau=-\hat{\tau}_{\mathrm{d}}-E(\omega_0''-r\omega_0''')-\left[1+\frac{1}{I_{\mathrm{h}}}\left(\frac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\frac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_{\mathrm{l}}}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\right]^{-1}\left[k_{\mathrm{f}}^{-1}\dot{e}+k_{\mathrm{s}}s+\left(I_{\mathrm{h}}+\frac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\frac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_{\mathrm{l}}}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)(\lambda\dot{e}-k_{\mathrm{f}}E(\dot{\omega}_0''-r\dot{\omega}_0''')\right]+\frac{1}{2}s\left(\dot{e}\tan\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}\sec^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\dot{\omega}_{\mathrm{l}}\tan\frac{\pi\omega_{\mathrm{l}}}{2k_{\mathrm{b2}}}\sec^2\frac{\pi\omega_{\mathrm{l}}}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\tag{20}$$

式中: k_{s}为大于 0 的控制参数, k_{b1}、k_{b2}为正常数, 并满足如下约束条件$-k_{\mathrm{b1}}<e<k_{\mathrm{b1}}$, $-k_{\mathrm{b2}}<\omega_{\mathrm{l}}<k_{\mathrm{b2}}$。

注 3　控制器式 (20) 中所需的信号均可以通过传感器测量得到, 因此, 所设计的直接关节力矩控制器由边界端的有限个信号组成, 无需其他分布式传感器信息及末端边界力输入。

引理 1[20]　对于任意的正常数k_{b}, 定义集合$Z_1:=\{z_1\in\mathbf{R}:-k_{\mathrm{b}}<z_1<k_{\mathrm{b}}\}\subset\mathbf{R}$, $N=\mathbf{R}^l\times Z_1\subset\mathbf{R}^{l+1}$ 是开集。考虑系统$\dot{\boldsymbol{\eta}}=h(t,\boldsymbol{\eta})$, 其中$\boldsymbol{\eta}:=[w,z_1]^{\mathrm{T}}\in N$, 对于时间$t$间断连续, 并且对$z$局部 Lipschitz, 在$\mathbf{R}_+\times N$。假设存在$U:\mathbf{R}^l\to\mathbf{R}_+$和 $V_1Z_1\to\mathbf{R}_+$是连续可微并且正定的, 满足$V_1(z_1)\to\infty$当$|z_1|\to k_{\mathrm{b}}$和$\gamma_1(\|w\|)\leqslant U(w)\leqslant\gamma_2(\|w\|)$, 其中$\gamma_1$和$\gamma_2$是$K_\infty$类函数。令$V(\boldsymbol{\eta}):=V_1(z_1)+U(w)$, 并且$z_1(0)$属于集合$z_1\in(-k_{\mathrm{b}},k_{\mathrm{b}})$, 若等式$\dot{V}=\partial V/\partial\eta h\leqslant 0$成立, 则$z_1(t)$可以保证在开集$z_1\in(-k_{\mathrm{b}},k_{\mathrm{b}})$中, 对于$\forall t\in[0,\infty)$。

注 4　引理 1 通常用于证明系统输出状态是在约束范围之内的。即如果可以证明障碍李雅普诺夫函数$\dot{V}\leqslant 0$, 则e和ω_l可以保证分别在开集$e\in(-k_{\mathrm{b1}},k_{\mathrm{b1}})$和$\omega_{\mathrm{l}}\in(-k_{\mathrm{b2}},k_{\mathrm{b2}})$中。

定理 1　考虑柔性航天器具有外界干扰和输出约束的情况, 基于干扰观测器式 (19), 提出控制器式 (20) 能保证系统的渐近稳定性, 使得姿态角度达到期望位置的同时振动得到抑制, 即当$t\to\infty$时, $\theta\to\theta_{\mathrm{d}}$, $\omega(x,t)\to 0$, $\hat{\tau}_{\mathrm{d}}\to\tau_{\mathrm{d}}$。并且姿态角误差和振动误差输出约束满足$-k_{\mathrm{b1}}<e<k_{\mathrm{b1}}$, $-k_{\mathrm{b2}}<\omega_l<k_{\mathrm{b2}}$。

证明　选取如下正切型障碍李雅普诺夫函数:

$$V=\frac{1}{2}I_{\mathrm{h}}s^2+E_T+\frac{1}{2}\lambda k_{\mathrm{f}}^{-1}e^2+\frac{1}{2}\tilde{\tau}_{\mathrm{d}}^2+\frac{1}{2}s^2\left(\frac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\frac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\tag{21}$$

对式 (21) 关于时间t求导, 得

$$\dot{V}=I_{\mathrm{h}}s\dot{s}-(E\omega_0''-rE\omega_0''')\dot{\theta}+\lambda k_{\mathrm{f}}^{-1}e\dot{e}++\tilde{\tau}_{\mathrm{d}}\dot{\tilde{\tau}}_{\mathrm{d}}\cdot s\dot{s}\left(\frac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\frac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)+\frac{1}{2}s^2\left(\dot{e}\cdot\tan\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}\sec^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\dot{\omega}_l\tan\frac{\pi\omega_{\mathrm{l}}}{2k_{\mathrm{b2}}}\sec^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\tag{22}$$

由式 (14) 可将式 (22) 改写为

$$\dot{V}=sI_{\mathrm{h}}\left[\ddot{e}+\lambda\dot{e}-k_{\mathrm{f}}(E\dot{\omega}_0''-rE\dot{\omega}_0''')\right]-(E\omega_0''-rE\omega_0''')\dot{\theta}+\dot{e}\lambda k_{\mathrm{f}}^{-1}\left[s-\dot{e}+k_{\mathrm{f}}(E\dot{\omega}_0''-rE\dot{\omega}_0''')\right]-\tilde{\tau}_{\mathrm{d}}\dot{\hat{\tau}}_{\mathrm{d}}+s\left\{\left[\ddot{e}+\lambda\dot{e}-k_{\mathrm{f}}(E\dot{\omega}_0''-rE\dot{\omega}_0''')\right]\left(\frac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\frac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)+\frac{1}{2}s\left(\dot{e}\tan\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}\sec^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\dot{\omega}_l\tan\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\sec^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\right\}\tag{23}$$

根据关节角方程式 (6), 式(23)可写为

$$\dot{V}=s\left\{(\tau+\tau_{\mathrm{d}}+E\dot{\omega}_0''-rE\dot{\omega}''')\left[1+\frac{1}{I_{\mathrm{h}}}\left(\frac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\cdot\tan^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\frac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\right]+\left(I_{\mathrm{h}}+\frac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\cdot\tan^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\frac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\left[\lambda\dot{e}-k_{\mathrm{f}}(E\dot{\omega}_0''-rE\dot{\omega}_0'''x)\right]+k_{\mathrm{f}}^{-1}\dot{e}+\frac{1}{2}s\left(\dot{e}\tan\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}\sec^2\frac{\pi e}{2k_{\mathrm{b1}}}+\dot{\omega}_l\tan\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\sec^2\frac{\pi\omega_l}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\right\}-k_{\mathrm{f}}^{-1}\dot{e}^2-\tilde{\tau}_{\mathrm{d}}\dot{\hat{\tau}}_{\mathrm{d}}\tag{24}$$

将干扰观测器式 (19) 和控制器式 (20) 代入到式 (24) 中, 可得

$$\dot{V}=-k_{\mathrm{s}}s^2-k_{\mathrm{f}}^{-1}\dot{e}^2-K\tilde{\tau}_{\mathrm{d}}^2\leqslant 0\tag{25}$$

由此可知, 障碍李雅普诺夫函数$V\geqslant 0$且$\dot{V}\leqslant 0$, 由引理 1 可得$-k_{\mathrm{b1}}<e<k_{\mathrm{b1}}$, $-k_{\mathrm{b2}}<\omega_l<k_{\mathrm{b2}}$。为了进一步证明分布参数系统的渐近稳定性, 采用扩展的拉塞尔不变集原理进行证明。

定义新的向量:

$$\boldsymbol{q}=\begin{bmatrix}q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 & q_6 & q_7\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}e & \dot{\theta} & \omega & \dot{\omega} & \omega_{\mathrm{l}} & \dot{\omega}_{\mathrm{l}} & \tilde{\tau}_{\mathrm{d}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

闭环系统可以写为以下非线性发展方程的形式:

$$\dot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{q}+\boldsymbol{f}\tag{26}$$

式中: $\boldsymbol{q}(0)\in\boldsymbol{H}$且$\forall\boldsymbol{q}\in D(\boldsymbol{A})$, $\boldsymbol{A}$为无穷维线性算子, 表示如下:

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{q}=\begin{bmatrix}q_2\\ \dfrac{q_7}{I_{\mathrm{h}}}\\ q_4\\ \left(-E\dfrac{\partial^4 q_3}{\partial x^4}-\rho r\dot{q}_2\right)\Big/\rho\\ q_6\\ v\left(Eq'''_5-m(r+l)\dot{q}_2\right)/m\\ Kq_7\end{bmatrix}$$

有限维非线性算子$\boldsymbol{f}$为

$$\boldsymbol{f}=\begin{bmatrix}0\\ -\dfrac{k_{\mathrm{f}}^{-1}q_2+k_{\mathrm{s}}s+\left(I_{\mathrm{h}}+\dfrac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\dfrac{\pi q_1}{2k_{\mathrm{b1}}}+\dfrac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\dfrac{\pi q_5}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)(\lambda q_2-k_{\mathrm{f}}E(\dot\omega_0''-r\dot\omega_0'''))+\dfrac{1}{2}s\left(q_2\tan\dfrac{\pi q_1}{2k_{\mathrm{b1}}}\sec^2\dfrac{\pi q_1}{2k_{\mathrm{b1}}}+q_6\tan\dfrac{\pi q_5}{2k_{\mathrm{b2}}}\sec^2\dfrac{\pi q_5}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)}{I_{\mathrm{h}}+\dfrac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\dfrac{\pi q_1}{2k_{\mathrm{b1}}}+\dfrac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\dfrac{\pi q_5}{2k_{\mathrm{b2}}}}\\ 0\\ -x\dot q_2\\ 0\\ 0\\ s\left(1+\dfrac{1}{I_{\mathrm{h}}}\left(\dfrac{k_{\mathrm{b1}}}{\pi}\tan^2\dfrac{\pi q_1}{2k_{\mathrm{b1}}}+\dfrac{k_{\mathrm{b2}}}{\pi}\tan^2\dfrac{\pi q_5}{2k_{\mathrm{b2}}}\right)\right)\end{bmatrix}$$

引入状态空间定义如下：

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{R}^2\times\boldsymbol{H}^2\times\boldsymbol{L}^2\times\boldsymbol{R}^2\times\boldsymbol{R}$$

$$D(\boldsymbol{A})=\boldsymbol{R}^2\times\boldsymbol{H}^4\times\boldsymbol{H}^2\times\boldsymbol{R}^2\times\boldsymbol{R}$$

其中：

$$\boldsymbol{L}^2=\{\boldsymbol{f}:(0,l)\to\boldsymbol{R}\,\Big|\,\int_0^l\boldsymbol{f}^2\mathrm{d}x<\infty\},$$

$$\boldsymbol{H}^k=\{\boldsymbol{f}\in\boldsymbol{L}^2\,|\,\boldsymbol{f},\boldsymbol{f}',\cdots,\boldsymbol{f}^{(k)}\in\boldsymbol{L}^2\},$$

定义$\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_7\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{H}$，考虑方程

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{q}=\boldsymbol{y}\tag{27}$$

求解式(27)可知有唯一的解$\boldsymbol{q}\in D(\boldsymbol{A})$，那么算子$\boldsymbol{A}^{-1}$将空间$\boldsymbol{H}$映射到了$D(\boldsymbol{A})$，由于后者映射到$\boldsymbol{H}$是紧致的，因此，$\boldsymbol{A}^{-1}$为紧致算子。考虑方程$(\lambda\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{q}=\boldsymbol{y}$，基于压缩映射定理可知，方程$(\lambda\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{q}=\boldsymbol{y}$对于任何$\lambda>0$以及$\boldsymbol{y}\in H$都有唯一解。因此，算子$\lambda\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}$在空间$\boldsymbol{H}$上。根据Lumer–Phillips定理[20]可知，算子$\boldsymbol{A}$是耗散的，并且在空间$\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{H}$上生成了一个$\mathrm{C}_0$半群。此外，由于$\boldsymbol{A}^{-1}$为紧致算子，那么算子$\boldsymbol{A}$的谱完全由分离的特征值组成，即对于$\lambda>0$时算子$(\lambda\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}$是紧致的，因此，式(26)的解轨迹在空间$\boldsymbol{H}$上是预紧的。

由上述证明可知，利用拉塞尔不变集原理，只要证明$\dot V=0$时得到$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{0}$就能证明系统的渐近稳定性。根据式(25)可以得到当$\dot V=0$时，推出$s=0$，$\dot e=0,\tilde\tau_{\mathrm{d}}=0$，得到$\ddot\theta=0$，则进一步代入到闭环系统模型中，化简为

$$\rho\ddot\omega+E\alpha\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}=0\tag{28}$$

$$E(\dot\omega_0''-r\dot\omega_0''')=0\tag{29}$$

$$\omega_0=\omega_0'=\omega_l''=0\tag{30}$$

$$E\omega_l'''=m\ddot\omega_{\mathrm{l}}\tag{31}$$

利用变量分离方法，$\omega(x,t)$可以分解成以下形式：

$$\omega(x,t)=\varphi(x)\cdot v(t)\tag{32}$$

将式(32)代入到式(28)，得

$$\rho\varphi(x)\ddot v(t)+E\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}(x)v(t)=0\tag{33}$$

即

$$\frac{\dfrac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}(x)}{\varphi(x)}=-\frac{\rho\ddot v(t)}{Ev(t)}=\mu\tag{34}$$

式中：μ为常数。由此可得

$$\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}(x)-\mu\varphi(x)=0\tag{35}$$

解方程(35)，得通解：

$$\varphi(x)=c_1\cosh(\beta x)+c_2\sinh(\beta x)+c_3\cos(\beta x)+c_4\sin(\beta x)\tag{36}$$

式中：$\mu=\beta^4$，$c_i(i=1,2,3,4)\in\mathbf{R}$。

将式(36)代入到式(30)和式(31)，得

$$\begin{cases}c_1+c_3=0\\ c_2+c_4=0\\ c_1\cosh(\beta l)+c_2\sinh(\beta l)-c_3\cos(\beta l)-c_4\sin(\beta l)=0\\ c_1(\rho\sinh(\beta l)+m\beta\cosh(\beta l))+\\ \quad c_2(\rho\cosh(\beta l)+m\beta\sinh(\beta l))+\\ \quad c_3(\rho\sin(\beta l)+m\beta\cos(\beta l))+\\ \quad c_4(-\rho\cos(\beta l)+m\beta\sin(\beta l))=0\end{cases}\tag{37}$$

解方程组(37)得$c_1=c_2=c_3=c_4=0$，即$\omega(x,t)=0$，将其代入到式(14)中，由$s=0$可以进一步得到$e=0$。

综上所述，当$\dot V=0$时可以证明得到$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{0}$。由扩展拉塞尔不变集原理可知，系统的解最终收敛得最大不变子集仅包含系统的期望状态，因此，证明得出闭环系统是渐近稳定的。

4 仿真分析

为验证本文控制方法的有效性，基于柔性航天器系统模型由式(5)～式(6)描述的动态方程及式(7)～式(8)的边界条件进行数值仿真。航天器系统的物理参数选取如表1所示。

表 1　航天器物理参数

Table 1　The physical parameters of spacecraft

悬臂梁长度l/m	悬臂梁尖端质量m/kg	单位长度均匀质量ρ/(kg·m^{-1})	刚性轮轴半径r/m	弯曲刚度E/(N·m)	转动惯量I_h/(N·m^2)
10	5	8	1	300	120

在仿真中, 系统姿态角度选取的初值$\theta(0)=0.3$ rad, 期望值$\theta_d=0.5$ rad, 且期望角速度$\dot{\theta}_d(0)=0$ rad/s。外部扰动$\tau_d=0.1+0.04\sin(0.3\pi t)$。系统控制参数选取如表 2 所示。

表 2　系统控制参数

Table 2　System control parameters

角度误差约束值k_{b1}	控制参数λ	控制参数k_f	控制参数k_s	控制参数K	振动约束值k_{b2}	控制参数k_p	控制参数k_d	控制参数k_v
0.21	5	10	400	150	2.4	550	400	2

为了能更直观的分析控制系统性能, 将分别针对以下 3 种控制方法进行对比仿真:

1) 无控制输入$\tau=0$。

2) 比例-微分 (proportional differential, PD) 应变力及剪切力反馈控制方法, 控制器形式如下所示:

$$\tau=-k_p e-k_d\dot{e}-k_v E(\omega_0''-r\omega_0''') \tag{38}$$

3) 本文控制方法。

对比仿真结果如图 3～图 9 所示。图 3～图 5 分别为无控制输入、PD 应变力及剪切力反馈控制方法及本文控制方法的柔性航天器系统的弹性挠度三维示意图, 可以看到在无控制输入时, 由于柔性振动的存在, 航天器柔性连杆会产生较大的弹性振动, 严重影响系统的正常操作; 对比控制方法作用下的弹性振动抑制效果比较明显, 但由于外部干扰的影响, 仍然存在小变形。而本文控制方法能有效地抑制弹性振动, 使柔性航天器的弹性挠度快速收敛。图 6 为航天器系统姿态角度及角速度跟踪曲线, 可以看到在控制器的控制下, 姿态角度与角速度能够快速到达期望位置, 对比控制方法则是在 2 s 内逐渐收敛。而无控制输入的情况下, 系统姿态角度及角速度则完全偏离期望角度。这表明本

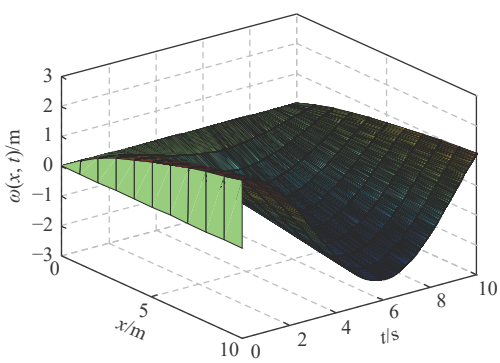


图 3　无控制输入的弹性挠度$\omega(x,t)$

Fig. 3　Elastic deflection $\omega(x,t)$ without control input

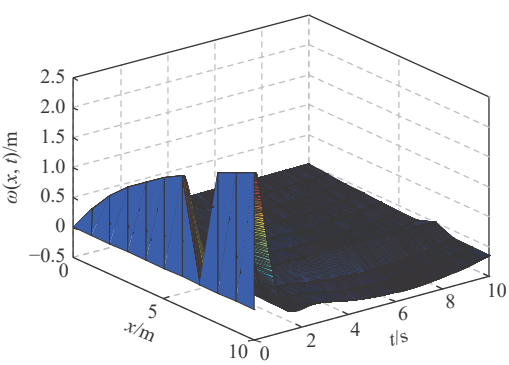


图 4　PD 应变力及剪切力反馈控制方法的弹性挠度$\omega(x,t)$

Fig. 4　Elastic deflection $\omega(x,t)$ with PD strain force and share force control

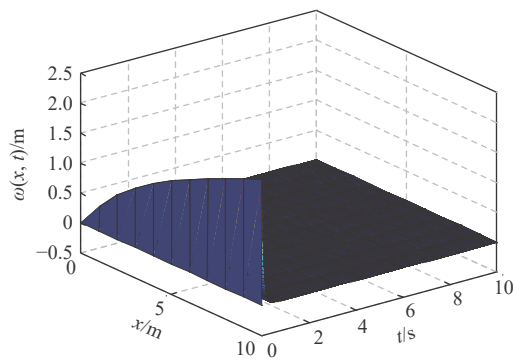


图 5　本文控制方法的弹性挠度$\omega(x,t)$

Fig. 5　Elastic deflection $\omega(x,t)$ with the proposed control method

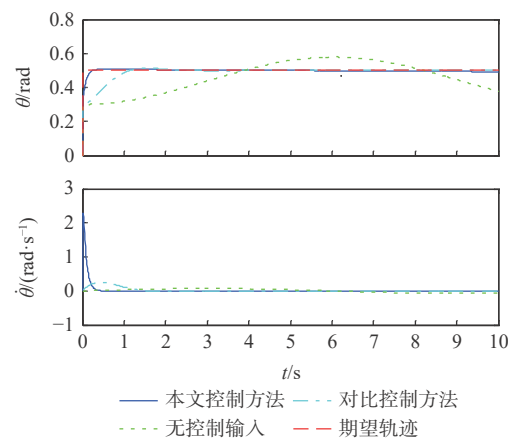


图 6　姿态角度θ及角速度$\dot{\theta}$的跟踪曲线

Fig. 6　Tracking curves of attitude angle θ and angular velocity $\dot{\theta}$

文控制方法在振动抑制及姿态控制方面均具有较好的性能。图7给出了干扰观测器对外部干扰的估计值，可以看出对于干扰的估计误差能快速收敛到0。图8与图9分别为姿态角度误差及柔性附件末端振动曲线，可以看出本文控制方法能够保证其快速收敛到约束的范围之内，验证了控制器具有多输出约束的良好性能。由此通过3种控制方法的对比仿真进一步验证了本文控制方法的有效性。

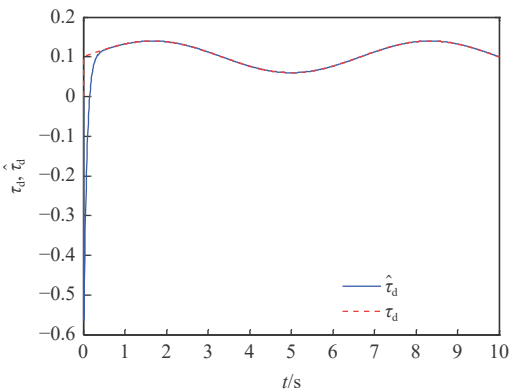


图7 外部干扰τ_d及其观测值$\hat{\tau}_d$

Fig. 7 External disturbance τ_d and its estimate $\hat{\tau}_d$

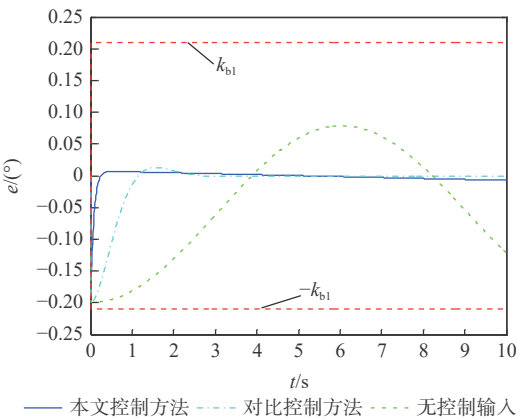


图8 姿态角度误差e

Fig. 8 Attitude angle error e

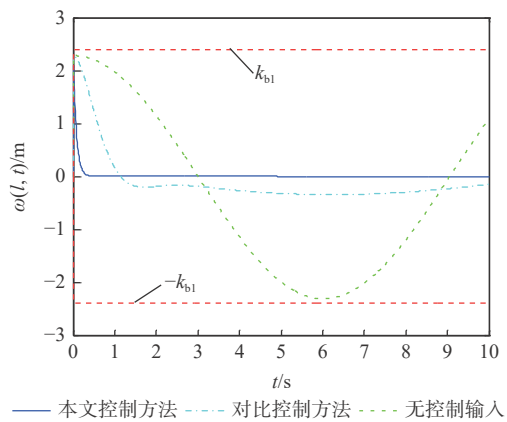


图9 末端的弹性变形$\omega(l,t)$

Fig. 9 Elastic deformation $\omega(l,t)$ of the end point

5 结 论

1）本文控制方法基于原始的分布参数模型进行设计，对无穷维的模态均具有控制作用，避免了控制溢出问题。

2）基于干扰观测器，设计了一种直接关节力矩输入控制方案，无需末端边界力输入。直接通过设计关节控制力矩保证姿态角度向期望位置的收敛，并抑制柔性航天器的弹性振动。

3）解决了姿态角误差及末端挠度的多输出约束问题，本文控制方法可以同时保证多个输出状态有界。并利用拉塞尔不变集原理严格证明了闭环系统的渐近稳定性。

在后续的研究工作中，将进一步研究柔性航天器系统的复杂多故障并发情形的容错控制及振动抑制方法。

参考文献（References）

[1] 王长国, 卫剑征, 刘宇艳, 等. 航天柔性展开结构技术及其应用研究进展[J]. 宇航学报, 2020, 41(6): 761-769.
WANG C G, WEI J Z, LIU Y Y, et al. Some advances in technologies of aerospace flexible deployable structure and their applications[J]. Journal of Astronautics, 2020, 41(6): 761-769(in Chinese).

[2] 王涵斌, 贺曦, 王晋军. 柔性翼气动力和变形特性的实验研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(4): 665-673.
WANG H B, HE X, WANG J J. Experimental study on aerodynamic and deformation characteristics of flexible membrane wing[J]. Journal of Beijing university Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(4): 665-673(in Chinese).

[3] HE W, TANG X Y, WANG T T, et al. Trajectory tracking control for a three-dimensional flexible wing[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2022, 30(5): 2243-2250.

[4] 颜奇民, 胡俊华, 陈国明, 等. 变体航行器动力学建模与仿真[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(12): 2602-2610.
YAN Q M, HU J H, CHEN G M, et al. Dynamic modeling and simulation of morphing vehicle[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(12): 2602-2610(in Chinese).

[5] LIU S Y, LANGARI R, LI Y C. Non-linear direct joint control for manipulator handling a flexible payload with input constraints[J]. International Journal of Robotics and Automation, 2019, 34(6): 645-653.

[6] LIU Y, CHEN X B, WU Y L, et al. Adaptive neural network control of a flexible spacecraft subject to input nonlinearity and asymmetric output constraint[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 33(11): 6226-6234.

[7] MA J T, WEN H, JIN D P. PDE model-based boundary control of a spacecraft with double flexible appendages under prescribed performance[J]. Advances in Space Research, 2020, 65(1): 586-597.

[8] CHEN T, WEN H, WEI Z T. Distributed attitude tracking for multiple flexible spacecraft described by partial differential

equations[J]. Acta Astronautica, 2019, 159: 637-645.

[9] HE W, MENG T T, HE X Y, et al. Iterative learning control for a flapping wing micro aerial vehicle under distributed disturbances[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1524-1535.

[10] CAO F F, LIU J K. Adaptive neural network control of an armstring system with actuator fault based on a PDE model[J]. Journal of Vibration and Control, 2019, 25(1): 172-181.

[11] 刘增波, 乔建忠, 郭雷, 等. 基于非线性干扰观测器的航天器相对姿轨耦合控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(10): 1907-1915.
LIU Z B, QIAO J Z, GUO L, et al. Nonlinear disturbance observer based control for relative position and attitude coupled spacecraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(10): 1907-1915(in Chinese).

[12] 张秀云, 宗群, 窦立谦, 等. 柔性航天器振动主动抑制及姿态控制[J]. 航空学报, 2019, 40(4): 233-242.
ZHANG X Y, ZONG Q, DOU L Q, et al. Active vibration suppression and attitude control for flexible spacecraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40(4): 233-242(in Chinese).

[13] ZHAO Z J, AHN C K, LI H X. Boundary antidisturbance control of a spatially nonlinear flexible string system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(6): 4846-4856.

[14] LIU S Y, LIU Z J, LI Y C, et al. Nonlinear disturbance observer-based direct joint control for manipulation of a flexible payload with output constraints[J]. International Journal of Control, 2023, 96(5): 1377-1388.

[15] HE W, KANG F S, KONG L H, et al. Vibration control of a constrained two-link flexible robotic manipulator with fixed-time convergence[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(7): 5973-5983.

[16] MA G, TAN Z F, LIU Y M, et al. Adaptive robust barrier-based control of a 3D flexible riser system subject to boundary displacement constraints[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32(5): 3062-3077.

[17] TANG Z L, TEE K P, HE W. Tangent barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2013, 46(20): 449-455.

[18] 彭聪, 缪卫东, 曾聪. 基于机器视觉的轻型梁三维振动测量方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(2): 207-212.
PENG C, MIAO W D, ZENG C. Three-dimensional vibration measurement method for lightweight beam based on machine vision[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(2): 207-212(in Chinese).

[19] TEE K P, GE S S, TAY E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. Automatica (Journal of IFAC), 2009, 45(4): 918-927.

[20] PAZY A. Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations[M]. Berlin: Springer, 1983: 14-15.

Vibration control of flexible spacecraft with output constraints and external disturbances

LIU Shuyang，YANG Honglei，ZHANG Zhenguo，LI Yuanchun*

(School of Electrical and Electronic Engineering，Changchun University of Technology，Changchun 130012，China)

Abstract：A vibration control with direct joint torque input is presented for flexible spacecraft systems subject to external disturbances and output limits. Firstly, the dynamic characteristics of the system are described by a distributed parameter model which is composed of partial differential equation (PDE) and ordinary differential equation (ODE). Secondly, the tangential barrier Lyapunov function is used to ensure that the output constraints of vibration errors and attitude angle errors are met by a nonlinear disturbance observer that is intended to adjust for external disturbances. The asymptotic stability of the system is proved by extended LaSalle's invariance principle and semigroup theory. It not only realizes the position control of attitude angle, but also restrains the elastic vibration of flexible spacecraft. Finally, the effectiveness of the proposed control method is verified by comparison simulations.

Keywords: output constraints; disturbance observer; direct joint torque input; distributed parameter model; barrier Lyapunov function

Received：2022-07-19；**Accepted**：2022-08-14；**Published Online**：2022-12-15 14:37

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221214.0906.001

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (62303071，62173047)；Natural Science Foundation of Science and Technology Department of Jilin Province (222614JC010794374,20210101179JC)；The Science and Technology Project of Jilin Provincial Education Department of China during the 13th Five-Year Plan Period (JJKH20200672)

* **Corresponding author**. E-mail：liyc@ccut.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0635

基于热传导偏微分方程的微纳星群迁移控制

潘晓[1,2,*]，宋婷[1,2,3]，李猛[1,2]，姚闯[4]

(1. 上海航天控制技术研究所，上海 201109；2. 上海市空间智能控制技术重点实验室，上海 201109；
3. 西北工业大学 航天学院，西安 710072；4. 上海卫星工程研究所，上海 201109)

摘　　要：面向分布式星群在侦查监测，攻防作战等未来空间任务中的潜在应用，在偏微分动力学框架下，提出一种基于热传导特性的星群时空分布演化控制方法。通过类比热力学，以星群整体密度分布为参量，利用热传导偏微分方程描述星群宏观空间密度分布及其随时空的演化模型；基于热扩散机理构建速度场函数以实现集群期望密度分布的迁移控制，并分析论证了基于速度场反馈控制的渐近收敛性和稳定性；分别在一维空间与二维空间中模拟微纳星群迁移控制场景，分别利用 Richardson 外推法与交替方向隐式格式数值求解一维与二维热传导方程初边值问题，结果表明：所提方法有效收敛，星群迁移前期收敛速度快，在有限时间内可生成所需的密度分布。

关 键 词：偏微分方程；热传导；集群；分布函数；密度控制
中图分类号：V412.4; V448.2
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1568-08

得益于微电子，微机电技术的兴起与发展，一种新的航天器架构：微纳星群[1-3]。由于其在微小型化、功能密度、研制成本、发射难度、灵活性等方面具备极大的优势，以集群为特征的微纳卫星，极大地扩展了传统卫星的应用场景，展现出传统航天器架构所不能比拟的能力及潜力。具体来说，在侦查监测[4]方面，星群通过特定的构型排布可以扩大监测范围，实现对空间目标的多点分时、多重覆盖与全方位监测，提高监测信息的可靠性、详实性和实效性；在空间攻防博弈[5]方面，由多颗卫星对空间目标拦截围捕，可最大限度地实现饱和攻击、干扰和对抗，颠覆传统一对一对抗模式，具有良好的自适应性和强大的自同步性，能够实现作战系统的快速优化组合及高效的自同步作战，提高系统的协同作战能力。此外，星群具有高鲁棒性，在执行任务时，若某一成员卫星失效并退出集群任务，将由其他卫星弥补其功能缺失，或由母星平台释放新的卫星补充，保障任务完成。

传统航天动力学建模通常采用常微分方程组来描述卫星运动及其轨道[6-7]，随着星群数量的增加，从微观(单个卫星)出发的星群系统建模复杂性也随之增加。不同于小规模编队整体行为的离散特性，集群飞行宏观上将会表现出连续流体的特性，因而采用类似于处理连续流的流体力学或热力学的连续性偏微分方程将是一个好的思路[8]。文献 [9-10] 在对自然尘埃云和碎片云的演化研究中首先采用了连续方程。此后，Gor'Kavyi 等[11]在轨道元素空间中采用连续方法，作为分析在 Poynting–Robertson 拖拽和行星共振作用下星际尘埃颗粒运输及其长期动力演化的工具，并通过数值积分得到了自然尘埃流的准稳态。考虑到在轨故障和新型微卫星的沉积，Mcinnes[12]基于特征方法得到了偏微分连续方程的闭环解，揭示了该问题的全局宏观动力学和长期渐进行为，并估计了微纳星群保持星

收稿日期：2022-07-20；录用日期：2022-10-03；网络出版时间：2022-12-14 11:06
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1703.002
基金项目：国家自然科学基金 (61690214)；国家自然科学基金联合基金 (U20B2056)；上海市青年科技英才扬帆计划 (21YF1417500)；上海市优秀技术带头人计划 (19XD1431500)
*通信作者. E-mail：panxiao@buaa.edu.cn

引用格式：潘晓，宋婷，李猛，等. 基于热传导偏微分方程的微纳星群迁移控制 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1568-1575. PAN X，SONG T，LI M，et al. Migration control strategy for swarm density based on PDE-constrained heat conduction [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1568-1575 (in Chinese).

座所需的沉积速率。在利用这种“连续流”的偏微分方程刻画星际尘埃、空间碎片自然运动演化的基础上[13-14], Xu 和 McInnes[15] 则基于偏微分模型设计集群密度操控的开环和闭环策略, 以及新帆加入机制的闭环边界控制, 但其研究聚焦于太阳帆航天器的控制实现机制, 密度操控局限于一维空间。总体说来, 基于偏微分方程描述的宏观轨道动力学问题尚属起步阶段。

本文类比热力学, 以集群整体密度云图分布为参量, 利用热传导偏微分方程建立数目巨大的集群演化统一框架; 基于热扩散机理设计构建速度场函数, 以局部均匀的方式扩散迁移控制, 实现集群满足期望目标分布。在数值仿真中, 给出一维与二维迁移场景下的仿真结果, 证明控制的有效性与收敛性, 并计算迁移动能消耗。

1　集群分布密度宏观描述模型

考虑一组由 N 个同质卫星构成的集群分布在配置空间 $S\in\mathbf{R}^d$ 中, 具有连续边界 ∂S。集群在该空间内的分布密度可定义为每单位空间(d=3 为体积或 d=2 为面积或 d=1 为长度)中卫星占比, 是关于时间与位置的函数[16], 可表示为

$$\rho(t,X)=\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\left(\frac{n_{\Gamma_\varepsilon(X)}}{V_{\Gamma_\varepsilon(X)}}\right)\right] \tag{1}$$

式中: $\Gamma_\varepsilon(X)$表示点 X 在空间 $\mathbf{R}^d$ 的 ε 邻域; $n_{\Gamma_\varepsilon(X)}$表示 $\Gamma_\varepsilon(X)$中卫星的总个数; $V_{\Gamma_\varepsilon(X)}$表示 $\Gamma_\varepsilon(X)$的总配置域。

$$\Gamma_\varepsilon(X)=\{\zeta\in\mathbf{R}^d:\|\zeta-X\|<\varepsilon\} \tag{2}$$

类似于利用流体力学模拟行星际尘埃演化等, 集群的连续演化也可利用连接群体密度及其流动的速度矢量场的连续性方程来描述, 典型如在文献 [17] 中建立的偏微分方程:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(v\rho)=\dot\rho^{+}-\dot\rho^{-} \tag{3}$$

式中: ρ 为星群密度 $\rho=\rho(t,X)$; ∇为解空间的梯度算子; v 为作用在连续系统上的速度场模型, 表示缓慢的连续性的航天器行为; $\dot\rho^{+}$和 $\dot\rho^{-}$分别为连续系统的汇和源, 分别对应流体力学中的汇流与源流概念, 其中 $\dot\rho^{-}$源流表示以一定的流量均匀地流出一点的流动, $\dot\rho^{+}$汇流表示负强度的源流, 即以一定的流量均匀地流入一点的流动。在本文的任务场景中, $\dot\rho^{+}$和 $\dot\rho^{-}$分别表示对系统由于在轨故障而发射新卫星(汇流)和移除卫星(源流)进行建模, 表示快速的不连续性的事件

假设不考虑星群的故障及补充发射, 即 $\dot\rho^{+}=\dot\rho^{-}=0$, 那么对于任意时刻可得

$$\int_S\rho(t,X)\mathrm{d}X=1\qquad\forall t\geqslant t_0 \tag{4}$$

2　集群密度迁移控制策略

2.1　基于热传导方程连续系统速度场的构建

热传导方程[18] 是一类非常重要的偏微分方程, 描述了区域内温度随时间的演化情况, 在数值传热学和计算流体力学领域有广泛的应用。热传导方程问题可以描述为

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u(t,X)}{\partial t}=D\Delta u(t,X)+q(t,X) & (t,X)\in(t_0,T]\,S\\ u(0,X)=u_0(X) & X\in S\end{cases} \tag{5}$$

式中: $u(t,X)$ 表示温度, 是时间变数 t 和空间变数 X 的函数; $u_0(X)$ 为该空间初始时刻的温度分布; D>0 为热扩散系数或导温系数; ∇^2为二阶拉普拉斯算子; $q(t,X)$ 表示热源。

同时式(5)也是扩散方程式的一种特殊形式, 热扩散系数 D 通常是位置和温度的函数。本文将采用热传导方程来描述星群密度分布随时间变化的演化。给定星群密度分布 $\rho(t,X)$及星群期望密度分布 $\rho_{\mathrm{d}}(X)$, 则在定义域 S 中, 当前密度分布函数与期望密度分布函数之间的差为

$$\Phi(t,X)=\rho(t,X)-\rho_{\mathrm{d}}(X)\qquad X\in S \tag{6}$$

本文的核心思想是设计速度场函数可将式(3)转换为热传导方程式(5)。不妨令:

$$v(t,X)=-D\frac{\nabla\Phi(t,X)}{\rho(t,X)}\qquad X\in S \tag{7}$$

由于星群期望密度分布是不随时间变化的, 即 $\partial\rho_{\mathrm{d}}(X)/\partial t=0$, 则

$$\frac{\partial\Phi(t,X)}{\partial t}=\frac{\partial\rho(t,X)}{\partial t}\qquad X\in S \tag{8}$$

那么, 系统连续方程式(3)可改写为

$$\frac{\partial\Phi(t,X)}{\partial t}-D\nabla(\nabla\Phi(t,X))=\dot\rho^{+}-\dot\rho^{-} \tag{9}$$

假设不考虑集群的故障及补发情况, 即 $\dot\rho^{+}=\dot\rho^{-}=0$, 且根据 $\Delta f=\nabla(\nabla f)$, 那么方程式(9)可整理为

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\Phi(t,X)}{\partial t}=D\nabla^2\Phi(t,X) & X\in S,t\geqslant t_0\\ \Phi(t_0,X)=\rho(t_0,X)-\rho_{\mathrm{d}}(X) & X\in S,t\geqslant t_0\end{cases} \tag{10}$$

考虑连续偏微分方程式(10), 若 $\Phi(t,X)$在可行域 S 上满足边界条件 $\nabla\Phi(t,X)=0$, $\int_S\Phi(t,X)\mathrm{d}X$积分结果对 $t\geqslant t_0$是个定值, 即对于任意时刻可得

$$\int_S\rho(t,X)\mathrm{d}X=\int_S\rho_{\mathrm{d}}(X)\mathrm{d}X\qquad\forall t\geqslant t_0 \tag{11}$$

同时有

$$\int_S \Phi(t,X)\mathrm{d}X=0 \qquad \forall t\geqslant t_0 \tag{12}$$

2.2 迁移控制稳定性分析

式(7)为基于热传导方程设计的连续系统速度场控制函数，本节拟利用Lyapunov函数证明基于此控制器的系统稳定性。即证明：当$t\to\infty$时，对于任意初始密度分布的星群，其与期望密度分布的差都会收敛至0：

$$\lim_{t\to\infty}\Phi(t,X)=0 \qquad X\in S \tag{13}$$

根据式(7)和式(10)可得

$$\frac{\partial\Phi(t,X)}{\partial t}=-\nabla[-D\nabla\Phi(t,X)]=-\nabla\left[v(t,X)\rho(t,X)\right] \tag{14}$$

结合式(8)可得

$$\frac{\partial\rho(t,X)}{\partial t}=-\nabla\left[v(t,X)\rho(t,X)\right] \tag{15}$$

再根据密度分布差的定义，即式(6)，当满足式(13)时，即

$$\lim_{t\to\infty}\rho(t,X)=\rho_{\mathrm{d}}(X) \tag{16}$$

联立式(15)和式(16)可知：

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial\rho(t,X)}{\partial t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\partial\rho_{\mathrm{d}}(X)}{\partial t}=\lim_{t\to\infty}(-\rho_{\mathrm{d}}(X)\cdot\nabla[v(t,X)])=0 \tag{17}$$

推导得到$\lim_{t\to\infty}(\nabla v(t,X))=0$，继而得到

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{v}(t,X)=C \tag{18}$$

由于

$$\lim_{t\to\infty}\iint v(t,X)\mathrm{d}t\mathrm{d}X=\lim_{t\to\infty}\iint\left[-D\frac{\nabla\Phi(t,X)}{\rho(t,X)}\right]\mathrm{d}t\mathrm{d}X=\left[\frac{-D}{\rho_{\mathrm{d}}(tX)}\right]\lim_{t\to\infty}\int\Phi(t,X)\mathrm{d}X \tag{19}$$

根据式(12)，可得$\lim_{t\to\infty}\iint v(t,X)\mathrm{d}t\mathrm{d}X=0$，故$C$=0，即

$$\lim_{t\to\infty}v(t,X)=0 \tag{20}$$

因此，星群密度分布趋向于期望密度分布，等价于速度场控制函数趋向于0。

构建系统中控制量$v(t,X)$的Lyapunov函数：

$$V(t)=\frac{1}{2}\int_S\left(\frac{\rho(t,X)}{D}\right)^2v^{\mathrm{T}}(t,X)v(t,X)\mathrm{d}X=\frac{1}{2}\int_S(\nabla\Phi(t,X))^{\mathrm{T}}\nabla\Phi(t,X)\mathrm{d}X \tag{21}$$

其导数计算可得

$$\dot{V}(t)=\int_S\nabla\Phi(t,X)\nabla\dot{\Phi}(t,X)\mathrm{d}X=\int_S\nabla\Phi(t,X)\left(\nabla\left(D\nabla^2\Phi(t,X)\right)\right)\mathrm{d}X=D\int_S\nabla\Phi(t,X)\nabla^2(\nabla\Phi(t,X))\mathrm{d}X \tag{22}$$

不妨令$\kappa(t,X)=\nabla\Phi(t,X)$，方程式(16)可写为

$$\dot{V}(t)=D\int_S\kappa(t,X)\nabla^2\kappa(t,X)\mathrm{d}X \tag{23}$$

同时，可行域S上边界条件$\nabla\Phi(t,X)=0$可以写作Dirichlet边界条件$\kappa(t,X)=0$。由参考文献[19]可得，对于∇^2算子的Dirichlet特征值问题有严格的负特征值，故$\dot{V}(t)<0$。因此，$\lim_{t\to\infty}\nabla\Phi(t,X)=0$，$X\in S$，也即

$$\lim_{t\to\infty}\rho(t,\mathrm{X})=\rho_{\mathrm{d}}(X) \qquad X\in S \tag{24}$$

3 数值仿真

针对一维场景与二维场景进行仿真，设置了星群密度的期望分布，展现了星群密度在热传导反馈控制下随时间的迁移演化过程。其中，一维场景仿真的目的是为了描述轨道方位角不变的情况下，大规模集群的密度分布仅随轨道半径和时间演化的情况，此情况适用于相同轨道倾角下，大规模轨道方位角对称分布的星群，例如星链；二维场景仿真的目的是为了描述大规模集群的密度分布仅随轨道半径、轨道方位角和时间演化的情况，是一维场景仿真的拓展，此情况更多适用于同一轨道面，大规模星簇集群的演化分布情况。

3.1 一维场景仿真

场景描述：假设在日地空间部署大规模分布式卫星用以观测火星，且其配置空间为一维空间，则令X=r，星群分布由其到地球的距离表征。根据任务场景，可将期望星群密度分布设计为日心轨道上星群在火星(r=1.537 AU，AU=149 597 870 700 m)处具有峰值的分布，如图1中红色虚线所示，其中AU表示日地平均距离。通过多项式拟合，将红色虚线表示的非连续密度分布转化为连续的密度分布，如图1中蓝色实线所示。

令星群初始密度分布$\rho(t_0,r)$=1，根据上文建立

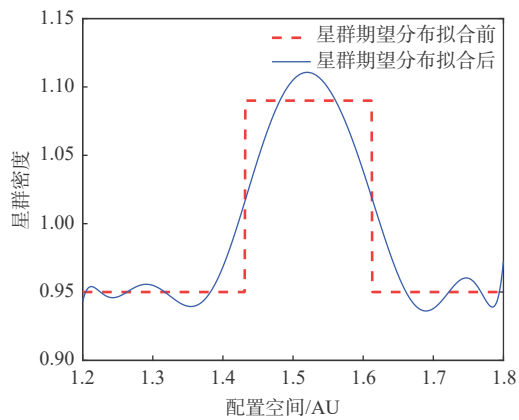


图1 一维星群密度在配置空间中的期望分布

Fig. 1 Desired distribution of one-dimensional swarm density in configuration space

的速度场反馈控制策略及星群密度分布演化方程，同时综合偏微分方程的边界条件，可利用 Richardson 外推法数值求解热传导方程的初边值问题[20]。令式(10)中扩散系数 D=0.004，可行域 $S\in[1.2, 1.8]$，仿真时长 t=[0, 4π](归一化单位时长，相当于 2 年)，仿真时间步长 dt=0.001，仿真一维空间步长 dr=0.01。可得一维星群密度分布在配置空间中不同时刻的演化曲线，如图 2 所示；一维星群密度分布随时间的演化云图如图 3 所示；一维空间的速度场函数随时间的变化历程如图 4 所示。

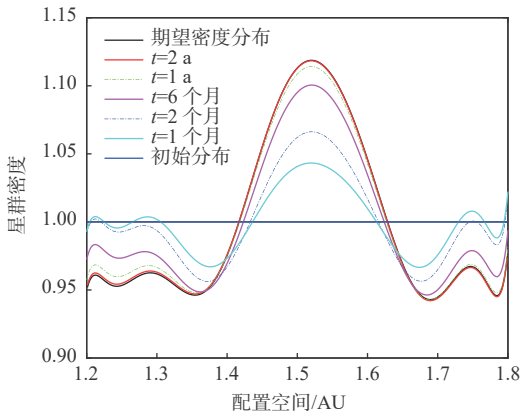


图 2　一维星群密度分布在配置空间中的演化

Fig. 2　Evolution of one-dimensional swarm density in configuration space

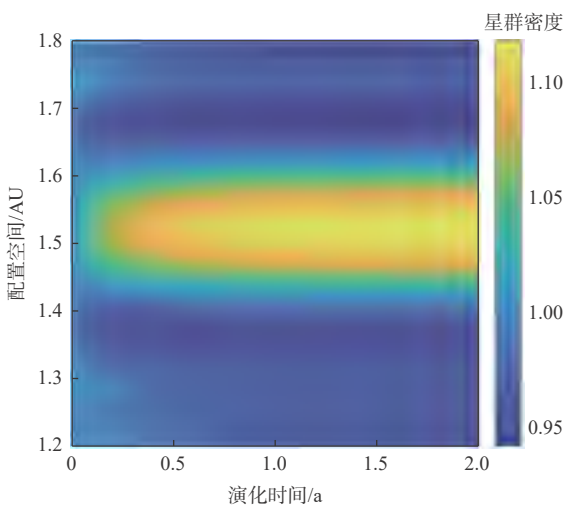


图 3　一维星群密度分布随时间的演化

Fig. 3　Evolution of one-dimensional swarm density over time

图 2 本质上与图 3 是等价的，图 2 更直观的展示密度分布曲线在一维空间、在部分中间时刻的演化结果，而图 3 利用超多数据绘成云图，展示出整个仿真时长内的密度演化。由图 2～图 4 可得：星群密度在本文设计的迁移控制器下，前期收敛速度很快，在半年时间内即靠近期望密度曲线形状，后期逐渐收敛，与期望密度误差越来越小，且控制速

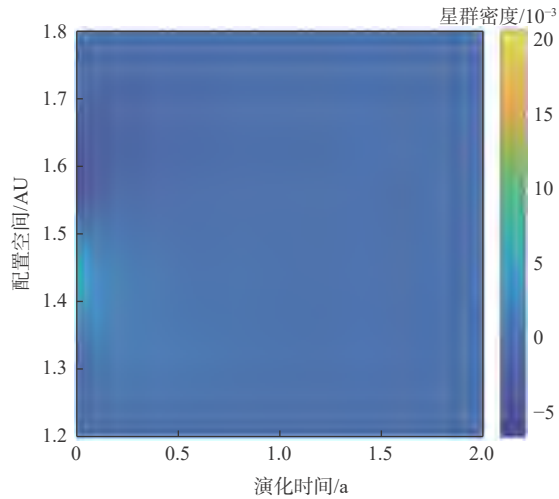


图 4　一维空间中速度场函数随时间的变化历程

Fig. 4　The history of the velocity field function inside the one-dimensional workspace with time

度场也逐渐收敛到 0，不仅说明控制器设计有效，也用数值仿真结果证明了式(13)与式(20)的等价性。

需要说明的是，密度迁移周期与归一化单位有关，由于本文考虑的任务场景迁移距离在日地距离量级，其控制收敛时间也相应较长，在地球公转周期量级。当任务场景所涉空间尺度缩短，典型如可行域在 100 km 量级，则其迁移时间也将相应缩短到半天以内。根据任务要求，速度场函数中的热扩散系数可进一步优化，以缩短收敛时间或以时间代价获得燃耗优势。

3.2　二维场景仿真

将上述任务场景拓展到二维空间，配置空间 X 可表示成二维极坐标形式。令 $X=[R,\theta]$，其中 R 表示径向方向，θ 表示法向方向。同时方程 (10) 可表示为

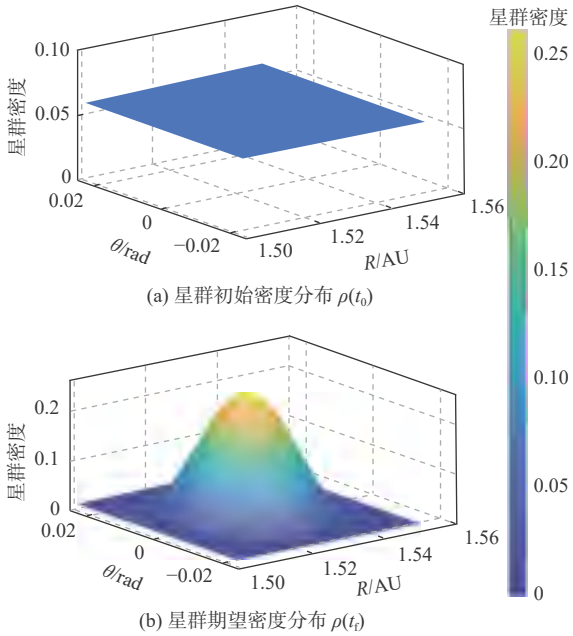
$$\frac{\partial\Phi(t,R,\theta)}{\partial t}=D\left(\frac{\partial^2\Phi(t,R,\theta)}{\partial R^2}+\frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial^2\Phi(t,R,\theta)}{\partial\theta^2}\right) \tag{25}$$

仿真中令星群初始密度分布为一定值，即 $\rho(t_0, R, \theta)$=0.061 8，可行域 $[R,\theta]\in S$，$R\in[1.50,1.55]$，$\theta\in[-0.005\pi, 0.005\pi]$，初始密度分布如图 5(a)所示。假设期望星群密度在日心轨道上分布表示为

$$\begin{cases}\rho(t,R,\theta)=0.12\left[\sin\left(\pi\dfrac{R_0-2r}{R_0}\right)+1\right] & r\leqslant R_0\\ \rho(t,R,\theta)=0.015 & r>R_0\end{cases} \tag{26}$$

式中：$r=\sqrt{(R\cos\theta-1.525)^2+R^2\sin^2\theta}$，$R_0=0.022$；期望密度分布如图 5(b)所示。

针对二维抛物型偏微分方程，本文采取交替方向隐式格式数值法求解。仿真实验中的扩散系数



(a) 星群初始密度分布 $\rho(t_0)$

(b) 星群期望密度分布 $\rho(t_f)$

图 5 二维星群密度在配置空间中的初始分布及期望分布

Fig. 5 Initial and desired distributions of two-dimensional swarm density inside the workspace

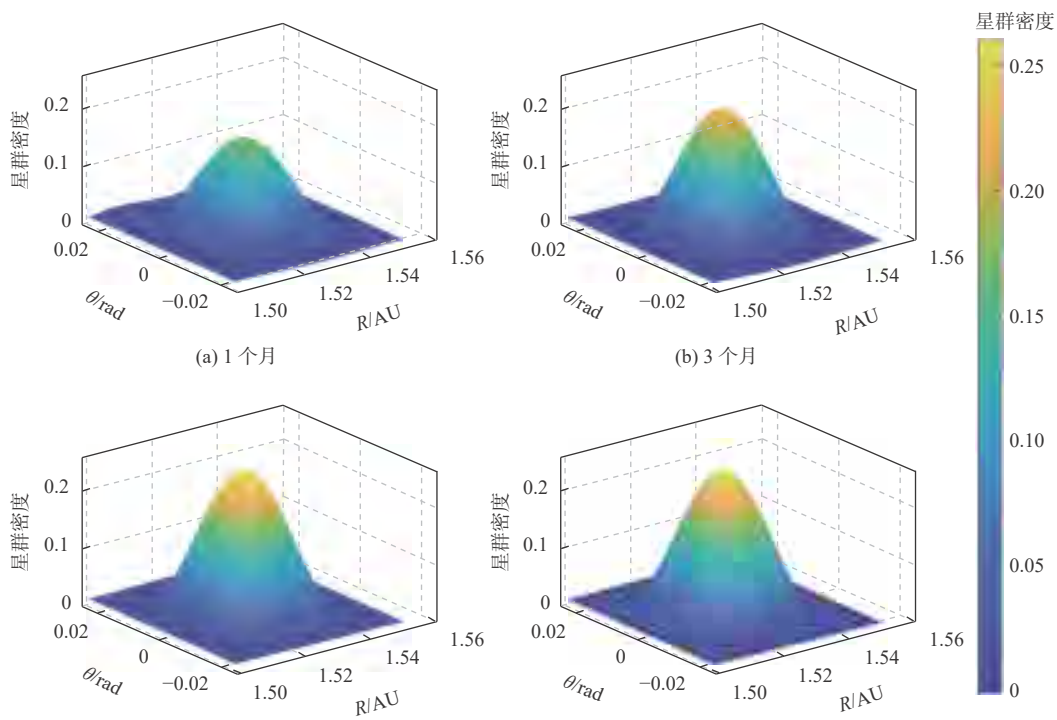
D、可行域步长 dR、dθ 及仿真时间步长 dt 等参数设置选取并不会影响求解抛物型偏微分方程的收敛性及稳定性，详见参考文献 [21]。

但是扩散系数和可行域等参数的设置会影响仿真结果的收敛时间，控制量消耗等。设 $\lambda=\mathrm{d}t/(\mathrm{d}R\mathrm{d}\theta)$为网格比，在实际仿真过程中，$D\lambda$ 取值过小时（如 $D\lambda$=0.01），求解算法收敛速度过慢，仿真时间变长，影响运行效率。$D\lambda$ 取值过大时（如 $D\lambda$=50），此时 $\boldsymbol{v}(t, X)$ 在初始时刻会变得很大，但是实际过程中由于航天器推力器性能限制，$\boldsymbol{v}(t, X)$ 不能过大；同时，在仿真过程中 $D\lambda$ 取值过大易出现野值，影响仿真效果。综上，权衡仿真可视效果、算法收敛时间及考虑实际推力器能力约束，本文中选取算例中仿真参数 $D\lambda$=2，其中扩散系数 D=0.000 05，仿真二维空间步长 dR=0.000 25，dθ=0.000 05π，仿真时间步长 dt=0.000 5π，仿真时长 t=[0, 4π]。该组参数仅给出一个参考，以证明该控制方法的收敛性与迁移效果，根据特殊的迁移任务需求，可进一步约束选择仿真参数。

通过仿真可得二维星群密度分布在配置空间中随时间的演化历程。受可视化维度限制，本文提供其中部分中间时刻（如 1 个月、3 个月、1 年与 2 年）展现密度分布演化过程，如图 6 所示，同时可得对应时刻下的二维星群密度分布误差，即 $\Phi(t,R,\theta)$ 随时间的演化云图，如图 7 所示。

与一维仿真结果类似，二维场景中，星群密度分布在本文设计的迁移控制器下，也以很快的迁移速度，收敛到期望密度分布。由图 6 和图 7 结果可得，在 3 月之后，实际密度与期望密度误差越来越小，1 年时间误差达到 10^{-10}，可近似认为已达到期望密度分布。

通过式（7）仿真可得二维空间的速度场函数随时间的变化历程，对应上述密度分布演化时刻



(a) 1 个月

(b) 3 个月

(c) 1 年

(d) 2 年

图 6 二维星群密度分布 $\rho(t, R, \theta)$ 在配置空间中的演化

Fig. 6 Evolution of two-dimensional swarm density $\rho(t, R, \theta)$ in configuration space

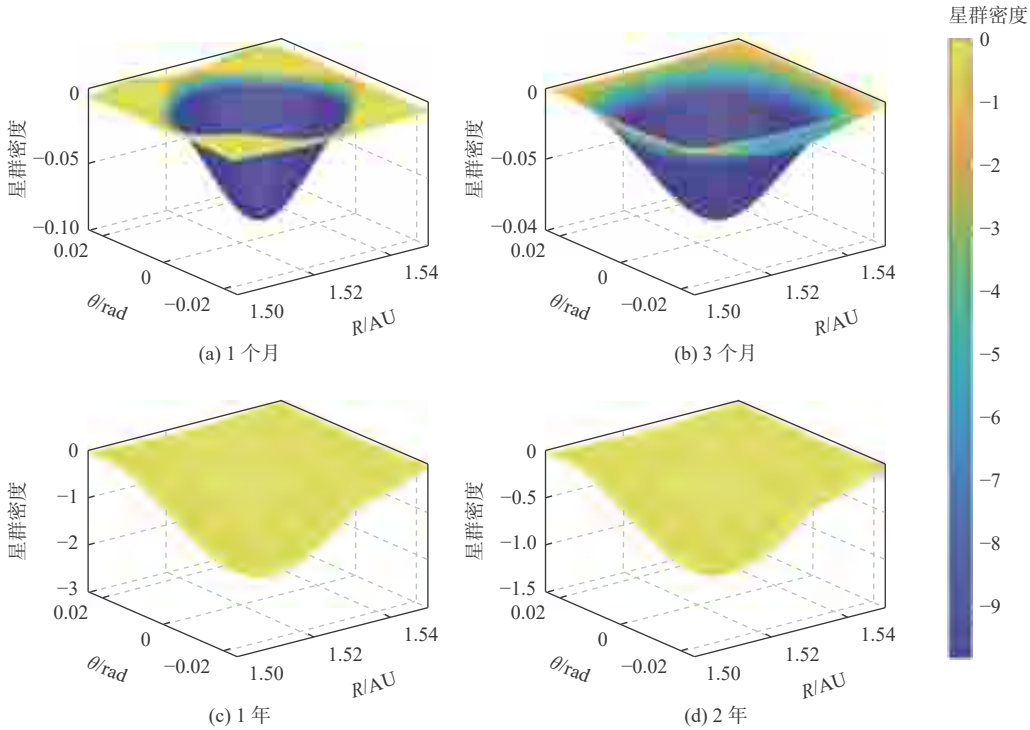


图 7　二维星群密度差 $\Phi(t, R, \theta)$ 在随时间的演化云图

Fig. 7　Cloud view of the evolution of the 2D cluster density difference $\Phi(t, R, \theta)$ over time

的速度场函数分布如图 8 所示；图 9 具体给出每时刻速度场控制函数在空间分布中的最大值、最小值与平均值。图 8、图 9 均表明速度场最终也逐渐收敛到 0。另外，由图 8(a)、图 8(b)可看出 3 个月时速度场函数值大于 1 个月速度场函数值，这也与图 9 中速度场的变化曲线相吻合。速度场的变化情况可由仿真参数来调节，根据实际任务对星群迁移时间，或者迁移控制消耗的特殊要求，可进一步对扩散系数等参数进行优化选择。

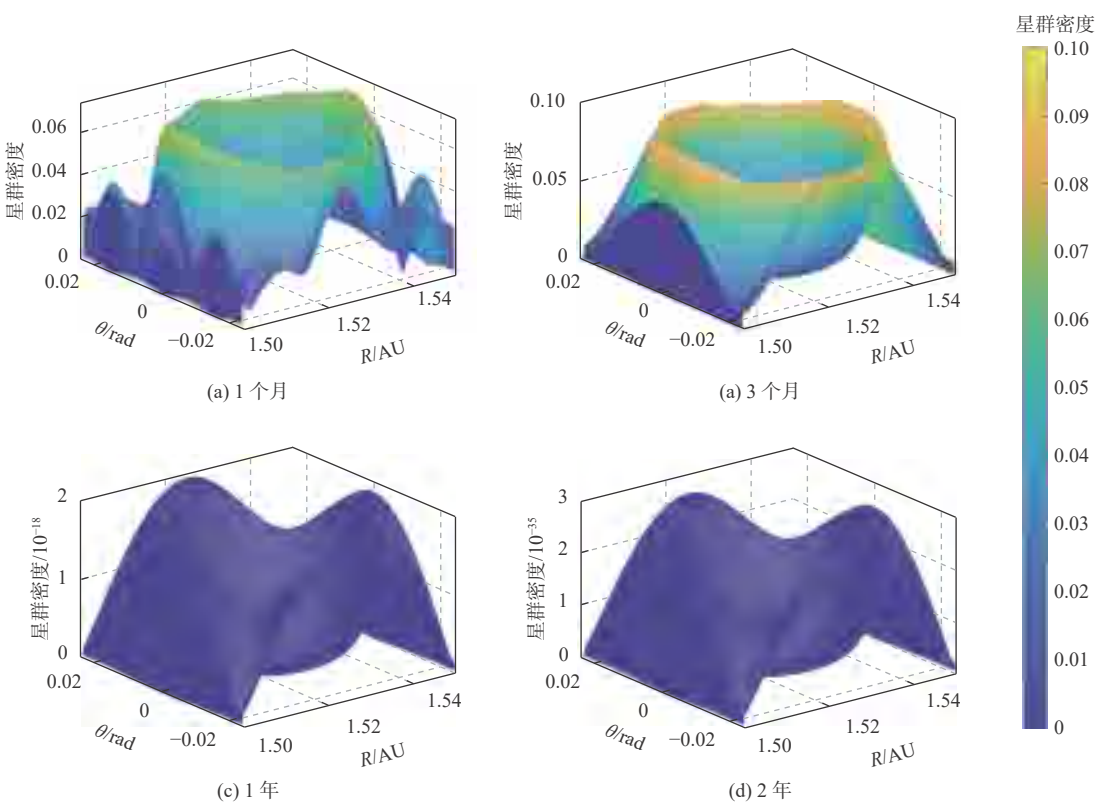


图 8　二维星群速度场 $v(t, R, \theta)$ 在随时间的演化云图

Fig. 8　Cloud view of the evolution of the velocity field $v(t, R, \theta)$ inside the two-dimensional workspace over time

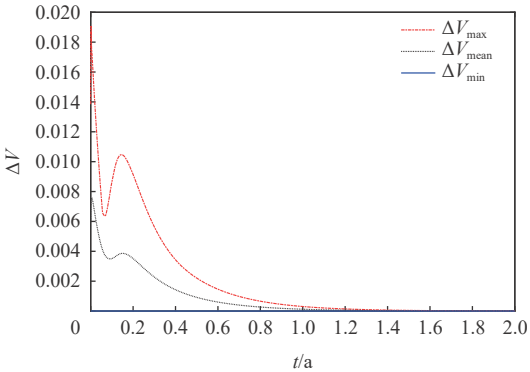


图9 速度场最大值、平均值、最小值随时间的演化曲线

Fig. 9 Evolution curves of the variation of maximum/average/minimum values of the velocity field with time

4 结 论

1）针对大规模分布式星群，通过连续性偏微分方程，研究了星群密度分布的时空演化，并基于热传导方程提出一种速度场反馈控制方法。

2）本文控制方法渐近收敛，且具有Lyapunov稳定性，通过该控制，可将星群在一定时间内驱动到一定数量的期望密度分布，保证预定任务的顺利实现。

3）本文仅于宏观视角，建立了星群整体密度分布的描述模型与密度控制方法，未深入微观视角分析单个航天器的轨迹控制演化。后续的研究方向可进一步讨论并建立宏观密度演化模型与微观个体轨道动力学之间的联系，以宏观演化为指导，以单星轨控为保障，实现预期任务的星群整体构型变迁。

参考文献（References）

[1] JONES N. Tiny ‘chipsat’ spacecraft set for first flight[J]. Nature, 2016, 534: 15-16.

[2] 韩耀昆, 陈琪锋. 全方向长期伴飞卫星集群轨道设计与仿真[J]. 飞控与探测, 2020, 3(3): 33-39.
HAN Y K, CHEN Q F. Design and simulation of long-term bounded satellite cluster orbit in all directions[J]. Flight Control & Detection, 2020, 3(3): 33-39(in Chinese).

[3] 王燕燕, 袁健全, 郝明瑞, 等. 基于时空协同的飞行器集群制导技术现状与应用[J]. 飞控与探测, 2021, 4(4): 32-39.
WANG Y Y, YUAN J Q, HAO M R, et al. Research status and application of the cooperative guidance technology for aerial vehicle swarm systems based on spatiotemporal coordination[J]. Flight Control & Detection, 2021, 4(4): 32-39(in Chinese).

[4] HADAEGH F Y, CHUNG S J, MANOHARA H M. On development of 100-gram-class spacecraft for swarm applications[J]. IEEE Systems Journal, 2016, 10(2): 673-684.

[5] BARNHART D J, VLADIMIROVA T, BAKER A M, et al. A low-cost femtosatellite to enable distributed space missions[J]. Acta Astronautica, 2009, 64(11-12): 1123-1143.

[6] 何艳超, 徐明. 长周期高精度回归轨道与脉冲轨道控制策略设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(11): 2256-2267.
HE Y C, XU M. Design of long-duration high-precision repeat ground-track orbit and its impulsive orbital control strategy[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(11): 2256-2267(in Chinese).

[7] 高婉莹, 李克行. 基于人工势场的星群松散编队控制[J]. 空间控制技术与应用, 2021, 47(3): 33-39.
GAO W Y, LI K H. Loose formation control of satellite clusters based on artificial potential field[J]. Aerospace Control and Application, 2021, 47(3): 33-39(in Chinese).

[8] ZHENG T J, HAN Q, LIN H. PDE-based dynamic density estimation for large-scale agent systems[J]. IEEE Control Systems Letters, 2021, 5(2): 541-546.

[9] HEARD W B. Dispersion of ensembles of non-interacting particles[J]. Astrophysics and Space Science, 1976, 43(1): 63-82.

[10] MCINNESC R. An analytical model for the catastrophic production of orbital debris[J]. ESA Journal, 1993, 17: 293-305.

[11] GOR’KAVYI N N, OZERNOY L M, MATHER J C. A new approach to dynamical evolution of interplanetary dust[J]. The Astrophysical Journal, 1997, 474(1): 496-502.

[12] MCINNES C R. A Simple analytic model of the long term evolution of nanosatellite constellations[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(2): 332-338.

[13] LETIZIA F, COLOMBO C, LEWIS H G. Multidimensional extension of the continuity equation method for debris clouds evolution[J]. Advances in Space Research, 2016, 57(8): 1624-1640.

[14] COLOMBO C, MCINNES C R. Orbit design for future SpaceChip swarm missions in a planetary atmosphere[J]. Acta Astronautica, 2012, 75: 25-41.

[15] XU M, MCINNES C R. Closed-loop control of the orbit evolution of “smart dust” swarms[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 40(7): 1806-1814.

[16] NAZARENKO A I. Prediction of the space debris spatial distribution on the basis of the evolution equations[J]. Acta Astronautica, 2014, 100: 47-56.

[17] MCINNES C R. A continuum model for the orbit evolution of self-propelled ‘smart dust’ swarms[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2016, 126(4): 501-517.

[18] EREN U, ACIKMESE B. Field generation for density control of swarms using heat equation and smoothing kernels[J]. International Federation of Automatic Control, 2017, 50(1): 9405-9411.

[19] LI P, YAU S T. On the schrödinger equation and the eigenvalue problem[J]. Communications in Mathematical Physics, 1983, 88(3): 309-318.

[20] GU Y X, LIAO W Y, ZHU J P. An efficient high-order algorithm for solving systems of 3-D reaction-diffusion equations[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2003, 155(1): 1-17.

[21] 陆金甫, 关治. 偏微分方程数值解法[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2003: 110-115.
LU J F, GUAN Z. Numerical solution of partial differential equation[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 110-115(in Chinese).

Migration control strategy for swarm density based on PDE-constrained heat conduction

PAN Xiao[1, 2, *]，SONG Ting[1, 2, 3]，LI Meng[1, 2]，YAO Chuang[4]

(1. Shanghai Institute of Spaceflight Control Technology，Shanghai 201109，China；
2. Shanghai Key Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology，Shanghai 201109，China；
3. School of Astronautics，Northwestern Polytechnical University，Xi'an 710072，China；
4. Institute of Satellite Engineering，Shanghai 201109，China)

Abstract：Advances in miniaturization are enabling the development of microscale swam with the advantages of high functional density, lower cost and high flexibility for the potential applications of reconnaissance monitoring, and space offensive and defensive operations. Facing the development trend of spacecraft formation in the huge quantification and intelligence, this paper investigates the model and control of swarm orbit evolution in potential applications for deep space missions. The spatial density distribution and its change with time and space are described by the partial differential equation of heat conduction, drawing an analogy with thermodynamics. The controller which generates a smooth velocity field is constructed based on the thermal diffusion mechanism, to enable the swarm to move to the desired density distribution. The asymptotic convergence and stability analysis of the velocity field feedback control is also provided. As an example, simulations are operated for the evolution of swarm density in one- and two-dimensional spaces. The findings show that the proposed method work well and can produce the desired swarm distribution in a predetermined amount of time.

Keywords：partial differential equations; heat conduction; swarm; distribution functions; density control

Received：2022-07-20；**Accepted**：2022-10-03；**Published Online**：2022-12-14 11：06

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1703.002

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (61690214); Joint Funds of the National Natural Science Foundation of China (U20B2056); Shanghai Youth Science and Technology Sailing Project Program (21YF1417500); Program of Shanghai Technology Research Leader (19XD1431500)

*** Corresponding author**. E-mail：panxiao@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0413

短距起飞垂直降落飞行器飞行品质研究

甄旭东[1]，王子安[2]，胡润昌[1]，龚正[1]，陈永亮[1,*]，王江峰[1]

(1. 南京航空航天大学 航空学院，南京 210000；2. 中国运载火箭技术研究院，北京 100076)

摘 要：根据短距起飞垂直降落(STOVL)飞行器的特点，结合AGARD 577飞行品质规范，从操纵效能和模态特性两方面对短距起飞垂直降落飞行器在飞行品质方面提出要求。基于短距起飞垂直降落飞行器六自由度模型仿真，对飞行器在短距起降过渡状态下的操纵效能进行评估。以等效系统拟配思想，采用遗传算法与最小二乘法的混合算法，对带L_1自适应控制器的高阶飞行器模型进行低阶等效拟配。采用该低阶模型，对飞行器在不同飞行阶段下纵向与横航向的模态特性进行评估。结果表明，该飞行器在短距起降阶段具备一级飞行品质。

关 键 词：飞行品质；短距起飞垂直降落；控制效能；等效系统拟配；遗传算法

中图分类号：V249; TB553

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1576-10

飞行品质规范是为了保证飞机能安全飞行和具有良好的飞行品质，是飞机及相应的操纵系统或电传系统设计、生产、地面试验和试飞过程中各部门都要遵循的指导性文件。从飞机本身来说，飞行品质主要指飞机的稳定性和操纵性。

推力矢量型短距起飞垂直降落(short take-off and vertical landing, STOVL)飞行器不同于常规飞行器，其动力系统和气动舵面均具备进行六自由度控制的能力[1]，随着飞行状态的变化，具有较强的非线性，不仅可以像常规类型飞机一样进行飞行工作，还可以进行特殊的垂直/短距起飞、垂直着陆、加减速过渡、侧移和空中悬停等。由于推力矢量STOVL飞行器所具备的这些特殊性能，使其可以在更加恶劣的气候环境和狭小的场地下展现比常规飞机更加优秀的生存作战能力，成为未来飞行器的发展方向。

推力矢量STOVL飞行器与常规飞行器相比，可以进行类似于加减速过渡等一系列特殊操作，拥有常规飞行器所没有的特殊飞行品质要求。

AGARD 577[2]是国际上现行的关于固定翼推力矢量STOVL飞行器的主要飞行品质规范，以Harrier和AV-8A等推力矢量飞行器为背景，研究了STOVL飞行器在过渡状态下的操纵性和稳定性，包括控制效能、纵向与横航向模态特性，以及控制增稳系统设计和仪表显示等，这是以往常规飞行器飞行品质中不曾提及的。因此，为了制定更加精确的过渡阶段的飞行控制策略，针对过渡阶段特殊的飞行动力学特性，需要参考推力矢量STOVL飞行器飞行品质来研究STOVL飞行器在过渡阶段的控制效能和稳定性。

文献[3]介绍了F-35缩比模型机在风洞中进行包括过渡状态在内的所有STOVL飞行状态的试验，并给出了详细的数据分析。文献[4]提出推力矢量STOVL飞行器在过渡阶段拥有常规飞机所不具备的特殊飞行品质。文献[5]基于AGARD 577[2]与MIL-F-83300[6]飞行品质规范，通过对STOVL飞行器在过渡状态下的控制效能进行评估，分析了STOVL飞行器在该状态下的飞行品质，但缺少对

收稿日期：2022-05-26；**录用日期**：2022-06-25；**网络出版时间**：2022-09-14 13:41
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220913.2005.014
基金项目：国家自然科学基金(11402115)
* **通信作者**. E-mail：chenyl79@nuaa.edu.cn

引用格式：甄旭东，王子安，胡润昌，等. 短距起飞垂直降落飞行器飞行品质研究[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1576-1585. ZHEN X D，WANG Z A，HU R C，et al. Aircraft flight qualities of short take-off and vertical landing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1576-1585 (in Chinese).

模态特征根进行更加全面的评估。目前, 中国尚缺少明确的针对推力矢量 STOVL 飞行器的飞行品质规范, 对 STOVL 飞行器飞行品质评估工作开展的也较少。

本文依据国际上使用广泛的 STOVL 飞机飞行品质规范 AGARD 577[2], 对带 L_1 自适应控制器的 F35B 闭环缩比模型机进行相关控制效能及模态特征根方面更加全面的评估。为解决模型机闭环系统由于带有控制器导致系统可能达到上百阶的情况, 采用基于时域响应的低阶拟配方法, 但传统方法对初值的选取非常苛刻, 故采用遗传算法与最小二乘法的混合算法来确保等效拟配的精度。

1　STOVL 飞行器飞行品质要求

根据 AGARD 577[2], STOVL 飞行器的飞行品质要求主要包括控制效能要求和特征根要求。

1.1　控制效能要求

针对控制效能评估, 在 AGARD 577[2] 中, 通常以飞机在平衡状态下给定一个逐渐到达最大值的操纵位移, 1 s 内飞机能产生姿态角变化作为控制效能的评估指标, 如图 1 所示, 其中, θ为俯仰角, $\dot{\theta}$为速率, $\ddot{\theta}$为加速率, δ 为操纵位移。

AGARD 577[2] 中对 STOVL 飞机过渡状态下俯仰、滚转、偏航轴的控制效能指标如表 1～表 3 所示。可以看出, AGARD 577[2] 对俯仰控制效能有俯仰角在 1 s 内最少改变 2°、$\ddot{\theta}_{\max}$不小于 0.05 rad/s^2 的要求; 对滚转控制效能有滚转角在 1 s 内最少改变 2°、$\dot{\phi}_{\max}$不小于 0.1 rad/s^2 的要求; 对偏航控制效能, 要求飞机偏航角改变 15°所需的时间不大于 2 s, 并且$\dot{\psi}_{\max}$不小于 0.15。

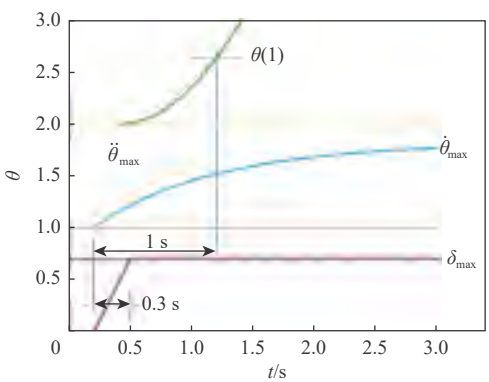


图 1　控制效能评估图

Fig. 1　Control effectiveness evaluation chart

表 1　过渡状态下俯仰控制效能要求

Table 1　Pitch control efficiency requirements in transition state

飞行品质	$\theta(1)$/(°)	$\ddot{\theta}_{\max}$/(rad·s^{-2})
一级	2～4	0.05～0.20

表 2　过渡状态下滚转控制效能要求

Table 2　Roll control efficiency requirements in transition state

飞行品质	$\phi(1)$/(°)	$\ddot{\phi}_{\max}$/(rad·s^{-2})
一级	2～4	0.05～0.20

表 3　过渡状态下偏航控制效能要求

Table 3　Yaw control efficiency requirements in transition state

飞行品质	$t_{\psi=15°}$/s	$\ddot{\psi}_{\max}$/(rad·s^{-2})
一级	2.0	0.15～0.25

1.2　特征根要求

图 2 给出了 STOVL 飞机在过渡状态下对飞机纵向及横航向特征根的要求, 其中, ξ为阻尼比, ω 为自然频率, σ 为阻尼。

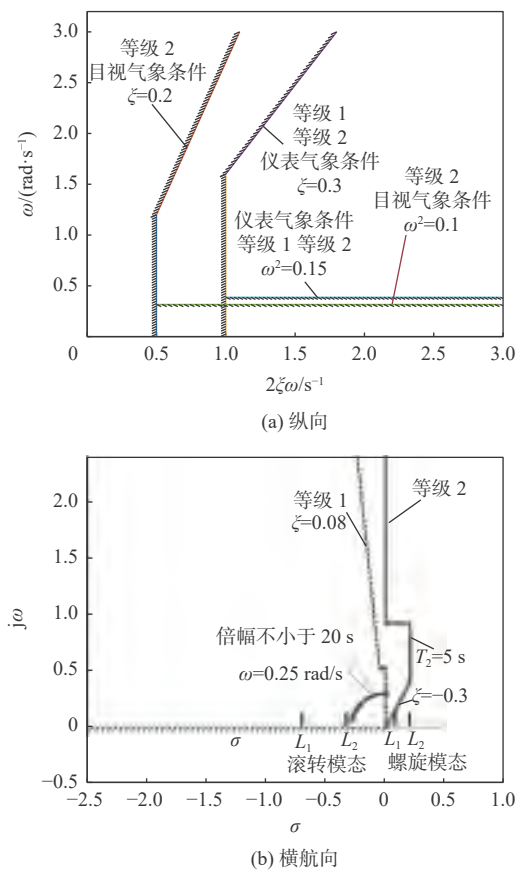


图 2　STOVL 过程特征根评估

Fig. 2　Characteristic root evaluation diagram of STOL process

2　STOVL 飞行器

飞行器选用 F35B 缩比模型机, 由机翼、尾翼、机身及动力系统组成。气动控制面包括襟副翼、全动垂尾、全动平尾, 分别提供俯仰控制力矩、偏航控制力矩、俯仰控制力矩。动力学模型采用缩比模

型的实际参数建立，表4为F35B缩比模型机主要参数。

表4 F35B缩比模型机总体参数

Table 4 Overall parameters of F35B scale prototype

参数	数值
展长b/m	1.528 8
平均气动弦长$\bar{c}$/m	0.635
机翼面积S/m^2	0.871 5
质量m/kg	13
转动惯量I_{xx}/(kg·m^2)	0.407 2
转动惯量I_{yy}/(kg·m^2)	1.054 8
转动惯量I_{zz}/(kg·m^2)	1.183 89

2.1 气动力模型

F35B缩比模型机的干净气动力数据通过风洞试验得到，飞机模型如图3所示。



图3 F35B缩比模型机

Fig. 3 F35B scale model machine

建模时，通过气动力数据插值得到气动力模型：

$$\begin{cases} L=L(V_t,\alpha,q,\delta_e) \\ D=D(V_t,\alpha,q,\delta_e) \\ B=B(V_t,\beta,p,r,\delta_r) \\ L_a=L_a(V_t,\beta,p,r,\delta_a,\delta_r) \\ M_a=M_a(V_t,\alpha,q,\delta_e) \\ N_a=N_a(V_t,\beta,p,r,\delta_a,\delta_r) \end{cases} \tag{1}$$

式中：V_t为真空速；p、q和r分别为滚转、俯仰和偏航角速度；α和β分别为迎角和侧滑角；L、D和B分别为气动升力、阻力和侧力；L_a、M_a和N_a分别为滚转力矩、俯仰力矩和偏航力矩；δ_e、δ_a和δ_r分别为全动平尾舵偏量、襟副翼舵偏量和全动垂尾舵偏量。

2.2 动力系统

F35B缩比模型机的动力系统包括升力风扇提供的升力、发动机提供的推力及滚转矢量喷管提供的控制力和控制力矩。针对动力系统的喷射气流与前方来流引起的喷射气流效应，建立升力风扇估算模型，利用升力损失估算经验公式，构建相应的动力系统模型与动力学模型[7-8]。将发动机、升力风扇、矢量尾喷管产生的力和力矩在飞机体轴系上投影，代入六自由度方程，建立飞机的动力学模型。

2.3 控制分配

V/STOL飞行器可通过空气舵、矢量推力及涵道风扇进行不同飞行阶段的飞行控制。巡航模式时，其与常规飞行器的控制方式一致。悬停模式时，俯仰操纵力矩由涵道风扇和升力风扇产生的升力差提供；偏航操纵力矩由三轴滚转矢量喷管的偏转提供；滚转控制力矩由动力装置的左右喷管开度提供。而过渡飞行模式操纵输入冗余，此时飞机动压不足，空气舵不足以平衡姿态，需动力系统与气动舵一起参与控制。

从分配优先级来看，气动舵具有高可靠性、高动态性、低耗能性等特点，在控制分配上，采取优先分配气动舵的形式进行。本文采用一种频域尺度的串并联效能分配准则[9]。根据分配准则引入高/低通滤波器，使用低通滤波器将虚拟控制量中的低频控制量优先分配给气动舵，如果此时气动舵还未饱和，则动力系统与气动舵依据控制信号的期望角加速度和二者分别可以给予的最大角加速度的关系进行高频控制量的分配；如果此时气动舵已经饱和，余下的低频控制量则交由动力系统补偿，高频控制量也将分配给动力系统。控制分配如图4所示。

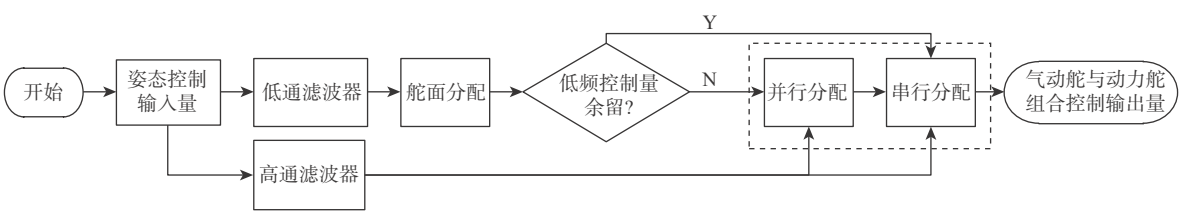


图4 控制分配示意图

Fig. 4 Schematic diagram of control distribution

2.4 内环控制

因俯仰、偏航和滚转通道相类似，本文只对俯仰姿态控制进行讨论。姿态角控制根据时标分离原则解耦设计角度与角速度2个环路。角度环使用动态逆控制器，角速度采用模型显示跟踪的L_1自适应控制器，用于抵消系统的不确定性，增强指令的跟踪能力，保证内环路的稳定及闭环动态特性，其框架如图5所示。图中，θ_c为俯仰角输入指令，q_c为

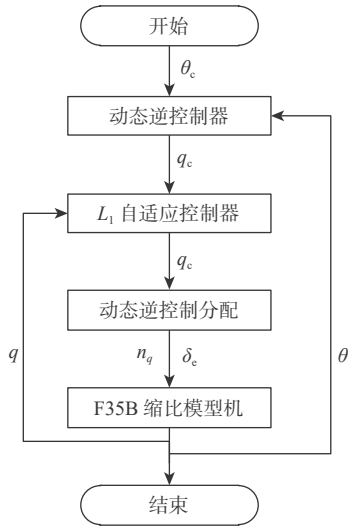


图 5　俯仰姿态控制框架

Fig. 5　Pitch attitude control frame

俯仰角度环输出控制, θ为俯仰角。

俯仰通道被控模型如下:

$$\begin{cases}\dot{q}(t)=-K_q q(t)+K_q\eta(t)\\ \eta(t)=\omega_1(t)\dot{q}_c(t)+\theta(t)q(t)+\sigma(t)\end{cases}\tag{2}$$

$$\omega_1(t)=1+\frac{\hat{M}_{\delta_{ac}}}{M_{\delta_{ac}}}\tag{3}$$

$$\theta(t)=K_q-\frac{\hat{M}_{\delta_{ac}}}{M_{\delta_{ac}}}M_q\tag{4}$$

$$\sigma(t)=-\frac{\hat{M}_{\delta_{ac}}}{M_{\delta_{ac}}}M_\alpha\alpha+\sigma_1\tag{5}$$

式中: k_q为俯仰角速率增益; $\eta(t)$为时间观测量; $\hat{M}_q$、$\hat{M}_{\delta_{ac}}$和$\hat{M}_\alpha$为不确定力矩; $M_{\delta_{ac}}$为虚拟操作力矩; M_α为稳定力矩; M_q为阻尼力矩; δ_{ac}为串联虚拟操纵量; σ_1为干扰因子; $\omega_1(t)$为操作效能因子; $\theta_1(t)$为俯仰阻尼项因子; $\sigma(t)$为静稳定项。

由虚拟舵到动力系统及气动舵的分配形式如下:

$$\begin{cases}\delta_e=\dot{q}_c/M_{\delta_e}\\ n_\theta=\dot{q}_c/M_{n_\theta}\\ \delta_a=\dot{p}_c/M_{\delta_a}\\ n_\phi=\dot{p}_c/M_{n_\phi}\\ \delta_r=\dot{r}_c/M_{\delta_r}\\ \delta_2=\dot{r}_c/M_{\delta_2}\end{cases}\tag{6}$$

式中: δ_e和n_θ分别为全动平尾舵偏量和动力系统中涵道风扇与升力风扇的转速差; M_{δ_e}和M_{n_θ}分别为升降舵和动力系统的俯仰控制效能; δ_a和n_ϕ分别为襟副翼舵偏量和动力系统左右喷管的开度; M_{δ_a}和M_{n_ϕ}分别为襟副翼和动力系统的滚转控制效能; δ_r和δ_2分别为全动垂尾舵偏量和三轴承滚转矢量喷管的上下偏转量; $\dot{r}_c$为偏航角加速度; M_{δ_r}和M_{δ_2}分别为全动垂尾和动力系统的偏航控制效能, 且

$$\begin{cases}M_{\delta_e}=\dfrac{\bar{q}Sb}{I_{yy}}C_{m\delta_e}\\ M_{n_\theta}=\dfrac{\delta_{TN}d_{Lift}}{I_{yy}}\end{cases}\tag{7}$$

$$\begin{cases}M_{\delta_a}=\dfrac{\bar{q}SL'}{I_{xx}}C_{l\delta_a}\\ M_{n_\phi}=\dfrac{\delta_L}{I_{xx}}\end{cases}\tag{8}$$

$$\begin{cases}M_{\delta_r}=\dfrac{\bar{q}SL'}{I_{zz}}C_{n\delta_r}\\ M_{\delta_2}=\dfrac{\delta_{TN}d_{trust}}{I_{zz}}\cos\delta_1\end{cases}\tag{9}$$

式中: $\bar{q}$为动压; δ_{TN}为当前飞行状态时滚转矢量喷管和升力风扇单位转速下产生的力的大小; $C_{m\delta_e}$为全动平尾的操作效能系数; $C_{l\delta_a}$为襟副翼操作效能系数; $C_{n\delta_r}$为全动垂尾操作效能系数; d_{Lift}为飞行器重心到升力风扇作用点的距离; d_{trust}为飞行器重心到尾喷管作用总的距离; S为机翼面积; L'为参考展长; b'为参考弦长; δ_L为当前飞行状态下左右滚转喷口单位转速产生的滚转力矩的大小; δ_1为三轴承滚转矢量喷管的左右偏转量。

3　STOVL 飞行器飞行品质分析

3.1　控制效能评估

针对飞机控制效能的评估, 可以使用飞行仿真的手段, 按照第 2 节要求, 给出相应的输入指令, 根据输出响应对其飞行品质等级做出评估。

在飞机由巡航的平飞状态开始, 到飞机改变构型最终触地的过程中, 速度变化范围大致为 25～15 m/s。本文在该速度范围内进行飞行仿真, 得到三轴的控制效能如表 5～表 7 所示。

可以看出, 在飞机过渡阶段, 三轴的控制效能都处于一级飞行品质。

表 5　滚转通道控制效能

Table 5　Control efficiency of roll channel

滚转角改变量/(°)	速度/(m·s^{-1})
9.4	15
9.3	17
8.9	19
8.6	21
8.5	23
8.5	25

表 6　俯仰通道控制效能

Table 6　Control efficiency of pitch channel

俯仰角改变量/(°)	速度/(m·s^{-1})
8.5	15
8.4	17
7.4	19
6.3	21
5.5	23
5	25

表7 偏航通道控制效能

Table 7 Control efficiency of yaw channel

偏航角改变15°所需时间/s	速度/(m·s^{-1})
1.52	15
1.5	17
1.54	19
1.58	21
1.6	23
1.61	25

3.2 特征根评估

对于带控制器的闭环系统，其动力学模型不同于常规构型飞机的开环系统，不是具有典型模态特征的低阶系统，阶数可能高达上百阶，使用常规的小扰动线化方法难以得到真实的模态特征根[10]。本文使用基于时域响应的低阶拟配方法，对飞机的纵向及横航向模态品质进行分析。

低阶拟配方法指寻找一个具有典型模态特征的低阶系统，在给定同一输入信号时，使其能与高阶系统拥有相同的输出响应，即认为其可以等效于高阶系统，拥有相近的模态特征。一般可用式(10)来评价低阶系统的匹配程度：

$$M_t=\frac{1}{k}\sum_{t_1}^{t_k}(\Delta y(t))^2 \tag{10}$$

式中：k为响应中离散点的个数；t_1为起始时间；t_k为终止时间；Δy为高阶系统与低阶系统的响应之差。

在对高阶系统的等效拟配[11-12]中，通常采用的算法有最小二乘法、极大似然法和单纯形法[13-18]。以上传统算法的缺点是对初值比较敏感，如果选择的初值不合适，可能就会陷入局部最优解甚至不会收敛。基于此，本文选用遗传算法与最小二乘法的混合算法[19-20]，利用遗传算法不依赖初值的特点，先用遗传算法获得工程最优解，将其作为初值，使用最小二乘法再次迭代，以保证最终结果满足理论最优解，确保最终结果的准确性和可靠性。

拟配过程如下：

1）确定需要待拟配的模型。在频率域内进行等效系统拟配，设出目标函数(失配度)：

$$J(X)=\frac{20}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\{[G_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)-G_{\mathrm{L}}(X,\boldsymbol{\lambda}_i)]^2+K[\Phi_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)-\Phi_{\mathrm{L}}(X,\boldsymbol{\lambda}_i)]^2\right\} \tag{11}$$

式中：X为拟配参数；n为所选择的频率点数，一般选择20；K为加权因子；$\boldsymbol{\lambda}_i$为拟配频率点；$G_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)$和$\Phi_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)$分别为第$i$个拟配点处高阶系统传递函数的幅值和相位；$G_{\mathrm{L}}(X,\boldsymbol{\lambda}_i)$和$\Phi_{\mathrm{L}}(X,\boldsymbol{\lambda}_i)$分别为第$i$个拟配点处低阶系统传递函数的幅值和相位。

2）确定拟配参数的范围。具体参数的范围依据飞行品质规范中的等级要求来确定。根据对参数的精度要求，对其进行编码。将各参数的二进制串连接起来组成一个长的二进制字串，该字串即为遗传算法的操作对象。

3）确定初始种群。初始种群采用随机方法选取，该种群具有随机性、全面性的特点，可以有效避免局部最优解。初始种群数目越大，对整个解空间的代表性越强，防止早熟收敛的能力也就越强，但计算量也随之越大。一般情况下，可选取的范围为[50,500]，但当优化的参数个数较多时，初始种群的数目应相应增大。

4）确定适应度函数。适应度函数的形式为

$$f(X)=a/f_1^2(X)+c/f_2^2(X) \tag{12}$$

$$f_1(X)=\frac{20}{m}\sum_{i=1}^{m}[G_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)-G_{\mathrm{L}}(X,\boldsymbol{\lambda}_i)]^2 \tag{13}$$

$$f_2(X)=\frac{20}{m}\sum_{i=1}^{m}[\Phi_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)-\Phi_{\mathrm{L}}(X,\boldsymbol{\lambda}_i)]^2 \tag{14}$$

式中：a和c为加权系数；$f_1(X)$和$f_2(X)$为与目标函数相关的函数。

5）确定遗传算子参数(p_{c}, p_{m})和优秀个体数目。

6）迭代运算。将初始种群经过遗传运算生成的个体作为新的父代个体，重复运算。退出迭代运算，当前父代个体中的优秀个体即运算结果。

7）最小二乘法进行迭代运算。设$\boldsymbol{x}_0$为解的初始值，最小二乘法的核心公式为

$$f(\boldsymbol{x})=f(\boldsymbol{x}_0)+A_0\Delta\boldsymbol{x} \tag{15}$$

式(15)表示对$f(\boldsymbol{x})$在$\boldsymbol{x}_0$附近小范围内进行线化。显而易见，该方法对迭代初始值的选择具有很高的要求，为确保能获得理论最优解，采用遗传算法得到的结果作为最小二乘法的初始值。

将式(2)写成符合最小二乘法拟配方法的形式：

$$J(\boldsymbol{x})=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2m}f_i^2(\boldsymbol{x}) \tag{16}$$

式中：

$$f_i(\boldsymbol{x})=\begin{cases}[G_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)-G_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda}_i)]\sqrt{\dfrac{20}{n}} & i=1,2,\cdots,n\\ [\Phi_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\lambda}_i)-\Phi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda}_i)]\sqrt{\dfrac{20K}{n}} & i=n+1,\cdots,2n\end{cases} \tag{17}$$

其中：$\boldsymbol{x}$为待拟配参数组成的m维向量，进行迭代计算：

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_0+\Delta\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_0-\left(\boldsymbol{A}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_0+v^2\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{A}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_0 \tag{18}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{f}_0 = |f_i(\boldsymbol{x}_0)| \\ \boldsymbol{A}_0 = \left| \dfrac{\partial \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}_0)}{\partial \boldsymbol{x}_j} \right| \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,2n, j = 1,2,\cdots,m \tag{19}$$

遗传算法的控制参数有群体大小l、编码长度e、优秀个体数目s、交叉概率p_c和变异概率p_m，这些运行参数对算法的求解结果和求解效率都有一定的影响。目前，对这些参数的选取还没有合理的理论依据，只能经过多次试算后才能确定。表 8 为拟配过程中遗传算法控制参数的选取。

表 8　遗传算法的控制参数

Table 8　Control parameters of genetic algorithm

参数	数值
群体大小l	400
编码长度e	13
优秀个体数目s	12
交叉概率p_c	0.7
变异概率p_m	0.3

4　仿真分析

4.1　纵向拟配系统

对于纵向拟配系统，通常使用的低阶模型有如下 3 种。

俯仰角速率短周期单拟配模型：

$$\frac{q}{F_e} = \frac{K_q\left(s+\dfrac{1}{T_{\theta 1}}\right)}{s^2+2\zeta_{sp}\omega_{nsp}+\omega_{nsp}^2}\mathrm{e}^{-\tau_q s} \tag{20}$$

俯仰角速率长短周期单拟配模型：

$$\frac{q}{F_e} = \frac{K_q\left(s+\dfrac{1}{T_{\theta 1}}\right)\left(s+\dfrac{1}{T_{\theta 2}}\right)}{(s^2+2\zeta_{sp}\omega_{nsp}+\omega_{nsp}^2)(s^2+2\zeta_{p}\omega_{np}+\omega_{np}^2)}\mathrm{e}^{-\tau_q s} \tag{21}$$

俯仰角速率和法向过载短周期双拟配模型：

$$\frac{q}{F_e} = \frac{K_q\left(s+\dfrac{1}{T_{\theta 1}}\right)}{s^2+2\zeta_{sp}\omega_{nsp}+\omega_{nsp}^2}\mathrm{e}^{-\tau_q s} \tag{22}$$

$$\frac{n_y}{F_e} = \frac{K_{ny}}{s^2+2\zeta_{sp}\omega_{nsp}+\omega_{nsp}^2}\mathrm{e}^{-\tau_{ny} s} \tag{23}$$

式中：F_e为俯仰操纵力；K_q为俯仰角速率增益；K_{ny}为法向过载增益；$T_{\theta 1}$、$T_{\theta 2}$为等效时间常数；ζ_p、ζ_{sp}为等效长短周期阻尼比；n_y为法向过载；ω_{np}、ω_{nsp}为等效长短周期固有频率；τ_q、τ_{ny}为等效时间延迟。

在飞机起降阶段，对飞机安全性能起决定性作用的是飞机的短周期模态。因此，在对飞机纵向模态进行分析时，使用俯仰角速率单拟配模型对带控制的 F35B 缩比模型机进行拟配。

选取高度为 10 m，速度为 16 m/s，给系统常用的“3-2-1-1”俯仰指令输入，得到相应的时域输出响应，通过低阶拟配方法，得到等效于原高阶系统的低阶系统，两者的时域响应比较如图 6 所示。可以看出，拟配得到的系统与原系统有相近的输出响应，可以较好地反映出原高阶系统的特性。

如果仅依据经验选取最小二乘法的初值，难以准确地对高阶系统进行拟配，图 7 为根据经验试选初值后，仅用最小二乘法拟配的结果，其对高阶系统的拟配度要小于使用遗传算法与最小二乘法的混合算法的拟配度。

图 8 为采用遗传算法与最小二乘法的混合算法的拟配进化过程。可知，当种群进化到大约 60 代后，低阶拟配系统与原高阶系统的失配度已经很低，意味着此时低阶拟配系统与原高阶系统的匹配度较高。

阻尼比与自然频率是由最优解系统的阻尼比与自然频率乘以 1.1 和 0.9 得到的，分别为较优解

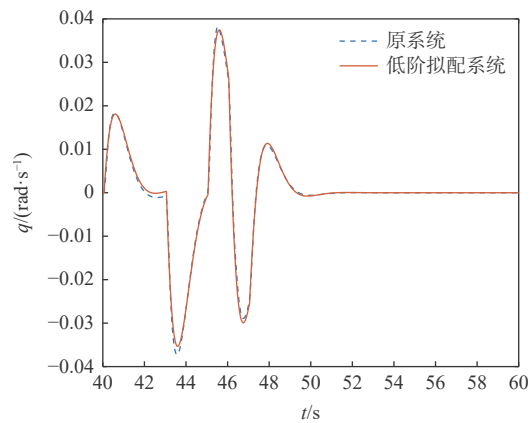


图 6　基于混合算法的纵向时域响应拟配对比

Fig. 6　Longitudinal time domain response fitting comparison based on hybrid algorithm

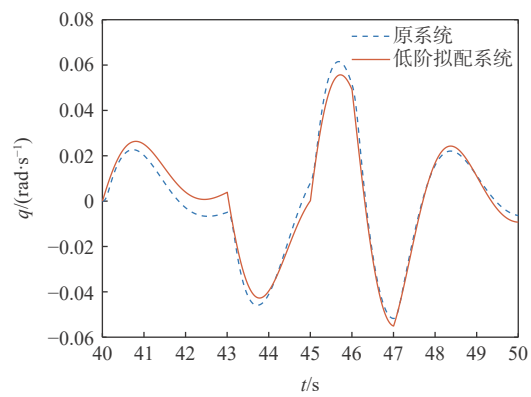


图 7　基于最小二乘法的纵向时域响应拟配对比

Fig. 7　Longitudinal time-domain response fitting comparison based on least squares method

1、2、3 和 4 的参数，并依次进行仿真，对比结果说明，由上述方法低阶拟配出来的即为最优解。对比结果如图 9 所示。

分别选取速度为 15, 17, 19, 21, 23, 25 m/s, 通过低阶拟配，得到原系统的纵向短周期模态特性如表 9 所示。

将计算结果代入纵向短周期特征根品质图中，由图 10 可以清楚地看出，在 15～25 m/s 区间内，飞机的短周期模态是稳定的，且都处于一级飞行品质之内。

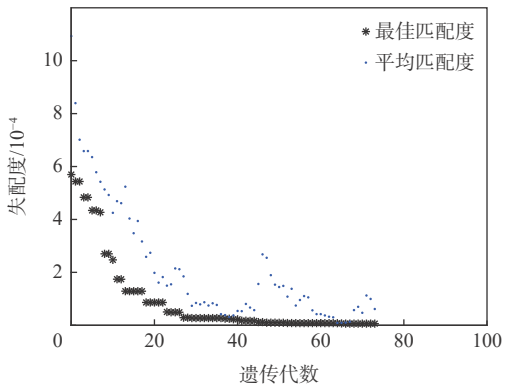


图 8 纵向拟配进化过程

Fig. 8 Vertical matching evolutionary process

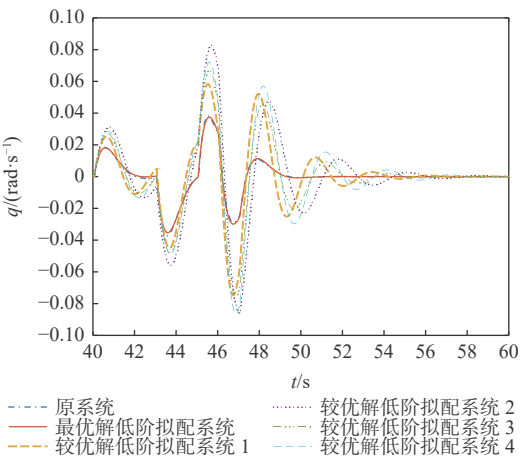


图 9 拟配参数对比

Fig. 9 Comparison of matching parameters

表 9 原系统的纵向短周期模态特性

Table 9 Longitudinal short period modal characteristics of original system

速度/(m·s^{-1})	阻尼比	频率/s^{-1}	特征根
15	0.537 6	2.204 0	−1.18±1.86i
17	0.425 7	1.951 2	−0.83±1.77i
19	0.342 3	1.892 6	−0.65±1.78i
21	0.871 1	2.555 4	−2.23±1.26i
23	0.662 5	2.289 1	−1.52±1.71i
25	0.839 7	2.741 2	−2.3±1.49i

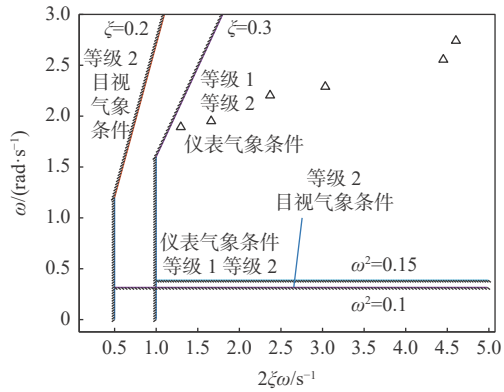


图 10 短周期飞行品质图

Fig. 10 Short period flight quality chart

4.2 横航向拟配系统

对于横航向拟配系统，常用的低阶模型有以下 2 种。

航向侧滑角荷兰滚单拟配模型：

$$\frac{\beta}{F_{\mathrm{r}}}=\frac{K_{\beta}s}{s^2+2\zeta_{\mathrm{de}}\omega_{\mathrm{de}}s+\omega_{\mathrm{de}}^2}\mathrm{e}^{-\tau_{\beta}s} \tag{24}$$

横航向侧滑角及滚转角双拟配模型：

$$\frac{\beta}{F_{\mathrm{r}}}=\frac{K_{\beta}\left(s+\dfrac{1}{T_{\beta1}}\right)\left(s+\dfrac{1}{T_{\beta2}}\right)\left(s+\dfrac{1}{T_{\beta3}}\right)}{\left(s+\dfrac{1}{T_{\mathrm{re}}}\right)\left(s+\dfrac{1}{T_{\mathrm{se}}}\right)\left(s^2+2\zeta_{\mathrm{de}}\omega_{\mathrm{de}}s+\omega_{\mathrm{de}}^2\right)}\mathrm{e}^{-\tau_{\beta}s} \tag{25}$$

$$\frac{\phi}{F_{\mathrm{a}}}=\frac{K_{\phi}\left(s^2+2\zeta_{\phi}\omega_{\phi}s+\omega_{\phi}^2\right)}{\left(s+\dfrac{1}{T_{\mathrm{re}}}\right)\left(s+\dfrac{1}{T_{\mathrm{se}}}\right)\left(s^2+2\zeta_{\mathrm{de}}\omega_{\mathrm{de}}s+\omega_{\mathrm{de}}^2\right)}\mathrm{e}^{-\tau_{\phi}s} \tag{26}$$

式中：F_{a}、F_{r}分别为滚转操纵力、偏航操纵力；K_{β}、K_{ϕ}分别为等效侧滑、滚转增益；$T_{\beta1}$、$T_{\beta3}$、$T_{\beta2}$为等效偏航分子时间常数；T_{re}、T_{se}分别为滚转模态、螺旋模态等效时间常数；τ_{β}、τ_{ϕ}为等效时间延迟；ω_{de}、ζ_{de}分别为荷兰滚模态等效自然频率、阻尼比；ω_{ϕ}、ζ_{ϕ}分别为滚转等效分子自然频率、阻尼比。

由于在横航向模态的单拟配中，可能存在分子与分母的对消，导致某些参数无法确定。本文采用横航向侧滑角及滚转角双拟配模型对 F35B 缩比模型机进行拟配。

选取高度为 10 m, 速度为 16 m/s, 给系统常用的“3-2-1-1”滚转指令输入，得到相应的时域输出响应，通过低阶拟配方法，得到等效于原高阶系统的低阶系统，两者的时域响应比较如图 11 所示。可以看出，拟配得到的系统与原系统有相近的输出响应，可以较好地反映出原高阶系统的特性。

图 12 为采用遗传算法与最小二乘法的混合算法的拟配进化过程。可知，当种群进化到约 20 代

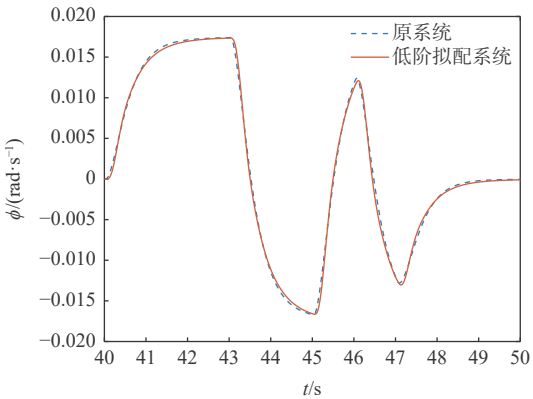


图 11　基于混合算法的横行向时域响应拟配对比

Fig. 11　Transverse heading time-domain response fitting comparison based on hybrid algroithm

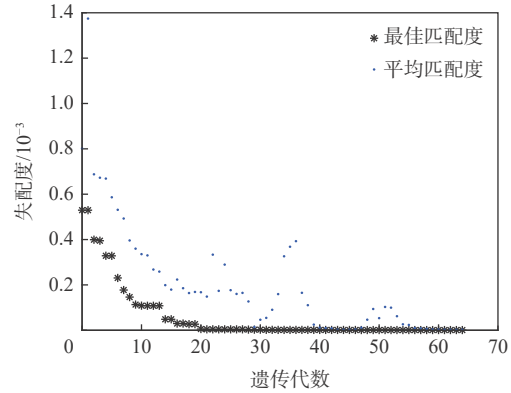


图 12　横航向拟配进化过程

Fig. 12　Transverse heading matching evolutionary process

后, 低阶拟配系统与原高阶系统的失配度已经很低, 意味着此时低级拟配系统与原高阶系统的匹配度较高。

分别选取速度为 15, 17, 19, 21, 23, 25 m/s, 通过低阶拟配, 得到原系统的横航向模态特性如表 10 所示。

将拟配结果代入飞行品质要求中, 由图 13 可以看到, 在飞机短距降落的全速度范围内, 横航向飞行品质都处于一级飞行品质以内。

表 10　原系统的横航向模态特性

Table 10　Lateral modal characteristics of original system

速度/(m·s^{-1})	荷兰滚模态阻尼比	荷兰滚模态频率/(rad·s^{-1})	荷兰滚模态特征根	滚转模态时间常数/s	螺旋模态时间常数/s
15	0.760 3	10.422	7.932 8±6.769 8i	0.464 3	3.162 5
17	0.674 3	9.105 5	6.139 8±6.724 0i	0.431 7	0.968 7
19	0.649 1	9.975 3	6.475 0±7.588 2i	0.410 8	0.523 3
21	0.649 5	10.541 1	−6.846 4±8.015 1i	0.528 9	1.976 8
23	0.936 9	11.022 2	−10.326 7±3.853 3i	0.369 3	2.299 5
25	0.828 7	9.991 2	8.279 7±5.592 0i	0.304 7	4.238 3

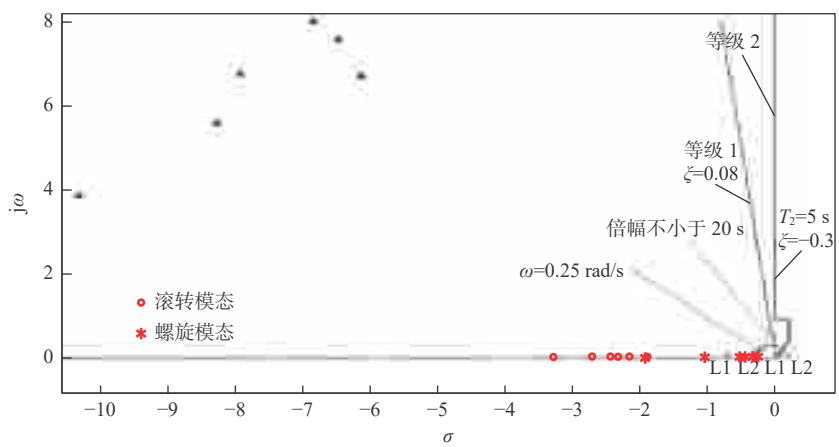


图 13　横航向飞行品质图

Fig. 13　Lateral fight quality chart

5　结　论

1) 本文基于 AGARD 577 飞行品质规范, 以带 L_1 自适应控制器的 F35B 缩比模型机为例, 对 STOVL 飞行器过渡阶段的飞行品质提出了包括控制效能及模态特征根方面的要求。在控制效能评估方面, 该模型机在过渡阶段的滚转、俯仰和偏航三轴的控制效能均处于一级飞行品质。

2) 在特征根评估方面, 对带控制器的高阶系统采用遗传算法与最小二乘法的混合算法进行低阶

等效拟配，拟配得到的系统与原系统有相近的输出响应，可以较好地反映出原高阶系统的特性，并且运用该方法可以得到模型机的纵向和横航向飞行品质均处于一级飞行品质以内。

本文针对F35B缩比模型机提出的飞行品质要求及使用的评估方法，对现阶段STOVL有人驾驶飞行器的飞行品质评估具有一定的指导意义。本文是对六自由度模型所得到的仿真数据进行辨识，但是理论计算和地面试验均无法完全模拟飞行的状态，在实际试飞中，还有可能由于传感器的噪声影响，导致所获得的飞行数据对飞行器模态的辨识造成较大的干扰。如何较好地削弱噪声干扰及本文所使用的辨识方法能否在实际存在外界噪声干扰的情况下成功辨识，将是下一步研究的重点。

参考文献（References）

[1] 王健, 郭锁凤. 先进的短距起飞垂直着陆技术发展综述[J]. 航空科学技术, 1999, 10(2): 24-26.
WANG J, GUO S F. Developing status of ASTOVL technology[J]. Aeronautical Science and Technology, 1999, 10(2): 24-26(in Chinese).

[2] AGARD. V/STOL handling qualities criteria[S]. Cambridge: NATO Science and Technology Organization, 1970.

[3] HOGGARTH R, MANGE R. Highlights of the Lockheed Martin F-35 STOVL jet effects programme[J]. The Aeronautical Journal, 2009, 113(1140): 119-127.

[4] MARTINEZ F. Performance mapping of a thrust augmenting ejector in transition for short take-off and vertical landing aircraft[J]. Journal of Aircraft, 2013, 45(2): 431-442.

[5] 陈坤, 史志伟, 陈永亮. 短距起飞垂直降落飞行器飞行品质研究[J]. 飞行力学, 2015, 33(3): 196-200.
CHEN K, SHI Z W, CHEN Y L. Research of STOVL aircraft flying qualities[J]. Flight Dynamics, 2015, 33(3): 196-200(in Chinese).

[6] US Department of Defense. Flying qualities of piloted V/STOL aircraft: MIL-F-83300[S]. Washington, D. C.:US Department of Defense, 1970.

[7] 刘亮, 唐勇, 陶呈纲, 等. 基于控制分配的推力矢量短距起飞垂直降落飞机减速过渡控制[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(6): 832-841.
LIU L, TANG Y, TAO C G, et al. Deceleration transition controller design of thrust-vectored short take-off and vertical landing aircraft based on control allocation[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2022, 43(6): 832-841(in Chinese).

[8] 周涛, 王子安, 龚正, 等. 推力矢量型V/STOL飞行器动态过渡过程的操纵策略优化[J]. 航空动力学报, 2023, 38(2): 408-419.
ZHOU T, WANG Z A, GONG Z, et al. Control strategy optimization of dynamic conversion procedure of thrust-vectored V/STOL aircraft[J]. Journal of Aerospace Power, 2023, 38(2): 408-419(in Chinese).

[9] 王子安, 龚正, 陈永亮, 等. 复合翼无人机加速段纵向飞行特性分析与控制设计[J]. 航空动力学报, 2019, 34(10): 2177-2190.
WANG Z A, GONG Z, CHEN Y L, et al. Longitudinal flight characteristics analysis and control design for hybrid VTOL UAV in accelerative transition[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(10): 2177-2190(in Chinese).

[10] 孟捷, 徐浩军, 葛志浩. 等效系统参数辨识法在飞行品质评价中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2008, 38(8) : 79-84.
MENG J, XU H J, GE Z H. Parameters identification for equivalent system and its application in evaluation of flying quality[J]. Mathematics In Practice And Theory, 2008, 38(8): 79-84(in Chinese).

[11] 齐万涛, 吕新波, 武虎子. 基于时域数据的两种低阶等效拟配方法研究[J]. 科技和产业, 2021, 21(1): 167-170.
QI W T, LV X B, WU H Z, Study on the two kinds of matching methods of low order equivalent system based on time-domain data[J]. Science Technology and Industry, 2021, 21(1): 167-170(in Chinese).

[12] 王小龙, 徐浩军, 裴彬彬, 等. 纵向短周期飞行品质评估时域分析方法[J]. 飞行力学, 2015, 33(1): 1-4.
WANG X L, XU H J, PEI B B, et al. Time-domain analysis method for evaluation of longitudinal short period flying quality[J]. Flight Dynamics, 2015, 33(1): 1-4(in Chinese).

[13] 李雅静, 宋攀, 焦岗. 某型运输机纵向等效拟配的问题及分析[J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(9): 270-273.
LI Y J, SONG P, JIAO G. Problems and analysis of pitch axis equivalent matching for transporter[J]. Computer Measurement & Control, 2016, 24(9): 270-273(in Chinese).

[14] KAMALI C, ARCHANA H, VIJEESH T, et al. Real-time desktop flying qualities evaluation simulator[J]. Defence Science Journal, 2014, 64(1): 27-32.

[15] 杨俊, 张永, 肖艳平. 最小二乘法在飞机飞行品质评价中的应用[J]. 民航学报, 2018, 2(2): 30-33.
YANG J, ZHANG Y, XIAO Y P. The application of least square method in aircraft flight quality evaluation[J]. Journal of Civil Aviation, 2018, 2(2): 30-33(in Chinese).

[16] 陈桂孙, 方振平. 俯仰轴飞行品质中等效系统准则的计算与模拟[J]. 飞行力学, 2003, 21(1): 16-20.
CHEN G S, FANG Z P. Calculation and simulation of equivalent systems criteria for flying qualities of pitch axis[J]. Flight Dynamics, 2003, 21(1): 16-20(in Chinese).

[17] 王水英, 黄俊. 基于MatLab的俯仰轴等效系统拟配及飞行品质评价[J]. 飞机设计, 2009, 29(5): 32-36.
WANG S Y, HUANG J. Pitch axis equal system match and flying quality evaluation based on MatLab[J]. Aircraft Design, 2009, 29(5): 32-36(in Chinese).

[18] 艾剑良, 邓建华, 李勇. 时域极大似然法在某主控飞机等效横航向飞行品质辨识中的应用[J]. 西北工业大学学报, 1995, 13(1): 46-51.
AI J L, DENG J H, LI Y. Time-domain maximum likelihood method and its application in the identification of aircraft flying quality parameters[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 1995, 13(1): 46-51(in Chinese).

[19] 杨蔷薇, 张翔伦. 遗传算法在等效系统拟配中的应用[J]. 飞行力学, 2005, 23(3): 45-47.
YANG Q W, ZHANG X L. Genetic algorithm for analog-matching of equivalent system[J]. Flight Dynamics, 2005, 23(3): 45-47(in Chinese).

[20] 周林, 杨钊, 李杰. 基于Matlab的时域低阶等效系统的实现方法[J]. 飞行力学, 2017, 35(6): 11-15.
ZHOU L, YANG Z, LI J. Implementation method of time-domain low order equivalent system based on Matlab[J]. Flight Dynamics, 2017, 35(6): 11-15(in Chinese).

Aircraft flight qualities of short take-off and vertical landing

ZHEN Xudong[1], WANG Zi'an[2], HU Runchang[1], GONG Zheng[1], CHEN Yongliang[1,*], WANG Jiangfeng[1]

(1. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China;
2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: Based on the characteristics of short take-off and vertical landing (STOVL) aircraft, the flight quality requirements of STOVL aircraft are proposed in light of control efficiency and modal characteristics, combined with the AGARD 577 flight quality specification. The control efficiency of the vehicle in the transition state of STOVL is evaluated based on the STOVL 6-DOF model simulation. Drawing on the concept of equivalent system matching, the hybrid algorithm of the genetic algorithm and least square method is used to carry out low order equivalent matching of high order aircraft model with L_1 adaptive controller. Using this low order model, the modal characteristics of the vehicle in longitudinal and lateral directions are evaluated. The evaluation demonstrates the first-class flight quality of the aircraft in STOVL .

Keywords: flight quality; short take-off and vertical landing; control effectiveness; equivalent system matching; genetic algorithm

Received: 2022-05-26; **Accepted**: 2022-06-25; **Published Online**: 2022-09-14 13:41

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220913.2005.014

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11402115)

* **Corresponding author**. E-mail: chenyl79@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0441

基于数据驱动的无人机集群故障检测与诊断

李润泽，姜斌*，余自权，陆宁云
(南京航空航天大学 自动化学院，南京 211100)

摘 要：无人机集群系统对安全性和稳定性要求极高,实时的故障检测与诊断技术是保证安全可靠运行的有力手段。提出一种基于统计模型和改进宽度学习 (BLS) 模型的故障诊断方法。所提方法通过多元数据统计分析表征无人机集群系统在正常与不同故障模式下的行为特征，采用改进的BLS 模型实现准确、快速的故障诊断。在此基础上，开发无人机集群系统的高逼真可视化仿真验证平台对所提方法的合理性与有效性进行验证。实验结果表明，所提方法与目前主流方法相比具有明显的诊断优势。

关 键 词：无人机集群；故障诊断；统计模型；宽度学习；仿真验证
中图分类号：V279; V241
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1586-07

无人机集群利用群体协作优势,在众多领域具有广泛应用,具有巨大的经济价值。然而,无人机集群系统具有的高智能化程度、强任务能力、低成本、分布式、自协同、高弹性等特点,给安全运维带来了巨大挑战[1-3]。早期有效的故障检测与诊断对无人机集群安全保障和可靠飞行具有重要意义。

针对无人机集群系统故障诊断问题,目前常用的3种故障诊断方法为:基于解析模型的方法、基于专家系统的方法和基于信号处理的方法[4-10]。基于解析模型的故障诊断利用解析冗余取代硬件冗余,构造观测器估计系统残差信号,隔离出故障的部位,从而达到故障诊断的目的。基于专家系统的故障诊断主要依靠专家长期的实践经验及大量的历史故障信息,构建一套智能的计算机程序进行故障诊断。基于信号处理的故障诊断通过系统的测量信号,采用有效的信号处理算法进行特征提取,通过对比健康系统的先验信号,从而得出是否存在故障的结论。现有方法各有其适用范围及局限性,但随着人工智能技术的快速发展,数据驱动的方法广泛应用于故障诊断领域[11-18]。

基于数据驱动的方法不依赖系统的先验知识,通过挖掘监测信号中的隐藏信息确定系统运行状态进行故障诊断,是目前较为实用的诊断技术。然而,现有的基于数据驱动的方法往往基于深度神经网络,其依赖深度的网络结构,运算低效且结构复杂。宽度学习 (broad learning system, BLS)[19] 可有效避免上述问题。因此,本文以统计模型和改进的BLS 模型进行故障检测与诊断研究,以无人机集群系统编队飞行为研究对象,提出一种基于数据驱动的无人机集群的故障检测与诊断方法。

1 基于统计模型和改进 BLS 的故障检测与诊断

本文提出的故障检测与诊断方法的整体流程如图 1 所示,包含 2 个阶段:①采用统计模型和改进 BLS 模型离线进行学习训练;②四旋翼无人机集群系统在线故障检测与诊断。无人机集群系统将传感器数据和状态估计信息 (如姿态角、角速

收稿日期：2022-05-31；**录用日期**：2022-06-17；**网络出版时间**：2022-11-19 09:53
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221117.1939.006
基金项目：国家自然科学基金 (62020106003,61663008)；直升机动力学全国重点实验室开放基金 (2024-ZSJ-LB-02-04)
* **通信作者**. E-mail：binjiang@nuaa.edu.cn

引用格式：李润泽，姜斌，余自权，等. 基于数据驱动的无人机集群故障检测与诊断 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1586-1592. LI R Z，JIANG B，YU Z Q，et al. Data-driven fault detection and diagnosis for UAV swarms[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1586-1592（in Chinese）.

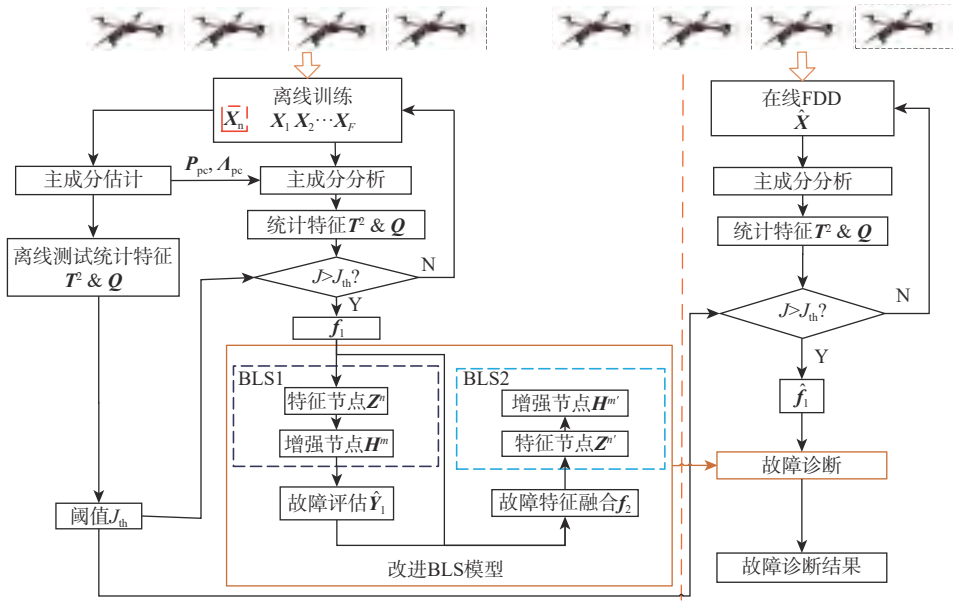


图 1　本文提出的故障检测与诊断框架流程

Fig. 1　Illustration of fault detection and diagnosis scheme of this paper

度、位置和速度等) 作为数据集 $\boldsymbol{X}$, 其中, 包含正常数据集 $\boldsymbol{X}_n$ 及 F 种类型的故障数据集 $\boldsymbol{X}_f$, 其中, f=1, ⋯, F。

1.1　基于统计模型的故障检测

将收集到的无人机集群系统数据 $\boldsymbol{X}$(包括正常数据集 $\boldsymbol{X}_n$ 和故障数据集 $\boldsymbol{X}_f$) 进行归一化处理。对于故障检测广泛使用的主成分分析技术[20-23], 其用于检测代表性和差异化的故障特征。考虑正常数据集 $\boldsymbol{X}_n$, 采用映射统计特征来捕获故障特征, 构建如下协方差矩阵 $\boldsymbol{S}$:

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{N-1}\boldsymbol{X}_n\boldsymbol{X}_n^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

对上述协方差矩阵 $\boldsymbol{S}$ 进行奇异值分解:

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

得到载荷矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和特征值矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 如下:

$$\boldsymbol{P}=[\boldsymbol{P}_{pc},\boldsymbol{P}_{res}] \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_{pc} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Lambda}_{res}\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中: 下标 pc 和 res 分别表示主成分子空间和残差子空间, 具体定义可见文献 [13]。

统计特征 $\boldsymbol{T}^2$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 可按照如下公式进行计算:

$$\boldsymbol{T}^2=\|\boldsymbol{\Lambda}_{pc}^{-1/2}\boldsymbol{P}_{pc}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\|^2 \tag{5}$$

$$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{X}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}_{pc}\boldsymbol{P}_{pc}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

因此, 无人机集群故障检测策略的判断标准可归纳如下:

1) 如果 $J\leqslant J_{th}$, 表示无故障, 无人机飞行正常。

2) 如果 $J>J_{th}$, 说明无人机集群有无人机发生故障, 同时输出故障无人机标识号 (identity document, ID)。

其中, J 为检验统计值, J_{th} 为统计特征对应的阈值。此阈值可以通过概率密度函数和可接受水平参数 α(一般设置 α=5%) 来确定[24]。

1.2　基于改进 BLS 模型的故障诊断

检测到故障后, 需要辨别无人机集群中对应的故障无人机 ID, 同时应准确诊断出无人机遭遇的故障类型。除了基于深度学习的机器学习方法外, 作为一种高效的算法, BLS 及其变体模型无需耗时的训练和复杂的网络架构[19, 25]。BLS 模型的基本架构如图 2 所示, 由特征节点层和增强节点层构建扁平网络。

图 2 中的 BLS 机制可以表示为

$$\boldsymbol{Z}_i=\phi_i(\boldsymbol{X}\boldsymbol{W}_{ei}+\boldsymbol{\beta}_{ei}^{\mathrm{T}})\qquad i=1,\cdots,n \tag{7}$$

式中: ϕ_i 为第 i 个激活函数; n 为样本数量; $\boldsymbol{W}_{ei}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_{ei}$ 分别为第 i 个随机设置的权重和偏置。

所有的特征节点统一定义为特征节点层 $\boldsymbol{Z}^n$:

$$\boldsymbol{Z}^n=[\boldsymbol{Z}_1,\boldsymbol{Z}_2,\cdots,\boldsymbol{Z}_n] \tag{8}$$

由特征节点层 $\boldsymbol{Z}^n$ 映射 m 个增强节点, 定义为

$$\boldsymbol{H}_j=\varphi_j(\boldsymbol{Z}^n\boldsymbol{W}_{hj}+\boldsymbol{\beta}_{hj}^{\mathrm{T}})\qquad j=1,\cdots,m \tag{9}$$

式中: $\boldsymbol{W}_{hj}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_{hj}$ 分别为随机生成的权重和偏置矩阵。

将所有增强节点统一定义为增强节点层 $\boldsymbol{H}^m$:

$$\boldsymbol{H}^m=[\boldsymbol{H}_1,\boldsymbol{H}_2,\cdots,\boldsymbol{H}_m] \tag{10}$$

BLS 的输出 $\boldsymbol{Y}$ 为分类概率, 可以计算为

$$\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{Z}^n|\boldsymbol{H}^m]\boldsymbol{W}^m \tag{11}$$

BLS 通过伪逆而不是反向传播来完成网络参数的快速求解。但由于 BLS 本身泛化性能较弱, 本

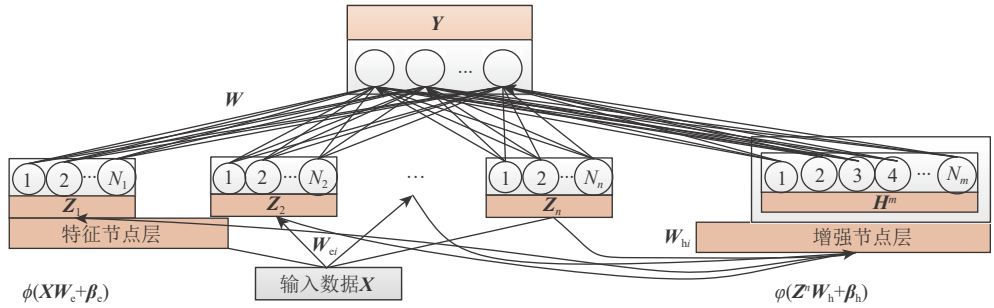


图2 BLS网络架构

Fig. 2 Architecture of broad learning system

文在BLS的基础上引入了双重BLS模型的结构。该结构以第1个宽度学习(BLS1)输出概率作为先验信息,可有效提高网络的泛化性能。同时,继承BLS模型可进行快速学习,有效节省计算成本。

对于故障数据集$\boldsymbol{X}_{\mathrm{f}}$,由主成分分析得到如下故障统计特征$\boldsymbol{f}_1$:

$$\boldsymbol{f}_1=\boldsymbol{Q}\ \ (J>J_{\mathrm{th}}) \tag{12}$$

本文故障的统计特征为BLS1的输入,因此,BLS1的特征节点可以通过式(7)可得

$$\boldsymbol{Z}_i=\phi_i\left(\boldsymbol{f}_1\boldsymbol{W}_{ei}+\boldsymbol{\beta}_{ei}^{\mathrm{T}}\right)\qquad i=1,\cdots,n \tag{13}$$

特征节点层可以定义为

$$\boldsymbol{Z}^n=[\boldsymbol{Z}_1,\boldsymbol{Z}_2,\cdots,\boldsymbol{Z}_n] \tag{14}$$

此外,具有m组增强节点的增强节点层$\boldsymbol{H}^m$可以通过式(8)得

$$\boldsymbol{H}^m=[\boldsymbol{H}_1,\boldsymbol{H}_2,\cdots,\boldsymbol{H}_m] \tag{15}$$

因此,BLS1的输出可以表示为

$$\boldsymbol{Y}_k=[\boldsymbol{Z}_k|\boldsymbol{H}^m]\boldsymbol{W}_k^m \tag{16}$$

式中:BLS1的权重$\boldsymbol{W}_k^m$可以通过伪逆快速求解得到。

为提高方法的诊断性能,采用第2个BLS模型(BLS2)构建双重学习结构。BLS2的输入为$\boldsymbol{f}_2$,定义为$\boldsymbol{f}_2=(\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{Y}_k)$。BLS2的特征节点层可以通过式(13)和式(14)得到,从而得到特征节点层描述为

$$\boldsymbol{Z}^{n'}=[\boldsymbol{Z}_1',\boldsymbol{Z}_2',\cdots,\boldsymbol{Z}_n'] \tag{17}$$

式中:$\boldsymbol{Z}_n'$为BLS2中的特征节点。

BLS2的增强节点层可以通过式(8)中相同的映射来完成。

$$\boldsymbol{H}^{m'}=[\boldsymbol{H}_{k,1},\boldsymbol{H}_{k,2},\cdots,\boldsymbol{H}_{k,m}] \tag{18}$$

故障诊断的最终输出为

$$\boldsymbol{Y}_k'=\left[\boldsymbol{Z}_k'\,|\,\boldsymbol{H}^{m'}\right]\boldsymbol{W}_k^{m'} \tag{19}$$

2 无人机集群故障诊断仿真平台

2.1 多旋翼无人机系统仿真模型

多旋翼无人机仿真模型采用MATLAB/Simulink进行模块化系统设计与高精度仿真,搭建一个高逼真的多旋翼无人机非线性故障注入模型,如图3所示[26]。该模型可仿真多旋翼无人机的各种动态特性,并用虚幻引擎4(unreal engine 4, UE4)实时展示多旋翼飞行轨迹与姿态等状态信息。

模型的输入分别为脉冲宽度调制(pulse width modulation, PWM)控制量和故障触发信号,输出为多旋翼无人机的状态与传感信息。其中,电机模块模拟电机动态;力和力矩模块模拟螺旋桨拉力、机身气动力、自身重力及地面支撑力等所有的外部力和力矩;刚体运动动态模块计算多旋翼的速度、位置和姿态等运动学状态;环境模块计算环境数据(如高度计算加速度、空气密度等);故障模块用于注入模型故障,可自行编写该模块实现传感器噪声、电机失效等故障注入;电池模块模拟电池的放电过程;输出接口模块将数据打包为需要的格式。

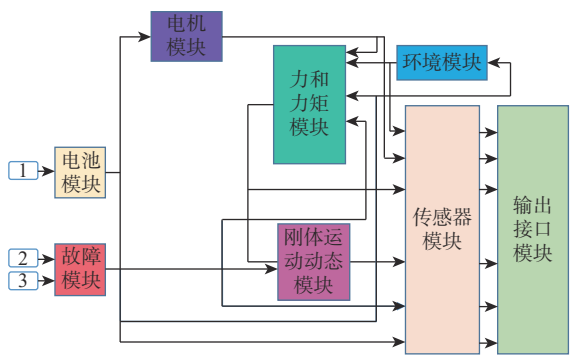


图3 多旋翼无人机非线性故障注入模型[20]

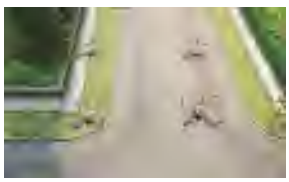
Fig. 3 Nonlinear fault injection model of multi-rotor UAV[20]

2.2 无人机集群故障可视化平台

无人机集群故障仿真平台由上述多个无人机非线性故障注入模型通过局域网用户数据报协议(user datagram protocol, UDP)进行组网通信,图4展示了多旋翼无人机集群故障注入仿真。其中,图4(a)为从地面站观察得到的无人机集群的飞行状态,图4(b)为无人机集群正常状态下的三维仿真场景显示,图4(c)为无人机集群飞行中3号无人机发生故障下的三维仿真场景显示。在该仿真平台上,可



(a) 无人机集群地面控制站



(b) 无人机集群正常飞行虚拟显示



(c) 无人机集群故障飞行虚拟显示

图 4　故障注入仿真

Fig. 4　Fault injection simulation

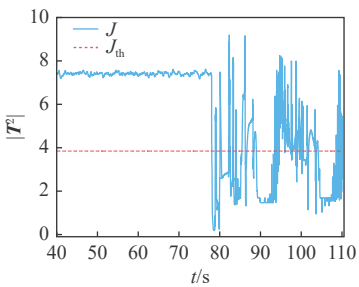
注入无人机集群中任意 ID 的单架或多架不同类型故障。仿真平台考虑了故障类型分别为单台电机失效、2 台电机及 3 台电机同时失效等 3 种典型故障类型。软件在环的故障注入时间约为 80 s, 故障注入时间为 30 s, 总仿真时间为 110 s。

3　实验验证

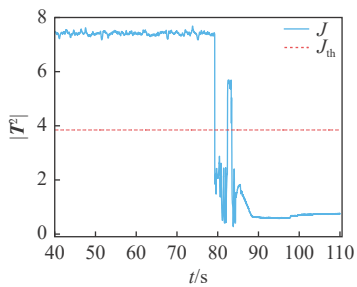
本文提出的故障检测与诊断方法将在基于软件在环的无人机集群仿真平台上进行验证。实验结果可以验证无人机集群的故障检测与诊断方法可行性与参数的选择, 在无需硬件设备的条件下, 开展无人机集群故障检测与诊断的相关研究, 极大节省了研究成本, 提高了故障检测与诊断方法的测试效率, 对实际的无人机集群故障检测与诊断具有重要的指导意义。

3.1　故障检测结果分析与讨论

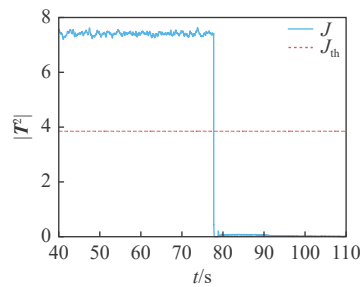
为验证所选择的统计特征是否合适, 图 5 中使用 $\boldsymbol{T}^2$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 特征进行故障检测的结果比较。在故障检测阶段, 设置 α=5%。如图 5 所示, 实线和虚线分别代表 $\boldsymbol{T}^2$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 提取的统计特征。虚线表示检测阈值。对于 3 种故障, 可以观察到 $\boldsymbol{Q}$ 可以在故障发生后瞬间捕捉到故障, $\boldsymbol{T}^2$ 的检测结果较差, 无法可靠地检测出故障。结果反映, 选择 $\boldsymbol{Q}$ 比 $\boldsymbol{T}^2$ 更能准确及时地进行故障检测, 从而证明使用 $\boldsymbol{Q}$ 的统计特征可以有效进行故障检测。



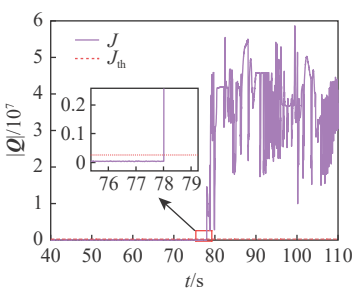
(a) 故障d_1的$\boldsymbol{T}^2$检测结果



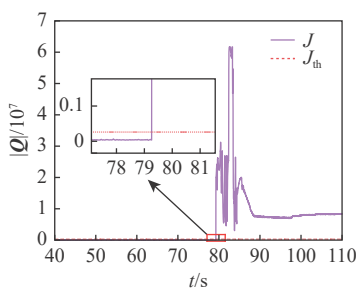
(b) 故障d_2的$\boldsymbol{T}^2$检测结果



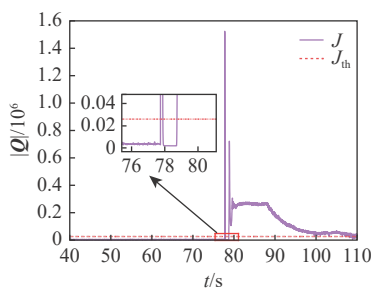
(c) 故障d_3的$\boldsymbol{T}^2$检测结果



(d) 故障d_1的$\boldsymbol{Q}$检测结果



(e) 故障d_2的$\boldsymbol{Q}$检测结果



(f) 故障d_3的$\boldsymbol{Q}$检测结果

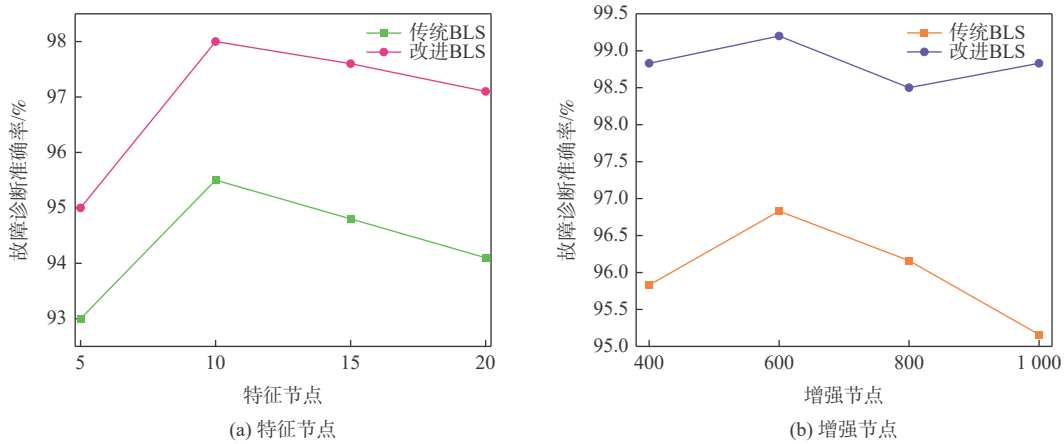
图 5　软件在环仿真平台的故障检测结果

Fig. 5　Fault detection results of software-in-the-loop simulation platform

3.2　故障诊断结果分析与讨论

故障检测成功后, 在后续阶段需要进行快速诊断。改进的结构采用双重 BLS 结构, 该结构可以将 BLS1 的输出概率与特征节点相结合, 作为 BLS2 模型新的输入, 可以为学习过程提供先验信息, 从而提高诊断准确性。传统 BLS 和改进 BLS 特征节点和增强节点最优参数确定如图 6 所示, 初始的增强节点的个数为 200。从图 6(a)可以看出, 传统 BLS 与改进 BLS 最优的特征节点数参数选择为 10, 最优的增强节点参数选择个数为 600, 如图 6(b)所示。

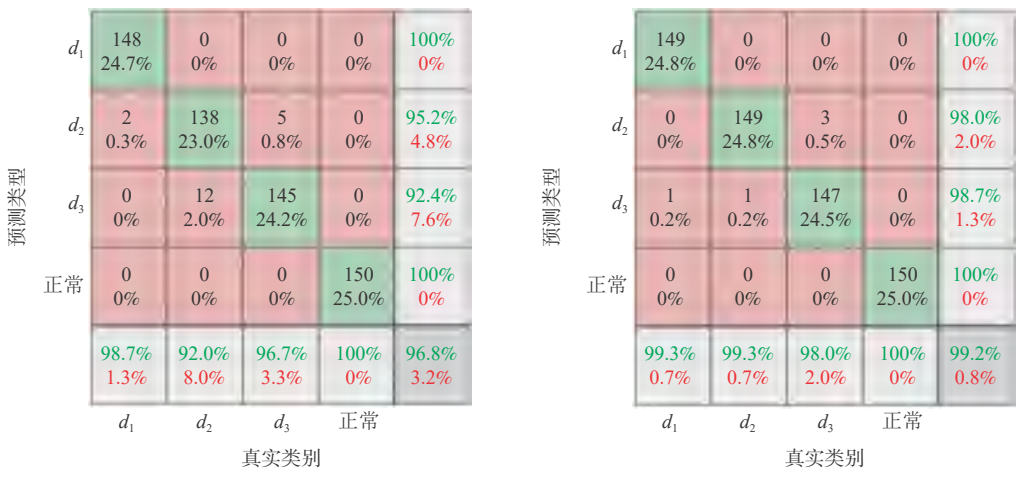
图 7 给出了使用传统 BLS 和改进 BLS 的诊断结果。对于d_1～d_3 3 种类型的故障, 使用改进 BLS 的诊断准确率分别为 99.3%、99.3% 和 98.0%, 高于传



(a) 特征节点 (b) 增强节点

图 6 传统 BLS 和改进 BLS 参数确定

Fig. 6 Parameters determination of original BLS method and improved BLS method



(a) 传统BLS的诊断结果 (b) 改进BLS的诊断结果

图 7 4 种情况下使用传统 BLS 和改进 BLS 的诊断结果

Fig. 7 Fault diagnosis result of original BLS method and improved BLS method in four conditions

统 BLS (诊断准确率分别为 98.7%、92.0% 和 96.7%)。总的来说，改进 BLS 在 4 种情况(3 种故障工况和正常工况)下的总诊断准确率为 99.8%，高于传统 BLS (96.8%)。

3.3 故障诊断结果对比与讨论

为进一步验证本文方法在无人机集群故障诊断问题上的有效性和优越性，将其与目前主流的稀疏自编码 (spase autoencoder, SAE)[27]、支持向量机 (support vector machines, SVM)[28]、BLS 方法等进行比较。BLS1 和 BLS2 特征节点和增强节点分别设置为 10 和 600，SVM 标准差值和惩罚系数设置为 0.2 和 0.1，SAE 神经网络神经元设置为 500-200-100、学习率设置为 0.1，迭代次数设置为 200。表 1 为 4 种情况下不同方法的对比结果(正常和种故障 d_1, d_2, d_3)。很容易看出，本文方法明显优于其他 3 种故障诊断方法。

表 1 4 种情况下不同方法的诊断结果对比

Table 1 Diagnosis comparison of different methods under four conditions

方法	诊断准确率/%
SAE	76.8
SVM	93.8
BLS	96.8
本文方法	99.2

4 结 论

1) 本文提出了一种用于无人机集群的数据驱动故障检测与诊断方法，为无人机集群故障检测与诊断提供一种新颖的、强大的解决方案。

2) 本文利用统计模型获取低维正交特征空间，对高维、高度耦合的集群系统传感器数据降维处理，从而高效准确地进行故障检测。

3) 本文设计的双重 BLS 改进组合结构达到令人满意的诊断结果，同时保持高效学习效率，以足够低的计算成本进行学习。

4) 本文方法在软件在环的故障注入仿真平台上进行验证，实验结果证明了本文方法的优越性，也证明本文研究对无人机集群的故障检测与诊断具有重要的参考意义。

未来工作将探索硬件在环的仿真验证，从而高

保真地表示真实世界无人机集群飞行的动态, 更加可靠验证无人机集群的故障检测与诊断方案。

参考文献（References）

[1] NAWAZ H, ALI H M, ALI LAGHARI A. UAV communication networks issues: A review[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2021, 28(3): 1349-1369.

[2] YU Z Q, QU Y H, ZHANG Y M. Distributed fault-tolerant cooperative control for multi-UAVs under actuator fault and input saturation[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2019, 27(6): 2417-2429.

[3] 王莉娜, 刘贞报, 院金彪, 等. 四旋翼无人机的自适应故障诊断与估计[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49(9): 2395-2405.
WANG L N, LIU Z B, YUAN J B, et al. Adaptive fault diagnosis and estimation for quadrotor UAV[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 49(9): 2395-2405(in Chinese).

[4] PARSINIA M, EL KHAMLICHI B, PENG Q D, et al. A distributed mode reassignment scheme for mobile multihop wireless network of FDD nodes[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 56(5): 3599-3612.

[5] SAIED M, LUSSIER B, FANTONI I, et al. Active versus passive fault-tolerant control of a redundant multirotor UAV[J]. The Aeronautical Journal, 2020, 124(1273): 385-408.

[6] YU Z Q, ZHANG Y M, JIANG B, et al. A review on fault-tolerant cooperative control of multiple unmanned aerial vehicles[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(1): 1-18.

[7] JUNG W, BANG H. Fault and failure tolerant model predictive control of quadrotor UAV[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2021, 22(3): 663-675.

[8] YU Z Q, ZHANG Y M, JIANG B, et al. Composite adaptive disturbance observer-based decentralized fractional-order fault-tolerant control of networked UAVs[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(2): 799-813.

[9] YU Z Q, ZHANG Y M, JIANG B. PID-type fault-tolerant prescribed performance control of fixed-wing UAV[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2021, 32(5): 1053-1061.

[10] 陆宁云, 孟宪锋, 姜斌, 等. 基于多信号模型和盲源分离的复合故障诊断方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(11): 1945-1952.
LU N Y, MENG X F, JIANG B, et al. Compound fault diagnosis method based on multi-signal model and blind source separation[J]. Control and Decision, 2016, 31(11): 1945-1952(in Chinese).

[11] HUANG J, LI M N, ZHANG Y M, et al. Fault detection and classification for sensor faults of UAV by deep learning and time-frequency analysis[C]//Proceedings of the 40th Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2021: 4420-4424.

[12] GUO L, LI R Z, JIANG B. A cascade broad neural network for concrete structural crack damage automated classification[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2021, 17(4): 2737-2742.

[13] CHEN H T, JIANG B, CHEN W, et al. Data-driven detection and diagnosis of incipient faults in electrical drives of high-speed trains[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(6): 4716-4725.

[14] GUO L, LI R Z, JIANG B, et al. Automatic crack distress classification from concrete surface images using a novel deep-width network architecture[J]. Neurocomputing, 2020, 397: 383-392.

[15] GUO L, LI R Z, JIANG B. An ensemble broad learning scheme for semisupervised vehicle type classification[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 32(12): 5287-5297.

[16] WANG J, GUI G, OHTSUKI T, et al. Compressive sampled CSI feedback method based on deep learning for FDD massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(9): 5873-5885.

[17] YANG Y W, GAO F F, ZHONG Z M, et al. Deep transfer learning-based downlink channel prediction for FDD massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(12): 7485-7497.

[18] 姜斌, 陈宏田, 易辉, 等. 数据驱动高速列车动态牵引系统的故障诊断[J]. 中国科学 (信息科学), 2020, 50(4): 496-510.
JIANG B, CHEN H T, YI H, et al. Data-driven fault diagnosis for dynamic traction systems in high-speed trains[J]. Scientia Sinica (Informationis), 2020, 50(4): 496-510(in Chinese).

[19] CHEN C L P, LIU Z L. Broad learning system: An effective and efficient incremental learning system without the need for deep architecture[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(1): 10-24.

[20] AMIN M T, KHAN F, AHMED S, et al. A data-driven Bayesian network learning method for process fault diagnosis[J]. Process Safety and Environmental Protection, 2021, 150: 110-122.

[21] CHEN H T, JIANG B, LU N Y, et al. Deep PCA based real-time incipient fault detection and diagnosis methodology for electrical drive in high-speed trains[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(6): 4819-4830.

[22] WU D Y, ZHAO J S. Process topology convolutional network model for chemical process fault diagnosis[J]. Process Safety and Environmental Protection, 2021, 150: 93-109.

[23] SHI S B, LI G N, CHEN H X, et al. An efficient VRF system fault diagnosis strategy for refrigerant charge amount based on PCA and dual neural network model[J]. Applied Thermal Engineering, 2018, 129: 1252-1262.

[24] GUO L, LI R, JIANG B. Fault detection and diagnosis using statistic feature and improved broad learning for traction systems in high-speed trains[J]. IEEE Transactions on Artificial Intelligence, 2022.

[25] 李润泽, 郭黎, 李保平, 等. 基于模糊宽度学习模型的光伏发电预测方法[J]. 控制工程, 2020, 27(11): 2016-2022.
LI R Z, GUO L, LI B P, et al. A photovoltaic power prediction method based on fuzzy broad learning system[J]. Control Engineering of China, 2020, 27(11): 2016-2022(in Chinese).

[26] WANG S, DAI X H, KE C X, et al. RflySim: A rapid multicopter development platform for education and research based on pixhawk and MATLAB[C]//Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1587-1594.

[27] ZHAO X Y, HE Z X, ZHANG S Y, et al. A sparse-representation-based robust inspection system for hidden defects classification in casting components[J]. Neurocomputing, 2015, 153: 1-10.

[28] CORTES C, VAPNIK V. Support-vector networks[J]. Machine Learning, 1995, 20(3): 273-297.

Data-driven fault detection and diagnosis for UAV swarms

LI Runze，JIANG Bin*，YU Ziquan，LU Ningyun

(College of Automation Engineering，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211100，China)

Abstract：The security requirements of the unmanned aerial vehicle (UAV) swarm system are extremely strict, and real-time fault detection and diagnosis is one of its important supporting technologies. This paper presents a fault diagnosis method based on statistical model and improved broad learning system (BLS) model. Firstly, the behavior characteristics of UAV swarm system under normal and different fault modes are characterized by multivariate data statistical analysis, and then the improved BLS model is used to achieve accurate and rapid fault diagnosis. On this basis, a high fidelity simulation verification platform is developed to verify the rationality and effectiveness of the proposed method. The experimental results show that the proposed method has obvious diagnostic advantages compared with the current mainstream methods.

Keywords：UAV swarm；fault diagnosis；statistical model；broad learning system；simulation verification

Received：2022-05-31；**Accepted**：2022-06-17；**Published Online**：2022-11-19 09：53

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221117.1939.006

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (62020106003,61663008); Open fund of the National Key Laboratory of Helicopter Aeromechanics (2024-ZSJ-LB-02-04)

* **Corresponding author**. E-mail：binjiang@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0502

基于 ε-level 蝙蝠算法的无人机三维航迹规划

王福仪，孟秀云*，张海阔
(北京理工大学 宇航学院，北京 100081)

摘 要：针对复杂地形环境、存在各种威胁和约束的无人机航迹规划问题，提出了一种基于 ε-level 改进蝙蝠算法的航迹规划算法。根据无人机目标函数和约束条件，建立无人机三维航迹规划模型；其次，针对蝙蝠算法处理高维带约束问题存在的早熟现象，设计了自适应权重系数和迭代阈值以平衡算法的探索能力和开发能力，并结合 ε-level 比较策略提高算法对非凸非线性约束优化问题的处理能力；设计了转弯半径可变的 Dubins 曲线用来对航迹进行平滑处理并解决 2 个航迹点连线贯穿地形的问题。通过仿真实验，并与蝙蝠算法、粒子群优化算法、ε-level 粒子群优化算法和 ε-level 差分进化算法相比较，所提算法在开发能力、稳定性和成功率等方面都表现出较优的性能。

关 键 词：无人机航迹规划；蝙蝠算法；自适应权重系数；ε-level 比较策略；Dubins 平滑
中图分类号：V249.122+.3; TP301.6
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1593-11

在军事和民用领域，无人机以其低风险和高效率都在发挥更加重要的作用[1]。无论是执行运输、侦查还是打击任务，航迹规划都是无人机执行任务的关键组成部分，而全局航迹是无人机航迹规划任务的基础。在大范围复杂地形环境、存在防空火力威胁的环境以及受无人机性能约束的前提下，规划出一条从起始点到目标点的安全、高效三维航迹仍是无人机航迹规划的难点。

航迹规划是一个 NP-hard 问题，需要在有限的计算能力和较优的航迹之间寻求平衡，群智能优化算法内在的并行性和随机性特点使其在这种平衡中展现了优秀的寻优能力[2]，一系列群智能优化算法已经证明了可用于处理复杂多约束航迹规划问题。例如 Liu 等[3]将蚁群优化 (ant colony optimization, ACO) 算法进行改进提高其处理多约束问题的开发能力和收敛速度并将其用于无人机路径规划。陈侠等[4]将快速搜索随机树 (rapidly-exploring random tree, RRT) 和人工势场 (artificial potential field, APF) 算法相融合生成遗传算法 (genetic algorithm, GA) 的初始种群并将其用于无人机航迹规划。赵红超等[5]采用量子粒子群优化 (quantum particle swarm optimization, QPSO) 算法改进粒子的位置更新方式以提高算法在无人机路径规划问题的全局搜索能力。Shivgan 等[6]将无人机路径规划问题建模为旅行商问题并采用遗传算法进行优化以减少燃料消耗。汤安迪等[7]在鲸鱼优化算法 (whale optimization algorithm, WOA) 中引入混沌算子来提高初始种群的多样性以增强算法的开发能力和探索能力并将其用于无人机路径规划问题。Ghambari 等[8]将差分进化 (differential evolution, DE) 算法与 A*算法结合提高算法的探索能力并用于产生多条无人机子路径。高阳阳等[9]将轮盘赌和动态变异率引入传统共生生物搜索 (symbiotic organisms search, SOS) 算法中以提高算法的收敛速度和精度并将其用于无人机的空战机动决策。Jamshidi 等[10]采用改进的平行灰狼优化 (gray wolf optimization, GWO) 算法以降低实时无人机航迹规划的计算时间。以上算法显著提高了无人机航迹规划的能力，但是在复杂

收稿日期：2022-06-20；录用日期：2022-08-12；网络出版时间：2023-01-18 16:45
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230118.0946.001
*通信作者. E-mail：mengxy@bit.edu.cn

引用格式：王福仪，孟秀云，张海阔. 基于ε-level 蝙蝠算法的无人机三维航迹规划 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1593-1603.
WANG F Y，MENG X Y，ZHANG H K. UAV three-dimensional path planning based on ε-level bat algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1593-1603（in Chinese）.

地形环境、存在禁飞区约束的条件下，算法的收敛速度慢、开发能力偏弱、早熟现象能问题仍然存在。

蝙蝠算法(bat algorithm, BA)是由Yang[11]于2010年提出的一种元启发式优化算法，该算法的灵感来自于蝙蝠的回声定位机制，通过模拟蝙蝠利用超声波对猎物进行探索和定位，根据与食物的距离改变发射率和响度以调整算法的探索能力和开发能力。由于BA算法的原理简单，参数少，兼顾全局探索能力和局部开发能力，寻优效率高，自提出以来，该算法引起了广泛的关注。但是BA算法在处理高维约束问题时还是存在早熟、开发能力较弱等问题，为了提高算法的性能，许多研究者对其提出了一系列改进措施[12-15]并将其应用于工程优化问题[16]、旅行商问题[17]、控制器设计[18]和结构优化[19]等。在航迹规划领域，Wang等[20]将DE算法的变异策略引入到BA算法中，并将其用于三维航迹规划中，但是作者用BA算法进行航迹规划时没有对无人机的性能进行约束，同时航迹规划的地形环境较为简单。本文将BA算法应用于大范围、复杂地形环境，同时无人机性能受约束的三维全局无人机航迹规划问题。

本文将无人机三维航迹规划问题转化为高维带约束的连续优化问题；针对BA算法存在的早熟和局部开发能力较弱的问题，对BA算法的速度更新策略设计了自适应权重系数以平衡算法的前期探索和后期开发性能，引入迭代阈值来改善算法的早熟问题，并结合ε-level比较策略提高算法对约束优化问题的处理能力；同时分别设计威胁代价函数和转弯半径可变的Dubins曲线来解决2个连续的航迹点间贯穿威胁和地形的情况。

1 UAV航迹规划模型

1.1 问题描述

本文三维航迹规划的假设是飞行环境已经确定，并且已知所有的障碍物和威胁，根据目标函数和约束条件，规划出起始点到目标点的初始安全可飞行航迹。将原点O放在任务空间中某一点，建立初始三维惯性坐标系S_g-$Oxyz$，三维任务空间可表示为

$$\Omega=\{(x,y,z)\mid 0\leqslant x\leqslant X_{\max},0\leqslant y\leqslant Y_{\max},0\leqslant z\leqslant Z_{\max}\} \tag{1}$$

式中：x、y和z分别为任务空间中任意一点的横坐标、纵坐标和高度坐标；$X_{\max}$、$Y_{\max}$和$Z_{\max}$为任务空间的范围。

设无人机航迹$\boldsymbol{P}_{\mathrm{UAV}}=\{S,P_1,P_2,\cdots,P_N,T\}$且$P_i=(x_i,y_i,z_i)$。其中$S$为起始点；$T$为目标点；$P_i$为无人机第$i$个航路点；$N$为航路点个数，其取值根据任务空间信息、无人机起止点坐标、无人机性能和优化算法等综合确定；x_i、y_i和z_i分别为第i个航路点的横坐标、纵坐标以及高度坐标。则该航迹规划问题可由$3N$维向量$\{x_1,x_2,\cdots,x_N,y_1,y_2,\cdots,y_N,z_1,z_2,\cdots,z_N\}$组成，当航路点个数较多时，问题维度增加会使算法的计算时间急剧增加。

为了减小三维全局航迹规划问题的维度以降低问题的求解难度，建立以起始点到目标点在xOy平面的投影为横坐标轴的坐标系S_r-$O_rx_ry_rz_r$，如图1所示。坐标系S_r-$O_rx_ry_rz_r$通过式(2)绕z轴顺时针转θ角，并根据起始点平移后可得到惯性坐标系S_g-$Oxyz$：

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta&-\sin\theta&0\\\sin\theta&\cos\theta&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x^{\mathrm{r}}\\y^{\mathrm{r}}\\z^{\mathrm{r}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}x_{\mathrm{s}}\\y_{\mathrm{s}}\\0\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中：$(x_{\mathrm{s}},y_{\mathrm{s}})$为起始点$S$的横、纵坐标；$(x^{\mathrm{r}},y^{\mathrm{r}},z^{\mathrm{r}})$为航路点在$S_r$-$O_rx_ry_rz_r$坐标系的横坐标、纵坐标和高度坐标，控制节点为$\{w_1,w_2,\cdots,w_N\}$且$w_k=\left(x_k^{\mathrm{r}},y_k^{\mathrm{r}},z_k^{\mathrm{r}}\right)$；$\theta$为方向角。

如图1所示，首先将起始点与目标点的连线ST以$\Delta l=\|ST\|/(N+1)$平均分成$(N+1)$等份，则每个控制节点的横坐标可表示为

$$x_k^{\mathrm{r}}=k\Delta l\qquad k=1,2,\cdots,N \tag{3}$$

式中：Δl为等分后的长度。

因此，UAV的航迹可转换为$2N$维向量，即$\left\{y_1^{\mathrm{r}},y_2^{\mathrm{r}},\cdots,y_N^{\mathrm{r}},z_1^{\mathrm{r}},z_2^{\mathrm{r}},\cdots,z_N^{\mathrm{r}}\right\}$，经过坐标转换后可得到所需航迹，从而将航迹规划问题转化为高维度带约束的连续优化问题。

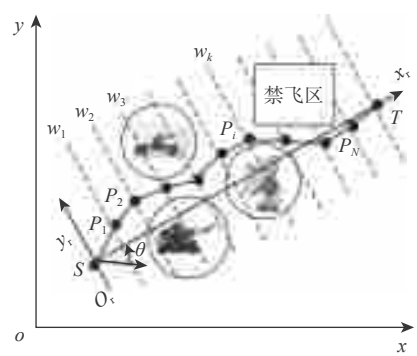


图1 坐标转换

Fig. 1 Coordinate conversion

1.2 目标函数和约束条件设计

三维全局航迹规划的目标函数主要由3部分组成：

$$\begin{cases}\min J=\sum_{k=1}^{3}\lambda_kJ_k\\ \text{s.t.}\quad g_i\leqslant 0\qquad i=1,2,3,4\\ \qquad\ h=0\end{cases} \tag{4}$$

式中: J_1为燃油代价, J_2为威胁代价, J_3为飞行高度代价; λ_k为代价权重系数且$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=1$, 其目的主要是在无人机的安全和性能消耗等方面进行平衡, 可根据不同的任务需求进行设置; g为不等式约束; h为等式约束。

1) 燃油代价

假设无人机在任务空间内以恒定速率飞行, 则燃油代价可以通过航迹的欧氏距离进行等价表示:

$$J_1=\sum_{j=0}^{N}\left\|\left(x_{j+1},y_{j+1},z_{j+1}\right)-\left(x_j,y_j,z_j\right)\right\|_2 \tag{5}$$

式中: x_j、y_j和z_j分别为第j个航迹点的横坐标、纵坐标和飞行高度坐标。

2) 威胁代价

为了减少群优化算法的计算时间, 需要规划的航路点个数尽可能少, 但是在复杂地形环境中, 虽然规划的各个中间航路点满足地形和约束条件, 但是存在两个连续的航路点连线贯穿地形或威胁的情况。为了保证规划的航路点和航路点的连线避开威胁区域, 本文将其作为一种代价加入目标函数中, 贯穿地形的情况将在航迹点平滑策略中处理。航迹的威胁代价可通过式(6)计算:

$$J_2=\sum_{i=0}^{N}\sum_{j=1}^{M}T_j \tag{6}$$

式中: T_j为第j个威胁相对于全局航迹的总威胁代价; M为威胁个数。利用平均策略对 2 个连续航迹点间的连线进行m等分, 如图 2 所示, 第j个威胁的代价可通过式(7)计算:

$$\begin{cases}T_j=\dfrac{L_i}{m}\displaystyle\sum_{k=1}^{m}\Delta T_{j,k}\\ \Delta T_{j,k}=\begin{cases}0 & d_{k/m,j}>R_j\\ R_j^4/\left(d_{k/m,j}^4+R_j^4\right) & \text{其他}\end{cases}\end{cases} \tag{7}$$

式中: L_i为航迹段的欧氏距离; $\Delta T_{j,k}$为第j个威胁对于第k个航路点的威胁代价; R_j为第j个威胁的威胁半径; $d_{k/m,j}$为第k/m个点到第j个威胁的欧氏距离, 综合考虑航路点个数和任务空间范围, 本文将m设置为 5。

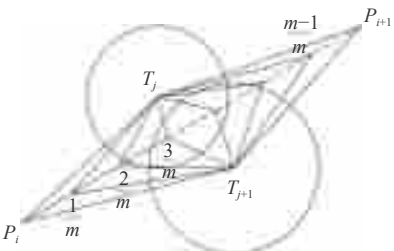


图 2　威胁代价计算

Fig. 2　Calculation of threat cost

3) 飞行高度代价

较低的飞行高度有利于 UAV 利用地形进行隐藏, 降低被雷达发现的概率, 因此本文将飞行高度作为其中一种飞行代价, 同时为了保证其与其他代价函数在同一数量级[21], 将任务空间横纵坐标范围的欧氏距离与高度范围的比值作为高度代价的系数, 如式 (8) 和式 (9) 所示:

$$J_3=\sum_{j=0}^{N+1}z_j\cdot Z_f \tag{8}$$

$$Z_f=\sqrt{X_{\max}^2+Y_{\max}^2}\Big/Z_{\max} \tag{9}$$

4) 爬升/下滑坡度约束

受无人机性能的限制, 规划的航迹在爬升或下滑时的斜率$\boldsymbol{s}$受到最大爬升坡度$\boldsymbol{\alpha}$和最小下滑坡度$\boldsymbol{\beta}$的约束:

$$g_1=\max\left(s_j-\alpha_j\right)\leqslant 0 \tag{10}$$

$$g_2=\max\left(\beta_j-s_j\right)\leqslant 0 \tag{11}$$

式中: s_j为第j个航迹点的斜率; α_j和β_j分别为第j个航迹的最大爬升坡度和最小下滑坡度, 其值由高度z_j确定。

5) 最大转向角约束

为了避免急转弯, 考虑到 UAV 机身性能的限制, 需要在每个航迹点处对其转向角进行限制, 最大转向角约束可表示为

$$g_3=\max\left(\Delta\gamma_i-\gamma_{\max}\right)\leqslant 0 \tag{12}$$

式中: 转向角$\Delta\gamma_i=\gamma_{i+1}-\gamma_i$; $\gamma_{\max}$为 UAV 的最大转向角。γ_i按式 (13) 计算:

$$\gamma_i=\operatorname{anctan}(\Delta y/\Delta x) \tag{13}$$

式中: $\Delta x=x_{j+1}-x_j$, $\Delta y=y_{j+1}-y_j$。

6) 飞行高度约束

考虑到飞行的安全性, UAV 应在预先设定的安全高度内飞行, 即

$$g_4=H_{\mathrm{s}}-\min\left(z_i-H(x_i,y_i)\right)\leqslant 0 \tag{14}$$

式中: $H(x_i,y_i)$为第 i 个航迹点的地形高度; H_{s}为最低安全飞行高度。

7) 禁飞区约束

在 UAV 执行任务过程中, 需要避免进入人为定义的禁飞区域 (no-fly zone, NFZ), 例如高危区域、气候恶劣区域、未知区域以及高层建筑等。本文设置长方形区域$\left\{x_{\mathrm{low}},x_{\mathrm{up}},y_{\mathrm{low}},y_{\mathrm{up}}\right\}$来表示禁飞区域, 同时为了提高该约束的计算精度, 利用图 2 所示的平均计算策略进行处理, 等式约束h如式 (15) 所示:

$$h=\sum_{i=0}^{N}\sum_{j=1}^{K}F_j=0 \tag{15}$$

$$\begin{cases} F_j = \dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{k=1}^{m} F_{j,k} \\ F_{j,k} = \begin{cases} 1 & x_{\mathrm{low},j} \leqslant x_{k/m,i,k} \leqslant x_{\mathrm{up},j} \\ & y_{\mathrm{low},j} \leqslant y_{k/m,i,k} \leqslant y_{\mathrm{up},j} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{cases} \tag{16}$$

式中：K为禁飞区域个数；F_j为第j个禁飞区域的平均威胁程度；m为2个相邻航路点间的平均分段数；x_{up}和x_{low}分别为禁飞区域的横坐标上、下界；y_{up}和y_{low}分别为禁飞区域的纵坐标上、下界；$\left(x_{k/m,i,k}, y_{k/m,i,k}\right)$为第$i$个航路点所在航迹段$P_iP_{i+1}$被$m$等分后的第$k$个小航迹段。

2 蝙蝠算法

BA算法的灵感来源于蝙蝠通过回声定位搜寻食物和规避威胁[11]，自然界中的蝙蝠大多可以向周围环境发射超声波并通过回声来捕食和导航。BA算法的迭代分为全局搜索部分和局部搜索部分，过程中通过调整频率$\boldsymbol{f}$、响度$\boldsymbol{A}$和发射率$\boldsymbol{r}$来更新每个蝙蝠的位置。

全局搜索部分，D维空间中蝙蝠的速度$\boldsymbol{v}_k$和位置$\boldsymbol{x}_k$更新策略如式(17)～式(19)所示：

$$f_k = f_{\min} + (f_{\max} - f_{\min})\beta_1 \tag{17}$$

$$v_k^t = v_k^{t-1} + \left(x_k^{t-1} - x^*\right) f_k \tag{18}$$

$$x_k^t = x_k^{t-1} + v_k^t \tag{19}$$

式中，β为[0,1]之间服从均匀分布的随机变量；t为当前迭代次数；$f_{\min}$和$f_{\max}$分别为频率的最小值和最大值，根据搜索空间尺寸调整取值，如果不同维度的搜索范围不同，其相应的频率取值范围也不同，本文中$f_{\min}=0$，$f_{x\max}=f_{y\max}=0.001$，$f_{z\max}=0.2$；$x^*$为根据式(4)计算得到的当前种群的最优个体。

局部搜索部分，当产生的随机值小于发射率r_k时，通过随机游走在由目标函数确定的当前最优解周围产生新的蝙蝠个体x_{new}，如式(20)所示：

$$x_{\mathrm{new}} = x^* + \mu A^t \tag{20}$$

式中：μ为[−1,1]之间均匀分布的随机数；$A^t = \langle A_k^t \rangle$为当前所有蝙蝠的平均响度，其取值跟任务空间尺寸相关，用于控制随机产生粒子距离最优解的步长。此外，发射率r_k和平均响度A^t根据迭代次数更新。

$$\begin{cases} A_k^{t+1} = \alpha A_k^t \\ r_k^{t+1} = r_k^0(1 - \exp(-\gamma t)) \end{cases} \tag{21}$$

其中：α和γ设置为常值。由式(21)可知，当蝙蝠接近食物源时，会通过增大发射率r_k并减小超声波响度A_k来寻找食物，本文中$A_x^0 = A_y^0 = 100\,000$，$A_z^0 = 300$，$r^0 = 0.5$，$\alpha = 0.9$，$\gamma = 0.3$。

从BA算法的更新过程可以看出，其全局搜索过程的个体更新策略类似于粒子优化群(particle swarm optimization, PSO)算法，同时采用贪心策略决定是否采纳新的个体；局部搜索过程更新策略类似于模拟退火算法。与其他算法相比，BA算法兼顾探索能力和开发能力，搜索效率高。

3 ε-level比较策略改进蝙蝠算法

BA算法在处理约束优化问题方面具有优越性，然而利用该算法求解航迹规划问题仍存在以下缺点：①BA算法处理高维优化问题时存在早熟问题；②BA算法处理约束优化问题的效率不高。本文提出如下基于ε-level比较策略的改进BA算法(ε-level improved bat algorithm, ε-IBA)：①设计自适应权重系数以平衡算法的探索能力和开发能力；②在局部搜索过程中针对当前最优蝙蝠个体设计了迭代阈值，以保证种群的多样性，提高算法的探索能力防止早熟；③结合ε-level比较策略，在BA算法中引入约束违反度函数以更好的求解约束优化问题。

3.1 改进BA算法

在BA算法的速度更新策略和局部搜索策略中，都利用了当前种群最优解信息，使种群会向当前最优解收敛，算法存在早熟问题。为了提高算法的探索能力，本文提出了2项改进措施设计改进蝙蝠算法。

3.1.1 自适应权重系数

BA算法的速度和位置更新策略类似于PSO算法，而PSO算法的速度更新策略包含3部分：速度项，个体历史最优解项和全局历史最优解项，PSO算法通过调整速度项的权重来调节算法的探索能力和开发能力。因此本文设计自适应权重系数并将其引入BA算法的速度更新策略来提高种群的多样性，平衡算法的全局和局部优化能力，权重系数如式(22)所示：

$$w_k^t = w_l^t - \delta h_k^t + \beta_2 s^t \tag{22}$$

式中：自适应权重系数w_i^t主要由线性因子w_l^t、进化因子h_i^t和聚合因子s^t[22]三部分确定，且$0 \leqslant w_i^t \leqslant 1$，$\delta = 0.3$，$\beta_2 = 0.4$。

线性因子由式(23)确定：

$$w_l^t = \frac{t_{\max} - t}{t_{\max}}(w_{\max} - w_{\min}) + w_{\min} \tag{23}$$

式中：$t_{\max}$为最大迭代次数；$w_{\max}$和$w_{\min}$为权重系数的最大值和最小值，$w_{\max}=1$，$w_{\min}=0.2$。随着迭代次数增加，w_l^t线性减小，速度项的影响逐渐减小，算

法由全局探索逐渐转为局部开发。

每个蝙蝠个体的进化因子h_i^t由式 (24) 确定:

$$h_i^t = 1 - \frac{\min(f(x_{\text{best},i}^{t-1}), f(x_{\text{best},i}^t))}{\max(f(x_{\text{best},i}^{t-1}), f(x_{\text{best},i}^t))} \tag{24}$$

式中: $0 \leqslant h_i^t \leqslant 1$, $f\left(x_{\text{best},i}^t\right)$为第 i 个个体的历史最优适应度函数值。h_i^t=0 时, 表明蝙蝠个体适应度值没有变小, 需要增大个体权重系数增强蝙蝠个体的探索能力; 反之h_i^t越大, 需要减小权重系数增强个体的开发能力。整个种群的聚合因子由式 (25) 确定:

$$s^t = f_{t\text{Best}} \big/ \overline{f_t} \tag{25}$$

其中: $0 \leqslant s^t \leqslant 1$; $f_{t\text{Best}}$为当前种群最优个体的适应度值; $\overline{f_t}$为当前种群所有个体的平均适应度值。s^t 越大, 说明种群的聚集度越高, 需要增大权重系数增强种群多样性, 反之需减小权重系数增强算法的局部优化能力。

综上, 随着算法迭代进行, 线性因子线逐渐减小, 并且通过个体进化因子和整个种群聚合因子自适应调节速度权重系数, 进而调节速度大小, 既保证了种群的多样性, 同时提高算法的开发能力。改进后的速度更新公式为

$$v_k^t = w_k^t v_k^{t-1} + \left(x_k^{t-1} - x^*\right) f_k \tag{26}$$

3.1.2　局部最优解迭代次数阈值

在局部搜索中, 发射率随迭代次数变化曲线如图 3 所示, 当产生的随机值小于发射率r_i时, 蝙蝠个体会被当前最优蝙蝠个体周围产生的新蝙蝠个体替代, 并且随着迭代次数增加, 蝙蝠个体被替换的概率越来越大, 通过调整发射率, BA 算法增强了在当前最优解周围的局部开发能力, 但会使整个种群过早的收敛于局部最优解, 降低了算法对全局空间的探索能力。对此, 本文针对当前种群最优解设计了迭代次数阈值$I_{\max}$, 如果当前种群最优蝙蝠个体在连续的$I_{\max}$代内与其历史最优位置相比没有改进, 则将当前最优蝙蝠个体用随机产生的新的蝙蝠个体替换。针对局部搜索的迭代阈值更新操作既能够有效的防止算法早熟, 同时由于在当前最有个体被替换前局部最优解周围已经聚集了一群蝙蝠个体使其对局部开发的影响较小。迭代阈值根据发射率初值及其变化规律综合确定, 本文中$I_{\max} = 10$。

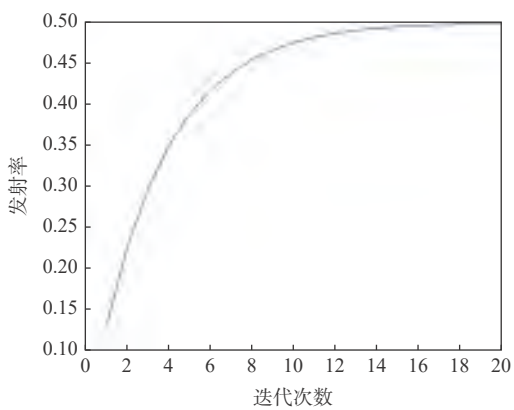


图 3　$r^0 = 0.5$, $\gamma = 0.3$时发射率随迭代次数变化曲线

Fig. 3　Emission rate changes with iterations when $r^0 = 0.5$, $\gamma = 0.3$

3.2　ε-level 比较策略

为了提高 BA 算法求解约束优化问题的效率, 本文采用 ε-level 比较策略将目标函数值与约束违反度相结合, 提高 BA 算法处理约束优化问题的效率。ε-level 比较策略是文献 [23] 针对约束优化问题提出的约束处理策略, 并成功应用于 PSO 算法[24] 和 DE 算法[25] 等。在不改变优化算法基本结构的前提下, 该策略能够有效的将约束优化问题转化为非约束优化问题, 具有广泛的适应性。一般情况下, 含有等式、不等式和上下边界的约束优化问题可以描述为

$$\begin{cases} \min f(x) \\ \text{s.t.} \quad g_k(x) \leqslant 0 \quad k = 1,2,\cdots,q \\ \qquad h_j(x) = 0 \quad j = 1,2,\cdots,m \\ \qquad x_{\text{low}_i} \leqslant x_i \leqslant x_{\text{up}_i} \quad i = 1,2,\cdots,N \end{cases} \tag{27}$$

式中: $f(x)$为目标函数; x为N维空间的一个点; h_j为第 j 个等式约束; g_k为第 k个不等式约束; x_{up_i}和x_{low_i}为变量x_i的上下边界。

在 ε-level 比较策略中, 约束违反度$\phi(x)$的定义为所有约束条件的和, 如式 (28) 所示:

$$\phi(x) = \sum_k \max\{0, g_k(x)\} + \sum_j \left|h_j(x)\right| \tag{28}$$

由约束违反度的定义可知, 如果某个点的约束违反度值大于 0, 则这个点为非可行解, 其价值较低。不同于其他约束处理策略, ε-level 比较策略在目标函数值与约束条件之间定义了次序关系, 约束违反度值的比较要优先于目标函数值。令$f_1(x)$、$f_2(x)$和$\phi_1(x)$、$\phi_2(x)$分别为x_1和x_2的目标函数值及其约束违反度, 则对于任意$\varepsilon > 0$, (f_1,ϕ_1)和(f_2,ϕ_2)之间的 ε-level 比较$\overset{\varepsilon}{<}$可定义为

$$(f_1,\phi_1) \overset{\varepsilon}{<} (f_2,\phi_2) \Leftrightarrow \begin{cases} f_1 < f_2 & \phi_1,\phi_2 < \varepsilon \\ f_1 < f_2 & \phi_1 = \phi_2 \\ \phi_1 < \phi_2 & \text{其他} \end{cases} \tag{29}$$

从式(29)可以看出, 只有当 2 个约束函数值均小于ε时, 比较结果才有目标函数值的大小决定。当$\varepsilon = \infty$时, 该比较策略等效为无约束的目标函数比较策略, 当$\varepsilon = 0$时, 该比较策略等效为完全满足约束条件的目标函数比较策略。ε一般通过式(30)确定:

$$\begin{cases}\varepsilon(0)=\phi(x_\vartheta)\\ \varepsilon(t)=\begin{cases}\varepsilon(0)(1-t/T_c)^\tau & 0<t<T_c\\ 0 & t\geqslant T_c\end{cases}\end{cases}\tag{30}$$

式中：初始值$\varepsilon(0)$为前ϑ个较优个体约束违反度且$\vartheta=0.2n$，n为种群规模；T_c为控制参数，一般设置为最大迭代次数的1/5；参数τ一般设置为5。式(30)表示在迭代次数小于T_c时，算法主要是寻找满足约束条件的可行解；而当迭代次数大于T_c时，则主要在可行解中寻找目标函数值较小的个体。

结合ε-level比较策略，改进后的ε-IBA算法的流程如算法1所示：

算法1 ε-level改进BA算法。

目标函数$f(x)$

初始化$x_k(k=1,2\cdots,n)$和v_k

定义个体x_k的频率f_k

初始化响度和发射率r_k

初始化权重系数$\omega_{\max},\omega_{\min}$和迭代阈值$I_{\max}$

While (t < Max number of generations)

For k from 1 to n

$w_k^t=w_l^t-\delta h_k^t+\beta_2 s^t$

$f_k=f_{\min}+(f_{\max}-f_{\min})\beta_1$

$v_k^t=\omega_k^t v_k^{t-1}+(x_k^{t-1}-x^*)f_k$

$x_{k\text{new}}^t=x_k^{t-1}+v_k^t$

If (rand<r_k)

$x_{k\text{new}}^t=x^*+\mu A^t$

End If

计算新个体的适应度值f_{new}和约束违反度值ϕ_{new}

If (rand < A_k&$(f_{\text{new}},\phi_{\text{new}})\overset{\varepsilon}{<}\left(f\left(x_k^{t-1}\right),\phi\left(x_k^{t-1}\right)\right)$)

$x_k^t=x_{k\text{new}}^t$

增大t_k，减小A_k

End If

If $((f_{\text{new}},\phi_{\text{new}})<(f(x^*),\phi(x^*)))$

$x^*=x_{k\text{new}}^t$

I=0

End If

End For

I=I+1

If ($I>I_{\max}$)

将当前最优个体用随机产生的新个体替换

End If

End While

4 转弯半径可变的Dubins航迹平滑方案设计

对于优化算法规划出的一系列控制节点，需要采用相应的策略对其进行平滑处理；同时对于大范围复杂地形航迹规划问题，尽管规划出的所有航迹点满足地形、威胁和无人机的性能约束，但是还是有可能出现2个航迹点的连线贯穿地形的情况出现，如图4所示。针对上述问题，主要有2种解决方案，第1种是以连续的2个控制节点为起始点和目标点对局部航迹进行重规划[26]，但重规划会增加算法计算时间；第2种方法是采用航迹平滑处理，常用的航迹平滑算法有贝塞尔曲线，B样条曲线，Dubins曲线等。与贝塞尔曲线和B样条曲线相比，Dubins曲线经过控制节点，并且曲线的长度只跟起始点和最终点转弯半径和速度方向有关[27]，因此本文采用Dubins曲线来平滑航迹，并通过调整转弯半径或者更改转弯方式来避免2个航迹点的连线贯穿地形的情况出现。

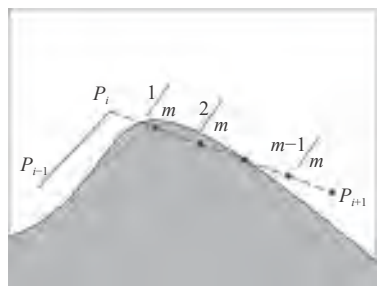


图4 航迹贯穿地形

Fig. 4 Track penetrates the terrain

4.1 Dubins曲线

Dubins曲线由首尾各是圆弧段中间是直线段连接(CSC)或者三段圆弧(CCC)连接而成，“C”代表了圆弧段，可以左转(L)也可以右转(R)，“S”代表了直线段。因此Dubins曲线有6种机动方式{LSL, LSR, RSL, RSR, RLR, LRL}。RSL类型的Dubins曲线如图5所示，$P_i(x_i,y_i,\theta_i)$和$P_f(x_f,y_f,\theta_f)$分别为起始点和最终点，x和y为坐标，θ表示相应的速度方向角。文献[27]通过微分几何的原理证明了只要起始点和最终点的转弯半径和速度方向确定，CSC机动方式的最短航迹由式(31)直接确定：

$$L=L_i+L_s+L_f=\alpha_i R_i+\sqrt{(\Delta X)^2+(\Delta Y)^2}+\alpha_f R_f\tag{31}$$

式中：L_i、L_s和L_f分别代表起始圆弧段、直线段和最终圆弧段长度；$\sqrt{(\Delta X)^2+(\Delta Y)^2}$表示起始圆弧段结束点和最终圆弧段开始点坐标间的欧氏距离；α_i和α_f分别为起始和目标圆弧角度；R_i和R_f分别为起始和目标半径。α_i通过式(32)和式(33)计算：

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha_i\\ \sin\alpha_i\end{bmatrix}=\frac{1}{c}\begin{bmatrix}\sqrt{c^2-[(\pm R_f)-(\pm R_i)]} & -(\pm R_f)-(\pm R_i)\\ (\pm R_f)-(\pm R_i) & \sqrt{c^2-((\pm R_f)-(\pm R_i))}\end{bmatrix}\boldsymbol{t}_{ct}\tag{32}$$

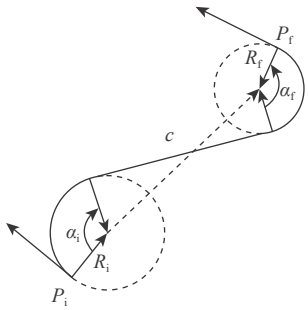


图 5　Dubins 曲线

Fig. 5　Dubins curve

$$\alpha_i = \tan^{-1}(\sin\alpha_i, \cos\alpha_i) \tag{33}$$

式中: c 为 2 个圆圆心之间的距离; $\boldsymbol{t}_{ct}$ 为两圆圆心方向的单位向量; R_i 和 R_f 前的正负号表示相应的机动方式, 正号为右拐, 负号为左拐。

目标圆弧段的角度即可通过式(34)计算:

$$\alpha_f = \theta_f - \theta_i - \alpha_i \tag{34}$$

求得初始圆弧段和最终圆弧段的角度之后, 即可求相应的切点坐标, 从而求得中间直线段的长度。分别求取 4 种机动方式的路径长度, 选择其中最短路径作为当前最优 Dubins 机动方式。

将 Dubins 曲线应用于三维航迹平滑策略中, 二维 Dubins 曲线起始点和最终点的速度向量位于同一个平面内, 但是在三维空间中, 起始点和最终点的速度方向通常情况下是异面的。

为了简化问题难度, 同时根据三维航迹的特点, 对于任意 2 个连续的航迹点 P 和 P_{i+1}, 规定点 P_{i+1} 的速度方向与向量 $\overrightarrow{P_iP_{i+1}}$ 同向, 这样起始点速度向量 $\overrightarrow{V_{p_i}}$、最终点速度向量 $\overrightarrow{V_{p_i+1}}$ 以及由起始点指向最终点的向量 $\overrightarrow{P_iP_{i+1}}$ 3 个向量将共面, 这样三维航迹平滑问题转化为空间中斜平面内二维 Dubins 最短航迹求解问题。

如图 6 所示, 建立由空间中斜平面为 xOy 平面的三维坐标系 S_d-$O_dx_dy_dz_d$, 以 P_i 为坐标原点 O, 以 $\overrightarrow{P_iP_{i+1}}$ 为 x 轴方向, 俯视斜平面沿 x 轴逆时针旋转 90°为 y 轴方向, z 轴由右手定则确定。求取初始点 P_i 在 S_d-$O_dx_dy_dz_d$ 坐标系中的速度方向 θ_i, 即可知起始点和最终点在 S_d-$Oxyz$ 坐标系中的坐标和速度方向角分别为 $P_i(0,0,\theta_i)$、$P_f\left(\overrightarrow{RP_{i+1}}|,0,0\right)$, 代入式 (31) 求得 Dubins 路径后通过相应的坐标转换再将路径转到 S_g-$Oxyz$ 坐标系中。

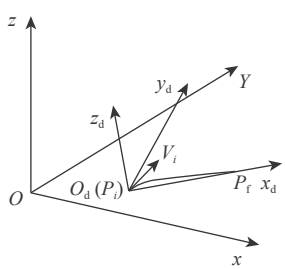


图 6　三维 Dubins 曲线

Fig. 6　Three -dimensional Dubins curve

4.2　转弯半径调整策略

为了解决两航迹点连线贯穿地形的问题, 本文设计了 Dubins 曲线转弯半径调整策略。受无人机性能的约束, 假设其最小转弯半径为 R_{min}, 同时为了保证 Dubins 曲线存在可行解, 必须保证式 (35) 成立, 在此基础上在铅垂面上对起始点的转弯半径采用 CSC 机动方式动态调整。

$$1 - \frac{1}{c^2}(\pm R_f - (\pm R_f))^2 > 0 \tag{35}$$

Dubins 航迹平滑策略的流程如图 7 所示。首先, 以最小转弯半径 $R_i = R_f = R_{min}$ 对航迹段进性平滑处理, 采用平均处理策略依次检测平滑后的所有 m 个点是否满足飞行高度约束, 若所有点满足, 则继续对下一个航迹段进行平滑处理, 若第 k 个点不满足, 则采用式 (36) 调整转弯半径 R_i 重新对航迹段进行平滑处理, 在保证 R_i 使 Dubins 曲线存在可行解的前提下重新检测所有点是否满足飞行高度约束, 若还不满足, 则选择次优的 Dubins 机动方式, 直至满足地形约束条件。

$$R_i = \frac{k}{m}(P_{i+1} - P_i) \tag{36}$$

平滑后的航迹曲线如图 8 所示。

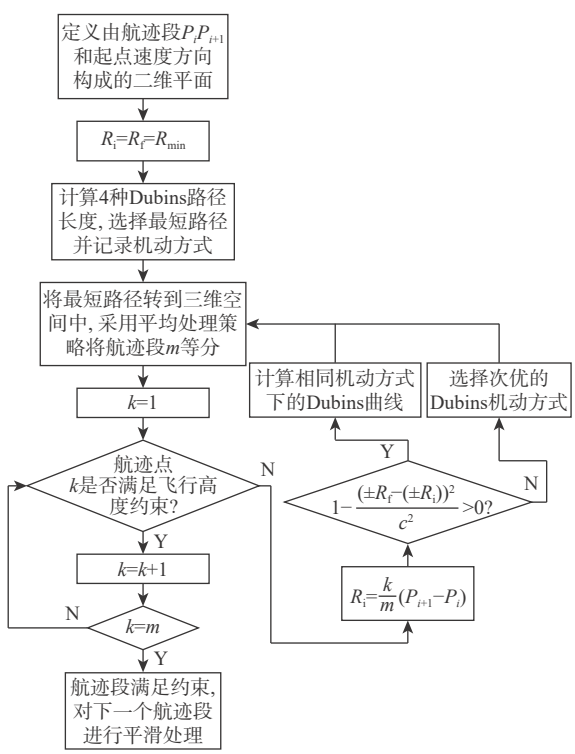


图 7　转弯半径可变的 Dubins 航迹平滑流程

Fig. 7　Dubins track smoothing process with variable turning radius

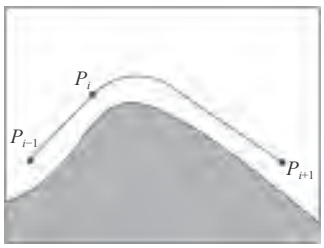


图 8 平滑后的航迹

Fig. 8 Track after smooth

5 实验评估与比较

在本节中，将评估ε-IBA算法与其他优化算法（BA算法、PSO算法、ε-PSO算法和ε-DE算法）相比在解决三维全局迹规划问题方面的性能。为了BA算法和PSO算法适用于求解约束优化问题，定义罚函数：

$$f_b(y,z)=J+10^6\left(\sum_{k=1}^{q}\max(0,g_k)+\sum_{j=1}^{m}|h_j|\right) \tag{37}$$

采用MATLAB进行仿真，运行环境为11th Gen Intel(R) Core(TM) i5-1135G7处理器，16 G内存。每种算法独立运行100次，设置最大迭代次数为2 000次，代价的权重因子$\lambda_1=1/3$，$\lambda_2=1/3$，$\lambda_3=1/3$，种群规模设置为$n=40$，问题维度$D=2N=50$。

各算法的其他参数设置如下：

1）ε-IBA：响度初值$A=0.5$，$r^0=0.5$，$\lambda=0.01$，$T_c=0.2$；

2）BA：$A=0.5$，$r^0=0.5$，$\lambda=0.01$；

3）ε-PSO：速度惯性权重初值和终值为$w_0=0.9$和$w_T=0.1$，个体学习因子$C_1=2$，社会学习因子$C_2=2$，$T_c=0.2$；

4）PSO：$w_0=0.9$，$w_T=0.1$，$C_1=2$，$C_2=2$；

5）ε-DE：缩放因子$F\in[0.6,0.8]$，交叉概率$p_{CR}\in[0.6,0.25]$，$T_c=0.2$。

UAV的相关性能参数设置如下：

1）飞行速度：$v=200$ m/s；

2）最大过载：$n_{max}=2$；

3）航路点：$N=25$；

4）最大转向角：$\varphi_{max}=\pi/4$；

5）安全飞行高度：$H_{max}=3\,000$ m，$H_{safe}=100$ m；

6）任务空间：1 000 km×1 000 km的方形空间。

起始点为（20,30）km、目标点为（900,800）km、各种类型威胁和禁飞区如表1所示。其中，导弹、高射炮和雷达信息为威胁圆心和半径，禁飞区信息分别为禁飞区x方向的下上边界和y方向的下上边界。

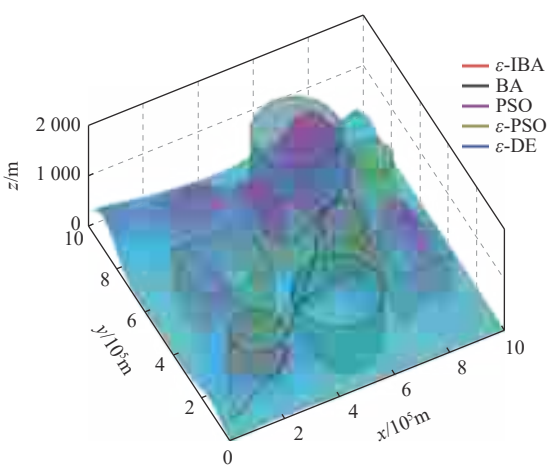
表 1 任务和威胁信息

Table 1 Task and threat information km

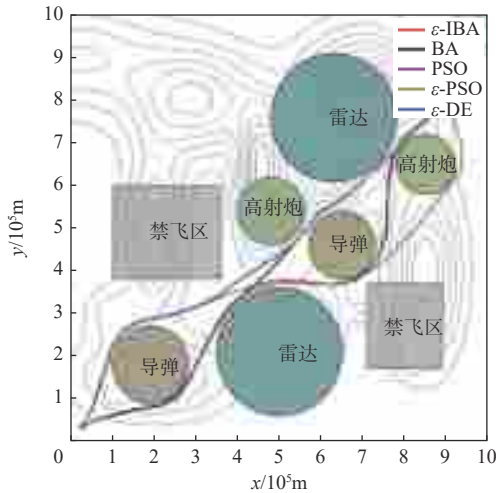
威胁类型	威胁范围
导弹	([190,180],90); ([650,460],80)
高射炮	([480,540],80); ([850,650],70)
雷达	([500,210],150); ([630,760],150)
禁飞区	([100,360],[380,600]); ([710,890],[170,370])

图9列出了每种算法独立运行100次，然后利用三维Dubins航迹平滑策略后得到的最优航迹，其中图9(a)为三维数字地形图下的航迹，图9(b)为相应等高线图下的二维航迹。通过100次的独立优化搜索，并结合Dubins航迹平滑策略，所有5种算法都能找到满足地形约束，同时规避威胁的安全飞行航迹。

表2列出了5种算法独立运行100次的性能统计结果，成功率表示100次运行中能够规划出满足约束、规避威胁的安全飞行路径的次数。从统计结



(a) 三维数字地形图下的航迹



(b) 相应等高线图下的二维航迹

图 9 不同算法得到的UAV航迹

Fig. 9 UAV track obtained by different algorithms

表 2　算法性能统计结果

Table 2　Algorithm performance statistics

算 法	最优/10^6	期望/10^6	最差/10^6	标准差/10^5	成功率/%
ε-IBA	**1.249**	**1.388**	**1.558**	**0.785 0**	**98**
BA	1.377	2.632	3.359	5.906	36
PSO	1.264	2.726	3.658	6.525	28
ε-PSO	1.260	1.523	1.869	1.583	64
ε-DE	1.412	1.755	2.039	2.329	54

果可以看出, 本文所提出的ε-IBA算法规划出的最优路径所需代价为 1.249×10^6, 比其余 4 种比较算法规划出的最优路径代价都小, 充分证明了ε-IBA算法具有较强的开发能力; 同时ε-IBA算法的期望、最差以及标准差路径代价等各项指标都远远优于其他算法, 通过对ε-IBA算法规划后的航路点成像进行分析, 100 次实验结果规划的所有离散航路点和采用 m 等分后的点都满足要求, 成功避开了威胁和禁飞区, 但是有两次实验结果中依然存在两个航路点连线间小部分经过威胁区域的情况, ε-IBA算法的规划成功率为 98%, ε-IBA算法在解决三维全局航迹规划方面有较好的稳定性。

图 10 列出了 5 种算法最优航迹的相应剖面图, L 为航迹路程。从高度剖面图中可以看出, 所有算法规划出的最优航迹在高度方向上都保持近地飞行, 充分说明了本文目标函数设计以及代价权重系数选取的合理性; 同时所有航迹两点间连线都没有贯穿地形的情况出现, 说明了通过变转弯半径的三维 Dubins 航迹平滑策略的有效性。

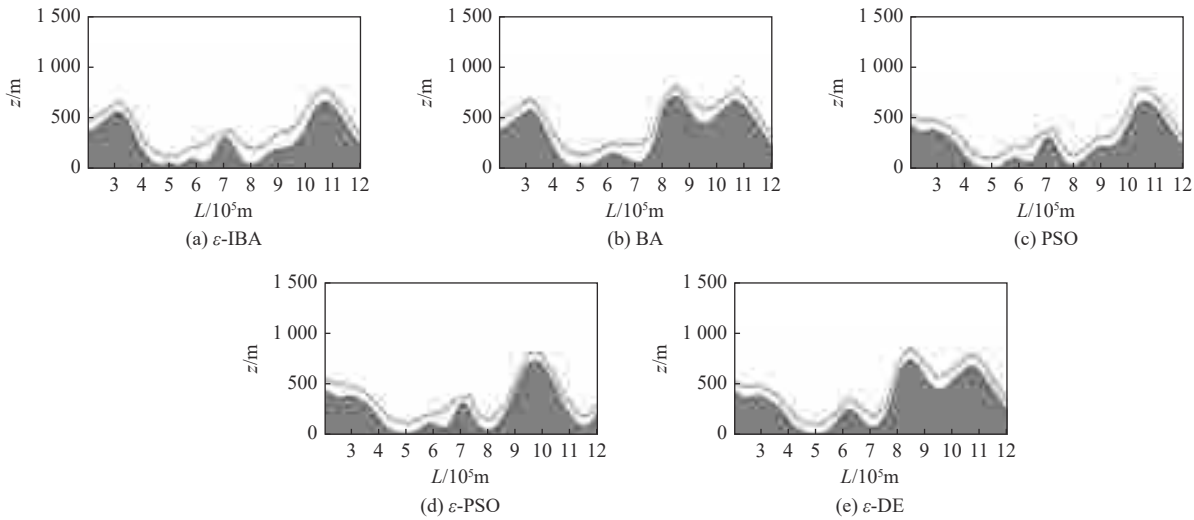


图 10　航迹剖面图

Fig. 10　Track profile

图 11 为 5 种算法求解航迹规划模型的最优航迹代价收敛曲线图。通过比较ε-IBA和 BA 算法、ε-PSO和 PSO 算法, 可以看出 ε-level 比较策略可以有效的加快算法的收敛速度; 同时改进后的 BA 算法开发能力更强, 精度更高。

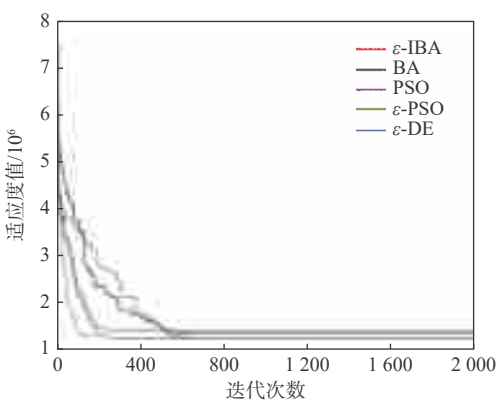


图 11　航迹代价收敛曲线

Fig. 11　Convergence curves of path cost

6　结　论

本文提出的ε-IBA算法能够较好的规划出满足任务要求的航迹, 同时与 BA、PSO、ε-PSO和ε-DE算法相比, ε-IBA算法在开发能力、稳定性和成功率等方面都表现出较好的性能。

下一步将结合天气、无人机的隐身性等不确定因素, 同时考虑动力学模型, 设计更加符合作战和控制要求的航迹规划模型; 同时多无人机协同作战已成为空战的主要作战方式, 作者将进一步研究无人机协同航迹规划和任务分配问题。

参考文献（References）

[1] SANTOSO F, GARRATT M, ANAVATTI S. State-of-the-art intelligent flight control systems in unmanned aerial vehicles[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 15(2):

613-627.

[2] ZHAO Y J, ZHENG Z, LIU Y. Survey on computational-intelligence-based UAV path planning[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 158: 54-64.

[3] LIU H, ZHANG N, LI Q. UAV path planning based on an improved ant colony algorithm[C]//Proceedings of 2021 4th International Conference on Intelligent Autonomous Systems (ICoIAS). Piscataway: IEEE Press, 2021: 357-360.

[4] 陈侠, 刘奎武, 毛海亮. 基于APF-RRT算法的无人机航迹规划[J]. 电光与控制, 2022, 29(5): 17-22.
CHEN X, LIU K W, MAO H L. The path planning of UAV based on APF-RRT algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2022, 29(5): 17-22(in Chinese).

[5] 赵红超, 周洪庆, 王书湖. 无人机三维航迹规划的量子粒子群优化算法[J]. 航天控制, 2021, 39(1): 40-45.
ZHAO H C, ZHOU H Q, WANG S H. Quantum particle swarm optimization algorithm of three-dimensional path planning of unmanned aerial vehicle[J]. Aerospace Control, 2021, 39(1): 40-45(in Chinese).

[6] SHIVGAN R, DONG Z. Energy-efficient drone coverage path planning using genetic algorithm[C]//Proceedings of 2020 IEEE 21st International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR). Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-6.

[7] 汤安迪, 韩统, 徐登武, 等. 混沌多精英鲸鱼优化算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(7): 1481-1494.
TANG A D, HAN T, XU D W, et al. Chaotic multi-leader whale optimization algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(7): 1481-1494(in Chinese).

[8] GHAMBARI S, LEPAGNOT J, JOURDAN L, et al. UAV path planning in the presence of static and dynamic obstacles[C]//Proceedings of 2020 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI). Piscataway: IEEE Press, 2020, 465-472.

[9] 高阳阳, 余敏建, 韩其松, 等. 基于改进共生生物搜索算法的空战机动决策[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(3): 429-436.
GAO Y Y, YU M J , HAN Q S, et al. Air combat maneuver decision-making based on improved symbiotic organisms search algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(3): 429-436(in Chinese).

[10] JAMSHIDI V, NEKOUKAR V, REFAN M H. Real time UAV path planning by parallel grey wolf optimization with align coefficient on CAN bus[J]. Cluster Computing-The Journal of Networks Software Tools and Applications, 2021, 24(3): 2495-2509.

[11] YANG X. A new metaheuristic bat-inspired algorithm[C]//Proceedings of Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NICSO 2010). Berlin: Springer, 2010: 65-74.

[12] GANDOMI A, YANG X. Chaotic bat algorithm[J]. Journal of Computational Science, 2014, 5(2): 224-232.

[13] LIU Q, WU L, XIAO W S, et al. A novel hybrid bat algorithm for solving continuous optimization problems[J]. Applied Soft Computing, 2018, 73: 67-82.

[14] RAUF H, MALIK S, SHOAIB U, et al. Adaptive inertia weight bat algorithm with sugeno-function fuzzy search[J]. Applied Soft Computing, 2020, 90: 106159.

[15] LYU S L, LI Z, HUANG Y L, et al. Improved self-adaptive bat algorithm with step-control and mutation mechanisms[J]. Journal of Computational Science, 2019, 30: 65-78.

[16] YANG X, GANDOMI A. Bat algorithm: a novel approach for global engineering optimization[J]. Engineering Computations, 2012, 29(5): 464-483.

[17] OSABA E, YANG X, DIAZ F, et al. An improved discrete bat algorithm for symmetric and asymmetric traveling salesman problems[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2016, 48: 59-71.

[18] TALBI N. Design of fuzzy controller rule base using bat algorithm[J]. Energy Procedia, 2019, 162: 241-250.

[19] HASANÇEBI O, TEKE T, PEKCAN O. A bat-inspired algorithm for structural optimization[J]. Computers & Structures, 2013, 128: 77-90.

[20] WANG G G, CHU H C, SEYEDALI M. Three-dimensional path planning for UCAV using an improved bat algorithm[J]. Aerospace Science and Technology, 2016, 49: 231-238.

[21] HOLUB J, FOO J, KILIVARAPU V, et al. Three dimensional multi-objective UAV path planning using digital pheromone particle swarm optimization[C]//Proceedings of 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Reston: AIAA, 2012: 1525.

[22] DADGAR M, JAFARI S, HAMZEH A. A PSO-based multi-robot cooperation method for target searching in unknown environments[J]. Neurocomputing, 2016, 177: 62-74.

[23] TAKAHAMA T, SAKAI S. Constrained optimization by the ε constrained differential evolution with an archive and gradient-based mutation[C]//Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 2010: 1-9.

[24] TAKAHAMA T, SAKAI S. Solving constrained optimization problems by the ε constrained particle swarm optimizer with adaptive velocity limit control[C]//Proceedings of IEEE Conference on Cybernetics & Intelligent Systems. Piscataway: IEEE Press, 2006: 1-7.

[25] WANG L, LI P. An effective differential evolution with level comparison for constrained engineering design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010, 41(6): 947-963.

[26] ALLAIRE FCJ, TARBOUCHI M, LABONTÉ G, et al. Real-time UAV path-terrain collision evaluation on FPGA[C]//Proceedings of 2018 4th International Conference on Optimization and Applications (ICOA). Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-5.

[27] SHANMUGAVEL M, TSOURDOS A, ZBIKOWSKI R, et al. Path planning of multiple UAVs using dubins sets[C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2005: 5827.

UAV three-dimensional path planning based on ε-level bat algorithm

WANG Fuyi，MENG Xiuyun*，ZHANG Haikuo

(School of Aerospace Engineering，Beijing Institute of Technology，Beijing 100081，China)

Abstract: To address the problem of complex terrain environment and various threats and constraints, this article proposes a path planning algorithm for UAV based on ε-level improved bat algorithm. First, according to the drone target function and constraints, a three-dimensional path planning model of the UAV is established. Second, in response to the precocious phenomenon in handling the high-dimensional constraints problem of the bat algorithm, the adaptive weight coefficient and iteration threshold are designed to balance the exploration and exploitation capabilities of bat algorithms. Furthermore, by integrating an ε-level comparative strategy, the algorithm's capability to handle issues of non-convex and non-linear constraints is enhanced. Additionally, a three-dimensional Dubins curve with variable turning radius is designed to smooth the path and solve the problem of penetrating the terrain of the two trails. Through simulation experiments and compared with BA, PSO, ε-PSO and ε-DE, the algorithm proposed in this paper shows superior performance in terms of exploitation ability, stability and success rate.

Keywords: UAV path planning; bat algorithm; adaptive weight coefficient; ε-level comparison strategy; Dubins smoothing

Received：2022-06-20；**Accepted**：2022-08-12；**Published Online**：2023-01-18 16:45

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230118.0946.001

* **Corresponding author**. E-mail：mengxy@bit.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0504

基于改进 Kinky Inference 的输出调节自适应无拖曳控制

孙笑云[1,2]，沈强[1,2,*]，吴树范[1,2]

(1. 上海市引力波探测前沿科学研究基地，上海 200240；2. 上海交通大学 航空航天学院，上海 200240)

摘 要：在空间引力波探测任务中，航天器内部检验质量因存在载荷硬件噪声、环境噪声及微推力器耦合噪声等复杂干扰，影响其无拖曳控制精度，难以实现超净、超稳控制需求。提出一种基于惰性适配 Lipschitz 常数 Kinky Inference (LACKI) 的航天器自适应无拖曳控制方法，运用监督学习规则实现先验知识不足、样本数据存在损坏时外界干扰的逼近和抑制，及基于输出调节的模型参考自适应控制（MRAC）方法实现检验质量精确的无拖曳控制。数值仿真验证了无拖曳控制中敏感轴平动和转动自由度的状态响应性能及 LACKI 规则针对外界干扰的估计效果，通过与常规线性控制方法的对比，验证了所提方法对于提高无拖曳控制精度的有效性。

关 键 词：监督学习；Lipschitz 估计；模型参考自适应控制；无拖曳控制；输出调节；Kinky Inference

中图分类号：V448.22.3

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1604-10

无拖曳控制是航天器平台与其内部以检验质量为主的关键载荷用于保证超高精度相对运动关系的主要控制方法，为以空间引力波探测等为代表的先进空间探测任务提供超静、超稳的航天器平台[1]。考虑近地卫星受到的复杂外部及内部干扰等因素，这些性能指标的满足对航天器平台控制方法的设计及控制技术的实现提出极具挑战性的要求[2]。

目前，针对无拖曳控制问题的研究主要集中于被动控制[3-5]和主动控制[6-10]2个方面。被动控制即通过设计具有强鲁棒性的控制器提高无拖曳控制各敏感轴控制稳定性，主动控制则针对系统潜在的各类干扰进行识别或估计，提高各自由度抗干扰能力。当前有关无拖曳控制问题的主要研究仍集中于被动控制，如文献 [3] 基于定量反馈理论，根据性能指标转化成设计准则，在已解耦的无拖曳控制系统中设计控制器以满足不同的性能规范；文献 [4] 提出一种基于频率分离策略的H_∞混合灵敏度控制方案，在具有科学测量约束的无拖曳卫星中，满足稳定控制需求，实现全频段控制消耗的降低。此外，文献 [6-8] 也提出了基于模型参考自适应控制的无拖曳控制方法，所设计的基于状态反馈的控制器确保了无拖曳控制各通道的控制精度；文献 [9] 则设计自适应模糊 PID 控制方案，实现具有非线性不确定性时无拖曳卫星的在轨精确控制。

在主动控制问题中，针对复杂扰动抑制问题，设计干扰观测器并在控制器引入反馈是较为普遍的解决方案。当前，扰动观测器的设计方法主要基于模型[10-14]和数据[15-17]。基于模型的扰动观测器往往建立于系统状态可观可测前提，该方案也较为普遍的运用于故障检测与容错控制系统设计中，如文

收稿日期：2022-06-20；**录用日期**：2022-07-22；**网络出版时间**：2023-01-04 08:31

网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230103.1359.001

基金项目：科技部重点研发计划“引力波探测”重点专项课题 (2020YFC2200800)；国家自然科学基金 (62103275)；上海市自然科学基金面上项目 (20ZR1427000)

* **通信作者**. E-mail：qiangshen@sjtu.edu.cn

引用格式：孙笑云，沈强，吴树范. 基于改进 Kinky Inference 的输出调节自适应无拖曳控制 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1604-1613. SUN X Y，SHEN Q，WU S F. Output regulation adaptive drag-free control with enhanced Kinky Inference[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1604-1613（in Chinese）.

献 [10] 利用固定时间观测器解决无拖曳卫星中作为惯性基准的空间惯性传感外源性扰动补偿; 文献 [11-12] 则基于自适应补偿思想解决无拖曳卫星执行器故障的容错控制问题。基于数据的干扰观测多基于样本先验知识, 依赖于样本数据的准确性, 运用监督学习方法或数据优化策略实现不确定干扰或模型整体的逼近和预测。文献 [15] 提出一种基于纠缠推理的监督学习方法, 在已知样本先验知识的前提下, 基于 Lipschitz 常数估计实现连续未知模型的估计, 通过改进迭代规则实现样本数据少且可能存在数据损坏时的模型预测, 推导其通用逼近保证, 在基于反步法的控制系统中验证该方法的有效性。

本文以空间引力波探测航天器[18] 为研究对象, 设计一种基于惰性适配 Lipschitz 常数 Kinky Inference (lazily adapted Lipschitz constant Kinky Inference, LACKI) 的输出调节自适应无拖曳控制系统, 处理了存在少量不充分先验数据时无托曳动力学系统的噪声抑制问题。首先, 利用基于输出调节的多变量模型参考自适应控制(model reference adaptive control, MRAC)方法实现各敏感轴自由度的精确与稳定控制, 在应对非线性不确定性时, 提高了系统对各通道解耦的参考模型的自适应逼近能力。其次, 基于 LACKI 规则实现低轨卫星运行时外界复杂干扰的预测及反馈, 解决了传统意义下基于模型状态设计观测器时, 附加干扰需假设有界并满足 Lipschitz 一致性条件的局限性问题。最终, 基于上述方案的闭环无托曳控制系统实现了引力波探测航天器系统多自由度的噪声抑制和稳定控制。

1　问题描述

以 LISA Pathfinder 科学探测任务航天器为样例建立无拖曳控制系统动力学模型。执行探测任务的航天器构造由 2 个对置的惯性质量块 TM1、TM2 及航天器自身构成 3 个相互关联的物理实体, 如图 1 所示。根据文献 [18-20], 其多体动力学方程描述为

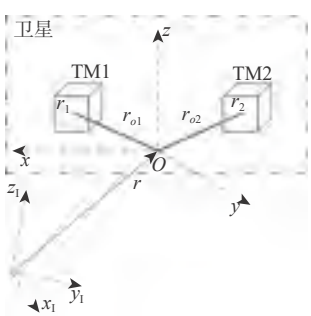


图 1　LISA Pathfinder 航天器构型[10]

Fig. 1　LISA Pathfinder spacecraft configuration[10]

$$\begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\varphi}} \\ \ddot{\boldsymbol{r}}_1 \\ \ddot{\boldsymbol{\varphi}}_1 \\ \ddot{\boldsymbol{r}}_2 \\ \ddot{\boldsymbol{\varphi}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{T}_1 & \boldsymbol{T}_1\tilde{\boldsymbol{r}}_{o1} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{T}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{T}_2 & \boldsymbol{T}_2\tilde{\boldsymbol{r}}_{o2} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{T}_2 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{a}_1 \\ \boldsymbol{\alpha}_1 \\ \boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{\alpha}_2 \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\alpha}_1$、$\boldsymbol{\alpha}_2$、$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$为航天器绝对运动及检验质量相对运动加速度; $\boldsymbol{\varphi}$为航天器绝对运动姿态角; $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{\varphi}_1$、$\boldsymbol{r}_2$、$\boldsymbol{\varphi}_2$分别为检验质量 1, 2 的姿态坐标、线位移坐标; $\boldsymbol{T}_1$、$\boldsymbol{T}_2$为在标称位置下, 航天器主体到检验质量块的变换矩阵; $\tilde{\boldsymbol{r}}_{o1}$,$\tilde{\boldsymbol{r}}_{o2}$为由 $\boldsymbol{r}_{o1}=\left[r_{o1,x}, r_{o1,y}, r_{o1,z}\right]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{r}_{o2}=\left[r_{o2,x}, r_{o2,y}, r_{o2,z}\right]^{\mathrm{T}}$定义的斜对称交叉矩阵, 表述为

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{r}}_{o1} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{o1,z} & r_{o1,y} \\ r_{o1,z} & 0 & -r_{o1,x} \\ -r_{o1,y} & r_{o1,x} & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{\boldsymbol{r}}_{o2} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{o2,z} & r_{o2,y} \\ r_{o2,z} & 0 & -r_{o2,x} \\ -r_{o2,y} & r_{o2,x} & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{2}$$

航天器和检验质量加速度则重新定义为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{I}^{-1}\boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{\alpha}_1 = \boldsymbol{I}_1^{-1}\boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{\alpha}_2 = \boldsymbol{I}_2^{-1}\boldsymbol{t}_2 \\ \boldsymbol{a} = 1/m\boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{a}_1 = 1/m_1\boldsymbol{f}_1 \\ \boldsymbol{a}_2 = 1/m_2\boldsymbol{f}_2 \end{cases} \tag{3}$$

式中: m_1、m_2和$\boldsymbol{I}_1$、$\boldsymbol{I}_2$分别为 TM 质量和转动惯量; $\boldsymbol{t}$、$\boldsymbol{t}_1$、$\boldsymbol{t}_2$和$\boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{f}_1$、$\boldsymbol{f}_2$分别为作用于各物理实体上的合外力矩和合外力。

根据 LISA Pathfinder 任务规则[18], 在执行科学探测模式 1(或称测试模式 M3)时, 选取检验质量 1 的 3 个平动自由度、1 个转动自由度及检验质量 2 的两个平动自由度施行无拖曳控制, 其余六个自由度则施行静电悬浮控制。根据文献 [20] 给出的坐标选择矩阵 $\boldsymbol{D}_{\mathrm{DF}}$, $\boldsymbol{D}_{\mathrm{SUS}}$, 将无拖曳系统动力学模型重新表述为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\varphi}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{DF}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{SUS}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\mathrm{ATT}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{D}_{\mathrm{DF}}\boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{D}_{\mathrm{DF}}\boldsymbol{B}_2 \\ \boldsymbol{D}_{\mathrm{SUS}}\boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{D}_{\mathrm{SUS}}\boldsymbol{B}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{\mathrm{SC}} \\ \boldsymbol{a}_{\mathrm{TM}} \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中: $\boldsymbol{q}_{\mathrm{DF}}$、$\boldsymbol{q}_{\mathrm{SUS}}$分别为无拖曳控制、静电悬浮控制坐标, $\boldsymbol{q}_{\mathrm{DF}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{DF}}\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{q}_{\mathrm{SUS}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{SUS}}\boldsymbol{q}$; $\boldsymbol{q}=\left[\boldsymbol{r}_1^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\varphi}_1^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{r}_2^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\varphi}_2^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$为 2 个检验质量的绝对运动坐标; $\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{ATT}}$为更紧凑的参数矩阵, 定义为

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_{\mathrm{ATT}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{T}_1 & \boldsymbol{T}_1\tilde{\boldsymbol{r}}_{o1} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{T}_1 \\ -\boldsymbol{T}_2 & \boldsymbol{T}_2\tilde{\boldsymbol{r}}_{o2} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{T}_2 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{B}_2 = \boldsymbol{E} \end{cases} \tag{5}$$

$\boldsymbol{a}_{\mathrm{SC}}=\left[\begin{array}{cc}\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\end{array}\right]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{a}_{\mathrm{TM}}=\left[\begin{array}{cccc}\boldsymbol{a}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\alpha}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{a}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\alpha}_2^{\mathrm{T}}\end{array}\right]^{\mathrm{T}}$分别为航天器与质量块所受合外力及力矩。合外力及力矩由控制器输入$\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{u}_{\mathrm{S}}$外界干扰$\boldsymbol{d}_{\mathrm{SC}}$、$\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}$及TM刚度变形构成,将系统开环动力学最终表达为

$$\left[\begin{array}{c}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{DF}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{SUS}}\end{array}\right]=\left[\begin{array}{ccc}\boldsymbol{B}_{\mathrm{ATT}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{DF}} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{SUS}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E}\end{array}\right]\left[\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}_0} \\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{S1}} \\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{S2}}\end{array}\right]+\boldsymbol{d}\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{d}_{\mathrm{SC}} \\ \boldsymbol{d}_{\mathrm{TM1}} \\ \boldsymbol{d}_{\mathrm{TM2}}\end{array}\right]\right]+\left[\begin{array}{ccc}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{DF}}^2 & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C}}^2 & -\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{SUS}}^2\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{\varphi} \\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{DF}} \\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{SUS}}\end{array}\right] \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{B}_{\mathrm{DF}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{DF}}\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{B}_{\mathrm{SUS}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{SUS}}\boldsymbol{B}_1$，$\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}_0}$为控制器输入，$\boldsymbol{u}_{\mathrm{S1}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{DF}}\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}_{\mathrm{S}}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{S2}}=\boldsymbol{D}_{\mathrm{SUS}}\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}_{\mathrm{S}}$为静电悬浮控制输入；$\boldsymbol{d}_{\mathrm{SC}}$、$\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM1}}$、$\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM2}}$为系统输入噪声；$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{DF}}^2$为无拖曳自由度刚度矩阵；$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{SUS}}^2$为静电悬浮刚度矩阵；$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{C}}^2$为交叉耦合刚度矩阵。

仅针对无拖曳控制回路进行分析,定义状态量$\boldsymbol{x}=\left[\begin{array}{cc}\boldsymbol{q}_{\mathrm{DF}} & \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{DF}}\end{array}\right]^{\mathrm{T}}$,则计及干扰的无拖曳控制回路标准形式可表述为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}) \\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}\end{cases} \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}=\boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{S1}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM1}})+\boldsymbol{d}_{\mathrm{SC}}$为系统总噪声；$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$为系统状态参数矩阵，$\boldsymbol{A}=\left[\begin{array}{cc}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} \\ -\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{DF}}^2 & \boldsymbol{0}\end{array}\right]$，$\boldsymbol{B}=\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{DF}}\end{array}\right]$。由此给出无拖曳控制系统式(4)的频域输入输出描述为

$$\begin{cases}\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{G}(s)[\boldsymbol{u}](t) \\ \boldsymbol{G}(s)=\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}\end{cases} \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{G}(s)$为满秩的有理传递函数矩阵；$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}(t)+\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(t)$；$\boldsymbol{B}^{-1}$在$\boldsymbol{B}$非满秩时认为是其伪逆。$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{G}(s)[\boldsymbol{u}](t)$则为一种结合时域和频域信号运算的简单符号[7]。给出如下引理[13]：

引理1 对于任何$M\times M$严格适当和满秩有理矩阵$\boldsymbol{G}(s)$,存在下三角多项式矩阵$\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)$,定义为$\boldsymbol{G}(s)$的修正左相互作用矩阵,形式为

$$\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)=\left[\begin{array}{cccc}d_1(s) & & & \\ h_{21}^{\mathrm{m}}(s) & d_2(s) & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ h_{M1}^{\mathrm{m}}(s) & \cdots & h_{MM-1}^{\mathrm{m}}(s) & d_M(s)\end{array}\right] \tag{9}$$

式中：$h_{ij}^{\mathrm{m}}(s), i=2,\cdots, M$，$j=1,\cdots,M-1$为多项式,且$d_i(s), i=1,\cdots,M$为$l_i>0$次的单调稳定多项式，使得$\boldsymbol{G}(s)$的高频增益矩阵$\boldsymbol{K}$定义为$\boldsymbol{K}=\lim\limits_{s\to\infty}\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)\boldsymbol{G}(s)$,是有限的和非奇异的。给出如下假设：

1）$\boldsymbol{G}(s)=\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}$的所有零点都是稳定的,且$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$是稳定、可检测的。

2）$\boldsymbol{G}(s)$满秩且其修正左相互作用矩阵$\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)$是已知的。

2 LACKI规则描述

赋予输入空间X伪度量∂：$X^2\to\mathbf{R}_{\geqslant 0}$,同时向输出空间$Y$赋予令一个平移不变的伪度量$\partial_y: Y^2\to\mathbf{R}_{\geqslant 0}$。在具有Lipschitz常数$L$的Lipschitz连续函数集$\mathrm{Lip}(L)$中，定义$f\in\mathrm{Lip}(L^*)$是具有最小Lipschitz常数$L^*$的连续函数,并将$f: X\to Y$选取为监督学习规则的目标函数。

考虑增量学习规则,即随着时间的推移实现样本f数据可用性的提升。在初始的n个时间步长内,认为可供访问的先验样本数据集$D_n:=\left\{\left(s_i,\tilde{f}_i\right)|i=1,\cdots,N_n\right\}$中包含目标函数$f$在样本输入$s_i\in X$处的$N_n\in N$个样本值$\tilde{f}_i\in Y$,并假设认为该$N_n\in N$个样本存在数据损坏的可能性。在上述的采样函数值中,允许具有由误差函数给出的观测误差$e: X\to Y$,在实际系统中往往来源于量测噪声或系统误差,即假设$\partial_y\left(\tilde{f}_i, f(s_i)\right)\leqslant\partial_y(0, e(s_i))$。

定义可用数据集$D_n=(G_n, Y_n)$,其中$G_n=\{s_i|i=1,\cdots,N_n\}\subset X$为样本输入的集合(或序列)，$Y_n=\left\{\tilde{f}_i|i=1,\cdots,N_n\right\}\subset Y$为输出序列。学习目标函数$f$的过程可表达为利用可用数据$D_n$来推断$x\notin G_n$处$f(x)$的预测值$\hat{f}_n(x)$,即设计学习规则或推理过程,用于构造估计器$\hat{f}_n$。根据文献[16],首先给出下述基于非参数回归的Kinky Inference(KI)学习规则：

定义1 对于给定已知样本集D_n,通过超参数$\boldsymbol{\Xi}(n)$赋予一个输入空间伪度量$\tilde{\partial}(\cdot,\cdot;\boldsymbol{\Xi}(n)): X^2\to\mathbf{R}$。定义KI预测器：

$$\hat{\boldsymbol{f}}_n(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Xi}(n), D_n):=\frac{1}{2}u_n(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Xi}(n))+\frac{1}{2}l_n(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Xi}(n)) \tag{10}$$

式中：

$$u_n(\cdot;\boldsymbol{\Xi}(n)), l_n(\cdot;\boldsymbol{\Xi}(n)): X\to\mathbf{R}: m$$

$$u_n(\cdot;\boldsymbol{\Xi}(n))=\min\tilde{f}_i+\tilde{\partial}(x, s_i;\boldsymbol{\Xi}(n))\quad i=1,\cdots,N_n$$

$$l_n(\cdot;\boldsymbol{\Xi}(n))=\min\tilde{f}_i-\tilde{\partial}(x, s_i;\boldsymbol{\Xi}(n))\quad i=1,\cdots,N_n$$

其中：$\mathbf{R}$为实数空间。$\hat{f}_{n,i}$为估计器$\hat{\boldsymbol{f}}_n(x)$的第$i$列。认为通过$\hat{\boldsymbol{f}}_n(\cdot;\boldsymbol{\Xi}(n), D_n): X\to Y$,对输出函数值进行推断。

当选择

$$\tilde{\partial}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2;\boldsymbol{\Xi}(n))=L(n)\|\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2\| \tag{11}$$

时,该规则即为Lipschitz插值的一般过程。此时,超参数$\boldsymbol{\Xi}(n)=L(n)$是目标假设Lipschitz常数。根据文献[17]可知,预测变量$\hat{\boldsymbol{f}}_n(\cdot;L(n), D_n)$是Lipschitz连续的,且具有Lipschitz常数$L(n)$。通常,假设该常数是先验已知的或根据数据估计的。

与内核学习类似, 通过允许伪度量规范提供的通用性, 使得学习规则能够支持自动相关性的确定, 可以通过数据驱动手段对超参数实现自适应的调整。同时, 为进一步探讨该非参数回归过程对预测器性能及观测噪声的影响, 做下述简化的假设:

1) 假设输出m维范数空间$\boldsymbol{Y}\subseteq\mathbf{R}:m$, 其伪度量满足$\partial_y(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}')=\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}'\|_\infty,\forall\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}'\in\boldsymbol{Y}$。

2) 假设输入d维范数空间$\boldsymbol{X}\subseteq\mathbf{R}:d$, 其伪度量满足$\partial_X(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}')=\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'\|_\infty,\forall\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}'\in\boldsymbol{X}$。

3) 观测误差有界, $\bar{e}:=\sup_{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{X}}\|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{x})\|_\infty$。

在这些简化假设下, 容易得到系统内部存在由量测或其他干扰引起的误差时, 输出空间伪度量满足$\partial_y\left(\tilde{\boldsymbol{f}}_i,\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}_i)\right)\leqslant\partial_y(0,\boldsymbol{e}(\boldsymbol{s}_i))$。为实现 Lipschitz 常数$L(n)$的自适应迭代更新, 给出 LACKI 规则定义:

定义 2　LACKI 规则在预测器的计算中仍沿用基本 KI 规则, 即根据式 (11) 计算预测器$\hat{\boldsymbol{f}}_n$, 但对伪度量具有如下定义

$$\tilde{\partial}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}';L(n))=L(n)\partial(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}') \tag{12}$$

Lipschitz 常数$L(n)$由样本数据更新得到:

$$L(n):=\max\left\{0,\ \max_{(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}')\in U_n}\frac{\left\|\tilde{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{s})-\tilde{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{s}')\right\|_\infty-\lambda}{\|\boldsymbol{s}-\boldsymbol{s}'\|_\infty}\right\} \tag{13}$$

式中: $\lambda\geqslant0$为超参数, 通常用于补偿因误差造成的预测器漂移。同时, 对于输入集合$S,S'\subset X$, 定义$U(S,S'):=\left\{(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}')\in S\times S'\middle|\|\boldsymbol{s}-\boldsymbol{s}'\|_\infty>0\right\}$, $U_n:=U(G_n,G_n)$是所有不同样本输入对的集合。根据文献 [15], 当选取$\lambda\geqslant2\bar{e}$时, 可以保证防止$L(n)$随着n的增长而发散。作为预测器的 Lipschitz 常数, $L(n)$的有界性可以使预测器消除观测噪声。如果$\bar{e}$已知, 通常会选择超参数$\lambda:=2\bar{e}$。

为实现 Lipschitz 常数$L(n)$的在线学习, 运用增量学习实现第n个步长下的$L(n)$向第$n+1$个步长下的$L(n+1)$的迭代, 使得第$n+1$个步长下的样本数量$G_{n+1}=G_n\cup\{\boldsymbol{s}_{n+1}\},\forall n$。对于$n\in N$及$L(0):=0$.归纳定义下述增量更新规则:

$$L(n+1)=\max\left\{L(n),\ \max_{(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}')\in U(G_n,\{\boldsymbol{s}_{n+1}\})}\frac{\left\|\tilde{f}(\boldsymbol{s})-\tilde{f}(\boldsymbol{s}')\right\|_\infty-\lambda}{\|\boldsymbol{s}-\boldsymbol{s}'\|_\infty}\right\} \tag{14}$$

式(10)、式(11)与式(13)、式(14)构成完整的 LACKI 规则算法。根据文献 [15], 给出该规则下预测器$\hat{\boldsymbol{f}}_n(\boldsymbol{x})$预测误差一致有界性及在线可学习性的定理。

定理 1　给定了一个样本序列$(D_n)_{n\in N}$, 其存在上界为$\bar{\epsilon}\in\mathbf{R}_{\geqslant0}$的观测误差。对任意的$q>0$, LACKI 规则的超参数设置为$\lambda:=2\bar{\epsilon}+q$。定义一个紧集$I\subseteq X$, 则认为 LACKI 规则是以下意义上的通用逼近器: 如果输入样本序列$(G_n)_{n\in N}$一致收敛到$I\subseteq X$, 那么由 LACKI 规则计算得出的预测变量序列将一致地收敛到任何连续目标函数$f:=X\to\mathbf{R}$, 其预测误差上界为$2\bar{\epsilon}+1.5q$。

定理 2　仍然按照定理 1, 将超参数设置为$\lambda=2\bar{e}+q$。目标函数f由待估计的 Lipschitz 连续项和一个存在上界$\bar{E}_{\mathrm{h}}$的余项构成, 表达为$f=\phi+\psi$, 其中, $\phi=\mathrm{Lip}(L^*)$, $\sup_X\|\psi(x)\|_\infty\leqslant\bar{E}_{\mathrm{h}}\in\mathbf{R}$。给定了一个有界输入的轨迹$(x_n)_{n\in N}$, 即对于某些$\beta\in\mathbf{R}_+$和所有$n\in N$, $\|\boldsymbol{x}_n\|_\infty\leqslant\beta$。根据增量学习规则, $n+1$时刻的样本序列$D_{n+1}=D_n\cup\{\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_n)\}$, 满足样本一致性和 Lipschitz 连续性, 序列的预测误差存在上界, 表达为

$$\left\|\hat{\boldsymbol{f}}_n(\boldsymbol{x}_n)-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_n)\right\|_\infty\overset{n\to\infty}{\to}\left[0,\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}}\right] \tag{15}$$

本文将利用上述定义和定理展开控制器的设计与分析过程。

3　基于 LACKI-MRAC 的输出调节无拖曳控制系统设计

将基于 LACKI 规则逼近外界扰动, 用于控制反馈, 引入基于多变量 MRAC 的输出反馈控制器, 完成无拖曳控制系统的设计。

3.1　控制结构

为实现非连续有界外界干扰的逼近与反馈, 提高系统抗干扰能力, 引入基于 LACKI 规则的干扰观测器并用于控制反馈; 同时, 为实现无拖曳系统的精确控制, 在确保系统快速稳定的前提下实现检验质量对指令的精确跟踪, 需要在放宽稳定裕度前提下提高系统响应快速性。同时, 由于全部系统状态难以直接获得, 由此考虑引入 MRAC 方法, 实现多变量无拖曳控制系统的稳定闭环控制。控制结构如图 2 所示。

利用系统输出$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)$首先观测系统状态, 并基于观测状态设计反馈控制结构。给出包含干扰反馈的输出调节反馈控制律:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}(t)=\boldsymbol{K}_1^{*\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{K}_2^*\boldsymbol{r}(t)-\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}} \tag{16}$$

式中: $\boldsymbol{K}_1^*$和$\boldsymbol{K}_2^*$为观测状态$\hat{\boldsymbol{x}}(t)$和参考模型输入$\boldsymbol{r}(t)$的反馈增益, 该反馈控制设计目的是使控制对象跟踪参考模型:

$$\begin{cases}\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}}(t)=\boldsymbol{W}_{\mathrm{m}}(s)\boldsymbol{r}(t)\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{m}}(s)=\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}^{-1}(s)\end{cases} \tag{17}$$

式中: $\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}}(t)$为参考输出, 同时抑制外界干扰。从而将系统状态方程转换为$\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}(t)=\bar{\boldsymbol{A}}\bar{\boldsymbol{x}}(t)+\bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}(t)$, $\bar{\boldsymbol{A}}=$

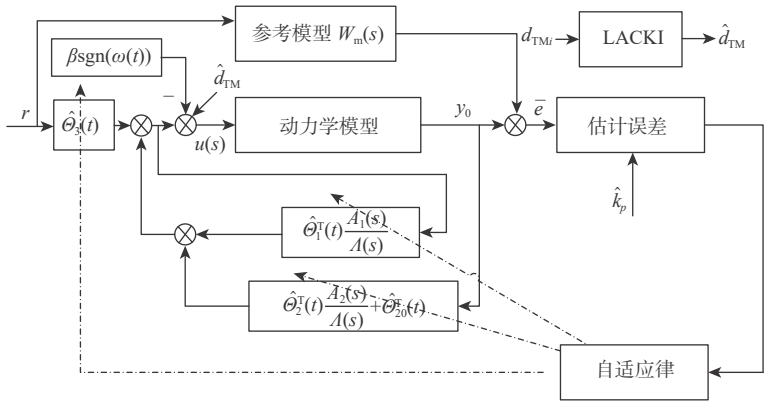


图2 控制结构

Fig. 2 Control structure

$\boldsymbol{PAP}^{-1},\bar{\boldsymbol{B}}=\boldsymbol{PB}$。其中，$\boldsymbol{P}$为变换矩阵，$\boldsymbol{P}\in\mathbf{R}^{n\times n}$，使得$\boldsymbol{CP}^{-1}=\left[\begin{array}{cc}\boldsymbol{I}_{n_0} & \boldsymbol{0}\end{array}\right]$且$n_0=\mathrm{rank}(\boldsymbol{C})$。

将系统全状态方程表述为

$$\left[\begin{array}{c}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_1(t)\\ \dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_2(t)\end{array}\right]=\left[\begin{array}{cc}\bar{\boldsymbol{A}}_{11} & \bar{\boldsymbol{A}}_{12}\\ \bar{\boldsymbol{A}}_{21} & \bar{\boldsymbol{A}}_{22}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\bar{\boldsymbol{x}}_1(t)\\ \bar{\boldsymbol{x}}_2(t)\end{array}\right]+\left[\begin{array}{c}\bar{\boldsymbol{B}}_1\\ \bar{\boldsymbol{B}}_2\end{array}\right](\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}})(t) \tag{18}$$

式中：$\bar{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{Px}(t)=\left[\begin{array}{cc}\bar{\boldsymbol{x}}_1^{\mathrm{T}}(t) & \bar{\boldsymbol{x}}_2^{\mathrm{T}}(t)\end{array}\right]^{\mathrm{T}}$。根据文献[14]，可知当$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{C})$可观测时，$(\bar{\boldsymbol{A}}_{22},\bar{\boldsymbol{A}}_{12})$也可观测。

由此，全状态观测器表达为

$$\hat{\bar{\boldsymbol{x}}}(t)=\left[\begin{array}{c}\hat{\bar{\boldsymbol{x}}}_1\\ \hat{\bar{\boldsymbol{x}}}_2\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{y}(t)\\ \boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{y}(t)\end{array}\right] \tag{19}$$

式中：$\hat{\bar{\boldsymbol{x}}}_1(t)$、$\hat{\bar{\boldsymbol{x}}}_2(t)$为各状态的观测值；$\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\in\mathbf{R}^{(n-n_0)\times n_0}$为恒定增益矩阵，用于保证特征值矩阵$\bar{\boldsymbol{A}}_{22}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{12}$稳定，根据观测器设计结果，可将$\boldsymbol{w}(t)\in\mathbf{R}^{n-n_0}$由下述方程表达为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{w}}(t)=&\left(\bar{\boldsymbol{A}}_{22}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{12}\right)\boldsymbol{w}(t)+\left(\bar{\boldsymbol{B}}_2-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{B}}_1\right)(\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}})(t)+\\&\left(\left(\bar{\boldsymbol{A}}_{22}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{12}\right)\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}+\bar{\boldsymbol{A}}_{21}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{11}\right)\boldsymbol{y}(t)\end{aligned} \tag{20}$$

上述状态观测器的设计中，存在$\lim\limits_{t\to\infty}(\boldsymbol{x}(t)-\hat{\boldsymbol{x}}(t))=\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{P}^{-1}\left(\bar{\boldsymbol{x}}(t)-\hat{\bar{\boldsymbol{x}}}(t)\right)=0$，观测误差实现收敛。利用式(16)求解$\boldsymbol{w}(t)$：

$$\boldsymbol{w}(t)=\boldsymbol{\varepsilon}_0(t)+\frac{\boldsymbol{N}_1(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}})(t)+\frac{\boldsymbol{N}_2(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}\boldsymbol{y}(t) \tag{21}$$

式中：$\boldsymbol{\varepsilon}_0(t)=\mathrm{e}^{(\bar{\boldsymbol{A}}_{22}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{12})t}\boldsymbol{w}(0)$表示由初值引发的误差影响；$\boldsymbol{w}(0)$为$\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{y}(0)-\bar{\boldsymbol{x}}_2(0)$的估计；$\boldsymbol{\Lambda}(s)=\det(s\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{A}}_{22}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{12})$。

由于干扰不真实可知，由此将控制器的状态反馈部分表达为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_1^{*\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}}(t)=&\boldsymbol{\Theta}_1^{*\mathrm{T}}\frac{\boldsymbol{A}_1(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}})(t)+\boldsymbol{\Theta}_{20}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)+\\&\boldsymbol{\Theta}_2^{*\mathrm{T}}\frac{\boldsymbol{A}_2(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}\boldsymbol{y}(t)+\boldsymbol{K}_{p2}^{*}\mathrm{e}^{(\bar{\boldsymbol{A}}_{22}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{12})t}\boldsymbol{w}(0)\end{aligned} \tag{22}$$

式中：

$\boldsymbol{\Theta}_1^{*}\in\mathbf{R}^{M(n-n_0)\times M},\boldsymbol{\Theta}_2^{*}\in\mathbf{R}^{n_0(n-n_0)\times M},\boldsymbol{\Theta}_{20}^{*}\in\mathbf{R}^{n_0\times M},\boldsymbol{\Theta}_3^{*}\in\mathbf{R}^{M\times M}$，

$\boldsymbol{\Theta}_{20}^{*\mathrm{T}}=\boldsymbol{K}_{p1}^{*}+\boldsymbol{K}_{p2}^{*}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}},\boldsymbol{K}_{p2}^{*}\boldsymbol{N}_1(s)=\boldsymbol{\Theta}_1^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_1(s),\boldsymbol{K}_{p2}^{*}\boldsymbol{N}_2(s)=\boldsymbol{\Theta}_2^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_2(s)$，

$\boldsymbol{K}_1^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}=\left[\begin{array}{cc}\boldsymbol{K}_{p1}^{*} & \boldsymbol{K}_{p2}^{*}\end{array}\right]$，$\boldsymbol{K}_{p1}^{*}\in\mathbf{R}^{M\times n_0}$，$\boldsymbol{K}_{p2}^{*}\in\mathbf{R}^{M\times(n-n_0)}$，

$\boldsymbol{A}_1(s)=\left[\begin{array}{cccc}\boldsymbol{I}_M & s\boldsymbol{I}_M & \cdots & s^{n-n_0-1}\boldsymbol{I}_M\end{array}\right]^{\mathrm{T}},\boldsymbol{A}_1(s)=\left[\begin{array}{ccc}\boldsymbol{I}_{n_0} & s\boldsymbol{I}_{n_0},\cdots, & s^{n-n_0-1}\boldsymbol{I}_{n_0}\end{array}\right]^{\mathrm{T}}$。

$\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}$为由LACKI规则得到的干扰估计，认为外界干扰$\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}$在离散时间系统内具有如下表述：

$$\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k)=f(\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k-1),\cdots,\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k-n_d)) \tag{23}$$

令$\boldsymbol{s}_m=[\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(m-1),\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(m-n_d)]^{\mathrm{T}},m>n_d;\boldsymbol{s}_n=[\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(n-1),\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(n-n_d)]^{\mathrm{T}},n>n_d$。

为先验输入对U_k中的任意一对元素，则基于LACKI规则实现的干扰$\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}$估计$\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}$可表述为

$$\left\{\begin{array}{l}\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}(k)=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{u}_k\left(\bar{\boldsymbol{d}};\boldsymbol{\Xi}(k)\right)+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{l}_k\left(\bar{\boldsymbol{d}};\boldsymbol{\Xi}(k)\right)\\ \boldsymbol{u}_k(\cdot;\boldsymbol{\Xi}(k))=\min\limits_{i=1,\cdots,k-1}\tilde{\boldsymbol{f}}_i+L(k)\left\|\bar{\boldsymbol{d}}-\boldsymbol{s}_i\right\|\\ \boldsymbol{l}_k(\cdot;\boldsymbol{\Xi}(k))=\max\limits_{i=1,\cdots,k-1}\tilde{\boldsymbol{f}}_i-L(k)\left\|\bar{\boldsymbol{d}}-\boldsymbol{s}_i\right\|\\ L(0):=0\\ L(k+1)=\max\left\{L(k),\max\limits_{(\boldsymbol{s}_m,\boldsymbol{s}_n)\in U(G_k,\boldsymbol{s}_{k+1})}\dfrac{\left\|\tilde{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{s}_m)-\tilde{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{s}_n)\right\|_\infty-\lambda}{\left\|\boldsymbol{s}_m-\boldsymbol{s}_n\right\|_\infty}\right\}\end{array}\right. \tag{24}$$

式中：$\bar{d}$为第k个步长下目标函数$f:\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k-1),\cdots,\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k-n_d)\to\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k)$的输入，$\bar{\boldsymbol{d}}=[\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k-1),\cdots,\boldsymbol{d}_{\mathrm{TM}}(k-n_d)]$，$\boldsymbol{s}_i$为样本空间的第$i$个输入，$\tilde{\boldsymbol{f}}(\cdot)$为样本输出。根据定理2.2，观测误差不依赖于标称输出反馈，在扰动非Lipschitz情况下仍然保证有界。

基于上述推导与$\boldsymbol{\Theta}_3^{*}=\boldsymbol{K}_2^{*}$，并忽略指数衰减项$\boldsymbol{K}_{p2}^{*}\mathrm{e}^{(\bar{\boldsymbol{A}}_{22}-\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\bar{\boldsymbol{A}}_{12})t}\boldsymbol{w}(0)$，可以得到含有部分状态观测误差的参数化标称部分状态反馈控制器表述为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\Theta}_1^{*\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_1(t)+\boldsymbol{\Theta}_2^{*\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_2(t)+\boldsymbol{\Theta}_{20}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(t)+\boldsymbol{\Theta}_3^{*}\boldsymbol{r}(t)-\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}} \tag{25}$$

式中：

$\hat{\boldsymbol{\omega}}_1(t)=\dfrac{\boldsymbol{A}_1(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}\left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}+\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}\right)(t),\hat{\boldsymbol{\omega}}_2(t)=\dfrac{\boldsymbol{A}_2(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}\boldsymbol{y}(t)$。

3.2　自适应律设计

在进行自适应律设计之前, 首先探讨模型的输出匹配条件, 即自适应律的存在性。文献 [20] 针对基于输出反馈控制器的对象模型输出匹配性做出探讨及证明, 即认为由输出反馈推导得到的观测状态反馈控制器 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}(t)=\boldsymbol{K}_1^{*\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{K}_2^{*}\boldsymbol{r}(t)$ 中, 标称控制器参数满足匹配条件:

$$\begin{cases}\boldsymbol{C}\left(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_1^{*\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_2^{*}=\boldsymbol{W}_{\mathrm{m}}(s)\\ \boldsymbol{K}_2^{*-1}=\boldsymbol{K}_p\end{cases}\tag{26}$$

能够确保模型输出匹配 $\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}}(t)$ 在任何初始条件下, 误差都能指数收敛至 0, 且各闭环信号有界。

自适应控制方案的引入旨在解决系统状态参数矩阵 $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C})$ 未知的问题。考虑时域模型中对 3 个状态矩阵的自适应估计会进一步增大自适应更新律的设计难度, 在频域内对高频增益矩阵进行 LDS 分解, 从而简化自适应逼近过程, 降低控制器设计难度。给出假设[14] 如下:

高频矩阵 $\boldsymbol{K}_p$ 的所有顺序主子式 $\boldsymbol{\Delta}_i,i=1,2,\cdots,M$ 都是非零的, 并且其符号已知。这样的 $\boldsymbol{K}_p$ 具有非唯一的 LDS 矩阵分解:

$$\boldsymbol{K}_p=\boldsymbol{L}_s\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{S}\tag{27}$$

式中: $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}>\boldsymbol{0},\boldsymbol{L}_s\in\mathbf{R}^{M\times M}$ 是一个单位上三角矩阵, $\boldsymbol{D}_s=\mathrm{diag}\left[s_1^{*}\ \ \cdots\ \ s_M^{*}\right]=\mathrm{diag}\left[\mathrm{sgn}(d_1^{*})\gamma_1\ \ \cdots\ \ \mathrm{sgn}(d_M^{*})\gamma_M\right]$ 具有任意和选定的常数 $\gamma_i>0,i=1,2,\cdots,M$。

将输出调节控制的自适应版本表述为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}=&\hat{\boldsymbol{\theta}}_1^{\mathrm{T}}(t)\frac{\boldsymbol{A}_1(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}\left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{T}}+\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}\right)(t)+\hat{\boldsymbol{\Theta}}_3(t)\boldsymbol{r}(t)+\\&\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_2^{\mathrm{T}}\frac{\boldsymbol{A}_2(s)}{\boldsymbol{\Lambda}(s)}+\hat{\boldsymbol{\theta}}_{20}^{\mathrm{T}}\right)(t)\boldsymbol{y}(t)-\hat{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}-\boldsymbol{\beta}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\varpi})\end{aligned}\tag{28}$$

式中: $\boldsymbol{\Theta}_1$、$\boldsymbol{\Theta}_2$、$\boldsymbol{\Theta}_{20}$、$\boldsymbol{\Theta}_3$ 分别为 $\boldsymbol{\Theta}_1^{*}$、$\boldsymbol{\Theta}_2^{*}$、$\boldsymbol{\Theta}_{20}^{*}$、$\boldsymbol{\Theta}_3^{*}$ 的自适应估计; $\boldsymbol{\beta}$ 为符号已知的系数; $\boldsymbol{\varpi}$ 为系统估计误差。

将输出误差跟踪方程表述为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}(t)=&\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}}(t)=\\&\boldsymbol{W}_{\mathrm{m}}(s)\boldsymbol{K}_p\left(-\boldsymbol{\Theta}^{*\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\omega}}+\tilde{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}-\boldsymbol{\beta}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\varpi})\right)(t)\end{aligned}\tag{29}$$

式中: $\boldsymbol{\Theta}^{*}=\left[\boldsymbol{\Theta}_1^{*\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\Theta}_2^{*\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\Theta}_{20}^{*\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\Theta}_3^{*}\right]^{\mathrm{T}}$。

利用高频增益矩阵 $\boldsymbol{K}_p$ 的 LDS 分解对该跟踪误差各自适应变量实现参数化求解, 根据式(28)可将式(29)改写为

$$\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}^{-1}(s)\boldsymbol{L}_s\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{S}\left(\left(\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\Theta}^{*\mathrm{T}}\right)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)+\tilde{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}-\boldsymbol{\beta}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\varpi})\right)\tag{30}$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}=\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_1\ \ \hat{\boldsymbol{\theta}}_2\ \ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{20}\ \ \hat{\boldsymbol{\theta}}_3\right]^{\mathrm{T}}$。为将未知单位上三角矩阵 $\boldsymbol{L}_s$ 参数化, 引入一个常数矩阵 $\boldsymbol{\Theta}_0^{*}=\boldsymbol{L}_s^{-1}-\boldsymbol{I}=\left\{\theta_{ij}^{*}\right\}$, 其中, $\theta_{ij}^{*}=0,i=1,2,\cdots,M,j\geqslant i$, 同时定义参数矩阵估计误差变量 $\tilde{\boldsymbol{\Theta}}(t)=\boldsymbol{\Theta}(t)-\boldsymbol{\Theta}^{*}(t)$, 将式(30)进一步改写为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)\boldsymbol{e}(t)+\boldsymbol{\Theta}_0^{*}\boldsymbol{\xi}_m(s)\boldsymbol{e}(t)=\\&\quad\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{S}\left(\tilde{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)+\tilde{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}-\boldsymbol{\beta}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\varpi})\right)\end{aligned}\tag{31}$$

将该方程进行参数化, 引入一个稳定的单项多项式 $f(s)$, 其次数等于左相互作用矩阵 $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)$ 的最大次数。利用滤波器 $h(s)=1/f(s)$ 对估计误差方程进行修正, 将等式表述为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)h(s)\boldsymbol{e}(t)+\boldsymbol{\Theta}_0^{*}\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)h(s)\boldsymbol{e}(t)=\\&\quad\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{S}h(s)\left(\tilde{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\omega}}+\tilde{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}-\boldsymbol{\beta}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\varpi})\right)(t)\end{aligned}\tag{32}$$

令

$$\begin{cases}\bar{\boldsymbol{e}}(t)=\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{m}}(s)h(s)\boldsymbol{e}(t)=[\bar{\boldsymbol{e}}_1(t),\cdots,\bar{\boldsymbol{e}}_M(t)]^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{\eta}_i(t)=[\bar{\boldsymbol{e}}_1(t),\cdots,\bar{\boldsymbol{e}}_{i-1}(t)]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{i-1},\quad i=2,\cdots,M\\ \boldsymbol{\theta}_i^{*}=\left[\boldsymbol{\theta}_{i1}^{*},\cdots,\boldsymbol{\theta}_{ii-1}^{*}\right]^{\mathrm{T}},\quad i=2,\cdots,M\end{cases}\tag{33}$$

则等式进一步改写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varpi}(t)=&\left[\boldsymbol{0},\hat{\boldsymbol{\theta}}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_2(t),\ \ \hat{\boldsymbol{\theta}}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_3(t),\cdots,\hat{\boldsymbol{\theta}}_M^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_M(t)\right]^{\mathrm{T}}+\\&\hat{\boldsymbol{\Psi}}(t)\left[\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)-h(s)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)\right]+\bar{\boldsymbol{e}}(t)\end{aligned}\tag{34}$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t),i=2,\cdots,M$; $\hat{\boldsymbol{\Psi}}(t)$ 分别为 $\boldsymbol{L}_s$、$\boldsymbol{D}_s$、$\boldsymbol{S}$ 参数矩阵的自适应估计。

利用 $h(s)=1/f(s)$ 对式(34)进一步化简, 以得到参数估计误差及系统跟踪误差的线性形式, 从而用于自适应律更新, 对估计误差进行下述推导, 表述为

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_i(t)=-\dfrac{\boldsymbol{\Gamma}_{\theta_i}\boldsymbol{\varpi}(t)\boldsymbol{\eta}_i(t)}{m^{*2}(t)},\quad i=2,3,\cdots,M\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}^{\mathrm{T}}(t)=-\dfrac{\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{\varpi}(t)[h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)]^{\mathrm{T}}}{m^{*2}(t)}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\Psi}}}(t)=-\dfrac{\boldsymbol{\Gamma}_{\Psi}\boldsymbol{\varpi}(t)\left[\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)-h(s)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)\right]^{\mathrm{T}}}{m^{*2}(t)}\end{cases}\tag{35}$$

式中: $\boldsymbol{\Gamma}_{\theta_i}$、$\boldsymbol{\Gamma}_{\Psi}$ 为自适应增益矩阵, 满足 $\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}>\boldsymbol{0}$, 同时有

$$\begin{aligned}m^{*2}(t)=&1+\sum_{i=2}^{M}\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\eta}_i(t)+[h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)]^{\mathrm{T}}h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)+\\&\left[\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)-h(s)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)\right]^{\mathrm{T}}\times\\&\left[\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)-h(s)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)\right]\end{aligned}$$

3.3　稳定性分析

基于 LACKI 规则的预测误差有界性, 基于标

称控制系统，在连续时间系统内首先证明各闭环信号有界性；随后根据 LACKI 规则的通用逼近保证与在线可学习性，在离散时间系统内分析闭环系统收敛性。给出下述定理：

定理 3 以输出反馈控制器式(28)，自适应律式(35)及被控对象式(7)构成的无拖曳闭环控制系统，保证各闭环信号有界。

证明 首先设计 Lyapunov 函数验证基于自适应律设计的参数估计有界性。定义 Lyapunov 函数如下：

$$V=\frac{1}{2}\left[\sum_{i=2}^{M}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Gamma}_{\theta_i}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i+\mathrm{tr}\left(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_{\psi}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}\right)+\mathrm{tr}\left(\tilde{\boldsymbol{\Theta}}\boldsymbol{S}\tilde{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}\right)\right] \tag{36}$$

对等式两边求取一阶微分，得

$$\dot{V}=-\sum_{i=2}^{M}\frac{\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\varpi}_i(t)\boldsymbol{\eta}_i(t)}{m^2(t)}-\frac{[h(s)(t)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)]^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\Theta}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{\varpi}(t)}{m^2(t)}-\frac{\left[\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}h(s)\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)-h(s)\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)\right]^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}(t)}{m^2(t)}=-\frac{\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\varpi}(t)}{m^2(t)}+\frac{\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{S}h(s)\tilde{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}}(t)\boldsymbol{\varpi}(t)}{m^2(t)}+\frac{\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{S}h(s)\boldsymbol{\beta}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\varpi}(t))\boldsymbol{\varpi}(t)}{m^2(t)} \tag{37}$$

由于 $\boldsymbol{D}_s\boldsymbol{S}h(s)\boldsymbol{\beta}$ 符号确定，则当 $\|\boldsymbol{\beta}\|\geqslant\bar{d}_0$ 时：

$$\dot{V}\leqslant-\frac{\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\varpi}(t)}{m^2(t)}\leqslant 0 \tag{38}$$

证毕

可得各自适应估计参数一致收敛。根据文献 [14] 中对各估计误差收敛性向系统输出误差收敛性的推导分析，也能得到闭环系统内各信号的一致稳定性。

定理 4 仍然选取超参数 $\lambda=2\bar{e}+q$，假设预测误差序列 F_n 以及参考序列 ξ_n 是都有界。如果外界干扰的初始激励误差函数有界，即如果 $\exists b\in\mathbf{R}_+\forall x:\|F_0(x)\|_\infty\leqslant b$，且由控制器配置的跟踪误差状态方程稳定，则跟踪误差 $\boldsymbol{e}_n$ 收敛到区间 $\|\boldsymbol{e}_n\|_\infty\overset{n\to\infty}{\to}\left[0,\sigma\left(\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}}\right)\right]$，表达为

$$\|\boldsymbol{e}_n\|_\infty\overset{n\to\infty}{\to}\left[0,\sigma\left(\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}}\right)\right] \tag{39}$$

式中：$\sigma:=\Delta\sum|||\boldsymbol{M}^i|||<\infty$；$\Delta$ 为正时间增量；$|||\cdot|||$ 为矩阵的谱范数；$\boldsymbol{M}$ 为由控制器式 (25) 及自适应律式 (34) 决定的闭环误差状态方程参数矩阵：

$$\dot{\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{M}\boldsymbol{e}+\tilde{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{TM}} \tag{40}$$

根据定理 3 的证明，可以得出矩阵 $\boldsymbol{M}$ 稳定。

证明 在离散时间系统内对上述定理进行证明。在闭环系统误差收敛性的分析中，定义不含干扰观测误差的标称系统跟踪误差上界 $\varepsilon>0$，希望得到的结论为存在时间步 N，对于任意 $n>N$，

$$\|\boldsymbol{e}_n\|\leqslant\varepsilon+\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}} \tag{41}$$

考虑 $\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{x}_n)$ 的有界性及定理 3.1，可以得到 $\|\boldsymbol{e}_n\|$ 的有界性，即存在 $\gamma\in\mathbf{R}_+$ 使得 $\|\boldsymbol{e}_n\|<\gamma$。因此，在 k 个时间步长后，可得

$$|||\boldsymbol{M}^k|||\,\|\boldsymbol{e}_n\|\leqslant|||\boldsymbol{M}^k|||\gamma\overset{k\to\infty}{\to}0 \tag{42}$$

由于已证明得到标称控制系统的有界性，对于预测序列误差，有

$$\forall\varepsilon>0\exists n_0\forall n\geqslant n_0:\|\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{x}_n)\|\leqslant\varepsilon+\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}} \tag{43}$$

根据文献 [15]，可以得到在 k 个时间步长后，闭环误差表达形式为

$$\|\boldsymbol{e}_{n+k}\|\leqslant|||\boldsymbol{M}^k|||\,\|\boldsymbol{e}_n\|+\Delta Q_{n:n+k}\sum_{i=0}^{k-1}|||\boldsymbol{M}^{k-1-i}||| \tag{44}$$

对上式进行重新配置：

$$\|\boldsymbol{e}_{n+k}\|\leqslant|||\boldsymbol{M}^k|||\,\|\boldsymbol{e}_n\|+\sigma Q_{n:n+k} \tag{45}$$

根据式(45)，一定存在一个落在总时间步 N_0 内的时刻 n：

$$\forall k\in N:Q_{n_0:n_0+k}\leqslant\frac{\varepsilon_1}{\sigma}+\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}} \tag{46}$$

因此，可以找到一个时刻 $n_1>n_0$：

$$\|\boldsymbol{e}_n\|\leqslant\varepsilon_2+\sigma\left(\frac{\varepsilon_1}{\sigma}+\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}}\right)=(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+\sigma\left(\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}}\right)=\varepsilon++\sigma\left(\frac{q}{2}+2\bar{e}+2\bar{E}_{\mathrm{h}}\right) \tag{47}$$

证毕

由此，闭环误差可以实现收敛，即全局状态可以向参考状态实现精确跟踪。

4 仿真结果与分析

4.1 仿真参数设置

数值仿真验证基于样例无拖曳控制非线性动力学模型[3]。由于需考察闭环系统各状态响应的性能指标，部分数值仿真结果展示为频域形式。数值仿真验证了 LACKI 算法对执行器随机噪声的估计效果，并通过与 QFT 控制方案 5 的对比验证了该 LACKI-MRAC 方案在平动和转动敏感轴无拖曳自由度上针对位移噪声抑制的控制效果，设置仿真时间为 100 s，步长为 0.1 s。数值仿真结果如图 3～图 5 所示。

在 LACKI 预测器的估计效果验证中，设置样本点 500 个，为全局 1 000 个采样点中随机取得；$\lambda=0$、$q=0$，根据该 500 个随机采样点学习如下噪声：

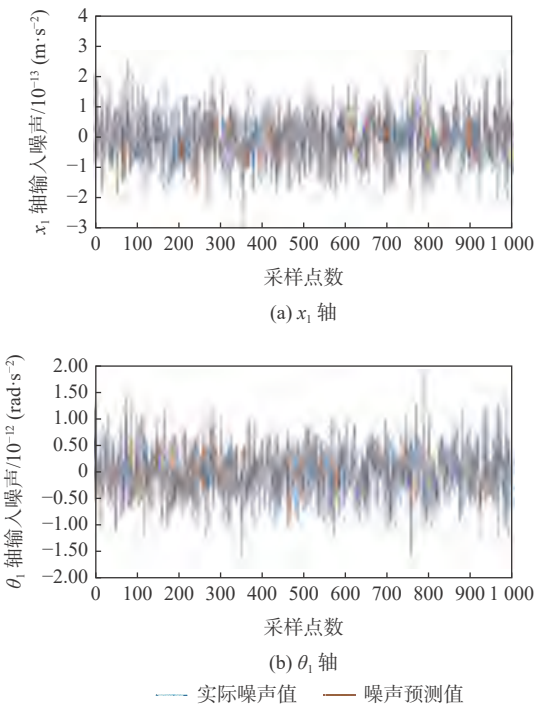


图 3　LACKI 规则下各自由度输入噪声估计

Fig. 3　Input noise observation for each degree of freedom under LACKI rule

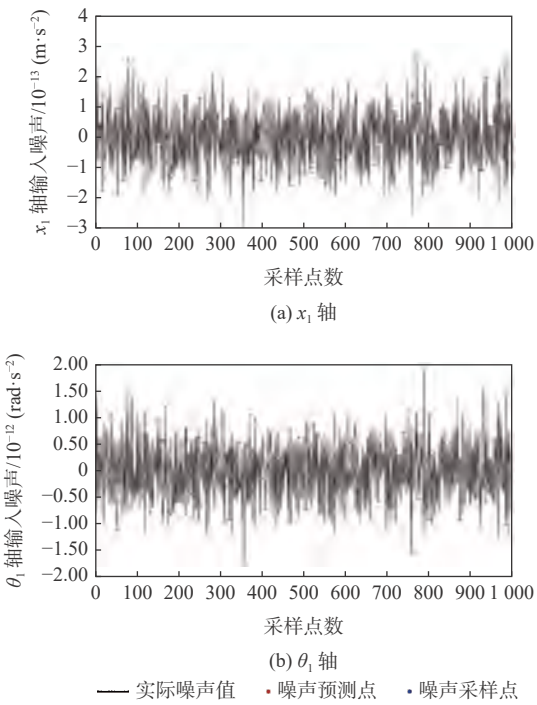


图 4　LACKI-MRAC 方案下增量学习性能

Fig. 4　Supervised learning performance under LACKI-MRAC scheme

$$L = K_1\frac{(s+z_1)}{(s+p_1)} + \frac{K_2}{(s+p_2)(s+p_3)(s+p_4)(s+p_5)} \tag{48}$$

式中: L为代表噪声特性的成型滤波器, 作用于两敏感坐标轴(x_1,θ_1)上的噪声相关参数p_1、p_2、p_3、p_4、p_5、z_1、K_1、K_2的取值(见文献 [3]), 参考模型的状态空间方程按处于零点附近的解耦小扰动线性化模型引入状态反馈增益使闭环零极点稳定后取得。有关动力学模型建立的参数描述为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{DF}}^2 = 10^{-7}\times \begin{bmatrix} 11.19 & 1.35 & 1.35 & 0.004 & 25 & 0 & 0 \\ 1.35 & 9.55 & 1.35 & 0.004 & 25 & 0 & 0 \\ 1.35 & 1.35 & 24.12 & 0.004 & 25 & 0 & 0 \\ 26.087 & 26.087 & 26.087 & 30.640 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 9.55 & 1.35 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 1.35 & 24.12 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{DF}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{49}$$

控制器设计中涉及的主要参数为: $\lambda = 0, q = 0, \beta = 10^{-12}\times I_2, h(s) = \dfrac{20}{s+20}$, $\boldsymbol{D}_s = \mathrm{diag}\begin{bmatrix}0.03 & 0.23\end{bmatrix}$, $\Gamma_{\theta_i} = 0.01, \Gamma_{\psi} = 1\,000, r = 0$。

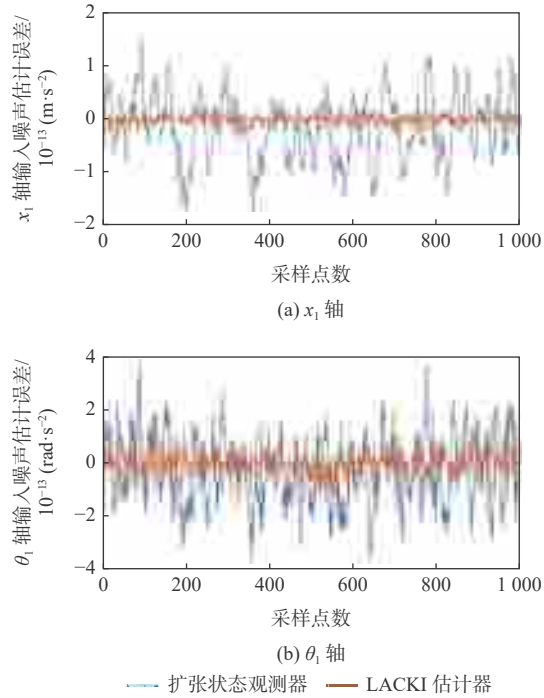


图 5　不同方案下噪声估计误差对比

Fig. 5　Noise estimation error comparison of various schemes

4.2　仿真结果

1) LACKI 规则针对不连续随机扰动有较好的预测能力。LACKI 规则下各自由度输入噪声估计如 3 所示, LACKI-MRAC 方案下增量学习性能如图 4 所示。由图 3、图 4 可知, LACKI 规则针对这种扰动形式仍具有较好的逼近作用, 逼近误差的有界性也能从数值仿真结果中得出。一般基于模型

的观测器设计仅能用于逼近连续有界干扰，LACKI规则作为一种基于增量学习的模型预测手段，较好地减少了模型估计对模型自身特性的局限，也更好的适用于实际情况。

2）基于LACKI的扰动观测器相比传统观测器具有更好的扰动估计效果。基于传统扩张状态观测器[8]的扰动估计误差与基于LACKI的扰动估计误差对比结果如图5所示。由图5可知，基于LACKI的扰动估计效果优于传统基于模型的扰动的扰动观测器。这是由于传统观测器设计难以避免的引入积分环节，针对非线性复杂扰动的估计存在惯性及相位滞后，导致观测效果不佳；而LACKI的观测基于样本及增量学习数据，得以保证系统存在随机过程噪声时，噪声估计误差的有界性，并确保了扰动估计性能。

3）该方案下的闭环系统相比一般的线性鲁棒控制方案具有更强的鲁棒性。MRAC的主要作用在于实际状态向参考状态的自适应跟踪，应对复杂非线性扰动时，其稳定裕度不强，对控制器参数选取仍比较严格。LACKI-MRAC方案与QFT方案位移响应对比如图6所示，由图6可知，在MRAC中引入非线性鲁棒项及基于LACKI规则的干扰观测器后，系统鲁棒性得到较大提升，尤其在应对强非线性或较大幅值扰动时，系统仍具有保持稳定跟踪的能力，提高闭环系统的稳定裕度。而传统的鲁棒控制方案对系统本身特性的要求较为严格，针对无拖曳控制系统中存在的较强非线性耦合及不连续随机干扰，LACKI-MRAC方案相比QFT方案具备更好的向稳定状态自适应逼近的能力，各通道闭环响应效果在频域得以实现较大的提升。

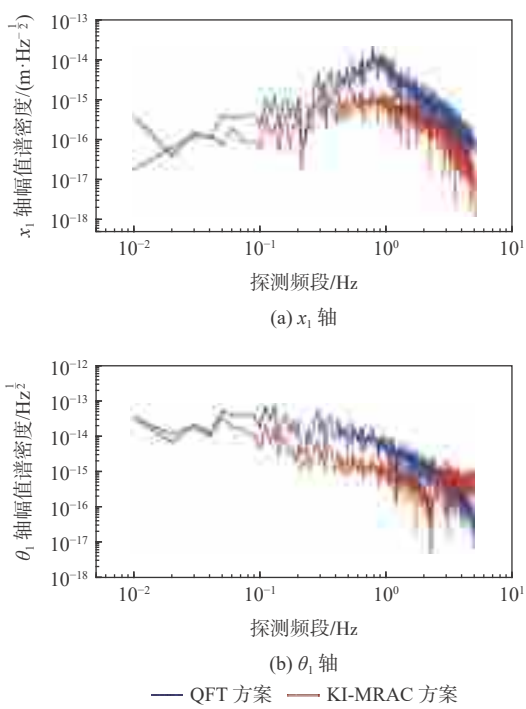


图6 LACKI-MRAC方案与QFT方案位移响应对比

Fig. 6 Displacement response comparison between LACKI-MRAC scheme and QFT scheme

5 结 论

1）本文针对空间引力波探测无拖曳控制设计问题，引入MRAC方法，在系统模型参数未知且仅能获取降维输出信息时，确保了系统输出及各状态的稳定控制。

2）针对复杂非线性随机扰动项的逼近及抑制问题，本文提出一种基于惰性适配Liptschiz常数Kinky Inference（LACKI）的监督学习规则用于非线性外界扰动的估计确保了干扰非线性前提下增量学习的估计误差有界性，并通过Lyapunov分析证明了基于LACKI的输出调节MRAC方法下各闭环信号全局一致渐进稳定及跟踪误差的收敛性，数值仿真验证了该控制方案的优良控制性能。

为使本文方法在空间引力波探测航天器系统平台控制问题中获得更广泛应用，仍需分析验证本文方法在编队飞行控制系统及内部载荷控制系统中的闭环性能。

参考文献（References）

[1] FICHTER W, GATH P, VITALE S, et al. LISA Pathfinder drag-free control and system implications[J]. Classical and Quantum Gravity, 2005, 22(10): S139-S148.

[2] MOBLEY F, FOUNTAIN G, SADILEK A, et al. Electromagnetic suspension for the tip-II satellite[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1975, 11(6): 1712-1716.

[3] WU S F, FERTIN D. Spacecraft drag-free attitude control system design with quantitative feedback theory[J]. Acta Astronautica, 2008, 62(12): 668-682.

[4] LIAN X B, ZHANG J X, LU L, et al. Frequency separation control for drag-free satellite with frequency-domain constraints[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(6): 4085-4096.

[5] 马浩君, 韩鹏, 高东, 等. 深空双质量块无拖曳卫星H_∞鲁棒控制器设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(2): 1-13.
MA H J, HAN P, GAO D, et al. H_∞ robust controller design for deep space drag-free satellite with two test masses[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(2): 1-13 (in Chinese).

[6] 张锦绣, 董晓光, 曹喜滨. 基于无速度测量的无拖曳卫星自适应控制方法[J]. 宇航学报, 2014, 35(4): 447-453.
ZHANG J X, DONG X G, CAO X B. An adaptive controller for drag-free satellites without velocity measurement[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(4): 447-453 (in Chinese).

[7] 胡明, 李洪银, 周泽兵. 无拖曳控制技术及其应用[J]. 载人航天, 2013, 19(2): 61-69.
HU M, LI H Y, ZHOU Z B. Drag-free control technology and its applications[J]. Manned Spaceflight, 2013, 19(2): 61-69 (in

Chinese).

[8] 王玉爽. 无拖曳卫星控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
WANG Y S. Research on control method of towless satellite[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011 (in Chinese).

[9] WANG X D, LONG J, ZHU Q, et al. Drag-free control for cold air thrusters based on variable universe adaptive fuzzy PID[C]// 2014 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA). Piscataway: IEEE Press, 2014: 159-163.

[10] 付海清, 吴树范, 刘梅林, 等. 基于干扰观测器的空间惯性传感器自适应控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49(10): 2799-2806.
FU H Q, WU S F, LIU M L, et al. Disturbance-observer based adaptive control for space inertial sensor[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 49(10): 2799-2806 (in Chinese).

[11] FAN H J, ZHAO X, WANG Y J, et al. Adaptive failure compensation control for LEO drag-free satellite with actuator failures and disturbances[C]// 2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Piscataway: IEEE Press, 2016: 1651-1656.

[12] ZHAO X, FAN H J, WANG W. An adaptive compensation control scheme for LEO drag-free satellite under actuator failure[C]// 2016 35th Chinese Control Conference (CCC). Piscataway: IEEE Press, 2016: 813-818.

[13] SUN X Y, SHEN Q, WU S F. Partial state feedback MRAC-based reconfigurable fault-tolerant control of drag-free satellite with bounded estimation error[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(5): 6570-6586.

[14] GUO J X, TAO G, LIU Y. A multivariable MRAC scheme with application to a nonlinear aircraft model[J]. Automatica, 2011, 47(4): 804-812.

[15] CALLIESS J P, ROBERTS S J, RASMUSSEN C E, et al. Lazily Adapted Constant Kinky Inference for nonparametric regression and model-reference adaptive control[J]. Automatica, 2020, 122: 109216.

[16] JAN-PETER C. Conservative decision-making and inference in uncertain dynamical systems[D]. Oxford, UK: University of Oxford, 2014.

[17] CALLIESS J P. Lipschitz optimisation for lipschitz interpolation[C]// 2017 American Control Conference (ACC). Piscataway: IEEE Press, 2017: 3141-3146.

[18] MCNAMARA P, VITALE S, DANZMANN K. LISA pathfinder[J]. Classical and Quantum Gravity, 2008, 25(11): 114034.

[19] WU S F, GIULICCHI L, FENAL T, et al. Attitude stabilization of LISA pathfinder spacecraft using colloidal micro-newton thrusters[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston, Virigina: AIAA, 2010: AIAA2010-8198.

[20] WU S F, GIULICCHI L, FENAL T, et al. Attitude control of LISA pathfinder spacecraft with micro-newton FEEP thrusters under multiple failures[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston: AIAA, 2010: AIAA2010-8199.

Output regulation adaptive drag-free control with enhanced Kinky Inference

SUN Xiaoyun[1, 2], SHEN Qiang[1, 2, *], WU Shufan[1, 2]

(1. Shanghai Frontiers Science Center of Gravitational Wave Detection, Shanghai 200240, China;
2. School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Achieving ultra-precision and ultra-stable requirements is challenging in the space gravitational wave detection mission due to complex disturbances present in the spacecraft's internal test masses, including load hardware noise, environmental noise, and micro-thrust coupling noise.These disturbances impact the accuracy of drag-free control. In this paper, an adaptive drag-free control method is proposed for spacecraft based on the lazily adapted Lipschitz constant Kinky Inference (LACKI) scheme. When there is not enough empirical data, the LACKI scheme is used to approximate disturbances and suppress non-Lipschitz components. The model reference adaptive control (MRAC), which is based on output regulation, is then used to precise the drag-free control of test masses. Numerical simulation verifies the state response performance of the translational and rotational degrees of freedom of sensitive axes and the estimation effect of the LACKI rule for random discontinuous disturbances, and the accuracy conclusion of the drag-free control loop is obtained.

Keywords: supervised learning; Lipschitz estimation; model reference adaptive control; drag-free control; output regulation; Kinky Inference

Received: 2022-06-20; **Accepted**: 2022-07-22; **Published Online**: 2023-01-04 08:31

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230103.1359.001

Foundation items: The key special topic of the Ministry of Science and Technology's major research and development plan "Gravitational Wave Detection" (2020YFC2200800); National Natural Science Foundation of China (62103275); General Project of Shanghai Natural Science Foundation (20ZR1427000)

* **Corresponding author**. E-mail: qiangshen@sjtu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0523

一种光学陀螺随机误差在线补偿方法

卢克文[1]，王新龙[1,*]，王彬[2]，丁小昆[3]，胡晓东[3]

(1. 北京航空航天大学 宇航学院，北京 100191；2. 北京控制与电子技术研究所，北京 100038；
3. 中国航空工业集团公司西安飞行自动控制研究所，西安 710065)

摘　　要：光学陀螺随机误差在线补偿方法通常先离线建立随机误差模型，再利用Kalman滤波在线补偿随机误差。受陀螺仪自身性能稳定性以及外界环境的影响，离线建立的随机误差模型应用于在线补偿时会出现偏差；外界环境变化导致量测噪声统计特性具有时变性，不满足Kalman滤波必须已知噪声先验统计的要求，这2个因素均会降低随机误差的在线估计精度。提出一种基于自适应滤波的随机误差在线补偿方法。通过引入虚拟噪声，将随机误差模型偏差的影响归结为时变虚拟系统噪声；进而利用渐消记忆时变噪声估值器，对虚拟系统噪声和量测噪声的统计特性进行估计与修正，消除随机误差模型偏差及量测噪声时变的影响。试验结果表明，所提方法可以实现对随机误差的高精度在线补偿，具有一定工程应用价值。

关 键 词：随机误差；在线补偿；模型偏差；时变噪声；自适应滤波
中图分类号：V249.328
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1614-06

光学陀螺具有结构简单、性能稳定、动态范围宽等优点，被广泛用于航空、航天、工业自动化等领域[1-3]。光学陀螺的误差分为确定性误差和随机误差。确定性误差具有一定的规律性，可通过标定试验加以补偿；随机误差不确定性强，补偿难度大，是影响光学陀螺测量精度的主要因素之一。抑制光学陀螺随机误差的影响，对提高其实际测量精度具有重要意义[4-6]。

目前，抑制光学陀螺随机误差的方法有滤波降噪法和模型补偿法：①滤波降噪法通过对光学陀螺的输出滤波以减小随机误差的影响。常用的方法有数字滤波[7]、小波变换阈值滤波[8]和维纳滤波[9]。滤波降噪法没有对随机误差精确估计，对随机误差的抑制效果不佳；②模型补偿法先离线建立随机误差模型，再利用神经网络、Kalman滤波等方法在线估计并补偿随机误差。常用建模方法有神经网络法和时间序列分析法。文献[10]将粒子群优化算法与小波神经网络结合，实现了MEMS陀螺随机误差的精确建模。但神经网络存在的过拟合和局部极小值等问题会降低建模精度。文献[11]利用自回归滑动平均模型(auto-regressive moving average, ARMA)对光纤陀螺随机误差实测序列拟合，实现了随机误差的时序建模。时间序列分析法计算简单、建模灵活，并且可以直接利用所建模型设计Kalman滤波器在线估计并补偿随机误差，工程上应用最广泛[12-15]。

受陀螺仪自身性能稳定性及外界环境变化的影响，离线所建的随机误差模型用于在线补偿时会出现较大偏差，从而降低随机误差在线估计精度。另外，外界环境变化会导致量测噪声的统计特性具有未知且时变的特点，无法满足Kalman滤波必须已知噪声先验统计信息的要求，会进一步降低随机

收稿日期：2022-06-22；**录用日期**：2022-08-12；**网络出版时间**：2022-12-14 09:37
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1928.007
基金项目：国家自然科学基金 (61673040)；重点基础研究项目 (2020-JCJQ-ZD-136-12)；航空科学基金 (20170151002)；天地一体化信息技术国家重点实验室基金 (2015-SGIIT-KFJJ-DH-01)
* **通信作者**. E-mail：xlwon@163.com

引用格式：卢克文，王新龙，王彬，等. 一种光学陀螺随机误差在线补偿方法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1614-1619.
LU K W，WANG X L，WANG B，et al. An online compensation method for random error of optical gyro[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1614-1619 (in Chinese).

误差在线估计精度。

为此, 本文提出一种基于自适应滤波的光学陀螺随机误差在线补偿方法, 并利用光纤陀螺的实测数据验证了本文方法的有效性与先进性。

1　问题描述

对于光学陀螺的输出数据$\tilde{y}(k)$, 通常可将其分解为

$$\tilde{y}(k)=y(k)+y'(k)=y(k)+d(k)+s(k) \tag{1}$$

式中: k为采样时刻; $y(k)$为理想输出; $y'(k)$为输出误差, 包括非随机项$d(k)$和随机误差$s(k)$。其中, 非随机项$d(k)$指趋势项和周期项, 随机误差$s(k)$分为有色噪声$x(k)$和白噪声$\varepsilon(k)$。

1.1　光学陀螺随机误差模型的建立

为了建立光学陀螺的随机误差模型, 需先采用逐步回归法提取输出误差中的非随机项。设输出误差$y'(k)$中的非随机项$d(k)$满足以下形式:

$$d(k)=a_0+a_1k+\cdots+a_qk^q \tag{2}$$

式中: $a_0,a_1,\cdots,a_q$为非随机项模型参数; q为多项式阶数。根据输出误差$y'(k)$, 利用最小二乘法估计出参数$a_0,a_1,\cdots,a_q$, 以确定非随机项模型。之后, 从输出误差$y'(k)$中减去$d(k)$, 即可获得随机误差序列$s(k)$。

对满足平稳性和正态性的随机误差序列$s(k)$进行时间序列建模。根据$s(k)$自相关系数和偏自相关系数的截尾性和拖尾性进行模型识别, 并利用赤池信息准则确定模型阶数[16]。设所选的模型为p阶AR(p)模型, 则有

$$x(k)=\varphi_1x(k-1)+\cdots+\varphi_px(k-p)+a(k) \tag{3}$$

式中: $x(k)$为AR(p)模型的序列值; $a(k)$为驱动白噪声; $\varphi_1,\cdots,\varphi_p$为待估计模型系数。根据随机误差序列$s(k)$, 利用最小二乘法估计模型系数$\varphi_1,\cdots,\varphi_p$, 从而建立随机误差模型, 并根据自相关系数准则检验模型适用性。

1.2　传统随机误差在线补偿方法

传统方法根据离线建立的随机误差模型, 利用Kalman 滤波在线估计并补偿随机误差。令离线建立的AR(p)模型为状态方程, 则

$$\boldsymbol{X}_k=\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}+\boldsymbol{W}_k \tag{4}$$

式中: 状态量为$\boldsymbol{X}_k=[x(k)\ \ \cdots\ \ x(k-p+1)]^{\mathrm{T}}$; 系统噪声为$\boldsymbol{W}_k=[a(k)\ \ \cdots\ \ 0]^{\mathrm{T}}$; 状态转移阵$\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$为

$$\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}=\begin{bmatrix}\varphi_1 & \varphi_2 & \cdots & \varphi_{p-1} & \varphi_p\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \tag{5}$$

利用离线建立的非随机项模型, 对在线输出误差$y'(k)$中的非随机项进行预测与补偿, 即

$$\tilde{s}(k)=y'(k)-\hat{d}(k) \tag{6}$$

式中: $\tilde{s}(k)$为补偿非随机项后的输出误差; $\hat{d}(k)$为非随机项预测值。传统方法忽略了非随机项预测误差, 即认为$\hat{d}(k)=d(k)$, 则有

$$\tilde{s}(k)=s(k)=x(k)+\varepsilon(k) \tag{7}$$

因此, 将$\tilde{s}(k)$作为量测量, 则量测方程为

$$Z_k=\tilde{s}(k)=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k+V_k \tag{8}$$

式中: $\boldsymbol{H}_k$为量测矩阵, $\boldsymbol{H}_k=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]$; V_k为量测噪声, $V_k=\varepsilon(k)$。

1.3　传统方法存在的问题

受陀螺仪自身性能稳定性及外界环境的影响, 通常离线随机误差模型用于在线补偿时存在偏差, 进而导致状态模型产生误差, 即

$$\boldsymbol{X}_k=(\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}+\Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1})\boldsymbol{X}_{k-1}+\boldsymbol{W}_k \tag{9}$$

式中: $\Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$为状态模型误差。

由于对非随机项的预测存在误差, 故预测值$\hat{d}(k)$中必然含有预测误差$\Delta d(k)$, 即

$$\hat{d}(k)=d(k)-\Delta d(k) \tag{10}$$

利用$\hat{d}(k)$对$y'(k)$中的非随机项进行补偿, 则有

$$\tilde{s}(k)=y'(k)-\hat{d}(k)=x(k)+\Delta d(k)+\varepsilon(k) \tag{11}$$

由式 (11) 可知, 当令$\tilde{s}(k)$作为量测量时, 量测噪声为$V_k=\Delta d(k)+\varepsilon(k)$。可见, V_k可视为均值为$\Delta d(k)$, 方差为σ^2的白噪声。若将V_k的均值和方差分别记为r_k和R_k, 则有

$$\begin{aligned}r_k&=E(V_k)=\Delta d(k)\\ R_k&=E(V_kV_k)=\sigma^2\end{aligned} \tag{12}$$

式中: $E(\cdot)$为均值函数。由于$\Delta d(k)$在不同时刻取值不同, 且σ^2也会随外界环境改变而变化, 故r_k和R_k均具有时变特性。

由此可见, 传统方法忽略了离线所建随机误差模型不准确引起的状态模型误差, 并且没有考虑量测噪声统计特性的时变特点, 导致对随机误差的在线估计精度较差。

2　一种随机误差在线补偿方法

针对传统方法中离线随机误差模型和量测噪声统计特性时变的问题, 通过引入虚拟噪声, 将随机误差模型偏差的影响归结为时变虚拟系统噪声, 并利用时变噪声估值器修正虚拟系统噪声和量测噪声的统计特性, 以消除随机误差模型偏差及量测噪声时变对随机误差在线估计精度的

影响。

2.1 随机误差模型偏差的估计

由于状态模型存在误差，并且量测噪声的均值和方差均具有时变特性，则真实的有色噪声在线估计系统可表示为

$$\boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1} + \Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{W}_k \tag{13}$$

$$Z_k = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k + V_k \tag{14}$$

式中：V_k的均值r_k和方差R_k均为时变参数。

为了补偿$\Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$，将式(13)改写为

$$\boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{\xi}_k \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{\xi}_k = \Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{W}_k$。由于$\Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$相对$\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$较小，故可认为$\boldsymbol{\xi}_k$为白噪声。另外，$\boldsymbol{\xi}_k$与$\Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$、$\boldsymbol{X}_{k-1}$有关，而$\boldsymbol{X}_{k-1}$是时变的，故$\boldsymbol{\xi}_k$也是时变的。因此，$\boldsymbol{\xi}_k$可视为时变的白噪声。其均值$\boldsymbol{q}_k$和方差$\boldsymbol{Q}_k$分别为

$$\begin{aligned} &E(\boldsymbol{\xi}_k) = \boldsymbol{q}_k \\ &E\left(\boldsymbol{\xi}_k\boldsymbol{\xi}_i^{\mathrm{T}}\right) = \boldsymbol{Q}_k\delta_{ki} \end{aligned} \tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{q}_k$和$\boldsymbol{Q}_k$均为时变参数；δ_{ki}为Kronecker函数，当$k=i$时，其值为1，否则其值为0。

由式(15)可知，若将$\boldsymbol{\xi}_k$视为虚拟系统噪声，并通过对其统计特性进行估计与修正，便可消除$\Delta\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$对滤波性能的影响。因此，真实的有色噪声在线估计系统可转化为

$$\boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{\xi}_k \tag{17}$$

$$Z_k = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k + V_k \tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{\xi}_k$和V_k的均值和方差均为时变参数。

针对虚拟系统噪声$\boldsymbol{\xi}_k$和量测噪声V_k均随时间变化的系统式(17)和式(18)，通过设计时变噪声估值器不断地估计并修正$\boldsymbol{\xi}_k$和V_k的噪声统计特性，即可克服随机误差模型不准确及量测噪声时变对滤波性能的影响。

2.2 时变噪声统计特性的估计

2.2.1 量测噪声均值r_k的估计

在利用观测数据递推滤波时，滤波新息$\tilde{Z}_k$为

$$\tilde{Z}_k = Z_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} \tag{19}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}$为一步预测值，一步预测方程为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} + \boldsymbol{q}_k \tag{20}$$

将量测方程式(18)代入式(19)中，可得

$$V_k = \tilde{Z}_k - \boldsymbol{H}_k\tilde{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} \tag{21}$$

式中：$\tilde{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}$为一步预测误差，$\tilde{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} = \boldsymbol{X}_k - \hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}$。

由于对状态量的一步预测是无偏的，即$E(\tilde{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}) = 0$。因此，对式(21)两边同时求数学期望，可得

$$r_k = E(V_k) = E(\tilde{Z}_k) = E(Z_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}) \tag{22}$$

因此，r_k的等加权平均估计结果$\hat{r}_k$为

$$\hat{r}_k = \left(1 - \frac{1}{k}\right)\hat{r}_{k-1} + \frac{1}{k}\left(Z_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}\right) \tag{23}$$

为了强调新近数据对r_k的估计作用，采用渐消记忆指数加权的方式进行估计。选择加权系数β_i，使之满足

$$\beta_i = d_k \cdot b^{i-1}, d_k = \frac{1-b}{1-b^k}, i = 1,2,\cdots,k \tag{24}$$

式中：b为遗忘因子。

将权值$\beta_{(k+1)-i}$代入式(23)代替$1/k$，则有

$$\hat{r}_k = (1-d_k)\hat{r}_{k-1} + d_k(Z_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}) \tag{25}$$

式(24)中遗忘因子b的引入可增强新近数据对r_k的估计作用。当r_k变化较快时，b应取较小；反之，b应取较大。

2.2.2 量测噪声方差R_k的估计

对量测噪声方程式(21)两边同时求方差，则

$$R_k = E(V_kV_k) = E(\tilde{Z}_k\tilde{Z}_k) - \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k,k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} \tag{26}$$

式中：$\boldsymbol{P}_{k,k-1}$为一步预测误差均方差，$\boldsymbol{P}_{k,k-1} = E\left(\tilde{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}\tilde{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}^{\mathrm{T}}\right)$。

因此，对R_k的渐消记忆指数加权估计值为

$$\hat{R}_k = (1-d_k)\hat{R}_{k-1} + d_k\left(\tilde{Z}_k\tilde{Z}_k - \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k,k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\right) \tag{27}$$

2.2.3 虚拟系统噪声均值$\boldsymbol{q}_k$的估计

在利用观测数据进行递推滤波时，量测更新方程为

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k = \hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} + \boldsymbol{K}_k\left(Z_k - \boldsymbol{H}_k\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} - r_k\right) \tag{28}$$

将一步预测方程式(20)和量测方程式(18)代入式(28)中并经过整理后，可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}_k =& (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k)^{-1}\left(\hat{\boldsymbol{X}}_k - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k\right) - \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} - \\ & (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k)^{-1}\boldsymbol{K}_k(V_k - r_k) \end{aligned} \tag{29}$$

式中：$\boldsymbol{I}$单位矩阵；$\boldsymbol{K}_k$为滤波增益矩阵。

由于对状态量的估计是无偏的，故有$E\left(\hat{\boldsymbol{X}}_k\right) = E(\boldsymbol{X}_k)$。另外，$V_k$的数学期望为$r_k$，即$E(V_k) = r_k$。因此，对式(29)两边同时求数学期望，可得

$$\boldsymbol{q}_k = E\left(\hat{\boldsymbol{X}}_k - \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}\right) \tag{30}$$

因此，对$\boldsymbol{q}_k$的渐消记忆指数加权估计值$\hat{\boldsymbol{q}}_k$为

$$\hat{\boldsymbol{q}}_k = (1-d_k)\hat{\boldsymbol{q}}_{k-1} + d_k\left(\hat{\boldsymbol{X}}_k - \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}\right) \tag{31}$$

2.2.4 虚拟系统噪声方差$\boldsymbol{Q}_k$的估计

在递推滤波时，状态估计误差向量$\tilde{\boldsymbol{X}}_k$为

$$\tilde{\boldsymbol{X}}_k = \boldsymbol{X}_k - \hat{\boldsymbol{X}}_k \tag{32}$$

将状态方程式 (17) 和量测更新方程式 (28) 代入式(32)中, 可得

$$\tilde{\boldsymbol{X}}_k = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{\xi}_k - \left(\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1} + \boldsymbol{K}_k\tilde{Z}'_k\right) \tag{33}$$

式中: $\tilde{Z}'_k$为滤波新息减去量测噪声均值的结果, 即 $\tilde{Z}'_k = \tilde{Z}_k - r_k$。

进一步, 将一步预测方程式 (20) 代入上式中, 并经过整理后, 可得

$$\boldsymbol{\xi}_k = \tilde{\boldsymbol{X}}_k - \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\tilde{\boldsymbol{X}}_{k-1} + \boldsymbol{q}_k + \boldsymbol{K}_k\tilde{Z}'_k \tag{34}$$

式中: $\tilde{\boldsymbol{X}}_{k-1}$为$k-1$时刻的状态估计误差。

由于 $\boldsymbol{q}_k$可以视为常数, 故其方差为零, 即 $E(\boldsymbol{q}_k\boldsymbol{q}_k^{\mathrm{T}}) = 0$。因此, 对式 (34) 两边同时求方差, 可得

$$\boldsymbol{Q}_k = E\left(\boldsymbol{\xi}_k\boldsymbol{\xi}_k^{\mathrm{T}}\right) = \boldsymbol{P}_k - \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_k E\left(\tilde{Z}'_k\tilde{Z}'_k\right)\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}} \tag{35}$$

式中: $\boldsymbol{P}_k$、$\boldsymbol{P}_{k-1}$为状态估计误差均方差。

因此, 对$\boldsymbol{Q}_k$的渐消记忆指数加权估计值$\hat{\boldsymbol{Q}}_k$为

$$\hat{\boldsymbol{Q}}_k = (1-d_k)\hat{\boldsymbol{Q}}_{k-1} + d_k\left(\boldsymbol{K}_k\tilde{Z}'_k\tilde{Z}'_k\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{P}_k - \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}^{\mathrm{T}}\right) \tag{36}$$

式 (25)、式 (27)、式 (31) 和式 (36) 即构成了渐消记忆时变噪声估值器。

基于自适应滤波的随机误差在线补偿方法的流程图如图 1 所示。由图 1 可知, 通过交替运用时变噪声统计特性的估计方程及随机误差的预测与更新方程, 即可在估计随机误差的同时, 不断估计并修正虚拟系统噪声和量测噪声的统计特性, 克服随机误差模型偏差及量测噪声统计特性时变对滤波性能的影响, 从而实现光学陀螺随机误差的高精度在线补偿。

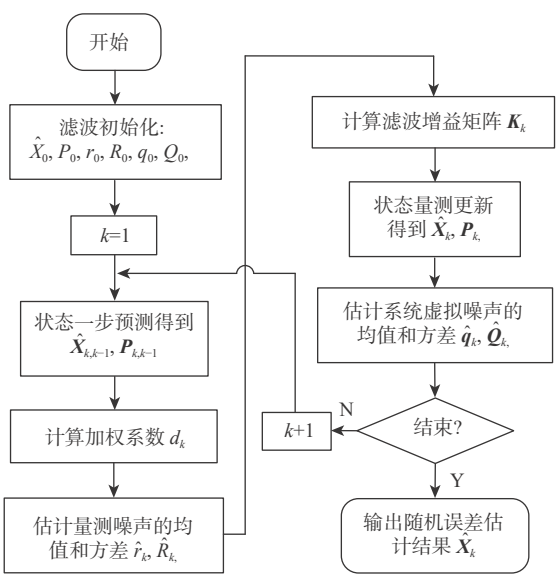


图 1　基于自适应滤波的随机误差在线补偿方法的流程图

Fig. 1　Flow chart of the random error online compensation method based on adaptive filtering

3　试验验证与结果分析

为验证本文方法的有效性, 开展了随机误差在线补偿验证试验。采集光纤陀螺的实测数据, 采样周期为 0.01 s, 总时间为 2 000 s。补偿确定性误差后的输出数据如图 2 所示。

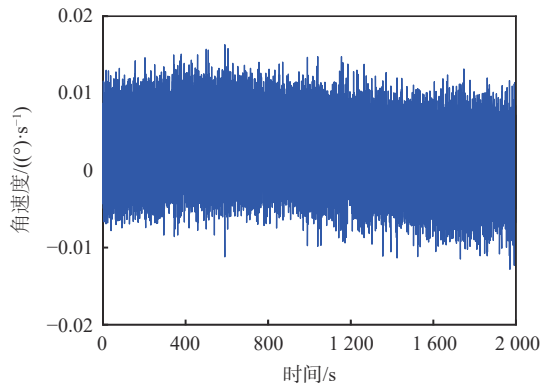


图 2　光纤陀螺的输出数据

Fig. 2　Output data of fiber optical gyro

选取前 100 s 的输出数据进行离线建模, 并将后 1 900 s 的数据作为在线输出数据, 采用传统方法和本文方法在线估计并补偿随机误差, 如图 3 和图 4 所示。补偿前后的输出结果对比如表 1 所示。

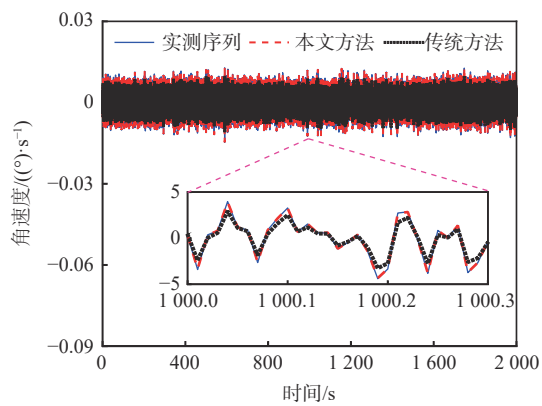


图 3　随机误差的在线估计结果

Fig. 3　Online estimation results of the random error

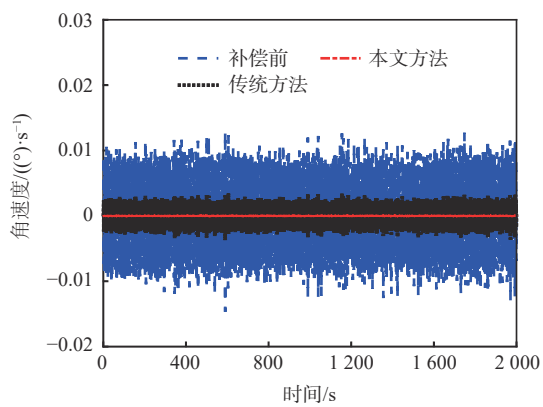


图 4　补偿后的在线输出数据

Fig. 4　Online output data after compensation

表1 补偿前后的输出结果对比

Table 1 Comparison of output result before and after compensation (°)/s

方法	均值	均方差
补偿前	-1.33×10^{-6}	3.06×10^{-3}
传统方法	-3.65×10^{-7}	8.21×10^{-4}
本文方法	4.33×10^{-8}	1.79×10^{-5}

由图3和图4可知，本文方法可以对光学陀螺在线输出数据中的随机误差进行有效地在线估计与补偿。通过与传统方法的估计与补偿结果进行对比，并结合表1中的数据可以看出，本文方法所得到的随机误差估计值与实测序列更加接近，且补偿后的输出数据误差显著减小，补偿后的输出数据的误差均方差由传统方法的 8.21×10^{-4} (°)/s 减小至 1.79×10^{-5} (°)/s，提升效果较为显著。以上结果说明，本文方法可有效消除随机误差模型不准确和量测噪声统计特性时变对滤波性能的影响，提高随机误差的在线补偿精度。

4 结 论

1）传统方法根据离线建立的随机误差模型，采用Kalman滤波在线补偿随机误差，但忽略了离线随机误差模型不准确引起的状态模型误差，并且没有考虑量测噪声统计特性的时变特点，导致对随机误差的在线估计精度较差。

2）本文方法通过引入虚拟噪声，将随机误差模型偏差的影响归结为时变虚拟系统噪声，并设计时变噪声估值器对虚拟系统噪声和量测噪声的统计特性进行估计与修正，有效消除随机误差模型不准确及量测噪声统计特性时变的影响，大大提高了随机误差的在线补偿精度。

无论载体处于静态环境还是动态环境，光学陀螺的输出误差特性是不变的，因此本文方法对光学陀螺的静态和动态实测数据均有效。本文已经在实验室环境下利用光纤陀螺的实测数据对本文方法进行验证，后续将开展外场试验，以进一步验证本文方法的有效性。

参考文献（References）

[1] XIONG Z Y, WEI G, GAO C F, et al. Precision temperature control for the laser gyro inertial navigation system in long-endurance marine navigation[J]. Sensors, 2021, 21(12): 4119.

[2] YANG C, CAI Y W, XIN C J, et al. Research on temperature error compensation method of vehicle-mounted laser gyro SINS[J]. Journal of Physics:Conference Series, 2021, 1885(4): 042020.

[3] 刘文涛, 刘洁瑜, 沈强. 光纤陀螺随机误差的集成建模及滤波处理[J]. 光电工程, 2018, 45(10): 180082.
LIU W T, LIU J Y, SHEN Q. Integrated modeling and filtering of fiber optic gyroscope's random errors[J]. Opto-Electronic Engineering, 2018, 45(10): 180082(in Chinese).

[4] NARASIMHAPPA M, NAYAK J, TERRA M H, et al. ARMA model based adaptive unscented fading Kalman filter for reducing drift of fiber optic gyroscope[J]. Sensors and Actuators A:Physical, 2016, 251: 42-51.

[5] TENG F, JIN J, HUANG Y L, et al. Noise analysis and measurement of high sensitivity photonic crystal fiber-optic gyroscope[J]. Optical Fiber Technology, 2015, 25: 1-6.

[6] 金毅, 吴训忠, 谢聂, 等. 光纤陀螺随机漂移在线建模实时滤波技术[J]. 光电工程, 2015, 42(3): 13-19.
JIN Y, WU X Z, XIE N, et al. Real-time filtering research based on on-line modeling random drift of FOG[J]. Opto-Electronic Engineering, 2015, 42(3): 13-19(in Chinese).

[7] 朱枫, 张葆, 李贤涛, 等. 基于强跟踪卡尔曼滤波的陀螺信号处理[J]. 吉林大学学报 (工学版), 2017, 47(6): 1868-1875.
ZHU F, ZHANG B, LI X T, et al. Gyro signal processing based on strong tracking Kalman filter[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2017, 47(6): 1868-1875(in Chinese).

[8] SONG J L, SHI Z Y, DU B H, et al. MEMS gyroscope wavelet denoising method based on redundancy and sparse representation[J]. Microelectronic Engineering, 2019, 217: 111112.

[9] 冯小虎, 朱家海. 基于小波域维纳滤波的激光陀螺数据处理研究[J]. 航空精密制造技术, 2008, 44(6): 17-20.
FENG X H, ZHU J H. Research on signal processing of laser gyro based on wavelet domain Wiener flter[J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2008, 44(6): 17-20(in Chinese).

[10] 孙伟, 孙鹏翔, 刘东雨. 基于PSO-WNN的MEMS陀螺随机误差建模普适性分析[J]. 传感技术学报, 2020, 33(9): 1292-1298.
SUN W, SUN P X, LIU D Y. Universality analysis of stochastic error modeling for MEMS gyroscope based on PSO-WNN[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2020, 33(9): 1292-1298(in Chinese).

[11] 王新龙, 陈涛, 杜宇. 基于ARMA模型的光纤陀螺漂移数据建模方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(1): 5-7,11.
WANG X L, CHEN T, DU Y. The drift method of fiber optic gyros based on the ARMA model[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2006, 26(1): 5-7,11(in Chinese).

[12] 王可东, 武雨霞. 一种MEMS陀螺随机漂移的高精度建模方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(8): 1584-1592.
WANG K D, WU Y X. An accurate modeling method for random drift of MEMS gyro[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(8): 1584-1592(in Chinese).

[13] 傅军, 韩洪祥. 改进的MEMS陀螺随机噪声自适应Kalman实时滤波方法[J]. 光子学报, 2019, 48(12): 1212003.
FU J, HAN H X. Modified adaptive real-time filtering algorithm for MEMS gyroscope random noise[J]. Acta Photonica Sinica, 2019, 48(12): 1212003(in Chinese).

[14] 王可东, 熊少锋. ARMA建模及其在Kalman滤波中的应用[J]. 宇航学报, 2012, 33(8): 1048-1055.
WANG K D, XIONG S F. An ARMA modeling method and its application in Kalman filtering[J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(8): 1048-1055(in Chinese).

[15] 李鲁明, 赵鲁阳, 唐晓红, 等. 基于改进卡尔曼滤波的陀螺仪误差

补偿算法[J]. 传感技术学报, 2018, 31(4): 538-544,550.
LI L M, ZHAO L Y, TANG X H, et al. A compensation algorithm of gyroscope error based on modified Kalman filter[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2018, 31(4): 538-544,550(in Chinese).

[16] 柴嘉薪, 王新龙, 王盾, 等. 一种光纤陀螺随机振动误差高精度建模方法[J]. 航空兵器, 2017, 24(4): 49-54.
CHAI J X, WANG X L, WANG D, et al. A high precision modeling method for random vibration error of fiber optic gyroscope[J]. Aero Weaponry, 2017, 24(4): 49-54(in Chinese).

An online compensation method for random error of optical gyro

LU Kewen[1], WANG Xinlong[1,*], WANG Bin[2], DING Xiaokun[3], HU Xiaodong[3]

(1. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Beijing Institute of Control & Electronic Technology, Beijing 100038, China;
3. The Flight Automatic Control Research Institute of AVIC, Xi'an 710065, China)

Abstract: The random error online compensation method of optical gyro establishes a random error model offline and compensates random error online by Kalman filter. However, when used for online compensation, the offline random error model has deviation due to the influence of the external environment and the stability of the gyro's performance. In addition, changes in the external environment cause measurement noise with time-varying statistical characteristics, which does not meet the requirement that the Kalman filter must have known the noise's prior statistics. The above factors reduce the online estimation accuracy of random error. Therefore, an online random error compensation method based on adaptive filtering is proposed. The influence of random error model deviation is reduced to time-varying virtual system noise by introducing virtual noise. In order to remove the effects of random error model deviation and time-varying measurement noise, the fading memory time-varying noise estimator is used to estimate and correct the statistical properties of the virtual system and measurement noise. The experimental results show that the proposed method can realize high-precision online compensation for random error, and has certain engineering application value.

Keywords: random error; online compensation; model deviation; time-varying noise; adaptive filtering

Received: 2022-06-22; **Accepted**: 2022-08-12; **Published Online**: 2022-12-14 09:37
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221212.1928.007
Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61673040); Key Basic Research Projects (2020-JCJQ-ZD-136-12); Aeronautical Science Foundation of China (20170151002); Open Research Fund of State Key Laboratory of Space-Ground Information Technology (2015-SGIIT-KFJJ-DH-01)

* **Corresponding author**. E-mail: xlwon@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0595

四旋翼飞行器的RBF神经网络鲁棒自适应控制

马振伟，白浩，陈洪波*，王劲博
(中山大学 系统科学与工程学院，广州 510006)

摘 要：针对具有模型不确定性和有界外部扰动的四旋翼飞行器，提出了一种基于径向基函数神经网络的鲁棒自适应全局控制方法（RRAC）。所提方法结合了神经网络控制对未知非线性的强拟合能力和鲁棒控制的全局稳定性，解决了神经网络控制仅能实现半全局一致最终有界的问题，实现了控制精度和鲁棒性的双重提升。所设计的控制器由在近似域内工作的神经网络控制器和在近似域外工作的鲁棒控制器组成。引入一种新型切换函数来实现两者之间的平滑切换，以保证闭环系统的所有信号是全局一致最终有界的。利用Lyapunov函数和Barbalat引理严格证明了非线性四旋翼飞行器系统的稳定性。仿真表明，所设计的控制器在模型不确定性和有界外部扰动下对参考轨迹依旧保持良好的跟踪性能，且跟踪误差趋近于零。

关 键 词：四旋翼飞行器；RBF神经网络；鲁棒自适应控制；平滑切换函数；全局一致最终有界

中图分类号：V275.1; TP183

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1620-09

近年来，由于四旋翼飞行器具有体积小、结构简单、机动能力强和可垂直起降等优势，可实现在危险的环境中执行复杂的任务，如灾害监测、荒野搜索和救援等[1-6]，因此四旋翼飞行器的控制问题受到了广泛关注[7-13]。然而，在环境和模型不确定性下，无人机的控制问题具有挑战性。因此，需要设计一种跟踪性能优异、抗干扰能力更强的飞行器控制方法，可以令飞行器在复杂非线性环境中具备执行任务的能力。

在四旋翼轨迹跟踪控制方面，已经出现了很多控制方法。文献[14-15]在控制器设计过程中简化了四旋翼飞行器的非线性动力学，得到比较好的仿真结果，但四旋翼飞行器是一个高度非线性的六自由度系统，简化模型不能准确描述具有强机动性能四旋翼飞行器系统的非线性和耦合动力学，而不确定的飞行器动力学在实际工程任务中会造成难以想象的影响；为了解决不确定系统动力学问题，文献[16]中的自适应控制方法被用于非线性系统，但这些方法只能实现有限的跟踪误差，而不能使其趋近于零；文献[17]中鲁棒方法被用于抵消非线性和系统不确定性对飞行器动力学的影响，然而其跟踪精度通常不能保证；文献[18]提出了一种基于高增益观测器的鲁棒嵌入式控制器，用于在线估计和补偿四旋翼飞行器飞行过程中阵风产生的外部干扰；文献[19]研究了基于分数阶算子的四旋翼轨迹全局滑模控制方案的设计问题，用以保证外部干扰和模型失配的鲁棒性；文献[20]提出了一种用于六自由度四旋翼轨迹跟踪的非线性系统误差，并使用了反步方法和非线性干扰观测器/滑模控制方法来稳定四旋翼姿态；文献[21]提出了一种适用于无人驾驶飞行器姿态跟踪的自适应控制器，以消除测量噪声的不利影响；文献[22]将扩展状态观测器应用于

收稿日期：2022-07-07；录用日期：2022-08-14；网络出版时间：2022-10-09 17:01
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221008.1501.005
*通信作者. E-mail：chenhongbo@mail.sysu.edu.cn

引用格式：马振伟，白浩，陈洪波，等. 四旋翼飞行器的RBF神经网络鲁棒自适应控制[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1620-1628. MA Z W，BAI H，CHEN H B，et al. RBF neural network robust adaptive control of quadrotor aircraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1620-1628 (in Chinese).

受到外部干扰的四旋翼飞行器以跟随和保持轨迹。但是上述算法均无法权衡所设计的控制器鲁棒性和跟踪精度之间的关系, 在提升抗干扰鲁棒性的同时, 牺牲了跟踪精度; 在跟踪精度较高的情况下, 大大丢失了对模型失配和外界干扰的稳定性; 文献 [23-24] 提出了使用神经网络方法来近似四旋翼无人机的动力学, 虽然使系统在保持跟踪精度的同时具备了一定鲁棒性, 但受限于神经网络的半全局一致最终有界特性, 无法实现全局稳定。

为此, 本文设计了一种基于径向基函数神经网络鲁棒自适应全局控制方法 (radial basic function neural network robust adaptive global control method, RRAC), 应用于模型不确定性和强干扰环境下四旋翼飞行器的飞行控制。所设计的实际控制器由在近似域内工作的神经网络控制器和在近似域外工作的鲁棒控制器组成, 并引入一种新型切换函数来实现两者之间的平滑切换。当 RBF 神经网络的输入信号在近似域内时, 利用 RBF 神经网络对非线性函数的强拟合能力, 单独对四旋翼飞行器进行控制; 当输入信号在近似域边界附近时, 使用 RBF 神经网络控制器和鲁棒控制器权衡控制; 当输入信号超出近似域时, 切断神经网络控制器的工作, 同时鲁棒控制器作用拉回瞬态, 以保证闭环系统的所有信号是全局一致最终有界的, 有效实现控制器稳定性和控制精度的双重提升。

1　前期准备

1.1　RBF 神经网络

采用 RBF 神经网络可实现未知非线性函数 $F(\boldsymbol{x})$的逼近, RBF 神经网络算法为

$$\begin{cases} h_j = \exp\left(\left\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c}_j\right\|^2 \Big/ \left(2b_j^2\right)\right) \\ F(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{W}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) + \varepsilon \end{cases} \tag{1}$$

式中: $\boldsymbol{x}$为网络的输入; j为网络隐含层第 j个节点; $\boldsymbol{h}=[h_j]^{\mathrm{T}}$为高斯函数的输出; $\boldsymbol{c}_j$、b_j分别为第 j个神经元高斯基函数中心点的坐标向量、宽度; $\boldsymbol{W}^*$为网络权值; ε为网络的近似误差, 满足 $|\varepsilon| \leqslant \varepsilon_{\mathrm{D}}$, ε_{D}为近似误差上界。

1.2　开关函数

为了实现 RBF 神经网络控制器和鲁棒控制器之间的平滑切换, 本文引入了一种新型开关函数, 表达式为

$$M(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leqslant r_1 \\ \left[-\left(\dfrac{|x|-r_1}{r_2-r_1}\right)^2+1\right]^2 & r_1 < x < r_2 \\ 0 & |x| \geqslant r_2 \end{cases} \tag{2}$$

式中: r_1、r_2为变量 x的开关常数下界、上界, 且满足 $r_2 > r_1 > 0$。当 $|x| \leqslant r_1$时, RBF 神经网络控制器单独作用; 当 $|x| \geqslant r_2$时, 鲁棒控制器单独作用; 当 $r_1 < x < r_2$时, RBF 神经网络控制器与鲁棒控制器权衡控制。当 $r_1=1$、$r_2=2$时, 所得开关函数曲线如图 1 所示。

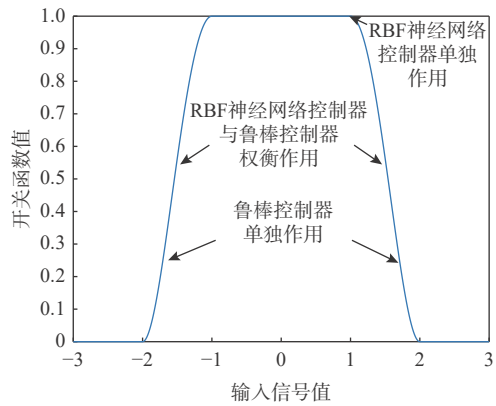


图 1　开关函数 $M(x)$

Fig. 1　Switching function $M(x)$

2　问题描述

四旋翼无人机是一种旋翼直升机, 每个旋翼都会产生力矩和垂直力, 其中 2 个旋翼的旋转方向为顺时针方向, 另外 2 个为逆时针方向, 以平衡机体并根据需要产生偏航运动。有 4 个控制输入和 6 个状态输出, 因此四旋翼无人机是典型欠驱动系统。四旋翼无人机的动力学模型可通过拉格朗日方法获得, 模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = V_x,\ \dot{y} = V_y,\ \dot{z} = V_z \\ \dot{V}_x = u_{1x} - K_1 V_x/m + d_1 \\ \dot{V}_y = u_{1y} - K_2 V_y/m + d_2 \\ \dot{V}_z = u_{1z} - g - K_3 V_z/m + d_3 \\ \dot{\theta} = \omega_\theta,\ \dot{\psi} = \omega_\psi,\ \dot{\phi} = \omega_\phi \\ \dot{\omega}_\theta = u_2 - lK_4/I_1\omega_\theta + d_4 \\ \dot{\omega}_\psi = u_3 - lK_5/I_2\omega_\psi + d_5 \\ \dot{\omega}_\phi = u_4 - lK_6/I_3\omega_\phi + d_6 \end{cases} \tag{3}$$

式中: m为无人机的负载总质量; l为每个旋翼末端到飞行器重心的距离; I_i为围绕每个轴的转动惯量; K_i为阻力系数; d_i为随机扰动, $|d_i| \leqslant D$, D为扰动上界常数; x、y、z为飞行器质心在惯性坐标系中的位置坐标; V_x、V_y、V_z分别为无人机惯性系下为 x、y、z向速度; ϕ、θ、ψ分别为无人机滚转角、俯仰角、偏航角; ω_ϕ、ω_θ、ω_ψ分别为无人机滚转角速率、俯仰角速率、偏航角速率; u_1、u_2、u_3、u_4为控制量; u_{1x}、u_{1y}、u_{1z}为等效控制量, 表达式为

$$\begin{cases} u_{1x} = u_1(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi) \\ u_{1y} = u_1(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi) \\ u_{1z} = u_1\cos\phi\cos\psi \end{cases} \tag{4}$$

需要说明的是，由于欠驱动特性的存在，不可能对所有6个自由度都进行跟踪。一个合理的控制目标方案为：使用RRAC设计控制器，跟踪轨迹$(x_\mathrm{r}, y_\mathrm{r}, z_\mathrm{r})$和滚转角$\phi_\mathrm{r}$，同时保证另外2个角度$\theta_\mathrm{r}$和$\psi_\mathrm{r}$镇定，其中下标r为参考指令信息。

针对四旋翼无人机的动力学模型中存在的不确定项，采用RBF神经网络进行近似，但众所周知RBF神经网络只能实现局部近似，因此本文设计了主导近似域外的鲁棒控制器，从而保证闭环信号全局稳定。由于传统的符号开关函数在2种控制器切换时容易引起系统的震荡，所以本文引入了连续可导的新型切换函数，来实现两者的平滑切换。

3 基于RRAC的控制器设计

3.1 位置控制器设计

为了实现控制目标，先对位置误差子系统和速度误差子系统进行设计，得到所需的时变推力大小和方向，所需要的姿态信息传递给姿态控制子系统进行跟踪。考虑四旋翼飞行器执行任务过程中环境的强非线性因素，定义函数为

$$f(\boldsymbol{x}_1) = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{V}/m + \boldsymbol{d} \tag{5}$$

式中：$f(\boldsymbol{x}_1)$为未知非线性函数，假设存在已知的正函数$\varphi(\boldsymbol{x}_1)$，使得$|f(\boldsymbol{x}_1)| \leqslant \vartheta_1\varphi(\boldsymbol{x}_1)$，其中，$\vartheta_1 > 0$；$\boldsymbol{K} = [K_1 \quad K_2 \quad K_3]^\mathrm{T}$；$\boldsymbol{V} = [V_x \quad V_y \quad V_z]^\mathrm{T}$；$\boldsymbol{d} = [d_1 \quad d_2 \quad d_3]^\mathrm{T}$。

飞行器的位置状态为$\boldsymbol{P} = [x \quad y \quad z]^\mathrm{T}$，则定义位置跟踪误差向量$\boldsymbol{z}_1$为

$$\boldsymbol{z}_1 = \boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}_\mathrm{r} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{P}_\mathrm{r} = [x_\mathrm{r} \quad y_\mathrm{r} \quad z_\mathrm{r}]^\mathrm{T}$为参考指令，则

$$\dot{\boldsymbol{z}}_1 = \boldsymbol{V} - \dot{\boldsymbol{P}}_\mathrm{r} \tag{7}$$

定义Lyapunov函数V_1为

$$V_1 = z_1^2/2 \tag{8}$$

对V_1沿着式(6)求导，可得

$$\dot{V}_1 = \boldsymbol{z}_1(\boldsymbol{V} - \dot{\boldsymbol{P}}_\mathrm{r}) \tag{9}$$

设计虚拟控制项α_v为

$$\boldsymbol{\alpha}_v = -c_1\boldsymbol{z}_1 + \dot{\boldsymbol{P}}_\mathrm{r} \tag{10}$$

式中：$c_1 > 0$为常数。并令速度误差向量$\boldsymbol{z}_2$为

$$\boldsymbol{z}_2 = \boldsymbol{V} - \boldsymbol{\alpha}_v \tag{11}$$

将(11)代入式(9)，可得

$$\dot{V}_1 = \boldsymbol{z}_1\boldsymbol{z}_2 - c_1\boldsymbol{z}_1^2 \tag{12}$$

在接下来的设计中，将$\boldsymbol{z}_1\boldsymbol{z}_2$项消掉，使得$\boldsymbol{z}_1$子系统是稳定的。

$\boldsymbol{z}_2$子系统为

$$\dot{\boldsymbol{z}}_2 = \dot{\boldsymbol{V}} - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_v \tag{13}$$

由于四旋翼飞行器系统是严格反馈系统，则不开展求$\dot{\boldsymbol{\alpha}}_v$表达式。定义Lyapunov函数$V_2$为

$$V_2 = V_1 + \boldsymbol{z}_2^2/2 \tag{14}$$

对V_2沿着式(13)求导，可得

$$\dot{V}_2 = \boldsymbol{z}_1\boldsymbol{z}_2 - c_1\boldsymbol{z}_1^2 + \boldsymbol{z}_2\left[\boldsymbol{U}_1 + f(\boldsymbol{x}_1) + \begin{bmatrix}0 & 0 & -g\end{bmatrix}^\mathrm{T} - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_v\right] \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{U}_1 = \begin{bmatrix}u_{1x} & u_{1y} & u_{1z}\end{bmatrix}^\mathrm{T}$为控制器；$g$为重力加速度。

在近似域内采用RBF神经网络逼近未知非线性函数$f(\boldsymbol{x}_1)$，网络输入为$\boldsymbol{x}_1 = [z_1 \quad z_2]^\mathrm{T}$，则网络输出为

$$\hat{f}(\boldsymbol{x}_1) = \hat{\boldsymbol{W}}_1^\mathrm{T}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1) \tag{16}$$

则

$$f(\boldsymbol{x}_1) - \hat{f}(\boldsymbol{x}_1) = -\tilde{\boldsymbol{W}}_1^\mathrm{T}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1) + \varepsilon \tag{17}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{W}}_1$为网络权值估计值；$\tilde{\boldsymbol{W}}_1$为网络权值估计偏差值$\tilde{\boldsymbol{W}}_1 = \hat{\boldsymbol{W}}_1 - \boldsymbol{W}_1^*$，$\boldsymbol{W}_1^*$为RBF神经网络权值。

在近似域外采用鲁棒控制器对未知非线性函数$f(\boldsymbol{x}_1)$进行近似：

$$\hat{f}(\boldsymbol{x}_1) = \hat{\vartheta}_1\varphi(\boldsymbol{x}_1) \tag{18}$$

式中：$\tilde{\vartheta}_1 = \hat{\vartheta}_1 - \vartheta_1$。

引入开关函数$M(z_1)$、$M(z_2)$为

$$M(z_1) = \begin{cases} 1 & |z_1| \leqslant r_{11} \\ \left[-\left(\dfrac{|z_1| - r_{11}}{r_{12} - r_{11}}\right)^2 + 1\right]^2 & r_{11} < z_1 < r_{12} \\ 0 & |z_1| \geqslant r_{12} \end{cases} \tag{19}$$

$$M(z_2) = \begin{cases} 1 & |z_2| \leqslant r_{21} \\ \left[-\left(\dfrac{|z_2| - r_{21}}{r_{22} - r_{21}}\right)^2 + 1\right]^2 & r_{21} < z_2 < r_{22} \\ 0 & |z_2| \geqslant r_{22} \end{cases} \tag{20}$$

式中：r_{11}、r_{12}分别为误差z_1的开关下界、上界；r_{21}、r_{22}分别为误差z_2的开关下界、上界。定义$M_1(z) = M(z_1)M(z_2)$，显然$0 \leqslant M_1(z) \leqslant 1$。

定义 Lyapunov 函数V_3为

$$V_3 = V_2 + \tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_1/(2\gamma)+\tilde{\vartheta}_1^2/(2\kappa_1) \tag{21}$$

设计控制器为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_1 = &-c_2 z_2 + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_v - z_1 - \begin{bmatrix}0 & 0 & -g\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} - M_1(z)\hat{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1)-\\ &\eta M_1(z)\mathrm{sgn}(z_2) - [1-M_1(z)]\hat{\vartheta}_1\varphi(\boldsymbol{x}_1)\end{aligned} \tag{22}$$

式中: c_2和η为正常数。则

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 = &-c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - \eta M_1(z)|z_2| + M_1(z) z_2 \varepsilon +\\ &\tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}[\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_1 - \gamma M_1(z) z_2 \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1)]/\gamma +\\ &\tilde{\vartheta}_1\{\dot{\hat{\vartheta}}_1 - \kappa_1[1-M_1(z)] z_2 \varphi(\boldsymbol{x}_1)\}/\kappa_1\end{aligned} \tag{23}$$

取$\eta > |\varepsilon|_D$, 自适应律为

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_1 = \gamma M_1(z) z_2 \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1)\\ \dot{\hat{\vartheta}}_1 = \kappa_1[1-M_1(z)] z_2 \varphi(\boldsymbol{x}_1)\end{cases} \tag{24}$$

将式 (24) 代入式 (23), 可得

$$\dot{V}_3 \leqslant -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \tag{25}$$

则z_2子系统是稳定的。

3.2　虚拟姿态角度解算

假设满足控制律式 (22) 所需要得姿态角度为θ_{r}和ψ_{r}, 为了实现θ对θ_{r}的跟踪、ψ对ψ_{r}的跟踪, 需要对θ_{r}和ψ_{r}进行求解。

由式 (4) 可知:

$$\begin{bmatrix}u_{1x}\\ u_{1y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\phi & \sin\phi\\ \sin\phi & -\cos\phi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sin\theta_{\mathrm{r}}\cos\psi_{\mathrm{r}}\\ \sin\psi_{\mathrm{r}}\end{bmatrix} u_1 \tag{26}$$

由于

$$\begin{bmatrix}\cos\phi & \sin\phi\\ \sin\phi & -\cos\phi\end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix}\cos\phi & \sin\phi\\ \sin\phi & -\cos\phi\end{bmatrix} \tag{27}$$

则式 (26) 变为

$$\begin{bmatrix}\cos\phi & \sin\phi\\ \sin\phi & -\cos\phi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{1x}\\ u_{1y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sin\theta_{\mathrm{r}}\cos\psi_{\mathrm{r}}\\ \sin\psi_{\mathrm{r}}\end{bmatrix} u_1 \tag{28}$$

由$u_{1z} = u_1\cos\phi\cos\psi_{\mathrm{r}}$, 可得$u_1 = u_{1z}/(\cos\phi\cos\psi_{\mathrm{r}})$, 则

$$\left[\cos\phi(u_{1x}\sin\phi - u_{1y}\cos\phi)\right]/u_{1z} = \tan\psi_{\mathrm{r}} \tag{29}$$

$$\left[\cos\phi(u_{1x}\sin\phi + u_{1y}\sin\phi)\right]/u_{1z} = \sin\theta_{\mathrm{r}} \tag{30}$$

需要注意的是, 式 (30) 的左边值如果超出[−1, +1], 则造成θ_{r}不存在, 即无法求解。取

$$X = \cos\phi(u_{1x}\sin\phi + u_{1y}\sin\phi)/u_{1z} \tag{31}$$

当$X > 1$时, $\sin\theta_{\mathrm{r}} = 1$, 即$\theta_{\mathrm{r}} = \pi/2$; 当$X < -1$时, 即$\theta_{\mathrm{r}} = \pi/2$; 当$\|X\| \leqslant 1$时, 有$\sin\theta_{\mathrm{r}} = X$, 即

$$\theta_{\mathrm{r}} = \arcsin\left\{\left[\cos\phi(u_{1x}\sin\phi + u_{1y}\sin\phi)\right]/u_{1z}\right\} \tag{32}$$

由式 (29) 可得

$$\psi_{\mathrm{r}} = \arctan\left[\cos\phi(u_{1x}\sin\phi - u_{1y}\cos\phi)/u_{1z}\right] \tag{33}$$

求解θ_{r}和ψ_{r}后, 便可得到位置控制律为

$$u_1 = \frac{u_{1z}}{\cos\phi\cos\psi_{\mathrm{r}}} \tag{34}$$

3.3　姿态控制器设计

下面将对姿态控制子系统设计 RBF 神经网路自适应鲁棒控制器, 实现四旋翼飞行器姿态控制。考虑四旋翼飞行器执行任务过程中环境的强非线性, 令

$$g(\boldsymbol{x}_2) = -l\boldsymbol{K}\boldsymbol{\omega}/\boldsymbol{I} + \boldsymbol{d} \tag{35}$$

式中: $g(\boldsymbol{x}_2)$为未知非线性函数, 假设存在已知的正函数$\varphi(\boldsymbol{x}_2)$, 使得$|g(\boldsymbol{x}_1)| \leqslant \vartheta_2\varphi(\boldsymbol{x}_2)$, 其中$\vartheta_2 > 0$为未知常数; $\boldsymbol{K} = [K_4 \quad K_5 \quad K_6]^{\mathrm{T}}$; ω=$[\omega_\theta \quad \omega_\psi \quad \omega_\phi]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{I} = [I_1 \quad I_2 \quad I_3]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{d} = [d_4 \quad d_5 \quad d_6]^{\mathrm{T}}$。

令姿态角状态量为$\boldsymbol{\chi} = [\theta \quad \psi \quad \phi]^{\mathrm{T}}$, 定义姿态角跟踪误差向量$z_3$为

$$z_3 = \boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{\chi}_{\mathrm{r}} \tag{36}$$

式中: $\boldsymbol{\chi}_{\mathrm{r}} = [\theta_{\mathrm{r}} \quad \psi_{\mathrm{r}} \quad \phi_{\mathrm{r}}]^{\mathrm{T}}$为参考指令, 则

$$\dot{z}_3 = \boldsymbol{\omega} - \dot{\boldsymbol{\chi}}_{\mathrm{r}} \tag{37}$$

定义 Lyapunov 函数V_4为

$$V_4 = z_3^2/2 \tag{38}$$

对V_4沿着式 (36) 求导, 可得

$$\dot{V}_4 = z_3(\boldsymbol{\omega} - \dot{\boldsymbol{\chi}}_{\mathrm{r}}) \tag{39}$$

设计虚拟控制项$\boldsymbol{\alpha}_\omega$为

$$\boldsymbol{\alpha}_\omega = -c_3 z_3 + \dot{\boldsymbol{\chi}}_{\mathrm{r}} \tag{40}$$

式中: $c_3 > 0$为常数。并令姿态角速率误差向量z_4为

$$z_4 = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\alpha}_\omega \tag{41}$$

将式 (41) 代入式 (39), 可得

$$\dot{V}_4 = z_3 z_4 - c_3 z_3^2 \tag{42}$$

在接下来的设计中, 将$z_3 z_4$项消掉, 使得z_3子系统是稳定的。

z_4子系统为

$$\dot{z}_4 = \dot{\boldsymbol{\omega}} - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_\omega \tag{43}$$

定义 Lyapunov 函数V_5为

$$V_5 = V_4 + z_4^2/2 \tag{44}$$

对V_5沿着式(43)求导,可得

$$\dot{V}_5 = z_3 z_4 - c_3 z_3^2 + z_4 \left[\boldsymbol{U}_2 + g(\boldsymbol{x}_2) - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_\omega \right] \tag{45}$$

式中:$\boldsymbol{U}_2 = \left[u_2 \quad u_3 \quad u_4 \right]^{\mathrm{T}}$为控制器。

在近似域内采用RBF逼近未知非线性函数$g(\boldsymbol{x}_2)$,网络输入为$\boldsymbol{x}_2 = [z_3 \quad z_4]$,则网络输出为

$$\hat{g}(\boldsymbol{x}_2) = \hat{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_2) \tag{46}$$

由于

$$\hat{g}(\boldsymbol{x}_2) - g(\boldsymbol{x}_2) = -\tilde{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_2) + \varepsilon \tag{47}$$

式中:$\hat{\boldsymbol{W}}_2$为网络权值估计值;$\tilde{\boldsymbol{W}}_2$为网络权值估计偏差值,$\tilde{\boldsymbol{W}}_2 = \hat{\boldsymbol{W}}_2 - \boldsymbol{W}_2^*$,$\boldsymbol{W}_2^*$为RBF神经网络权值。

在近似域外采用鲁棒控制器对未知非线性函数$g(\boldsymbol{x}_2)$进行近似为

$$\hat{g}(\boldsymbol{x}_2) = \hat{\vartheta}_2 \varphi(\boldsymbol{x}_2) \tag{48}$$

式中:$\tilde{\vartheta}_2 = \hat{\vartheta}_2 - \vartheta_2$。

引入开关函数$M(z_3)$、$M(z_4)$为

$$M(z_3) = \begin{cases} 1 & |z_3| \leqslant r_{31} \\ \left[-\left(\dfrac{|z_3| - r_{31}}{r_{32} - r_{31}} \right)^2 + 1 \right]^2 & r_{31} < |z_3| < r_{32} \\ 0 & |z_3| \geqslant r_{32} \end{cases} \tag{49}$$

$$M(z_4) = \begin{cases} 1 & |z_4| \leqslant r_{41} \\ \left[-\left(\dfrac{|z_4| - r_{41}}{r_{42} - r_{41}} \right)^2 + 1 \right]^2 & r_{41} < |z_4| < r_{42} \\ 0 & |z_4| \geqslant r_{42} \end{cases} \tag{50}$$

式中:r_{31}、r_{32}分别为误差z_{j3}的开关下界、上界;r_{41}、r_{42}分别为误差z_4的开关下界、上界。定义$M_2(z) = M(z_3)M(z_4)$,显然$0 \leqslant M_2(z) \leqslant 1$。

定义Lyapunov函数V_6为

$$V_6 = V_5 + \tilde{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_2 / (2\mu) + \tilde{\vartheta}_2^2 / (2\kappa_2) \tag{51}$$

式中:μ、κ_2为正常数。则

$$\dot{V}_6 = -c_3 z_3^2 + z_4 [\boldsymbol{U}_2 + g(\boldsymbol{x}_2) - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_\omega] + \tilde{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_2 / \mu + \tilde{\vartheta}_2 \dot{\hat{\vartheta}}_2 / \kappa_2 + z_3 z_4 \tag{52}$$

设计控制器为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_2 = & -c_4 z_4 + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_\omega - z_3 - M_2(z) \hat{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_2) - \\ & [1 - M_2(z)] \hat{\vartheta}_2 \varphi(\boldsymbol{x}_2) - \iota M_2(z) \mathrm{sgn}(z_4) \end{aligned} \tag{53}$$

式中:c_4、ι为正常数。则

$$\begin{aligned} \dot{V}_6 = & -c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 - \iota M_2(z) |z_4| + M_2(z) z_4 \varepsilon + \\ & \tilde{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} [(\hat{\boldsymbol{W}}_2 - \mu M_2(z) z_4 \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_2))] / \mu + \\ & \tilde{\vartheta}_2 \{ \dot{\hat{\vartheta}}_2 - \kappa_2 [1 - M_2(z)] z_4 \varphi(\boldsymbol{x}_2) \} / \kappa_2 \end{aligned} \tag{54}$$

取$\iota > \varepsilon_{\mathrm{D}}$,自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_2 = \mu M_2(z) z_4 \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_2) \\ \dot{\hat{\vartheta}}_2 = \kappa_2 [1 - M_2(z)] z_4 \varphi(\boldsymbol{x}_2) \end{cases} \tag{55}$$

将式(55)代入式(54),可得

$$\dot{V}_6 \leqslant -c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 \tag{56}$$

则z_{j4}-子系统是稳定的。

4 稳定性分析

由于$\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}, \dot{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{r}}, \ddot{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{r}}, \boldsymbol{\chi}_{\mathrm{r}}, \dot{\boldsymbol{\chi}}_{\mathrm{r}}, \ddot{\boldsymbol{\chi}}_{\mathrm{r}}$的连续性以及系统式(3)的光滑非线性,使得闭环自适应系统的解存在且唯一。定义Lyapunov候补项V为

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} z_4^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_1 + \\ & \frac{1}{2\mu} \tilde{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_2 + \frac{1}{2\kappa_1} \tilde{\vartheta}_1^2 + \frac{1}{2\kappa_2} \tilde{\vartheta}_2^2 \end{aligned} \tag{57}$$

根据动态子系统式(7)、式(13)、式(37)和式(43)、虚拟控制项式(10)、式(40)、自适应律式(24)、式(55)以及控制器式(22)、式(34)、式(53),求得V对时间的导数$\dot{V}$为

$$\dot{V} \leqslant -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 \tag{58}$$

可见$\dot{V} \leqslant 0$,因此控制系统是稳定的。根据式(57)、式(58),意味着z_1, z_2, z_3, z_4在时间域$t \in [0, +\infty)$上是有界的,且$z_1, z_2, z_3, z_4 \in L_2$;根据式(7)、式(13)、式(37)和式(43),意味着$\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3, \dot{z}_4 \in L_\infty$,根据Barbalat引理,当$t \to \infty$时,$z_1, z_2, z_3, z_4 = \boldsymbol{0}$,即$\boldsymbol{P} \to \boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}$,$\boldsymbol{\chi} \to \boldsymbol{\chi}_{\mathrm{r}}$。

5 数值仿真

整个控制系统结构如图2所示。此闭环系统属于由内外环构成的控制系统,采用RRAC设计控制器。位置子系统为外环,姿态子系统为内环,外

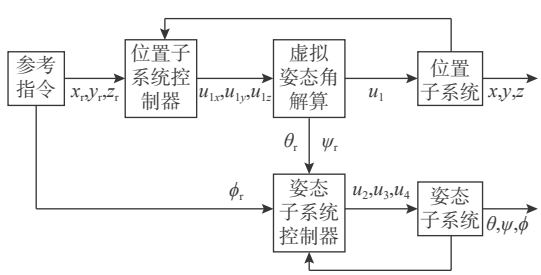


图2 闭环控制系统结构

Fig. 2 Closed-loop system structure

环产生 2 个中间指令信号θ_r和ψ_r, 并传递给内环系统, 内环则通过内环控制器实现对这 2 个中间指令信号的跟踪。

针对模型式 (3) 取系统参数为 m=2 kg, l=0.2 m, g=9.8 m/s^2, I_1=I_2=1.25 kg·m^2, I_3=2.5 kg·m^2, K_1=K_2=K_3=0.01, K_4=K_5=K_6=0.012。

被控对象初始状态为: $[x_0\ \ y_0\ \ z_0]=[2\ \ 1\ \ 3]$m, $[V_{x0}\ \ V_{y0}\ \ V_{z0}]=[0\ \ 0\ \ 0]$ m/s, $[\theta_0\ \ \psi_0\ \ \phi_0]=[0\ \ 0\ \ 0]$rad, $[\omega_{\theta0}\ \ \omega_{\psi0}\ \ w_{\phi0}]=[0\ \ 0\ \ 0]$ rad/s。

设置虚拟控制参数和鲁棒项参数为: $c_{j1}=c_{j2}=1.5$, $c_{j3}=c_{j4}=50$, $\eta=\iota=0.001$。

高斯函数参数设置为

$$c=0.01\begin{bmatrix}-2 & -1 & 0 & 1 & 2\\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$b=0.000\,2$$

自适应律增益为: $\gamma=\mu=1\,000$, κ_1=κ_2=0.000 1。

开关函数参数设置为: $\boldsymbol{r}_{11}=[2/3\ \ \ 1/3\ \ \ 10/3]$ m, $\boldsymbol{r}_{12}=[4/3\ \ \ 2/3\ \ \ 20/3]$ m, $\boldsymbol{r}_{21}=[2/3\ \ \ 4/15\ \ \ 4/3]$ m/s, $\boldsymbol{r}_{22}=[4/3\ \ \ 8/15\ \ \ 8/3]$ m/s, $\boldsymbol{r}_{31}=[\pi/18\ \ \ \pi/27\ \ \ 5\pi/54]$ rad, $\boldsymbol{r}_{32}=[\pi/9\ \ \ 2\pi/27\ \ \ 5\pi/27]$ rad, $\boldsymbol{r}_{41}=[5\pi/9\ \ \ \pi/27\ \ \ 5\pi/54]$ rad/s, $\boldsymbol{r}_{42}=[10\pi/9\ \ \ 2\pi/27\ \ \ 5\pi/27]$ rad/s。

鲁棒近似函数形式为: $\varphi(x)=x^2+0.000\,01$。

参考轨迹设置为: $x_r=y_r=0$, $z_r=10$, $\phi_r=\pi/3$。

为了评估所提出的控制设计的性能, 采用文献 [25] 中已被证明对跟踪控制问题有效的 PID(比例-积分-微分)控制方法来控制四旋翼飞行器跟踪上述参考轨迹, 进行比较。

首先, 在没有任何干扰项的情况下进行数值实验, 即$|d_i|=0$, $i=1,2,\cdots,6$。仿真结果如图 3～图 9 所示。由图 3～图 9 可知, RRAC 设计的控制器和 PID 设计的控制器达到稳态后, 轨迹跟踪误差都趋近于零, 验证了 RRAC 设计的控制器的基本正确性和有效性。同时在不施加任何干扰项和初始状态与参考轨迹相差较大的情况下, RRAC 设计的控制器相较于 PID 设计的控制器, 在使用几乎相同能

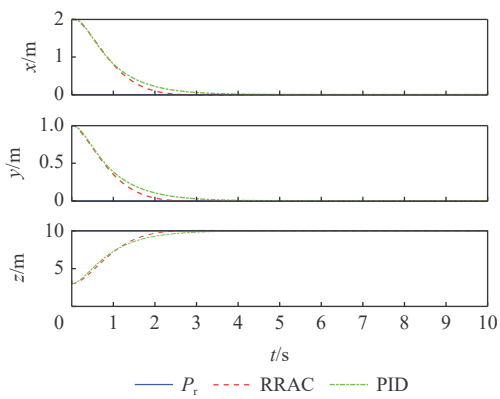


图 3　无扰动下的位置跟踪曲线

Fig. 3　Position tracking curve without disturbance

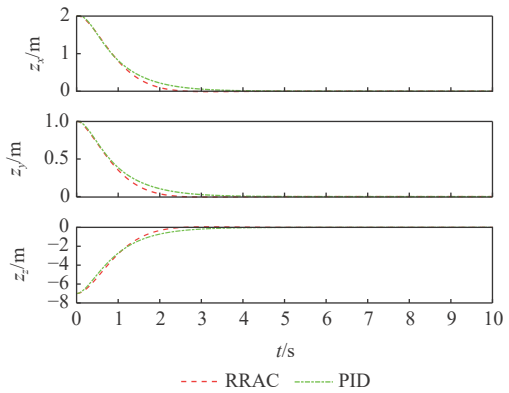


图 4　无扰动下的位置跟踪误差曲线

Fig. 4　Position tracking error curve without disturbance

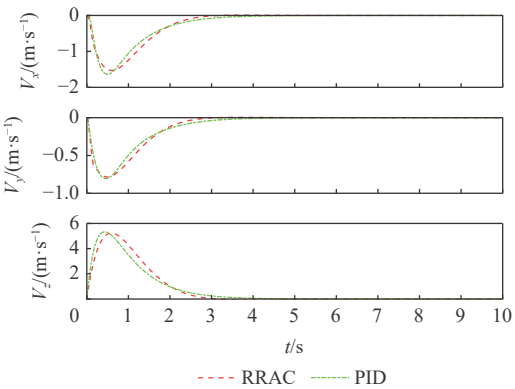


图 5　无扰动下的速度曲线

Fig. 5　The velocity curve without disturbance

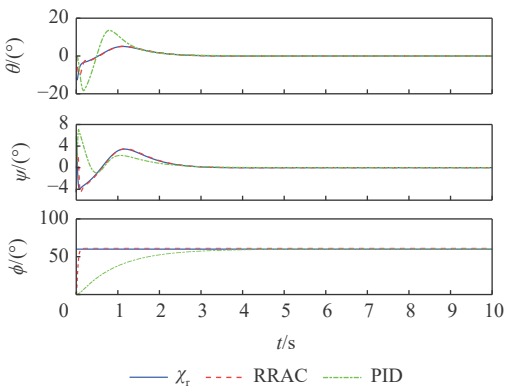


图 6　无扰动下的姿态角跟踪曲线

Fig. 6　Attitude angle tracking curve without disturbance

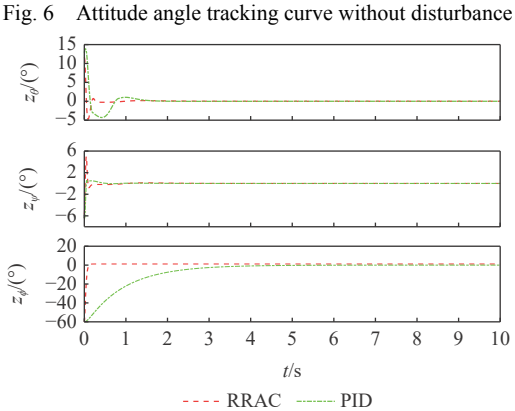


图 7　无扰动下的姿态角跟踪误差曲线

Fig. 7　Attitude angle tracking error curve without disturbance

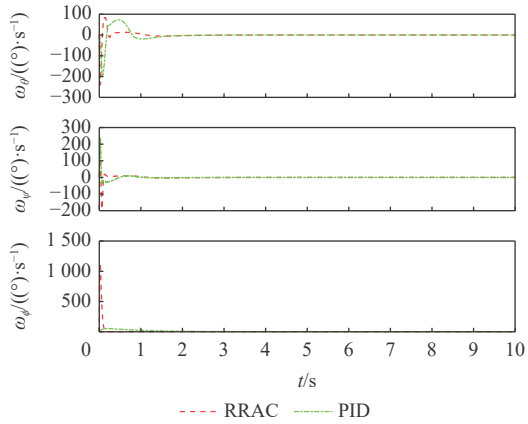


图 8 无扰动下的飞行器姿态角速率曲线

Fig. 8 The attitude angular rate curve without disturbance

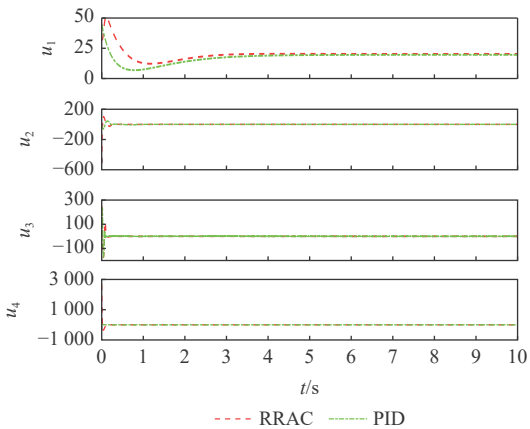


图 9 无扰动下的控制曲线

Fig. 9 Control curve without disturbance

量时，瞬态响应速度更快，充分体现了在系统出现大的跟踪误差时，鲁棒控制器将系统拉回瞬态的能力。

其次，在添加干扰项的情况下进行数值实验，设置 $|d_i| = 0.1\sin(20t)$，$i = 1,2,\cdots,6$。仿真结果如图 10～图 16 所示。由图 10～图 16 可知，PID 设计的控制器曲线图出现了剧烈的抖动，且轨迹跟踪误差不趋近于零，而是趋近一个不为零的常数，并在

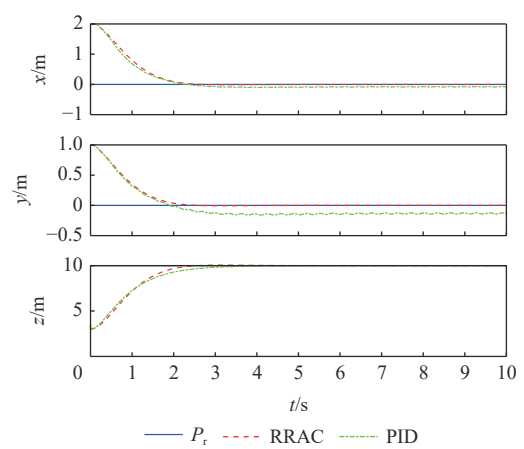


图 10 含扰动下的位置跟踪曲线

Fig. 10 Position tracking curve with disturbance

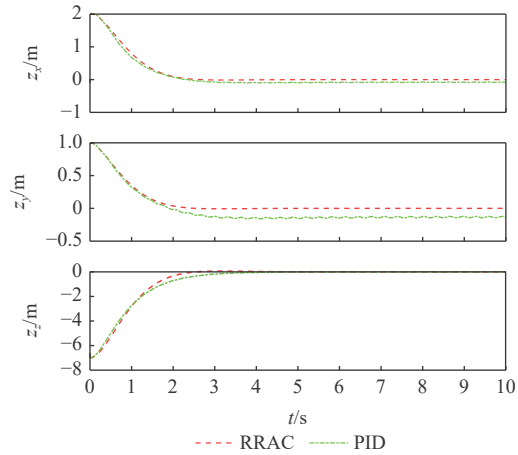


图 11 含扰动下的位置跟踪误差曲线

Fig. 11 Position tracking error curve with disturbance

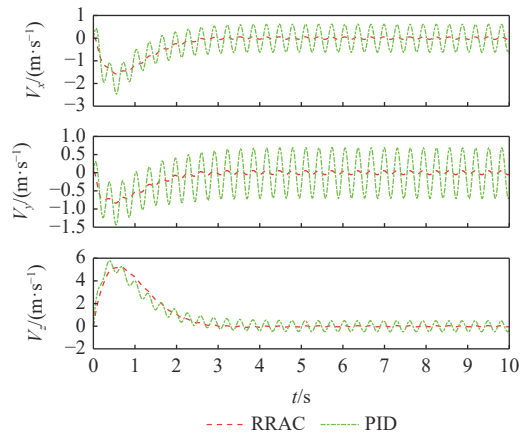


图 12 含扰动下的速度曲线

Fig. 12 The velocity curve with disturbance

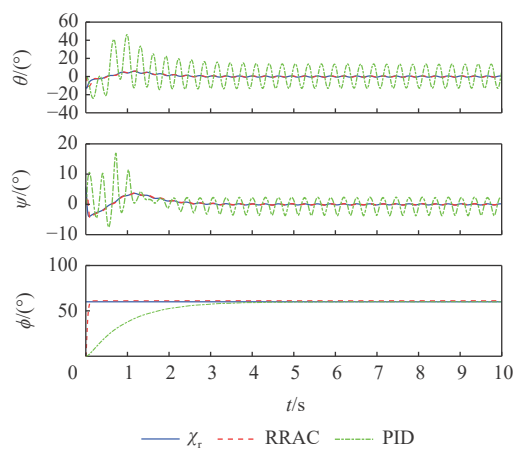


图 13 含扰动下的姿态角跟踪曲线

Fig. 13 Attitude angle tracking curve with disturbance

其附近上下波动。相比之下，RRAC 设计的控制器在使用相同能量下，保持了瞬态性能的同时，到达稳态后跟踪轨迹始终贴合参考轨迹，跟踪误差趋近于零，表现出了强大的跟踪能力，充分体现了 RBF 神经网络对具有模型失配和外部扰动的系统的拟合能力。

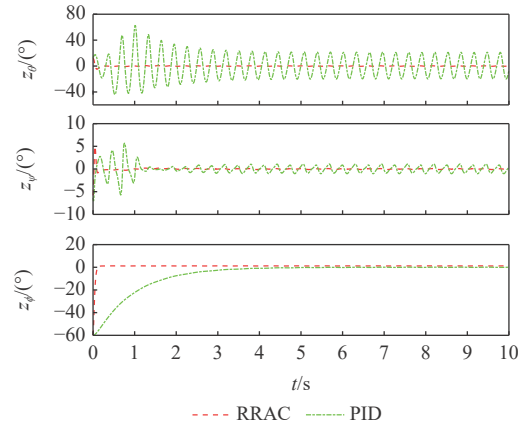


图 14　含扰动下的姿态角跟踪误差曲线

Fig. 14　Attitude angle tracking error curve with disturbance

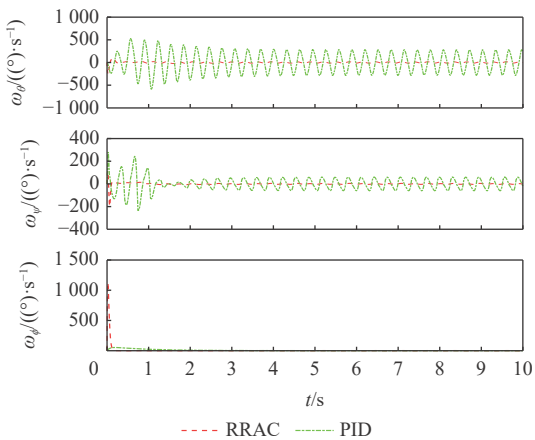


图 15　含扰动下的飞行器姿态角速率曲线图

Fig. 15　The attitude angular rate curve with disturbance

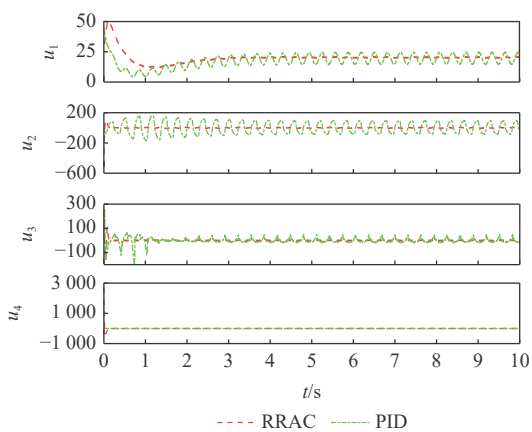


图 16　含扰动下的控制曲线

Fig. 16　Control curve with disturbance

最后, 综合图 3、图 6、图 10 和图 13, RRAC 设计的控制器在 RBF 神经网络的近似域附近工作时, 在不含扰动项和含扰动项下都没有表现出控制器切换造成的抖动, 跟踪曲线较为平滑, 且图 9 和图 16 中的控制曲线连续, 说明平滑切换函数发挥了作用, 使得当输入误差信号在近似域边界附近时, RBF 神经网络控制器和鲁棒控制器进行了权衡控制。

综上所述, 本文所设计的控制器具备应对较大模型失配和外界干扰的能力, 且控制器各部分都能发挥各自的优势并进行平滑切换, 使得跟踪轨迹能更快更好的贴合参考轨迹。

6　结　论

针对强外界干扰和模型中含有未知强非线性函数的四旋翼飞行器, 设计了一种基于 RBF 神经网络鲁棒自适应的全局控制方法。可得以下结论:

1) 所设计的控制器相比较文献 [25] 中已被证明对跟踪控制问题有效的 PID 控制器, 瞬态性能和轨迹跟踪性能都得到了较为明显的提升。

2) 所设计的控制器有机结合了 RBF 神经网络和鲁棒控制器, 引入一种新型平滑切换函数来实现两者之间的平滑切换, 并在自适应 backstepping 设计方法中进行了嵌合。

3) RRAC 算法弥补了 RBF 神经网络的半全局最终一致有界特性和鲁棒控制器的非最优性, 实现了可应对强干扰和模型失配工况下的全局最终一致有界。

参考文献 (References)

[1] 陈梅香, 张瑞瑞, 陈立平, 等. 无人机农林业应用全球研究态势分析[J]. 智慧农业 (中英文), 2021, 3(3): 22-37.
CHEN M X, ZHANG R R, CHEN L P, et al. Investigation on advances of unmanned aerial vehicle application research in agriculture and forestry[J]. Smart Agriculture, 2021, 3(3): 22-37(in Chinese).

[2] MU B X, ZHANG K W, SHI Y. Integral sliding mode flight controller design for a quadrotor and the application in a heterogeneous multi-agent system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(12): 9389-9398.

[3] 闫超, 涂良辉, 王聿豪, 等. 无人机在我国民用领域应用综述[J]. 飞行力学, 2022, 40(3): 1-6,12.
YAN C, TU L H, WANG Y H, et al. Application of unmanned aerial vehicle in civil field in China[J]. Flight Dynamics, 2022, 40(3): 1-6,12(in Chinese).

[4] ZUO Z Y, RU P K. Augmented L1 adaptive tracking control of quad-rotor unmanned aircrafts[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(4): 3090-3101.

[5] LIU H, LI D J, ZUO Z Y, et al. Robust three-loop trajectory tracking control for quadrotors with multiple uncertainties[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(4): 2263-2274.

[6] ZHAO B, XIAN B, ZHANG Y, et al. Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor UAV via immersion and invariance methodology[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(5): 2891-2902.

[7] 姚博誉, 路平, 杨森, 等. 四旋翼飞行器飞行控制技术综述[J]. 航空兵器, 2020, 27(1): 9-16.
YAO B Y, LU P, YANG S, et al. An overview of flight control technology for quadrotor aircrafts[J]. Aero Weaponry, 2020, 27(1):

9-16(in Chinese).

[8] YU W W, WEN G H, CHEN G R, et al. Distributed cooperative control of multi-agent systems[M]. Singapore: Wiley, 2016.

[9] 李佳琪, 刘晨, 黄明, 等. 四旋翼无人机位置与姿态控制研究发展综述[J]. 南方农机, 2021, 52(12): 25-27.
LI J Q, LIU C, HUANG M, et al. Overview of research and development on position and attitude control of quadrotor UAV[J]. China Southern Agricultural Machinery, 2021, 52(12): 25-27(in Chinese).

[10] DYDEK Z T, ANNASWAMY A M, LAVRETSKY E. Adaptive control of quadrotor UAVs: a design trade study with flight evaluations[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(4): 1400-1406.

[11] MU B X, CHEN J C, SHI Y, et al. Design and implementation of nonuniform sampling cooperative control on a group of two-wheeled mobile robots[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 5035-5044.

[12] WEN G H, ZHAO Y, DUAN Z S, et al. Containment of higher-order multi-leader multi-agent systems: a dynamic output approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(4): 1135-1140.

[13] MU B X, LI H X, DING J, et al. Consensus in second-order multiple flying vehicles with random delays governed by a Markov chain[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(9): 3628-3644.

[14] ZHAO E J, CHAO T, WANG S Y, et al. Finite-time formation control for multiple flight vehicles with accurate linearization model[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 71: 90-98.

[15] HUA C C, CHEN J N, LI Y F. Leader-follower finite-time formation control of multiple quadrotors with prescribed performance[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(12): 2499-2508.

[16] ZHU Z C, PAN Y N, ZHOU Q, et al. Event-triggered adaptive fuzzy control for stochastic nonlinear systems with unmeasured states and unknown backlash-like hysteresis[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(5): 1273-1283.

[17] LIN X L, WU C F, CHEN B S. Robust H_∞ adaptive fuzzy tracking control for MIMO nonlinear stochastic Poisson jump diffusion systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(8): 3116-3130.

[18] RODRÍGUEZ-MATA A E, GONZÁLEZ-HERNÁNDEZ I, RANGEL-PERAZA J G, et al. Wind-gust compensation algorithm based on high-gain residual observer to control a quadrotor aircraft: real-time verification task at fixed point[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(2): 856-866.

[19] LABBADI M, BOUKAL Y, CHERKAOUI M, et al. Fractional-order global sliding mode controller for an uncertain quadrotor UAVs subjected to external disturbances[J]. Journal of the Franklin Institute, 2021, 358(9): 4822-4847.

[20] WANG L, JIA H M. The trajectory tracking problem of quadrotor UAV: global stability analysis and control design based on the cascade theory[J]. Asian Journal of Control, 2014, 16(2): 574-588.

[21] SHENG S Z, SUN C W. An adaptive attitude tracking control approach for an unmanned helicopter with parametric uncertainties and measurement noises[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2016, 14(1): 217-228.

[22] LIU J, GAI W D, ZHANG J, et al. Nonlinear adaptive backstepping with ESO for the quadrotor trajectory tracking control in the multiple disturbances[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2019, 17(11): 2754-2768.

[23] DAS A, LEWIS F, SUBBARAO K. Dynamic neural network-based robust backstepping control approach for quadrotors[C]// Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2008: 1-17.

[24] DIERKS T, JAGANNATHAN S. Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(1): 50-66.

[25] XU R, ÖZGÜNER Ü. Sliding mode control of a class of underactuated systems[J]. Automatica, 2008, 44(1): 233-241.

RBF neural network robust adaptive control of quadrotor aircraft

MA Zhenwei, BAI Hao, CHEN Hongbo*, WANG Jinbo

(School of Systems Science and Engineering, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: The paper presents a robust adaptive global control method based on radial basis function (RBF) neural network for quadrotors with model uncertainties and bounded external disturbances. The method combines the strong fitting ability of neural network control to unknown nonlinearities and the global stability of robust control, which solves the problem that neural network control is only semi-globally uniformity ultimately bounded, and achieves the double improvement of control accuracy and robustness. A robust controller that operates outside of the approximation domain and a neural network controller that operates within it make up the planned controller. A smooth switching function is introduced to achieve smooth switching between the two to ensure that all signals of the closed-loop system are globally uniform and ultimately bounded. Using the Lyapunov function and Barbalat's lemma, the stability of the nonlinear quadrotor aircraft system is strictly proved. Under model uncertainty and constrained external disturbance, simulations demonstrate that the suggested controller still maintains a good tracking performance for the reference trajectory, and the tracking error approaches zero.

Keywords: quadrotor aircraft; RBF neural network; robust adaptive control; smooth switching function; globally uniformity ultimately bounded

Received: 2022-07-07; **Accepted**: 2022-08-14; **Published Online**: 2022-10-09 17:01

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221008.1501.005

* **Corresponding author**. E-mail: chenhongbo@mail.sysu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0326

基于波动控制的直升机吊挂鲁棒减摆技术

李红宏，韩艳铧*
(南京航空航天大学 航天学院，南京 211106)

摘 要：直升机在运输重型货物从平飞到悬停的机动过程中，会产生许多稳定性问题，减小吊挂摆角幅度具有重要意义。基于波动控制的方法为直升机吊挂系统设计一种减摆控制器；采用拉格朗日分析力学法，建立直升机吊挂耦合系统四自由度非线性纵向运动模型，采用小扰动的方法在平衡点处对所建模型进行线性化；在此基础上，基于特征值配置法设计状态反馈控制器；设计波动控制器来减小摆角控制具有良好的动态性能和稳态性能。在仿真中对吊挂载荷质量进行拉偏，证明所设计波动控制器具有较强的鲁棒性，结果表明：所设计波动控制器有效。

关 键 词：直升机吊挂系统；动力学模型；状态反馈；波动控制；减摆控制器
中图分类号：V249.1
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1629-10

直升机吊挂系统以其能够快速机动、对吊挂载荷外形限制较小、对地形要求较小等优势，在军用、民用等领域均有广泛的应用。直升机吊挂系统在平飞到精确悬停的过程中，由于其欠驱动的特性，会导致吊挂载荷振荡幅度过大、系统调节时间过长等问题，严重时甚至会威胁到直升机的飞行安全，并且直升机吊挂系统的强非线性和强耦合性提高了对稳定控制器的设计要求。

国内外已有学者针对直升机吊挂系统建模和飞行稳定性进行了相关研究[1-7]，有关直升机吊挂系统的减摆问题依旧是研究的热点之一。何荣荣等[8]基于反步法和滑模变结构控制理论设计了控制器，解决了直升机平飞时吊挂载荷的摆动问题。张松等[9]和 Potter 等[10]均采用了输入整形控制来解决吊挂载荷摆动问题，但当系统模型参数变化时，输入整形控制的减摆效果较差。Omar[11]和 El-Ferik 等[12]均是将直升机控制和吊挂载荷减摆控制独立研究，为直升机设计轨迹跟踪控制器，在此基础上设计吊挂减摆控制器对直升机参考轨迹进行修正，从而达到抑制吊挂摆动的目的，但将直升机系统和吊挂子系统分离研究无法进一步提升直升机吊挂飞行的总体性能。Ren 等[13]将吊挂载荷消除摆振的问题转化为直升机的轨迹跟踪问题，通过设计轨迹跟踪控制器使直升机沿着理想的轨迹运动，从而达到吊挂减摆的目的。此外，Enciu 和 Rosen 等[14]采用受控挂钩和在吊挂载荷上加装翼片的方法，通过风洞实验数据证明了该方法能够解决高速情况下的吊挂载荷不稳定问题。尽管直升机吊挂系统的减摆控制已有不少的研究成果，能够达到有效的减摆目的，但大多数的控制效果需要以直升机吊挂模型参数精确已知为前提，关于吊挂系统模型不精准情况下的鲁棒减摆控制仍需要进一步研究。

波动控制的方法出现于 20 世纪 90 年代，主要应用在柔性结构的振荡抑制上，该方法优点在于控制器设计对模型要求不敏感，具有较强的鲁棒性。O'Connor 等[15-19]以弹簧滑块模型为出发点在近十几年内对波动控制进行了深入的研究，分别对龙门吊、块状柔性机器人等结构进行了控制研究，提出了一个较为通用的波动控制器设计方法，但 O'Connor 等[15-19]得到的仅仅是执行机构需要满足的位置(或速度)控制规律，并没有对执行机构内部的控制律进行研究。

本文在 O'Connor 等[15-19]的研究基础上，将波动控制的方法运用在直升机吊挂的减摆控制技术

收稿日期：2022-05-07；录用日期：2022-05-29；网络出版时间：2022-10-09 13:55
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221008.1451.004
*通信作者. E-mail：hanyanhua@nuaa.edu.cn

引用格式：李红宏，韩艳铧. 基于波动控制的直升机吊挂鲁棒减摆技术 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1629-1638.
LI H H，HAN Y H. Robust anti-swing technology for helicopter slung load based on wave control [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1629-1638（in Chinese）.

上。围绕直升机吊挂系统耦合动力学模型和稳定减摆控制器设计2个问题展开研究。基于拉格朗日分析力学法建立了直升机吊挂耦合系统四自由度非线性纵向运动模型。设计了以波动控制为外环、状态反馈特征值配置控制为内环的波动控制器，通过求解闭环系统系数矩阵的特征值，证明了本文波动控制器的稳定性。仿真结果表明，本文波动控制器具有较好的减摆性能的同时，具有较强鲁棒性。

1 本文模型

本文模型示意图如图1所示，其中，$O_i x_i y_i$为惯性坐标系，$O_b x_b y_b$为机体坐标系，η为直升机的姿态俯仰角，P为主旋翼拉力，l为吊索长度，ϕ为吊索与当地铅垂线夹角，a为拉力作用点与质心的距离，b为吊挂点与质心的距离，λ为拉力与轴$O_b y_b$的夹角。该模型总共4个自由度，分别为直升机两平动自由度、直升机俯仰运动自由度和吊挂载荷摆动自由度。

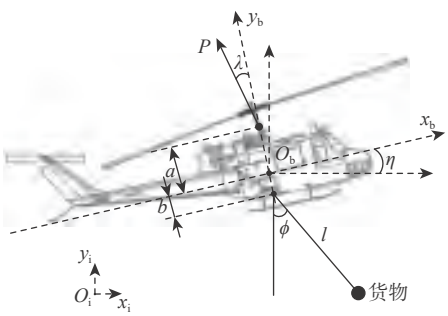


图1 本文模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the developed model

1.1 坐标系定义

1）惯性坐标系$O_i x_i y_i$

原点O_i选择为直升机飞行纵平面内，地面上指定的一点，$O_i x_i$轴为飞行纵平面与地面的交线，且顺着直升机前进方向为正，$O_i y_i$轴与$O_i x_i$轴垂直，向上为正。定义惯性系的基组为

$$\boldsymbol{I}=(\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2) \tag{1}$$

式中：基矢量$\boldsymbol{a}_1$沿着惯性系的$O_i x_i$轴，$\boldsymbol{a}_2$沿着惯性系的$O_i y_i$轴。

2）机体坐标系$O_b x_b y_b$

原点固定于直升机质心，$O_b x_b$沿着直升机的设计轴线指向机头，$O_b y_b$轴位于直升机对称平面内，垂直于$O_b x_b$轴指向机身上方。定义机体坐标系基组为

$$\boldsymbol{C}=(\boldsymbol{c}_1,\boldsymbol{c}_2) \tag{2}$$

式中：基矢量$\boldsymbol{c}_1$沿着机体系的$O_b x_b$轴，$\boldsymbol{c}_2$沿着机体系的$O_b y_b$轴。

机体系基组与惯性系基组之间的转换关系如下：

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{I}\boldsymbol{T}_{IC} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{T}_{IC}$为转换矩阵，其表达式为

$$\boldsymbol{T}_{IC}=\begin{bmatrix}\cos\eta & -\sin\eta\\ \sin\eta & \cos\eta\end{bmatrix} \tag{4}$$

1.2 本文模型建立

忽略直升机外形所带来的气动影响，将直升机看作一个矩形方块，其质心等效为方块的几何中心，直升机的俯仰转动惯量和方块的俯仰转动惯量相等，将图1的模型进行简化，简化后的模型如图2所示。

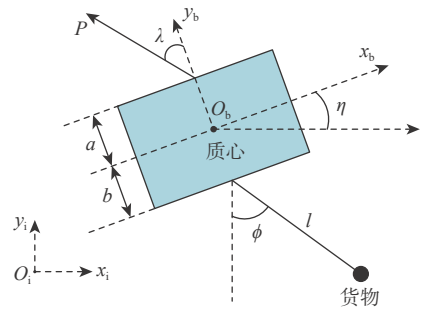


图2 本文模型简化示意图

Fig. 2 Simplified schematic diagram of the developed model

直升机的质量为m_1，俯仰转动惯量为J，吊挂载荷的质量为m_2。直升机受到主旋翼的拉力，其大小为P，方向用其与轴$O_b y_b$的夹角λ表示。在机体系下，拉力的作用点位于直升机质心的正上方，与质心距离为a，吊挂点位于直升机质心的正下方，与质心距离为b。

为建立本文模型，做出以下假设[3]。

假设1 载荷采用单点吊挂的方式。

假设2 忽略吊索质量，且吊索处于紧绷状态。

假设3 吊挂载荷可看作是质点。

假设直升机质心相对于惯性系原点的位矢为

$$\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{I}(x,y) \tag{5}$$

则吊挂载荷质心相对惯性系原点的位矢为

$$\boldsymbol{r}_2=\boldsymbol{I}\left(\ x+b\sin\eta+l\sin\phi,\ y-b\cos\eta-l\cos\phi\ \right) \tag{6}$$

式(5)对时间求导，可得直升机质心相对惯性系原点的速矢为

$$\boldsymbol{v}_1=\boldsymbol{I}(\dot{x},\dot{y}) \tag{7}$$

式(6)对时间求导，可得吊挂载荷质心相对惯性系原点的速矢为

$$\boldsymbol{v}_2=\boldsymbol{I}\left(\dot{x}+b\dot{\eta}\cos\eta+l\dot{\phi}\cos\phi,\ \dot{y}+b\dot{\eta}\sin\eta+l\dot{\phi}\sin\phi\right) \tag{8}$$

采用拉格朗日分析力学建模方法，定义广义坐标为

$$\begin{cases} q_1 \triangleq x \\ q_2 \triangleq y \\ q_3 \triangleq \eta \\ q_4 \triangleq \phi \end{cases} \tag{9}$$

则相应于这 4 个广义坐标的广义力为

$$\begin{cases} Q_1 = -P\sin(\eta+\lambda) \\ Q_2 = P\cos(\eta+\lambda) \\ Q_3 = M_p = aP\sin\lambda \\ Q_4 = 0 \end{cases} \tag{10}$$

系统的总动能T可分为直升机平动动能、直升机转动动能和吊挂载荷动能 3 部分, 表达式为

$$T = \frac{1}{2}m_1\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{v}_1 + \frac{1}{2}J\dot{\eta}^2 + \frac{1}{2}m_2\boldsymbol{v}_2\cdot\boldsymbol{v}_2 \tag{11}$$

将式 (7) 和式 (8) 代入式 (11) 中可得

$$\begin{aligned} T = {} & \frac{1}{2}m_1\left(\dot{x}^2+\dot{y}^2\right) + \frac{1}{2}J\dot{\eta}^2 + \frac{1}{2}m_2\left[\dot{x}^2+\dot{y}^2+b^2\dot{\eta}^2+\right. \\ & l^2\dot{\phi}^2 + 2b\dot{\eta}(\dot{x}\cos\eta+\dot{y}\sin\eta) + \\ & \left. 2l\dot{\phi}(\dot{x}\cos\phi+\dot{y}\sin\phi) + 2bl\dot{\eta}\dot{\phi}\cos(\eta-\phi)\right] \end{aligned} \tag{12}$$

若以惯性系原点所在的水平面为零重力势能参考平面, 直升机吊挂系统的总势能V可写为

$$V = m_1gy + m_2g(y - b\cos\eta - l\cos\phi) \tag{13}$$

系统的拉格朗日函数L为

$$L \triangleq T - V \tag{14}$$

拉格朗日方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\partial L}{\partial\dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \tag{15}$$

将式 (9) 和式 (10)、式 (12)～式 (14) 代入到式 (15) 可得系统的动力学模型为

$$\begin{cases} (m_1+m_2)\ddot{x} + m_2b\ddot{\eta}\cos\eta + m_2l\ddot{\phi}\cos\phi - \\ \quad m_2b\dot{\eta}^2\sin\eta - m_2l\dot{\phi}^2\sin\phi = -P\sin(\eta+\lambda) \\ (m_1+m_2)\ddot{y} + m_2b\ddot{\eta}\sin\eta + m_2l\ddot{\phi}\sin\phi + m_2b\dot{\eta}^2\cos\eta + \\ \quad m_2l\dot{\phi}^2\cos\phi + (m_2+m_2)g = P\cos(\eta+\lambda) \\ m_2b\ddot{x}\cos\eta + m_2b\ddot{y}\sin\eta + \left(J+m_2b^2\right)\ddot{\eta} + m_2gb\sin\eta + \\ \quad m_2bl\dot{\phi}^2\sin(\eta-\phi) + m_2bl\ddot{\phi}\cos(\eta-\phi) = aP\sin\lambda \\ m_2l\ddot{x}\cos\phi + m_2l\ddot{y}\sin\phi + m_2bl\ddot{\eta}\cos(\eta-\phi) + \\ \quad m_2l^2\ddot{\phi} - m_2bl\dot{\eta}^2\sin(\eta-\phi) + m_2gl\sin\phi = 0 \end{cases} \tag{16}$$

2　直升机吊挂系统减摆控制器设计

本文先设计了状态反馈特征值配置控制器, 并在此基础上, 基于波动控制的原理, 设计了波动控制器, 整个系统的控制结构图如图 3 所示。

由图 3 可知, 直升机吊挂系统减摆控制的控制流程如下: 首先, 给出期望指令, 通过指令变换, 叠加上本文波动控制器的反馈量后, 得到新的指令, 将新的指令与系统状态量比较, 求得误差量; 然后, 通过状态反馈特征值配置控制器, 反解出直升机吊挂系统的控制输入量: 拉力大小P和拉力方向λ; 最后, 将求得的P和λ用于非线性系统仿真。

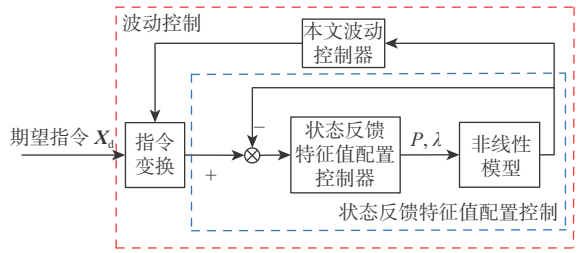


图 3　控制系统结构图

Fig. 3　Structure diagram of control system

2.1　状态反馈特征值配置控制器设计

由图 2 可知, 直升机吊挂系统在稳定悬停时, 吊挂负载不存在摆动, 直升机主旋翼拉力等于直升机吊挂系统的重力, 此时系统是稳定平衡的, 因此, 将直升机悬停时的状态选取为平衡状态, 对式 (16) 进行小扰动线性化, 故平衡点处各配平值为

$$\begin{cases} x^* = x_\mathrm{d},\ \dot{x}^* = 0 \\ y^* = y_\mathrm{d},\ \dot{y}^* = 0 \\ \eta^* = 0,\ \dot{\eta}^* = 0 \\ \phi^* = 0,\ \dot{\phi}^* = 0 \\ P^* = (m_1+m_2)g \\ \lambda^* = 0 \end{cases} \tag{17}$$

式中: x_d、y_d表示期望的悬停位置。

将状态量和控制量表示成配平值和小扰动量的叠加, 即

$$\begin{cases} x = x^* + \Delta x \\ y = y^* + \Delta y \\ \eta = \eta^* + \Delta\eta \\ \phi = \phi^* + \Delta\phi \\ P = P^* + \Delta P \\ \lambda = \lambda^* + \Delta\lambda \end{cases} \tag{18}$$

将式 (17) 和式 (18) 代入式 (16), 并进行泰勒展开, 忽略高阶项, 得到小扰动近似线性模型如下:

$$\begin{cases} (m_1+m_2)\Delta\ddot{x} + m_2b\Delta\ddot{\eta} + m_2l\Delta\ddot{\phi} = \\ \quad -(m_1+m_2)g\Delta\eta - (m_1+m_2)g\Delta\lambda \\ (m_1+m_2)\Delta\ddot{y} = \Delta P \\ m_2b\Delta\ddot{x} + \left(J+m_2b^2\right)\Delta\ddot{\eta} + m_2bl\Delta\ddot{\phi} = \\ \quad -m_2gb\Delta\eta + a(m_1+m_2)g\Delta\lambda \\ \Delta\ddot{x} + b\Delta\ddot{\eta} + l\Delta\ddot{\phi} = -g\Delta\phi \end{cases} \tag{19}$$

选取系统的状态变量为

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\eta \\ \Delta\phi \\ \Delta\dot{x} \\ \Delta\dot{y} \\ \Delta\dot{\eta} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} \tag{20}$$

因此，式(19)可写为

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \tag{21}$$

式中：$\boldsymbol{u}$为控制输入矩阵；$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$均为常数矩阵，表达式分别为

$$\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta\lambda\end{bmatrix} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&-\dfrac{(m_1+m_2)g}{m_1}&\dfrac{m_2g}{m_1}&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&-\dfrac{m_2gb}{J}&\dfrac{m_2gb}{J}&0&0&0&0\\0&0&\dfrac{(m_1+m_2)g}{m_1l}+\dfrac{m_2gb^2}{Jl}&-\dfrac{m_2g}{m_1l}-\dfrac{m_2gb^2}{Jl}-\dfrac{g}{l}&0&0&0&0\end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\0&0\\0&0\\0&-\dfrac{(m_1+m_2)g}{m_1}\\\dfrac{1}{m_1+m_2}&0\\0&\dfrac{a(m_1+m_2)g}{J}\\0&\dfrac{(m_1+m_2)g}{m_1l}-\dfrac{ab(m_1+m_2)g}{Jl}\end{bmatrix} \tag{24}$$

设计控制律

$$\boldsymbol{u}=-\boldsymbol{K}\boldsymbol{X} \tag{25}$$

式中：$\boldsymbol{K}$为一个2×8的系数矩阵，表达式为

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}k_{11}&k_{12}&\cdots&k_{18}\\k_{21}&k_{22}&\cdots&k_{28}\end{bmatrix} \tag{26}$$

将式(25)代入式(21)得

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{u} \tag{27}$$

由于闭环系统的李氏稳定性取决于矩阵$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}$的特征值，当特征值的实部全部严格为负时，系统是稳定可控的。

采用状态反馈特征值配置控制的结构图如图4所示。

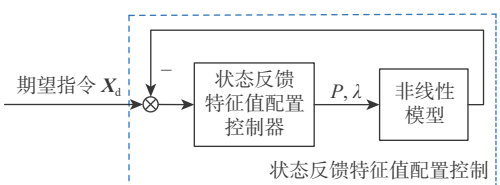


图4 状态反馈特征值配置控制结构图

Fig. 4 Structure diagram of state-feedback eigenvalue configuration control

2.2 本文波动控制器设计

波动控制的原理是将系统间的相互作用视为“波”的发射和反射。以直升机吊挂系统为例，将直升机的运动作为波的入射端，吊挂载荷作为反射端，吊索上每一点的运动将由入射波和反射波叠加而成，通过调节直升机的运动，吸收吊挂系统中的反射回波，从而抑制吊挂系统在运动过程中的振动，以达到有效减摆的目的。

O’Connor等[15]给出了波动控制计算的3种形式，分别为传递函数形式、积分形式及直接力的形式[14]。其中，以传递函数表示的波动控制结构图如图5所示。

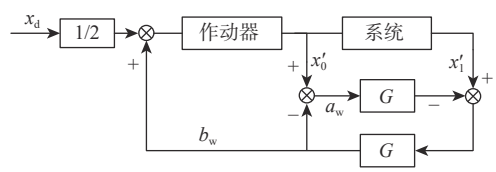


图5 波动控制结构图

Fig. 5 Structure diagram of wave-based control

图5中，x_0'、x_1'为该系统选取的状态反馈量，a_w为发射波，b_w为反射波。G为波动控制的传递函数形式。将反射波b_w反馈到输入端，与期望指令的一半进行叠加，通过改变指令的方式，控制作动器向系统施加控制力，从而达到使整个系统镇定的目的。

本文设计的波动控制结构如图6所示，其中，x,y分别为选取的2个通道的状态反馈量，其物理意义表示为直升机横向位置状态量和纵向位置状态量，b_x和b_y分别为2个通道的反射波。G_x、G_y为设计波动控制中的传递函数，$\boldsymbol{M}_1$、$\boldsymbol{M}_2$为2个1×8常数矩阵，其表达式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}_1=\begin{bmatrix}1&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{M}_2=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\end{bmatrix}\end{cases} \tag{28}$$

将系统状态$\boldsymbol{X}$左乘$\boldsymbol{M}_1$和$\boldsymbol{M}_2$得到选取的状态反

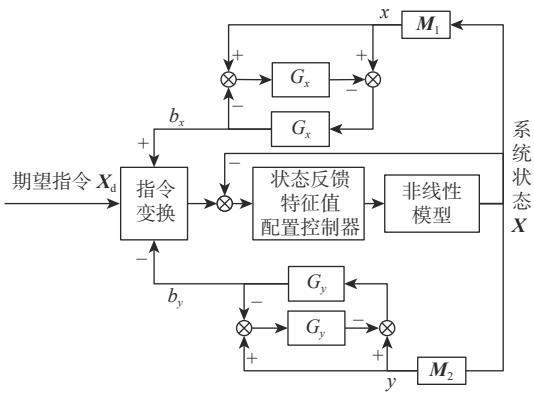


图 6　本文波动控制结构图

Fig. 6　Structure diagram of the designed wave-based control

馈量 x,y, 将状态反馈量通过波动控制器计算得到的反射波 b_x,b_y 作用到指令端, 对初始的期望指令进行变换, 得到新的指令, 将新的指令作为内环状态反馈特征值配置控制器的输入, 以此将外环的波动控制器与内环的反馈控制器结合。

O'Connor 等[19-20] 将波动控制应用在 N 个串联的弹簧滑块模型中, 计算出了传递函数的近似表达式为

$$G=\frac{\omega^2}{s^2+\omega s+\omega^2}\quad [19\text{-}20] \tag{29}$$

式中: ω 为阻抗项。

此外, 万绍峰等[3] 对直升机吊挂系统进行建模时, 将吊索当作多质点弹簧模型进行建模, 并验证了其有效性。因此, 本文将以式 (29) 为基础, 认为弹簧质点模型中阻抗项较小, 令 ω 为 1, 并在此基础上进行了改进。通过在传递函数分子上引入一个 s 项, 可以等效地认为增加了一个开环零点。在系统中增加一个开环零点, 能够改变根轨迹在实轴上的分布, 从而改善系统的动态性能。因此, 本文所设计的传递函数表达式为

$$\begin{cases} G_x=\dfrac{4.5s+1}{s^2+s+1} \\ G_y=\dfrac{2.5s+1}{s^2+s+1} \end{cases} \tag{30}$$

整个指令变换过程如下:

$$\begin{cases} \tilde{x}=\dfrac{1}{2}x_{\mathrm{d}}+b_x,\ \tilde{\dot{x}}=\dot{x}_{\mathrm{d}} \\ \tilde{y}=\dfrac{1}{2}y_{\mathrm{d}}-b_y,\ \tilde{\dot{y}}=\dot{y}_{\mathrm{d}} \\ \tilde{\eta}=\eta_{\mathrm{d}},\ \tilde{\dot{\eta}}=\dot{\eta}_{\mathrm{d}} \\ \tilde{\varphi}=\varphi_{\mathrm{d}},\ \tilde{\dot{\varphi}}=\dot{\varphi}_{\mathrm{d}} \end{cases} \tag{31}$$

2.3　增广系统稳定性证明

选取图 6 中 x 通道上的波动控制器进行分析, 可得

$$G_x[x-G_x(x-b_x)]=b_x \tag{32}$$

整理得

$$\frac{b_x}{x}=\frac{G_x}{1+G_x} \tag{33}$$

同理可得

$$\frac{b_y}{y}=\frac{G_y}{1+G_y} \tag{34}$$

将式 (30) 代入式 (33) 和式 (34) 得

$$\begin{cases} H_1(s)=\dfrac{b_x}{x}=\dfrac{4.5s+1}{s^2+5.5s+2} \\ H_2(s)=\dfrac{b_y}{y}=\dfrac{2.5s+1}{s^2+3.5s+2} \end{cases} \tag{35}$$

因此, 加入波动控制后的增广系统信号流程如图 7 所示。

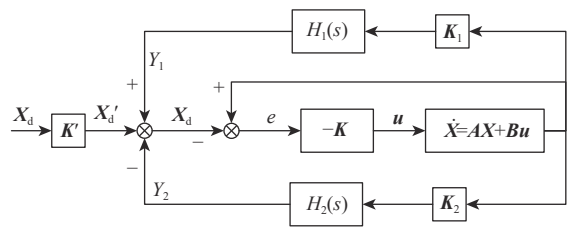


图 7　增广系统信号流程图

Fig. 7　Signal flow chart of augmented matrix

图中矩阵 $\boldsymbol{K}_1$、$\boldsymbol{K}_2$ 是将矩阵 $\boldsymbol{M}_1$、$\boldsymbol{M}_2$ 扩维到 8×8 的矩阵, $\boldsymbol{K}'$ 为系统指令的变换矩阵, 根据式 (31) 可得其表达式为

$$\boldsymbol{K}'=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & & & & \\ & \frac{1}{2} & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \tag{36}$$

根据图 7 可得

$$\dot{\boldsymbol{X}}=[\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK}+\boldsymbol{BK}H_1(s)\boldsymbol{K}_1-\boldsymbol{BK}H_2(s)\boldsymbol{K}_2]\boldsymbol{X}+\boldsymbol{BKK}'\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}} \tag{37}$$

将式 (35) 代入式 (37), 并将其转换成微分方程的形式可得

$$\boldsymbol{X}^{(5)}=\boldsymbol{N}_4\boldsymbol{X}^{(4)}+\boldsymbol{N}_3\boldsymbol{X}^{(3)}+\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{X}^{(2)}+\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{X}^{(1)}+\boldsymbol{N}_0\boldsymbol{X}+\boldsymbol{U} \tag{38}$$

式中: $\boldsymbol{N}_0\sim\boldsymbol{N}_4$ 均为系数矩阵; $\boldsymbol{U}$ 为增广系统的输入, 表达式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{N}_4=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK}-9\boldsymbol{I}_{8\times8} \\ \boldsymbol{N}_3=9(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK})+4.5\boldsymbol{BKK}_1-2.5\boldsymbol{BKK}_2-23.25\boldsymbol{I}_{8\times8} \\ \boldsymbol{N}_2=23.25(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK})+16.75\boldsymbol{BKK}_1- \\ \qquad 14.75\boldsymbol{BKK}_2-18\boldsymbol{I}_{8\times8} \\ \boldsymbol{N}_1=18(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK})+12.5\boldsymbol{BKK}_1-10.5\boldsymbol{BKK}_2-4\boldsymbol{I}_{8\times8} \\ \boldsymbol{N}_0=4(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK})+2\boldsymbol{BKK}_1-2\boldsymbol{BKK}_2 \\ \boldsymbol{U}=\boldsymbol{BKK}'\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}}^{(4)}+9\boldsymbol{BKK}'\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}}^{(3)}+23.25\boldsymbol{BKK}'\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}}^{(2)}+ \\ \qquad 18\boldsymbol{BKK}'\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}}^{(1)}+4\boldsymbol{BKK}'\boldsymbol{X}_{\mathrm{d}} \end{cases} \tag{39}$$

令

$$\boldsymbol{\xi}=\left[\boldsymbol{\xi}_1=\boldsymbol{X},\boldsymbol{\xi}_2=\boldsymbol{X}^{(1)},\boldsymbol{\xi}_3=\boldsymbol{X}^{(2)},\boldsymbol{\xi}_4=\boldsymbol{X}^{(3)},\boldsymbol{\xi}_5=\boldsymbol{X}^{(4)}\right] \tag{40}$$

将式(38)写成矩阵的形式可得

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}=\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\xi}+\bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{U} \tag{41}$$

其中

$$\bar{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{8\times8} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{8\times8} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{8\times8} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{8\times8}\\ \boldsymbol{N}_0 & \boldsymbol{N}_1 & \boldsymbol{N}_2 & \boldsymbol{N}_3 & \boldsymbol{N}_4\end{bmatrix} \tag{42}$$

计算出增广矩阵$\bar{A}$特征值分布如图8所示，图中线表示复平面坐标轴，由图8可知，增广系统系数矩阵的特征值均具有负实部，故加入波动控制后的增广系统稳定。根据李雅普诺夫稳定性定理可知，若非线性系统在平衡点处线性化后的线性系统稳定，那么该非线性系统在平衡点的某个邻域内稳定。

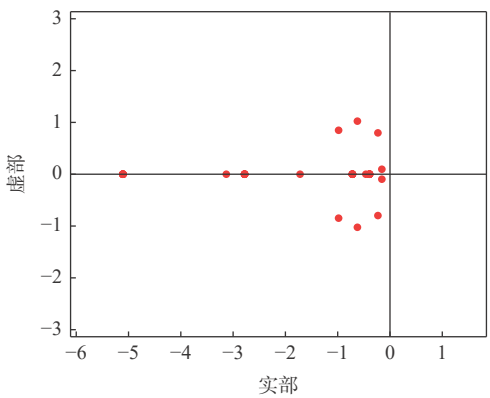


图8 增广系统特征值

Fig. 8 Characteristic values of augmented matrix

3 数值仿真及分析

对本文波动控制器进行数值仿真，对比了加入波动控制前后直升机吊挂系统的控制性能，并对加入波动控制后的系统鲁棒性进行了验证。

仿真中主旋翼拉力大小限制在4 000～6 500 N之间，拉力角限制在−20°～20°之间，仿真入口参数如表1所示。

3.1 加入波动控制前后的仿真分析

由2.1节可知，需要设计矩阵$\boldsymbol{K}$使矩阵$(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK})$的特征值实部严格为负。通过特征值配置的方法，即可反解矩阵$\boldsymbol{K}$。给定的特征值如表2所示。

采用上述参数对状态极点控制器进行仿真，在此基础上，对加入波动控制后的系统再次仿真，2次仿真的入口参数设置、控制器参数均完全相同，仿真对比结果如图9所示。

由图9可知，采用状态反馈特征值配置控制器时，姿态俯仰角和吊挂载荷摆角的变化较为剧烈，存在俯仰角或摆角过大的问题，且纵向位移上出现了负值。

加入波动控制后，俯仰角和摆角逐渐收敛，均未超过初始值，且控制在较小的范围内，纵向位移在整个机动过程中未出现负值情况。

图9中各个状态量的具体调节参数如表3和表4所示，调节时间的误差带选取为5%，最大振幅选取除初值以外的最大峰值。

由表3和表4可知，加入波动控制后调节时间略有增加，但能有效的控制姿态角和摆角的振荡幅度，摆角振荡的最大幅值均减小了一半以上。对于直升机吊挂系统而言，控制摆角逐渐收敛能够确保直升机吊挂运输的安全性，更具有现实意义。

针对2.2节中，在传递函数引入s项进行了相关仿真，引入s项前后的波动控制结果对比如图10所示。选取调节时间的误差带为5%的情况下，各个状态量的调节时间如表5所示。

从图10中可以看出，在波动控制的传递函数中引入s项后，系统各个状态量的振荡幅度略有加大，但由表4可知，引入s项后，在横向位移、纵向位移上的调节时间减小幅度均在35%左右，在俯仰角上的调节时间略微缩短。但在摆角上的调节时间略有延长。分析其原因是，摆角状态量在系统中属于间接控制，因此，控制的作用效果在时间上有一定的滞后性，引入s项后振荡幅度略有加大，导致最终的调节时间略有延长。相比于其余状态量

表1 仿真入口参数

Table 1 Simulation entry parameters

m_1/kg	m_2/kg	l/m	g/(m·s^{-2})	a/m	b/m	J/(kg·m^2)	x/m	y/m	v_x/(m·s^{-1})	v_y/(m·s^{-1})	ϕ/(°)	η/(°)
400	200	10	9.8	2	0.5	210	0	5	5	0	10	5

表2 特征值参数

Table 2 Eigenvalue parameters

s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
−0.4+0.798i	−0.4+0.798i	−0.5+0.455i	−0.5−0.455i	−0.6+0.3i	−0.6−0.3i	−1.2	−1.2

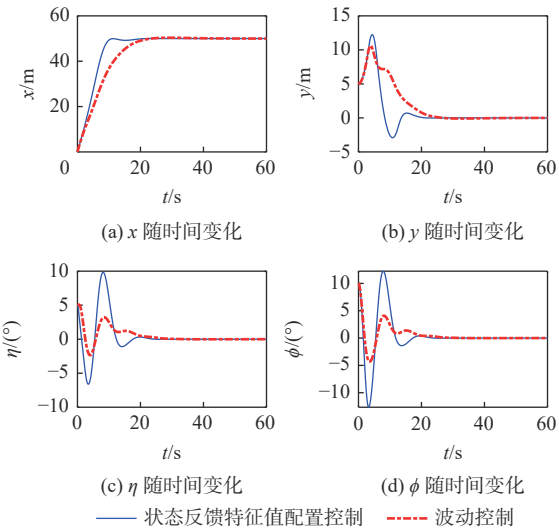


图 9　状态量随时间变化曲线

Fig. 9　Curves of state changes over time

表 3　各状态量最大幅值

Table 3　Maximum amplitude of each state variable

控制方法	x/m	y/m	η/(°)	ϕ/(°)
状态反馈特征值配置控制	50.02	12.23	9.84	12.65
波动控制	50.35	10.57	2.32	4.28

表 4　各状态量调节时间

Table 4　Adjustment time for each state variable　s

状态量	状态反馈特征值配置控制	波动控制
x	8.98	17.26
y	18.40	23.26
η	21.12	24.69
ϕ	16.22	19.36

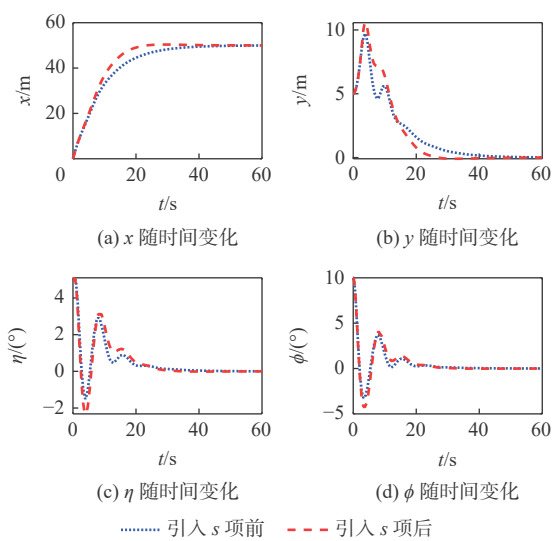


图 10　引入 s 项前后, 状态量随时间变化曲线

Fig. 10　Curves of state changes over time before and after introducing term s

表 5　引入 s 项前后各状态量调节时间表

Table 5　Adjustment time table for each state variable before and after introducing term s

状态量	调节时间/s		减小幅度/%
	引入s项前	引入s项后	
x	26.82	17.26	35.65
y	36.16	23.26	35.67
η	25.36	24.69	2.64
ϕ	18.10	19.36	−6.96

的减小而言, 可以认为引入 s 项后能够缩短系统的调节时间, 改善系统的动态调节性能。

综上所述, 状态反馈特征值配置控制器虽然能够使得直升机吊挂系统受控, 但姿态角和摆角的变化剧烈, 振荡幅度较大, 加入波动控制后, 俯仰角和摆角逐渐收敛, 能够达到有效减摆的目的, 但代价是各个状态量上的调节时间有了一定的延长, 通过在波动控制的传递函数中引入开环零点, 可以改善系统的调节性能。因此, 可认为改进后的波动控制, 能够在保证吊挂载荷有效减摆的同时, 使得调节时间上牺牲的代价较小。

3.2　波动控制的鲁棒性验证

为进一步验证本文波动控制器的鲁棒性, 本文考虑了本文模型的参数干扰和外部气动阻力干扰, 并分别进行了相关仿真。

先对本文模型加入干扰项, 考虑到直升机吊挂载荷实际飞行时, 可能出现吊挂载荷设计质量与实际质量不匹配的情况。在仿真时对吊挂载荷质量进行了拉偏(当吊挂载荷质量拉偏为+30 kg 时, 表示设计控制器时吊挂载荷质量为 200 kg, 仿真时吊挂载荷质量为 230 kg), 其余参数均不改变。仿真对比结果如图 11 和图 12 所示。

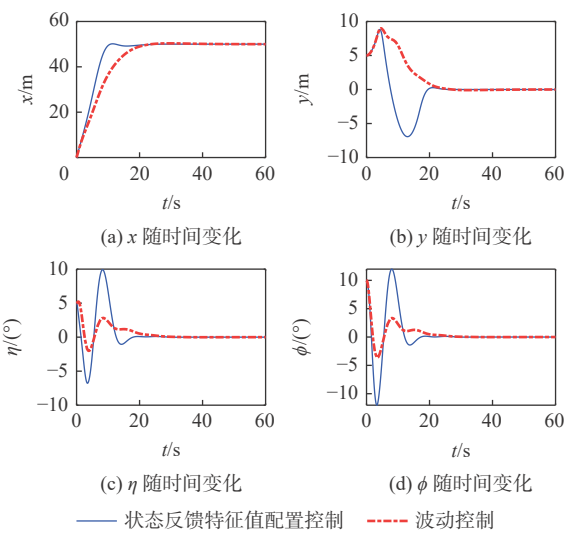


图 11　质量偏差为+30 kg 时, 状态量随时间变化曲线

Fig. 11　Curves of state changes over time with mass bias of +30 kg

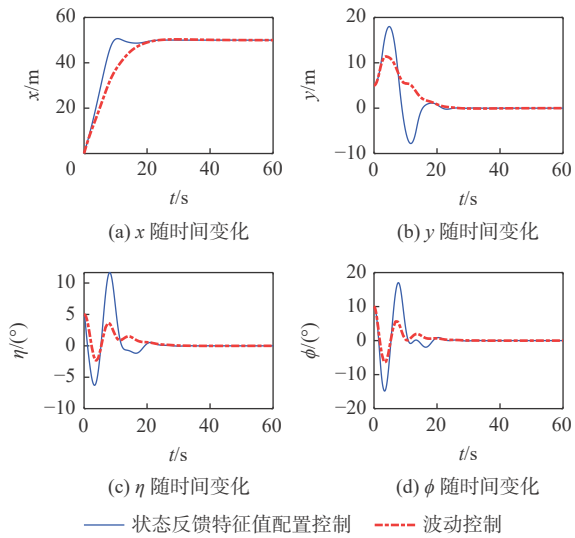


图 12 质量偏差为−50 kg时,状态量随时间变化曲线

Fig. 12 Curves of state changes over time with mass bias of −50 kg

由图 11 和图 12 可知,当吊挂载荷质量存在偏差时,加入波动控制后的系统依然能够控制摆角收敛。

分别将不同质量偏差时,波动控制的控制效果进行横向比较,结果如图 13 所示。

由图可知,吊挂载荷质量偏差的引入,对控制效果的影响较小,系统的调节时间没有较大改变,具有较强的抗干扰性。

此外,考虑吊挂载荷受气动阻力的外部干扰,气动阻力的计算式为

$$f=\frac{1}{2}C_{\mathrm{d}}\rho S v^2 \tag{43}$$

式中:C_{d}为空气阻力系数;ρ为当地的大气密度;

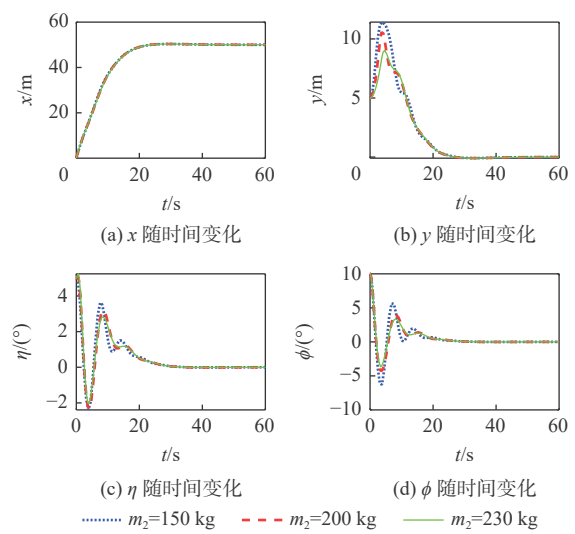


图 13 不同质量偏差下,状态量随时间变化曲线

Fig. 13 Curves of state changes over time with different mass biases

S为等效的气动特征面积;v为物体与空气的相对速度。加入气动阻力干扰后,式 (10) 中摆角所对应的广义力Q_4变为

$$Q_4=-fl \tag{44}$$

因此,式 (16) 中最后一个等式变为

$$m_2l\ddot{x}\cos\phi+m_2l\ddot{y}\sin\phi+m_2bl\ddot{\eta}\cos(\eta-\phi)+m_2l^2\ddot{\phi}-m_2bl\dot{\eta}^2\sin(\eta-\phi)+m_2gl\sin\phi=-fl \tag{45}$$

假设无环境阵风的影响,选取空气阻力系数C_{d}为 0.5,大气密度ρ为 1.29 g/L,等效气动特征面积S为 2 m^2,仿真结果如图 14 所示。

将引入气动阻力前后的波动控制效果图进行横向比较,结果如图 15 所示。

由图 14 和图 15 可知,在存在外部气动阻力干

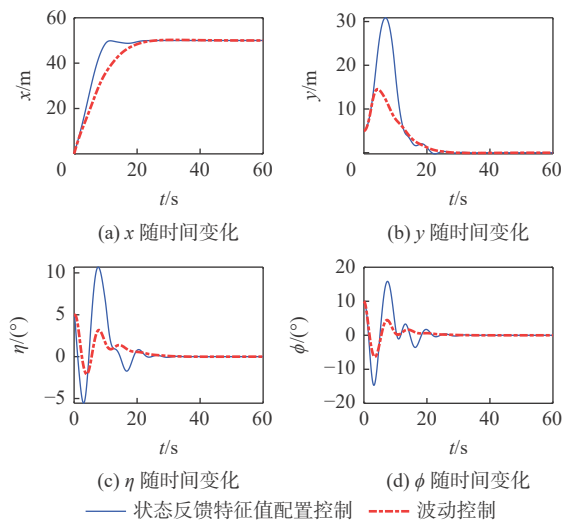


图 14 气动阻力下,状态量随时间变化曲线

Fig. 14 Curves of state changes over time in aerodynamic resistance

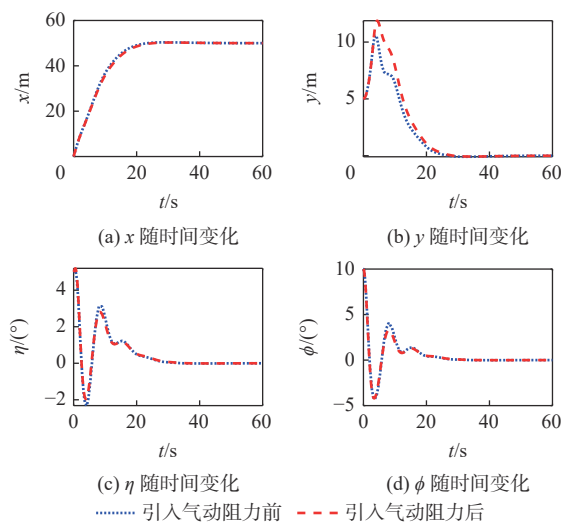


图 15 加入气动阻力前后,状态量随时间变化曲线

Fig. 15 Curves of state changes over time before and after introduction of aerodynamic resistance

扰的情况下, 加入波动控制后的控制器依然能够完成有效减摆的目的, 且气动阻力的干扰对波动控制器的控制效果影响较小。

综上所述, 在直升机吊挂系统中分别引入系统模型干扰和外部气动干扰后, 本文波动控制器均能控制摆角逐渐收敛, 且干扰对控制效果影响程度较小, 可以证明该控制器具有更强的鲁棒性能。

4　结　论

1) 本文波动控制器可实现较为优异的减摆性能, 结果显示, 摆角振荡的最大幅值均减小了一半以上。

2) 在原有波动控制方法的基础上, 通过在传递函数中增加零点的方式, 改善波动控制器的动态性能, 减小波动控制器的调节时间。

3) 本文波动控制器具有一定的鲁棒性, 在吊挂载荷实际质量与设计质量不匹配和外部存在气动阻力干扰的情况下, 本文波动控制器均能够控制系统趋于一个较好的稳定值。

但本文波动控制器中, 内环控制的性能很大程度上会影响到外环波动控制的性能, 仍需对直升机吊挂系统的非线性控制器展开进一步的研究。

参考文献（References）

[1] BERGERON K, GRUBB A L, WILKS A L, et al. Quasi-static and prescribed motion simulations for helicopter sling loads[C]//Proceedings of the 2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting. Reston: AIAA, 2018: AIAA2018-0779.

[2] GURSOY G, TARIMCI O, YAVRUCUK I. Helicopter slung load simulations using heli-dyn+[C]//Proceedings of the AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference. Reston: AIAA, 2012: AIAA2012-4851.

[3] 万绍峰, 曹义华, 黄磊. 基于 Kane 方法的直升机-柔性绳索-吊挂系统动力学建模[J]. 航空动力学报, 2016, 31(4): 934-940.
WAN S F, CAO Y H, HUANG L. Dynamic modeling of helicopter-flexible rope-slung load system based on Kane s method[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(4): 934-940(in Chinese).

[4] SANSAL K, CALISKAN A, KARGIN V. Investigation of the effects of slung load coupled dynamics on helicopter controllability and handling quality[C]//Proceedings of the AIAA Scitech 2021 Forum. Reston: AIAA, 2021: AIAA2021-0594.

[5] 曹龙, 曹义华, 李春华. 直升机-吊挂耦合系统平衡特性和稳定性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(9): 1219-1224.
CAO L, CAO Y H, LI C H. Equilibrium characteristics and stability analysis of helicopter-slung-load coupling system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(9): 1219-1224(in Chinese).

[6] 王照瑞, 曹义华. 吊挂物为刚体模型的直升机外吊挂飞行平衡与稳定性分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47(2): 296-303.
WANG Z R, CAO Y H. Equilibrium characteristics and stability analysis of helicopter with rigid-body modeling slung-load[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2015, 47(2): 296-303(in Chinese).

[7] 朱笑宇, 曹义华, 曹龙. 重型直升机-吊挂耦合系统闭环飞行品质分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(7): 1550-1556.
ZHU X Y, CAO Y H, CAO L. Heavy helicopter-slung-load coupling system flying qualities in closed-loop state[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(7): 1550-1556(in Chinese).

[8] 何荣荣, 陈谋, 吴庆宪, 等. 无人直升机吊挂系统滑模反步减摆控制[J]. 航空兵器, 2020, 27(5): 100-106.
HE R R, CHEN M, WU Q X, et al. Sliding mode backstepping anti-swing control of unmanned helicopter slung-load system[J]. Aero Weaponry, 2020, 27(5): 100-106(in Chinese).

[9] 张松, 马钊, 张辉. 直升机吊挂飞行中载荷摆动控制方法研究[J]. 航空工程进展, 2022(2): 57-63.
ZHANG S, MA Z, ZHANG H. Research on slung-load swing control method in helicopter suspension flight[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2022(2): 57-63(in Chinese).

[10] POTTER J, SINGHOSE W, COSTELLOY M. Reducing swing of model helicopter sling load using input shaping[C]//Proceedings of the 2011 9th IEEE International Conference on Control and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2011: 348-353.

[11] OMAR H M. Designing anti-swing fuzzy controller for helicopter slung-load system near hover by particle swarms[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 29(1): 223-234.

[12] EL-FERIK S, SYED A H, OMAR H M, et al. Nonlinear forward path tracking controller for helicopter with slung load[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 69: 602-608.

[13] REN Y, LI K, YE H. Modeling and anti-swing control for a helicopter slung-load system[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 372: 124990.

[14] ENCIU K, ROSEN A. Nonlinear dynamical characteristics of fin-stabilized underslung loads[J]. AIAA Journal, 2015, 53(3): 723-738.

[15] O'CONNOR W, LANG D. Position control of flexible robot arms using mechanical waves[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1998, 120(3): 334-339.

[16] O'CONNOR W J. A gantry crane problem solved[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2003, 125(4): 569-576.

[17] O'CONNOR W J. Wave-based analysis and control of lump-modeled flexible robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(2): 342-352.

[18] HABIBI H, O'CONNOR W. Wave-based motion and slewing control of a double-appendage, flexible system with ungrounded actuator through development of direct actuator force control[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 137: 106175.

[19] O'CONNOR W J, RAMOS DE LA FLOR F, MCKEOWN D J, et al. Wave-based control of non-linear flexible mechanical systems[J]. Nonlinear Dynamics, 2009, 57(1): 113-123.

[20] O'CONNOR W J, FUMAGALLI A. Refined wave-based control applied to nonlinear, bending, and slewing flexible systems[J]. Journal of Applied Mechanics, 2009, 76(4): 041005.

Robust anti-swing technology for helicopter slung load based on wave control

LI Honghong，HAN Yanhua*

(School of Astronautics，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106，China)

Abstract：Application of helicopter to transport heavy and bulky loads creates various stability problems especially during maneuvering from level flight to hovering; thus, it is significant to reduce the swing amplitude of suspended loads. An anti-swing controller is designed for a helicopter with slung loads by using wave control method. A nonlinear mathematical model with four degrees of freedom for the helicopter is developed by applying Lagrangian analysis method. Then the developed model is linearized by little disturbance method in equilibrium operating points. On this basis, a state feedback controller is designed with eigenvalue configuration method. An anti-swing wave controller is then designed to reduce the pendulum angle. The simulation shows that the control of the pendulum angle and helicopter position has good dynamic performance and stability. Different biases of slung-load mass in the simulation verify that the designed wave controller has strong robustness, thus demonstrating the effectiveness of the designed wave controller.

Keywords：helicopter slung load system; dynamical model; state feedback; wave control; anti-swing controller

Received：2022-05-07；**Accepted**：2022-05-29；**Published Online**：2022-10-09 13：55

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221008.1451.004

* **Corresponding author**. E-mail：hanyanhua@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0463

风能接入电机气隙磁链定向矢量控制技术

王嘉豪[1]，田玉茹[1,*]，于乃昭[2]
(1. 哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院，哈尔滨 150001；2. 扬州船用电子仪器研究所，扬州 225001)

摘 要：风能是中国最具潜力的可再生能源之一，而影响风能转化应用的主要因素是风力发电机的控制方法及特性。针对风能转化应用过程中遇到的风力发电机控制方法难以实现对风能的有效捕获问题，提出一种基于气隙磁链定向的矢量控制技术，通过6s/2r矢量变换得到旋转坐标系下电机的数学模型；对气隙磁链定向矢量控制技术进行研究，设计电机电流电压混合磁链观测模型，实现对电机转矩与磁通的独立控制；以双Y移30°六相同步电机为例进行仿真分析。结果表明：所提技术在电机空载启动与突加负载时具有较好的稳态性能和动态性能，解决多相电机控制的非线性和耦合性，提高模型的通用性和快速性。

关 键 词：风电系统；六相同步电机；矢量坐标变换；气隙磁链定向；矢量控制
中图分类号：TM351
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1639-07

中国拥有丰富的风力资源，而且风力接入电机技术成熟，单机容量大，建设周期短。但是由于风力发电机组是一个复杂的系统工程，要使一套风力发电机组安全运行，需要考虑和控制的环节很多，如：风速风向检测、偏航控制、刹车控制、并网控制等[1]。

随着风电系统的规模越来越大，要求电机的功率也越来越大，传统电机已经不能满足实际工程需求[2]。而提高电机功率的一个有效的方法是增加电机的相数。多相电动机(相数多于三相的电机)的优点已受到广泛认可。除了增加转矩脉动频率，降低转矩脉动幅值之外，还因为相数的增加提高了整个变频调速系统的输出功率，对变流器功率器件的容量要求也降低了。此外，增加相数还有利于提高低速区的调速特性[3]。容错性能好也是这类电机的一个特点，当多相中的一相或几相发生故障时，通过适当的控制，电机仍可以降功率启动和运行[4]。

多相同步电机由于其低压大功率输出、体积小、容错性强等特点[5-7]，已广泛应用于船舶电力推进系统[8]、电动汽车[9]等对可靠性、安全性要求较高的场合，风电系统中多相电机的应用受到了研究学者的关注[10]。

广泛应用的同步电机矢量控制技术是采用转子励磁磁场定向控制，但是这种定向控制的电机存在功率因数差，变频装置容量利用率低的缺点[11]。一般只用于小容量磁阻电机或永磁同步电机的调速传动。因此，气隙磁场定向矢量控制是未来多相同步电机较为理想的矢量控制方法[12]。

文献[13]提出基于气隙磁链定向控制的十二相同步电动机的数学模型，但是未对该模型进行相应的仿真验证研究。文献[14]分析三相与六相同步电机的独立矢量控制，并进行实验对比验证。文献[15]对比在矢量控制下和直接转矩控制下永磁同步电机的低速运转特性，结果表明矢量控制的控制效果更好。文献[16]提出一种无传感器矢量控制方法，但未实现磁通和转矩的独立控制。文献[17]

收稿日期：2022-06-08；**录用日期**：2022-06-17；**网络出版时间**：2022-12-15 08:02
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221213.1212.003
基金项目：国家重点研发计划(2021YFB3901300)；机器人技术与系统国家重点实验室(哈尔滨工业大学)资助
*通信作者. E-mail：156803388@qq.com

引用格式：王嘉豪，田玉茹，于乃昭. 风能接入电机气隙磁链定向矢量控制技术[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1639-1645.
WANG J H，TIAN Y R，YU N Z. Air gap flux-oriented vector control techniques of wind power synchronous motor[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1639-1645 (in Chinese).

通过对比气隙磁链定向矢量控制下的旋转磁链与定子磁链定向控制下的旋转磁链图，验证了永磁同步电机气隙磁链控制在磁场谐波影响下的控制性能更好，磁链相图轨迹相比定子磁链定向控制更加接近椭圆。

基于以上学者的研究方法和实验，为解决大功率多相风机的控制问题，本文提出了基于气隙磁链定向矢量控制技术。首先，建立了风力发电六相同步电机在静止坐标系及旋转坐标系下的数学模型，将定向坐标系的 m 轴与电机的气隙磁链矢量重合，计算定子电流和电压在 mt 坐标系的给定值；然后，通过矢量变换（6s/2r，其中，数字代表相数，s 表示 static，r 表示 rotate）实现磁通和转矩独立控制；最后，以双 Y 移 30°六相同步电机为例进行矢量控制策略研究。

通过对风机电流、转速与转矩的仿真，证明本文控制技术提高了六相同步电机的控制精度，缩短了响应时间，可应用于工程实践。

1 风能接入电机数学模型变换

假设电机为理想的六相同步电机，且各参数正方向均以电动机惯例为准[18]。

1.1 静止坐标系下电机数学模型

磁链方程为

$$\boldsymbol{\psi}_{6s}=\boldsymbol{L}_{ss}\cdot\boldsymbol{i}_{6s}+\psi_{m}\boldsymbol{F}_{6s}(\theta) \tag{1}$$

式中：

$$\boldsymbol{\psi}_{6s}=\begin{bmatrix}\psi_{A1} & \psi_{B1} & \psi_{C1} & \psi_{A2} & \psi_{B2} & \psi_{C2}\end{bmatrix}^{T}$$

$$\boldsymbol{i}_{6s}=\begin{bmatrix}i_{A1} & i_{B1} & i_{C1} & i_{A2} & i_{B2} & i_{C2}\end{bmatrix}^{T}$$

$$\boldsymbol{F}_{6s}(\theta)=[\sin\theta \quad \sin(\theta-30^\circ) \quad \sin(\theta-120^\circ) \quad \sin(\theta-150^\circ) \quad \sin(\theta-240^\circ) \quad \sin(\theta-270^\circ)]^{T}$$

$$\boldsymbol{L}_{ss}=L_{L6}\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}+L_{m6}\begin{bmatrix}1&\cos30^\circ&\cos120^\circ&\cos150^\circ&\cos240^\circ&\cos270^\circ\\\cos30^\circ&1&\cos90^\circ&\cos120^\circ&\cos210^\circ&\cos240^\circ\\\cos120^\circ&\cos90^\circ&1&\cos30^\circ&\cos120^\circ&\cos150^\circ\\\cos150^\circ&\cos120^\circ&\cos30^\circ&1&\cos90^\circ&\cos120^\circ\\\cos240^\circ&\cos210^\circ&\cos120^\circ&\cos90^\circ&1&\cos30^\circ\\\cos270^\circ&\cos240^\circ&\cos150^\circ&\cos120^\circ&\cos30^\circ&1\end{bmatrix}$$

ψ_m 为永磁体磁链；θ 为磁势的轴线与定子 AI 相绕组绕线的夹角；$\boldsymbol{\psi}_{6s}$ 和 $\boldsymbol{i}_{6s}$ 分别为六相电机在静止坐标系下的磁链和电流分量；L_{m6} 和 L_{L6} 分别为定子互感和定子漏感；六相静止坐标系下的六相定子磁链分别用下标 A1、B1、C1、A2、B2、C2 来区分。

电压方程为

$$\boldsymbol{u}_{6s}=\boldsymbol{R}_{6s}\cdot\boldsymbol{i}_{6s}+\rho\boldsymbol{\psi}_{6s} \tag{2}$$

式中：

$$\begin{cases}\boldsymbol{u}_{6s}=\begin{bmatrix}u_{A1} & u_{B1} & u_{C1} & u_{A2} & u_{B2} & u_{C2}\end{bmatrix}^{T}\\ \boldsymbol{R}_{6s}=\begin{bmatrix}R&&&&&\\&R&&&&\\&&R&&&\\&&&R&&\\&&&&R&\\&&&&&R\end{bmatrix}\end{cases}$$

$T_{em}-T_{L}-B\omega=J\dfrac{d\omega}{dt}$ 为微分算子。

运动方程为

$$T_{em}-T_{L}-B\omega=J\frac{d\omega}{dt} \tag{3}$$

式中：T_L 为负载转矩；T_{em} 为电磁力矩；B 为阻尼系数；J 为转动惯量；ω 为角速度。

电磁转矩方程为

$$T_{em}=\frac{1}{2}n_{p}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\boldsymbol{i}_{6s}^{T}\cdot\boldsymbol{\psi}_{6s}\right) \tag{4}$$

式中：n_p 为六相电机的极对数。

1.2 旋转坐标系下电机数学模型

与三相同步电机类似，六相同步电机也存在矢量变换（6s/2s、2s/2r 和 6s/2r）[19]。

对式 (1) 进行矢量变换，即有

$$\boldsymbol{C}_{6s/2r}\cdot\boldsymbol{\psi}_{6s}=\boldsymbol{C}_{6s/2r}\boldsymbol{L}_{ss}\boldsymbol{C}_{6s/2r}^{-1}\boldsymbol{C}_{6s/2r}\cdot\boldsymbol{i}_{6s}+\psi_{m}\boldsymbol{C}_{6s/2r}\cdot\boldsymbol{F}_{6s}(\theta) \tag{5}$$

其中

$$\begin{cases}\boldsymbol{C}_{6s/2r}\cdot\boldsymbol{\psi}_{6s}=\begin{bmatrix}\psi_{d} & \psi_{q} & \psi_{z1} & \psi_{z2} & \psi_{z3} & \psi_{z4}\end{bmatrix}^{T}\\ \boldsymbol{C}_{6s/2r}\cdot\boldsymbol{i}_{6s}=\begin{bmatrix}i_{d} & i_{q} & i_{z1} & i_{z2} & i_{z3} & i_{z4}\end{bmatrix}^{T}\\ \boldsymbol{C}_{6s/2r}\boldsymbol{L}_{ss}\boldsymbol{C}_{6s/2r}^{-1}=\begin{bmatrix}(3L_{m6}+L_{L6})I_{2}&0\\0&L_{L6}I_{4}\end{bmatrix}\\ \psi_{m}\boldsymbol{C}_{6s/2r}\cdot\boldsymbol{F}_{6s}(\theta)=\psi_{m}\begin{bmatrix}\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}\end{cases}$$

式中：$\boldsymbol{C}_{6s/2r}$ 为六相静止坐标系与二相旋转坐标系的坐标变换矩阵。

记

$$\begin{cases}L_{d6}=3L_{m6}+L_{L6}\\ L_{q6}=3L_{m6}+L_{L6}\\ L_{z1}=L_{z2}=L_{z3}=L_{z1}=L_{L6}\\ \boldsymbol{\psi}_{0}=\begin{bmatrix}\psi_{z1} & \psi_{z2} & \psi_{z3} & \psi_{z4}\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{L}_{04}=\mathrm{diag}[L_{z1} \quad L_{z2} \quad L_{z3} \quad L_{z4}]\end{cases}$$

经过坐标变换后, d、q、z_1、z_2、z_3、z_4的磁链方程为

$$\begin{bmatrix}\psi_d\\ \psi_q\\ |\boldsymbol{\psi}_0|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_{d6}&0&0\\0&L_{q6}&0\\0&0&|\boldsymbol{L}_{04}|\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ i_0\end{bmatrix}+\psi_{\mathrm{m}}\begin{bmatrix}\sqrt{3}\\0\\0\end{bmatrix} \tag{6}$$

由式 (2) 可得

$$u_{\mathrm{a}}=Ri_{\mathrm{A}}+\rho\psi_{\mathrm{A}} \tag{7}$$

记$\rho\theta=\omega_{\mathrm{s}}$, 经过坐标变换可得电机的电压方程如下:

$$\begin{cases}u_d=Ri_d+\rho\psi_d-\omega_{\mathrm{s}}\psi_q\\ u_q=Ri_q+\rho\psi_q-\omega_{\mathrm{s}}\psi_d\\ u_{z1}+u_{z3}=R_{iz1}R_{iz3}+\rho\psi_{z1}+\rho\psi_{z3}\end{cases} \tag{8}$$

而电机的电磁力矩为

$$T_{\mathrm{em}}=n_{\mathrm{p}}\left[\sqrt{3}\psi_{\mathrm{m}}i_q+\left(L_{d6}-L_{q6}\right)i_di_q\right] \tag{9}$$

dq坐标下电机定子侧的电压方程为

$$\begin{cases}u_d=Ri_d+\rho\psi_d-\omega_{\mathrm{s}}\psi_q\\ u_q=Ri_q+\rho\psi_q-\omega_{\mathrm{s}}\psi_d\end{cases} \tag{10}$$

式中: u_d和u_q分别为d轴和q轴定子的电压分量; R为定子电阻。

dq坐标下电机定子侧的磁链方程为

$$\begin{cases}\psi_d=L_{d6}i_d+\sqrt{3}\psi_{\mathrm{m}}\\ \psi_q=L_{q6}i_q\end{cases} \tag{11}$$

式中: ψ_d和i_d分别为d轴定子的磁链分量和电流分量; ψ_q和i_q分别为q轴定子磁链分量和电流分量。

力矩方程为

$$T_{\mathrm{em}}=n_{\mathrm{p}}\left[\sqrt{3}\psi_{\mathrm{m}}i_q+\left(L_{d6}-L_{q6}\right)i_di_q\right] \tag{12}$$

其中: L_{d6}与L_{q6}分别为d轴和q轴电感分量。

电机的运动方程保持不变:

$$T_{\mathrm{em}}-T_{\mathrm{L}}-B\omega=J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{13}$$

可见, 矢量变换后大大简化了六相同步电机的数学模型。若选取i_d、i_q、θ和ω为状态变量, 则状态方程和输出方程分别为式 (14) 与式 (15), 其中θ_{e}为电角度。

$$\begin{bmatrix}\dot{i}_d\\ \dot{i}_q\\ \dot{\theta}\\ \dot{\omega}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{R}{L_{d6}}&\dfrac{n_{\mathrm{p}}\omega L_{q6}}{L_{d6}}&0&0\\ -\dfrac{n_{\mathrm{p}}\omega L_{d6}}{L_{q6}}&-\dfrac{R}{L_{q6}}&0&-\sqrt{3}\dfrac{n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{m}}}{J}\\ 0&0&0&1\\ \dfrac{n_{\mathrm{p}}}{J}\left(L_{d6}-L_{q6}\right)&\sqrt{3}\dfrac{n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{m}}}{J}&0&-\dfrac{B}{J}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ \theta\\ \omega\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{L_{d6}}&0&0\\ 0&\dfrac{1}{L_{q6}}&0\\ 0&0&0\\ 0&0&-\dfrac{1}{J}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_d\\ u_q\\ T_{\mathrm{L}}\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ \theta_{\mathrm{e}}\\ \omega\\ T_{\mathrm{e}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\ 1&0&0&0\\ 0&0&n_{\mathrm{p}}&0\\ 0&0&0&1\\ n_{\mathrm{p}}\left(L_{d6}-L_{q6}\right)i_q&\sqrt{3}n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{m}}&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ \theta\\ \omega\end{bmatrix} \tag{15}$$

2　电机的矢量控制

气隙磁场定向控制的关键是气隙磁链的检测[20], 根据电机的数学模型, 用输出电压和电流来表示磁链:

$$\begin{cases}\psi_{\alpha1}=\displaystyle\int\left(u_{\mathrm{s}\alpha1}-r_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{s}\alpha1}\right)\mathrm{d}t-\left(L_{\mathrm{s}1}+L_{\alpha1}\right)i_{\mathrm{s}\alpha1}-\\ \qquad\dfrac{\sqrt{3}}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\alpha2}+\dfrac{1}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\beta2}\\ \psi_{\beta1}=\displaystyle\int\left(u_{\mathrm{s}\beta1}-r_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{s}\beta1}\right)\mathrm{d}t-\left(L_{\mathrm{s}1}+L_{\alpha1}\right)i_{\mathrm{s}\beta1}-\\ \qquad\dfrac{\sqrt{3}}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\beta2}-\dfrac{1}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\alpha2}\\ \psi_{\alpha2}=\displaystyle\int\left(u_{\mathrm{s}\alpha2}-r_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{s}\alpha2}\right)\mathrm{d}t-\left(L_{\mathrm{s}1}+L_{\alpha1}\right)i_{\mathrm{s}\alpha2}-\\ \qquad\dfrac{\sqrt{3}}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\alpha1}-\dfrac{1}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\beta1}\\ \psi_{\beta2}=\displaystyle\int\left(u_{\mathrm{s}\beta2}-r_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{s}\beta2}\right)\mathrm{d}t-\left(L_{\mathrm{s}1}+L_{\alpha1}\right)i_{\mathrm{s}\beta2}+\\ \qquad\dfrac{\sqrt{3}}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\beta1}-\dfrac{1}{2}L_{\alpha1}i_{\mathrm{s}\alpha1}\end{cases} \tag{16}$$

混合磁链观测模型如图 1 所示, 其中 VA 代表

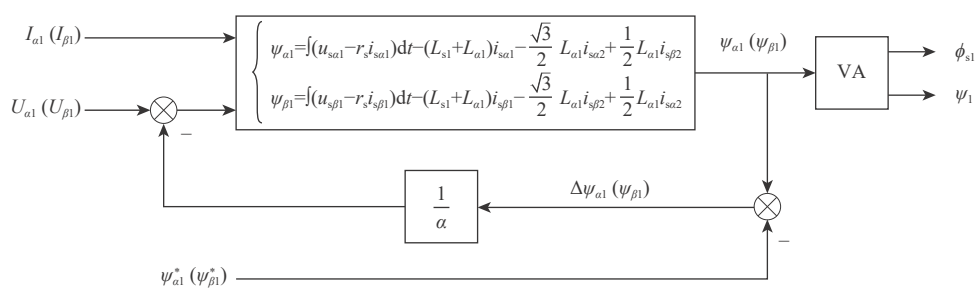


图 1　电压电流混合模型磁链观测

Fig. 1　Flux linkage observation of voltage-current hybrid model

电压电流混合模型。

定子负载电流为$\boldsymbol{i}_s$，$|\boldsymbol{i}_s|$为向量$\boldsymbol{i}_s$的幅值。将$\boldsymbol{i}_s$沿i_{sm}、i_{st}轴分解为i_{sm}、i_{st}，令$i_{sm}=0$，使$|\boldsymbol{i}_s|=i_{st}$。空载启动时，$|\boldsymbol{i}_s|=0$，$m$轴与$d$轴重合，攻角$\delta=0$；当突加负载时，$m$轴与$d$轴分离，$\delta\neq0$，为使气隙磁链$\boldsymbol{\psi}_\delta$恒定，消除电枢反应，必须增加激磁电流$\boldsymbol{i}_f$。

如图2所示，d轴的旋转位置信息通过位置传感器得到，m、t轴旋转位置信息通过磁链观测器得到。

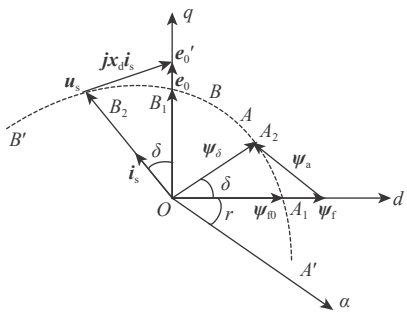


图2 气隙磁场定向控制矢量图

Fig. 2 Vector diagram of air gap magnetic field directional control

通过图2中的磁链三角形可得$\boldsymbol{\psi}_f$：

$$\boldsymbol{\psi}_f=\boldsymbol{\psi}_\delta-\boldsymbol{\psi}_a=\boldsymbol{\psi}_\delta/\cos\delta \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{\psi}_f$为激磁磁链；$\boldsymbol{\psi}_\delta$为气隙磁链；$\boldsymbol{\psi}_a$为电枢反应磁链。

电磁转矩为

$$T_{em}=n_p|\boldsymbol{\psi}_\delta|i_{st} \tag{18}$$

为使$\boldsymbol{i}_s$与$\boldsymbol{\psi}_\delta$正交，$\boldsymbol{\psi}_a$与$\boldsymbol{\psi}_\delta$所形成的角必须为直角，具体关系为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\psi}_\delta=\boldsymbol{\psi}_f\cos\delta=\boldsymbol{\psi}_a/\tan\delta\\ |\boldsymbol{\psi}_\delta|=\sqrt{\boldsymbol{\psi}_f^2-\boldsymbol{\psi}_a^2}\end{cases} \tag{19}$$

电机连续空载运行时，$\boldsymbol{\psi}_\delta$在A_1处，当电机突加负载时，$\boldsymbol{\psi}_\delta$从A_1处移动到A_2，幅值不发生改变，以O为原点，$|\boldsymbol{\psi}_\delta|$为圆周半径，即可画出磁链圆，$AA'$为磁链圆中的一段圆弧，过点$A_2$做切线，与坐标轴所形成三角形即为磁链三角形。为满足AA'上磁链三角形的关系，当负载电流发生改变时，$\boldsymbol{\psi}_\delta$随负载电流沿圆弧变化，激磁电流$\boldsymbol{i}_f$也随之变化。电机定子电压$\boldsymbol{u}_s$、感应电枢$\boldsymbol{e}_0$和电枢反应电压$\boldsymbol{jx}_d\boldsymbol{i}_s$也组成了一个三角形。$\boldsymbol{\psi}_f$的幅值与负载电流成正相关，当负载电流增大时，其产生的电枢从$\boldsymbol{e}_0$增大至$\boldsymbol{e}_0'$，成为直角三角形。易证$|\boldsymbol{u}_s|=|\boldsymbol{e}_0|$保持恒定，同时$\cos\varphi=1$。同理可知，随负载电流变化，$\boldsymbol{e}_0$以O为原点，$|\boldsymbol{u}_s|$为半径即可画出电势圆，$BB'$为电势圆中的一段圆弧，当电机突加负载时电压从$B_1$处移动到$B_2$，幅值不发生改变。

综上所述，随着电机定子负载电流$\boldsymbol{i}_s$的变化，调节激磁电流$\boldsymbol{i}_f$，达到气隙合成磁链$\boldsymbol{\psi}_\delta$和电压$\boldsymbol{u}_s$沿弧AA'、BB'变化的目的，满足$\boldsymbol{i}_s$与$\boldsymbol{\psi}_\delta$正交、$\cos\varphi=1$和$|\boldsymbol{u}_s|=|\boldsymbol{e}_0|$恒定。

3 仿真及实验结果

矢量控制框图如图3所示，其中，PI表示比例积分控制器，SVPWM表示空间矢量脉冲宽度调制，abc/mt表示abc坐标系和mt坐标系下的变换，I_{mt}为mt坐标系下的电流，$I_{T_e\text{ref}}$为电磁转矩电流的参考值，$I_{M_e\text{ref}}$为机械转矩电流的参考值，φ_s为定子绕组气隙磁链，U_{mti}为mt坐标系下的电压，U_{abci}为

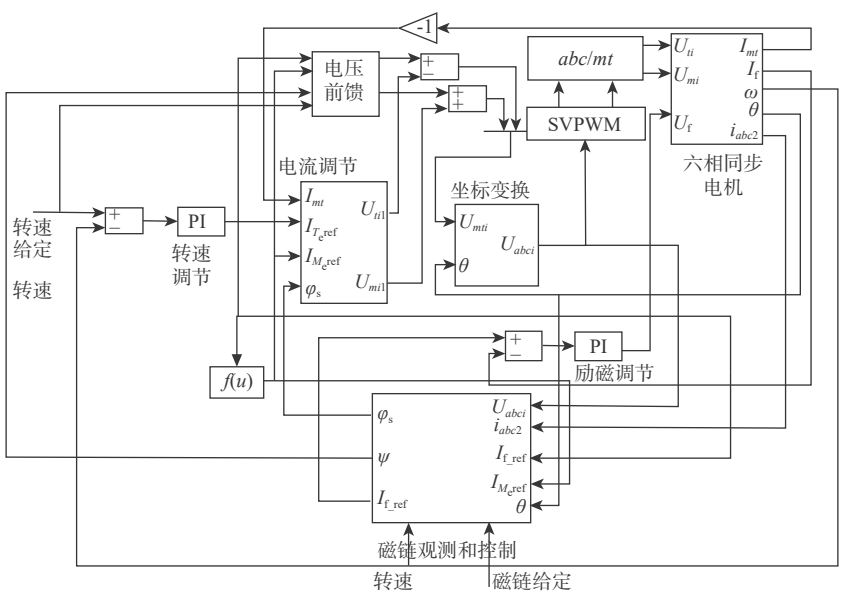


图3 气隙磁链定向矢量控制框图

Fig. 3 Block diagram of air gap flux-oriented vector control

abc 坐标系下的电压, $f(u)$为电压观测方程, U_f为励磁电压, I_f为励磁电流。

选取以下参数来进行仿真验证: $P_N = 2\,400$ W, $T_N = 100$ N·m, $n_N = 155$ r/min, $R_{r6} = 0.457\,8\ \Omega$, $L_{d6} = 0.002\,85$ H, $L_{q6} = 0.003\,34$ H, $J = 0.001\,469$ kg·m^2, $B = 0.000\,3$ (N·m)/(rad·s^{-1}), $\psi_m = 0.171$ Wb, $n_p = 4$。

3.1　空载启动下的仿真

若给定转速, 相关仿真曲线如图 4 所示。

仿真结果表明, 电机空载启动时, 转速迅速增大直至达到$n = 155$ r/min, 出现了转速超调$\sigma = 1\%$, 但很快减小。整个仿真过程中未出现振荡现象, 到达稳态后, 电磁力矩始终为 0, 六相定子电流为正弦波。

3.2　突加负载时的仿真

若在 0.02 s 时突加 10 N·m的负载, 相关仿真曲线如图 5 所示。

仿真结果表明, 当突加10 N·m负载时, 系统恢复时间$t_v = 0.005$ s, 转速有轻微抖动, 电机的转矩迅速上升到6s/2r并保持不变, 同时六相定子电流可快速跟随变化。

本文控制技术控制下转速仿真结果的性能指标如表 1 所示。

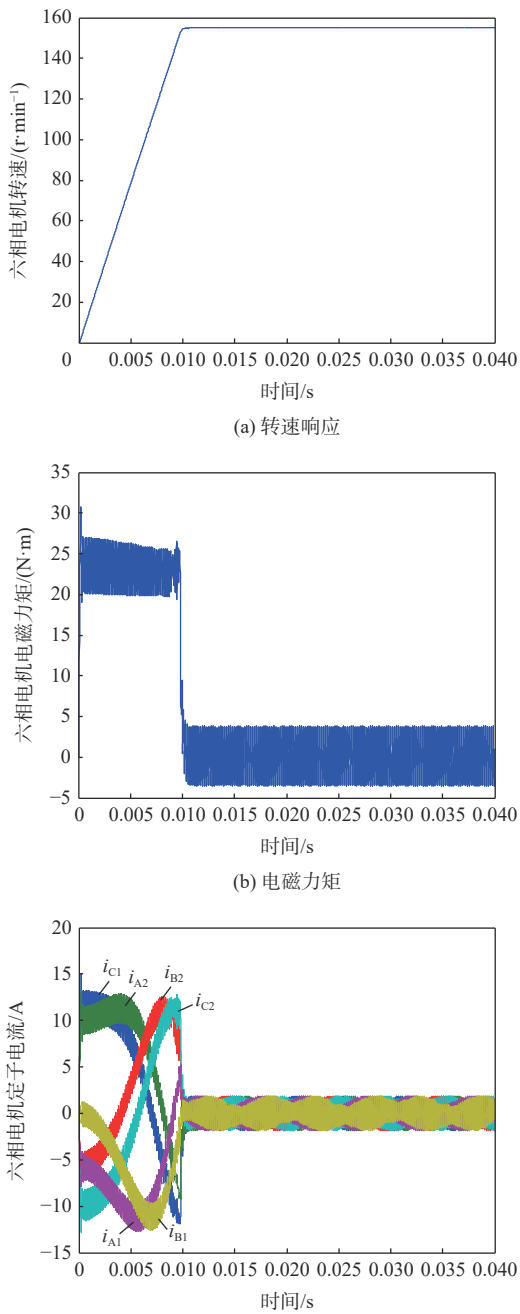


图 4　理想空载起动时相关仿真

Fig. 4　Related simulations at ideal no-load start-up

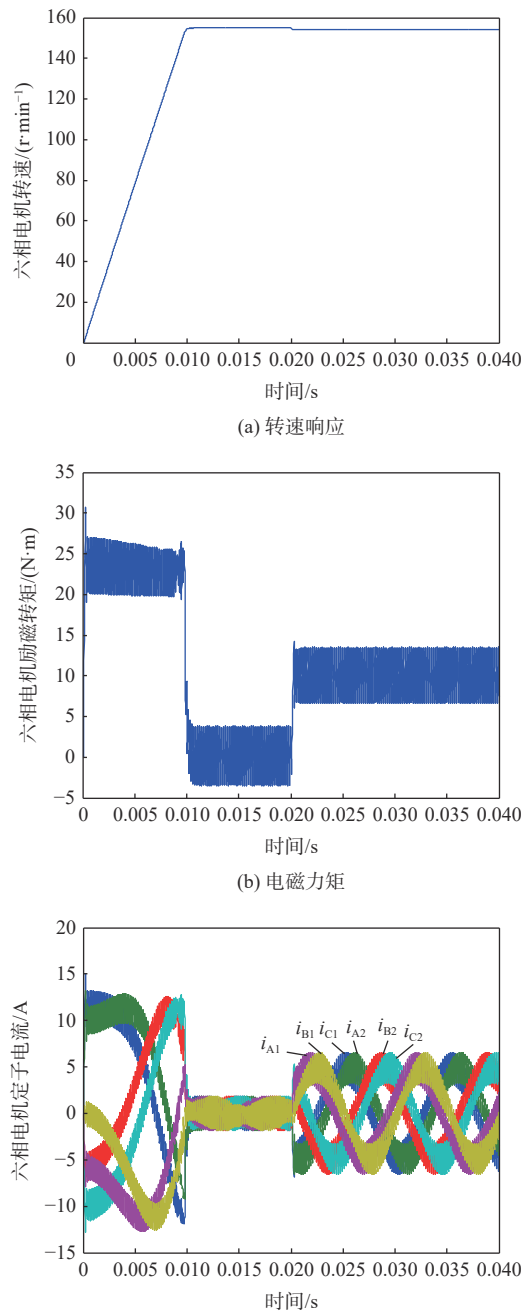


图 5　突加负载时相关仿真

Fig. 5　Related simulations with sudden load

表1 转速仿真的性能指标

Table 1 Performance index of speed simulation

仿真情况	超调量/%	上升时间/s	调整时间/s	恢复时间/s	稳态误差/%
理想空载启动	1	0.01	0.011		0
突加负载	1	0.01	0.011	0.000 5	0.67

4 结 论

1）本文控制技术解决了大功率多相风机的控制问题。以双Y移6s/2r六相同步电机为例进行仿真分析，通过对风机六相定子电流、转速与电磁转矩的仿真，验证了本文控制技术在电机空载启动与突加负载时具有较好的稳态性能和动态性能。该控制技术对风电系统研究具有重要意义，仿真结果对于下一步物理系统的实现与工程应用提供了技术依据。

2）对六相永磁同步电机的矢量变换可以扩展至其他多相电机，如十二相电机、二十四相电机等，对多相电机的分析具有一定的参考价值与指导意义。

本文只讨论了本文控制技术，后续也应该结合其他控制理论，进一步改善风电系统中控制系统的性能。

参考文献（References）

[1] 李毅. 变桨距变速风力发电机组的智能控制研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2007: 1-4.
LI Y. Study on intelligent control of variable-pitch variable-speed wind turbines[D]. Xi'an: Xidian University, 2007: 1-4(in Chinese).

[2] DEVASHISH, THAKUR A, PANIGRAHI S, et al. A review on wind energy conversion system and enabling technology[C]//Proceedings of the 2016 International Conference on Electrical Power and Energy Systems. Piscataway: IEEE Press, 2017: 527-532.

[3] 温嘉斌, 郭晗, 荆超, 等. 电动车用永磁同步电机转子结构对弱磁调速性能分析[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2019, 24(6): 73-78.
WEN J B, GUO H, JING C, et al. Analysis of the speed adjusting ability with field weakening of rotor structure of permanent magnet synchronous motor for electric vehicle[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2019, 24(6): 73-78(in Chinese).

[4] 胡维昊, 王跃, 李明烜, 等. 基于MRAS的多相永磁直驱型风力发电系统无速度传感器控制策略研究[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(23): 118-124.
HU W H, WANG Y, LI M X, et al. Research on sensorless control strategy of direct drive multi-phase PMSG wind power generation system based on MRAS[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(23): 118-124(in Chinese).

[5] 刘胜, 郭晓杰, 张兰勇. 六相永磁同步电机鲁棒自适应反步滑模容错控制[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(5): 68-78.
LIU S, GUO X J, ZHANG L Y. Robust adaptive backstepping sliding mode control for six-phase PMSM system with open phases[J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(5): 68-78(in Chinese).

[6] 姚钢, 杨浩猛, 周荔丹, 等. 大容量海上风电机组发展现状及关键技术[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(21): 33-47.
YAO G, YANG H M, ZHOU L D, et al. Development status and key technologies of large-capacity offshore wind turbines[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(21): 33-47(in Chinese).

[7] 刘剑, 苏健勇, 杨贵杰, 等. 六相永磁同步发电机容错控制的谐波补偿研究[J]. 电机与控制学报, 2014, 18(1): 1-10.
LIU J, SU J Y, YANG G J, et al. Study of harmonic compensation for six-phase PMSG in fault tolerant control[J]. Electric Machines and Control, 2014, 18(1): 1-10(in Chinese).

[8] ZHANG C, YIN Z D, YANG L, et al. Model-free adaptive iterative learning control for six-phase propulsion PMSM[C]//Proceedings of the 2021 24th International Conference on Electrical Machines and Systems. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1889-1893.

[9] 朱元, 肖明康, 陆科, 等. 电动汽车永磁同步电机转子温度估计[J]. 电机与控制学报, 2021, 25(6): 72-81.
ZHU Y, XIAO M K, LU K, et al. Rotor temperature estimation for permanent magnet synchronous motors in electric vehicles[J]. Electric Machines and Control, 2021, 25(6): 72-81(in Chinese).

[10] KUMAR R R, CHETRI C, DEVI P, et al. Design and analysis of novel dual stator hybrid operational six-phase permanent magnet synchronous machine for wind power application[J]. GMSARN International Journal, 2021, 15: 211-216.

[11] WANG B. Simulation of field oriented control algorithm of permanent magnet synchronous motor based on SVPWM[J]. Mobile Information Systems, 2022(10): 1839488.

[12] 张敬南. 船舶电力推进六相同步电动机控制系统研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009: 52-56.
ZHANG J N. Six-phase synchronism motor control system for the ship electric propulsion[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009: 52-56(in Chinese).

[13] 林桦, 邹云屏. 采用气隙磁链定向控制的十二相同步电动机数学模型[J]. 中小型电机, 2004, 31(2): 21-27.
LIN H, ZOU Y P. Mathematical models of 12-phase synchronous machine with air gap flux-oriented control[J]. Electric Machines & Control Application, 2004, 31(2): 21-27(in Chinese).

[14] LEVI E, JONES M, VUKOSAVIC S N. A series-connected two-motor six-phase drive with induction and permanent magnet machines[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2006, 21(1): 121-129.

[15] 李昊洋, 邱鑫, 李思祥, 等. 永磁同步电机直接转矩和矢量控制运行稳定性对比研究[J]. 南京师范大学学报 (工程技术版), 2018, 18(1): 30-36.
LI H Y, QIU X, LI S X, et al. Comparative study on operating stability of direct torque control and vector control using in permanent magnet synchronous motor[J]. Journal of Nanjing Normal University (Engineering and Technology Edition), 2018, 18(1): 30-36(in Chinese).

[16] WOLDEGIORGIS A T, GE X L, WANG H M, et al. A new frequency adaptive second-order disturbance observer for sensorless vector control of interior permanent magnet synchronous motor[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(12): 11847-11857.

[17] 张庆宇, 涂群章, 周建波, 等. 永磁同步电机气隙磁场定向控制仿真分析[J]. 兵器装备工程学报, 2019, 40(12): 105-109.

ZHANG Q Y, TU Q Z, ZHOU J B, et al. Simulation analysis of air-gap field oriented control for permanent magnet synchronous motor[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2019, 40(12): 105-109(in Chinese).

[18] 顾聪, 王晓琳, 邓智泉. 一种基于双重锁相环的高速永磁同步电机转子位置估计误差全补偿方法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(3): 962-970.
GU C, WANG X L, DENG Z Q. A rotor position estimated error correction method for high-speed permanent magnet synchronous motor based on dual-phase-locked-loop[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(3): 962-970(in Chinese).

[19] 韩坤, 孙晓, 刘秉, 等. 一种永磁同步电机矢量控制 SVPWM 死区效应在线补偿方法[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(2): 620-627.
HAN K, SUN X, LIU B, et al. Dead-time on-line compensation scheme of SVPWM for permanent magnet synchronous motor drive system with vector control[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(2): 620-627(in Chinese).

[20] ZHANG A L, CHEN Z F, GAO R Z, et al. Crowbarless symmetrical low-voltage ride through based on flux linkage tracking for brushless doubly fed induction generators[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(9): 7606-7616.

Air gap flux-oriented vector control techniques of wind power synchronous motor

WANG Jiahao[1], TIAN Yuru[1,*], YU Naizhao[2]

(1. School of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;
2. Yangzhou Marine Electronic Instrument Institute, Yangzhou 225001, China)

Abstract: Wind energy is one of the most promising renewable energy sources in China, and the main factors affecting the application of wind energy conversion are the control method and characteristics of wind turbines. This study proposes a vector control technique based on air gap flux orientation, addressing the problem that the wind turbine control method is difficult to achieve effective capture of wind energy in wind energy conversion. We obtain the mathematical model in the rotating coordinate system through 6s/2r vector transformation. The vector control technique of directional air gap flux is studied, the observation model of the motor-current-voltage hybrid flux linkage is designed, and the torque and flux of the motor are controlled independently. The double Y-shift 30° six-phase synchronous motor is taken as an example for simulation analysis. Results show that the proposed technique has good steady-state performance and dynamic performance when the motor is started without load and with sudden load. The proposed technique solves the nonlinearity and coupling of polyphase motor control, and improves the universality and rapidity of the model.

Keywords: wind power system; six-phase synchronous motor; vector coordinate transformation; air gap flux orientation; vector control

Received: 2022-06-08; **Accepted**: 2022-06-17; **Published Online**: 2022-12-15 08:02

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221213.1212.003

Foundation items: National Key R&D Program of China(2021YFB3901300); Supported by State Key Laboratory of Robotics and Systems (Harbin Institute of Technology)

* **Corresponding author**. E-mail: 156803388@qq.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0470

基于一致性理论的无人机编队控制与集结方法

苟进展[1]，梁天骄[2,*]，陶呈纲[2]，马波[2]，王海峰[2]，吴宇[1]
(1. 重庆大学 航空航天学院，重庆 400044；2. 歼击机综合仿真航空科技重点实验室，成都 610091)

摘 要：针对无人机运动学模型特点和远距离成形问题，提出一种基于改进一致性算法的无人机集结-成形策略。建立能直观描述编队队形的坐标系，根据纵向和横航向解耦的带自动驾驶仪的无人机三自由度运动学模型的特点，考虑无人机机动性能约束，对一致性算法进行改进，实现对无人机速度、航向和飞行高度的控制，提出编队队形控制算法。针对无人机初始间距大带来的调参问题，增加集结过程，并利用粒子群算法优化集结速度，避免航迹冲突，集结结束后再采用所提算法生成无人机航迹，提升算法的适应性。仿真结果表明：所提算法能使无人机在满足机动性约束的情况下，形成稳定队形；相比于直接成形法，所提策略提高改进一致性算法的适应性和安全性。

关 键 词：无人机；编队飞行；集结；一致性理论；粒子群优化
中图分类号：V221.3; TB273
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1646-09

无人机因其造价低、机动能力强、应用范围广等优点，在很多领域都有良好的应用前景[1-3]。传统意义上通常使用一架或零散的几架无人机去执行任务，当遇到大型复杂任务时，单机效率低、任务完成效果差等问题就会突显出来。为解决单机面临的问题，同时拓宽无人机的应用场景，无人机编队飞行成为了近来的研究热点[4]。

编队控制是无人机编队飞行的基础，在目前的研究中，常用的编队控制方法包括基于leader-follower法、行为法和虚拟结构法。文献[5]利用基于leader-follower法的思想，引入了分支、全球领导者、局部领导者和局部追随者的概念，设计了紧密的编队控制算法，严格控制了无人机的队形。文献[6]采用基于行为法的编队控制方式，设计了鲁棒性良好的实时自主导航集群控制律。文献[7]将编队反馈和动力学反演相结合，设计了基于虚拟结构法的编队控制方式，并在非线性六自由度无人机模型上进行仿真，验证了所设计控制方式的有效性。正如文献[8]所述，这3种研究比较成熟的编队控制算法各有优缺点，例如基于leader-follower法的编队控制算法，其控制简单，计算量小，无人机仅需与领航机进行信息交互，便能形成队形。但是，基于链式leader-follower法的系统中无位置误差的反馈，位置误差会逐级累积扩大，易造成跟随机掉队的情况，而且领航机故障会导致整个编队瘫痪。

Ren[9]认为传统的基于leader-follower法、行为法和虚拟结构法的编队控制算法都可以统一到一致性结构框架下，并且使用一致性理论进行编队控制能克服这些传统算法的一些缺点。一致性理论的基本思想是各个智能体在一定通信网络下，通过近邻间的信息交换，分布式地产生一种算法，使智能体在有关协作事件的若干问题上形成一致意见，从而达到协同的目的。将一致性理论用于编队控

收稿日期：2022-06-11；**录用日期**：2022-07-22；**网络出版时间**：2022-12-28 16:52
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1521.003
基金项目：国家自然科学基金(52102453)；航空科学基金(20180511001)
*通信作者. E-mail：liangtj@avic.com

引用格式：苟进展，梁天骄，陶呈纲，等. 基于一致性理论的无人机编队控制与集结方法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1646-1654. GOU J Z，LIANG T J，TAO C G，et al. Formation control and aggregation method of UAV based on consensus theory[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1646-1654 (in Chinese).

制的优点在于引入了邻居无人机的状态反馈, 编队中的无人机能利用反馈信息及时调整自己的飞行状态, 从而形成精确的队形[10]。

基于一致性算法的无人机编队控制具有适应度好、鲁棒性高、可靠性强的优点, 因此, 越来越多的研究围绕其开展。文献 [11] 基于空间马尔可夫随机场建立信息一致性模型, 引入虚拟基准的概念, 提高了一致性算法的适应性。文献 [12] 利用线性二次调节器优化设计方法, 采用有限时间控制和切换控制技术, 得到了针对多架四旋翼无人机的基于非光滑一致性理论的编队控制算法。文献 [13] 研究了时延环境下的时变编队控制问题, 设计了能应对较大通信时延的一致性控制算法。针对多无人机间的通信拓扑结构可能发生改变的情况, 文献 [14] 研究了基于时变通信拓扑结构的一致性编队控制算法, 降低了集群系统对通信拓扑结构的要求。文献 [15] 对一致性算法进行了改进, 使其能在 Ox、Oy 与 Oz 方向上对编队队形进行控制, 得到了具有良好的通用性的编队控制算法。无人机在飞行过程中必须满足路径安全性、可飞行的要求, 大多数的研究提升了一致性算法用于编队时的适应性和稳定性, 而对算法收敛过程中指令的约束处理还不够完善, 例如文献 [15] 虽然针对指令的约束条件提出了相应的调整策略, 但其处理过于繁琐, 不利于工程实现。在防止无人机机间碰撞方面, 文献 [16] 引入了人工势场, 这种方法对于低速飞行的无人机能起到不错的效果。但是, 对于高速飞行的紧密多无人机编队来说, 人工势场法不一定能在极短的时间内使无人机错开高度, 存在启动慢, 可靠性低的问题。另外, 现有的一致性算法大多对无人机的初始条件较为敏感, 将其应用于不同的场景需进行频繁调参, 且其收敛时间不能被有效控制, 具有可控性和适应性不高的问题。

基于以上描述, 本文根据纵向和横航向解耦的带自动驾驶仪的三自由度运动学模型的特点, 提出了基于改进一致性算法的编队队形控制算法。然后, 针对远距离成形和机间防撞问题, 提出无人机集结-成形策略。本文的创新点如下。

1) 提出了基于改进一致性算法的编队控制算法, 实现对无人机速度、航向角和高度的控制。

2) 提出无人机机动约束处理方法, 分别对控制项所对应的速度和加速度指令信号进行约束, 得到可行的飞行指令。

3) 为提高本文算法在不同初始条件下的适应性及在编队成形过程中的安全性, 提出无人机集结-成形策略。设计集结过程, 将无人机初始成形间距控制在一定范围内, 并利用粒子群算法优化无人机的集结速度, 避免航迹冲突, 结合集结高度差和三步成形法, 避免无人机在成形过程中发生机间碰撞。

1　坐标系及无人机运动学模型

本节首先介绍了 2 种坐标系, 用于描述无人机运动状态和队形; 然后, 给出了无人机的运动学模型和相应的机动约束条件。

1.1　坐标系及队形描述

本文将无人机看作质点, 建立地面坐标系描述无人机在空间中的运动状态。地面坐标系为固定在地球表面的一种坐标系, 其原点 O 可固定在地平面任意位置, 一般选取在无人机初始位置附近, Ox^{g} 轴方向也可在地平面上任意选取, Oz^{g} 轴方向竖直向上垂直于水平面, Oy^{g} 轴方向通过右手法则确定。为直观地描述编队中各飞机间的相对状态信息, 建立坐标系 $Ox^{\mathrm{r}}y^{\mathrm{r}}$, 该坐标系的原点与地面坐标系原点固联在一起, 其 Oz^{r} 轴与地面坐标系 Oz^{g} 轴重合在一起, 其 Ox^{r} 轴方向为编队理想飞行方向。2 种坐标系的具体关系如图 1 所示, 其之间的转换关系为

$$\begin{bmatrix} x^{\mathrm{r}} \\ y^{\mathrm{r}} \\ z^{\mathrm{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi^* & \sin\varphi^* & 0 \\ -\sin\varphi^* & \cos\varphi^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{\mathrm{g}} \\ y^{\mathrm{g}} \\ z^{\mathrm{g}} \end{bmatrix} \tag{1}$$

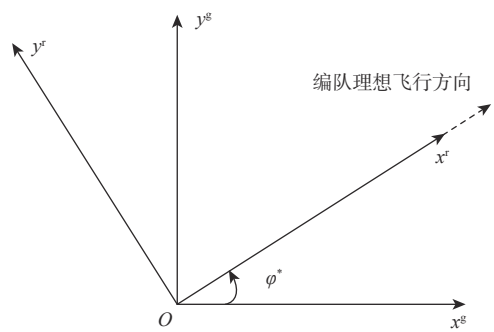


图 1　$Ox^{\mathrm{g}}y^{\mathrm{g}}$ 坐标系与 $Ox^{\mathrm{r}}y^{\mathrm{r}}$ 坐标系的关系

Fig. 1　Position relation between $Ox^{\mathrm{g}}y^{\mathrm{g}}$ coordinate system and $Ox^{\mathrm{r}}y^{\mathrm{r}}$ coordinate system

图中, φ^* 为理想航向角, 在 $Ox^{\mathrm{r}}y^{\mathrm{r}}$ 系中, 编队理想飞行方向始终为 Ox^{r} 轴方向, 因此, 可直接根据 Ox^{r} 轴方向设计编队的相对位置矩阵 $\boldsymbol{R}_x$、$\boldsymbol{R}_y$ 和 $\boldsymbol{R}_z$ 如式 (2) 所示。在式 (2) 中, 矩阵的元素 (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) $(i, j=1,2,\cdots,m)$ 分别为无人机 i 与无人机 j 在 Ox、Oy 和 Oz 方向上的相对距离。编队收敛到目标队形时, 无人机 i 与 j 之间的相对位置坐标应满足式 (3) 所示的条件。

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mm} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{R}_y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1m} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mm} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{R}_z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_{m1} & z_{m2} & \cdots & z_{mm} \end{bmatrix} \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} (x_i^{\mathrm{r}} - x_j^{\mathrm{r}}) \to x_{ij} \\ (y_i^{\mathrm{r}} - y_j^{\mathrm{r}}) \to y_{ij} \\ (z_i^{\mathrm{r}} - z_j^{\mathrm{r}}) \to z_{ij} \end{cases} \tag{3}$$

1.2 无人机运动学模型

在无人机编队控制中，采用纵向和横航向解耦的带自动驾驶仪的三自由度运动学模型[17]：

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \cos\varphi_i \\ \dot{y}_i = v_i \sin\varphi_i \\ \dot{v}_i = \dfrac{1}{\tau_v}(v_i^{\mathrm{c}} - v_i) \\ \ddot{\varphi}_i = -\dfrac{1}{\tau_{\dot{\varphi}}}\dot{\varphi}_i + \dfrac{1}{\tau_{\varphi}}(\varphi_i^{\mathrm{c}} - \varphi_i) \\ \ddot{z}_i = -\dfrac{1}{\tau_{\dot{z}}}\dot{z}_i + \dfrac{1}{\tau_z}(z_i^{\mathrm{c}} - z_i) \end{cases} \tag{4}$$

式中：模型输入指令$u_i = (v_i^{\mathrm{c}}, \varphi_i^{\mathrm{c}}, z_i^{\mathrm{c}})$，分别为自动驾驶仪的一阶水平面速度指令、二阶航向角指令和二阶高度指令；v_i、φ_i和z_i分别为水平面速度、航向角和高度；$\dot{v}_i$为水平面加速度；$\dot{\varphi}_i$和$\ddot{\varphi}_i$分别为航向角速度和航向角加速度；$\dot{z}_i$和$\ddot{z}_i$分别为爬升(下降)率与爬升(下降)加速度；τ_v、$\tau_{\dot{\varphi}}$、τ_{φ}、$\tau_{\dot{z}}$和τ_z分别为水平面速度、航向角速度、航向角、爬升(下降)率和飞行高度指令的时间常数。为满足机动性约束，本文对无人机各方向上的速度与加速度约束如下：

$$\begin{cases} v_i \in [v_{\min}, v_{\max}],\ \dot{v}_i \in [a_{\min}, a_{\max}] \\ \dot{\phi}_i \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}],\ \ddot{\phi}_i \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}] \\ \dot{z}_i \in [v_{\min}^z, v_{\max}^z],\ \ddot{z}_i \in [a_{\min}^z, a_{\max}^z] \end{cases} \tag{5}$$

2 融合集结过程的编队控制算法

文献[18]给出了一致性算法的基本理论，本节将根据最基本的一致性理论，设计无人机在横航向和纵向上的控制算法，再将无人机机动约束条件引入至控制指令中，得到本文算法。然后，针对远距离成形的调参问题，设计了无人机集结-成形策略。

2.1 本文算法

式(4)给出了无人机的运动学方程，当水平面速度指令v_i^{c}、航向角指令φ_i^{c}和高度指令z_i^{c}确定时，无人机在下一采样时刻的飞行状态则被确定。本文主要根据式(4)所示的运动学模型的特点，对文献[18]中基本的一致性算法进行了改进，使改进后的一致性算法能直接输出运动学模型所需的指令，便于对相关机动约束进行处理，免去了如文献[15]中关于指令约束的繁琐处理。改进后一致性算法在水平面速度、航向和高度上的队形控制算法如式(6)～式(8)所示。其中，式(6)为水平面内速度的一阶一致性算法，式(7)和式(8)分别为航向角和高度的二阶一致性算法。

$$\begin{cases} v_i^{\mathrm{c}} = v_i + \tau_v u_{vi} \\ u_{vi} = b_i(v^* - v_i) - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}[(x_i - x_j - x_{ij}) + \alpha_v(v_i - v_j)] \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \varphi_i^{\mathrm{c}} = \varphi_i + \dfrac{\tau_{\varphi}}{\tau_{\dot{\varphi}}}\dot{\varphi} + \tau_{\varphi} u_{\varphi i} \\ u_{\varphi i} = c_i(\varphi^* - \varphi_i) - \beta_{\dot{\varphi}}\dot{\varphi}_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}[(\varphi_i - \varphi_j) + \\ \qquad k_{yi}(y_i - y_j - y_{ij}) + \alpha_{\dot{\varphi}}(\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_j)] \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} z_i^{\mathrm{c}} = z_i + \dfrac{\tau_z}{\tau_{\dot{z}}}\dot{z} + \tau_z u_{zi} \\ u_{zi} = d_i(z^* - z_i) - \beta_{\dot{z}}\dot{z}_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}[(z_i - z_j - z_{ij}) + \alpha_{\dot{z}}(\dot{z}_i - \dot{z}_j)] \end{cases} \tag{8}$$

在式(6)～式(8)中，u_{vi}、$u_{\varphi i}$和u_{zi}为当前编队飞行的反馈信号，v^*和z^*为编队的理想飞行水平面速度和理想高度，其所在项为本文算法的跟踪给定项，旨在跟踪到编队的理想飞行状态。b_i、c_i和d_i为跟踪给定项的控制系数，满足$b_i, c_i, d_i > 0$。α_v，$\alpha_{\dot{\varphi}}$和$\alpha_{\dot{z}}$表示相应项增益的正数。在二阶一致性算法中，还包含速度阻尼项$-\beta_{\dot{\varphi}}\dot{\varphi}_i$和$-\beta_{\dot{z}}\dot{z}_i$，其中，$\beta_{\dot{\varphi}}$和$\beta_{\dot{z}}$为阻尼系数。式(6)～式(8)中的求和项为编队飞行的一致项，其作用使不同无人机的状态趋于一致，同时使无人机收敛到目标队形。

在本文算法中，编队在水平面内的理想速度方向始终为Ox^{r}轴方向，因此，本文将编队在Ox^{r}方向上的队形信息添加到本文算法的速度控制项中。当任意2架无人机在Ox^{r}方向上的距离确定以后，再确定这2架无人机的连线与Ox^{r}轴的夹角，便能得到编队在水平面内的队形。所以，确定编队在Ox^{r}方向上的队形后，编队在Oy^{r}方向上的队形信息则受相关夹角影响(即Oy^{r}方向上的队形信息与航向角队形信息存在一定的转换关系)，所以本文将编队在Oy^{r}方向上的队形信息加入到如式(7)所示的本文算法的航向控制项中，用$k_{yi}(y_i\text{-}y_j\text{-}y_{ij})$代替相应的角度信息，其中，$k_{yi}$为转换参数。当编队收敛时，

则 $|v^*-v_i|\to 0$, $|\varphi^*-\varphi_i|\to 0$, $|z^*-z_i|\to 0$, $\dot{\varphi}_i\to 0$, $\dot{z}_i\to 0$, 同时不同无人机在 Ox^{r}、Oy^{r} 和 Oz^{r} 方向上的距离分别收敛到预设队形中的距离如式 (3) 所示。

但是, 关于无人机机动性的约束并没有在式 (6)～式 (8) 所示的本文算法中体现, 由此得到的指令信号在无人机的实际飞行中可能不可行。式 (4) 和式 (5) 给出了无人机的运动学方程及机动约束条件, 以更新下一时刻无人机可行的飞行状态。在本文算法中, 本文也对 v_i、$\dot{v}_i$、$\dot{\varphi}_i$、$\ddot{\varphi}_i$、$\dot{z}_i$ 与 $\ddot{z}_i$ 进行了约束, 以得到可行的飞行指令。机动约束处理方法以 u_{vi} 为例, 其值可通过修正以满足 v_i 和 $\dot{v}_i$ 的约束条件, 如式 (9)～式 (11) 所示。

$$a'_{\min}=\max\left\{a_{\min},\frac{v_{\min}-v_i}{\Delta t}\right\} \tag{9}$$

$$a'_{\max}=\min\left\{\frac{v_{\max}-v_i}{\Delta t},a_{\max}\right\} \tag{10}$$

$$u'_{vi}=\min\{a'_{\max},\max\{a'_{\min},u_{vi}\}\} \tag{11}$$

式中: Δt 为采样时间间隔; $d'_{\min}$ 与 $d'_{\max}$ 分别为融入 v_i 约束后, 关于 $\dot{v}_i$ 新的约束的下限和上限; u'_{vi} 为修正后的 u_{vi} 的值。经过以上处理, 本文算法产生的指令能同时满足 v_i 和 $\dot{v}_i$ 的约束条件。类似地, $u_{\varphi i}$ 和 u_{zi} 也可以采取以上方式进行修正, 以满足 $\dot{\varphi}_i$、$\ddot{\varphi}_i$、$\dot{z}_i$ 与 $\ddot{z}_i$ 的约束条件, 具体方法如式 (12)～式 (17) 所示。利用修正后的 u'_{vi}, $u'_{\varphi i}$ 与 u'_{zi} 的值, 便能得到满足无人机机动约束条件的指令信号。

$$\alpha'_{\min}=\max\left\{\alpha_{\min},\frac{\omega_{\min}-\dot{\varphi}_i}{\Delta t}\right\} \tag{12}$$

$$\alpha'_{\max}=\min\left\{\frac{\omega_{\max}-\dot{\varphi}_i}{\Delta t},\alpha_{\max}\right\} \tag{13}$$

$$u'_{\varphi i}=\min\{\alpha'_{\max},\max\{\alpha'_{\min},u_{\varphi i}\}\} \tag{14}$$

$$a^{z'}_{\min}=\max\left\{a^{z}_{\min},\frac{v^{z}_{\min}-\dot{z}_i}{\Delta t}\right\} \tag{15}$$

$$a^{z'}_{\max}=\min\left\{\frac{v^{z}_{\max}-\dot{z}_i}{\Delta t},a^{z}_{\max}\right\} \tag{16}$$

$$u'_{zi}=\min\{a^{z'}_{\max},\max\{a^{z'}_{\min},u_{zi}\}\} \tag{17}$$

为避免机间碰撞, 在高度控制项中引入了如文献 [16] 所述的人工势场。当 2 架飞机在水平面上的距离 Δd_{u} 和高度上的距离 Δh_{u} 都分别小于设定的阈值 d_{sqfe} 和 h_{safe} 时, 则启动人工势场, 使这 2 架无人机在高度方向上距离增大。

为增大编队成形过程中的安全裕度, 无人机将被指引至不同的高度层, 然后采用编队三步成形法完成成形。第 1 步, 无人机仅在各自高度层上运动, 使编队在水平面上的投影达到目标队形的疏开形式(即目标队形等比例扩大队形)。第 2 步, 保持横航向上的队形, 各架无人机在高度方向上运动, 使编队达到目标纵向队形。第 3 步, 编队收缩成目标队形。

2.2　无人机集结-成形策略

在编队成形过程中, 当不同无人机起飞位置间距改变较大时, 一致性算法的航向控制项中的参数 k_{yi} 也需要做相应的调整, 无人机的航向反馈信号一直被 $k_{yi}(y_i\text{-}y_j\text{-}y_{ij})$ 项的累和所主导, 在机动约束修正限制下, 一致性算法无法及时根据无人机的相对信息反馈输出有效的成形指令, 导致本文算法失效。为提升本文算法的适应性, 避免频繁调参, 本节提出了无人机集结-成形策略。在该策略下进行编队成形时, 无人机需先飞到指定的集结区域完成汇合, 当无人机间距稳定在一定的范围内后, 完整的一致性算法才被用于编队成形中。

在集结过程中, 每架无人机在集结区域的目标点各不相同, 且运动相对独立, 需分别为其规划航路。为避免集结时无人机发生机间碰撞, 每架无人机的飞行速度将被优化。虽然集结过程中的航迹规划问题涉及到多架无人机, 但是无人机的航迹规划是依次进行的, 即每次只规划一架无人机的航迹, 后进行航迹规划的无人机应避免与已经规划好航迹的无人机发生冲突, 因此, 后进行规划的无人机需要考虑更多的约束。本文策略可将一个大规模的优化问题(优化变量为多架无人机的控制量)分解为若干小规模的优化问题(优化变量为单架无人机的控制量), 有助于提高计算速度和航迹质量。

无人机在朝各自目标点飞行时, 利用式 (6)～式 (8) 所示的本文算法的跟踪给定项求解单机飞行指令, 并在每一采样时刻调整自己的理想航向角, 以使无人机能最终抵达目标点。无人机 i 在 4 个象限中理想航向角的计算式为

$$\varphi_i^*=\begin{cases}\left|\arctan\left(\dfrac{y_i^*-y_i}{x_i^*-x_i}\right)\right|+\dfrac{\pi}{2} & y_i^*-y_i\geqslant 0,\ x_i^*-x_i<0\\ -\left|\arctan\left(\dfrac{y_i^*-y_i}{x_i^*-x_i}\right)\right|-\dfrac{\pi}{2} & y_i^*-y_i<0,\ x_i^*-x_i<0\\ \arctan\left(\dfrac{y_i^*-y_i}{x_i^*-x_i}\right) & \text{其他}\end{cases} \tag{18}$$

式中: $(x_i^*,\ y_i^*)$ 和 $(x_i,\ y_i)$ 分别为无人机 i 在 $Ox^{\mathrm{g}}y^{\mathrm{g}}$ 系中的目标点坐标和当前位置坐标。

对无人机速度进行优化时, 为使各架无人机在满足约束条件下尽快到达集结区并在最短的时间间隔内进行汇合, 本文根据规划无人机的顺序设计了相应的优化指标。在规划第 1 架无人机时, 优化目标是使无人机到达集结区域的时间最短, 而在规划后续的无人机时, 优化目标则是使该无人机与已

规划好航迹的无人机达到集结区域的时间间隔最短。包含 N_U 架无人机的优化问题表述为

$$\begin{cases} \min J_{t_i} = \begin{cases} \mu t_i & i=1 \\ \sigma \sum_{j=1}^{i-1} t_{\text{gap}}^i(j) & i=2,3,\cdots,N_U \end{cases} \\ \text{s.t.} \sum_{j=1,j\neq i}^{N_U} C_{ij}=0, v_{\min}^i < v_i^* < v_{\max}^i \end{cases} \tag{19}$$

式中：J_{t_i} 为第 i 架无人机的优化指标；t_i 为第 i 架无人机到达集结区域的飞行时间；$t_{\text{gap}}^i(j)$ 为无人机 i 与已规划好航迹的无人机 j 到达集结区域时的时间间隔；μ 与 σ 为相应优化项的系数。该优化问题中最重要的约束条件是任意 2 架无人机的航迹无冲突，因此，定义了冲突矩阵 $\boldsymbol{C}=[C_{ij}]_{N_U\times N_U}$，$C_{ij}=0$ 表示无人机 i 与无人机 j 的航迹无冲突。

在此优化问题中，优化变量为每架无人机的速度 $v_i^*(i=1,2,\cdots,N_U)$，采用粒子群算法对其进行优化，更新 v_i^* 的计算式为

$$\begin{aligned} \Delta v_{ik}^*(o+1) = {} & \omega \Delta v_{ik}^*(o) + c_1 r_1 (v_{kb}^*(o) - \\ & v_{ik}^*(o)) + c_2 r_2 (v_{gb}^*(o) - v_{ik}^*(o)) \end{aligned} \tag{20}$$

$$v_{ik}^*(o+1) = v_{ik}^*(o) + \Delta v_{ik}^*(o+1) \tag{21}$$

式中：$v_{ik}^*(o)$ $(k=1,2,\cdots,N;\ o=1,2,\cdots,T_{\max})$ 为在第 o 次迭代中粒子 k 的优化变量，N 为粒子个数，$T_{\max}$ 为最大迭代次数；$\Delta v_{ik}^*(o+1)$ 为优化变量的增量；ω 为惯性权重；$v_{kb}^*(o)$ 为第 k 个粒子在第 o 次迭代中的个体极值点；$v_{gb}^*(o)$ 为种群的全局极值点；c_1 和 c_2 为加速系数；r_1 和 r_2 为 [0,1] 之间服从均匀分布的随机数。在解的更新过程中，若出现违背约束的情况，则将优化指标置为 0，表示不可行解，具体的伪代码如下。

算法 无人机集结的粒子群算法

1: for i=1: N_U
2: 初始化粒子种群状态;
3: for t=1:$T_{\max}$
4: for k=1:N
5: 更新 v_{ik}^*;
6: 生成航迹，更新 $J_{t_i k}$;
7: while $J_{t_i k}$=0
8: 随机产生新的 v_{ik}^*，并转第 6 步;
9: end
10: 更新种群状态;
11: end
12: end
13: 得到无人机 i 的航迹，并将其添加至后续无人机 $j(j>i)$ 的约束条件中;
14: end

为提高编队成形阶段的安全裕度，各架无人机在集结区域的目标点被置于处于不同的高度层，这个高度差正好配合 2.1 节所述的编队三步成形法。集结过程中，为解决无人机不能同时到达指定目标点的问题，先到达的无人机将在其目标点所在的高度层盘旋以等待其他无人机，当最后一架无人机抵达目标点时，则无人机集结成功。

3 仿真验证与结果分析

本文以 4 架无人机组成的菱形编队为例，设计了 2 组仿真算例，分别验证了本文算法与本文策略的有效性。在这 2 组算例中，编队目标队形的 $\boldsymbol{R}_x$ 和 $\boldsymbol{R}_y$ 如式 (22) 所示，$\boldsymbol{R}_z$ 为零矩阵，无人机机动性能参数如表 1 所示。

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}_x = \begin{bmatrix} 0 & 60 & 60 & 120 \\ -60 & 0 & 0 & -60 \\ -60 & 0 & 0 & -60 \\ -120 & -60 & -60 & 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{R}_y = \begin{bmatrix} 0 & -60 & 60 & 0 \\ 60 & 0 & 120 & 60 \\ -60 & -120 & 0 & -60 \\ 0 & -60 & 60 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{22}$$

表 1 无人机机动性能参数

Table 1 Maneuvering performance parameters of UAV

$v_{\max}$/(m·s^{-1})	$v_{\min}$/(m·s^{-1})	$a_{\max}$/(m·s^{-2})	$a_{\min}$/(m·s^{-2})	$\omega_{\max}$/(rad·s^{-1})	$\omega_{\min}$/(rad·s^{-1})	$\alpha_{\max}$/(rad·s^{-2})	$\alpha_{\min}$/(rad·s^{-2})	$v_{\max}^z$/(m·s^{-1})	$v_{\min}^z$/(m·s^{-1})	$a_{\max}^z$/(m·s^{-2})	$a_{\min}^z$/(m·s^{-2})
300	50	49	−49	$\frac{\pi}{9}$	$-\frac{\pi}{9}$	$\frac{\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{12}$	20	−20	4	−4

3.1 本文算法仿真结果

本节利用本文算法，对编队成形过程进行了仿真。设置编队理想飞行状态为 v^*=100 m/s、φ^*=45 °、z^*=600 m，无人机的初始位置坐标信息如表 2 所示，其中，UAV 表示无人机，一致性算法中参数设置为 τ_v=1, $\tau_\varphi=\tau_z$=0.694, $\tau_{\dot\varphi}=\tau_{\dot z}$=0.417, $b_i=c_i$=1, d_i=3, $\alpha_v=\alpha_{\dot\varphi}$=1, $\alpha_{\dot z}$=2, $\beta_{\dot\varphi}$=1, $\beta_{\dot z}$=10, k_{iy}=0.001，设置无人机间的安全距离 d_{sqfe}=50 m, h_{sap}=30 m，得到编队成形仿真如图 2～图 4 所示。

图 2 为编队在成形过程中的飞行航迹、队形变化和飞行状态的情况，本文三维图中 y 轴由大到小可更好地展示航迹情况，由图可知，本文算法能使不同初始状态的无人机形成目标队形，并使本文算法中水平面内速度、航向角、高度在较短时间内收

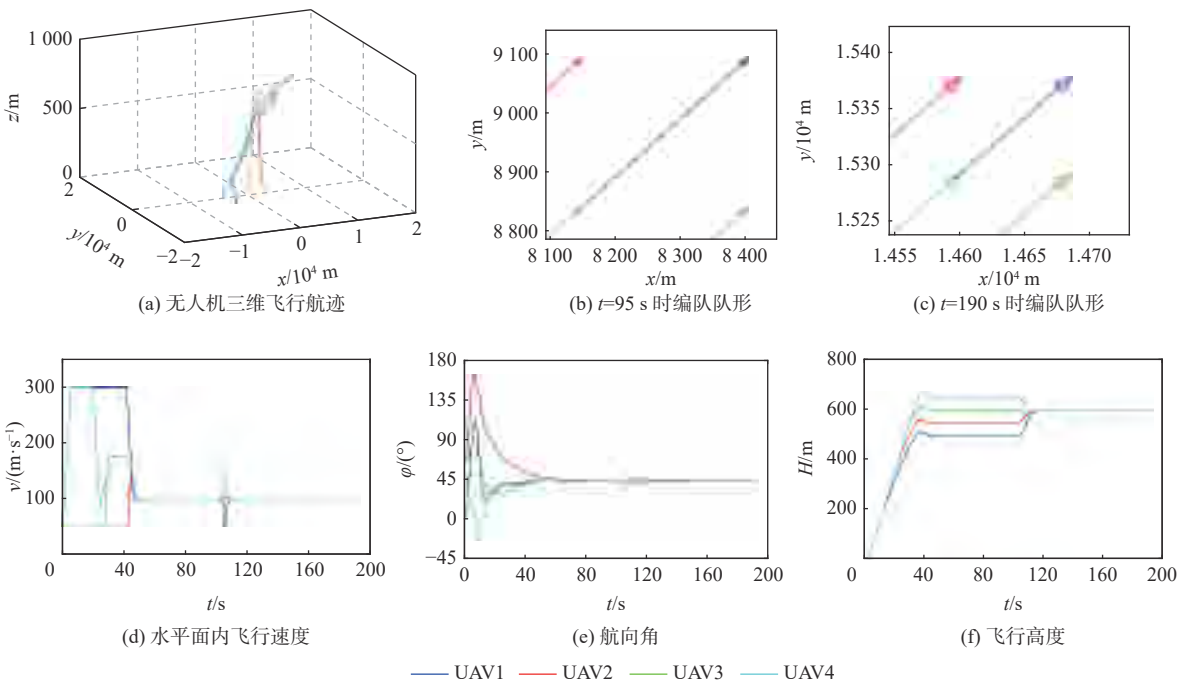
表 2　无人机初始位置信息

Table 2　Initial position information of UAVs

无人机	x/m	y/m	z/m
UAV1	−3 565	−2 846	0
UAV2	4 098	3 415	0
UAV3	1 372	2 588	0
UAV4	−3 360	1 612	0

敛至预设的理想状态值v^*、φ^*、z^*, 实现编队飞行。同时, 在成形过程中, 为进一步减小无人机间碰撞的可能性, 由图 2(a) 和图 2(f) 可知, 在 40～110 s 期间, 无人机在高度上出现了分层, 并在水平面内形成了疏开队形(其无人机间的相对距离为目标队形的 3 倍)如图 2(b) 所示。

图 2(d) 和图 3 给出了编队成形过程中无人机机动参数的变化情况, 这些参数都在其取值范围内(见表 1)波动, 如图 3 中虚线所示, 证明本文策略的有效性。图 4 为每一时刻各架无人机与距离最近的相邻无人机的机间距离, 可见在成形过程中, 无人机能保持安全距离飞行。

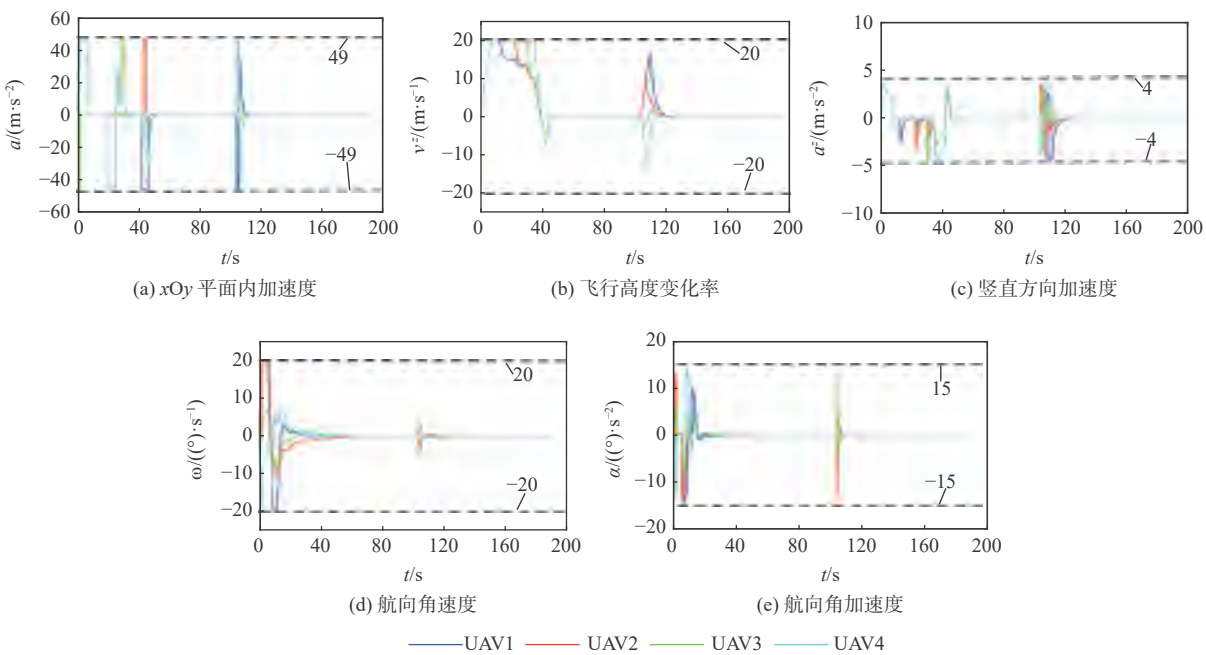


(a) 无人机三维飞行航迹　(b) t=95 s 时编队队形　(c) t=190 s 时编队队形

(d) 水平面内飞行速度　(e) 航向角　(f) 飞行高度

图 2　编队成形飞行航迹及状态响应

Fig. 2　Trajectories and state response of formation forming flight



(a) xOy 平面内加速度　(b) 飞行高度变化率　(c) 竖直方向加速度

(d) 航向角速度　(e) 航向角加速度

图 3　无人机机动性约束值

Fig. 3　Values of constraints for UAV maneuverability

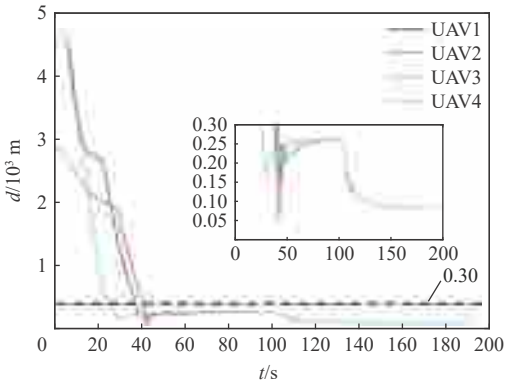


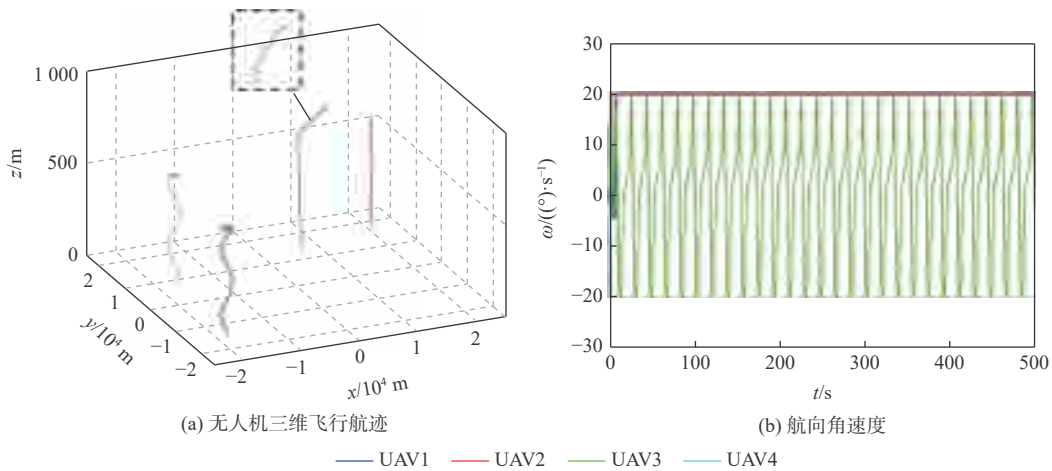
图4 无人机与其他无人机间最小距离

Fig. 4 Minimum distance between UAV and other UAVs

3.2 本文策略仿真结果

为验证本文策略的有效性，本节将表2所示的各无人机的出发间距扩大为原来的5倍(即将表2中的坐标值扩大为原来的5倍)，设置了直接成形策略和本文策略2组仿真。在粒子群算法中，相关参数设置参考文献[19]。

如图5所示，当无人机起飞位置相距较远时，各无人机能到达理想高度，但在水平面上，编号为1号、2号和4号的无人机却一直以最大航向角速度做盘旋运动，3号无人机虽能朝着理想航向飞行，但其运动的形式是振荡的。随着时间的推移，各架无人机仍保持着图中的运动状态，无法形成指定队形。之所以出现这样的情况，是因为在较远的起飞间距下，式(7)中的参数 k_{yi} 未进行相应的调整(其值过大)，导致1号、2号和4号无人机的反馈信号 $u_{\varphi f}$ 一直被 $k_{yi}(y_i-y_j-y_{ij})$ 项的累和所主导而输出其最大值，因此，这些无人机一直做盘旋运动，图5(b)中这些无人机的航向角加速度曲线证实了这一点。无人机朝着理想航向飞行不会影响各无人机在 Ox^ry^r 系中 y 方向的间距，但1号、2号和4号无人机所作的盘旋运动会周期性改变这个距离，所以3号无人机作航迹大致指向理想航向的振荡运动。



(a) 无人机三维飞行航迹 (b) 航向角速度

图5 无人机初始间距较大时的编队成形

Fig. 5 Formation forming when the initial distance between UAVs is large

图6和图7分别为无人机集结和集结后编队成形的情况。如图6所示，各无人机能从间隔较远的位置出发，在指定的球形集结区域的不同高度层进行汇合。汇合后，各无人机间的距离是可控的，因此，可使用固定的参数 k_{yi} 使无人机形成编队。图7为无人机集结后编队成形的仿真结果，由图可知，无人机能利用集结产生的高度差，根据3.2节中给出的各成形阶段的策略，分3步安全有效地完成编队成形。

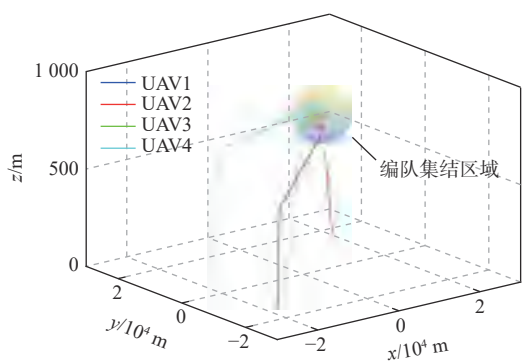


图6 无人机集结飞行航迹

Fig. 6 Trajectories of UAVs at gathering

通过对比仿真结果，可见直接成形策略和本文策略2种策略的差别主要体现在2个方面。首先，在直接成形策略下，固定参数的一致性算法无法使初始状态发生较大变化的无人机形成编队，因此，一致性算法会受初始状态的影响而出现频繁调参的问题。增加集结过程后，编队成形前的距离总能被控制到一定的范围内，使得一致性算法不再受无人机初始状态的影响，因此，本文策略具有更强的适应性。其次，本文策略也比直接成形策略更安全可靠，因为集结完成后各无人机处于不同的高度

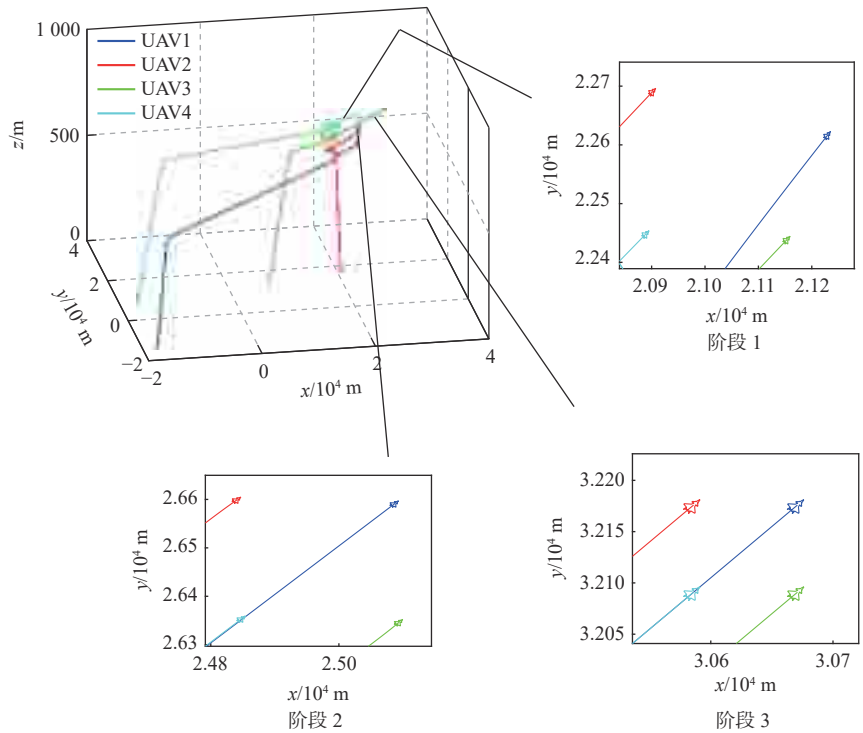


图 7　含无人机集结的编队成形飞行航迹

Fig. 7　Trajectories of formation forming with UAVs gathering phase

层, 能更好地配合编队三步成形法, 避免成形阶段无人机在同一高度上产生交叉航迹。除上述 2 个方面以外, 本文策略还具有可控性好的优点, 因为集结后一致性算法的收敛时间不再受初始条件的影响, 所以编队完成成形所花的时间变得更可控。

4　结　论

1) 根据纵向和横航向解耦的带自动驾驶仪的三自由度运动学模型的特点, 设计了本文算法。

2) 在编队成形前, 利用粒子群算法优化各无人机的理想飞行速度, 使无人机在无冲突的情况下尽快到达集结区域, 形成了本文策略, 使得一致性算法不受初始条件限制, 并使无人机在可控的时间内快速形成编队。

3) 仿真结果显示, 本文算法能使无人机在满足机动性的情况下形成队形, 本文策略能使无人机在不同初始条件下形成队形, 并在成形过程中避免机间碰撞。

参考文献 (References)

[1] 张军国, 闫浩, 胡春鹤, 等. 无人机在林业中的应用及前景展望[J]. 林业工程学报, 2019, 4(1): 8-16.
ZHANG J G, YAN H, HU C H, et al. Application and future development of unmanned aerial vehicle in forestry[J]. Journal of Forestry Engineering, 2019, 4(1): 8-16(in Chinese).

[2] 南江林. 消防无人机研究与应用前景分析[J]. 消防科学与技术, 2017, 36(8): 1105-1107.
NAN J L. The research and application prospect analysis of fire UAV[J]. Fire Science and Technology, 2017, 36(8): 1105-1107(in Chinese).

[3] 代威, 张洪涛, 惠俊鹏. 无人机在未来海战场中的应用分析[J]. 兵器装备工程学报, 2018, 39(1): 21-24.
DAI W, ZHANG H T, HUI J P. Application analysis of UAV in future naval warfare field[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2018, 39(1): 21-24(in Chinese).

[4] 韩亮, 任章, 董希旺, 等. 多无人机协同控制方法及应用研究[J]. 导航定位与授时, 2018, 5(4): 1-7.
HAN L, REN Z, DONG X W, et al. Research on cooperative control method and application for multiple unmanned aerial vehicles[J]. Navigation Positioning and Timing, 2018, 5(4): 1-7(in Chinese).

[5] NO T S, KIM Y, TAHK M J, et al. Cascade-type guidance law design for multiple-UAV formation keeping[J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(6): 431-439.

[6] SAIF O, FANTONI I, ZAVALA-RÍO A. Distributed integral control of multiple UAVs: Precise flocking and navigation[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(13): 2008-2017.

[7] ASKARI A, MORTAZAVI M, TALEBI H A. UAV formation control via the virtual structure approach[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2015, 28(1): 04014047.

[8] 杜永浩, 王凌, 邢立宁. 空天无人系统智能规划技术综述[J]. 系统工程学报, 2020, 35(3): 416-432.
DU Y H, WANG L, XING L N. Intelligent planning technologies for unmanned aerospace system: A literature review[J]. Journal of Systems Engineering, 2020, 35(3): 416-432(in Chinese).

[9] REN W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 505-512.

[10] GULZAR M M, RIZVI S T H, JAVED M Y, et al. Multi-agent cooperative control consensus: A comparative review[J]. Electronics, 2018, 7(2): 22.

[11] 陈昕, 张鑫, 金鑫, 等. 一种多智能体协同信息一致性算法[J]. 航空学报, 2017, 38(12): 321222.
CHEN W, ZHANG X, JIN X, et al. A cooperative information consensus algorithm for multi-agent system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(12): 321222(in Chinese).

[12] DU H B, ZHU W W, WEN G H, et al. Distributed formation control of multiple quadrotor aircraft based on nonsmooth consensus algorithms[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(1): 342-353.

[13] 何吕龙, 张佳强, 侯岳奇, 等. 有向通信拓扑和时延条件下的无人机集群时变编队控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(2): 314-323.
HE L L, ZHANG J Q, HOU Y Q, et al. Time-varying formation control for UAV swarm with directed interaction topology and communication delay[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(2): 314-323(in Chinese).

[14] DONG X W, ZHOU Y, REN Z, et al. Time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems subjected to switching topologies with application to quadrotor formation flying[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 5014-5024.

[15] 吴宇, 梁天骄. 基于改进一致性算法的无人机编队控制[J]. 航空学报, 2020, 41(9): 323848.
WU Y, LIANG T J. Improved consensus-based algorithm for unmanned aerial vehicle formation control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(9): 323848(in Chinese).

[16] 张佳龙, 闫建国, 张普, 等. 基于一致性算法的无人机协同编队避障研究[J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(9): 168-174.
ZHANG J L, YAN J G, ZHANG P, et al. Collision avoidance of unmanned aerial vehicle formation based on consensus control algorithm[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2018, 52(9): 168-174(in Chinese).

[17] BEARD R W, MCLAIN T W. Small unmanned aircraft: Theory and practice[M]. Princeton: Princeton University Press, 2012: 164-172.

[18] REN W, BEARD R W. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control[M]. Berlin: Springer, 2008: 7-22.

[19] SHI Y H, EBERHART R C. Parameter selection in particle swarm optimization[C]//Proceedings of the Evolutionary Programming VII. Berlin: Springer, 1998: 591-600.

Formation control and aggregation method of UAV based on consensus theory

GOU Jinzhan[1], LIANG Tianjiao[2,*], TAO Chenggang[2], MA Bo[2], WANG Haifeng[2], WU Yu[1]

(1. College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Fighter Integrated Simulation, Chengdu 610091, China)

Abstract: According to the characteristics of unmanned aerial vehicle kinematics model and the problem of remote forming, an improved consensus-based algorithm was proposed to solve the gathering-forming strategy of unmanned aerial vehicle. The coordinate system which can describe the formation directly was established. According to the characteristics of the three degree-of-freedom kinematics model of unmanned aerial vehicle with autopilot decoupled from longitudinal and transverse directions and the constraints of unmanned aerial vehicle maneuvering performance, the consensus algorithm was improved to realize the control of unmanned aerial vehicle speed, heading and flight altitude. The formation control algorithm was proposed. In addressing the parameter tuning problem caused by the large initial spacing of unmanned aerial vehicle, a gathering process was added. The particle swarm optimization algorithm was used to optimize the gathering speed to avoid trajectory conflicts, and the proposed algorithm was used to generate trajectory of each unmanned aerial vehicle after the gathering, both of which improved the adaptability of the algorithm. The simulation results show that the proposed algorithm can make unmanned aerial vehicles form a stable formation under the condition of satisfying the maneuverability constraints. Compared with the direct forming method, the proposed strategy improves the adaptability and security of the improved consistency algorithm.

Keywords: unmanned aerial vehicle; formation flight; drone aggregation; consensus theory; particle swarm optimization

Received: 2022-06-11; **Accepted**: 2022-07-22; **Published Online**: 2022-12-28 16:52

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1521.003

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (52102453); Aeronautical Science Foundation of China (20180511001)

* **Corresponding author**. E-mail: liangtj@avic.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0489

对地观测卫星姿态控制系统效能评估方法

曹寅[1]，程月华[1,*]，高波[2]，张燕华[1]，徐贵力[1]

(1. 南京航空航天大学 自动化学院，南京 211100；2. 中国西安卫星测控中心，西安 710000)

摘 要：卫星系统效能评估问题，是卫星提高工作效率和卫星方案优化设计的基础。以对地观测卫星姿态控制系统作为效能评估的对象，通过对卫星的任务需求进行分析，建立对地观测卫星姿态控制系统效能评估指标体系；基于灰色关联分析相关理论，引入熵权法计算指标权重，建立效能评估模型，计算得到综合灰色关联度，实现卫星姿态控制系统效能评估；通过数据验证所建体系具有可实现性与实用性。

关 键 词：卫星姿态控制系统；效能评估；灰色关联分析；熵权法；对地观测卫星

中图分类号：V448; N941.5

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1655-10

随着空间技术和对地观测技术的飞速发展，对地观测卫星势必会承担着更多、更加复杂的任务，这也就对卫星的性能提出了越来越高的需求。为找准卫星系统的短板，实现卫星系统的效能优化，对卫星系统进行效能评估成为研究热点[1]。从评估对象来说，卫星系统效能评估研究工作可分为2类。一种是以卫星系统整体作为评估对象，对系统的综合效能开展研究。Rivett和Pontecorvo[2]为实现对澳大利亚大片领土进行监察的需求，分别评估了单星、8星和16星3种设计方案的任务观测能力，从中选出了8星的最优方案，从而节约了研究成本。Bolkunov等[3]从功能效率、监管系统的有效性和成本效率3个方面进行评估，提出了全面评估导航卫星系统有效性的一般性方法。Shao等[4]针对通信卫星系统组成子系统多、状态多、数据不准确和不足的特点，构建了G-Lz-ADC效能评估模型，在评估多状态复杂系统的有效性方面具有较好的适用性。易山[5]将具有不确定性因素影响的效能指标代入到卫星效能评估体系中，并运用不确定的层次分析法和熵权法结合的方法对指标赋予权重，使评估结果更具有实用性。卫星是由有效载荷、结构、电源、姿态控制等各个分系统组成的一个复杂而庞大的系统，随着研究工作的深入，另一种是效能评估对象细化到了卫星各分系统。Kazakeviciute-Januskeviciene等[6]研究了对遥感卫星的遥感图像分割效果，通过确定主观和客观分割质量指标之间的相关性来评估卫星图像分割的有效性。Muhuri团队[7]对光学卫星的雪覆盖监测效能进行评估，并在西班牙比利牛斯山脉和美国内华达山脉的测试点进行了数据验证。Wang和Zhao[8]分析了飞行器姿态控制系统的结构，建立了分级性能评价指标体系，提出了一种基于数据的姿态控制系统性能评估方法。闻新等[9]将卷积神经网络和快速卷积算法相结合，提出了对卫星姿态控制系统进行实时故障诊断的方法。钱晨[10]基于卫星遥测数据开展卫星姿态控制系统评估工作，找出了卫星姿态控制系统的故障所在。

国内外针对卫星效能评估的研究越发深入，在任务需求分析、指标体系构建及综合效能评估等方面有了不少的工作。但早期卫星效能评估工作主要集中在对卫星系统的综合效能评估，对卫星各分系统的效能评估工作成果较少，近些年才逐步开展

收稿日期：2022-06-16；录用日期：2022-06-23；网络出版时间：2022-11-21 08:34
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221117.1705.001
*通信作者. E-mail：chengyuehua@nuaa.edu.cn

引用格式：曹寅，程月华，高波，等. 对地观测卫星姿态控制系统效能评估方法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1655-1664.
CAO Y，CHENG Y H，GAO B，et al. Effectiveness evaluation method for earth observation satellite attitude control system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1655-1664 (in Chinese).

卫星各分系统的评估工作。在此基础上开展对地观测卫星的姿态控制系统效能评估研究，对于卫星设计、研制或在轨运行阶段中具有很强的现实意义。而当前对卫星姿态控制系统的评估工作主要为健康评估和故障诊断，对姿态控制系统的工作效能研究较少；由于传感器测量误差和算法精度等因素的影响，使工作过程中存在系统误差，且通常会出现卫星实际工作数据难以获取导致样本不够充足的情况，呈现出灰色系统的特点，采用传统的效能评估方法会使结果不准确。因此，本文以对地观测卫星姿态控制系统作为研究对象，建立了对地观测卫星姿态控制系统效能评估指标体系。同时考虑到评估对象的灰色特点，引入灰色系统理论中灰色关联分析法建立效能评估模型，并采用熵权法计算权重，实现了卫星姿态控制系统的效能评估。

1 对地观测卫星姿态控制系统效能指标确定

1.1 评估指标来源

姿态控制系统主要负责使卫星按照预定的姿态和轨道飞行，保证卫星的性能，以完成空间任务，在卫星系统中起着极其重要的作用。卫星姿态控制系统的控制模型如图1所示，控制器接收到姿态信号后，传递指令给执行机构，执行机构机动使卫星本体姿态角发生偏转，机动时姿态敏感器不断测量当前卫星姿态信息，解算出卫星的姿态反馈给控制器，以调节卫星机动速度，直至卫星达到期望姿态。

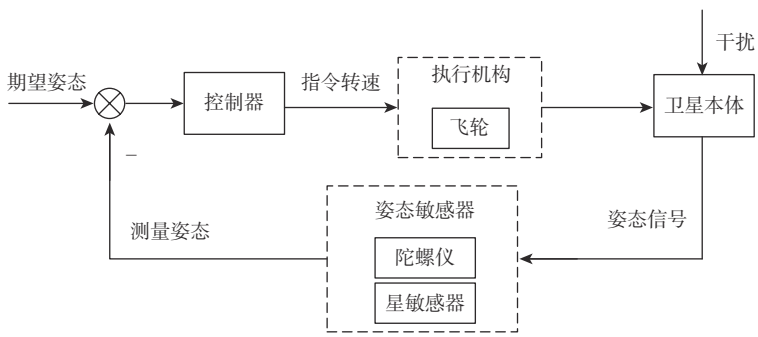


图1 卫星姿态控制系统控制模型

Fig. 1 Control model for satellite attitude control system

从现阶段对地观测卫星的任务需求看，对地观测卫星工作能力的关键影响要素包括传感器、卫星平台、运行轨道等。卫星主要由传感器等测量器件和工作平台组成，传感器是卫星执行对地观测任务的核心部件，传感器的配置决定了卫星系统的性能。卫星平台上搭载着各种传感器，兼具姿态控制、通信、能源、测控等功能，其性能优劣也会对卫星工作能力产生影响。卫星运行轨道则会决定卫星的姿态与位置，并在一定程度上影响卫星的成像能力。对卫星姿态控制系统进行评估，主要考虑传感器和卫星平台这2个影响因素。据此，构建效能指标评估体系，如图2所示。描述对地观测卫星姿态控制系统工作能力的有最大侧摆角、姿态角确定精度、姿态角指向精度等7个指标。

1.2 指标定义和解算方法

1.2.1 姿态角指向精度

经三轴转动后，卫星预期指向与实际指向之间的偏差为姿态角指向精度。设单位向量$\boldsymbol{\delta}$，经过按欧拉角顺序(3-2-1)旋转，将初始单位向量$\boldsymbol{\delta}$旋转角度$\boldsymbol{\theta}=[\alpha,\beta,\gamma]$转到预定位置成为向量$\boldsymbol{\delta}'$。由于转动过程中会产生误差$\boldsymbol{T}$，$\boldsymbol{T}$的来源有测量误差、算法误差、控制系统误差等。初始单位向量$\boldsymbol{\delta}$不可能转到预定位置成为向量$\boldsymbol{\delta}'$，而是转到$\boldsymbol{\delta}''$，则有：

$$\boldsymbol{\delta}''=\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{T})\cdot\boldsymbol{\delta} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{T})=\mathbf{Rot}(z,\gamma+\Delta\gamma)\mathbf{Rot}(y,\beta+\Delta\beta)\mathbf{Rot}(x,\alpha+\Delta\alpha) \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{T})$为总旋转矩阵；$\Delta\gamma$、$\Delta\beta$、$\Delta\alpha$为由误差

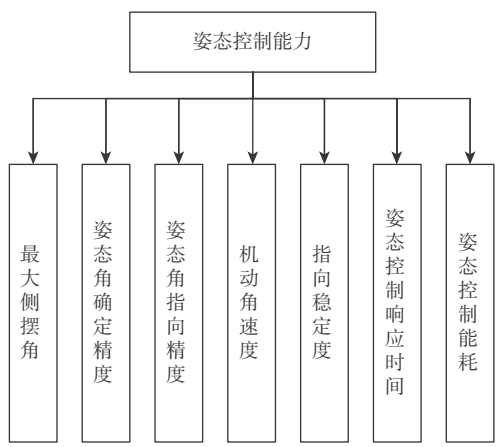


图2 卫星姿态控制系统效能指标体系

Fig. 2 Effectiveness index system for satellite attitude control system

$\boldsymbol{T}$引起的三轴误差, 从而指向误差可以描述为

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\delta}'' - \boldsymbol{\delta}' = [\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta}, T) - \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})] \cdot \boldsymbol{\delta} \tag{3}$$

式中: $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})$为理想旋转矩阵, 可计算得到指向误差 $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]$, 指向精度$\sigma_0 = \max(|\boldsymbol{\sigma}|)$。

1.2.2　姿态角确定精度

姿态角确定精度即卫星的三轴姿态测量精度 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, 姿态角确定精度属于系统能力指标, 取决于卫星所使用的姿态测量敏感器和卫星姿态估计算法。姿态确定指的是根据卫星搭载的姿态测量敏感器的数据信息, 由姿态估计算法给出参考系下卫星姿态的精确估计[11]。本文采用滤波输出角度的统计值, 作为姿态角确定精度。

1.2.3　机动角速度

机动角速度指卫星在进行姿态机动的时间内三轴姿态角的变化速率, 反映了卫星的机动能力。机动角速度可表示为

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{a}} = \left[\frac{\varphi_{\mathrm{a}}}{t_1 - t_0}, \frac{\varphi_y}{t_1 - t_0}, \frac{\varphi_z}{t_1 - t_0}\right] = [\omega_x, \omega_y, \omega_z] \tag{4}$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{a}}$为平均机动角速度; t_0为机动的开始时间; t_1为机动的结束时间; φ_x、φ_y、φ_z为姿态机动前后三轴姿态角的差值。当时间间隔较小时, 所求得的$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{a}}$为瞬时角速度, 本文取机动过程平均角速度$\omega_{\mathrm{m}} = \max|\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{a}}|$为评估指标。

1.2.4　指向稳定度

对于卫星姿态控制系统, 其任务可分为姿态稳定和姿态机动 2 方面。姿态稳定是使卫星姿态保持在给定方位上, 如对地定向、对日定向; 姿态机动则是使卫星从一种姿态过渡到另一种姿态的再定向过程。卫星在保持姿态稳定时间内, 姿态角因干扰而随时间变化的速率称为姿态稳定度。

卫星保持姿态稳定的时间周期内, 三轴姿态稳定度为

$$\boldsymbol{\omega}' = \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\omega}_i}{n} = [\omega_x', \omega_y', \omega_z'] \tag{5}$$

式中: $\boldsymbol{\omega}'$为三轴的姿态稳定度; $\boldsymbol{\omega}_i$为稳态时间内的瞬时角速度。在该时间内的姿态稳定度$\Delta|\boldsymbol{\omega}| = \max|\boldsymbol{\omega}'|$, 本文以达到指向姿态后, 角速度的统计特性均值来描述指向稳定度。

1.2.5　姿态控制响应时间

卫星开始进行姿态控制, 至卫星过渡到目标姿态后并保持姿态稳定所耗费的时间称为姿态控制响应时间t。

本文中, 当卫星三轴姿态与目标姿态误差均在指向精度$(\sigma_0 \pm 5\%)$范围内, 认为其达到了姿态稳定。

1.2.6　姿态控制能耗

卫星开始进行姿态机动到结束姿态机动的工作时间内, 姿态控制系统所消耗的能量称为姿态控制能耗。

设在时间周期$[t_1, t_2]$内, 卫星进行姿态控制, 在这期间卫星作用在某一轴上的控制力矩为M, 则消耗的能量E为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} M \mathrm{d}t \tag{6}$$

按式(6)分别计算卫星三轴机动消耗的能量 E_x、E_y、E_z, 故姿态控制能耗E_0为

$$E_0 = E_x + E_y + E_z \tag{7}$$

1.2.7　最大侧摆角

卫星在执行观测任务时, 确保卫星能顺利观测到地面目标的侧摆角称为观测摆角。由于卫星偏航轴向上的摆角只影响目标观测的方向角, 对卫星观测摆角没有影响, 本文只考虑俯仰和翻滚轴向上的观测摆角。利用空间几何关系有:

$$\begin{cases} \theta_{\mathrm{P}} = \arctan\left(\dfrac{y}{z}\right) \\ \theta_{\mathrm{R}} = \arctan\left(\dfrac{x}{z}\right) \end{cases} \tag{8}$$

式中: $[x, y, z]$为给定时刻待观测目标在卫星轨道坐标系下的位置坐标; θ_{P}和θ_{R}分别为卫星在俯仰和翻滚轴向的摆角。设卫星的最大侧摆角为$\theta_{\max}$, 若待观测目标可见, 则应满足角度关系$|\theta_{\mathrm{P}}| \leqslant \theta_{\max}, |\theta_{\mathrm{R}}| \leqslant \theta_{\max}$。

将原始数据按上述方法可求解得到效能指标矩阵$\boldsymbol{A}$为

$$\boldsymbol{A} = [\sigma_0, \hat{\sigma}, \omega_{\mathrm{m}}, \Delta\omega, t, E_0, \theta_{\max}] \tag{9}$$

2　基于灰色关联分析的评估模型

卫星系统效能评估过程中, 不同效能指标的来源各不相同, 指标之间的联系部分已知, 部分未知, 难以完全确定; 且通常会出现卫星实际工作数据难以获取导致样本不够充足的情况, 呈现出灰色系统的特点, 故选用灰色系统理论中的灰色关联分析法来进行评估。

本文基于邓氏灰色关联分析理论, 同时引入熵权法计算指标权重以区分不同指标的重要性, 建立了对地观测卫星姿态控制系统效能评估模型。系统总体评估流程如图 3 所示, 首先, 建立效能指标体系, 并研究指标解算方法求解出效能指标值; 然后, 将指标标准化, 进行指标权重的求解; 最后, 结合指标权重构建灰色关联分析模型, 对观测过程进行效能评估。

2.1　指标标准化处理

由卫星数据计算得到的指标值, 具有类型、趋势性及量纲等数据口径不一致的问题。姿态控制

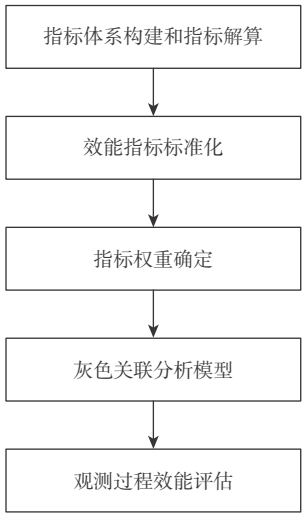


图3 效能评估流程

Fig. 3 Effectiveness assessment process

响应时间的单位为s,机动角速度的单位为(°)/s,无法直接进行比较;不同指标的取值区间跨度较大,例如指向稳定度通常在$10^{-4}\sim10^{-3}$(°)/s,姿态控制响应时间通常为十几秒;指标的趋势也不完全相同,有的指标如机动角速度越大越好,有的指标如姿态角指向精度越小越好。

如果直接利用指标的原始数据进行效能评估,要么困难较大,要么评估方案不科学,造成评估结果不合理。因此,在进行评估之前,要先对指标进行标准化处理。根据指标值的趋势性,可分为效益型指标、成本型指标、适中型指标等[12]。在本文中,姿态角指向精度、指向稳定度、姿态控制能耗、姿态控制响应时间、姿态角确定精度为成本型指标,机动角速度和最大侧摆角为效益型指标。

若为效益型指标,即指标值越大越好,则可按式(10)将其标准化:

$$I=\begin{cases}0 & I_0<I_{\min}\\ \dfrac{I_0-I_{\min}}{I_{\max}-I_{\min}} & I_{\min}\leqslant I_0\leqslant I_{\max}\\ 1 & I_0>I_{\max}\end{cases} \tag{10}$$

若为成本型指标,即指标值越小越好,则可按式(11)将其标准化:

$$I=\begin{cases}0 & I_0>I_{\mathrm{mix}}\\ \dfrac{I_{\max}-I_0}{I_{\max}-I_{\min}} & I_{\min}\leqslant I_0\leqslant I_{\max}\\ 1 & I_0<I_{\min}\end{cases} \tag{11}$$

式中:I_0为某个效能指标计算值;I为标准化后的指标值,$[I_{\min},I_{\max}]$为指标的目标取值范围区间,该区间可根据卫星任务需求或指标值的特征选取。

2.2 熵权法确定权重

由于评估体系中每个指标值包含的信息量存在差异性,因此,在卫星姿态控制系统综合评估过程中,各指标值所占有的权重应该不同。对于在不同机动过程中差异性较大的指标,其包含的信息量较大,应取较大的权重值;在不同机动过程中差异性较小的指标,信息量较小,应取较小的权重值。

熵权法正是通过指标值所含信息量的差异性来计算权重的方法。熵的概念来源于热力学,文献[13]在此基础上提出了信息熵的概念,解决了对信息的量化度量问题。根据信息论中的定义,信息熵的值越小,指标的离散程度越大,所包含的信息量就越大,该指标的权重越大[14]。熵权法计算指标权重的基本步骤如下。

步骤1 按2.1节方法对效能指标进行预处理。假设预处理后的指标共有m组,效能指标数目为n个,将指标矩阵$\boldsymbol{A}$进行预处理后得到矩阵$\boldsymbol{A}_{m\times n}=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}$,其中,$a_{ij}$为第$i$组姿态控制过程的第$j$个预处理后的效能指标。

步骤2 计算第i组姿态控制过程中第j个效能指标在其指标序列中所占的比重p_{ij}为

$$p_{ij}=\frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^{m}a_{kj}}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n) \tag{12}$$

其中,$\sum_{i=1}^{m}p_{ij}=1$ (j=1,2,$\cdots$,n),且$p_{ij}\in[0,1]$。

步骤3 计算第j个效能指标的熵值e_j为

$$e_j=-\frac{1}{\ln m}\sum_{i=1}^{m}p_{ij}\ln p_{ij} \tag{13}$$

步骤4 计算第j个效能指标的差异系数g_j(见式(14)),g_j越大表明该指标越重要,且$g_j\in[0,1]$。

$$g_j=1-e_j=1+\frac{1}{\ln m}\sum_{i=1}^{m}p_{ij}\ln p_{ij} \tag{14}$$

步骤5 计算第j个效能指标的权重ω_j为

$$\omega_j=\frac{g_j}{\sum_{j=1}^{\mathrm{m}}g_j} \tag{15}$$

2.3 灰色关联分析

对卫星姿态控制系统来说,系统的工作情况越接近理想状态,其解算得到的指标值越接近目标值,相应的系统效能也就越高。因此,可通过计算不同机动过程的指标序列与理想序列的接近程度,用接近程度表征系统效能,来实现卫星姿态控制系统的效能评估。

灰色关联分析是灰色系统理论中一个重要的研究方法,其基本思想是确定参考序列和比较序列的曲线几何形状来判断其之间的联系是否紧密,可以用来计算指标序列和理想序列的接近程度[15]。最早的灰色关联分析研究成果是邓氏灰色关联分析模型,该模型基于灰关联四公理,根据序列对应点之间的距离关系度量系统不同因素发展趋势的

相似性。本文基于邓氏灰色关联分析模型, 设计的效能评估模型主要包括以下几个步骤。

步骤 1　预处理后得到矩阵 $\boldsymbol{A}_{m\times n}=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}$, 其中, a_{ij}为第 i 组姿态控制过程的第 j 个预处理后的效能指标。

步骤 2　按 2.2 节权重计算方法方法计算得到指标权重向量$\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$。

步骤 3　确定最优参考序列和最差参考序列:

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}^{+}=[\max(a_{i1}),\max(a_{i2}),\cdots,\max(a_{in})]=\\ \quad\left[a_1^{+},a_2^{+},\cdots,a_n^{+}\right]\\ \boldsymbol{A}^{-}=[\min(a_{i1}),\min(a_{i2}),\cdots,\min(a_{im})]=\\ \quad\left[a_1^{-},a_2^{-},\cdots,a_{in}^{-}\right]\end{cases}\tag{16}$$

式中, $\boldsymbol{A}^{+}$为最优参考序列, $\boldsymbol{A}^{-}$为最差参考序列。

步骤 4　分别计算每组指标与最优参考序列和最差参考序列的距离矩阵:

$$\begin{cases}\boldsymbol{B}_{m\times n}^{+}=\begin{bmatrix}b_{11}^{+}&b_{12}^{+}&\cdots&b_{1n}^{+}\\ b_{21}^{+}&b_{22}^{+}&\cdots&b_{2n}^{+}\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ b_{m1}^{+}&b_{m2}^{+}&\cdots&b_{mn}^{+}\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{B}_{m\times n}^{-}=\begin{bmatrix}b_{11}^{-}&b_{12}^{-}&\cdots&b_{1n}^{-}\\ b_{11}^{-}&b_{22}^{-}&\cdots&b_{2n}^{-}\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ b_{m1}^{-}&b_{m2}^{-}&\cdots&b_{mn}^{-}\end{bmatrix}\end{cases}\tag{17}$$

式中: $b_{ij}^{+}=\left|a_{ij}-a_i^{+}\right|$; $b_{ij}^{-}=\left|a_{ij}-a_i^{-}\right|$; $\boldsymbol{B}_{m\times n}^{+}$为指标与最优参考序列的距离矩阵; $\boldsymbol{B}_{m\times n}^{-}$为指标与最差参考序列的距离矩阵。

步骤 5　确定灰色关联分辨系数

灰色关联分辨系数ρ_j是计算灰色关联度时人为取值的一个常数, 一般根据经验取 0.5, 但本文中不同效能指标序列的特性不同, 姿态角指向精度、指向稳定度等指标序列波动较大, 而姿态角确定精度和最大侧摆角的指标序列较为平缓。ρ_j根据经验取值对序列的灰色关联度计算结果影响较大, 会使得到的评估结果不准确。

应根据序列情况动态确定灰色关联分辨系数ρ_j, 当序列波动较大时, ρ_j应该取较小值, 以减小异常值对结果的影响; 当序列较平稳时, ρ_j应该取较大值, 以体现关联度的整体性[16]。动态确定灰色关联分辨系数的方法如下:

$$\begin{cases}M^{+}=\max_{j=1}^{n}\max_{i=1}^{m}b_{ij}^{+}\\ m^{+}=\min_{j=1}^{n}\min_{i=1}^{m}b_{ij}^{+}\\ M^{-}=\max_{j=1}^{n}\max_{i=1}^{m}b_{ij}^{-}\\ m^{-}=\min_{j=1}^{n}\min_{i=1}^{m}b_{ij}^{-}\end{cases}\tag{18}$$

式中: M^{+}、m^{+}、M^{-}、m^{-}分别为距离矩阵$\boldsymbol{B}_{m\times n}^{+}$和$\boldsymbol{B}_{m\times n}^{-}$中的最大值和最小值, 其某一列元素的平均值如式(19)所示。

再计算中间变量ε_j^{+}、ε_j^{-}(见式(20)), 根据其大小确定灰色关联分辨系数。

$$\begin{cases}b_j^{+}=\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}b_{ij}^{+}\qquad j=1,2,\cdots,n\\ b_j^{-}=\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m}b_{ij}^{-}\qquad j=1,2,\cdots,n\end{cases}\tag{19}$$

$$\begin{cases}\varepsilon_j^{+}=\dfrac{b_j^{+}}{M^{+}}\qquad j=1,2,\cdots,n\\ \varepsilon_j^{-}=\dfrac{b_j^{-}}{M^{-}}\qquad j=1,2,\cdots,n\end{cases}\tag{20}$$

式中: b_j^{+}和b_j^{-}分别为距离矩阵$\boldsymbol{B}_{m\times n}^{+}$和$\boldsymbol{B}_{m\times n}^{-}$某一列元素的平均值。

设最优序列和最差序列的灰色关联分辨系数为$\boldsymbol{\rho}^{+}=\left[\rho_1^{+},\rho_2^{+},\cdots,\rho_n^{+}\right]$, $\boldsymbol{\rho}^{-}=\left[\rho_1^{-},\rho_2^{-},\cdots,\rho_n^{-}\right]$, 其中, ρ_j^{+}和ρ_j^{-}分别为

$$\begin{cases}\rho_j^{+}=\begin{cases}1.5\varepsilon_j^{+}&\dfrac{1}{\varepsilon_j^{+}}>3\\ 2\varepsilon_j^{+}&2\leqslant\dfrac{1}{\varepsilon_j^{+}}\leqslant3\\ 0.9&0<\dfrac{1}{\varepsilon_j^{+}}<2\\ 0.5&\varepsilon_j^{+}=0\end{cases}\\ \rho_j^{-}=\begin{cases}1.5\varepsilon_j^{-}&\dfrac{1}{\varepsilon_j^{-}}>3\\ 2\varepsilon_j^{-}&2\leqslant\dfrac{1}{\varepsilon_j^{-}}\leqslant3\\ 0.9&0<\dfrac{1}{\varepsilon_j^{-}}<2\\ 0.5&\varepsilon_j^{-}=0\end{cases}\end{cases}\tag{21}$$

式中: ρ_j^{+}和ρ_j^{-}为第 j 个指标的灰色关联分辨系数。

步骤 6　分别计算与最优序列和最差序列的灰色关联系数矩阵, 其系数为

$$\begin{cases}\xi_{\theta}^{+}=\dfrac{m^{+}+\rho_j^{+}M^{+}}{b_{ij}^{+}+\rho_j^{+}M^{+}}\\ \xi_{\varphi}^{-}=\dfrac{m^{-}+\rho_j^{-}M^{-}}{b_{ij}^{-}+\rho_j^{-}M^{-}}\end{cases}\tag{22}$$

ξ_{ij}^{+}和ξ_{ij}^{-}分别为a_{ij}与最优序列和最差序列的灰色关联系数, 系数矩阵为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\xi}^{+}=\begin{bmatrix}\xi_{11}^{+}&\xi_{12}^{+}&\cdots&\xi_{1n}^{+}\\ \xi_{21}^{+}&\xi_{22}^{+}&\cdots&\xi_{2n}^{+}\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ \xi_{m1}^{+}&\xi_{m2}^{+}&\cdots&\xi_{mn}^{+}\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{\xi}^{-}=\begin{bmatrix}\xi_{11}^{-}&\xi_{12}^{-}&\cdots&\xi_{1n}^{-}\\ \xi_{21}^{-}&\xi_{22}^{-}&\cdots&\xi_{2m}^{-}\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ \xi_{m1}^{-}&\xi_{m2}^{-}&\cdots&\xi_{mn}^{-}\end{bmatrix}\end{cases}\tag{23}$$

式中: $\boldsymbol{\xi}^{+}$与$\boldsymbol{\xi}^{-}$为指标与最优序列和最差序列的灰色关联系数矩阵。

步骤 7　分别计算第 i 组指标向量对于最优、最次参考指标序列的灰色关联度R_i^{+}和R_i^{-}分别为

$$\begin{cases} R_i^+ = \sum_{j=1}^{n} \omega_j \xi_{ij}^+ & i = 1,2,\cdots,m \\ R_i^- = \sum_{j=1}^{n} \omega_j \xi_{ij}^- & i = 1,2,\cdots,m \end{cases} \tag{24}$$

步骤 8 计算综合灰色关联度

设第 i 组序列隶属于最优参考序列的系数为 μ_i，μ_i越大该序列越接近最优序列。基于最小二乘原理，将误差的平方和减到最小，构造目标函数如下：

$$f(\mu_i) = \min\left\{\sum_{i=1}^{m}\left\{\left[(1-\mu_i)R_i^+\right]^2 + \left[\mu_i R_i^-\right]^2\right\}\right\} \tag{25}$$

求导取极值点可解得综合灰色关联度为

$$R_i = \mu_i = \frac{\left(R_i^+\right)^2}{\left(R_i^+\right)^2 + \left(R_i^-\right)^2} = \frac{1}{1+\left(\frac{R_i^-}{R_i^+}\right)^2} \tag{26}$$

式中：R_i为第 i 个控制过程的综合灰色关联度，R_i越大，代表该卫星姿态控制过程效能越高，通过计算综合灰色关联度可实现对卫星姿态控制系统的效能评估。

3 效能评估实例分析

3.1 气浮台介绍

为保证卫星姿控系统在太空中运行时能稳定地工作，需要预先在地面进行大量的模拟实验。但是由于地球引力的存在，地面上无法准确的模拟卫星在太空中的工作环境。随着卫星仿真模拟技术不断发展，气浮仿真平台就应运而生，其可利用高压气膜在系统的接触部位喷射气体，使得平台接触部位相互分离，从而模拟外太空微重力及微摩擦的环境。卫星利用气浮仿真平台实现的全物理仿真实验与传统的数学仿真相比，可替代因无法用准确数学模型描述的仿真环节，并将其直接代入控制回路中，从而可实现卫星特定功能的仿真。气浮仿真平台进行卫星模拟成本低且可多次重复使用，是国内外进行卫星地面模拟的主要方法[17]。

微型三轴气浮台系统如图 4 所示，气浮台系统由计算机测试系统、三正一斜装的飞轮、陀螺和视觉定姿系统组成。气浮台上设置有多个同心圆靶标，视觉定姿系统通过工业相机拍摄特征靶标图像，采用图像处理技术提取靶标位置，再利用姿态确定算法解算出气浮台的当前姿态。对计算机测试系统加载机动指令，气浮仿真平台可按照姿态控制系统的控制模型进行姿态机动，模拟卫星在太空的机动状态。本文以该系统进行卫星姿态机动仿真，获取实验数据。



(a) 气浮仿真平台　　(b) 平台操作系统

图 4 微型三轴气浮台系统

Fig. 4 Micro triaxial air floatation table system

3.2 评估结果

采用气浮仿真平台模拟卫星在轨运行的状态，对该平台加载卫星姿态控制指令，通过计算机控制系统实时得到对应的卫星姿态机动模拟数据。按 1.2 节提到的指标解算方法得到各机动过程的效能指标，如表 1 所示。

按 2.1 节方法将效能指标标准化，结果如表 2 所示。

再按 2.3 节的方法计算灰色关联度，综合灰色关联度计算结果如图 5 所示，并对结果进行优劣排序，如表 3 所示，将最优与最差过程指标数据对比如图 6 所示。

由评估结果可知，S13 和 S17 机动过程综合灰色关联度较大，姿态控制系统效能更高；S19 和 S11 机动过程综合灰色关联度较小，姿态控制系统效能比较差。这几个机动过程的效能指标对比如图 6 所示，S13 过程中姿态角指向精度和指向稳定度均达到最优，且其余指标值都比较优秀，故效能评估结果最优；S17 过程在指向稳定度等多项指标上为最优值，但是机动角速度这一指标较差，所以评估结果排在前列但略差于 S13 过程。S11 过程在机动角速度这项上达到最优，但在指向稳定度这一项上最差；S19 过程在最大侧摆角和姿态控制响应时间上为最优值，但是在姿态角指向精度和姿态控制能

表 1　机动过程效能指标

Table 1　Motorized process effectiveness indicators

编号	姿态角指向精度/(°)	指向稳定度/((°)·s^{-1})	机动角速度/((°)·s^{-1})	姿态控制能耗/J	姿态控制响应时间/s	姿态角确定精度/(°)	最大侧摆角/(°)
S1	0.138 7	0.008 5	0.885 2	0.122 8	9.400 0	0.080 0	31.263 7
S2	0.133 1	0.011 5	0.819 6	0.157 3	14.200 0	0.080 0	31.263 7
S3	0.109 8	0.009 4	0.950 8	0.117 5	9.400 0	0.080 0	28.178 6
S4	0.088 1	0.017 7	0.852 4	0.074 7	11.600 0	0.080 0	28.178 6
S5	0.149 2	0.008 5	0.918 0	0.076 8	8.800 0	0.080 0	31.253 4
S6	0.104 6	0.010 3	0.918 0	0.162 6	12.000 0	0.080 0	32.735 2
S7	0.124 8	0.017 8	0.918 0	0.157 3	7.200 0	0.080 0	32.735 2
S8	0.109 5	0.018 1	1.016 3	0.116 5	6.200 0	0.080 0	31.255 4
S9	0.098 8	0.013 7	1.049 1	0.105 2	5.400 0	0.080 0	31.263 7
S10	0.105 1	0.007 5	1.180 3	0.169 7	10.200 0	0.080 0	31.263 7
S11	0.121 5	0.054 6	1.016 3	0.131 7	14.000 0	0.080 0	30.252 4
S12	0.086 2	0.010 9	0.819 6	0.050 6	8.200 0	0.080 0	31.263 7
S13	0.085 3	0.009 1	0.950 8	0.105 8	6.200 0	0.080 0	31.282 7
S14	0.063 4	0.015 2	0.918 0	0.105 7	12.400 0	0.080 0	31.250 0
S15	0.106 6	0.023 6	0.983 5	0.092 3	7.400 0	0.080 0	31.243 0
S16	0.075 3	0.008 5	0.655 7	0.044 8	5.200 0	0.080 0	31.280 0
S17	0.113 6	0.006 0	0.885 2	0.077 2	5.200 0	0.080 0	31.280 0
S18	0.159 6	0.027 1	0.918 0	0.116 1	9.000 0	0.080 0	32.674 2
S19	0.275 0	0.013 8	0.918 0	0.325 7	4.600 0	0.080 0	32.674 2

表 2　效能指标标准化结果

Table 2　Standardized results of performance indicators

编号	姿态角指向精度	指向稳定度	机动角速度	姿态控制能耗	姿态控制响应时间	姿态角确定精度	最大侧摆角
S1	0.742 0	1.000 0	0.770 4	0.772 0	0.706 7	0.800 0	0.908 0
S2	0.779 3	0.925 0	0.639 2	0.427 0	0.386 7	0.800 0	0.908 0
S3	0.934 7	1.000 0	0.901 6	0.825 0	0.706 7	0.800 0	0.522 3
S4	1.000 0	0.615 0	0.704 8	1.000 0	0.560 0	0.800 0	0.522 3
S5	0.672 0	1.000 0	0.836 0	1.000 0	0.746 7	0.800 0	0.906 7
S6	0.969 3	0.985 0	0.836 0	0.374 0	0.533 3	0.800 0	1.000 0
S7	0.834 7	0.610 0	0.836 0	0.427 0	0.853 3	0.800 0	1.000 0
S8	0.936 7	0.595 0	1.000 0	0.835 0	0.920 0	0.800 0	0.906 9
S9	**1.000 0**	**0.815 0**	**1.000 0**	**0.948 0**	**0.973 3**	**0.800 0**	**0.908 0**
S10	0.966 0	1.000 0	1.000 0	0.303 0	0.653 3	0.800 0	0.908 0
S11	**0.856 7**	**0.000 0**	**1.000 0**	**0.683 0**	**0.400 0**	**0.800 0**	**0.781 6**
S12	1.000 0	0.955 0	0.639 2	1.000 0	0.786 7	0.800 0	0.908 0
S13	**1.000 0**	**1.000 0**	**0.901 6**	**0.942 0**	**0.920 0**	**0.800 0**	**0.910 3**
S14	1.000 0	0.740 0	0.836 0	0.943 0	0.506 7	0.800 0	0.906 3
S15	0.956 0	0.320 0	0.967 0	1.000 0	0.840 0	0.800 0	0.905 4
S16	**1.000 0**	**1.000 0**	**0.311 4**	**1.000 0**	**0.986 7**	**0.800 0**	**0.910 0**
S17	**0.909 3**	**1.000 0**	**0.770 4**	**1.000 0**	**0.986 7**	**0.800 0**	**0.910 0**
S18	0.602 7	0.145 0	0.836 0	0.839 0	0.733 3	0.800 0	1.000 0
S19	**0.000 0**	**0.810 0**	**0.836 0**	**0.000 0**	**1.000 0**	**0.800 0**	**1.000 0**

耗均为最差, 故这 2 个过程效能评估结果垫底, 要提升其效能表现可从指向稳定度和姿态角指向精度等方面着手(见表 2 加粗部分)。

综上, 本文提出的基于灰色关联分析的效能评估模型, 可以实现对地观测卫星姿态控制系统的效能评估。但当不同过程工作情况类似, 即各指标包含的信息量较少时, 效能评估结果会不太准确, 在后续的研究中可针对这一问题进行改进。

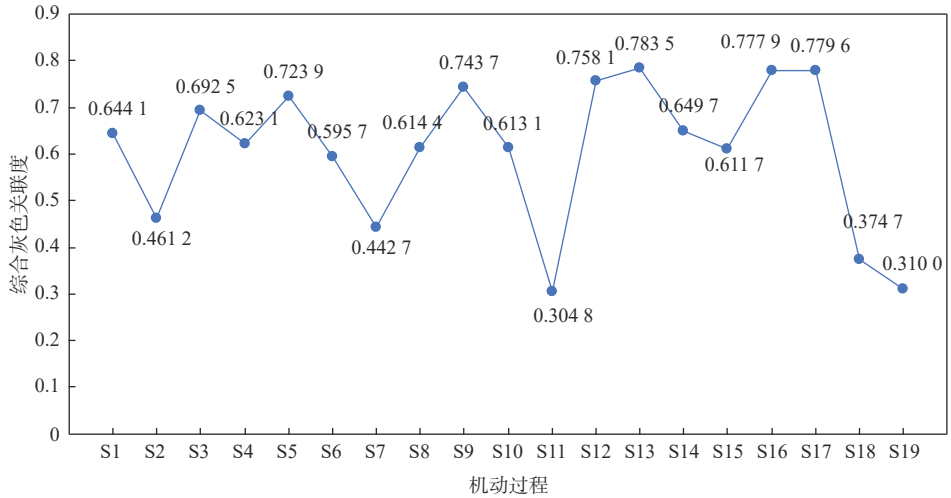


图 5 综合灰色关联度评估结果

Fig. 5 Integrated grey correlation assessment results

表 3 综合评估结果

Table 3 Comprehensive assessment results

编号	最优序列关联度	最差序列关联度	综合灰色关联度
S13	0.910 9	0.478 8	0.783 5
S17	0.902 0	0.479 6	0.779 6
S16	0.935 4	0.499 9	0.777 9
S12	0.875 0	0.494 2	0.758 1
S9	0.834 0	0.489 7	0.743 7
S5	0.815 2	0.503 4	0.723 9
S3	0.774 9	0.516 3	0.692 5
S14	0.727 5	0.534 2	0.649 7
S1	0.703 6	0.522 9	0.644 1
S4	0.715 1	0.556 2	0.623 1
S8	0.668 1	0.529 3	0.614 4
S10	0.720 9	0.572 7	0.613 1
S15	0.709 4	0.565 2	0.611 7
S6	0.696 6	0.573 9	0.595 7
S2	0.561 0	0.606 4	0.461 2
S7	0.522 8	0.586 6	0.442 7
S18	0.502 4	0.649 0	0.374 7
S19	0.502 7	0.750 0	0.310 0
S11	0.481 5	0.727 2	0.304 8

3.3 方法对比

优劣解距离法和模糊综合评价法是常用的综合效能评估方法。优劣解距离法通过计算评价指标与优劣解之间的相对贴近程度，从而对研究对象打分确定最优方案，具备直观的几何意义。模糊综合评价法是一种基于模糊数学理论的综合评价方法。该方法根据模糊数学的隶属度理论把定性评价转化为定量评价，即用模糊数学对受到多种因素制约的事物或对象作出一个总体的评价，具有结果清晰、系统性强的特点。分别采用优劣解距离法和模糊综合评价法对气浮台数据进行处理，评估结果如表 4 所示。

灰色关联分析，优劣解距离法和模糊综合评价 3 种方法的评估结果中最优的机动过程均为 S13，对应的综合评估值分别为 0.783 5、0.946 4 和 0.971 7。灰色关联分析法结果中最差的为 S11 机动过程，优劣解距离法和模糊综合评价法最差的机动过程是

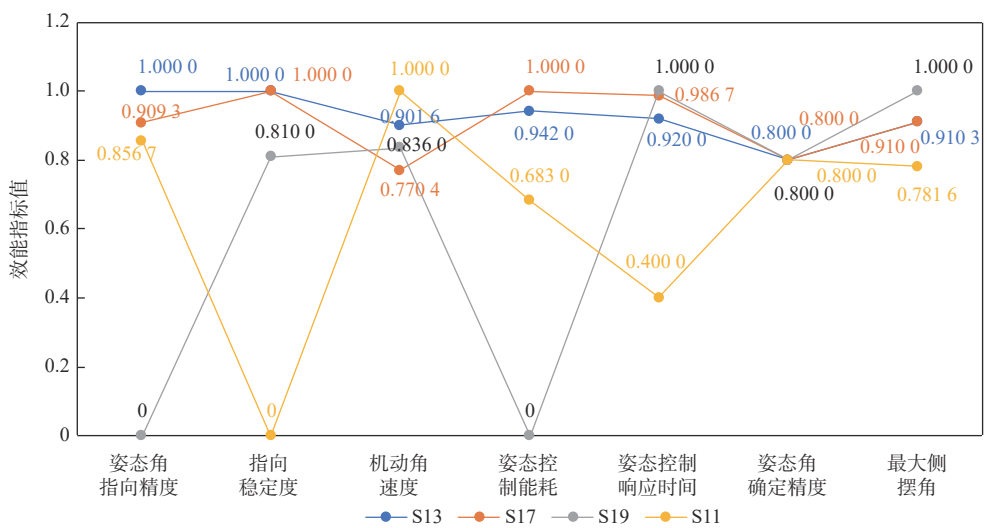


图 6 效能指标值对比

Fig. 6 Comparison of efficiency index values

表 4　评估结果对比

Table 4　Comparison of assessment results

灰色关联分析	优劣解距离法	模糊综合评价
0.783 5(S13)	0.946 4(S13)	0.971 7(S13)
0.779 6(S17)	0.925 5(S17)	0.971 1(S17)
0.777 9(S16)	0.885 6(S9)	0.959 3(S16)
0.758 1(S12)	0.881 1(S12)	0.948 6(S12)
0.743 7(S9)	0.837 0(S5)	0.935 4(S9)
0.723 9(S5)	0.836 0(S16)	0.921 1(S5)
0.692 5(S3)	0.835 1(S3)	0.905 8(S3)
0.649 7(S14)	0.798 1(S1)	0.870 2(S1)
0.644 1(S1)	0.781 3(S14)	0.867 2(S14)
0.623 1(S4)	0.746 7(S8)	0.838 9(S8)
0.614 4(S8)	0.731 4(S4)	0.834 9(S4)
0.613 1(S10)	0.663 5(S6)	0.801 7(S15)
0.611 7(S15)	0.654 8(S15)	0.798 7(S10)
0.595 7(S6)	0.653 3(S10)	0.795 9(S6)
0.461 2(S2)	0.628 9(S2)	0.740 8(S2)
0.442 7(S7)	0.599 1(S7)	0.720 1(S7)
0.374 7(S18)	0.516 5(S18)	0.655 7(S18)
0.310 0(S19)	0.468 6(S11)	0.595 7(S11)
0.304 8(S11)	0.430 0(S19)	0.564 9(S19)

注: (S*i*)表示机动过程。

S19, 综合评估值分别为 0.310 0、0.430 0 和 0.564 9。由此可得, 3 种方法的最大最小评估结果差值分别为 0.473 5、0.516 4、0.406 8。优劣解距离法的差值最大, 本文的灰色关联分析结果差值次之, 模糊综合评价法最小。最大最小评估结果差值越大, 表明评估结果的跨度区间较大, 能更加有效地区分不同机动过程的优劣性。

由表 2 数据可知, S16 机动过程在指向稳定度、姿态控制能耗、响应时间和最大侧摆角 4 项指标上均优于 S9 机动过程, 仅在机动角速度这一指标比 S9 差。在优劣解距离法的评估结果中, 机动过程 S9 综合评估值优于 S16, 这一评估结果不太合理, 灰色关联分析和模糊综合评价中则不存在这种问题。综上所述, 与常用的效能评估方法相比, 本文提出的灰色关联分析较为合理, 更适用于卫星姿态控制系统的效能评估。

4　结　论

1) 通过卫星任务需求分析构建了对地观测卫星姿态控制系统效能评估指标体系, 并根据对地观测卫星系统运行原理与模型, 给出本文评估指标体系中各效能指标的定义和解算方法。

2) 基于灰色关联分析理论建立效能评估模型, 并采用熵权法计算得到效能指标的权重, 对卫星姿态控制系统进行综合效能评估。

3) 通过气浮仿真平台模拟对地观测卫星的姿态机动, 验证了本文评估模型的可行性, 为卫星系统的优化工作提供了参考。

后续的研究工作可在指标权重确定和评估模型构建等领域开展, 进一步考虑指标数据的其他特性, 如相关性、不确定性等对评估过程的影响, 进一步优化卫星姿态控制系统效能评估结果。

参考文献 (References)

[1] GUO H D, FU W X, LIU G. Chinese earth observation satellites[C]//Proceedings of the Scientific Satellite and Moon-Based Earth Observation for Global Change. Berlin: Springer, 2019: 189-243.

[2] RIVETT C, PONTECORVO C. Improving satellite surveillance through optimal assignment of assets: DSTO-TR-1488[R]. Canberra: Australian Government Department of Defense, 2003: 1-36.

[3] BOLKUNOV A I, KRASIL'SHIKOV M N, MALYSHEV V V. Comprehensive assessment of the effectiveness of navigation satellite systems[J]. Journal of Computer and Systems Sciences International, 2022, 61(3): 430-446.

[4] SHAO R R, FANG Z G, TAO L Y, et al. A comprehensive G-Lz-ADC effectiveness evaluation model for the single communication satellite system in the context of poor information[J]. Grey Systems:Theory and Application, 2022, 12(2): 417-461.

[5] 易山. 基于不确定性的遥感卫星系统效能评估[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021: 10-35.
YI S. Effectiveness evaluation of remote sensing satellite system based on uncertainty[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021: 10-35(in Chinese).

[6] KAZAKEVICIUTE-JANUSKEVICIENE G, JANUSONIS E, BAUSYS R. Evaluation of the segmentation of remote sensing images[C]//Proceedings of the 2021 IEEE Open Conference of Electrical, Electronic and Information Sciences. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-7.

[7] MUHURI A, GASCOIN S, MENZEL L, et al. Performance assessment of optical satellite-based operational snow cover monitoring algorithms in forested landscapes[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2021, 14: 7159-7178.

[8] WANG Y X, ZHAO Y Y. A data-based performance evaluation method for aircraft attitude control system[C]//Proceedings of the 2021 40th Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2021: 6691-6696.

[9] 闻新, 龙弟之, 王俊鸿, 等. 基于 1D-CNN 的卫星姿态控制系统故障诊断方法[J]. 兵工自动化, 2020, 39(7): 1-6.
WEN X, LONG D Z, WANG J H, et al. Fault diagnosis method of satellite attitude control system based on 1D-CNN[J]. Ordnance Industry Automation, 2020, 39(7): 1-6(in Chinese).

[10] 钱晨. 基于遥测数据的卫星姿态控制系统故障检测方法[D]. 杭州: 浙江大学, 2021: 11-59.
QIAN C. Satellite attitude control system fault detection method based on telemetry data[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2021:

11-59(in Chinese).

[11] 肖磊. 基于星敏感器和陀螺组合的卫星姿态确定方法研究[D]. 长春: 中国科学院大学 (中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2021: 9-39.
XIAO L. Research on satellite attitude determination method based on the combination of star-sensor and gyroscope[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2021: 9-39(in Chinese).

[12] LIU S F, IIN Y. Grey Systems: Theory and application[M]. Berlin: Springer, 2010: 44-45.

[13] 黄乾坤, 吴娅辉. 最大熵原理及改进方法的研究现状[J]. 计测技术, 2022, 42(1): 9-17.
HUANG Q K, WU Y H. Research status of the maximum entropy principle and improved methods[J]. Metrology & Measurement Technology, 2022, 42(1): 9-17(in Chinese).

[14] 郑天芳, 曲娜, 张帅, 等. 基于 AHP-熵权法的高层建筑电气火灾风险评价[J]. 沈阳航空航天大学学报, 2022, 39(1): 69-76.
ZHENG T F, QU N, ZHANG S, et al. Electrical fire risk assessment of high-rise buildings based on AHP-entropy weight method[J]. Journal of Shenyang Aerospace University, 2022, 39(1): 69-76(in Chinese).

[15] XIAO X P, GUO H. Optimization method of grey relation analysis based on the minimum sensitivity of attribute weights[C]//Proceedings of the Advances in Grey Systems Research. Berlin: Springer, 2010: 177-189.

[16] 东亚斌, 段志善. 灰色关联度分辨系数的一种新的确定方法[J]. 西安建筑科技大学学报 (自然科学版), 2008, 40(4): 589-592.
DONG Y B, DUAN Z S. A new determination method for identification coefficient of grey relational grade[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology (Natural Science Edition), 2008, 40(4): 589-592(in Chinese).

[17] 李旭东. 基于气浮台的航天器姿轨控地面模拟系统关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020: 9-25.
LI X D. Research on key technologies of spacecraft attitude and orbit control ground simulation system based on air float platform[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020: 9-25(in Chinese).

Effectiveness evaluation method for earth observation satellite attitude control system

CAO Yin[1], CHENG Yuehua[1,*], GAO Bo[2], ZHANG Yanhua[1], XU Guili[1]

(1. School of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211100, China;
2. China Xi'an Satellite Monitoring and Control Center, Xi'an 710000, China)

Abstract: The problem of satellite system effectiveness assessment is the basis of satellite efficiency improvement and satellite program optimization design. Taking the attitude control system for earth observation satellite attitude control system as the object of effectiveness assessment, an analysis of satellite requirements is conducted to establish the effectiveness assessment index system for the earth observation satellite attitude control system. Based on the theory related to gray correlation analysis, the entropy weight method was introduced to calculate the index weights, and the effectiveness assessment model was established to calculate the comprehensive gray correlation degree, and realize the effectiveness assessment of satellite attitude control system. The realizability and practicality of the established system were verified through data.

Keywords: satellite attitude control system; effectiveness evaluation; grey relational analysis; entropy weight method; earth observation satellite

Received: 2022-06-16; **Accepted**: 2022-06-23; **Published Online**: 2022-11-21 08:34
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221117.1705.001

* **Corresponding author**. E-mail: chengyuehua@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0481

基于预定义时间的四旋翼滑模控制

刘浩，黄山，涂海燕*
(四川大学 电气工程学院，成都 610065)

摘 要：针对四旋翼位置环和姿态环的控制问题，使得四旋翼位姿能够在预定时间内稳定，提出一种基于预定义时间滑模控制算法的位姿控制器。该控制器通过对四旋翼位置环和姿态环2个环节的控制，使得四旋翼的位姿能够在预定时间内稳定。理论推导及数值仿真表明：所提算法具有正确性；仿真结果表明：应用所提控制器的四旋翼的位置和姿态能够在预定时间内达到稳定。

关 键 词：四旋翼；预定义时间稳定；滑模控制；位置控制；姿态控制
中图分类号：TP273
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1665-10

随着航天事业的不断发展和成熟，无人机以其灵活性、隐蔽性及生存能力强等特点受到研究人员的高度关注。无人机主要分为固定翼和四旋翼2种，其中，四旋翼相对于固定翼具有高机动性、垂直起降及悬停等固定翼无法比拟的优点。

如今，四旋翼飞行器在军用民用等科学研究领域占有重要地位[1-2]。四旋翼主要是由4个转子排列在交叉形状的前后，具有6个自由度且能够垂直起降的飞行器[3]。由于四旋翼飞行器的尺寸较小，机动性强且噪声小，这使得四旋翼飞行器受到了世界各国研究人员和学者的广泛关注[4]。

四旋翼控制在四旋翼研究领域具有十分重要的研究意义。由于四旋翼是一个多自由度、非线性和强耦合系统，因此，四旋翼控制一直面临着巨大挑战[5]。

目前，在四旋翼控制领域出现了许多有效的控制算法，这些算法主要分为线性控制算法和非线性控制算法。在线性控制领域中最具代表性的是输出反馈算法[6]和比例积分微分(proportional integral derivative, PID)控制算法。

其中，PID控制算法是四旋翼控制领域运用最广泛的控制算法，一般采用的是串级双闭环的控制方式，外环为位置环，内环为姿态环。由于四旋翼属于非线性系统，因此，为提高控制器的适用范围，研究人员便开始研究非线性控制算法，以便运用到实际的四旋翼控制之中。到目前为止，主要的非线性控制算法有：反步控制[7]、滑模控制[8-10]算法等。为解决微分爆炸问题，在四旋翼控制领域又出现了动态面算法[11]来解决该问题，其主要思想是用一阶低通滤波器来对虚拟控制率进行滤波，以此来代替复杂的微分运算，不过该算法的缺点是没有对滤波误差进行补偿。为解决该问题，后来在四旋翼控制领域又出现了命令滤波自适应反步控制算法[12]，该算法不仅避免了对虚拟控制率进行求导，还实现了对滤波误差的补偿。

以上控制算法主要是为解决四旋翼飞行过程当中的稳定性问题。但随着对于四旋翼控制中收敛时间的要求逐渐提高，许多研究学者开始研究在四旋翼控制中如何提高收敛时间。首先，在四旋翼控制领域，出现了有限时间控制算法[13-15]，此算法可以使得四旋翼能够在有限时间内跟踪到给定输入；其次，随着研究的进一步发展，又出现了固定时间控制算法[16-17]，此算法能够使得四旋翼在固定的时间范围内收敛，这在有限时间控制算法的时间有界性基础之上进一步提高了收敛速度，但是具体的收敛时间无法由参数进行显式的表示。近些年来，随

收稿日期：2022-06-12；录用日期：2022-11-14；网络出版时间：2022-12-28 16:31
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1943.005
*通信作者. E-mail：haiyantu@163.com

引用格式：刘浩，黄山，涂海燕. 基于预定义时间的四旋翼滑模控制[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1665-1674.
LIU H，HUANG S，TU H Y. Quadrotor sliding mode control based on predefined time[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1665-1674 (in Chinese).

着研究的深入，又出现了预定义时间控制算法，相比于固定时间控制算法，该算法能够使得被控对象的收敛时间能够由某个参数进行显式的表示。目前，对于四旋翼位置环及姿态环的控制主要是有限时间控制算法和固定时间控制算法，由于四旋翼具有悬停功能，所以对于四旋翼的控制除了需要进行姿态控制，位置的控制也尤为重要。本文将预定义时间控制算法推广到了四旋翼的位姿控制领域，以便于四旋翼的位置环和姿态环能够在预先设定好的时间范围内稳定。

基于以上讨论，本文提出了一种预定义时间滑模控制算法，将预定义时间控制推广到了四旋翼飞行控制领域，并且用于四旋翼姿态控制和位置控制2个方面。本文的主要贡献如下。

1）提出了一种基于预定义时间滑模算法的四旋翼位姿控制器。本文算法相对于固定时间控制算法，其收敛时间可以由某个参数进行显式表示。

2）将本文算法推广到了四旋翼位置环的控制当中，从而使得四旋翼在位置环中能够实现预定义时间稳定。

1 问题和引理的提出

1.1 四旋翼动态模型

四旋翼模型如图1所示。

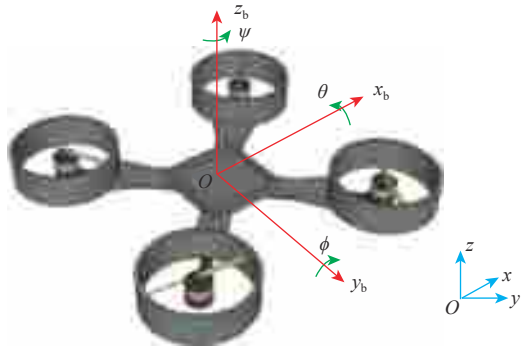


图1 四旋翼模型

Fig. 1 Quadrotor model

其中，$Oxyz$为惯性坐标系，$Ox_by_bz_b$为机体坐标系，θ、ϕ和ψ分别为四旋翼的横滚角、俯仰角及偏航角。

四旋翼从惯性坐标系$Oxyz$到体坐标系$Ox_by_bz_b$的变换矩阵表示为

$$\boldsymbol{R}^{I\to B}=\begin{bmatrix}\cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta\\ \sin\phi\sin\theta\cos\psi-\cos\phi\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi+\cos\phi\cos\psi & \sin\phi\cos\theta\\ \cos\phi\sin\theta\cos\psi+\sin\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi-\sin\phi\cos\psi & \cos\phi\cos\theta\end{bmatrix} \tag{1}$$

四旋翼的动力学和运动学模型被分为2个部分：位置环和姿态环。

四旋翼位置环模型如下所示（该位置环模型用惯性坐标系进行表示）：

$$\begin{bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}0\\0\\g\end{bmatrix}+\frac{1}{m}\boldsymbol{R}^{B\to I}\begin{bmatrix}0\\0\\T\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\frac{k_x}{m}\dot{x}\\-\frac{k_y}{m}\dot{y}\\-\frac{k_z}{m}\dot{z}\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中：x、y、z为四旋翼位于惯性坐标系下的位置；$\boldsymbol{R}^{B\to I}$为$\boldsymbol{R}^{I\to B}$的逆矩阵；g为重力加速度；m为四旋翼的质量；k_x、k_y、k_z为惯性坐标系下的x、y、z方向的阻力系数；T为四旋翼的升力。

因此，本文作如下代换：

$$\boldsymbol{G}=[0,0,g]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{P}=[x,y,z]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{K}=\left[-\frac{k_x}{m},-\frac{k_y}{m},-\frac{k_z}{m}\right]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{R}^{B\to I}[0,0,T]^{\mathrm{T}}$$

则式(2)可以写为

$$\ddot{\boldsymbol{P}}=\boldsymbol{K}\dot{\boldsymbol{P}}+\boldsymbol{U}-\boldsymbol{G} \tag{3}$$

四旋翼姿态模型如下：

$$\begin{bmatrix}\ddot{\theta}\\ \ddot{\phi}\\ \ddot{\psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tau_\theta\\ \tau_\phi\\ \tau_\psi\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：τ_θ、τ_ϕ、τ_ψ为四旋翼在姿态方向上产生的转矩。

本文作如下代换：$\boldsymbol{A}=[\theta,\phi,\psi]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\tau}=[\tau_x,\tau_y,\tau_z]^{\mathrm{T}}$。则式(4)可以被写为

$$\ddot{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{\tau} \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{A}$为四旋翼的姿态；$\boldsymbol{\tau}$为四旋翼在姿态方向上产生的转矩。

由于四旋翼姿态环和位置环之间存在耦合，因此，将四旋翼姿态环的给定值由位置环的控制量计算得到，其中，ϕ^d表示姿态角ϕ的期望值，θ^d表示姿态角θ的期望值，ψ^d表示姿态角ψ的期望值，具体表达式为

$$\begin{cases}\phi^d=\arcsin\left(m\left(u_x\sin\psi^d-u_y\cos\psi^d\right)/T\right)\\ \theta^d=\arctan\left(u_x\cos\psi^d+u_y\sin\psi^d/u_z\right)\\ \psi^d=0\end{cases} \tag{6}$$

式中：u_x、u_y、u_z分别为升力T在x、y、z轴方向的分力，其表达式分别为

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{T}{m}(\cos\psi\sin\theta\cos\phi+\sin\psi\sin\phi) \\ u_y = \dfrac{T}{m}(\sin\psi\sin\theta\cos\phi-\cos\psi\cos\phi) \\ u_z = \dfrac{T}{m}\cos\theta\cos\phi \end{cases} \tag{7}$$

1.2　引理

引理[18]　对于系统 $x=f(t,x,d)$，如果存在一个径向无界的李雅普诺夫函数：

$$\dot V(x) = -\frac{\pi}{\eta T_{\mathrm{c}}\sqrt{\alpha\beta}}\left(\alpha V^{1-\frac{\eta}{2}}+\beta V^{1+\frac{\eta}{2}}\right)+\varepsilon \tag{8}$$

对于以上系统的任意状态 $x(t,y_0)$，其中，$T_{\mathrm{c}}>0$ 是预定义时间，$\eta\in(0,1)$，α，$\beta>0$ 及 $0\leqslant\varepsilon<\infty$ 是系统参数，那么系统的运动轨迹实际上是预定义的时间稳定的，该系统的解的残差集可以表示为

$$r=\left\{\lim_{t\to T_{\mathrm{pc}}} x \,\middle|\, V(x)\leqslant\min\left\{\left(\frac{\varepsilon\eta T_{\mathrm{c}}\sqrt{\alpha\beta}}{\pi\alpha(1-\mu)}\right)^{\frac{2}{2-\eta}},\left(\frac{\varepsilon\eta T_{\mathrm{c}}\sqrt{\alpha\beta}}{\pi\alpha(1-\mu)}\right)^{\frac{2}{2+\eta}}\right\}\right\} \tag{9}$$

式中：$0<\mu<1$；调节时间 $T_{\mathrm{pc}}=T_{\mathrm{c}}/\sqrt{\mu}$。

2　预定义时间滑模控制器设计

四旋翼的控制主要分为位置控制和姿态控制。首先，向位置环预定义时间滑模控制器输入期望位置，由本文算法得到位置环控制量；然后，将位置环控制量输出给姿态环，姿态环通过位置环的控制量解算得到姿态环的姿态期望值，由姿态环的预定义时间滑模控制器计算得到姿态转矩；最后，将由位置环控制器输出的控制量间接计算得到的升力和姿态环控制器计算得到的姿态转矩输出给四旋翼的位置环和姿态环模型中，从而实现位置环的给定轨迹能够在预定时间范围内进行稳定跟踪的控制目标。控制系统结构图如图 2 所示。

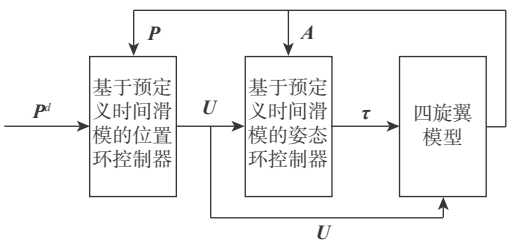


图 2　控制系统结构图

Fig. 2　Control system structure diagram

2.1　位置环预定义时间滑模控制器设计

为证明位置环误差 $\boldsymbol{E_P}$ 能够在预定义时间内稳定，定义位置环误差的李雅普诺夫函数为

$$V_1=\frac{1}{2}\boldsymbol{E_P^{\mathrm{T}}E_P} \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{E_P}=\boldsymbol{P^d}-\boldsymbol{P}$ 表示四旋翼的位置误差，$\boldsymbol{P^d}$ 为四旋翼期望位置。

由于是预定义时间滑模控制器，因此，还需要定义滑模切换函数，滑模切换函数定义为

$$\boldsymbol{S_P}=\boldsymbol{\dot E_P}+\boldsymbol{\Psi_P} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{\Psi_P}=\dfrac{\pi}{2\eta_1 T_{c1}\sqrt{\alpha_1\beta_1}}\left(\alpha_1 V_1^{-\eta_1/2}+\beta_1 V_1^{\eta_1/2}\right)\boldsymbol{E_P}$，$\alpha_1$、$\beta_1$ 及 $0<\eta_1<1$ 为正数，滑模切换函数 $\boldsymbol{S_P}=\left[s_x,s_y,s_z\right]^{\mathrm{T}}$，$s_x$、$s_y$、$s_z$ 分别为 x、y、z 轴的滑模切换函数，位置误差收敛到 0 的预定义时间为 T_{c1}。

位置环的预定义时间滑模控制器存在 2 个阶段：滑模切换函数趋近于 0 的阶段和位置环误差趋近于 0 的阶段。

先证明预定义时间滑模控制器的第 2 阶段，则假设滑模切换函数 $\boldsymbol{S_P}=\boldsymbol{0}$，因此式(11)可以化简为

$$\boldsymbol{\dot E_P}=-\boldsymbol{\Psi_P} \tag{12}$$

对式(10)求导再将式(12)代入可得：

$$\dot V_1=\boldsymbol{E_P^{\mathrm{T}}\dot E_P}=-\boldsymbol{E_P^{\mathrm{T}}\Psi_P}=-\frac{\pi}{2\eta_1 T_{c1}\sqrt{\alpha_1\beta_1}}\left(\alpha_1 V_1^{1-\eta_1/2}+\beta_1 V_1^{1+\eta_1/2}\right) \tag{13}$$

通过引理[18]可得，$\boldsymbol{E_P}$ 将会在预定义时间 T_{c1} 内收敛到 $\boldsymbol{0}$。

最后，将证明滑模切换函数 $\boldsymbol{S_P}$ 也将在预定义时间 T_{c2} 内收敛到 $\boldsymbol{0}$。定义位置环滑模切换函数的李雅普诺夫函数为

$$V_2=\frac{1}{2}\boldsymbol{S_P^{\mathrm{T}}S_P} \tag{14}$$

对式(14)求导，再将式(11)代入可得

$$\dot V_2=\boldsymbol{S_P^{\mathrm{T}}\dot S_P}=\boldsymbol{S_P^{\mathrm{T}}}\left(\boldsymbol{\ddot P^d}-\boldsymbol{K\dot P}-\boldsymbol{U}+\boldsymbol{G}+\boldsymbol{\dot\Psi_P}\right) \tag{15}$$

为使得滑模切换函数 $\boldsymbol{S_P}$ 在预定时间 T_{c2} 内收敛，设控制量 $\boldsymbol{U}$ 为

$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{\ddot P^d}-\boldsymbol{K\dot P}_i+\boldsymbol{G}+\boldsymbol{\dot\Psi_P}+\frac{\pi}{2\eta_2 T_{c2}\sqrt{\alpha_{2,i}\beta_{2,i}}}\cdot\left(\alpha_2 V_2^{-\eta_2/2}+\beta_2 V_2^{\eta_2/2}\right)\boldsymbol{S_P}-\varepsilon_{\mathrm{N}}\mathrm{sign}(\boldsymbol{S_P}) \tag{16}$$

式中：$\varepsilon_{\mathrm{N}}>0$；$\mathrm{sign}(x)$ 为符号函数，$\varepsilon_{\mathrm{N}}\mathrm{sign}(\boldsymbol{S_P})$ 这一项主要是为提高位置环控制器的鲁棒性；$\mathrm{sign}(x)$ 的表达式为

$$\mathrm{sign}(x)=\begin{cases}-1 & x<0\\ 0 & x=0\\ 1 & x>0\end{cases} \tag{17}$$

将式(16)代入式(15)得：

$$\dot V_2=\boldsymbol{S_P^{\mathrm{T}}}\left[-\frac{\pi}{\eta_2 T_{c2}\sqrt{\alpha_2\beta_2}}\left(\alpha_2 V_2^{-\eta_2/2}+\beta_2 V_2^{\eta_2/2}\right)\boldsymbol{S_P}+\varepsilon_{\mathrm{N}}\mathrm{sign}(\boldsymbol{S_P})\right]=-\frac{\pi}{\eta_2 T_{c2}\sqrt{\alpha_2\beta_2}}\cdot\left(\alpha_2 V_2^{1-\eta_2/2}+\beta_2 V_2^{1+\eta_2/2}\right)+\varepsilon_{\mathrm{N}}\sum_{i=x,y,z}|s_i| \tag{18}$$

根据引理[18], $\boldsymbol{S}_P$将在预定义的时间T_{c2}内趋近于$\boldsymbol{0}$。

通过上述讨论,证明了四旋翼飞行器的位置$\boldsymbol{P}$会在预定时间内跟踪规划的位置$\boldsymbol{P}^d$。

2.2 姿态环预定义时间滑模控制器设计

定义姿态环的给定输入为: $\boldsymbol{A}^d=\left[\theta^d,\phi^d,\psi^d\right]^{\mathrm{T}}$。姿态误差为$\boldsymbol{E}_A=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}^d$。

为证明姿态环误差在预定义时间内收敛到$\boldsymbol{0}$,定义姿态误差的李雅普诺夫函数为

$$V_4=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}_A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_A \tag{19}$$

滑模切换函数定义为

$$\boldsymbol{S}_A=\dot{\boldsymbol{E}}_A+\boldsymbol{\Psi}_A \tag{20}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_A=\frac{\pi}{2\eta_3T_{c3}\sqrt{\alpha_3\beta_3}}\left(\alpha_3V_4^{-\eta_3/2}+\beta_3V_4^{\eta_3/2}\right)\boldsymbol{E}_A \tag{21}$$

式中:参数α_3、β_3、$0<\eta_3<1$均为正数;滑模切换函数$\boldsymbol{S}_A=\left[s_\phi,s_\theta,s_\psi\right]^{\mathrm{T}}$;$s_\phi$、$s_\theta$和$s_\psi$分别为四旋翼横滚角、俯仰角和偏航角的滑模切换函数和T_{c3}为姿态误差收敛到$\boldsymbol{0}$的预定义时间。

与位置环相同,姿态环的预定义时间滑模控制器也存在2个阶段:滑模切换函数趋近于$\boldsymbol{0}$的阶段及姿态环误差趋近于$\boldsymbol{0}$的阶段。

先证明预定义时间滑模控制器使得姿态环误差趋近于$\boldsymbol{0}$的阶段,假设姿态环滑模切换函数$\boldsymbol{S}_A=\boldsymbol{0}$,则式(20)可以化简为

$$\dot{\boldsymbol{E}}_A=-\boldsymbol{\Psi}_A \tag{22}$$

对式(19)求导,再将式(21)和式(22)代入可得

$$\dot{V}_3=\boldsymbol{E}_A^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{E}}_A=-\boldsymbol{E}_A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}_A=-\frac{\pi}{\eta_3T_{c3}\sqrt{\alpha_3\beta_3}}\left(\alpha_3V_4^{1-\eta_3/2}+\beta_3V_4^{1+\eta_3/2}\right) \tag{23}$$

通过引理[18], $\boldsymbol{E}_A$将会在预定义时间T_{c3}内收敛。

最后,本文将会证明滑模切换函数$\boldsymbol{S}_A$也将在预定义时间T_{c4}内收敛到0。定义姿态环滑模切换函数的李雅普诺夫函数为

$$V_5=\frac{1}{2}\boldsymbol{S}_A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_A \tag{24}$$

对式(24)求导可得

$$\dot{V}_5=\boldsymbol{S}_A^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{S}}_A=\boldsymbol{S}_A^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{F}+\boldsymbol{\tau}-\ddot{\boldsymbol{A}}^d+\dot{\boldsymbol{\Psi}}_A\right) \tag{25}$$

设姿态环转矩为

$$\boldsymbol{\tau}=-\boldsymbol{F}+\ddot{\boldsymbol{A}}^d-\boldsymbol{\Psi}_A-\frac{\pi\boldsymbol{S}_A}{2\left(\eta_4T_{c4}\sqrt{\alpha_4\beta_4}\right)}\left(\alpha_4V_5^{-\eta_4/2}+\beta_4V_5^{\eta_4/2}\right) \tag{26}$$

将式(26)代入式(25),得

$$\dot{V}_4=\boldsymbol{S}_A^{\mathrm{T}}\left[-\frac{\pi}{\eta_4T_{c4}\sqrt{\alpha_4\beta_4}}\left(\alpha_4V_4^{-\eta_4/2}+\beta_4V_4^{\eta_4/2}\right)\boldsymbol{S}_A\right]=-\frac{\pi}{\eta_4T_{c4}\sqrt{\alpha_4\beta_4}}\left(\alpha_4V_4^{1-\eta_4/2}+\beta_4V_4^{1+\eta_4/2}\right) \tag{27}$$

由引理[18]可得, $\boldsymbol{S}_A$将在预定义时间T_{c4}时间内稳定。

通过上述讨论,证明了四旋翼飞行器的姿态$\boldsymbol{A}$可以在预定时间内跟踪由位置环控制量间接计算出的姿态期望值。

因此,通过以上理论分析,证明了本文控制器使得四旋翼位置环和姿态环误差及位置环和姿态环的滑模切换函数能够在预定义时间内达到稳定。接下来,通过仿真实验的方式验证本文控制器对于四旋翼位姿误差及滑模切换函数收敛性能的控制效果。

3 仿真实验

本节通过使用MATLAB/Simulink仿真验证本文算法的正确性。仿真验证主要分为2个部分:①验证本文算法的正确性;②对比预定时间控制和固定时间控制对四旋翼控制效果的影响。

考虑四旋翼的参数:设置重力加速度g为9.81 m/s^2,惯性矩$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}1.22&&\\&1.22&\\&&1.22\end{bmatrix}$, $\varepsilon_{\mathrm{N}}=1$,电机距离四旋翼重心的距离为$l=0.21$ m,四旋翼的质量为$m=1.1$ kg,四旋翼的阻力系数在3个轴向方向分别为:$k_x=0.1$、$k_y=0.1$、$k_z=0.1$。

3.1 基于本文算法的四旋翼控制

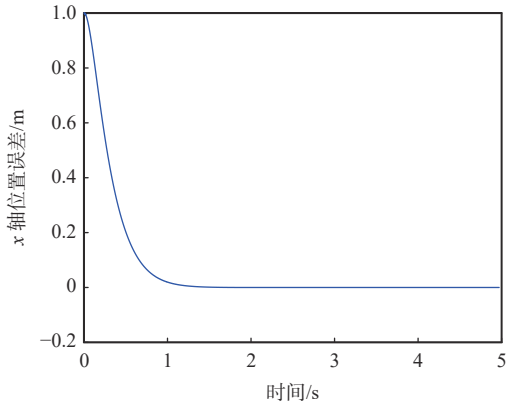
将四旋翼位置跟踪误差$\boldsymbol{E}_P$的预定义时间设为$T_{c1}=1$,滑模切换函数的预定义时间设为$T_{c2}=3$,其他参数为:$\alpha_1=2$, $\beta_1=2$, $\alpha_2=1$, $\beta_2=2$, $\eta_1=0.35$, $\eta_2=0.35$, $\varepsilon_{\mathrm{N}}=1$。

由图3和图4可知,四旋翼的位置环和速度环的误差曲线均未出现振荡,且在4 s内就能准确跟踪给定输入($T_{c1}+T_{c2}=4$),这也与预定义时间理论的控制目标相一致。

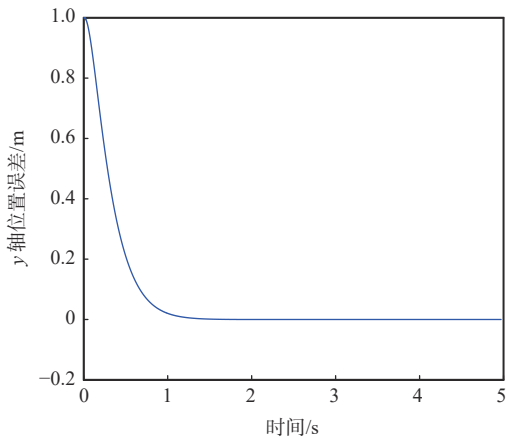
图5为基于本文算法的位置环滑模跟踪曲线图。由图可知,四旋翼的位置环滑模切换函数均未发生振荡,且能够在3 s($T_{c2}=3$)内收敛到0,与预定义时间理论的控制目标相一致。

将四旋翼姿态跟踪误差$\boldsymbol{E}_A$的预定义时间设为$T_{c3}=0.5$,滑模切换函数的预定义时间设为$T_{c4}=1$,其他参数设为:$\alpha_3=50$, $\beta_3=150$, $\alpha_4=100$, $\beta_4=200$, $\eta_3=0.25$, $\eta_2=0.15$。

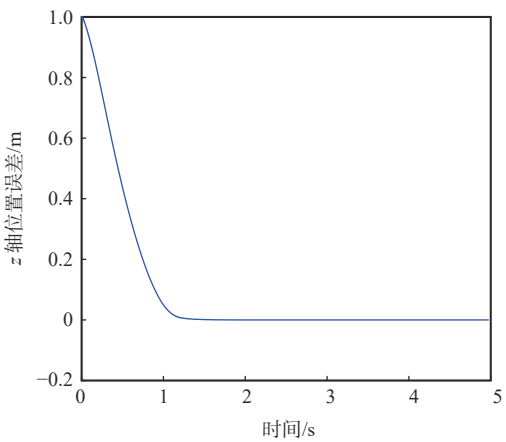
四旋翼姿态环跟踪误差曲线如图6所示。由图可知,四旋翼飞行器的姿态环在给定时间内也可



(a) x 轴位置误差



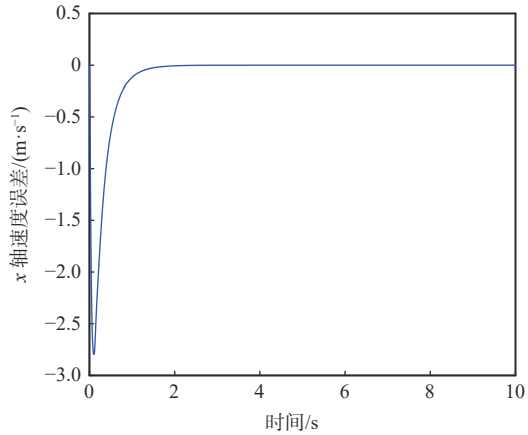
(b) y 轴位置误差



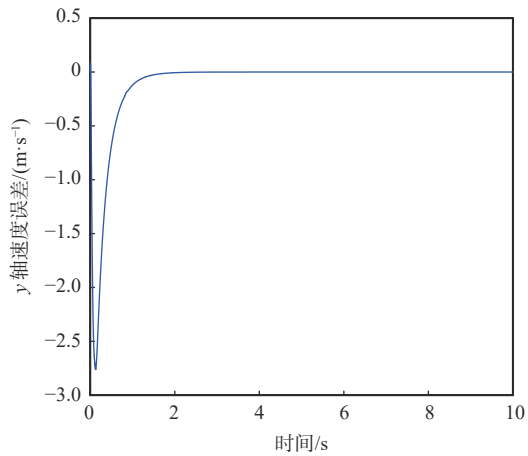
(c) z 轴位置误差

图 3　基于本文算法的位置误差

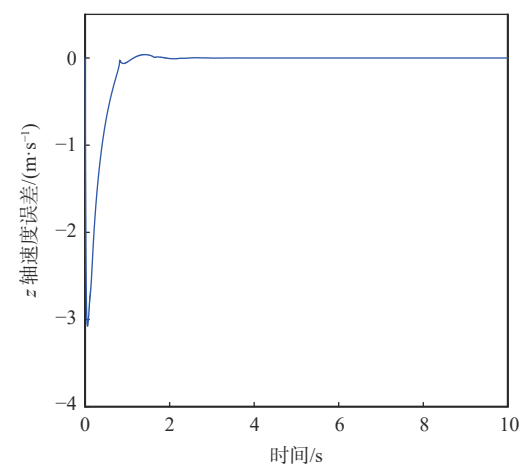
Fig. 3　Position errors based on the proposed algorithm



(a) x 轴速度误差



(b) y 轴速度误差



(c) z 轴速度误差

图 4　基于本文算法的速度误差

Fig. 4　Velocity errors based on the proposed algorithm

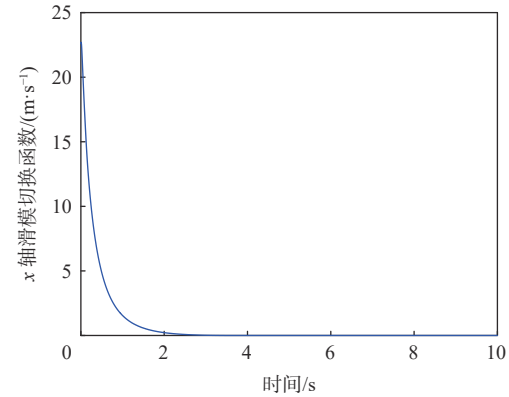
以稳定跟踪给定输入，且均未出现振荡现象。曲线收敛时间少于预定收敛时间 1.5 s($T_{c3}+T_{c4}=1.5$)，这也与预定义时间控制目标相一致。

图 7 为基于本文算法的滑模切换函数跟踪曲线。由图可知，四旋翼姿态环滑模切换函数能够在 1 s($T_{c4}=1$)内收敛，且均未出现振荡现象，符合预定义时间理论的控制目标。

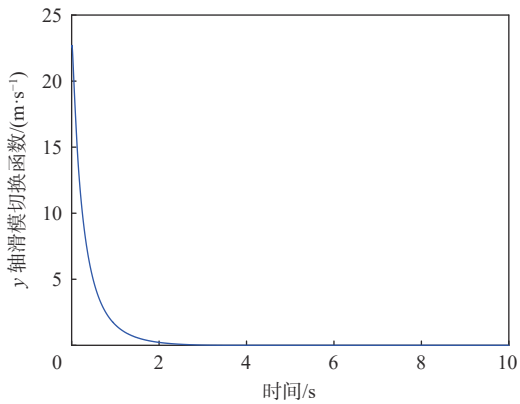
通过以上的仿真实验，可以发现在本文算法的控制下，四旋翼位置环和姿态环的误差曲线均能够在预期时间内达到稳定，从而进一步验证了本文算法的正确性。接下来，为进一步体现本文算法的优越性，将对比本文算法与固定时间滑模控制算法对于四旋翼位姿控制效果的区别。

3.2　本文算法鲁棒性分析

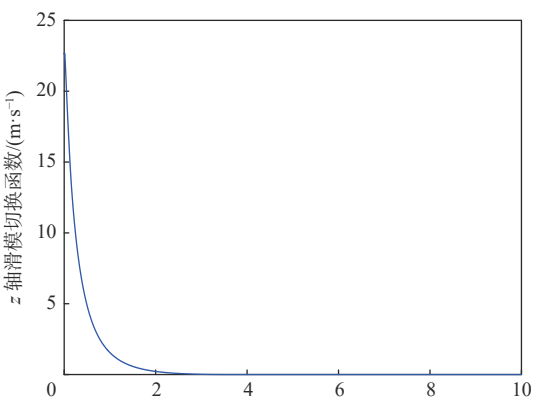
为进一步验证本文控制器对于未知干扰的鲁棒性，进行如下实验：位置环预定义时间滑模控制



(a) x 轴滑模跟踪



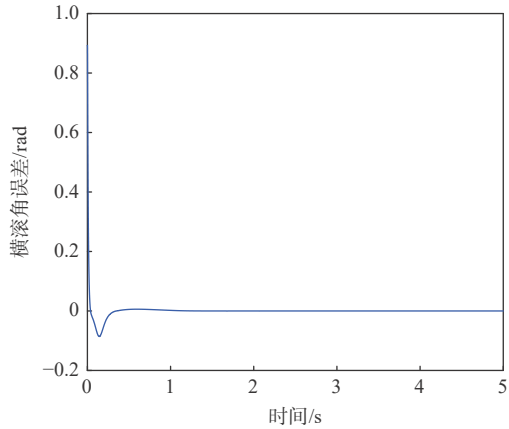
(b) y 轴滑模跟踪



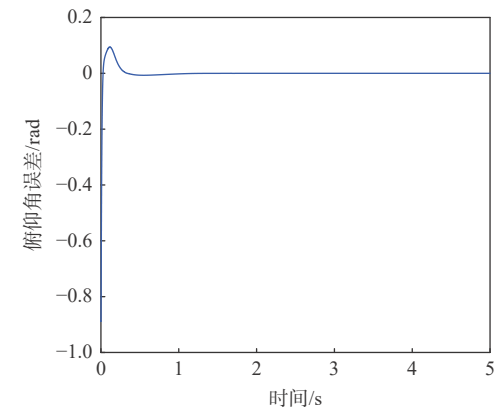
(c) z 轴滑模跟踪

图5 基于本文算法的位置环滑模跟踪

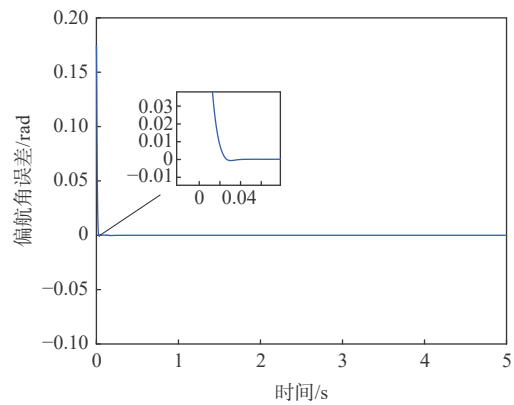
Fig. 5 Position loop sliding mode tracking based on the proposed algorithm



(a) 横滚角误差



(b) 俯仰角误差



(c) 偏航角误差

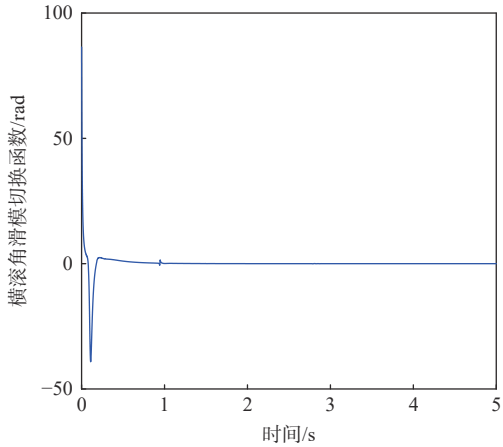
图6 基于本文算法的姿态误差

Fig. 6 Attitude errors of quadrotor based on the proposed algorithm

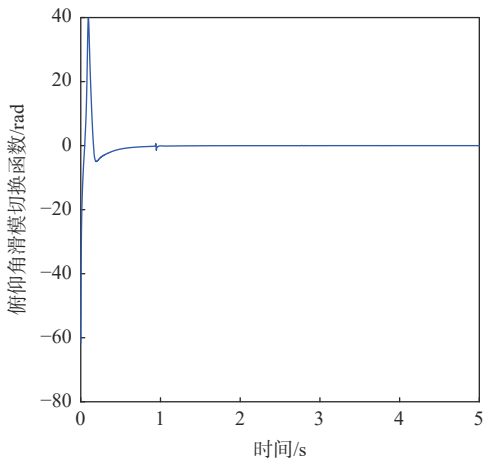
器参数设置同3.1节，在四旋翼位置环加入噪声干扰$0.1\sin(t)+0.1\cos(t)+W_{\text{noise}}(t)$，其中，$W_{\text{noise}}(t)$为白噪声，该噪声干扰如图8所示，四旋翼位置环误差曲线如图9所示。

由图9可知，在加入白噪声干扰后，四旋翼位置误差曲线仍然能够在预定时间（$T_{c1}+T_{c2}=4$）内达到稳定，不过会出现数量级在10^{-3}的小幅振动，说明位置环预定义时间滑模控制器对于未知干扰具有一定性能的鲁棒性，并且其收敛速度不会受到影响。

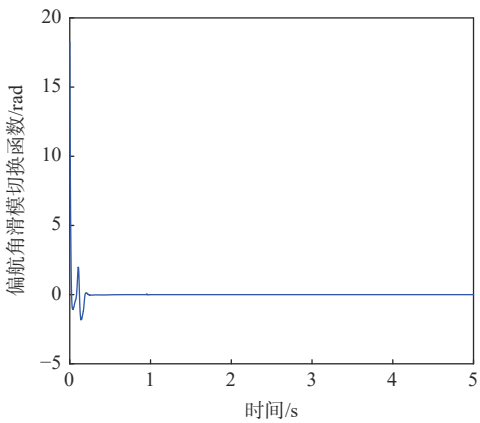
为验证姿态环控制器的鲁棒性，进行如下实验：姿态环预定义时间滑模控制器参数同3.1节，在四旋翼姿态环加入噪声干扰$0.1\sin(t)+0.1\cos(t)+W_{\text{noise}}(t)$，该噪声干扰如图8所示，四旋翼姿态环误差曲线如图10所示。由图10可知，在加入白噪声干扰以后，四旋翼的姿态环误差可以在预定时间（$T_{c3}+T_{c4}=1.5$）内收敛到0，并且姿态环误差曲线并未出现位置环误差曲线那样的小幅振荡。说明了姿态环预定义时间滑模控制器对于未知干扰的鲁棒性能相较于位置环具有更好的表现，并且也不会



(a) 横滚角滑模跟踪



(b) 俯仰角滑模跟踪



(c) 偏航角滑模跟踪

图 7　基于本文算法的滑模跟踪

Fig. 7　Sliding mode tracking based on the proposed algorithm

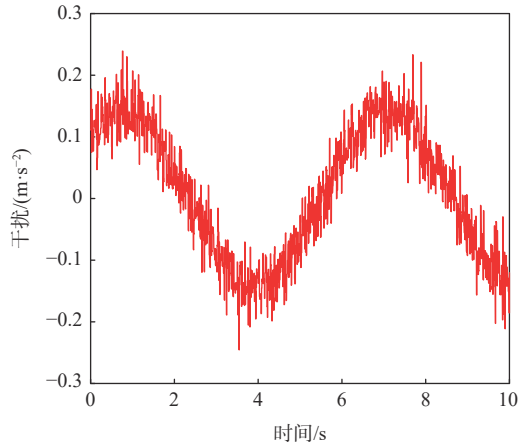


图 8　白噪声干扰

Fig. 8　White noise interference

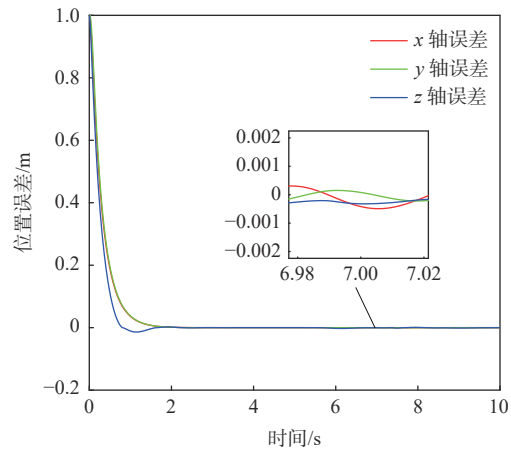


图 9　白噪声干扰下的位置误差

Fig. 9　Position errors under white noise interference

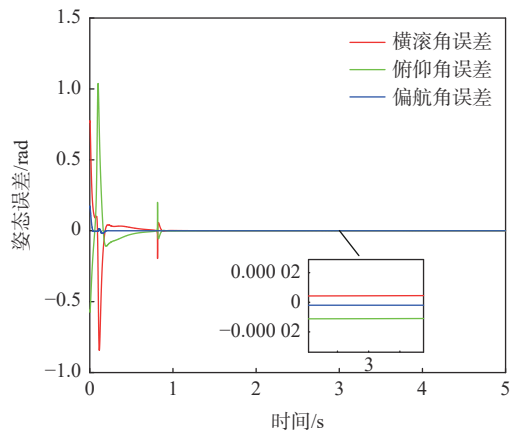


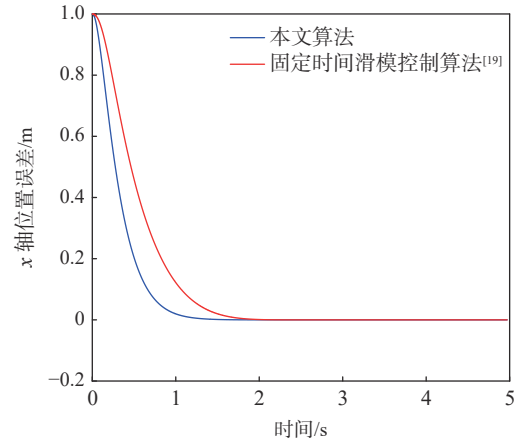
图 10　白噪声干扰下的姿态误差

Fig. 10　Attitude errors under white noise interference

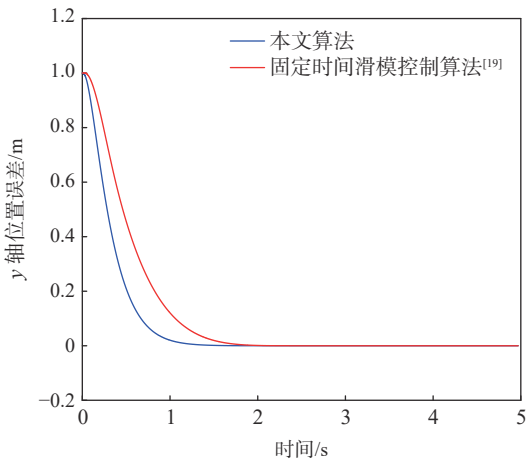
影响其收敛速度。

3.3　本文算法和固定时间滑模控制算法对比

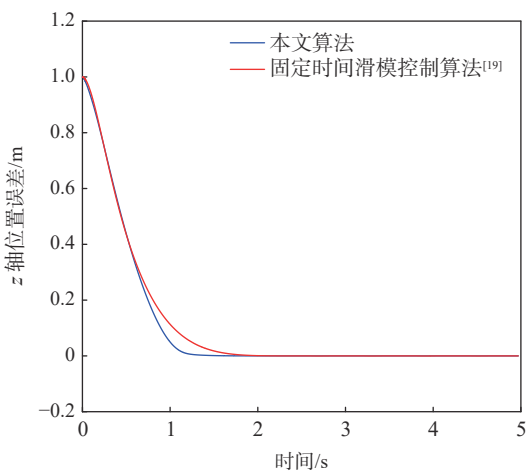
本文算法与固定时间滑模控制算法[19]对四旋翼飞行器控制效果的性能比较如图 11 和图 12 所示，其中，本文算法的参数设置同 3.1 节，固定时间滑模控制算法的参数设置同文献 [19]。由图 11 可知，在 x、y、z轴方向本文算法相对于固定时间滑模算法控制[19]具有更快的收敛速度，在本文算法的控制下，四旋翼位置环的收敛时间都在 1.2 s达到稳定，而固定时间滑模控制算法[19]一般都是在1.4 s内达到稳定，因此，除了本文算法的收敛时间可由参数进行显式表示以外，本文算法的控制效果相对于固定时间滑模控制算法[19]的控制效果总体上也要更好。由图 12 可知，本文算法



(a) x 轴位置误差



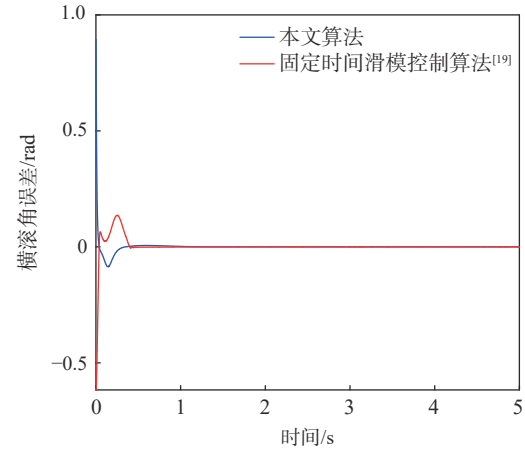
(b) y 轴位置误差



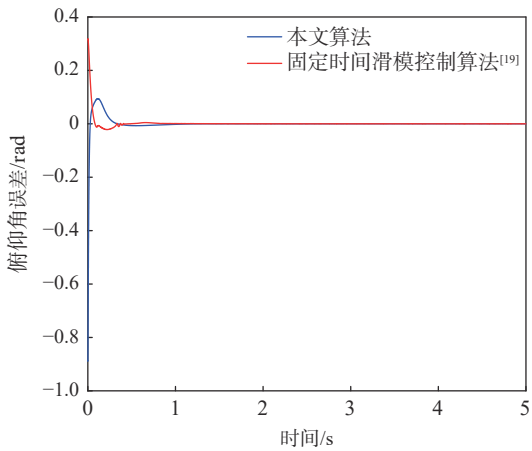
(c) z 轴位置误差

图 11 本文算法与固定时间滑模控制算法[19]位置误差

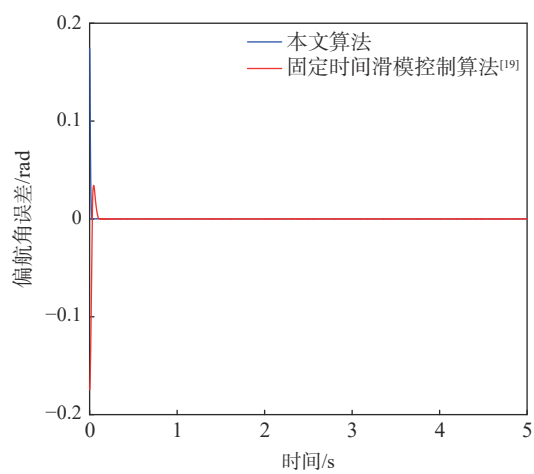
Fig. 11 Position errors between the proposed algorithm and fixed time control algorithm[19]



(a) 横滚角误差



(b) 俯仰角误差



(c) 偏航角误差

图 12 本文算法与固定时间滑模控制算法[19]姿态误差

Fig. 12 Attitude errors between the proposed algorithm and fixed time control algorithm[19]

和固定时间滑模控制算法[19]对于四旋翼姿态环的收敛时间都能够在0.5 s内达到稳定，因此，控制效果基本相同。

通过以上对比，可以发现，本文算法相对于固定时间滑模控制算法[19]，不仅收敛时间可以由某个参数进行显式表示，而且本文算法的收敛时间相对于固定时间滑模控制算法[19]要更快。

4 结 论

1）针对干扰未知的四旋翼控制问题，应用本文算法对四旋翼进行控制。本文算法先将期望轨迹输入给四旋翼控制器，利用本文算法对四旋翼的位

置和姿态进行控制。

2）结合仿真实验，进一步验证了本文算法不仅可以使得四旋翼的位置误差、姿态误差及位姿对应的滑模面都能够在预定的时间范围内收敛，并且通过与现有算法进行对比，验证了本文算法在收敛速度上具有更好的性能。

未来的工作将结合实际的四旋翼来验证本文算法的正确性并且对实际四旋翼中体现出来的本文算法不足进行修正。

参考文献（References）

[1] ZHU X, ZHANG X X, YAN M D, et al. Three-dimensional formation keeping of multi-UAV based on consensus[J]. Journal of Central South University, 2017, 24(6): 1387-1395.

[2] WANG B, HOU Z X, LU Y F, et al. Hover performance estimation and validation of battery powered vertical takeoff and landing aircraft[J]. Journal of Central South University, 2016, 23(10): 2595-2603.

[3] SONG Y L, XIAN B, ZHANG Y, et al. Towards autonomous control of quadrotor unmanned aerial vehicles in a GPS-denied urban area via laser ranger finder[J]. Optik, 2015, 126(23): 3877-3882.

[4] PÉREZ-ALCOCER R, MORENO-VALENZUELA J, MIRANDA-COLORADO R. A robust approach for trajectory tracking control of a quadrotor with experimental validation[J]. ISA Transactions, 2016, 65: 262-274.

[5] SHANG W, JING G H, ZHANG D D, et al. Adaptive fixed time nonsingular terminal sliding-mode control for quadrotor formation with obstacle and inter-quadrotor avoidance[J]. IEEE Access, 2021, 9: 60640-60657.

[6] PAN H H, SUN W C. Nonlinear output feedback finite-time control for vehicle active suspension systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(4): 2073-2082.

[7] LIU H, MA T, LEWIS F L, et al. Robust formation control for multiple quadrotors with nonlinearities and disturbances[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(4): 1362-1371.

[8] MA Z Q, LIU Z X, HUANG P F, et al. Adaptive fractional-order sliding mode control for admittance-based telerobotic system with optimized order and force estimation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(5): 5165-5174.

[9] SADALA S, PATRE B, GINOYA D. A new continuous integral sliding mode control algorithm for inverted pendulum and 2-DOF helicopter nonlinear systems: Theory and experiment[J]. Journal of Systems and Control Engineering, 2022, 236(3): 518-530.

[10] LI H W, MAGHAREH A, WILFREDO CONDORI URIBE J, et al. An adaptive sliding mode control system and its application to real-time hybrid simulation[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2022, 29(1): e2851.

[11] 王宁, 王永, 余明裕. 四旋翼飞行器自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1185-1194.
WANG N, WANG Y, YU M Y. Adaptive dynamic surface trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9): 1185-1194 (in Chinese).

[12] 杨伟, 崔国增, 李泽, 等. 四旋翼飞行器有限时间命令滤波反步控制[J]. 控制工程, 2022, 29(9): 1557-1565.
YANG W, CUI G Z, LI Z, et al. Finite-time command filtered backstepping control for a quadrotor UAV[J]. Control Engineering of China, 2022, 29(9): 1557-1565 (in Chinese).

[13] XU B. Composite learning finite-time control with application to quadrotors[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(10): 1806-1815.

[14] MURALIDHARAN V, EKBOTE A K, MAHINDRAKAR A D. Finite-time control of a quadrotor system[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(1): 643-647.

[15] WANG N, DENG Q, XIE G M, et al. Hybrid finite-time trajectory tracking control of a quadrotor[J]. ISA Transactions, 2019, 90: 278-286.

[16] SHAO X L, TIAN B, YANG W. Fixed-time trajectory following for quadrotors via output feedback[J]. ISA Transactions, 2021, 110: 213-224.

[17] MA D L, XIA Y Q, SHEN G H, et al. Practical fixed-time disturbance rejection control for quadrotor attitude tracking[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(8): 7274-7283.

[18] WU C H, YAN J G, SHEN J H, et al. Predefined-time attitude stabilization of receiver aircraft in aerial refueling[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems Ⅱ: Express Briefs, 2021, 68(10): 3321-3325.

[19] WANG J, MA X, ZHANG G W, et al. Fixed-time terminal sliding mode control for quadrotor aircraft[C]//Proceedings of the 11th International Conference on Modelling, Identification and Control. Berlin: Springer, 2020: 413-421.

Quadrotor sliding mode control based on predefined time

LIU Hao，HUANG Shan，TU Haiyan*

(College of Electrical Engineering，Sichuan University，Chengdu 610065，China)

Abstract：To address the control problem of the position loop and attitude loop of the quadrotor, so that the position and attitude of the quadrotor can be stable in the predetermined time, a position and attitude controller based on the predefined time sliding mode control algorithm is proposed. By controlling the position loop and attitude loop of the four rotors, the position and attitude of the quadrotor can be stabilized within a predetermined time. The proposed algorithm is proved by theoretical derivation and numerical simulation. The simulation results show that the position and attitude of the quadrotor with the proposed controller can achieve stability in the predetermined time.

Keywords：quadrotor; predefined-time stability; sliding mode control; position control; attitude control

Received：2022-06-12；**Accepted**：2022-11-14；**Published Online**：2022-12-28 16：31

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1943.005

* **Corresponding author**. E-mail：haiyantu@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0491

新型周转式轮腿机器人运动分析与步态规划

张承耀[1]，王刚[1,*]，车洪磊[2]，李文俊[1]

(1. 北京邮电大学 现代邮政学院，北京 100876；
2. 中国安全生产科学研究院 地铁火灾与客流疏运安全北京市重点实验室，北京 100012)

摘 要：针对现有四足机器人越障能力不足及越障不平稳的问题，提出一种通过轮系传动来实现高越障和质心平稳的新型轮腿式机器人。该机器人髋关节部位采用轮系构型，扩大机器人腿部运动范围，克服越障高度与机器人腿部长度之间的矛盾，同时通过合理的步态规划保证机器人质心的运动轨迹平稳。基于 Denavit-Hartenbery (D-H) 法建立机器人运动学模型，从而构建机器人腿部末端与越障高度的映射关系，根据此映射关系得出最佳越障高度为自身腿长高度的 66.4%，基于重心地面投影点 (CoG) 静态稳定性判据对机器人进行越障步态及行走静步态规划，并通过仿真实验验证此步态下质心的稳定。搭建实验样机，进行机器人越障实验，进一步验证所提轮腿机器人越障高度高及越障过程质心平稳的有效性和可行性。

关 键 词：轮腿机器人；越障；运动学分析；步态分析；髋关节机构
中图分类号：V221+.3; TB553
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1675-10

轮腿式机器人是从常规的轮式机器人和腿式机器人结构上改进而来。其优势在于不但具有腿式机器人的通过性高、适应性强的特点，同时具备了轮式机器人运动效率高、控制简单且稳定性好的优点[1-3]。在废墟生命检测和管廊故障检测等领域有着广泛应用。因此，对轮腿式机器人的研究吸引了众多学者的关注[4-6]。

传统轮腿式机器人在需要跨越高度较大的障碍物时，一般是通过增加腿的高度来实现，导致质心增高，运动不平稳，这样使其应用范围受到限制。余联庆等[7]通过设计机体翻转的四足机器人和 Sun 等[8]设计的可变形轮腿移动机器人在越障过程中均会出现较大程度的机体上下起伏现象。Zhou 等[9]通过增加机器人髋关节处的冗余度，增大机器人越障时的越障空间，最终完成跨越障碍物的高度超过其腿长的 20%，越障比有所提升但是依旧较低。Guan 等[10]提出通过增加接触点的方式，使机器人越障过程中重心更加稳定，此举使越障过程更稳定却不能提高越障高度。刘彪等[11]通过引入外力的方法能有效地改善机器人的跨越性能，但是越障比依旧较低。上述学者所设计的机器人均提高了部分越障性能，但并不能兼顾越障比及质心平稳。类似的研究还有 Niu 等[12]提出了一种采用串并联轮腿机构的新型救援机器人，验证了该轮腿机构能够满足行走的要求。王雁东等[13]将平行四边形机构应用于轮腿的设计中，提出了一种新型连杆铰接轮腿式机器人的设计方案。张礼华等[14]依据平行四边形悬挂机构的运动特性设计的轮式移动机器人具有良好的越障性能，通过将摆臂和行星轮机构结合而设计的新型轮腿式地面移动机器人克服了原有机器人不能跨沟的缺陷，对外界非结构化的路面环境具有良好的适应能力。Chen 等[15]针对复杂地面环境下重载机器人的垂直接触碰撞和水平滑动问题，提出了一种基于多传感器信息反馈的

收稿日期：2022-06-16；**录用日期**：2022-07-08；**网络出版时间**：2022-08-29 09:30
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220826.1454.007
基金项目：中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目 (2022JBKY01)；应急管理部消防救援局科技计划项目 (2020XFZD15)
* **通信作者**. E-mail：wg58977@163.com

引用格式：张承耀，王刚，车洪磊，等. 新型周转式轮腿机器人运动分析与步态规划 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1675-1684. ZHANG C Y，WANG G，CHE H L，et al. Motion analysis and gait planning of a novel revolving wheel-legged robot [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1675-1684（in Chinese）.

大负载并联六足轮腿机器人足稳定步行控制策略。Zhang等[16]提出了一种基于剪刀式机构的自适应轮腿形状可重构移动机器人，用于复杂地面环境上的障碍物检测和越障。Yumbla等[17]通过对腿的尺寸和关节范围的几何分析，探讨了腿的最佳位置，然而调整过程始终难以保持质心的稳定。Yoon等[18]通过对步态周期和步态模式进行调整使机器人免受来自地面的外部干扰或冲击，然而稳定的同时步态受到了很大的限制。Zhao等[19]针对复杂地形的穿越问题，为进一步提高穿越障碍物的能力，设计开发了一种环境适应性强的全地形轮腿混合机器人。Xu等[20]采用基于变形的等效机构概念对四足机器人的性能进行了研究。

综上所述，轮腿机器人在越障过程中依旧存在着越障高度过低和越障不平稳等问题，针对上述问题，本文提出了一种通过轮系传动来实现高越障和质心平稳的新型轮腿式机器人（简称轮腿机器人）。通过对机器人腿部结构参数与越障高度的模型优化，并设计该机器人的步态，使得机器人具备跨越越障比为66.4%的障碍物的能力及具备越障过程中的质心始终平稳的能力。本文详细介绍了本文轮腿机器人的结构、运动学模型及步态规划方法，并进行仿真及样机试验研究，最终验证其可靠性和稳定性。

1 轮腿机器人结构方案设计

1.1 轮腿机器人方案设计

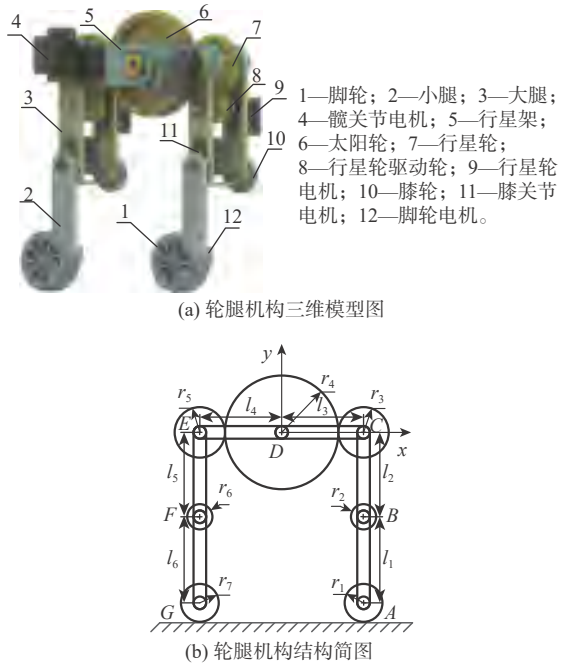
本文将三自由度连杆机构和周转轮系进行结合提出一种轮腿机器人，如图1所示，其中，1表示左侧轮腿机构；2表示中部平台；3表示右侧轮腿机构。机器人由3部分组成：左侧轮腿机构、中部平台、右侧轮腿机构。中部平台搭载控制器及电源并起到连接两侧轮腿机构的作用。

机器人左右两侧的轮腿机构示意图如图2所示，其中，r为半径，l为长度，左右2组腿部各由一个周转轮系和2条三自由度轮腿组成。周转轮系中间的太阳轮轴与中部平台固定不发生转动，行星轮通过行星架的连接可以实现绕太阳轮的转动。在周转轮系的2个行星架末端分别连接一条轮腿，每一条轮腿都有髋关节、膝关节和踝关节组成，与周转轮系共同组成一个三自由度的轮腿机构。左右2个轮腿机构存在一定的偏置，在越障过程中可以实现4条轮腿依次越过障碍物使机身更加稳定。



图1 轮腿机器人三维模型

Fig. 1 3D model of wheel-legged robot



(a) 轮腿机构三维模型图

(b) 轮腿机构结构简图

图2 轮腿机器人结构示意图

Fig. 2 Structure diagram of wheel-legged robot

轮腿机器人的每个关节上都安装有驱动电机，为各个关节提供驱动力矩。轮腿机构中太阳轮不发生转动，行星轮通过行星架与太阳轮连接可以绕太阳轮实现整周运动，这样可以使太阳轮为行星轮提供一个较大的锁定力矩来固定行星架的位置，而行星轮的动力则是由大腿结构中的驱动电机连接小齿轮所提供；在髋关节处有一个固连在行星架上的电机给髋关节提供动力来驱动髋关节带动整个大腿和小腿实现姿态的变化；在膝关节处由一个电机驱动膝关节控制小腿运动，并提供一个膝轮作为轮腿机器人在高速运动当中的辅助轮，不提供动力，当轮腿机构膝关节着地可以受到地面的支撑力；在踝关节处配备一个脚轮由一个电机驱动，作为整个机器人前后移动的动力源给机器人提供前进的动力。该轮腿机器人的设计流程如图3所示，其中，轮腿机器人中各部件的参数如表1所示。

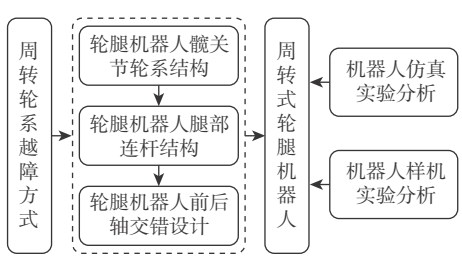


图3 轮腿机器人结构设计流程图

Fig. 3 Flow chart of structure design of wheel-legged robot

表 1　轮腿机器人各部分参数

Table 1　Parameters of each part of wheel-legged robot

部位	长度/mm	半径/mm	质量/g
后脚轮		32.5	58
后小腿	100		25
后膝轮		20	60
后大腿	110		180
后行星轮		31.25	130
后行星架	88		137
太阳轮		57.5	210
前行星架	88		137
前行星轮		31.25	130
前大腿	110		180
前膝轮		20	60
前小腿	100		25
前脚轮		32.5	58

1.2　轮腿机器人运动学分析

轮腿机器人在越障过程中, 左右 2 组轮腿机构会相继抬起 4 条轮腿来实现对于障碍物的跨越, 2 个轮腿机构在整个越障过程中按照一定的周期作出相同的越障动作, 但是存在一定的相位差别, 经过合理的步态规划可以使机器人平稳跨过障碍物。因此, 轮腿机构的运动是步态规划的基础。

轮腿机器人的本体构型将周转轮系与三杆机构结合。当轮腿机器人正常直线运动时, 其靠底部的 4 个脚轮驱动机器人前进; 当机器人要进行越障时, 其前后 2 腿相继抬高跨越障碍物。左右 2 组轮腿机构分别执行相同的越障动作, 但运动有一定的相位差。首先, 左侧机构的前腿先完成越障动作; 其次, 右侧机构的前腿完成越障; 然后, 左侧机构的后腿完成越障; 最后, 右侧机构的后腿轮腿机构再完成越障动作。本文对左侧轮腿机构的越障进行分析, 通过分析一组轮腿机构在越障过程的整个运动周期, 来进一步规划整个机器人的步态。

本文将每组轮腿的 2 条单腿简化成 2 个平面三自由度连杆机构, 以太阳轮圆心为基坐标系, 并分别建立其 Denavit-Hartenbery (D-H)模型, 如图 4 所示, 各部分参数如表 2 所示。

根据表 2 所示连杆参数, 可以求得轮腿机构后腿连杆变换矩阵如下:

$$ {}_1^0\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0\\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{1}$$

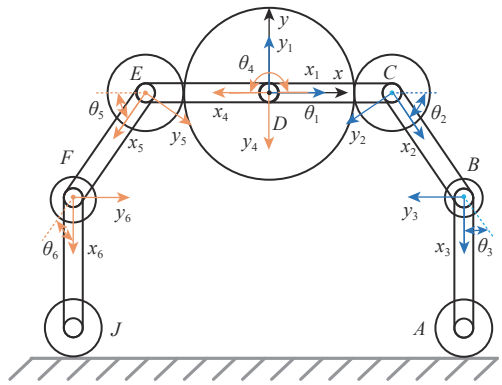


图 4　单腿 D-H 模型示意图

Fig. 4　Schematic diagram of one-legged D-H model

表 2　平面三自由度连杆参数

Table 2　Parameters of planar 3-dof connecting rod

关节i	连杆转角 α_{i-1}/(°)	连杆长度 l_{i-1}	连杆偏距 d_i/mm	关节转角θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	l_1	0	θ_2
3	0	l_2	0	θ_3
4	0	0	0	θ_4
5	0	l_4	0	θ_5
6	0	l_5	0	θ_6

$$ {}_2^1\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_3\\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$ {}_3^2\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & l_2\\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{3}$$

其中, 轮腿机构前腿的各连杆变换矩阵如下:

$$ {}_4^0\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 & 0\\ \sin\theta_4 & \cos\theta_4 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{4}$$

$$ {}_5^4\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & l_4\\ \sin\theta_5 & \cos\theta_5 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$ {}_6^5\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & l_5\\ \sin\theta_6 & \cos\theta_6 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{6}$$

将各连杆变换矩阵相乘, 分别得出前后两腿的变换矩阵如下:

$$ {}_3^0\boldsymbol{T}={}_1^0\boldsymbol{T}{}_2^1\boldsymbol{T}{}_3^2\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_1\cos\theta_2\cos\theta_3 & -\sin\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3 & 0 & l_1\cos\theta_1+l_2\cos\theta_1\cos\theta_2\\ \sin\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3 & \cos\theta_1\cos\theta_2\cos\theta_3 & 0 & l_1\sin\theta_1+l_2\sin\theta_1\sin\theta_2\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{7}$$

$$ {}_{6}^{0}\boldsymbol{T}={}_{4}^{0}\boldsymbol{T}_{5}^{4}\boldsymbol{T}_{6}^{5}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6 & -\sin\theta_4\sin\theta_5\sin\theta_6 & 0 & l_4\cos\theta_4+l_5\cos\theta_4\cos\theta_5\\ \sin\theta_4\sin\theta_5\sin\theta_6 & \cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6 & 0 & l_4\sin\theta_4+l_5\sin\theta_4\sin\theta_5\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{8}$$

其中，2个脚轮圆心处A、J这2点在基础坐标系中的位置矢量为

$$ {}^{0}\boldsymbol{A}={}_{3}^{0}\boldsymbol{T}^{3}\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}l_1\cos\theta_1+l_2\cos\theta_1\cos\theta_2+l_3\cos\theta_1\cos\theta_2\cos\theta_3\\ l_1\sin\theta_1+l_2\sin\theta_1\sin\theta_2+l_3\sin\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3\\ 0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_A\\ y_A\\ z_A\\ 1\end{bmatrix} \tag{9}$$

$$ {}^{0}\boldsymbol{J}={}_{6}^{0}\boldsymbol{T}^{3}\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}l_4\cos\theta_4+l_5\cos\theta_5\cos\theta_6+l_6\cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6\\ l_4\sin\theta_4+l_6\sin\theta_5\sin\theta_6+l_6\sin\theta_4\sin\theta_5\sin\theta_6\\ 0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_J\\ y_J\\ z_J\\ 1\end{bmatrix} \tag{10}$$

可以得出坐标点相对于基础坐标系的坐标为

$$ \begin{cases}x_A=l_1\cos\theta_1+l_2\cos\theta_1\cos\theta_2+l_3\cos\theta_1\cos\theta_2\cos\theta_3\\ y_A=l_1\sin\theta_1+l_2\sin\theta_1\sin\theta_2+l_3\sin\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3\end{cases} \tag{11}$$

$$ \begin{cases}x_J=l_4\cos\theta_4+l_5\cos\theta_4\cos\theta_5+l_6\cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6\\ y_J=l_4\sin\theta_4+l_5\sin\theta_4\sin\theta_5+l_6\sin\theta_4\sin\theta_5\sin\theta_6\end{cases} \tag{12}$$

2 越障步态分析

通过建立轮腿机器人腿部连杆运动学模型，得出脚轮相对于基坐标系的相对位置，从而构建轮腿机器人腿部各个关节角变化与越障高度的映射关系。由此得出轮腿机器人越障的最大高度值。

以膝轮B着地时膝轮圆心所处的位置为坐标原点建立大地坐标系xBy，如图5所示，整个轮腿机构质心在大地坐标系中坐标是(x,y)。当轮腿机构后腿屈膝前腿抬起时，其中，后腿2个与地面接触的点在大地坐标系中的坐标分别为(x'_a,y'_a)和(x'_b,y'_b)，

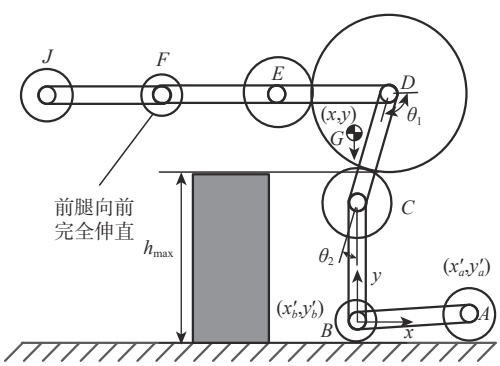


图5 机器人越障过程腿部坐标系

Fig. 5 Leg coordinate system of robot obstacle crossing process

根据重心地面投影点(center of gravity, CoG)静态稳定性判据[21]，即机器人的重心总是落在支撑腿构成的多边形内，轮腿机构重心在水平面的投影须保持在2个地面接触点之间含2个接触点，故轮腿机构要在静态状态下保持平衡需要满足如下条件：

$$ x'_b\leqslant x\leqslant x'_a \tag{13}$$

通过满足式(13)使轮腿机构保持平衡，其次，通过调整姿态来使轮腿机构质心位置移动到最高点，获得最大越障高度。故本文轮腿机器人考虑边界条件，当前腿完全向前伸直，轮腿机构通过调整姿态使质心的横坐标达到了x'_b，此时所能跨越障碍物的高度即为机器人保持静态平衡所能跨过的最大高度$h_{\max}$，如图5所示。将需要跨越的轮腿机构的前腿质心尽可能靠左，此时屈膝的后腿需要调整关节角θ_1和θ_2来确定轮腿机构的最大越障高度$h_{\max}$。机器人在大地坐标系中的质心坐标(x,y)如式(14)和式(15)所示。

$$ M=\sum_{i=1}^{6}m_i+\sum_{i=1}^{s}M_i \tag{14}$$

$$ \begin{cases}x=\dfrac{\left(\sum\limits_{i=1}^{6}x_im_i+\sum\limits_{i=1}^{8}X_iM_i\right)}{M}\\ y=\dfrac{\left(\sum\limits_{i=1}^{6}y_im_i+\sum\limits_{i=1}^{8}Y_iM_i\right)}{M}\end{cases} \tag{15}$$

式中：$m_i(i=1,2,\cdots,6)$分别表示6根连杆的质量；$M_i(i=1,2,\cdots,7)$分别表示圆轮及齿轮的质量；由于2个轮腿机构各承受一半中部平台的质量，M_8为中部平台质量的一半；$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,6)$分别为6根

连杆的质心坐标位置; $(X_i, Y_i)(i=1,2,\cdots,7)$分别为 7 个轮的质心坐标位置; (X_5, Y_8)为中部平台质心位置坐标, 其与太阳轮坐标质心坐标相同。各部件的质心坐标如下:

$$\begin{cases} x = 130.2\sin\theta_2 - 91.5\cos\theta_1 - 35.9 \\ y = 130.2\cos\theta_2 + 91.5\sin\theta_1 + 0.4 \end{cases} \tag{16}$$

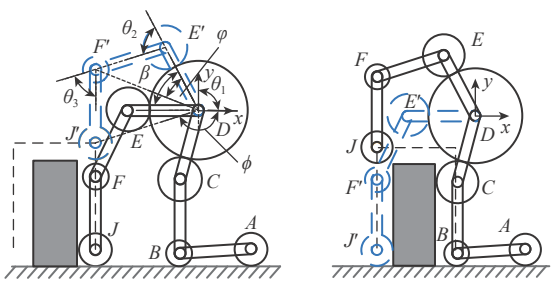
可知, 当质心横坐标 x 到达 x'_B 时, 此时质心 y 坐标最大。建立如下函数关系:

$$\begin{cases} \underset{\theta_1,\theta_2}{\text{argmax}}\ y(\theta_1,\theta_2) = 130.2\cos\theta_2 + 91.5\sin\theta_1 + 0.4 \\ \text{s.t.}\quad 130.2\sin\theta_2 - 91.5\cos\theta_1 - 35.9 = 0 \end{cases} \tag{17}$$

通过对式 (17) 进行优化求解可得出最大越障高度, 及相应的关节角度, 分别为 $h_{\max} = 161$ mm, $\theta_1 = 99°$, $\theta_2 = 9°$。由此可知, 轮腿机器人可以越过达到腿长高度 66.4% 的障碍物。相比同类型机器人如文献 [11] 可以越过高度为其腿长高度 43% 的障碍物, 本文轮腿机器人越障能力有了大幅提升。

基于上述得出的最大越障高度, 本文轮腿机器人要完成对于障碍物的跨越, 进一步沿障碍物规划一条最短路线轨迹, 该越障轨迹由机器人足部末端根据障碍物边界进行跨越所产生, 如图 6 所示。

图 6(a) 为轮腿机构在前腿抬起时脚轮所运行的轨迹, 在这个过程中通过变化 θ_4、θ_5、θ_6来调整前腿的姿态来完成这一动作, 图中虚线部分表示将要完成的动作; 由图 6(a) 到图 6(b) 这一过程是由机器人脚轮进行驱动前进, 使机器人完成前进运动到达前腿需要落下的位置时开始进行图 6(b) 的动作; 图 6(b) 为轮腿机构前腿落下时所运行的轨迹, 在这个过程中通过变化 θ_4、θ_5、θ_6 调整前腿的姿态来完成这一动作, 该动作关节角变化最少, 能以最简单的动作采用轮腿结合方式来完成越障。已知最大的越障高度 $h_{\max} = 161$ mm, 故 θ_4、θ_5、θ_6可以根据几何关系式 (18) 和式 (19) 求出。



(a) 前腿抬起脚轮路径　　(b) 前腿落下脚轮路径

图 6　越障轨迹示意图

Fig. 6　Schematic diagram obstacle crossing trajectory

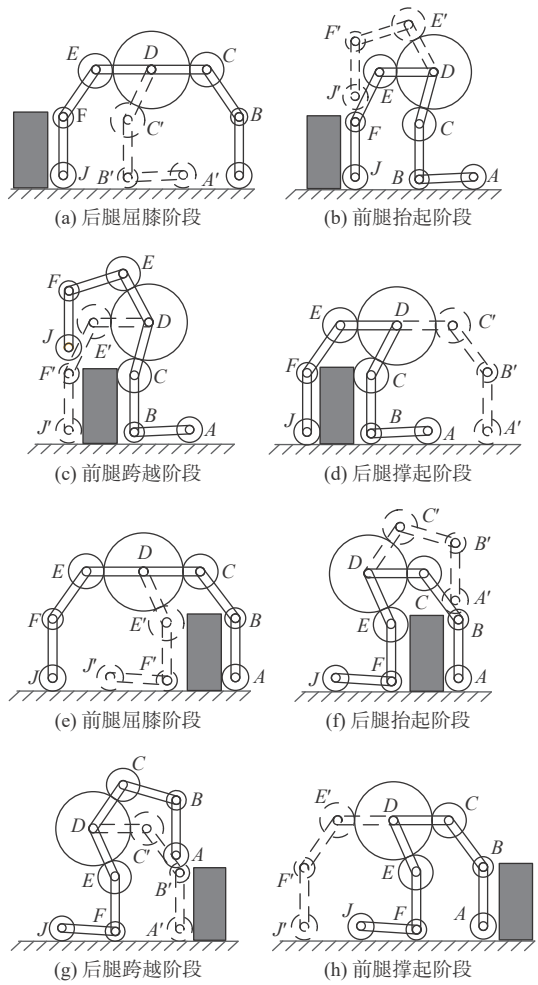
$$\begin{cases} x_J^2 + y_J^2 = l_4^2 + l_5^2 - 2l_4 l_5\cos(180 + \theta_4) \\ c_4 = \dfrac{x_J^2 + y_J^2 - l_4^2 - l_5^2}{2l_4 l_5} \end{cases} \tag{18}$$

$$\begin{cases} \beta = \text{Atan2}(y_J, x_J) \\ \cos\varphi = \dfrac{x_J^2 + y_J^2 + l_4^2 - l_5^2}{2l_4 l_5} \\ \theta_4 = \beta \pm \varphi \\ \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 = \phi \end{cases} \tag{19}$$

式中: (x_J, y_J)为轮腿机构的 D-H 模型中 J 点的坐标; φ、β、ϕ为关节角; 由式 (18) 和式 (19) 可以得出当前腿完全抬起时 θ_4、θ_5、θ_6的值, $\theta_4 = 123.5°$、$\theta_5 = 50.1°$、$\theta_6 = 39.9°$。

综上可以对轮腿机构的运动周期进行规划。一个完整的运动周期一共包括 8 个阶段, 如图 7 所示, 图中虚线部分表示的是轮腿机构在这个阶段当中将要完成的动作。

基于上述轮腿机器机构越障周期示意, 该机器人的步态规划如图 8 所示。机器人采用静态步行方式[22] 越障, 静态步行是一种始终保持缓慢运动的



(a) 后腿屈膝阶段　　(b) 前腿抬起阶段

(c) 前腿跨越阶段　　(d) 后腿撑起阶段

(e) 前腿屈膝阶段　　(f) 后腿抬起阶段

(g) 后腿跨越阶段　　(h) 前腿撑起阶段

图 7　轮腿机构运动周期示意图

Fig. 7　Schematic diagram of movement period of wheel-legged mechanism

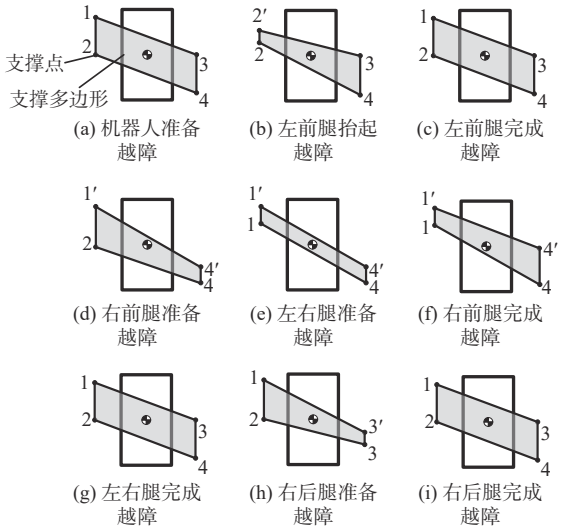


图 8 轮腿机器人步态示意图

Fig. 8 Gait schematic diagram of wheel-legged robot

方式，其要求整个机器人的重心在铅垂方向上的投影点必须在机器人与地面接触点所围成的多边形内部，所以如果不考虑单个接触“点”的面积大小，那么机器人应该至少始终有 3 点或 3 点以上着地。

如图 8 所示，1、2、3 和 4 表示由地面所提供给 4 个脚轮支撑力的支撑点的位置。其中 1′、2′、3′和 4′表示轮腿机器人在腿部姿态发生变化，膝轮着地时所对应轮腿多出来的支撑点的位置，灰色区域是支撑点所围成的多边形区域。

其中，图 8(a) 和图 8(b) 表示左前腿抬起进行越障阶段；图 8(b) 和图 8(c) 为左前腿完成越障阶段；图 8(c) 和图 8(d) 表示右前腿抬起进行越障阶段；图 8(d) 和图 8(e) 为左后腿抬起进行越障阶段，此时左后、右前 2 腿均抬起进行越障，由左前腿和和右后腿屈膝提供支撑；图 8(e) 和图 8(f) 是右前腿完成越障阶段；图 8(f) 和图 8(g) 是左后腿完成越障阶段；图 8(g) 和图 8(h) 是右后腿抬起进行越障阶段；图 8(h) 和图 8(i) 是右后腿完成越障阶段。

本文轮腿机器人由于结构原因左右 2 侧轮腿机构在越障过程会产生一定的相位差，而整个过程中机器人质心始终在支撑力形成的支撑多边形范围内，所以这个运动过程中机器人可以保持静态稳定。

根据整个越障周期轮腿机构的姿态变化，可以规划出各个关节角度的运动方程，以此控制整个轮腿机器人进行越障。其中，各关节角度的运动方程如下：

$$\theta_1=\arcsin\frac{-184.4}{\sqrt{a^2+b^2}}-\theta \tag{20}$$

其中，θ、a、b分别为

$$\begin{cases}\theta=\arccos\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\\ a=l_1+l_2\cos\theta_2+l_3\cos(\theta_2+\theta_3)\\ b=l_2\sin\theta_2+l_3\sin(\theta_2+\theta_3)\end{cases}$$

根据 CoG 稳定性判据，为提升机器人运动的稳定性，越障过程采用匀速运动。其中，θ_2和θ_3表达式分别为

$$\theta_2=\begin{cases}-50.1+59.1t & 0<t\leqslant 1\\ 9 & 1<t\leqslant 3\\ 9-59.1(t-3) & 3\leqslant t\leqslant 4\\ -50.1 & 4<t\leqslant 5\\ -50.1-4.7(t-5) & 5<t\leqslant 6\\ -54.8+4.7(t-6) & 6<t\leqslant 7\\ -50.1 & 7<t\leqslant 8\end{cases} \tag{21}$$

$$\theta_3=\begin{cases}-39.9+137.1t & 0<t\leqslant 1\\ 97.2 & 1<t\leqslant 3\\ 97.2-137.1(t-3) & 3<t\leqslant 4\\ -39.9 & 4<t\leqslant 5\\ -39.9-51.6(t-5) & 5<t\leqslant 6\\ -91.5+51.6(t-6) & 6<t\leqslant 7\\ -39.9 & 7<t\leqslant 8\end{cases} \tag{22}$$

式中：θ_4、θ_5和θ_6表达式分别为

$$\theta_4=\begin{cases}180 & 0\leqslant t\leqslant 1\\ 180-56.5(t-1) & 1<t\leqslant 2\\ 123.5+56.5(t-2) & 2<t\leqslant 3\\ 180 & 3<t\leqslant 4\\ 180+99(t-4) & 4<\mathrm{t}\leqslant 5\\ 279 & 5<t\leqslant 7\\ 279-99(t-7) & 7<t\leqslant 8\end{cases} \tag{23}$$

$$\theta_5=\arcsin\frac{c}{\sqrt{d^2+e^2}}-\theta' \tag{24}$$

$$\theta_6=\begin{cases}39.9 & 0<t\leqslant 1\\ 39.9+50.6(t-1) & 1<t\leqslant 2\\ 91.5-56.5(t-2) & 2<t\leqslant 3\\ 39.9 & 3<t\leqslant 4\\ 39.9-137.1(t-4) & 4<t\leqslant 5\\ -97.2 & 5<t\leqslant 7\\ -97.2+137.1(t-7) & 7<t\leqslant 8\end{cases} \tag{25}$$

式中：θ'、d、e、c表达式分别为

$$\begin{cases}\theta'=\arcsin\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\\ d=l_4+l_5\sin\theta_5+l_6\cos(\theta_5+\theta_6)\\ e=l_5\cos\theta_5+l_6\sin(\theta_5+\theta_6)\\ c=-184.4+161t-88\sin\theta_1\end{cases}$$

由各个关节的运动方程，可以得出轮腿机构各个运动阶段的关节角度，如表 3 所示，其中，a～h 对应图 8(a)～图 8(h) 对应的阶段。

表 3　关节转角变化

Table 3　Joint angle change　　(°)

阶段	θ_1	θ_1	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
a	−99	9	97.2	180	50.1	39.9
b	−99	9	97.2	123.5	54.8	91.5
c	−99	9	97.2	180	50.1	39.9
d	0	−50.1	−39.9	180	50.1	39.9
e	0	−50.1	−39.9	279	−9	−97.2
f	56.5	−54.8	−91.5	279	−9	−97.2
g	0	−50.1	−39.9	279	−9	−97.2
h	0	−50.1	−39.9	180	50.1	39.9

3　仿真分析

根据理论分析得到的运动方程, 对步态进行仿真验证。本文轮腿机器人在结合各机器人运动模型及机器人步态规划之后, 能够实现对障碍物的跨越, 以下是对机器人的仿真分析。根据式(20)建立的机器人运动学模型, 通过机械系统动力学自动分析 (automatic dynamic analysis of mechanical systems, ADAMS) 对步态规划进行仿真分析, 如图 9 所示, 图中表示的是轮腿机器人从右向左的整个越障过程。

将式 (16) 和式 (17) 建立的机器人质心坐标作为参考点, 得到如图 10 所示的质心变化曲线, 由图



(a) 左侧前腿越障

(b) 右侧前腿越障

(c) 左侧后腿越障

(d) 右侧后腿越障

图 9　轮腿机器人仿真分析

Fig. 9　Simulation analysis of wheel-legged robot

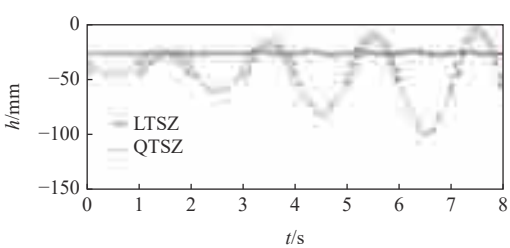


图 10　轮腿机器人与其他四足机器人质心轨迹

Fig. 10　Trajectories of wheel-legged quadruped robot and other quadruped robots

可知, 在整个越障运动过程中, 本文轮腿机器人质心变化曲线 (简称 LTSZ) 相对于其他四足机器人质心变化曲线 (简称 QTSZ) 质心变化明显更加平稳。并且通过轮腿机构在整个越障过程中各个关节角的变化曲线, 如图 11 所示, 各关节的角度变化连续。

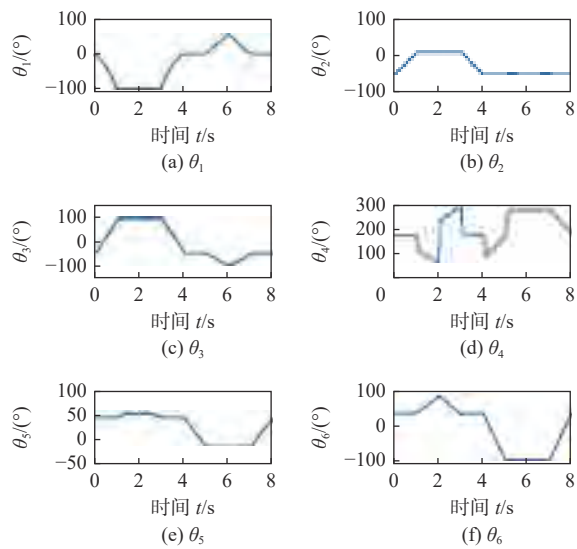


图 11　各关节角度变化

Fig. 11　Angle changes of each joint

根据图 11 关节变化曲线可以得出机器人越障时的足端轨迹仿真曲线, 如图 12 所示。



图 12　足端运动轨迹

Fig. 12　Foot motion trajectory

4　实验研究

为更好的验证本文轮腿机器人机构的正确性, 搭建轮腿机器人越障实验平台进行机器人的步态

规划实验，图 13 为本文轮腿机器人越障实验过程。轮腿机器人能够按照仿真步态进行实验，实验结果表明，轮腿机器人可以根据步态规划对最大高度h_{max} = 161 mm的障碍物完成跨越，并且控制机身仅有轻微的上下波动。由实验结果可以证明本文轮腿机器人及步态规划的可靠性和可行性。



(a) 左侧前腿越障



(b) 右侧前腿越障



(c) 左侧后腿越障



(d) 右侧后腿越障

图 13 轮腿机器人越障实验

Fig. 13 Test diagrams of wheel-legged robot obstacle climbing

5 结 论

1）对本文轮腿机器人建立其腿部参数与越障高度的映射关系，并以此得出其最大越障高度。

2）本文轮腿机器人可以实现对障碍物高度为161 mm 的跨越，越障比有了较大的提升，能够达到腿部高度的 66.4%，并通过仿真及实验验证。

3）本文轮腿机器人相比其他四足机器人在越障过程中质心高度更加平稳，在仿真分析及实验验证中均有所体现。

在后续的研究中，将致力于机器人动力学及运动控制算法方面的研究使机器人运行更加流畅。

参考文献（References）

[1] 刘吉成, 季洪超. 新型轮腿机器人步态规划策略[J]. 中国机械工程, 2019, 30(18): 2257-2262.
LIU J C, JI H C. Gait planning strategy for a new type of wheel-legged robot[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(18): 2257-2262(in Chinese).

[2] 秦现生, 张雪峰, 谭小群, 等. 类哺乳动物腿式机器人研究综述[J]. 中国机械工程, 2013, 24(6): 841-851.
QIN X S, ZHANG X F, TAN X Q, et al. Mammalian legged robot: A review[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(6): 841-851(in Chinese).

[3] 苏磊, 侯宇, 吴飞, 等. 轮足式机器人机构设计及越障性能分析[J]. 机械设计与制造, 2016(8): 46-48.
SU L, HOU Y, WU F, et al. Design and analysis of wheel foot type robot mechanism and the obstacle-surmounting performance[J]. Machinery Design & Manufacture, 2016(8): 46-48(in Chinese).

[4] 甄伟鲲, 康熙, 张新生, 等. 一种新型四足变胞爬行机器人的步态规划研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(11): 26-33.
ZHEN W K, KANG X, ZHANG X S, et al. Gait planning of a novel metamorphic quadruped robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(11): 26-33(in Chinese).

[5] 徐坤, 丁希仑, 李可佳. 圆周对称分布六腿机器人三种典型行走步态步长及稳定性分析[J]. 机器人, 2012, 34(2): 231-241.
XU K, DING X L, LI K J. Stride size and stability analysis of a radially symmetrical hexapod robot in three typical gaits[J]. Robot, 2012, 34(2): 231-241(in Chinese).

[6] ZHENG C G, LIU J H, GRIFT T E, et al. Design and analysis of a wheel-legged hybrid locomotion mechanism[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2015, 7(11): 168781401561690.

[7] 余联庆, 王玉金, 王立平, 等. 基于机体翻转的四足机器人翻越台阶过程的运动学分析[J]. 中国机械工程, 2012, 23(5): 518-524.
YU L Q, WANG Y J, WANG L P, et al. Kinematics analysis of quadruped robot climbing step based on body flipping[J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(5): 518-524(in Chinese).

[8] SUN T, XIANG X, SU W H, et al. A transformable wheel-legged mobile robot: Design, analysis and experiment[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 98: 30-41.

[9] ZHOU C X, WANG X, LI Z B, et al. Exploiting the redundancy for humanoid robots to dynamically step over a large obstacle[C]//Proceedings of the 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelli-

gent Robots and Systems. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1599-1604.

[10] GUAN Y S, YOKOI K, TANIE K. Feasibility: Can humanoid robots overcome given obstacles? [C]//Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2005: 1054-1059.

[11] 刘彪, 黄之峰, 章云. 借助外力助推的双足机器人越障及避障方法研究[J]. 广东工业大学学报, 2019, 36(2): 62-69.
LIU B, HUANG Z F, ZHANG Y. A research on biped robot's obstacle stepping over and avoidance assisted by external forces[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2019, 36(2): 62-69(in Chinese).

[12] NIU J Y, WANG H B, SHI H M, et al. Study on structural modeling and kinematics analysis of a novel wheel-legged rescue robot[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2018, 15(1): 172988141775275.

[13] 王雁东, 唐昭, 戴建生. 连杆铰接轮腿式机器人的运动学与步态分析[J]. 机械工程学报, 2018, 54(7): 11-19.
WANG Y D, TANG Z, DAI J S. Kinematics and gait analysis of a linkage-jointed wheel-legged robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(7): 11-19(in Chinese).

[14] 张礼华, 费蓝冰, 楼飞, 等. 新型轮腿式地面移动机器人的结构设计与运动特性分析[J]. 中国机械工程, 2015, 26(21): 2867-2872.
ZHANG L H, FEI L B, LOU F, et al. Structure design and analysis of movement characteristics for a new type wheel-legged UGV[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(21): 2867-2872(in Chinese).

[15] CHEN Z H, WANG S K, WANG J Z, et al. Control strategy of stable walking for a hexapod wheel-legged robot[J]. ISA Transactions, 2021, 108: 367-380.

[16] ZHANG S, YAO J T, WANG Y B, et al. Design and motion analysis of reconfigurable wheel-legged mobile robot[J]. Defence Technology, 2022, 18(6): 1023-1040.

[17] YUMBLA F, WOO S, YUMBLA E Q, et al. Motions analysis for stair climbing by two or three steps and cross over an obstacle for a quadruped Robot[C]//Proceedings of the 2020 20th International Conference on Control, Automation and Systems. Piscataway: IEEE Press, 2020: 262-267.

[18] YOON D, KIM B, JO I, et al. A dynamic locomotion strategy for stair walking of a quadruped robot[C]//Proceedings of the 2021 18th International Conference on Ubiquitous Robots. Piscataway: IEEE Press, 2021: 223-227.

[19] ZHAO J W, HAN T, WANG S Z, et al. Design and research of all-terrain wheel-legged robot[J]. Sensors, 2021, 21(16): 5367.

[20] XU K, ZI P J, DING X L. Gait analysis of quadruped robot using the equivalent mechanism concept based on metamorphosis[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, 32(1): 8.

[21] ERBATUR K, OKAZAKI A, OBIYA K, et al. A study on the zero moment point measurement for biped walking robots[C]//Proceedings of the 7th International Workshop on Advanced Motion Control Proceedings. Piscataway: IEEE Press, 2002: 431-436.

[22] 周坤, 李川, 李超, 等. 面向未知复杂地形的四足机器人运动规划方法[J]. 机械工程学报, 2020, 56(2): 210-219.
ZHOU K, LI C, LI C, et al. Motion planning method for quadruped robots walking on unknown rough terrain[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(2): 210-219(in Chinese).

Motion analysis and gait planning of a novel revolving wheel-legged robot

ZHANG Chengyao[1], WANG Gang[1,*], CHE Honglei[2], LI Wenjun[1]

(1. School of Modern Post, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;
2. Beijing Key Laboratory of Subway Fire and Passenger Traffic Safety, China Research Institute of Work Safety, Beijing 100012, China)

Abstract: To address the problems of the existing quadruped robot's insufficient obstacle surmounting ability and unstable obstacle surmounting, a new wheel-legged robot was proposed to achieve high obstacle surmounting and stable centroid through wheel-train transmission. Adopting the wheel configuration, the hip joint of the robot expands the range of motion of the robot leg, overcomes the contradiction between the height of obstacle crossing and the length of the robot leg, and ensures the smooth motion trajectory of the robot centroid through reasonable gait planning. A kinematics model of the robot was established based on Denavit-Hartenbery (D-H) method, and the mapping relationship between the end of the robot leg and the height of obstacle crossing was constructed. According to the mapping relationship, the optimal height of obstacle crossing was 66.4% of the length of the robot leg. The static stability criterionv center of gravity (CoG) is used to plan the obstacle crossing gait and static walking gait of the robot, and the stability of the center of mass under this gait is verified by simulation experiments. An experimental prototype was built and the obstacle crossing experiment was carried out, which further verified the effectiveness and feasibility of the high obstacle crossing height and stable centroid of the proposed wheel-legged robot.

Keywords: wheel-legged robot; obstacle crossing; kinematic analysis; gait analysis; hip joint structure

Received: 2022-06-16; **Accepted**: 2022-07-08; **Published Online**: 2022-08-29 09:30

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220826.1454.007

Foundation items: Central Public Welfare Research Institutes Basic Research Business Fund Project (2022JBKY01); Science and Technology Plan Project of Fire Rescue Bureau of Emergency Management Department (2020XFZD15)

* **Corresponding author**. E-mail: wg58977@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0496

基于智能体的电力系统分布式自适应抗干扰控制

石童昕，陈龙胜*，李统帅，金飞宇
(南昌航空大学 飞行器工程学院，南昌 330063)

摘 要：针对多机电力系统中不可避免存在非线性、不确定特性和动态干扰等问题，基于径向基神经网络(RBFNN)和非线性干扰观测器(NDO)提出一种分布式自适应抗干扰控制器，以增强多机电力系统的暂态稳定性和鲁棒性。采用RBFNN处理系统中的未知非线性问题，并基于神经网络的输出设计NDO以实现对复合扰动的在线估计；在多智能体框架下为多机电力系统提出一种分布式自适应抗干扰控制策略，实时接收通信网络测量的数据并控制储能装置动作，在外部扰动下实现各电机转速的快速同步与跟踪，并利用Lyapunov稳定性理论证明闭环系统信号的收敛性。仿真实验表明：所提策略有效可行。

关 键 词：暂态电力系统；神经网络；非线性干扰观测器；多智能体；暂态稳定性
中图分类号：TP273
文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1685-08

电力系统暂态稳定是电力系统安全运行的核心问题之一，随着大规模智能电网的形成，电力系统的暂态稳定问题已日益严峻，且系统内部的结构也越来越复杂[1-2]。由于电网的复杂交错，多机电力系统在运行过程中不可避免的受到非线性、不确定性和外部动态干扰的综合影响，传统的电力系统控制方法已难以满足现代化暂态电力系统安全可靠运行的需求[3-4]，如何对电力系统进行智能化控制已成为现今电气自动化研究领域的热门话题。

随着大数据时代的到来，电力设备智能化备受广大研究人员关注。已有众多学者陆续展开对暂态电力系统智能化控制的研究并取得了一定的学术成果，如反向传播或弹性反向传播技术[5]、高比例双馈风机并网技术[6]、深度卷积神经网络[7]及遗传算法[8]等电力系统控制研究策略。这些研究策略虽采用智能算法对暂态电力系统进行研究，但均未考虑多机电力系统参数一致性问题，具有一定的局限性。学者们针对不同类型的多机电力系统参数一致性问题提出了分布式控制策略[9-12]，如广域控制[9]、群集控制[10]、一致比例积分[11]及参数反馈线性化[12]等，这些策略均采用外部储能装置解决了暂态电力系统故障后的稳定控制问题。文献[13-15]将系统内各同步发电机视为单个智能体，利用通信网络将各智能体连接形成一个多机电力系统模型。文献[13]采用蜂拥算法解决了电力系统输电线路短路后恢复稳态过程中的控制问题，文献[14-15]针对暂态电力系统中不可避免存在非线性特性及参数未知等问题，在多智能体的框架下基于径向基神经网络(radial basis function neural network, RBFNN)为多机电力系统提出了分布式自适应控制方案。虽然RBFNN能解决电力系统参数未知和非线性问题，但是RBFNN会产生逼近误差，同时，多机电力系统不可避免的会受到外部动态干扰的影响。RBFNN的逼近误差和外部未知动态干扰会影响电力系统的性能，难以满足系统内同步发电机安全稳定运行的严格要求。

收稿日期：2022-06-16；**录用日期**：2022-07-08；**网络出版时间**：2022-11-02 17:48
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221102.1547.004
基金项目：国家自然科学基金(61963029)；江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ2201124)
* **通信作者**. E-mail：lschen2008@163.com

引用格式：石童昕，陈龙胜，李统帅，等. 基于智能体的电力系统分布式自适应抗干扰控制[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1685-1692. SHI T X，CHEN L S，LI T S，et al. Distributed adaptive anti-disturbance control for power systems based on multi-agents[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1685-1692 (in Chinese).

物理意义明确的非线性干扰观测器(nonlinear disturbance observer, NDO),可以对外部复合扰动进行在线估计并进行动态补偿。王晓光等[16]提出了基于NDO的计算力矩控制策略解决多输入、多输出中的欠约束问题;陈龙胜和杨辉[17]基于RBFNN和NDO提出了抗干扰控制策略处理非线性系统的不确定特性;李繁飙等[18]提出了基于NDO的滑模控制策略,解决了飞机防滑刹车过程中的强非线性、强耦合及参数时变等问题。基于NDO抗干扰控制策略在非线性系统控制中得到广泛应用,然而,在多机电力系统中,针对多智能体抗干扰控制方面的研究成果仍然很少。

鉴于以上分析,本文针对多机电力系统中存在非线性、不确定特性和动态干扰等问题,基于RBFNN和NDO提出一种分布式自适应抗干扰控制器。该控制器既可以在外部扰动下实现各电机转速的快速同步与跟踪,又能实现对复合扰动的在线估计。本文的主要工作归纳为:①与现有多机电力系统抗干扰成果相比,本文提出了基于RBFNN和NDO的分布式自适应抗干扰控制器处理多机电力系统中存在的非线性、不确定特性和动态干扰等问题,利用RBFNN逼近系统中未知的非线性特性,并基于神经网络的输出设计NDO以实现对复合扰动的在线估计。②在多智能体框架下为多机电力系统提出一种新的分布式自适应抗干扰控制策略,在外部扰动下实现各电机转速的快速同步与跟踪,并基于Lyapunov稳定理论证明了闭环系统的稳定性。③通过在新英格兰10机39节点测试系统上进行MATLAB/ Simulink仿真实验研究验证本文策略的有效性。

1 问题描述及预备知识

1.1 预备知识

为便于研究暂态电力系统同步发电机转速的一致性问题,将每台发电机视作单个智能体,同时引入代数图论的相关知识[19]:$G=(V,E,\boldsymbol{A})$表示网络拓扑无向图,$V=\{1,2,\cdots,n\}$表示同步发电机的节点集合,$E\in\{(i,j),i,j\in V\}$表示无向拓扑图的边集合,$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]_{n\times n}\in\mathbf{R}^{n\times n}$表示通信邻接矩阵,其对角线元素$a_{ii}=0$,同步发电机节点间的连接关系用元素$a_{ij}$表示,存在连接关系的节点$i$与$j$使$a_{ij}>0$,否则$a_{ij}=0$,与智能体$i$有连接关系的节点集合表示为$n_i=\{j\in V|\,(i,j)\in E,i\neq j\}$。$\boldsymbol{C}=\mathrm{diag}\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$为度矩阵,$c_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(j\neq i)$为节点$i$的度,在本文中$a_{ij}=a_{ji}$,则连通的无向图$G$的拉普拉斯矩阵可表示为$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{C}-\boldsymbol{A}$,并且矩阵$\boldsymbol{L}$具有以下2条性质[19]:

1)矩阵$\boldsymbol{L}$的秩为$\mathrm{rank}(\boldsymbol{L})=n-1$;

2)矩阵$\boldsymbol{L}$的特征值均为非负实数,且存在唯一的0特征值,其对应的特征向量的元素均为1。

矩阵$\boldsymbol{L}$的特征值记为$\lambda_i(\boldsymbol{L})$,按升序排列为$0=\lambda_1(\boldsymbol{L})<\lambda_2(\boldsymbol{L})\leqslant\cdots\leqslant\lambda_n(\boldsymbol{L})$。多机电力系统的一致性邻接矩阵定义为$\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}\{b_i\}$,存在连接关系的跟随者智能体$i$与领导者智能体使$b_i>0$,否则,$b_i=0$。将图$G$的权重矩阵表示为$\tilde{\boldsymbol{L}}=\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B}$。

对于图G和拉普拉斯矩阵$\boldsymbol{L}$有如下引理。

引理1[20] 连通的无向图G中,半正定的拉普拉斯矩阵$\boldsymbol{L}$的特征值均为非负实数,且存在唯一的0特征值。

引理2[20] 无向图G的拉普拉斯矩阵$\boldsymbol{L}$的特征值$\lambda_2(\boldsymbol{L})$满足:

$$\lambda_2(\boldsymbol{L})=\min_{\|\boldsymbol{x}\|\neq 0,\sum_{i=1}^{n}x_i=0}\frac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}\boldsymbol{x}}{\|\boldsymbol{x}\|^2}>0$$

因此,当$\sum_{i=1}^{n}x_i=0$时,有

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}\boldsymbol{x}\geqslant\lambda_2(\boldsymbol{L})\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x};$$

引理3[20] 对$\forall\boldsymbol{x}:\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$有

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}\boldsymbol{x}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(x_j-x_i)^2。$$

引理4[21-22] 在$\boldsymbol{X}$内,用RBFNN逼近任意未知非线性光滑函数$F(\boldsymbol{X}):\mathbf{R}^m\to\mathbf{R}$,即

$$f(\boldsymbol{X})=\boldsymbol{W}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})+\varepsilon(\boldsymbol{X}),\forall\boldsymbol{X}\in\Omega_{\boldsymbol{X}}$$

其中,$\Omega_{\boldsymbol{X}}$为$\mathbf{R}^m$内的紧集;$\boldsymbol{\Phi}(\cdot)=\mathbf{R}^m\to\mathbf{R}^l$为径向基函数;$\Phi_j(\boldsymbol{X})=\exp\left(-\left\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{\tau}_j\right\|^2/2\upsilon_j^2\right)$;$\boldsymbol{\tau}_j=\left[\tau_{j1},\tau_{j2},\cdots,\tau_{jm}\right]^{\mathrm{T}}$为神经元高斯中心;$\upsilon_j$为高斯宽度;$\boldsymbol{W}^*\in\mathbf{R}^l$为理想神经网络权值;$l>1$为神经网络隐含层节点数量,$j=1,2,\cdots,l$,在紧集$\Omega_{\boldsymbol{X}}$内存在理想权值$\boldsymbol{W}^*=\arg\min_{\boldsymbol{W}\in\mathbf{R}^l}[\sup_{\boldsymbol{X}\in\Omega_{\boldsymbol{X}}}|f(\boldsymbol{X})-\hat{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})|]$,使得逼近误差满足$\|\varepsilon(\boldsymbol{X})\|<\varepsilon^*$,且$\|\boldsymbol{W}^*\|$和$\|\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\|$均有界,即$\|\boldsymbol{W}^*\|\leqslant w_{\mathrm{M}}$和$\|\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\|\leqslant\phi_{\mathrm{M}}$,其中$w_{\mathrm{M}}>0$和$\phi_{\mathrm{M}}>0$均为未知数,$\varepsilon^*>0$为充分小的数。

引理5[23] 若$m>0,n>0,p>0$和$q>0$为实数,且满足$1/p+1/q=1$,则以下不等式成立:

$$mn\leqslant\frac{1}{p}m^p+\frac{1}{q}n^q$$

1.2 问题描述

电力系统内各同步发电机及与其相连的相关电气设备可视为非线性智能体,各智能体通过串、并联等连接关系相互关联,因此,全部发电机所组成的多机电力系统又可视为非线性多智能体电力

系统。定义同步发电机i的转子转速为ϖ_i, 单位为rad/s; 同步发电机i的转子功角记为δ_i, 单位为rad。当系统内存在外部储能装置时, 根据文献[24-25], 可利用摆动方程定义的非线性多智能体电力系统动力学方程来建立第i台同步发电机的动力学模型为

$$\begin{cases}\dot{\delta}_i=\varpi_i\\ \dot{\varpi}_i=\dfrac{1}{M_i}\left(-\Pi_i\varpi_i+\Xi_{\mathrm{m},i}-\Xi_{\mathrm{e},i}+u_i\right)\end{cases}\tag{1}$$

式中: u_i为同步发电机i母线上的电气设备输出; $\Xi_{\mathrm{m},i}$和$\Xi_{\mathrm{e},i}=\sum_{j=1}^{n}E_iE_j[G_{ij}\cos(\delta_i-\delta_j)+B_{ij}\sin(\delta_i-\delta_j)]$分别为发电机$i$功率的输入和输出; M_i和Π_i分别为发电机i的惯性常数和阻尼系数。发电机i的节点电压记为E_i; 节点i与j间的线路电导和线路电纳分别记为G_{ij}和B_{ij}。令$x_i=\varpi_i$和$f_i(x_i)=\left(-\Pi_ix_i+\Xi_{\mathrm{m},i}-\Xi_{\mathrm{e},i}\right)/M_i$, 在考虑外部动态干扰的前提下, 第$i$台同步发电机的电力系统动力学模型可进一步描述为

$$\dot{x}_i=f_i(x_i)+\frac{u_i}{M_i}+d_i\tag{2}$$

式中: d_i为第i台同步发电机所受到的外部时变动态干扰; $u_i\in\mathrm{R}$为发电机i的控制输入。

注释 1　本文所定义的转子转速和功角在未额外说明的情况下均表示偏差值, 即$\varpi_i=\varpi_i^{\mathrm{A}}-\varpi_i^{\mathrm{R}}$, $\delta_i=\delta_i^{\mathrm{A}}-\delta_i^{\mathrm{R}}$, 其中, ϖ_i^{A}、ϖ_i^{R}、δ_i^{A}和δ_i^{R}分别为电机转子的实际转速、额定转速、实际功角和额定功角。

控制目标　为非线性多智能体电力系统式(2)设计分布式自适应抗干扰控制输入协议u_i以实现暂态电力系统同步发电机转速的同步与跟踪, 使非线性多智能体电力系统在复杂的未知外部干扰下能够实现良好的控制性能, 提高非线性多智能体电力系统的控制精度, 使各节点同步发电机转速一致性误差收敛到原点附近的一个小邻域内。

为便于控制器设计, 引入如下假设。

假设 1　非线性多智能体电力系统各节点同步发电机的转子功角δ_i与转子转速x_i均可被测量。

假设 2　非线性多智能体电力系统内包含有一个转子转速输出为ϖ_{L}的虚拟领导者, 其状态可测且可被系统内的所有跟随者感知。

假设 3　非线性多智能体电力系统外部时变扰动d_i的导数存在且时变有界, 即$|\dot{d}_i|\leqslant\bar{d}_i$, $\bar{d}_i$为未知正常数。

2　自适应控制器设计及稳定性分析

非线性多智能体电力系统第i个同步发电机转速一致性误差定义为

$$z_i=\sum_{j\in N_i}a_{ij}\left(x_i-x_j\right)+b_i(x_i-\varpi_{\mathrm{L}})\tag{3}$$

式中: $z_i\in\mathrm{R}$; N_i为与同步发电机i相邻的发电机个数, 邻接矩阵表示为$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]\in\mathbf{R}^{n\times n}$, 其元素$a_{ij}$为相邻的同步发电机之间的权重。同步发电机$i$能接收发电机$j$的信息时取$a_{ij}=1$, 否则取$a_{ij}=0$; $a_{ii}=0$表示同步发电机不接收自身的信息; $b_i>0$为跟随者发电机和虚拟领导者发电机之间的权重。

由于非线性多智能体电力系统不可避免的存在难以精确获取的非线性特性, 传统的线性化控制难以解决问题, 为此, 采取RBFNN在线估计非线性函数$f_i(x_i)$来解决系统中未知非线性特性问题, 即$f_i(x_i)=\gamma_i^{-1}\boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(x_i)+\gamma_i^{-1}\varepsilon^*(t)$, 其中, $\gamma_i>0$为待设计参数, $\varepsilon^*(t)$为理想的逼近误差。于是, 式(2)可进一步表述为

$$\dot{x}_i=\gamma_i^{-1}\boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(x_i)+\frac{1}{M_i}u_i+D_i\tag{4}$$

其中, $D_i=d_i+\gamma_i^{-1}\varepsilon^*(t)$为复合干扰。根据假设3和RBFNN的性质可知$|\dot{D}_i|<\bar{D}_i$, 其中$\bar{D}_i>0$为未知常数。为抑制复合扰动对非线性多智能体电力系统的控制性能的影响, 提高多机电力系统的暂态稳定性和鲁棒性, 设计如下NDO在线观测复合干扰:

$$\begin{cases}\hat{D}_i=\hat{Z}_i+\gamma_ix_i\\ \dot{\hat{Z}}_i=-\gamma_i\left[\dfrac{1}{M_i}u_i+\gamma_i^{-1}\hat{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(x_i)+\hat{D}_i\right]\end{cases}\tag{5}$$

式中: $\hat{Z}_i$为辅助设计变量; $\hat{D}_i$为复合干扰的D_i估计值; $\hat{\boldsymbol{W}}_i$为$\boldsymbol{W}_i$的估计值。

非线性多智能体电力系统的同步发电机运行的控制协议设计为

$$u_i=-M_i\left[k_iz_i+\gamma_i^{-1}\hat{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(x_i)+\hat{D}_i\right]\tag{6}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_i=\boldsymbol{\Gamma}_i\left[\gamma_i^{-1}\boldsymbol{\Phi}(x_i)z_i-\sigma_i\hat{\boldsymbol{W}}_i\right]\tag{7}$$

$$k_i=\frac{1}{2}\lambda_{\max}(\boldsymbol{\Lambda})\beta_i+\frac{1}{2}\tag{8}$$

式中: $\gamma_i>0$、$\sigma_i>0$、$\beta_i>0$和$\boldsymbol{\Gamma}_i=\boldsymbol{\Gamma}_i^{\mathrm{T}}$为待设计的参数矩阵; $\boldsymbol{\Lambda}$为正定矩阵。

注释 2　式(8)所定义的增益参数k_i为权重矩阵$\tilde{\boldsymbol{L}}$和一致性误差z_i之间的关联参数, 其可便于后续Lyapunov函数的选取以实现所设计的控制协议结构简单的特点, 便于工程实现。

定理　对式(2)所描述的非线性多智能体电力系统, 在满足假设1～假设3的前提下, 如果NDO设计为式(5), 神经网络权值更新律设计为式(7), 增益参数k_i设计为式(8), 则在所设计的同步发电机运行的控制协议式(6)的作用下, 选择适当的设计参数γ_i、σ_i、β_i、$\boldsymbol{\Gamma}_i$可使非线性多智能体电力系统闭环系统满足: 闭环系统所有信号半全局一致有界; 非线性多智能体电力系统同步发电机转速一致性

误差z_i收敛到原点附近的一个小邻域内；非线性多智能体电力系统式(2)的跟随者可以实现对虚拟领导者发电机转子转速的快速跟踪。

证明 考虑Lyapunov函数如下：

$$V=\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{L}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_i^{-1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\tilde{D}_i^2 \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}},\boldsymbol{w}=[\varpi_L,\varpi_L,\cdots,\varpi_L]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$；$\tilde{\boldsymbol{L}}=\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B}$，$\tilde{\boldsymbol{L}}\in\mathbf{R}^{n\times n},\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}\{b_1,\cdots,b_n\}$；$\tilde{D}_i=D_i-\hat{D}_i$；$\tilde{\boldsymbol{W}}_i=\boldsymbol{W}_i^*-\hat{\boldsymbol{W}}_i$。根据代数图论及矩阵论的相关知识，易知矩阵$\tilde{\boldsymbol{L}}$有$n$个特征值，记为$\lambda_i,i=1,2,\cdots,n$。定义$\boldsymbol{P}=\left[p_1,p_2,\cdots,p_n\right]\in\mathbf{R}^n$为矩阵$\tilde{\boldsymbol{L}}$的特征向量，则$\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=\boldsymbol{E}$，且$\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\Delta}$，其中，$\boldsymbol{E}$为单位矩阵。于是有

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{L}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})=\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})=\\&\quad\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\Delta}^{-1}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})=\\&\quad\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})=\\&\quad\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}^{-1}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{L}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})=\frac{1}{2}\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{z}\end{aligned} \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{\Delta}=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n\}$，$\boldsymbol{z}=[z_1,z_2,\cdots,z_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$，且$\boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta}^{-1}\boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{\Lambda}$为一个正定的矩阵。根据拉普拉斯矩阵的定义和式(3)定义的一致性误差可得

$$\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{L}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})=\frac{1}{2}\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w}) \tag{11}$$

结合式(4)和式(11)，对式(9)两端求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}&=(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{L}}\dot{\boldsymbol{x}}+\sum_{i=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_i^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_i+\sum_{i=1}^{n}\tilde{D}_i\dot{\tilde{D}}_i=\\&\quad\sum_{i=1}^{n}z_i\dot{x}_i-\sum_{i=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_i^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_i+\sum_{i=1}^{n}\tilde{D}_i\dot{\tilde{D}}_i=\\&\quad\sum_{i=1}^{n}z_i\left[\gamma_i^{-1}\boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(x_i)+D_i+\frac{u_i}{M_i}\right]-\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_i^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_i+\sum_{i=1}^{n}\tilde{D}_i\dot{\tilde{D}}_i\end{aligned} \tag{12}$$

将式(6)和式(7)代入式(12)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}&=\sum_{i=1}^{n}\left[-k_iz_i^2+z_i\tilde{D}_i\right]+\sum_{i=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\sigma_i\hat{\boldsymbol{W}}_i+\sum_{i=1}^{n}\tilde{D}_i\dot{\tilde{D}}_i=\\&\quad\sum_{i=1}^{n}-k_iz_i^2+\sum_{i=1}^{n}z_i\tilde{D}_i+\sum_{i=1}^{n}\sigma_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{W}}_i+\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\tilde{D}_i\dot{D}_i-\sum_{i=1}^{n}\tilde{D}_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(x_i)-\sum_{i=1}^{n}\gamma_i\tilde{D}_i^2\end{aligned} \tag{13}$$

根据杨氏不等式可得

$$\tilde{D}_i\dot{D}_i\leqslant\frac{1}{2}\rho_{iD}\tilde{D}_i^2+\frac{1}{2\rho_{iD}}\dot{D}_i^2\leqslant\frac{1}{2}\rho_{iD}\tilde{D}_i^2+\frac{1}{2\rho_{iD}}D_0^2 \tag{14}$$

$$z_i\tilde{D}_i\leqslant\frac{1}{2}z_i^2+\frac{1}{2}\tilde{D}_i^2 \tag{15}$$

$$-\tilde{D}_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(x_i)\leqslant\frac{1}{2}\rho_i^2\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i+\frac{\phi_{\mathrm{M}}}{2\rho_i^2}\tilde{D}_i^2 \tag{16}$$

$$\begin{aligned}\sigma_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{W}}_i&=\sigma_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i^*-\sigma_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i\leqslant\frac{\sigma_i}{2}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i+\\&\quad\frac{\sigma_i}{2}\boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i^*-\sigma_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i=-\frac{\sigma_i}{2}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i+\\&\quad\frac{\sigma_i}{2}\boldsymbol{W}_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i^*\leqslant-\frac{\sigma_i}{2}\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i+\frac{\sigma_i}{2}\omega_{i\mathrm{M}}\end{aligned} \tag{17}$$

式中：$\rho_i>0$为设计常数，$\phi_{\mathrm{M}}>0$和$\omega_{i\mathrm{M}}>0$为未知常数。

将式(14)～式(17)代入式(13)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}&\leqslant-\sum_{i=1}^{n}k_iz_i^2+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{2}z_i^2+\frac{\tilde{D}_i^2}{2}\right]+\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{\sigma_i\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i}{2}+\frac{\sigma_i\omega_{i\mathrm{M}}}{2}\right)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\rho_{iD}\tilde{D}_i^2}{2}+\frac{D_0^2}{2\rho_{iD}}\right)+\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\rho_i^2\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i}{2}+\frac{\phi_{\mathrm{M}}\tilde{D}_i^2}{2\rho_i^2}\right)-\sum_{i=1}^{n}\gamma_i\tilde{D}_i^2\leqslant\\&\quad-\sum_{i=1}^{n}\left(k_i-\frac{1}{2}\right)z_i^2-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sigma_i}{2}-\frac{\rho_i^2}{2}\right)\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i-\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\left(\gamma_i-\frac{1}{2}-\frac{\rho_{iD}}{2}-\frac{\phi_{\mathrm{M}}}{2\rho_i^2}\right)\tilde{D}_i^2+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sigma_i\omega_{i\mathrm{M}}}{2}+\frac{D_0^2}{2\rho_{iD}}\right)\end{aligned} \tag{18}$$

当参数选取满足式(8)时，根据式(18)进一步可得

$$\begin{aligned}\dot{V}&\leqslant-\beta_i\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{\Lambda})z_i^2}{2}-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sigma_i}{2}-\frac{\rho_i^2}{2}\right)\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i-\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\left(\gamma_i-\frac{1}{2}-\frac{\rho_{iD}}{2}-\frac{\phi_{\mathrm{M}}}{2\rho_i^2}\right)\tilde{D}_i^2+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sigma_i\omega_{i\mathrm{M}}}{2}+\frac{D_0^2}{2\rho_{iD}}\right)\leqslant\\&\quad-\frac{\beta_i}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{L}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{w})-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sigma_i}{2}-\frac{\rho_i^2}{2}\right)\tilde{\boldsymbol{W}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_i\cdot\\&\quad\sum_{i=1}^{n}\left(\gamma_i-\frac{1}{2}-\frac{\rho_{iD}}{2}-\frac{\phi_{\mathrm{M}}}{2\rho_i^2}\right)\tilde{D}_i^2+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sigma_i\omega_{i\mathrm{M}}}{2}+\frac{D_0^2}{2\rho_{iD}}\right)\leqslant\\&\quad-cV+\eta\end{aligned} \tag{19}$$

式中：$c=\min\{\beta_i,\sigma_i-\rho_i^2/\lambda_{\max}(\boldsymbol{\Gamma}_i^{-1}),\ 2\gamma_i-1-\rho_{iD}-\varphi_{\mathrm{M}}/\rho_i^2>0\}$；$\eta=\sum_{i=1}^{n}\left(D_0^2/2\rho_{iD}+\sigma_i\omega_{i\mathrm{M}}/2\right)$且$c$可以充分大。式(19)两边同乘$\mathrm{e}^{ct}$并对时间$t$积分可得

$$V(t)\leqslant\frac{\eta}{c}+\mathrm{e}^{-ct}\left[V(0)-\frac{\eta}{c}\right] \tag{20}$$

当$t\to\infty$时，$\lim_{t\to\infty}V(t)=\eta/c$，这表明可以设计合适的参数使一致性误差收敛到原点附近的一个小邻域内。在式(6)所设计控制协议的作用下非线性多智能体电力系统的跟随者实现对虚拟领导者转子转速的快速跟踪。

3　仿真验证

为验证本文建立的非线性多智能体电力系统动力学模型及本文控制器的有效性, 采用新英格兰 10 机 39 节点测试系统为研究对象[26]进行仿真。非线性多智能体电力系统拓扑结构及拓扑关系如图 1 和图 2 所示。

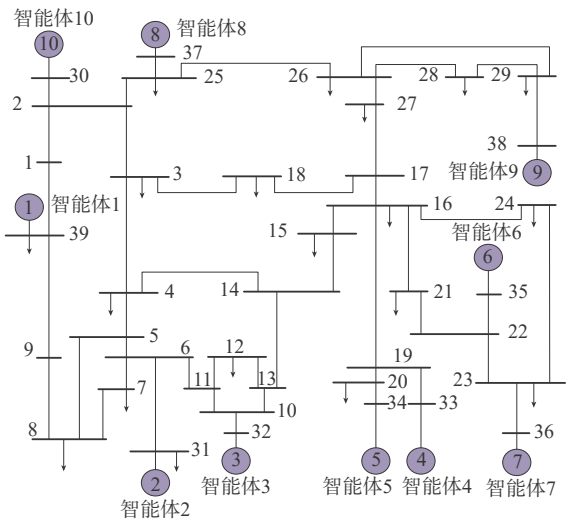
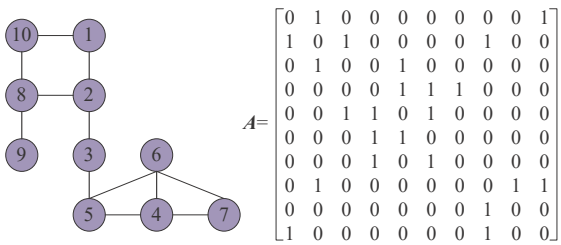


图 1　非线性多智能体电力系统测试系统图

Fig. 1　Test system diagram of nonlinear multi-agent power system



(a) 拓扑图　　(b) $\boldsymbol{A}$矩阵

图 2　非线性多智能体电力系统通信拓扑图及其$\boldsymbol{A}$矩阵

Fig. 2　Topology diagram of nonlinear multi-agent power system and $\boldsymbol{A}$-matrix

仿真时, 假设虚拟领导者发电机的转子转速输出为$\varpi_{\mathrm{L}}=\varpi_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}-\varpi_{\mathrm{L}}^{\mathrm{R}}=-5$ (°)/s, 其中, $\varpi_{\mathrm{L}}^{\mathrm{A}}$和$\varpi_{\mathrm{L}}^{\mathrm{R}}$分别为虚拟领导者转子实际转速和同步发电机转子的额定转速。非线性多智能体电力系统每个节点发动机转子转速的初始值为 $x_1(0)=x_2(0)=-30$, $x_3(0)=x_4(0)=x_5(0)=-20$, $x_6(0)=x_7(0)=-10$, $x_8(0)=x_9(0)=x_{10}(0)=-5$。非线性多智能体电力系统的参数设置如表 1 所示, 未知外部时变扰动d_i假设为

$$d_i=\begin{cases}0.3\sin t & t\leqslant 10\ \mathrm{s}\\ 0.3\cos 0.5t+0.3 & t>10\ \mathrm{s}\end{cases}\tag{21}$$

分布式自适应抗干扰控制器式 (6)～式 (8) 的相关参数选为$b_i=1$, $\gamma_i=100$, $|\boldsymbol{\Gamma}_i|=10$, $\sigma_i=5$, $\lambda_{\max}(\boldsymbol{\Lambda})=4.64$, $\beta_i=5$, $\hat{W}_i(0)=0$,RBFNN 的高斯宽度选取为

表 1　电力系统参数

Table 1　Parameters of power system

M_i	Π_i	E_i	E_j	G_{ij}	B_{ij}
30	30	1	1	100	25

$\upsilon_j=2$, 神经元高斯中心取$|\tau_j|\in[-2,2]$, $l=5$为神经元数, 仿真结果如图 3～图 8 所示。

图 3 为跟随者发电机转子转速的跟踪结果曲线, 由图可知, 10 个跟随者发电机可以在$t=0.15$ s 时实现对虚拟领导者发电机转子转速ϖ_{L}的跟踪。

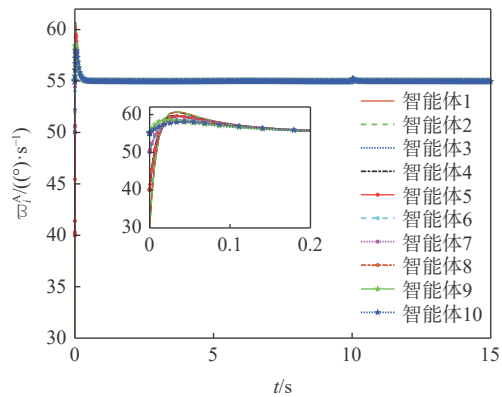


图 3　电力系统同步发电机转子转速

Fig. 3　Synchronous generator rotor speed of power system

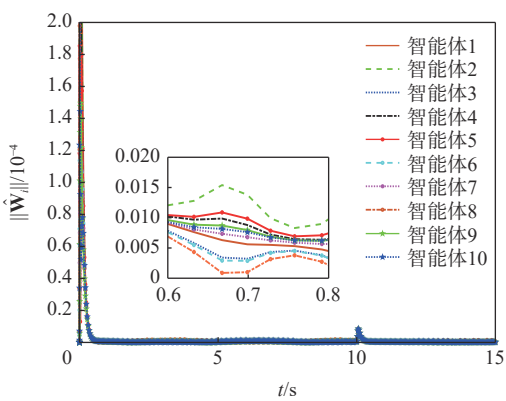


图 4　RBFNN 权值范数

Fig. 4　Norm of RBFNN weight

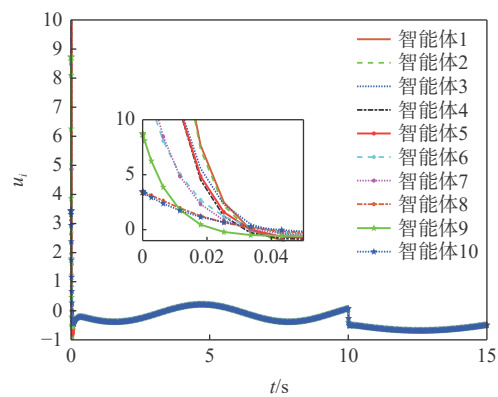


图 5　电力系统控制协议

Fig. 5　Power system control protocol

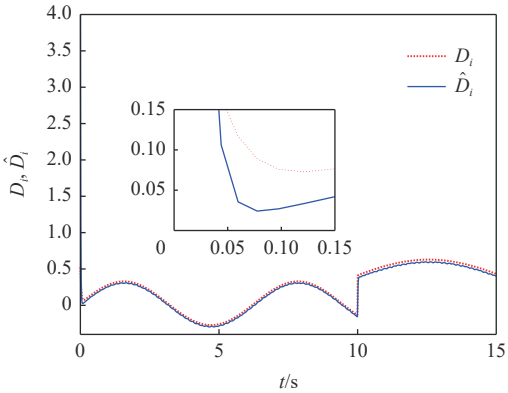


图6 复合扰动D_i及其估计$\hat{D}_i$

Fig. 6 Composite disturbance D_i and its estimate $\hat{D}_i$

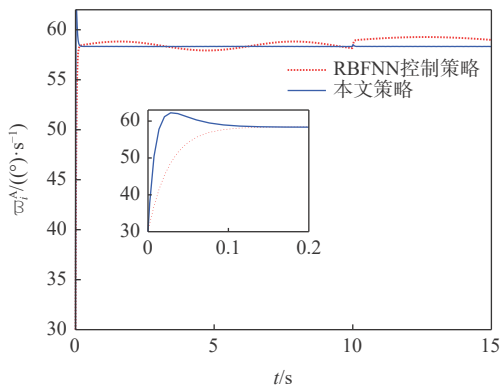


图7 同步发电机转子转速跟踪

Fig. 7 Rotor speed tracking of synchronous generator

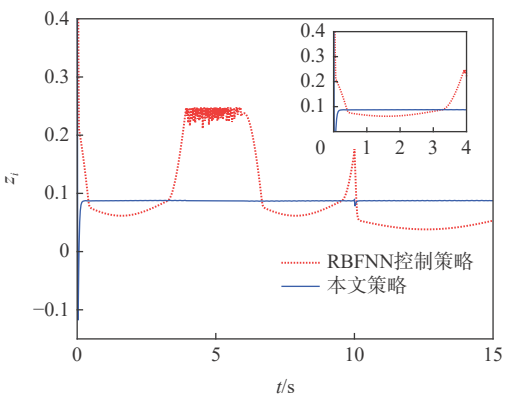


图8 一致性误差z_i

Fig. 8 Consensus error z_i

图4为RBFNN权值范数变化曲线，图5为非线性多智能体电力系统的控制输入曲线，由图4和图5可知，RBFNN权值范数和控制输入均有界。

图6为NDO对各智能体复合扰动D_i的估计效果，对图6中数据进行分析可知，NDO可以在约1.8%误差范围内实现对复合扰动的估计。

图7为不同控制策略下同步发电机转子转速跟踪效果对比，由图可知，相比于纯RBFNN的控制策略，本文策略的控制的抖动更小，跟踪效果更好。图8为不同控制策略下各节点同步发电机转速一致性误差z_i效果对比，相比于纯RBFNN的控制策略，本文策略一致性跟踪误差更小，对图8中数据进行分析可知本文策略最终可使一致性跟踪误差稳定在约0.2%的范围内。

为进一步验证本文策略的鲁棒性，考虑非线性多智能体电力系统在$t=2$ s发生断路故障，控制器的参数与非线性多智能体电力系统正常运行时控制器的参数相同。断路故障下，非线性多智能体电力系统同步发电机的转子转速和一致性误差效果如图9和图10所示，由图可知，在非线性多智能体电力系统发生断路故障时，各同步发电机转子转速仍然保持良好的追踪效果，且同步发电机转速一致性误差仍保持在约0.2%范围内不变。其余仿真效果均与图3～图8基本保持一致。根据仿真结果可知，本文策略在非线性多智能体电力系统发生断路故障时仍然保持良好的控制性能。

根据仿真结果可知在本文控制器的作用下，非线性多智能体电力系统所有同步发电机的转子转速均可快速实现一致，且能跟踪虚拟领导者转子转速的输出，所有同步发电机转子转速的一致性误差可收敛到原点附近。

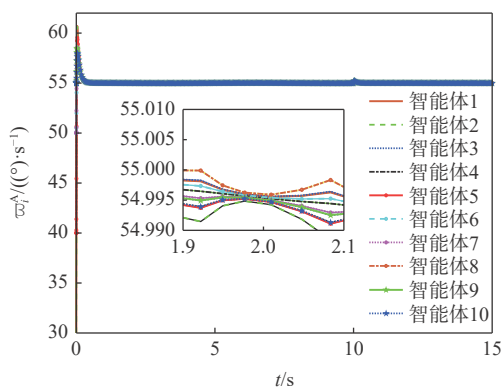


图9 断路故障下电力系统同步发电机转子转速

Fig. 9 Power system synchronous generator rotor speed with fault

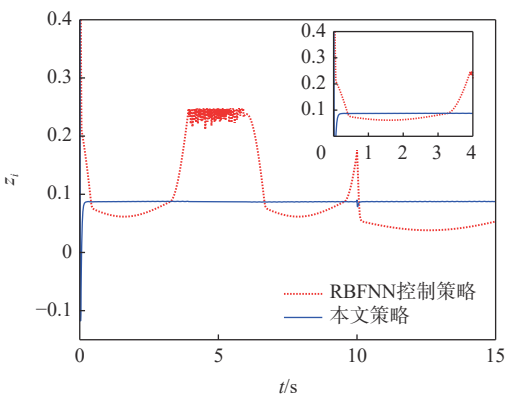


图10 断路故障下一致性误差z_i

Fig. 10 Consensus error z_i with fault

注释 3　仿真试验结果均采用同步发电机转子实际转速 ϖ_i^{A}, 即 $\varpi_i^{\mathrm{A}}=\varpi_i^{\mathrm{R}}-\varpi_i$, $\varpi_i^{\mathrm{R}}=60$ (°)/s为转子转速的额定值。

4　结　论

1) 本文针对非线性多智能体电力系统中存在非线性、不确定特性和动态干扰等问题, 基于 RBFNN 和 NDO 提出一种分布式自适应抗干扰控制器。

2) 利用 RBFNN 逼近系统中未知非线性特性, 并基于神经网络的输出设计 NDO 以实现对复合扰动的在线估计, 为非线性多智能体电力系统提出一种新的分布式自适应抗干扰控制策略, 实时接收通信网络测量的数据并控制储能装置动作, 在外部扰动下实现各电机转子转速的快速同步与跟踪, 且利用 Lyapunov 稳定性判据可证明闭环系统信号的收敛性。

3) 数值仿真验证了本文策略有效可行。

参考文献（References）

[1] KUNDUR P, BALU N J, LAUBY M G. Power system stability and control[M]. New York: McGraw-Hill, 1994: 1-1176.

[2] 姚良忠, 吴婧, 王志冰, 等. 未来高压直流电网发展形态分析[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(34): 6007-6020.
YAO L Z, WU J, WANG Z B, et al. Pattern analysis of future HVDC grid development[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(34): 6007-6020(in Chinese).

[3] 刘瑞环, 陈晨, 刘菲, 等. 极端自然灾害下考虑信息-物理耦合的电力系统弹性提升策略: 技术分析与研究展望[J]. 电机与控制学报, 2022, 26(1): 9-23.
LIU R H, CHEN C, LIU F, et al. Power system resilience enhancement strategy considering cyber-physical interdependence under disasters: Development and prospects[J]. Electric Machines and Control, 2022, 26(1): 9-23(in Chinese).

[4] 赵宏博, 姚良忠, 王伟胜, 等. 大规模风电高压脱网分析及协调预防控制策略[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(23): 43-48.
ZHAO H B, YAO L Z, WANG W S, et al. Outage analysis of large scale wind power under high voltage condition and coordinated prevention and control strategy[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(23): 43-48(in Chinese).

[5] NANDA J, SACHAN A, PRADHAN L, et al. Application of artificial neural network to economic load dispatch[C]//Proceedings of the 1997 Fourth International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, APSCOM-97. Hong Kong: IET, 1997, 2: 707-711(in Chinese).

[6] 刘铖, 张宇驰, 蔡国伟, 等. 基于网络能量的高比例 DFIG 并网电力系统暂态稳定紧急控制[J]. 高电压技术, 2022, 48(8): 3109-3118.
LIU C, ZHANG Y C, CAI G W, et al. Transient stability emergency control of high proportion DFIG grid-connected power system based on network energy[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(8): 3109-3118(in Chinese).

[7] 强子玥, 吴俊勇, 李宝琴, 等. 基于改进 AlexNet 的电力系统暂态功角失稳紧急控制策略[J]. 高电压技术, 2022, 48(7): 2794-2804.
QIANG Z Y, WU J Y, LI B Q, et al. Emergency control strategy for transient angle instability of power system based on improved AlexNet[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(7): 2794-2804(in Chinese).

[8] 王彤, 刘九良, 朱劭璇, 等. 基于随机森林的电力系统暂态稳定评估与紧急控制策略[J]. 电网技术, 2020, 44(12): 4694-4701.
WANG T, LIU J L, ZHU S X, et al. Transient stability assessment and emergency control strategy based on random forest in power system[J]. Power System Technology, 2020, 44(12): 4694-4701(in Chinese).

[9] VAHIDNIA A, LEDWICH G, PALMER E W. Transient stability improvement through wide-area controlled SVCs[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(4): 3082-3089.

[10] WEI J, KUNDUR D, ZOURNTOS T, et al. A flocking-based dynamical systems paradigm for smart power system analysis[C]//Proceedings of the 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting. Piscataway: IEEE Press, 2012: 1-8.

[11] ANDREASSON M, DIMAROGONAS D V, SANDBERG H, et al. Distributed control of networked dynamical systems: Static feedback, integral action and consensus[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(7): 1750-1764.

[12] FARRAJ A, HAMMAD E, KUNDUR D. A cyber-enabled stabilizing control scheme for resilient smart grid systems[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, 7(4): 1856-1865.

[13] FARRAJ A, HAMMAD E, KUNDUR D. On the use of energy storage systems and linear feedback optimal control for transient stability[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 13(4): 1575-1585.

[14] 陈世明, 韩红泉. 一种具有非线性动力学模型的智能电网快速分布式控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 1849-1854.
CHEN S M, HAN H Q. A fast distributed control of smart grids with nonlinear dynamic model[J]. Control and Decision, 2021, 36(8): 1849-1854(in Chinese).

[15] 陈世明, 卢家胜, 高彦丽. 基于神经网络的电力系统暂态稳定分布式自适应控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1407-1414.
CHEN S M, LU J S, GAO Y L. Neural network-based distributed adaptive control for power system transient stability[J]. Control and Decision, 2021, 36(6): 1407-1414(in Chinese).

[16] 王晓光, 吴军, 林麒. 欠约束绳牵引并联支撑系统运动学分析与鲁棒控制[J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2021, 61(3): 193-201.
WANG X G, WU J, LIN Q. Kinematics analysis and control of under-constrained cable-driven parallel suspension systems[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2021, 61(3): 193-201(in Chinese).

[17] 陈龙胜, 杨辉. 多约束纯反馈非线性系统鲁棒自适应抗干扰控制[J]. 中国科学:信息科学, 2021, 51(4): 633-647.
CHEN L S, YANG H. Adaptive robust anti-disturbance control for pure feedback nonlinear systems with multiple constraints[J]. Scientia Sinica (Informationis), 2021, 51(4): 633-647(in Chinese).

[18] 李繁飙, 黄培铭, 阳春华, 等. 基于非线性干扰观测器的飞机全电刹车系统滑模控制设计[J]. 自动化学报, 2021, 47(11): 2557-2569.
LI F B, HUANG P M, YANG C H, et al. Sliding mode control

design of aircraft electric brake system based on nonlinear disturbance observer[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(11): 2557-2569(in Chinese).

[19] GODSIL C D, ROYLE G. Algebraic graph theory[M]. Berlin: Springer, 2001: 1-19.

[20] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.

[21] CHEN M, SHAO S Y, JIANG B. Adaptive neural control of uncertain nonlinear systems using disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47: 3110-3123.

[22] LONG L, ZHAO J. Switched-observer-based adaptive neural control of MIMO switched nonlinear systems with unknown control gains[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2017, 28(7): 1696-1709(in Chinese).

[23] ZHOU Q, ZHAO S Y, LI H Y, et al. Adaptive neural network tracking control for robotic manipulators with dead zone[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30: 3611-3620.

[24] ANDERSON P M, FOUAD A A. Power System Control and Stability[M]. Piscataway: IEEE Press, 2003: 1-672.

[25] VITTAL V, MCCALLEY J D, ANDERSON P M, et al. Power system control and stability[M]. Third Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2019: 1-813.

[26] SINGH A K, PAL B C. IEEE PES task force on benchmark systems for stability controls[R]. Piscataway: IEEE Press, 2013: 1-23.

Distributed adaptive anti-disturbance control for power systems based on multi-agents

SHI Tongxin，CHEN Longsheng*，LI Tongshuai，JIN Feiyu

(School of Aircraft Engineering，Nanchang Hangkong University，Nanchang 330063，China)

Abstract：In response to problems like the inevitable nonlinearities, uncertainties and dynamic external disturbances in multi-machine power systems, a distributed adaptive anti-disturbance control scheme is proposed based on radial basis function neural networks (RBFNN) and nonlinear disturbance observers (NDO) to enhance transient stability and robustness. The unknown nonlinearities of the system are approximated by RBFNN, and NDO are designed based on the output of RBFNNs to estimate the compounded disturbances on-line. A novel distributed adaptive anti-disturbance control scheme for multi-machine power systems is developed with multi-agents' framework, which can receive real-time data measured by communication networks, and control the action of energy storage devices. The speed synchronization of each motor is guaranteed in the presence of external disturbances, and the stability of the closed-loop system is proven based on the Lyapunov stability theory. The simulation results verify the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords：transient power system；neural network；nonlinear disturbance observer；multi-agents；transient stability

Received：2022-06-16；**Accepted**：2022-07-08；**Published Online**：2022-11-02 17：48

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221102.1547.004

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (61963029); Science and Technology Research Project of Jiangxi Provincial Department of Education (GJJ2201124)

* **Corresponding author**. E-mail：lschen2008@163.com

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0503

基于高速飞行器火力控制模型的智能解算方法

杨犇[1]，金飞腾[2]，刘燕斌[1,*]，陈柏屹[1]，彭寿勇[3]

(1. 南京航空航天大学 航天学院，南京 211106；2. 南京航空航天大学 自动化学院，南京 211106；
3. 北京空天技术研究所，北京 100074)

摘　　要：研究吸气式高速飞行器的火力控制解算问题，针对高速飞行器较传统的亚音速与超音速飞行器系统响应时间短，飞行环境复杂，对火力控制模型解算要求度高等难点，提出了一种高速飞行器火力控制模型的解算方法。构建了面向高速飞行器平台的火力控制模型，并根据高速飞行器的飞行特性，使用快速模拟法结合阿基米德优化算法求解攻击区域，并反解出载机初始的指令信号。仿真结果表明，该解算方法解算精度高，控制参数少，所实现的攻击区域广，且能发挥高速飞行器较强的飞行性能。

关 键 词：高速飞行器；火力控制；攻击区域；阿基米德优化算法；智能解算
中图分类号：V271.4; TB553
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1693-09

随着高新军事技术的不断发展与革新，未来的战场纵深将会大大扩大。未来战略威慑能力很大程度上将取决于各国对于空间纵深的争夺能力与全球快速打击能力。因此，近年来各军事强国都加强了对于高速作战飞机的研究[1]。而且，与助推-滑翔的高速打击器不同，采用吸气式推进方式的可重复使用高速飞行器作战任务成本更低[2]，由于其具有极快的飞行速度与超强的机动性，飞行器的作战方式将会更加灵活[3]。然而，航空火力控制系统是未来空战制胜的核心要素[4]。未来的空中战场环境更加复杂，任务更加艰巨，对火力控制系统提出了更高的要求[5]。

目前火力控制方法的应用对象大都是亚音速/超音速的有人作战飞行器(战斗/轰炸机)；然而，在高速领域，对吸气式高速飞行器的火力控制策略的研究较为缺乏。高速飞行器相较于传统飞行器飞行速度显著提升，其飞行环境更加复杂，受扰动频率高，因而具有系统响应时间短，实时性高的特点[6-7]。因此对火力控制系统提出了更多新要求，对于算法的解算精度要求也有所提高。不仅如此，人工智能技术的发展给未来的火力控制系统带来了新的方向[8-9]。航空火力控制系统的智能化[10]，既是把握住了航空火力控制系统发展的技术方向，更是航空火力控制系统发展的重要任务[11]；因此，智能火控系统拥有非常广阔的应用场景。

近年来，群智能算法因其具有控制参数少，易于实现与收敛性强的特点，受到学界的广泛关注[12]。受到自然界种群的特点影响与启发，很多学者提出了诸多中元启发式算法，在生物制药、金融、农业与工程等诸多方面有着大量的应用，代表性算法有蚁群优化(ant colony optimization, ACO)[13]、遗传算法(genetic algorithm, GA)[14]、粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)[15]以及鸽群优化(pigeon-inspired optimization, PIO)[16]等。目前国内外的火力控制方法大多都是较为经典的传统数值积分方法，缺乏对于智能火控系统的研究，近年来，国内外出现了一些智能化的火力控制解算方法研

收稿日期：2022-06-20；**录用日期**：2022-08-12；**网络出版时间**：2023-01-12 14:23
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1853.007
基金项目：中央高校基本科研业务费专项资金 (NS2021061)；江苏省基础研究计划青年基金项目 (BK20200437)
* **通信作者**. E-mail：liuyb@nuaa.edu.cn

引用格式：杨犇，金飞腾，刘燕斌，等. 基于高速飞行器火力控制模型的智能解算方法 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1693-1701. YANG B，JIN F T，LIU Y B，et al. Intelligent solution method based on high-speed aircraft fire control model [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1693-1701 (in Chinese).

究，陈磊等[17]针对现有火力控制方法准确性与实时性无法兼顾的问题，提出了一种新型融合式火力控制方法。Xu等[18]提出了一种基于多岛遗传算法与二次规划的制导炸弹投放区计算的方法。Seong-Gyun等[19]则使用人工神经网络，对传统的连续计算可达域方法进行了优化。

使用群智能算法可以优化火控系统的指令，实现火力控制的智能化决策。因此，为了适应未来战场的空中火力控制需要，有必要设计一种适用于高速作战飞机的火力控制智能解算方法。

1 问题模型建立

本节主要构建了高速飞行器载机平台的火力控制模型，其中包括导弹外弹道模型、目标运动状态模型与火力控制问题解算模型。

1.1 导弹外弹道模型

本文载机投放对象的模型使用美国空军的通用航空飞行器(common aero vehicle, CAV)[20]，基于CAV模型，美国波音公司与洛克希德·马丁公司分别设计了CAV-L[21]与CAV-H飞行器[22]。本文采用CAV-H模型作为仿真对象。飞行器质量为907 kg，气动参考面积为0.483 9 m^2，气动参考长度为3.187 7 m。基于已公布的CAV-H的风洞试验数据[23]进行多项式拟合分析，基于对数据的拟合分析，拟合曲面如图1所示，从图中可以看出，拟合效果良好，可为后续研究的模型提供支持。气动系数随马赫数Ma与迎角α之间的多项式关系为

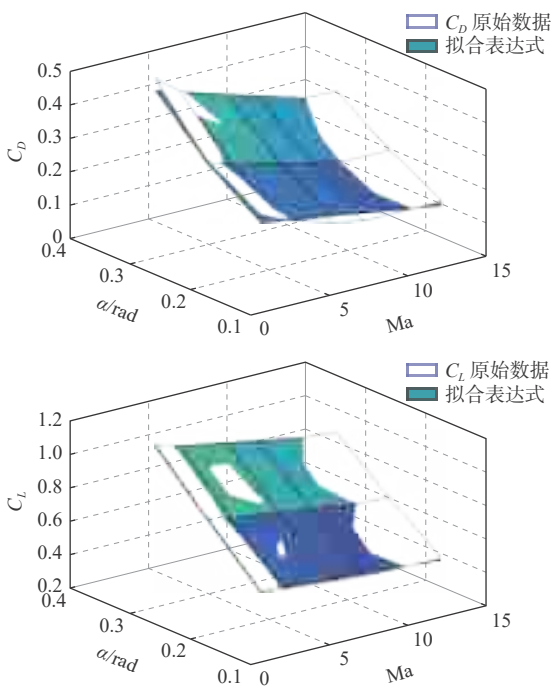


图1 CAV-H模型气动参数拟合曲面

Fig. 1 Fitting surface of CAV-H model aerodynamic parameters

$$\begin{cases} C_L = a_0 + a_1 Ma + a_2 Ma\alpha + a_3\alpha + a_4\alpha^2 \\ C_D = b_0 + b_1 Ma + b_2 Ma\alpha + b_3\alpha + b_4\alpha^2 \end{cases} \tag{1}$$

式中：C_L为升力系数；C_D为阻力系数；a_i和b_i分别为模型中的参数，其中下标$i=0,1,2,3,4$。经过拟合与数据验证，参数的取值分别为

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.093\ 15 \\ 0.003\ 512 \\ -0.059\ 01 \\ 2.959 \\ 1.247 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.110\ 6 \\ -0.000\ 414 \\ -0.038\ 91 \\ -0.015\ 67 \\ 3.158 \end{bmatrix} \tag{3}$$

高速飞行器作为载机投放平台时，战场纵深会大大扩大，而且飞行器的飞行特点使得初始的投放速度与高度都会出现变化，投放高度达到20 km以上，初始的投放速度要达到4Ma以上。因此在空空火力控制系统仿真中需要考虑到地球曲率带来的离心加速度与自转带来的哥氏加速度的问题。因此，需要建立在旋转圆形大地下的导弹运动模型为

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = V\sin\gamma \\ \dfrac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t} = \dfrac{V\cos\gamma\sin\psi}{R\cos\phi} \\ \dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \dfrac{V\cos\gamma\cos\psi}{R} \\ \dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \dfrac{X\cos\alpha - D}{m} - g\sin\gamma + \\ \qquad \omega_e^2 R\cos\phi(\sin\gamma\cos\phi - \cos\gamma\cos\psi\sin\phi) \\ \dfrac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = \dfrac{(X\sin\alpha + L)\cos\sigma}{mV} - \dfrac{g\cos\gamma}{V} + \\ \qquad \dfrac{V\cos\gamma}{R} + f_\gamma(\omega_e) \\ \dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \dfrac{(X\sin\alpha + L)\sin\sigma}{mV\cos\gamma} + \dfrac{V\cos\gamma\sin\psi\tan\phi}{R} + f_\psi(\omega_e) \end{cases} \tag{4}$$

式中：t为飞行时间；R为导弹飞行器质心到地心的距离；ϑ为经度；ϕ为纬度；V为导弹飞行器的速度；γ为弹道倾角；ψ为弹道偏角；m为导弹飞行器的质量；X、D和L分别为飞行器所受的推力、阻力与升力；g为飞行器所在位置当地的重力加速度；σ为导弹飞行器的倾侧角；ω_e为地球自转角速度；$f_\gamma(\omega_e)$与$f_\psi(\omega_e)$分别为地球自转对弹道倾角与弹道偏角的影响项，具体表达式为

$$\begin{cases} f_\gamma(\omega_e) = 2\omega_e V\sin\psi\cos\phi + \\ \qquad \omega_e^2 R\cos\phi(\cos\gamma\cos\phi + \sin\gamma\cos\psi\sin\phi) \\ f_\psi(\omega_e) = \dfrac{\omega_e^2 R\sin\psi\sin\phi\cos\phi}{\cos\gamma} - \\ \qquad 2\omega_e V(\tan\gamma\cos\psi\cos\phi - \sin\phi) \end{cases} \tag{5}$$

1.2　目标运动状态模型

本文采用交互式多模型（interacting multiple model, IMM）算法[24]对目标进行预测，将目标短时间内的可能运动状态分解为恒定速度（constant velocity, CV）模型、恒转弯运动（constant turn, CT）模型与辛格（加速度随时间呈指数衰减运动）模型的综合。

1.3　火力控制问题解算模型

在高速飞行器的空对空打击中，由于导弹载机平台为可重复使用的飞推耦合的吸气式高速飞行器，机动性能优异，飞行包线大，平台的综合作战性能较传统的作战飞行器大大提升。平台的高性能可以使平台发射的弹丸较传统战斗轰炸机携带的弹丸要求有所降低；例如在火力发射中，投放的弹丸初速很大，因此弹药可以不带动力，可以考虑采用无动力制导炸弹的形式，降低导弹投放的成本。

建立火控命中问题解算模型具体为：在火力控制发射中采用快速模拟法进行仿真，具体包括如下步骤：

1）对导弹和目标机动的数学模型作出必要简化，导弹、攻击机和目标被看作是位于同一平面内的运动质点，作用在导弹上的力简化为作用在导弹质点上的推力、阻力和升力，导弹采用比例导引规律，不考虑控制系统的作用。

2）用快速变步长的积分方法求解导弹的运动微分方程组。

3）程序优化设计，采用结构模块化等手段，提高运算速度。

建立高速飞行器导弹打击平台空空打击的数学模型，导弹与目标的视线角速度$\dot{q}$为

$$\dot{q} = \left[V_1\sin(q-\theta) - V_M\sin(q-\theta_M)\right]/r \tag{6}$$

距离变化率$\dot{r}$为

$$\begin{cases} \dot{r} = V_M\cos(q-\theta_M) - V_1\cos(q-\theta) \\ q = q_0 + q\Delta t \\ r = r_0 + r\Delta t \end{cases} \tag{7}$$

式中：V_1为载机速度；V_M为目标速度；r为目标距离；θ为载机速度偏角；q为视线角；θ_M为目标速度倾角；q_0为导弹与目标间视线角初值；r_0为导弹与目标距离初值；Δt为目标飞行时间。

目标的运动特性方程由式（8）描述：

$$\dot{\theta}_M = \dot{\theta}_M(G_M, V_M) \tag{8}$$

式中：G_M为目标机动过载；$\dot{\theta}_M$为目标速度倾角变化率。当$G_M = 0$时，目标作等速度直线运动，当$G_M \neq 0$时，目标作等速圆周运动。

对式（8）积分后得

$$\begin{cases} \theta_M = \theta_M(\theta_{M0}, G_M, V_M, T) \\ \theta_{M0} = q_0 - \eta_{M0} \end{cases} \tag{9}$$

式中：T为目标在导弹发射瞬间计时的飞行时间；θ_{M0}为目标速度倾角初值；η_{M0}为目标航向角初值。

对导弹的加速度进行积分后，得到导弹在任一瞬间的速度值为

$$V = V_0 + \dot{V}\Delta t \tag{10}$$

式中：V_0为导弹的初始速度；$\dot{V}$为导弹速度变化率。常用比例导引律公式为

$$\dot{\theta} = K\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{11}$$

其中：K为比例引导系数；$\dot{\theta}$为速度偏角变化率。

由于目标的运动不仅会影响到目标本身的运动特性，还会对导弹自身的导引律产生影响：

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}(K, \dot{q}, G_M) \tag{12}$$

式中：$\dot{q}$为视线角变化率。

综上可得，高速飞行器载机投放平台的火力控制模型方程为

$$\begin{cases} \dot{q} = \left[V_1\sin(q-\theta) - V_M\sin(q-\theta_M)\right]/r \\ \dot{r} = V_M\cos(q-\theta_M) - V_1\cos(q-\theta) \\ \dot{\theta} = \dot{\theta}(K, \dot{q}, G_M) \\ q = q_0 + q\Delta t \\ r = r_0 + r\Delta t \end{cases} \tag{13}$$

载机执行空对空任务火力控制示意图如图 2 所示，η_M为目标航向角，η为载机航向角。载机的机载火控雷达在距离r处探测到目标以后，火控计算机根据导弹性能与弹-目相对态势，生成火控模型方程组并对其进行实时解算，解算出导弹的攻击区，完成初始参数装订。导弹发射后，导引头截获目标并自主飞向目标。

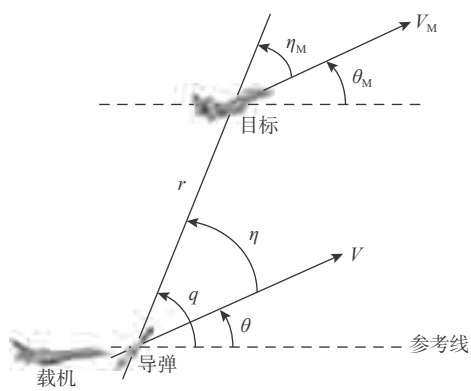


图 2　空空任务火力控制示意图

Fig. 2　Schematic diagram of air-to-air mission fire control

2 阿基米德优化算法

阿基米德优化算法 (Archimedes optimization algorithm, AOA) 是一种新式的基于种群的元启发式算法。该种算法由 Hashim 等[25]在 2020 年首次提出。算法以阿基米德浮力原理为基础，种群个体是浸入的对象。该算法以随机体积、密度和加速度的对象 (候选解) 的初始种群开始搜索过程。在这个阶段，每个对象在流体中的随机位置也被初始化。在评估了初始种群的适应度后，面向对象方法在迭代中工作，直到满足终止条件。在每次迭代中，算法更新每个对象的密度和体积。物体的加速度会根据它与其他任何相邻物体的碰撞情况而更新。更新的密度、体积和加速度决定了一个物体的新位置。作为一种全局优化算法，算法分为探索与开发两大阶段。算法使用转移因子 T_{F} 与密度因子 d^{j+1} 来实现 2 种阶段的转化过程，具体步骤如下：

2.1 算法初始化

在算法的初始化阶段，算法初始化每个个体的密度 d_{en}、体积 v_{ol}、加速度 a_{cc}。并依照适应度要求选出最优适应度个体 x_{best}、最优密度 $d_{\mathrm{en,best}}$、最优体积 $v_{\mathrm{ol,best}}$ 以及最优加速度 $a_{\mathrm{cc,best}}$。

开始，物体之间发生碰撞，经过一段时间后，物体试图达到平衡状态，转移算子与密度因子将算法的流程从探索模式转换为开发模式，转移因子 T_{F} 与密度因子 d^{j+1} 的定义式分别为

$$T_{\mathrm{F}}=\exp\left(\frac{j-j_{\max}}{j_{\max}}\right) \tag{14}$$

$$d^{j+1}=\exp\left(\frac{j_{\max}-j}{j_{\max}}\right)-\frac{j}{j_{\max}} \tag{15}$$

式中：j 与 $j_{\max}$ 分别为算法的当前迭代次数与最大迭代次数。每一次迭代算法都会更新个体的密度与体积，更新公式分别为

$$\begin{aligned} d_{\mathrm{en}i}^{j+1}&=d_{\mathrm{en}i}^{j}+r_{\mathrm{and}}(d_{\mathrm{en,\ best}}-d_{\mathrm{en}i}^{j})\\ v_{\mathrm{ol}i}^{j+1}&=v_{\mathrm{ol}i}^{j}+r_{\mathrm{and}}(v_{\mathrm{ol,\ best}}-v_{\mathrm{ol}i}^{j}) \end{aligned} \tag{16}$$

其中：r_{and} 为范围在 [0,1] 之间的随机数；$d_{\mathrm{en}i}^{j+1}$ 与 $v_{\mathrm{ol}i}^{j+1}$ 分别表示第 i 个粒子在 j+1 次迭代更新后的密度与体积；$d_{\mathrm{en,best}}$ 与 $v_{\mathrm{ol,best}}$ 分别为当前最优的密度与体积。

2.2 探索模式

如果转移算子 $T_{\mathrm{F}}\leqslant 0.5$，物体之间发生碰撞，算法处于探索模式。此时个体加速度的更新公式为

$$a_{\mathrm{cc}i}^{j+1}=\frac{d_{\mathrm{en,mr}}+v_{\mathrm{ol,mr}}a_{\mathrm{cc,mr}}}{d_{\mathrm{en}i}^{j+1}v_{\mathrm{ol}i}^{j+1}} \tag{17}$$

式中：$a_{\mathrm{cc,mr}}$、$d_{\mathrm{en,mr}}$ 和 $v_{\mathrm{ol,mr}}$ 分别为随机个体的加速度、密度和体积；$a_{\mathrm{cc}i}^{j+1}$ 表示第 i 个物体在 j+1 次迭代更新的加速度。

第 i 个对象在 j+1 次迭代的位置为

$$x_i^{j+1}=x_i^{j}+C_1r_{\mathrm{and}}a_{\mathrm{cc,norm}}^{j+1}d\left(x_{r,\mathrm{and}}-x_i^{j}\right) \tag{18}$$

2.3 开发模式

当转移算子 $T_{\mathrm{F}}>0.5$ 时，算法进入开发模式，此时物体的位置更新公式以及加速度更新公式分别为

$$\begin{aligned} x_i^{j+1}=&x_{\mathrm{best}}^{j}+FC_2r_{\mathrm{and}}a_{\mathrm{cc}i,\mathrm{norm}}^{j+1}dT'x_{\mathrm{best}}-\\ &x_i^{t}FC_2r_{\mathrm{and}}a_{\mathrm{cc}i,\mathrm{norm}}^{t+1}dT'x_{\mathrm{best}} \end{aligned} \tag{19}$$

$$a_{\mathrm{cc}i}^{t+1}=\frac{d_{\mathrm{en,best}}+v_{\mathrm{ol,best}}a_{\mathrm{cc,best}}}{d_{\mathrm{en}i}^{j+1}v_{\mathrm{ol}i}^{j+1}} \tag{20}$$

式中：常数 C_2=6；T' 随时间增加，与转移算子成正比，$T'=C_3T_{\mathrm{F}}$；C_3 为常数；T' 在 [0.3C_3，1] 范围内随迭代而增加，最初从初始物体的最佳位置取一定百分比。F 是物体移动方向的标志：

$$F=\begin{cases}1 & P\leqslant 0.5\\ -1 & P>0.5\end{cases} \tag{21}$$

其中：$P=2r_{\mathrm{and}}-C_4$，C_4 为常数。

在更新完加速度过后，对加速度进行标准化处理，处理公式为

$$a_{\mathrm{cc}i,\mathrm{norm}}^{j+1}=u\frac{a_{\mathrm{cc}i}^{j+1}-\min a_{\mathrm{cc}}}{\max a_{\mathrm{cc}}-\min a_{\mathrm{cc}}}+l \tag{22}$$

式中：u 与 l 是归一化的范围，分别将 u 与 l 的值设置为 0.9 与 0.1；$a_{\mathrm{cc}i,\mathrm{norm}}^{j+1}$ 定义了每个个体将改变的步长百分比，如果物体距离全局最优值很远，加速度值就会很高，此时算法将处于探索模式；反之，算法处于开发模式。

综上，阿基米德优化算法的伪代码如下：

```
procedure AOA(种群大小 N, 最大迭代次数 t_max,其余算法参数 C_1, C_2, C_3, C_4)
分别初始化具有随机位置、密度与体积的对象种群
评估初始种群并选择具有最佳适应度值的种群
设置迭代计数器 j=1
while j≤j_max do
  for 每一个对象 i do
        用公式更新每一个对象的密度与体积
        分别使用公式和更新转移因子 T_F 与密度因子 d^{j+1}。
        if T_F≤0.5 then ▷探索模式
            使用公式更新对象加速度以及使用 (22) 标准化加速度
            使用更新位置
        else                ▷开发模式
```

使用公式更新对象加速度以及使用标准化加速度

使用公式更新方向标志 F

使用公式更新位置

end if

end for

评估每个对象并选择具有最佳适应度值的对象

$j=j+1$

end while

return 最佳适应值的对象

end procedure

2.4　算法测试

为测试阿基米德优化算法解算工程问题的性能，本文分别使用了 3 个基准测试函数：Ackley 函数、Rastrigin 函数[26] 和 Rosenbrock 函数。

1）Ackley 函数

Ackley 函数是一种多峰值优化函数，其表达式为

$$y=-20\exp\left(-0.2\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^2/n}\right)-\exp\left(\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)/n\right)+20+e\quad |x_i|\leqslant 32 \tag{23}$$

2）Rastrigin 函数

Rastrigin 函数是一种非线性优化函数，表达式为

$$y=\sum_{i=1}^{E-1}\left(x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10\right) \tag{24}$$

3）Rosenbrock 函数

Rosenbrock 函数是一种非凸函数，表达式为

$$y=\sum_{i=1}^{E-1}\left(100\left(x_i^2-x_{i+1}^2\right)+(x_i-1)^2\right) \tag{25}$$

本文分别使用了粒子群优化（PSO）算法、鸽群优化 (PIO) 算法、量子鸽群优化（quantum pigeon-inspired optimization, QPIO）算法[27] 以及阿基米德优化算法 (AOA) 对以上 3 种优化测试函数进行了求解测试，其中测试 Ackley 函数的收敛测试对比如图 3 所示。仿真计算机的硬件处理器仿真环境为 Intel Core(TM) i5-8300H CPU 2.30 GHz (8 CPUs)。软件仿真环境为 MATLAB R2019b。每个函数分别独立求解 50 次。算法中参数设置为：种群大小 S=20，优化变量维度 O=3，迭代次数 N=200，鸽群算法中地磁因子 W=0.5。求解出的函数平均适应值如表 1 所示。

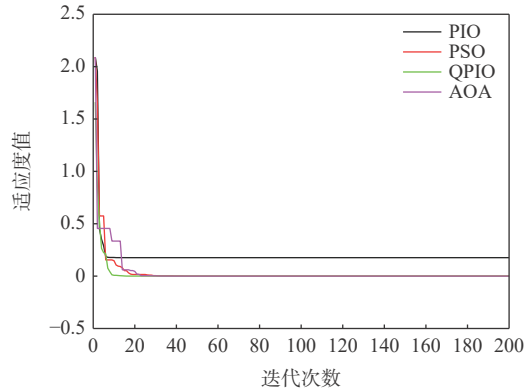


图 3　不同算法求解 Ackley 函数的适应度曲线对比

Fig. 3　Comparison of fitness curves of different algorithms for solving Ackley function

表 1　算法求解出的函数平均适应值

Table 1　Average fitness value of function solved by algorithm

函　数	PSO	PIO	QPIO	AOA
Ackley	0.003	0.005 7	6.09×10^{-7}	2.80×10^{-13}
Rastrigin	0.000 53	2.61×10^{-5}	0	0
Rosenbrock	3.34×10^{-6}	7.55×10^{-18}	6.23×10^{-12}	0

3　火力控制模型解算策略

载机平台由于高速飞行的特点，与传统的投放载机相比，对于导弹投放的快速性与精确性提出了更高的要求，因此在火力控制发射中采用快速模拟法[28] 结合智能优化算法进行仿真。

基于建立的火力控制模型中的快速模拟计算方程组，在确定初始条件下，开始可以用导弹最大动力射程作为距离的初值来计算导弹在攻击过程中各点的参数变化，再由命中脱靶量等由导弹特性规定的命中限制条件，判断导弹是否命中目标，如不命中，则将此距离减去脱靶量作为下次计算的初值，如此循环计算，最后得到导弹最大发射距离；同理可得导弹最小发射距离。再不断改变初值进行计算，最终可以得到导弹攻击区。具体求解过程如图 4 所示。

在程序中采用变步长进行积分：在计算开始时，选用较大步长，而导弹接近或命中目标时，取较小的步长，在满足一定精度条件下，大大提高计算速度。

在反向解算投放初始条件中，由于高速飞行器系统具有强非线性，飞行速度快，飞行条件不确定性大，使用传统火力控制工程方法进行解算火力控制方程组的过程中会出现求解失效的问题。本文基于火控模型解算的快速模拟法，结合阿基米德优化算法，求解火控指令。

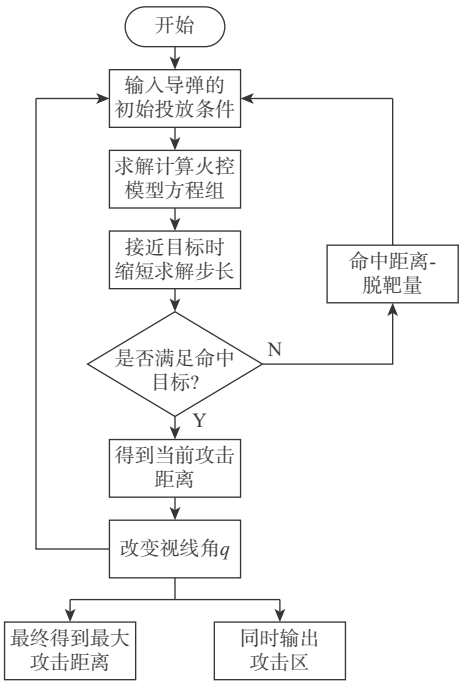


图4 火力控制快速模拟方程组解算过程

Fig. 4 Solving process of fire control fast simulation equations

高速导弹载机平台的主要优势在于可以在较远距离外对目标实施打击。因此，为了充分发挥导弹平台的性能特点，选取导弹最大攻击距离为阿基米德优化算法适应度函数：

$$f=-\int_{t_0}^{t_f}(V_M\cos(q-\theta_M)-V_1\cos(q-\theta))\mathrm{d}t \tag{26}$$

在计算过程中，根据投放视线角的值确定阿基米德优化算法的初始搜索空间，作为算法迭代的初始粒子状态进行快速模拟法计算，将每一次使用快速模拟法计算出的攻击距离时载机的飞行状态指令，根据适应度函数计算种群中每个个体的适应度值，返回阿基米德优化算法中进行迭代更新每一个个体的位置，体积以及加速度信息，直到函数到达允许误差或者算法达到最大迭代次数时，输出求解出的攻击距离，该攻击距离下的飞行器状态指令；并不断更新投放视线角的初值，最终得到飞行器的火力控制攻击区域。

基于快速模拟的智能算法求解火控指令全过程如图5所示。

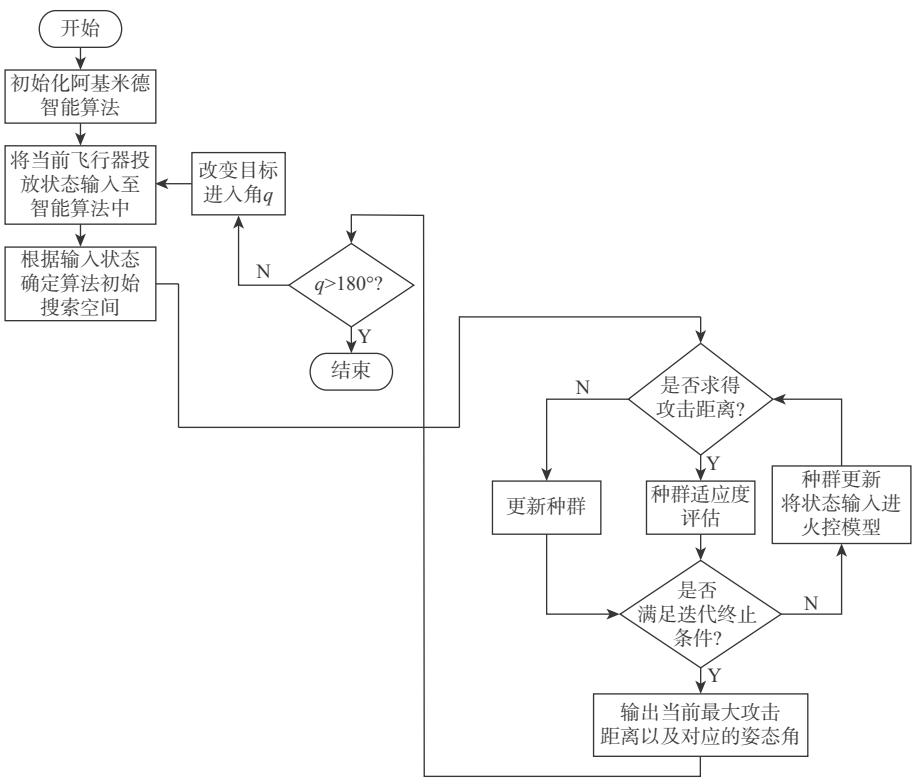


图5 火力控制模型指令解算全过程示意图

Fig. 5 Schematic diagram of whole process of fire control model instruction solving

4 仿真分析

本设计设置的初始仿真条件为载机初始飞行高度23 000 m，速度1 475 m/s(*Ma*=5)，目标在10 s内的平均速度近似可认为是450 m/s。分别切换不同的初始导弹投放视线角，将导弹初始的姿态指令按0°～180°进行迭代计算。

其中，导弹跟踪目标的角速度限制为20(°)/s，采用比例导引方式，*K*=4，由导弹自带雷达跟踪，导弹雷达位标器最大探测角为2 rad(114°)，故限制视线角绝对值小于114°，击毁目标所需相对速度为5 m/s。阿基米德优化算法中种群规模设置为30，最大迭代

次数设置为 1 000, 算法其他参数方面, C_1=2, C_2=6, C_3=2, C_4=0.5。具体仿真参数设置以及约束设置如表 2 以及表 3 所示。

表 2　仿真参数设置

Table 2　Simulation parameter settings

仿真条件	条件参数值
载机初始高度h/km	23
载机初始速度V_{10}/(m·s^{-1})	1 475(Ma=5)
目标平均运动速度V_{M0}/(m·s^{-1})	450(Ma=1.5)
导弹比例导引系数K	4
算法种群规模N	30
算法最大迭代次数t_{max}	1 000
算法其他参数	C_1=2，C_2=6，C_3=2，C_4=0.5

表 3　约束参数设置

Table 3　Constraint parameter settings

约束参数	条件值
视线角速度$\dot{q}$/((°)·s^{-1})	[0,20]
雷达位标器探测角$\|q\|$/(°)	⩽114
击毁目标所需相对速度V_r/(m·s^{-1})	5
切向过载$\|n_x\|$	⩽30
法向过载$\|n_y\|$	⩽30
火力控制命中时间t_m/s	⩽10

经过初步仿真, 分别给定投放视线角, 并在 0°⩽q⩽90°的范围内变化, 得出固定视线角下求解出的最大攻击距离以及初始投放的姿态角。结果如图 6 所示。

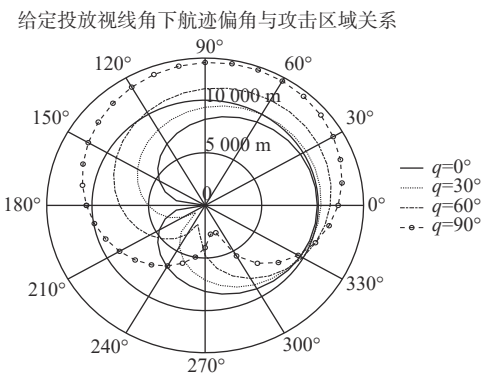


图 6　给定视线角下分别求解出的攻击距离

Fig. 6　Attack distances solved respectively under given line of sight angles

考虑不同视线角下, 达到最大距离的航迹偏角, 得出投放的视线角、姿态角与最大攻击距离关系曲线如图 7 所示。从图 7 中的曲线关系可以读出当载机在指定距离检测到目标时, 火力控制模型解算出的初始投放指令。

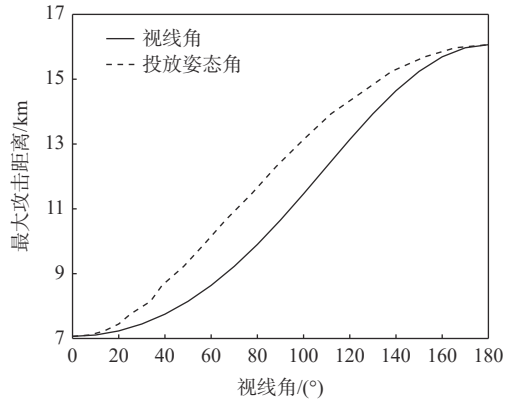


图 7　视线角、投放姿态角与最大攻击距离关系曲线

Fig. 7　Relationship curve of line of sight angle, launch attitude angle and maximum attack distance

接下来, 在同样采取上述假设的基础上, 将目标视线角限制小于 360°, 则可以得到以载机为中心的攻击区。

本文提出的阿基米德优化算法与快速模拟法结合的智能解算方法, 较传统火力控制计算方法的指令解算精度有所提高, 所对应解算出的攻击距离也有所延伸, 算法对比示意表如表 4 所示。

在之后的仿真中, 改变载机初始速度, 初始速度分别取值为 5Ma、7Ma、9Ma 和 11Ma, 得出载机不同的初始速度下以载机为中心的攻击区域, 如图 8 所示。由图 8 可以发现, 最大攻击距离反而出现在视线角为 180°左右的位置, 而且随着载机飞行速度的变大, 载机火力控制投放的可攻击区域也随之扩大。这表明, 高速飞行器载机平台在执行空空任务时, 往往可以在战区外就做好攻击准备, 并于目标的前方或者侧前方远距离进行对象投放, 采用越肩发射的投放模式, 投放结束后再以自身高速与高机动性的特点快速脱离战场。这种打击时间短, 攻击距离远的“短时长距”的火力控制方式, 可以更好地发挥高速飞行器极强的飞行性能, 以及大大提高载机的生存能力。

表 4　算法解算结果对比

Table 4　Comparison of algorithm solution results

视线角/(°)	初始姿态角/(°)		视线角/(°)	
	传统火控计算方法	AOA智能解算	传统火控计算方法	AOA智能解算
0	0	0.065 7	7 064.666	7 065.659
10	7.5	6.026 5	7 106.679	7 107.513
20	12.5	12.494 4	7 233.633	7 234.100
30	20	18.924 7	7 446.523	7 447.495
40	25	25.64	7 750.234	7 750.793
50	30	32.622 8	8 140.742	8 147.354

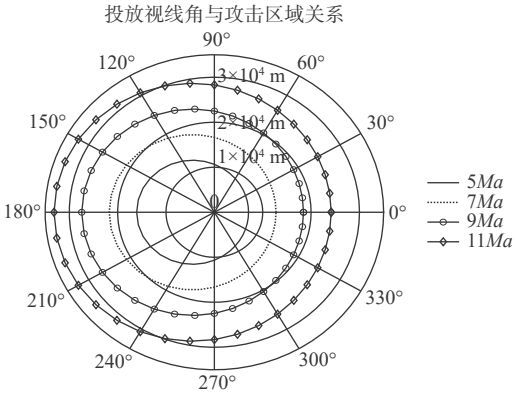


图 8 不同初始速度下以载机为中心的攻击区域

Fig. 8 Attack area centered on carrier aircraft at different initial speeds

5 结 论

本文面向未来高速飞行器空中火力打击的任务需求，提出一种基于高速飞行器火力控制系统的智能解算方法，可以用于未来高速作战飞行器智能火控系统的设计。结合高速飞行器的飞行特点，建立适用于高速飞行器的导弹外弹道的模型，目标外弹道模型以及与火控命中问题解算模型。将传统机载火控系统的快速模拟法与新式的阿基米德群智能算法相结合。实现了：

1）将传统火控工程方法的可实现性与新式群智能算法的高精度解算融合，设计出适用于高速飞行器的火力控制智能解算方法，使用智能算法优化投放初始条件，体现了高速飞行器火控系统的智能化决策。

2）使用智能解算方法，分别经过改变投放视线角与投放初始速度仿真分析，初步探索总结出未来高速飞行器空中作战“高速高机动进出战场”、“越肩发射”与“短时长距”的智能火力控制打击策略。

未来的空中战场态势日益复杂，作战任务更加艰巨，飞行员需要快速处理大量的信息并作出最优战术决策。将人工智能技术应用在机载火力控制系统中，可以提高飞机的态势感知能力与系统的攻防响应速度，未来智能火力控制技术还可以帮助多机进行多波次、多任务的协同火力控制任务，提高战场协同作战的能力。

参考文献（References）

[1] 张灿, 王轶鹏, 叶蕾. 国外近十年高超声速飞行器技术发展综述[J]. 战术导弹技术, 2020(6): 81-86.
ZHANG C, WANG Y P, YE L. Summary of the technological development of overseas hypersonics in the past ten years[J]. Tactical Missile Technology, 2020(6): 81-86(in Chinese).

[2] SHAO X, SHI Y, ZHANG W. Fault-tolerant quantized control for flexible air-breathing hypersonic vehicles with appointed-time tracking performances[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 57(2): 1261-1273.

[3] 安昊. 吸气式高超声速飞行器控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
AN H. Research on control method of air-breathing hypersonic vehicles[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017(in Chinese).

[4] 寇英信, 李战武, 陈哨东, 等. 火控系统在航空作战中的作用——作战飞机之“魂”[J]. 电光与控制, 2013, 20(12): 1-5.
KOU Y X, LI Z W, CHEN S D, et al. The important role of fire control system in air combat-soul of fighters[J]. Electronics Optics & Control, 2013, 20(12): 1-5(in Chinese).

[5] 程江涛. 航空火力控制原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2017: 2-8.
CHEN J T. Principles of aviation fire control[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2017: 2-8(in Chinese).

[6] SHEN H, CAO R, LIU Y, et al. Control-oriented low-speed dynamic modeling and trade-off analysis of air-breathing aerospace vehicles[J]. Journal of Zhejiang University-Science A, 2019, 20(12): 893-907.

[7] 杨超, 许赟, 谢长川. 高超声速飞行器气动弹性力学研究综述[J]. 航空学报, 2010, 31(1): 1-11.
YANG C, XU Y, XIE C C. Review of studies on aeroelasticity of hypersonic vehicles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(1): 1-11(in Chinese).

[8] 张安, 陈伟, 李相民. 战斗机智能火力与指挥控制系统的发展和关键技术[J]. 电光与控制, 2006, 13(4): 1-5.
ZHANG A, CHEN W, LI X M, On development and critical technologies of intelligent fire and command control control system for modern fighters[J]. Electronics Optics & Control, 2006, 13(4): 1-5(in Chinese).

[9] 胡晓峰, 荣明. 智能化作战研究值得关注的几个问题[J]. 指挥与控制学报, 2018, 4(3): 195-200.
HU X F, RONG M. Several important questions of intelligent warfare research[J]. Journal of Command and Control, 2018, 4(3): 195-200(in Chinese).

[10] 陈哨东, 刘跃峰. 论航空火力控制系统的智能化[J]. 火力与指挥控制, 2020, 45(8): 1-8.
CHEN S D, LIU Y F. Intelligentization of airborne fire control system[J]. Fire Control & Command Control, 2020, 45(8): 1-8(in Chinese).

[11] 孔维仁, 周德云, 赵艺阳, 等. 基于深度强化学习与自学习的多无人机近距空战机动策略生成算法[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(2): 352-362.
KONG W R, ZHOU D Y, ZHAO Y Y, et al. Maneuvering strategy generation algorithm for multi-UAV in close-range air combat based on deep reinforcement learning and self-play[J]. Control Theory & Applications, 2022, 39(2): 352-362(in Chinese).

[12] 林诗洁, 董晨, 陈明志, 等. 新型群智能优化算法综述[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(12): 1-9.
LIN S J, DONG C, CHEN M Z, et al. Summary of new group intelligent optimization algorithms[J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(12): 1-9(in Chinese).

[13] GUTJAHR W J. ACO algorithms with guaranteed convergence to the optimal solution[J]. Information Processing Letters, 2002, 82(3): 145-153.

[14] HARADA T, ALBA E. Parallel genetic algorithms: a useful survey[J]. ACM Computing Surveys (CSUR), 2020, 53(4): 1-39.

[15] TALAMONTI M, GALLUZZO M, CHIRICOZZI A, et al. Characteristic of chronic plaque psoriasis patients treated with biologics in

Italy during the COVID-19 pandemic: risk analysis from the PSO-BIO-COVID observational study[J]. Expert Opinion on Biological Therapy, 2021, 21(2): 271-277.

[16] DUAN H, QIAO P. Pigeon-inspired optimization: a new swarm intelligence optimizer for air robot path planning[J]. InternAtional Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2014, 7(1): 24-37.

[17] 陈磊, 寇英信, 李战武, 等. 新型 CCAR 与 CCRP 融合式轰炸瞄准原理建模与分析[J]. 电光与控制, 2013, 20(8): 58-62.
CHEN L, KOU Y X, LI Z W, et al. Modeling and analysis of a fused bomb aiming principle integrating CCAR with CCRP[J]. Electronics Optics & Control, 2013, 20(8): 58-62(in Chinese).

[18] XU Z P, GENG L N. Study on release region of guided bombs based on multi-island genetic algorithm and quadratic programming[C]//Proceedings of 2017 3rd IEEE International Conference on Control Science and Systems Engineering (ICCSSE). Piscataway: IEEE Press, 2017: 687-691.

[19] SEONG-GYUN K, JUNGHO P. Computation for launch acceptability region of air-to-surface guided bomb using artificial neural network[J]. Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences, 2018, 46(4): 283-289.

[20] REN Y, YANG J, XIONG W. Hybrid guidance for common aero vehicle equilibrium glide reentry with multi-constraints[C]//2019 IEEE International Conference on Unmanned Systems and Artificial Intelligence (ICUSAI). Piscataway: IEEE Press, 2019: 340-346.

[21] 石国祥, 张科, 王佩, 等. 基于侧向机动能力预测的高超声速飞行器再入制导算法研究[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(3): 523-532.
SHI G X, ZHANG K, WANG P, et al. Algorithm of reentry guidance for hypersonic vehicle based on lateral maneuverability prediction[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(3): 523-532(in Chinese).

[22] SUSHNIGDHA G, JOSHI A. Trajectory design of re-entry vehicles using combined pigeon inspired optimization and orthogonal collocation method[J]. IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(1): 656-662.

[23] RICHIE G. The Common Aero Vehicle-Space delivery system of the future[C]//Proceedings of Space Technology Conference and Exposition. Reston: AIAA, 1999: 4435.

[24] 汤新民, 李腾, 陈强超, 等. 基于交互式多模型的短期 4D 航迹预测[J]. 武汉理工大学学报 (交通科学与工程版), 2020, 44(1): 39-45.
TANG X M, LI T, CHEN Q C, et al. Short-term 4D trajectory poredediction based on interactive multi-models[J]. Journal of Wuhan University of Technology(Transportation Science & Engineering), 2020, 44(1): 39-45(in Chinese).

[25] HASHIM F A , HUSSAIN K , HOUSSEIN E H , et al. Archimedes optimization algorithm: a new metaheuristic algorithm for solving optimization problems[J]. Applied Intelligence, 2021, 51(3): 1531-1551.

[26] 石宏庆, 侯庆, 徐榛, 等. 优化算法测试函数综述及应用分析[J]. 计算机科学与应用, 2021, 11(11): 2633-2645.
SHI H Q, HOU Q, XU Z , et al. Summary and application analysis of optimization algorithm test function[J]. Computer Science and Application, 2021, 11(11): 2633-2645(in Chinese).

[27] 张亚平. 鸽群智能算法的改进及其在高超声速飞行控制中的应用[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2017.
ZHANG Y P. Improvement of pigeon-inspired optimization algorithm and its application in hypersonic flight control[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017(in Chinese).

[28] 黄威, 任洋. 基于自适应步长的空空导弹攻击区解算方法[J]. 电光与控制, 2019, 26(5): 55-58.
HUANG W, REN Y. Adaptive step-sizebased calculation of air-to-air missile launch envelopes[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(5): 55-58(in Chinese).

Intelligent solution method based on high-speed aircraft fire control model

YANG Ben[1]，JIN Feiteng[2]，LIU Yanbin[1,*]，CHEN Boyi[1]，PENG Shouyong[3]

(1. College of Astronautics，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106，China；
2. College of Automation Engineering，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106，China；
3. Beijing Aerospace Technology Institute，Beijing 100074，China)

Abstract: This paper studies the fire control calculation problem of air-breathing high-speed aircraft. High-speed aircraft has higher requirements for the fire control model calculation, a more complicated flying environment, and a shorter response time than traditional subsonic and supersonic combat aircraft. A calculation method of the high-speed aircraft fire control model is proposed. First of all, the mathematical model of the air-breathing high-speed flight vehicle is established; and the fire control model of the high-speed aircraft platform is constructed. Then, the attack area is solved using the fast simulation method in conjunction with the Archimedes optimization algorithm based on the flight characteristics of the high-speed aircraft, and the carrier aircraft's initial command signal is solved in reverse. The simulation results show that the solution method has high solution accuracy, few control parameters, wide attack area, and can exert strong flight performance of high-speed aircraft.

Keywords: high-speed aircraft; fire control; attack area; Archimedes optimization algorithm; intelligent solution

Received：2022-06-20；**Accepted**：2022-08-12；**Published Online**：2023-01-12 14：23

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1853.007

Foundation items：Fundamental Research Funds for the Central Universities (NS2021061); Basic Research Plan of Jiangsu Province for Young Scholars (BK20200437)

*** Corresponding author**. E-mail：liuyb@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0506

未知干扰下四旋翼无人机群固定时间编队控制

郑伟铭[1]，徐扬[2,3]，罗德林[1,*]

(1. 厦门大学 航空航天学院，厦门 361102；2. 西北工业大学 民航学院，西安 710072；
3. 西北工业大学太仓长三角研究院，苏州 215400)

摘　　要：在未知干扰条件下，针对欠驱动、非线性的四旋翼无人机群编队控制问题，提出了一种抗干扰的固定时间编队控制方法。首先，设计分布式固定时间滑模估计器，在仅有部分无人机获取到期望轨迹的条件下，每架无人机都能快速估计出自己的期望位置信息。其次，引入固定时间干扰观测器用于估计未知的复合干扰，使无人机能够生成干扰估计值以抵消复合干扰对其带来的影响。然后，在无人机的位置层与控制层设计固定时间滑模控制器，实现对期望轨迹的跟踪，所给出的方法能够满足姿态稳定收敛。最后，数值仿真验证了所提出方法的有效性。

关 键 词：四旋翼无人机；欠驱动系统；编队控制；固定时间控制；干扰观测器
中图分类号：V221$^+$.3; TB553
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1702-11

近年来，无人机(unmanned aerial vehicles, UAV)的飞行理论与应用发展迅速[1]。与载人飞行器相比，无人机拥有更高的机动性和更好的作战持续性。采用无人机执行任务能够有效降低人员安全风险与维护成本，因此能够代替载人飞行器执行一些恶劣、危险、枯燥和纵深任务[2]。

四旋翼飞行器的机身结构是对称的，4个对称分布的电机于四旋翼无人机的4个终端分布。利用电机使螺旋桨旋转可以完成垂直起降、悬停等任务。由于其简单易操控，在国内外已引起了广泛的研究[3]。基于线性化的四旋翼控制主要有比例积分微分(proportional-integral-derivative, PID)控制[4]、H_∞控制[5]和线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)控制[6]等。但是这些控制方案多数是在无人机模型的平衡点附近进行近似线性化，是一种理想状态下的控制，与实际情况有较大差距。四旋翼无人机的推力输入具有一个维度，力矩输入具有3个维度，而其本身却有6个自由度，因此它是欠驱动系统。它还具备非线性、强耦合等特点[7]。学者们开始利用滑模控制[8]、模型预测[9]和反步法[10]等非线性控制算法对四旋翼无人机进行控制。

单架无人机在执行任务时具有一定的局限性，多无人机协同控制是未来无人机发展的重要方向。欠驱动四旋翼无人机群可以看作是一种多智能体系统。文献[11]研究了多智能体一致性理论，针对单积分与双积分质点模型设计了多智能体一致性算法，并将其引入到多刚体动力系统，实现了多刚体姿态同步编队控制。文献[12]通过非线性分析法证明了多智能体系统的稳定性，说明了连续系统在固定拓扑结构连通网络中能实现稳定。文献[13]提出了基于信息一致性的分段式无人机紧密编队集结控制方法，实现了无人机松散编队以及紧密编队。文献[14]研究了多四旋翼无人机的编队合围控制问题。只有一部分跟随者能够获取到领航者的轨迹，且跟随者只能访问其邻居的信息。

收稿日期：2022-06-20；**录用日期**：2022-07-29；**网络出版时间**：2023-01-12 11:56
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1724.004
基金项目：国家自然科学基金(61673327)；2021年度太仓市基础研究计划项目(TC2021JC28)；中央高校基本科研业务费专项资金(G2021KY05116)；2021年西北工业大学太仓长三角研究院产业发展引导培育项目(CY20210202)
* **通信作者**. E-mail：luodelin1204@xmu.edu.cn

引用格式：郑伟铭，徐扬，罗德林. 未知干扰下四旋翼无人机群固定时间编队控制[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1702-1712.
ZHENG W M，XU Y，LUO D L. Fixed-time formation control of quadrotor UAV swarm with unknown disturbances[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1702-1712 (in Chinese).

针对四旋翼无人机系统动力学欠驱动的特点, 提出了一种分层策略, 实现了对期望位置的跟踪和姿态的稳定收敛。

文献 [14] 虽然实现了多四旋翼无人机的编队合围控制, 但是系统的稳定时间较长。稳定时间是闭环系统收敛速度的表征, 是控制系统设计的性能指标之一。在实践中, 为了获得更好的性能和稳定性, 通常会追求快速收敛。在协同控制的背景下, 文献 [15] 提出了一种不连续控制器和牵制控制方案, 其中, 只需要智能体相对状态的符号信息就可以实现有限时间一致性。在文献 [16] 中, 为了获得快速的收敛速度, 结合现有的连续和不连续有限时间一致协议, 提出了一种切换机制。虽然系统能在有限时间内收敛, 但系统初始条件是明确的。当无法获取或使用多智能体系统的初始状态时, 有限时间协同控制的控制性能可能会受到影响。 因此, 自 2012 年 Polyakov[17] 首次对固定时间稳定性进行研究以来, 固定时间协同控制问题正不断被讨论, 如二分一致性[18]、平均追踪问题[19] 和编队合围控制控制[20]。然而, 针对非线性、欠驱动四旋翼模型的多机固定时间协同控制还较少有研究成果。

综上所述, 对多智能体分布式协同控制的研究越深入, 则越经常弱化四旋翼无人机模型的非线性、欠驱动和强耦合特性。当进一步对四旋翼无人机的模型进行深入分析, 分布式多机控制的收敛性能指标则没有被进一步要求。另外, 在欠驱动四旋翼无人机的飞行过程中, 飞行环境扰动与参数摄动等未知扰动会对无人机产生影响, 从而增加了控制器的设计难度。但未知扰动与多机固定时间的协同控制相结合的研究目前较少。

本文针对欠驱动四旋翼无人机群, 采用分层设计的思想, 提出一种能够实现全局固定时间稳定的控制方案, 其主要贡献为: ①在估计层设计固定时间滑模估计器, 使得每架无人机都能快速估计出期望位置。②在控制层设计固定时间滑模控制器, 使得每架无人机都能对估计出的期望位置快速跟踪, 且每架无人机姿态稳定收敛。③每架无人机都能快速对受到的未知干扰进行干扰补偿。

1　问题描述

1.1　代数图论

为了实现对无人机群的协同控制, 无人机需要依靠彼此之间的通信网络来传输一些状态数据。用图$\mathcal{G}$来表示无人机之间的通信拓扑连接方式。图$\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E})$由点集$\mathcal{V}=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$与边集$\mathcal{E}\subseteq\{(v_i,v_j):i,j\in\mathcal{V},i\neq j\}$组成, n为无人机群中无人机的数量。(v_i,v_j)表示节点v_i 到节点v_j的边, 将这条边记为e_{ij}。其中, v_i被称为父节点, v_j被称为子节点。若对任意$e_{ij}\in\mathcal{E}$均有$e_{ji}\in\mathcal{E}$, 则称图$\mathcal{G}$是无向图。如果无向图中节点v_i与其他任意节点之间都存在路径, 则称该点在无向图中是全局可达的。

图$\mathcal{G}$的邻接矩阵表示为$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]\in\mathbf{R}^{n\times n}$, a_{ij}表示节点v_i与v_j之间的连接权重。如果节点v_j能够获取到节点v_i的信息, 则$a_{ij}=1$, 否则$a_{ij}=0$。记节点v_i的邻居集合为$\mathcal{N}_i=\{j\in\mathcal{V}:a_{ij}=1\}$。图$\mathcal{G}$的拉普拉斯矩阵表示为$\boldsymbol{L}=[l_{ij}]\in\mathbf{R}^{n\times n}$, 其中$l_{ii}=\sum_{j=1,j\neq i}^{n}a_{ij}$, $l_{ij}=-a_{ij}$。拉普拉斯矩阵反映了节点之间的连接方式和通信拓扑的连通性。记矩阵$\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}\{a_{10},a_{20},\cdots,a_{n0}\}$用于表征每架无人机对期望轨迹的获取情况。若第$i$架无人机能够获取到期望轨迹, 则$a_{i0}=1$, 否则$a_{i0}=0$, $i=1,2,\cdots,n$。定义一个编号为 0 的虚拟智能体, 将第i架无人机对期望轨迹的获取情况视为与该虚拟智能体的连接情况。

假设 1　无人机之间的信息流是双向的, 0 号虚拟智能体到各无人机的信息流是单向的。

假设 2　规定矩阵$\boldsymbol{B}$中的元素至少有一个是非零的, 即 0 号虚拟智能体与至少一架无人机相连。该无人机代表的节点在通信拓扑图中是全局可达的。

假设 3　0 号虚拟智能体传给无人机的期望位置$\boldsymbol{p}_{\mathrm{d}}$、期望速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$都是连续且有界的, 并且存在一个非负常数$\sigma_{\mathrm{d}}$使得$\|\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d}}\|_2\leqslant\sigma_{\mathrm{d}}$。

1.2　欠驱动四旋翼无人机模型

将欠驱动四旋翼无人机模型在惯性坐标系$\mathcal{F}_{\mathrm{I}}=\{O_{\mathrm{I}}x_{\mathrm{I}}y_{\mathrm{I}}z_{\mathrm{I}}\}$和机体坐标系$\mathcal{F}_{\mathrm{B}}=\{O_{\mathrm{B}}x_{\mathrm{B}}y_{\mathrm{B}}z_{\mathrm{B}}\}$下描述。惯性坐标系的原点位于地球上某点, 三轴指向北-东-地; 机体坐标系的原点位于无人机的质心, 三轴指向前-右-下, 如图 1 所示。

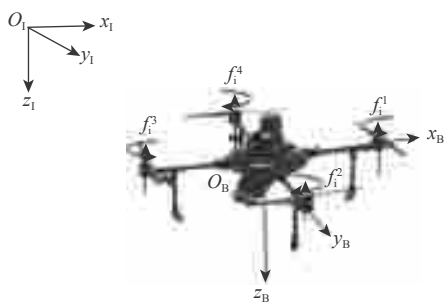


图 1　欠驱动四旋翼无人机示意图

Fig. 1　Schematic diagram of underactuated quadrotor UAV

对无人机的运动学建模时, 不考虑无人机所受的推力与加速度、力矩和角加速度之间的耦合关系, 只考虑姿态角、飞行速度等变量之间的耦合关系。

用单位四元数$\boldsymbol{Q}_i=[\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}},\eta_i]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{4\times1}$和旋转矩阵$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{Q}_i)$来表示第$i$架无人机的姿态，$i=1,2,\cdots,n$。$\boldsymbol{q}_i$为单位四元数中的三维列向量分量，$\eta_i$为单位四元数中的标量分量，且$\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}_i+\eta_i^2=1$。$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{Q}_i)$可由以下罗德里格斯公式[21]求取：

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{Q}_i)=\left(\eta_i^2-\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}_i\right)\boldsymbol{I}_3+2\boldsymbol{q}_i\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}-2\eta_i\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}_i) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}_i)=[0,-q_{i,3},q_{i,2};q_{i,3},0,-q_{i,1};-q_{i,2},q_{i,1},0]$为与$\boldsymbol{q}_i=[q_{i,1},q_{i,2},q_{i,3}]^{\mathrm{T}}$相关的斜对称矩阵；$\boldsymbol{I}_3$为三阶单位矩阵。则第$i$架四旋翼无人机的运动学方程表示为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{p}}_i=\boldsymbol{v}_i\\ \dot{\boldsymbol{v}}_i=g\hat{\boldsymbol{e}}_3-\dfrac{T_i}{m_i}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{Q}_i)^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{e}}_3+\boldsymbol{d}_{v,i}\end{cases} \tag{2}$$

其中：$\boldsymbol{p}_i=[p_{i,x},p_{i,y},p_{i,z}]^{\mathrm{T}}$与$\boldsymbol{v}_i=[v_{i,x},v_{i,y},v_{i,z}]^{\mathrm{T}}$分别表示第$i$架无人机在惯性坐标系$\mathcal{F}_{\mathrm{I}}$中的位置与速度；$g$为重力加速度常量；$\hat{\boldsymbol{e}}_3=[0,0,1]^{\mathrm{T}}$；$T_i$为无人机沿着机体坐标系$\mathcal{F}_{\mathrm{B}}$中$z_{\mathrm{B}}$轴方向的推力输入大小，其大小是图1中第$i$架四旋翼无人机4个旋翼产生的推力大小$f_i^1$、$f_i^2$、$f_i^3$、$f_i^4$之和；$m_i$为无人机的质量；$\boldsymbol{d}_{v,i}$为第$i$架无人机的位置层未知干扰项。

考虑到四旋翼无人机在飞行时会受到来自外部环境的干扰，且模型中存在着系统参数摄动等不确定因素，将这些来源不同的未知因素综合在一起视为未知干扰$\boldsymbol{d}_{v,i}$。

将无人机的三维度位置状态作为系统输出，一维的推力输入作为系统输入，则式(2)可以表示为无人机模型的欠驱动平动部分。式(2)中存在与无人机姿态有关的旋转矩阵，因此该非线性欠驱动模型还具有耦合性。为此，第i架四旋翼无人机的动力学方程表示为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{Q}}_i=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{Q}_i)\boldsymbol{\omega}_i\\ \boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i=\boldsymbol{\tau}_i-\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}_i)\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\omega}_i+\boldsymbol{d}_{\omega,i}\end{cases} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{\omega}_i=[\omega_{i,x},\omega_{i,y},\omega_{i,z}]^{\mathrm{T}}$为第$i$架无人机在机体坐标系$\mathcal{F}_{\mathrm{B}}$中的角速度；$\boldsymbol{J}_i$为惯性张量矩阵；$\boldsymbol{\tau}_i=[\tau_{i,x},\tau_{i,y},\tau_{i,z}]^{\mathrm{T}}$为无人机在机体坐标系$\mathcal{F}_{\mathrm{B}}$中的力矩输入；$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{Q}_i)=[\eta_i\boldsymbol{I}_3+\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}_i),-\boldsymbol{q}_i]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{d}_{\omega,i}$为第$i$架无人机的姿态层未知干扰项。

将四元数中用于表示姿态的三维向量分量作为系统输出，三维的力矩输入作为系统输入，则式(3)可以表示为无人机模型的全驱动旋转部分。

结合式(2)和式(3)可以看出，该四旋翼无人机模型是具有四维度输入、六维度输出的欠驱动非线性模型。

1.3 控制方案

在未知干扰下，由n架欠驱动四旋翼无人机构成的编队中，考虑到每架无人机的非线性、强耦合和欠驱动特性，采用分层设计的思想，设计估计层与控制层，先实现多机编队协同估计，再对每一架无人机单独进行位置与姿态跟踪控制。

控制架构如图2所示，一方面，设计分布式固定时间滑模估计器，在只有部分无人机可以连接到0号虚拟智能体以获取期望轨迹的情况下，使得每一架无人机都能够估计出期望位置，每架无人机的期望位置连结起来能够生成给定队形。另一方面，估计出的期望速度可以收敛到期望速度。

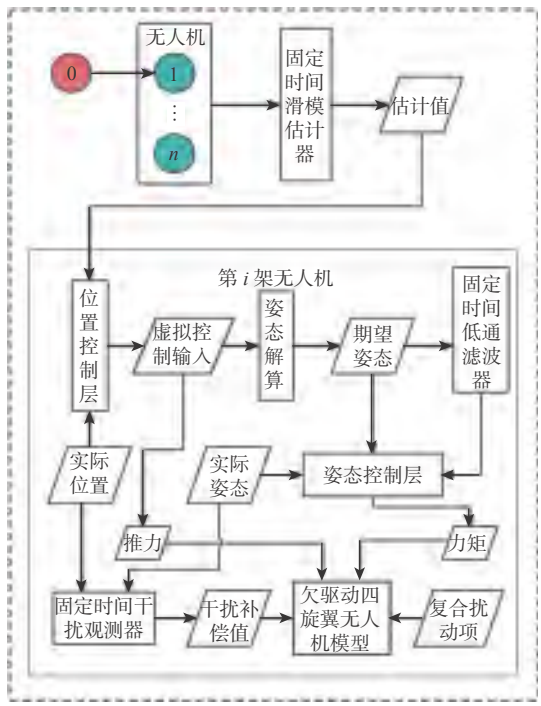


图2 编队控制架构图

Fig. 2 Formation control architecture diagram

对于每架无人机而言，考虑到存在未知干扰，设计固定时间干扰观测器用于生成干扰估计值以抵消未知干扰对系统带来的影响。

将固定时间滑模估计器生成的估计值用来作为位置层控制器的输入。在位置层，设计固定时间滑模控制器，生成虚拟控制输入。利用该虚拟控制输入能够解算出无人机的推力与无人机的期望姿态、期望角速度。在姿态层，设计固定时间滑模控制器，生成无人机的力矩输入。

考虑到姿态层的控制还需要用到期望姿态与期望角速度的导数值，这些变量的导数难以直接求取，引入固定时间低通滤波器。将解算得到的期望姿态与期望角速度作为滤波器的输入，输出的值能够近似为输入值的导数。

所得的无人机推力输入和力矩输入，能够使得无人机在跟踪到期望位置的同时，实现姿态稳定收敛。

2　分布式固定时间滑模估计器设计

与传统的集中式估计相比, 分布式估计无需中心节点, 每架无人机仅需要其自身以及相邻无人机的状态信息, 通过无人机间的协同完成估计任务。这样能够具有更好的可靠性和鲁棒性, 从而更好地适应动态、不确定的外部环境。相较于分布式有限时间滑模估计器, 分布式固定时间滑模估计器无需系统的初始状态, 仅依赖于设计参数以及拉普拉斯矩阵的代数连通度, 因此, 收敛时间的上界独立于系统状态, 可以调整以获得更快速的收敛时间。针对一些对收敛时间有严格要求的系统, 该理论更加适用。目前, 该方法在欠驱动无人机系统的编队控制方面应用仍未充分。

为了使所有无人机都能估计出期望位置和期望速度, 对于第i架无人机, 设计分布式固定时间滑模估计器:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d},i}=\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}-\alpha_1\operatorname{sgn}\displaystyle\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},i}-\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},j}-\boldsymbol{\delta}_{ij})-\\ \qquad\alpha_2\operatorname{sig}^2\left(\displaystyle\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},i}-\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},j}-\boldsymbol{\delta}_{ij})\right)\\ \dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},i}=-\beta_1\operatorname{sgn}\displaystyle\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}-\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},j})-\\ \qquad\beta_2\operatorname{sig}^2\left(\displaystyle\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}-\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},j})\right)\end{cases}\tag{4}$$

式中: $\operatorname{sig}^{\alpha}(\cdot)=\|\cdot\|_2^{\alpha}\operatorname{sgn}(\cdot)$; α_1、α_2、β_1和β_2为正常数增益; 常向量$\boldsymbol{\delta}_{ij}=\boldsymbol{\delta}_{i0}-\boldsymbol{\delta}_{j0}$, 向量$\boldsymbol{\delta}_{i0}$和$\boldsymbol{\delta}_{j0}$分别为第$i$架和第$j$架无人机相对于期望轨迹的位置偏置, $i,j=1,2,\cdots,n$; $\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},i}$和$\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}$分别为第$i$架无人机的期望位置估计值与期望速度估计值, 记 0 号虚拟智能体的估计值$\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},0}=\boldsymbol{p}_{\mathrm{d}}$, $\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},0}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$。

定理 1　若假设 1～假设 3 成立, 存在正常数$\varepsilon>0$, 估计器增益满足:

$$\alpha_1=\frac{\varepsilon\sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})}}{\sqrt{2\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})}}\tag{5}$$

$$\alpha_2=\beta_2=\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{[2\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})]^{\frac{3}{2}}}\tag{6}$$

$$\beta_1=\frac{\varepsilon\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})}}{\sqrt{2\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})}}+\sigma_{\mathrm{d}}\tag{7}$$

则每架四旋翼无人机可以在稳定时间$t_1=\dfrac{2\pi}{\varepsilon}$内生成期望位置的估计值与期望速度的估计值, 即$\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},i}\to\boldsymbol{p}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{\delta}_{i0}$, $\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}\to\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$。其中, $\varepsilon>0$, $\lambda_{\max}$和$\lambda_{\min}$分别为矩阵$\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B}$的特征值的最大值与最小值。

证明　根据文献 [22], 在假设 2 成立的条件下, 矩阵$\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B}$是正定矩阵, 因此,式 (5)～式 (7) 不存在分母为 0 的情况。

对于每一架无人机, 定义其期望位置估计误差为$\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d},i}=\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},i}-\boldsymbol{p}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\delta}_{i0}$, 期望速度估计误差为$\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},i}=\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}-\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$, $i=1,2,\cdots,n$。

记$\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}=\left[\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d},1}^{\mathrm{T}},\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d},2}^{\mathrm{T}},\cdots,\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d},n}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$, $\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}=\left[\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},1}^{\mathrm{T}},\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},2}^{\mathrm{T}},\cdots,\ \tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},n}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$选取以下李雅普诺夫函数:

$$V_1=\frac{1}{2}\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]^{\mathrm{T}}\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}+\frac{1}{2}\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]^{\mathrm{T}}\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}\tag{8}$$

由式 (4) 可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1=&\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}}_{\mathrm{d}}+\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}}_{\mathrm{d}}=\\ &\left\{[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right\}^{\mathrm{T}}\left\{-\beta_1\operatorname{sgn}\left([(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right)-\right.\\ &\left.\beta_2\operatorname{sig}^2\left([(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right)-(\boldsymbol{1}_n\otimes\boldsymbol{I}_3)\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d}}\right\}+\\ &\left\{[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}\right\}^{\mathrm{T}}\left\{-\alpha_1\operatorname{sgn}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}-\right.\\ &\left.\alpha_2\operatorname{sig}^2\left([(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}\right)\right\}\leqslant\frac{1}{2}\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]^{\mathrm{T}}\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}+\\ &\frac{1}{2}\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]^{\mathrm{T}}\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}-\alpha_1\left\|[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}\right\|_1-\\ &\alpha_2\left\|[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{d}}\right\|_2-\beta_2\left\|[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right\|_2-\\ &(\beta_1-\sigma_{\mathrm{d}})\left\|[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right\|_1\leqslant 2V_1\end{aligned}\tag{9}$$

故而V_1在任意时间区间$[0,t]$上是有界的, t为某一时刻。即式 (8) 中的误差向量不会在有限时间内发散到无穷大。此外, 根据假设 3, 虚拟智能体的状态也不会逃逸到无穷大, 则式 (4) 估计器中的所有状态在任意有限时间区间内都是有界的。

考虑以下李雅普诺夫函数:

$$V_{12}=\frac{1}{2}\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]^{\mathrm{T}}\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\tag{10}$$

则有:

$$\begin{aligned}\dot{V}_{12}=&\left\{[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right\}^{\mathrm{T}}\left\{-\beta_1\operatorname{sgn}([(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}})-\right.\\ &\left.\beta_2\operatorname{sig}^2\left([(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right)-(\boldsymbol{1}_n\otimes\boldsymbol{I}_3)\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d}}\right\}\leqslant\\ &-(\beta_1-\sigma_{\mathrm{d}})\left\|[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})\otimes\boldsymbol{I}_3]\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d}}\right\|_1-\\ &\beta_2 n^{-\frac{1}{2}}\{2\lambda_{\min}[(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{B})]\}^{\frac{3}{2}}V_{12}^{\frac{3}{2}}\leqslant-\varepsilon V_{12}^{\frac{1}{2}}-\varepsilon V_{12}^{\frac{3}{2}}\end{aligned}\tag{11}$$

引理 1[23]　若存在连续径向无界正定函数$V(x)$满足:

$$\dot{V}(x)\leqslant-\alpha V^p-\beta V^q\tag{12}$$

对于$\alpha,\beta>0$, $p>1$, $0<q<1$, 则系统可以实现固定时间稳定, 稳定时间为

$$\begin{cases}T\leqslant T_{\max}\\ T_{\max}=\dfrac{1}{\alpha(p-1)}+\dfrac{1}{\beta(1-q)}\end{cases}\tag{13}$$

式中: $T_{\max}$是稳定时间T的上界。稳定时间和初始

状态无关。对于式(13),若$p=1+\frac{1}{\mu}$且$q=1-\frac{1}{\mu}$对于$\mu>1$成立,则$T_{\max}=\frac{\pi\mu}{2\sqrt{\alpha\beta}}$。

若$V(x)$满足:

$$\dot{V}(x)\leqslant-\alpha V^{p}-\beta V^{q}+\Delta \tag{14}$$

则系统是实际固定时间稳定的,且存在正常数$\Delta\in(0,1)$使得稳定时间为

$$\begin{cases}T\leqslant T_{\max}\\ T_{\max}=\dfrac{1}{\alpha\Delta(p-1)}+\dfrac{1}{\beta\Delta(1-q)}\end{cases} \tag{15}$$

根据引理1,$\tilde{\hat{\boldsymbol{v}}}_{d}$可以实现固定时间稳定,且存在稳定时间上界$t_{12}=\frac{\pi}{\varepsilon}$,当$t>t_{12}$时,期望速度估计误差收敛到0。类似地,可以证明期望位置估计误差在$t>t_{11}=\frac{\pi}{\varepsilon}$时收敛。因此,对于整个固定时间估计器而言,当$t>t_{1}$且$t_{1}=t_{11}+t_{12}=\frac{2\pi}{\varepsilon}$时,每架无人机能够估计出期望位置与期望速度,并生成队形,即$\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},i}\to\boldsymbol{p}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{\delta}_{i0}$,$\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}\to\boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}$。

注1 固定时间滑模估计器的稳定时间上界的定义在引理1[23]中给出。根据文献[23]可知,只要系统能够稳定,实际的稳定时间必然不超过这个稳定时间上界。因此在系统能够稳定收敛的情况下,更需要关注的是实际的稳定时间是否够快。由于固定时间控制的参数与稳定时间之间的关系较为复杂,为了解决这个问题,预设时间稳定性理论[24]被提出,该方法能够将期望的收敛时间数值显式化地设计在估计器之中,后续将开展四旋翼无人机群的预设时间编队控制研究。

3 固定时间干扰观测器设计

未知干扰下,为了更好地对非线性欠驱动四旋翼无人机群实现控制,引入固定时间干扰观测器能够生成干扰估计值,从而提高系统的控制性能。

假设4 假设式(2)和式(3)中的未知干扰是Lipschitz连续的,即存在正常数σ_{dv}和$\sigma_{\mathrm{d}\omega}$,使得$\left\|\dot{\boldsymbol{d}}_{v,i}\right\|_{2}\leqslant\sigma_{\mathrm{dv}}$,$\left\|\dot{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}\right\|_{2}\leqslant\sigma_{\mathrm{d}\omega}$。

针对式(2)和式(3),设计干扰观测器为

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{i}=g\hat{\boldsymbol{e}}_{3}-\dfrac{\boldsymbol{U}_{i}}{m_{i}}+\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}_{i}=\boldsymbol{J}_{i}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{i}-\boldsymbol{J}_{i}^{-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}_{i})\boldsymbol{J}_{i}\boldsymbol{\omega}_{i}+\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}\end{cases} \tag{16}$$

式中:$\hat{\boldsymbol{v}}_{i}$与$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{i}$分别为对第$i$架无人机实际速度与角速度的估计;$\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}$与$\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}$分别对第$i$架无人机位置层和姿态层受到的未知干扰的估计,$i=1,2,\cdots,n$。

定义观测器误差$\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}=\hat{\boldsymbol{v}}_{i}-\boldsymbol{v}_{i}$,$\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}=\hat{\boldsymbol{\omega}}_{i}-\boldsymbol{\omega}_{i}$,则

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{ov}}=\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}-\boldsymbol{d}_{v,i} \tag{17}$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{o}\omega}=\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}-\boldsymbol{d}_{\omega,i} \tag{18}$$

由此可知,只要观测器误差$\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}$和$\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}$在固定时间稳定的条件下收敛到0,$\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}$与$\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}$就能对第$i$架四旋翼无人机受到的未知干扰进行估计。令

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}=-\xi_{v1}\mathrm{sig}^{\mu_{v1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}})-\xi_{v2}\mathrm{sig}^{\mu_{v2}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}})\\ \hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}=-\xi_{\omega1}\mathrm{sig}^{\mu_{\omega1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega})-\xi_{\omega2}\mathrm{sig}^{\mu_{\omega2}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega})\end{cases} \tag{19}$$

式中:ξ_{v1}、ξ_{v2}、$\xi_{\omega1}$和$\xi_{\omega2}$均为正常数,常数$\mu_{v1}>1$,$\mu_{\omega1}>1$,$0<\mu_{v2}<1$,$0<\mu_{\omega2}<1$。

定理2 若假设4成立,存在观测器正常数增益ξ_{v1}、ξ_{v2}、$\xi_{\omega1}$和$\xi_{\omega2}$使得观测器能够在稳定时间t_{ob}内估计出未知干扰值$\boldsymbol{d}_{v,i}$与$\boldsymbol{d}_{\omega,i}$。即$\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}\to\boldsymbol{d}_{v,i}$,$\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}\to\boldsymbol{d}_{\omega,i}$。

证明 选取以下李雅普诺夫函数:

$$V_{\mathrm{ob}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega} \tag{20}$$

由式(19)与杨氏不等式,对式(20)求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\mathrm{ob}}\leqslant&-\xi_{v1}\left\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}\right\|_{2}^{\mu_{v1}+1}-\xi_{v2}\left\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}\right\|_{2}^{\mu_{v2}+1}-\xi_{\omega1}\left\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}\right\|_{2}^{\mu_{\omega1}+1}-\\ &\xi_{\omega2}\left\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}\right\|_{2}^{\mu_{\omega2}+1}\leqslant-2^{\frac{\mu_{v1}+1}{2}}\xi_{v1}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}\right)^{\frac{\mu_{v1}+1}{2}}-\\ &2^{\frac{\mu_{v2}+1}{2}}\xi_{v2}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}\right)^{\frac{\mu_{v2}+1}{2}}-2^{\frac{\mu_{v1}+1}{2}}\xi_{v1}\cdot\\ &\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}\right)^{\frac{\mu_{v1}+1}{2}}-2^{\frac{\mu_{v2}+1}{2}}\xi_{v2}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}\right)^{\frac{\mu_{v2}+1}{2}}\leqslant\\ &-\Psi_{1}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}\right)^{\Theta_{1}}-\\ &\Psi_{2}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}\right)^{\Theta_{2}}\end{aligned} \tag{21}$$

式中:Ψ_{1}、Ψ_{2}、Θ_{1}和Θ_{2}为正常数,且$\Theta_{1}>1$,$0<\Theta_{2}<1$。根据引理1中的式(13),该系统是固定时间稳定的。稳定时间上界为

$$t_{\mathrm{ob}}=\frac{1}{\Psi_{1}(\Theta_{1}-1)}+\frac{1}{\Psi_{2}(1-\Theta_{2})} \tag{22}$$

因此,在t_{ob}时间段内,观测器误差$\boldsymbol{e}_{\mathrm{ov}}$和$\boldsymbol{e}_{\mathrm{o}\omega}$收敛到0,则$\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}$与$\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}$能对第$i$架四旋翼无人机受到的未知干扰实现精确估计,即$\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}\to\boldsymbol{d}_{v,i}$,$\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}\to\boldsymbol{d}_{\omega,i}$。

4 固定时间滑模控制器设计

本节将第2节中分布式固定时间滑模估计器生成的估计值与每架无人机的实际值作为输入,采用固定时间滑模控制的方法,分别在位置控制层与姿态控制层设计滑模面与滑模趋近律,求得的无人机推力输入与力矩输入能够通过式(2)和式(3)表示的运动方程来对四旋翼无人机进行控制。

对于第i架无人机,定义其位置跟踪误差为$\tilde{\boldsymbol{p}}_{i}=\boldsymbol{p}_{i}-\hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{d},i}$,速度跟踪误差为$\tilde{\boldsymbol{v}}_{i}=\boldsymbol{v}_{i}-\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d},i}$,$i=1,2,\cdots,n$。根据式(2)有

$$\begin{cases}\dot{\tilde{\boldsymbol{p}}}_i=\tilde{\boldsymbol{v}}_i\\ \dot{\tilde{\boldsymbol{v}}}_i,=g\hat{\boldsymbol{e}}_3-\dfrac{\boldsymbol{U}_i}{m_i}-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},i}+\boldsymbol{d}_{v,i}\end{cases}\tag{23}$$

式中: $\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},i}$可由式 (4) 求得; $\boldsymbol{U}_i=\left[U_{i,x},U_{i,y},U_{i,z}\right]^{\mathrm{T}}$表示虚拟控制输入, 其表达式为

$$\boldsymbol{U}_i=T_i\boldsymbol{R}(\boldsymbol{Q}_i)^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{e}}_3\tag{24}$$

定义第i架无人机位置层的滑模面为

$$\boldsymbol{s}_{\mathrm{p},i}=k_{\mathrm{sp}}\tilde{\boldsymbol{p}}_i+\tilde{\boldsymbol{v}}_i\tag{25}$$

式中: k_{sp}为正常数。

对式 (25) 求导得

$$\dot{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{p},i}=k_{\mathrm{sp}}\tilde{\boldsymbol{v}}_i+g\hat{\boldsymbol{e}}_3-\frac{\boldsymbol{U}_i}{m_i}-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},i}+\boldsymbol{d}_{v,i}\tag{26}$$

对于该滑模面, 选取滑模趋近律为

$$\dot{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{p},i}=-\lambda_{\mathrm{sp1}}\mathrm{sig}^{\gamma_1}\left(\boldsymbol{s}_{i_{\mathrm{p}}}\right)-\lambda_{\mathrm{sp2}}\mathrm{sig}^{\gamma_2}\left(\boldsymbol{s}_{i_{\mathrm{p}}}\right)+\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}\tag{27}$$

式中: λ_{sp1}、λ_{sp2}、γ_1和γ_2为正常数, 且$\gamma_1>1$, $0<\gamma_2<1$。

联立式 (26) 和式 (27) 可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_i=m_i\Big[&k_{\mathrm{sp}}\tilde{\boldsymbol{v}}_i+g\hat{\boldsymbol{e}}_3-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{d},i}+\lambda_{\mathrm{sp1}}\mathrm{sig}^{\gamma_1}\left(\boldsymbol{s}_{\mathrm{p},i}\right)+\\&\lambda_{\mathrm{sp2}}\mathrm{sig}^{\gamma_2}\left(\boldsymbol{s}_{\mathrm{p},i}\right)+\boldsymbol{d}_{v,i}-\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}\Big]\end{aligned}\tag{28}$$

式中: $\hat{\boldsymbol{d}}_{v,i}$由式 (19) 求得。

根据文献 [25] 与式 (24), 第i架无人机的推力输入与期望姿态解算表达式为

$$T_i=\|\boldsymbol{U}_i\|_2\tag{29}$$

$$\begin{cases}\eta_{\mathrm{d},i}=\sqrt{\dfrac{U_{z,i}}{2T_i}+\dfrac{1}{2}}\\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{d},i}=\dfrac{\left[\begin{array}{ccc}-U_{y,i}&U_{x,i}&0\end{array}\right]^{\mathrm{T}}}{2\eta_{\mathrm{d},i}T_i}\\ \boldsymbol{w}_{\mathrm{d},i}=2\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{q}_{\mathrm{d},i}\\ \eta_{\mathrm{d},i}\boldsymbol{I}_3+\boldsymbol{S}\left(\boldsymbol{q}_{\mathrm{d},i}\right)\end{array}\right]^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{Q}}_{\mathrm{d},i}\end{cases}\tag{30}$$

式中: $\boldsymbol{w}_{\mathrm{d},i}$表示第$i$架无人机的期望角速度; $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{d},i}=\left[\boldsymbol{q}_{\mathrm{d},i}^{\mathrm{T}},\eta_{\mathrm{d},i}\right]^{\mathrm{T}}$表示第$i$架无人机的期望单位四元数, 用于表示第$i$架无人机的期望姿态。

注意到, 式 (30) 中需要用到期望单位四元数的导数值, 由于$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{d},i}$已是通过姿态解算求得的变量, 其导数值难以直接通过计算获得。故将$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{d},i}$作为固定时间低通滤波器的输入, 求得其导数近似值。所设计的固定时间低通滤波器为

$$\dot{\boldsymbol{\chi}}=-\zeta_1\mathrm{sig}^{\gamma_1}\left(\boldsymbol{\chi}-\boldsymbol{\sigma}\right)-\zeta_2\mathrm{sig}^{\gamma_2}\left(\boldsymbol{\chi}-\boldsymbol{\sigma}\right)\tag{31}$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z]^{\mathrm{T}}$为滤波器输入; $\boldsymbol{\chi}=[\chi_x,\chi_y,\chi_z]^{\mathrm{T}}$与$\dot{\boldsymbol{\chi}}=[\dot{\chi}_x,\dot{\chi}_y,\dot{\chi}_z]^{\mathrm{T}}$为滤波器输出, $\boldsymbol{\chi}$表示$\boldsymbol{\sigma}$的近似逼近值, $\dot{\boldsymbol{\chi}}$表示$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$的近似逼近值; ζ_1、ζ_2、γ_1和γ_2是正常数。

对于第i架无人机, 其姿态层误差方程为

$$\begin{cases}\tilde{\boldsymbol{Q}}_i=\boldsymbol{Q}_{\mathrm{d},i}^{-1}\odot\boldsymbol{Q}_i\\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i=\boldsymbol{\omega}_i-\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d},i}\end{cases}\tag{32}$$

联立式 (3) 与式 (32) 可得

$$\boldsymbol{J}_i\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_i=\boldsymbol{\tau}_i-\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}_i)\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\omega}_i+\boldsymbol{J}_i\left(\boldsymbol{S}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i)\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d},i}-\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d},i}\right)\tag{33}$$

定义第i架无人机姿态层的滑模面为

$$\boldsymbol{s}_{\mathrm{a},i}=k_{\mathrm{sa}}\tilde{\boldsymbol{q}}_i+\tilde{\boldsymbol{w}}_i\tag{34}$$

式中: k_{sa}为正常数。

对式 (34) 求导得

$$\dot{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{a},i}=k_{\mathrm{sa}}\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_i+\dot{\tilde{\boldsymbol{w}}}_i+\boldsymbol{d}_{\omega,i}\tag{35}$$

对于该滑模面, 选取滑模趋近律为

$$\dot{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{a},i}=-\lambda_{\mathrm{sa1}}\mathrm{sig}^{\gamma_3}\left(\boldsymbol{s}_{\mathrm{a},i}\right)-\lambda_{\mathrm{sa2}}\mathrm{sig}^{\gamma_4}\left(\boldsymbol{s}_{\mathrm{a},i}\right)+\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}\tag{36}$$

式中: λ_{sa1}、λ_{sa2}、γ_3和γ_4为正常数, 且$\gamma_3>1$, $0<\gamma_4<1$。

联立式 (33)、式 (35) 与式 (36) 可得到力矩输入为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_i=&\boldsymbol{J}_i\left[-\lambda_{\mathrm{sa}}\mathrm{sig}^{\gamma_3}\left(\boldsymbol{s}_{\mathrm{a},i}\right)-\lambda_{\mathrm{sa}}\mathrm{sig}^{\gamma_4}\left(\boldsymbol{s}_{\mathrm{a},i}\right)\right]+\\&\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}_i)\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\omega}_i-\boldsymbol{J}_i\left[\boldsymbol{S}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i)\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d},i}-\right.\\&\left.\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d},i}\right]-k_{\mathrm{sa}}\boldsymbol{J}_i\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_i+\boldsymbol{J}_i\left(\hat{\boldsymbol{d}}_{\omega,i}-\boldsymbol{d}_{\omega,i}\right)\end{aligned}\tag{37}$$

式 (37) 中$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d},i}$的求取过程与式 (30) 中的$\dot{\boldsymbol{Q}}_{\mathrm{d},i}$求取过程类似, 皆为通过式 (31) 的固定时间低通滤波器近似求取。至此, 每架无人机的控制推力输入、力矩输入均已求得。

定理 3　对于式 (31), 令$\gamma_1>1$, $0<\gamma_2<1$, 对于输入向量$\boldsymbol{\sigma}$, 存在滤波器正常数增益ζ_1和ζ_2使得滤波器能够在稳定时间t_2内得到输入向量及其导数的逼近值, 即$\boldsymbol{\chi}\to\boldsymbol{\sigma}$, $\dot{\boldsymbol{\chi}}\to\dot{\boldsymbol{\sigma}}$。

证明　定义滤波误差$\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}=\boldsymbol{\chi}-\boldsymbol{\sigma}$, 则有

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{f}}=-\zeta_1\mathrm{sig}^{\gamma_1}\left(\boldsymbol{\chi}-\boldsymbol{\sigma}\right)-\zeta_2\mathrm{sig}^{\gamma_2}\left(\boldsymbol{\chi}-\boldsymbol{\sigma}\right)-\dot{\boldsymbol{\sigma}}\tag{38}$$

选取以下李雅普诺夫函数:

$$V_2=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}\tag{39}$$

由式 (31) 与杨氏不等式, 对式 (39) 求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}_2\leqslant&-\zeta_1\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}\|_2^{\gamma_1+1}-\zeta_2\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}\|_2^{\gamma_2+1}-\|\dot{\boldsymbol{\sigma}}\|_2^2\leqslant\\&-2^{\frac{\gamma_1+1}{2}}\zeta_1\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}\right)^{\frac{\gamma_1+1}{2}}-2^{\frac{\gamma_2+1}{2}}\zeta_2\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}\right)^{\frac{\gamma_2+1}{2}}-\|\dot{\boldsymbol{\sigma}}\|_2^2\end{aligned}\tag{40}$$

根据引理 1 式 (15), 该系统是实际固定时间稳定的。稳定时间上界为

$$t_2=\frac{1}{2^{\frac{\gamma_1-1}{2}}\zeta_1\|\dot{\boldsymbol{\sigma}}\|_2^2(\gamma_1-1)}+\frac{1}{2^{\frac{\gamma_2-1}{2}}\zeta_2\|\dot{\boldsymbol{\sigma}}\|_2^2(1-\gamma_2)}\tag{41}$$

因此, 在t_2时间段内, 所滤波误差能够收敛到 0, 固定时间低通滤波器能够得到输入向量及其导数的逼近值, 即$\boldsymbol{\chi}\to\boldsymbol{\sigma}$, $\dot{\boldsymbol{\chi}}\to\dot{\boldsymbol{\sigma}}$。

定理 4 未知干扰下，若假设 1～假设 4 成立。则从任意初始条件开始，存在一个稳定时间上界 $t_1+t_{ob}+t_2+t_3$，无人机群能够在稳定时间内实现编队控制。

证明 无人机群实现编队控制，则意味着每架无人机的位置层稳定，即 $\boldsymbol{p}_i\to\hat{\boldsymbol{p}}_{d,i}\to\boldsymbol{p}_d+\boldsymbol{\delta}_{i0}$、$\boldsymbol{v}_i\to\hat{\boldsymbol{v}}_{d,i}\to\boldsymbol{v}_d$.每架无人机的姿态层稳定，即$\tilde{\boldsymbol{Q}}_i\to[0,0,0,1]^{\mathrm{T}}$，$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i\to 0$。

选取以下李雅普诺夫函数：

$$V_3=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_{p,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{p,i}+\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_{a,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{a,i}\right)\tag{42}$$

当$t>t_{ob}$时，式 (28) 与式 (37) 中干扰估计值与未知干扰值的差值为 0。因此，对式 (42) 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_3=&\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{s}_{p,i}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{s}}_{p,i}+\boldsymbol{s}_{a,i}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{s}}_{a,i}\right)=\\&\sum_{i=1}^{n}\left[\boldsymbol{s}_{p,i}^{\mathrm{T}}\left(k_{sp}\tilde{\boldsymbol{v}}_i+g\hat{\boldsymbol{e}}_3-\frac{\boldsymbol{U}_i}{m_i}-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{d,i}\right)+\boldsymbol{s}_{a,i}^{\mathrm{T}}\left(k_{sa}\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_i+\dot{\tilde{\boldsymbol{w}}}_i\right)\right]=\\&\sum_{i=1}^{n}\left\{\boldsymbol{s}_{p,i}^{\mathrm{T}}\left[k_{sp}\tilde{\boldsymbol{v}}_i+g\hat{\boldsymbol{e}}_3-\left(k_{sp}\tilde{\boldsymbol{v}}_i+g\hat{\boldsymbol{e}}_3-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{d,i}+\right.\right.\right.\\&\left.\lambda_{sp1}\mathrm{sig}^{\gamma_1}\left(\boldsymbol{s}_{p,i}\right)+\lambda_{sp2}\mathrm{sig}^{\gamma_2}\left(\boldsymbol{s}_{p,i}\right)\right)-\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{d,i}\left.\right]+\\&\boldsymbol{s}_{a,i}^{\mathrm{T}}\left[k_{sa}\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_i-\lambda_{sa}\mathrm{sig}^{\gamma_3}\left(\boldsymbol{s}_{a,i}\right)-\lambda_{sa}\mathrm{sig}^{\gamma_4}\left(\boldsymbol{s}_{a,i}\right)+\right.\\&\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}_i)\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\omega}_i-\boldsymbol{S}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i)\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\boldsymbol{\omega}_{d,i}+\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\cdot\\&\dot{\boldsymbol{\omega}}_{d,i}-k_{sa}\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_i-\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}_i)\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\omega}_i+\\&\left.\left.\left.\left(\boldsymbol{S}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i)\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\boldsymbol{\omega}_{d,i}-\boldsymbol{R}(\tilde{\boldsymbol{Q}}_i)\dot{\boldsymbol{\omega}}_{d,i}\right)\right]\right\}=\\&\sum_{i=1}^{n}\left\{\boldsymbol{s}_{p,i}^{\mathrm{T}}\left[-\lambda_{sp1}\mathrm{sig}^{\gamma_1}\left(\boldsymbol{s}_{p,i}\right)-\lambda_{sp2}\mathrm{sig}^{\gamma_2}\left(\boldsymbol{s}_{p,i}\right)\right]+\right.\\&\left.\boldsymbol{s}_{a,i}^{\mathrm{T}}\left[-\lambda_{sa1}\mathrm{sig}^{\gamma_3}\left(\boldsymbol{s}_{a,i}\right)-\lambda_{sa2}\mathrm{sig}^{\gamma_4}\left(\boldsymbol{s}_{a,i}\right)\right]\right\}\leqslant\\&\sum_{i=1}^{n}\left(-\lambda_{sp1}\left\|\boldsymbol{s}_{p,i}\right\|_2^{\gamma_1+1}-\lambda_{sp2}\left\|\boldsymbol{s}_{p,i}\right\|_2^{\gamma_2+1}-\right.\\&\left.\lambda_{sa1}\left\|\boldsymbol{s}_{a,i}\right\|_2^{\gamma_3+1}-\lambda_{sa2}\left\|\boldsymbol{s}_{a,i}\right\|_2^{\gamma_4+1}\right)\leqslant\\&\sum_{i=1}^{n}\left[-2^{\frac{\gamma_1+1}{2}}\lambda_{sp1}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_{p,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{p,i}\right)^{\frac{\gamma_1+1}{2}}-2^{\frac{\gamma_2+1}{2}}\lambda_{sp2}\cdot\right.\\&\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_{p,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{p,i}\right)^{\frac{\gamma_2+1}{2}}-2^{\frac{\gamma_3+1}{2}}\lambda_{sa1}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_{a,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{a,i}\right)^{\frac{\gamma_3+1}{2}}-\\&\left.2^{\frac{\gamma_4+1}{2}}\lambda_{sa2}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_{a,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{a,i}\right)^{\frac{\gamma_4+1}{2}}\right]\leqslant-\lambda_1V_3^{\Delta_1}-\lambda_2V_3^{\Delta_2}\end{aligned}\tag{43}$$

式中：λ_1、λ_2、Δ_1和Δ_2为正常数，且$\Delta_1>1$，$0<\Delta_2<1$。根据引理 1，V_3对应的系统是固定时间稳定的。稳定时间上界为

$$t_3=\frac{1}{\lambda_1(\Delta_1-1)}+\frac{1}{\lambda_2(1-\Delta_2)}\tag{44}$$

在t_2时间段内，式 (30) 中的$\dot{\boldsymbol{Q}}_{d,i}$与式 (37) 中$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{d,i}$可以通过固定时间低通滤波器求得。因此，在$t_{ob}+t_2+t_3$时间段内，式 (25) 与式 (34) 的滑模面收敛到 0。所设计的固定时间干扰观测器、固定时间低通滤波器与滑模控制器能够使$\boldsymbol{p}_i\to\hat{\boldsymbol{p}}_{d,i}$、$\boldsymbol{v}_i\to\hat{\boldsymbol{v}}_{d,i}$、$\tilde{\boldsymbol{Q}}_i\to[0,0,0,1]^{\mathrm{T}}$、$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i\to 0$，$i=1,2,\cdots,n$。每架无人机完成了跟踪控制且姿态收敛。

结合本节与第 2 节可得：当$t>t_1+t_{ob}+t_2+t_3$时，$\boldsymbol{p}_i\to\hat{\boldsymbol{p}}_{d,i}\to\boldsymbol{p}_d+\boldsymbol{\delta}_{i0}$、$\boldsymbol{v}_i\to\hat{\boldsymbol{v}}_{d,i}\to\boldsymbol{v}_d$。无人机群能够在稳定时间内实现编队控制。

5 仿真验证

考虑一个具有 6 架四旋翼无人机的编队，无人机群的通信拓扑如图 3 所示。

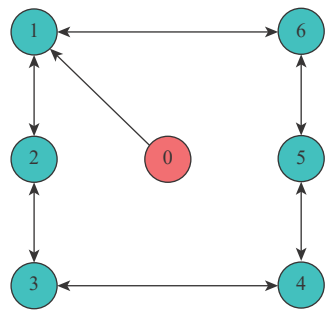


图 3 欠驱动四旋翼无人机示意图

Fig. 3 Schematic diagram of underactuated quadrotor UAV

每架无人机的性能参数为：转动惯量$\boldsymbol{J}_i=\mathrm{diag}\{0.089,0.089,0.89\}\,\mathrm{kg\cdot m^2}$，质量$m_i=1\,\mathrm{kg}$，$g=9.8\,\mathrm{N/kg}$。每架无人机的控制参数和初始状态如表 1 所示。

表 1 仿真条件

Table 1 Simulation conditions

控制参数	初始状态
$\alpha_1=0.8,\beta_1=2$	$\boldsymbol{p}_1(0)=[-2\ \ 2\ \ 0]\mathrm{m}$
$\alpha_2=\beta_2=1.2$	$\boldsymbol{p}_2(0)=[2\ \ 2\ \ 0]\mathrm{m}$
$\xi_{v1}=\xi_{\omega1}=0.5$	$\boldsymbol{p}_3(0)=[2\ \ -2\ \ 0]\mathrm{m}$
$\xi_{v2}=\xi_{\omega2}=200$	$\boldsymbol{p}_4(0)=[-2\ \ -2\ \ 0]\mathrm{m}$,
$\mu_{v1}=\mu_{\omega1}=1.3$	$\boldsymbol{p}_5(0)=[-2\ \ 0\ \ 0]\mathrm{m}$
$\mu_{v2}=\mu_{\omega2}=0.5$	$\boldsymbol{p}_6(0)=[2\ \ 0\ \ 0]\mathrm{m}$
$\zeta_1=\zeta_1=0.1$	$\boldsymbol{v}_i(0)=[0\ \ 0\ \ 0]\mathrm{m/s}$, $i=1,2,\cdots,6$
$\gamma_1=\Upsilon_1=\Upsilon_3=1.1$	$\boldsymbol{\omega}_i(0)=[0\ \ 0\ \ 0]\mathrm{rad/s}$, $i=1,2,\cdots,6$
$\gamma_2=\Upsilon_2=\Upsilon_4=0.7$	$\boldsymbol{Q}_i(0)=[0\ \ 0\ \ 0\ \ 1]$, $i=1,2,\cdots,6$
$k_{sp}=1,k_{sa}=3$	
$\lambda_{sp1}=\lambda_{sp2}=0.2$	
$\lambda_{sa1}=\lambda_{sa2}=0.4$	

设定系统仿真时间为 30 s。每架无人机受到的复合干扰为：$\boldsymbol{d}_v=[2-0.5\cos(0.2t+0.25\pi),\ 1+0.3\cdot\sin(0.3t-\pi/3),3+0.4\sin(0.4t+\pi/6)]$、$\boldsymbol{d}_\omega=[3-0.3\sin(0.2t+\pi/6),\ 2+0.4\cos(0.3t-0.25\pi),\ 1+0.5\cos(0.4t+\pi/3)]$。

图 3 中 0 号虚拟智能体传 1 号无人机的期望轨迹函数为: $\boldsymbol{p}_{\mathrm{d}}=[3-10\cos(0.1t),9+15\cdot\sin(0.1t),3+0.6t]\,\mathrm{m}$。

图 4 给出了该四旋翼无人机编队在本文控制方案下形成的轨迹图。

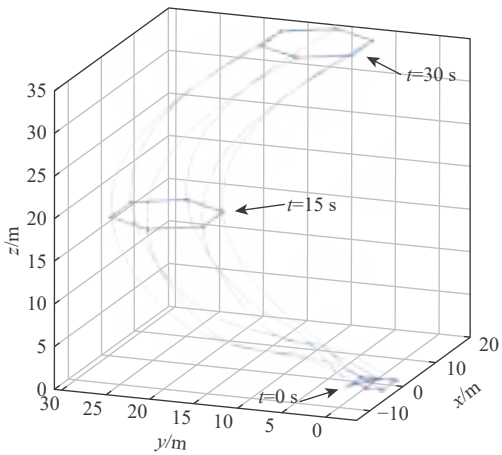
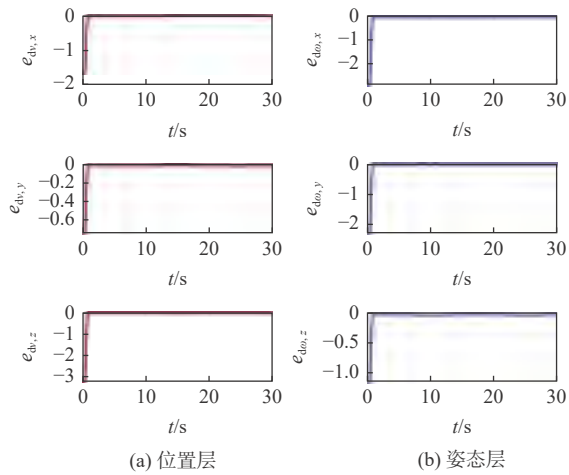


图 4　四旋翼无人机编队轨迹图

Fig. 4　Trajectories of quadrotor UAVs' formation

图 5 给出了第 3 架无人机对未知复合干扰的观测误差变化曲线。图 5(a)和 (b) 分别为无人机位置层与姿态层的干扰观测误差, 纵坐标 $e_{\mathrm{dv},x}$, $e_{\mathrm{dv},y}$, $e_{\mathrm{dv},z}$, $e_{\mathrm{d}\omega,x}$, $e_{\mathrm{d}\omega,y}$, $e_{\mathrm{d}\omega,z}$ 为干扰观测误差在惯性系三轴的分量。由图可知, 固定时间干扰观测器生成的干扰估计值与实际的未知干扰量的误差能够快速收敛至 0。在 0.63 s 之后, 无人机即可对受到的未知干扰量进行主动补偿。

为了验证所提出控制方案的有效性, 在各无人机性能参数、初始状态相同的情况下, 施加相同的复合干扰量, 采用文献 [14] 的控制方案并增加相同的干扰观测器进行对比实验。2 种控制方案的仿真结果如图 6～图 9 所示。图 6 中纵坐标 $\tilde{p}_{i,x}$, $\tilde{p}_{i,y}$, $\tilde{p}_{i,z}$ 为期望位置估计误差在惯性系三轴的分量。图 7中纵坐标 $\tilde{p}_{i,x}$, $\tilde{p}_{i,y}$, $\tilde{p}_{i,z}$ 为估计位置跟踪误差在惯性系三轴的分量。图 8 中纵坐标 $\tilde{p}_{\omega,x}$, $\tilde{p}_{\omega,y}$, $\tilde{p}_{\omega,z}$ 为角速度跟踪误差在惯性系三轴的分量。图 9 中纵坐标 $\tilde{q}_{i,1}$, $\tilde{q}_{i,2}$, $\tilde{q}_{i,3}$ 为姿态跟踪误差四元数中的矢量部分。



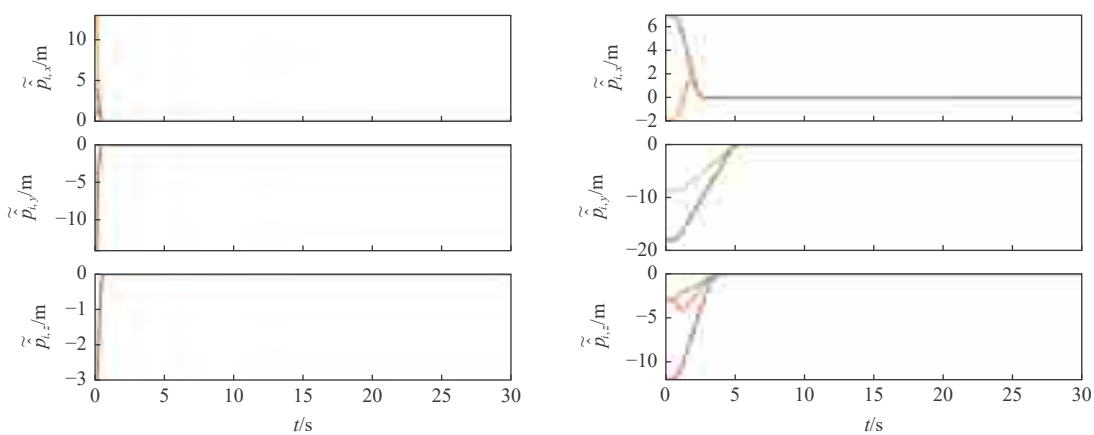
(a) 位置层　　(b) 姿态层

图 5　干扰观测误差

Fig. 5　Observation errors of disturbances

由图 6 可知, 每架无人机采用的固定时间滑模估计器仅需 0.58 s 即可实现对期望轨迹的估计。而文献 [14] 中的有限时间滑模估计器则需要 5.26 s。由图 7 知, 每架无人机采用的固定时间滑模控制器仅需约 8.92 s 即可实现对估计位置的跟踪。而文献 [14] 中的中间辅助控制器则需要 18.18 s。这说明, 采用固定时间控制能够有较快的收敛速度。

由图 8 可知, 每架无人机采用的固定时间滑模估计器仅需约 6.88 s 即可使角速度误差收敛到 0。而文献 [14] 中的姿态控制器则大约需要 8.82 s。由图 9 可知, 2 种控制方案均需要 10 s 即可使四元数误差中的向量部分收敛到 0, 但比较图 9(a) 与



(a) 固定时间滑模估计器　　(b) 文献[14]中的有限时间滑模估计器

i=1　i=2　i=3　i=4　i=5　i=6

图 6　期望位置估计误差

Fig. 6　Estimation errors of desired positions

图 9(b) 可知, 图 9(a) 的误差曲线能够更为平滑地收敛到 0, 采取本文的固定时间滑模控制器能够在一定程度上减少姿态跟踪误差曲线的抖振。

因此, 相较于文献 [14] 的控制方案, 本文采用的固定时间控制方案能够更有效率地实现无人机群的编队控制。

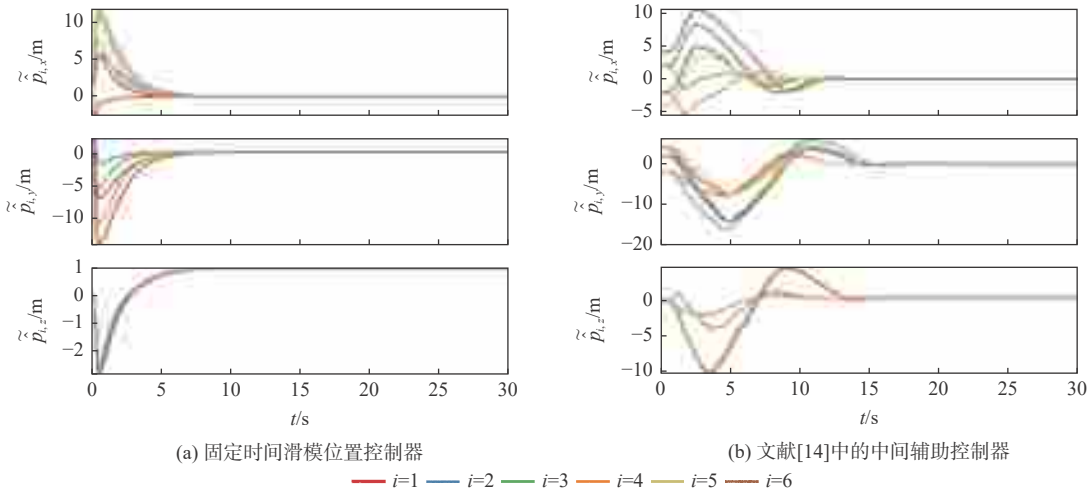


图 7 估计位置跟踪误差

Fig. 7 Tracking errors of estimated positions

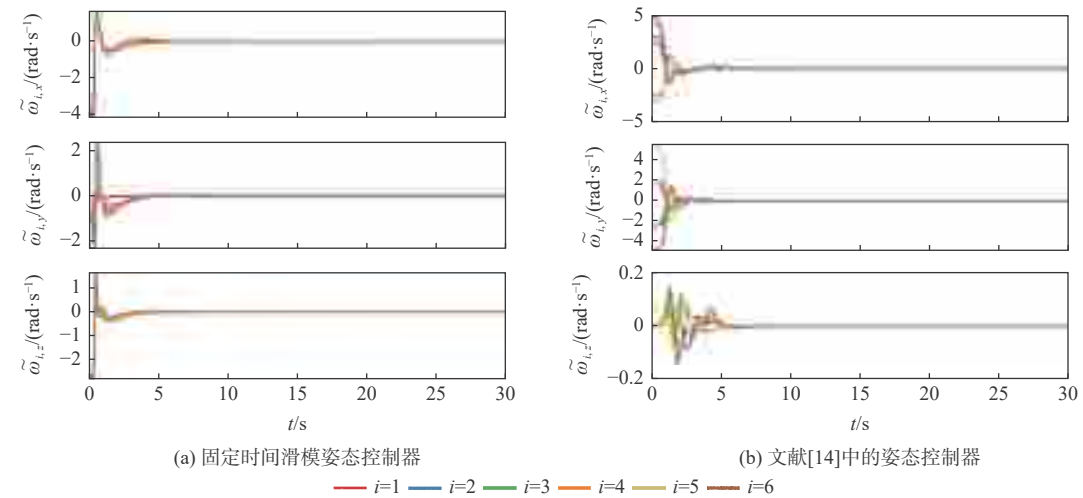


图 8 角速度跟踪误差

Fig. 8 Tracking errors of angular velocities

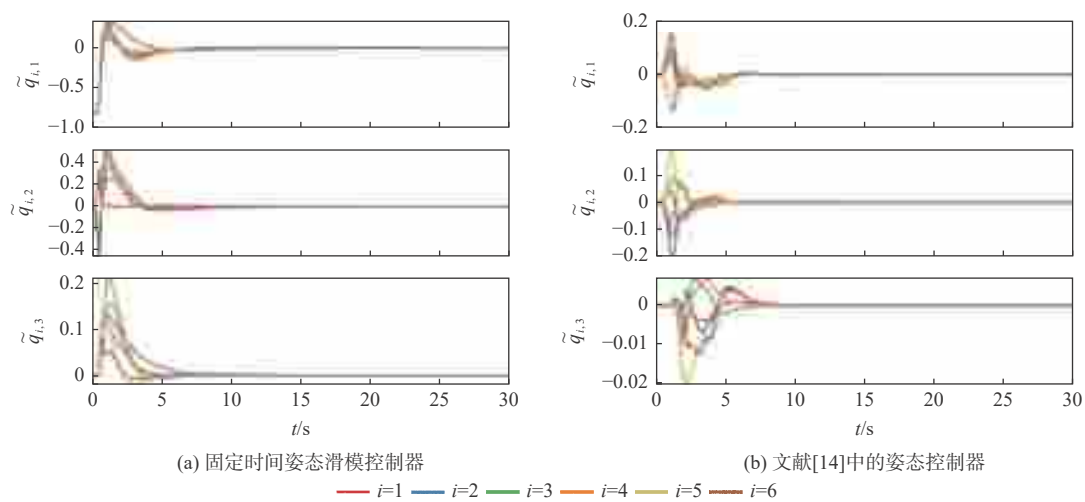


图 9 姿态跟踪误差

Fig. 9 Tracking errors of attitudes

6 结　论

本文采用分层设计的思想, 将系统分为估计层与控制层, 使分布式多机协同控制与单机控制间隔开来, 有效地实现了对欠驱动四旋翼无人机群实现了编队控制。在未知干扰下, 采取的全局固定时间控制方案能够使无人机群实现以下指标:

1) 每架无人机都能够快速估计出期望位置, 每架无人机的期望位置连结起来能够形成队形。

2) 每架无人机都能够快速实现对未知干扰量的主动干扰补偿。

3) 每架无人机都能对估计出的期望位置实现快速跟踪, 且每架无人机的姿态都稳定收敛。欠驱动四旋翼无人机群实现编队控制。

参考文献（References）

[1] 段海滨, 申燕凯, 赵彦杰, 等. 2020 年无人机热点回眸[J]. 科技导报, 2021, 39(1): 233-247.
DUAN H B, SHEN Y K, ZHAO Y J, et al. Review of technological hotspots of unmanned aerial vehicle in 2020[J]. Science & Technology Review, 2021, 39(1): 233-247(in Chinese).

[2] 任章, 郭栋, 董希旺, 等. 飞行器集群协同制导控制方法及应用研究[J]. 导航定位与授时, 2019, 6(5): 1-9.
REN Z, GUO D, DONG X W, et al. Research on the cooperative guidance and control method and application for aerial vehicle swarm systems[J]. Navigation Positioning and Timing, 2019, 6(5): 1-9(in Chinese).

[3] 徐力昊, 张宇, 许斌. 基于双向电机驱动的四旋翼机动飞行控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(2): 373-381.
XU L H, ZHANG Y, XU B. Maneuvering flight control of QUAV based on bi-directional motor actuation[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(2): 373-381(in Chinese).

[4] KENDOUL F, NONAMI K, FANTONI L, et al. An adaptive vision-based autopilot for mini flying machines guidance, navigation and control[J]. Autonomous Robots, 2009, 27(3): 165.

[5] CHEN M, HUZMEZAN M. A combined MBPC/ 2 DOF H_∞ controller for a quad rotor UAV[C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2003: 1716-1721.

[6] BOUABDALLAH S, NOTH A, SIEGWART R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor[C]//Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems. Piscataway: IEEE Press, 2004: 2451-2456.

[7] 马思迁, 董朝阳, 马鸣宇, 等. 基于自适应通信拓扑四旋翼无人机编队重构控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(4): 841-850.
MA S Q, DONG C Y, MA M Y, et al. Formation reconfiguration control of quadrotor UAVs based on adaptive communication topology[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(4): 841-850(in Chinese).

[8] EFE M O. Robust low altitude behavior control of a quadrotor rotorcraft through sliding modes[C]//Proceedings of Control & Automation, 2007. MED '07. Mediterranean Conference on. Piscataway: IEEE Press, 2007: 1162-1167.

[9] GONZALEZ-HERNANDEZ I, PALACIOS F M, CRUZ S S, et al. Real-time altitude control for a quadrotor helicopter using a super-twisting controller based on high-order sliding mode observer[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2017, 14(1): 172988141668711.

[10] SATICI A C, POONAWALA H A, SPONG M W. Robust Optimal Control of Quadrotor UAVs[J]. IEEE Access, 2013, 1: 79-93.

[11] REN W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 505-512.

[12] MOREAU L. Stability of multiagent systems with time-dependent communication links[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(2): 169-182.

[13] 朱旭, 张逊逊, 尤谨语, 等. 基于信息一致性的无人机紧密编队集结控制[J]. 航空学报, 2015, 36(12): 3919-3929.
ZHU X, ZHANG X X, YOU J Y, et al. Swarm control of UAV close formation based on information consensus[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(12): 3919-3929(in Chinese).

[14] 郑伟铭, 徐扬, 罗德林. 多四旋翼无人机系统分布式分层编队合围控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(6): 1091-1105.
ZHENG W M, XU Y, LUO D L. Distributed hierarchical formation-containment control of multiple quadrotor UAV systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(6): 1091-1105(in Chinese).

[15] CHEN G, LEWIS F L, XIE L. Finite-time distributed consensus via binary control protocols[J]. Automatica, 2011, 47(9): 1962-1968.

[16] LIU X, LAM J, YU W, et al. Finite-time consensus of multiagent systems with a switching protocol[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2016, 27(4): 853-862.

[17] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.

[18] MENG D, JIA Y, Du J. Finite-time consensus for multiagent systems with cooperative and antagonistic interactions[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(4): 762-770.

[19] HONG H, YU W, YU X, et al. Fixed-time connectivity-preserving distributed average tracking for multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems II Express Briefs, 2017, 64(10): 1192-1196.

[20] NING B, ZUO Z, JIN J, et al. Distributed fixed-time coordinated tracking for nonlinear multi-agent systems under directed graphs[J]. Asian Journal of Control, 2018, 20(2): 646-658.

[21] SHUSTER M. A survey of attitude representations[J]. Journal of Astronautical Sciences, 1993, 41(4): 439-517.

[22] LI W, LIU L, FENG G. Containment control with multiple leaders for nonlinear multi-agent systems with unstabilizable linearizations[J]. Neurocomputing, 2020, 380: 43-50.

[23] ZUO Z Y, TIAN B L, DEFOORT M, et al. Fixed-time consensus tracking for multi-agent systems with high-order integrator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(2): 563-

570.

[24] DONG Y, ZOU A M, SUN Z W. Predefined-time predefined-bounded attitude tracking control for rigid spacecraft[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(1): 464-472.

[25] 邹尧, 孟子阳. 垂直起降飞行器的自适应集群编队飞行控制[J]. 中国科学:技术科学, 2020, 50(4): 369-379.
ZOU Y, MENG Z Y. Adaptive formation control of multiple vertical takeoff and landing UAVs[J]. Scientia Sinica Technologica, 2020, 50(4): 369-379(in Chinese).

Fixed-time formation control of quadrotor UAV swarm with unknown disturbances

ZHENG Weiming[1], XU Yang[2, 3], LUO Delin[1, *]

(1. School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361102, China;
2. School of Civil Aviation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
3. Yangtze River Delta Research Institute of NPU, Taicang, Suzhou 215400, China)

Abstract: A fixed-time formation control approach is proposed for the formation control of underactuated nonlinear quadrotor UAV swarm with unknown disturbances. Firstly, a distributed fixed-time sliding mode estimator is designed. Each UAV can quickly estimate its own desired position information under the condition that only some UAVs can obtain the desired trajectory. Secondly,in order for the UAV to produce disturbance estimates to counteract the impact of the compound disturbances, a fixed-time disturbance observer is also inserted to estimate the unknown compound disturbances. Then, fixed-time sliding mode controllers are designed in the position layer and control layer of the UAV to track the desired trajectory. The proposed method can satisfy the attitude stability convergence. Finally, the accuracy and effectiveness of the proposed method are verified through numerical simulation.

Keywords: quadrotor UAV; underactuated system; formation control; fixed-time control; disturbance observer

Received: 2022-06-20; **Accepted**: 2022-07-29; **Published Online**: 2023-01-12 11:56

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1724.004

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (61673327); the Basic Research Programs of Taicang, 2021 (TC2021JC28); the Fundamental Research Funds for the Central Universities (G2021KY05116); the Industrial Development and Foster Project of Yangtze River Delta Research Institute of NPU, Taicang (CY20210202)

* **Corresponding author**. E-mail: luodelin1204@xmu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0528

热风洞温度系统的无模型自适应级联控制

陈嘉诚[1]，杨旭[2]，马渝翔[2]，李栋[3]，董素君[3]，李运华[2,*]

(1. 北京航空航天大学 大型飞机高级人才培训班，北京 100191；2. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100191；
3. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191)

摘　　要：热风洞能够为高温热电偶动态标定和航空发动机叶片热强度测试等应用场景提供均匀且稳定的温度场，如何对热风洞所产生的热气流进行宽温范围的温度控制是一个难点。为此，建立了热风洞燃油流量和燃烧室温度的数学模型；设计了一种内环为增量式比例积分微分（PID）和外环为无模型自适应控制（MFAC）的级联控制方法，增量式PID控制器控制燃油流量，MFAC控制器控制燃烧室温度，实现了对燃烧室温度的有效控制；进行了不同目标温度的数值模拟和试验研究，并与FuzzyPID-PID级联控制方案和传统的级联PID控制方案进行了对比测试。试验结果确认了所提控制方案的可行性与优越性。

关 键 词：热风洞；温度控制；无模型自适应控制；增量式比例积分微分；级联控制
中图分类号：TP273
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1713-08

高温热气流风洞是为了用于高温热电偶动态标定、航空发动机涡轮叶片热强度试验而开发的热流场模拟试验系统[1]。在这些应用场景中需要一个均匀稳定的温度场。因此，温度调节是评价高温热气流风洞性能的重要指标。

热风洞燃油流量的控制是通过控制流量阀的开度实现的，由于阀门特性、流量传感器和长管路的滞后，高温热风洞燃油供给系统表现为一个具有时变性和滞后性，难以建立精确数学模型的系统[2]，燃烧过程涉及喷射、雾化、蒸发、两相流、燃料与空气混合及液体煤油燃料湍流燃烧等现象。这些复杂现象的存在使得热气流燃烧室的燃烧过程建模变得非常困难[3]。因此，高温热气流风洞温度控制面临的挑战之一是动态系统的建模和控制器的设计，该控制器能够在很宽的温度范围内快速调节燃油流量进而控制温度[4]。

很多学者针对流量阀的控制开展了深入研究。朱家厅等[5]为实现对数字阀流量控制，采用前馈比例积分(proportional integral，PI)控制器对驱动数字阀的伺服电机进行动态控制。刘忠洋等[6]在气动阀门控制系统中改进灰色预测模糊比例积分微分(proportional integral derivative, PID)控制器，实现了更好的调控性能。Trojnar和Ostalczyk[7]研究了一种应用于燃气阀的PID控制器，调节的对象是固定在电磁铁芯上的气体阀针，使位置误差随着时间的推移最小化，从而调节腔室温度。Mittal等[8]提出基于带粒子群优化的PID控制器，采用多目标粒子群算法优化PID控制器参数，仿真结果表明，所提出的PID控制器能够实现合理的阀的回位速度，且阀的前冲程和回冲程都更快。

上述研究采用的PID控制虽不依赖对象数学模型，比较适合于难以建立模型的热风洞温度系统，但仅靠PID控制却无法取得令人满意的控制效果。侯忠生等[9-12]提出无模型自适应控制(model-free adaptive control, MFAC)理论，引入了伪偏导数(pseudo partial derivative, PPD)的概念。董娜等[13]将无模型控制方法用于对大时滞系统的控制。Liu等[14]针对液化煤气炉内温度系统无法建立准确的

收稿日期：2022-06-22；**录用日期**：2022-09-23；**网络出版时间**：2023-01-12 15:08
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1852.006
基金项目：国家科技重大专项 (2017-V-0015-0067)
*通信作者. E-mail：yhli@buaa.edu.cn

引用格式：陈嘉诚，杨旭，马渝翔，等. 热风洞温度系统的无模型自适应级联控制 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1713-1720.
CHEN J C，YANG X，MA Y X，et al. Model-free adaptive cascade control for temperature system of a hot wind tunnel[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1713-1720（in Chinese）.

多输入多输出描述原油温度动态的数学模型的难点，采用一种 MFAC 控制器对炉温进行控制。仿真结果表明，MFAC 对气化过程的温度调节具有非常可靠的跟踪能力。Xu 等[15]针对钢坯加热炉炉温控制系统的非线性、滞后和时变特性，提出模糊无模型自适应温度控制器。仿真结果表明，该控制器能较好地控制炉温。实践结果表明 MFAC 针对控制建模困难的系统具有较强的适用性。

本文针对热风洞的温度控制系统，提出 MFAC-PID 级联控制方法，对热风洞所使用的数字式比例阀及燃烧过程进行数学建模。利用建立的燃油流量模型和温度模型进行仿真，与 FuzzyPID-PID 级联控制方案和普通 PID-PID 级联控制方法进行对比，验证了本文方案的可行性，并通过试验研究进一步验证了本文方案的有效性和优越性。

1 系统描述

热风洞的温度控制系统如图 1 所示，其工作原理为以航空煤油作为燃料，压缩空气作为助燃剂，燃烧后产生高温喷射气流，在热风洞的试验段内形成均匀而稳定的温度场。为产生稳定的温度场，除热风洞主体燃烧室外，热气流试验系统还包括供油系统、供气系统和温度控制系统。高压氮气作为恒压源，为输出燃油提供固定压力。数字阀用于调节燃油流量。齿轮流量计用于测量燃油流量。截止阀用于紧急手动断油。在总空气流量不变的前提下，一次燃烧区和二次燃烧区的空气流量按 3∶7 的比例分配。

控制系统包括燃油流量的控制和燃烧室的温度控制。由于可编程逻辑控制器(programmable logic controller, PLC)计算能力有限，为提高运算速度，选择 PLC 作为下位机来采集流量信息并控制燃油流量，个人计算机(personal computer, PC)作为上位机来控制燃烧室的温度。由 SR23 温控器采集热电偶温度信号，通过 RS485 总线传输给上位机。上位机将温度算法计算的结果传送给 PLC，最后 PLC 将流量控制方法得到的结果转换为脉冲频率传送给数字阀进行流量调节。

2 系统数学建模

2.1 数字式比例阀的数学建模

数字阀通过步进电机驱动滚珠丝杠来控制阀芯位置的移动。数字阀的阀芯位移 X_v 与步进电机的脉冲数 N_p 成正比，可看作一阶惯性元件，二者之间的传递函数为

$$G_{dv}(s)=\frac{X_v}{N_p}=\frac{K_{dv}}{T_{dv}s+1} \tag{1}$$

式中：K_{dv} 为数字阀的阀芯位移驱动系数；T_{dv} 为数字阀的时间常数。

流量方程：

$$q_{dv}=C_dWX_v\sqrt{2(P_1-P_2)/\rho}=C_dWX_v\sqrt{2\Delta P/\rho} \tag{2}$$

式中：q_{dv} 为经过电磁阀的流量；C_d 为节流系数；W 为面积梯度；ρ 为燃油密度；$\Delta P=P_1-P_2$ 为进-出口压差。将式 (2) 线性化可得：

$$\Delta q_{dv}=K_1\Delta X_v-K_2\Delta P \tag{3}$$

其中：Δq_{dv} 为进出口流量差；ΔX_v 为阀芯位移差；$K_1=C_dW\sqrt{2P^*/\rho}$，$K_2=C_dWX_v\sqrt{1/2\rho P^*}$，$P^*$ 为线性化工作点的负载压差值。

将式 (3) 进行拉普拉斯变换，考虑到流量压力系数 K_2 非常小，因此，可以将其忽略，得到燃油流量与步进电机的脉冲数之间的传递函数为

$$G(s)=\frac{q_{dv}(s)}{N_p(s)}=\frac{K_1K_{dv}}{T_{dv}s+1} \tag{4}$$

进一步，可得燃油流量和实际输入的步进电机脉冲频率之间的传递函数为

$$G_1(s)=\frac{q_{dv}(s)}{f(s)}=\frac{1}{s}\cdot\frac{K_1K_{dv}}{T_{dv}s+1} \tag{5}$$

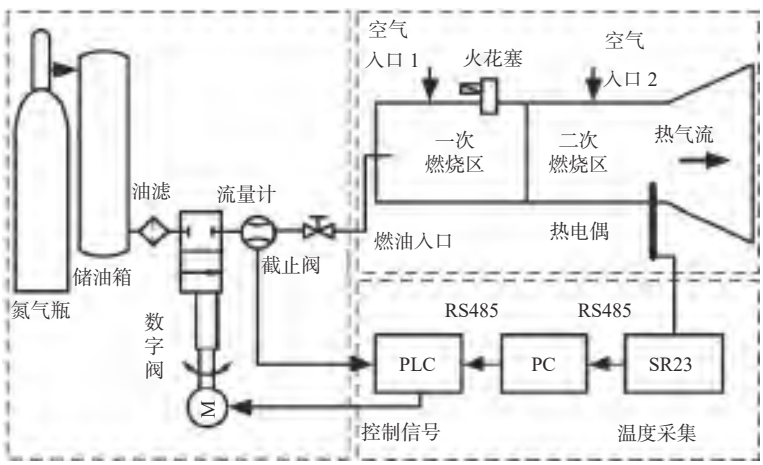


图 1 热风洞温度控制系统

Fig. 1 Temperature control system of hot wind tunnel

2.2　燃烧过程的数学建模

热风洞燃烧过程非常复杂，存在喷射、雾化、蒸发、两相流、燃料与空气混合及液体煤油燃料湍流燃烧等现象。因此，从机理上建立燃烧过程的精准瞬态模型是非常困难的。

通常情况下把燃烧过程近似看作是一阶纯滞后的系统。根据傅里叶导热定律，能量的耗散与温度近似为线性关系，再由能量守恒定理得：

$$\phi-\phi_{\mathrm{h}}=C\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{6}$$

$$\phi_{\mathrm{h}}=k\theta \tag{7}$$

式 (6) 和式 (7) 经过拉普拉斯变换并联立得：

$$\frac{\theta(s)}{\phi(s)}=\frac{1}{k+Cs} \tag{8}$$

式中：θ 为热风洞出口温度；ϕ 为输入能量，包括空气压力能和化学反应释放能量；ϕ_{h} 为耗散的能量，包括出口热气流的焓和燃烧室壁面散热；k 和 C 为常数；t 为时间。

因此，燃烧室的温度模型可以抽象为一阶系统。温度系统具有滞后特性，燃烧室的温度模型为

$$G(s)=\frac{K}{Ts+1}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{9}$$

式中：K 为燃烧系统模型的静态增益；T 为系统的惯性时间常数；τ 为纯滞后时间常数。

由于燃烧的复杂性，很难建立精确的数学模型。为辨识系统的模型参数，采用一阶响应法来辨识对象的数学模型参数。首先对系统施加流量单位阶跃信号，得到温度模型的温度响应曲线。Cohn-Coon 公式用于拟合燃烧室温度的传递函数。以 1 g/s 的固定燃油流量进行点火，1 g/s 可以看作为燃烧过程输入的阶跃信号，燃烧室的温度变化如图 2 所示。

Cohn-Coon 公式为

$$\begin{cases}K=\dfrac{\Delta C}{\Delta M}\\ T=1.5(t_{0.632}-t_{0.28})\\ \tau=1.5\left(t_{0.28}-\dfrac{1}{3}t_{0.632}\right)\end{cases} \tag{10}$$

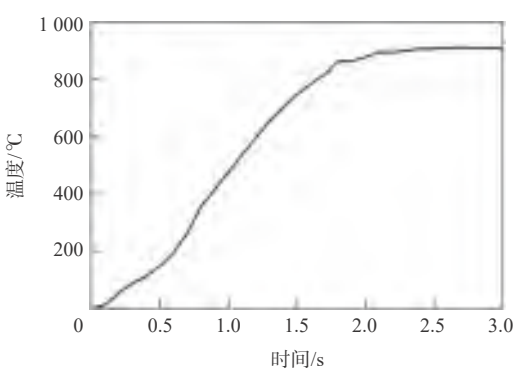


图 2　燃油流量 1 g/s 阶跃输入下的温度响应

Fig. 2　Temperature response at 1 g/s step input of fuel flow rate

式中：ΔC 为系统的输出响应；ΔM 为系统输入阶跃值；$t_{0.28}$ 和 $t_{0.632}$ 分别为第一次达到稳态值所用时间 t 的 0.28 倍和 0.632 倍对应的时间代入相应数据可得：$T=1.87$，$\tau=0.7$，$K=905.6$，将这些值代入式 (9) 可以得到燃烧室温度与燃油流量之间的传递函数为

$$G(s)=\frac{905.6}{1.87s+1}\mathrm{e}^{-0.7s} \tag{11}$$

根据建立的燃烧室温度模型对燃油流量和温度的关系进行仿真，同时和实际测量的温度数据进行对比，燃烧室出口温度仿真结果与试验数据如图 3 所示。从图 3 可以看出，在进入富油燃烧之前，温度与燃油流量非线性化程度高，但基本成正相关，表明了所建立的模型基本能够满足燃烧的实际特性。但是图中也显示了燃烧室模型和实际模型仍然存在一定的误差，这是因为燃烧是一个激烈并且复杂的化学反应过程，该过程会受到燃烧的充分性、环境温度的变化、空气流量的变化、冷却水的流量等因素的影响，因此，很难建立燃烧室温度的精确数学模型。

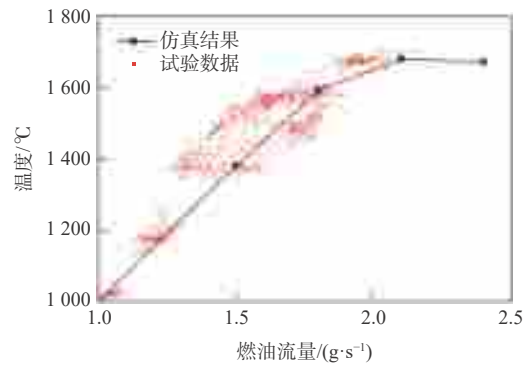


图 3　燃烧室出口温度仿真结果与试验数据

Fig. 3　Simulation results and experimental data of combustor outlet temperature

3　控制系统设计

热风洞燃气温度控制系统是一个参数较多、干扰较大的复杂系统。对于本文热风洞的温度控制，主要考虑的性能指标是快速性和准确性，尤其是准确性。具体的设计指标是目标温度的稳态误差需要控制在±3% 以内。本文采用了级联控制方案来对热风洞热气流温度进行精准调节。级联控制系统是指外环控制器和内环控制器在控制链中顺序连接的控制系统。图 4 为热风洞温度级联控制方案。内环控制系统的控制目标为燃油流量，数字式比例阀为执行元件，齿轮流量计测量的流量值作为内环控制器的反馈。外环控制系统则以热气流温度为控制目标，以热风洞燃烧室为执行对象，以温度传感器测量的实时温度为外环控制器的反馈。外回路控制系统的外环控制器输出作为内回路控制子系统的控制输入，构成级联控制系统。与单回

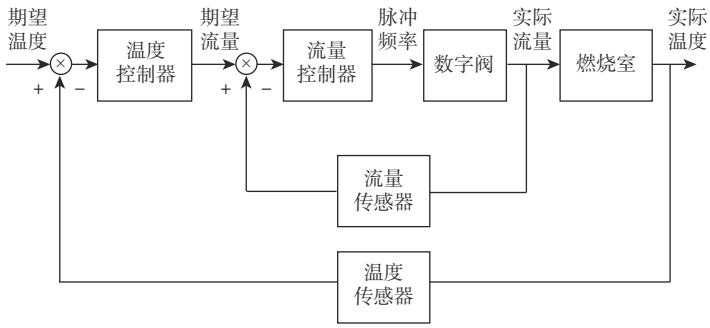


图4 热风洞温度级联控制方案

Fig. 4 Temperature cascade control scheme of hot wind tunnel

路控制系统相比，级联控制只增加了内环回路，提高了系统的响应速度和鲁棒性，双环控制器的控制性能明显优于单环控制系统。

3.1 流量控制器设计

数字式比例阀输入信号为脉冲频率即电机转速，系统中自带有积分环节，因此，无法采用传统的位置式PID控制方法，本文采用增量式PID控制方法对数字阀进行调控。

相比于一般位置式PID控制，增量式PID控制方法采用递推形式，不需要累加，控制器的输出值只与最近3次的采样反馈值有关，运算量较小。自动控制向手动控制切换时突变较小，可以实现手自动无扰切换。位置式PID控制应用中常出现积分饱和现象，为此位置式PID控制通常需要抗积分饱和的措施，对于位置式PID算法除了需要对输出进行限幅外还需要对积分输出进行限幅，而增量式算法很好地避免了积分饱和现象，因此，在增量式PID控制方法中只需要对输出限幅，而无需积分限幅。其输出值 $u(k)$ 为控制目标量的增量，即 $\Delta u(k)$。阀门开度与输入脉冲频率不呈对应关系。增量式PID控制离散形式表达式为

$$\Delta u(k)=K_{\mathrm{P}}(e(k)-e(k-1))+K_{\mathrm{I}}e(k)+K_{\mathrm{D}}(e(k)-2e(k-1)+e(k-2)) \tag{12}$$

$$e(k)=r(k)-c(k) \tag{13}$$

式中：$r(k)$ 表示目标流量；$c(k)$ 表示当前流量；$e(k)$ 表示第 k 步的误差；K_{P}、K_{I} 和 K_{D} 分别为PID控制的比例、积分和微分增益。对于PID参数的调节，本文采用现场经验整定法来保持系统较优的性能，通过先比例、后积分、最后微分的顺序对参数进行调节。

3.2 温度控制器设计

本文热气流温度外环控制器采用MFAC控制方法，通过前几次的控制器输入和输出得到本次的控制器输出 $y(k)$。对于一个离散系统，设 $y(k)$ 和 $u(k)$ 分别为系统第 k 次的输出温度和输入期望流量，对于热风洞系统有：

$$y(k+1)=f\left(y(k),y(k-1),\cdots,y\left(k-n_y\right),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-n_u)\right) \tag{14}$$

式中：n_y 表示输出温度的前 n 次；n_u 表示输入期望流量的前 n 次。

引入伪偏导数 $\phi(k)$ 有：

$$\Delta y(k+1)=\phi(k)\Delta u(k) \tag{15}$$

式中：$\Delta y(k+1)=y(k+1)-y(k)$；$\Delta u(k)=u(k)-u(k-1)$。

热风洞温度控制系统必须满足2个条件，条件1：输入系统的温度信号和系统的实际燃气温度之差的平方和要最小，以确保有较短的过渡时间；条件2：控制器输出期望流量 $u(k)$ 的变化速率，即 $\Delta u(k)$ 不能太大，以保证非线性系统可以尽可能准确替换为动态线性化模型。对于单输入单输出系统，输入的准则函数为

$$J(u(k))=|y^*(k+1)-y(k+1)|^2+\lambda|u(k)-u(k-1)|^2 \tag{16}$$

式中：$y^*(k+1)$ 为输出的期望温度；$\lambda>0$ 为权重因子，用于调节输入量变化速率。

将式(15)代入式(16)，令 $\dfrac{\partial J(u(k))}{\partial u(k)}=0$，在线估计 $\hat{\phi}(k)$ 代替 $\phi(k)$，可得控制输入为

$$u(k)=u(k-1)+\frac{N\hat{\phi}(k)}{\lambda+\left|\hat{\phi}(k)\right|^2}\left[y^*(k-1)-y(k)\right] \tag{17}$$

式中：N 为步长。

为了求 $u(k)$，需要先求 $\hat{\phi}(k)$，有2个约束条件，条件1：使通过伪偏导数得到的动态线性化模型输出与真实输出温度之差的平方最小，以确保动态线性模型与实际系统相似；条件2：伪偏导数变化率必须受到充分限制，即 $\Delta\phi(k)$ 不能太大，以防止控制规则不稳定和崩溃。求在线估计 $\hat{\phi}(k)$ 的准则函数为

$$J(\phi(k))=\mu\left|\phi(k)-\hat{\phi}(k-1)\right|^2+|y(k+1)-y(k-1)-\phi(k)\Delta u(k-1)|^2 \tag{18}$$

式中：$\mu>0$ 为权重因子，用于调节伪偏导数变化速率，令 $\dfrac{\partial J(\phi(k))}{\partial\phi(k)}=0$，可得到伪偏导数为

$$\hat{\phi}(k)=\hat{\phi}(k-1)+\frac{\eta\Delta u(k-1)}{\mu+|\Delta u(k-1)|^2}\cdot\left(\Delta y(k)-\hat{\phi}(k-1)\Delta u(k-1)\right) \tag{19}$$

式中：η 为步长因子；若 $\hat{\phi}(k)\leqslant\varepsilon$ 或 $\Delta u(k-1)\leqslant\varepsilon$，则 $\hat{\phi}(k)=\hat{\phi}(1)$，其中 ε 为充分小的正数。

温度控制结构框图如图5所示。图5中，$1/Z$

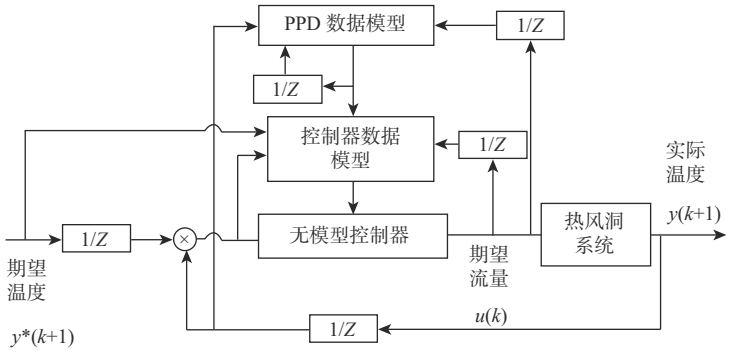


图 5　MFAC 温度控制结构框图

Fig. 5　MFAC temperature control structure block diagram

的功能是取前一时刻的值，伪偏导数数据模型作用是在线估计伪偏导数 $\hat{\phi}(k)$，控制器数据模型通过计算参数的值得到控制信号，将信号传给控制器，由控制器输出期望流量 $u(k)$。

4　数值模拟

由于高温高速热燃气试验过程的复杂性、代价高昂且具有一定的危险性，因此，需要在试验之前通过在 MATLAB/Simulink 中开展仿真研究验证方法的可行性，同时也可以对控制器参数进行预调节。内环控制系统的控制参数是步进电机的脉冲频率 f，通过控制脉冲频率 f 的大小来控制数字阀实际输出的流量；外环控制系统的控制参数是期望流量 $u(k)$，通过控制期望的流量进而来控制燃烧室的温度。考虑到热风洞的实际工作条件及航空发动机涡轮叶片工作温度，选取 1 410 ℃、1 560 ℃ 和 1 680 ℃ 作为目标温度进行模拟测试，得到了系统的阶跃响应。同时，为验证所设计方法的效果，采用 FuzzyPID-PID 级联控制方法和传统的 PID-PID 级联控制方法进行对比。仿真结果如图 6 所示。

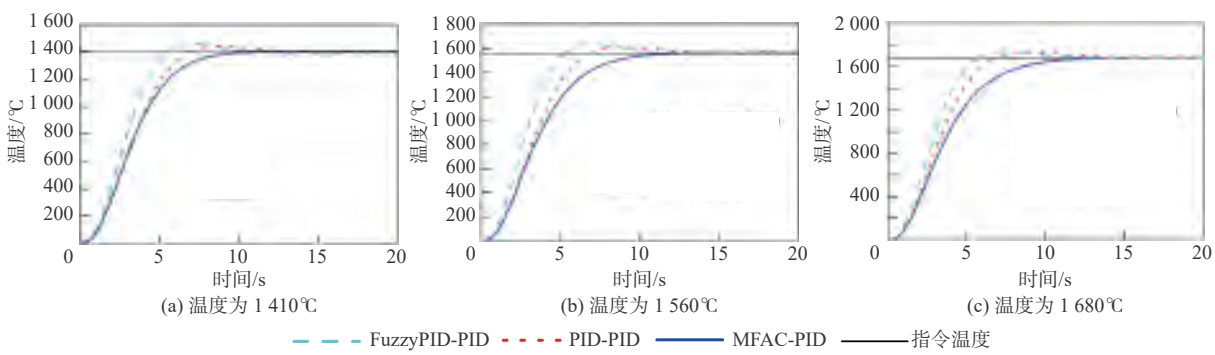


图 6　阶跃响应对比

Fig. 6　Step response comparison

根据以上仿真结果，尽管 FuzzyPID-PID 级联控制方法和传统的 PID-PID 级联控制方法具有较短的上升时间，但是这也增加了超调量。而本文的 MFAC-PID 级联控制方法基本没有超调并且能够更好的缩短过渡时间，有利于燃烧室温度的控制。当温度达到 1 410 ℃、1 560 ℃ 和 1 680 ℃ 时，对应的过渡时间分别为 10.5 s、11.2 s 和 12.3 s。同时，3 组不同温度下的仿真结果也验证了 MFAC-PID 级联控制方法具备宽温范围调节能力。

5　试验结果

图 7 为热风洞系统，根据各部分的原理和功能，可以将系统主要分成燃油供给、气路、燃烧室和测控等部分。燃油供给部分由氮气罐为油箱提供稳定的压力；数字阀控制燃油流量；气路部分由



图 7　热风洞系统

Fig. 7　Hot wind tunnel system

外接压缩空气提供燃烧所需氧化剂；燃烧室部分组织稳定的燃烧；测控部分采用第4节提到的控制方法对温度进行控制。

试验的流程是先点火到1 000 ℃左右，再在此基础上进行自动控制。仍然将FuzzyPID-PID级联控制方法和传统的PID-PID级联控制方法作为对照组，目标温度和仿真时相同。试验结果如图8所示。当温度达到1 410 ℃、1 560 ℃和1 680 ℃时，本文的MFAC-PID级联控制方法对应的过渡时间分别为8.5 s、9.4 s和10.1 s，稳态误差分别为1.7%、2.3%和1.9%。能够满足本文所提出的性能指标。

根据试验结果，通过和数值模拟进行对比，能够看出实际试验与仿真结果基本一致，验证了本文模型的准确性。FuzzyPID-PID级联控制方法比PID-PID级联控制方法具有更快的响应时间。此外，相对于FuzzyPID-PID和PID-PID这2种级联控制方法，本文的MFAC-PID级联控制方法具有较小的过渡时间和稳态误差，当实际环境中存在一定干扰，尽管被控对象模型无法精准建立，仍有较好的控制效果和动态性能。MFAC控制方法计算量较小，适用于对响应速度有一定要求的系统。因此，本文的MFAC-PID级联控制方法能够有效地控制风洞温度。

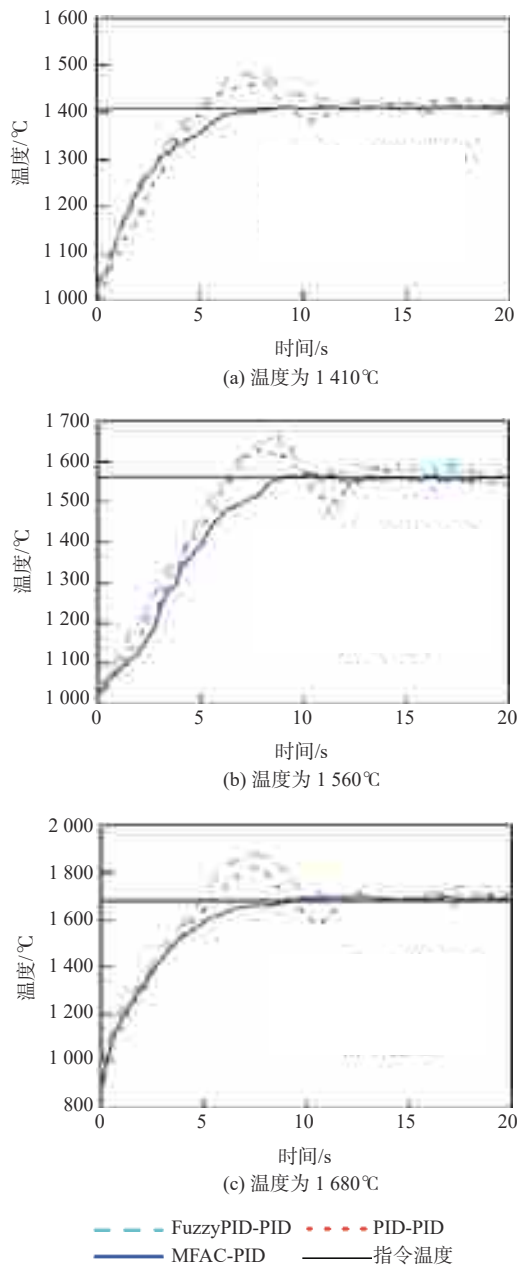


图8 3种控制方法试验结果

Fig. 8 Experimental results of three control methods

6 结 论

本文建立了热风洞燃油流量和燃烧室温度的数学模型，并提出一种用于控制热风洞温度的MFAC-PID级联控制方法。仿真结果表明，本文设计的控制方法能有效抑制超调，减少过渡时间。试验结果表明，当温度达到1 410 ℃、1 560 ℃和1 680 ℃时，过渡时间分别为8.5 s、9.4 s和10.1 s，稳态误差分别为1.7%、2.3%和1.9%，说明该方法具有良好的响应速度和稳定性。稳定的温度场是高温传感器动态校准和高速飞行器试件热应力试验的关键条件，本文工作对飞行器热特性实验研究具有重要意义。

未来研究方向是通过更准确的数值仿真或通过改善试验条件进行大量试验，实现对燃烧过程更精确地建模，从而使得控制器设计更高效。本文对于热风洞燃气温度调节是基于当前压缩空气流量一定的条件下，因此，空气流量不能在试验过程中实时调节。未来研究方向应将空气流量调节与燃烧流量调节相结合，对燃气温度进行协同控制，有助于燃气温度的控制。

参考文献（References）

[1] 赵时安, 廖理, 陈勇. 1700℃ 热校准风洞[J]. 航空计测技术, 2000, 20(4): 3-6.
ZHAO S A, LIAO L, CHEN Y. 1700°C hot wind tunnel for thermal calibration[J]. Aviation Metrology & Measurement, 2000, 20(4): 3-6(in Chinese).

[2] MASLOV A A, SHUMSKY V V, YAROSLAVTSEV M I. High-enthalpy hot-shot wind tunnel with combined heating and stabilization of parameters[J]. Thermophysics and Aeromechanics, 2013, 20(5): 527-538.

[3] 樊玉光, 李年祺. 湍流模型对旋流燃烧数值模拟的影响[J]. 石油化工应用, 2017, 36(9): 128-131.
FAN Y G, LI N Q. Influence of turbulence model on numerical simulation of swirl burner[J]. Petrochemical Industry Application, 2017, 36(9): 128-131(in Chinese).

[4] LI Y H, CAI C Z, LEE K M, et al. A novel cascade temperature control system for a high-speed heat-airflow wind tunnel[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(4): 1310-1319.

[5] 朱家厅, 陈祖希, 宁振雷. 基于前馈控制器的数字阀动态性能研究[J]. 液压与气动, 2016, 40(1): 114-117.
ZHU J T, CHEN Z X, NING Z L. The dynamic characteristic research of digital valve based on feed-forward control[J]. Chinese Hydraulics and Pneumatics, 2016, 40(1): 114-117(in Chinese).

[6] 刘忠洋, 孙宝寿, 王英, 等. 改进灰色预测模糊 PID 在气动阀门系统中的应用研究[J]. 传感器与微系统, 2020, 39(11): 5.
LIU Z Y, SUN B S, WANG Y, et al. Application research of improved gray prediction fuzzy PID in pneumatic valve system[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2020, 39(11): 5(in Chinese).

[7] TROJNAR A, OSTALCZYK P. Simulation of the fuel gas valve PID controller in closed loop system[C]//Proceedings of the International Interdisciplinary PhD Workshop. Piscataway: IEEE Press, 2018: 13-16.

[8] MITTAL M, BABU M M, KANUPRIYA M. Application of particle swarm optimization technique in seating velocity control of electromagnetic valve actuator[C]//Proceedings of the 9th International Conference on Control, Mechatronics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2021: 177-181.

[9] 侯忠生, 韩志刚. 非线性系统鲁棒无模型学习自适应控制[J]. 控制与决策, 1995, 10(2): 137-142.
HOU Z S, HAN Z G. Robust modelless learning adaptive control of nonlinear systems[J]. Control and Decision, 1995, 10(2): 137-142(in Chinese).

[10] CAO R M, HOU Z S, HUANG J. The model-free learning adaptive control for DC motor rotate speed systems[C]//Proceedings of the Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2007: 738-742.

[11] 侯忠生. 无模型自适应控制的现状与展望[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 586-592.
HOU Z S. On model-free adaptive control: The state of the art and perspective[J]. Control Theory and Applications, 2006, 23(4): 586-592(in Chinese).

[12] HOU Z S, YAN J W. Model free adaptive control based freeway ramp metering with feedforward iterative learning controller[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(5): 588-595.

[13] 董娜, 常建芳, 韩学烁, 等. 大时滞系统的无模型控制方法及应用[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2018, 39(12): 1987-1993.
DONG N, CHANG J F, HAN X S, et al. Model-free control method and its application forlarge time-delay systems[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2018, 39(12): 1987-1993(in Chinese).

[14] LIU S, SUN J, JI H, et al. Model free adaptive control for the temperature adjustment of UGI coal gasification process in synthetic ammonia industry[C]//Proceedings of the 9th Data Driven Control and Learning Systems Conference. Piscataway: IEEE Press, 2020: 976-981.

[15] XU Z G, NIU S, WANG L, et al. Design of furnace temperature control system for billet heating furnace based on fuzzy-MFAC[C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Mechatronics, Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2020: 126-129.

Model-free adaptive cascade control for temperature system of a hot wind tunnel

CHEN Jiacheng[1]，YANG Xu[2]，MA Yuxiang[2]，LI Dong[3]，DONG Sujun[3]，LI Yunhua[2,*]

(1. Large Aircraft Advanced Training Center，Beihang University，Beijing 100191，China；
2. School of Automation Science and Electrical Engineering，Beihang University，Beijing 100191，China；
3. School of Aeronautic Science and Engineering，Beihang University，Beijing 100191，China)

Abstract：For the dynamic calibration of high-temperature thermocouples, the thermal strength test of aero-engine blades, and other application scenarios, the thermal wind tunnel can offer a well-distributed and stable temperature field. How to control the thermal flow generated by thermal wind tunnel in a wide temperature range is a difficult problem. Therefore, the mathematical models of fuel flow rate and combustor temperature in hot wind tunnel are established. A cascade control method is designed, in which the inner loop is incremental proportional integral derivative（PID）and the outer loop is model-free adaptive control (MFAC). The incremental PID controller controls the fuel flow rate, and the MFAC controller is used to control the combustor temperature, which can effectively control the temperature of the combustor. A comparison test between the classic cascade PID control method and the cascade FuzzyPID-PID control method is conducted, along with numerical simulation and experimental analysis of various target temperatures. The experimental results confirm the feasibility and superiority of the proposed control scheme.

Keywords：hot wind tunnel; temperature control; model-free adaptive control; incremental proportional integral derivative; cascade control

Received：2022-06-22；**Accepted**：2022-09-23；**Published Online**：2023-01-12 15：08
URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230111.1852.006
Foundation item：National Science and Technology Major Project (2017-V-0015-0067)
* **Corresponding author**. E-mail：yhli@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0530

基于改进预测校正的时间协同再入制导方法

高源[1,*]，胡钰[2]，陈锦涌[1]，张杰[3]，周锐[1]

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100191；2. 北京宇航系统工程研究所，北京 100191；
3. 中国航空工业集团公司成都飞机设计研究所，成都 610091)

摘　　要：针对高超声速飞行器再入滑翔过程的时间协同问题，提出一种基于开环式协同结构的时间协同预测校正制导律。所提制导律不依赖于各飞行器之间的实时通信，通过预先设置期望飞行时间进行协同信息共享。纵向制导律在传统预测校正的基础上进行改进，引入归一化加权误差，同时考虑剩余航程误差与剩余飞行时间误差，采用全弹道积分预测剩余航程和剩余飞行时间，每个制导周期通过牛顿迭代法求解倾侧角幅值，完成兼顾时间协同和空间精度的纵向制导过程。仿真实例表明：通过选择合适的加权误差系数，所提制导律可实现对再入飞行时间的有效调节，导引多飞行器在期望飞行时间到达指定再入交班点。蒙特卡罗仿真验证了所提制导律的鲁棒性。

关 键 词：高超声速飞行器；再入制导；预测校正；时间协同；归一化加权误差
中图分类号：VB448.235
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1721-10

高超声速滑翔飞行器飞行过程可分为助推上升段、再入滑翔段和下压攻击段[1]，其中再入滑翔段占整个飞行时间的90%以上，飞行速度保持在5*Ma*以上，最高可达20*Ma*以上。飞行速度极快的运动特点使得高超声速滑翔飞行器具有远距离精确快速打击、拦截难度高等优点，但也为再入制导律设计和通信带来诸多问题，如再入制导需要克服大气模型参数不确定性和动力学系统参数的强扰动性[2]、通信需要克服“黑障”现象等。高超声速飞行器的制导律设计具有挑战性，受到各国科学家的广泛关注。

出于军事防御的需要，各军事强国也研发部署了近迫系统、“宙斯盾”等反导系统[3]，使得高超声速飞行器单兵作战效能和突防能力下降。而协同思想是提高飞行器突防能力的有效手段。飞行器协同表示为完成某一特定任务，多个飞行器在时间、空间多个维度上进行协调，以提高任务成功率。高超声速飞行器的协同任务目前主要包括再入终端时间协同与再入终端航向角协同等。本文主要研究将战术导弹与无人机集群作战思想应用到再入滑翔飞行器的终端时间协同任务中。

目前多战术导弹协同制导的研究相对成熟，从信息交互的角度可以将其分为开环式与闭环式2类[4]。开环式是指导弹编队发射前认为设定期望飞行时间，飞行过程中，导弹无信息交流。闭环式是指通过导弹间的实时信息交流实现协同。开环式协同制导方法包括偏置比例导引法[5]、滑模控制[6]等。闭环式协同制导关键是导弹间通信，根据通信的拓扑结构不同可以分为集中式与分布式2种，主要包括双层协同制导架构[7]和“领弹-从弹”协同制导架构[8]。

现有战术导弹协同制导方法大多是基于质点运动学模型，忽略了飞行器的动力学特性，而高超声速滑翔飞行器动力学模型复杂；再入过程的初终端约束及过程约束多，速度、高度等状态量与气动参数等随时间变化剧烈；面对称构型的大升阻比滑翔飞行器无法直接叠加横向过载；基于倾斜转弯(bank to turn, BTT)[1]的控制方式难以实现对航向

收稿日期：2022-06-22；录用日期：2022-07-08；网络出版时间：2022-09-09 10:52
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220908.1846.003
*通信作者. E-mail：Gy_SASEE@buaa.edu.cn

引用格式：高源，胡钰，陈锦涌，等. 基于改进预测校正的时间协同再入制导方法[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1721-1730.
GAO Y，HU Y，CHEN J Y，et al. Improved predictor-corrector guidance method for time-coordination entry[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1721-1730 (in Chinese).

角等状态量的精确控制；再入段飞行属于无动力飞行，无法保持高度或速度不变。因此，现有战术导弹协同制导方法并不适用于滑翔飞行器的再入过程协同。

中国学者对再入时间协同制导这一问题进行了研究。文献 [9] 利用 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题，以飞行器到达目标点的飞行时间作为优化目标，实现离线协同轨迹规划。文献 [10-11] 利用多边界航向角偏差走廊，将时间协同规划问题转变为外边界走廊大小的参数寻优问题。文献 [12-15] 利用双参数牛顿迭代法实现在线轨迹规划，分别将双参数设计在高度-速度剖面、迎角剖面、阻力加速度-能量剖面、倾侧角-能量剖面，同时满足航程和飞行时间的要求。文献 [16] 将再入段分为 2 个阶段，第 1 阶段满足航向角协同约束，第 2 阶段在航向角协同的基础上，基于倾侧角固定为 0、航向角不偏转的假设，设计迎角剖面，以满足时间协同约束。文献 [3] 利用反向传播 (back propagation, BP) 神经网络预测剩余飞行时间，改变航向角走廊宽度，在线校正飞行时间，实现时间协同。文献 [17] 利用深度 Q 学习网络（deep Q-learning network, DQN）输出倾侧角符号，探索了强化学习方法在时间协同问题的可行性。

以上方法大多采用标称轨迹法，在实际工程应用中标称轨迹法对初始再入状态敏感，当实际飞行状态偏离规划轨迹较远时，飞行器调节能力有限，难以稳定跟踪与规划轨迹。目前已有的基于预测校正的时间协同制导律采用双层协调架构，没有考虑到再入飞行阶段存在实时通信困难。随着弹载计算机计算能力的提升，预测校正制导方法逐渐得以应用。因此，本文提出一种无需飞行器间实时通信的时间协同预测校正制导律具有一定的研究意义。

本文将战术导弹的开环式协同制导思想应用到高超声速飞行器的再入协同制导，在发射前为多个飞行器设定期望飞行时间，并对传统的解析预测-校正制导方法[18] 进行改进，引入归一化加权误差，提出一种时间协同预测校正制导律，可实现对飞行器再入过程飞行时间的有效调节，对飞行时间的调整不需要飞行器间进行实时通信，避免遭遇再入过程的通信“黑障”问题。

1 再入时间协同制导问题描述

1.1 三自由度无量纲运动方程

对高超声速飞行器运动模型进行合理假设，不考虑地球自转影响，将地球视为均匀球体，忽略再入过程风速和向心力影响，高超声速滑翔飞行器再入过程无量纲运动方程如下[2]：

$$\begin{cases} \dot{r} = V\sin\gamma \\ \dot{\theta} = \dfrac{V\cos\gamma\sin\psi}{r\cos\varphi} \\ \dot{\varphi} = (V\cos\gamma\cos\psi)/r \\ \dot{V} = -D-(\sin\gamma)/r^2 \\ \dot{\gamma} = \dfrac{1}{V}\left\{L\cos\sigma+\left[\left(V^2-1/r\right)\cos\gamma\right]/r\right\} \\ \dot{\psi} = \dfrac{1}{V}\left[\dfrac{L\sin\sigma}{\cos\gamma}+\left(V^2\cos\gamma\sin\psi\tan\varphi\right)/r\right] \end{cases} \tag{1}$$

式中：r为地心距；V为飞行器速度；θ和φ分别为经度和纬度；γ和ψ分别为飞行航迹角和航向角；σ为飞行器倾侧角；各角度量单位均为弧度制。长度以地球半径R_0量化；时间由$\sqrt{R_0/g_0}$量化，g_0为海平面地球引力加速度；速度以$\sqrt{g_0R_0}$量化。L和D分别为升力加速度和阻力加速度，其计算公式为

$$\begin{cases} L = K_C\rho V^2C_L \\ D = K_C\rho V^2C_D \end{cases} \tag{2}$$

其中：常值系数$K_C = 0.5R_0S_{\text{ref}}/m$，$S_{\text{ref}}$为飞行器参考面积，$m$为飞行器质量；$\rho$为大气密度；$C_L$和$C_D$为升力系数和阻力系数，二者均为迎角和马赫数的函数。

1.2 过程约束

为保证高超飞行器安全完成任务，再入飞行过程需要严格满足热流密度、动压和过载 3 种约束的要求，计算公式及约束条件如下[19]：

$$Q = K_Q\rho^{0.5}V^3 \leqslant Q_{\max} \tag{3}$$

$$q = 0.5\rho V^2 \leqslant q_{\max} \tag{4}$$

$$n = \frac{\sqrt{L^2+D^2}}{mg_0} \leqslant n_{\max} \tag{5}$$

式中：K_Q为飞行器热传递系数；$Q_{\max}$为最大驻点热流密度限制；$q_{\max}$为最大动压限制；$n_{\max}$为最大过载限制。

1.3 时间协同终端约束

本文参考战术导弹开环式协同结构，在任务开始前为多飞行器设定期望飞行时间t_{expect}，各飞行器不仅需要满足终端高度约束、速度约束和经纬度约束，还需要满足期望飞行时间约束，以达到协同飞行的目的。具体表达式为

$$\begin{cases} r\left(t_{\text{f},i}\right) = r_{\text{end}}+R_0 \\ V\left(t_{\text{f},i}\right) = V_{\text{end}} \\ \theta\left(t_{\text{f},i}\right) = \theta_{\text{end}} \\ \varphi\left(t_{\text{f},i}\right) = \varphi_{\text{end}} \\ t_{\text{f},i} = t_{\text{expect}} \end{cases} \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{6}$$

式中：$t_{\text{f},i}$为第i个飞行器到达交班点时实际飞行时间；r_{end}、V_{end}、θ_{end}和φ_{end}分别为对应状态量终端约束值；t_{expect}为期望飞行时间。

2　时间协同预测校正制导律设计

2.1　时间协同纵向制导律设计

为满足再入初始阶段的热保护要求、再入终端阶段的能量效率要求以及航程要求, 通常采用分段线性函数的迎角-速度(α-V)剖面:

$$\alpha=\begin{cases}\alpha_{\max} & V>V_{\rm up}\\ \dfrac{\alpha_{\max}-\alpha_{\min}}{V_{\rm up}-V_{\rm down}}(V-V_{\rm down})+\alpha_{\min} & V_{\rm down}\leqslant V\leqslant V_{\rm up}\\ \alpha_{\min} & V<V_{\rm down}\end{cases} \tag{7}$$

式中: $\alpha_{\max}$为固定大迎角, 使再入初始段飞行器迅速拉起并下降; $\alpha_{\min}$为飞行器最佳升阻比对应迎角, 保证飞行器的滑翔能力; $V_{\rm up}$和$V_{\rm down}$分别为切换速度上下限。

纵向制导律的任务是确定倾侧角指令幅值以满足制导精度要求。传统纵向制导是在每个制导周期内仅对剩余航程进行多次预测, 迭代倾侧角幅值, 校正剩余航程误差, 无法控制飞行时间。为实现时间协同, 本文在传统预测校正制导律的基础上进行改进, 引入归一化加权误差ω, 兼顾剩余航程误差与剩余飞行时间误差。其表达式为

$$\omega=p\Delta s_{\rm togo}+(1-p)\Delta t_{\rm togo} \tag{8}$$

式中: $\Delta s_{\rm togo}$为当前制导周期通过全弹道积分获得的预测剩余飞行航程误差, $\Delta t_{\rm togo}$为当前制导周期通过全弹道积分获得的预测剩余飞行时间误差, $\Delta s_{\rm togo}$和$\Delta t_{\rm togo}$均按照与式 (1) 相同的方法进行量化; ω为无量纲的加权误差; p为待设计的加权误差系数, $0\leqslant p\leqslant 1$。p越大, 纵向制导律优先满足航程精度; p越小, 优先满足时间约束。当$p=1$时, 该算法退化为传统预测校正。

时间协同预测校正制导律在每个制导周期内, 给定倾侧角的初始幅值$|\sigma_{\rm init}|$(符号由横向制导律确定), 然后根据当前飞行状态利用龙格库塔法对运动微分方程 (1) 进行全弹道积分, 可获得在当前倾侧角指令下飞行器再入过程预测终端落点及预测剩余飞行时间, 然后计算再入待飞航程偏差及待飞时间偏差:

$$\Delta s_{\rm togo}(|\sigma_i|)=s_{\rm togo_pred}-s_{\rm togo_f} \tag{9}$$

$$\Delta t_{\rm togo}(|\sigma_i|)=t_{\rm togo_pred}-t_{\rm togo_f} \tag{10}$$

式中: $s_{\rm togo_pred}$和$s_{\rm togo_f}$的计算同时考虑高度和横程, 横程采用星下点圆弧长度近似计算, 为无量纲待飞航程; $t_{\rm togo_pred}$和$t_{\rm togo_f}$由对无量纲运动方程 (1) 积分获得, 为无量纲待飞时间。下标togo_pred代表从当前状态到弹道积分预测落点, togo_f代表从当前状态到期望落点。由(r_0,θ_0,φ_0)到$(r_{\rm end},\theta_{\rm end},\varphi_{\rm end})$的距离$s_{\rm togo}$计算式为

$$s_{\rm togo}=(r_{\rm end}-r_0)^2+\left[\arccos(\sin\varphi_0\sin\varphi_{\rm end}+\cos\varphi_0\cos\varphi_{\rm end}\cos(\varphi_{\rm end}-\varphi_0))\right]^2 \tag{11}$$

通过式 (9) 和式 (11) 计算待飞航程偏差, 式 (10) 计算待飞时间偏差, 代入式 (8) 可获得当前倾侧角幅值下的归一化加权误差ω, 使归一化加权误差ω=0 的倾侧角幅值可通过牛顿迭代法快速求解。迭代计算式为

$$|\sigma_{i+1}|=|\sigma_i|-\frac{|\sigma_i|-|\sigma_{i-1}|}{\omega_i-\omega_{i-1}}\omega_i \tag{12}$$

如式 (8) 和式 (12) 所示, 纵向制导律每个制导周期通过预测过程反馈航程误差和时间误差, 并通过牛顿迭代法求解使得归一化加权误差ω=0 的倾侧角幅值, 达到同时减小航程误差和时间误差的目的。

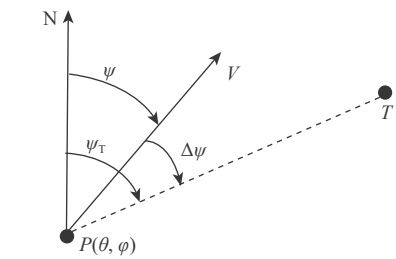
2.2　横侧向制导律设计

横向制导律控制飞行器的侧向运动, 使飞行器以正确航向角飞向目标点。本文采用航向角误差走廊控制倾侧角的符号反转, 倾侧角反转逻辑是当飞行器航向角与目标视线角偏差超过航向角误差走廊边界时, 倾侧角符号发生反转, 当航向角偏差位于走廊边界内部时, 倾侧角符号不变。数学语言描述如下:

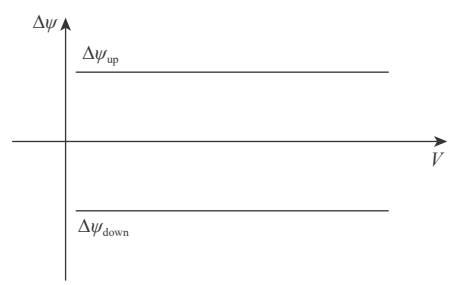
$$\mathrm{sgn}(\sigma_i)=\begin{cases}1 & \Delta\psi>\Delta\psi_{\rm up}\\ \mathrm{sgn}(\sigma_{i-1}) & \Delta\psi_{\rm up}\geqslant\Delta\psi\geqslant\Delta\psi_{\rm down}\\ -1 & \Delta\psi<\Delta\psi_{\rm down}\end{cases} \tag{13}$$

式中: 航向角误差$\Delta\psi=\psi-\psi_{\rm T}$, ψ为当前制导周期航向角, $\psi_{\rm T}$为当前制导周期目标视线角; $\Delta\psi_{\rm up}$为误差走廊上边界, $\Delta\psi_{\rm down}$为误差走廊下边界, 且有$\Delta\psi_{\rm up}=-\Delta\psi_{\rm down}$。

飞行器与目标点航向角误差的示意图如图 1(a)



(a) 航向角误差示意图



(b) 航向角误差走廊

图 1　航向角误差走廊示意图

Fig. 1　Schematic diagram and corridor of heading angle error

所示，本文横侧向制导律采用的航向角误差走廊形状如图1(b)所示，采取固定走廊宽度形状，N表示正北方向，T表示目标点。

3 仿真验证与分析

本文以某型高超声速飞行器为仿真对象，仿真过程主要参数为：再入交班点位置$(\theta_{end},\varphi_{end})=$(E50°, N50°)，再入交班点高度$r_{end}=30$ km，再入交班点速度$V_{end}=1\,428$ m/s，迎角剖面$\alpha_{max}=25°$，$\alpha_{min}=7°$，迎角切换速度$V_{up}=5\,000$ m/s，$V_{down}=2\,000$ m/s，航向角误差走廊宽度为$\Delta\psi_{up}=-\Delta\psi_{down}=10°$，倾侧角取值范围为−75°～75°，制导周期为1 s。

为验证时间协同预测校正制导律的有效性，本文设计了不同应用场景下的2种仿真任务。仿真想定1为多个飞行器于不同地点同时发射，同时到达目标点的场景；仿真想定2为多个飞行器于同一地点，间隔发射，要求同时到达目标点。另外，在标称环境下研究加权误差系数p对制导精度的影响，为确定p提供经验。最后，进行扰动环境下的仿真分析，以验证时间协同预测校正制导律的鲁棒性。

3.1 仿真想定1

在标称环境下进行六飞行器时间协同再入仿真，应用背景为多个发射基地同时打击同一目标。表1是该任务下各飞行器的再入初始条件和目标点。本节将传统预测校正制导律简称为Law1，时间协同预测校正制导律为Law2。图2是制导律为Law1时的飞行轨迹，图3是制导律为Law2时的飞行轨迹与控制量变化曲线，表2是六飞行器时间协同再入结果。

通过对比图2和图3不同制导律下的制导结果可得出以下结论：

1）时间协同预测校正制导律可以在一定范围内有效调节飞行器的再入飞行时间，可有效调节各飞行器从不同再入点出发带来的飞行时间误差。

2）仿真结果表明，当系数p选择合适时，引入剩余航程时间误差项在当前仿真想定情况下不会显著影响飞行器航程误差。在时间协同预测校正

表1 六飞行器时间协同再入任务

Table 1 Six vehicles time coordinated entry mission

F1起始点	F2起始点	F3起始点	F4起始点	F5起始点	F6起始点	初始航向角/(°)	初始航迹角/(°)	初始高度/km	初始速度/(m·s^{-1})	目标点
(E6.5°, N7.5°)	(E7°, N8°)	(E6°, N8.5°)	(E6.5°, N8°)	(E7°, N7.5°)	(E7.5°, N7.5°)	31	−1	72	6 100	(E50°, N50°)

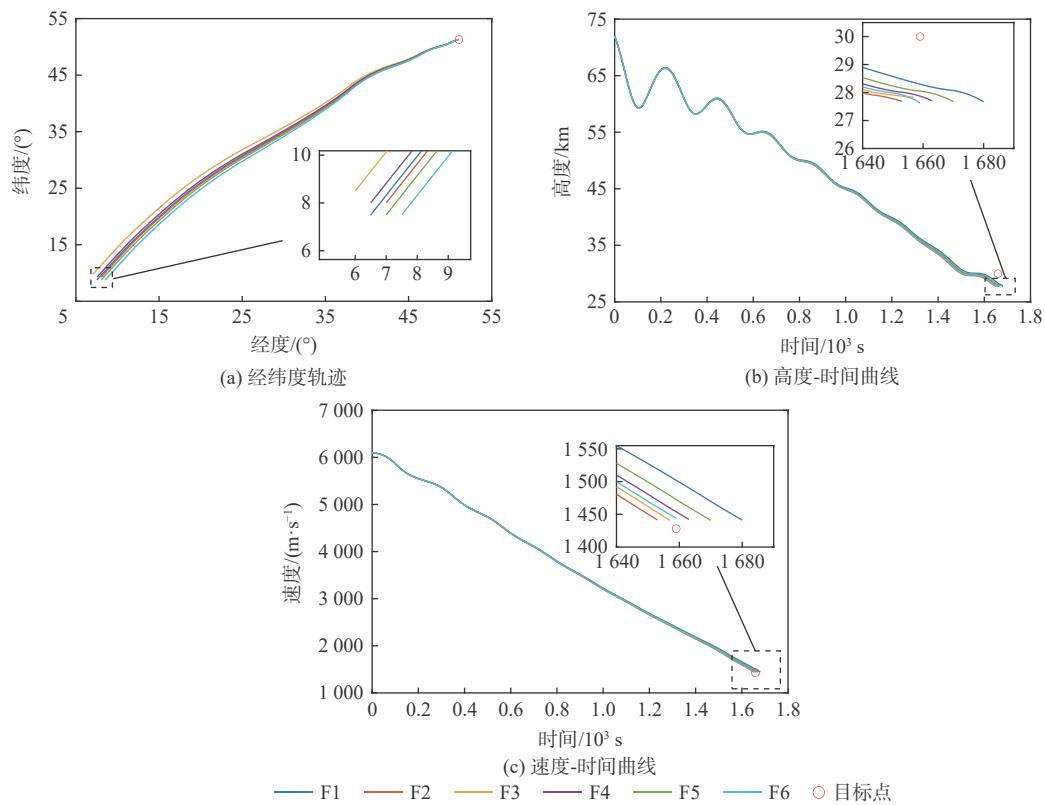


图2 Law1六飞行器再入状态变化曲线

Fig. 2 Curves of six vehicles entry state change with Law1

制导律作用下, 六飞行器横程误差均小于 10 km, 高度误差小于 2.5 km, 速度误差小于 20 m/s, 可同时以期望飞行时间到达目标点, 满足工程上制导精度的要求及终端时间协同的要求。

3) 倾侧角指令反转次数不超过 7 次, 在工程上属于可接受范围。

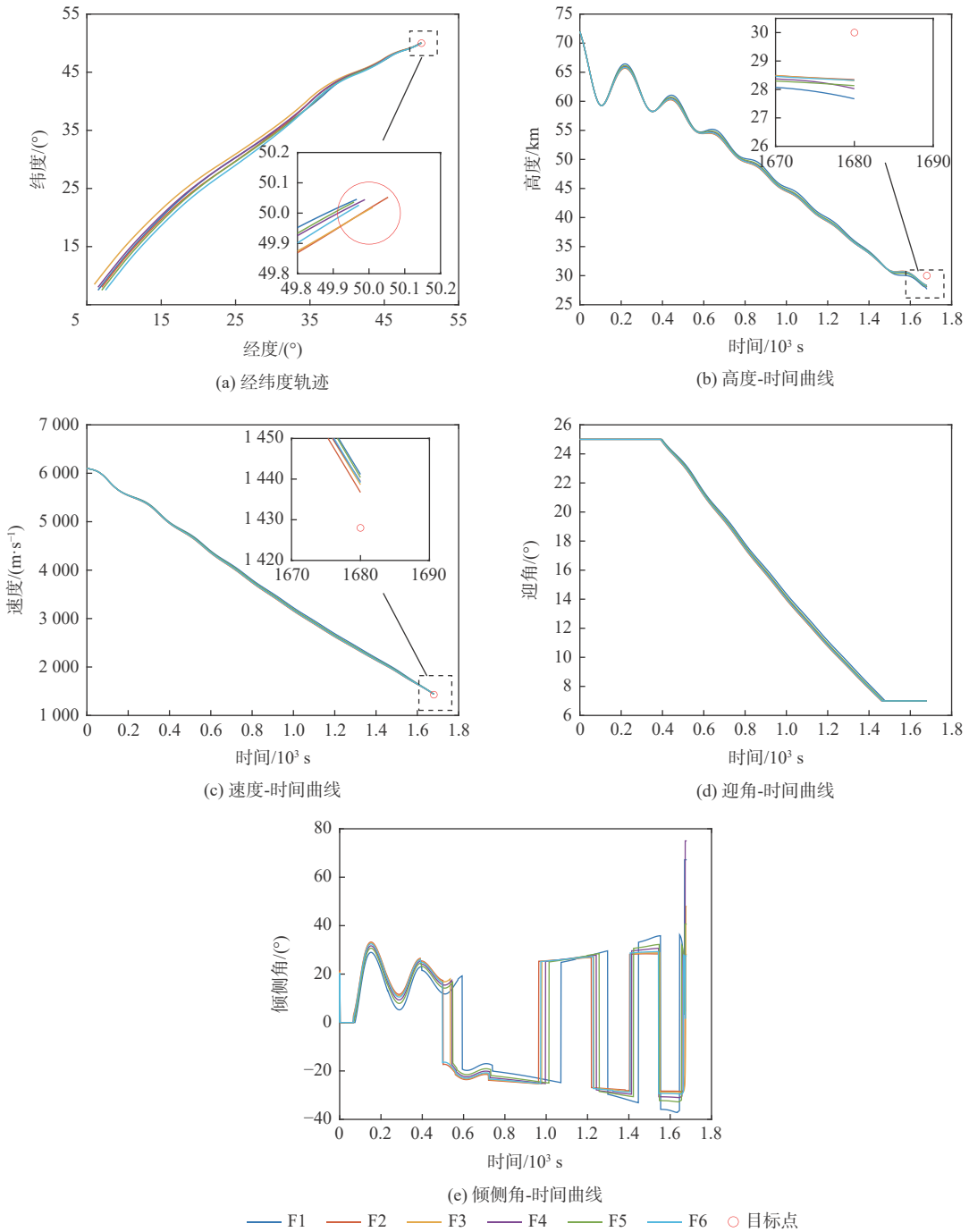


图 3　Law2 时间协同再入状态量曲线

Fig. 3　Curves of time-cooperative entry state volume with Law2

表 2　六飞行器协同再入结果

Table 2　Six vehicles coordinated entry results

飞行器编号	t_{expect}/s	Law1实际时间/s	Law2实际时间/s	加权误差系数p	Law1航程误差/km	Law2航程误差/km	时间调节/s
F1	1 680	1 680	1 680	1	5.61	5.61	0
F2	1 680	1 653	1 680	0.55	3.42	6.94	27
F3	1 680	1 658	1 680	0.6	4.16	2.2	22
F4	1 680	1 663	1 680	0.75	4.82	5.01	17
F5	1 680	1 670	1 680	0.85	5.52	5.02	10
F6	1 680	1 660	1 680	0.65	4.37	3.54	20

3.2 仿真想定2

在标称环境下进行三飞行器延时发射协同再入仿真，以飞行器F1出发时刻t_0=0为基准，F2延迟10 s发射，F3延迟20 s发射，采用时间协同预测校正制导律Law2，调节加权误差系数p，使三飞行器同时到达目标点。表3为三飞行器延时发射协同再入初始条件，表4为三飞行器延时发射协同再入结果，图4为飞行轨迹与控制量变化曲线。

仿真想定2与仿真想定1的任务出发点不同，飞行器在相同地点、相同状态、不同时刻出发，时间协调预测校正制导律也能够在满足制导精度的前提下对飞行时间进行有效调节，使飞行器可同时到达同一目标点。仿真结果表明，横程误差小于10 km，高度误差小于3 km，倾侧角反转次数不超过7次，满足制导精度要求和倾侧角反转的工程要求。

3.3 标称环境下加权误差系数对制导精度影响

由仿真想定1和仿真想定2的结果可知，在标称环境下，如果在制导律Law2的时间调节能力范围内，可以确定合适的加权误差系数p使得飞行器既满足协同飞行时间要求又满足制导精度要求。为了能够迅速确定加权误差系数p，需要研究系数p对以横向横程误差、高度误差为代表的制导精度

表3 三飞行器延时发射协同再入任务

Table 3 Three vehicles delay-launch coordinated entry mission

起始点	初始航向角/(°)	初始航迹角/(°)	初始高度/km	初始速度/(m·s^{-1})	期望到达时刻t_{end}/s	目标点
(E35°, S2°)	11	−1	72	6 100	1 626	(E50°, N50°)

表4 三飞行器延时发射协同再入结果

Table 4 Results of three vehicles delay-launch coordinated entry mission

飞行器编号	出发时刻t_0/s	期望到达时刻t_{end}/s	期望飞行时间t_{expect}/s	Law2实际飞行时间/s	加权误差系数p	航程误差/km	时间调节/s
F1	0	1 626	1 626	1 626	1	3.98	0
F2	10	1 626	1 616	1 616	0.9	5.79	10
F3	20	1 626	1 606	1 606	0.75	6.02	20

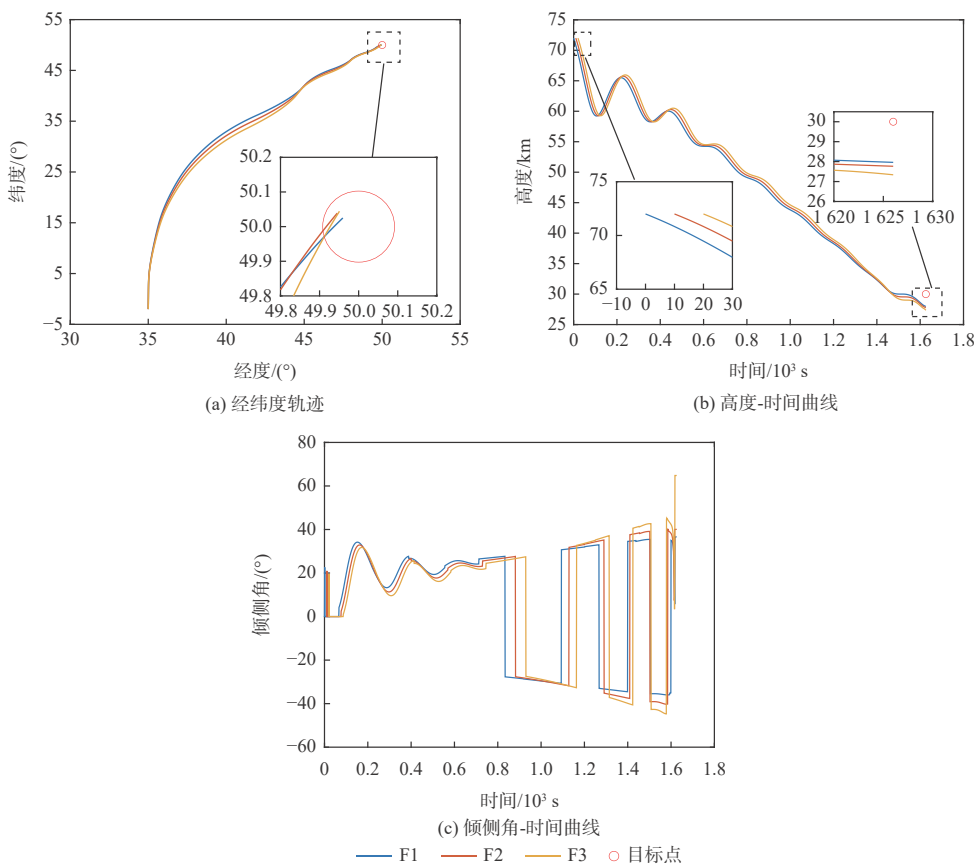
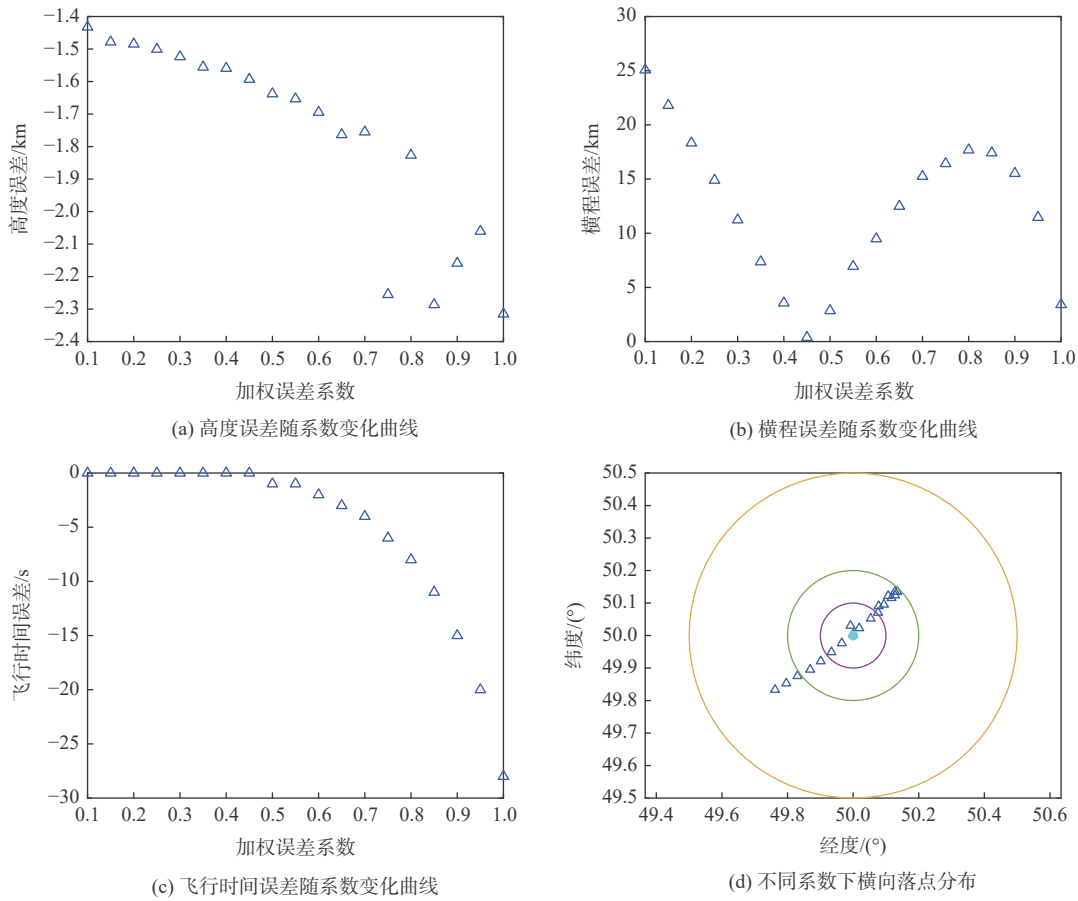


图4 Law2三飞行器时间协同再入状态变化曲线

Fig. 4 Curves of three vehicles time-cooperation entry state change with Law2

的影响。本节以仿真想定 1 中 F2 的初始条件和任务目标为研究对象, 以 Law2 为制导律, 研究不同系数下 F2 到达落点后的高度误差、横程误差、飞行时间误差, 如图 5 所示。



(a) 高度误差随系数变化曲线　(b) 横程误差随系数变化曲线

(c) 飞行时间误差随系数变化曲线　(d) 不同系数下横向落点分布

图 5　制导精度变化曲线

Fig. 5　Curves of guidance accuracy

从仿真结果可以看出, 当p=1 时, 根据 2.1 节对制导律 Law2 的说明, 此时 Law2 退化为传统预测校正制导律, 此时飞行时间误差最大, 横向制导精度高, 高度误差较大, 说明传统预测校正制导律对飞行时间无调节作用, 但有较高的制导精度。随着p不断减小, 意味着制导律 Law2 更加强调满足飞行时间误差, 使得飞行时间误差在不断减小, 直至趋于 0; 横程误差呈现增大减小增大的趋势, 存在极小值点, 且存在飞行时间误差趋近零时横程误差最小的特点, 对于选取合适的p有指导意义。

3.4　扰动环境下制导效果仿真分析

为验证本文时间协同预测校正制导律 Law2 的鲁棒性, 本节以仿真想定 1 中飞行器 F2 的再入初始条件和任务目标为研究对象, 对其再入初始点进行拉偏, 进行蒙特卡罗仿真。拉偏参数如表 5 所示, 假设各个参数受到的扰动均服从正态分布, 表中给出各个参数受到扰动的 3 倍标准差。从高度误差、横程误差、飞行时间误差及横向落点分布 4 个方面对传统制导律 Law1 和制导律 Law2 进行了对比。

表 5　再入点参数拉偏

Table 5　Parameter deviation of the reentry interface

初始高度/km	初始速度/(m·s^{-1})	经度/(°)	纬度/(°)	飞行航迹角/(°)	飞行航向角/(°)
2	50	0.2	0.2	0.2	2

通过分析图 6 可以得出以下结论:

1) 如图 6(a)～图 6(c) 所示, 制导律 Law2 可以有效减小飞行时间误差, 在扰动条件下仍然可以将其控制在±10 s 以内。但正如算法设计时预测的那样, 调节时间需要牺牲一定的航程精度。蒙特卡罗仿真表明, 与传统预测校正制导律 Law1 相比, 制导律 Law2 牺牲一定的横程精度来满足飞行时间误差的要求, 同时对纵向精度有部分改善, 多数任务满足交班要求, 验证了制导律 Law2 的鲁棒性。

2) 如图 6(d) 所示, 扰动条件下制导律 Law2 作用下导致落点横程误差增大, 横向落点成狭长分布, 这是由于横侧向制导律航向角误差走廊的限制。

3) 如图 6 所示, 有 1 次仿真任务在制导律 Law2 作用下落点的横程误差过大, 经分析主要是由于该

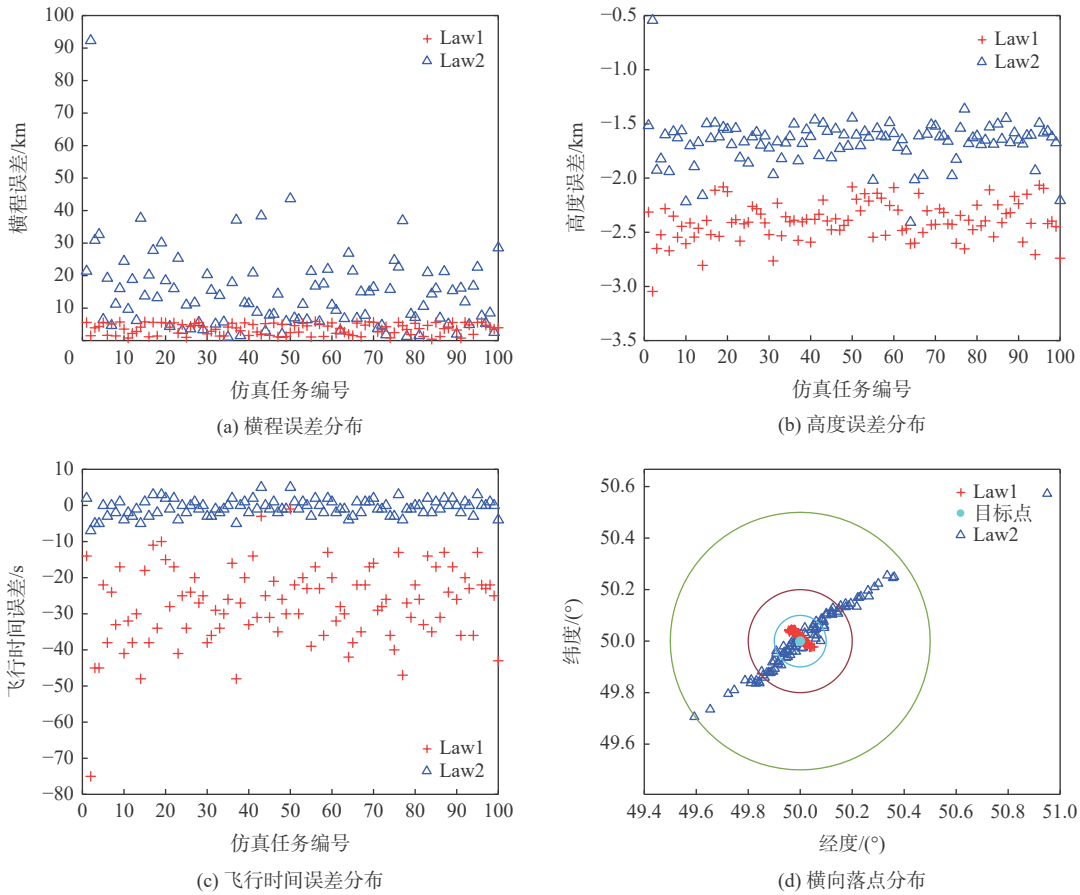


图 6 随机扰动条件下再入制导仿真结果

Fig. 6 Simulation results of reentry guidance with random disturbance

扰动条件下 Law1 作用下实际飞行时间与期望飞行时间相差达 75 s, 超过制导律 Law2 所能调节范围, 导致制导精度达不到要求, 表明 Law2 的时间调节能力有限。

4 结 论

本文针对高超声速飞行器协同再入制导问题, 提出一种基于开环式协同结构的时间协同预测校正制导律, 研究分析与仿真任务结果表明:

1) 本文制导律不需要依赖各飞行器间的实时通信, 可以通过开环式协同结构在发射前预设期望飞行时间, 为各飞行器下发时间协调信息。

2) 在传统预测校正制导律基础上引入归一化加权误差, 同时兼顾空间域的航程误差与时间域的飞行时间误差, 在不损失航程精度的条件下, 实现多飞行器的再入协同。

3) 该制导律适用于多种想定场景, 在不同初始状态、同时发射、同时到达和在相同初始状态、延时发射、同时到达的不同想定场景下, 该制导律均可实现对飞行时间在较宽范围内有效调节, 从而满足多飞行器协同再入的要求。

4) 扰动条件下的蒙特卡罗仿真表明, 本文制导律具有良好的鲁棒性。

在未来的研究中, 可以采用参数寻优及神经网络拟合等方法, 实现不同任务条件下最优加权误差系数的快速确定及对加权误差系数的在线调整以进一步提高本文制导律的鲁棒性。

参考文献 (References)

[1] 刘思源, 梁子璇, 任章, 等. 高超声速滑翔飞行器再入段制导方法综述[J]. 中国空间科学技术, 2016, 36(6): 1-13.
LIU S Y, LIANG Z X, REN Z, et al. Review of re-entry guidance methods for hypersonic gliding vehicles[J]. Chinese Space Science and Technology, 2016, 36(6): 1-13(in Chinese).

[2] 赵江, 周锐. 基于倾侧角反馈控制的预测校正再入制导方法[J]. 兵工学报, 2015, 36(5): 823-830.
ZHAO J, ZHOU R. Predictor-corrector re-entry guidance based on feedback bank angle control[J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(5): 823-830(in Chinese).

[3] 方科, 张庆振, 倪昆, 等. 高超声速飞行器时间协同再入制导[J]. 航空学报, 2018, 39(5): 202-217.
FANG K, ZHANG Q Z, NI K, et al. Time-coordinated re-entry guidance law for hypersonic vehicle[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(5): 202-217(in Chinese).

[4] 赵建博, 杨树兴. 多导弹协同制导研究综述[J]. 航空学报, 2017, 38(1): 17-29.
ZHAO J B, YANG S X. Review of multi-missile cooperative guid-

ance[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(1): 17-29(in Chinese).

[5] JEON I S, LEE J I, TAHK M J. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 260-266.

[6] HARL N, BALAKRISHNAN S N. Impact time and angle guidance with sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 20(6): 1436-1449.

[7] 赵世钰, 周锐. 基于协调变量的多导弹协同制导[J]. 航空学报, 2008, 29(6): 1605-1611.
ZHAO S Y, ZHOU R. Multi-missile cooperative guidance using coordination variables[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(6): 1605-1611(in Chinese).

[8] 张友安, 马国欣, 王兴平. 多导弹时间协同制导: 一种领弹-被领弹策略[J]. 航空学报, 2009, 30(6): 1109-1118.
ZHANG Y A, MA G X, WANG X P. Time-cooperative guidance for multi-missiles: A leader-follower strategy[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(6): 1109-1118(in Chinese).

[9] 李征, 陈海东, 彭博, 等. 可重复使用航天器再入协同制导研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2021(3): 71-77.
LI Z, CHEN H D, PENG B, et al. Coordinated reentry guidance law for reusable launch vehicle[J]. Missles and Space Vehicles, 2021(3): 71-77(in Chinese).

[10] 姜鹏, 郭栋, 韩亮, 等. 多飞行器再入段时间协同弹道规划方法[J]. 航空学报, 2020, 41(S1): 171-183.
JIANG P, GUO D, HAN L, et al. Trajectory optimization for co-operative re-entry of multiple hypersonic glide vehicle[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(S1): 171-183 (in Chinese).

[11] LIANG Z, YU J, REN Z, et al. Trajectory planning for cooperative flight of two hypersonic entry vehicles[C]//Proceedings of the 21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference. Reston: AIAA, 2017: 2251.

[12] 王肖, 郭杰, 唐胜景, 等. 基于解析剖面的时间协同再入制导[J]. 航空学报, 2019, 40(3): 239-250.
WANG X, GUO J, TANG S J, et al. Time-cooperative entry guidance based on analytical profile[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40(3): 239-250(in Chinese).

[13] 王浩凝, 唐胜景, 郭杰, 等. 带有动态攻角剖面的时间约束再入制导[J]. 空天防御, 2021, 4(1): 71-76.
WANG H N, TANG S J, GUO J, et al. Time-constrained reentry guidance with dynamic angle of attack profile[J]. Air & Space Defense, 2021, 4(1): 71-76(in Chinese).

[14] 乔浩, 毛瑞, 白凤科, 等. 带时间约束的双参数再入轨迹设计方法[J]. 弹箭与制导学报, 2021, 41(3): 57-61.
QIAO H, MAO R, BAI F K, et al. A Two-parameter reentry trajectory design method with time constraints[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2021, 41(3): 57-61(in Chinese).

[15] LI Z H, HE B, WANG M H, et al. Time-coordination entry guidance for multi-hypersonic vehicles[J]. Aerospace Science and-Technology, 2019, 89: 123-135.

[16] YU J L, DONG X W, LI Q D, et al. Cooperative guidance strategy for multiple hypersonic gliding vehicles system[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(3): 990-1005.

[17] 方科, 张庆振, 倪昆, 等. 飞行时间约束下的再入制导律[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(10): 90-97.
FANG K, ZHANG Q Z, NI K, et al. Reentry guidance law with flight time constraint[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(10): 90-97(in Chinese).

[18] LU P. Entry guidance: A unified method[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(3): 713-728.

[19] ZHAO J, ZHOU R, JIN X L. Gauss pseudospectral method applied to multi-objective spacecraft trajectory optimization[J]. Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 2014, 11(10): 2242-2246.

Improved predictor-corrector guidance method for time-coordination entry

GAO Yuan[1,*], HU Yu[2], CHEN Jinyong[1], ZHANG Jie[3], ZHOU Rui[1]

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100191, China;
3. AVIC Chengdu Aircraft Design & Research Institute, Chengdu 610091, China)

Abstract: For the hypersonic vehicle, a time coordination predictor-corrector guidance approach based on an open-loop coordination structure is presented to achieve the time coordination of the entry gliding process. The guidance method does not depend on real-time communication between the vehicles. The longitudinal guidance is modified on the basis of the traditional predictor-corrector guidance method. The normalized weighted error is introduced to consider both the remaining range error and flight time error obtained by calculating the full ballistic integral. To implement longitudinal guiding, Newton's iterative approach is used to calculate the bank angle amplitude in each guidance circle. The simulations show that the guidance method can effectively adjust the flight time of the vehicle and guide multiple vehicles to reach the entry point at the expected flight time. The Monte Carlo results also demonstrate the robustness of the proposed guidance method.

Keywords: hypersonic vehicle; entry guidance; predictor-corrector; time coordination; normalized weighted error

Received: 2022-06-22; **Accepted**: 2022-07-08; **Published Online**: 2022-09-09 10:52
URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20220908.1846.003

* **Corresponding author**. E-mail: Gy_SASEE@buaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0539

基于综合赋权的目标可攻击价值综合评估排序

孙学安，王寅*，周齐贤
(南京航空航天大学 航天学院，南京 211106)

摘　　要：智能化时代的战争中，无人作战能力愈发成为评判大国军事实力的重要指标，无人机在完成自主攻击任务时，需要对当前战场环境下敌对方空地军事目标的打击价值进行评估排序。根据战场态势下敌方空中目标及地面目标对己方的威胁程度，确定目标的打击价值，建立空地目标价值综合评估的指标体系，采用熵权法和层次分析法相结合的主客观综合赋权法对指标进行赋权，最后通过扇形雷达图法对空地目标价值综合评估排序，并通过实例仿真计算多个空中和地面目标的价值，得出了符合常规的目标价值排序。

关 键 词：自主攻击；目标排序；综合赋权；扇形雷达图法；威胁评估
中图分类号：V271.4+99; E926.399
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1731-07

现代作战中，战场环境越来越复杂，由此催生了各种高自主化与智能化的新型作战平台，如智能化的无人机作战平台。在实施战术打击任务时，面对来自空中和地面的敌方作战平台，如何利用自身携带的导弹合理分配打击目标，获取最大的作战效益显得尤为重要。因此，对空中和地面的目标进行价值评估对无人机来说具有重要的意义。

基于目标对己方的威胁程度判断其可打击价值是一种常用的方法。目前，国内外对于空中目标的空战威胁评估和对雷达辐射源的威胁评估已有较多研究。在空战威胁评估方面，奚之飞等在一对一空战背景下，分别提出基于主成分分析和改进粒子群算法优化的极限学习机的目标威胁评估算法[1]、基于灰色主成分的目标威胁评估方法[2]及基于前景理论的目标威胁评估方法[3]。胡涛等针对空战威胁评估的主观赋权法的无客观性缺点，提出一种基于改进 CRITIC 线性回归分析(critic linear regression analysis, CRITIC-LRA)确定指标权重的计算方法[4]。张堃和周德云将空战获取的客观信息通过熵理论处理，从而计算目标的各个指标权重，并使用逼近理想解排序(technique for order preference by similarity to an ideal solution, TOPSIS)评价法，进而研究空战威胁评估问题[5]。

在空中辐射源目标威胁评估方面，董鹏宇等构建了辐射源威胁评估指标体系，综合利用基于区间层次分析法所得的主观权重和基于信息熵所得的客观权重，利用博弈论的思想进行组合得到综合权重，最后将灰色关联分析法和 TOPSIS 评价法相结合来综合评价[6]。张才坤将直觉模糊熵法和群组层次分析法结合确定辐射源目标属性权重，提出基于改进雷达图的辐射源威胁可视化评估方法[7]。姜宁等提出一种利用一致性排序方法确定威胁判断因子的权重，利用模糊集理论计算威胁的辐射源威胁等级计算方法[8]。罗小平等采用模糊多属性决策理论，建立了基于不完全偏好信息的对多批空中辐射源威胁大小进行综合排序的模糊综合评判模型[9]。

国外对于威胁评估的研究开展较早，文献 [10] 提出一种基于规则库的威胁评估算法。文献 [11] 提出可以将贝叶斯网络和模糊规则理论运用到威胁评估中，并对比验证了 2 种方法的有效性。文献 [12]

收稿日期：2022-06-29；录用日期：2022-08-12；网络出版时间：2023-01-18 17:44
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230118.1337.002
*通信作者. E-mail：yinwangee@nuaa.edu.cn

引用格式：孙学安，王寅，周齐贤. 基于综合赋权的目标可攻击价值综合评估排序 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1731-1737.
SUN X A，WANG Y，ZHOU Q X. A comprehensive air-ground target attackability value ranking based on comprehensive weighting[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1731-1737（in Chinese）.

和文献[13]分别利用模糊集理论和贝叶斯网络提出威胁评估算法模型。

目前国内外研究仅限于针对空战的威胁评估和针对雷达辐射源的防空威胁评估。在无人机执行自主飞行任务需要同时面对来自空中和地面威胁时变得不再适用。考虑到无论是空中军事目标还是地面防空目标,其机载或车载雷达辐射源等电子设备都有着至关重要的作用,因此,本文综合考虑空战威胁评估指标体系和辐射源威胁评估指标体系建模,采用熵权法和层次分析法相结合的赋权方法赋权,然后,采用可视化程度较高的扇形雷达图评价法对空地目标价值综合排序,最后,给出了相应的仿真实例。

1 空地目标价值评估指标体系

无人机在自主作战过程中,战场态势感知会提供包括空中和地面目标的各种态势信息。本文综合目标飞行状态价值和目标辐射源特征价值,构建由目标距离、速度、与本机的高度差、方位角、工作状态、重频、脉宽、载频组成的空地目标价值评估指标体系,如图1所示。在确定目标各攻击因素价值后,通过主客观赋权相结合的方法计算目标可攻击价值,具体流程如图2所示。

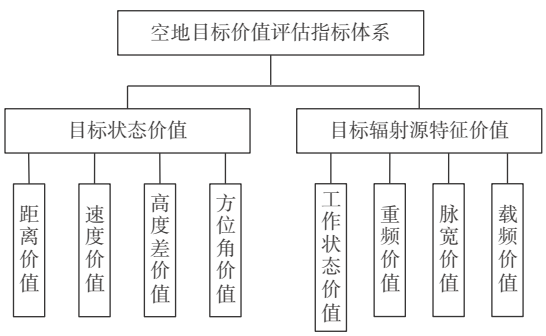


图1 价值评估指标体系

Fig. 1 Value evaluation index system

1.1 目标的距离

无论对于空中目标还是地面目标,目标与无人机的距离越近时,目标可打击价值越大。目标的距离价值计算式为

$$V_{\mathrm{d}}=\begin{cases}1-\dfrac{r_{\mathrm{d}}}{R_{\mathrm{dmax}}} & r_{\mathrm{d}}\leqslant R_{\mathrm{dmax}}\\ 0 & r_{\mathrm{d}}>R_{\mathrm{dmax}}\end{cases} \tag{1}$$

式中:V_{d}为目标的距离价值;r_{d}为目标与无人机的距离;R_{dmax}为目标空空导弹或地空导弹的最大射程。

1.2 目标的速度

在无人机与目标接近的过程中,双方之间的距离变化的越快,目标对无人机的危险程度越大,可打击价值也越大。目标的速度价值计算式为

$$V_v=1-\mathrm{e}^{av} \tag{2}$$

式中:V_v为目标的速度价值;v为空地目标的速度;a为常系数,取值−0.005。

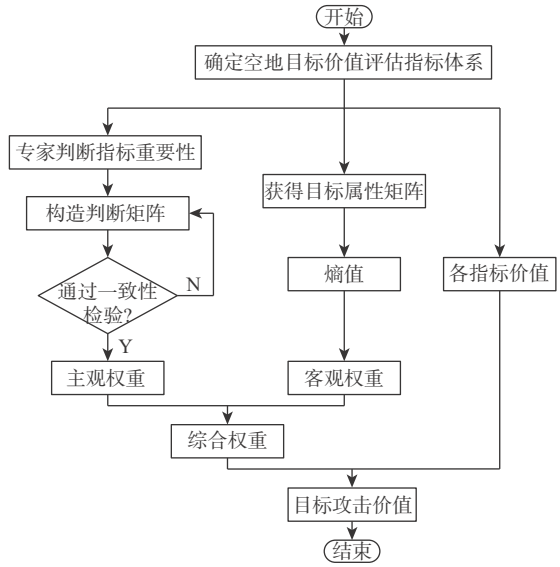


图2 评估方法流程

Fig. 2 Flow of evaluation method

1.3 目标与己方的高度差

目标与己方的高度差越小,被对方探测设备发现并打击的概率越大,随着高度差的增加,目标威胁程度也降低,因此,采用降半正态分布函数来计算高度差价值:

$$V_h=\mathrm{e}^{-kh^2} \tag{3}$$

式中:V_h为目标与己方的高度差价值;h为高度差;k为常系数,取值0.015。

1.4 目标的方位角

当目标处于本机航线上,目标的威胁最大,打击价值最大。目标方位角价值计算式为

$$V_\theta=\frac{||\theta|-90^\circ|}{90^\circ} \tag{4}$$

式中:V_θ为目标的方位角价值;θ为目标的方位角,取值范围为0°～180°。

1.5 目标辐射源的工作状态

敌方携带辐射源的工作状态大体上可分为3种:扫描、跟踪、制导。其中,制导状态说明敌方目标对己方威胁最大,应给与优先打击。辐射源的工作状态价值可用离散函数表示:

$$V_{\mathrm{mode}}=\begin{cases}1\\ 0.75\\ 0.25\end{cases} \tag{5}$$

取值为1表示辐射源工作状态为制导模式;取值为0.75表示辐射源工作状态为跟踪模式;取值为0.25表示辐射源工作状态为扫描模式。

1.6　目标辐射源的重频

重频是辐射源的脉冲重复频率, 是判断辐射源性能的重要指标。重频可由机载探测设备得到, 一般来说, 目标的重频越低, 其对己方的威胁越低, 对其打击价值也就越低。当重频在 0.1 kHz 时可忽略其威胁。目标辐射源的重频价值 V_{PRF} 可表示为

$$V_{\mathrm{PRF}}(x)=\begin{cases}0 & 0<x\leqslant 0.1\\ 1-\mathrm{e}^{-(x-0.1)^2} & x>0.1\end{cases} \tag{6}$$

1.7　目标辐射源的脉宽

辐射源的脉冲宽度简称脉宽, 是判断辐射源最小作用距离分辨率的重要参数。通常可以通过脉宽来判断目标辐射源的类型。威胁程度低的警戒搜索雷达的脉宽较宽, 距离分辨率较低; 威胁程度高的精密跟踪雷达的脉宽较窄, 距离分辨率较高[14]。目标辐射源的脉宽价值 V_{PW} 计算式可表示为

$$V_{\mathrm{PW}}(x)=\frac{1}{1+x^2} \tag{7}$$

1.8　目标辐射源的载频

辐射源的载频是判断辐射源威胁程度的重要信息。一般来说, 频率范围在 4 GHz 以下的雷达频段, 如 L 波段、S 波段等常用于中远程监视, 分辨率和精度较低, 打击价值较低; 频率范围在 4～8 GHz 的雷达频段即 C 波段常用于远程跟踪和制导, 分辨率和精度较高, 打击价值较高; 8 GHz 以上的频段如 X 波段、Ku 波段等用于近程跟踪和制导, 对己方的危险度最高, 打击价值最大。载频的价值 V_{PF} 可用分段函数表示:

$$V_{\mathrm{PF}}(x)=\begin{cases}1 & 8<x\leqslant 27\\ 0.6 & 4<x\leqslant 8\\ 0.3 & 0.3<x\leqslant 4\end{cases} \tag{8}$$

2　主客观综合指标赋权

2.1　主观权重

层次分析法[15]可以对定性的问题进行定量化的分析。运用层次分析法确定目标价值各指标权重的步骤如下。

步骤 1　通过专家对目标的距离、速度、方位角、高度差、辐射源工作状态、重频、脉宽、载频这 8 个指标的重要程度定性分析, 确定指标判断矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 如表 1 所示。

表 1　指标判断矩阵

Table 1　Indicator judgment matrix

指标	距离	速度	方位角	高度差	工作状态	重频	脉宽	载频
距离	1	1	5/3	5/3	5/7	5/1	5/1	5/1
速度	1	1	5/3	5/3	5/7	5/1	5/1	5/1
方位角	3/5	3/5	1	1	3/7	3/1	3/1	3/1
高度差	3/5	3/5	1	1	3/7	3/1	3/1	3/1
工作状态	7/5	7/5	7/3	7/3	1	7/1	7/1	7/1
重频	1/5	1/5	1/3	1/3	1/7	1	1	1
脉宽	1/5	1/5	1/3	1/3	1/7	1	1	1
载频	1/5	1/5	1/3	1/3	1/7	1	1	1

注: 表内数据表示各指标间的相对重要程度, 如第1行第2列的1表示速度的重要程度和距离的重要程度比值为1, 即同等重要。

步骤 2　$\boldsymbol{Q}$ 矩阵的一致性检验。

为保证 $\boldsymbol{Q}$ 矩阵在构造过程中具有一致性和传递性, 需要对其进行一致性检验。先计算矩阵的最大特征值 $\lambda_{\max}$, 再计算一致性指标 $S_{\mathrm{C.I.}}$:

$$S_{\mathrm{C.I.}}=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1} \tag{9}$$

最后, 计算一致性比例 $S_{\mathrm{C.R.}}$:

$$S_{\mathrm{C.R.}}=\frac{S_{\mathrm{C.I.}}}{S_{\mathrm{R.I.}}} \tag{10}$$

当 $S_{\mathrm{C.R.}}<0.1$ 时, 说明判断矩阵满足一致性和传递性, 随机一致性指标 $S_{\mathrm{R.I.}}$ 的值如表 2 所示, 否则需要对判断矩阵重新构造。

步骤 3　采用算数平均法求解目标主观权重 ω_{1j}。

2.2　客观权重

熵权法作为一种客观赋权方法, 是利用数据本身的变异程度来反映指标的权值, 一定程度上可以避免层次分析法求得的主观权重过于主观。利用熵权法求客观权重的步骤如下。

步骤 1　对于目标属性矩阵 $\dot{\boldsymbol{A}}=(\dot{a}_{ij})_{m\times n}$, 将其归一化处理:

表 2　随机一致性指标

Table 2　Random coherence indicator

矩阵阶数	$S_{\mathrm{R.I.}}$	矩阵阶数	$S_{\mathrm{R.I.}}$
1	0	5	1.12
2	0	6	1.26
3	0.52	7	1.36
4	0.89	8	1.41

$$\dot{\boldsymbol{A}}=(\dot{a}_{ij})_{m\times n}=\left(a_{ij}\Big/\sum_{i=1}^{m}a_{ij}\right)_{m\times n} \tag{11}$$

步骤 2 计算熵值:

$$E_j=-\frac{1}{\ln n}\sum_{i=1}^{m}\dot{a}_{ij}\ln\dot{a}_{ij}\qquad j=1,2,\cdots,n \tag{12}$$

步骤 3 计算权重:

$$\omega_{2j}=(1-E_j)\Big/\sum_{k=1}^{n}(1-E_k) \tag{13}$$

3 基于扇形雷达图法的综合评价

相较于线性加权法,雷达图评价方法可视化程度更高,可以看到每个指标因素对综合评价的价值贡献,本文采用扇形雷达图方法进行综合评价,根据权重划分雷达图各指标的弧度,在每一个扇形上根据指标计算的值确定目标在该属性上的有价值区域,通过计算有价值区域与雷达图总面积的比值评估目标综合可打击价值,扇形雷达图如图 3 所示,目标综合打击价值计算式为

$$V_i=\frac{\sum_{j=1}^{n}f(\omega_{1j},\omega_{2j})V_j^{\,2}}{R^2} \tag{14}$$

式中:$f(\omega_{1j},\omega_{2j})$ 为综合权重;R 为雷达图的半径;V_i 为目标的综合打击价值;V_j 为目标的第 j 属性可提供的打击价值。

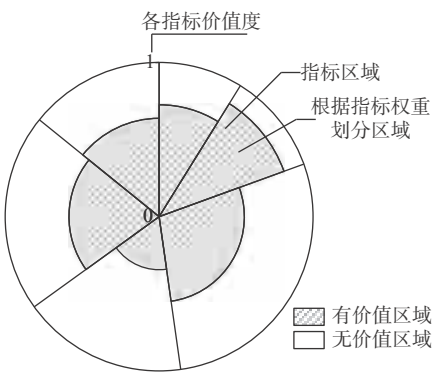


图 3 扇形雷达图

Fig. 3 Sector radar map

4 仿真实例

假设无人机在某空域执行某一自主打击任务时,某时刻无人机处于 5 km 的飞行高度,机载探测器共探测到该空域内的 8 个敌方目标,其中 4 个空中目标,4 个地面目标。假设所有空中目标所携带的空空导弹的最大射程为 120 km,地面目标的地空导弹最大射程为 150 km。无人机探测到各目标的具体参数取值如表 3 和表 4 所示。

表 3 空中目标参数

Table 3 Aerial target parameters

空中目标	距离/km	速度/(m·s^{-1})	方位角/(°)	高度差/m	工作状态	重频/kHz	脉宽/μs	载频/GHz
a	50	300	−6	5	跟踪	12	8	10
b	40	325	33	6	制导	15	8	12
c	60	320	−51	5	扫描	10	6	8
d	100	330	12	9	跟踪	12	8	10

表 4 地面目标参数

Table 4 Ground target parameters

地面目标	距离/km	速度/(m·s^{-1})	方位角/(°)	高度差/m	工作状态	重频/kHz	脉宽/μs	载频/GHz
a	70	300	−15	5	扫描	10	6	8
b	50	300	−20	5	跟踪	12	8	10
c	80	300	37	5	扫描	10	6	8
d	120	300	60	5	扫描	10	6	8

根据表 1 所提供的判断矩阵,计算出各指标的主观权重分别为 0.192 3、0.192 3、0.115 4、0.115 4、0.269 2、0.038 5、0.038 5、0.038 5,且能通过一致性检验。根据熵权法求得的各指标的客观权重分别为 0.132 9、0.001 7、0.051 2、0.420 4、0.327 2、0.021 5、0.021 7、0.023 4。本文取主观权重权值为 0.8,客观权重权值为 0.2。综合主客观权重,得到各指标综合权重如表 5 所示。

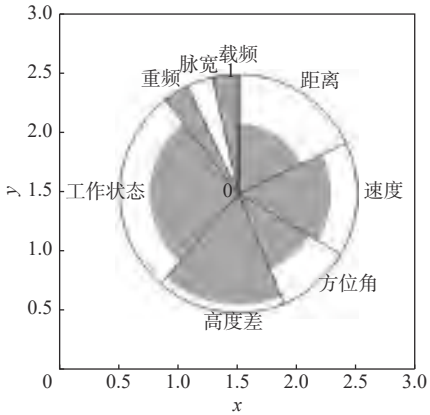
表 5 各指标综合权重

Table 5 Indicator comprehensive weights

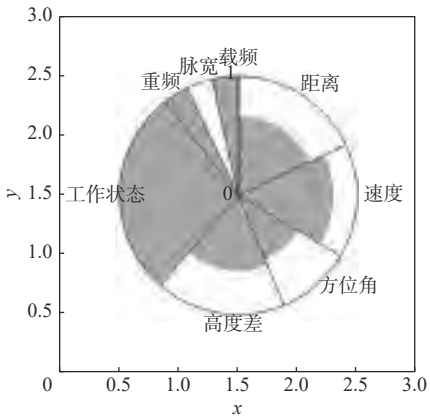
指标	权重
距离	0.180 4
速度	0.154 2
高度差	0.102 5
方位角	0.176 4
工作状态	0.280 8
重频	0.035 1
脉宽	0.035 1
载频	0.035 5

空域内各敌方目标的可打击价值经过计算后,得到如图 4 和图 5 所示的雷达图,计算各雷达图中有价值区域的面积,其中空中目标的雷达图面积分别为 1.838、1.999、0.912、1.494,地面目标的雷达图面积分别为 1.133、1.691、0.905、0.711。各敌方目标打击价值占比如表 6 所示。

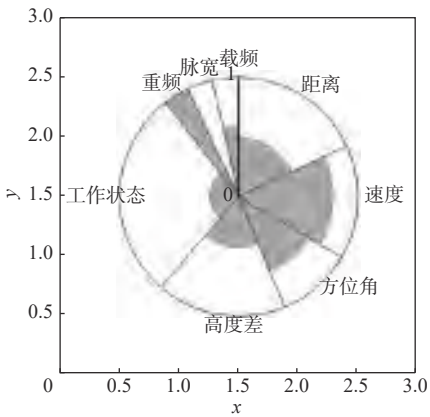
得到空地目标的可打击价值综合排序为(由大至小):空中目标 b,空中目标 a,地面目标 b,空中目标 d,地面目标 a,空中目标 c,地面目标 c,地面目标 d。从仿真数据看,空中目标 b 辐射源正处于制导状态,所以对己方无人机的威胁程度最大,理应优先打击;地面目标 d 距离己方最远,方位最偏,且



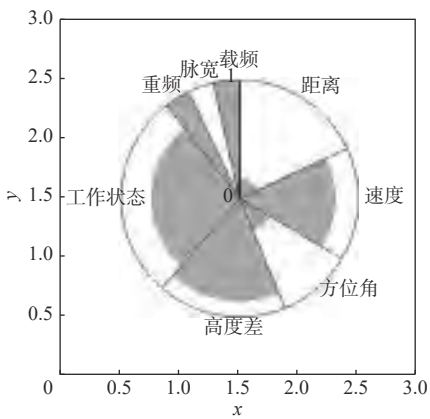
(a) 空中目标 a



(b) 空中目标 b



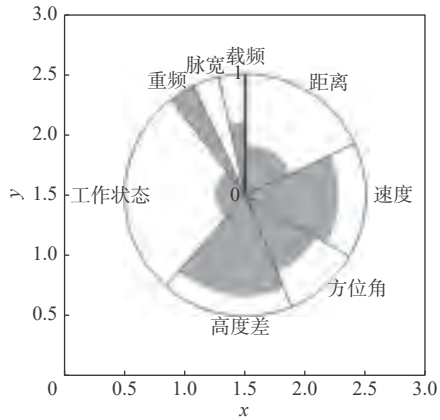
(c) 空中目标 c



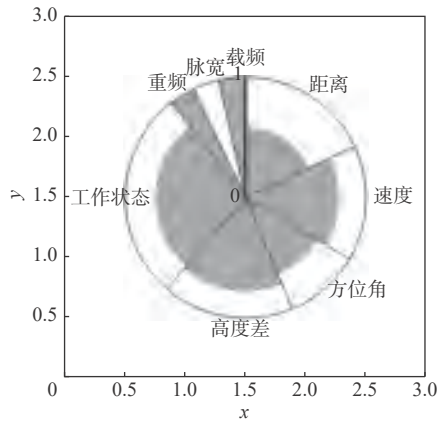
(d) 空中目标 d

图 4　空中目标

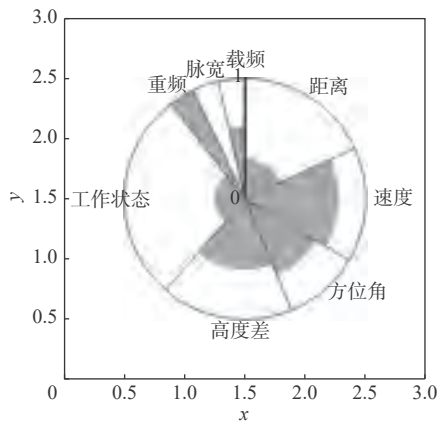
Fig. 4　Aerial target



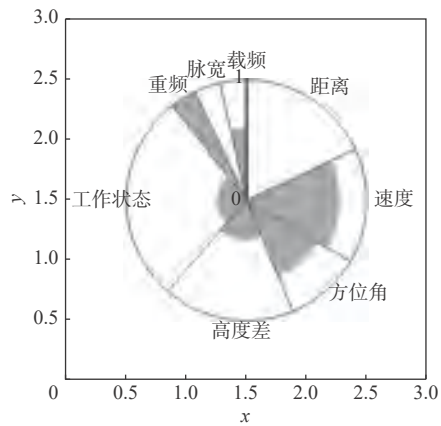
(a) 地面目标 a



(b) 地面目标 b



(c) 地面目标 c



(d) 地面目标 d

图 5　地面目标

Fig. 5　Ground target

表6 目标打击价值

Table 6 Target hitting value

目标	打击价值
空中目标a	0.585 1
空中目标b	0.636 6
空中目标c	0.290 3
空中目标d	0.475 7
地面目标a	0.360 7
地面目标b	0.538 1
地面目标c	0.288 2
地面目标d	0.226 5

辐射源也处于扫描状态，对已方的威胁程度最低，打击优先度也应最低。对比空中目标a和地面目标b，在其他参数相同的条件下，地面目标的方位角较偏，因此，得出空中目标a打击顺序应该在地面目标b之前也是合理的。空中目标c和地面目标c无论是距离方位，还是其辐射源特征都体现出较小的威胁程度，因此，得出较小的可打击价值也合理。

5 结束语

1）本文综合空战态势威胁模型和辐射源威胁模型，选用距离价值、速度价值、高度差价值、方位角价值、辐射源工作状态价值、重频价值、脉宽价值、载频价值为指标体系，提出一种同时适用于空中目标和地面目标的价值评估模型，并用主客观综合的赋权方法对各指标属性赋权，既符合常规也考虑到数据自身的信息。

2）用扇形雷达图法可视化地比较各目标的打击价值，从仿真结果看，该方法能有效的给出无人机在战场环境下各敌方目标对其的价值排序，对无人机自主作战的研究具有现实意义。

本文研究无人机在空中威胁和地面威胁同时存在的战场环境中，设计同时适用于空地目标的指标体系并综合评价。但战场环境下，各种态势信息可能存在信息缺失或态势信息具有置信度，如何在战场部分态势信息缺失和态势信息不完全可信的情况下，设计同时满足空地威胁目标的可攻击价值计算模型还需进一步研究。

参考文献（References）

[1] 奚之飞, 徐安, 寇英信, 等. 基于PCA-MPSO-ELM的空战目标威胁评估[J]. 航空学报, 2020, 41(9): 216-231.
XI Z F, XU A, KOU Y X, et al. Threat assessment of air combat targets based on PCA-MPSO-ELM[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(9): 216-231(in Chinese).

[2] 奚之飞, 徐安, 寇英信, 等. 基于灰主成分的空战目标威胁评估[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(1): 147-155.
XI Z F, XU A, KOU Y X, et al. Threat assessment of air combat targets based on grey principal component[J]. Systems Engineering and Electronic Technology, 2021, 43(1): 147-155(in Chinese).

[3] 奚之飞, 徐安, 寇英信, 等. 基于前景理论的空战目标威胁评估[J]. 兵工学报, 2020, 41(6): 1236-1248.
XI Z F, XU A, KOU Y X, et al. Threat assessment of air combat targets based on prospect theory[J]. Acta Armamentarii, 2020, 41(6): 1236-1248(in Chinese).

[4] 胡涛, 王栋, 孙曜, 等. 基于改进CRITIC-LRA和灰色逼近理想解排序法的空战威胁评估[J]. 兵工学报, 2020, 41(12): 2561-2569.
HU T, WANG D, SUN Y, et al. Air combat threat assessment based on improved CRITIC-LRA and grey approximate ideal solution ranking method[J]. Acta Armamentarii, 2020, 41(12): 2561-2569(in Chinese).

[5] 张堃, 周德云. 基于熵的TOPSIS法空战多目标威胁评估[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(9): 1493-1495.
ZHANG K, ZHOU D Y. Entropy-based TOPSIS method for air warfare multi-target threat assessment[J]. Systems Engineering and Electronics Technology, 2007, 29(9): 1493-1495(in Chinese).

[6] 董鹏宇, 王红卫, 陈游. 基于博弈论的GRA-TOPSIS辐射源威胁评估方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(10): 1973-1981.
DONG P Y, WANG H W, CHEN Y. GRA-TOPSIS radiation source threat assessment method based on game theory[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(10): 1973-1981(in Chinese).

[7] 张才坤. 空战威胁可视化评估方法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2015: 4-5.
ZHANG C K. Research on air warfare threat visualization assessment method[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnic University, 2015: 4-5(in Chinese).

[8] 姜宁, 胡维礼, 孙翱. 辐射源威胁等级判定的模糊多属性方法[J]. 兵工学报, 2004, 24(1): 56-59.
JIANG N, HU W L, SUN A. A fuzzy multi-attribute method for determining the threat level of radiation sources[J]. Acta Armamentarii, 2004, 24(1): 56-59(in Chinese).

[9] 罗小平, 姜宁, 栾胜利. 辐射源威胁排序模糊综合评判[J]. 火力与指挥控制, 2005, 30(4): 66-68.
LUO X P, JIANG N, LUAN S L. Fuzzy comprehensive evaluation of radiation source threat ranking[J]. Firepower and Command and Control, 2005, 30(4): 66-68(in Chinese).

[10] LIEBHABER M J, FEHER B. Air threat assessment: Research, model, and display guidelines[J]. Air Threat Assessment Research Model & Display Guidelines, 2002, 3(5): 4-6.

[11] JOHANSSOM F, FALKMAN G. A comparison between two approaches to threat evaluation in an air defense scenario[C]//Proceedings of the 5th Modeling Decisions for Artificial Intelligence International Conference.Piscataway: IEEE Press, 2008:110-121.

[12] AZIMIRAD E, HADDADNIA J. Target threat assessment using fuzzy sets theory[J]. International Journal of Advances in Intelligent Informatics, 2015, 1(2): 57-74.

[13] OKELLQ N, THORNS G. Threat assessment using bayesian networks[C]//Proceedings of the 6th International Conference of Information Fusion. Piscataway: IEEE Press, 2003: 1102-1109.

[14] 杨爱武, 李战武, 徐安, 等. 基于RS-CRITIC的空战目标威胁评估[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(12): 2357-2365.

YANG A W, LI Z W, XU A, et al. Air combat target threat assessment based on RS-CRITIC[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(12): 2357-2365(in Chinese).

[15] 叶跃祥, 糜仲春, 王宏宇, 等. AHP 判断矩阵一致性调整的前瞻算法[J]. 系统工程, 2006(10): 117-121.
YE Y X, MI Z C, WANG H Y, et al. A forward-looking algorithm for consistency adjustment of AHP judgment matrix[J]. Systems Engineering, 2006(10): 117-121(in Chinese).

A comprehensive air-ground target attackability value ranking based on comprehensive weighting

SUN Xue'an，WANG Yin*，ZHOU Qixian

(School of Astronautics，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 211106，China)

Abstract：In the area of intelligent warfare, unmanned system combat capabilities have increasingly become an important factor in the military strength of major powers. When utilizing unmanned aerial vehicles for air-to-ground assault operations, it is imperative to assess and prioritize the enemy's ground targets' strike values. This paper presents a newly developed index scheme to determine the threat values of both air and ground targets in a real-time fashion. In the proposed method, the weights of each threat factor were calculated through a combined method, using the entropy weight method and the analytic hierarchy process. Subsequently, the ranking of both air and ground targets is determined and visualized through a sectoral radar map. A number of ground and aerial targets are valued using a simulation example, and the result is a target value ranking that complies with the convention.

Keywords：autonomous attack; target sequencing; comprehensive weighting; sectoral radar mapping; threat assessment

Received：2022-06-29；**Accepted**：2022-08-12；**Published Online**：2023-01-18 17:44
URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20230118.1337.002

* **Corresponding author**. E-mail：yinwangee@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0574

基于相关性参数选择的飞行数据异常检测

钟杰，罗冲，张恒*，苗强
(四川大学 电气工程学院，成都 610065)

摘　　要：随着无人机(UAV)技术的成熟，其在军民领域的应用越来越广泛，安全问题也逐渐受到重视。UAV飞行数据能直接反映其飞行健康状态。针对UAV飞行数据开展异常检测研究是提升UAV整体安全性的重要手段之一。基于此，提出了一种基于相关性参数选择与卷积神经网络(CNN)的异常检测方法。利用最大信息系数(MIC)和Pearson相关系数法挖掘参数之间的相关性，并建立相关性飞行参数集合；利用与待检测飞行参数相关的飞行参数数据训练卷积神经网络预测模型，根据模型预测值与真实值之间的残差判定异常。利用真实UAV飞行数据对所提方法进行验证，结果显示：所提方法的假阳率、假阴率、准确率指标均值分别为0%、0.19%、99.6%，证明了方法的有效性。

关 键 词：异常检测；飞行数据；最大信息系数；Pearson相关系数法；卷积神经网络
中图分类号：V241; V267
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1738-08

与传统有人机相比，无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)具有生产周期短、运行成本低和维护保养方便等显著优点，目前在军用和民用领域已经得到广泛应用。随着科学技术的不断发展，UAV需求日益扩增，UAV的数量不断增加，功能逐渐强大，UAV自身系统也越加复杂[1]。近年来，全球范围内UAV坠毁事件逐渐增多，UAV的服役性能越来越受到人们的重视[2-3]。为了降低UAV在商业、军事等应用场景的事故风险，针对UAV开展异常检测研究，及时发现异常和隔离异常十分必要[4]。

UAV为保证其某些结构出现故障时仍能精准完成任务，一般会采用硬件冗余技术，但该技术大幅增加了硬件成本和系统复杂度[2]。另一类方法是从软件层面入手，利用算法建立飞行数据与UAV服役性能之间的映射关系，从而实现UAV异常检测。UAV异常检测方法主要分为专家知识[5]、基于模型[6]及数据驱动[7]。前2种方法具有解释性强、理论基础扎实等优势，被广泛应用于实际工程中，但存在需要开发者对飞机内部结构或异常机理有深刻理解、开发过程耗时耗力、模型表达能力不足等问题。数据驱动的异常检测方法能够克服前2种方法的共性缺点，近年来得到快速发展，也是未来异常检测的一个重要发展方向。按照数据驱动模型架构深度，可分为传统机器学习和深度学习2类。传统机器学习方法采用浅层架构，主要适用于处理小样本、线性可分或简单的非线性问题，如支持向量机(support vector machine, SVM)[8]、K近邻(K nearest neighbor, KNN)[1]。但飞行数据中参数众多，且参数之间关系复杂，传统的机器学习方法往往会面临维度灾难问题。深度学习采用深层架构，适于处理大样本、非线性数据，如卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)[9]、循环神经网络(recurrent neural network, RNN)[10]。深度学习方法通过挖掘数据之间的潜在相关性来建立异常检测模型，但如果数据之间相关性较低或不存在相关性，则可能导致模型精度低甚至不收敛。根据异常

收稿日期：2022-07-02；**录用日期**：2022-08-12；**网络出版时间**：2022-12-14 11:07
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221213.1123.002
基金项目：国家自然科学基金(52075349)；航空科学基金(201905019001)
*通信作者. E-mail：hengzhang27@scu.edu.cn

引用格式：钟杰，罗冲，张恒，等. 基于相关性参数选择的飞行数据异常检测[J]. 北京航空航天大学学报，2024，50(5)：1738-1745.
ZHONG J，LUO C，ZHANG H，et al. Flight data anomaly detection based on correlation parameter selection[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50(5)：1738-1745 (in Chinese).

检测方法特性, 还可以分为基于邻域[11]、聚类[12-13]、统计[14]、分类[15]、预测等类别[8,16-17]。本文提出一种基于相关性参数选择与卷积神经网络的飞行数据异常检测方法, 属于预测类别。首先, 利用相关性方法挖掘飞行数据中飞行参数之间的相关性, 并建立相关性参数集合; 然后, 利用卷积神经网络学习相关性参数集合中的映射关系, 并建立回归模型; 最后, 根据模型预测数据与真实数据之间的残差值来判定异常。

1) 提出了一种飞行数据异常检测框架, 集成了线性与非线性相关性分析、参数选择、数据驱动模型建立、异常判定阈值计算等部分, 为提高 UAV 安全性能提供了一种新途径。

2) 针对具有强耦合性、高维度、非线性等特点的飞行数据, 利用相关性参数选择与卷积神经网络构建了飞行参数耦合模型, 并在实际飞行数据上验证了模型的有效性与优越性。

1　理论方法

1.1　关联性分析方法

1.1.1　最大信息系数

最大信息系数 (maximal information coefficient, MIC)[18] 以信息熵理论为基础, 通过改进互信息算法来度量 2 随机变量之间的相关性。互信息是度量 2 个事件依赖性的方式。对于随机变量而言, 连续型随机变量X和Y之间互信息可定义为

$$I[X;Y]=\int_X\int_Y p(x,y)\log_2\left(\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{1}$$

式中: $p(x,y)$为X和Y的联合概率密度函数; $p(x)$、$p(y)$分别为变量X、Y的边缘概率密度函数; $I[X;Y]$为X和Y之间的互信息。$p(x,y)$往往是难以求解的。

对互信息算法进行改进, 将两离散随机变量的二维离散点图划分为多个网格, 通过各网格内散点数量确定两变量之间的联合概率。具体如下: 将 2 个离散变量X、Y的取值在二维平面上进行离散化, 并将坐标平面划分为x列y行的网格, 网格上的每个小单元G的概率为小单元G中点数占总数的比例, 得到离散变量X、Y在网格上的概率分布$D|_G$, 进一步可计算在此网格划分条件下的互信息$I(D|_G,x,y)$。网格有很多划分方法, 对于每种划分都可以得到一个互信息, 取所有划分方式最大值, 有

$$I^*(D,x,y)=\max I(D|_G,x,y) \tag{2}$$

将互信息值归一化在(0,1)区间内, 且当取不同的划分方式, 即 (x,y) 变化时, 得到的互信息$I^*(D,x,y)$也不同, 在行列数量满足一定约束条件下, 得到 MIC 计算公式为

$$\mathrm{MIC}(x,y)=\max_{xy<B(N)}\frac{I^*(D,x,y)}{\log_2\min(x,y)} \tag{3}$$

式中: $\mathrm{MIC}(x,y)$为最终计算得到的最大信息系数; N为样本数; $B(N)$为样本函数, 表示网格总的小单元数$x\times y$满足小于$B(N)$的条件, $B(N)$是经验值, 一般取$B(N)=N^{0.6}$。

1.1.2　Pearson 相关系数法

Pearson 相关系数法[19] 是一种常用的相关性分析方法, 其是一种变量间线性关系的度量方式, 输出值范围为 [−1,1], 两变量间的线性关系越强, Pearson 相关系数绝对值越大, 即越接近于 1; 两变量间的线性关系越弱, Pearson 相关系数绝对值就越小, 越接近于 0。当 Pearson 相关系数大于 0 时, 两变量间存在正相关关系, 当 Pearson 相关系数小于 0 时, 两变量间存在负相关关系, Pearson 相关系数$\rho(X,Y)$的计算公式为

$$\rho(X,Y)=\frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}=\frac{E((X-\mu_X)(Y-\mu_Y))}{\sigma_X\sigma_Y} \tag{4}$$

式中: $\mathrm{cov}(X,Y)$为变量X、Y之间的协方差; σ_X、σ_Y分别为变量X、Y的标准差; μ_X、μ_Y分别为变量X、Y的均值。

1.2　一维卷积神经网络

卷积神经网络是数据驱动方法中常用的一种可学习网络, 其根据核的维度可以分为一维卷积、二维卷积及三维卷积。考虑到飞行数据具有时序性与空间不变性, 本文使用一维卷积神经网络进行综合特征提取。在二维数据上进行一维卷积方式, 如图 1 所示。

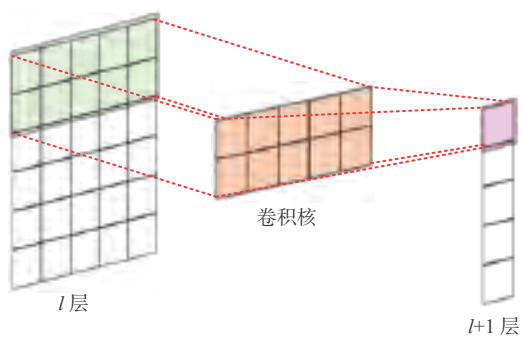


图 1　一维卷积层运算示例

Fig. 1　Example of 1D convolutional layer operations

假设网络第l层为一维卷积层, 其表达式为

$$\boldsymbol{c}_j^{(l+1)}=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{c}_i^{(l)}\otimes\boldsymbol{w}_{ij}^{l}+\boldsymbol{b}_j^{l} \tag{5}$$

式中: $\boldsymbol{c}_i^{(l)}$为l层第i个特征向量; $\boldsymbol{w}_{ij}^{l}$为与l层的第i个特征向量进行卷积的第j个卷积核; “$\otimes$”表示卷积运算; N为l层特征向量个数; $\boldsymbol{b}_j^{l}$为 l 层第 j 个卷积核

的偏置项；$\boldsymbol{c}_j^{(l+1)}$为经过l层第j卷积核运算后得到的$l+1$层向量。

2 方法框架

2.1 整体方法框架

基于相关性参数选择与卷积神经网络的飞行数据异常检测方法的流程如图2所示。该方法的实施步骤主要包含数据预处理、相关性分析、滑窗处理、数据集划分、回归模型建立及异常阈值确定。

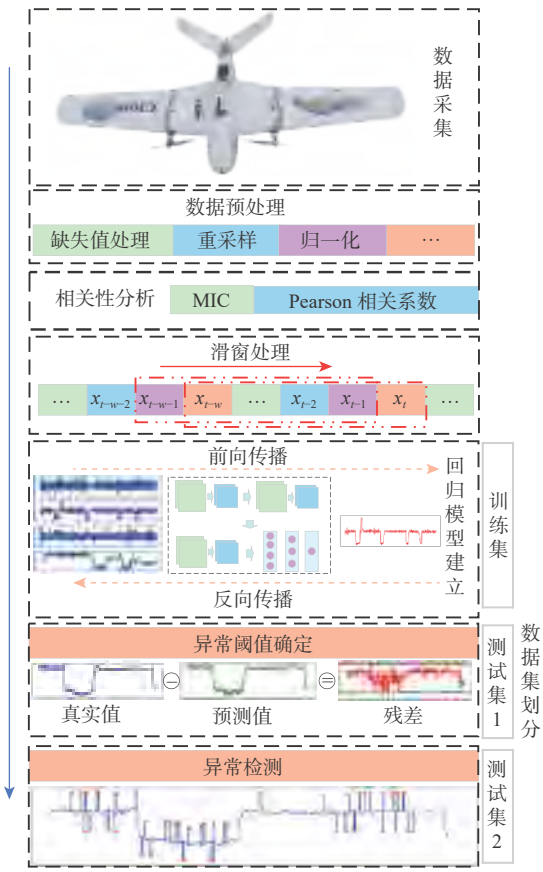


图2 飞行数据异常检测流程

Fig. 2 Flight data anomaly detection flowchart

1）数据预处理。直接从UAV上获取的原始飞行数据存在数据格式不一致、有缺失值、频率不一致等问题，需要对飞行数据进行清洗，以便后续分析。

在数据样本输入到网络模型前，对数据进行归一化处理，可以有效提升神经网络的学习效率。本文采用最大最小值归一化方式，其表达式为

$$x_i' = \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \tag{6}$$

式中：$x_{\max}$和$x_{\min}$分别为原始数据最大值和最小值；x_i为原始值；x_i'为归一化之后的数值。

2）相关性分析。本文使用MIC和Pearson相关系数法2种相关性分析方法挖掘飞行数据的相关关系。MIC主要用于挖掘非线性相关性关系，Pearson相关系数法主要用于挖掘线性相关关系。结合MIC和Pearson相关系数法的相关性分析结果，建立相关飞行参数集合。

3）数据集划分。为使飞行数据满足卷积神经网络模型输入，在原始数据上采用滑窗处理生成数据样本，处理流程如图3所示。处理完毕的数据集按照8∶1∶1的方法分为3份，分别对应训练集、测试集1、测试集2。其中，训练集用于训练卷积神经网络模型，验证集直接从训练集中划分得到，划分后的训练数据与验证数据之比为9∶1；测试集1用于确定异常阈值，测试集2用于最终测试。

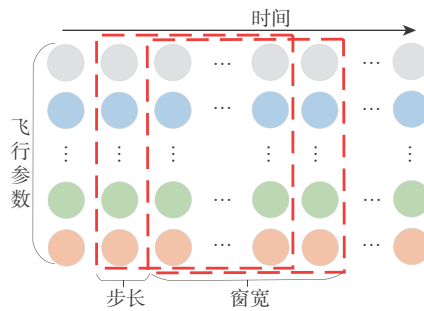


图3 滑窗处理示意图

Fig. 3 Schematic of sliding window treatment

4）回归模型建立。在上述步骤的基础上，利用卷积神经网络与全连接层建立飞行参数与相关参数之间的回归模型，利用相关参数数据作为回归模型的输入，待检测飞行参数数据作为模型输出的目标值。其中，参与模型训练的飞行数据全为UAV在正常飞行状态下采集得到的数据。

5）异常阈值确定。根据模型的预测值和真实值之间的残差是否超过设定的异常阈值来判定是否发生异常。在模型训练完成的基础上，将未参与训练且全为UAV正常状态下采集得到的测试集1输入到模型中，得到UAV正常状态下模型测试集1的残差数据R，并计算R的均值μ和标准差σ。待检测数据是否异常的判定方法如下：

$$\begin{cases} \mu - 3\sigma \leqslant r \leqslant \mu + 3\sigma & \text{正常} \\ r < \mu - 3\sigma & \text{异常} \\ r > \mu + 3\sigma & \text{异常} \end{cases} \tag{7}$$

式中：r为测试集2中未知标签数据输入模型后得到的残差。

2.2 算法伪代码

输入： 经过数据清洗与归一化的数据集$O=\{p_1,p_2,\cdots,p_i,\cdots,p_n\}$，其中，$p_i$为第$i$个飞行参数，$n$为飞行参数个数；待检测参数$p_m$；初始学习率$l_r$，训练次数$T$，批次大小$S$。

输出： 经过基于相关性参数选择与卷积神经

网络的飞行数据异常检测方法得到异常点。

过程:

1. 利用 Pearson 相关系数法和 MIC 分别对数据集O进行相关性分析, 得到相关性矩阵$\boldsymbol{M}$。

2. 提取相关性矩阵$\boldsymbol{M}$中与参数p_m具有强相关的飞行参数, 并建立参数集合$M_{p_m}=\{p'_1,p'_2,\cdots,p'_i,\cdots,p'_m\}$, 其中, m为$\boldsymbol{M}$中与p_m具有强相关关系的参数个数, p'_i为与参数p_m具有强相关关系的飞行参数。

3. 对数据集O按比例分割, 得到O_{train}、O_{test1}、O_{test2}。

4. 对O_{test2}中的参数p_m进行异常植入, 得到异常数据集O'_{test1}。

5. 按照参数集合$\boldsymbol{M}_{p_m}$和p_m对O_{train}、O_{test1}、O'_{test1}进行滑窗处理, 分别得到训练集$\left\{X_{\text{train}}^{M_{p_m}},Y_{\text{train}}^{p_m}\right\}$、测试集 1$\left\{X_{\text{test1}}^{M_{p_m}},Y_{\text{test1}}^{p_m}\right\}$、测试集 2$\left\{X_{\text{test2}}^{M_{p_m}},Y_{\text{test2}}^{p_m}\right\}$。

6. 对于$1<t<T$, 执行步骤 7。

7. 将训练集$\left\{X_{\text{train}}^{M_{p_m}},Y_{\text{train}}^{p_m}\right\}$中样本以$S$个为一组进行随机组合, 并按组输入到卷积神经网络进行模型训练。

8. 达到迭代轮数T, 模型训练终止, 得到训练网络。

9. 输入测试集 1$\left\{X_{\text{test1}}^{M_{p_m}},Y_{\text{test1}}^{p_m}\right\}$到训练网络, 得到$\text{pred}Y_{\text{test1}}^{p_m}$。

10. 计算$\text{pred}Y_{\text{test1}}^{p_m}$和$Y_{\text{test1}}^{p_m}$之间的残差集合$R$。

11. 计算残差集合R的均值μ与标准差σ, 并利用拉伊达准则得到正常误差的上下限$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$。

12. 将$\left\{X_{\text{test2}}^{M_{p_m}},Y_{\text{test2}}^{p_m}\right\}$分别输入到模型中, 得到$\text{pred}Y_{\text{test2}}^{p_m}$。

13. 计算$Y_{\text{test2}}^{p_m}$与$\text{pred}Y_{\text{test2}}^{p_m}$之间残差, 并利用步骤 11 中的$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$进行异常判别。

14. 记录并输出异常位置集合E。

2.3　模型结构

本文采用卷积神经网络建立异常检测模型, 模型主要采用卷积神经网络搭建而成, 共包含 4 个卷积层、4 个池化层及 3 个全连接层, 如图 4 所示。其中, 卷积层使用一维卷积。在模型中, 输入数据先通过 4 组卷积层和池化层, 充分提取数据在时空特征; 然后, 数据流过 3 个全连接层生成一个维度为 1 的数据, 输出数据即为待检测飞行参数未来时刻的预测数据。

设模型的输入数据为$X_{\text{train},t}^{M_{p_m}}$, 模型输出数据的真实值为$Y_{\text{train},t}^{p_m}$, 模型预测值为$\text{pred}Y_{\text{train},t}^{p_m}$, $X_{\text{train},t}^{M_{p_m}}$和$Y_{\text{train},t}^{p_m}$可以分别表示为

$$X_{\text{train},t}^{M_{p_m}}=\begin{Bmatrix} x_{1,t-1} & x_{1,t-2} & \cdots & x_{1,t-j} & \cdots & x_{1,t-w} \\ x_{2,t-1} & x_{2,t-2} & \cdots & x_{2,t-j} & \cdots & x_{2,t-w} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i,t-1} & x_{i,t-2} & \cdots & x_{i,t-j} & \cdots & x_{i,t-w} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{m,t-1} & x_{m,t-2} & \cdots & x_{m,t-j} & \cdots & x_{m,t-w} \end{Bmatrix} \tag{8}$$

$$Y_t=p_{m,t} \tag{9}$$

式中: $p_{m,t}$为t时刻待检测飞行参数的数据; $x_{i,t-j}$为待检测飞行参数的相关性参数集合M_{p_m}中$t-j$时刻第i个参数的数据; m为待检测飞行参数的相关参数集合中飞行参数的个数; w为滑窗处理窗体宽度。模型训练的目的是使模型真实值$Y_{\text{train},t}^{p_m}$和预测值$\text{pred}Y_{\text{train},t}^{p_m}$尽可能相等。

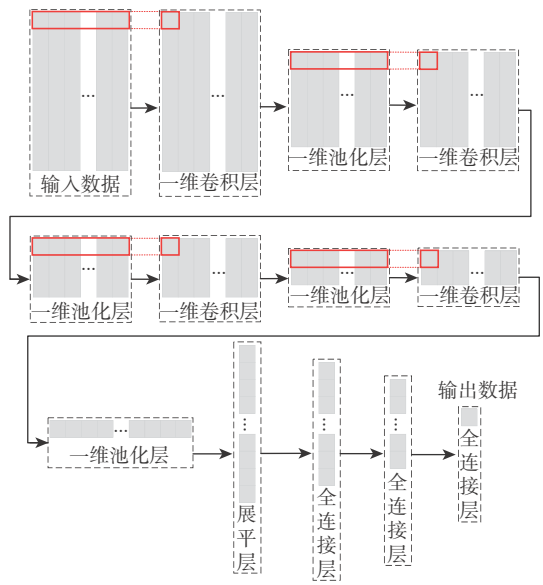


图 4　卷积神经网络异常检测模型

Fig. 4　Convolutional neural network anomaly detection model

3　实　验

3.1　飞行数据采集

本文使用的 UAV 为“Clouds”固定翼, 如图 5 所示。UAV 翼展为 1 880 mm, 机身长度为 960 mm, 机身厚度为 260 mm, 裸机重为 850 g, 巡航速度为 50～80 km/h。共采集了 35 次飞行数据, 记录时间



图 5　“Clouds”固定翼 UAV

Fig. 5　Fixed-wing UAV “Clouds”

最长为15 min, 最短为10 min, 包含起飞、降落、平飞、机动等操作。

本文选用Pixhawk4自动驾驶仪进行飞行控制与数据管理。Pixhawk4采用32位的STM32F765处理器芯片, STM32F765芯片采用Cortex M7内核, 运算主频为216 MHz, 具有462MIPS运行能力和DSP运算单元, 内置IST8310低磁滞三轴地磁传感器、ICM-20689六轴加速度计/陀螺仪、BMI055六轴惯性传感器等多种传感器。

采集的原始数据中存在缺失值、频率不一致问题等问题。针对缺失值, 本文采用删除法进行处理; 针对频率不一致问题, 采用重采样技术将频率统一规整到30 Hz。

3.2 训练参数

实验采用tensorflow 2.4.1 kears模块搭建深度学习模型, 优化器采用Adam, 初始学习率为0.001, 损失函数为均方误差(mean square error, MSE), 迭代次数为60, 输入数据窗体宽度w为400, 生成训练集与验证集时滑窗间隔为10, 生成测试集1与测试集2时滑窗间隔为1。

$$E_{\mathrm{MSE}}=\frac{1}{S}\sum_{i=1}^{S}\left(Y_i-\hat{Y}_i\right)^2 \tag{10}$$

式中: Y_i为真实标签; $\hat{Y}_i$为模型预测值。

3.3 评价指标

本文主要任务是精准地检测到飞行数据中的异常数据, 使用假阳率E_{fp}、假阴率E_{fn}、准确率E_{acc} 3个指标对模型进行评价, 其可以表示为

$$E_{\mathrm{fp}}=\frac{F_P}{T_N+F_P} \tag{11}$$

$$E_{\mathrm{fn}}=\frac{F_N}{T_P+F_N} \tag{12}$$

$$E_{\mathrm{acc}}=\frac{T_P+F_N}{T_P+T_N+F_P+F_N} \tag{13}$$

式中: T_P为数据标签正常且模型判定也正常; T_N为数据标签异常且模型判定也异常; F_N为数据标签正常而模型判定为异常; F_P为数据标签异常而模型判定也正常。假阳率用于评价模型发现异常的能力, 该指标越小越好; 假阴率用于评价模型将正常数据误检为异常的能力, 该指标越小越好; 准确率是模型评价的综合指标, 该指标越大越好。

3.4 异常植入

在UAV实际飞行过程中, 由于异常发生次数极少, 飞行数据集缺少异常标签的数据。为验证模型的有效性, 本文采取在测试集2中人工植入异常的方式生成异常数据集。针对UAV飞行数据, 其异常种类可分为静态异常、偏差异常和点异常[20-21]。静态异常和偏差异常都属于连续性异常, 指飞行中某一段连续飞行数据偏离期望值。其中, 静态异常指异常数据处于某一恒定值, 如在飞行过程中传感器卡死, 高度值一直维持在某一固定值; 偏差异常指异常数据与正常数据在幅值上发生偏离, 但变化趋势不变, 如角度传感器初始化校准失败, 记录的俯仰角始终大于实际俯仰角。点异常属于瞬时异常, 指飞行中某一时刻飞行数据偏离正常数据, 但在该时刻前后都为正常数据, 如气压计在飞机上升阶段突然产生一个与前后时间序列都相差比较大的点。

1) 点异常。点异常指飞行中某一时刻飞行数据发生异常, 该时刻前后数据均为正常数据。点异常的植入方式如下:

$$y_{\mathrm{f}}(t)=y(t)+\beta \tag{14}$$

式中: $y(t)$为待检测飞行参数的正常数据; β为异常程度, 本文取β为待检测飞行参数取值范围的0.3倍; t为异常时间点; $y_{\mathrm{f}}(t)$为异常植入后的异常数据。

2) 偏差异常。偏差异常指飞行中某一段飞行数据大幅度偏离正常范围, 其植入方式与点异常类似, 不同的是偏差异常是某一时间段内的数据均发生异常, 而点异常是离散的时间点。

$$y_{\mathrm{f}}(t')=y(t')+\beta \tag{15}$$

式中: t'为某一连续的时间段。

3) 静态异常。静态异常指从某一时刻开始飞行数据处于某一恒定值, 其植入方式如下:

$$y_{\mathrm{f}}(t)=\alpha \tag{16}$$

式中: α为静态异常下飞行数据的取值, 一般取为0值。

3.5 相关性分析结果

使用MIC和Pearson相关系数法对16个飞行参数两两进行相关性分析, 并剔除其中相关性小于0.8的飞行参数对, 共得到45组强相关参数对, 如表1所示。

根据相关性结果整理各飞行参数的相关参数集合。其中, 横滚角是UAV飞行过程中的关键参数, 本文以横滚角作为待检测飞行参数, 开展异常检测研究。通过表1可以得到, 横滚角的相关飞行参数集合为{滚转角速率, 左方向舵指令, 右方向舵指令, 偏航角速率, 右副翼指令, 侧向过载, 真侧滑角, 俯仰角}, 横滚角的相关参数集合中共包含8个飞行参数。

3.6 案例分析

选取一段真实的UAV飞行数据, 对本文方法进行验证。选取的飞行数据长度为17 000, 飞行时

表 1　相关参数对

Table 1　Relevant parameters

相关飞行参数对	相关飞行参数对
侧向过载-真侧滑角	右副翼指令-侧向过载
侧向过载-俯仰角	右副翼指令-真侧滑角
地速-空速	右副翼指令-俯仰角
地速-高度	右方向舵指令-偏航角速率
俯仰角-天向速度	右方向舵指令-横滚角
俯仰角-法向过载	右方向舵指令-轴向过载
俯仰角-攻角	右方向舵指令-俯仰角
攻角-空速	右方向舵指令-攻角
滚转角速率-横滚角	真侧滑角-俯仰角
滚转角速率-侧向过载	轴向过载-俯仰角
滚转角速率-真侧滑角	轴向过载-攻角
滚转角速率-俯仰角	轴向速度-天向速度
横滚角-侧向过载	左副翼指令-滚转角速率
横滚角-真侧滑角	左副翼指令-侧向过载
横滚角-俯仰角	左副翼指令-真侧滑角
空速-高度	左副翼指令-俯仰角
偏航角速率-横滚角	左方向舵指令-右方向舵指令
偏航角速率-轴向过载	左方向舵指令-偏航角速率
偏航角速率-俯仰角	左方向舵指令-横滚角
偏航角速率-攻角	左方向舵指令-轴向过载
右副翼指令-左副翼指令	左方向舵指令-俯仰角
右副翼指令-滚转角速率	左方向舵指令-攻角
右副翼指令-横滚角	

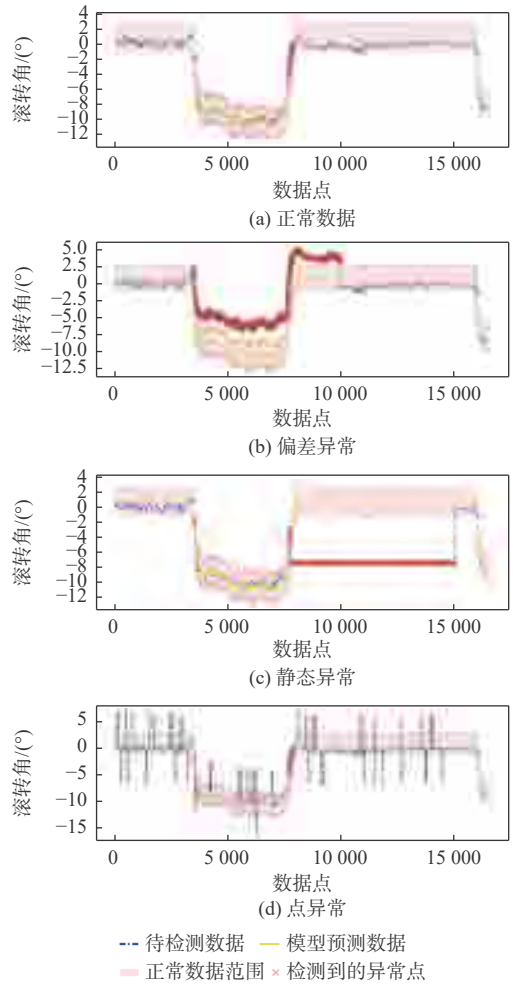


图 6　Corr-CNN 异常检测结果

Fig. 6　Corr-CNN anomaly detection results

长约 9.4 min。

图 6(a)为对正常数据的检测结果, 图 6(b)、(c)、(d)分别为对正常数据植入偏差异常、静态异常、点异常后的检测结果。图中: 条带分布于实线两边表示正常数据的范围, 由式(7)计算得到的正常数据残差范围为(−1.8°, 1.8°), 即条带的范围为(预测数据−1.8°, 预测数据+1.8°), 点划线中超出条带的部分在图中被标定为异常。可以看到, 实线大体上与点划线变化趋势一致, 展现了模型强大的回归能力。针对偏差异常、静态异常与点异常, 本文方法能精确检测到异常。

在实际应用场景中, 为充分保证 UAV 的安全性, 常采用多种方法集成的方式进行异常检测, 以增强检测结果的可信度。在明确某飞行数据为异常的情况下, 本文方法回归模型的预测值也可作为异常飞行数据的恢复值, 充分降低异常对 UAV 的影响。

3.7　对比分析

为验证本文方法的优越性, 常用回归算法 KNN 和支持向量回归(support vector regression, SVR)作为对比方法。KNN 回归方法的核心思想是数据库匹配, 即从历史数据库中选择k个与当前观测数据最相似的数据, 对k个近邻样本待检测参数的下一时刻数据加权平均作为预测结果。SVR 是 SVM 重要的应用分支之一, 其通过核函数将数据映射到高维空间, 在高维空间中构造线性决策函数实现回归。SVR 具备非线性回归能力, 是一种被广泛使用的回归方法。由于 KNN 和 SVR 为浅层架构, 处理高维度、大数据时存在模型收敛慢、算法复杂度高等问题, 本文在相关性参数选择的基础上开展 KNN 和 SVR 的异常检测测试, 避免两者陷入维度陷阱。KNN、SVR 及本文方法都是在对待检测参数预测的基础上, 根据预测值与真实值之间残差是否超过阈值来判定异常, 其中, 异常残差判定阈值设为(−1.8°, 1.8°)。

从表 2 可以看出, KNN 针对偏差异常和静态异常检测结果中, 假阳率分别为 96.0% 和 100%, 表示 KNN 基本无法检测出偏差异常和静态异常, 而 KNN 中点异常的假阳率为 0%, 表示 KNN 能很好地检测出点异常。同时, 针对 3 种异常类型的数据, KNN 的假阴率分别为 1.2%、0.8%、0.5%, 表示

表2 异常检测结果

Table 2 Abnormal detection results

方法	异常类型	假阴率/%	假阳率/%	准确率/%
KNN	偏差异常	1.2	96.0	48.7
	静态异常	0.8	100	65.5
	点异常	0.5	0	99.5
SVR	偏差异常	18.2	2.5	90.1
	静态异常	19.7	2.0	86.9
	点异常	17.3	0	82.8
Corr-CNN	偏差异常	0.18	0	99.6
	静态异常	0.2	0	99.6
	点异常	0.2	0	99.6

KNN很少发生误检行为。在SVR的检测结果中，偏差异常、静态异常、点异常的假阴率分别为18.2%、19.7%、17.3%，表示SVR会产生部分误检行为，但SVR的假阳率指标分别为2.5%、2.0%、0%，表示SVR能很好地检测出3种异常。Corr-CNN为本文提出的方法，其假阳率指标全为0%，表明该方法能发现数据中的所有异常，同时假阴率指标在0.18%～0.2%之间，表明该方法将正常数据误检为异常数据的概率很小。

4 结 论

UAV飞行数据异常检测是提高UAV飞行安全性的重要手段之一。针对UAV飞行数据异常检测问题，本文提出了一种基于回归模型的异常检测方法。

1）利用MIC和Pearson相关系数法分别挖掘了飞行参数中的非线性和线性相关关系，建立了相关飞参集合，明确了飞参间的耦合关系。

2）利用1DCNN搭建了飞行参数回归模型，并设计了异常阈值确定方法，实现了飞行参数异常检测。

3）在真实UAV飞行数据集上，验证了本文方法的有效性。测试结果显示，该方法假阳率、假阴率、准确率分别为0.18%~0.2%、0%、99.6%，表明方法能有效检测出飞行数据中的异常，且误检概率很小，有效实现了UAV健康状态监测。

本文方法较传统方法有较大提升，满足新时代新局面下军民领域对UAV的更高期望与要求。然而，目前的UAV飞行数据智能异常检测算法还处于实验室阶段，后续研究将探索在边缘端智能硬件平台的算法部署、轻量化模型优化及开展上机测试，实现在线飞行数据异常检测。

参考文献（References）

[1] PARK K H, PARK E, KIM H K. Unsupervised fault detection on unmanned aerial vehicles: Encoding and thresholding approach[J]. Sensors, 2021, 21(6): 2208.

[2] FOURLAS G K, KARRAS G C. A survey on fault diagnosis and fault-tolerant control methods for unmanned aerial vehicles[J]. Machines, 2021, 9(9): 197.

[3] ALTINORS A, YOL F, YAMAN O. A sound based method for fault detection with statistical feature extraction in UAV motors[J]. Applied Acoustics, 2021, 183: 108325.

[4] ACKERSON J, DAVE R, SELIYA N. Applications of recurrent neural network for biometric authentication & anomaly detection[J]. Information, 2021, 12(7): 272.

[5] THEISSLER A. Detecting known and unknown faults in automotive systems using ensemble-based anomaly detection[J]. Knowledge-Based Systems, 2017, 123: 163-173.

[6] FREEMAN P, PANDITA R, SRIVASTAVA N, et al. Model-based and data-driven fault detection performance for a small UAV[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(4): 1300-1309.

[7] WANG B K, WANG Z Y, LIU L S, et al. Data-driven anomaly detection for UAV sensor data based on deep learning prediction model [C]//Proceedings of the Prognostics and System Health Management Conference. Piscataway: IEEE Press, 2019: 286-290.

[8] CORTES C, VAPNIK V. Support-vector networks[J]. Machine Learning, 1995, 20(3): 273-297.

[9] WANG J Y, MIAO J G, WANG J L, et al. Fault diagnosis of electrohydraulic actuator based on multiple source signals: An experimental investigation[J]. Neurocomputing, 2020, 417: 224-238.

[10] LING J, LIU G J, LI J L, et al. Fault prediction method for nuclear power machinery based on Bayesian PPCA recurrent neural network model[J]. Nuclear Science and Techniques, 2020, 31(8): 75.

[11] 刘意, 毛莺池, 程杨堃, 等. 基于邻域一致性的异常检测序列集成方法[J]. 计算机科学, 2022, 49(1): 146-152.
LIU Y, MAO Y C, CHENG Y K, et al. Locality and consistency based sequential ensemble method for outlier detection[J]. Computer Science, 2022, 49(1): 146-152(in Chinese).

[12] 郁滨, 熊俊. 基于平衡迭代规约层次聚类的无线传感器网络流量异常检测方案[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(1): 305-313.
YU B, XIONG J. A novel WSN traffic anomaly detection scheme based on BIRCH[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2022, 44(1): 305-313(in Chinese).

[13] 吴蕊, 张安勤, 田秀霞, 等. 基于改进K-means的电力数据异常检测算法[J]. 华东师范大学学报 (自然科学版). 2020(4): 79-87.
WU R, ZHANG A Q, TIAN X X, et al. Anomaly detection algorithm based on improved K-means for electric power data[J]. Journal of East China Normal University (Natural Science), 2020(4): 79-87(in Chinese).

[14] MISHRA S, SAGBAN R, YAKOOB A, et al. Swarm intelligence in anomaly detection systems: An overview[J]. International Journal of Computers and Applications, 2021, 43(2): 109-118.

[15] PANG G S, SHEN C H, CAO L B, et al. Deep learning for anomaly detection: A review[J]. ACM Computing Surveys, 2022, 54(2): 1-38.

[16] 高妮, 贺毅岳, 马新成. 基于低频分量EEMD-SVR预测建模的指数择时策略[J]. 统计与决策, 2022, 38(2): 140-145.
GAO N, HE Y Y, MA X C. Exponential timing strategy based on EEMD-SVR predictive modeling of low frequency component[J].

Statistics & Decision, 2022, 38(2): 140-145(in Chinese).

[17] 陶君雯, 张韬, 庄雪菲, 等. 动态贝叶斯网络模型和 SARIMA 模型对手足口病预测效果的比较[J]. 现代预防医学, 2020, 47(21): 3851-3854.
TAO J W, ZHANG T, ZHUANG X F, et al. Comparison on prediction accuracy of dynamic Bayesian networks and SARIMA model for hand foot and mouth disease[J]. Modern Preventive Medicine, 2020, 47(21): 3851-3854(in Chinese).

[18] 纪少波, 李洋, 李萌, 等. 纯电动共享汽车驾驶行为对能耗的影响[J]. 吉林大学学报 (工学版), 2022, 52(4): 754-763.
JI S B, LI Y, LI M, et al. Influence of driving behavior on energy consumption of pure electric shared vehicles[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2022, 52(4): 754-763(in Chinese).

[19] EDELMANN D, MORI T F, SZEKELY G J. On relationships between the Pearson and the distance correlation coefficients[J]. Statistics & Probability Letters, 2021, 169: 108960.

[20] WANG B K, LIU D T, PENG Y, et al. Multivariate regression based fault detection and recovery of UAV flight data[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(6): 3527-3537.

[21] KEIPOUR A, MOUSAEI M, SCHERER S. Automatic real-time anomaly detection for autonomous aerial vehicles[C]//Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2019: 5679-5685.

Flight data anomaly detection based on correlation parameter selection

ZHONG Jie，LUO Chong，ZHANG Heng*，MIAO Qiang

(School of Electrical Engineering，Sichuan University，Chengdu 610065，China)

Abstract: With the maturity of unmanned aerial vehicle (UAV) technology, UAVs are being used more and more widely in the military and civilian fields. Meanwhile, the safety of UAV is gradually being emphasized. The health of the UAV's flight can be immediately reflected in its flight data. Anomaly detection research for UAV flight data is one of the important ways to improve the overall safety of UAVs. In this paper, we propose a convolutional neural network (CNN) anomaly detection method based on correlation parameter selection for flight data. Firstly, we use the maximal information coefficient (MIC) and Pearson correlation coefficient method to explore the correlation among flight parameters and establish a set of correlations between flight parameters. Then, we use the correlation flight parameters to train the convolutional neural network regression model. Finally, the anomalies were determined based on the residuals between the true and predicted values of the model. The false positive rate, false negative rate, and accuracy indexes of the approach suggested in this work were 0%, 0.19%, and 99.6%, respectively, demonstrating the method's superiority. The method was confirmed using actual UAV flight data.

Keywords: anomaly detection; flight data; maximal information coefficient; Pearson correlation coefficient method; convolutional neural network

Received：2022-07-02；**Accepted**：2022-08-12；**Published Online**：2022-12-14 11：07

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221213.1123.002

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (52075349); Aeronautical Science Foundation of China (201905019001)

* **Corresponding author**. E-mail：hengzhang27@scu.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0612

大展弦比飞行器变形辅助高度控制策略

佘挽强，刘燕斌，陈柏屹*
(南京航空航天大学 航天学院，南京 210016)

摘　　要：针对变形飞行器结构/飞行耦合动力学的飞行控制问题，以大展弦比飞行器为研究对象开展了变形辅助高度控制策略研究。采用单元翼多体假设，构建了大展弦比飞行器二面角变形结构，建立了结构/飞行纵向耦合动力学模型，基于线性二次型 (LQR) 控制器设计方法设计了主动变形 (AM) 和被动变形 (PM) 2 种控制策略。其中，被动变形控制策略仅采用升降舵作为控制输入，结构二面角动态行为由耦合动力学驱动；主动变形控制策略以二面角铰链处的扭矩作为额外输入对高度跟踪进行协调控制。仿真分析了 2 种控制策略下的高度跟踪效果及状态变化，研究结果表明：采用主动变形控制策略可有效改善高度跟踪暂态过程的性能，降低姿态回路的阻尼特性，为未来先进变形飞行器的结构/飞行一体化控制提供研究基础。

关 键 词：大展弦比机翼；飞行动力学；高度控制；控制系统分析；变结构控制
中图分类号：V249.1
文献标志码：A　　**文章编号**：1001-5965(2024)05-1746-07

面向未来大范围侦查、监测、通信中继及预警等任务，大展弦比飞行器能够持续不间断地实时搜集并传输情报和数据，可应用于通信保障、环境变化及气象数据监测或气象预报、灾害监视等军民用途，引起了广泛的研究兴趣。飞行器机翼的展弦比很大，而飞机的结构材料又必须保持轻质，因而机翼体现出大柔性结构的特点。大柔性飞行器的优势和潜力使其得到了许多国家的关注，然而刚弹耦合和非线性的结构变形使得飞行器动力学模型为高阶非线性系统，并且模型存在不确定性及未建模动态，导致飞行控制器的设计充满挑战。

目前，针对大展弦比大柔性机翼的结构建模，国内外研究学者均将大柔性机翼简化为非线性梁模型，借助有限元技术求解。非线性梁模型根据自变量的选择不同，主要分为基于内力的本征梁模型、基于应变的梁单元和基于位移的梁单元[1]。本征梁模型由 Hodges 等提出，并建立了运动梁的混合变分公式[2-3]，能够精确地描述运动梁的变形和运动。Hodges 模型被 Patil 等用来研究亚声速飞机的非线性气弹问题[4]。随后，Patil 等又给出了大展弦比机翼极限环振动的计算结果，并观察到了一些基本的非线性气动弹性现象[5]，该模型以梁单元的内力和速度为变量，引入局部坐标系描述变量以减少坐标转换运算，且具有求解速度快、求解效率高等优点。密歇根大学的 Cesnik 教授团队提出了基于应变的梁单元结构建模方法[6]，该方法的优点是阶数低，求解速度快。

另一种考虑结构弹性的建模方法是准坐标系法[7]，因为充分考虑了刚体运动和弹性运动之间的耦合，所以在近年来的研究中更受青睐[8]。平均轴系法具有坐标轴指向不固定的缺点，国内的郭东等提出了一种新的瞬态坐标系方法进行动力学建模[9]，假设机身为刚体，基于准坐标系的方法推导了动力学方程，改进了平均轴系法坐标轴指向不固定

收稿日期：2022-07-12；**录用日期**：2022-08-12；**网络出版时间**：2022-12-28 16:52
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1521.002
基金项目：国家自然科学基金 (62103187)；江苏省基础研究计划 (自然科学基金) (BK20200437)；中央高校基本科研业务费专项资金 (NT2022025)
* **通信作者**. E-mail：chenboyi1989@nuaa.edu.cn

引用格式：佘挽强，刘燕斌，陈柏屹. 大展弦比飞行器变形辅助高度控制策略 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1746-1752.
SHE W Q，LIU Y B，CHEN B Y. Altitude control strategy for high-aspect-ratio wings with active morphing [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1746-1752（in Chinese）.

的缺点。

变形飞行器针对多任务模式可以充分发挥自身的性能优势。以提高太阳能转化效率为出发点，国内外学者先后提出了 Z 型与 N 型变形大展弦比无人机[10]，研究并设计了最佳变形策略与能量获取优势。文献 [11] 采用计算机辅助工程(computer aided engineering, CAE)分析了折叠翼飞机的流固耦合特性。文献 [12] 采用有限元理论与实验分析方法研究了不同折叠角度情况下机翼结构的振动特性，揭示了结构各阶固有频率随折叠角度的变化情况。文献 [13] 考虑气动特性及惯量随结构变形的变化，建立了变后掠翼飞行器纵向动力学模型，指出变形过程中的关键力学扰动为机翼重力造成的力矩影响。文献 [14] 采用凯恩方法建立了折叠翼飞行器的多刚体动力学模型，获得了变形产生的附加力和力矩。

在变形飞行器飞行控制方面，文献 [15] 根据变形飞行器多目标控制问题，提出了一种基于参数依赖 Lyapunov 函数方法的切换线性变参(linear parameter varying, LPV)控制器，解决变形过程中的稳定性问题。文献 [16] 基于不同倾角线性化模型族开展了模态转换过渡过程切换跟踪控制。文献 [17] 将后掠角可变飞行器抽象为切换 LPV 系统，设计平滑切换控制器，消除平均驻留时间的限制，实现了变形过程的平滑切换。文献 [18] 将变后掠翼飞行器变形过程中的纵向运动抽象为一类链式平滑切换系统，兼顾了调解过程和执行机构性能两方面要求。文献 [19] 研究了一类分布式驱动变形飞行器的具有整数约束的在线控制分配问题，采用 Tent 映射与自适应补偿策略提高了布谷鸟搜索算法的搜索效率，验证了变形飞行器在线控制分配的能力。此外，考虑执行器机构故障情况下，开展了分布结构变形的容错控制研究[20]。

在大展弦比飞行器控制方面，Shearer 和 Cesnik 提出了一种两级控制策略的轨迹控制方法[21]，外环解决非线性问题，内环将纵向运动和横侧向运动分开进行控制，结果证明，这种控制方法十分有效。Tuzcu 和 Meirovitch 将结构动力学看作非线性刚体动力学的扰动输入，在此基础上针对某轻质运输机进行了经典控制器设计，包括线性二次型(linear quadratic regulator, LQR)和高斯线性二次型(linear quadratic Gaussian, LQG)[22-23]。Zhao 等分析了盘旋和俯冲-跟头-爬升 2 种机动方式，仿真结果表明，超过颤振速度的极限环振荡得到了抑制[24]。Dillsaver 等进行了结构刚度参数灵敏度分析，研究了它们对大展弦比阵风响应的影响，并设计了阵风减缓 LQG 控制器[25]。通过研究发现，对于刚度越大或者是弯扭比越小的模型控制输入越小，柔性增大调节时间也会增加，弦向弯曲频率变化对动态响应的影响很大。

本文以大展弦比变形飞行器为研究对象，开展变形辅助纵向高度控制策略研究。主要研究包括：建立了基于大展弦比飞行器结构耦合的飞行力学模型，设计了 2 种高度跟踪控制策略，分析讨论了变形辅助对爬升过程中状态变化的影响规律与控制收益，归纳总结了变形辅助控制策略下机动性能变化的成因，为变形辅助机动提供了相关的研究参考和思路。

1　变形飞行器纵向动力学模型

大展弦比变形飞行器的基本构型如图 1 所示。采用 3 个单元翼横向连接的方式表征飞行器的多体结构，每个单元翼视为刚体，具有集中质量属性 M_i(i=1,2,3)，包括副翼、升降舵和推力单元。定义连接处的二面角作为表征飞行器结构变形程度的状态量。全局机体坐标系定义在全局质心处，其相对位置与各单元翼局部质心的位置关系和变形程度(二面角的大小)密切相关。此外，全局转动惯量属性以二面角这一参量进行表示。

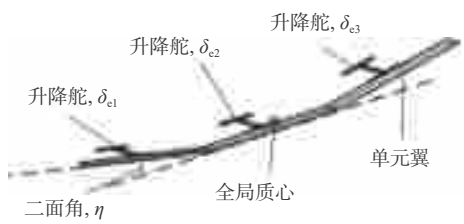


图 1　大展弦比变形飞行器对象示意图

Fig. 1　Illustration of high-aspect-ratio morphing wing

大展弦比变形飞行器的动力学模型需要综合考虑飞行力学及结构动力学。以全局机体坐标系为对象建立飞行器的飞行力学方程，同时建立二面角的结构弹性模型，即在全局六自由度状态运动的基础上增加表征结构变形的二面角模态。

由于每个单元翼均有控制面，考虑到本文研究的过程为纵向高度跟踪，将飞行器的动力学约束在对称面内。结构变形与纵向飞行力学耦合动力学模型为

$$\begin{cases} m\dot{V} = T\cos\alpha - D - mg\sin\gamma \\ mV\dot{\alpha} = -T\sin\alpha - L + mVq + mg\cos\gamma \\ \dot{\theta} = q \\ I_{yy}\dot{q} = M - \dot{I}_{yy}q \\ \dot{h} = V\sin\gamma \\ d_3\ddot{\eta} = \tau + H_{\mathrm{a}} - \kappa_{\mathrm{d}}\dot{\eta} - \kappa_{\mathrm{s}}\eta + d_1 - d_2 \end{cases} \tag{1}$$

式中：V、α、θ、q、h、η 为飞行器状态，分别表示飞行速率、全局攻角、姿态角、姿态角速率、飞行高

度、二面角；g 为当地重力加速度；γ 为飞行器的航迹角；m 为飞行器的整体质量；κ_d、κ_s 分别为二面角结构动力学的阻尼参量、刚度参量；T、D、L、H_a、τ 分别为飞行器的等效集中推力、阻力、升力、气动力产生的铰链力矩、控制扭矩；I_{yy} 为机体 y 轴的主轴惯量；M 为作用在飞行器全局质心处的等效集中力矩。二面角动力学中的参量 d_1、d_2、d_3 及动力学方程的详细推导过程可以参见文献 [26]。

大展弦比结构/飞行耦合动力学的特性主要体现在：①在表征全局六自由度刚体状态的模型中，模型参量（如质量、惯量等属性）与结构状态（二面角）建立了映射关系；②飞行器的力学变量（如升力、阻力、俯仰力矩等）增加了与结构状态相关的维度；③结构动力学中的输入力矩与飞行状态及各单元翼上的受力情况也密切相关。因此，大展弦比变形飞行器结构/飞行耦合动力学是一个具有输入输出耦合的复合系统。

2 纵向高度控制设计

相较于常规大展弦比飞行器的控制布局，大展弦比变形飞行器增加了二面角处所扭矩作为输入量，从控制结构上可以实现对二面角结构的主动控制。

2.1 问题描述

本文研究的重点在于探讨主动变形控制对飞行性能的影响。基于结构耦合纵向飞行力学模型，开展不同控制策略下高度跟踪控制效果对比研究。控制目标是实现大展弦比变形飞行器的全局质心根据高度指令进行调整。2 种控制策略分别为：①被动变形控制（passive morphing, PM），控制量仅为舵面；②主动变形控制（active morphing, AM），控制量为舵面及翼面铰接处的扭矩。为避免不同控制律设计参数对控制效果的影响，本文采用 LQR 控制器的设计方法，2 种控制策略下选择的控制参数保持一致，以此来分析判断主动变形辅助对高度调整的影响。

2.2 主动/被动变形控制策略

主动/被动变形 2 种控制策略中的被控对象均为大展弦比多体模型，主要区别在于是否对二面角动态施加主动控制。在被动变形控制策略中，二面角的结构弹性动态视为自由振动；在主动变形控制策略中，认为可以通过机构作用提供扭矩，结构弹性动态视为受迫振动。

从反馈信息的角度来看，尽管被动变形控制策略无法直接对结构状态产生作用，但在控制器设计的过程中，仍然可直接获取二面角的位置和速度信息。

考虑到每个单元翼均有升降舵，因此，将 3 个升降舵的对称偏转重新定义为俯仰通道的控制输入，即

$$\delta_e^s = \frac{1}{3}(\delta_{e1} + \delta_{e2} + \delta_{e3}) \tag{2}$$

式(2)中的平均值所采用的舵偏量均是以单元翼局部坐标系为基准，两侧的单元翼在二面角不为零的情况下所产生的舵面效率和中心单元是不同的。关于舵面效率与二面角的关系，在仿真中隐式地体现在全局气动力的计算中。

对于二面角动态的输入扭矩，采用直接力矩假设，忽略折展机构的动态特征，以代数的形式定义为直接施加在单元翼连接处的扭矩。本文通过分析对比 2 种不同控制策略对控制效果的影响，采用 LQR 理论作为控制方法进行控制器设计。

2.3 LQR 纵向高度控制律

采用基于模型的控制器设计方法，将结构/飞行耦合动力学方程式(1)在任务点处进行配平和线性化处理，可以得到用于控制器设计的线性模型：

$$\begin{cases} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \end{cases} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{x}$ 为系统的状态量；$\boldsymbol{u}$ 为控制量；$\boldsymbol{A}$ 为系统状态矩阵；$\boldsymbol{B}$ 为系统控制矩阵；$\boldsymbol{C}$ 为系统输出矩阵；$\boldsymbol{y}$ 为系统输出量。

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} = [V, \alpha, q, \theta, h, \eta, \dot{\eta}] \\ u_{\mathrm{PM}} = \delta_e^s \\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{AM}} = [\delta_e^s, \tau] \end{cases} \tag{4}$$

式中：u_{PM} 为被动变形控制策略下的控制输入；$\boldsymbol{u}_{\mathrm{AM}}$ 为主动变形控制策略下的控制输入。

控制目标为高度控制，因此，线性系统(2)中的系统输出为高度状态量。采用 LQR 设计方法确定系统的状态反馈增益，以实现高度状态的跟踪。定义高度跟踪的误差积分 e_{hi} 为

$$e_{hi} = \int [h_r(t) - h(t)]\,\mathrm{d}t \tag{5}$$

式中：h_r 为给定的高度跟踪指令。

纵向高度跟踪控制系统的扩维系统可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_e = \boldsymbol{A}_e\boldsymbol{x}_e + \boldsymbol{B}_e\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}_e\boldsymbol{x}_e \end{cases} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{C}_e$ 为系统的误差输出矩阵；扩维状态量表示为 $\boldsymbol{x}_e^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{x}, e_{hi}]$；状态矩阵 $\boldsymbol{A}_e$ 和控制矩阵 $\boldsymbol{B}_e$ 表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_e = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{C} & 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{B}_e = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{7}$$

定义最优控制的性能指标为

$$J = \int \left[\boldsymbol{x}_e^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_e(\tau) + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}(\tau)\right]\mathrm{d}\tau \tag{8}$$

式中: $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 分别为控制器设计的状态权重矩阵和控制权重矩阵。

本文的研究重点为分析比较 2 种不同控制策略对控制效果的影响, 因此, 针对权值矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 的选择, 本文不做深入探讨, 仅确保在 2 种控制策略下, 权值矩阵保持一致, 实现相同条件下的最优控制。

采用最优控制理论与 LQR 控制器设计方法确定状态反馈增益 $\boldsymbol{K}_s$ 与误差增益 $\boldsymbol{K}_e$, 闭环系统的结构框图如图 2 所示。

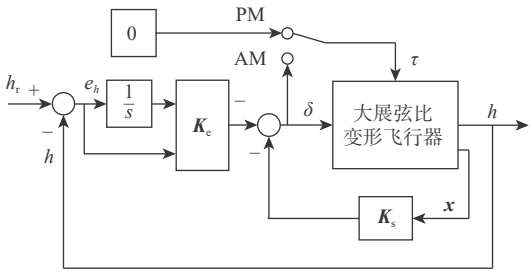


图 2　大展弦比变形飞行器高度跟踪控制系统结构

Fig. 2　Block diagram of altitude tracking control system for high-aspect-ratio morphing wing

被动变形控制策略仅采用升降舵进行航迹角跟踪, 实现高度变化; 主动变形控制策略考虑单元翼连接处的扭矩, 以扭矩和升降舵同时作为控制输入, 并设计相应的控制律实现高度跟踪。2 种控制策略的主要差异在于控制系统的输入参数, 控制系统可以采用相同的结构。

根据计算, 升降舵-高度通道的系统相对阶为 2, 扭矩-高度通道的相对阶为 3。理论上, 通过主动变形控制策略, 引入扭矩这一输入量可以改善高度通道的暂态性能。

3　仿真分析

以第 1 节的模型为仿真对象, 采用第 2 节讨论的控制方法, 分析对比 2 种不同控制策略下的高度跟踪效果。在仿真过程中, 确保 2 种不同控制策略下控制结构的一致性。此外, 在进行 LQR 控制器参数设计的过程中, 要保证 2 种控制策略下的加权矩阵的一致性。权值矩阵如下:

$$\begin{cases} \boldsymbol{Q}_e = \mathrm{diag}\left[1, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, 1, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}\right] \\ R_{\mathrm{PM}} = 1 \\ \boldsymbol{R}_{\mathrm{AM}} = \mathrm{diag}[R_{\mathrm{PM}}, 0.1] \end{cases} \tag{9}$$

式中: $\boldsymbol{Q}_e$ 为跟踪扩维系统的状态权重矩阵; R_{PM} 为被动变形控制策略下的控制权值; $\boldsymbol{R}_{\mathrm{AM}}$ 为主动变形控制策略下的控制权值。2 种控制策略控制权值存在差异的主要原因是: 在主动变形控制策略中引入了额外的控制量, 因此, 需对权值矩阵进行扩维。但是, 2 种控制策略均认为可以获得飞行器的结构状态信息, 因此, 状态权值矩阵可以保持一致。

对于额外增加控制量的权值选择, 权值越大, 优化后的结果会造成施加扭矩的值越小, 这种情况与被动变形控制策略在结果上是等价的; 权值越小, 主动变形辅助对性能的改善越明显, 但容易造成结构大范围变形, 导致非线性度增加, 不满足小扰动假设条件, 使得非线性仿真结果偏移甚至发散。因此, 本文将主动控制量的权值选择为 0.1, 在确保非线性系统仿真结果稳定的前提下, 突出主动变形辅助的效果。

控制器设计以式(2)为模型基础, 将获得的状态反馈增益 $\boldsymbol{K}_s$ 与误差增益 $\boldsymbol{K}_e$ 代入式(1)的非线性系统中进行仿真, 仿真结果中动力学系统的状态量对比结果如图 3、图 4 所示, 控制量对比结果如图 5 所示。

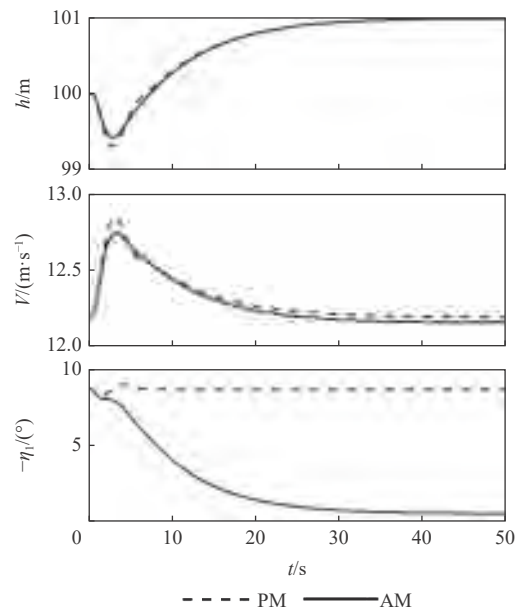


图 3　主动/被动变形控制策略下飞行器轨迹和结构状态对比

Fig. 3　Comparison of trajectories and structure states between AM and PM control strategies

从图 3 中可以看出, 大展弦比飞行器的升降舵-高度控制中存在明显的非最小相位特性。从高度跟踪的效果可以发现, 主动变形辅助可以减小升降舵-高度通道负超调量的大小, 减缓高度变化率。此外, 由于主动变形的作用, 飞行器的二面角状态发生了较为明显的变化。

结构改变对飞行控制的影响主要表现在 2 个方面: ①稳定变形后造成的布局改变; ②变化过程中造成的非稳态气动力。大展弦比飞行器结构模态的自然频率较低。此外, 本文考虑的初始状态下, 飞行器的长周期模态仍是保持动态稳定的, 在

施加了控制增稳后，结构变化速率较缓。

从图4中可以看出，在主动变形控制策略下，飞行器姿态状态的动态行为更加缓和，降低了状态变化过程中的阻尼。由于控制设计仅针对高度通道，在速度、攻角等状态中没有施加约束，2种控制策略下速度与攻角等其他状态的稳态值会发生偏移。攻角稳态差异的主要原因是：主动变形后飞行器的气动构型发生了改变，相对而言，侧翼在相同条件下产生了较大的升力。因此，主动变形后降低了稳态飞行的配平攻角，如图4所示。

从图5中可以看出，主动变形控制策略对控制量的影响主要表现在稳态。2种控制策略下，升降舵的动态过程差异较小。造成稳态差异的主要原因与状态偏差类似，也是因为布局结构的改变造成了配平状态的变化。2种不同控制模式下，飞行器的轨迹如图6和图7所示。图6展示了飞行器的侧视图，图7展示了飞行轨迹的前视图。

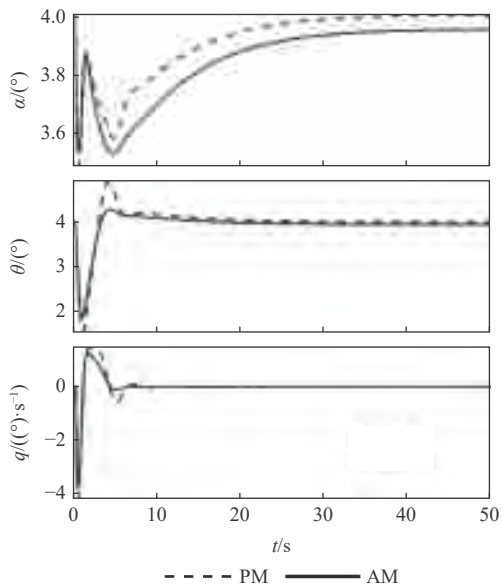


图4 主动/被动变形控制策略下飞行器姿态状态对比

Fig. 4 Comparison of attitude states between AM and PM control strategies

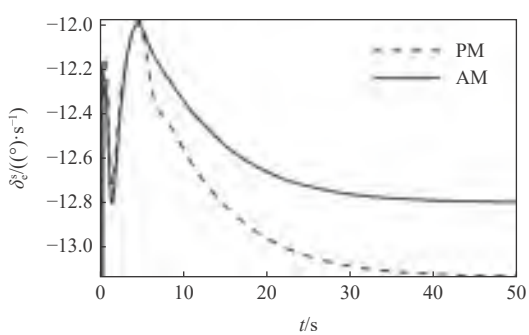


图5 主动/被动变形控制策略下飞行器控制量变化对比

Fig. 5 Comparison of control inputs between AM and PM control strategies

从图8中可以看出，全局质心的调整均按照期望的高度指令调整。与被动变形不同，主动变形辅助可以在飞行过程中，通过结构改变调整分布式局部力与其产生集中式效果。在改变结构的同时，改变了飞行器的受力情况与自身的惯量属性。其飞行过程可以类比鸟类的“扑腾”行为，区别在于鸟类通过非定常气动力提供“腾飞”的额外升力，本文研究的对象通过结构变化提供额外的升力。在二面角较大的情况下，可以提高横侧向的稳定性。若要进行纵向机动，主动变形的收益

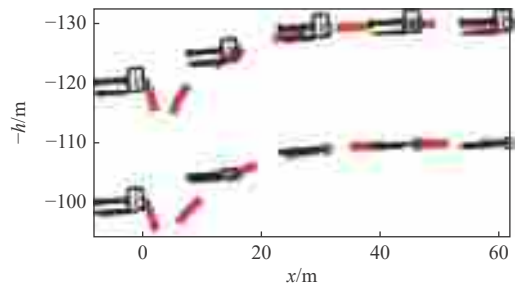


图6 主动/被动变形控制策略下高度跟踪侧视图对比

Fig. 6 Comparison of side view between AM and PM control strategies

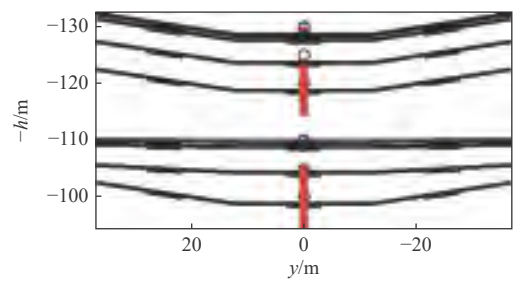


图7 主动/被动变形控制策略下高度跟踪前视图对比

Fig. 7 Comparison of front view between AM and PM control strategies

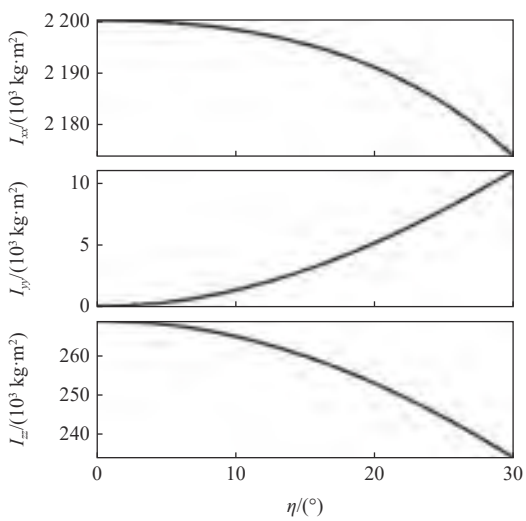


图8 飞行器主轴的转动惯量随变形程度的变化

Fig. 8 Variation of principal moments of inertia with degree of deformation

表现在 2 个方面: ①通过结构/气动耦合作用补充额外的升力, 可以等效为攻角的调整; ②通过结构变形改变飞行器的惯量属性, 从而提高升降舵的控制效能。

4　结　论

本文以大展弦比飞行器为研究对象, 设计了二面角变形结构, 研究了主动变形辅助下纵向高度控制策略。仿真结果表明, 采用主动变形辅助可以有效改善爬升阶段的暂态响应。

1) 通过二面角的变化形式, 调整了飞行器的受力情况, 使得变形后的等效升力面增加。

2) 通过减小二面角, 降低了纵向姿态调整动力学系统的转动惯量, 增加了升降舵对于姿态矫正的效率。

3) 通过二面角的变化主动调整了飞行器整体的质心位置, 在姿态和结构的同时作用下, 提高了爬升过程的暂态性能, 降低了姿态回路的阻尼特性。

在爬升过程中, 相较于被动变形, 大展弦比飞行器主动变形的收益表现在 2 个方面:

1) 通过结构/气动耦合作用补充额外的升力, 可以等效为攻角的调整。

2) 通过结构变形, 改变飞行器的惯量属性, 从而提高升降舵的控制效能。

参考文献 (References)

[1] 王伟. 太阳能无人机非线性气动弹性及飞行力学研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2015.
WANG W. Exploring nonlinear aeroelastic and flight dynamics of solar-powered UAV[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015(in Chinese).

[2] HODGES D H, DOWELL E H. Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted nonuniform rotor blades: NASA TN D-7818[R]. Washington, D. C.: NASA, 1974.

[3] HODGES D H. A mixed variational formulation based on exact intrinsic equations for dynamics of moving beams[J]. International Journal of Solids and Structures, 1990, 26(11): 1253-1273.

[4] PATIL M J, HODGES D H, CESNIK C E S. Nonlinear aeroelastic analysis of complete aircraft in subsonic flow[J]. Journal of Aircraft, 2000, 37(5): 753-760.

[5] PATIL M J, HODGES D H, CESNIK C E S. Limit cycle oscillations in high-aspect-ratio wings[J]. Journal of Fluids and Structures, 2001, 15(1): 107-132.

[6] CESNIK C E S, SU W H. Nonlinear aeroelastic modeling and analysis of fully flexible aircraft[C]//Proceedings of the 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Reston: AIAA, 2005: 1-27.

[7] MEIROVITCH L. Hybrid state equations of motion for flexible bodies in terms of quasi-coordinates[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1991, 14(5): 1008-1013.

[8] 孙智伟. 高空长航时无人机多学科设计若干问题研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2016.
SUN Z W. Investigation of the problems in multidisciplinary design of high altitude long endurance unmanned aerial vehicle[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2016(in Chinese).

[9] 郭东, 徐敏, 陈士橹, 等. 准坐标系下的弹性飞行器飞行动力学建模[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(11): 2492-2495.
GUO D, XU M, CHEN S L, et al. Modeling of fully flexible aircrafts in terms of quasi-coordinates[J]. Journal of System Simulation, 2010, 22(11): 2492-2495(in Chinese).

[10] 武明建. 变体太阳能无人机设计与能量优化[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
WU M J. Design and energy optimization for morphing wing solar-powered UAV[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018(in Chinese).

[11] 徐伟, 段富海. 折叠翼飞机有限元和流固耦合 ANSYS 分析[J]. 机电工程技术, 2020, 49(12): 6-9.
XU W, DUAN F H. Finite element and fluid-structure interaction analysis of folding wing aircraft based on ANSYS[J]. Mechanical & Electrical Engineering Technology, 2020, 49(12): 6-9(in Chinese).

[12] 王松松, 郭翔鹰, 王帅博. 变截面 Z 型折叠机翼振动特性的有限元与实验分析[J]. 动力学与控制学报, 2020, 18(6): 84-89.
WANG S S, GUO X Y, WANG S B. Finite element analysis and experiment on vibration of Z-shaped morphing wing with variable section[J]. Journal of Dynamics and Control, 2020, 18(6): 84-89(in Chinese).

[13] YAN B B, LI Y, DAI P, et al. Aerodynamic analysis, dynamic modeling, and control of a morphing aircraft[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2019, 32(5): 04019058.

[14] 宋慧心, 金磊. 折叠翼飞行器的动力学建模与稳定控制[J]. 力学学报, 2020, 52(6): 1548-1559.
SONG H X, JIN L. Dynamic modeling and stability control of folding wing aircraft[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, 52(6): 1548-1559(in Chinese).

[15] 何墉, 章卫国, 王敏文, 等. 基于多目标控制的变体飞行器切换线性变参数控制器[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(11): 1518-1525.
HE Y, ZHANG W G, WANG M W, et al. Switching linear-parameter-varying controller for morphing aircraft based on multi-objective[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(11): 1518-1525(in Chinese).

[16] 杨洁, 陈谋, 熊师洵, 等. 倾转旋翼机平均驻留时间切换鲁棒 H_∞ 跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 1018-1027.
YANG J, CHEN M, XIONG S X, et al. Average dwell time switching robust H_∞ tracking control for a tiltrotor aircraft[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(5): 1018-1027(in Chinese).

[17] 江未来, 董朝阳, 王通, 等. 变体飞行器平滑切换 LPV 鲁棒控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(1): 66-72.
JIANG W L, DONG C Y, WANG T, et al. Smooth switching LPV robust control for morphing aircraft[J]. Control and Decision, 2016, 31(1): 66-72(in Chinese).

[18] 王青, 王通, 董朝阳, 等. 变体飞行器链式平滑切换控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(7): 949-954.
WANG Q, WANG T, DONG C Y, et al. Chained smooth switching control for morphing aircraft[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(7): 949-954(in Chinese).

[19] 路遥, 董朝阳, 王青, 等. 存在整数约束的分布式驱动变体飞行器控制分配[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1083-1091.
LU Y, DONG C Y, WANG Q, et al. Control allocation for distributed driving morphing aircraft with integer constraints[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(8): 1083-1091(in Chinese).

[20] 董朝阳, 路遥, 江未来, 等. 基于布谷鸟搜索算法的一类变体飞行器容错控制[J]. 航空学报, 2015, 36(6): 2047-2054.
DONG C Y, LU Y, JIANG W L, et al. Fault tolerant control based on cuckoo search algorithm for a class of morphing aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(6): 2047-2054(in Chinese).

[21] SHEARER C M, CESNIK C E S. Trajectory control for very flexible aircraft[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(2): 340-357.

[22] TUZCU I. Dynamics and control of flexible aircraft[D]. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001.

[23] MEIROVITCH L, TUZCU I. Unified theory for the dynamics and control of maneuvering flexible aircraft[J]. AIAA Journal, 2004, 42(4): 714-727.

[24] ZHAO Z J, REN X, BAUCHAU O A, et al. Multibody dynamic approach of flight dynamics and nonlinear aeroelasticity of flexible aircraft[J]. AIAA Journal, 2011, 49(1): 41-54.

[25] DILLSAVER M, CESNIK C E S, KOLMANOVSKY I. Gust response sensitivity characteristics of very flexible aircraft[C]//Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. Reston: AIAA, 2012: 1-20.

[26] 雷灏, 陈柏屹, 刘燕斌, 等. 推力协同的大柔性飞行器纵向姿态控制[J]. 航空动力学报, 2021, 36(10): 2207-2217.
LEI H, CHEN B Y, LIU Y B, et al. Longitudinal attitude control for very flexible aircraft with thrust cooperation[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(10): 2207-2217(in Chinese).

Altitude control strategy for high-aspect-ratio wings with active morphing

SHE Wanqiang，LIU Yanbin，CHEN Boyi*

(College of Astronautics，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China)

Abstract：This paper proposed a deformation-aided altitude control strategy for the high aspect ratio aircraft to address the flight control problem of the structure/flight coupling dynamics. Based on the assumption of element wings, the dihedral deformation of high aspect ratio aircraft are constructed, and the structure/flight longitudinal coupling dynamic model is established. Two control strategies are discussed: altitude control with active morphing (AM) and passive morphing (PM). The elevator is regarded as the only control input in PM strategy, whereas control inputs are extended as elevator and torque in AM strategy. An identical linear quadratic regulator control method is adopted in both control strategies. Simulation results show that the AM strategy can effectively improve the transient processes of altitude tracking and reduce damping in the attitude channel.

Keywords：high-aspect-ratio wings; flight dynamics; altitude control; control system analysis; variable structure control

Received：2022-07-12；**Accepted**：2022-08-12；**Published Online**：2022-12-28 16：52

URL：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1521.002

Foundation items：National Natural Science Foundation of China (62103187); Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20200437); The Fundamental Research Funds for the Central Universities (NT2022025)

* **Corresponding author**. E-mail：chenboyi1989@nuaa.edu.cn

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuaa@buaa.edu.cn
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0719

基于迁移学习的齿轮箱开放集跨工况故障诊断

马翔[1,2]，许庶[1,2]，尚芃超[1]，马剑[1,2,3,4,*]，周汝志[5]

(1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院，北京 100191；2. 北京航空航天大学 可靠性与环境工程技术重点实验室，北京 100191；3. 北京航空航天大学 可靠性工程研究所，北京 100191；4. 北京航空航天大学 国际创新研究院，杭州 311115；5. 上海卫星工程研究所，上海 201109)

摘 要：随着工业与航空航天技术的不断发展，齿轮箱等旋转机械的工况与故障模式逐渐趋于多样化、复杂化，可靠性与安全性问题日益突出，大量工况数据缺乏故障标签，且不同工况间故障模式不对称，迫切需要研究有效的故障诊断方法。以齿轮箱为案例验证对象，设置跨工况和开放集故障诊断场景，针对目标工况故障标签匮乏的问题，提出利用迁移学习将源工况的知识迁移到目标工况，利用交叉熵分类损失函数对已知故障类型进行识别的方法；针对跨工况条件下故障模式不对称的开放集问题，提出利用卷积神经网络提取工况间的相似数据特征，利用二分类损失函数对目标工况的已知类与未知类进行分类的方法。提出联合损失函数，训练诊断模型，实现故障特征从源域到目标域的联合迁移。案例分析结果表明：所提方法能够实现开放集情况下的跨工况故障诊断，且平均诊断准确度在90%以上。

关 键 词：旋转机械；数据驱动；开放集；迁移学习；故障诊断

中图分类号：V240.2

文献标志码：A **文章编号**：1001-5965(2024)05-1753-08

随着现代工业技术的不断发展，机电设备逐渐成为一个智能化、大型化和复杂化的有机整体，在航空、航天等领域得到了广泛的应用[1]。同时，随着设备复杂度与研制成本的提高，结合避免灾难性事故的需求，工业技术对机电设备的可靠性和安全性提出了更高的要求。齿轮作为现代机械设备中最常见的一种传动方式之一，在实际运转过程中，会发生断裂、胶合等情况，导致设备失去工作能力，因此，采用合理方式判断齿轮是否失效对提高设备可靠性与安全性有着重要的意义[2]。基于避免灾难性事故的需求，以及设备管理发展的客观需求，故障诊断技术不断发展起来。故障诊断技术能够及时地对齿轮各种故障状态做出诊断，便于预防或消除由齿轮故障引起的机电设备失效[3]。随着工业设备传感器监测数据的增多，依赖大量齿轮振动信号的数据挖掘技术不断发展，同时也为基于数据驱动的故障诊断技术提供了思路与技术途径，使得开发人员可以在无须或无法精确解析系统模型的情况下，通过计算机利用数据驱动算法对海量数据进行处理、解析，最终完成基于数据驱动的故障诊断[4]。

目前，常用的基于数据驱动的齿轮箱故障诊断方法更专注于设备运行参数、环境变量等较为固定的单一工况。但在齿轮箱实际运行过程中，由于设备个体、使用环境、工作时间、执行任务等因素的多样性，导致实际运行工况复杂多变，考虑到时间和成本的影响，只能针对少量工况进行故障模式分析和确定，故障标签获取困难[5]，存在齿轮箱跨工况故障诊断问题；同时，不同工况之间由于工作条件的不同也会导致故障类型、数量及发生概率差异明显[6]，表现为目标工况既包含源工况的所有已知故障模式，又包含源工况不具备的未知故障模式，即

收稿日期：2022-08-17；**录用日期**：2022-09-23；**网络出版时间**：2022-12-28 12:13
网络出版地址：link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1135.001
基金项目：中央高校基本科研业务费专项资金 (YWF-22-L-516)；民用飞机专项科研 (MJ-2018-Y-58)
* **通信作者**. E-mail：09977@buaa.edu.cn

引用格式：马翔，许庶，尚芃超，等. 基于迁移学习的齿轮箱开放集跨工况故障诊断 [J]. 北京航空航天大学学报，2024，50（5）：1753-1760.
MA X，XU S，SHANG P C，et al. Fault diagnosis of gearbox under open set and cross working condition based on transfer learning [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2024，50（5）：1753-1760（in Chinese）.

开放集场景。本文以工业齿轮箱为案例验证对象，采用加速度传感器采集齿轮箱振动数据信号，齿轮箱故障诊断问题具体可表示为：源领域包含正常、故障1、故障2等3种故障模式，标签已知；目标领域包含正常、故障1、故障2和未知故障等4种故障模式，标签未知；借助源领域充足标签进行故障知识迁移，对目标领域的数据样本进行故障模式识别与分类。

跨工况故障诊断需要利用源工况故障标签充足这一重要优势训练故障诊断模型，但跨工况故障诊断的难点在于如何使得训练后的模型能够适配于目标工况，即在一定程度上保证源工况和目标工况是相似的[7]。针对这一问题，考虑到迁移学习广泛应用于不同工况场景，可以解决标注数据稀缺问题，具有故障知识跨领域应用的特性，本文采用迁移学习的方法，通过利用样本间的相似度，在源工况中筛选出可迁移样本，并将可迁移样本的故障信息应用到缺乏故障标签的目标工况，从而实现对目标工况的故障诊断。借助迁移学习方法，使得源工况训练得到的模型可以作为目标工况训练模型的起点，很大程度上降低了故障诊断模型训练成本，并且能够保证模型的准确性。

迁移学习本质上是一种从相似任务中学习知识的思想，而知识迁移只有在适当的情况下才有可能实现，因此，迁移学习有应用上限，存在领域差异越大迁移效果越差的局限性。考虑到不同工况故障模式差异可能导致迁移学习效果不佳[8]，需要进一步关注开放集问题，即在测试过程中存在遇到训练中没有出现的新故障类型的可能性。开放集问题需要通过特定机制来识别训练过程中不包含的故障类型，通过将交叉验证的概念扩展到跨工况故障诊断，并设定源工况训练集（只包含已知故障种类）、目标工况测试集（包含已知故障种类与未知故障种类）来模拟开放集场景。

近年来，跨工况条件下的齿轮故障诊断方法逐渐成为研究重点。Lee等[1]以最大平均差异为距离度量实现边缘域融合，最小化源域分类器中的交叉熵损失及源域和目标域数据之间的最大平均差异；为解决专注于边缘分布对齐的传统方法效率较低的问题，Zhang等[3]引入对抗性学习提取广义特征，利用实例级加权机制反映具有已知健康状态的测试样本的相似性；王廷轩等[5]通过连续小波变换（continuous wavelet transform, CWT）算法将振动信号转化为二维信号，将故障信号通过核函数映射到再生希尔伯特空间，以多核最大均值差异（multiple kernel maximum mean discrepancy, MK-MMD）距离为度量标准，提高了不同工况下跨平台滚动轴承故障诊断容错率和诊断精度；张根保等[7]利用栈式稀疏自动编码器（sparse autoencoder, SAE）和柔性最大值函数Softmax回归，引入高阶KL散度（high-order Kullback-Leibler, HKL）训练域自适应能力，实现从具有大量已知故障标签的工况迁移到故障标签匮乏的相似工况；刘应东等[8]将联合分布适应（joint distribution adaptation, JDA）算法与K-最近邻（K-nearest neighbors, KNN）分类算法相结合，通过Fisher线性判别分析（Fisher's linear discriminant analysis, FLDA）方法计算特征权重；文献[9]借助仿真平台的传输故障数据训练单一故障诊断模型，并将模型参数迁移至风电机组齿轮箱的复合故障诊断模型中，进行风电机组齿轮箱故障诊断；陈仁祥等[10]提出一种深度置信网络（deep belief network, DBN）迁移学习方法，利用辅助标记数据训练DBN预模型，再利用少量的目标标记样本微调DBN预模型的网络权重和偏置值，实现从源域到目标域的迁移；Cao等[11]提出了一种基于深度卷积神经网络的迁移学习体系结构，包括用于自动提取特征的深度神经网络和用于对特征进行分类的分类器，使用基准齿轮系统的实验数据进行实例分析；Ma等[12]提出了一种基于AlexNet的转移学习卷积神经网络（transfer learning with convolutional neural networks, TLCNN）用于轴承故障诊断，利用二维图像表示方法将振动信号转换为二维时频图像，通过提出的TLCNN模型提取二维时频图像的特征，为故障分类提供条件，并采用t-分布随机邻域嵌入（t-distributed stochastic neighbor embedding, t-SNE）方法对特征学习过程进行可视化；Chen等[13]提出了一种域对抗传输网络（domain adversarial transfer network, DATN），利用特征学习网络学习源域和目标域的层次表示，将源任务中学习到的网络权重迁移到目标任务，引入域对抗训练技术，以最小化源分布和目标分布之间的差异；文献[14]提出了一种基于双对抗学习（domain adversarial neural networks, DANN）的开放集域自适应网络，辅助领域鉴别器为单个目标样本分配相似性权重，以区分已知和未知故障模式，并采用加权对抗学习来选择性地适应领域分布。

上述研究解决了跨工况故障诊断中面临的主要问题，即故障标签从源工况到目标工况的迁移，但实际情况中，往往由于工况之间的故障模式种类差异过大，导致工况间不具备迁移的条件[15]。

由于卷积神经网络（convolutional neural network, CNN）在故障诊断方法研究中得到了广泛的研究，具有强大的鲁棒和稳定特征提取能力[16-22]。因此，

本文在考虑了跨工况条件的同时, 对开放集问题进行研究, 提出了一种基于深度卷积神经网络的开放集跨工况故障诊断模型, 提取原始振动数据的故障特征, 考虑到开放集故障模式不对称的特点, 通过引入未知故障识别损失函数与已知故障分类损失函数, 同时识别并标记目标域数据中的未知类故障和已知类故障, 具备解决开放集问题的能力。本文方法不仅可实现跨工况已知故障分类, 还在此基础上进一步实现了开放集场景未知故障的识别, 诊断准确度可达 97.5%, 为开放集条件下的跨工况故障诊断问题提供了可行的解决方法。

1　开放集故障诊断问题分析及场景设计

封闭集和开放集数据的跨工况迁移诊断任务场景对比如图 1 所示。

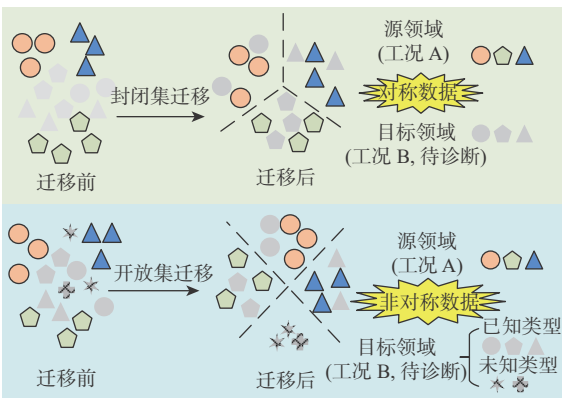


图 1　封闭集和开放集迁移学习分类任务场景对比

Fig. 1　Scenario comparison of closed-set and open-set migration learning classification tasks

在封闭集数据迁移场景中, 源领域数据 (工况 A) 有标签, 目标领域数据 (工况 B) 无标签, 但是 2 种运行工况下数据的故障类型完全一致, 数据类型对称。传统的迁移学习方法通过将目标域特征映射到源域特征空间进行对齐, 即能实现工况 B 数据的故障诊断; 而对于开放集数据迁移场景, 源领域数据 (工况 A) 有标签, 目标领域数据 (工况 B) 无标签, 并且工况 B 数据具有新的(未知)故障模式, 数据类型不对称[15]。在源工况和目标工况数据标签不对称的情况下, 现有的迁移学习方法在特征迁移对齐时, 由于工况 B 数据存在新的故障模式数据, 无法将新的故障模式特征映射到源域特征空间, 从而具有一定的非对称(开放)性。因此, 在使用迁移学习进行特征映射前, 需要对目标域的未知故障类型进行识别[16], 方法是通过共享特征选择的方式找到 2 个领域公共的故障特征, 其他非共享特征即为每个域的特征, 从而识别出未知故障; 再对领域间的共享特征进行迁移, 以实现已知故障的分类。

2　基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断方法

在迁移学习任务中, 带标记的源工况数据集可表示为 $D_S=\{\boldsymbol{X}_S,\boldsymbol{Y}_S\}$, $\boldsymbol{X}_S$为源工况的样本数据, $\boldsymbol{Y}_S$为相应的已知数据标签, 未标记的目标工况数据集可表示为 $D_T=\{\boldsymbol{X}_T,\boldsymbol{Y}_T\}$, $\boldsymbol{X}_T$为目标工况的样本数据, $\boldsymbol{Y}_T$为相应的未知数据标签。则开放集场景的变量符号表示为: 假设 $\boldsymbol{X}_S=\{\boldsymbol{x}_{s1},\boldsymbol{x}_{s2},\cdots,\boldsymbol{x}_{sk}\}$具有 k 种类型, $\boldsymbol{x}_{sj}(0<j\leqslant k, j\in\mathbf{N}^*)$为第 j 种数据类型, 而 $\boldsymbol{X}_T=\{\boldsymbol{x}_{t1},\boldsymbol{x}_{t2},\cdots,\boldsymbol{x}_{tk},\boldsymbol{x}_{t(k+1)}\}$具有 k+1 种数据类型, $\boldsymbol{x}_{ti}(0<i\leqslant k+1, i\in\mathbf{N}^*)$为第 i 种数据类型, $\boldsymbol{x}_{t(k+1)}$代表目标工况中独有的数据类型。

基于迁移学习的开放集跨工况故障诊断方法的实施思路为: 找到源工况和目标工况之间的相似数据特征, 从而识别出目标工况特有的未知类故障; 通过迁移源工况和目标工况间的共享特征, 利用 Softmax 分类函数将目标工况的数据分为 k 种已知的故障类型及 1 种未知的故障类型; 通过反向传播模型参数, 最小化已知类型和未知类型数据的联合分类损失, 完成此故障诊断模型的训练。根据上述思路, 本文提出基于联合损失函数的卷积神经网络 (convolution neural network based on joint loss function, J-CNN)。J-CNN 是一种利用联合损失函数对网络参数进行调整, 包含卷积计算且具有深度结构的前馈神经网络。其中, 联合损失函数由二分类损失函数与多分类损失函数组成。J-CNN 方法通过构建联合损失函数并进行反向传播, 达到综合训练网络模型对一种未知故障类型的识别能力和对 k 种已知故障类型的分类能力的目的。

基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断方法流程如图 2 所示。

基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断模型主要由特征提取模型和分类模型 2 部分构成。特征提取模型 $\boldsymbol{F}$ 主要由卷积层和池化层构成, 从不同领域的原始数据中提取高维故障特征, 输出记为 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$; 特征分类模型 $\boldsymbol{C}$ 主要由全连接层和 Softmax 分类层构成, 将提取的特征分为 k+1 种类别, 分别对应 k 种已知类型和所有未知类型。由特征分类模型 $\boldsymbol{C}$ 得到的 k+1 维输出向量记为 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}))=\{l_1, l_2,\cdots,l_{k+1}\}$, 每一维对应不同的数据种类; 通过 Softmax 函数可以将 k+1 维输出向量转化为 0~1 之间概率值, 表示样本被分为相应类型的概率。因此, 样本 $\boldsymbol{x}$ 属于第 i 种类型的概率可表示为

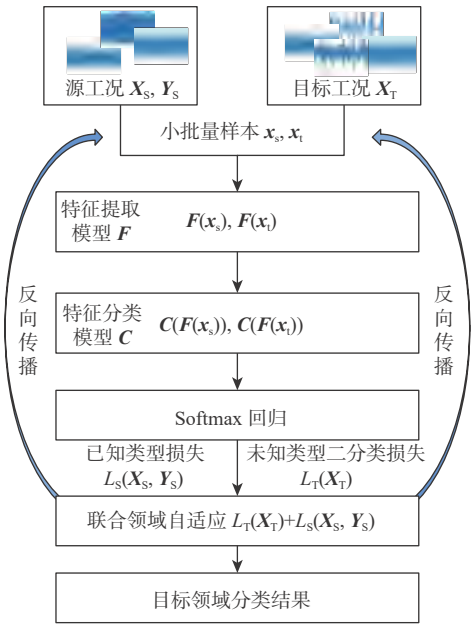


图 2 基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断方法流程

Fig. 2 J-CNN-based open-set cross-condition migration fault diagnosis methodology process

$$p(\boldsymbol{y}=i|\boldsymbol{x})=\frac{\exp(l_i)}{\sum_{i=1}^{k+1}\exp(l_i)} \qquad i=1,2,\cdots,k+1 \tag{1}$$

式中：第 k+1 维输出为 $p(\boldsymbol{y}=k+1|\boldsymbol{x})=t$，表示该样本属于未知类型的可能性大小为 t。采用小批量样本训练方式和反向传播算法迭代更新模型的权重参数，获得目标工况数据的分类标签。

开放集数据迁移的难点在于识别目标工况中未知的数据类型。由于源工况中缺少相应类型的数据，源工况数据不能直接与目标工况未知的数据类型建立正确的映射关系。对于源工况数据 $(\boldsymbol{X}_S,\boldsymbol{Y}_S)$，定义交叉熵分类损失函数为

$$L_S(\boldsymbol{X}_S,\boldsymbol{Y}_S)=-\sum\log(p(\boldsymbol{y}=\boldsymbol{y}_s|\boldsymbol{x}_s)) \tag{2}$$

$$p(\boldsymbol{y}=\boldsymbol{y}_s|\boldsymbol{x}_s)=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_s)) \tag{3}$$

$L_S(\boldsymbol{X}_S,\boldsymbol{Y}_S)$表示模型对源工况数据分类的损失大小；对于目标领域数据 $\boldsymbol{X}_T$，定义未知类型数据的二分类损失函数为

$$L_T(\boldsymbol{X}_T)=-\sum t\log(p(\boldsymbol{y}=k+1|\boldsymbol{x}_t))-\sum(1-t)\log(1-p(\boldsymbol{y}=k+1|\boldsymbol{x}_t)) \tag{4}$$

$L_T(\boldsymbol{X}_T)$表示将样本 $\boldsymbol{X}_T$标记为未知类型而可能产生的分类损失大小。

在开放集数据条件下，为正确区分目标工况和源工况数据的共享特征，识别待诊断目标设备的不同故障数据，利用源域交叉熵分类损失函数 $L_S(\boldsymbol{X}_S,\boldsymbol{Y}_S)$度量诊断模型对已知类型数据分类的损失大小，利用目标域二分类损失函数 $L_T(\boldsymbol{X}_T)$度量诊断模型将样本 $\boldsymbol{X}_T$判为未知类型而可能产生的分类损失大小，通过最小化已知类型和未知类型数据的联合分类损失训练诊断模型，实现故障诊断。因此，总的模型训练损失函数可表示为

$$L=L_S(\boldsymbol{X}_S,\boldsymbol{Y}_S)+L_T(\boldsymbol{X}_T) \tag{5}$$

在训练过程中，采用小批量样本训练方法，利用源领域已知的数据样本$\{\boldsymbol{x}_s,\boldsymbol{y}_s\}$，$\{\boldsymbol{x}_t\}$训练特征提取模型和分类模型，计算损失函数更新模型的权重参数，最小化损失函数，使其能够正确区分已知的 k 种数据类型并识别第 k+1 种未知数据类型。模型权重更新策略如算法 1 所示。

算法 1 基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断小批量样本训练算法。

For $i \leftarrow 1$ to epochs do

源领域小批量样本数据$\{\boldsymbol{x}_s,\boldsymbol{y}_s\}$

目标领域小批量样本数据$\{\boldsymbol{x}_t\}$

计算损失函数$L_S(\boldsymbol{X}_S,\boldsymbol{Y}_S)$，$L_T(\boldsymbol{X}_T)$

更新网络权重$\min\limits_{\boldsymbol{F}}$，$\min\limits_{\boldsymbol{C}}$

End

基于上述算法，搭建基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断模型，模型结构如图 3 所示。特征提取模型 $\boldsymbol{F}$ 包括二维卷积层（Conv2D）和全连接层（Dense），从不同领域的原始数据中提取可迁移的共享特征向量；特征分类模型 $\boldsymbol{C}$ 包括全连接层和

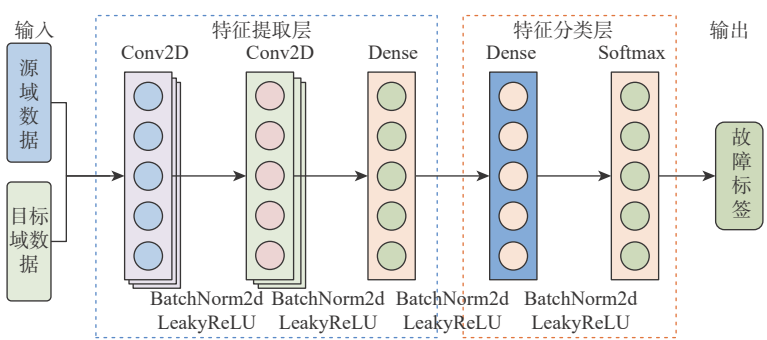


图 3 基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断模型结构示意图

Fig. 3 Schematic structure of open-set cross-condition migration fault diagnosis model based on J-CNN

Softmax 层; BatchNorm2d 表示对中间层的输出向量进行归一化, 能够避免因数据分布不同导致的训练网络不稳定问题; LeakyReLU 表示非饱和激活函数, 能解决深度神经网络的“梯度消失”问题, 加快模型收敛速度。利用卷积层的非线性特征提取能力构建特征提取层, 通过 Softmax 函数对特征的故障类型进行识别。

3　案例分析

为验证本文提出的基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移故障诊断方法的有效性, 使用 2009 年 PHM 数据挑战赛发布的工业齿轮箱数据集进行案例验证。该齿轮箱数据集采集自一个工业用二级减速齿轮箱, 在齿轮箱输入端布置有加速度传感器, 用于采集齿轮箱振动数据信号, 如图 4 (a) 所示。该减速齿轮箱内部组成结构如图 4 (b)、(c) 所示, 输入轴齿轮的齿数为 32, 中间轴齿轮的齿数为 48, 一级减速比为 1.5, 输出轴齿轮的齿数为 80, 二级减速比为 1.667。

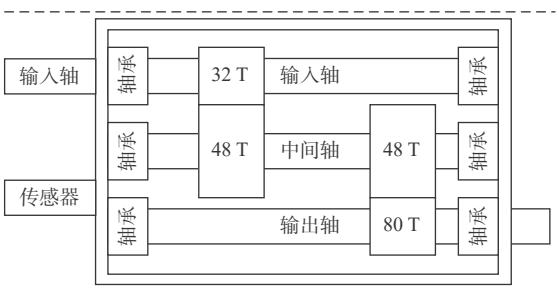
试验过程中, 对齿轮箱注入 4 种故障, 其详细故障信息如表 1 所示。输入轴具有 35, 40, 45, 50 Hz 4 种不同转速工况, 在每种工况下分别采集振动数据, 采样频率为 66.67 kHz, 采样时间为 4 s。



(a) 输入端加速度传感器的位置



(b) 齿轮箱内部结构



(c) 齿轮箱组成结构

图 4　二级减速齿轮箱组成结构

Fig. 4　Composition of secondary reduction gearbox

3.1　数据预处理及模型参数设置

利用提出的基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移诊断模型, 借助源领域的辅助数据对目标数据集中的齿轮箱故障模式进行诊断。对每种故障模式下采集到的原始振动信号进行样本划分, 每个样本包括 4 000 个数据点。训练数据为源域工况的样本数据, 样本容量为 150, 每种故障模式有 50 组样本; 测试数据为目标域数据集, 样本容量为 80, 每种故障模式有 20 组样本。在训练过程中, 将训练的批次大小设置为 60, 训练迭代次数设置为 50 次, 损失函数设置为多类别交叉熵, 采用随机梯度下降 (stochastic gradient descent, SGD) 优化器, 初始学习率设置为 0.001, 学习率衰减设置为 1%。利用卷积神经网络特征自学习能力提取原始振动信号的故障特征, 在不同数据条件下训练故障诊断模型, 对测试样本进行故障诊断。

表 1　减速齿轮箱不同故障模式注入情况对比

Table 1　Comparison of different failure mode injections in reduction gearboxes

齿轮箱部件	故障模式	是否正常	故障1	故障2	故障3
齿轮	32T	正常	裂纹	正常	正常
	96T	正常	正常	正常	正常
	48T	正常	偏心	偏心	正常
	80T	正常	正常	断齿	正常
轴	输入	正常	正常	正常	不平衡
	输出	正常	正常	正常	正常
轴承	轴承1	正常	正常	滚动体	正常
	轴承2	正常	正常	正常	滚动体
	轴承3	正常	正常	正常	外圈
	轴承4	正常	正常	正常	正常
	轴承5	正常	正常	正常	正常
	轴承6	正常	正常	正常	正常

3.2　齿轮箱故障诊断结果

本节利用基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移诊断方法, 通过减速齿轮箱数据集振动信号进行故障诊断。选取 35 Hz 转速作为源域工况, 40, 45, 50 Hz 转速作为不同的目标域工况。以 35～40 Hz 工况下的联合迁移诊断任务为例, 35～40 Hz 表示源域工况为 35 Hz, 目标域工况为 40 Hz, 源领域数据集为 35 Hz 转速下正常、故障 1、故障 2 等 3 种故障模式的数据, 目标领域数据集为 40 Hz 转速下正常、故障 1、故障 2 和未知故障等 4 种类型的齿轮箱数据, 其中, 源域数据集中缺少未知故障数据类型的训练样本。

为验证提出的开放集场景的基于 J-CNN 的开放集跨工况迁移诊断方法相对于传统基于迁移学习的跨工况故障诊断方法的性能, 本节将诊断结果与其他 3 种不同故障诊断模型进行了对比分析, 分别为 CNN 模型 (不使用联合迁移方法)、支持向量机 (support vector machine, SVM) 模型、概率神经网络 (probabilistic neural networks, PNN) 模型。故障诊断准确度如图 5 所示。

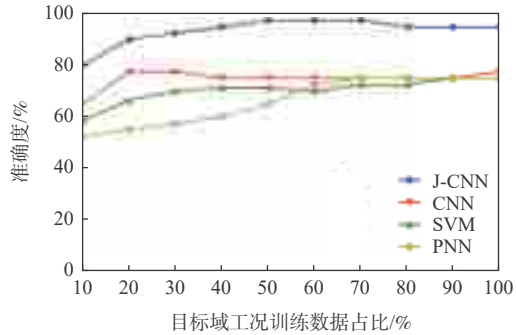


图5 35～40 Hz不同目标域工况数据占比诊断结果

Fig. 5 Diagnostic results of percentage of working condition data in different target domains from 35 Hz to 40 Hz

通过故障诊断准确度对比分析可以发现，本文提出的基于J-CNN的开放集跨工况迁移故障诊断方法在不同目标域工况数据条件下，均取得了最高的故障诊断准确度。当训练样本中目标工况样本量占比较小时，即使源域数据中缺少未知类型的训练样本，该方法也能够将35 Hz工况下的数据迁移到40 Hz工况数据的故障诊断任务中，取得了80%的诊断准确度；随着目标域工况数据占比逐渐增大，训练集中40 Hz工况的样本逐渐增多，源域和目标域的数据相似度逐渐增大，模型的诊断准确度也随之提高；当训练样本中目标工况样本量占比为100%时，虽然源域数据中缺少未知类型的训练样本，但J-CNN方法通过识别共享特征，能够判别未知的数据类型，故障诊断准确度达到了95%。

在对比方法中，CNN模型采用联合迁移方法相同的卷积神经网络结构，但未引入领域自适应策略，由于无法识别共享特征，缺乏对未知数据类型的判别能力，其平均诊断准确度为73.64%，低于J-CNN方法；SVM是常见的浅层机器学习分类模型，PNN是一种基于贝叶斯策略前馈神经网络，二者常用于封闭集数据的故障诊断任务，但在本文研究的开放集数据条件下，传统方法无法判别目标领域中包含未知的数据类型，因而对于开放集数据的故障诊断效果不佳。

文献[14]同样采用2009年PHM数据挑战赛工业齿轮箱数据集进行案例验证，为验证本文提出的考虑开放集场景的基于迁移学习的跨工况故障诊断方法相较于已有考虑开放集场景的跨工况故障诊断方法的性能，将本文诊断结果与文献[14]提出的基于DANN的开放集域自适应网络诊断结果进行对比分析。文献[14]的任务设置及诊断结果如表2所示。

现有的基于DANN的开放集故障诊断方法在源域相对目标域缺失故障模式数为1时的诊断准确度为89.51%与73.04%，本文提出的基于J-CNN的开放集跨工况迁移故障诊断方法在源域缺失故障模式数为1时，随着目标工况占比的变化，诊断准确度最高可达到97.5%。

表2 基于DANN的开放集故障诊断任务设置及诊断结果

Table 2 DANN-based open-set fault diagnosis task setup and diagnostic results

任务	跨工况情况	源域故障模式数	目标域故障模式数	准确度/%
P1	30～35 Hz	5	6	89.51
P2		4		85.64
P3		3		89.64
P4		2		78.85
P5		1		76.25
P6	35～30 Hz	5	6	73.04
P7		4		72.16
P8		3		83.57
P9		2		80.15
P10		1		81.93

4 结 论

1）基于J-CNN的开放集跨工况迁移故障诊断方法在不同目标域工况数据条件下，相较其他3种不考虑开放集场景的跨工况故障诊断方法，均取得了更高的故障诊断准确度。

2）当训练样本中目标工况样本量较小时，本文方法仍能有效地利用带故障标签的源工况数据对无标签的目标工况数据进行分类与标记。

3）通过识别共享特征，J-CNN方法能够判别未知的数据类型，实现了开放集场景下目标工况数据的故障诊断。

4）本文提出的基于J-CNN的开放集跨工况迁移故障诊断方法，相较基于DANN的开放集域自适应网络诊断方法，在源域缺失故障模式数均为1的条件下，在不同目标工况占比的情况下均取得了更高的故障诊断准确度，诊断准确度最高可达到97.5%，具有良好的分类准确度。

基于现有技术和结论，开放集场景下的跨工况故障诊断方法有以下可能的研究方向：

1）探索更先进的领域自适应方法，以提高模型在开放集数据条件下的性能。可以使用对抗性训练或其他领域自适应技术来增强模型的泛化能力。

2）在开放集跨工况故障诊断中，目标工况样本量可能较少。研究如何处理不平衡样本问题，以提高对目标工况的诊断准确度。

3）考虑将其他传感器数据（如温度、压力等）与齿轮箱数据集进行融合，以提高故障诊断的准确性。

4) 方法应用中考虑实际噪声、不确定性和其他现实因素的影响。

上述研究方向能够进一步拓展基于迁移学习的开放集跨工况故障诊断方法, 以更好地适应实际工程应用场景。

参考文献（References）

[1] SIAHPOUR S, LI X, LEE J. Deep learning-based cross-sensor domain adaptation for fault diagnosis of electro-mechanical actuators[J]. International Journal of Dynamics and Control, 2020, 8: 1054-1062.

[2] MOSLEM A, JASKARAN S, LI X, et al. Cross-domain gearbox diagnostics under variable working conditions with deep convolutional transfer learning[J]. Journal of Vibration and Control, 2020, 27(7-8): 854-864.

[3] ZHANG W, LI X, MA H, et al. Open set domain adaptation in machinery fault diagnostics using instance-level weighted adversarial learning[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2021, 17(11): 7445-7455.

[4] 陈宏, 邓芳明, 吴翔, 等. 基于梯度提升决策树的电力电子电路故障诊断[J]. 测控技术, 2017, 36(5): 9-12.
CHEN H, DENG F M, WU X, et al. Fault diagnosis of power electronics circuit based on gradient boosting decision tree[J]. Measurement & Control Technology, 2017, 36(5): 9-12(in Chinese).

[5] 王廷轩, 刘韬, 王振亚, 等. 融合迁移卷积神经网络的跨域滚动轴承故障诊断[J]. 电子测量技术, 2021, 44(10): 167-174.
WANG T X, LIU T, WANG Z Y, et al. Cross-domain rolling bearing fault diagnosis based on convolutional neural network combined with transfer learning[J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(10): 167-174(in Chinese).

[6] 洪晓翠, 段礼祥, 杨晓光, 等. 智能优化算法在机械故障诊断领域的应用综述[J]. 测控技术, 2021, 40(7): 1-8.
HONG X C, DUAN L X, YANG X G, et al. Review on the application of intelligent optimization algorithms in mechanical fault diagnosis[J]. Measurement & Control Technology, 2021, 40(7): 1-8(in Chinese).

[7] 张根保, 李浩, 冉琰, 等. 一种用于轴承故障诊断的迁移学习模型[J]. 吉林大学学报 (工学版), 2020, 50(5): 1617-1626.
ZHANG G B, LI H, RAN Y, et al. A transfer learning model for bearing fault diagnosis[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2020, 50(5): 1617-1626(in Chinese).

[8] 刘应东, 刘韬, 李华, 等. 变工况轴承的联合分布适应迁移故障诊断[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(5): 69-75.
LIU Y D, LIU T, LI H, et al. Transfer fault diagnosis of bearings under variable working conditions based on joint distribution adaptation[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(5): 69-75(in Chinese).

[9] 毕爽. 基于深度迁移学习的风电机组齿轮箱故障诊断方法研究[D]. 长春: 长春大学, 2021.
BI S. Research on fault diagnosis method of wind turbine gearbox based on deep transfer learning[D]. Changchun: Changchun University, 2021(in Chinese).

[10] 陈仁祥, 杨星, 胡小林, 等. 深度置信网络迁移学习的行星齿轮箱故障诊断方法[J]. 振动与冲击, 2021, 40(1): 127-133.
CHEN R X, YANG X, HU X L, et al. Planetary gearbox fault diagnosis method based on deep belief network transfer learning[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(1): 127-133(in Chinese).

[11] CAO P, ZHANG S L, TANG J. Preprocessing-free gear fault diagnosis using small datasets with deep convolutional neural network-based transfer learning[J]. IEEE Access, 2018, 6: 26241-26253.

[12] MA P, ZHANG H L, FAN W H, et al. A novel bearing fault diagnosis method based on 2D image representation and transfer learning-convolutional neural network[J]. Measurement Science and Technology, 2019, 30: 055402.

[13] CHEN Z Y, HE G L, LI J P, et al. Domain adversarial transfer network for cross-domain fault diagnosis of rotary machinery[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(11): 8702-8712.

[14] ZHAO C, SHEN W M. Dual adversarial network for cross-domain open set fault diagnosis[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2022, 221: 108358.

[15] 文成林, 吕菲亚. 基于深度学习的故障诊断方法综述[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(1): 234-248.
WEN C L, LV F Y. Review on deep learning based fault diagnosis[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2020, 42(1): 234-248(in Chinese).

[16] CHEN W Q, QIU Y N, FENG Y H, et al. Diagnosis of wind turbine faults with transfer learning algorithms[J]. Renewable Energy, 2021, 163: 2053-2067.

[17] PENG C, LI L L, CHEN Q, et al. A fault diagnosis method for rolling bearings based on parameter transfer learning under imbalance data sets[J]. Energies, 2021, 14(4): 1-18.

[18] BUSTO P P, GALL J. Open set domain adaptation[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2017: 754-763.

[19] LI X, ZHANG W, DING Q, et al. Intelligent rotating machinery fault diagnosis based on deep learning using data augmentation[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2020, 31(2): 433-452.

[20] TANG S N, YUAN S Q, ZHU Y. Deep learning-based intelligent fault diagnosis methods toward rotating machinery[J]. IEEE Access, 2020, 8: 9335-9346.

[21] LI F, TANG T J, TANG B P, et al. Deep convolution domain-adversarial transfer learning for fault diagnosis of rolling bearings[J]. Measurement, 2021, 169: 108339.

[22] 郭瑜, 童丽娜, 倪旭明. 基于改进卷积神经网络的电力通信网故障诊断研究[J]. 计算机测量与控制, 2022, 30(2): 24-30.
GUO Y, TONG L N, YAN X M. Research on fault diagnosis of electric power communication network based on improved convolutional neural network[J]. Computer Measurement & Control, 2022, 30(2): 24-30(in Chinese).

Fault diagnosis of gearbox under open set and cross working condition based on transfer learning

MA Xiang[1, 2], XU Shu[1, 2], SHANG Pengchao[1], MA Jian[1, 2, 3, 4, *], ZHOU Ruzhi[5]

(1. School of Reliability and Systems Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Key Laboratory of Reliability and Environmental Engineering Technology, Beihang University, Beijing 100191, China;
3. Institute of Reliability Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
4. International Innovation Institute, Beihang University, Hangzhou 311115, China;
5. Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China)

Abstract: With the continuous development of industry and aerospace technology, the working conditions and failure modes of rotating machinery are becoming increasingly diversified and complex, and reliability and safety problems are becoming increasingly prominent. It is critical to research efficient fault detection techniques since many working condition data lack fault labels and the failure modes amongst various working conditions are asymmetric. Take the gearbox as the case verification object, set up cross-working conditions, and open set fault diagnosis scenarios. A method is proposed to address the issue of lacking fault labels under the target working condition. It takes into account the ability of migration learning to facilitate cross-domain knowledge application. Specifically, migration learning is used to transfer knowledge from the source working condition to the target working condition, and the cross entropy classification loss function is used to identify known fault types. However, transfer learning has the problem that the greater the field difference is, the worse the effect is. It is difficult to solve the open set problem of asymmetric fault modes under cross-working conditions. In order to identify the known and unknown classes of target working circumstances, a method utilizing a convolutional neural network to extract similar data characteristics between working conditions is proposed. The two classification loss functions are then used in this process. The joint loss function is proposed to train the diagnosis model and realize the joint migration of fault features from the source domain to the target domain. The results of the case analysis show that the method can realize cross-working condition fault diagnosis under an open set, and the average diagnostic accuracy is more than 90%.

Keywords: rotating machinery; data-driven; open set; transfer learning; fault diagnosis

Received: 2022-08-17; **Accepted**: 2022-09-23; **Published Online**: 2022-12-28 12:13

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221227.1135.001

Foundation items: The Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-22-L-516); Special Research on Civil Aircraft (MJ-2018-Y-58)

* **Corresponding author**. E-mail: 09977@buaa.edu.cn

《北京航空航天大学学报》征稿简则

《北京航空航天大学学报》是北京航空航天大学主办的以航空航天科学技术为特色的综合性自然科学学术期刊(月刊)。本刊以反映航空航天领域研究成果与动态、促进学术交流、培养科技人才和推动科技成果向社会生产力转化为办刊宗旨。本刊为中国自然科学技术核心期刊,并被 Ei Compendex 等国内外权威文献检索系统收录。本刊向国内外公开发行,为进一步提高办刊质量和所刊出文章的学术水平,特制定本简则。

1 论文作者及内容

1.1 本刊面向海内外所有学者。

1.2 主要刊载与航空航天科学技术有关的材料科学及工程、飞行器设计与制造、宇航科学与工程、信息与电子技术、控制技术和自动化工程、流体力学和动力工程、计算机科学及应用技术、可靠性工程与失效分析等领域的研究文章。航空航天科学技术民用方面以及具有航空航天工程背景的应用数学、应用物理、应用力学和工程管理等方面的文章也在本刊优先考虑之列。

2 来稿要求

2.1 论文应具有创新性、科学性、学术性和可读性。

2.2 论文为原创作品,尚未公开发表过,并且不涉及泄密问题。若发生侵权或泄密问题,一切责任由作者承担。

2.3 主题明确,数据可靠,图表清晰,逻辑严谨,文字精练,公式符号标准规范,标点符号正确。

2.4 文稿撰写顺序:中文题名(一般不超过 20 个汉字),作者中文姓名、单位、所在城市、邮政编码(作者顺序始终不得更改),中文摘要(包括目的、方法、结果及结论),中文关键词(5 ~ 8 个),中图分类号,引言,正文,参考文献,英文题名,作者英文姓名、单位、所在城市、邮政编码、国别,英文摘要,英文关键词。首、末页下角注明基金项目名称及编号,作者信息。

2.5 作者请登录本刊网页进行在线投稿。

3 稿件的审核、录用与版权

3.1 来稿须经专家两审和主编、编委讨论后决定刊用与否。

3.2 若来稿经审查后认定不宜在本刊发表,将及时告知作者。如果在投稿满 3 个月后仍未收到本刊任何通知,作者有权改投其他刊。在此之前,请勿一稿多投,否则一切后果自负。

3.3 来稿一经作者签字并在本刊刊出,即表明所有作者都已经认可其版权转至本刊编辑部。本刊在与国内外文献数据库或检索系统进行交流及合作时,不再征询作者意见。

邮寄地址:100191 北京市海淀区学院路 37 号 《北京航空航天大学学报》编辑部

办公地点:北京航空航天大学办公楼 405,407 房间

电　　话:(010)82316698,82316981,82315499,82317448

E-mail: jbuaa@ buaa. edu. cn

http://bhxb. buaa. edu. cn

http://www. buaa. edu. cn

《北京航空航天大学学报》
第五届编辑委员会

主　任（主　编）：赵沁平

（以下按姓氏笔画为序）

副主任（副主编）：丁希仑　王少萍　孙志梅　李秋实　李焕喜　杨嘉陵
苗俊刚　相　艳　徐立军　钱德沛　曹晋滨

编　委：马殿富　王　琪　王　聪　邓小燕　王青云　王荣明　刘　宇
刘　红　江　洁　刘　强　闫　鹏　朱天乐　刘铁钢　齐铂金
陈万春　邹正平　苏东林　杨世春　沈成平　邱志平　宋知人
杨树斌　张晓林　杨晓奕　杨继萍　李惠峰　吴新开　张瑞丰
杨照华　宋凝芳　周　锐　林宇震　林贵平　战　强　姚仰平
胡庆雷　赵秋红　段海滨　赵巍胜　席　平　郭　宏　徐　洁
徐世杰　郭洪波　康　锐　翟　锦　熊华钢

北京航空航天大学学报

Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao

（原《北京航空学院学报》）

（月刊　1956 年创刊）

第50卷 第5期　2024年5月

主管单位　中华人民共和国工业和信息化部
主办单位　北京航空航天大学
主　　编　赵沁平
编辑出版　《北京航空航天大学学报》编辑部
邮　　编　100191
地　　址　北京市海淀区学院路37号
印　　刷　北京科信印刷有限公司
发　　行　《北京航空航天大学学报》编辑部
发行范围　国内外发行
联系电话　(010) 82316698 82316981
82315499 82317448
电子信箱　jbuaa@ buaa.edu.cn

JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS (JBUAA)

(Monthly, Started in 1956)

Vol.50 No.5　May 2024

Administrated by　Ministry of Industry and Information Technology of the People's Republic of China
Sponsored by　Beijing University of Aeronautics and Astronautics (BUAA)
(Beijing 100191, P. R. China)
Chief Editor　ZHAO Qinping
Edited and Published by　Editorial Board of JBUAA
Printed by　Beijing Kexin Printing Co., Ltd.
Distributed by　Editorial Board of JBUAA
Telephone　(010) 82316698 82316981
82315499 82317448
E-mail　jbuaa@buaa.edu.cn
http://bhxb.buaa.edu.cn

中国标准连续出版物号：ISSN 1001-5965 / CN 11-2625/V　　国内定价：50.00 元／期

ISSN 1001-5965