三线摆水平隔振器原理与应用

徐登峰 高阵雨 朱 煜 张 鸣

(清华大学 精密仪器与机械学系, 北京 100084)

摘 要: 针对一种三线摆水平隔振器, 首先在某一特定方向上建立了以摆动角 θ为广义坐标的拉格朗日方程. 在某一摆动角下, 将立体图形投影到一个平面上, 通过几何关系的求解, 将方程中所有变量转化为广义坐标 θ的函数, 得到了机构水平摆动固有频率的表达式. 然后根据表达式分析了机构结构参数对机构水平摆动固有频率的影响. 利用 MATLAB 得到一些仿真结果, 通过分析得知增大负载支撑高度可以降低机构固有频率, 但同时会增加机构的高度. 而在保证机构稳定的前提下, 根据整体设备的高度要求, 通过增大固定盘与摆动盘直径比、减小固定盘与摆动盘距离和支撑高度之比, 可以达到降低固有频率而不过分增加机构高度的目的.

关 键 词: 水平隔振; 三线摆; 动力学

中图分类号: TH 113.1

文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965(2010)08-1005-04

Principle and application of horizontal suspension isolator constituted by trilinear pendulum

Xu Dengfeng Gao Zhenyu Zhu Yu Zhang Ming

(Department of Precision Instruments and Mechanology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract For the suspension isolator constituted by trilinear pendulum, the Lagrangian equation with swing angle as generalized coordinate was established firstly at a particular direction. When the swing angle was a particular value, the three-dimensional graphic was projected onto a plane, other variables were converted to the functions of swinging angle by solving geometric relations, thus the horizontal natural frequency can be obtained. The impact to horizontal natural frequency from mechanism structure parameters were analyzed through adjusting the parameters in a certain range. A lot of simulation results were made by MATLAB. The results show that increasing supporting length can reduce the natural frequency, but increase mechanism height. It also shows that once mechanism stability is insured, increasing the ratio of fixed disk's diameter to swing disk's diameter and reducing the ratio of fixed disk and swing disk's distance to supporting length can reduce the natural frequency, and not increase the height of the mechanism very much.

Key words horizontal vibration; trilinear pendulum; dynamics

在超精密加工、检测、IC制造及光学领域中, 环境振动通过地面传递到超精密设备上, 对设备的测量子系统或结构件造成危害, 从而影响设备的高精度运行[1-3]. 地面传递振动主要集中在20Hz以下, 其波长较长, 通过隔振沟方式难以实现隔断[4], 因此隔振器成为了这些超精密设备的一个必要子系统. 而多数超精密设备在水平方向上精度要求很高, 作为隔振器的重要组成部分, 水平隔振机构必须隔除来自水平方向的振动, 使设备达到更高的精度.

目前, 国内外的水平隔振机构主要有几种型式: 层合橡胶, 三线摆, 倒摆, X摆, 摇摆球等[5]. 其

收稿日期: 2009-06-08

基金项目: 博士后基金资助项目(20070420360)

作者简介: 徐登峰(1974-), 男, 博士生, 四川乐山人, xudf02@mails.thu.edu.cn

中层合橡胶结构简单,但是其非线性较强,同时不易达到较低的固有频率. 倒摆和 X 摆为非线性超低频隔振机构,主要用于天文和仪器行业. 三线摆是一种性价比较高的水平隔振机构,文献[6]首次提出在空气弹簧中采用钢索构造钟摆系统来解决横向隔振橡胶的非线性问题. 理论上三线摆的固有频率只和钢索的长度有关,通过调整钢索长度等参数就可以实现调整横向隔振的固有频率,而与负载质量无关,其固有频率越低,对低频水平振动消除的效果越好. 文献[7]中给出了其固有频率的求解公式,但是未给出其理论分析过程,该分析过程也未在其他文献中出现.

国内对于隔振机构的研究起步较晚,随着国内超精密等行业的发展,对水平隔振机构的深入创新研究是必然的. 为了能够进一步研究该机构,本文将进行三线摆的理论分析,为以后的实验分析和进一步的机构创新打下一定的基础.

1 理论分析

图 1显示了一个典型的三线摆,该机构由固定盘(上摆盘)、吊索、摆动盘(下摆盘)和负载托盘等组成,其中固定盘固定在隔振器上,固定盘上每隔 120°均布了 3根吊索的一端,吊索的另一端固定在摆动盘上,摆动盘与负载托盘固结,负载托盘上支撑负载. 当外来水平振动传递到设备上时,整个三线摆机构产生摆动,由于外界振动主要通过地面传递,其主要频带为 2~20Hz[4],摆动幅值很小(μm 级),因此可以将整个机构带动负载的微幅摆动近似看作负载横向微幅振动.

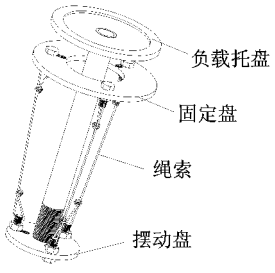
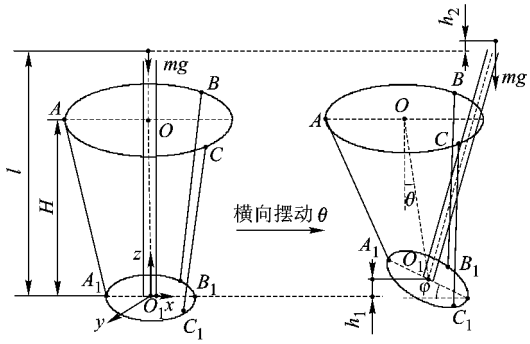


图 1 三线摆结构图

1.1 振动方程

将图 1所示结构简化为图 2所示原理结构. 为了简化研究,本文将只考虑某一特定方向的振动,即水平振动的方向位于经过机构中心线 OO_1 和其中一根吊索 AA_1 的平面内. 设摆动盘和固定盘距离为 H,摆动盘距负载距离为 l,固定盘半径为 R,摆动盘半径为 r,忽略摆动盘的质量,把负载托盘上放置的负载看成一个质点,设质量为 m.



a 初始位置 b 横向摆动 θ 角

图 2 三线摆简化图

当三线摆横向摆过 θ,此时设摆动盘质心上升 h_1,与水平面 xy 夹角成为 φ,负载上升高度 h_2,以系统在 θ = 0°时为零势能点,则当横向摆过 θ 时,系统势能为

$$V = mgh_2 = mg(h_1 + l\cos\varphi - l) \tag{1}$$

点 m 的速度可以分解为:一方面是与 O_1 相同的平动速度,另一方面是绕 O_1 的旋转速度. 因为摆角 θ很小,O_1 点速度可以表示为

$$v_{O_1} = H \cdot \dot{\theta} \tag{2}$$

所以,质点 m 的速度为

$$v_m = v_{O_1} + l \cdot \dot{\varphi} = H \cdot \dot{\theta} + l \cdot \dot{\varphi} \tag{3}$$

系统动能为

$$T = \frac{1}{2} m v_m^2 \tag{4}$$

记 $L = T - V$,根据拉格朗日方程:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \tag{5}$$

可得

$$\left(mH^2 + mHl\frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \dot{\theta}}\right)\ddot{\theta} + \left(mHl + ml^2\frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \dot{\theta}}\right)\ddot{\varphi} + \left(ml^2\dot{\varphi} + mHl\dot{\theta}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \dot{\theta}}\right) + mg\frac{\partial h}{\partial \theta} - mgl\sin\varphi\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 0 \tag{6}$$

1.2 几何关系推导

式(1)~式(6)涉及到了 3个未知参数 θ,φ,h_1,这 3个参数之间存在相互关系,下面将通过其几何关系,将 φ,h_1 统一成广义坐标 θ的函数.

图 3所示四边形 AA_1O_1O 为图 2b所示结构在 xz平面的左半部分. 设 S 和 H_0 分别为 AA_1 和 OO_1 长度.

在△AA_1D 中,应用勾股定理,有

$$(H_0\cos\theta - r\sin\varphi)^2 + (R + H_0\sin\theta - r\cos\varphi)^2 = S^2 \tag{7}$$

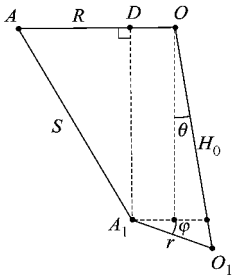


图 3　三线摆在 *xz* 平面左边一半

因为 φ和 θ都很小, 式 (7)可得

$$r^2 + H_0^2 + R^2 - 2Rr - S^2 - 2RH_0\varphi + 2(R - r)H_0\theta = 0 \tag{8}$$

图 4所示四边形 $OO_1B_3B_2$ 为图 2b所示结构在 *xz* 平面的右边一半, B_2 和 B_3 分别是 B 和 B_1 在 *xz* 平面上的投影. 设 R', S', r'分别为 OB_2, B_2B_3, B_3O_1 的长度.

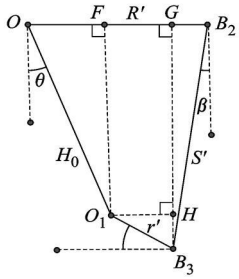


图 4　三线摆在 xz平面右边一半

利用线段 O_1F 列方程, 可得

$$\cos\beta = \frac{H_0\cos\theta + r'\sin\varphi}{S'} \tag{9}$$

利用线段 O_1H 列方程, 可得

$$\sin\beta = \frac{R' - H_0\sin\theta - r'\cos\varphi}{S'} \tag{10}$$

式 (9)与式 (10)联立, 得

$$\left(\frac{R' - H_0\sin\theta - r'\cos\varphi}{S'}\right)^2 + \left(\frac{H_0\cos\theta + r'\sin\varphi}{S'}\right)^2 = 1 \tag{11}$$

因 φ和 θ都很小, 式 (11)展开可得

$$H_0^2 + r'^2 + R'^2 - 2r'R' - S'^2 + 2H_0(r' - R')\theta + 2H_0r'\varphi = 0 \tag{12}$$

由几何关系, 可得

$$r' = r\sin 30^\circ = \frac{1}{2}r \tag{13}$$

$$R' = R\sin 30^\circ = \frac{1}{2}R \tag{14}$$

$$S'^2 = S^2 - (R\cos 30^\circ - r\cos 30^\circ)^2 = S^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2 \tag{15}$$

将式 (13) ~式 (15)代入式 (12), 得

$$r^2 + H_0^2 + R^2 - 2Rr - S^2 + H_0(r - R)\theta + H_0r\varphi = 0 \tag{16}$$

式 (8)与式 (16)联立, 并设固定盘、摆动盘直径分别为 D_2 和 D_1, 可得 φ和 H_0 的近似表达式:

$$\varphi \approx \frac{R - r}{r}\theta = \frac{D_2 - D_1}{D_1}\theta \tag{17}$$

$$H_0^2 \approx S^2 - (R - r)^2 = H^2 \tag{18}$$

现在, 可将 φ, h_1 统一成 θ的函数:

$$\varphi \approx \frac{D_2 - D_1}{D_1}\theta \tag{19}$$

$$h_1 = H - H_0\cos\theta \approx H - H\cos\theta \tag{20}$$

将式 (19)、式 (20)代入式 (6), 并且因 θ很小, 整理可得

$$\left(H + l\frac{D_2 - D_1}{D_1}\right)^2\ddot{\theta} + g\left[H - l\left(\frac{D_2 - D_1}{D_1}\right)^2\right]\theta = 0 \tag{21}$$

上式有解, 即机构为稳定系统的条件是

$$\frac{H}{l} \geqslant \left(1 - \frac{D_2}{D_1}\right)^2 \tag{22}$$

由式 (21)可得系统一阶固有频率为

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g\left[H - l\left(\frac{D_2 - D_1}{D_1}\right)^2\right]}{\left(H + l\frac{D_2 - D_1}{D_1}\right)^2}} \tag{23}$$

从式 (23)可以看出当 $D_2 = D_1$ 时:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{H}} \tag{24}$$

式 (24)表明当三线摆上下摆盘直径相同时, 机构固有频率求解等同于类似的单摆频率求解.

2　算例分析

通过上述推导得出了三线摆水平摆动固有频率计算公式, 影响其性能的主要因素为其结构参数 H, D_1, D_2 和 l 为了更好的给机构设计提供一般性指导, 将式 (23)变换为 l固定时 D_2/D_1 和 H/l的形式, 从而避免因为 H, D_1, D_2 和 l的具体取值限制了研究的一般性.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{g}{l}\left[\frac{H}{l} - \left(\frac{D_2}{D_1} - 1\right)^2\right]}{\left[\frac{H}{l} + \left(\frac{D_2}{D_1} - 1\right)\right]^2}} \tag{25}$$

由于负载一般支撑在固定盘上方, 可以知道 H/l最大值为 1, 根据式 (22)可知 $D_2/D_1 \leqslant 2$ 一般情况, 分析时取 D_2/D_1 的范围为 1.3~1.7, 取H/l

的范围为 0.5~0.9,图 5~图 8表示了 l取不同值时, D_2/D_1和 H/l对三线摆固有频率的影响. 从中可以看出有以下规律: ①随着 l增大, 固有频率降低, 但是 l增大会增加机构的高度和被支撑负载的重心, 从而在实际结构设计时受到限制; ②对于一个固定的 l, 随着 D_2/D_1增大, H/l减小, 机构固有频率降低.

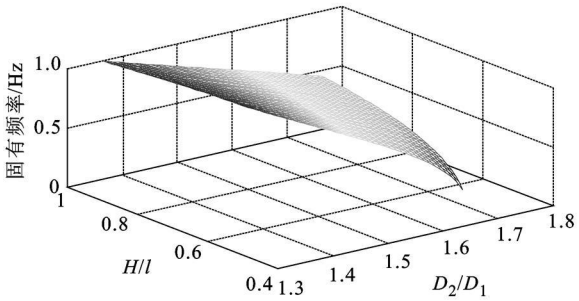


图 5 $l=0.1m$, D_2/D_1和 H/l对固有频率的影响

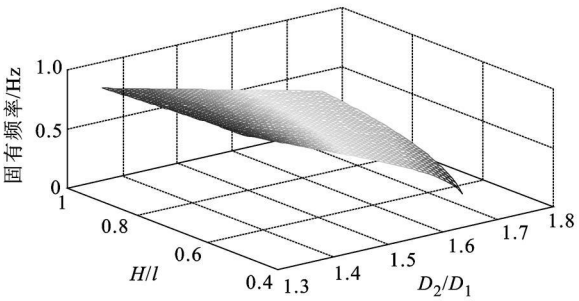


图 6 $l=0.15m$, D_2/D_1和 H/l对固有频率的影响

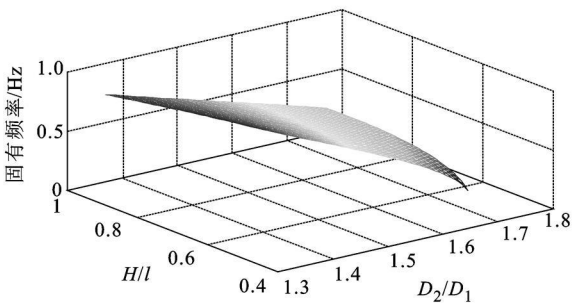


图 7 $l=0.2m$, D_2/D_1和 H/l对固有频率的影响

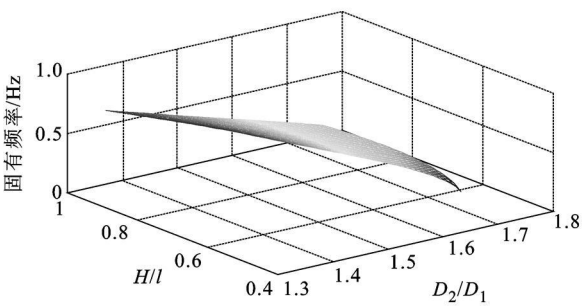


图 8 $l=0.25m$, D_2/D_1和 H/l对固有频率的影响

通过推导结果和分析结果得知, 一般情况, 在满足式 (22), 即机构稳定的前提下, 根据整体设备的高度要求, 通过增大固定盘与摆动盘直径比 (D_2/D_1), 减小固定盘与摆动盘距离和支撑高度之比 (H/l), 可以得到很低的固有频率, 这一点对于结构设计非常重要.

3 结 论

本文研究了一种水平隔振机构三线摆. 首先建立了拉格朗日方程以求解其固有频率, 在求解过程中, 设定机构为微幅摆动, 通过几何关系的求解, 将方程中变量转化为其中一个变量 θ的函数, 从而得到了机构水平摆动固有频率. 然后根据固有频率公式分析了机构结构参数对机构固有频率的影响. 通常, 增大负载支撑高度可以降低机构固有频率, 但同时也会增加整个设备的高度, 从而受到结构设计的限制. 为此在保证机构稳定的前提下, 根据整体设备的高度要求, 通过增大固定盘与摆动盘直径比, 减小固定盘与摆动盘距离和支撑高度之比, 可以达到降低固有频率而不过分增加机构高度的目的. 本文对三线摆机构的分析过程对于以后的类似线摆的分析具有较大意义.

参考文献 (References)

[1] Keown M c. From micro to nano-machining-towards the nanometer era[J]. Sensor Review, 1996, 16: 4-10

[2] Rivin E I. Vibration isolation of precision equipment[J]. Precision Engineering, 1995, 56: 17-41

[3] Kim J J, Amick H. Active vibration control in fabs[J]. Semiconductor International, 1997, 7: 1-6

[4] Subrahmanyan P K. A model approach to precision motion control [D]. USA: Dept of Mechanical Engineering, MIT, 1999

[5] Ibrahim R A. Recent advances in nonlinear passive vibration isolators[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 314: 371-452

[6] Matthew J W. Horizontal vibration isolation system: US3784146 [P]. 1974-01-08

[7] Nelson P G. Suspended low-frequency horizontal pendulum isolator for vibration isolation systems: US5779010[P]. 1998-07-14

[8] Erin C, Wilson B. An improved model of a pneumatic vibration isolator: theory and experiment[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 218(1): 81-101

[9] 张鸣. 超精密气浮运动台流固耦合模态分析及优化设计[D]. 北京: 清华大学精密仪器与机械学系, 2005
ZhangMing. Modal analysis and optimization design for an ultra precision linear motion gas bearing stage using a fluent-structure coupled method[D]. Beijing: Department of Precision Instrument and Mechanology, Tsinghua University, 2005 (in Chinese)

[10] 刘丹, 侯之超. 三线摆方程简化及其共振问题研究[J]. 振动与冲击, 2007, 26: 136-139
Liu Dan, Hou Zhichao. Simplification of governing equation of a trifilar pendulum and its resonance problem[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26: 136-139 (in Chinese)

(编 辑: 文丽芳)