基于引导型人工免疫算法的最优 Lambert变轨

彭 坤 徐世杰 陈 统

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 主要研究了燃料最省的 Lambert双脉冲变轨问题. 首先对普适变量法进行改进以避免奇异,并将其用于 Lambert双脉冲变轨问题的求解. 然后针对只给定初始时刻追踪航天器和目标航天器的轨道要素及总时间约束的交会问题,引入调相时间的概念,并将其和转移时间作为 Lambert变轨的优化变量. 最后采用引导型人工免疫算法 GAIA (Guiding Artificial Immune Algorithm)对该优化问题进行寻优. 仿真算例表明,与自适应遗传算法 AGA (Adaptive Genetic Algorithm)相比, GAIA具有更强的寻优能力和更快的寻优速度,从而验证了 GAIA用于最优 Lambert变轨的有效性.

关 键 词: Lambert变轨; 最优化; 人工免疫算法; 局部搜索策略

中图分类号: V 448. 234

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965 (2010) 01-0006-04

Optimal Lambert transfer based on guiding artificial immune algorithm

Peng Kun Xu Shijie Chen Tong

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The optimization with cost function of fuel consumption minimum for Lambert two-impulse transfer was studied. Firstly, the universal variables method was modified to avoid singularity, and it was used to solve the Lambert two-impulse transfer problem. Then for the rendezvous problem with only orbit elements fixed of a chase spacecraft and a target spacecraft in initial time, the concept of phase time was introduced under the restriction of the total time. Both the phase time and transfer time were considered as variables to be optimized in the Lambert transfer. Finally, a guiding artificial immune algorithm (GAIA) was applied to solve this optimization problem. Simulation results show that, compared with adaptive genetic algorithm (AGA), GAIA has stronger search capacity and quicker search speed, which validates the effectiveness of GAIA for the optimal Lambert transfer.

Key words: Lambert transfer; optimization; artificial immune algorithm; local search strategy

交会问题是航天器轨道动力学的一个基本问题. 在交会过程中,燃料消耗是需要考虑的主要问题之一. 一般可用 Lambert双脉冲变轨来实现航天器的交会,在给定变轨初始位置、目标位置和转移时间的情况下,求解出 Lambert转移轨道,然后计算出变轨所需的速度增量.

目前,已有很多关于 Lambert变轨的研究成果. 文献[1-2]研究了在给定变轨初始位置、目标位置和转移时间条件下的多圈 Lambert变轨问题,得到了燃料最优解. 但变轨初始位置、目标位置和转移时间可能在一定范围内变化,将它们进行优化使燃料消耗最省更有实际意义. 由于 Lambert变轨问题无法获得解析解,很多学者利用随机优化算法来求解这一问题. 文献[3]利用遗传算法 GA (Genetic Algorithm)研究了最优 Lambert变轨问题,但仅考虑了圆轨道之间初始位置固定的转移;文献[4]利用遗传算法求解了任意轨道、初始位置有约束的燃料和时间综合最优问题,但

收稿日期: 2009-08-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10702003)

作者简介: 彭 坤 (1984-),男,湖北鄂州人,博士生, bhkpeng@126. com.

仿真算例中只考虑了同平面轨道间、目标位置固定的转移.文献[5]用自适应模拟退火遗传算法来求解初始位置、目标位置和转移时间均不固定的 Lambert变轨问题.在实际工程中,往往只给定追踪航天器和目标航天器在初始时刻的轨道要素,并要求在一定的时间范围内实现两航天器的交会.

对于这类问题,变轨初始位置无法用轨道要素进行约束,而且追踪航天器变轨时,目标航天器也在运动,因此变轨的目标位置和转移时间不是相互独立的.此时再将初始位置、目标位置和转移时间作为优化变量不能很好地描述该问题,也不便利用优化算法来寻优.

本文引入调相时间的概念,并将调相时间和转移时间作为 Lambert变轨问题的优化变量,对于只给定两航天器在初始时刻的轨道要素及总时间约束的交会问题,采用一种新的优化算法即人工免疫算法 AIA(Artificial Immune Algorithm)寻求燃料最省的 Lambert转移轨道.同时,对基本型 AIA进行改进,加入引导因子提高算法的局部寻优能力,得到引导型人工免疫算法 GAIA(Guiding Artificial Immune Algorithm).最后用实例验证了该算法的有效性.

1　Lambert变轨问题及求解

Lambert变轨过程(见图 1)可以描述为:在二体模型下,已知航天器在 T_1 时刻的位置矢量和速度矢量分别为 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{v}_{1i}$,求在 T_1 和 T_2 时刻施加的速度增量 $\Delta\mathbf{v}_1$ 和 $\Delta\mathbf{v}_2$,使得航天器在 T_2 时刻的位置矢量和速度矢量分别为 $\mathbf{r}_2$ 和 $\mathbf{v}_{2f}$.此问题可简单描述为已知航天器在某一转移轨道上两点的位置矢量为 $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ 和转移时间 Δt,求其在这两点的速度矢量 $\mathbf{v}_{1t}$和 $\mathbf{v}_{2t}$.

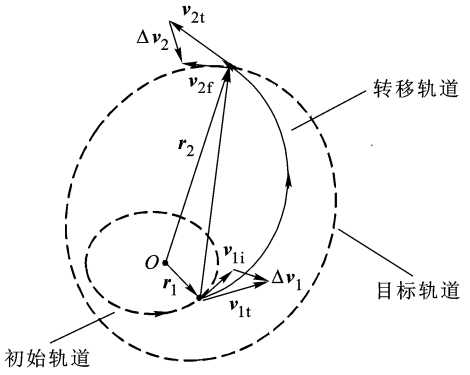

图 1　Lambert变轨示意图

目前,Lambert变轨问题大多根据“Lambert飞行时间定理”来求解[4-5],但求解过程需要根据不同情况进行分别处理.本文采用普适变量法,该方法可以避免多种特殊情况的处理,比采用 Lambert飞行时间定理更加直接方便.

普适变量法求解 Lambert变轨问题的方程如下:

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{v}_{2t} &= (\mathbf{r}_2 - F\mathbf{r}_1)/G\\ \dot{\mathbf{v}}_{2t} &= (G\dot{\mathbf{r}}_2 - \dot{\mathbf{r}}_1)/G\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中,F, G, $\dot{G}$为普适变量 z的函数;z的定义和 $F(z)$, $G(z)$及 $\dot{G}(z)$的形式详见文献[6].

z与 Lambert变轨转移时间 Δt间关系如下:

$$\Delta t = (x^3 S + A\sqrt{y})/\sqrt{\mu} \tag{2}$$

式中,$x(z)$, $S(z)$和 $y(z)$为 z的函数[6];A是由 $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$确定的常数[7];$\mu$是地球引力常数.

普适变量法首先选取普适变量 z的初值,由式(2)用迭代法求出 z,然后由 z求出 F, G, $\dot{G}$,最后由式(1)求出 $\mathbf{v}_{1t}$和 $\mathbf{v}_{2t}$,得出 Lambert变轨所需的速度增量大小为

$$\Delta v = |\Delta\mathbf{v}_1| + |\Delta\mathbf{v}_2| = |\mathbf{v}_{1t} - \mathbf{v}_{1i}| + |\mathbf{v}_{2f} - \mathbf{v}_{2t}| \tag{3}$$

普适变量法仍存在奇异问题.当真近点角差 $\Delta f = \pi$时,$G = 0$,由式(1)计算速度矢量时就会产生奇异.为避免奇异,先建立直角坐标系 Ox_Ty_T(见图 2),则 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ 可分解为

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{r}_1 &= r_1 + n_x\\ \mathbf{r}_2 &= r_2\cos\Delta f\cdot n_x + r_2\sin\Delta f\cdot n_y\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中,n_x, n_y分别为 x_T和 y_T轴方向的单位矢量.

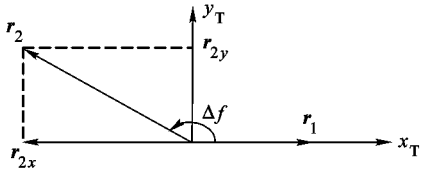

图 2　矢量分解图

将式(4)代入式(1)中,并令 $\Delta f = \pi$可得

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{v}_{1t} &= -\frac{\sqrt{\mu}(1 - zS)}{\sqrt{C(r_1 + r_2)}}\cdot n_x + \frac{\sqrt{2\mu r_2}}{\sqrt{r_1(r_1 + r_2)}}\cdot n_y\\ \mathbf{v}_{2t} &= -\frac{\sqrt{\mu}(1 - zS)}{\sqrt{C(r_1 + r_2)}}\cdot n_x - \frac{\sqrt{2\mu r_1}}{\sqrt{r_2(r_1 + r_2)}}\cdot n_y\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中,r_1, r_2和 μ均为常数;C和 S是普适变量 z的函数,它们均与 Δf无关,不会出现奇异.故当 $\Delta f = \pi$时,用式(5)代替式(1)计算转移轨道的速度矢量能有效避开奇异问题.

当 $\Delta f=\pi$ 时，r_1 和 r_2 共线，无法确定 n_y 的平面. 为计算方便，选择 r_1 和 v_{1i} 确定的平面.

2 燃料最优的 Lambert变轨问题

对于只给定初始时刻两航天器的轨道要素及总时间约束的轨道交会问题，存在着无数种解，需设计出一条满足总时间约束且燃料消耗最少的 Lambert转移轨道. 由于对变轨的初始位置没有约束，且变轨的目标位置和转移时间不是相互独立的，无法直接给出变轨初始位置和目标位置的取值范围，不利于 Lambert转移轨道的优化.

本文选取调相时间 t_1 和转移时间 t_2 作为优化变量. 设初始时刻为零时刻，零时刻到第 1次变轨的时间为 t_1，2次变轨之间的时间为 t_2. 若总时间要求为 t，则可设 $t_1,\ t_2\in[0,\ t]$. 通过 t_1 和 t_2 可求出第 1次变轨追踪航天器的真近点角和第 2次变轨目标航天器的真近点角，从而解出速度增量 Δv. 由于总时间要求为 t，即 $t_1+t_2\leq t$，故可令速度增量为如下形式：

$$\Delta v=\begin{cases}|v_{1t}-v_{1i}|+|v_{2f}-v_{2t}| & t_1+t_2\leq t\\ 10^{10} & t_1+t_2>t\end{cases} \tag{6}$$

给定一个算例，设零时刻初始和目标轨道的轨道要素见表 1，总时间要求为 1 d，即 86 400 s

表 1 零时刻初始轨道和目标轨道的轨道要素

轨道要素	a/m	e	i/(°)	Ω/(°)	ω/(°)	θ/(°)
初始轨道	7 021 004	0.001	20	15	10	0
目标轨道	12 000 000	0.01	30	20	30	150

根据表 1的轨道数据和总时间要求，以 t_1 和 t_2 为自变量，每隔 1 000 s取一个点，可以得到 Δv 的三维曲面图. 若直接取 Δv 为评价值看不出速度增量最优值的分布情况，为此可取 $10^4/\Delta v$ 为评价值，如图 3所示.

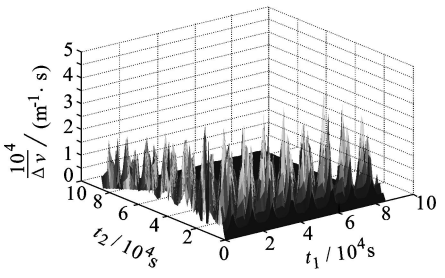

图 3 $10^4/\Delta v$ 随 t_1 和 t_2 变化的曲面图

图 3中最高点对应着最小的速度增量，由图 3可知此问题中存在着多处局部最优值，寻优难度比较大.

3 人工免疫算法

由于 Lambert变轨问题无法获得解析解，目前广泛采用遗传算法 GA来优化 Lambert变轨问题[3-5]. 但 GA保持解群多样性的能力不足，算法易陷入早熟收敛. 人工免疫算法 AIA是一种新型的优化算法，由 Castro等人于 2000年首次提出. 它是模拟生物免疫系统智能行为而提出的仿生算法，具有寻优成功率高、个体多样性好的特点.

3.1 人工免疫算法原理

人工免疫算法模拟生物免疫系统，将待优化的问题对应抗原，可行解对应抗体，可行解的质量对应抗体与抗原的亲和度，将寻优过程与生物免疫系统识别抗原并实现抗体进化的过程对应起来，形成一种智能优化算法.

3.2 人工免疫算法设计

以下设计适合优化 Lambert变轨问题的人工免疫算法：

1) 计算亲和度：产生初始种群，将亲和度设为 $f_{\text{aff}}(X)=10^4/\Delta v,\ X=[t_1\ \ t_2]$.

2) 计算浓度和激励度：在寻优过程中，优化算法应对浓度过高的抗体进行抑制以保持个体的多样性. 抗体浓度和激励度的定义详见文献[7]. 激励度是对抗体质量的最终评价结果，它综合考虑了抗体的亲和度和浓度. 个体的亲和度越大，浓度越小，激励度越大.

3) 免疫操作：首先根据激励度进行免疫选择，然后进行 m 次克隆、变异操作，实现局部搜索. 变异操作采用如下规则：

$$X_{i,j,k}=\begin{cases}X_{i,j,k}+(P_r-0.5P_m)\cdot\delta & P_r<P_m\\ X_{i,j,k} & \text{其他}\end{cases} \tag{7}$$

式中，$X_{i,j,k}$ 为抗体 X_i 的第 k 个克隆体的第 j 个变量；δ 为定义的邻域范围；P_r 为 $(0,\ 1)$ 之间的随机数；P_m 为变异概率. 最后进行克隆抑制，找出变异后的抗体及源抗体中亲和度最高的抗体 A_i 替代源抗体 X_i，使得种群中抗体个数不变.

4) 种群刷新：对激励度低的抗体，AIA将进行删除并随机生成新抗体 B_i 替代删除的抗体.

3.3 引导型局部搜索策略

基本型 AIA的局部搜索机制可简单描述为克隆—变异—克隆抑制，盲目性较大，没有任何信息交换，从而导致 AIA的局部搜索能力不强. 本文将当前群体搜索到的最优解引入局部搜索中，得到了 GAIA. 相对基本型 AIA，其变异算子为

$$X_{i,j,k}=\begin{cases} b_j & k<m/2 \quad P_r<G_f \\ X_{i,j,k}+(P_r-0.5P_m)\cdot\delta & \\ & k\geq m/2 \quad P_r<P_m \\ X_{i,j,k} & \text{其他} \end{cases} \tag{8}$$

式中,b_j为当前种群的最优解 b的第 j个变量;m为克隆数目;G_f为引导因子,取值范围为 [0, 1],表示 b对克隆体的引导强度.

4 仿真实例及分析

采用第 2节中的算例进行优化计算,则优化变量为 t_1, $t_2\in[0, 86\,400]$. AIA的种群规模 $N=150$,最大进化代数 $g_{max}=80$,克隆规模 $m=20$,变异概率 $P_m=0.8$,引导因子 G_f自适应确定.

分别用 GAIA和自适应遗传算法 AGA[4]对实例进行 50次随机优化,2种算法的优化结果见表 2、图 4、图 5. 表 2为 GAIA与 AGA分别进行 50次随机仿真得到的最好优化结果及平均最优速度增量 $\Delta\bar{v}$和平均计算时间 T. 由表 2中可得 GAIA寻得的最优 Δv比 AGA的少 25.8 m/s,且 GAIA的 $\Delta\bar{v}$比 AGA的少 1.4 m/s,说明 GAIA的寻优效果比 AGA好. 同时,GAIA的 T比 AGA的少 71.1 s,说明 GAIA的寻优速度比 AGA快. 图 4为 GAIA进行 50次随机仿真的最优解分布情况. 图 5为图 3中所有 $10^4/\Delta v\geq 3.5$的点在 t_1-t_2平面上的投影图. 结合两图可知,GAIA搜索到的局部最优值很广泛,对复杂的优化问题更容易搜索到最优值.

表 2　最优变轨参数

算法	Δv/(m·s^{-1})	$\Delta\bar{v}$/(m·s^{-1})	T/s
GAIA	2092.8	2153.2	74.4
AGA	2118.6	2154.6	145.5

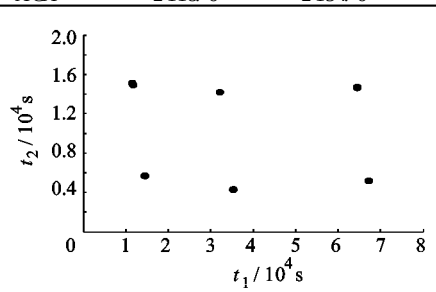

图 4　GAIA的最优解分布

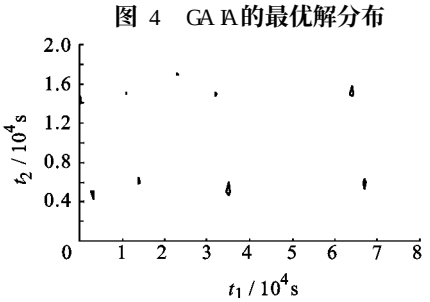

图 5　$10^4/\Delta v\geq 3.5$对应的 (t_1, t_2)的可行区域

5 结束语

本文针对只给定初始时刻跟踪与目标航天器的轨道要素及总时间约束的航天器交会问题,首先引入调相时间和转移时间,并用改进的普适变量法对 Lambert变轨问题进行求解;然后在基本型人工免疫算法中加入引导因子来提高局部收敛能力,得到了引导型人工免疫算法,并将其应用到最优 Lambert变轨问题中. 仿真结果证明,GAIA能快速搜索到满足总时间约束的速度增量最小的 Lambert转移轨道,且速度增量比 AGA得到的最优速度增量更小. 同时证明了 GAIA具有良好的全局和局部搜索能力,为其它的优化问题提供了一种新的优化方法.

参考文献 (References)

[1] Shen H J, Tsiotras P. Optimal two-impulse rendezvous using multiple-revolution Lambert solutions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(1): 50 - 61

[2] 韩潮,谢华伟. 空间交会中多圈 Lambert变轨算法研究[J]. 中国空间科学技术, 2004, 24(5): 9 - 14
Han Chao, Xie Huawei. Research on algorithm of loopy Lambert transfer in space rendezvous[J]. Chinese Space Science and Technology, 2004, 24(5): 9 - 14 (in Chinese)

[3] Spencer D B, Kim Y H. Optimal spacecraft rendezvous using genetic algorithms[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2002, 39(6): 859 - 865

[4] 陈统,徐世杰. 基于遗传算法的最优 Lambert双脉冲转移[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(3): 273 - 277
Chen Tong, Xu Shijie. Optimal Lambert two-impulse transfer using genetic algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(3): 273 - 277 (in Chinese)

[5] 卢山,陈统,徐世杰. 基于自适应模拟退火遗传算法的最优 Lambert转移[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(10): 1191 - 1195
Lu Shan, Chen Tong, Xu Shijie. Optimal Lambert transfer based on adaptive simulated annealing genetic algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(10): 1191 - 1195 (in Chinese)

[6] 王威,于志坚,郗晓宁. 航天器轨道确定——模型与算法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 140 - 176
Wang Wei, Yu Zhijian, Xi Xiaoning. Spacecraft orbit determination—model and algorithm[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2007: 140 - 176 (in Chinese)

[7] 孙宁. 人工免疫优化算法及其应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院自动化测试与控制系, 2006
Sun Ning. Artificial immune optimization algorithm and applications[D]. Harbin: Department of Automatic Test and Control, School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, 2006 (in Chinese)

(编　辑:刘　晔)