基于边界保持的非闭合细分曲面小波变换

赵 罡 白 杰 季宝朋 俞佳庆

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

摘 要: 针对非闭合 Loop细分曲面,提出一种小波变换的方法. 该方法利用网格边界所在的平面作为映射镜面,将非闭合的网格曲面转换为具有对称形状的闭合网格曲面. 在此情况下,原网格边界上的顶点变为新生成闭合网格的内部顶点,在对其进行小波变换后将镜像复制的部分去除即可得到新网格及其边界. 该算法同时能够保证网格曲面边界在进行小波变换过程中始终保持在同一平面内,为基于多分辨技术的细分曲面数控加工定位面的确定带来方便.

关 键 词: 计算机应用; Loop细分小波; 边界保持

中图分类号: TP 391. 73

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2010)01-0057-04

Unclosed loop subdivision wavelets transform based on boundary preserving

Zhao Gang Bai Jie Ji Baopeng Yu Jiaqing

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A loop subdivision wavelet transform algorithm for the unclosed mesh surface was presented. Using the plane on which the mesh boundary located as the reflection mirror, the unclosed mesh can be mirrored as a closed one with the symmetrical structure. In this case, the boundary points of the original mesh can be treated as the inner points of the new closed mesh. After the wavelet transferred, the new unclosed mesh can be achieved by removing the "virtual mirror points" of the closed mesh. Meanwhile, the plane on which the boundary curves located of the unclosed mesh was kept unchanged during the process of the loop subdivision wavelet transformation, which brought convenient in looking for the locating surface in multiresolution-based mesh NC machining.

Key words: computer application; loop subdivision wavelets; boundary preserving

NURBS(Non-Uniform Rational B-Splines)造型技术已经成为众多 CAD/CAM (Computer Aided Design/Computer Aided Manufacturing)系统的基本几何表达形式和数据交换的国际标准[1]. 但是NURBS仍然存在难以构造任意拓扑机构的复杂曲面等问题,所以人们仍在不断寻找新的造型方法. 细分曲面方法的提出克服了 NURBS方法存在的不足,能够用于构造任意拓扑结构的自由曲面. 1987年,文献[2]提出了一种基于三角网格模型的细分曲面构造算法——Loop算法,算法随后得到了文献[3-4]的进一步拓展. 拓展的 Loop算法具有任意性、整体连续性、算法稳定性和可伸缩性等特点,因而受到越来越多的关注,目前此类曲面已被应用于 NC加工等工程领域[5].

针对 Loop细分曲面,文献[6-7]于 2004年同时提出了基于提升格式和非提升格式的小波分解和重构算法. Loop网格曲面通过小波变换,可以得到一系列精细程度不同的尺度网格模型,这些网格模型均为原始网格模型的逼近模型. 目前细分小波的多分辨特性已经被应用在网络数据传输等领域[8]. 在数控加工过程中,不同的加工工步需借助不同的几何模型作为生成刀具轨迹的参

收稿日期: 2009-03-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60603089); 北京市科技新星计划资助项目(2007B018)

作者简介: 赵 罡(1972-),男,河北文安人,副教授, zhaog@buaa.edu.cn.

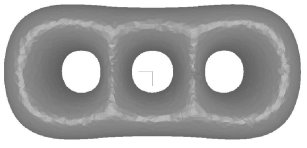
考模型,这些参考模型实际上是对精确模型的逐层逼近,一般称这些模型为留量模型[9]. 而 Loop 细分曲面通过小波分解得到的不同层次的尺度曲面恰好具有这一特性,将 Loop 网格曲面用于数控加工时,使用者可借助这些尺度网格曲面的多分辨模型来得到相应加工工步的留量模型.

由于零件在实际加工过程中,其定位面一般保持不变,而现有的细分小波分解重构算法均针对闭合曲面,所处理的均为曲面内部顶点,难以保持其某一表面作为定位面保持不变. 一般的 Loop 细分曲面的边界处理算法将边界作为细分曲线进行处理[3].

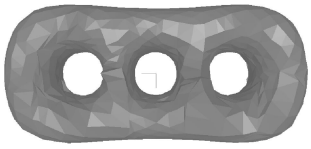
本文提出一种非闭合 Loop 细分曲面的小波变换算法,该算法利用定位面作为映射镜面,将非闭合的网格曲面转换为具有对称形状的闭合网格曲面. 在此情况下,很容易保证原非闭合网格曲面的多层次边界均保持在同一定位面上.

1 提升格式的 Loop 细分小波算法

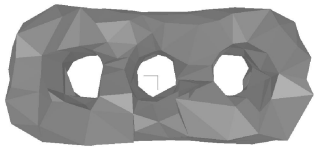
细分曲面的小波分解过程可看作由精细网格逐层得到与其近似的粗网格的过程,如图 1所示.



a 原始网格曲面



b 小波分解 3次的网格曲面



c 小波分解 4次的网格曲面

图 1 Loop细分小波分解效果示例

小波重构过程为小波分解过程的逆过程. 最简单的 Loop 细分曲面小波重构公式如下[6]:

$$e \leftarrow e + \frac{3}{8}(v_0 + v_1) + \frac{1}{8}(v_2 + v_3) \quad (1)$$

$$v \leftarrow \beta(n)\, v + \frac{1-\beta(n)}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i \quad (2)$$

其中,e为小波顶点;v为尺度顶点;e_i为与当前尺度顶点 v相关的小波顶点;v_i为与当前小波顶点 e 相关的尺度顶点;n为尺度顶点的度 (邻边数).

$$\beta(n) = \frac{8}{5}\alpha(n) - \frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\alpha(n) = \frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\cos\frac{2\pi}{n_j}\right)^2 \quad (4)$$

与此相对应,Loop细分曲面小波分解过程可视为上述重构过程的逆过程.

但正如文献 [6]中所述,此种细分小波变换会产生尖角等不可预测的形状,结果不能令人满意. 文献 [6]称上述小波变换方法为“惰性小波变换”(lazy wavelet synthesis). 同时文献 [6]提出了基于提升格式的双正交化的小波分解和重构公式,用于改进上述不足.

双正交化提升格式 Loop 细分小波分解可分为 4步,过程如下:

$$v_i \leftarrow v_i - \delta_i e \qquad i = 0, 1 \quad (5)$$

$$v \leftarrow v/\beta(n) \quad (6)$$

$$e \leftarrow e - \frac{3}{8}(v_0 + v_1) - \frac{1}{8}(v_2 + v_3) \quad (7)$$

$$v_i \leftarrow v_i - \omega_i e \qquad i = 0, 1, 2, 3 \quad (8)$$

与此相对应,双正交化提升格式 Loop细分小波重构也可分为 4步,过程如下:

$$v_i \leftarrow v_i + \omega_i e \qquad i = 0, 1, 2, 3 \quad (9)$$

$$e \leftarrow e + \frac{3}{8}(v_0 + v_1) + \frac{1}{8}(v_2 + v_3) \quad (10)$$

$$v \leftarrow \beta(n)\, v \quad (11)$$

$$v_i \leftarrow v_i + \delta_i e \qquad i = 0, 1 \quad (12)$$

式 (5) ~式 (12)中所涉及系数如下:

$$\delta_i = \frac{1-\beta_i}{n_i} \quad (13)$$

ω_i为细分正交化系数,其计算过程和常用正交化系数参见文献 [6].

2 Loop细分小波曲面边界保持算法

本文设曲面的边界 L 与一任意平面 F相重合,F可视作数控加工时的定位面. 参考 B样条小波变换中边界处理方式中的镜像处理算法[10],本文提出的 Loop细分曲面在小波分解重构过程中边界保持算法思想如下.

为了保证边界小波分解和重构算法与内部处理算法的一致性,可认为将曲面进行对称复制,即将曲面以平面 F为对称面进行镜像复制,如此则边界线 L变为了整张曲面网格的内部特征线. 又根据当前整张网格相对于 F的对称性可得,针对当前网格的 Loop细分小波的分解和重构处理可以保证 L始终保持在 F平面上. 平面 F可通过平面内一定点 P_F,以及平面实际网格一侧的单位法

矢 v_F唯一确定.

在实际处理中,为保持算法的简洁性和快速性,并不需要对整张曲面进行镜像处理,而只需参考文献[11]中的对称网格带的概念,在每次分解或重构前,构造与边界相关的对称网格带即可,如图 2所示. 现将本算法步骤介绍如下.

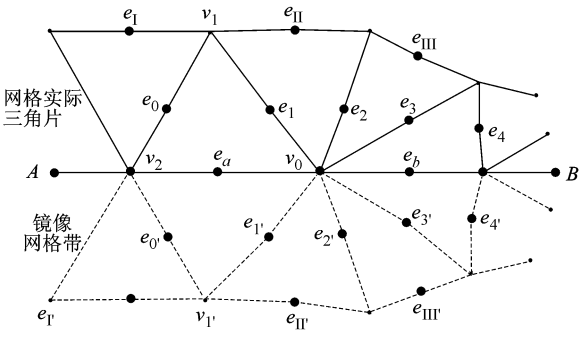


图 2　边界对称网格带示意图

2 1　边界网格带顶点的构造

如图 2所示,A-B 为网格边界的一段,A-B 上侧为网格实际三角片,下侧为镜像网格带.

如式(3)～式(13)所示,在小波分解和重构过程中所需各系数均与顶点的度(即顶点邻边数)有关,参见图 2,边界顶点在构造对称网格带后邻边数发生变化,在计算小波系数过程中所需的边界顶点的度应以构造网格带后的情况为准. 设构造网格带前,某边点的度为 n,构造对称网格带后为 n',则 $n'=2n-2$

2 2　网格边界的小波分解算法

与文献[6]方法类似,本文所提出的边界形状保持算法同样遵从提升格式 Loop细分曲面小波分解的 4个步骤,为方便论述,本文将文献[6]中 Loop细分曲面小波分解的 4个步骤依次命名如下.

1) 尺度顶点前处理.

细分曲面小波分解的尺度顶点前处理过程可以有 2种不同的阐述方式: ①以小波顶点为处理对象; ②以尺度顶点为处理对象.

公式(5)的表述是以小波顶点为处理对象的. 为方便对边界顶点处理的表述,本文按第 2种方式,以尺度顶点为处理对象进行表述. 如此,则公式(5)转变为

$$v \leftarrow v - \delta \sum_{i=0}^{n-1} e_i \qquad (14)$$

当处理边界上的尺度顶点时,如图 2所示,在构造对称网格带后,与边界上的尺度顶点相邻的小波顶点不但有原网格的小波顶点,还有新构造的面对称网格带小波顶点. 假设某边界尺度顶点的相邻小波顶点中 e_0和 e_1为边界小波顶点,其它为内部小波顶点,则边界尺度顶点的处理公式为

$$v \leftarrow v - \delta(e_0 + e_1) - \delta \sum_{i=2}^{n-1}(e_i + e_i') \qquad (15)$$

其中,$e_i' = e_1 - 2[(e_1 - P_F)\cdot v_F]v_F$,为 e_i 关于对称平面的对称小波点.

2) 尺度顶点缩放.

尺度顶点缩放处理时,边界尺度顶点和内部尺度顶点的处理公式相同,但应注意处理边界尺度顶点时,计算 $\beta(n)$, n的取值为 2 1节中所述的 n',即镜像后当前尺度顶点的度(邻边数).

3) 小波顶点计算.

细分曲面小波分解小波顶点计算过程以小波点为处理对象,需要小波点的两相邻尺度顶点信息和两相对尺度顶点信息. 边界小波顶点和内部小波顶点的区别在于只有一个真实的相对尺度顶点,所以在构造对称网格带后,任意边界小波顶点得到了第 2个相对尺度顶点. 由此可得,当处理边界小波顶点时公式(7)可变为

$$e \leftarrow e - \frac{3}{8}(v_0 + v_1) - \frac{1}{8}(v_2 + v_2') \qquad (16)$$

其中 $v_2' = v_2 - 2[(v_2 - P_F)\cdot v_F]v_F$.

4) 尺度顶点后处理

细分曲面小波分解的尺度顶点后处理过程是应用小波点的小波信息对小波点的 2个相邻尺度顶点和 2个相对尺度顶点进行最后调整. 由此可将对边界尺度顶点产生影响的小波顶点分为以下 4类: ①边界上的小波顶点,如图 2中的小波点 e_a, e_b; ②只有 1个相邻尺度顶点为边界点的小波顶点,如图 2中的小波点 e_2; ③只有 1个相对尺度顶点为边界点的小波顶点,如图 2中的小波点 e_1, e_{II}, e_{III}; ④有 1个相邻尺度顶点和 1个相对尺度顶点为边界点的小波顶点,如图 2中的小波点 e_0, e_1, e_3, e_4.

进行第 4)步处理时,当遇到对边界尺度顶点产生影响的小波点时,必须注意:当计算正交化系数 w时,无论相邻边界尺度顶点还是相对边界尺度顶点所用的度均为生成对称网格带后的度.

当处理第 ①类小波顶点时,与 3)中所述过程类似,需取唯一相对尺度顶点在对称网格带中的对应顶点作为第 2个相对尺度顶点.

在处理第 ②、第 ③、第 ④类小波顶点时,不但其本身对与其相邻或相对的边界尺度顶点产生影响,其在对称网格带中相对应的小波顶点同样对与其相邻或相对的边界尺度顶点产生影响,所有在处理该类小波点的小波信息对边界尺度顶点进

行调整时,公式(8)可变为

$$v_i \leftarrow v_i - \omega_i (e + e') \quad (17)$$

其中,$e' = e - 2[(e - P_F) \cdot v_F] v_F$; v_i 为边界尺度顶点.

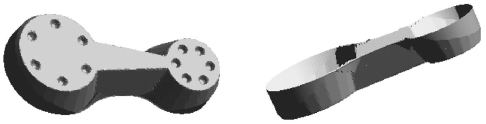
2.3 网格边界的小波重构算法

如第1节所述,提升小波重构过程是小波分解过程的逆过程,对于边界尺度顶点、边界小波顶点、与边界尺度顶点相关的内部小波顶点的重构处理过程,可参考式(9)~式(12)和2.2中所述的小波分解过程予以解决.

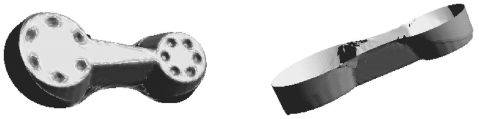
3 算法实例

本节给出了本文算法的2个实例.实例1所示图形精细网格三角片数102 400,见图3;实例2所示图形精细网格三角片数49 152,见图4.

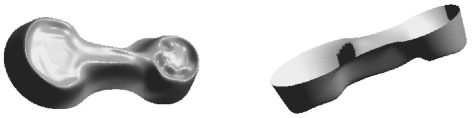
图3表明当网格具有单一边界时,采用本算法,在网格小波变换过程中能够保持其边界始终在原平面内.图4表明当网格具有2条或以上边界时,采用本算法,在网格小波变换过程中各边界能够始终保持在原先所在平面内.



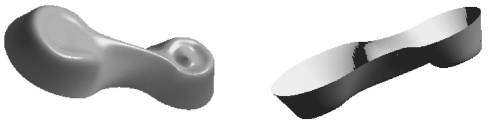
a 原始网格曲面



b 小波分解1次的尺度网格曲面

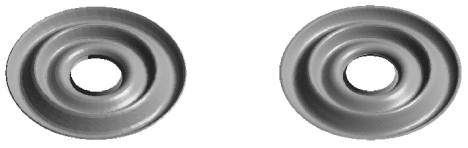


c 小波分解3次的尺度网格曲面

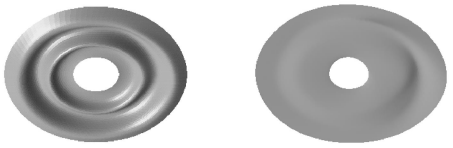


d 小波分解4次的尺度网格曲面

图3 Loop细分小波曲面边界形状保持算法实例1



a 原始网格曲面 b 小波分解1次的尺度网格曲面



c 小波分解3次的尺度网格曲面 d 小波分解4次的尺度网格曲面

图4 Loop细分小波曲面边界形状保持算法实例2

4 结 论

本文提出了一种边界保持的非闭合网格曲面的小波分解重构算法.该算法利用定位面作为映射镜面,将非闭合的网格曲面转换为具有对称形状的闭合网格曲面,能够使得网格曲面边界在Loop细分小波变换过程中始终保持在同一平面内.而三轴铣削加工过程中,经常将零件固定在一个平台上,零件的待加工表面正好可以看作一个倒扣在加工平台上的面具,在不同的加工工步中,其零件边界应该保持在同一平面内.基于Loop细分曲面的小波分解算法所生成的不同层次的尺度网格模型可以通过简单调整后,作为数控加工过程中同一零件不同加工工步的加工参考模型.同时,本算法也适用于在Loop小波变换过程中需保持网格边界在同一平面内的各种场合.经验证,算法效果良好.

参考文献 (References)

[1] Zhu X. The modeling technology of free form curves and surfaces [M]. Beijing: Science Press, 2000: 138 - 169

[2] Loop C. Smooth subdivision surfaces based on triangles[D]. Salt Lake: Department of Mathematics, University of Utah, 1987

[3] Hoppe H, DeRose T, Duchamp T. Piecewise smooth surface reconstruction[C]//Computer Graphics Proceedings. New York: ACM Press, 1994: 295 - 302

[4] Biermann H, Levin A, Zorin D. Piecewise smooth subdivision surfaces with normal control [C]//Proceedings of SIGGRAPH 2000. New York: ACM Press, 2000: 113 - 120

[5] Wang Z. Research on critical technology of subdivision surfaces [D]. Nanjing: College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003

[6] Bertram M. Biorthogonal loop-subdivision wavelets[J]. Computing Springer, 2004, 72(1/2): 29 - 39

[7] Li D, Qin K, Sun H. Unlifted loop subdivision wavelets[C]// Proceedings of Pacific Graphics 04. Washington DC: IEEE Computer Society, 2004: 25 - 33

[8] Jessl J, Bertram M, Hagen H. Web-based progressive geometry transmission using subdivision-surface wavelets [C]//Proceedings of Web3D 2005. New York: ACM Press, 2005: 29 - 36

[9] Yan G. NC machining based on stock-remaining model[D]. Beijing: School of Mechanical Engineering & Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2001

[10] Lippert L. Wavelet-based volume rendering[D]. Darmstadt: Dept Math, Technical University Darmstadt, 1998

[11] Zhang J. Research on generating subdivision surface and applying to surface modeling[D]. Hangzhou: Department of Mathematics, Zhejiang University, 2003

(编 辑:文丽芳)