聚合物槽道湍流的直接数值模拟

张劲柏 郑昭虎

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191)

摘 要：应用直接数值模拟方法研究了聚合物对槽道湍流的减阻特性.数值计算方法采用谱方法,时间积分采用二阶精度的时间分裂格式.应用 FENE-P 模型对聚合物槽道湍流进行定压降的直接数值模拟计算,揭示了聚合物湍流减阻的启动(onset)现象;应用 O-B 模型进行定流量的直接数值模拟计算,分析了其流动特征.计算结果表明:在低减阻形式中聚合物对湍流的影响主要发生在壁面区,而高减阻形式中聚合物对湍流的影响则遍及全流场.

关 键 词：聚合物；槽道湍流；直接数值模拟；减阻

中图分类号：O 357.5

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)12-1417-04

Direct numerical simulation of turbulent channel flow of polymer solution

Zhang Jinbai Zheng Zhaohu

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The drag reduction characteristic of polymer turbulence in channel flows was investigated using the direct numerical simulation (DNS). In the simulations, the spectral methods employing Fourier series and Chebyshev polynomial were used to make the spatial discretization and the time-splitting method with second-order time accuracy was adopted to carry out time advancement. For three-dimension turbulent channel flows of a polymer solution, based on the FENE-P model, the obtained efficiency of drag reduction for the four cases show that there exists the "onset" phenomena. Based on the O-B model, the simulations show that in low drag reduction, the effect of polymer on turbulence mainly occurs in the near wall region, and in high drag reduction, the effect of polymer on turbulence occurs in the whole flowfield.

Key words: polymer; channel turbulence; direct numerical simulation; drag reduction

聚合物湍流减阻是指在湍流中添加极少量的聚合物高分子物质而使湍流作用于壁面的表面摩擦阻力减小的现象,对这一现象的研究具有极大的实用价值和理论价值.自从试验指出聚合物能使湍流减阻后,人们对许多聚合物高分子溶液的物理性质和流动性质进行了广泛的研究.试验方面,发现了聚合物湍流减阻的启动(onset)现象和最大减阻现象[1],近期的试验揭示出聚合物湍流减阻低减阻和高减阻两种形式;理论方面,时间判据理论[2]和弹性理论[3]定性地解释了聚合物湍流减阻现象;数值模拟方面,应用谱方法成功地实现了聚合物槽道湍流的直接数值模拟[4],并研究了各无量纲参数对聚合物槽道湍流的影响[5].然而,聚合物湍流减阻的物理特性至今尚未被充分了解,定量的理论和计算也不够充分.

本文采用谱方法,对三维聚合物槽道湍流进行了直接数值模拟研究,通过 FENE-P 模型的定压降计算揭示了启动现象,并通过 O-B 模型进行了定流量计算,对流动特征进行了研究.

1 基本方程与数值方法

本文采用的槽道计算区域为长方体,如图 1

收稿日期：2008-12-05

基金项目：国家自然科学基金资助项目(10272105,10602006)

作者简介：张劲柏(1972—),男,江西吉安人,讲师, zhangjb@buaa.edu.cn.

所示：x 代表流向，y 代表法向，z 代表展向，流体在 $y=-\delta$ 和 $y=\delta$ 的两个无穷大板间沿 x 方向流动. 计算区域长方体的大小：流向 $L_x=4\pi\delta$，法向 $L_y=2\delta$，横向 $L_z=2\pi\delta$；相应的计算网格点数为 $128\times129\times128$.

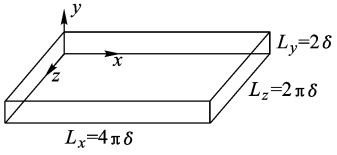


图1 计算区域示意图

本文数值求解的方程为基于哑铃模型(一种简化的聚合物构型模型)的聚合物流动方程，其无量纲形式为[4]

$$\left.\begin{aligned}&\nabla\cdot\tilde{\boldsymbol{V}}=0\\&\frac{\partial\tilde{\boldsymbol{V}}}{\partial t}+\tilde{\boldsymbol{V}}\cdot\nabla\tilde{\boldsymbol{V}}=-\nabla\tilde{p}+[\beta\nabla^2\tilde{\boldsymbol{V}}+\\&\qquad(1-\beta)\nabla\cdot\tilde{\boldsymbol{S}}]+\frac{1}{Re}\tilde{\boldsymbol{e}}_x\\&\frac{\partial\tilde{\boldsymbol{C}}}{\partial t}+\tilde{\boldsymbol{V}}\cdot\nabla\tilde{\boldsymbol{C}}-[\tilde{\boldsymbol{C}}\cdot\nabla\tilde{\boldsymbol{V}}+\\&\qquad(\nabla\tilde{\boldsymbol{V}})^{\mathrm{T}}\cdot\tilde{\boldsymbol{C}}]=-\tilde{\boldsymbol{S}}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

式中，$\tilde{p}$ 为无量纲压强；$\tilde{\boldsymbol{e}}_x$ 为 x 方向单位矢量；$Re=\rho u^*\delta/\eta_0$ 为 Reynolds，ρ 为聚合物溶液的密度，u^* 为流场的特征速度，η_0 为溶液在剪切率趋于0时的黏性系数；$We=\lambda u^*/\delta$ 为 Weissenberg 数(聚合物分子在流动中变形的弛豫时间与流体运动特征时间之比)，λ 为聚合物分子变形恢复的弛豫时间；$\beta=\eta_s/\eta_0$ 为黏度比，η_s 为溶剂的黏性系数；$\tilde{\boldsymbol{S}}$ 为聚合物粘弹性应力张量；$\tilde{\boldsymbol{C}}$ 为聚合物分子平均构型张量.

目前常用的聚合物构型模型有线性的 O-B 模型和非线性的 FENE-P 模型，FENE-P 模型为

$$\left.\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{S}}=[\tilde{f}(\tilde{r})\tilde{\boldsymbol{C}}-\tilde{\boldsymbol{I}}]/We\\&\tilde{f}(\tilde{r})=(L^2-3)/(L^2-\tilde{r}^2)\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

式中，$\tilde{f}(\tilde{r})$ 为 Peterlin 函数；$\tilde{\boldsymbol{I}}$ 为单位张量；L 为聚合物分子的最大拉伸长度；$\tilde{r}$ 为聚合物分子的瞬时长度，即 $\tilde{r}^2=\mathrm{trace}(\tilde{\boldsymbol{C}})$. 当 $\tilde{f}(\tilde{r})\to1$ 时，模型即由非线性的 FENE-P 模型退化成线性的 O-B 模型.

本文的直接数值模拟方法采用 Fourier-Chebyshev 谱方法，即在流向和展向采用周期性边界条件的 Fourier 级数展开，在法向用 Chebyshev 多项式展开，时间推进采用二阶时间分裂格式，计算过程中运用 3/2 规则以消除混淆误差. 有关数值方法见文献[6].

2 计算结果

2.1 FENE-P 模型定压降计算

应用 FENE-P 模型($L=10$)的定压降计算的算例结果见表1. 表中 Re_τ 为特征速度取壁面摩擦速度 u_τ 时的 Re；k 为人工黏性系数；θ 为减阻效率. 定压降的情况下，减阻的效应表现为流量的增加，此时的减阻效率为 $\theta=1-(Q_N/Q_P)^2$，其中：Q_P 为聚合物槽道湍流的流量；Q_N 为牛顿流槽道湍流的流量.

表1 FENE-P 模型定压降计算的算例

Re_τ	β	We	k	θ
180	0.95	0.025	1/100	0
		0.05	1/100	0
		0.1	1/50	4.0
		0.2	1/30	3.0

表1中，当 $We=0.025$，0.05 时，$\theta=0$，聚合物没有产生减阻效果，此时聚合物槽道湍流的流量与相同 Re 情况下牛顿流体槽道湍流流量相等，这说明此时聚合物对流场没有影响. 当 $We=0.1$，$\theta=4.0$ 和 $We=0.2$，$\theta=6.0$ 时，聚合物表现出减阻的效果，与相同 Re 情况下牛顿流体槽道湍流相比，聚合物槽道湍流流量有所增加.

这说明在固定 Re 的情况下聚合物湍流减阻存在一个 We 阈值，超过此值减阻现象才会出现，这和试验观察到的启动现象完全一致. 计算表明：启动现象发生的 We 阈值在 0.05～0.1 之间，对应的 We_τ($We_\tau=We\times Re_\tau$)在 9～18 之间，该结果处在文献[4]的计算值($We_\tau=25$)与文献[5]的计算值($We_\tau=6$)之间，说明本文的计算结果是可靠的.

2.2 O-B 模型定流量计算

聚合物分子链的长度是影响和控制聚合物湍流减阻的重要因素，一般而言，聚合物分子链越长，其减阻能力越强. 在计算中要凸显聚合物减阻的效果，应该加大参数 L 的取值；如果 $L\to\infty$，则 FENE-P 模型会退化为 O-B 模型. 为了更好地比较聚合物槽道湍流流场与牛顿槽道流场之间的异同，改用 O-B 模型在定流量的情况下进行新的计算. 定流量计算减阻的效应表现为压力降的降低和等价的壁面摩擦阻力的降低，此时减阻效率为 $\theta=1-\tau_p/\tau_N$，其中：τ_P 为聚合物槽道湍流的壁面摩擦阻力；τ_N 为牛顿槽道湍流的壁面摩擦阻力.

表2列出了应用 O-B 模型定流量计算得到的减阻效率，其中 Re_m 为特征速度取流量平均速度 u_m 时的 Re. 与文献[5]的计算值相比，两组计

算得到的减阻效率值非常接近.

图 2 显示了 $We=2.0$ 的聚合物槽道湍流在壁面对数坐标下的平均速度剖面.如图所示,此时的聚合物槽道湍流与牛顿槽道湍流的平均速度剖面结构相似.

上述特征与试验中观测到的低减阻形式聚合物槽道湍流的平均速度剖面的结构特征完全一致[2].这表明本文的计算结果是可靠的,并且说明 $We=2.0$ 的算例属于低减阻形式.

表 2　O-B 模型定流量计算的减阻效率

β	We	θ	
		$Re_m=5\,600$	$Re_m=4\,000$
0.9	2.0	24.5	27
	4.0	42	44

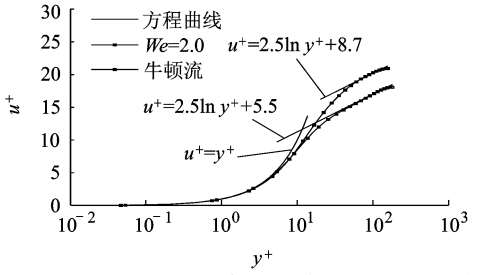


图 2　$We=2.0$ 的聚合物槽道湍流平均速度剖面

图 3 显示了 $We=4.0$ 的聚合物槽道湍流在壁面对数坐标下的平均速度剖面.与牛顿槽道湍流的平均速度剖面相比,对数区的斜率明显增大,说明槽道的平均速度增加,减阻效率提高.这也说明 $We=4.0$ 的算例属于高减阻形式.

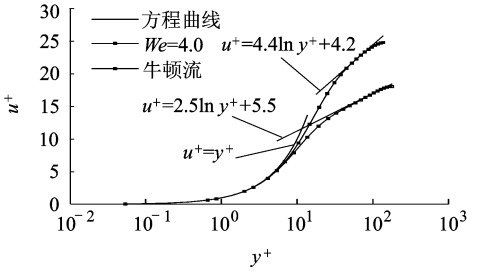


图 3　$We=4.0$ 的聚合物槽道湍流平均速度剖面

图 4 显示了整体坐标下的 Reynolds 应力剖面.聚合物槽道湍流的 Reynolds 应力与牛顿槽道湍流相比大幅度降低,并且最大值出现的位置也远离壁面.此外图 4 还表明,$We=4.0$ 时,整个槽道宽度 Reynolds 应力与牛顿槽道湍流相比显著降低;而 $We=2.0$ 时,聚合物槽道与牛顿槽道湍流相比,在壁面附近的 Reynolds 应力显著降低,而在槽道中心区则接近相等.这说明在 $We=2.0$ 时聚合物对湍流的影响主要发生在壁面区,而 $We=4.0$ 时则遍及全流场.上述现象都是聚合物湍流减阻低减阻形式与高减阻形式的差别所在.

图 5 显示了壁面对数坐标下的均方脉动速度剖面.由图 5a 可见,在槽道壁面附近和槽道中央,聚合物槽道湍流的均方脉动速度 u_{rms} 与牛顿槽道湍流相比差别很小;但在过渡区,聚合物槽道湍流的 u_{rms} 与牛顿槽道湍流相比差别很大.图 5b 和图 5c 呈现相似的特性.这说明聚合物减小了槽道湍流法向和展向的速度脉动,却加大了流向的速度脉动.这个结果与试验中观测到的情形[7]一致.

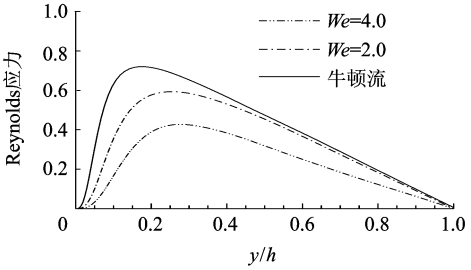
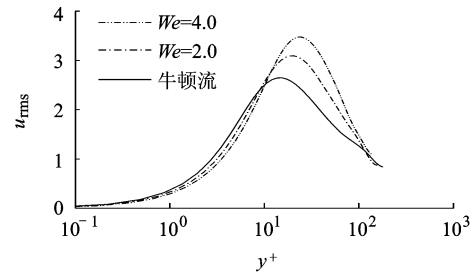
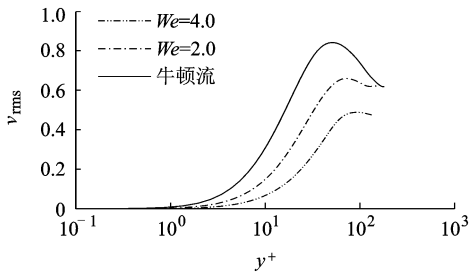


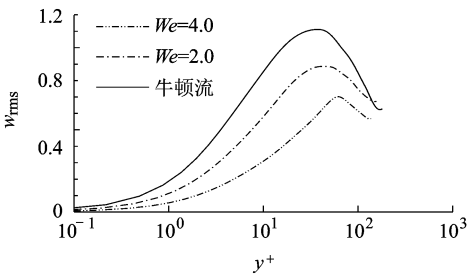
图 4　Reynolds 应力剖面



a　流向



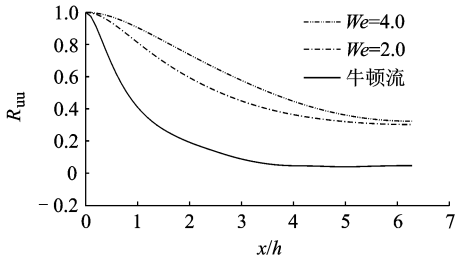
b　法向



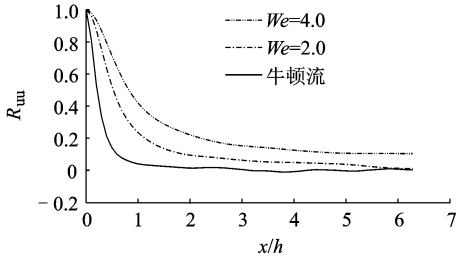
c　展向

图 5　均方脉动速度剖面

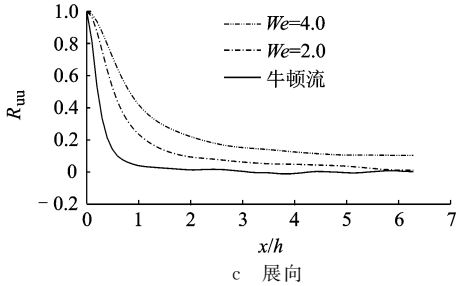
图 6 和图 7 分别是在靠近壁面处($y/h=0.03$)和槽道中心附近($y/h=0.829$)各速度分量沿流向的关联系数.牛顿槽道湍流的速度关联系数随间距的增大下降得非常迅速,而聚合物槽道



a 流向

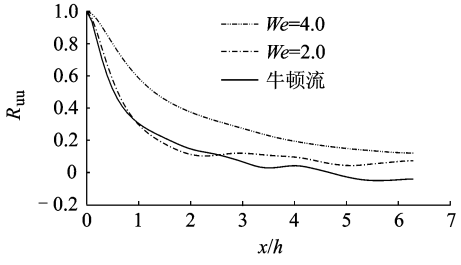


b 法向

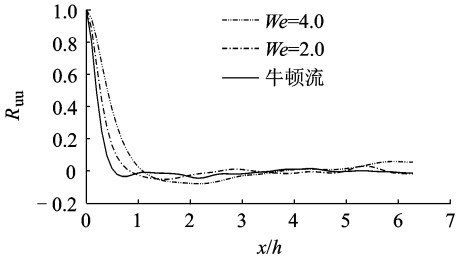


c 展向

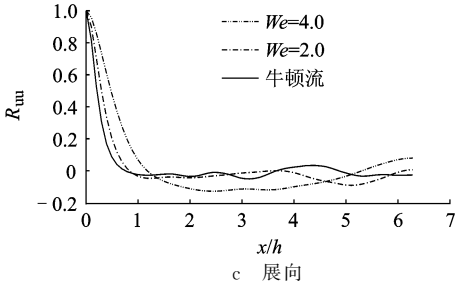
图6 $y/h=0.03$ 处速度分量沿流向的关联系数



a 流向



b 法向



c 展向

图7 $y/h=0.829$ 处速度分量沿流向的关联系数

湍流的速度关联系数随间距的增大下降得很平缓，并且 We 越大下降得越平缓. 该现象与聚合物的黏弹性记忆效应有关，聚合物的黏弹性记忆效应导致湍流的相关长度变长. 图7a表明，$We=2.0$ 时聚合物槽道湍流的流向速度关联系数 R_{uu} 与牛顿槽道湍流已经非常接近；而 $We=4.0$ 时聚合物槽道湍流的 R_{uu} 随间距的增大依然下降得比较平缓，并且不趋于0，与壁面附近沿流向的 R_{uu} 表现出相同的特征. 这说明，低减阻形式聚合物对湍流的影响主要发生在壁面区，而高减阻形式聚合物对湍流的影响则遍及全流场.

综合分析比较上述速度关联曲线可知，聚合物的存在一般总是使得湍流的关联尺度变长；同时，聚合物对湍流的影响主要发生在壁面区，在槽道中心区，聚合物对湍流的影响主要发生在流动方向.

3 结束语

本文用直接数值模拟对聚合物槽道湍流进行了研究. 应用 FENE-P 模型进行 $We=0.025$，0.05，0.1 和 0.2 4种情况的定压降数值计算；应用 O-B 模型进行了 $We=2.0$ 和 4.0 两种情况的定流量数值计算，并分析了聚合物槽道湍流的平均速度、Reynolds 应力、均方脉动速度以及流向关联系数等流动特征物理量的分布. 所得结果表明，聚合物槽道湍流减阻中存在启动现象；在低减阻形式中聚合物对湍流的影响主要发生在壁面区，而高减阻形式中则遍及全流场.

参考文献（References）

[1] Virk P S, Baher H. The effect of polymer concentration on drag reduction[J]. Chem Eng Sci, 1970, 25(7): 1183－1189

[2] Lumley J L. Drag reduction by additives[J]. Annu Rev Fluid Mech, 1969, 1: 367－384

[3] De Gennes P G. Introduction to polymer dynamics [M]. Cambridge University Press, 1990: 34－51

[4] Sureshkumar R, Beris A N, Handler R A. Direct numerical simulation of the turbulent channel flow of a polymer solution[J]. Phys Fluids, 1997, 9: 743－754

[5] Housiadas K D, Beris A N. Polymer-induced drag reduction: effects of the variations in elasticity and inertia in turbulent viscoelastic channel flow[J]. Phys Fluids, 2003, 15(8): 743－754

[6] Kamiadakis G E, Israeli M, Orsag S A. High order splitting methods for the imcompresible Navier-Stockes equation[J]. J Com Phys, 1991, 97(2): 414－443

[7] Min T, Yoo J Y, Choi H, et al. Drag reduction by polymer additives in a turbulent channel flow[J]. J Fluid Mech 2003, 486: 213－238

（编 辑：李 晶）