基于全局灵敏度方程的多层次弹道优化设计

姜 欢 周 浩 陈万春 杨宝奎

(北京航空航天大学 宇航学院，北京 100191) (航天科工集团三院三部，北京 100074)

摘 要：为了使防空导弹优化的弹道更有效的拦截目标，依据多层次法理论，以杀伤概率最大为目标，设计导弹中制导段弹道和末制导段时间参数. 整个模型分为 3 层，第 1 层是导弹中制导段弹道，第 2 层是导弹末制导段，第 3 层是战斗部毁伤目标. 将一个层次视为一个子系统，多层次弹道优化问题实质上就是多学科设计优化问题. 采用全局灵敏度方程方法计算参数之间的敏度，在系统层进行优化，最终可得到杀伤概率最大的弹道. 最后进行了拦截空地导弹目标的计算示例，并采用了均匀实验设计方法和 BP 神经网络以减小计算量. 结果证明全局灵敏度方程是求解多层次弹道优化设计的有效方法.

关 键 词：敏度分析；多层；弹道；优化

中图分类号：TJ 765

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)12-1425-04

Multilayer trajectory optimization design for surface-to-air missile based on global sensitivity equation method

Jiang Huan Zhou Hao Chen Wanchun

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Yang Baokui

(The Third Academy, China Aerospace Science and Industry Corporation, Beijing 100074, China)

Abstract: A multilayer approach to the midcourse trajectory design and terminal phase time constants design for a surface-to-air missile to maximize the kill probability was presented. Three layers were discussed. The first layer represented the midcourse trajectory of the missile, the second layer represented the terminal homing phase, and the third layer was the warhead damaging process. A layer can be seen as a subsystem, the multilayer trajectory optimization problem is a essential multidisciplinary design optimization (MDO) problem. The global sensitivity equation (GSE) method was adopted to compute sensitivity derivatives with respect to design variables, which did optimization in system level and got the trajectory which maximizing the kill probability. At last a case of intercepting air-to-surface missile(ASM) was designed and optimized. Uniform design of experiments and BP neural network were used to avoid long time computing. The result is that GSE method is effetive for multilayer trajectory optimization design problem.

Key words: sensitivity analysis; multilayer; trajectory; optimization

弹道优化是导弹设计的重要内容之一，一般优化的目标多是减轻飞行质量，提高飞行速度和增加射程等，而作为武器的导弹，其最终目的是有效地毁伤目标. 为了用毁伤效果衡量弹道优化结果，文献[1－2]提出多层次法的概念，每一层代表系统运行的一个阶段，最后一层的结果就是最终的系统指标，但在计算中采用了枚举法，计算量大且结果不够准确. 应用多学科设计优化 MDO (Multidisciplinary Design Optimization)可以有效的解决这一问题.

收稿日期：2008-11-12

作者简介：姜 欢(1979－)，男，四川成都人，博士后，jianhuan@buaa.edu.cn.

基于全局灵敏度方程GSE(Global Sensitivity Equation)的算法是MDO算法中的单级优化算法.文献[3－4]中介绍了基于GSE的方法,文献[5]基于GSE的方法结合约束变尺度法对教练机和4座公务机进行了优化设计.

本文依据多层次法理论,在文献[1－2]的基础上运用基于GSE方法求解多层次弹道优化问题,应用杀伤概率来评价弹道优化结果,获得杀伤概率最大的弹道就是最终的最优弹道.

1 基于GSE的MDO方法

设计问题可表达为求解方程 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})=\boldsymbol{0}$,其中 $\boldsymbol{X}=[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]^{\mathrm{T}}$ 是设计变量,$\boldsymbol{Y}=[y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_m]^{\mathrm{T}}$ 是要求的参数.分析模型由若干个模块组成,而且这些模块之间存在耦合关系.设系统一共由 k 个子系统组成:

$$\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{F}_i(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}_1,\cdots,\boldsymbol{Y}_{i-1},\boldsymbol{Y}_{i+1},\cdots,\boldsymbol{Y}_k)\quad i=1,2,\cdots,k \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{Y}_i$ 是第 i 个模块的输出;$\boldsymbol{Y}_1,\boldsymbol{Y}_2,\cdots,\boldsymbol{Y}_k$ 构成 $\boldsymbol{Y}$ 的一个划分.定义:

$$\frac{d\boldsymbol{Y}}{\mathrm{d}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}}\triangleq\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}x_1} & \dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}x_2} & \cdots & \dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}x_n}\\ \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}x_1} & \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}x_2} & \cdots & \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}x_n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \dfrac{\mathrm{d}y_m}{\mathrm{d}x_1} & \dfrac{\mathrm{d}y_m}{\mathrm{d}x_2} & \cdots & \dfrac{\mathrm{d}y_m}{\mathrm{d}x_n}\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{Y}}{\partial\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}}\triangleq\begin{bmatrix}\dfrac{\partial y_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial y_1}{\partial x_n}\\ \dfrac{\partial y_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial y_2}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial y_2}{\partial x_n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \dfrac{\partial y_m}{\partial x_1} & \dfrac{\partial y_m}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial y_m}{\partial x_n}\end{bmatrix} \tag{3}$$

则系统全局灵敏度方程为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & -\dfrac{\partial\boldsymbol{Y}_1}{\partial\boldsymbol{Y}_2} & \cdots & -\dfrac{\partial\boldsymbol{Y}_1}{\partial\boldsymbol{Y}_k}\\ -\dfrac{\partial\boldsymbol{Y}_2}{\partial\boldsymbol{Y}_1} & \boldsymbol{I} & \cdots & -\dfrac{\partial\boldsymbol{Y}_2}{\partial\boldsymbol{Y}_k}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ -\dfrac{\partial\boldsymbol{Y}_k}{\partial\boldsymbol{Y}_1} & \dfrac{\partial\boldsymbol{Y}_k}{\partial\boldsymbol{Y}_2} & \cdots & \boldsymbol{I}\end{bmatrix}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{Y}}{\mathrm{d}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}}=\frac{\partial\boldsymbol{Y}}{\partial\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}} \tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵.$\partial\boldsymbol{Y}_i/\partial\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$ 和 $\partial\boldsymbol{Y}_i/\partial\boldsymbol{Y}_j\ (i\neq j)$ 分别为第 i 个模块的输出在该模块范围内对其直接输入 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}_j$ 的敏度,称为局部敏度,而 $\mathrm{d}\boldsymbol{Y}/\mathrm{d}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$ 则是考虑了模块间的耦合关系在整个模型范围内的敏度,称为全局敏度.式(4)可写成如 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{C}$ 的形式,分别计算出每个模块的局部敏度,组合成矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{C}$,就可根据 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}$ 求出全局灵敏度.

假设优化的目标函数是 $\boldsymbol{Y}_u\ (1\leqslant u\leqslant k)$,在灵敏度方向 $\mathrm{d}\boldsymbol{Y}_u/\mathrm{d}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$ 进行寻优,得到此灵敏度方向最优点 $\boldsymbol{X}_0$.然后在此最优点 $\boldsymbol{X}_0$ 用以上的方法计算出新的全局灵敏度,并在新的灵敏度方向进行寻优.如此反复直到灵敏度趋近0时停止,即求出系统全局最优解.

2 弹道优化设计多层模型

为简化问题,假定防空导弹和目标都在垂直平面内运动.导弹的作战飞行过程见图1.射入段是从导弹发射到进入制导雷达天线波瓣范围,其间导弹制导系统并未开始工作.中制导段中,导弹在地面雷达的指令导引下飞行到距离目标一定范围内.末制导段采用导弹上的雷达导引头提供目标信息,导弹自寻的飞行.在距离目标合适位置时,导弹战斗部引信启动,引爆战斗部杀伤目标.

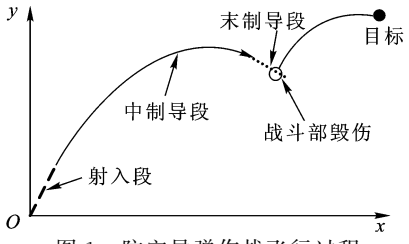


图1 防空导弹作战飞行过程

由于导弹的最终目的是杀伤目标,故单发杀伤概率最大的弹道才是最优的弹道,因此弹道优化的目标是设计一条合适的中制导段弹道以及末制导阶段导引参数,得到最大的杀伤概率.

2.1 中制导段模型

导弹在射入段做程序飞行,射入段结束时的导弹坐标、速度和弹道角就是中制导段弹道的初始值.参考文献[1－2],设交班点坐标为 x_{h},y_{h},则有

$$\left.\begin{aligned}x_{\mathrm{h}}&=x_{\mathrm{PIP}}-R\cos\theta_{\mathrm{h}}\\ y_{\mathrm{h}}&=y_{\mathrm{PIP}}-R\sin\theta_{\mathrm{h}}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中,x_{PIP},y_{PIP} 是预测命中点坐标;θ_{h} 是交班点处弹道倾角;R 是预测命中点与交班点之间的距离.

考虑到采用瞬时平衡假设,控制变量取为攻角 α,参考在文献[1－2]中,对中制导段弹道的优化目标是导弹"能量"最大,即

$$\left.\begin{aligned}&\text{Find }\boldsymbol{u}=[\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n]^{\mathrm{T}}\\ &\max J=E_{\mathrm{h}}=\frac{V_{\mathrm{h}}^2}{2g}+y_{\mathrm{h}}\\ &\text{s.t. }C_i,i=1,2,\cdots,5\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中,V_h 是交班点处导弹速度;C_i 是约束条件.

第 1 个约束是交班点导弹速度必须指向给定方向:

$$C_1=\theta_h-\theta_d=0 \tag{7}$$

式中,θ_d 是给定弹道倾角.

第 2、第 3 个约束导弹必须飞行到中末交班点转入末制导段,即

$$C_2=x(t_h)-x_h=0 \tag{8}$$

$$C_3=y(t_h)-y_h=0 \tag{9}$$

式中,t_h 为导弹飞行到中末交班点时刻.

第 4 个约束是导弹动压应大于一定值:

$$C_4=\frac{1}{2}\rho V^2-Q_{\min}\geqslant 0 \tag{10}$$

第 5 个约束是导弹的法向过载应小于可用过载:

$$C_5=n_y-n_{y\max}\leqslant 0 \tag{11}$$

由上分析可知,在本文研究中确定了 θ_d 就确定了交班点,故中制导段的设计变量取为 θ_d.

2.2　末制导与毁伤模型

末制导段导弹采用自寻的飞行,如图 2 所示,导引头位标器跟踪动力学可近似为

$$\dot{\theta}_s=\begin{cases}\varepsilon/\tau & |\sigma_l-\sigma_g|\leqslant B_w/2 \text{ 且 } R_b\leqslant R\leqslant R_s\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{12}$$

式中,ε 是导引头测量角;τ 是位标器时间常数;σ_l 是位标器对目标视线角;σ_g 是位标器框架角;B_w 是导引头波束宽度;R_b 是盲区距离;R 是弹目间距离;R_s 是导引头探测距离.

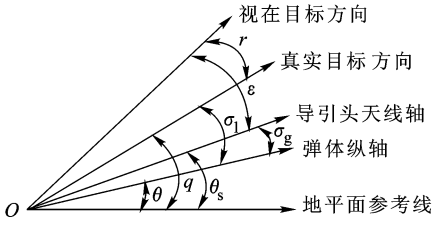


图 2　导引头几何关系图

视线角速率由一个一阶低通滤波器获得

$$\dot{\hat{q}}=\frac{\dot{\theta}_s}{1+sT} \tag{13}$$

式中,T 是滤波器时间常数.

导弹采用比例导引,指令加速度为

$$a_c=-K\dot{R}\dot{\hat{q}}+g\cos\theta \tag{14}$$

式中,K 是比例系数;$\dot{R}$ 是弹目距离的变化率;$g\cos\theta$ 是重力补偿项.

由于干扰噪声的存在,导引头测量角:

$$\varepsilon=q-\theta_s+r=q-\theta_s+\eta_{rd}+\eta_{glt}+\eta_{bs} \tag{15}$$

式中,η_{rd} 是与距离相关的噪声;η_{glt} 是目标闪烁造成的噪声.这两者都是 0 均值白噪声,其计算见文献[2].η_{bs} 是由于导弹天线罩折射产生的误差:

$$\eta_{bs}=K_r\sigma_g \tag{16}$$

式中,K_r 是天线罩斜率.

导弹的稳定回路采用经典三回路自动驾驶仪,整个导引回路设计过程可参见文献[6],通过 Monte-Carlo 仿真可以得到导弹拦截目标脱靶量的分布.

本文中采用文献[7]中的经验公式估算导弹单发杀伤概率:

$$\left.\begin{aligned}P_1&=\frac{R_0^2}{R_0^2+\sigma^2}\exp\left[-\frac{r_0^2}{2(R_0^2+\sigma^2)}\right]\\ R_0&=k_R\sqrt{m_w}\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

式中,r_0,σ 分别是脱靶量分布的数学期望和标准差;k_R 是综合考虑战斗部类型、遭遇条件和目标易损性的系数;m_w 是战斗部质量.

在本文研究中末制导段取 τ 和 T 为设计变量,希望取得最小的脱靶量分布从而得到最大的杀伤概率.

多层次弹道优化问题的数据关系见图 3,中制导段模块输入 $X_1=\theta_d$,输出 $\boldsymbol{Y}_1=[t_h,\ x_h,y_h,V_h,\ \theta_h,\ \alpha_h]^T$,$\boldsymbol{Y}_1=\boldsymbol{F}(X_1)$. 末制导模块输入 $\boldsymbol{X}_2=[\tau,\ T]^T$ 及 $\boldsymbol{Y}_1$,输出 $Y_2=P_1$,$Y_2=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}_2,\boldsymbol{Y}_1)$.

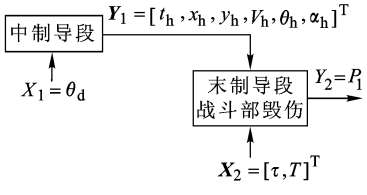


图 3　设计结构矩阵

3　算例及分析

设目标是某空地导弹,取预测命中点坐标 $x_{PIP}=30\,000$ m,$y_{PIP}=9\,724.4$ m,,设计变量 $\boldsymbol{X}=[\theta_d,\tau,\ T]^T$,约束 $-20°\leqslant\theta_d\leqslant 30°$,$0.01\text{ s}\leqslant\tau\leqslant 1\text{ s}$,$0.01\text{ s}\leqslant T\leqslant 1\text{ s}$.

假设 $\tau=0.05$ s,$T=0.2$ s,θ_d 从 $-20°$ 以 $10°$ 间隔递增到 $30°$,经过 500 次 Monte-Carlo 仿真得到杀伤概率如图 4 所示,可以看出在弹道倾角 $20°$ 时杀伤概率最大,$P_1=0.943\,3$.

图 4 的结果实际上是通过枚举法得到,再考虑 τ 和 T 的取值变化,计算量大大增加,而且枚举法并不能得到最优结果,因此采用 GSE 算法求解这个问题.

在计算全局敏度时需要多次计算杀伤概率,由于需要通过 Monte-Carlo 仿真得到导弹脱靶量

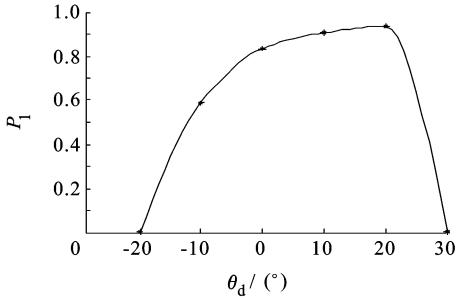


图4 交班点弹道倾角变化时的杀伤概率

的分布进而计算杀伤概率,再加上寻优计算,使得问题计算量过大.为了减小计算量,方便分析,可以采用均匀实验设计结合神经网络分析的办法.

均匀设计是部分因子设计的主要方法之一,目的是用较少的实验次数获得期望的结果,其实验结果需要用回归分析的方法对实验数据做统计分析[8].神经网络正是适合均匀设计的分析方法之一,它通过对网络输入作状态响应而进行信息处理,靠已经获得的数据经过学习和训练解决问题.神经网络的预测结果可用均方误来评估,均方误定义为

$$M_{SE}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(y_i-\hat{y}_i)^2 \tag{18}$$

式中,y_i 是测试数据;$\hat{y}_i$ 是经神经网络预测的值.

将 τ 及 T 取100等分,θ_d 取25等分,用均匀设计表决定了200个试验点.理论上已经证明3层BP神经网络能以任意精度逼近任意非线性函数.本文取中间层单元数为10的BP网,网络结构如图5所示,$\boldsymbol{W}^1$ 和 $\boldsymbol{W}^2$ 分别是中间层和输出层的权值.

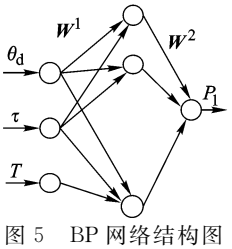


图5 BP网络结构图

在输入参数空间内随机选取100个点,用建立的神经网络模型进行预测,结果如图6所示,均方误 $M_{SE}=3.7136\times10^{-4}$.

在神经网络拟合的基础上求解多层次弹道优化问题,初始可行解 $\boldsymbol{X}_0=[10°, 0.05\ s, 0.5\ s]^T$,$P_1^0=0.4172$,优化结果 $\boldsymbol{X}^*=[16.4551°, 0.01\ s, 0.01\ s]^T$,$P_1^*=0.9578$,拦截弹道见图7.该结果是符合前面枚举法计算结果的变化趋势.从图7可以看出,杀伤概率最大的末制导弹道接近于逆轨拦截的弹道.由文献[2]可知,末制导段噪声 η_{rd}

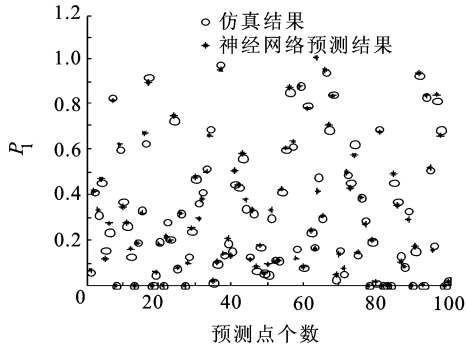


图6 神经网络预测结果

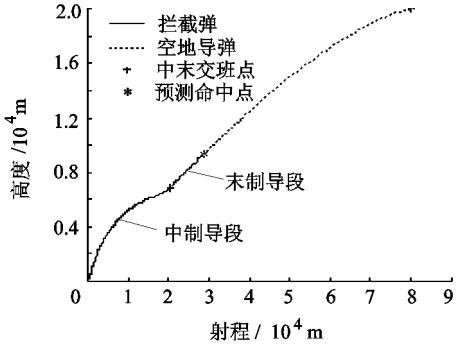


图7 最终拦截弹道

与 η_{glt} 分布的标准差分别与地面雷达、目标和导弹之间收发角以及导弹对目标视线和目标弹体纵轴之间的夹角的函数,这两个角度减小,相应的标准差也减小.在本文研究中地面雷达位于坐标原点,目标速度沿目标弹体纵轴方向,当导弹接近逆轨拦截时,这两个角度都很小,因此相应的噪声也很小,脱靶量较小而增大了杀伤概率.

由文献[6]可知,减小 τ 可以减小脱靶量,由于天线罩寄生效应的存在,过小的 τ 会导致脱靶量的不稳定,但在本文算例中 τ 取最小值也没有达到这一不稳定的下限.减小 T 会引入高频噪声,但可减小系统响应时间,加快系统响应速度,从优化结果来看在该算例中高频噪声的影响要小于响应速度.

本文中杀伤概率的计算采用的近似经验公式,如果对目标特性、战斗部引信特性等有更详细的信息,那么需要从新讨论杀伤概率计算甚至进一步划分出更多的层次.这些工作有待进一步进行,这是多层次法理论可根据情况增减层次这一大优点所在,每一个层次可视作一个模块,可以采用多种方法得到每个模块的局部敏度,再通过GSE方法进行优化,因此GSE是解决多层次优化问题的有力途径.

(下转第1433页)