基于轨迹-速度双目标的平面连杆机构设计

郭卫东 王 鑫

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

摘 要: 提出了一种在轨迹-速度双目标设计要求下优化综合连杆连续轨迹生成机构的方法. 利用机构执行末端速度运动规律寻求平面连杆轨迹生成机构插值节点, 使所选取的插值节点具有了运动速度要求的信息. 基于该方法建立连续轨迹生成机构优化综合模型, 以对应轨迹点差值最小作为优化目标函数, 采用 BFGS(Broyden-Fletcher-Gddfarb-Shanno)拟牛顿非线性优化算法优化计算机构尺寸. 在设定曲柄匀速转动前提下, 优化计算出了符合轨迹-速度设计要求的平面连杆机构尺寸, 实现了预期的设计目标. 最后比较了四杆机构和五杆机构实现实例的优化结果, 表明了该设计方法的可行性和有效性.

关 键 词: 连杆曲线; 轨迹综合; 优化综合; 优化算法

中图分类号: TH 112

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2009)12-1483-04

Planar linkage mechanism design for bi-objective of trajectory and velocity

Guo Weidong Wang Xin

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: An optimal synthesis method of planar linkage mechanism for continuous path generation was put forward, which would find the interpolation nodes of planar linkage mechanism's trajectory generation mechanism, for bi-objective of trajectory and velocity. The interpolation nodes were entrusted with the physical meaning of the velocity by this method. The optimal synthesis model was set up based on the minimization of the error between the path-generating point in the coupler curve and the prescribed position, while the nonlinear optimization algorithm of BFGS(Broyden-Fletcher-Gddfarb-Shanno) quasi-Newton was adopted to find the global optimum solution to approximate kinematic synthesis of planar linkage. With the uniform rotation of the crank, the optimization algorithm calculated the planar linkage mechanism, satisfied the requirements of our bi-objective, and actualized the expectant target. The validity and effectiveness of the proposed method were illustrated by comparing the optimization results of four-bar mechanism and five-bar mechanism.

Key words: coupler curves; path synthesis; optimal synthesis; optimization algorithm

刚体导引机构、再现函数机构和再现轨迹机构的设计方法仅能生成有限的某几个设定轨迹点位. 若希望所设计的机构能够生成连续轨迹或轨迹上的多个点位, 就需要应用优化设计方法, 使所设计的机构在满足一定约束条件下能最佳地逼近预定的运动规律. 文献[1]用最小二乘法进行平面四杆机构轨迹综合, 使其最优解在结构误差上满足最小二乘意义上最小. 文献[2]应用拓扑算法进行平面四杆机构轨迹综合, 使其优化生成轨迹与理想轨迹上对应点差值最小. 文献[3]基于遗传算法实现了曲柄摇杆连续轨迹生成机构的优化综合. 这些研究都集中于如何优化实现多点轨迹的机构设计上, 而没有涉及到既有实现运动轨迹要求, 又有轨迹上运动点的速度要求的双目标条件下的机构综合设计问题.

本文将着重研究轨迹-速度双目标要求下的平面连杆机构综合设计问题, 给出既满足机构运动轨迹要求, 又同时满足轨迹上运动点的速度要

收稿日期: 2008-11-28

作者简介: 郭卫东(1962-), 男, 黑龙江拜泉人, 教授, guowd@buaa.edu.cn.

求的平面连杆机构综合设计方法. 本文首先提出了一种依据给定的轨迹上运动点的速度来确定轨迹机构设计中的插值节点的方法, 然后建立以给定运动轨迹和实现轨迹误差最小为目标的平面连杆机构的优化设计模型, 并应用优化理论寻求全局最优解, 从而获得机构的运动尺寸. 最后通过算例, 验证了理论研究的正确性.

1 速度要求下插值节点选取方法

1.1 轨迹-速度双目标下机构设计问题的提出

单纯以实现轨迹为优化目标的轨迹生成机构设计在实际的工业生产中通常难以满足不同工作阶段对速度要求不同的需求. 例如通常希望机构执行端在负载条件下所运行轨迹的速度较低、平稳, 而空载条件下要求运动快速、急回性能好; 再比如, 在印刷机的递纸机构中, 要求递纸牙在某些特定轨迹段运动的较快, 某些段运动的较慢. 所以单纯依靠轨迹生成机构的设计方法来设计此类机构, 是不能满足运动点的速度要求的. 由此就需要探索研究出一种既能满足轨迹要求, 又能满足速度要求的平面连杆机构设计方法.

1.2 基于速度要求的轨迹插值节点算法的研究

分析发现, 如何按照速度要求在预期轨迹上提取出满足轨迹-速度要求的插值节点, 成为实现设计要求的前提与关键.

当原动 1(曲柄)匀速转动时, 平面连杆机构中连杆 2上一点(P 点)的运动轨迹为 tt, 如图 1所示. $\boldsymbol{v}_i$ (i= 1, 2, …)为对应曲柄在转过不同角度时对 P_i (i= 1, 2, …)点的速度要求. 如何提取当曲柄由 B_1 点转到 B_2 点的单位时间 Δt内, P_1 点按一定的速度 $\boldsymbol{v}$ 要求运动到的 P_2 点, 从而作为轨迹机构设计的一个优化插值节点, 是本文轨迹-速度双目标要求机构设计的算法研究的重点.

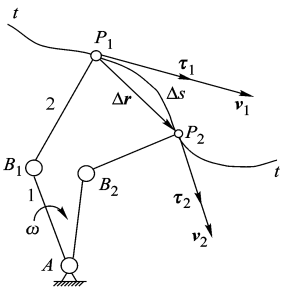


图 1 轨迹生成机构

轨迹生成 P点沿轨迹由 P_1 到 P_2, 经过 Δt时间内, 其矢径增量为 $\Delta \boldsymbol{r}$; 当 $\Delta t \to 0$时, 可得

$$| \Delta \boldsymbol{r} | = | P_1P_2 | = | \Delta s | \tag{1}$$

式中, s为 P 点在轨迹曲线上的弧坐标.

则插值节点 P_2 的位置可由 $\Delta \boldsymbol{r}$确定, 即

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{v} \cdot \Delta t = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\tau \cdot \Delta t \tag{2}$$

式中, $\boldsymbol{v}$为 p点在轨迹曲线上的运动速度; τ为切线轴的单位矢量.

曲柄转动 Δt时间内, P 点运动速度大小为 v, 方向沿轨迹切线方向. 考虑到确定速度运动方向τ算法的复杂度, 提出构造速度圆的算法求取轨迹插值节点 P_2, 如图 2所示.

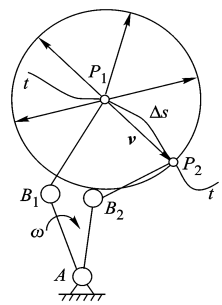


图 2 P_2点的选取模型

结合图 1中 P_1 点和 P_2 点的速度 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\boldsymbol{v}_2$, 定义 P 点所经过轨迹的速度大小 v为

$$v = w_1 v_1 + w_2 v_2 \tag{3}$$

式中, w_i 为权重系数, $0 \leqslant w_i \leqslant 1$, i= 1, 2; v_i 为 P_i 点速度大小, i= 1, 2.

由此确定优化插值节点的方法为: 以当前 P_1 点为圆心, 以 $v \times \Delta t$ 为半径作圆 (Δt为采样间隔), 选取所作圆与预期轨迹的交点即为所选取的轨迹插值节点 P_2, 此种方法避免了确定速度方向的难题. 由在预期轨迹上求得的 P_2 建立机构的优化综合模型, 即可采用拟牛顿优化算法获取全局最优解.

2 五杆机构优化综合模型

2.1 目标函数的确定

设定原动件逆时针方向匀速转动, 建立如图 3所示的平面五杆机构, 说明该轨迹生成机构的优化模型建立方法.

机构优化综合设计的独立设计变量为 10个, 即

$$\boldsymbol{X} = [l_0\ l_1\ l_2\ l_3\ l_4\ \alpha\ \beta\ \phi_1\ \phi_2\ R] \tag{4}$$

将轨迹生成机构实现的轨迹点 P_i 点坐标 (x_{P_i}, y_{P_i})与通过速度要求选取的轨迹插值节点 P_i'点坐标 ($x_{P_i'}$, $y_{P_i'}$)之差的平方根作为目标函数, 即

$$f(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=2}^{n} \sqrt{(x_{P_i} - x_{P_i'})^2 + (y_{P_i} - y_{P_i'})^2} \tag{5}$$

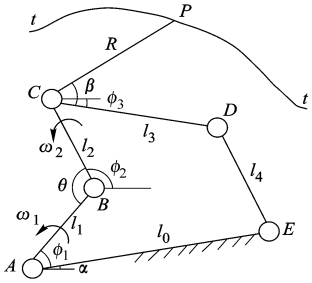


图 3　平面五杆轨迹生成机构

机构的设计问题就变成了优化模型的求解问题, 即寻求设计变量 $\boldsymbol{X}$, 使得目标函数为最小, $\min f(\boldsymbol{X})$.

2.2　全局最优解的获取

建立五杆机构关于 P 点的数学模型为

$$\left.\begin{aligned} x_P &= l_1\cos(\varphi_1+\omega_1 t)+l_2\cos(\varphi_2+\omega_2 t)+\\ &\quad R\cos(\beta-\varphi_3)\\ y_P &= l_1\sin(\varphi_1+\omega_1 t)+l_2\sin(\varphi_2+\omega_2 t)+\\ &\quad R\sin(\beta-\varphi_3)\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

由 D 点坐标及 D 和 E 两点间的距离 l_4, 可得

$$\left.\begin{aligned} x_D &= l_1\cos(\varphi_1+\omega_1 t)-\\ &\quad l_2\cos(\varphi_2+\omega_2 t)+l_3\cos\varphi_3\\ y_D &= l_1\sin(\varphi_1+\omega_1 t)+\\ &\quad l_2\sin(\varphi_2+\omega_2 t)-l_3\sin\varphi_3\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

$$(x_D-x_E)^2+(y_D-y_E)^2=l_4^2 \tag{8}$$

由式 (6) ~ 式 (8)可得

$$\varphi_3=2\arctan S \tag{9}$$

式中

$$S=\frac{H+\sqrt{H^2+K^2-M^2}}{K+M} \tag{10}$$

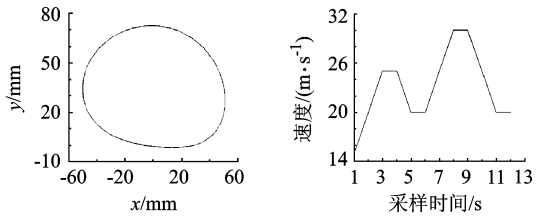
$$\left.\begin{aligned} H &= 2l_3y_C\\ K &= 2l_3(x_C-l_0\cos\alpha)\\ M &= l_4^2-l_3^2-y_C^2-(x_C-l_0\cos\alpha)^2\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

调用 Matlab 中基于拟牛顿优化算法的优化工具箱, 建立如上所述的平面五杆机构的优化设计模型, 求解即可获得全局最优解, 从而得到所设计机构的尺寸参数.

3　机构综合设计实例

设给定的理想轨迹为卵形, 如图 4a所示, 而轨迹上运动点的速度变化规律如图 4b所示.

假设原动件曲柄的角速度 $\omega=30(°)/s$时, 按照速度要求选取轨迹插值节点, 结果如图 5所示. 11个轨迹插值节点的坐标如表 1所示.



a　运动轨迹　　b　轨迹上运动点的速度

图 4　轨迹-速度实例设计要求曲线

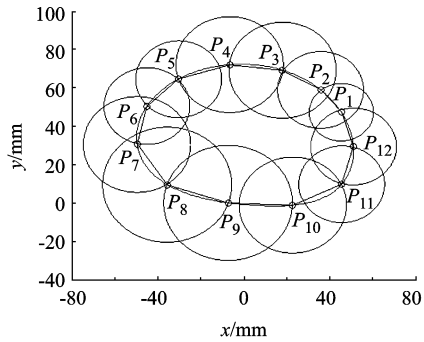


图 5　依据速度求取轨迹插值节点的方法

表 1　满足速度要求的轨迹插值节点坐标

节点	坐标值 x_{P_i}/mm	坐标值 y_{P_i}/mm
P_1	35.77	58.89
P_2	18.02	69.15
P_3	-5.73	72.12
P_4	-29.08	65.21
P_5	-48.80	42.18
P_6	-47.68	23.21
P_7	-33.72	8.26
P_8	-9.27	0.28
P_9	17.13	-1.53
P_{10}	42.40	6.21
P_{11}	51.15	26.49

应用上述得到的轨迹插值节点, 建立机构的综合设计优化模型, 再基于 BFGS拟牛顿优化算法求解, 得到机构的设计结果. 下面将对平面铰链四杆机构和五杆机构进行综合优化设计, 以实现图 4所给出的轨迹和速度的要求.

3.1　铰链四杆机构综合设计实例

铰链四杆机构的机构运动简图如图 6所示.

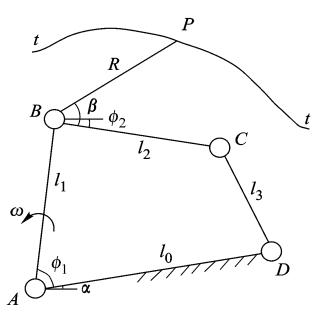


图 6　平面四杆轨迹生成机构

设计变量为

$$\boldsymbol{X} = [l_0\ l_1\ l_2\ l_3 R\ \alpha\ \beta\ \phi] \tag{12}$$

实现的轨迹点 P_i 的坐标 (x_{P_i}, y_{P_i})为

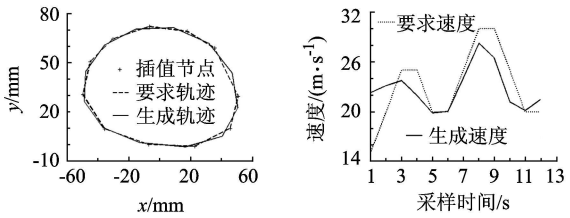
$$\left.\begin{aligned} x_{P_i} &= l_1\cos(\phi_1 + \omega t_i) + l_4\cos(\beta - \phi_2) \\ y_{P_i} &= l_1\sin(\phi_1 + \omega t_i) + l_4\sin(\beta - \phi_2) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

由基于拟牛顿优化算法的 Matlab优化工具箱进行优化计算, 得到优化设计结果, 如表 2所示.

表 2 铰链四杆机构优化设计结果

参数	l_0 /mm	l_1 /mm	l_2 /mm	l_3 /mm
数值	200.00	46.94	148.68	113.80
参数	α /(°)	β /(°)	φ /(°)	R /mm
数值	-72.35	65.01	28.39	37.21

此铰链四杆机构上 P 点所能实现的轨迹如图 7a所示. 当设定曲柄角速度为 30(°)/s时, 插值节点实际运动速度如图 7b所示. 实际生成轨迹与给定轨迹较为吻合, 但实际速度较设计目标偏差较大.



a 运动轨迹 b 运动速度

图 7 铰链四杆机构实现的运动要求

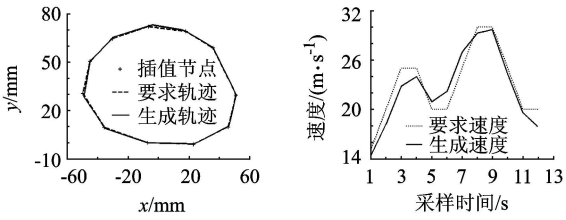
3.2 铰链五杆机构综合设计实例

应用五杆轨迹生成机构优化模型, 由 Matlab进行优化设计, 结果如表 3所示.

表 3 铰链五杆机构优化设计结果

参数	l_0 /mm	l_1 /mm	l_2 /mm	l_3 /mm	l_4 /mm
数值	220.15	44.96	41.12	198.97	77.57
参数	α /(°)	β /(°)	ϕ_1 /(°)	ϕ_2 /(°)	R /mm
数值	-39.99	46.07	12.56	93.02	29.35

此铰链五杆机构上 P 点所能实现的轨迹如图 8a所示. 当设定曲柄转速为 30(°)/s时, 插值节点实际运动速度如图 8b所示. 实际生成轨迹与预期轨迹较为吻合且基本满足了速度的要求, 误差相对较小. 从上述设计和分析结果可以看出, 铰链五杆机构虽然比铰链四杆机构复杂一些, 但能较好满足给定轨迹的要求, 具有较高的精度. 所以在对实现轨迹精度要求较高的场合, 建议采用铰链五杆机构来实现. 在对轨迹精度要求不高, 但动力学性能要求较高的场合, 可考虑采用铰链四杆机构来实现.



a 运动轨迹 b 运动速度

图 8 铰链五杆机构实现的运动要求

4 结束语

本文探讨研究了基于轨迹-速度双目标要求下的平面连杆机构综合设计问题, 给出既满足机构运动轨迹要求, 又同时满足轨迹上运动点速度要求的双目标要求的平面连杆机构综合设计方法. 在假设原动件曲柄为匀速转动的前提下, 将对轨迹上点的运动速度要求转化为优化设计过程中轨迹插值节点的确定问题, 进而将轨迹-速度双目标要求下的平面连杆机构综合设计问题转化为轨迹生成机构的设计问题. 通过铰链四杆机构和五杆机构的设计实例, 证明了所提出方法的正确性和有效性. 当原动件曲柄为非匀速转动的情况下, 即将曲柄转动的角速度作为一个变值的设计变量, 将有效提高所设计机构的运动精度, 这也是未来的研究工作之一.

参考文献 (References)

[1] Liu Zheng, Angeles J. Least-square optimization of planar and spherical four-bar function generator under mobility constraints [J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 114: 569-573

[2] Smaili A A, Diab N A. Optimum synthesis of mechanisms using tabu-gradient search algorithm [J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 127: 917-923

[3] 周洪, 邹慧君. 基于机架杆方向结构误差优化综合曲柄摇杆连续轨迹生成机构 [J]. 机械工程学报, 2000, 36(5): 42-45
Zhou Hong, Zou Huijun. Optimal synthesis of crank-rocker linkages for continuous path generation using orientation structural error of the fixed link [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(5): 42-45(in Chinese)

[4] 黄灿明, 郭海棚. 基于 B样条插值的曲线的平面四杆机构轨迹复演优化设计 [J]. 机械工程学报, 1998, 3: 72-79
Huang Canming, Guo Haipeng. Optimization scheme for four bar mechanism path synthesis based on B-spline [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1998, 3: 72-79(in Chinese)

[5] 周洪, 邹慧君. 可调节型曲柄摇杆连续轨迹生成机构的优化综合 [J]. 机械工程学报, 2000, 36(11): 19-22
Zhou Hong, Zou Huijun. Optimal synthesis of adjustable crank-rocker linkages for continuous path generation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(11): 19-22(in Chinese)

(编 辑: 文丽芳)