一类非线性网络化系统的基于观测器的控制

朱桂芝

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100191)

摘　　要：在传感器和控制器之间存在数据包丢失的情况下，被控对象的状态不完全能直接测得时，研究了一类被控对象为带有非线性摄动的网络化控制系统.把网络看成开关，网络正常通信时对应的子系统和网络丢包时对应的子系统之间相互切换形成一个切换系统，进而将这类系统建模为一类切换系统模型.基于驻留时间的思想，通过 Lyapunov 稳定性理论，建立了基于观测器的状态反馈控制器的网络化系统指数稳定性的充分条件，利用线性矩阵不等式(LMI，Linear Matrix Inequality)的可行解给出了观测器和控制器的参数化方法.数值例子验证了所得结果的有效性.

关　键　词：观测器；稳定性；网络控制系统；数据包丢失；切换系统

中图分类号：TP 13

文献标识码：A　　**文 章 编 号**：1001-5965(2009)09-1088-03

Observer-based control for a class of nonlinear networked control systems

Zhu Guizhi

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Considering the data packet dropout between sensor and controller, when some states of the object cannot be measured directly, a class of networked control systems (NCSs) with nonlinear perturbing terms in the plant was investigated. There is a network between the sensor and controller. The network was considered as a switch, which happened between sub-system when network communication was connected and sub-system when network communication was interrupted. So the NCS could be modeled as a switched system. Motivated by dwell-time idea, some sufficient conditions of exponential stability of NCS were established by Lyapunov stability theory. Utilizing the solutions of linear matrix inequalities (LMIs), the parameterized expression method of the state observer and controller was given which could ensure the NCS exponential stability. A numerical example was shown to demonstrate the efficiency of the obtained result.

Key words: observability; stability; networked control systems; packet dropouts; switched systems

近年来，关于网络化控制系统的稳定性问题的研究很多[1-7]，这些文献都是以线性系统为受控对象.本文研究一类控制对象为带有非线性摄动的网络化系统基于观测器的控制.由于观测器的设计不能像线性系统那样“复制加反馈”[8]，文中仅对控制对象的线性部分复制建立观测器，用观测器的重构状态组成状态反馈闭环系统，把传感器和控制器之间的网络看成开关，那么网络正常通信时对应的子系统和网络丢包时对应的子系统之间相互切换形成一个切换系统.假设网络丢包时系统是不稳定的，基于驻留时间的思想，如果系统在稳定的子系统停留的时间足够长，保证稳定子系统消减“系统能量”的作用抵消并超过由切换引起的“系统能量”增加趋势，则系统就能稳定

收稿日期：2008-08-04

基金项目：国家自然科学基金项目(60504018)；北京航空航天大学蓝天新星资助项目

作者简介：朱桂芝(1983—)，女，安徽界首人，硕士生，zhizhi00@163.com.

下来[9]. 通过对各子系统构造 Lyapunov 函数来表示"系统能量",给出了网络控制系统的指数渐近稳定的充分条件,提出了一种基于观测器的控制器的设计方法,最后仿真算例验证了主要结果的有效性.

1　建　模

连续被控对象模型为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}&=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{y}&=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$ 为状态向量;$\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^m$ 为控制输入;$\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^p$ 是测量输出;$\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 是适当维数的矩阵,$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$完全能控,$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{C})$是可观测的;非线性扰动项 $f(\boldsymbol{x})$满足 $f(\boldsymbol{0})=\boldsymbol{0}$ 具有类 Lipschitz 形式[10],即存在矩阵 $\boldsymbol{M}$ 使得对任意 $\boldsymbol{x}$,有 $\|f(\boldsymbol{x})\|\leqslant\|\boldsymbol{M}\boldsymbol{x}\|$ 成立.

构造如下状态观测器及控制器,使得系统(1)是指数渐近稳定的:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}=\hat{\boldsymbol{A}}+\boldsymbol{L}(\boldsymbol{y}-\hat{\boldsymbol{y}})+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}\\ \hat{\boldsymbol{y}}=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}\end{cases}$$

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{x}}$$

网络控制系统(NCSs, Networked Control Systems)如图 1 所示,假设:

1) 网络视为开关 S,当数据包通过网络传输,视为 S 闭合,$\bar{\boldsymbol{x}}=\hat{\boldsymbol{x}}$;当数据包丢失,视为 S 断开,控制输入 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{0}$.

2) 通信正常时间区间的下界为 τ_d. 丢包发生的时间区间的上界为 $T(0<T<\infty)$.

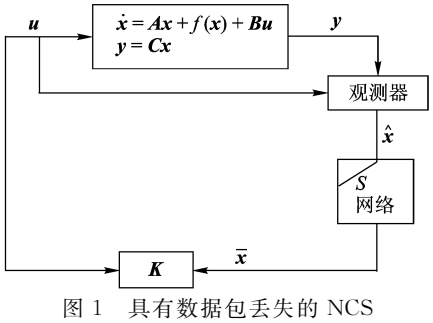

图 1　具有数据包丢失的 NCS

网络丢包和通信正常是交替发生的,记 $E_1=\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}\{[t_{2k-2},t_{2k-1}]\}$ 和 $E_2=\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}\{[t_{2k-1},t_{2k}]\}$ 分别表示通信正常时间区间集合和丢包时间区间集合.

定义 $\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{x}(t)-\hat{\boldsymbol{x}}(t)$,令 $\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}]$,得到一个切换系统模型:

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t)=\boldsymbol{A}_{\sigma(t)}\boldsymbol{z}(t)+\boldsymbol{F}(\boldsymbol{z})\tag{2}$$

其中,分段常值函数 $\sigma(t):[0,\infty)\to\Gamma=\{1,2\}$ 为切换规则;$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}&-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{C}\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{z})=\begin{bmatrix}f(\boldsymbol{x})\\ f(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{L}\in\mathbf{R}^{n\times p}$,$\boldsymbol{K}\in\mathbf{R}^{m\times n}$ 分别是要设计的观测器增益和控制器增益,系统的状态解在切换时刻连续,初始条件为 $\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(t_0)=\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(t_0^+)=[\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{e}_0^{\mathrm{T}}]$.

2　控制器和观测器设计

定理 1　考虑切换系统式(2),若存在连续可微的正定函数 $V_i(\boldsymbol{z})$,$i\in\Gamma$ 和常数 $a>0$,$\alpha_1>0$,$\alpha_2>0$,$b\geqslant1$,对任意的 $\boldsymbol{z}\in\mathbf{R}^{2n}$ 满足:

1) $ab\geqslant1$,$\dfrac{V_1(\boldsymbol{z})}{V_2(\boldsymbol{z})}\leqslant a$,$\dfrac{V_2(\boldsymbol{z})}{V_1(\boldsymbol{z})}\leqslant b$;

2) 对于任意 $t\geqslant t_0$

$$\frac{\dot{V}_1(\boldsymbol{z})}{V_1(\boldsymbol{z})}\leqslant-\alpha_1\qquad t\in E_1$$

$$\frac{\dot{V}_2(\boldsymbol{z})}{V_2(\boldsymbol{z})}\leqslant\alpha_2\qquad t\in E_2$$

$$\frac{\alpha_1\tau_d}{T+\tau_d}-\frac{\alpha_2 T}{T+\tau_d}-\ln(ab)/\tau_d>0$$

则切换系统式(2)的解指数渐近稳定.

定理 2　给定常数 T,τ_d,如果存在正定矩阵 $\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\boldsymbol{P}_3,\boldsymbol{P}_4$,矩阵 $\boldsymbol{K},\boldsymbol{L}$,正常数 α,满足

1) $\boldsymbol{W}_1=:(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{K})+\boldsymbol{P}_1^2+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+2\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}<0$

$\boldsymbol{W}_2=:(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{C})+\boldsymbol{P}_2^2+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}<0$

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_3+\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{A}+\boldsymbol{P}_3^2+2\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}<\alpha\boldsymbol{P}_3\tag{3}$$

$$(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_4+\boldsymbol{P}_4(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{L}\boldsymbol{C})+\boldsymbol{P}_4^2<\alpha\boldsymbol{P}_4\tag{4}$$

2) 令

$$\lambda_1=\max\{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_1),\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_2)\}$$

$$\tilde{\lambda}_1=\max\{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_1),\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_2)\}$$

$$\lambda_2=\max\{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_3),\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_4)\}$$

$$\tilde{\lambda}_2=\max\{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_3),\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_4)\}$$

$$\lambda_3=\max\{\lambda_{\max}(-\boldsymbol{W}_1),\lambda_{\max}(-\boldsymbol{W}_2)\}$$

$$\frac{\lambda_2}{\tilde{\lambda}_1}\geqslant1$$

且

$$\frac{\lambda_3}{\lambda_1}\cdot\frac{\tau_d}{T+\tau_d}-\frac{\alpha T}{T+\tau_d}-\ln\left(\frac{\lambda_1}{\tilde{\lambda}_1}\cdot\frac{\lambda_2}{\tilde{\lambda}_2}\right)\Big/\tau_d>0$$

则系统式(2)基于观测器的无记忆状态反馈系统指数渐近稳定.

基于定理 2 给出控制器和观测器一种设计方法,步骤如下:

1) 求解控制器增益 $\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{P}_1$ 以及 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_1)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_1)$, $\lambda_{\min}(-\boldsymbol{W}_1)$.

利用 Schur 补引理,把 $\boldsymbol{W}_1<0$ 转化成 LMI:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{QA}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{AQ}+\boldsymbol{BR}+\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{I}+\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{QM}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{MQ} & -\frac{1}{2}\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0$$

关于正定矩阵 $\boldsymbol{Q}$,矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的可行性问题,控制器增益 $\boldsymbol{K}=\boldsymbol{RQ}^{-1}$,由于 $\boldsymbol{P}_1=\boldsymbol{Q}^{-1}$,可得 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_1)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_1)$, $\lambda_{\min}(-\boldsymbol{W}_1)$.

2) 求解观测器增益 $\boldsymbol{L}$ 和 $\boldsymbol{P}_2$ 以及 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_2)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_2)$, $\lambda_{\min}(-\boldsymbol{W}_2)$.

把步骤 1) 求解出的 $\boldsymbol{K}$ 代入 $\boldsymbol{W}_2<0$,利用 Schur 补引理,把 $\boldsymbol{W}_2<0$ 转化成 LMI:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_2+\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{\Omega C}-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K} & \boldsymbol{P}_2 \\ \boldsymbol{P}_2 & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0$$

关于正定矩阵 $\boldsymbol{P}_2$,矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 的可行性问题,观测器增益 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{P}_2^{-1}\boldsymbol{\Omega}$,进一步计算可得 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_2)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_2)$, $\lambda_{\min}(-\boldsymbol{W}_2)$.

显然,由步骤 1)和步骤 2)可以确定 λ_1 $\tilde{\lambda}_1$, λ_3 的值.

3) 给定正常数 α,计算 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_3)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_3)$, $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_4)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_4)$.

利用 Schur 补引理,把式(3)转化成 LMI:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{UA}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{AU}+\boldsymbol{I}-\alpha\boldsymbol{U} & \boldsymbol{UM}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{MU} & -\frac{1}{2}\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<0$$

关于正定矩阵 $\boldsymbol{U}$ 的可行性问题,由于 $\boldsymbol{U}=\boldsymbol{P}_3^{-1}$,进一步计算可得 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_3)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_3)$.

由于 $\boldsymbol{L}$, α 已知,利用 Schur 补引理,把式(4)转化成 LMI:

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC})^{\mathrm{T}}+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC})\boldsymbol{V}+\boldsymbol{I}-\alpha\boldsymbol{V}<0$$

关于正定矩阵 $\boldsymbol{V}$ 的可行性问题,由于 $\boldsymbol{V}=\boldsymbol{P}_4^{-1}$,进一步计算可得 $\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_4)$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_4)$.

显然,步骤 3)可以确定 λ_2, $\tilde{\lambda}_2$ 的值.

4) 检验定理 2 中的条件 2)是否成立,若不成立,修改 α 的值,返回步骤 3),直至找到合适的 α.

这一过程相当于对参数 α 进行一个线性搜索,以使得满足要求的条件.

3 数值例子

考虑连续被控对象式(1):

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} 0.001 & 0.0003 \\ 0.001 & 0.001 \end{bmatrix}$$

$$f(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{M}\cdot\begin{bmatrix} \sin x_1 \\ \sin x_2 \end{bmatrix}$$

由步骤 1)和步骤 2)可得

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} -3.1682 & 8.5614 \\ -9.5615 & -0.1697 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix} 77.5147 & 44.7918 \\ -80.6354 & 54.1917 \end{bmatrix}$$

$\lambda_1=0.6922$, $\tilde{\lambda}_1=0.6688$, $\lambda_2=25.57$, $\tilde{\lambda}_2=0.2074$,取 $\alpha=5$,由步骤 3)可得 $\lambda_3=0.6688$. 取 $T=1$, $\tau_d=9$,可知定理 2 中的条件 2)成立. 假设 $\tau_{k+1}-\tau_k=\tau_d$, $k\in\mathbf{N}$, $\boldsymbol{x}_0=[2 \quad -2]^{\mathrm{T}}$, $\hat{x}_0=[5.5 \quad -5.5]^{\mathrm{T}}$,系统式(2)的状态和误差响应曲线如图 2、图 3 所示,可以看出系统状态和误差呈指数曲线收敛,验证了主要结果的正确性.

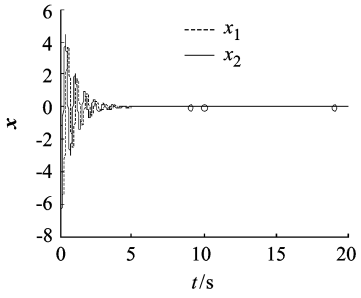

图 2 切换系统的状态响应曲线

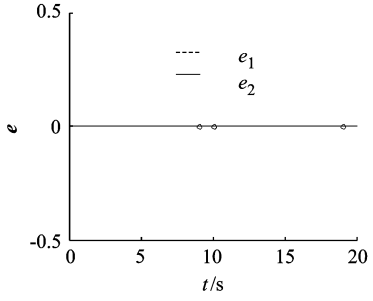

图 3 切换系统的误差响应曲线

4 结束语

在传感器与控制器之间存在网络的网络化系统中,当被控对象状态向量不能直接测量时,利用系统的测量输出建立观测器. 通过将网络视为开关,把含有数据包丢失的网络控制系统建模为一个切换系统. 采用分段 Lyapunov 函数方法给出了基于观测器的状态反馈控制器的网络化系统指数稳定性充分条件,提出了一种基于观测器的控制器的设计方法,最后通过仿真算例验证了主要结果的正确性和有效性.

(下转第 1099 页)