电离层拟合方法及路径参数量化分析

韩轶峰 闫照文

(北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100191)

摘 要：针对多层电离层，采用反抛物层作为连接层来描述电离层之间区域的电子密度分布.以电子密度和其相对于高度的一阶偏导数连续为依据，拟合出连接层的临界频率、半厚度和底高等电离层参数.将电离层的准抛物模型和连接层的反抛物模型中计算出来的等离子频率代入 Appleton-Hartree 公式和 Snell 定理，结合射线的几何结构完成多层电离层中的射线追踪，同时计算群路径、相路径和传输距离这3种重要的路径参数.分析当给定频率时，路径参数与入射角之间的关系，群路径、相路径与传输距离之间的关系，频率对路径参数之间变化关系的影响；同时分析了给定入射角时，路径参数与射线工作频率之间关系和入射角对于路径参数之间变化关系的影响.

关 键 词：电离层；连接层；等离子体密度；射线追踪；参数估计

中图分类号：TM 15

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)09-1113-04

Ionosphere fitting method and path parameters analysis

Han Yifeng Yan Zhaowen

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Anti-parabolic model that function as the joint layer was adopted to describe the electron density distribution between the quasi-parabolic multi-lays in ionosphere. The parameters of the anti-parabolic layer, such as critical frequency, semi thickness and the layer bottom radial distance from earth's center, were calculated on the basis of the continuous electron density distribution and its continuous derivative. The plasma frequency calculated in the quasi-parabolic model or anti-parabolic model was substituted into Appleton-Hartree formula and Snell theorem to calculate the ray trace with the help of ray geometry in the ionosphere. The three important path parameters which are the ground range, group path and phase path were calculated on this multi-layer ionosphere model with the joint layer. The relationship between the path parameters, which is influenced by the angle of incidence and the working frequency, was analyzed. The relationship between the path parameters and the angle of incidence or the working frequency was analyzed too.

Key words: ionosphere; joints; plasma density; ray tracing; parameter estimation

电离层中带电粒子的密度与太阳辐射的强弱密切相关，在夜间电子密度只有一个峰值，采用准抛物线数学模型来描述电离层中的电子密度，但是在白天会出现 E 层和 F_2 层，有时还有 F_1 层出现，相应地，峰值电子密度有两个或者三个，当用射线追踪技术计算射线轨迹以及群路径、相路径和传输距离的时候也就需要将两个或者三个准抛物层组合起来.现在就出现了一个问题，层与层之间的那些高度上，电子浓度按什么形式分布，在数学计算中如何描述才能使整个电离层的电子密度分布连续，并和实际中的情况相吻合.

针对这个问题，本文在层与层之间设置连接层，在反复研究比较“准抛物层”、“线性层”等数学模型来描述连接层电子密度的基础上，结合实验

收稿日期：2008-08-07

作者简介：韩轶峰(1983—)，男，河南洛阳人，硕士生，hyf@ee.buaa.edu.cn.

测试数据，提出采用反抛物模型作为连接层，并拟合出连接层的电离层参数，在此基础上计算出来的射线轨迹和路径参数都比较符合实际中的测试结果[1]. 本文进一步对多层电离层中射线路径参数进行了详细的分析，总结出来的结论在电离层斜向探测，电离层返回探测中都有非常重要的应用，并在在实测中得到了很好的验证.

1 准抛物模型和反抛物层模型

当电离层中电子密度 N_e 采用准抛物面模型时，可以用下式表示等离子体频率 f_N[2]：

$$f_N{}^2 = f_C{}^2\left[1-\left(\frac{r-r_m}{y_m}\right)^2\left(\frac{r_b}{r}\right)^2\right]$$
$$r_b < r < r_m\left(\frac{r_b}{r_b-y_m}\right) \tag{1}$$

其中，r_b 为电离层底高(距地球地心的距离，km)；y_m 为层的半厚度，$r_m = r_b + y_m$ 为最大电子浓度对应的高度，km；f_C 为临界频率，MHz；r 为电离层中任一点到地心的距离.

连接层中电子密度 N_e 采用反抛物面模型时，可以用下式表示等离子体频率：

$$f_N{}^2 = f_C{}^2\left[1+\left(\frac{r-r_m}{y_m}\right)^2\left(\frac{r_b}{r}\right)^2\right]$$
$$r_b < r < r_m\left(\frac{r_b}{r_b-y_m}\right) \tag{2}$$

其中 $r_m = r_b + y_m$ 为最小电子浓度对应的高度. 其他参数和准抛物层相同.

2 连接层参数计算

采用反抛物层作为两个层之间连接层，反抛物层的参数由它所连接的两个电离层的参数拟合得出. 在连接点，连接层和相邻电离层电子浓度相等，电子浓度的一阶导数相等，也即等离子体频率相等，等离子体频率的一阶偏导数相等，联立方程组求出反抛物层的各个电离层参数(临界频率、半厚度、底高)，以及反抛物层和上下两个电离层交接处的高度.

如图 1 所示，V_1 层作为连接层连接 E 层和 F_1 层，A 代表 E 层峰值，该处作为 E 层和 V_1 层的结合处，B 代表 V_1 层与 F_1 层的结合处，V_2 层作为连接层连接 F_1 层和 F_2 层，C 代表 F_1 层的峰值处，该处作为 F_1 层和 V_2 层的结合处，D 代表 V_2 层和 F_2 层的结合处[2]. 令 $a = f_C{}^2$，$b = a(r_b/y_m)^2$，得：

$$f_N{}^2 = a - b\left(1-\frac{r_m}{r}\right)^2 \quad r_b < r < r_m\left(\frac{r_b}{y_b-y_m}\right) \tag{3}$$

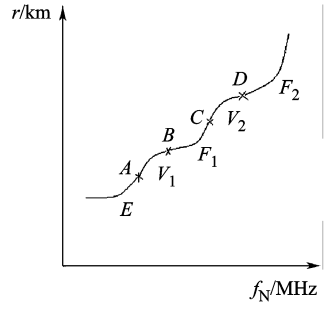

图 1 采用反抛物模型作连接层的多层电离层示意图

具体到各个层中：

E 层：

$$f_{NE}^2 = a_E - b_E\left(1-\frac{r_{mE}}{r}\right)^2 \tag{4}$$

反抛物层 V_1：

$$f_{NV_1}^2 = a_{V_1} + b_{V_1}\left(1-\frac{r_{mV_1}}{r}\right)^2 \tag{5}$$

F_1 层：

$$f_{NF_1}^2 = a_{F_1} - b_{F_1}\left(1-\frac{r_{mF_1}}{r}\right)^2 \tag{6}$$

各段等离子频率对高度的梯度为：

$$\frac{\mathrm{d}f_{NE}^2}{\mathrm{d}r} = -\frac{2r_{mE}b_E}{r^2}\left(1-\frac{r_{mE}}{r}\right) \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}f_{NV_1}^2}{\mathrm{d}r} = \frac{2r_{mV_1}b_{V_1}}{r^2}\left(1-\frac{r_{mV_1}}{r}\right) \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}f_{NE_1}^2}{\mathrm{d}r} = -\frac{2r_{mF_1}b_{F_1}}{r^2}\left(1-\frac{r_{mF_1}}{r}\right) \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} a_E - b_E\left(1-\frac{r_{mE}}{r_{d1}}\right)^2 &= a_{V_1} + b_{V_1}\left(1-\frac{r_{mV_1}}{r_{d1}}\right)^2 \\ -\frac{2r_{mE}b_E}{r_{d1}}\left(1-\frac{r_{mE}}{r_{d1}}\right) &= \frac{2r_{mV_1}b_{V_1}}{r_{d1}^2}\left(1-\frac{r_{mV_1}}{r_{d1}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned} a_{F_1} - b_{F_1}\left(1-\frac{r_{mF_1}}{r_{c1}}\right)^2 &= a_{V_1} + b_{V_1}\left(1-\frac{r_{mV_1}}{r_{c1}}\right)^2 \\ -\frac{2r_{mF_1}b_{F_1}}{r_{c1}}\left(1-\frac{r_{mF_1}}{r_{c1}}\right) &= \frac{2r_{mV_1}b_{V_1}}{r_{c1}^2}\left(1-\frac{r_{mV_1}}{r_{c1}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

r_{d1} 为 A 点高度(相对于地心)；r_{c1} 为 B 点高度；a_{V_1}，b_{V_1}，r_{mV_1} 为反抛物层 V_1 的电离层参数. 解方程组(10)和(11)得：

$$a_{V_1} = a_E \tag{12}$$

$$r_{d1} = r_{mV_1} = r_{mE} \tag{13}$$

$$r_{c1} = \frac{r_{mF_1}b_{F_1}(1-r_{mF_1}/r_{mV_1})}{a_{V_1} - a_{F_1} + b_{F_1}(1-r_{mF_1}/r_{mV_1})} \tag{14}$$

$$b_{V_1} = -\frac{r_{mF_1}b_{F_1}(1-r_{mF_1}/r_{c1})}{r_{mV_1}(1-r_{mV_1}/r_{c1})} \tag{15}$$

同理可以求得：C 点高度 r_{d2}，D 点高度 r_{c2}，反抛物层 V_2 的电离层参数 a_{V_2}，b_{V_2}，r_{mV_2}.

3　射线轨迹和路径参数的计算

路径参数指传输路径上任一点处相对于射线发射处的传输距离、相路径和群路径,这些参数在通信、遥感探测中非常重要并应用广泛.由 Appleton-Hartree 公式可以得到当忽略地磁场和碰撞的情况下相折射指数.

$$n^2 = 1 - f_N{}^2 / f^2 \tag{16}$$

其中 f 为工作频率.将前面计算出来的准抛物层和反抛物层中的等离子体频率 f_N 带入即可求出 n.由 Snell 定理可知:

$$nr\cos\beta = n_0 r_0 \cos\beta_0 \tag{17}$$

β 为射线路径与水平面之间的夹角;r_0 为地球半径;β_0 是 r_0 处的 β 值;r 是地心到射线上任一点的距离.结合射线的几何结构进而可得到传输距离 D、相路径 P、群路径 P' 等路径参数的计算式[3]:

$$D = 2\int_{r_k}^{r_{k+1}} r_0 \,\mathrm{d}\theta = 2\int_{r_k}^{r_{k+1}} \frac{r_0^2 \cos\beta_0 \,\mathrm{d}r}{r(n^2 r^2 - r_0^2 \cos^2\beta_0)^{\frac{1}{2}}} \tag{18}$$

$$P = 2\int_{r_k}^{r_{k+1}} n \,\mathrm{d}s = 2\int_{r_k}^{r_{k+1}} \frac{n^2 r \,\mathrm{d}r}{(n^2 r^2 - r_0^2 \cos^2\beta_0)^{\frac{1}{2}}} \tag{19}$$

$$P' = 2\int_{r_k}^{r_{k+1}} n^{-1} \,\mathrm{d}s = 2\int_{r_k}^{r_{k+1}} \frac{r \,\mathrm{d}r}{(n^2 r^2 - r_0^2 \cos^2\beta_0)^{\frac{1}{2}}} \tag{20}$$

表 1 为给定频率和入射角之后所计算射线的路径参数,图 2 为与之对应的射线轨迹,图中坐标原点为地心,射线传播的平面为 X-Y 平面,Y 的正方向为连接地心和发射机并且远离地心的方向.

表 1　路径参数计算结果

频率/MHz	入射角/(°)	传输距离/km	群路径/km	相路径/km
10	45	690.556	1025.261	797.214
10	30	1172.619	1414.019	1185.243
10	20	1290.368	1414.912	1293.517
8	45	675.559	998.738	732.357
7	30	847.379	1006.985	839.867
7	20	523.892	566.154	554.353

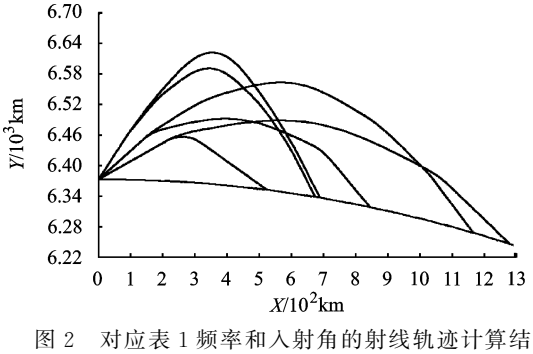

图 2　对应表 1 频率和入射角的射线轨迹计算结果

4　路径参数量化分析

前面对多层电离层进行了拟合,设置了反抛物模型的连接层,并用射线追踪技术精确地计算了多层电离层中射线传播的传输距离、群路径和相路径等路径参数.接下来就在这个基础上进一步定量地分析各路径参数之间的关系,以及路径参数和频率、发射角等射线传播初始条件之间的关系.

4.1　单频点路径参数分析

首先分析当给定频率时的情况,设频率为 10 MHz,群路径、相路径、传输距离和入射角之间的关系见图 3(以下图中 D 为传输距离,P 为群路径,P_P 为相路径).

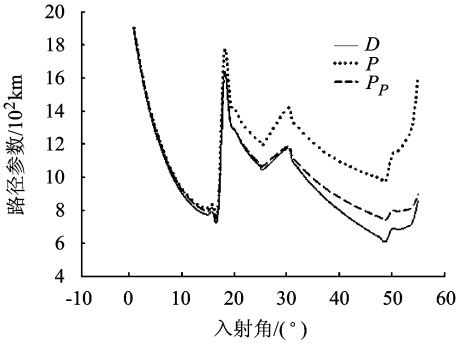

图 3　频率为 10 MHz 时路径参数与入射角的关系

可以看出,对于同一个入射角而言,群路径大于等于相路径,而相路径大于等于传输距离;并且对于同一个传输距离而言,可能会对应若干个入射角,此图可为研究电离层短波通信中的多径效应提供依据.

4.2　工作频率对路径参数的影响

现在来研究频率对各参数之间关系的影响.将频率作为参变量取 5 MHz,10 MHz,15 MHz 时,群路径与传输距离之间的关系、相路径与传输距离之间的关系以及群路径同入射角之间的关系分别如图 4～6 所示.

可以看出,群路径和传输距离之间的关系存

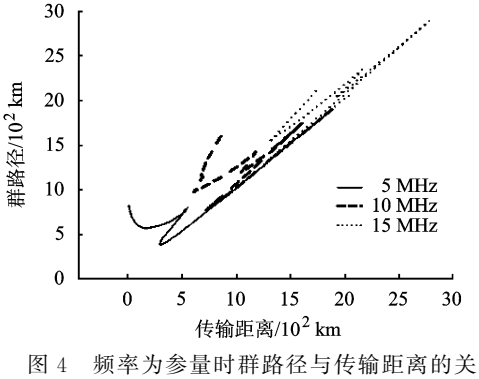

图 4　频率为参量时群路径与传输距离的关系

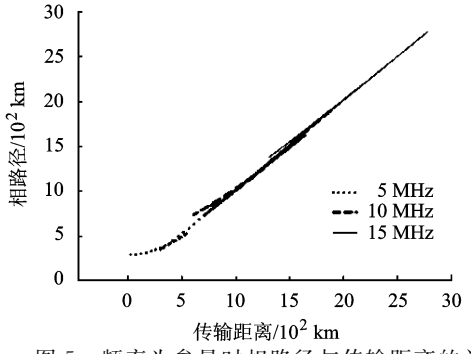

图5 频率为参量时相路径与传输距离的关系

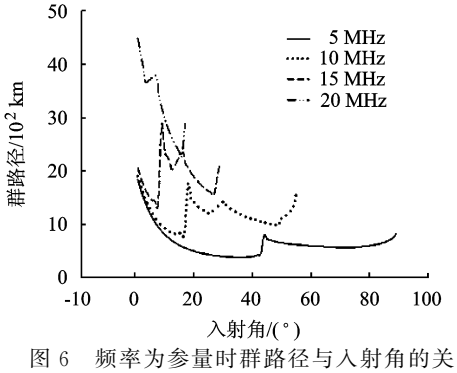

图6 频率为参量时群路径与入射角的关系

在斜率由负值到正值的逆转,而相路径和传输距离之间的关系则不存在这样斜率的逆转[4].

可见频率越高,则群路径、相路径和传输距离就越大,可以取到的入射角的范围也就越大.

4.3 入射角对路径参数的影响

下面研究固定发射仰角时的情况.设发射仰角为10°的时候,群路径、相路径、传输距离和频率的关系如图7所示.

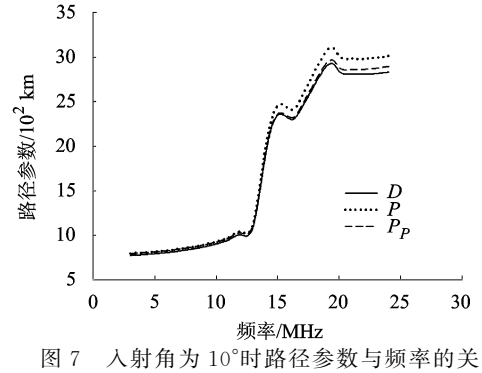

图7 入射角为10°时路径参数与频率的关系

将发射仰角作为参变量取5°,10°,30°,45°时,群路径和频率之间的关系如图8所示.

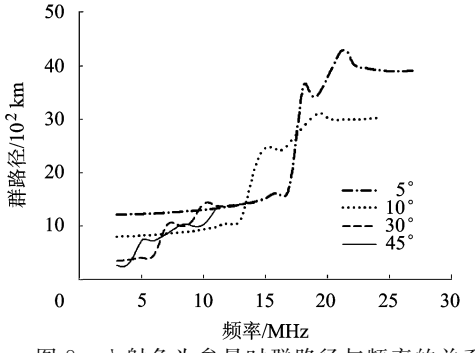

图8 入射角为参量时群路径与频率的关系

可以看出,角度越小,则可能存在群路径范围就越大,可用频率范围也越大,所取到的不同的群路径对应着不同的频率.角度越大,则可能存在的群路径范围就越小,可用的频率范围也较小,并集中在较低的频段内.

5 结束语

多层电离层中设置反抛物层作为连接层,可以更加准确地求得射线在电离层中传播的轨迹、群路径、相路径和传输距离等路径参数,并在此基础上更加准确地分析路径参数之间的变化关系,通过这些精确的变化关系可以有效地提取诸如射线在电离层中传播时的多径效应、最高可用频率等短波通信中非常有价值的信息.

参考文献(References)

[1] Dyson P L, Bennett J A. A model of the vertical distribution of the electron concentration in the ionosphere and its application to oblique propagation studies [J]. Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 1988, 50(3):251-262

[2] Li Xue, Jiao Peinan, Fan Junmei, et al. Simulation platform of backscatter ionogram [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2006, 21(4): 492-496

[3] Norman R J. A two-di mensional analytic ray tracingtechnique accommodating horizontal gradients [J]. Radio Sci, 1997, 32(2):387-396

[4] Liu Xuanmou, Gu Tao, Cui Rong, et al. Relations between transmission distance and phase/group path for oblique propagation [J]. Chinese Journal of Radio Science, 1985, 5(1): 69-74

(责任编辑:娄 嘉)