两步法快速解算编队卫星 GPS 模糊度

王海涛 欧吉坤 袁运斌

(中国科学院测量与地球物理研究所 动力大地测量重点实验室，武汉 430077)

摘 要：为克服卫星编队飞行实时相对定位中双频模糊度解算速度慢的缺点，结合扩展 Kalman 滤波(EKF，Extended Kalman Filter)，首先采用少数个历元(如 10 个)相位平滑伪距相对定位结果与 L_6 的平均值对滤波初始化，再根据两步法解算双频模糊度，即先解算并正确固定宽巷模糊度，获得较准确的基线分量估值，然后采用选权拟合方法，将基线分量作为约束条件解算并固定双频模糊度. 仿真算例计算结果表明，当宽巷模糊度正确固定后，编队卫星间相对定位误差在 5 cm 以内，两步法可以在较短时间(约 3 min)内固定双频模糊度，为精确解算编队卫星的相对状态提供保障.

关 键 词：卫星编队飞行；GPS 模糊度；相位平滑伪距；扩展 Kalman 滤波；选权拟合

中图分类号：V 557.1

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)09-1130-04

Rapid resolution of GPS ambiguities of satellite formation flying with two-step method

Wang Haitao Ou Jikun Yuan Yunbin

(Key Laboratory of Dynamic Geodesy, Institute of Geodesy & Geophysics of CAS, Wuhan 430077, China)

Abstract: In order to rapidly resolve the carrier ambiguities of satellite formation flying, a two-step method combined with extended Kalman filter (EKF) was proposed. The first step is to fix the wide-lane ambiguities during the state estimation after initializing the filtering with carrier-smoothed-code algorithm and mean value of L_6. The second step is to calculate the float double-frequency ambiguities with the method of selecting the parameter weights using the baseline component as a constraint. The simulated case reveales that the baseline accuracy is within 5 cm after the wide-lane ambiguity was solved and the proposed method can correctly resolve the ambiguities within 3 minutes after the filtering initialization with 10 epochs observation.

Key words: satellite formation flying; global position system(GPS) ambiguity; wide-lane combination; extended Kalman filter; selection of the parameter weights

随着对地观测时空分辨率要求的不断提高以及航天科学技术的发展，美国空军实验室和 NASA(National Aeronautics and Space Administration)的研究人员于上世纪 90 年代提出了卫星编队飞行技术[1]. 它采用组成一定几何形状并协同工作的多颗小卫星形成一颗虚拟大卫星，有效载荷搭载在各颗小卫星上，与单颗大卫星相比，分布式卫星编队飞行技术有诸多优点，如容错性高，如果某个小卫星出现故障，可以通过启动备用卫星或发射替代小卫星使其继续正常工作；机动灵活，可以根据不同任务需要进行几何形状调整，达到最佳观测结构；成本低、研发周期短等等.

正因为这些优点，卫星编队飞行技术备受各国研究机构的重视，在相关诸多理论及应用方面进行了广泛深入的研究. 如编队队形设计、动力学机制及在摄动情况下的队形保持[2-3]；编队卫星

收稿日期：2008-09-10

基金项目：国家自然科学基金资助项目(40674012)；国家 863 计划资助项目(2007AA12Z305，2007AA12Z311)

作者简介：王海涛(1979－)，男，山东滕州人，博士生，whigg_wang@hotmail.com.

相对状态(包括相对位置、速度及姿态等)快速确定[4-5];编队飞行在地球重力场反演等对地观测应用[6].在这些理论及应用研究中,相对状态的精确确定尤为重要,它决定了编队飞行任务能否成功完成.对地观测的卫星编队飞行,大多是低轨卫星,因此采用 GPS(Golobal Position System)作为观测手段受到广泛重视.而模糊度的解算是 GPS 高精度应用的关键,研究如何实现模糊度的快速动态解算对于采用 GPS 作为观测手段的低轨卫星编队飞行来说非常重要.

目前,动态双频模糊度解算方法主要有[7~8]:联合伪距的多种线性组合;在滤波过程中直接解算双频模糊度;将基线作为已知值带入观测方程等多种方法.但在卫星编队飞行相对状态确定中,这些方法中有些因为伪距观测量的精度不高,解算并正确固定模糊度所需要的时间比较长,有些方法因为条件不满足(如在卫星编队飞行中,基线并非精确知道)而不能直接应用.

本文给出一种新方法:将 EKF(Extended Kalman Filter)作为数据处理工具,与之结合,采用两步解法解算双频模糊度:①先固定宽巷模糊度,获得较为准确的基线分量初值;②采用选权拟合法解算双频模糊度.

1　EKF 状态方程及观测方程

1.1　EKF 状态方程建立

在编队卫星间离不是很长,各颗卫星受到的摄动基本一致的情形下,考虑到计算效率的要求,动态方程采用常加速度模型(宽巷模糊度为常数):

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{N}_5\end{pmatrix}_{k+1}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{X}} & \\ & \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{N}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{N}_5\end{pmatrix}_{k}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{X}}\\ \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{N}}\end{pmatrix}\quad(1)$$

其中

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{X}}=\begin{pmatrix}1 & \Delta t & 0.5(\Delta t)^2\\ 0 & 1 & \Delta t\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\otimes\boldsymbol{I}_3$$

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}}=(0.5(\Delta t)^2\quad \Delta t\quad 1)^{\mathrm{T}}\otimes\boldsymbol{I}_3$$

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{N}}=(1\quad 1\quad \cdots\quad 1)^{\mathrm{T}}$$

其中,$\boldsymbol{X}$ 为编队卫星间的相对位置、速度及加速度;$\boldsymbol{N}_5$ 为双差宽巷浮点模糊度;$\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{N}})$为状态转移矩阵,$\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{N}}$ 为一单位阵;$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{N}}$ 为噪声耦合矩阵;$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{N}}$ 为状态噪声向量;Δt 为采样间隔;$\boldsymbol{I}_3$ 为三维单位阵;$\otimes$为 kronecker 积运算符.

需要指出的是,当宽巷模糊度固定后,模糊度将作为已知值带入观测方程,则滤波状态方程为:

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{X},k}\quad(2)$$

1.2　EKF 观测方程建立

根据模糊度是否固定,观测方程的建立也有区别,当宽巷模糊度固定之前为:

$$\boldsymbol{L}_{5,k+1}=\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X}_{k+1})+\lambda_5\boldsymbol{N}_5+\boldsymbol{v}_{k+1}\quad(3)$$

式中,$\boldsymbol{L}_{5,k+1}$为 $k+1$ 历元相位观测值的宽巷组合;$\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X}_{k+1})$为方程中与接收机位置参数有关的部分;$\lambda_5=\lambda_1\lambda_2/(\lambda_2-\lambda_1)$为宽巷组合对应的波长.

宽巷模糊度固定后,双频模糊度固定前后的观测方程分别为:

$$\boldsymbol{L}_{5,k+1}-\lambda_5\boldsymbol{N}_5=\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X}_{k+1})+\boldsymbol{v}_{k+1}\quad(4)$$

$$\boldsymbol{L}_{k+1}-\boldsymbol{\lambda N}=\boldsymbol{e}_2\otimes\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X}_{K+1})+\boldsymbol{v}_{k+1}\quad(5)$$

其中,$\boldsymbol{L}_{k+1}$为 $k+1$ 历元双频相位观测值;$\boldsymbol{\lambda}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2)\otimes\boldsymbol{I}_N(\lambda_i$ 为频率 i 对应的波长,$i=1,2)$;$\boldsymbol{N}=(\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{e}_2=(1\quad 1)^{\mathrm{T}}$.

宽巷模糊度固定之前,EKF 的动态方程与观测方程分别为式(1)、式(3);当宽巷模糊度固定之后,双频模糊度固定前为式(2)、式(4);双频模糊度固定之后为式(2)、式(5).

另外,滤波初始化是采用相位平滑伪距[9]与多历元 L_6 平均值计算的.对应的方差-协方差阵的初始化根据误差传播定律确定.宽巷模糊度及双频模糊度的搜索采用 LAMBDA 方法,当 ratio 值超过 3,则认为模糊度正确固定.

2　选权拟合法解算双频模糊度

2.1　选权拟合法

选权拟合方法是文献[10]提出用于解不适定问题的.这一方法被广泛应用于变形监测、GPS 模糊度的快速解算[11].本文也是基于这一理论,结合 EKF 实现编队卫星间双频模糊度的快速解算.

当宽巷模糊度正确固定之后,基线解算的精度得到提高,根据实测及仿真实验计算的结果来看,基线分量的误差一般在 20 cm 以内,甚至在 5 cm内,但相对于双频模糊度解算来说,并非精确已知,因此不适合采用为固定值,而应采用选权拟合法解算双频模糊度.选权拟合法的关键在于选择合理的约束条件,在本文中,就是获得较为精确的基线分量 $\boldsymbol{x}$,以及对应的方差-协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_x$,这两项条件已在第一步中得到.

2.2　选权拟合法解算双频模糊度

根据 Tikhonov 正则化准则[10]

$$\|\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{Y}}-\boldsymbol{l}\|_{\boldsymbol{P}}^2+\alpha\Omega(\hat{\boldsymbol{Y}})=$$

$$\|\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{Y}}-\boldsymbol{l}\|_{\boldsymbol{P}}^2+\alpha\hat{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{Y}}=\min$$

$\hat{\boldsymbol{Y}}$ 的解为：$\hat{\boldsymbol{Y}}=(\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{C}+\alpha\boldsymbol{R})^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{l}$，此处，$\boldsymbol{C}=(\boldsymbol{e}_2\otimes\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{X}}\quad -\boldsymbol{\lambda}\otimes\boldsymbol{I})$，$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{X}}$ 为线性化观测设计阵；$\hat{\boldsymbol{Y}}=(\delta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\delta N}_{1,2}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$，$\delta\boldsymbol{x}$ 为基线的改正量，$\delta\boldsymbol{N}_{1,2}$ 为双频浮点模糊度解的改正量；$\|\cdot\|_{\boldsymbol{P}}$ 表示加权2-范数；$\boldsymbol{R}$ 是选择的参数先验权矩阵，在这里，仅对基线分量部分约束，则权阵 $\boldsymbol{R}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}_x,\boldsymbol{0})$，$\boldsymbol{P}_x=\boldsymbol{\Sigma}_x^{-1}$；$\alpha$ 为平滑因子，本文中由于基线分量改正数很小，可取 $\alpha=1$.

2.3 两步法快速解算双频模糊度算法流程图

与EKF相结合的两步法快速解算双频模糊度的算法流程如图1所示. 其中点划线框内的为两步法中的第一步，虚线框内的为第二步.

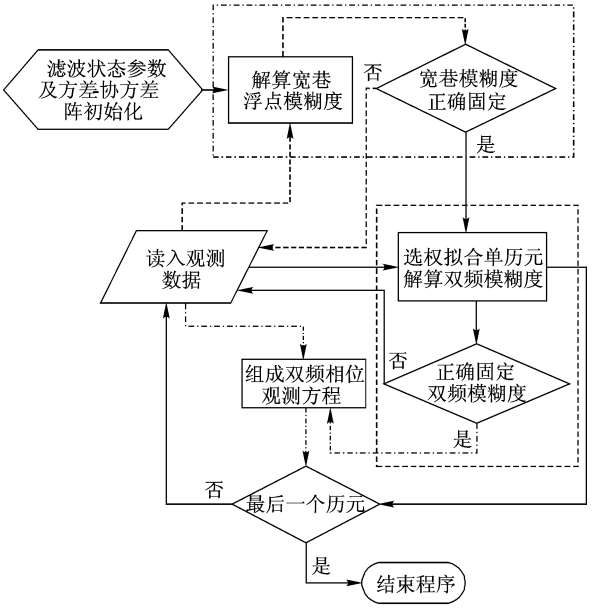

图1 两步法快速解算双频模糊度算法流程图

3 数据仿真实验及结果分析

为检验两步法解算双频模糊度的有效性，采用以下星载GPS观测仿真方案：观测时段为2003年7月1日Greenwich时12:00:00—12:19:59，共1 200个历元；两颗编队卫星的轨道参数、仿真数据的生成及各项指标见文献[9]. 采用前10个历元相位平滑伪距的结果对滤波初始化. 限于篇幅，初始化值未一一列出，部分结果见表1.

表1 部分滤波状态参数(基线分量)初始化值 m

基线方向	状态初始值	对应仿真真值
x	−44 289.087	−44 289.048
y	12 358.612	12 358.807
z	−475.486	−475.463

EKF采用相同的系统方程和滤波初始化方法，而模糊度的解算采用两种方案：①两步法解算双频模糊度；②直接解算双频模糊度.

篇幅所限，仅给出相对位置的计算结果真误差曲线图，略掉了相对速度及加速度结果.

方案1在宽巷模糊度固定之后，基线分量的真误差(计算结果与仿真真值之差)见表2. 采用方案1得到的双频浮点模糊度与方案2经过相同观测历元滤波得到的部分双频浮点模糊度见表3. 图2显示的则是方案1、2计算的基线结果的真误差.

表2 宽巷模糊度固定时基线估值与仿真值 m

基线方向	计算值	仿真值
x	−46 165.519	−46 165.517
y	5 355.039	5 355.059
z	−486.464	−486.451

表3 两种方案计算的部分双频模糊度浮点解与仿真值 周

卫星对	方案	计算值		仿真值	
		N_1	N_2	N_1	N_2
7−4	1	−897 182.9	−5 125 561.0	−897 183	−5 125 561
	2	−897 185.6	−5 125 563.0		
11−4	1	−7 697 053.9	−6 928 414.0	−7 697 054	−6 928 414
	2	−7697065.0	−6928422.6		
23−4	1	659 969.2	−657 361.9	659 969	−657 362
	2	659 957.4	−657 371.0		

注："计算值"一栏，每组卫星对对应两行，其中1对应于方案1的计算结果；2对应于方案2经过相同观测历元计算得到的双频浮点模糊度结果；N_1，N_2 分别为频率 f_1，f_2 对应的模糊度.

表1表明，采用相位平滑伪距经过10个历元的计算，可以得到精度较好的相对位置初值，为宽巷模糊度的解算提供了良好的条件.

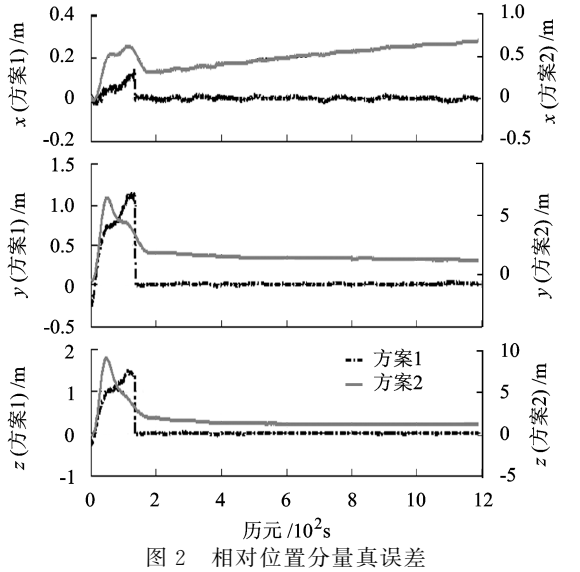

图2 相对位置分量真误差

从表4及图2可以看出，双频模糊度固定之前，方案1的基线计算结果也存在较大的偏差，模糊度固定之后，基线解算结果精度得到很大提高. 而方案2的计算结果在较长一段时间内，波动较

大,经过约 150 个历元计算之后,y/z 分量较为平稳,但是存在偏差,而 x 分量随着历元增加有发散趋势.

从表 2～表 4 及图 2 中,可以看出滤波初始化后,采用两步法解算双频模糊度的方法可以在比较短的时间内正确固定双频模糊度.

在数据处理过程中,新升起的 GPS 卫星模糊度解算是将基线作为约束、已固定的模糊度作为已知值,根据宽巷组合观测方程解算宽巷模糊度,当宽巷模糊度正确固定后,采用选权拟合法固定双频模糊度,也即文中提出的两步法.

表 4　两种方案基线分量真误差绝对值和精度统计表 m

基线方向	方案	最大偏差		最小值偏差		RMS	
		A	*B*	*A*	*B*	*A*	*B*
X	1	0.139	0.024	0.000	0.000	0.062	0.008
	2	0.634	0.699	0.001	0.317	0.480	0.528
Y	1	1.151	0.030	0.018	0.000	0.788	0.011
	2	6.380	3.407	0.019	1.435	4.456	1.681
Z	1	1.485	0.036	0.016	0.000	1.056	0.011
	2	8.973	3.015	0.032	1.128	5.588	1.330

注:表中,*A* 列和 *B* 列分别对应于双频模糊度固定前后的统计结果.

4　结　论

为实现采用 GPS 进行编队飞行卫星间相对状态实时高精度估计,文中采用了两步法并采取了 3 项有效措施快速解算双频整周模糊度.这 3 项措施及其在双频模糊度解算过程中起到的作用分别为:

1) 采用相位平滑伪距相对定位及多历元 L_6 平均值,进行滤波初始化,可以得到比较好的初始值,为模糊度快速固定提供了良好的初始条件;

2) 再固定宽巷模糊度.由于宽巷组合观测量对应的波长较长,约为 0.862 m,比较容易固定.滤波初始化后,可在 3 min 内正确固定宽巷模糊度;

3) 采用选权拟合法,将宽巷模糊度固定后的基线作为约束,解算双频浮点模糊度.由于基线分量的精度较高,利用选权拟合法得到的双频模糊度浮点解非常靠近正确的整数,从而可以快速固定.

参考文献 (References)

[1] Folta D, Bordi F, Scolese C. Considerations on formation flying separations for earth observing satellite missions [C] // Proc AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meet: Advances Astronautical Sci. San Diego: Univelt Inc, 1992: 803－822

[2] Atkins E, Pennecot Y. Autonomous satellite formation assembly and reconfiguration with gravity fields [C] //Robert A Profet. IEEE Aerospace Conference Proceedings. New York: IEEE, 2002: 783－795

[3] 赵军, 肖业伦. 用于对地观测定位的编队飞行卫星群轨道构形设计 [J]. 宇航学报, 2003, 24(6): 563－568
Zhao Jun, Xiao Yelun. Orbit configuration design of formation flying satellites to be used for earth observing and positioning [J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(6): 563－568 (in Chinese)

[4] Kroes R, Montenbruck O, Bertiger W, et al. Precise GRACE baseline determination using GPS [J]. GPS Solutions, 2005, 9(1): 21－31

[5] 马骏,肖业伦. 编队星座相对位置精确测定与自主定轨方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(6): 665－668
Ma Jun, Xiao Yelun. Autonomous orbit determination and precise measurement of relative position of formation constellation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(6): 665－668(in Chinese)

[6] Lemoine J M, Bruinsma S, Loyer S, et al. Temporal gravity field models inferred from GRACE data[J]. Advances in Space Research, 2007, 39(10) :1620－1629

[7] Hwang P Y C. Kinematic GPS: resolving integer ambiguities on-the fly [C] // Proceedings IEEE PLANS. New York: IEEE, 1990: 579－586

[8] Kubo Y, Muto Y, Kitao S, et al. Ambiguity resolution for dual frequency carrier phase kinematic GPS [C] // Proceedings-Analog and Digital Techniques in Electrical Engineering. New York: IEEE, 2004: A661-A664

[9] 王海涛,欧吉坤,郭建锋. GPS 相位平滑伪距严密定权及其在卫星编队飞行相对定位中的应用[J]. 宇航学报, 2007, 28(2): 282－286
Wang Haitao, Ou Jikun, Guo Jianfeng. Strict weight matrix definition of GPS carrier-smoothed code and its application to relative positioning of satellite formation flying[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(2): 282－286 (in Chinese)

[10] 欧吉坤. 测量平差中不适定问题解的统一表达与选权拟合法[J]. 测绘学报, 2004, 33(4):283－288
Ou Jikun. Uniform expression of solutions of Ill-posed problems in surveying adjustment and the fitting method by selection of the parameter weights[J]. Acta Geodaetica Et Cartographic Sinica, 2004, 33(4) 33(4):283－288 (in Chinese)

[11] 王振杰. 大地测量中不适定问题的正则化解法研究[D]. 武汉:中国科学院测量与地球物理研究所, 2003
Wang Zhenjie. Research on the regularization solutions of Ill-posed problems in geodesy [D]. Wuhan: Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 2003(in Chinese)

(责任编辑:娄　嘉)