温度/机械载荷作用下裂纹扩展的随机化分析

杨洪琴 鲍 蕊 张建宇 费斌军

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191)

摘 要：为描述温度/机械载荷共同作用下裂纹扩展速率，基于疲劳和蠕变裂纹扩展的线性叠加模型，给出了结合试验的修正方法.该方法根据试验结果提取新的材料参数，解决了原模型中由于交变载荷对蠕变裂纹扩展的影响所导致的材料参数不独立的问题.在此修正模型基础上，引入对数正态随机过程，建立了温度/机械载荷共同作用下的裂纹扩展随机模型，并采用泰勒级数展开法获得了指定裂纹长度下寿命分布和指定寿命下裂纹长度分布的表达式.通过算例比较随机模型和试验结果获得的寿命分布，证实了该随机化处理方法的可靠性.

关 键 词：裂纹扩展；温度/机械载荷；叠加模型；随机化方法

中图分类号：V 231.95

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)09-1134-05

Randomization analysis of the thermal-mechanical crack growth

Yang Hongqin Bao Rui Zhang Jianyu Fei Binjun

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to describe the crack growth law under thermal-mechanical loading, the linear superposition model of fatigue and creep crack growth was amended based on the experimental results. New material parameters in the model were determined, as the original ones may not be independent of the stress ratio, temperature and dwell time due to the influence of alternating load to the creep crack propagation. Then, a random crack growth model was obtained by introducing lognormal random process to the amended model. With the Taylor series expansion, the distribution of the crack size at any service time and the distribution of the service time to reach any crack size were attained. An example was given to validate the reliability of the proposed randomization method by comparing the life distribution obtained from the model with the experiment.

Key words: crack propagation; thermal/mechanical; superposition model; randomization method

航空发动机中的大部分结构是工作在高温环境下的，如涡轮盘，它的寿命评估可靠度，不仅会受到来自结构特性(材料特性，结构形状等)的分散性，而且还包括工作环境(转速，温度等)不确定性的影响.这就决定了发动机结构中的裂纹扩展随机描述要比飞机结构复杂.

目前，对于飞机结构，常温环境下描述裂纹结构裂纹扩展概率模型的思路有：①尽可能全面地考虑对裂纹扩展产生影响的不确定因素，依据经验和推理直接给出裂纹扩展随机表达式，进而通过试验进行验证；②在确定性裂纹扩展的基础上，引入随机化因素.典型有文献[1]提出的以时间为参量的工程实用的随机模型，简单易行.但由于裂纹扩展模型中并不显含时间量，文献[2]认为用裂纹长度作为描述裂纹扩展随机性的随机过程参量更为合理.而对发动机结构的裂纹扩展概率描述，即便是从第②类思路出发，由于温度/载荷共同作用下的确定性裂纹扩展模型的复杂性，在此基础上的随机化仍是比较困难的[3].

本文的目的：①针对裂纹扩展叠加模型中的不足提出修正方法；②提出裂纹扩展叠加模型的随机化方法；③基于泰勒级数展开，给出实际结构

收稿日期：2008-09-19

作者简介：杨洪琴 (1982—)，女，江苏盐城人，博士生，yanghongqin@ase.buaa.edu.cn.

中指定寿命下裂纹长度的分布和指定裂纹长度下寿命的分布.

1　裂纹扩展的描述

对温度/机械载荷共同作用下的裂纹扩展描述,采用如下的线性叠加模型[4]:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}\right)_{\mathrm{f}}+\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}\right)_{\mathrm{c}}=c_{\mathrm{T}}(\Delta K_{\mathrm{T}})^{n_{\mathrm{T}}}+\int_0^{t_{\mathrm{h}}}A(C_{\mathrm{t}})^{q}\mathrm{d}t \tag{1}$$

式中,a 为裂纹长度;N 为循环数;$(\mathrm{d}a/\mathrm{d}N)_{\mathrm{f}}$为疲劳裂纹扩展速率;$(\mathrm{d}a/\mathrm{d}N)_{\mathrm{c}}$为蠕变裂纹扩展速率;$c_{\mathrm{T}}$,$n_{\mathrm{T}}$,$A$ 和 q 均为材料参数,原则上与具体结构无关;ΔK_{T}为一定温度下交变应力强度因子范围;t_{h}为最大应力(应变)处保持时间;C_{t}为蠕变裂纹控制参量,既适用于小范围蠕变,也适用于过渡态蠕变、大范围蠕变,在大范围蠕变条件下趋于恒定值 C^{*};t 为时间.因此,当 $t<t_{\mathrm{T}}$时,用 C_{t}描述蠕变裂纹的扩展;当 $t>t_{\mathrm{T}}$时,用 C^{*} 替代 C_{t}来描述蠕变裂纹的扩展.C_{t}和 C^{*} 两者之间的关系[5]近似表达为

$$C_{\mathrm{t}}\approx[1+(t_{\mathrm{T}}/t)^{(n-3)/(n-1)}]C^{*} \tag{2}$$

式中,t_{T}为实现从小范围到大范围蠕变转换的时间;n 为蠕变指数.

1.1　c_{T}和 n_{T}的估计

c_{T}和 n_{T}通过标准试件在温度 T、机械载荷为三角波形下的裂纹扩展试验获得($t_{\mathrm{h}}=0$),该类试验中蠕变的影响较小,可以忽略,裂纹扩展速率表达式为

$$\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}\right)_{\mathrm{f}}=c_{\mathrm{T}}(\Delta K_{\mathrm{T}})^{n_{\mathrm{T}}} \tag{3}$$

对式(3)两边取对数:

$$\ln\left[\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}\right)_{\mathrm{f}}\right]=\ln c_{\mathrm{T}}+n_{\mathrm{T}}\ln(\Delta K_{\mathrm{T}}) \tag{4}$$

由疲劳裂纹扩展试验得到数据集$(a,N)_{\mathrm{f}}$,通过七点法等数据处理方法获得对应 $a_i(i=1,2,\cdots,m)$的裂纹扩展速率$((\mathrm{d}a/\mathrm{d}N)_{\mathrm{f}})_i$,并由标准试件应力强度因子计算公式获得对应的$(\Delta K_{\mathrm{T}})_i$.

令 $\beta_i=\ln[((\mathrm{d}a/\mathrm{d}N)_{\mathrm{f}})_i]$,$\alpha_i=\ln(\Delta K_{\mathrm{T}})_i$,由最小二乘法拟合出参数 c_{T}和 n_{T}:

$$n_{\mathrm{T}}=\frac{\sum_{i=1}^{m}\left(\alpha_i-\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\right)\left(\beta_i-\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\beta_i\right)}{\sum_{i=1}^{m}\left(\alpha_i-\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\right)^{2}} \tag{5}$$

$$\ln c_{\mathrm{T}}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\beta_i-n_{\mathrm{T}}\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\alpha_i \tag{6}$$

1.2　A 和 q 的估计

在 c_{T},n_{T}已知的情况下估算参数 A 和 q,对式(1)作如下转换:

$$\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}\right)_{\mathrm{c}}=\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}-c_{\mathrm{T}}(\Delta K_{\mathrm{T}})^{n_{\mathrm{T}}}=\int_0^{t_{\mathrm{h}}}A(C_{\mathrm{t}})^{q}\mathrm{d}t \tag{7}$$

采用标准试件在 T、机械载荷为梯形波下的裂纹扩展试验,得到数据集(a,N),通过计算得到$(\mathrm{d}a/\mathrm{d}N)_i$、$(\Delta K_{\mathrm{T}})_i$以及该循环内的 C_{t}或 C^{*}.

对式(7),采用最小二乘法,定义

$$\varepsilon=\sum_{i=1}^{m}\left[\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}\right)_i-\left(\int_0^{t_{\mathrm{h}}}A(C_{\mathrm{t}})^{q}\mathrm{d}t\right)_i\right]^{2} \tag{8}$$

令

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\varepsilon}{\partial A}&=0\\ \frac{\partial\varepsilon}{\partial q}&=0\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

求解方程组(9),即可得参数 A 和 q.

2　裂纹扩展模型的修正

原则上,式(1)中材料参数 A 和 q 与具体结构受载情况无关,但由于交变载荷对蠕变裂纹扩展的影响,A,q 可能表现为应力比 R,t_{h},T 等因素的函数.通过下面的试验方案进行验证,如 A,q 作为材料参数不再成立,则需另寻求合适的表征蠕变裂纹扩展的材料参数,以修正模型.

式(1)写为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=c_{\mathrm{T}}(\Delta K_{\mathrm{T}})^{n_{\mathrm{T}}}+\int_0^{t_{\mathrm{h}}}A(R,t_{\mathrm{h}},T)(C_{\mathrm{t}})^{q(R,t_{\mathrm{h}},T)}\mathrm{d}t \tag{10}$$

式中,$A(R,t_{\mathrm{h}},T)$和 $q(R,t_{\mathrm{h}},T)$为以 R,t_{h},T 为变量的函数.

1) 采用正交试验设计,考虑因素 R,t_{h},T,进行不同 R,t_{h}和 T 下的裂纹扩展试验,找出对 A,q(A,q 的确定方法见节 1.2)影响显著的因素 y(y 为 R,t_{h},T 中的一个),如果无,则 A,q 仍为有效材料参数.

2) 进行补充试验,固定其它参量,得到不同 y 下的裂纹扩展试验数据,从而建立 y 与 A,q 的函数关系,$A(y)$和 $q(y)$.

3) 提取 $A(y)$和 $q(y)$中与 y 无关的量 A_0和 q_0:

$$\left.\begin{aligned}A(y)&=A_0F(y)\\ q(y)&=q_0S(y)\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

式中,$F(y)$和 $S(y)$分别为以 y 为变量的函数.

4) 将式(11)代入式(10),得裂纹扩展模型的修正式:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=c_{\mathrm{T}}(\Delta K_{\mathrm{T}})^{n_{\mathrm{T}}}+\int_0^{t_{\mathrm{h}}}A_0F(y)(C_{\mathrm{t}})^{q_0S(y)}\mathrm{d}t \tag{12}$$

式中，c_T，n_T，A_0和q_0均为仅与材料相关的参数.

3 裂纹扩展的随机化模型

3.1 裂纹扩展随机模型的提出及简化

在确定性裂纹扩展模型式(1)的基础上，引入随机因素，得概率模型为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=\tilde{c}_T(\Delta\tilde{K}_T)^{\tilde{n}_T}+\int_0^{t_h}\tilde{A}(\tilde{C}_t)^{\tilde{q}}\,\mathrm{d}t \tag{13}$$

式中，$\tilde{c}_T$，$\tilde{n}_T$，$\tilde{A}$和$\tilde{q}$均为随机变量，来源于该温度下材料固有的分散性；$\Delta\tilde{K}_T$和$\tilde{C}_t$亦为随机变量，分别来源于机械载荷、试件几何、温度对疲劳裂纹和蠕变裂纹的分散性贡献.

通过试验确定$\tilde{c}_T$，$\tilde{n}_T$，$\Delta\tilde{K}_T$，$\tilde{A}$，$\tilde{q}$和$\tilde{C}^*$共6个随机变量的分布参量是比较复杂的. 对式(1)中的两项分别引入可能对疲劳裂纹和蠕变裂纹产生影响的随机过程，得概率模型：

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=X_1(t)c_T(\Delta K_T)^{n_T}+X_2(t)\int_0^{t_h}A(C_t)^q\,\mathrm{d}t \tag{14}$$

式中，随机过程$X_1(t)$和$X_2(t)$分别为材料、机械载荷、试件几何、温度对疲劳和蠕变裂纹扩展分散性的贡献. 两者均假设服从均值为1的对数正态分布[1].

然而，即使$X_1(t)$、$X_2(t)$的分布及其参量已知，寻求指定寿命下裂纹长度和指定裂纹长度下寿命这两个重要分布的解析解仍是很困难的. 由于影响$X_1(t)$和$X_2(t)$分布参量的因素来源于同一材料、机械载荷、试件几何、温度的分散性，且均服从对数正态分布，可以合理地认为两者近似线性相关，即：$X_2(t)=cX_1(t)+d$，模型改为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=X(t)\left[c_T(\Delta K_T)^{n_T}+\int_0^{t_h}A(C_t)^q\,\mathrm{d}t\right] \tag{15}$$

式中，c，d为常数. 随机过程$X(t)$服从对数正态分布，自协方差函数[6]见式(16)，它同时包含了T、机械载荷等因素对裂纹扩展的影响.

$$\mathrm{Cov}[X(t_1),X(t_2)]=\sigma_X^2\exp(-\xi\mid t_2-t_1\mid) \tag{16}$$

式中，t_1，t_2为时间点；σ_x为$X(t)$的均方差；ξ^{-1}为相关参量.

由于$X(t)$服从对数正态分布是在$X_1(t)$、$X_2(t)$近似线性相关的前提下得到的，因此在应用模型进行随机化分析时需根据试验数据对$X(t)$的分布进行检验. 具体方法参见第4节算例.

3.2 寿命和 a 分布的确定

获得指定a下寿命的分布和指定寿命下a的分布是对结构进行概率裂纹扩展分析的重要任务，也是结构可靠性分析的必要依据.

由式(15)有

$$\mathrm{d}a=X(t)\left[c_T(\Delta K_T)^{n_T}+\int_0^{t_h}A(C_t)^q\,\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}N=$$

$$X(t)\left[c_T(\Delta K_T)^{n_T}+\int_0^{t_h}A(C_t)^q\,\mathrm{d}t\right](\mathrm{d}t/Q_{cyc}) \tag{17}$$

式中，Q_{cyc}为载荷循环周期.

对具体的含裂纹体，载荷形式一定时，ΔK_T和C_t(或C^*)仅是a的函数，式(17)简写为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N}=X(t)L(a) \tag{18}$$

式中

$$L(a)=\left[c_T(\Delta K_T)^{n_T}+\int_0^{t_h}A(C_t)^q\,\mathrm{d}t\right]/Q_{cyc} \tag{19}$$

设a_0为初始裂纹尺寸，引入

$$W(t)=\int_{a_0}^{a(t)}\frac{1}{L(a)}\mathrm{d}a=\int_0^t X(t)\,\mathrm{d}t \tag{20}$$

$$\bar{t}(x)=\int_{a_0}^{x}\frac{1}{L(a)}\mathrm{d}a \tag{21}$$

式中，$\bar{t}(x)$为达到指定裂纹长度x时所需的平均寿命.

综合式(20)、式(21)，由$W(t)$的分布函数得到$a(t)$的分布：

$$P[a(t)<x]=P[W(t)<\bar{t}(x)] \tag{22}$$

在多数情况下，式(21)所示的$\bar{t}(x)$表达式是不可积的，采用泰勒级数方法，将式(19)在$a=m$处展开(m为任意正整数，此处取为1)：

$$L(a)=p+q(a-1)+r(a-1)^2 \tag{23}$$

式中，$p=L(1)$；$q=L'(1)$；$r=[L''(1)]/2!$.

化简式(23)，得

$$L(a)=(p-q+r)+(q-2r)a+ra^2 \tag{24}$$

令

$$\left.\begin{aligned}u&=p-q+r\\v&=q-2r\\w&=r\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

代入式(21)，当$G=4uw-v^2>0$时：

$$\bar{t}(x)=\int_{a_0}^{x}\frac{1}{L(a)}\mathrm{d}a=$$

$$\frac{2}{\sqrt{G}}\arctan\left[\frac{(2xw-2a_0w)\sqrt{G}}{G+(2xw+v)(2a_0w+v)}\right] \tag{26}$$

当$G=4uw-v^2<0$时：

$$\bar{t}(x)=\int_{a_0}^{x}\frac{1}{L(a)}\mathrm{d}a=$$

$$\frac{1}{\sqrt{-G}}\ln\frac{\left|\dfrac{2xw+v-\sqrt{-G}}{2xw+v+\sqrt{-G}}\right|}{\left|\dfrac{2a_0w+v-\sqrt{-G}}{2a_0w+v+\sqrt{-G}}\right|} \tag{27}$$

令 $\bar{Z}(t)=\ln W(t)$,服从正态分布,得指定寿命下的裂纹长度分布 $F_{a(t)}(x)$和指定裂纹长度 a 下的寿命分布 $F_{t(a)}(t)$:

$$F_{a(t)}(x)=P[a(t)<x]=$$
$$P[\bar{Z}(t)<\ln\bar{t}(x)]=$$
$$\Phi\left\{\frac{\ln\bar{t}(x)-\bar{\mu}_Z(t)}{\bar{\sigma}_Z(t)}\right\} \tag{28}$$

$$F_{t(a)}(t)=P[t(a)<t]=P[a(t)>a]=$$
$$1-P[\bar{Z}(t)<\ln\bar{t}(a)]=$$
$$\Phi\left\{\frac{\bar{\mu}_Z(t)-\ln\bar{t}(a)}{\bar{\sigma}_Z(t)}\right\} \tag{29}$$

式中,$\bar{\mu}_Z(t)$和 $\bar{\sigma}_Z(t)$分别为 $\bar{Z}(t)$的均值和标准差:

$$\bar{\mu}_Z(t)=\ln t+\ln\lambda \tag{30}$$

$$\bar{\sigma}_Z(t)=\sqrt{\ln[1+\phi^2\exp(\sigma_Z^2)-\phi^2]} \tag{31}$$

其中

$$\phi=\frac{\sqrt{2(e^{-\xi}+\xi t-1)}}{\xi t} \tag{32}$$

$$\lambda=\exp\left(\frac{\sigma_Z^2}{2}\right)\sqrt{\frac{1}{(1+\phi^2\exp(\sigma_Z^2)-\phi^2)}} \tag{33}$$

4　算　例

本节算例基于标准 $M(T)$试件分别在两种环境下所获得的裂纹扩展试验数据,目的在于检验第 3 节所提出随机化方法的可行性和可靠性.

$M(T)$试验件横截面尺寸为 70.40 mm×3.12 mm,预制裂纹长度为 3 mm. 试验最大应力为 $S_{max}=102$ MPa,$R=0.2$,加载频率为 $f=2$ Hz. 裂纹观测的时间步长从裂纹扩展速率较低时的 2 000 s逐渐变化到裂纹扩展速率较高时的 500 s,以使每两次观测之间的单边裂纹扩展长度在 0.3～0.8 mm之间. 两种环境下所得的 a-N 数据集及曲线如图 1 所示.

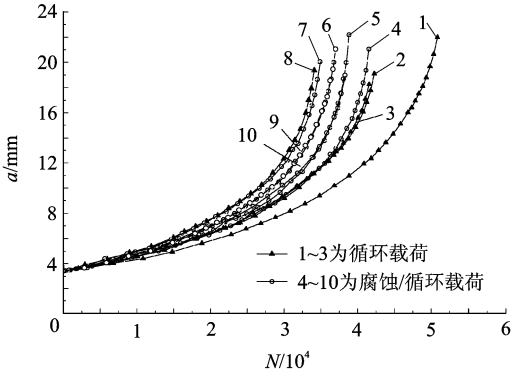

图 1　裂纹扩展 a-N 数据

利用 χ^2-检验法对 $Z(t)=\ln X(t)$服从正态分布进行检验,计算结果汇于表 1 中. 查数理统计表得:

$$\chi^2=8.105<\chi^2_{1-\alpha}(k-\gamma-1)=$$
$$\chi^2_{0.9}(8)=13.362 \tag{34}$$

故在水平 $\alpha=0.1$ 下,可认为 $Z(t)=\ln X(t)$服从正态分布,且 $\mu_Z=0$,$\sigma_Z^2=0.01779$.

表 1　$Z(t)$的 χ^2 计算表

$Z(t)$的组限	f	np	$f-np$	$(f-np)^2$	$(f-np)^2/np$
$-\infty\sim-0.21$	5	8.44	−3.44	11.81	1.40
$-0.21\sim-0.17$	8	6.41	1.59	2.53	0.4
$-0.17\sim-0.12$	15	12.4	2.6	6.75	0.54
$-0.12\sim-0.07$	23	16.87	6.13	37.55	2.23
$-0.07\sim-0.02$	20	21.06	−1.06	1.12	0.05
$-0.02\sim0.03$	20	22.29	−2.29	5.24	0.24
$0.03\sim0.08$	14	19.94	−5.94	35.23	1.77
$0.08\sim0.13$	17	16.4	0.6	0.36	0.02
$0.13\sim0.18$	9	11.1	−2.1	4.41	0.4
$0.18\sim0.23$	9	6.91	2.09	4.36	0.63
$0.23\sim0.33$	4	3.61	1.41	1.99	0.43
$0.33\sim+\infty$	2	0.98			
χ^2					8.105

注:f 为实际频数;n 为 $Z(t)$的个数;p 为概率;np 为理论频数.

结合裂纹扩展试验数据与式(16),得随机过程 $Z(t)$的相关参数 $\xi=0.0022$. 代入式(28)～式(33),得到 $F_{a(t)}(x)$和 $F_{t(a)}(t)$. 图 2 为 $a=12$ mm 时扩展寿命分布的计算曲线,同时给出了由 a-N 数据得到的试验点的分布. 可以看出,计算得到的寿命分布与试验结果吻合得很好,验证了本文中随机化处理方法的可靠性.

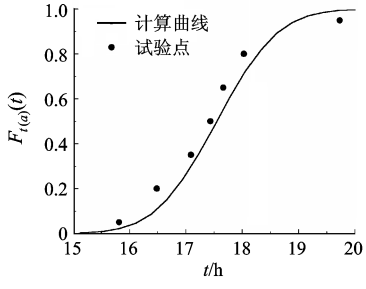

图 2　$a=12$ mm 时寿命的累积分布

5　结　论

本文通过对温度/载荷共同作用下的裂纹扩展模型的修正,解决了模型中材料参数可能不独立的问题. 通过引入对数正态随机过程,建立了温度/载荷共同作用下的裂纹扩展概率模型. 这为对

工作在高温环境下的工程实际结构进行概率损伤容限评估奠定了基础.

参考文献（References）

[1] Yang J N, Manning S D. A simple second order approximation for stochastic crack growth analysis [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1996, 53(5):677－686

[2] 张建宇,费斌军.以裂纹长度为参量的疲劳裂纹扩展随机模型[J].北京航空航天大学学报, 1996, 22(3): 302－305
Zhang Jianyu, Fei Binjun. Stochastic model of fatigue crack growth under random loads [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1996, 22(3): 302－305 (in Chinese)

[3] Walz G, Riesch-Oppermann H. Probabilistic fracture mechanics assessment of flaws in turbine disks including quality assurance procedures [J]. Structural Safety, 2006, 28:273－288

[4] Bader A J, O' Donnell M P, Dean D W. Use of the R5 volume 4/5 procedures to assess creep-fatigue crack growth in a 316 L(N) cracked plate at 650℃[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2003,80:481－488

[5] Landes J D. An analysis of creep deformation parameters (Part 1: background) [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2004, 71:2449－2461

[6] 张建宇,费斌军.疲劳裂纹扩展随机过程相关参数的估计[J].北京航空航天大学学报, 1998, 24(3):308－310
Zhang Jianyu, Fei Binjun. Correlative parameter estimated method in random process of fatigue crack propagation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1998, 24(3):308－310(in Chinese)

（责任编辑:刘登敏）

（上接第 1124 页

参考文献（References）

[1] 谈和平,夏新林,刘林华,等.红外辐射特性与传输的数值计算[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2006
Tan Heping, Xia Xinlin, Liu Linhua, et al. Numerical calculation of infrared radiative properties and transfer [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006(in Chinese)

[2] 董士奎,谈和平,余其铮,等. 300～3000 K 水蒸气红外辐射谱带模型参数[J].热能动力工程, 2001, 16(91): 33－38
Dong Shikui, Tan Heping, Yu Qizheng, et al. Infrared radiative spectral band-model parameters for water vapor in the 300～3000 K temperature range [J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2001, 16(91): 33－38

[3] Liu F, Smallwood G J, Gulder O L, et al. Application of the statistical narrow-band correlated-k method to low-resolution spectral intensity and radiative heat transfer calculation—effects of the quadrature scheme[J]. Heat and Mass Transfer, 2000, 43: 3119－3135

[4] Soufiani A, Taine J. High temperature gas radiative property parameters of statistical narrow-band model for H_2O CO_2 and CO and correlated-k model for H2O and CO_2[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1997, 40(4): 987－991

[5] 杨忠超,刘应清,刘涌江.基于 EBE 策略求解流场问题的有限元方程解法研究[J].空气动力学学报, 2003,21(1): 120－127
Yang Zhongchao, Liu Yingqing, Liu Yongjiang. The finite element equation solution method study based on EBE strategy for fluid field problem[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2003, 21(1): 120－127(in Chinese)

[6] 董士奎,余其铮,刘林华,等.一种新的 CO_2 高温辐射特性窄谱带模型参数的计算方法[J].工程热物理学报, 2001, 22: 177－180
Dong Shikui, Yu Qizheng, Liu Linhua, et al. A new method of calculating high temperature radiative property parameters of narrow-band model for CO_2[J] . Journal of Engineering Thermophysics, 2001, 22: 177－180

[7] Chui P, Hughes M J. Implementation of the finite volume method for calculation radiative transfer in pulverized fuel flame[J]. Combustion Science and Technology, 1993, 92: 225－242

（责任编辑:张 嵘）