使用动量交换装置的滑模姿态控制

王 磊 赵育善

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 研究一种基于修正罗德里戈参数的考虑执行机构特性的飞行器滑模控制律. 建立结合双框架控制力矩陀螺的飞行器姿态动力学模型和基于修正罗德里戈参数的姿态运动学模型;分析模型不确定性以判断其对滑模控制方法的适用性,提出滑动面进而设计相应的滑模控制器,接着结合线性系统理论和李雅普诺夫稳定原理对控制器的参数确定进行了分析;使用蒙特卡罗法数值仿真验证此控制律的效果. 结果证明上述控制器可有效完成姿控任务,且控制精确,鲁棒性良好.

关 键 词: 滑模控制; 双框架控制力矩陀螺; 修正罗德里戈参数; 蒙特卡罗法; 李雅普诺夫

中图分类号: V 448.2

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2009)11-1388-05

Sliding mode attitude control using momentum exchange device

Wang Lei Zhao Yushan

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Modified rodrigues parameters(MRP) sliding mode control law was designed considering actuator character. Spacecraft attitude dynamics with double-gimbaled control moment gyro (DGCMG) and kinematics on MRP were founded. The model uncertainties was analyzed so that whether sliding mode control can be used here is known. Then sliding manifold was chosen and the corresponding control law was presented while estimating the parameters of the controller on the base of linear system theory and Lyapunov theory. The Monte Carlo simulation proves that this controller can execute attitude control well, precisely and robustly.

Key words: sliding mode control; double-gimbaled control momentum gyro; modified Rodrigues parameters; Monte Carlo theory; Lyapunov

随着航天任务的日益复杂化、精密化发展,航天器姿态的精确控制逐渐成为人们关注和研究的重点. 要实现姿态的精确控制主要需要克服以下几个困难:首先是姿态运动与动力学模型的高度非线性;其次是诸如系统惯量等系统参数和初始转动角速度等系统状态的测量不准;再有就是外界干扰的不可预知和任务过程中系统参数的变化等. 因此,非线性鲁棒控制成为解决这类问题的首选.

目前应用领域最为广泛的非线性鲁棒控制就是滑模变结构控制. 早在上世纪 80 年代,文献[1]就将滑模控制引入航天器姿态控制,但具体控制方法较为简单,未详细考虑模型的不确定性,也没有消除由此引起的振颤影响,实际控制效果并不理想. 随着滑模控制理论的成熟和发展,2000 年前后,更多的姿控研究中采用了这种方法. 1996 年,文献[2]考虑了基于修正罗德里戈参数 MRPs (Modified Rodrigues Parameters)的滑模姿态跟踪控制,但未在模型中加入执行机构. 2000 年,文献[3]为使用动量飞轮的跟踪机动任务设计了滑模控制律,但采用四元素作为姿态参数. 2001 年,文献[4]设计的基于飞轮的滑模姿态跟踪控制器

收稿日期: 2008-10-31

作者简介: 王 磊(1983—),男,山西大同人,博士生,tuobalei@126.com.

和文献[5]设计的基于姿控推进器的滑模姿态跟踪控制器也同样采用四元素作为姿态参数. 四元素的表达存在不唯一性,而 MRPs 却在 0～360°范围内不奇异. 因此,本文采用 MRPs 建立了包含双框架控制力矩陀螺的飞行器姿态运动学和动力学模型,对模型的不确定性进行分析,并提出新的滑动面,进而推导出滑模控制律,最后基于 Monte Carlo 法对控制律进行数字仿真.

1　预备知识

1.1　坐标系定义

设初始时刻外框架轴、内框架轴和转子轴两两垂直. DGCMG(Double-Gimbaled Control Momentum Gyro)采用平行构型,因此不妨设飞行器本体坐标系与陀螺坐标系重合.

陀螺坐标系:初始时刻外框架轴为 x 轴,内框架轴为 z 轴,y 轴由右手定则确定. 其中:α_i 为第 i 个 DGCMG 的内框架角,β_i 为第 i 个 DGCMG 的外框架角,$i=1,2,\cdots,n$.

转子坐标系固连于转子,转子轴为 x_w 轴, y_w 轴、z_w 轴与之正交且满足右手法则,初始时刻 z_w 轴与陀螺坐标系 x 轴重合.

1.2　姿态运动方程

航天器姿态运动方程为

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{\sigma}}=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega}\\&\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma})=\frac{(1-\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}+2\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}+2\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\sigma}}{4}\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{\sigma}$ 为飞行器姿态的修正罗德里戈参数表示;$\boldsymbol{\omega}$ 为飞行器角速度;$\boldsymbol{I}$ 为单位阵.

$$\boldsymbol{\sigma}^{\times}=\begin{bmatrix}0&-\sigma_3&\sigma_2\\\sigma_3&0&-\sigma_1\\-\sigma_2&\sigma_1&0\end{bmatrix}$$

由 MRP 表示的坐标转换矩阵为

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{I}+\frac{8\boldsymbol{\sigma}^{\times}\boldsymbol{\sigma}^{\times}-4(1-\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\sigma}^{\times}}{(1+\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma})^2}\tag{2}$$

两个姿态的误差 MRP 为

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}=\frac{(1-|\boldsymbol{\sigma}_b|^2)\boldsymbol{\sigma}_a-(1-|\boldsymbol{\sigma}_a|^2)\boldsymbol{\sigma}_b+2\boldsymbol{\sigma}_a\times\boldsymbol{\sigma}_b}{1+|\boldsymbol{\sigma}_b|^2|\boldsymbol{\sigma}_a|^2+2\boldsymbol{\sigma}_b\boldsymbol{\sigma}_a}\tag{3}$$

1.3　姿态动力学方程

不考虑陀螺框架惯量的情况下,包含 n 个 DGCMG 的刚体航天器姿态动力学方程[6]:

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}=-\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{H}_{\mathrm{s}})+\boldsymbol{u}+\boldsymbol{L}\tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{J}$ 为航天器惯量阵;$\boldsymbol{H}_{\mathrm{s}}$ 为陀螺系统角动量;$\boldsymbol{u}$ 为控制力矩;$\boldsymbol{L}$ 为航天器所受外力矩.

为方便进行模型不确定性分析,将式(4)改写为标准二阶系统形式:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}=\boldsymbol{f}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}\tag{5}$$

其中

$$\boldsymbol{f}=-\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{H}_{\mathrm{s}})+\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{L}$$

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{J}^{-1}$$

航天器惯量阵 $\boldsymbol{J}$ 的具体形式为

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{b}}+\sum_{i=1}^{n}\left(I_{\mathrm{w}xi}\boldsymbol{e}_{1i}\boldsymbol{e}_{1i}^{\mathrm{T}}+I_{\mathrm{w}yi}\boldsymbol{e}_{2i}\boldsymbol{e}_{2i}^{\mathrm{T}}+I_{\mathrm{w}zi}\boldsymbol{e}_{3i}\boldsymbol{e}_{3i}^{\mathrm{T}}\right)$$

式中,$\boldsymbol{J}_{\mathrm{b}}$ 为航天器本体惯量阵;$(I_{\mathrm{w}xi},I_{\mathrm{w}yi},I_{\mathrm{w}zi})$ 为第 i 个陀螺转子在转子坐标系各坐标轴方向上的主惯量;$(\boldsymbol{e}_{1i},\boldsymbol{e}_{2i},\boldsymbol{e}_{3i})$ 为各转子坐标系坐标轴方向单位向量在飞行器本体坐标系中投影,$i=1,2,\cdots,n$.

平行构型 DGCMG 系统控制力矩 $\boldsymbol{u}$ 为

$$\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}\sum_i H_i\dot{\alpha}_i\cos\alpha_i\\\sum_i -H_i(\dot{\alpha}_i\sin\alpha_i\cos\beta_i+\dot{\beta}_i\cos\alpha_i\sin\beta_i)\\\sum_i H_i(-\dot{\alpha}\sin\alpha_i\sin\beta_i+\dot{\beta}_i\cos\alpha_i\cos\beta_i)\end{bmatrix}\tag{6}$$

式中,H_i 为第 i 个 DGCMG 角动量,$i=1,2,\cdots,n$.

2　滑模姿态控制律设计

滑模控制是一种典型的非线性鲁棒控制方法. 它的主要思想就是通过恰当的滑动面选取,将复杂的二阶跟踪问题转化为相空间的一阶镇定问题. 具体控制分为两部分:①是确保系统在滑动面上良好动态的等效控制项;②是确保满足到达条件的鲁棒控制项. 它常被运用于如下所示的典型二阶系统.

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\hat{\boldsymbol{f}}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}\tag{7}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{f}},\hat{\boldsymbol{B}}$ 分别为 $\boldsymbol{f},\boldsymbol{B}$ 估计值. 且 $|\hat{\boldsymbol{f}}-\boldsymbol{f}|\leqslant F$,$\boldsymbol{B}=\hat{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\delta}_B)$. 其中,$|\boldsymbol{\delta}_B|\leqslant\boldsymbol{D}_B$,$\boldsymbol{D}_B$ 为限制矩阵.

2.1　不确定量有界条件

$\boldsymbol{J}$ 的估计为

$$\boldsymbol{J}=(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\delta}_J)\hat{\boldsymbol{J}}\tag{8}$$

其中,$|\boldsymbol{\delta}_J|\leqslant\boldsymbol{D}_J$,$\boldsymbol{D}_J$ 为限制矩阵.

进而有一阶展开

$$\boldsymbol{J}^{-1}\approx\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\delta}_J)\tag{9}$$

$\boldsymbol{H}_{\mathrm{s}}$ 的估计为

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{s}}=(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\delta}_H)\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}}\tag{10}$$

其中,$|\boldsymbol{\delta}_H|\leqslant\boldsymbol{D}_H$,$\boldsymbol{D}_H$ 为限制矩阵.

假设外力矩 $\boldsymbol{L}$ 满足：

$$\|\boldsymbol{L}\| \leqslant L_{\max}$$

实际工程中，工程以上所有限制值均根据实践测估得到.

结合式(5)与上述不确定性假设：

$$\boldsymbol{f}-\hat{\boldsymbol{f}} \approx -\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}(\boldsymbol{\delta}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{\delta}_J+\boldsymbol{\delta}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{\delta}_J)\hat{\boldsymbol{J}}\boldsymbol{\omega}+\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}(\boldsymbol{\delta}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{\delta}_H+\boldsymbol{\delta}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{\delta}_H)\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}}+\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\delta}_J)\boldsymbol{L}$$

因此取

$$\boldsymbol{F}=-\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}\,|\,(\boldsymbol{D}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{D}_J+\boldsymbol{D}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{D}_J)\hat{\boldsymbol{J}}\boldsymbol{\omega}+(\boldsymbol{D}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{D}_H+\boldsymbol{D}_J\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{D}_H)\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}}+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{D}_J)L_{\max}\boldsymbol{e}\,|$$

$$\boldsymbol{D}_B=\boldsymbol{D}_J$$

其中，$\boldsymbol{e}=(1,1,1)^{\mathrm{T}}$.

分析可知，式(4)所示姿态动力学系统满足形如式(7)所示的不确定量有界条件，可以使用滑模控制.

2.2 控制律设计

选取滑动面 $\boldsymbol{s}$，

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}+\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}} \tag{11}$$

式中，$\boldsymbol{\lambda}$ 为 3×3 的正定对称系数矩阵；

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}=\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}} \tag{12}$$

式中，$\boldsymbol{\omega}$ 为当前角速度；$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}$ 为期望角速度；$\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}$ 为期望系到本体系的坐标转换矩阵.

因为 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}\neq\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{e}}$，所以必须考虑误差模型 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}$ 的稳定性.

取

$$V=2\log(1+\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}) \tag{13}$$

易见函数 V 在定义域内连续可导，当且仅当 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}=\boldsymbol{0}$ 时函数值 $V=0$，其余情况 $V>0$. 因此，V 为误差模型的一个准 Lyapunov 函数. 结合式(1)其导数可推得

$$\dot{V}=\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}=\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}) \tag{14}$$

可见，当系统到达滑动面(即 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{0}$)时，$\dot{V}\leqslant0$. 因为 $\dot{V}$ 半负定，所以据 LaSalle 不变性原理，误差系统全局渐进稳定[7].

由于等效控制 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{eq}}$ 使 $\dot{\boldsymbol{s}}=\boldsymbol{0}$，所以

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{eq}}=\boldsymbol{J}(\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{H}_{\mathrm{s}})-\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{L}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}})\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}) \tag{15}$$

但 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{eq}}$ 并不能保证系统可由任意状态到达滑动面，因此还需要加入鲁棒控制项 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}$，使系统在控制 $\boldsymbol{u}$ 下满足到达条件：

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}s_i^2}{\mathrm{d}t}\leqslant-\eta_i\,|\,s_i\,| \tag{16}$$

取

$$\boldsymbol{u}_r=-\boldsymbol{J}\boldsymbol{k}\,\mathrm{sat}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\delta})$$

式中，$\boldsymbol{k}$ 为对角系数阵，其取值与到达条件有直接关系，在下一节会有具体分析. 饱和函数：

$$\mathrm{sat}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\delta})=(\mathrm{sat}(s_i,\delta_i))^{\mathrm{T}}$$

$$\mathrm{sat}(s_i,\delta_i)=\begin{cases}\dfrac{s_i}{\delta_i} & |\,s_i\,|\leqslant\delta_i\\ \mathrm{sign}(s_i) & |\,s_i\,|\geqslant\delta_i\end{cases}$$

式中，δ_i 为 s_i 对应的边界层厚度估计值. 较好的选取 δ_i 值，可有效抑制滑动面附近的高频振颤. 实际选取时根据经验以及反复试验获取.

总控制为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{eq}}+\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}} \tag{17}$$

即

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}=\boldsymbol{J}[\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{H}_{\mathrm{s}})+\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}})\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}-\boldsymbol{k}\,\mathrm{sat}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\delta})]$$

实际总控制为

$$\boldsymbol{u}=\hat{\boldsymbol{J}}[\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}\boldsymbol{\omega}\times(\hat{\boldsymbol{J}}\boldsymbol{\omega}+\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}})+\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}})\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}-\boldsymbol{k}\,\mathrm{sat}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\delta})] \tag{18}$$

2.3 控制参数估取

式(18)所示控制律中有两个主要的控制参数 $\boldsymbol{\lambda}$ 和 k，他们选取的好坏与否直接关系到控制任务的能否完成及控制效果的优劣，下面对其与控制性能的关系进行分析，并给出初步估选的原则.

研究系统在滑动面上运动的动态，$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{0}$. 此时，鲁棒控制项 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}$ 为 $\boldsymbol{0}$，只有等效控制起作用，将其代入式(5)，得

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}})\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}$$

又因为

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{e}}=\dot{\boldsymbol{\omega}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}$$

所以

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{e}}=-\boldsymbol{\lambda}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\mathrm{e}} \tag{19}$$

对姿态运动方程在 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}=\boldsymbol{0}$ 附近线性化得

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}\approx\frac{1}{4}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}} \tag{20}$$

此处需要指出的是相对于欧拉角和四元素而言，MRP 的线性化适用的转角范围更大. 而实际工程中，MRP 跟踪误差 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}$ 也不会很大. 因此，上述线化是合理的.

于是，系统在滑动面上的动态可以重新写为一个新的闭环误差动力学模型. 选 $\boldsymbol{\lambda}$ 为对角阵可将上述模型解耦，得

$$\begin{bmatrix}\dot{\sigma}_{ei}\\ \dot{\omega}_{ei}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1/4\\ 0 & -\lambda_i/4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_{ei}\\ \omega_{ei}\end{bmatrix}\qquad i=1,2,3 \tag{21}$$

实际上，式(23)所示系统为一简单的一阶线性系统. 考虑到 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{0}$ 时 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}+\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}=\boldsymbol{0}$，可知时间常

数[8]:

$$T_i=\frac{4}{\lambda_i}\qquad i=1,2,3 \tag{22}$$

T_i表示系统的零初始状态单位阶跃响应误差到达 $1/e$ 所需的时间.它表征了系统的响应快慢.在实际控制中,就可以根据期望的响应效果来选取合适的 $\boldsymbol{\lambda}$.

鲁棒控制项 $\boldsymbol{u}_r$ 中参数 k 的主要作用是确保最终控制 $\boldsymbol{u}$ 满足到达条件(16),因此,它的选取主要依赖于到达条件的确定.

因为$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s})=\dot{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}=(\boldsymbol{T}+\boldsymbol{f}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u})\boldsymbol{s}$

其中,$\boldsymbol{T}=-\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{C}_{\mathrm{bd}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}})\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}$.

所以据到达条件可知:

$$\boldsymbol{T}+\boldsymbol{f}+\boldsymbol{J}^{-1}\hat{\boldsymbol{J}}(-\hat{\boldsymbol{f}}-\boldsymbol{T}-\boldsymbol{k}\mathrm{sat}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{\delta})\leqslant-\boldsymbol{\eta}$$

取 $\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}=(k_1,k_2,k_3)^{\mathrm{T}}$,所以有

$$\boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}\geqslant(\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}\boldsymbol{D}_{\boldsymbol{J}}\hat{\boldsymbol{J}})\Big(\boldsymbol{\eta}+\Big|\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}\boldsymbol{D}_{\boldsymbol{J}}\hat{\boldsymbol{J}}(\hat{\boldsymbol{f}}+\boldsymbol{T})\Big|+\hat{\boldsymbol{J}}^{-1}\boldsymbol{J}\boldsymbol{F}\Big) \tag{23}$$

而若初始时刻 $t=0$ 时,滑动变量 $\boldsymbol{s}\neq\boldsymbol{0}$.则系统到达滑动面的时间 t_{r} 可表示为

$$t_{\mathrm{r}}\leqslant|\ s_i(t=0)\ |\ /\eta_i \tag{24}$$

因此可以根据期望的 t_{r} 来选定 η,进而确定 k 的取值.

3　DGCMG 操纵律

系统的控制力矩是由 DGCMG 系统提供的.篇幅所限下面简要给出 DGCMG 操纵律的计算公式,详细设计可参见文献[8].

$$\dot{\alpha}_i=u_{\mathrm{c1}}\Big/\sum_i H_i\cos\alpha_i+K_a(\alpha_{\mathrm{o}}-\alpha_i) \tag{25a}$$

$$\dot{\beta}_i=K_b(\beta_{\mathrm{R}i}-\beta_i)+\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}})^{-1}\begin{bmatrix}u''_2\\u''_3\end{bmatrix} \tag{25b}$$

同时,$\dot{\alpha}_i$ 和 $\dot{\beta}_i$ 都存在转速饱和限制,在实际控制中需要考虑.

另外,虽然假设陀螺系统坐标系 T 与航天器本体坐标系 B 重合,但实际的安装误差会导致其并不完全重合.因此,假设陀螺系统坐标系和航天器本体坐标系之间存在一组较小的 3-2-1 转动欧拉角$(\Delta\theta_1,\Delta\theta_2,\Delta\theta_3)^{\mathrm{T}}=\Delta\boldsymbol{\theta}$,进而可得坐标转换矩阵 $\boldsymbol{C}_{BT}$.

$$\boldsymbol{C}_{BT}\approx\begin{bmatrix}1&\Delta\theta_1&-\Delta\theta_2\\-\Delta\theta_1&1&\Delta\theta_3\\\Delta\theta_2&-\Delta\theta_3&1\end{bmatrix} \tag{26}$$

也可表示为 $\boldsymbol{C}_{BT}\approx\hat{\boldsymbol{C}}_{BT}-\Delta\boldsymbol{\theta}^{\times}$.其中,$\hat{\boldsymbol{C}}_{BT}=\boldsymbol{I}$.

最终,实际控制量 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}$ 为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{C}_{BT}\boldsymbol{u} \tag{27}$$

4　数值仿真

本仿真以飞行器绕 z 轴的摆动机动为任务背景.仿真时间为 $t=150$ s,步长为 0.1 s.设期望角速度为 $\omega_3=0.13\sin(0.04t)$,期望姿态轨迹由角速度积分得到,期望初值为 0.为更贴近实际应用情况,也为更加严格的检验本控制律的控制效果,本次仿真采用蒙特卡洛法进行随机实验,样本数为 200.实际系统参数取值及状态初值见表 1.

表 1　系统参数分布

参量	均值	分布
$\omega_i/(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	0	Uniform(±0.3)
σ_1	0	Uniform(±0.3)
σ_2	0	Uniform(±0.3)
σ_3	0	Uniform(±0.6)
$J_{11}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$	8.83	Uniform(30%)
$J_{12}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$	0.68	Uniform(30%)
$J_{13}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$	−0.16	Uniform(30%)
$J_{22}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$	7.70	Uniform(30%)
$J_{23}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$	−0.10	Uniform(30%)
$J_{33}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$	13.00	Uniform(30%)
$I_{w_{xi}}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2)$	0.075	Uniform(30%)
$L_1/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$	2.12×10^{-7}	Uniform($\pm1.49\times10^{-6}$)
$L_2/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$	3.41×10^{-8}	Uniform($\pm8.97\times10^{-6}$)
$L_3/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$	1.54×10^{-6}	Uniform($\pm1.55\times10^{-6}$)
$\Delta\theta_i/\mathrm{rad}$	0	Normal($3\sigma=0.01$)
$\alpha_i/\ \mathrm{rad}$	0	Uniform(±0.3)
$\beta_i/\ \mathrm{rad}$	0.8	Uniform(±0.1)

飞行器惯量阵估计值为

$$\hat{\boldsymbol{J}}=\begin{bmatrix}8.8&0.1&-0.2\\0.1&7.7&-0.1\\-0.2&-0.1&13.0\end{bmatrix}$$

陀螺转子旋转轴方向惯量估计值为 $I_{w_x}=0.075\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$,转速为 $n=120\ \mathrm{rad/s}$.

其余控制参数在表 2 中给出.

表 2　控制参数设定

参数	初值
A	Diag(2.19,2.19,2.83)
d	0.5
δ_i	0.5
η	0.04
$L_{\max}/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$	0.0002
$\mathrm{d}\alpha_i/(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	0
$\mathrm{d}\beta_i/(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	0

仿真结果见图 1～图 3.

由于篇幅所限,随机选取一个样本进行分析.

图 1 所示系统在 $t=20$ s 之后便能稳定跟踪期望值,且过渡平滑未出现奇异,控制效果较好.而实际上所有样本在 $t=30$ s 前全部能够稳定跟踪期望值直至仿真结束.说明本控制律有效地克

服了系统不确定性带来的影响.此外,这一样本的姿态最大误差为$|\sigma_e|_{max}=0.43$.出现在$t=5$ s处.

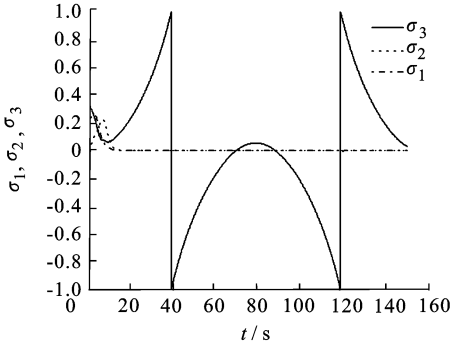

图1 姿态MRP仿真结果

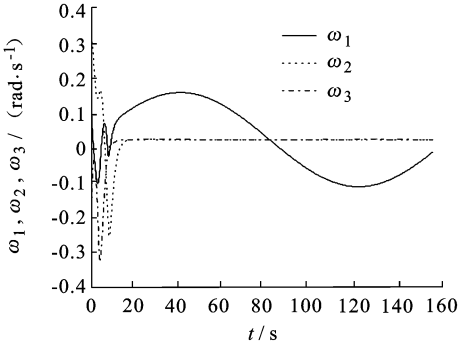

图2 姿态角速度w_1,w_2,w_3仿真结果

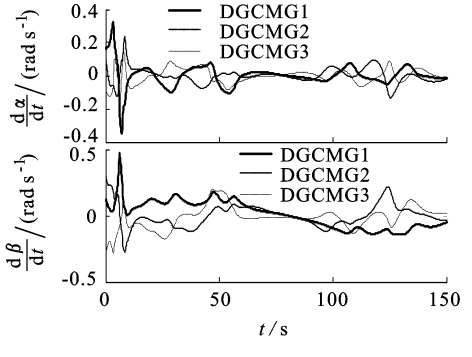

图3 陀螺角速率指令$d\alpha/dt$,$d\beta/dt$的时间历程

图2则显示系统在进入滑动面之前角速度变化较为剧烈,体现了滑模控制的不连续性特点,但并未发生高频振颤且幅度在-0.4到0.3之间,属可接受范围.同样系统也在$t=20$ s之后稳定跟踪期望值.

图3则显示了各陀螺指令角速度的变化过程与飞行器角速度一样,在初期变化剧烈些,但并未超过角速率指令上限,其余时段变化平缓且幅度较小,而在$t=75$ s附近,即图1所示曲线到达最高点,亦即图2曲线为0时,各陀螺内外框架角指令均为0,符合实际控制过程,亦可侧面说明仿真成功.

5 结束语

本文研究了飞行器非线性姿态控制问题.建立了结合DGCMG的飞行器姿态动力学模型,并分析了模型的非线性和不确定性,自此基础上提出新的滑动面并进而设计了一种基于MRP的考虑执行机构特性的滑模控制律.蒙特卡罗法数值仿真结果验证了此控制律有效克服了模型非线性和不确定性所带来的控制难题,控制方法切实可行.

参考文献(References)

[1] Sira-Ramirez H, Dwyer T A. Variable-structure control of spacecraft reorientation maneuvers[C]//Guidance, Navigation and Control Conference. New York: AIAA, 1986: 86-96

[2] Crassidis J L, Markley F L. Sliding mode control using modified Rodrigues parameters[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics Control, 1996, 19(6): 1381-1383

[3] Goeree B B, Faase E D. Sliding mode attitude control of a small satellite for ground tracking maneuvers[C]//American Control Conference. Chicago: AIAA, 2000

[4] Bang H, Lho Y H. Sliding mode control for spacecraft containing rotating wheels[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Montreal, Canada: AIAA, 2001

[5] Cheon Y J. Sliding mode control for attitude tracking of thruster-controlled spacecraft[J]. Transactions on Control, Automation, and Systems Engineering, 2001, 3(4): 257-261

[6] Schaub H, Junkins J L. Analytical mechanics of space systems[M]. Reston, VA: AIAA Education Series, 2003

[7] 郑大中. 线性系统理论[M]. 北京:清华大学出版社, 1990: 35-39
Zheng Dazhong. The theory of linear system[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1990: 35-39(in Chinese)

[8] Kennel H F. Steering law for parallel mounted double-gimbaled control moment gyros[R]. NASA TM-82390, 1981

(编 辑:张 嵘)