# 最优/经典综合法设计直接力/气动力复合控制器

邢立旦 陈万春 殷兴良

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191) (中国航天科工集团, 北京 100854)

**摘 要**: 将最优控制与经典控制中的频域分析综合起来应用,设计了直接力/气动力复合控制自动驾驶仪. 应用最优控制理论推导出自动驾驶仪的结构,并确定其增益系数,经典控制中的频域约束用于限制目标函数中的权系数矩阵的选取,以保证系统具有一定的鲁棒性. 仿真结果与传统设计方法相比较,说明了应用本方法设计出的自动驾驶仪使系统响应速度更快,但超调略变大,同时系统也具有一定的鲁棒性.

**关 键 词**: 最优控制; 频域约束; 复合控制自动驾驶仪

**中图分类号**: V 44

**文献标识码**: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2009)08-0921-04

## Autopilot design for missile controlled by lateral thrust/aero force using combined optimal/classical approach

Xing Lidan Chen Wanchun

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Yin Xingliang

(China Aerospace Science and Industry Corp, Beijing 100854, China)

Abstract: To design the autopilot of the missile controlled by both lateral thrust and aerodynamic force, an approach utilizing the combination of optimal control and the frequency analysis in classic control was proposed. The autopilot structure and the gain values were obtained according to optimal control, and the frequency analysis was used to determine the weighting parameters in objective function, to make sure the robustness of the system. Then the simulation results were compared with the traditional method obtained, it shows that the system response becomes faster and a litter more overshoot appears when using the autopilot bought out, the robustness of the system is also indicated.

Key words: optimal control; frequency domain analysis; combined control autopilot

战术弹道导弹 TBM (Tactical Ballistic Missile)是一种从地面发射,攻击地面目标,射程远,精度高的导弹,拦截该类导弹是困难又必要的任务. 为了减小拦截脱靶量,必须提高拦截弹的指令跟踪速度,如果拦截点在高空,气动力作用能力变小,单独依靠气动力提高响应速度是很困难的,所以提出了直接力/气动力复合控制策略.

在将直接力视为连续输入的基础上,文献[1]给出了直观的比例组合自动驾驶仪,通过给定期望的闭环自然频率、阻尼比等确定控制器系数. 文献[2]应用模糊控制设计了复合控制自动驾驶仪. 文献[3]应用系数图法进行了设计,其控制器可以分为两部分,反馈控制由气动力作用,前馈控制依靠反作用喷气完成,两部分均基于系数图法设计. 文献[4]则应用多滑动面的变结构控制设计了复合控制器,该方法在确定滑动面矩阵时其实就决定了脉冲发动机与舵机之间的控制分配.

本文综合应用最优控制理论和经典控制理论中的频域分析设计了复合控制自动驾驶仪. 最优/

**收稿日期**: 2008-07-10

**作者简介**: 邢立旦 (1982- ),女,辽宁瓦房店人,博士生, xinglidan@163.com.

经典综合的设计思路是由文献[5-6]等首先提出的,并设计了自动驾驶仪使滚转通道稳定,但不具有跟踪指令的能力.文献[7-8]等则系统地提出了应用最优控制理论设计三回路自动驾驶仪的方法.本文综合了两者的研究成果,并将其扩展到多输入系统,用于直接力/气动力复合控制自动驾驶仪设计.最优控制理论推导出自动驾驶仪的结构,并确定其系数,开环传递函数的频域约束用于限制权系数的选取,以使系统具有一定的鲁棒性.该设计方法得到的控制器结构简单,性能良好,并具有一定的鲁棒性.

## 1 数学模型

只考虑俯仰通道模型,并将直接力视为连续推力,假设导弹位于被动段,没有主推力 $P$,且 $m$, $I_y$ 无变化,忽略速度大小及高度的变化,并略去重力影响.经推导及简化,得到直接力与气动力复合控制时导弹的数学模型为

$$\left.\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{q}\\ \dot{\alpha}\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}0 & M_\alpha\\ 1 & Z_\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q\\ \alpha\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}M_\delta & M_m\\ Z_\delta & Z_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\\ T_m\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}a_L\\ q\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}0 & -Z_\alpha V\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q\\ \alpha\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-Z_\delta V & -Z_m V\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\\ T_m\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

式中,$M_\alpha=\dfrac{QSlC_m^\alpha}{I_y}$; $M_\delta=\dfrac{QSlC_m^\delta}{I_y}$; $M_m=-\dfrac{f_m r_m}{I_y}$; $Z_\alpha=-\dfrac{QSC_L^\alpha}{mV}$; $Z_\delta=-\dfrac{QSC_L^\delta}{mV}$; $Z_m=\dfrac{f_m}{mV}$.

## 2 最优经典控制法设计自动驾驶仪

### 2.1 控制律结构及增益确定

方程(1)给出的数学模型表示为

$$\dot{X}=AX+BU$$
$$Y=CX+DU$$

状态变量 $X=[q\quad\alpha]^T$,控制变量 $U=[\delta\quad T_M]^T$,输出变量 $Y=[a_L\quad q]^T$.

应用最优控制理论设计时,首先确定目标函数为

$$\min_U J=\int_0^\infty\left[(a_L-K_{DC}a_{Lc})^2+U^T\tilde{R}U\right]dt\quad(2)$$

式中,$K_{DC}$是为保证稳态跟踪误差足够小而引入的增益系数,应用最优控制理论中的线性二次型调节器理论及给定点调节器理论,经推导得到两回路自动驾驶仪的表达式为

$$\begin{bmatrix}\delta\\ T_M\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k_{1a} & k_{1q}\\ k_{2a} & k_{2q}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_L-K_{DC}a_{Lc}\\ q\end{bmatrix}\quad(3)$$

Chadwick提出的控制器结构[1]为

$$\delta=k_{1a}(a_L-K_{DC}a_{Lc})+k_{1q}q$$
$$T_M=k_{2a}(a_L-a_{Lc})$$

对比两种结构,后者在获得推力时没有应用俯仰角速度反馈,即 $k_{2q}=0$,并且稳态增益系数 $K_{DC}$也不在求解推力的过程中使用.

式(3)中的自动驾驶仪各个参数可由下面的算法得出,具体原理及推导过程可参考文献[7]:

1) 选定权系数 $\tilde{Q}$, $\tilde{R}$,具体方法下一节介绍;

2) 求出 $Q=H^T\tilde{Q}H$, $S=H^T\tilde{Q}L$, $R=\tilde{R}+L^T\tilde{Q}L$,其中 $a_L=HX+LU$;

3) $A_1=A-BR^{-1}S^T$, $B_1=B$, $Q_1=Q-SR^{-1}S^T$, $R_1=R$;

4) 求满足下面 Riccati代数方程的半正定解 $A_1^Tp+pA_1-pB_1R_1^{-1}B_1^Tp+Q_1=0$;

5) $k_1=-R^{-1}(B^Tp+S^T)$;

6) 反馈增益为 $k_2=(I_{2\times2}+k_1C^{-1}D)^{-1}k_1C^{-1}$, $k_2$即为方程(3)中的输出反馈增益;

7) 求解稳态增益系数 $K_{DC}$

$K_{DC}=(C_cA_c^{-1}B_{c1}-D_{c1})^{-1}$,式中带下标 c的矩阵表示以指令加速度为输入,实际加速度为输出的闭环状态方程,具体表达式为

$$A_c=A+B(I_{2\times2}-k_2D)^{-1}k_2C$$
$$B_{c1}=B(I_{2\times2}-k_2D)^{-1}k_2[1\quad0]^T$$
$$C_c=H+L(I_{2\times2}-k_2D)^{-1}k_2C$$
$$D_{c1}=L(I_{2\times2}-k_2D)^{-1}k_2[1\quad0]^T$$

### 2.2 权系数的选取

由最优控制设计出的控制律可以保证系统的性能,但系统的鲁棒性(抗干扰、抑制测量噪声、对参数不确定性的鲁棒性及高频衰减)却没有考虑,所以在选取权系数时需考虑鲁棒性约束.方程(1)为多输入多输出系统,可用传递函数矩阵的奇异值频域曲线校验鲁棒性,但由于对系统的两个输出(加速度、俯仰角速度)期望的频域特性不一致,很难依靠奇异值频域曲线考察鲁棒性.所以用整个回路的开环传递函数 bode图来进行频域校验,在加速度反馈处将闭环系统断开,应用梅逊公式得到开环传函为

$$G_c=\frac{\mathrm{num}(s)}{\mathrm{den}(s)}\quad(4)$$

$$\mathrm{num}(s)=k_{1a}G(1,1)(1-k_{2q}G(2,2))+k_{2a}G(1,2)(1-k_{1q}G(2,1))+k_{1a}G(2,1)k_{2q}G(1,2)+k_{2a}G(2,2)k_{1q}G(1,1)$$

$$\mathrm{den}(s) = 1 - (k_{1q}G(2,1) + k_{2q}G(2,2))$$

其中,G为系统(1)的传递函数矩阵.

具体的权系数选择方法为,首先依照传统的方法取 $\tilde{R} = \mathrm{diag}(1/\delta_{\max}^2 \quad 1/T_{\mathrm{Mmax}}^2)$,初选一个 $\tilde{Q}$ 值,求出控制器增益,画出开环系统 bode图,考察系统的频域特性,包括适当的穿越频率(小于执行机构频率的三分之一)、足够的稳定裕度等. 反复校验,调节 $\tilde{Q}$ 值,直到满足频域鲁棒性要求.

## 3　仿真算例及对比分析

进行定点仿真校验. 取特征点为高度 10 km,马赫数 3.0,方程(1)中 $r_m = 1\mathrm{m}$, $f_m = 2500\mathrm{N}$. 仿真中导弹的弹体模型为未经简化的非线性模型,舵偏角的最大值为 30°,可用最大推力为 10 000 N,执行机构、速率陀螺和加速度计均用二阶传递函数表示.

仿真结果如图 1～图 3所示,图中给出了本文方法和应用 Chadwick的传统方法的结果对比.

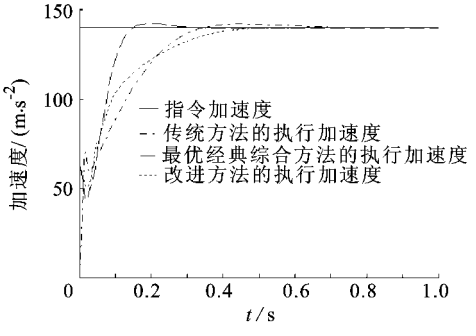


图 1　加速度跟踪曲线

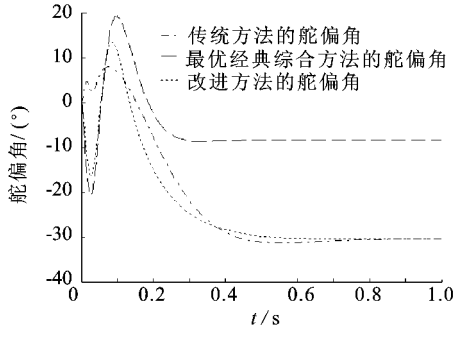


图 2　舵偏角响应曲线

图 1的加速度跟踪曲线表明本文的设计结果具有更快的响应速度,跟踪性能令人满意;图 2给出了气动舵偏角的响应曲线,本算例中舵偏角的响应幅值小于传统方法的幅值;图 3表示的是推力与单个发动机推力大小的比值(即脉冲发动机的个数),本文结果在达到稳态后推力的响应曲线趋于某非零常值,这要求导弹在最后的拦截段携带更多的燃料. 通过频域分析,系统的幅值裕度为无穷大,相位裕度为 112°,穿越频率为 10.8 rad/s,说明系统具有一定的鲁棒性. 为进一步校验系统的鲁棒性,引入气动系数的不确定性,假定 3个力矩系数 $M_\alpha, M_\delta, M_m$ 分别有 ±20%和 ±50%参数变化,得到的仿真结果如图 4所示,可见考虑气动不确定性后系统仍为稳定的,但当气动系数减小时,系统的超调明显变大.

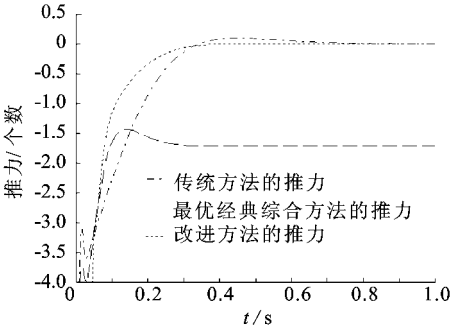


图 3　连续的发动机推力响应曲线

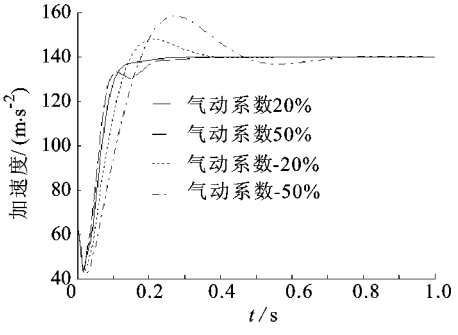


图 4　气动系数具有不确定性时的加速度响应

表 1给出了不同方法在 3个特征点的跟踪性能对比. 高度、马赫数、指令加速度分别取为:情况 Ⅰ 10 km, 3 $Ma$, 140 m/$s^2$,情况 Ⅱ 10 km, 4 $Ma$, 392 m/$s^2$,情况 Ⅲ 20 km, 4 $Ma$, 81 m/$s^2$. 结果表明不同飞行情况下本文方法都具有更快的响应速度,但超调量略变大.

表 1　3种方法的性能比较

| 方　法 | 情况 Ⅰ | | 情况 Ⅱ | | 情况 Ⅲ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | τ/s | σ/% | τ/s | σ/% | τ/s | σ/% |
| 传统设计方法 | 0.100 1 | 1.54 | 0.157 9 | 2.32 | 0.160 1 | 5.8 |
| 最优经典综合设计法 | 0.065 2 | 1.71 | 0.073 8 | 6.35 | 0.139 | 8.42 |
| 改进的设计方法 | 0.070 4 | 0 | 0.078 3 | 0 | 0.141 | 1.67 |

注:传统设计方法参数选取:情况 Ⅰ $\omega = 10$, $\xi = 0.7$, $k_{2a} = 40$;情况 Ⅱ $\omega = 10$, $\xi = 0.7$, $k_{2a} = 20$;情况 Ⅲ $\omega = 8$, $\xi = 0.7$, $k_{2a} = 28$.

## 4　为节省燃料而采取的措施

直接力/气动力复合控制目的在于提高系统的跟踪快速性,在建立攻角过程中直接力参与作用,使响应过程尽量短. 仿真发现,应用上面的设

计方法,过载达到稳态时发动机推力也稳定在某非零值,为节约燃料,提出下面的改进措施.

将目标函数中的权系数设计为加速度误差的函数,当加速度误差趋于 0时,推力的权系数趋于无穷大.控制量的权系数取为

$$\tilde{R} = \mathrm{diag}(1/\delta_{\max}^2 \quad (a_L - a_{Lc})_{\max}^2 / ((a_L - a_{Lc}) T_{M\max})^2)$$

取与上面相同的飞行情况进行仿真,结果如图 1~图 3及表 1所示.图 1表明加速度跟踪曲线的上升段快速性仍旧很好,但由于输入控制量中的推力加权变大,后期收敛速度明显变慢.表 1表明改进后响应更平稳,超调量更小,但跟踪的快速性也略有损失.图 2、图 3的舵偏角和推力响应曲线表明,改进后前半段(攻角建立阶段)与未改进时的响应趋势相同,后半段(加速度达到稳态时)与传统方法相似,推力趋于 0,舵偏角也趋于传统方法的稳态值.总之,改进后系统跟踪速度略变慢,响应平稳,推力在稳态时趋于 0,但此时权系数和控制器增益不断变化,实际中需结合增益调度一起应用.

## 5 结束语

本文应用最优/经典综合法设计了复合控制自动驾驶仪,该方法综合了最优控制和经典频域分析的优点,设计出的自动驾驶仪性能良好并具有一定的鲁棒性.通过仿真验证了方法的有效性.

## 参考文献 (References)


[1] Chadwick W R, Augmentation of high-altitude maneuver performance of a tail-controlled missile using lateral thrust[R]. ADA328973, 1995

[2] Schroeder W K, Liu K. An appropriate application of fuzzy logic: a missile autopilot for dual control implementation[C]//Proceedings of the 1994 IEEE International Symposium on Intelligent Control. 1994: 93 - 98

[3] Hirokawa R, Sato K. Autopilot design for a missile with reaction-jet using coefficient diagram method [R]. AIAA-2001-4162, 2001

[4] 程凤舟,拦截战术弹道导弹末段导引和复合控制研究[D].西安:西北工业大学航天工程学院, 2002
Cheng Fengzhou, Studies of guidance and combined control in terminal phase when intercepting tactical ballistic missile[D]. Xi'an: Collego of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, 2002 (in Chinese)

[5] Nesline William F, Wells Brian H, Paul Z. Combined optimal/classical approach to robust missile autopilot design[J]. Journal of Guidance and Control, 1979, 4(3): 316 - 322

[6] Nesline William F, Paul Z. Why modern controllers can go unstable in practice[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1984, 7(4): 495 - 500

[7] Mracek Curtis P, Ridgely Brett D. Missile longitudinal autopilots: connections between optimal control and classical topologies [R]. AIAA 2005-6381, 2005

[8] Mracek Curtis P, Ridgely Brett D. Missile longitudinal autopilots: comparison of multiple three loop topologies[R]. AIAA 2005-6380, 2005


(责任编辑:张 嵘)

(上接第 920页)


[2] 廖沫,陈宗基.基于满意决策的多机协同目标分配算法[J].北京航空航天大学学报, 2007, 33(1): 81 - 85
Liao Mo, Chen Zongji. Coordinated target assignment in multi-UAV based satisfacing decision theory[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(1): 81 - 85 (in Chinese)

[3] 何佩,屈香菊,武哲.应用自适应遗传算法进行参考航迹规划[J].航空学报, 2003, 24(6): 499 - 502
He Pei, Qu Xiangju, Wu Zhe. Aircraft referenced flight path planning by using adaptive genetic algorithms[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2003, 24(6): 499 - 502 (in Chinese)

[4] 何佩,屈香菊,武哲.航迹跟踪的优化方法研究[J].北京航空航天大学学报, 2003, 29(7): 598 - 601
He Pei, Qu Xiangju, Wu Zhe. Study of optimization method for flight path following[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(7): 598 - 601 (in Chinese)

[5] Alighanbari M, Kuwata Y, How J P. Coordination and control of multiple UAVs with timing constraints and loitering[C]//Proceedings of the American Control Conference. Denver, Colorado: IEEE Press, 2003: 5311 - 5316

[6] Bertuccelli L F, Alighanbari M. Robust planning for coupled cooperative UAV mission[C]//43rd IEEE Conference on Decision and Control. Atlantics, Bahamas: IEEE Press, 2004: 2917 - 2922

[7] Sujit P B, Beard R. Cooperative path planning for multiple UAVs exploring an unknown region[C]//Proceedings of the 2007 American Control Conference. New York: IEEE Press, 2007: 347 - 352

[8] 冯慧,屈香菊.基于多目标模糊优化方法的无人机航迹规划[J].飞行力学, 2007, 25(2): 25 - 29
Feng Hui, Qu Xiangju. UAV's path planning based on multi-objective fuzzy optimization strategy [J]. Flight Dynamics, 2007, 25(2): 25 - 29 (in Chinese)


(责任编辑:李 晶)