圆柱绕流尾迹流态特征和涡的演化过程分析

董双岭 吴颂平

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191)

摘 要：低雷诺数圆柱绕流中存在着复杂的流动过程，比如，尾迹中涡的发展显然不是理想的轴对称卷绕和扩散的过程. 针对上述问题，用场观点和拉各朗日观点分别分析了固定时刻的流场特征和不同时刻的流动过程. 首先通过等压线和相对流线的叠加，分析了相邻涡间通道内的流动. 其次从涡结构的角度解释了尾迹中流体速度随时间的变化规律，并利用流体在不同时刻受不同流动结构控制的观点解释了染色线多次折回中粒子间的显著间断现象. 最后对绕圆柱附近的流动进行了分区界定，分析了其中部分流体的变形情况和运动过程.

关 键 词：圆柱；涡街；涡脱落；近尾迹

中图分类号：O 357.5

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)08-0933-05

Analysis of wake pattern and vortex evolution in flow past circular cylinder

Dong Shuangling Wu Songping

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In low-Reynolds-number flow passing circular cylinder, fluid experiences a relatively complex process, for instance, the vortex in the near wake does not roll up and diffuse axisymmetrically. Field and Lagrange viewpoint were used to analyze flow field characteristic at fixed time and flow process during a time interval separately. Through the superposition of pressure contours and relative streamline, alleyway flow between votices was analyzed. The time-dependent fluid velocities were interpreted from the viewpoint of vortex structure. The standpoint that part of fluid was governed by distinct flow structures at different time gave insight to the phenomenon of substantial gaps between successive points in multiple folding steaklines. Several subzones were divided around the circular cylinder, the moving process and deformation of partial fluid were analyzed.

Key words: circular cylinder; vortex street; vortex shedding; near wake

圆柱绕流作为钝体绕流的典型例子，是流体力学中的经典问题之一，其中包含了复杂的流动现象，其机理至今没有完全查明，也没有成熟的理论模型，所以这个问题仍旧是很多研究者关注的对象. 该问题的典型特征是随着 Re 的变化，流动呈现不同的状态. 在很小 Re 下，流动定常，圆柱后有一对尾涡，随着 Re 的增加，尾迹出现振荡，继续增加 Re，近尾迹中涡交替脱落，进入下游尾迹，形成能持续较长一段距离的稳定涡列，即卡门涡街.

文献[1]通过实验细致考察了涡脱落的流动过程. 文献[2]集中总结了尾迹的各种三维特征，并分析了远场尾迹中波的相互作用. 文献[3]认为近似无旋的射流在涡量输运上的作用较大，尤其在尾迹形成的初期. 实际上，尾迹中涡的发展显然不是理想的轴对称卷绕和扩散的过程. 本文先针对固定时刻的流场，后用拉各朗日观点分析尾迹的发展变化，并用有限元方法开展数值模拟，得到低雷诺数圆柱绕流的流动图案，分析其特征和涡的演化过程.

收稿日期：2008-06-30

作者简介：董双岭(1981—)，男，河北唐山人，博士生，dilingzi@163.com.

1 计算结果及验证

由于低雷诺数下流动主要特征是二维的，控制方程基于原始变量形式二维不可压 N-S 方程. 计算采用三角形线性单元，计算区域为矩形，上、下两侧 10 倍圆柱直径，上游 7 倍，下游 25 倍，包含 98 858 个单元. 边界条件为入口给定来流，上下边界采用对称边界条件，出口处 y 方向速度 v 对称，x 方向速度 u 采用一维无粘关系式.

作为计算结果的验证，文中取 $Re=40$ 的定常流动状态进行比较. 图 1 表示的是壁面压力系数分布. 本文结果与文献[4]的实验数据的对比是令人满意的. 对于 $Re=100$ 的非定常情况，所得到的 St 为 0.165，与文献[2]给出的结果 0.164 相符. 图 2 给出了计算得到的典型涡街示意图.

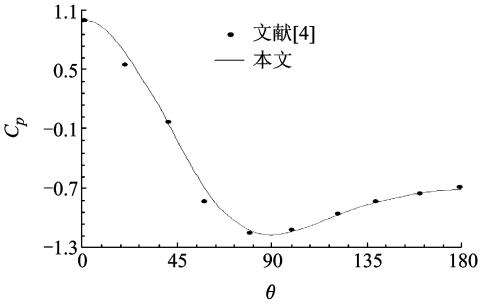


图 1 壁面压力系数的对比

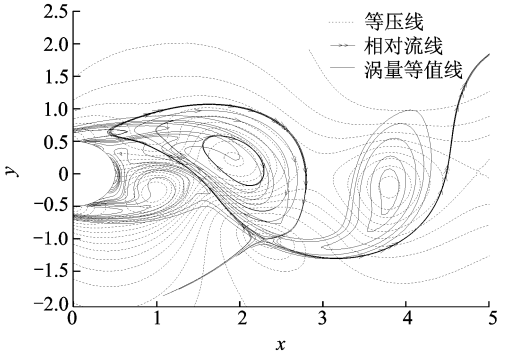


图 2 涡街示意图

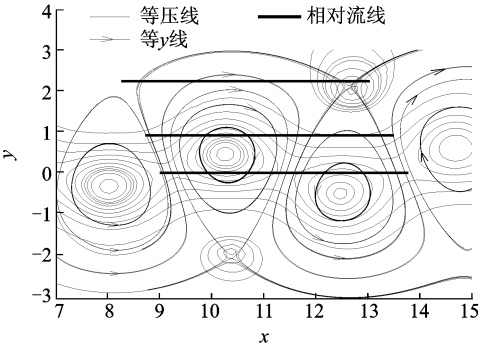
2 尾迹中的压力分布和速度变化

2.1 压力分布

文献[5]针对低 Re 的绕流，分析了尾迹内外速度和压力场的相互作用以及在近壁面与远离壁面处压力变化的关系，并从流动形态的角度解释了近壁面压力变化在一周期内不对称的原因. 本文计算了 $Re=200$ 的流动，其中的压力分布见图 3. 可以看出，等压线与涡量等值线有较大差异，尤其在近尾迹内压力极小值的位置(低压心，极大值对应高压心)和涡量极大值的位置偏离较大，而在下游尾迹，两者的偏差较小. 压力等值线在低压心和高压心处都呈中心点形态，下游的一对低压心和高压心的连线方向与主流垂直，低压心对应涡心，而高压心对应相应涡的相对流线(减去涡心速度)中的鞍点. 若以涡的速度为运动参考系，低压心和高压心的速度近似为 0，相邻涡中间的通道流(因该部分流动的动量是变化的，而流量是守恒的，所以本文命名为通道流)，由一个高压心附近折回流到另一侧的高压心，流动沿压力梯度的方向行进，流道先变窄再变宽，速度先增加后减小，类似一直管流，而后流体向同侧的高压心运动，流线垂直压力梯度，即压力使其沿曲线运动，类似一弯管流，之后流体继续折回周期性地运动下去. 整个通道流内，伯努利常数几乎不变，并与主流相差很小. 近尾迹中，某一时刻如果以低压心速度为运动参照系，则高压心对应该涡周围流线的鞍点，而不是原流线的鞍点. 随着流动的发展，高压心的压力迅速增加，而在下游几乎不变，并且注意到高压心往往位于与圆柱相连的涡量等值线的两部分连接处[6]，所以本文认为高压心的发展变化有利于涡的脱落.



a 近尾迹等压线、涡量等值线和相对流线图



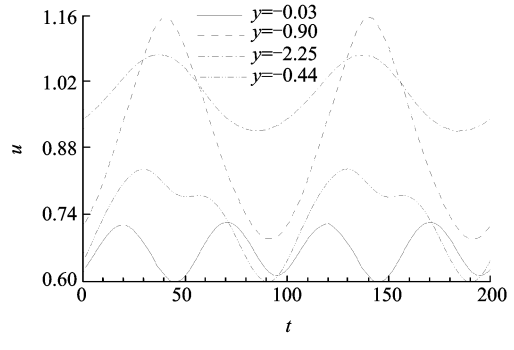
b 下游尾迹等压线和相对流线图

图 3 圆柱尾迹不同位置的流动形态图

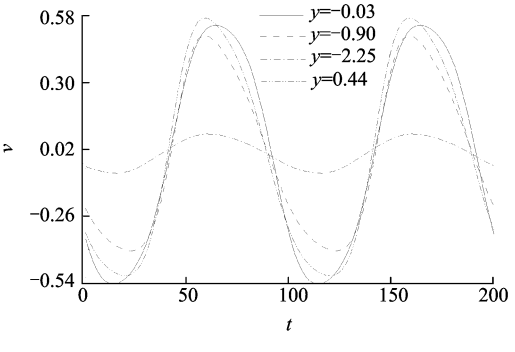
2.2 速度变化

图 4 给出了圆柱尾迹下游不同纵向位置($x=10.86$)处流向速度 u 和横向速度 v 在两周期内随时间的变化. 这与文献[6]的速度变化图是相符的. 文献[7]给出的流向速度 u 随时间的变化图与本文的中间尾迹处的结果也类似. 下游涡以近似常速向前运动，所以以涡的速度为运动参考系，涡周围流线见图 3b. 原流场中某点速度随时间的变化可看作该图同一 y 线上，从右向左连续空间点

的 u 的变化.通过选取与涡心上下垂直等距的两点,可以看出其在同一涡的范围内变化方式的不同,这体现了涡的上下不对称性.尾迹中心线上的点与离中心线很远处的点的 u 都近似正弦变化,前者周期是后者的一半,中间区域 u 的变化可看作上述两者的融合.这是因为中心线处在一周期内连续两涡的控制范围内,而且一侧涡沿中心线对称后与另一侧涡形状相同,所以 u 变化的周期加倍了,而 v 的周期不变.沿中心线向外越接近主流的点,主要在一涡的控制范围内,因此其变化与流动周期相同,较大的波动对应该侧涡主控范围,较小的波动对应另一侧涡主控范围.



a　流体流向速度随时间变化



b　流体横向速度随时间变化

图 4　下游尾迹速度随时间的变化

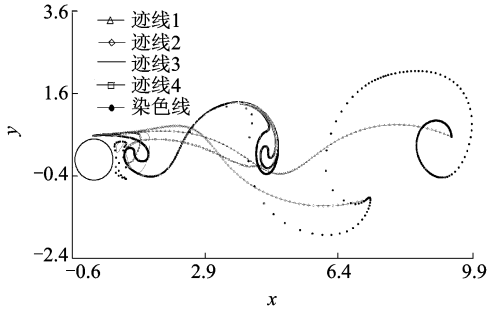
3　流场中染色线的形态

图 5a 选取的是一条进到涡心部分染色线,该点位于剪切层中间部分,在涡量极大值(垂直主流方向)位置的上方,只有这部分而不是贴近圆柱壁面处进入涡心部分,而这就是文献[6]未给出通过涡心的染色线的原因.由染色线图可以看出一侧涡主要由该侧剪切层的流体组成,而另一侧流体也可横穿尾迹进入该涡离涡心距离较大的部分.

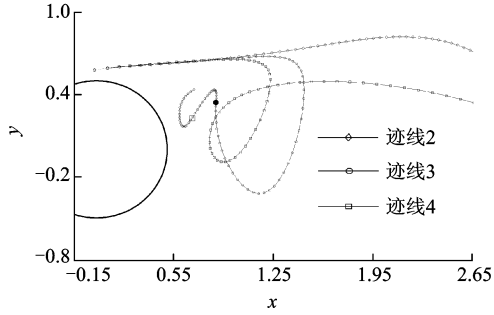
图 5a 还给出了圆柱上方剪切层内某点释放的染色粒子的分布形状,其中近尾迹较分散的粒子部分是从第 2 个涡折回的,之后的粒子跳跃着绕过第 2 个涡再卷进第 3 个涡.图中还相应地给出了初始时刻和 5,6,7 倍 $T/100$(T 为流动周期)时刻(对应图中的 1,2,3,4)释放的 4 个粒子的运动轨迹.粒子 1 运动到第 3 个涡,粒子 2 运动到第 2,3 个涡之间的下侧涡中,粒子 3 运动到折回的部分,粒子 4 运动到第 2 个涡中.

文献[1]注意到了染色线多次从下游折回回流区内的现象,认为回流区应看作是涡面经历多次折回过程的区域,并认为每次涡脱落都要通过回线与回流区联系上,涡量主要通过这种方式而不是粘性扩散进入回流区.下面的分析表明该观点是不正确的,因为染色线上折回部分的粒子本身的运动并不经过先运动到下游再折回的过程.文献[6]细致考察了该现象,并通过对一条染色线进行分段描述注意到了相邻粒子间很大的间断.

图 5b 给出了 2,3,4 3 个相邻时刻的粒子迹线在近尾迹中的部分,明显可以看出原来临近的粒子在剪切层内运动一段时间后,渐渐分离开来,粒子 2 向上偏运动到势流的部分,之后被卷绕进下侧涡中,粒子 3 分离后先在上侧大涡的主导下运动,而后在接近实心圈代表的拐点附近开始为下侧大涡主导的流动下运动,直到接近空方点的拐点,最后又在上部涡的主导下运动,这种粒子一直在涡核(更接近上侧涡)的外侧运动,因此所占比例较少.这较少部分的流体在回流区内约经历几个周期的时间才流向下游,而且在回流区逗留时间越长的流体所占比例越少,这就是染色线从越靠下游部分折回回流区的粒子越少的缘故.粒



a　染色线和迹线



b　间隔相邻短时间的三粒子的不同轨迹

图 5　染色线和相应几个粒子的迹线图

子 4 则直接被卷进涡核部分运动下去.这说明了

即使在很低 Re 流动中，部分原来相邻的流体在某些时刻受流场不同结构的控制，沿不同轨迹运动，从而分到不同部分运动下去.

4 近尾迹涡的演化过程

文献[8]通过圆柱由静止开始加速分析尾迹涡是如何形成的，结果发现尾迹涡与涡环的形成过程存在相似性. 本文选取 $Re=200$ 的流动，观察近尾迹在一周期内的发展过程，主要分析其中涡的演化.

图 6 分析了从该时刻到一周期后的发展过程(背景涡量等值线见图 8a). 图中距圆柱较近部分可分为几个区域. 面积最大的 1 区内的流体一周期后发展成下游的上侧涡(5 区)，2 区的流体至少经过一周期后进到 1 区，之后发展成下游涡，靠近壁面区域则在近壁面要经过好几个周期的振荡运动才流向下游，3 区的流体需经一周期或更长时间发展成下游涡. 1 区又可分为几个子区域，其中 A 区的流体发展成上侧涡外区，其中较大部分为势流；B 区流体发展成涡心附近的涡核部分，需要注意的是并不是涡量闭合线部分也不是低压心的流体发展成涡心，而是偏离它们的一较远区域；C 区为上下交界区，该部分流体发展成下游涡中的窄带区，该窄带区对应染色线图 5a 的中间涡的粒子间隔较大部分，该部分区域中间有一分界线，分界线上下流体最终来自圆柱的上下部分，该分界线实际是一条复杂的折叠交叉线，本文用图中粗线段示意；D 区流体开始为势流，其涡量经过变号后卷入上侧涡. 3 区中的子域 E 区的流体下一周期进入上侧两涡间一窄带区，其涡量值很小，之后被卷入下侧涡.

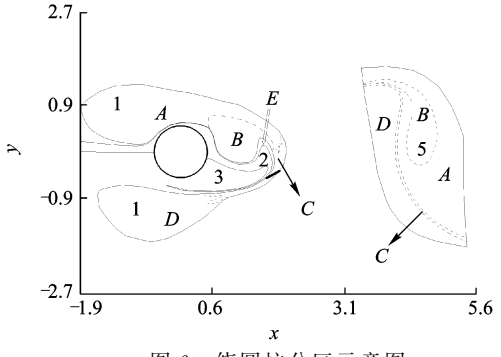


图 6 绕圆柱分区示意图

各个区内流体单元在运动过程中的变形情况也很不相同. 本文分析变形较剧烈的 C 区的情况. 选取该区中部沿边界方向的点阵，观察其一周期前后的变化，示于图 7. 垂直边界间距很小的两点，一周期后距离相差很远，比原距离至少高一个量级以上，而原来在沿边界方向一条线段上的流体粒子排列在很密的往复折线上，这样导致了点阵中各点的相对位置排列变化较大.

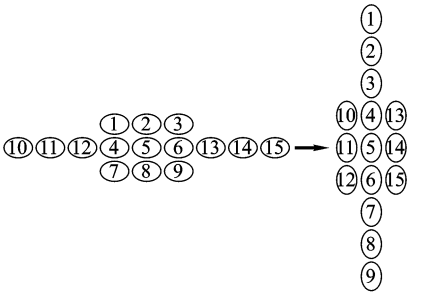
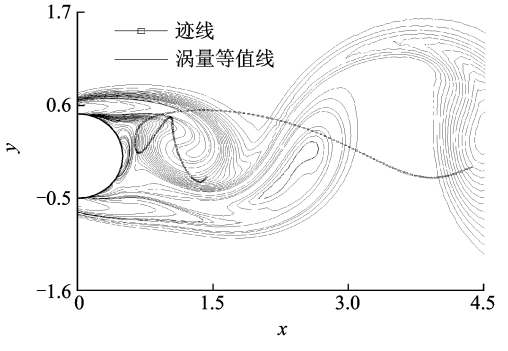
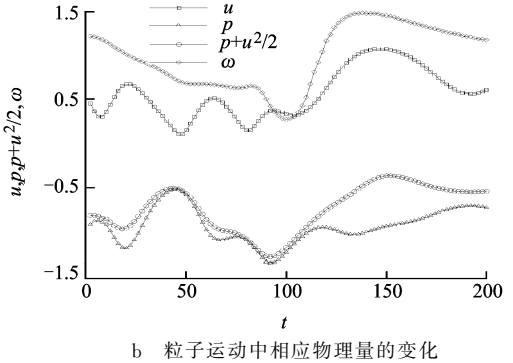


图 7 点阵排列变化示意图

图 8a 选取的是 2 区中一典型位置，该处流体经过一周期后运动到 1 区，之后随着上侧涡流向下游. 图 8b 是该流体粒子两周期内各物理量的变化情况，时间 $t=100$ 为一周期，图中数据是无量纲的结果，u 为流体速度，p 为流体压力，$p+u^2/2$ 表示伯努利常数，ω 为涡量值.



a 某粒子两周期内的运动轨迹



b 粒子运动中相应物理量的变化

图 8 某粒子的运动轨迹及相关物理量变化

从图 8 可以看出该粒子在与涡一起运动前速度和压力的变化近似反相，卷入涡后，速度涡的周向波动，而压力缓慢变化. 伯努利常数受粒子周围流动形态变化的影响，本文以迹线各极值点为分段变化的开始时刻. 涡量的变化是开始一直减少，接近壁面处减少得剧烈，接着当粒子卷进上侧涡，

由于受上侧剪切层补充,涡量不断增加,直到脱离补充,然后在涡内随着涡量扩散而缓慢减小.

5 结　论

为了能更好的解释流动特征,本文用场的观点和拉各朗日观点来分析低雷诺数圆柱绕流,考察了等压线中压心与流动发展的关系,通过空间位置的变化分析了下游速度随时间的变化,解释了染色线的多次折回现象,从而纠正了之前文献中的某些错误或不足.本文指出,即使是低雷诺数绕流,由于在不同时刻受不同流动结构的控制,部分流体之间的相对位置变化较大,从而增加了流动的复杂性.而后,对近尾迹部分进行了分区界定,分析了其中部分流体的运动过程.本文的分析主要是定性的,若结合不同流动方程定量考虑则可进一步细化.

参考文献 (References)

[1] Perry A E, Chong M S, Lim T T. The vortex shedding process behind two-dimensional bluff bodies[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 116:77－90

[2] Williamson C H K. Vortex dynamics in the cylinder wake [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1996, 28:477－539

[3] Pedram R, Wu X L. Universal wake structures of Kármán vortex streets in two-dimensional flows[J]. Physics of Fluids, 2005, 17(7):073601-1－073601-8

[4] Grove A S, Shair F H, Petersen E E, et al. An experiment investigation of the steady separated flow past a circular cylinder[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1964, 19:60－80

[5] Braza M, Chassaing P, Haminh H. Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder[J]. Journal of Fluid Mechanics Digital Archive, 1986, 165: 79－130

[6] Anagnostopoulos P. Computer-aided flow visualization and vorticity balance in the laminar wake of a circular cylinder [J]. Journal of Fluids and Stuctures, 1997, 11(1): 33－72

[7] Donald R. Vortex formation in shallow flow[J]. Physics of Fluids, 2008, 20(3):031303-1－031303-8

[8] David J, Morteza G. On the relationship between the vortex formation process and cylinder wake vortex patterns[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 519: 161－181

(责任编辑:李　晶)

(上接第 928 页)

参考文献 (References)

[1] 夏小玲. 三维消隐算法研究[J]. 东华大学学报(自然科学版), 2002, 28(2):137－142
Xia Xiaoling. Hidden surface removal for 3D object[J]. Journal of Donghua University, 2002, 28(2):137－142(in Chinese)

[2] 孙家广,杨长贵. 计算机图形学[M]. 北京:清华大学出版社, 1997
Sun Jiaguang, Yang Changgui. Computer graphics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997(in Chinese)

[3] Hearn Donald, Baker M Pauline. 计算机图形学[M]. 3 版. 蔡士杰译. 北京:电子工业出版社, 2005: 431－451
Hearn Donald, Baker M Pauline. Computer graphics with openGL[M]. 3rd ed. Translated by Cai Shijie. Beijing: Electronic Industry Press, 2005:431－451(in Chinese)

[4] 靳海亮,高井祥. 图形消隐算法综述[J]. 计算机与数字工程, 2006, 34(9): 27－31
Jin Hailiang, Gao Jingxiang. A summary of algorithms for removing the hidden lines and surfaces[J]. Computer and Digital Works, 2006, 34(9): 27－31(in Chinese)

[5] 毛峡, 赵兴圆, 沈巍. 一种基于模糊决策的矩形目标提取算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(6): 699－702
Mao Xia, Zhao Xingyuan, Shen Wei. An extraction method of rectangular building based on fussy decision-making[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(6): 699－702(in Chinese)

[6] 杨吉新,刘杰,陈定方. 一种高效实用的有限元模型消隐方法[J]. 武汉理工大学学报, 2002, 24(8): 60～62
Yang Jixin, Liu Jie, Chen Dingfang. An efficient and applied hidden method for FEM models[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2002, 24(8): 60－62(in Chinese)

[7] Mohan R, Nevatia R. Using perceptual organization to extract 3-D structures[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(11):1121－113

(责任编辑:娄　嘉)