支柱截面随机度对开孔 Voronoi 泡沫弹性性能的影响

卢子兴 王建月

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191)

摘 要：基于 Voronoi 随机泡沫模型，引入支柱截面面积不均匀分布的随机变量，研究了其对泡沫材料的非线性压缩和拉伸行为以及各向异性弹性性能的影响，并与模型随机度的影响进行比较，讨论了两种随机因素共同作用时的影响效果. 结果表明，对非线性压缩和拉伸行为，支柱截面随机度对无量纲应力都起降低作用，并且其影响随应变的增加而增大，对泊松比在压缩时起减小作用而在拉伸时起增大作用；支柱截面随机度对胞体伸长方向和垂直于胞体伸长方向的弹性模量均起减小作用，但对泊松比的影响不明显. 两种随机因素共同作用的影响效果在拉伸时减弱，而在各向异性弹性情况下增强.

关 键 词：泡沫材料；力学性能；Voronoi 模型；支柱截面随机度

中图分类号：V 214

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)08-0968-04

Effects of randomicity for strut cross-sectional areas on elastic properties of Voronoi open-cell foams

Lu Zixing Wang Jianyue

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Based on Voronoi random foam model, the random distribution of strut cross-sectional areas(SCSAs) was introduced, and its effects on nonlinear compressive and tensile behavior and anisotropic elastic properties were investigated. Influences of the model irregularity and randomicity of SCSAs on foams were compared, and the effects of their interaction were also discussed. The simulation results indicate that, the dimensionless stress decrease as SCSAs get less uniform under compression and tension, and this effect becomes more apparent as strain becomes larger. However, as randomicity of SCSAs increases the poisson's ratios become smaller under compression while become larger under tension. The relative anisotropic elastic moduli in the elongated direction and perpendicular direction decrease as random degree of SCSAs increases, however, the influence on Poisson's ratio is insignificant. The effect of the interaction between the two random factors appears to be weak under tension, but strong on anisotropic elastic properties.

Key words: foams; mechanical properties; Voronoi model; randomicity of SCSAs

国内外对开孔泡沫材料力学性能的理论研究和数值模拟已有不少工作发表[1-2]，但无论是弹性杆支柱网络模型[1]、立方体交错模型[2]、十四面体模型[1-3]等规则模型，还是 Voronoi 随机模型[4-9]，一般均假设开孔泡沫材料的支柱为细长直梁，各支柱截面面积相同，且截面形状沿长度方向不变. 然而，工艺原因导致实际泡沫微结构中存在支柱截面面积的随机性问题[10]. 文献[10]讨论

收稿日期：2008-06-23

基金项目：国家自然科学基金资助项目(10572013)；北京市教育委员会共建项目建设计划资助项目(XK100060522)

作者简介：卢子兴(1960－)，男，河北枣强人，教授，luzixing@buaa.edu.cn.

了开孔泡沫材料模型随机度(代表胞体形状的不规则性)和支柱截面随机度(代表支柱截面面积的不均匀度)对材料弹性性能的影响,发现其杨氏模量和剪切模量均随支柱截面随机度增加而减小,而泊松比基本不受影响.但是,他们所用模型是周期性 Voronoi 随机模型(施加了周期性边界条件),讨论也只限于各向同性情况,未考虑模型随机度和支柱截面随机度对泡沫材料非线性力学行为的影响.本文在建立非周期性随机 Voronoi 模型基础上,通过引入支柱截面随机度,研究了其对开孔泡沫材料非线性压缩、拉伸行为和各向异性弹性性能的影响,并与模型随机度的影响进行比较,讨论了支柱截面随机度与模型随机度共同作用的影响效果.

1　模型的建立

Voronoi 随机模型的建立方法在文献[11]中已有详细论述,文中不再赘述.对模型随机度为 α 的 Voronoi 随机模型,若其支柱截面面积均匀分布,则其值 A_0 可由相对密度、胞体尺寸以及支柱长度给出,即

$$A_0 = RL_1L_2L_3 \Big/ \sum_{i=1}^{N} l_i \tag{1}$$

式中,$R=\rho/\rho_s$ 是相对密度;ρ_s 为基体材料的密度;ρ 为泡沫材料的密度;L_1,L_2,L_3 分别是胞体在 3 个方向上的尺度;l_i 是第 i 根支柱的长度;N 是模型中支柱的总数目.

文中采用与文献[10]类似的方法,在建立模型中引入支柱截面随机度,由此得到任一支柱 i 的随机截面面积为

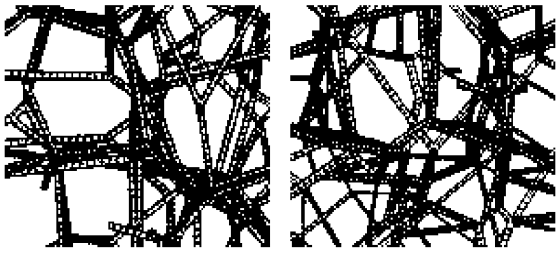
$$A_i = cA_0(1+\beta\psi_i) \tag{2}$$

式中,$\beta(\in[0,1])$定义为支柱截面随机度(代表面积不均匀度);$\psi_i(\in[-1,1])$为随机变量;c 为使相对密度保持定值的无量纲因子,且由下式确定:

$$c = \sum_{i=1}^{N} l_i \Big/ \left[\sum_{i=1}^{N}(1+\beta\psi_i)l_i\right] \tag{3}$$

图 1 给出了相对密度为 0.01,模型随机度 α 为 0.5,支柱截面随机度 β 取 0.3 和 0.7 时的模型微结构图.从图中可以看出,β 较小时,支柱间截面面积的差异不太明显,β 较大时,可以明显看出支柱间截面面积的差异.若给定开孔泡沫材料的相对密度和模型随机度,则通过改变 β 的取值,就可以研究支柱截面随机度的大小对泡沫材料力学性能的影响.

把上述几何模型导入有限元软件,采用能考虑剪切变形的梁单元模拟开孔泡沫材料的支柱.



a　$\beta=0.3$　　b　$\beta=0.7$

图 1　β 取 0.3 和 0.7 时模型的微结构图

文中采用与文献[11]类似的耦合边界条件,并施加位移载荷进行模拟.模拟非线性压缩和拉伸行为时,主要考虑泡沫材料支柱的几何非线性效应.类似于文献[11],为使模型具有更广泛的适应性,计算结果仍用无量纲应力 $\bar{\sigma}$ 表示,则它可以看作是模型随机度 α、支柱截面随机度 β、支柱截面形状系数 γ、相对密度 R 和泡沫材料应变 ε 的函数,即

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{E_s(\rho/\rho_s)^2} = F(\alpha,\beta,\gamma,\rho/\rho_s,\varepsilon) \tag{4}$$

式中,σ 为泡沫材料的应力;E_s 为基体的弹性模量.

研究对开孔泡沫材料各向异性弹性性能的影响时,类似于文献[9],使模型在某一方向拉长来模拟泡沫发泡方向,将模型拉伸方向和垂直于拉伸方向的尺寸比值定义为各向异性尺寸比,来描述模型的各向异性程度,并引入支柱截面随机度来研究其对泡沫材料各向异性弹性性能的影响.

2　计算结果与讨论

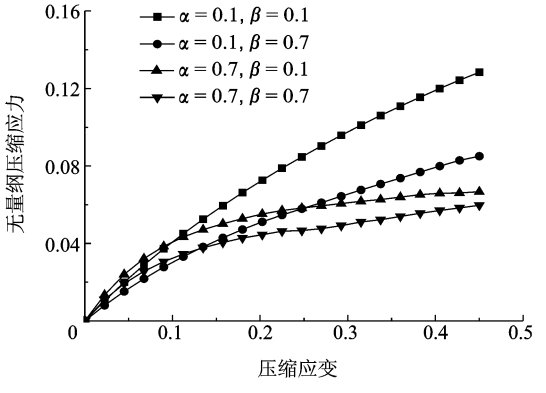
为研究支柱截面随机度对泡沫材料力学性能的影响,以及与模型随机度共同作用的影响效果,对模型在 α 与 β 4 种不同取值组合下的情况进行模拟分析:①$\alpha=0.1$,$\beta=0.1$ 对应两种随机度均较小的情况;②$\alpha=0.1$,$\beta=0.7$ 对应支柱截面随机度较大的情况;③$\alpha=0.7$,$\beta=0.1$ 对应模型随机度较大的情况;④$\alpha=0.7$,$\beta=0.7$ 对应两种随机度均较大的情况.

在模拟分析中,取相对密度 $R=0.01$,基体材料杨氏模量 $E_s=1\,000$ MPa,泊松比 $\nu_s=0.45$,并且支柱为等截面,形状为圆形.考虑到计算量并保证一定精度[11],模拟非线性压缩和拉伸行为时计算模型取 3 倍胞体,模拟各向异性弹性性能时取 5 倍胞体[10],同时,结果取 20 个模型计算的平均值.

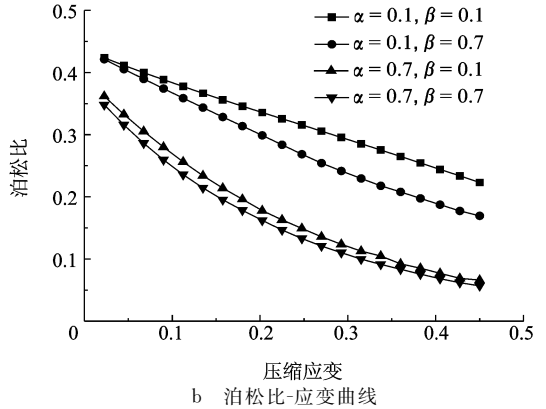
2.1　对非线性压缩行为的影响

图 2a 给出了 α 与 β 取不同值时模型的无量

纲压缩应力-应变曲线.结果表明,在 α 和应变一定时,无量刚压缩应力随 β 增大而减小,并且 β 的影响随应变增加而增大;对比第①种分别与第②和第③种的组合情况发现,在应变小于 24.75%,α 和 β 分别从 0.1 变化到 0.7 时,β 变化时无量纲应力下降的幅度稍大于 α 变化时的幅度;而当应变大于 24.75%时,情况正好相反.由第②和第③分别与第④种组合情况的对比,可以看出在应变小于 0.1 时,α 的增大对应力起增加作用,而 β 起减小作用,并且 β 的影响大于 α 的影响,从而导致两种随机度均较大情况下的应力-应变曲线水平高于支柱截面随机度较大情况时的曲线;而当应变大于 0.1 时,α 和 β 都对应力水平起减小作用,因而两种因素共同作用的影响效果增强了,这与对弹性性能的影响是不同的[10].对泊松比的影响如图 2b 所示.可见,β 的增大对泊松比起减小作用,但明显小于 α 的影响,由于 α 和 β 都对泊松比起减小作用,故它们共同作用的影响效果增强了.



a 无量纲压缩应力-应变曲线

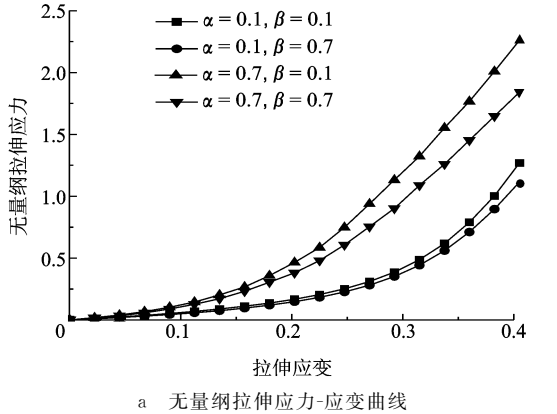


b 泊松比-应变曲线

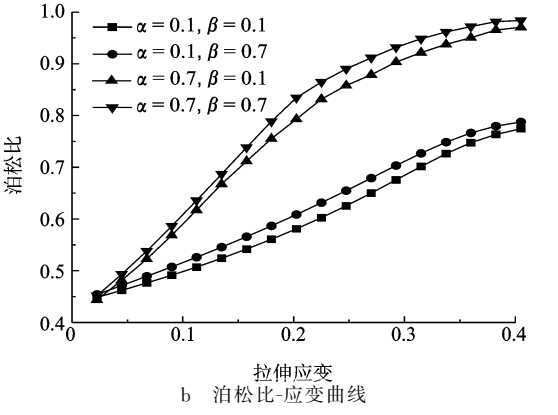
图 2 α 和 β 不同取值组合对模型压缩力学行为的影响

2.2 对非线性拉伸行为的影响

类似于对压缩行为的讨论.图 3a 给出了 α 与 β 取不同值时模型的无量纲拉伸应力-应变曲线.从图中可以看出,在应变和 α 取值一定的情况下,应力随 β 的增大而降低,并且 β 的影响随应变的增大更加明显;而 α 与 β 都变化时,α 的影响明显大于 β 的影响,与压缩时相似.由 α 或 β 之一较大时的情况分别与 α 和 β 均较大时的对比发现,当 α 和 β 共同作用时,其影响效果小于 α 较大而大于 β 较大时的情况,这是由于 β 对无量纲拉伸应力起降低作用,而 α 起增加作用,并且 α 的影响大于 β 的影响,从而弱化了共同作用的影响效果,这一点与压缩时是不同的.对泊松比的影响如图 3b 所示.可见,β 对泊松比的影响明显小于 α 的影响;与对应力-应变关系影响作用不同的是,α 和 β 的增大都对泊松比起增大作用,故两种因素共同作用的影响效果大于 α 或 β 之一较大时的情况.



a 无量纲拉伸应力-应变曲线



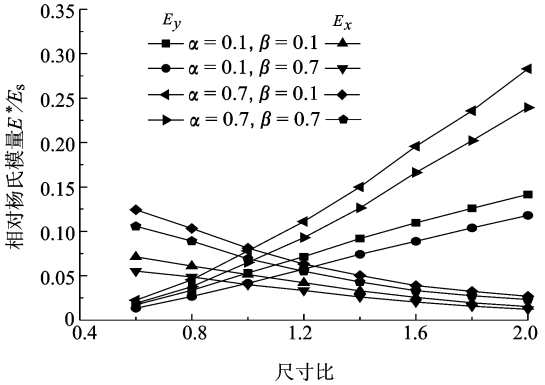
b 泊松比-应变曲线

图 3 α 和 β 不同取值组合对模型拉伸力学行为的影响

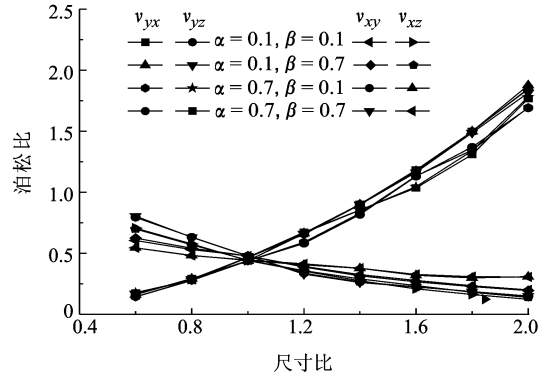
2.3 对各向异性弹性性能的影响

对各向异性弹性性能进行类似的讨论.图 4 给出了 α 与 β 取不同值时相对弹性模量和泊松比随相对密度变化的曲线.图中,E_x,E_y 分别为 x 和 y 方向上的杨氏模量;ν_{xy},ν_{xz} 为 x 方向的泊松比;ν_{yx},ν_{yz} 为 y 方向的泊松比.由图 4a 可以看出,相对密度和 α 一定时,相对杨氏模量随 β 增加而减小,这与各向同性时的结论相同[10];并且在尺寸比较小时,β 对胞体伸长方向的模量影响较小,而对垂直于胞体伸长方向的模量影响比较明显;随着尺寸比的增大,这种影响趋势正好相反.α 对相对杨氏模量的影响大于 β 的影响,对胞体伸长方向的影响在尺寸比较大时更为明显,而

对垂直于胞体方向的影响则在尺寸比较小时更为明显；由于相对杨氏模量随 β 增大而减小，而随 α 增大而增大，因此 α 和 β 均较大时的影响大于 β 较大时的情况，小于 α 较大时的情况. 对泊松比的影响如图 4b 所示，β 对泊松比的影响很不明显，小于 α 的影响.



a　相对杨氏模量-尺寸各向异性比曲线



b　泊松比-尺寸各向异性比曲线

图 4　α 和 β 不同取值组合对模型各向异性弹性性能的影响

3　结 束 语

本文在建立 Voronoi 随机模型的过程中引入支柱截面随机度，研究其对开孔泡沫非线性压缩、拉伸行为以及各向异性弹性性能的影响，并与模型随机度的影响进行比较. 结果表明，在相同应变下，支柱截面随机度的增大对非线性压缩和拉伸时的应力起减小作用；而在相对密度一定时，支柱截面随机度的增大对各向异性弹性下的相对杨氏模量也起减小作用. 两种随机因素共同作用的影响效果在拉伸时减弱，而在各向异性弹性下增强.

参考文献（References）

[1] 卢子兴，石上路. 低密度开孔泡沫材料力学模型的理论研究进展[J]. 力学与实践，2005，27(5)：13－20
Lu Zixing, Shi Shanglu. Theoretical studies on mechanical models of low density foam[J]. Mechanics in Engineering, 2005, 27 (5): 13－20(in Chinese)

[2] Gibson L J, Ashby M F. Cellular solids: structure and properties [M]. second edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1997:103－108

[3] Zhu H X, Knott J F, Mills N J. Analysis of the elastic properties of open-cell foams with tetrakaidecahedral cells [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1997, 45 (3):319－343

[4] Van der Burg M W D, Shulmeister V, Van der Geissen E, et al. On the linear elastic properties of regular and random open-cell foams models [J]. Journal of Ceuular Plastic, 1997, 33(1):31－54

[5] Zhu H X, Hobdell J R, Windle A H. Effect of cell irregularity on the elastic properties of open-cell foams[J]. Acta Materialia, 2000, 48(20):4893－4900

[6] Zhu H X, Windle A H. Effects of cell irregularity on the high strain compression of open-cell foams[J]. Acta Materialia, 2002, 50(5):1041－1052

[7] Zhang Jialei, Lu Zixing. Numerical modeling of the compression process of elastic open-cell foams[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2007, 20(3):215－222

[8] 卢子兴，张家雷，王嵩. 各向异性随机泡沫模型的弹性性能分析[J]. 北京航空航天大学学报，2006，32(12)：1468－1471
Lu Zixing, Zhang Jialei, Wang Song. Investigation into elastic properties of anisotropic random foam model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(12): 1468－1471(in Chinese)

[9] 卢子兴，陈鑫，张家雷. 各向异性弹性开孔泡沫压缩行为的数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报，2008，34(5)：564－567
Lu Zixing, Chen Xin, Zhang Jialei. Numerical modeling of high strain compression of anisotropic elastic open-cell foams [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(5): 564－567 (in Chinese)

[10] Li K, Gao X L, Subhash G. Effects of cell shape and strut cross-sectional area variations on the elastic properties of three-dimensional open-cell foams[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2006, 54(5): 783－806

[11] 张家雷. 泡沫材料微结构模型和力学性能的研究[D]. 北京：北京航空航天大学航空科学与工程学院，2007
Zhang Jialei. Investigation into the microstructure model and the mechanical properties of foams [D]. Beijing: School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007(in Chinese)

（责任编辑：李　晶）