利用相似产品信息的成败型产品 Bayes可靠性评估

杨 军 黄 金 申丽娟 赵 宇

(北京航空航天大学 工程系统工程系, 北京 100191)

摘 要: 在成败型产品的可靠性评估中,为提高估计精度,经常利用历史数据来确定先验分布.但在工程实际中,历史样本和样本本质上属于不同的总体,这对可靠性评估结果有着显著影响.为此,采用相似系统分析确定历史样本和样本的相似程度,将其归纳为继承因子;然后,根据历史样本信息确定产品可靠性的历史后验,基于无信息先验得到产品可靠性的更新后验;最后通过继承因子,综合历史后验和更新后验,得到产品可靠性的融合后验,并在此基础上进行可靠性推断.该方法不仅充分利用了相似产品信息,而且突出了产品的独有特性.

关 键 词: 二项分布; 可靠性评估; Bayes方法; 相似系统分析; 继承因子

中图分类号: O 212.1

文献标识码: A **文章编号**: 1001-5965(2009)07-0786-03

Bayes comprehensive assessment of reliability for binomial products by using test information of similar product

Yang Jun Huang Jin Shen Lijuan Zhao Yu

(Dept. of System Engineering of Engineering Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: For reliability assessment of binomial products, the history sample and the current sample often follow different populations, which have remarkable effect on reliability assessment. The similarity degree between the history sample and the current sample were studied by similar system analysis, and their similarity degree was denoted by inheritance factor. Then, the history posterior was obtained from the history sample and the innovation posterior was given by the non-informative prior, which reflect the history information of similar products and the current test information respectively; the complex posterior was obtained from the history posterior and the innovation posterior via inheritance factor, and statistical inference was made on the basis of the complex posterior. This method makes full use of information of similar products and emphasizes the particular characteristic of the evaluated product.

Key words: binomial distribution; reliability assessment; Bayes method; similarity system analysis; inheritance factor

在装备的研制过程中,由于受经费和时间等客观因素的限制,现场得到的试验数据样本量一般很小,而使用经典统计对成败型产品进行可靠性评估需要较大样本量,这导致难以进行评估或者评估结果精度过低.为解决这一工程中普遍存在的问题,通常采用 Bayes方法充分利用各种先验信息,提高估计精度,这样便可以有效地减少现场试验样本量.

在实际中,产品和老产品(或相似产品)属于不同的型号或批次,它们之间存在不同程度的相似性,又有一定变异性,因此它们本质上不属于同一总体,使用传统的 Bayes评估将导致评估结果和实际有较大差距.文献[1-2]利用继承因子描述样本和历史样本的相似程度,提出综合历史样本信息和产品独有特性的混合先验,然后得到产品的 Bayes可靠性评估,该方法注意到了产品和

收稿日期: 2008-06-11

基金项目: 总装预研重点基金资助项目(9140A19030106HK0108)

作者简介: 杨 军(1976-),男,山东泰安人,讲师, tomyj2001@buaa.edu.cn.

原型产品的区别与联系, 因此评估结果更接近实际情况. 但文献[1]的方法, 计算复杂, 难以推广到其他常见分布, 同时仅使用产品试验信息确定继承因子, 没有充分挖掘产品的工作原理、组成、功能以及工作环境等有效信息.

针对这一问题, 提出基于融合后验的 Bayes评估方法. 首先根据历史样本确定先验分布, 结合当前样本数据, 得到产品可靠性的后验分布, 称为历史后验, 反映产品对原型产品的继承性; 由于反映新产品独有特性的信息较少, 采用 Bayes假设作为先验, 结合样本数据, 得到产品可靠性的后验分布, 称为更新后验, 反映产品的独有特性; 然后通过继承因子, 综合历史后验和更新后验, 得到产品可靠性的融合后验, 并以此进行可靠性推断. 对于继承因子, 从系统的相似性出发, 通过相似系统分析得到的产品对相似产品的继承程度来确定.

1　融合后验

1.1　历史后验

由于产品的设计、生产具有一定继承性, 因此有许多相关的历史产品的可靠性信息及经验信息可以利用, 而经典统计忽略了这些信息, 造成数据信息利用不够充分. 从信息论的角度看, 应充分利用先验信息提高可靠性评估的精度.

对于成败型产品, 记产品的可靠度为 R, 其共轭先验分布通常取贝塔分布 $\beta(a, b)$, 其中超参数 a和 b根据产品的历史信息给出. 文献[3-8]对这些方法进行了综合. 设有 m 批历史试验信息, $n_i(i=1, 2, \cdots, m)$表示各批试验的次数, R_i 表示各批试验中可靠性的点估计, 则有[1-2]

$$a+b=\frac{m^2\left(\sum_{i=1}^{m}R_i-\sum_{i=1}^{m}R_i^2\right)}{m\left(m\sum_{i=1}^{m}R_i^2-\bar{n}\sum_{i=1}^{m}R_i\right)-(m-\bar{n})\left(\sum_{i=1}^{m}R_i\right)^2} \tag{1}$$

$$a=(a+b)\bar{R} \tag{2}$$

其中, $\bar{n}=\sum_{i=1}^{m}n_i^{-1}$, $\bar{R}=\sum_{i=1}^{m}R_i/m$. 当 m 较小时, 式(1)中 $a+b$的估计可能为负值, 为此可修正:

$$a+b=\left(\frac{m-1}{m}\right)\left[\frac{m\sum_{i=1}^{m}R_i-\left(\sum_{i=1}^{m}R_i\right)^2}{m\sum_{i=1}^{m}R_i^2-\left(\sum_{i=1}^{m}R_i\right)^2}\right]-1 \tag{3}$$

在确定了先验分布超参数 a和 b后, 若产品进行了 n次试验, 失效 f次, 根据 Bayes定理, 有

$$h(R\mid D)=\frac{R^{n-f+a-1}(1-R)^{b+f-1}}{B(n-f+a, b+f)} \tag{4}$$

其中, $D=(n, f)$表示历史数据. 由于该后验是在历史数据确定的先验基础上得到的, 因此称之为历史后验, 它反映产品对历史产品的继承性.

1.2　更新后验

任何新产品都有其独特的方面, 这样产品的可靠性就会有不确定性, 可认为可靠性的取值在[0, 1]上的机会均等, 即可采用无信息先验 $\beta(1, 1)$作为先验, 结合现场样本数据 (n, f), 得到可靠性的后验分布为 $\beta(n-f+1, 1+f)$, 称之为更新后验, 它反映产品的独有特性.

1.3　融合后验

历史后验 $h(R\mid D)$和更新后验 $h(R\mid N)$分别反映了产品的继承性和独特性. 用继承因子 $\rho^{(1-2^9)}$刻画样本和历史样本的相似程度, 综合历史后验和更新后验, 得到产品可靠性的融合后验.

$$h(R)=\rho h(R\mid D)+(1-\rho)h(R\mid N) \tag{5}$$

可以看出, 融合后验既反映了新产品对历史产品的继承性, 又兼顾了新产品的改进和革新; 它是对经典统计方法和传统 Bayes方法的有机融合.

继承因子 ρ对可靠性评估起着非常重要的作用, 因此确定 ρ必须客观. ρ反映了新产品对老产品的继承程度, 如果新产品在老产品的基础上进行了较大的革新, 则 ρ的取值较小, 反之则 ρ的取值较大. ρ的确定应结合新老产品的试验数据、专家经验和相关知识信息慎重给出.

对于可靠性评估问题, 给定置信度 γ后, 可靠度 R 的置信下限可由下式解出

$$\int_{R_L}^{1}h(R)\,\mathrm{d}R=\gamma \tag{6}$$

2　继承因子的确定

由式(5)可见, 继承因子 ρ对可靠性评估有显著影响. 因此, ρ的确定十分重要. 从系统科学来看[10-12], 不同类型、不同层次的系统间可能存在不同数量的相似性要素和相似特性. 系统间存在相似性要素和相似特性的系统称为相似系统. 相似产品是指产品间具体属性和特征的相似, 可以包括结构相似、功能相似、物理特征相似等等. 工程上, 一般通过设计原理、工作原理、材料组成、功能相似、结构相似、工作环境等相似要素来定义相似产品. 继承因子 ρ本质上就是它们的相似程度, 值域为 $0\leqslant\rho\leqslant1$. 当 $\rho=1$表示两事物特性完全相同; 当 $\rho=0$表示两事物一切特性都不同.

从相似工程学和相似性科学的角度[12-14]，研究两个系统的相似程度，需要在充分考虑相似系统的相似要素数量相似度的基础上，同时考虑它们共有的相似要素的相似度. 设系统间相似要素数量确定的相似度为 ρ_n，而由每一相似要素确定的相似度为 ρ_u，则可得到继承因子 ρ

$$\rho_n = \frac{N}{K + L - N} \tag{7}$$

$$\rho_u = \beta_1 q(u_1) + \cdots + \beta_N q(u_N) = \sum_{i=1}^{N} \beta_i q(u_i) \tag{8}$$

$$\rho = \rho_n \cdot \rho_u = \frac{N}{K + L - N} \sum_{i=1}^{N} \beta_i q(u_i) \tag{9}$$

其中 K, L, N 分别表示某一层次上的系统 A 和 B 的各自组成要素的数量和它们共有的相似要素的数量; $q(u_i)$为相似系统中共有的由第 i个相似特征建立的相似元的数值; β_i 是 $q(u_i)$相似元的权重系数，这一公式较为准确地表达了两个系统间的相似程度.

根据式(7)~式(9)可以看出，系统相似度量实际上是把两个相似系统的所有信息进行比较而得到的一个量化的值. 在可靠性工程中，考察产品的相似主要考虑产品在结构、功能、设计原理、工作原理、材料组成和工作环境等方面的异同，因此确定产品对老产品的继承因子 ρ，只需考虑上述 6个要素. 由于新产品是在老产品的基础上通过改进或改型得到的，通常这 6个要素都是相似要素，本文取 $K = L = N = 6$，即 $\rho_n = 1$，于是继承因子

$$\rho = \rho_u = \sum_{i=1}^{6} \beta_i q(u_i) \tag{10}$$

具体的权重系数 β_i 与相似元数值 $q(u_i)$，可根据工程信息和专家经验来确定.

3 算 例

为验证本文方法的有效性，下面给出一个算例. 某成败型产品 B 在原型产品 A 的基础上研制，其试验数据如表 1所示.

表 **1** 试验数据

样本	数目		
	成功数	失效数	和
样本 B	49	1	50
和	1047	3	1050

采用经典统计方法，在置信度 $\gamma = 0.9$下，得到产品 B可靠性的置信下限 $R_L = 0.9244$，忽略产品 A和 B的差异，使用传统 Bayes方法，得到产品 B 可靠性的置信下限 $R_L^B = 0.9943$.

根据工程信息，结合专家评分得出：产品 B 在结构、功能、设计原理、工作原理、材料组成上分别继承了产品 A 的 90%，85%，90%，85%，90%，它们的工作环境相同，因此在工作环境上相似度为 100%. 权重系数取平权，由式(10)得

$$\rho = \rho_u = \sum_{i=1}^{6} \beta_i q(u_i) = \frac{1}{6}(0.9 + 0.85 + 0.9 + 0.85 + 0.9 + 1) = 0.9$$

然后利用本文的新方法，可得 $R_L^N = 0.9904$

为便于对照，在表 2中列出失效率的评估结果. 从结果来看，基于融合后验的评估结果优于传统的 Bayes方法，基于融合后验的评估不仅有效利用了历史样本信息，并且更能反映新产品的独立特性. 由于产品 B 对老产品的继承因子为 0.9，两者的相似程度很大，因此两种方法得出可靠性的评估结果相差不是很大.

表 **2** 产品 ***B*** 可靠性的评估结果

方 法	可靠性的置信下限($\gamma = 0.9$)
经典统计方法	0.9244
传统 Bayes方法	0.9943
本文方法	0.9904

4 结论与进一步研究的问题

对于使用相似产品信息来进行可靠性评估，根据老产品的试验数据确定新产品的历史后验，根据新产品的独有特性，确定更新后验，最后通过继承因子综合历史后验与更新后验，得到融合后验，然后在此基础上进行可靠性评估. 该方法既合理地反映了新产品的独有特性，又有效地综合了历史信息. 再者，使用相似性理论充分利用产品的各种信息来确定继承因子，比单纯使用试验数据更合理；最后，本文的方法计算简便，可以推广到其他常见分布.

本文研究了只有一种相似产品信息的情形，并且假定继承因子是常数，实际中也可以假定继承因子服从某种分布，使用分层 Bayes方法等进行处理；对于多种相似产品信息时，需要进一步研究继承因子的确定方法和相似产品信息间的相关关系等，以满足工程实际的需求.

参考文献 (**References**)

[1] 张士峰，樊树江，张金槐. 成败型产品可靠性的 Bayes评估[J]. 兵工学报，2001，22(2)：238-240
Zhang Shifeng，Fan Shujiang，Zhang Jinhuai. Baysian assessment for product reliability using pass-fail data[J]. Acta Armamentarii，2001，22(2)：238-240 (in Chinese)

(下转第 **847**页)

题.最后,利用网络仿真工具 OPNET对 MRMA协议进行了仿真评估,并与 IEEE 802 11 RTS/CTS协议进行比较.仿真结果表明,在总信道利用率和平均分组延迟性能上,MRMA协议明显优于 IEEE 802 11 RTS/CTS协议.

参考文献 (References)

[1] Jurdak Raja, Lopes Cristina Videira, Baldi Pierre. A survey, classification and comparative analysis of medium access control protocols for ad hoc networks[J]. IEEE Communications Surveys& Tutorials, 2004, 6(1): 2-16

[2] Kumar Sunil, Raghavan Vineet S, Deng Jing. Medium access control protocol for ad hoc wireless networks: a survey[J]. Elsevier Ad-Hoc Networks Journal, 2006, 4(3): 326-358

[3] IEEE 802 11-1999. Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications[S]

[4] Liu Kai, Li Jiandong, Han James, et al. Performance analysis of UPMA protocol for wireless multihop mobile ad hoc networks [C]//IEEE WCNC 2003. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2003: 971-976

[5] ICAO Standard Doc 9816, AN/448. Manual on VHF digital link (VDL) mode 4[S]

[6] Nasipuri A, Zhuang J, Das S R. A multichannel CSMA MAC protocol for multihop wireless networks[C]// IEEE WCNC 1999. New Orleans, LA, USA: IEEE, 1999: 1402-1406

[7] Wu S L, Lin C Y, Tseng Y C, et al. A new multi-channel MAC protocol with on-demand channel assignment for multi-hop mobile ad hoc networks[C]//International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks. Dallas, TX, USA: IEEE, 2000: 232-237

[8] Luo Tie, Motani Mehul, Srinivasan Vikram. CAM-MAC: a cooperative asynchronous multi-Channel MAC protocol for ad hoc networks[C]//The 3rd International Conference on Broadband Communications, Networks and Systems. San Jose, CA, USA: IEEE, 2006: 1-10

(责任编辑:娄　嘉)

(上接第 788页)

[2] 王玮,周海云,尹国举.使用混合 Beta分布的 Bayes方法[J].系统工程理论与实践, 2005(9): 142-144
Wang Wei, Zhou Haiyun, Yin Guoju. Bayes method with mixed beta distribution[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2005(9): 142-144 (in Chinese)

[3] Martz H F, Waller R A. Bayesian reliability analysis[M]. New York: Wiley, 1982

[4] Bernardo J, Smith A FM. Bayesian theory[M]. New York: Wiley, 1994

[5] 茆诗松.统计手册[M].北京:科学出版社, 2003
Mao Shisong. Bayes statistics handbook[M]. Beijing: Science Press, 2003 (in Chinese)

[6] Kotz Samuel,吴喜之.现代贝叶斯统计学[M].北京:中国统计出版社, 2000
Kotz Samuel, Wu Xizhi. Modern Bayesian statistics[M]. Beijing: China Statistics Press, 2000 (in Chinese)

[7] 《现代数学手册》编纂委员会.现代数学手册:随机数学卷[M].武汉:华中科技大学出版社, 2000
Compiling Committee of Modern Mathematics Handbook. Modern mathematics handbook: stochastic mathematics volume[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2000 (in Chinese)

[8] Natarajan R, McCulloch C E. A note on the existence of the posterior distribution for a class of mixed models for binomial responses[J]. Biometrika, 1995, 82(3): 639-643

[9] 王建霞,郭波.融合研制各阶段试验信息的成败型产品可靠性 Bayes评估[J].兵工自动化, 2006(12): 31-32
Wang Jianxia, Guo Bo. Bayes assessment for reliability of success or failure product based on fusing test information of development phases[J]. Ordnance Industry Automation, 2006(12): 31-32 (in Chinese)

[10] Zhou Meili. Principles and practice of similarity system theory[J]. International Journal of General Systems, 1994, 23(1): 39-48

[11] Zhou Meili. Principles of similarity formation between similar systems[J]. International Journal of General Systems, 1999, 27(6): 495-504

[12] 周美立.相似性科学[M].北京:科学出版社, 2004
Zhou Meili. Similarity science[M]. Beijing: Science Press, 2004 (in Chinese)

[13] 周美立.单元化系统集成设计中的相似性与复杂性[J].中国机械工程, 2004, 15(7): 604-607
Zhou Meili. Similarity and complexity in unitization system integrated design[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(7): 604-607 (in Chinese)

[14] 常传勇,周美立.系统相似度量中特征选择方法[J].机械工程师, 2005(6): 68-70
Chang Chuanyong, Zhou Meili. The method of characteristics selection in measuring similar system[J]. Mechanical Engineer, 2005(6): 68-70 (in Chinese)

(责任编辑:娄　嘉)