遗传算法在编队卫星群轨道机动中的应用分析

李京生 邓忠民

(北京航空航天大学 宇航学院，北京 100191)

摘 要：卫星群机动是航天器发展的一个方向.针对编队卫星群的 Lambert 机动问题，采用 Gim-Alfriend 矩阵建立了包含中心轨道根数和摄动项的群卫星的相对运动模型，设计了转移轨道上的卫星群队形协同保持的脉冲控制策略.应用遗传算法对编队卫星群轨道机动问题进行了优化，优化指标分别为卫星群协同变轨过程中总燃料消耗最少或燃料均衡分配最小.分析了群机动过程中燃料消耗的影响因素.算例结果表明遗传算法可以很好地应用于编队卫星群机动问题.

关 键 词：轨道转移；卫星；优化；遗传算法

中图分类号：V 412.41

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)07-0804-03

Application and analysis of formation satellites cluster orbit transfer based on genetic algorithm

Li Jingsheng Deng Zhongmin

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Orbit transfer of formation satellites was a potential way for future spacecrafts. The Lambert maneuver problem of formation satellites with initial and target positions was studied. Relative motion model including central orbit elements and perturbation was set up using Gim-Alfriend matrix, and an impulse thrust control strategy for coordinated formation keeping on transfer orbit was designed. Genetic algorithm (GA) was applied to optimize the maneuver of formation satellites, with the goal to minimize the total fuel consumption, or weighted index which concerns the fuel consumption and time duration. Factors affecting fuel consumption were analyzed. Simulation results indicate that GA is available to solve the maneuver problem of formation satellites.

Key words: orbital transfer; satellite; optimization; genetic algorithms

作为航天技术的发展方向，航天器编队技术一直受到发达国家的重视[1-3].各国航天机构都越来越多地考虑使用多航天器组成的卫星群代替单一大型航天器.航天器的编队技术和轨道转移技术的结合对未来航天器编队任务来说具有重要的理论意义和工程应用价值.

Lambert 机动在航天器轨道转移任务中有广泛的应用.本文对 Lagrange 转移时间方程进行迭代求解[4] Lambert 转移轨道.相对运动模型则参考了文献[5－6]的研究结果，给出了状态转移矩阵.该矩阵考虑了摄动对航天器轨道相对运动的影响，与 C-W 方程、Lawden 方程等模型比较，计算精度较高[6].

遗传算法已在单一航天器 Lambert 机动变轨的优化和分析上得到了很好的应用[7]，本文也采用遗传算法来获取编队卫星群机动的最优解，并对影响转移过程中燃料消耗的因素进行了分析.算例表明了该算法在群机动轨道设计中同样有很好的可行性.

1 相对运动模型

为了描述编队卫星群的相对运动，设轨道坐

收稿日期：2008-06-04

作者简介：李京生(1984－)，男，北京人，硕士生，ljsh84@163.com.

标系为:原点 O 为编队中心,x 轴沿中心星的矢径方向,z 轴沿参考轨道的法线方向,y 轴在参考轨道平面内由右手定则确定. 定义非奇异轨道根数:

$$\boldsymbol{e}=(a,\theta,i,q_1,q_2,\Omega)^{\mathrm{T}}$$

式中,$q_1=e\cos\omega$;$q_2=e\sin\omega$. 设中心星的轨道根数为 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{c}}$,环绕星的轨道根数为 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}$,则相对轨道根数 $\delta\boldsymbol{e}=\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{e}_{\mathrm{c}}$,取相对运动的位置和速度为状态向量 $\boldsymbol{X}=(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z})$.

用 $\boldsymbol{\Sigma}(t)$ 表示相对轨道根数和状态向量的关系,则 $\boldsymbol{X}(t)$ 为

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{\Sigma}(t)\delta\boldsymbol{e}(t)\qquad\delta\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(t)\boldsymbol{X}(t)$$

考虑 J_2 项影响,将各平均轨道根数的变化率代入 Kepler 方程,得到平均相对轨道根数 $\delta\boldsymbol{e}$ 的状态转移矩阵,记为 $\phi_{\mathrm{e}}(t,t_0)$,有

$$\delta\boldsymbol{e}(t)=\phi_{\mathrm{e}}(t,t_0)\delta\boldsymbol{e}(t_0)\tag{2}$$

联立式(1)和式(2),得到

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{\Sigma}(t)\phi_{\mathrm{e}}(t,t_0)\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(t_0)\boldsymbol{X}(t_0)=\Phi_{J_2}(t,t_0)\boldsymbol{X}(t_0)\tag{3}$$

式中,$\Phi_{J_2}(t,t_0)$即平均轨道根数的相对运动状态转移矩阵[5].

2　编队卫星群轨道机动设计

单航天器的 Lambert 机动,可以直接由 Lagrange 转移时间方程求解转移轨道根数. 对于多航天器组成的编队整体机动,不仅要考虑航天器编队中心在指定的时间 Δt 内机动到指定点,而且在机动过程中要保持编队队形不变. 本文主要研究卫星群的共面轨道机动问题.

给定任务航天器编队中心的初始轨道 O_1 和目标轨道 O_2 及各自轨道根数(分别用下标 1 和 2 表示),求解实现航天器编队从初始位置 P_1 到目标位置 P_2 的机动. 卫星群机动可分解为两部分研究:编队中心的轨道转移和卫星群的队形保持.

2.1　编队中心星的轨道转移

轨道转移问题可描述为:给定中心引力场,空间中的任意两点 P_1,P_2,在停泊轨道上的待机时间 t_{w} 和转移时间 t_{m},确定一组转移轨道参数,实现从 P_1 到 P_2 的机动. 其 Lagrange 转移时间方程为

$$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}t_{\mathrm{m}}=(\alpha-\sin\alpha)-(\beta-\sin\beta)\tag{4}$$

式中,a 为转移轨道半长轴;μ 为地球引力常数;α 和 β 为 Lagrange 参数:$\alpha=\arccos(1-s/a)$,$\beta=\arccos[1-(s-c)/a]$;c 为轨道转移段弦线的长度;$s=(r_1+r_2+c)/2$.

对于 n_{s} 颗航天器组成的编队,环绕星的相对位置和相对速度在施加轨道机动脉冲前后不变. 优化目标可以选为轨道机动燃料 Δv_{tran} 最优、燃料一定时的时间最优或燃料时间加权最优,相应的性能指标为

$$J_{\mathrm{tran}}=k_1 n_{\mathrm{s}}\Delta v_{\mathrm{tran}}+k_2(t_{\mathrm{w}}+t_{\mathrm{m}})\tag{5}$$

2.2　卫星群队形保持的控制策略

利用 C-W 方程推导的结果,令卫星群在转移轨道中期望的相对位置为

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{d}}(t)=\begin{bmatrix}x_{\mathrm{d}}\\y_{\mathrm{d}}\\z_{\mathrm{d}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{\mathrm{t}}\sin(nt+\phi)\\2a_{\mathrm{t}}\cos(nt+\phi)\\b_{\mathrm{t}}\cos(nt+\psi)\end{bmatrix}\tag{6}$$

式中,a_{t},b_{t} 描述编队的大小;n 为转移轨道平均角速度;ϕ,ψ 为环绕星相对运动的相位.

一旦编队中的某颗卫星偏离设计的期望点,就对其施加机动过程的控制,使编队能保持队形转移. 将 $\boldsymbol{\Phi}_{J_2}(t,t_0)$ 划分成 4 个 3×3 阶方阵 $\boldsymbol{\phi}_{mn}$,则第 k 次控制脉冲为

$$\Delta\boldsymbol{v}_k=\boldsymbol{\phi}_{12}^{-1}(t_{\mathrm{m}})[\boldsymbol{r}_{\mathrm{d}}(t_{k2})-\boldsymbol{\phi}_{11}(t_{\mathrm{m}})\boldsymbol{r}(t_{k1})]-\boldsymbol{v}(t_{k1})\tag{7}$$

在转移过程中,需要施加 N 次控制,则总的队形保持燃料消耗为 $\Delta v_{\mathrm{main}}=\sum_{n=1}^{N}\Delta v_{\mathrm{main}n}$. 相应的在优化过程中,性能指标为

$$J_{\mathrm{main}}=k_3\Delta v_{\mathrm{main}}\tag{8}$$

3　基于遗传算法的群机动轨道优化

在编队卫星群机动轨道优化问题中,遗传算法的优化变量选为$[t_{\mathrm{w}},t_{\mathrm{m}},t_{\mathrm{c}}]$. 由待机时间 t_{w} 和机动时间 t_{m},加上给定的初始位置和终止位置轨道根数,求解轨道机动问题.

结合 J_{tran} 和 J_{main} 作为衡量编队卫星群整体轨道机动的标准,即遗传算法的适应度函数.

$$f=J(t_{\mathrm{w}},t_{\mathrm{m}},t_{\mathrm{c}})=J_{\mathrm{tran}}+J_{\mathrm{main}}\tag{9}$$

式中性能指标分为两部分:①Lambert 变轨的性能指标 J_{tran};②群构形保持的燃料消耗 J_{main}. 根据不同的任务需求,设计相应的权重系数 k_1,k_2,k_3,实现对不同目标的优化.

对卫星群机动轨道优化遗传算法的主要步骤设计如下:

编码:采用二进制编码方案. 以 1 s 的精度将优化变量在取值范围内离散成二进制数据.

初始群体的生成:在优化变量的取值范围内随机产生种群规模为 N 的初始群体.

适应性值评估检测:将卫星群机动的整体性能指标作为遗传算法的适应度函数进行计算.

选择:采用轮盘赌原理.

交叉:使用了离散的交叉方法.随机产生一个与个体长度相同的二进制向量.新的子代对应二进制向量为1的位,该位基因来自第一个父代,其他位则来自另一个父代.

变异:在群体中随机选择一个个体,以一定的概率随机地改变数据中某个位的值.本文在遗传算法中变异发生的概率取值为0.01.同时,两个适应度最高的个体直接复制到子代中,以保证遗传算法的收敛.

4 算例分析与讨论

算例1 卫星群初始轨道和目标轨道的平均轨道根数见表1.算例分析以双星空间圆形编队为例,包含一颗环绕星和一颗中心星.

其中编队构型数据为 $a_t=100$ m, $b_t=100\sqrt{3}$ m, $\phi=\psi=45°,165°,285°$.

表1 算例1机动卫星群中心星的初始轨道和目标轨道

轨道	a/km	e	i/(°)	Ω/(°)	ω/(°)	M/(°)
初始轨道	7000	0.001	55	45	0	65
目标轨道	26561	0.001	55	45	0	245

注:e 为轨道偏心率;i 为轨道倾角;Ω 为升交点赤径;ω 为近地点幅角;M 为平近点角.

在遗传算法优化过程中,种群规模选为20,交叉比例为0.8,使用离散的交叉方式.优化变量为:$[0,7200,100]\leqslant[t_w,t_m,t_c]\leqslant[2000,12000,1200]$,编队队形控制误差 $r_{e,max}=10$ m.

分为3种工况进行讨论:①变轨燃料不足,队形保持燃料充足,机动时间不做要求.性能指标权重系数选为 $k_1=1,k_2=0,k_3=1$.②变轨燃料充足,队形保持燃料不足,机动时间不做要求.$k_1=0.5,k_2=0,k_3=10^4$.③对变轨燃料、机动时间、队形保持燃料的综合优化.$k_1=1,k_2=10^{-3}$.

表2为编队虚拟中心星转移轨道根数.表3列出了仿真算例的结果.

表2 算例1的3种工况下的卫星群中心转移轨道根数

工况	a/km	e	i/(°)	Ω/(°)	ω/(°)	M_1/(°)	M_2/(°)
1	16784.63	0.5831	55.00	45.00	65.07	0.699	180.0032
2	16876.39	0.5854	55.00	45.00	69.42	4.6316	181.2602
3	16873.78	0.5860	55.00	45.00	66.56	4.7043	184.5067

表3 不同工况的最优变量和性能

工况	t_w/s	t_m/s	t_c/s	Δv_{tran}/(km·s^{-1})	Δv_{main}/(km·s^{-1})
1	2	10817	904	3.319	6.158×10^{-4}
2	63	9868	837	4.031	5.632×10^{-4}
3	0	9898	835	3.939	5.690×10^{-4}

当机动任务对不同的目标提出要求时,根据 k_1,k_2,k_3 的不同,可以对多种目标进行优化.第1组主要对轨道机动的燃料进行优化,优化结果类似于能量最小的Hohmann变轨,验证了遗传算法可以应用于编队卫星群的Lambert机动问题.第2组主要对编队构形保持的燃料进行优化,其结果显示,尽量减少轨道机动的时间,可以使卫星编队保持的寿命增加.这对于长期在轨编队飞行后,编队保持燃料已经被大量消耗的情形是有利的.第3组综合了多种优化目标,是前两种情况的混合,具有工程应用价值.

与单星机动不同,卫星群队形保持燃料对机动轨道根数很敏感,群机动转移轨道根数的优化与环绕星的队形保持燃料优化具有耦合的效应.基于第一种工况给出的转移轨道要素,图1显示了卫星群队形保持燃料随编队规模 a_t 的变化.编队规模越大,群内各星的轨道根数差越大,队形保持越困难.

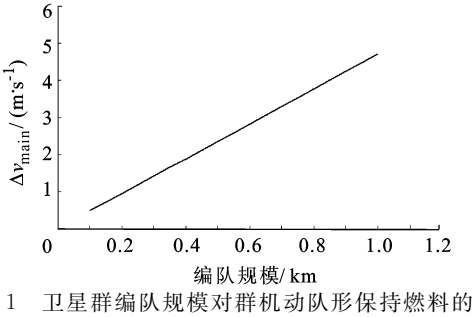

图1 卫星群编队规模对群机动队形保持燃料的影响

算例2 基于初始和目标位置矢径分别为8000 km和22000 km的群机动转移,变轨初始位置和终止位置的纬度幅角差为110°.对不同待机时间下求解得到的部分转移轨道根数和队形保持燃料消耗结果见图2.

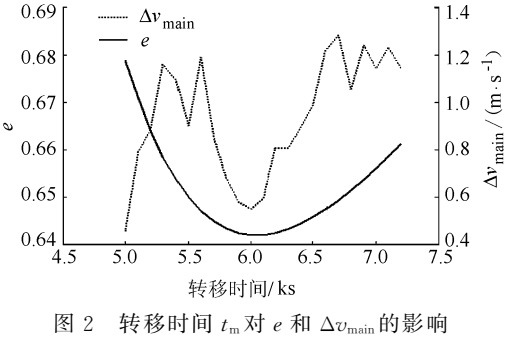

图2 转移时间 t_m 对 e 和 Δv_{main} 的影响

(下转第855页)