基于指数回归模型的可靠性综合评价方法初探

万 博 付桂翠 姚 军

(北京航空航天大学 工程系统工程系，北京 100191)

摘 要：针对我国军工产品在研制过程中由于投试样品相对较少、可靠性信息量不足这一问题，通过引入环境应力严酷程度因子，环境应力综合因子以及产品技术状态因子，利用指数回归模型，建立了多因素多元回归的可靠性综合评价方法，实现了基于性能试验，环境试验及可靠性试验的产品可靠性综合评价.该方法避免了不同环境条件下寿命数据的折合过程，而通过对回归系数的求解给出可靠性指标的估计，与经典的变环境变母体的可靠性综合评价方法有所差别.

关 键 词：可靠性；综合评价；指数回归模型

中图分类号：V 19

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)07-0817-04

Tentative of reliability integrated assessment method based on exponential regression model

Wan Bo Fu Guicui Yao Jun

(Dept. of System Engineering of Engineering Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The multi-regress-analysis reliability assessment method was built based on the exponential regression model with environmental severe degree factor, environmental integrated factor and technique state of the product factor, which aims at the less information because of the fewer ones for testing in the development process of military products for reliability assessment. The method can estimate the reliability parameters using performance test, environmental test and reliability test data of products in development. In this method, the conversion of life data under different environments is avoided and the regression parameters will be calculated to give the pertinent reliability parameters, which is quite different from the classic reliability integrated assessment method.

Key words: reliability; integrated assessment; exponential regression model

当前我国军工产品在研制过程中受到各种条件的制约，投试样品相对较少，这意味着试验数据所反映出的产品可靠性信息较少，给产品定型时的可靠性评价带来一定的困难.实际上，军工产品从研制到定型要经历多个与可靠性相关的试验项目，这些试验项目的目的各不相同，对产品所施加的环境应力也不相同，综合所有这些试验项目的信息对产品的可靠性指标进行综合评估，是解决军工产品小样本可靠性评价的一个新途径.目前，国内针对可靠性综合评价方法的研究是将各个试验项目按相似或相同的环境条件进行分类后，纵向定义环境因子，即一类试验对应一个环境因子，通过专家打分法或相似产品法确定环境因子，利用环境因子对试验数据进行折合后选取合适的可靠性增长模型实现对可靠性指标的综合评估[1].该方法具有一定的工程适用性，能充分利用产品研制期间的层次性，阶段性以及相似信息，但在确定环境折合因子的问题上，并没有充分考虑试验项目中所施加环境应力的相关信息，而利用了较多的工程经验信息.

本文针对产品研制过程中的阶段性试验数据，将每个试验项目的环境条件及产品的改进程

收稿日期：2008-06-13

作者简介：万 博(1983-)，男，黑龙江鸡西人，讲师，wanbo@buaa.edu.cn.

度同时利用几个横向因子(环境应力严酷程度因子,环境应力综合因子及产品技术状态因子)来描述,利用指数回归模型,建立了多因素多元回归的综合评价方法.该方法不仅利用了各个试验项目中所反映出的产品可靠性信息,同时也利用了试验中对产品所施加的环境应力信息,是从一个新的角度对可靠性综合评价方法的探索性研究.

1 指数回归模型

指数回归模型[2],给定影响因素 X 下寿命 T 的密度函数为

$$f(t \mid \boldsymbol{X}) = \theta_X^{-1}\exp(-t/\theta_X) \qquad t > 0 \quad (1)$$

其中 $\theta_X = E(T \mid \boldsymbol{X})$. θ_X 的函数形式常用的是:

$$\theta_X = \exp(\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (2)$$

$\boldsymbol{X}=(x_1,\cdots,x_n)$ 为回归变量;$\boldsymbol{\beta}=(\beta_1,\cdots,\beta_n)'$ 为回归系数.指数回归模型是比例危险模型[2]的特例,在加速寿命试验数据以及慢性疾病患者存活数据统计分析领域中已得到广泛应用.

2 综合评估方法的建立

为描述产品经历不同试验项目中所反映出的可靠性信息与所施加的环境应力信息之间的统计关系,尝试通过建立多元回归模型的方法来实现,在回归模型中,可靠性参数与各伴随变量的相关性即可明确表示.假设产品在整个研制试验阶段的寿命分布都服从指数分布,但产品处于不同技术状态或不同试验环境条件下,其分布参数可能不同.

2.1 协变量因子的选取

军工产品在研制阶段所经历的多个可靠性相关试验项目中,对产品所施加应力的严酷程度各不相同;某些是单一应力,某些是综合应力;产品在此期间可能经过改进,其技术状态可能发生变化.性能试验是在一个没有额外应力施加的环境条件下进行的,它反映出的寿命特征与此时产品技术状态最相关;环境试验是在考查产品在单一应力下的功能性及耐久性,其应力施加通常比产品正常使用时所承受的环境应力更严酷;可靠性试验,多数为综合应力,是为了暴露产品的可靠性缺陷、考量产品的可靠性水平,其应力施加与产品使用时的应力严酷程度类似.由此,选取环境应力严酷程度因子、应力综合程度因子及产品技术状态因子作为影响产品寿命参数的协变量因素.综合考虑造成产品失效的最主要环境因素以及国内环境试验室试验所能综合的4种应力类型,将环境严酷程度因子再详细分成4项:温度因子,振动因子,湿度因子及气压因子.综上,定义产品经历不同试验项目的环境条件描述因子是:x_1 为温度因子,x_2 为振动因子,x_3 为湿度因子,x_4 为气压因子,x_5 为综合因子;定义 x_6 为产品技术状态描述因子.

在多个不同因素下去寻找影响产品寿命的物理模型是困难的,这里选取式(2)作为回归模型,其中 $\boldsymbol{X}=(x_1,\cdots,x_6)$ 为上述给出的6个回归变量,$\boldsymbol{\beta}=(\beta_1,\cdots,\beta_6)'$ 为回归系数.需要明确的是:该模型是统计模型,是对试验因子和寿命特征相关性的统计描述,而非物理描述.

2.2 协变量因子的确定方法

确定协变量因子,即量化地描述各个不同试验项目中对产品所施加的应力严酷程度,应力综合程度和产品的技术改进程度.

1) 试验中没有施加的应力的对应因子设为0.

2) 将与产品实际使用的环境条件类似的试验项目对应的严酷程度因子设为标准因子,值取1,可设可靠性鉴定(验收)试验的应力严酷程度因子值为1,并将该试验设为标准试验.

3) 性能试验项目中,设定除产品技术状态因子 x_6 以外的其他因子均为0.

4) 非性能试验的应力严酷程度因子应以标准因子为基准,为标准因子的倍数,因此需在明确试验剖面或具体应力量值的基础上给出,即通过当前试验的应力量值除以标准试验的应力量值计算得到.

对于振动应力量值的描述通常是:较为简单的振动功率谱密度的谱型,可取频带较宽的一段平直段的量值作为其量值的描述;复杂的功率谱密度的谱型,可将整个谱型积分处理后开平方得到的振动均方根值作为其量值的描述.

对于温度、湿度及气压应力的量值描述,可将该试验一次完整的试验剖面对于时间轴的面积作为其量值描述;也可以以试验剖面的各个不同时间段的应力量值与每段时间的加权平均处理后的值作为其量值的描述.

5) 对于综合因子,单一应力试验的综合因子取1;若综合应力试验施加了 $N(N\leqslant 4)$ 个不同类型的应力,则对应的综合因子取 N.为保证标准因子为1,可将不同试验的综合因子除以标准试验的综合因子后重新计算得到.

6) 对于产品技术状态因子,设改进系数为 a $(0<a\leqslant 1)$.根据实际的试验顺序,由第一个试验

项目到最后一个试验项目,设第一个试验的 $x_{1,6}^{0}=1$,以后每个试验前若产品经过改进,根据改进的程度,因子值为 $x_{i+1,6}^{0}=x_{i,6}^{0}(1+a_i)$. 为保证标准技术状态因子为 1,计算 $x_{i,6}=x_{i,6}^{0}/x_{p,6}^{0}$ 即可.

上述因子的确定方法,不同于专家打分法给出该因素对产品可靠性的影响程度,而是要尽量客观地描述当前试验的环境应力严酷程度,应力综合程度和产品的技术改进程度与产品实际使用时的各因素(标准试验项目的因子)的程度的比值,而各因素对产品的可靠性影响是通过回归系数向量 $\boldsymbol{\beta}$ 来表示,这也是文中定义的各个因子与变环境变母体方法中环境折合因子的不同之处.

2.3　回归系数的求解

1) 极大似然法

每个试验项目的结果可能是完全样本或是截尾样本. 设产品经历 n 个试验项目后所得到的时间序列(寿命时间及截尾时间)为 t_{i_j},其中 $i_j\in D$ 和 $i_j\in C$ 分别表示第 j 个试验的失效(寿命)数据和截尾数据,对应的协变量为 $\boldsymbol{X}_j=(x_{j1},\cdots,x_{j6})$, $j=1,\cdots,n$.

回归系数 $\boldsymbol{\beta}=(\beta_1,\cdots,\beta_6)'$ 可通过极大似然法求解[2]:令 $y_{i_j}=\log t_{i_j}$,则

$$\frac{\partial\log L(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_r}=-\sum_{i\in D}x_{jr}+\sum_{i,j}x_{jr}\exp(y_{i_j}-\boldsymbol{X}_j\boldsymbol{\beta})\qquad r=1,\cdots,6 \tag{3}$$

对似然方程 $\partial\log L(\boldsymbol{\beta})/\partial\beta_r=0$,利用迭代方法,理论上可解得回归系数的极大似然估计 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$. 但是,迭代方法依赖于初值的选取,因此极大似然法并非在所有情况下都能给出合理的估计值.

2) 近似最小二乘法

不难发现,对于每个试验项目 j,指数分布参数的估计值[3]为

$$\hat{\theta}_j=\left(\sum_{i\in D}t_{i_j}+\sum_{i\in C}t_{i_j}\right)/r \tag{4}$$

其中 r 为失效个数. 若没有发生失效,则可按无失效情况近似计算[3]:

$$\hat{\theta}_j=\sum_{i\in C}t_{i_j}/(-\ln\alpha)\qquad \alpha=0.5 \tag{5}$$

那么每个 $\boldsymbol{X}_j$ 向量对应一个 θ_j,对式(2)两边取对数得到 $\log\theta_X=\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}$,可利用最小二乘法进行拟合计算出回归系数向量的估计值.

另外,针对可能出现的所有试验项目对于某个应力类型都没有施加的情况,那么对应的因子没有实际意义,应该剔除.

在实际的工程计算中,较为合理的算法应该是首先剔除出不显著或无意义的协变量因子,利用近似最小二乘法近似估计回归系数向量,并将其作为迭代初值求解极大似然方程,若能给出方程的解,则解为回归系数向量的估计值,若无法给出解,只能以近似最小二乘法的近似估计值作为其结果. 算法流程如图 1 所示.

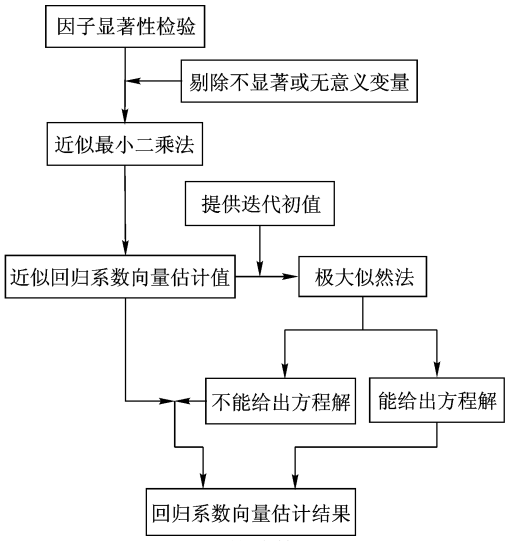

图 1　回归系数计算方法流程图

2.4　可靠性指标的估计

点估计:当给出回归系数向量的估计值 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 后,带入产品实际使用时的条件(标准试验项目的因子向量 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{p}}$)到回归模型中得到产品在使用条件下的平均寿命的点估计:

$$\hat{\theta}_{\mathrm{p}}=\exp(\boldsymbol{X}_{\mathrm{p}}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{6}$$

区间估计:在置信水平(1−α)下的平均寿命单侧置信下限为

$$\theta_{\mathrm{p(L)}}=\hat{\theta}_{\mathrm{p}}\exp(\sigma u_\alpha) \tag{7}$$

在置信水平(1−α)下,给定可靠寿命 T 下的可靠度单侧下限为

$$R_{\mathrm{L}}(T)=\exp(-T/\hat{\theta}_{\mathrm{p}}\exp(-\sigma u_\alpha)) \tag{8}$$

在置信水平(1−α)下,给定可靠度 R 下的可靠寿命单侧下限为

$$T_{\mathrm{L}}(R)=\hat{\theta}_{\mathrm{p}}\exp(\sigma u_\alpha)\ln\frac{1}{R} \tag{9}$$

其中 $\sigma=\sqrt{\sum_k(y_k-\tilde{y}_k)^2/(n-m)}$;$y_k=\ln(\theta_k)$;$\tilde{y}_k=\boldsymbol{x}_k\hat{\boldsymbol{\beta}}$;$n$ 为观测值的个数;m 为回归变量的个数[4];u_α 为标准正态分布下侧分位数.

3　算　例

某型号军用航空产品研制阶段所经历的试验项目及试验数据见表 1(其中 T 为试验时间,n 为样品数,r 为失效数,T_{F} 为失效时间):

表1 试验数据表

序号	试验	T/h	n	r	T_F/h
1	性能试验1	84	2	2	32，84
2	性能试验2	60	2	1	60
3	环境高温试验	50	2	0	
4	振动耐久试验	40	2	0	
5	可靠性增长摸底试验	108	5	3	17.5，18.7，86
6	可靠性鉴定试验	40	6	2	25，40

根据具体的试验剖面和应力量值设定的各个因子的值见表2.本文的可靠性综合评价方法和对单一可靠性鉴定试验进行评估的常规方法[5]的结果比较见表3(其中θ_p为平均寿命，在置信水平为0.9下的平均寿命下限为$\theta_{p(L)}$，给定寿命为20时的可靠度为R_L，给定可靠度为0.8时的可靠寿命为T_L).

表2 因子设定表

序号	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	1.1×1
3	1.5	0	0	0	1/4	1.1×1
4	0	2	0	0	1/4	1.1×1
5	1	1	1	1	1	1.2×1.1
6	1	1	1	1	1	1.2×1.1

表3 评估结果比较表

方 法	θ_p/h	$\theta_{p(L)}$ /h	$R_L(20)$	$T_L(0.8)$/h
本文	114.371	77.535	0.772	17.301
常规	112.5	42.274	0.623	9.433

从评估结果的比较可见，本文方法和常规方法的平均寿命的估计结果相近，但区间估计的相差较大，本文的方法由于引入了多个试验项目的试验数据和试验的应力信息，扩大了信息量，使得在相同置信度下的平均寿命下限，给定相同寿命时的可靠度下限以及给定相同可靠度时的可靠寿命下限的评估结果的值较大(区间估计的范围较小)，因此，评估结果要优良一些，可信程度要高，达到了扩大信息量，实现可靠性综合评价的目的.

4 结束语

本文提出的多因素多元回归的可靠性综合评价方法，利用了军工产品在研制阶段所经历的多个试验的应力严酷程度，应力综合程度和产品的技术改进程度的相关信息，对试验数据所反映出产品的可靠性信息与这些影响因素的关系进行了统计归纳，并通过合理的工程计算方法求解回归系数进而得到了可靠性指标的估计，文中的算例验证了该方法针对小样本数据能够达到可靠性综合评价的目的，具有一定的工程适用性.相对于变环境变母体的可靠性综合评价方法，避免了通过人为评定或寻找相似产品的试验数据进行数据折合的过程.

该方法尚处探索性研究阶段，首先，对各个因子的确定方法需要进一步验证；其次，在采用本文的方法时，最好应包含较全面的性能试验、环境性试验及可靠性试验数据，而且明确各个试验的应力量值信息；另外，评估对象中应包含环境应力条件与产品使用时的环境条件类似的试验项目作为标准，否则可能无法给出合理的评估结果.

参考文献(References)

[1] 龚庆祥.型号可靠性工程手册[M].北京：国防工业出版社，2007：532－543
Gong Qingxiang. Military product reliability engineering handbook[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007:532－543(in Chinese)

[2] Lawless J F.寿命数据中的统计分析模型与方法[M].北京中国统计出版社，1998：278－302
Lawless J F. Statistical models and methods for lifetime data [M]. Beijing: China Statistics Press, 1998: 278－302(in Chinese)

[3] Lawless J F, Singhal K. Analysis of data from life-test experiments under an exponential model[J]. Naval Research Logistic Quarterly, 1980, 27: 323－334

[4] 韩於羹.应用数理统计[M].北京：北京航空航天大学出版社，1989：191－204(in Chinese)
Han Yugeng. Applied symbolic statistics[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1989: 191－204(in Chinese)

[5] GJB899-1990，可靠性鉴定和验收试验[S]
GJB899-1990, Reliability qualification and acceptance test [S](in Chinese)

(责任编辑：娄 嘉)