日地平动点卫星两脉冲转移轨道设计

李明涛 郑建华 于锡峥 高 东

(中国科学院 空间科学与应用研究中心,北京 100190)

摘 要:研究基于最小二乘微分修正方法的平动点卫星两脉冲转移轨道设计,推导了考虑高度和航迹角约束的微分修正公式,讨论了该方法的收敛性.以日地 L_1 点附近的 Halo 轨道为目标轨道,在圆型限制性三体问题模型下设计了其转移轨道,系统地研究了 HOI(Halo Orbit Insertion)点和 Halo 轨道幅值对转移轨道的影响,给出了 HOI 点的选择策略,并讨论了应急情况下快速转移轨道设计.数值仿真验证了方法的有效性,选择 Halo 轨道靠近地球侧的点作 HOI 点可以获得飞行时间适中的转移轨道.

关 键 词:Halo 轨道;转移轨道;微分修正;不变流形

中图分类号:V 412.4

文献标识码:A **文 章 编 号**:1001-5965(2009)07-0865-04

Two impulses transfer trajectory design for Sun-Earth libration point missions

Li Mingtao Zheng Jianhua Yu Xizheng Gao Dong

(Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Two impulses transfer trajectory design based on the least differential corrections method was studied, differential correction equation with the altitude and the flight path angle constraints was concluded, and the convergence of the method was discussed. Halo orbit around the L_1 libration point of the Sun-Earth system was taken as the objective orbit, two impulses transfer trajectory was designed in the framework of the circular restricted three-body problem. Effect of Halo orbit insertion (HOI) point and amplitude was studied in a systematic way, a strategy for the selection of HOI point was given, and the fast transfer trajectory for emergency was also studied. Numerical simulation shows that the proposed method is very effective, and transfer trajectory with moderate flight time can be obtained by choosing points on the near Earth side of Halo orbit as HOI point.

Key words: Halo orbit; transfer trajectory; differential correction; invariant manifold

自从平动点任务提出以来,从停泊轨道向 Halo 轨道的转移轨道设计问题一直都是研究的热点.最近文献[1]总结了到平动点附近(拟)周期轨道的各种转移方式及其优点和局限性,包括零消耗转移、小推力\太阳帆转移、两脉冲转移、借力飞行转移、穿越\非穿越轨道转移等,重点分析了两脉冲转移方式的设计和优化方法包括微分修正方法、两层微分修正方法、智能优化方法和非线性规划方法等.

从目前绝大多数平动点任务来看,两脉冲转移是最常用的转移方式.文献[2]研究了基于微分修正方法的 Halo 轨道两脉冲转移轨道设计,该方法简单易行,但在求解约束变量和控制变量不相等的矛盾方程时,文献[2]采取了固定部分控制变量的方法,虽然降低了系统的自由度,但也导致了方法的收敛性降低,并且无法解决约束变量数目多于控制变量数目的转移轨道设计问题.

文献[3]以文献[2]的方法为基础,采用最小

收稿日期:2008-06-03

作者简介:李明涛(1982—),男,河南商丘人,博士生,limingtao@cssar.ac.cn.

二乘策略求解微分修正方法中约束变量和控制变量不相等的矛盾方程,使简单微分修正方法也能解决约束变量数目多于控制变量数目的转移轨道设计问题.同时最小二乘微分修正策略也蕴含了机动速度最小的要求,因而更容易找到能量最省的转移轨道.文献[3]主要从发射场地理经度约束出发,重点研究停泊轨道的轨道倾角和升交点经度对转移轨道的影响.

本文首先简单介绍 Halo 轨道两脉冲转移轨道设计问题,推导了考虑停泊轨道高度和航迹角约束条件的最小二乘微分修正公式,然后以日地 L_1 点附近的 Halo 轨道为目标轨道,基于最小二乘微分修正方法研究两脉冲转移轨道,重点研究 Halo 轨道插入点 HOI(Halo Orbit Insertion)点和 Halo 轨道幅值对转移轨道的影响,给出 HOI 点的选择策略,最后讨论了应急情况下快速转移轨道设计.

1 两脉冲转移轨道设计方法

两脉冲转移分别在停泊轨道和(拟)周期轨道的入轨点施加两次机动,其中第 1 次机动的目的是从停泊轨道逃逸,第 2 次机动的目的是插入 Halo 轨道.

为了便于利用不变流形作为初始猜想,一般从 Halo 轨道入轨点出发,采用逆向积分设计转移轨道.首先选择 Halo 轨道上某点作为 Halo 轨道插入(HOI)点,计算其相应的不变流形,然后以流形作为初始猜想,使用优化算法不断改变流形的初始速度和飞行时间,直到流形与停泊轨道相切,探测器可以从停泊轨道上直接插入流形.

1.1 最小二乘微分修正方法

假设停泊轨道高度为 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{des}}$,流形的初始状态为[$\boldsymbol{R}$ $\boldsymbol{V}$],末端状态为[$\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}$ $\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}$],转移时间为 t,约束为 $\boldsymbol{a}$,系统的状态转移阵为 $\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{\Phi}(t,0)$.为确保不变流形与停泊轨道相切,要求不变流形的近地点高度 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}$ 等于 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{des}}$,同时要求探测器的航迹角(速度矢量与当地水平线夹角[4],也称飞行路径角)$\boldsymbol{\gamma}$ 为 **0**.控制变量为流形的初始速度 $\boldsymbol{V}$ 和飞行时间 t,约束变量为 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}$ 和 $\boldsymbol{\gamma}$.

由链式法则,对于约束变量 $\boldsymbol{a}$ 有

$$\delta\boldsymbol{a}=\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{V}}\delta\boldsymbol{V}+\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial t}\delta t=\left(\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}{\partial\boldsymbol{V}}+\partial\frac{\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}{\partial\boldsymbol{V}}\right)\delta\boldsymbol{V}+\left(\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}{\partial t}+\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}\frac{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}{\partial t}\right)\delta t \tag{1}$$

由状态转移阵有

$$\begin{bmatrix}\delta\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}\\ \delta\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}\end{bmatrix}=\boldsymbol{\Phi}\begin{bmatrix}\delta\boldsymbol{R}\\ \delta\boldsymbol{V}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}&\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{C}&\boldsymbol{D}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\boldsymbol{R}\\ \delta\boldsymbol{V}\end{bmatrix} \tag{2}$$

得到

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}{\partial\boldsymbol{V}}&=\boldsymbol{B}\\ \frac{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}{\partial\boldsymbol{V}}&=\boldsymbol{D}\\ \frac{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}{\partial t}&=\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}\\ \frac{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}{\partial t}&=\boldsymbol{A}_{\mathrm{f}}\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

因此只要求出 $\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}},\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}$,代入式(1)就得到控制变量和约束变量之间的状态关系式.下面分别推导约束变量对末状态的导数.

1) 高度约束

假设目标高度(相对地心)为 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{des}}$,取约束变量 $\boldsymbol{a}_1=|\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}|-\boldsymbol{R}_{\mathrm{des}}$,$\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}$ 也相应转换为地心坐标.由矢量求导法则:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{a}_1}{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}&=\frac{\partial|\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}|}{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}=\frac{\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}|}\\ \frac{\partial\boldsymbol{a}_{\mathrm{f}}}{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}&=0\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

2) 航迹角约束

取 $\boldsymbol{a}_2=\sin\boldsymbol{\gamma}-\sin\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{des}}$,$\boldsymbol{\gamma}_{\mathrm{des}}$ 为目标航迹角.则 $\sin\boldsymbol{\gamma}=\frac{\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}\cdot\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}{|\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}||\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}|}$,由矢量求导法则:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}}&=\frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}||\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}|}-\sin\boldsymbol{\gamma}\frac{\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}|^2}\\ \frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}}&=\frac{\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}||\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}|}-\sin\boldsymbol{\gamma}\frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{V}_{\mathrm{f}}|^2}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

当 $\boldsymbol{\gamma}$ 为 **0** 时,停泊轨道逃逸速度最小,因而当 $\boldsymbol{\gamma}$ 为 **0** 时,积分自动终止.由式(5)有

$$\delta\boldsymbol{a}_2=\frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial\boldsymbol{V}}\delta\boldsymbol{V}+\frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial t}\delta t=0\Rightarrow\delta t=-\frac{\frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial\boldsymbol{V}}}{\frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial t}}\delta\boldsymbol{V} \tag{6}$$

将式(6)代入式(1)有

$$\delta\boldsymbol{a}=\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{V}}\delta\boldsymbol{V}+\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial t}\delta t=\left(\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial\boldsymbol{V}}-\frac{\partial\boldsymbol{a}}{\partial t}\frac{\frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial\boldsymbol{V}}}{\frac{\partial\boldsymbol{a}_2}{\partial t}}\right)\delta\boldsymbol{V}=\boldsymbol{M}\delta\boldsymbol{V} \tag{7}$$

使用最小二乘策略求解矛盾方程(7)得到

$$\delta\boldsymbol{V}=\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}})^{-1}\delta\boldsymbol{a}_1 \tag{8}$$

其意义是使机动速度 $\sqrt{\delta V_x^2+\delta V_y^2+\delta V_z^2}$ 最小.

1.2 微分修正方法收敛性

微分修正方法作为一种局部优化方法,一般

会收敛到初始猜想附近的局部最优值.不同的初始猜想可能得到机动速度、转移时间不同的转移轨道.以不变流形作为初始猜想,有时并不足以保证微分修正方法收敛或者收敛得到期望类型的转移轨道.此处引入指导向量$[\delta V_{x0} \quad \delta V_{y0} \quad \delta V_{z0}]$用来指导微分修正,其物理意义是不变流形的初始速度改变量.初始指导向量可以使用邻近幅值Halo轨道或邻近点不变流形的微分修正改变量.迭代过程中的指导向量可以使用上次迭代的微分修正改变量.

2　仿真结果分析

本文的重点在于揭示日地平动点卫星转移轨道的基本特性,因而在仿真中使用圆型限制性三体问题(CRTBP)模型以简化问题,并未考虑诸如太阳光压、地球非球型摄动、行星引力等摄动因素的影响,关于真实力学环境下转移轨道设计请参阅文献[1].假设CRTBP模型中小天体为地月质心,其引力常数为地月引力常数之和,半径为6 378.14 km.同时假设地球停泊轨道的高度为200 km.

ISEE-3,SOHO等太阳观测任务的目标轨道均为日地L_1点附近法向幅值约120 000 km Halo轨道.因此本文以日地系L_1点附近法向幅值120 000 km的北族Halo轨道为目标轨道.取Halo轨道与黄道平面相交两点中距离地球较远的点为第1点(记为P_1),从该点正向积分一圈,按自然积分步长取点编号,对Halo轨道上点进行唯一标识见图1.

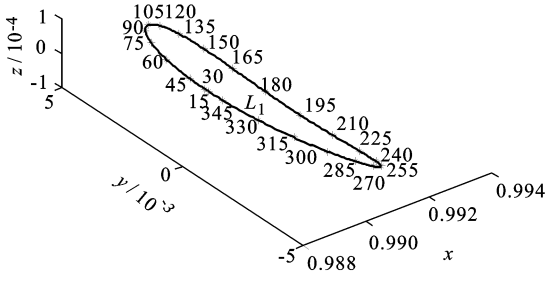

图1　Halo轨道的三维视图

2.1　HOI点对转移轨道的影响

首先选择第1个点作为HOI点,其稳定流形在自然的情况下,经过204.3 d后到达近地点,此时距离地球14 685 km.以该点稳定流形初始条件为初始猜想,计算转移轨道,如图2所示.该转移轨道的飞行时间为196.3 d,比自然流形缩短了8 d;Halo轨道插入机动速度为19.76 m/s,从停泊轨道的逃逸速度为3 210.95 m/s.

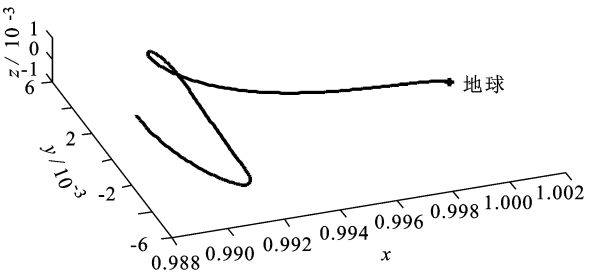

图2　HOI点为第1点的转移轨道

选取第195个点作为HOI点,该点位于Halo轨道与黄道平面两个交点中距离地球较近的点附近.该点的稳定流形在自然的情况下,经过213.7 d后到达近地点,此时距离地球561 742 km.以该点稳定流形初始条件为初始猜想,使用最小二乘微分修正方法设计其转移轨道,如图3所示.该转移轨道的飞行时间为110.5 d,比自然流形缩短了103.2 d;Halo轨道插入机动速度为31.34 m/s,从停泊轨道的逃逸速度为3 210.98 m/s.

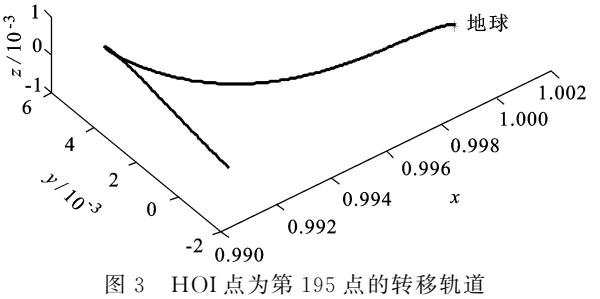

图3　HOI点为第195点的转移轨道

从机动速度和转移时间折衷考虑,显然第195点比第1点更适合作为Halo轨道插入点.从图2、图3不难看出,第195点对应的转移轨道比第1点对应的转移轨道在入轨前绕Halo轨道上少飞了约半圈,因而转移时间少85.8 d,约Halo轨道半个周期(88.93 d).

表1给出了根据典型HOI点设计的转移轨道需要的机动速度和转移时间.

从表1可以看出,选择Halo轨道靠近地球侧的点(165,195,240)作为HOI点设计的转移轨道需要的机动速度稍大,但转移时间较短;选择Halo轨道上背离地球侧的点(1,45,90,330)作为HOI点设计的转移轨道需要的机动速度稍小,但转移时间要长得多,因此一般选择Halo轨道上近地球侧点作为HOI点,以获得更短的转移时间.而选择$\pm y$向最大附近的点(135,270)作为HOI点设计的转移轨道,无论转移时间还是需要

的机动速度都没有优越性,因而±Y向最大处附近的点不适合作为HOI点.

表1 典型HOI点设计的转移轨道

HOI点	机动速度/(m·s^{-1})	飞行时间/d
1	19.76	196.3
45	19.70	201.4
90	31.35	222.5
135	122.4	89.57
165	53.74	97.25
195	31.34	110.5
240	30.67	132.2
270	78.73	143.5
330	22.08	191.6

2.2 轨道幅值对转移轨道的影响

Halo轨道幅值对转移轨道的影响主要表现为对Halo轨道插入速度的影响.以第1点作为HOI点,研究不同幅值Halo轨道的转移轨道需要的Halo轨道插入速度.

同族Halo轨道可以用z向幅值惟一标识.图4给出了z向幅值与Halo轨道插入速度的关系.可以看出,随着Halo轨道幅值的增加,需要的Halo轨道插入速度越来越小.当z向幅值=300 000 km时,需要的Halo轨道插入速度已接近0,仅为0.35 m/s.

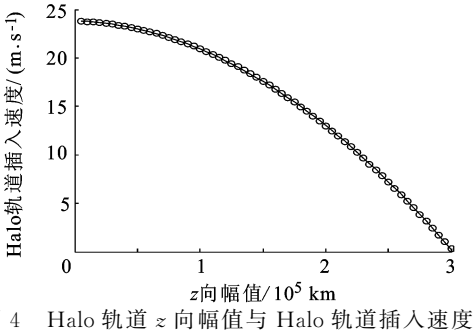

图4 Halo轨道z向幅值与Halo轨道插入速度的关系

当z向幅值为303 000 km时,自然的稳定流形已经可以到达200 km高度的停泊轨道.其飞行时间为208.7 d,在停泊轨道上的逃逸速度为3 211.5 m/s.

从节省能量的角度来说,在满足科学目标的要求下,Halo轨道幅值应尽可能大.早期的平动点卫星均为中小幅值Halo轨道,而近年来大幅值Halo轨道开始越来越多出现在实际应用中,比如Genesis的法向幅值达到320 000 km.

2.3 快速转移轨道设计

某些天文观测任务为了在某一现象爆发前到达目标轨道,需要转移轨道的飞行时间限定在一定范围内.

可以通过约束最长飞行时间得到一条快速转移轨道,求得指导向量,然后使用该向量指导微分修正得到一组快速转移轨道.

图5显示了一条快速转移轨道的三维视图.其飞行时间为49.6 d,入轨点机动速度为142.0 m/s,停泊轨道逃逸速度为3 211.8 m/s.可以看出,快速转移轨道具有明显的时间优势.

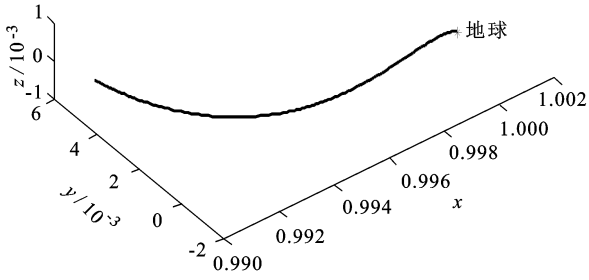

图5 快速转移轨道

3 结 论

1)仿真结果验证了最小二乘微分修正方法用于Halo轨道转移轨道设计的有效性,使用本方法能够灵活地设计各种类型的转移轨道.

2)HOI点对转移轨道的飞行时间和机动速度有较大的影响,一般选择Halo与黄道面相交两点中距离地球较近点附近的点作为HOI点,以获得较短的飞行时间.

3)Halo轨道幅值越大,需要的Halo轨道插入机动速度越小,直到Halo轨道幅值足够大,出现零消耗转移轨道.

参考文献(References)

[1] 李明涛,郑建华,于锡峥,等.IPS转移轨道设计技术[J].宇航学报,2009,30(1):72-81
Li Mingtao, Zheng Jianhua, Yu Xizheng, et al. On transfer trajectory design technologies of interplanetary superhighway [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(1): 72-81 (in Chinese)

[2] Mains D L. Transfer trajectories from earth parking orbits to L_1 Halo orbits [D]. West Lafayette: School of Aeronautics and Astronautics, Purdue University, 1993

[3] 李明涛,郑建华,于锡峥,等.约束条件下的Halo轨道转移轨道设计[J].宇航学报,2009,30(2):437-441
Li Mingtao, Zheng Jianhua, Yu Xizheng, et al. Transfer trajectory design for Halo orbit with multiple constraints [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(2): 437-441 (in Chinese)

[4] 刘暾.空间飞行器动力学[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2003:25-26
Liu Tun. Spacecraft dynamics[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2003: 25-26(in Chinese)

(责任编辑:张 嵘)