地磁图制备方法及其有效性评估

黄学功 房建成 刘 刚 蒋颜玮

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院，北京 100191)

摘 要：高精度地磁图制备是地磁匹配导航关键技术之一.在简单介绍4种网格插值方法原理的基础上(反距离加权插值法、克里金插值法、改进的谢别德插值法以及径向基函数法)，应用实测地磁数据，选取测点分布较均匀区域，根据上述插值方法分别制备地磁图，并通过交叉验证统计准则对地磁图制备方法的有效性进行评估.结果表明，径向基函数插值法制备的地磁图“鸭蛋”形分布较少，地磁图等值线较圆滑，其标准偏差远小于其它方法的标准偏差，且其标准误差以及平均偏差也最小，具有较高的插值精度，能更好地反映该区域地磁场分布情况.

关 键 词：地磁场；地磁图；插值；交叉验证；地磁匹配导航

中图分类号：U 666.1

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)07-0891-04

Geomagnetic mapping and validity estimation

Huang Xuegong Fang Jiancheng Liu Gang Jiang Yanwei

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: One of the key technologies of geomagnetic matching navigation is looking for high accuracy geomagnetic map. Based on introducing the principles of four kinds of interpolation methods (inverse distance to a power method, Kriging method, modified Shepard's method and radial basis function method), the data of geomagnetic survey was used, and a region where the survey points were uniform was selected. Geomagnetic maps were created by all the interpolation methods, and cross-validation was used to estimate the methods. The results show that the geomagnetic map created by radial basis function method has little “bull's-eyes”, the contour is much smoother, and its standard deviation is much less than other methods, the standard error and the mean deviation is the minimum. The interpolation precision with radial basis function method is high, so the geomagnetic map created by the method better reflects the regional distribution of the earth's magnetic field.

Key words: geomagnetic field; geomagnetic map; interpolation; cross-validation; geomagnetic matching navigation

地磁场是地球系统的基本物理场，是地球的固有资源，具有全天时、全天候、全地域的特点，为航空、航天、航海提供了天然的坐标系，可应用于航天器或舰船的定位定向及姿态控制.利用地球磁场空间分布的磁导航技术简便、高效、性能可靠、抗干扰性强，属于无源自主导航[1].地磁图和地磁场模型是描述或逼近地球磁场的主要手段，是开展地磁导航及其应用的技术工具.地磁图或地磁模型必须尽可能兼顾物理上的合理性、数值上的准确性、信息的完整性及使用的方便性.地磁场模型及地磁基准图的精度是影响地磁匹配导航定位精度的因素之一[2].

1 高精度地磁图制备方法

地磁匹配导航要求地磁图不仅具有高的精

收稿日期：2008-06-16

基金项目：国家863计划资助项目(2007AA12Z327)；航天科技创新基金资助项目(CASC0206-2)

作者简介：黄学功(1970—)，男，安徽望江人，副研究员，hxm204@163.com.

度,而且具有较高的一致性.高精度、高密度地磁测量是建立高精度地磁场模型以及制备高精度地磁图的基础[3].通常获得地磁数据的方法有3种,即地磁台或测点实测数据、飞机航测数据以及卫星磁测数据.通过数据拟合或插值的方法,可以得到一定精度的地磁图.常用的拟合插值方法有反距离加权插值法、改进的谢别德法、Kriging(克里金)法以及径向基函数法等[4-5].

1.1 反距离加权插值法

反距离加权插值法是一种加权平均的插值方法,其主要思路是:认为距离越远的样本点对估计点的影响越小,相应的其权重也越小,而周围所有有效作用点到插值点的权重和为1.0.它可以进行精确的插值,也可以对插值结果进行圆滑处理,具体计算公式为

$$P(Z)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{Z_i}{[d_i(x,y)]^u}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{[d_i(x,y)]^u}} \tag{1}$$

式中,Z_i 表示第 i 点的地磁属性值;$d_i=\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}$ 表示点(x_i,y_i)至点(x,y)的距离;$P(Z)$表示要求的待插点的值.

使用反距离加权插值法不仅取决于参数的选择,还取决于确定邻域搜索所使用的方法.反距离加权插值法是一种精确性插值法,插值生成的表面的最大值和最小值只会出现在采样点,其计算易受数据点集群的影响,计算结果常会出现一种孤立点数据明显高于周围数据点的"鸭蛋"分布模式,可在插值过程中动态修改搜索准则进行一定程度的改进.

当增加、删除或改变一个点时,需要重新计算权函数,为了克服反距离加权插值法的这一缺陷,可以应用改进的谢别德(modified Shepard)插值方法,它仍然是一个与距离成反比的加权插值法.

1.2 改进的谢别德法

改进的谢别德法仍然使用距离倒数加权的最小二乘方的方法,但有以下2个方面的改进:

1) 通过修改反距离加权插值法权函数 $W_i=\frac{1}{[d_i(x,y)]^u}$,使其只能在局部范围内起作用,以改变反距离加权插值法的全局插值性质,避免了利用所有点全部进入插值带来的误差,提高了插值的精度和可靠性,减少或消除等值线的"鸭蛋"外形.

2) 对进入邻域的点集,通过局部最佳二次曲面拟合,用拟合后的函数值 $Q_i(x,y)$代替已知点(x_i,y_i)的属性值 Z_i用于插值.其最终插值表达式为

$$P(Z)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i(x_i,y_i)}{[d_i(x,y)]^u}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{[d_i(x,y)]^u}} \tag{2}$$

式中,$Q_i(x,y)$为通过距离倒数加权最佳逼近后的二次曲面函数:

$$Q_i(x,y)=Z_i+a_{i1}(x-x_i)^2+a_{i2}(x-x_i)(y-y_i)+a_{i3}(y-y_i)^2+a_{i4}(x-x_i)+a_{i5}(y-y_i)$$

通过实测点集,可以求出 $a_{i1},a_{i2},a_{i3},a_{i4},a_{i5}$ 各项系数,使得 $Q_i(x,y)$是点集的最佳距离加权最小二乘逼近.

1.3 Kriging方法

Kriging插值法是以法国科学家Krige的名字命名的一种空间自协方差最优内插算法,实质是利用区域化变量的原始数据和变异函数的结构特点,对未知样点进行线性无偏、最优估计.其计算过程分为2步:①对空间进行结构分析,提出变异函数模型;②在该模型的基础上进行Kriging计算.Kriging方法与反距离加权插值方法有些类似,两者都通过对已知样本点赋权重来求得未知样点的值;不同的是,在赋权重时,反距离加权插值方法只考虑已知样本点与未知样点的距离远近,而Kriging方法不仅考虑距离,而且通过变异函数和结构分析,考虑了已知样本点的空间分布及与未知样点的空间方位关系,这样既可以反映空间数据的结构化成分,又可以反映变量的随机分布,还能够描述误差信息,因此具有广泛的应用.

常见的变异函数模型有常数模型、指数模型、球状模型、高斯模型等,通过对模型优化,并引入趋势、残差、协变量、协方差等因子,Kriging方法也产生了许多变种,本文主要以普通Kriging方法进行分析,其原理如下:

设在一个区域内采样位置坐标为 X_i,变量观测值为 $Z(X_i)$,$i=1,2,\cdots,n$,则预测点 X_0的估计值 $\hat{Z}(X_0)$可用这 n 个样本点的线性组合来表示:

$$\hat{Z}(X_0)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i Z(X_i) \tag{3}$$

式中,λ_i 为有关已测点的权系数.为保证预测模型是无偏估计,权系数 λ_i 的和应该等于1.Kriging插值法满足无偏估计和方差最小2个假设条件.进一步,可得出内插点的Kriging方程:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\gamma(X_i,X_j)+\phi=\gamma(X_i,X_0) \\ \sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1\end{cases} \quad i=1,2,\cdots,n$$

式中,$\gamma(X_i,X_j)$是测点 X_i与 X_j之间的半变异值;$\gamma(X_i,X_0)$是半变异函数计算出来的样本 X_i与内插点 X_0之间的半变异数值;ϕ 是与方差最小化有关的拉格朗日乘数.

由 Kriging 方程可以确定权系数,权系数依赖于半变异函数的选择,接近内插点的样本点具有较大的权系数,远离内插点的样本点权系数较小,甚至为 0.考虑到空间磁场的连续性及其空间相关性,本文选择球状半变异函数模型.

1.4　径向基函数法

径向基函数法(RBF,Radial Basis Function)是多个数据插值方法的组合,它主要利用基函数来确定周围已知数据点到内插网格节点的最佳权重.根据基函数的不同,有不同的插值形式,常用的基函数有逆二次曲面、二次曲面、自然三次样条、薄板样条函数等,其中二次曲面和薄板样条函数被认为是最好的基函数.这里主要以二次曲面函数进行分析.

二次曲面径向基函数插值的基本形式为

$$s(x)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\varphi(\|x-x_i\|) \qquad (4)$$

式中,λ_i 为实系数;x_i 为以 R 为径向距离的圆的中心点;$\|*\|$ 为欧氏范数;$\varphi(*)$为基函数,本文取二次曲面函数 $\varphi(r)=\sqrt{r^2+e^2}$,$r$ 是已知点到网格节点的距离,e 是指定的光滑因子.

径向基函数是一种精确插值法,适用于对大量点数据进行插值计算,从而获得平滑表面,且能预测比样点高或低的未知点的值,因而具有较高的预测精度,能较好地反应数据变化情况[6].

2　地磁图制备方法有效性评估

前述各地磁图插值制备方法各有优缺点,通过比较,选择一个合适的、适用于数据空间分布特点的内插方法是地磁图制备的关键.本文以"国家科学数据共享工程-地球系统科学数据共享网"提供的地磁测量报告数据为基础,选取测点分布较均匀区域,如图 1 所示,分别以上述 4 种插值方法制备地磁图,计算时加权插值法与改进的谢别德插值法中 $u=2$,插值后等值线如图 2～图 5 所示.

分析图 2～图 5 可以看出,应用反距离加权插值法生成的地磁图出现很多"鸭蛋"形分布,这是不希望看到的,而其它 3 种方法生成的地磁图则少很多,改进的谢别德方法则几乎没有,且径向基函数法以及改进的谢别德法生成的地磁图等值线比较平滑圆润.从制备的地磁图来看,选择径向基函数法以及改进的谢别德法进行地磁图制备比较合理.由径向基函数生成的表面不仅能够反映整体变化趋势,而且可以反映局部变化,能较好地估计和拟合地磁区域异常,解决地磁数据的插值问题.

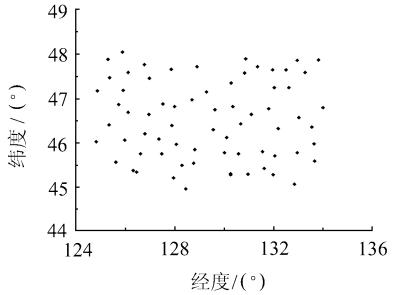

图 1　实例数据点的分布情况图

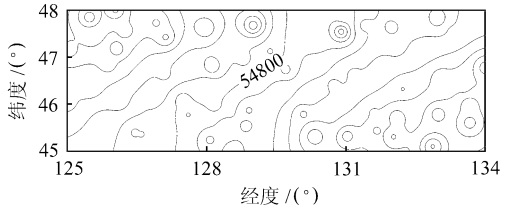

图 2　反距离加权插值法

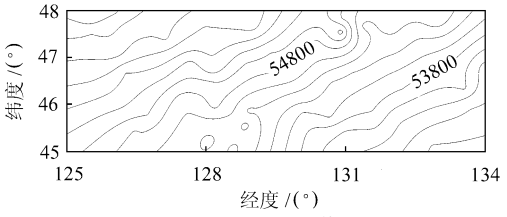

图 3　克里格插值法

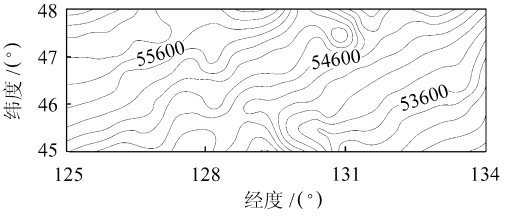

图 4　改进的谢别德法

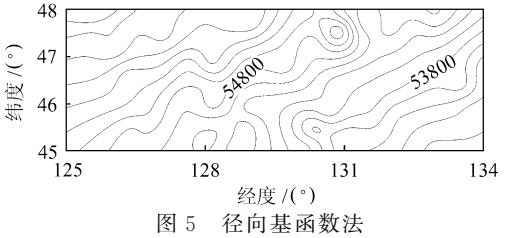

图 5　径向基函数法

为更科学判断上述地磁图制备方法的有效性，应用“cross validation(交叉验证)”方法来评价插值方法的质量，通过交叉验证报告文件中的统计量可以确定设置的插值方法相关参数是否合理，或用来比较2个或多个不同的插值方法的相对质量[4]. 常用的统计指标有误差最大值、误差最小值、误差平均值、标准误差、平均偏差和标准偏差等，其中标准偏差指标更能反映测量值与预测值的关系，标准偏差越小，预测值就越接近它的真实值，相对应的插值方法制备的地磁图精度越高，越能反映地磁场实际分布情况.

表1是上述插值方法交叉验证结果. 分析表中各项交叉验证指标，其中径向基函数方法标准偏差远小于其它方法的标准偏差，且其标准误差以及平均偏差也最小，其次为改进的谢别德法. 由表1结果可得出结论，径向基函数插值法制备的地磁图能更好地反映该区域地磁场分布的情况.

表1 插值方法交叉验证统计结果比较 nT

插值方法	误差最小值	误差最大值	误差均值	标准误差	平均偏差	标准偏差
加权反距离法	−3.543 518 6	2.514 941 1	0.002 249 8	0.073 543 2	0.317 766 3	0.610 895 8
Kriging法	−4.197 163 1	8.749 174 7	0.071 983 7	0.211 583	1.206 495	1.757 540 3
径向基函数法	−0.045 536 3	0.163 304 7	0.002 391 9	0.003 593 5	0.020 123 6	0.029 850 1
改进谢别德法	−0.567 730 6	0.405 874 4	0.000 900 6	0.010 503 7	0.027 808 7	0.087 250 2

3 结 论

地磁匹配导航的关键技术包括高精度、高密度地磁数据的获取、高精度地磁图的制备以及快速高效的地磁匹配算法. 随着微电子技术、计算机技术以及传感器技术的快速发展，地磁匹配导航定位技术将发挥重要的作用，本文通过对地磁图制备方法比较研究，通过交叉验证比较，得出以下结论：

1) 在高精度高密度地磁场实测数据的基础上，径向基函数插值法制备的地磁图具有较小的标准偏差，该方法制备的地磁图“鸭蛋”形分布较少，且地磁图等值线较圆滑，能较好的反映区域地磁场空间分布情况.

2) 应用交叉验证方法检测预测点值与测试值之间的误差，为保证制备的地磁图反映信息在物理上的合理性、数值上的准确性以及信息的完整性，应进行多次试验验证，根据地磁数据统计规律，选择合适的模型参数.

参考文献 (References)

[1] Goldenberg F. Geomagnetic navigation beyond the magnetic compass[C]. //Position Location and Navigation Symposium. Washington: IEEE, 2006: 684−694

[2] 彭富清. 地磁模型与地磁导航[J]. 海洋测绘, 2006, 26(2): 74−76
Peng Fuqing. Geomagnetic model and geomagnetic navigation [J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2006, 26(2): 74−76(in Chinese)

[3] Huang Xuegong, Fang Jiancheng, Guo Lei, et al. The study of high precision assistant navigation system with micromagnetic sensors [C]//Cheng Wang. SPIE Proceeding of ICSIT. Washington: SPIE, 2007: 67952S-1-5

[4] 王建, 白世彪, 陈晔. 地理信息制图[M]. 北京: 中国地图出版社, 2004: 115−149
Wang Jian, Bai Shibiao, Chen Ye. Geography information mapping [M]. Beijing: Chinese Map Publishing House, 2004: 115−149(in Chinese)

[5] 王广君, 房建成. 一种星图识别的星体图像高精度内插算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(5): 566−569
Wang Guangjun, Fang Jiancheng. High precision interpolation algorithm for star pattern [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31(5): 566−569(in Chinese)

[6] Liven O, Wright G B. Fast multilevel evaluation of smooth radial basis function expansions [J]. Electronic Transactions on Numerical Analysis, 2006, 23(1): 263−287

(责任编辑:王玉娟)