# 基于对称反射件的混合模 TRL 校准算法

万 亮 武建华 苗俊刚 何国瑜

(北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100191)

**摘 要**：针对耦合差分器件的散射参数测量，提出了一种使用对称反射标准件的混合模式 TRL(Through-Reflect-Line)校准算法. 根据过渡结构的多模散射矩阵元素之间的相位关系和散射矩阵的广义互易性，消除符号模糊性并得到过渡结构的混合模式转移矩阵. 该算法要求的校准标准件类似于传统的单模式 TRL 算法，不需要非对称结构的反射标准件产生模式转换项. 利用全波仿真方法得到了包含过渡结构的校准标准件和待测件的单模散射矩阵，并使用该算法对仿真数据进行处理，得到不包含过渡结构的待测件的混合模散射矩阵. 将校准结果与不包含过渡结构的待测件的全波仿真结果进行比较，其一致性表明了该算法可有效地校准线性平衡器件.

**关 键 词**：校准；差分器件；散射矩阵；共模；差模；广义互易性

**中图分类号**：TM 930.12

**文献标识码**：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)01-0001-04

## Mixed-mode TRL algorithm based on symmetrical reflection standard

Wan Liang Wu Jianhua Miao Jungang He Guoyu

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract**: A mixed-mode through-reflect-line (TRL) calibration algorithm based on symmetrical reflection standard was proposed to accurately characterize coupled differential devices using scattering parameters. Using the transition structure's generalized reciprocity and the phase relationship between its scattering matrix entries, the sign ambiguity was removed and the transition structure's mixed mode wave transfer matrix was obtained. The calibration standards of the proposed algorithm are similar to the requirement of traditional single-mode TRL algorithm, and unsymmetrical structured reflection standard is not necessary to yield mode conversion. To verify the proposed algorithm, the single-mode scattering matrix of calibration standards and device-under-test (DUT), both of which are embedded with the transition structures, were calculated from full-wave electromagnetic simulation, and the proposed algorithm was used to process the simulation data to calculate the DUT's mixed-mode scattering matrix. The calibration results were compared with that from full-wave simulation, and the agreement of the data obtained through both approaches indicates that the proposed algorithm is valid to calibrate linear differential devices.

**Key words**: calibration; differential devices; scattering parameters; common mode; differential mode; generalized reciprocity

近年来，通信产业的快速发展对数字电路设计提出了更高的要求，信号基波频率已经达到数 GHz，小型化的要求使得印制电路板布线更加紧密. 为解决高速电路日益严重的信号完整性问题，差分传输线以其良好的抗干扰性逐渐成为主流信号传输方式，因此在高速电路设计和验证过程中迫切需要准确测量差分器件和电路的时域及频域特性.

**收稿日期**：2008-01-15

**作者简介**：万 亮(1983—)，男，湖北黄冈人，博士生，wl@ee.buaa.edu.cn.

差分平衡传输线相邻信号线之间存在耦合作用.传输线的空间场分布为奇模和偶模(混合模式)的线性迭加,传统的单模 TRL(Through-Reflect-Line)校准算法[1]没有考虑传输线间的耦合作用,所以对这类器件不再适用.使用矢量网络分析仪(VNA, Vector Network Analyzer)测量器件的散射参数时,VNA 的同轴射频接口使其只能测量单模传输的信号.因此,对于耦合差分器件,一方面需要借助过渡结构将差分器件的混合模式端口过渡到单模端口以便 VNA 测量,另一方面需要研究一套新的校准技术消除过渡结构的影响,将测量参考面迁移到耦合端口.文献[2]系统地提出了耦合差分结构的共模和差模散射参数(混合模式 S 参数),并且推导出无耦合的线性差分器件的单模 4 端口 S 参数和混合模式 S 参数可以互相线性转换.文献[3]首次提出了多模式 TRL 校准算法,并且通过非对称耦合线的实验验证了其算法的有效性.结合实验结果指出:①反射标准件的多模式反射系数矩阵的非对角线元素必须不为零,这意味着反射标准件结构必须不对称以产生模式转换;②必须提供反射件的反射特性才能消除算法的符号模糊性;③反射标准件的反射系数矩阵各元素幅度值均较大时,测量误差对算法精度影响较小.然而,在一般应用条件下,要同时满足以上 3 个条件比较困难.如文献[4]使用了多个反射标准件,并采用全波仿真的方法得到反射件的反射特性,然后用文献[3]中算法完成差分放大器的混合模式 TRL 校准.

本文与文献[3]的多模式 TRL 校准算法的不同之处在于,使用对称结构的反射标准件完成混合模式 TRL 校准.它不需使用非对称反射件和提供反射特性,其易用性和较高精度对推动多模式 TRL 校准算法的实际应用有重要意义.本文第 1 部分介绍混合模式 TRL 校准模型;第 2 部分为理论推导,利用了过渡结构的广义互易性得到关于待定对角矩阵元素的方程;另外利用对称标准件反射特性的先验值和过渡结构混合模式散射矩阵元素之间的相位关系消除了两重符号模糊性;第 3 部分给出算例,用该算法对仿真数据处理,并比较待测件包含过渡结构的校准结果和直接仿真数据;第 4 部分指出需要进一步研究的问题.

## 1 混合模式 TRL 校准模型

本文的研究对象如图 1 所示,过渡结构 $A$ 和 $B$ 及待测件(DUT, Device-Under-Test)级联构成 VNA 的待测件,假定 VNA 在测量该 4 端口网络前已经校准到同轴接口端面.设过渡结构 $A$ 和 $B$,标准件 Through,Line 和被测件的混合模式转移(T)矩阵(generalized transfer matrix)[3]分别为 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}^{-1}$,$\boldsymbol{N}_1$、$\boldsymbol{N}_2$ 和 $\boldsymbol{N}_x$,反射标准件(reflect)的混合模式反射系数矩阵为 $\boldsymbol{\Gamma}$[3].

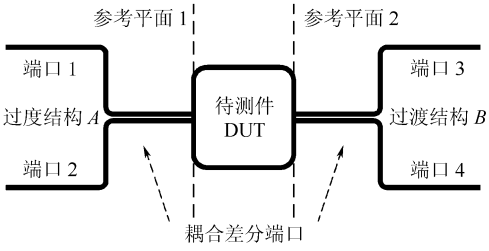


图 1 混合模式 TRL 校准模型

## 2 算法推导

将标准件 Through,Line,Reflect 和被测件依次连接在图 1 中两参考平面之间,测量得到单模 4 端口 S 矩阵,并由单模与混合模式参数转换关系[2]得到混合模式 T 矩阵 $\boldsymbol{M}_1$ 和 $\boldsymbol{M}_2$,混合模式反射系数矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_1$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}_2$ 以及 $\boldsymbol{M}_x$.$\boldsymbol{N}_x$,$\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}^{-1}$和 $\boldsymbol{M}_x$ 之间的关系式[3]为

$$\boldsymbol{M}_x = \boldsymbol{A}\boldsymbol{N}_x\boldsymbol{B}^{-1} \tag{1}$$

解 $\boldsymbol{M}_2 \cdot \boldsymbol{M}_1^{-1}$ 的特征值和特征向量组,并取其中任意一组特征向量组按列排列构成 $\boldsymbol{A}_0$,则有[3]

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{A} &= \boldsymbol{A}_0\boldsymbol{K}\\ \boldsymbol{B} &= \boldsymbol{M}_1^{-1}\boldsymbol{A}_0\boldsymbol{K}\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{K}$ 为待定对角矩阵.为了求 $\boldsymbol{K}$,利用反射标准件,设

$$\left.\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_1 &= (\boldsymbol{A}_{0,11} - \boldsymbol{\Gamma}_1\boldsymbol{A}_{0,21})^{-1}(\boldsymbol{\Gamma}_1\boldsymbol{A}_{0,22} - \boldsymbol{A}_{0,12})\\ \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_2 &= (\boldsymbol{B}_{0,22} - \boldsymbol{\Gamma}_2\boldsymbol{B}_{0,12})^{-1}(\boldsymbol{\Gamma}_2\boldsymbol{B}_{0,11} - \boldsymbol{B}_{0,21})\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{A}_{0,ij}$,$\boldsymbol{B}_{0,ij}$ 分别为 $\boldsymbol{A}_0$,$\boldsymbol{B}_0$ 的分块矩阵,则有

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{K}_2^{-1}\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_2\boldsymbol{K}_1 = \boldsymbol{K}_1^{-1}\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_1\boldsymbol{K}_2 \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{K}_1$,$\boldsymbol{K}_2$ 为 $\boldsymbol{K}$ 对角线上的两个子块矩阵.将式(4)展开可得

$$\left.\begin{aligned}k_{33}/k_{11} &= \pm\sqrt{\hat{\Gamma}_{2,11}/\hat{\Gamma}_{1,11}}\\ k_{44}/k_{22} &= \pm\sqrt{\hat{\Gamma}_{2,22}/\hat{\Gamma}_{1,22}}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

其中,$k_{ii}$ 为 $\boldsymbol{K}$ 的对角元素;$\hat{\Gamma}_{1,ii}$ 和 $\hat{\Gamma}_{2,ii}$ 分别为 $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_1$ 和 $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_2$ 的元素.式(5)中两个方程的符号正负取舍为第一重符号模糊性,去除其模糊性的方法是将式(5)取各种符号的结果代入式(4),并根据 $\boldsymbol{\Gamma}$ 进行判断.如果使用文献[3]中的结构非对称的反射标准件并利用其互易性,可以得到关于 $\boldsymbol{K}$ 的元素的第 3 个方程,然后通过数值仿真或其他手段提

供该非对称反射件的反射特性消除这 3 个方程的符号模糊性.

本文采用对称结构的反射标准件求得待定对角矩阵 $\boldsymbol{K}$.

首先,考虑到设计和加工简单方便,将对称反射标准件设计为开路或短路,那么在相当宽的频率范围内,其反射特性是可以直接估计的. 如对称开路反射件的反射系数矩阵为

$$\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{\Gamma}_{\text{open}}\approx\boldsymbol{I} \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵,根据 $\boldsymbol{\Gamma}_{\text{open}}$ 消除式(5)的符号模糊性后,

$$\left.\begin{aligned}k_{33}/k_{11}&=C_1\\k_{44}/k_{22}&=C_2\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中 $C_1$,$C_2$ 为去除符号模糊性后的常数.

另外,过渡结构由互易媒质构成,并且差模和共模相互正交,因此其混合模 S 矩阵是广义互易的[5],则有

$$s_{A,ijmn}=s_{A,jinm}\quad i,j=1,2\quad m,n=\text{D,C} \tag{8}$$

其中,$s_{A,ijmn}$ 是过渡结构 $A$ 的混合模式 S 矩阵元素;$i$,$j$ 表示端口号;$m$,$n$ 表示差模(D:Differential-mode)或共模(C:Common-mode). 由式(8)并根据混合模式 T 参数与 S 参数转换关系[3],可以得到 $s_{A,ijmn}$ 是关于 $\boldsymbol{K}$ 的对角元素的函数,根据式(8)可以得到

$$\left.\begin{aligned}k_{11}\cdot k_{33}&=C_3\\k_{22}\cdot k_{44}&=C_4\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

其中 $C_3$,$C_4$ 是与 $\boldsymbol{A}_0$ 元素相关的常数.

最后,由式(7)、式(9)得到

$$\left.\begin{aligned}k_{33}&=\pm\sqrt{C_1C_3}\\k_{44}&=\pm\sqrt{C_2C_4}\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

上式中的符号取舍为第二重符号模糊性,其取舍根据以下的物理事实进行判断,即在一般高速电路印刷板中,过渡结构导体之间的耦合度通常在−3dB以下,因此信号的直通传输量一般大于耦合传输量,故有

$$|\,\text{angle}(s_{21\text{DD}})-\text{angle}(s_{21\text{CC}})\,|<\pi/2 \tag{11}$$

其中 angle(*)为取相位. 根据式(11)可确定 $k_{33}$ 和 $k_{44}$ 的相对符号关系,此时 $\boldsymbol{K}$ 可表示为

$$\boldsymbol{K}=s\boldsymbol{K}_0\quad s=\pm1 \tag{12}$$

然而,$s$ 并不影响校准结果,因为由式(1)、式(2)、式(12)得

$$\boldsymbol{N}_{\text{x}}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{M}_{\text{x}}\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{A}_0\boldsymbol{K}_0)\boldsymbol{M}_x(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{K}_0) \tag{13}$$

至此利用对称反射标准件求得待测件的混合模式 T 矩阵,完成混合模式 TRL 校准过程.

## 3　仿真验证

为了验证以上算法,需要得到测量值 $\boldsymbol{M}_1$,$\boldsymbol{M}_2$,$\boldsymbol{\Gamma}_1$,$\boldsymbol{\Gamma}_2$ 以及 $\boldsymbol{M}_x$,而得到这些参数有两种方式,一种是实际测量,另一种是仿真数据,由于算法本身与过渡结构或待测件的电磁特性无关,这两种方式对于验证该算法的有效性来说作用是等同的. 在全波仿真软件中模拟图 2 所示微带线结构标准件(包含过渡结构)的 $\boldsymbol{M}_1$,$\boldsymbol{M}_2$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}_1$,$\boldsymbol{\Gamma}_2$,以及图 3 的待测件 $\boldsymbol{M}_x$(包含过渡结构)和 $\boldsymbol{N}'_x$(不含过渡结构).

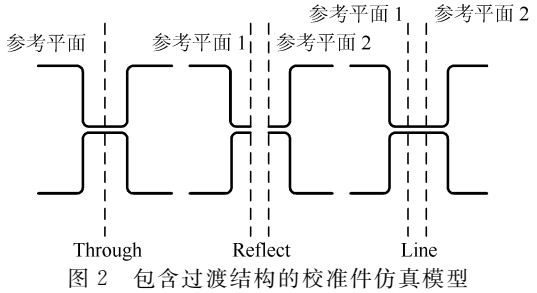


图 2　包含过渡结构的校准件仿真模型

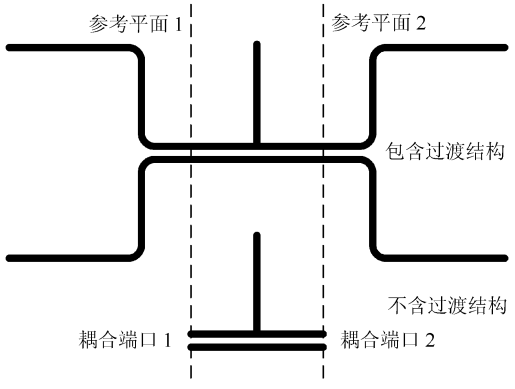


图 3　包含和不包含过渡结构的待测件的仿真模型

不包含过渡结构的待测件的混合模式 S 矩阵共计 16 个元素,由于其左右端口对称,只取其中 6 个元素的校准结果和仿真结果作比较,如图 4 所示. 由于标准件和待测件结构比较简单,因此通过数值迭代计算的仿真结果比较准确. 校准结果相对仿真结果的误差采用以下方法评估:幅度上校准值除以仿真值并取对数,再在整个频率范围内取算术平均值;相位上校准值减去仿真值,再在整个频率范围内取算术平均值. 误差结果如表 1 所示.

**表 1　校准结果相对仿真结果误差值**

| 元素 | 幅度平均误差/dB | 相位平均误差/(°) |
|---|---|---|
| $s_{11\text{DD}}$ | −0.219 | 0.003 |
| $s_{11\text{DC}}$ | 0.048 | 0.064 |
| $s_{12\text{DD}}$ | 0.078 | 0.046 |

| | | |
|---|---|---|
| $s_{11CC}$ | 0.035 | 0.627 |
| $s_{12DC}$ | 0.026 | −0.327 |
| $s_{12CC}$ | −0.053 | −0.169 |

从表1可以看出，在1～5 GHz整个频带内，采用本文所述的混合模式TRL校准算法结果与直接仿真的各个混合模式S参数幅度和相位均基本吻合，这说明了该算法的有效性.

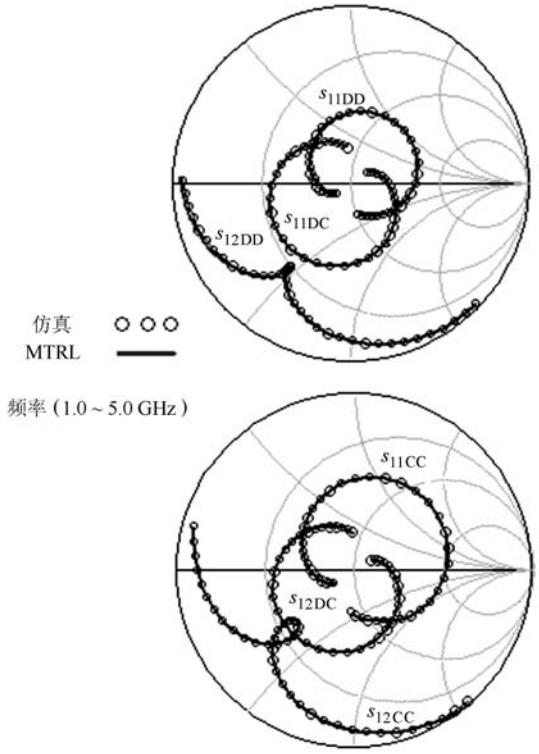


图4 混合模式TRL校准(MTRL)与仿真结果比较

## 4 结束语

本文提出了一种针对差分耦合器件散射参数测量的混合模式TRL校准算法.它采用与传统TRL校准类似的标准件，并且反射标准件结构对称.若将反射件设计为开路特性，该算法能够能得到比较准确的校准结果.

在实际使用该算法时，需要像传统TRL算法采用多个Line标准件覆盖更宽频率范围.另外在测量时由于接头和标准件的非理想性会带来一定误差，对这类的误差分析需要进一步研究.

## 参考文献（References）

[1] Eul H J, Schiek B. A generalized theory and new calibration procedures for network analyzer self calibration[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory Techniques, 1993, 39(4): 724−731

[2] Bockelman D E, Eisenstadt W R. Combined differential and common-mode scattering parameters: theory and simulation [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1995, 43(7): 1530−1539

[3] Seguinot C, Kennis P, Legier J F, et al. Multimode TRL-A new concept in microwave measurements: theory and experimental verification[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1998, 46(5): 536−542

[4] Buber T, Rodriguez A, Jenkins A, et al. Multimode TRL and LRL calibrated measurements of differential devices [C]//J Gregory Burns. 64th ARFTG Conference Digest. New York: IEEE, 2004: 157−166

[5] McIsaac P R. A general reciprocity theorem[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1979, 27(4): 340−342

[6] Ferrero A, Pirola M. Generalized mixed-mode S-parameters [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory Techniques, 2006, 54(1): 458−463

[7] Bockelman D E, Eisenstadt W R. Calibration and verification of the pure-mode vector network analyzer[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1998, 46(7): 1009−1012

[8] Chen Dengpeng, Shen Zhongxiang, Lu Yilong. Coupled mode analysis of forward and backward coupling in multiconductor transmission lines[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2005, 47(3): 463−470

（责任编辑：娄 嘉）