一种用于高动态 GPS频率估计的滤波算法

朱云龙 杨东凯 柳重堪

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对常用高动态 GPS(Global Positioning System)频率估计算法扩展卡尔曼滤波 (EKF, Extended Kalman Filter)的缺陷,提出了一种新的称为简化无迹高斯粒子滤波 (SUGPF, Simplified Unscented Gaussian Particle Filter)的算法. SUGPF将卡尔曼滤波 (KF, Kalman Filter)、无迹卡尔曼滤波 (UKF, Unscented Kalman Filter)与高斯粒子滤波 (GPF, Gaussian Particle Filter)三者相结合. 在时间更新阶段,用 KF的方法更新预测分布;在测量更新阶段,用 UKF的方法得到重要采样函数,并用 GPF的方法更新后验分布. 仿真结果表明:与 EKF和 UKF相比, SUGPF性能更优越,功能更全面,在高斯与非高斯观测噪声环境下均能取得与 GPF类似的良好性能,并且其计算复杂度低于 GPF.

关 键 词: 全球定位系统; 粒子滤波; 卡尔曼滤波

中图分类号: P 228. 4

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2009)01-0023-05

Filtering algorithm used for high dynamic GPS frequency estimation

Zhu Yunlong Yang Dongkai Liu Zhongkan

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Aiming at the drawbacks of the extended Kalman filter (EKF) which is the widely used GPS frequency estimation algorithm in high dynamic circumstance, a novel filtering algorithm called simplified unscented Gaussian particle filter (SUGPF) was proposed. The SUGPF is the combination of Kalman filter (KF), unscented Kalman filter (UKF) and Gaussian particle filter (GPF). In time update step, KF methodology was used to update the predictive distributions. In measurement update step, the UKF methodology was used to obtain the important sampling function, and the posterior distributions were updated by using the methodology of GPF. The simulation results indicate that the SUGPF has improved performance and versatility over the EKF and UKF, under both Gaussian and non-Gaussian observation noise condition, SUGPF can achieve good performance which is similar as that of the GPF, and the computational complexity of the SUGPF is lower than that of the GPF.

Key words: global positioning system; particle filter; Kalman filter

频率估计在 GPS(Global Positioning System)信号处理中起着重要的作用,它决定接收机能否正常工作. 在低动态环境下,多普勒效应影响较轻,因此可以使用锁相环进行频率估计. 但在高动态环境下载体的动态范围大,导致多普勒效应影响较严重,因此锁相环不能可靠工作. 研究适合高动态环境的频率估计算法是解决此问题的一个重要方法. 文献[1-4]已经研究了一些高动态 GPS频率估计算法,主要包括最大似然估计,扩展卡尔曼滤波 (EKF, Extended Kalman Filter),自动频率控制环,最小均方法等. 其中, EKF相对于其它算法的综合性能较好[5],应用较广泛. 但 EKF有两个明显缺陷. 首先, EKF是通过将非线性的观测方程简单线性化,从而能运用 KF的方法进行频

收稿日期: 2008-01-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60602046)

作者简介: 朱云龙 (1978-),男,北京人,博士生, buaazhuyl@sina.com.

率估计.但线性化会导致稳定性与精度的损失,而这两项是高动态 GPS频率估计最重要的两个性能参数.第二,EKF要求驱动噪声与观测噪声均为高斯噪声,当此条件不满足时,EKF的性能将会退化[6].但在实际应用中,高斯观测噪声条件并不是总能被满足.

最近几年,对非线性非高斯滤波算法的研究取得了一定进展. UKF (Unscented Kalman Filter)是其中的算法之一[7-8],它通过使用无迹变换来克服 EKF在估计非线性系统时的缺陷,其性能优于 EKF,但是 UKF仍然要求系统是高斯的[6]. GPF是另一种算法[9],对非线性高斯系统它具有比 UKF更好的性能,并且可以处理非线性非高斯系统,但对于高动态 GPS频率估计而言,其计算复杂度较高.

在本文中,基于高动态 GPS频率估计的特点与 KF, UKF和 GPF的特点,提出了一种称为 SUGPF(Simplified Unscented Gaussian Particle Filter)的算法来进行频率估计.仿真结果表明,对高斯频率估计,SUGPF与 UKF, GPF有类似的性能,均远高于 EKF.对非高斯频率估计,EKF与 UKF的性能均恶化,而 SUGPF仍然有与 GPF类似的优良性能,且计算复杂度低于 GPF.

1 信号模型

1.1 高动态 GPS数字中频信号模型

接收到的 GPS L1-C/A信号经过射频前端下变频及采样后得到数字中频信号[10]:

$$r(k) = AC[(1+\zeta)kT_a - \xi T_c]\cdot \cos[\omega_b(kT_a) + \theta(k)] + N(k) \quad (1)$$

式中,A为信号幅度;T_a为中频采样时间间隔;$C(x)$是时变相位为 x码速率为 R的伪随机码;T_c为码片时间宽度;ξT_c为伪随机码传播延时;$\omega_b = 2\pi f_b$为中频载波频率 f_b的角频率;$\theta(k)$为载波相位,包含了多普勒频率 f_d的影响;$N(k)$是单边功率谱密度为 N_0的白噪声.载体机动引起的多普勒频率 f_d除使载波频率偏移外,还使得伪码速率产生偏移,这时的伪码速率 R为 $(1+\zeta)R_0$,其中 $\zeta = f_d/f_L$, f_L为接收信号的射频频率, R_0为无多普勒偏移的伪码速率.以下讨论均基于此模型.

1.2 状态方程

如文献[1-2]所述,相位 $\theta(k)$可按如下方式展开:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + T_s\omega_0(k) + T_s^2\omega_1(k)/2 + T_s^3\omega_2(k)/6 + \eta_1(k) \quad (2)$$

$$\omega_0(k+1) = \omega_0(k) + T_s\omega_1(k) + T_s^2\omega_2(k)/2 + \eta_2(k) \quad (3)$$

$$\omega_1(k+1) = \omega_1(k) + T_s\omega_2(k) + \eta_3(k) \quad (4)$$

$$\omega_2(k+1) = \omega_2(k) + \eta_4(k) \quad (5)$$

其中, T_s是环路积分时间(以下称采样间隔);$\omega_0(k)$,$\omega_1(k)$与 $\omega_2(k)$是相位的各阶导数的采样值;η_i (i = 1, 2, 3, 4)为展开式余项,表示策动噪声.

若对频率进行估计的同时估计相位,则可降低频率估计误差[3],而为适合高动态环境的需要,将频率的一、二阶导数一并估计是合适的.因此,状态向量可选为 $X(k) = [\theta(k), \omega_0(k), \omega_1(k), \omega_2(k)]^T$.则状态方程可表示为

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \eta(k) \quad (6)$$

其中,$\eta(k) = [\eta_1(k), \eta_2(k), \eta_3(k), \eta_4(k)]^T$是策动噪声矢量,可被认为是白高斯噪声矢量.$\eta(k)$的协方差阵 Q与系统转移矩阵 Φ的形式可参见文献[1].

1.3 观测方程

数字中频信号经过解扩与正交分解之后可表示为[1-2]

$$r_I(k) = A\sin(\theta(k)) + n_I(k) \quad (7)$$

$$r_Q(k) = A\cos(\theta(k)) + n_Q(k) \quad (8)$$

其中, $r_I(k)$是同相分量; $r_Q(k)$是正交分量.观测矢量可选为 $Z(k) = [r_I(k), r_Q(k)]^T$.可以看出 $Z(k) = [A\sin(\theta(k)), B\cos(\theta(k))]^T + [n_I(k), n_Q(k)]^T$.

显然,相位 $\theta(k)$可以表示为 $\theta(k) = L^T \cdot X(k)$,其中 $L^T = [1\ 0\ 0\ 0]$.令 $n(k) = [n_I(k), n_Q(k)]^T$,则观测矢量可表示为

$$Z(k) = h(X(k)) + n(k) = [A\sin(L^TX(k)), A\cos(L^TX(k))]^T + n(k) \quad (9)$$

$n(k)$是观测噪声矢量,其协方差阵为 $R = E[n(k)n^T(k)] = \sigma_n^2 I$, $\sigma_n^2 = N_0/(2T_s)$, I表示 2×2单位阵,幅度 A可假定为已知量,不失一般性,可将其设为单位值[1-2].式(9)即为观测方程.

2 简化无迹高斯粒子滤波算法

2.1 EKF, UKF与 GPF的简要回顾

EKF通过将非线性的观测方程简单线性化,从而运用 KF完成频率估计. KF的计算复杂度低,但线性化会造成精度损失并且使得滤波器变得不稳定.另外, EKF要求策动噪声与观测噪声均为是高斯噪声[6].

UKF通过使用无迹变换来解决非线性的频

率估计问题[7],其性能远高于 EKF,但它仍然需要高斯假设[6].

GPF使用顺序蒙特卡洛方法来更新预测分布与后验分布,也即粒子滤波(PF, Particle Filter)的方法[9].它将预测分布与后验分布表示为一系列从分布中得到的随机加权采样(或称粒子),并且用重要采样的方法来递推更新后验分布.由于 GPF使用了 PF的方法,因此高斯条件可以被省略,并且当粒子数量足够时,估计结果将依概率收敛于最小均方误差(MMSE,Minimum Mean Square Error)估计[9].与 PF不同的是,GPF将预测分布与后验分布近似为高斯分布,因此 GPF不需要粒子重采样,这使 GPF在计算复杂度方面比 PF有优势[9].但由于它在时间更新与测量更新阶段均需要处理大量粒子,因此其计算复杂度对高动态 GPS频率估计而言仍然较高.

2.2　SUGPF算法

为克服 EKF,UKF与 GPF的不足,本文提出一种称为 SUGPF的新算法,它将 KF,UKF与 GPF三者相结合以进行频率估计.式(6)表明状态方程是线性的,并且驱动噪声为高斯噪声,因此在时间更新阶段,KF的方法被用于更新预测均值与预测协方差,然后用 UKF的方法得到观测预测.观测方程式(9)是非线性的,观测噪声的分布不确定.因此,在测量更新阶段,使用 UKF的方法与时间更新的结果来得到重要采样函数,然后从重要采样函数得到采样粒子,并使用 GPF的方法更新后验均值与后验协方差. SUGPF的步骤如下:

1) 初始化

给定初始后验均值 $\hat{X}(0|0)$与初始后验协方差 $P(0|0)$.

2) 时间更新

①更新预测均值与预测协方差:

$$\hat{X}(k|k-1) = \Phi \hat{X}(k-1|k-1) \tag{10}$$

$$P(k|k-1) = \Phi P(k-1|k-1)\Phi^{T} + Q \tag{11}$$

②得到 UKF的采样点与相应权值:

$$\chi(k|k-1) = [\hat{X}(k|k-1), \hat{X}(k|k-1) + \sqrt{(m+\lambda)P(k|k-1)}, \hat{X}(k|k-1) - \sqrt{(m+\lambda)P(k|k-1)}] \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0^{(m)} &= \lambda/(m+\lambda) \\ \alpha_0^{(c)} &= \lambda/(m+\lambda) + (1-\gamma^2+\beta) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\alpha_i^{(m)} = \alpha_i^{(c)} = 0.5/(m+\lambda) \quad i = 1, 2, \cdots, 2m \tag{14}$$

其中,m为状态矢量的维数;矩阵 $\chi(k|k-1)$有 $2m+1$列,每列为一个采样点 $\chi_i(k|k-1)$; $\lambda = \gamma^2(m+\kappa) - m$是尺度因子,$\gamma$决定采样点对预测均值的散布程度,通常设置为一个小的正数;κ为二阶尺度因子,一般设为 0;β用于体现预测均值分布的先验知识,对高斯分布,$\beta = 2$为最优[7].

③计算观测预测值:

$$Z_i(k|k-1) = h(\chi_i(k|k-1)) \quad i = 0, \cdots, 2m \tag{15}$$

$$\hat{Z}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2m} \alpha_i^{(m)} Z_i(k|k-1) \tag{16}$$

3) 测量更新

①计算重要采样函数:

$$P_{\hat{Z}(k|k-1)} = \sum_{i=0}^{2m} \alpha_i^{(c)} (Z_i(k|k-1) - \hat{Z}(k|k-1))(Z_i(k|k-1) - \hat{Z}(k|k-1))^{T} + R \tag{17}$$

$$P_{\hat{X}(k|k-1)\hat{Z}(k|k-1)} = \sum_{i=0}^{2m} \alpha_i^{(c)} (\chi_i(k|k-1) - \hat{X}(k|k-1))(Z_i(k|k-1) - \hat{Z}(k|k-1))^{T} \tag{18}$$

$$K(k) = P_{\hat{X}(k|k-1)\hat{Z}(k|k-1)} (P_{\hat{Z}(k|k-1)})^{-1} \tag{19}$$

$$\hat{X}'(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + K(k)(Z(k) - \hat{Z}(k|k-1)) \tag{20}$$

$$P'(k|k) = P(k|k-1) - K(k) P_{\hat{Z}(k|k-1)} K^{T}(k) \tag{21}$$

重要采样函数为 $N(X_k; \hat{X}'(k|k), P'(k|k))$,它表示均值为 $\hat{X}'(k|k)$协方差为 $P'(k|k)$的高斯概率密度函数.

②从重要采样函数 $N(X_k; \hat{X}'(k|k), P'(k|k))$得到粒子 $\{X_k^{(i)}\}_{i=1}^{M}$,其中,M是粒子数.

③计算权值:

$$W_k^{(i)} = \frac{p(Z_k|X_k^{(i)}) N(X_k^{(i)}; \hat{X}(k|k-1), P(k|k-1))}{N(X_k^{(i)}; \hat{X}'(k|k), P'(k|k))} \tag{22}$$

权值的计算也可简化为

$$W_k^{(i)} = p(Z_k|X_k^{(i)}) \quad i = 1, \cdots, M \tag{23}$$

④对权值归一化:

$$W_k^{(i)} = W_k^{(i)} \Big/ \sum_{i=1}^{M} W_k^{(i)} \quad i = 1, \cdots, M \tag{24}$$

⑤更新后验均值与后验协方差:

$$\hat{X}(k \mid k) = \sum_{i=1}^{M} W_k^{(i)} X_k^{(i)} \tag{25}$$

$$P(k \mid k) = \sum_{i=1}^{M} W_k^{(i)} (\hat{X}(k \mid k) - X_k^{(i)}) (\hat{X}(k \mid k) - X_k^{(i)})^{\mathrm{T}} \tag{26}$$

2.3 算法分析

这种新的算法是基于高动态 GPS频率估计的特点与 KF,UKF和 GPF的各自特点提出的.由于状态方程是线性的,策动噪声是高斯的,因此可以用 KF的方法来更新预测均值与预测协方差.所以,在时间更新阶段 GPF所必需的处理大量粒子的步骤被省略了.而且在测量更新阶段,UKF可以直接使用 KF的结果得到重要采样函数,从而使得 UKF也得到简化.由于这些原因,SUGPF的计算复杂度相对于 GPF而言明显降低.

由于频率估计的观测方程是非线性的,并且观测噪声的分布是不确定的,因此,在测量更新阶段,运用了 GPF的方法来更新后验均值和后验协方差.由于 GPF的性能优于 EKF与 UKF,并且可以处理非高斯问题,因此 SUGPF的结果也优于 EKF与 UKF,并且可以处理非高斯观测噪声环境下的频率估计问题.另外,由于重要采样函数是通过 UKF得到的,对最新观测信息的利用更充分,因此重要采样函数与后验分布更接近,从而使得滤波的性能更好.

3 仿真结果

对于高动态 GPS频率估计,有 3个参数是非常重要的,分别是稳定性与估计精度 (即 2个性能参数)以及计算复杂度.在仿真实验中,比较了 EKF,UKF,GPF与 SUGPF的这些参数.

实验用的仿真数据参考喷气推进实验室提供的参数生成[1].运动轨迹中含有正的和负的加速度变化率脉冲,脉冲持续时间为 0.5 s,幅度为 100 g/s,并被持续 1 s的恒加速度所分割.初始加速度为 -25g.

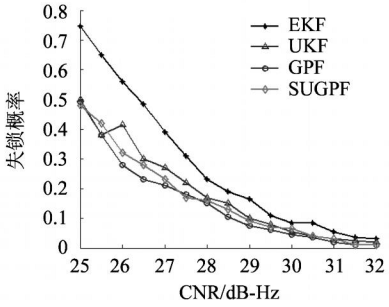
数据长度为 2 s,采样间隔 T_s为 1 ms.GPF与 SUGPF的粒子数 M 均为 2 000.仿真的 Monte-Carlo实验次数为 200.粒子权值的计算采用简化方式.

3.1 稳定性与估计精度

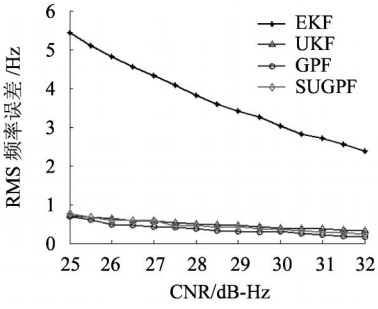
1) 高斯观测噪声环境

高斯观测噪声环境下的仿真结果如图 1所示.稳定性用失锁概率来表示,估计精度用均方根 (RMS,Root Mean Square)频率误差来表示.

失锁概率与载噪比 (CNR,Carrier-Noise-Ratio)的关系曲线见图 1a,可以看出 SUGPF的失锁概率与 GPF类似,略低于 UKF,且均低于 EKF.定义失锁门限为失锁概率为 0.1时的 CNR,则 SUGPF,UKF与 GPF的失锁门限比 EKF低约 1 dB.RMS频率误差与 CNR的关系曲线见图 1b.仿真结果表明,高斯观测噪声环境下 SUGPF的 RMS频率误差与 UKF和 GPF类似,均远低于 EKF.



a 失锁概率与 CNR的关系曲线



b RMS频率误差与 CNR的关系曲线

图 1 高斯观测噪声环境下的仿真结果

2) 非高斯观测噪声环境

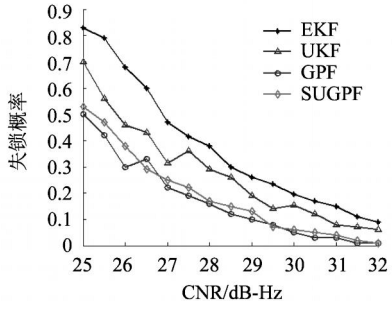
非高斯观测噪声环境下的仿真结果如图 2所示.图 2a为失锁概率曲线,图 2b为 RMS频率误差曲线.观测噪声选取厚尾噪声,其概率密度函数可以通过式 (27)所示的高斯混合概率密度函数来近似[11].

$$p(n(k)) = \varepsilon N(n_k; 0, P_1) + (1 - \varepsilon) N(n_k; 0, P_2) \tag{27}$$

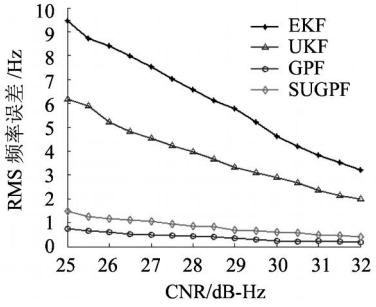
通过调节参数 ε与协方差矩阵,可以很好地近似厚尾噪声.这里,$\varepsilon = 0.8$, $P_2 = 10P_1 = \delta I$, I表示 2 × 2单位阵,δ可根据 CNR来决定.显然,EKF与 UKF的性能均退化了.在非高斯观测噪声环境下,它们的失锁概率与 RMS频率误差均明显变大.但是,SUGPF仍然有与 GPF类似的良好性能,非高斯观测噪声环境对 SUGPF没有显著影响.

3.2 计算复杂度

计算复杂度由平均计算时间来表示.平均计



a　失锁概率与 CNR的关系曲线



b　RMS频率误差与 CNR的关系曲线

图 2　非高斯观测噪声环境下的仿真结果

算时间的比较如图 3所示. 仿真使用的计算机为 2. 0 GHz AMD Turion64,内存为 512MB,仿真软件为 MATLAB 6. 5. 可以看出, SUGPF的计算时间比 GPF低约 1/3,但远高于 EKF与 UKF. 这主要是由于 SUGPF在测量更新阶段仍然要处理大量粒子. 但是,如文献[9]所述,这些计算时间是在串行计算机上得到的. 对 GPF而言,由于其不需要进行不能并行实现的粒子重采样步骤,因此 GPF可以用大规模集成电路 (VLSI, Very Large Scale Integration)并行实现. 当硬件资源充分时,计算时间可大量减少,能够实现实时处理. 与 GPF一样, SUGPF也不需要重采样步骤,而另一方面, SUGPF的计算复杂度明显低于 GPF. 因此,用较少的硬件资源进行并行实时的 SUGPF频率估计是可行的.

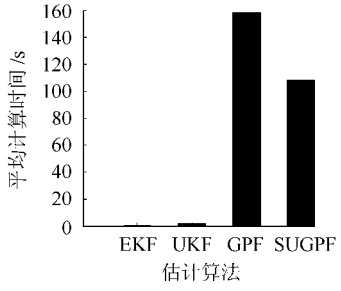


图 3　平均计算时间比较

4　结 束 语

本文提出了一种称为 SUGPF的高动态 GPS频率估计算法. 该算法可以克服现有算法的缺点,对于策动噪声为高斯噪声的频率估计,在高斯与非高斯观测噪声环境下均能取得很好的效果. 并且,其并行性与低计算复杂度使得其很容易用 VLSI实现. 因此,实现实时高性能的 SUGPF频率估计是可行的.

参考文献 (References)

[1] Vilnrotter V A, Hinedi S, Kumar R. Frequency estimation techniques for high dynamic trajectories[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1989, 25(4): 559 - 577

[2] Agurre S, Hinedi S. Two novel automatic frequency tracking loops[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1989, 25(5): 749 - 760

[3] Hurd W, Statman J I, Vilnrotter V A. High dynamic GPS receiver using maximum likelihood estimation and frequency tracking[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1987, 23(4): 425 - 436

[4] Kumar R. Fast frequency acquisition via adaptive least-square algorithm[J]. IEE Proceedings Pt F, 1989, 136(4): 155 - 160

[5] 李小民, 刘晖, 郑利龙, 等. 高动态环境扩频系统伪码延时的精确估计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2000, 26(2): 129 - 132
Li Xiaomin, Liu Hui, Zheng Lilong, et al. Precise estimation method of pseudo-random code delay of spread spectrum system in high dynamic environment[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000, 26(2): 129 - 132 (in Chinese)

[6] 胡士强,敬忠良. 粒子滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(4): 361 - 365
Hu Shiqiang, Jing Zhong liang. Overview of particle filter[J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 361 - 365 (in Chinese)

[7] Wan E A, Van Der Merwe R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation [C]//Proceedings of IEEE Symposium 2000 on Adaptive Systems for Signal Processing, Communications and Control. Lake Louise: IEEE Standard Office, 2000: 153 - 158

[8] 刘旭,张其善,杨东凯. 一种用于 GPS/DR组和定位的非线性滤波算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(2): 184 - 187
Liu Xu, Zhang Qishan, Yang Dongkai. Nonlinear filter algorithm for GPS/DR integrated positioning[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(2): 184 - 187 (in Chinese)

[9] Kotecha J H, Djuric P M. Gaussian particle filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(10): 2592 - 2601

[10] Zhuang W H, Tranquilla J. Digital baseband processor for the GPS receiver modeling and simulations[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(4): 1343 - 1349

[11] Kotecha J H, Djuric P M. Gaussian sum particle filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(10): 2602 - 2612

(责任编辑:娄　嘉)