随机载荷多次作用下的零件失效率计算模型

王 正 康 锐 谢里阳

(北京航空航天大学 工程系统工程系，北京 100191) (东北大学 机械工程与自动化学院，沈阳 110004)

摘 要：运用顺序统计量理论和载荷-强度干涉模型建立了以载荷作用次数为寿命度量指标框架下的零件可靠度和失效率计算模型.分析了随机载荷多次作用时零件失效的过程，从随机载荷作用的统计学意义出发，运用顺序统计量建立了随机载荷多次作用下的零件可靠性模型.在此基础上，定义了以载荷作用次数为寿命度量指标框架下的失效率，给出了失效率计算的一般表达式，并建立了载荷多次作用时零件的失效率计算模型.最后，研究了零件可靠度和失效率随载荷作用次数的变化规律.该模型可用于指导产品的环境应力筛选试验以及其他可靠性试验.

关 键 词：载荷作用次数；顺序统计量；可靠度；失效率；载荷-强度干涉

中图分类号：TB 114.3；TH 122

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)04-0407-04

Failure rate model of components under random repeated load

Wang Zheng Kang Rui

(Dept. of System Engineering of Engineering Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Xie Liyang

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: The models for calculating the reliability and failure rate of components were developed with the order statistic theory and load-stress interference model when the life of components was measured by the times of random load action. The failure mechanism of components when random load acts for multiple times was analyzed and from the statistic meaning of random load action, the reliability model of components under random repeated load was built with the order statistic. Further, the model for calculating the failure rate of a component was derived, and the relationship between reliability and times of load action and that between failure rate and times of load action were studied. The model proposed can be applied to direct ESS (environmental stress screening test) and other reliability experiments for products.

Key words: times of load action; order statistic; reliability; failure rate; load-strength interference

一般的零部件与系统可靠性模型大多是以时间为寿命度量指标，即零部件与系统的可靠度和失效率通常表示为时间的函数.然而，在实际中，大多数的机械产品和电子产品的使用寿命却是以其使用次数或加载次数来衡量的.如受周期性应力作用的轴承，一个加载循环或多个循环可认为是一个应力周期，此时运行寿命便是运行次数、运行周期等指标；又如脉冲电容器是以充放电次数来计量其运行时间或工作寿命.因此，为方便以及更好地对这一类不直接以时间作为寿命度量指标的产品进行可靠性分析与评价，有必要建立以载荷作用次数为寿命度量指标框架下的零部件和系统可靠性分析与计算模型.此外，传统的基于载荷-强度干涉模型的可靠性模型并不能很好地反

收稿日期：2008-04-24

作者简介：王 正(1981—)，男，山西静乐人，博士后，wzneu@126.com.

映可靠度随载荷作用次数的变化规律,运用这些模型计算得到的可靠度实际上是随机载荷作用一次或特定次数时的可靠度[1-8].本文将在分析随机载荷多次作用时零件失效过程的基础上,运用顺序统计量理论建立随机载荷多次作用下的零件可靠度和失效率计算模型,并将研究零件可靠度和失效率随载荷作用次数的变化规律.

1 载荷多次作用下的零件可靠性模型

零部件在服役期间所受随机载荷的作用往往是反复多次的.然而,传统的载荷-强度干涉模型并不能反映随机载荷作用次数对零件可靠性的影响.根据载荷-强度干涉模型,当零件强度 δ 的概率密度函数为 $f_\delta(\delta)$,载荷 s 的概率密度函数为 $f_s(s)$时,零件的可靠度可表示为

$$R=\int_0^{+\infty} f_s(s)\int_s^{+\infty} f_\delta(\delta)\mathrm{d}\delta\mathrm{d}s \tag{1}$$

当载荷概率密度函数中的载荷随机变量表达的是在指定载荷作用次数内所出现的最大载荷值时,运用式(1)计算的可靠度就只能是零件对应指定载荷作用次数时的可靠度,并不能计算载荷作用任意次数时的可靠度.

当载荷概率密度函数中的随机变量对应载荷作用一次时的载荷值时,运用式(1)计算得到的可靠度实际上就是随机载荷作用一次时的零件可靠度.

因此,式(1)并不能很好地反映零件可靠度随载荷作用次数的变化规律.运用式(1)计算得到的零件可靠度严格地讲是一个"静态"的可靠度,当然也就很难反映失效率的变化规律.

从统计学意义上讲,随机载荷作用 n 次便相当于从服从载荷分布的母体中抽取 n 个载荷样本 $(s_1,s_2,\cdots,s_n)$.在强度不退化或退化不明显的情况下,当零件在这 n 个载荷样本中的最大载荷作用下不失效时,则零件在这 n 个载荷样本的作用下也一定不失效.因此,载荷作用 n 次时,零件的可靠度就等价于 n 个载荷样本中的最大载荷所对应的可靠度.载荷样本中的最大载荷可定义为随机载荷作用 n 次时的等效载荷.由顺序统计量可知[9],载荷样本中的最大载荷实际上就是由 n 个载荷样本 $(s_1,s_2,\cdots,s_n)$所确定的最大顺序统计量 $s_{(n)}$.

设载荷的累积分布函数和概率密度函数分别为 $F_s(s)$和 $f_s(s)$,随机变量 x 为等效载荷,由上述分析可知,载荷作用 n 次时等效载荷 x 的累积分布函数 $F_x(x)$为

$$F_x(x)=[F_s(x)]^n \tag{2}$$

概率密度函数 $f_x(x)$为

$$f_x(x)=n[F_s(x)]^{n-1}f_s(x) \tag{3}$$

图1为载荷服从 $s\sim N(50,15^2)$ MPa 的正态分布时,分别作用1,10,100和500次时等效载荷的概率密度函数曲线.从图中可以看出,随着载荷作用次数的增加,等效载荷的均值在逐渐增大,分散性在逐渐减小.当强度概率分布一定时(如图1中的 $f_\delta(\delta)$所示),随着载荷作用次数的增加,干涉区域在逐渐增大,失效概率增加,可靠度降低.

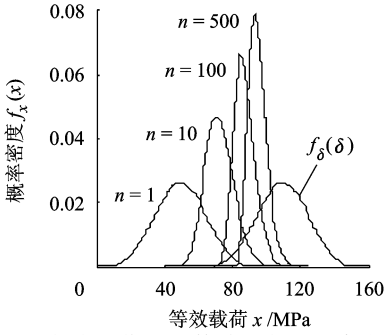


图1 载荷多次作用时等效载荷的概率密度函数曲线

进一步,可得到载荷作用 n 次时零件的可靠度为

$$R(n)=\int_0^{+\infty} n[F_s(x)]^{n-1}f_s(x)\int_x^{+\infty} f_\delta(\delta)\mathrm{d}\delta\mathrm{d}x \tag{4}$$

将积分变量 x 换为 s,式(4)可进一步写成

$$R(n)=\int_0^{+\infty} n[F_s(s)]^{n-1}f_s(s)\int_s^{+\infty} f_\delta(\delta)\mathrm{d}\delta\mathrm{d}s \tag{5}$$

式(5)体现了载荷作用次数对零件可靠性的影响.特殊地,当 $n=1$ 时,式(5)与式(1)相同.

2 载荷多次作用下的零件失效率计算

在以时间为寿命度量指标的可靠性分析与计算框架下,失效率(或故障率)的定义通常表述为:工作到某时刻 t 时尚未失效(故障)的产品,在该时刻 t 以后的下一个单位时间内发生失效(故障)的概率,称为产品在时刻 t 时的失效率.

设有 M 个产品,从 $t=0$ 开始工作,到 t 时产品的失效数为 $m(t)$,而到 $t+\Delta t$ 时产品的失效数为 $n(t+\Delta t)$,根据失效率的定义,产品在 $[t,t+\Delta t]$内的平均失效率 $\overline{h(t)}$为

$$\overline{h(t)}=\frac{m(t+\Delta t)-m(t)}{[M-m(t)]\cdot\Delta t}=\frac{[1-R(t+\Delta t)]-[1-R(t)]}{R(t)\cdot\Delta t}=$$

$$\frac{R(t)-R(t+\Delta t)}{R(t)\cdot\Delta t} \tag{6}$$

当产品数 $M\to\infty$,$\Delta t\to 0$ 时,产品的失效率 $h(t)$ 为

$$h(t)=\lim_{\substack{N\to\infty\\ \Delta t\to 0}}\frac{R(t)-R(t+\Delta t)}{R(t)\cdot\Delta t}=-\frac{\dfrac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}}{R(t)} \tag{7}$$

从式(6)和式(7)中可以看出,产品在时刻 t 的失效率也可以看作是产品在时刻 t 以后单位时间内的失效概率与 t 时刻时可靠度的比值.

下面,仿照以时间为寿命度量指标的失效率计算模型,建立以载荷作用次数为寿命度量指标框架下的失效率计算模型.

在以载荷作用次数为寿命度量指标的可靠性分析框架中,载荷作用 n 时的失效率(或故障率)可定义为:当载荷作用 n 次时尚未失效(故障)的产品,在该载荷作用次数 n 以后的下一个单位载荷作用次数内发生失效(故障)的概率.根据该定义,随机载荷多次作用下的失效率计算模型推导如下:

设有 M 个产品,从 $n=0$ 开始工作,载荷作用到 n 次时产品的失效数为 $m(n)$,而当载荷作用到 $n+\Delta n(\Delta n\geqslant 1)$ 次时产品的失效数为 $m(n+\Delta n)$,根据随机载荷多次作用下的失效率的定义,产品在载荷作用次数 $[n,n+\Delta n]$ 内的平均失效率 $\overline{h(n)}$ 为

$$\overline{h(n)}=\frac{m(n+\Delta n)-m(n)}{[M-m(n)]\cdot\Delta n}=\frac{[1-R(n+\Delta n)]-[1-R(n)]}{R(n)\cdot\Delta n}=\frac{R(n)-R(n+\Delta n)}{R(n)\cdot\Delta n} \tag{8}$$

在以载荷作用次数为寿命度量指标的可靠性分析框架中,显然有,$\Delta n_{\min}=1$,即单位载荷作用次数.在实际零部件和系统中,由于总的载荷作用次数 N 一般都比较大(通常为几千次以上),$\Delta n=1$(即单位载荷作用次数)相对于总的载荷作用次数 N 可看作是一个微小量,因此有

$$h(n)=\overline{h(n)}=\frac{R(n)-R(n+1)}{R(n)} \tag{9}$$

从式(9)中可见,载荷作用 n 次时产品的失效率也可视为产品在载荷作用 n 次后单位载荷作用次数内失效概率与载荷作用 n 次时可靠度的比值.

将式(5)代入式(9)可进一步得到载荷作用 n 次时零件失效率的表达式为

$$h(n)=\frac{\displaystyle\int_0^{+\infty}n[F_s(s)]^{n-1}f_s(s)\int_s^{+\infty}f_\delta(\delta)\,\mathrm{d}\delta\,\mathrm{d}s-\int_0^{+\infty}(n+1)[F_s(s)]^n f_s(s)\int_s^{+\infty}f_\delta(\delta)\,\mathrm{d}\delta\,\mathrm{d}s}{\displaystyle\int_0^{+\infty}n[F_s(s)]^{n-1}f_s(s)\int_s^{+\infty}f_\delta(\delta)\,\mathrm{d}\delta\,\mathrm{d}s}=\frac{\displaystyle\int_0^{+\infty}\left\{n[F_s(s)]^{n-1}-(n+1)[F_s(s)]^n\right\}f_s(s)\int_s^{+\infty}f_\delta(\delta)\,\mathrm{d}\delta\,\mathrm{d}s}{\displaystyle\int_0^{+\infty}n[F_s(s)]^{n-1}f_s(s)\int_s^{+\infty}f_\delta(\delta)\,\mathrm{d}\delta\,\mathrm{d}s} \tag{10}$$

3　零件可靠度与失效率分析及应用

以具有单一失效模式的零件可靠性分析与计算为例,零件强度服从 $\delta\sim N(600,60^2)$ MPa 的正态分布,载荷服从 $s\sim N(400,40^2)$ MPa 的正态分布,零件的可靠度随时间的变化如图 2 所示,失效率随时间的变化如图 3 所示.

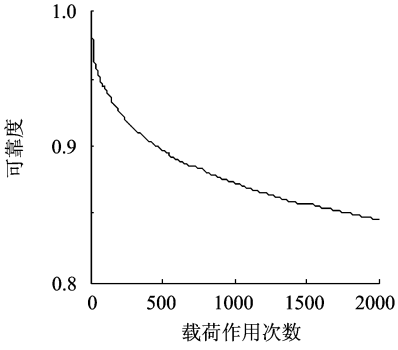


图 2　可靠度随载荷作用次数的变化曲线

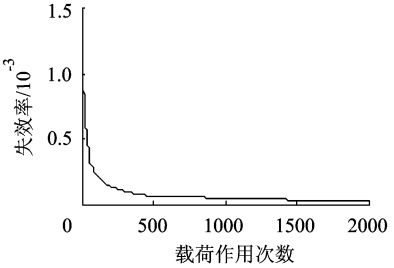


图 3　失效率随载荷作用次数的变化曲线

从图 2 中可以看出,零件的可靠度随着载荷作用次数的增加逐渐降低.从图 3 中可以看出,零件的失效率随着载荷作用次数的增加也在逐渐减小,且具有浴盆曲线中“早期失效期”和“偶然失效期”的特征.由于没有考虑强度退化对零件可靠度和失效率的影响,因此,图 3 中的零件失效率曲线没有出现浴盆曲线中“耗损失效期”的特征.

由于在零件使用的初期,其强度指标随载荷作用次数退化不是很明显,在这一阶段可以近似

地认为零件的强度不退化.因此,在这一阶段,可以运用本文模型(即式(10))来描述零件失效率时间的变化规律.当给定零件的许用失效率 h^* 时,便可根据本文模型确定出零件的早期失效期 T_i(或进入偶然失效期之前所经历的载荷作用次数 n^*),如图4所示.进而,可以根据式(10)计算出零件在给定不确定性载荷 s(其概率密度函数为 n^*)作用下,进入偶然失效期前载荷 s 作用的次数 n^*.进一步,可以运用式(2)和式(3)分别求得随机载荷 s 作用 n^* 次时等效载荷 s_e 的累积分布函数和概率密度函数.由第1节分析可知,随机载荷 s 作用 n^* 次可等效为等效载荷 s_e 作用一次.因此,在零件的环境应力筛选试验中,可以直接选取等效载荷 s_e 作为试验应力.这样便可以大大地缩短试验周期,使零件在经过筛选试验后失效率满足使用要求.

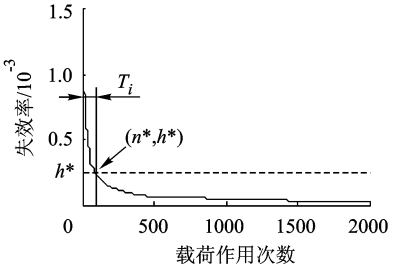


图4 零件失效率曲线的应用

4 结束语

本文建立了以载荷作用次数为寿命度量指标框架下的零件可靠性分析与计算模型,并研究了零件可靠度和失效率随载荷作用次数的变化规律.分析了随机载荷多次作用时零件失效的过程,根据随机载荷多次作用的统计学意义出发,运用顺序统计量理论和载荷-强度干涉模型建立了载荷多次作用下的零件可靠性模型.给出了在以载荷作用次数为寿命度量指标框架下的失效率定义,推导了随机载荷多次作用下失效率计算的表达式,并给出了基于载荷作用次数的零件失效率计算模型.研究表明,即使在强度不退化的情况下,零件的可靠度也会随着载荷作用次数的增加逐渐降低;零件的失效率曲线具有浴盆曲线中"早期失效期"和"偶然失效期"的特征.运用本文模型只需知道载荷(或应力)和强度的概率分布特征,便可以计算零件在不同载荷作用次数下的可靠度和失效率,同时本文模型可用于指导环境应力筛选试验以及其他可靠性试验.

参考文献(References)

[1] Elmer E Lewis. A load-capacity interference model for common-mode failures in 1-out-of-2: G systems [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 50 (1): 47－51

[2] Wang Zheng, Xie Liyang. Reliability model of component under stochastic ally repeated [C]// The First International Conference on Maintenance Engineering. Beijing: Science Press, 2006: 895－900

[3] 王正,谢里阳,李兵.考虑共因失效的机械零部件可靠性模型[J].机械设计,2007, 24(1): 4－5
Wang Zheng, Xie Liyang, Li Bing. Reliability model of mechanical components considering the common cause failure [J]. Journal of Machine Design, 2007, 24(1): 4－5 (in Chinese)

[4] Li Bing, Zhu Meilin, Xu Kai. A practical engineering method for fuzzy reliability analysis of mechanical structures [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2000, 67: 311－315

[5] Knut O Ronold, Gunner C Larsen. Reliability-based design of wind-turbine rotor blades against failure in ultimate loading [J]. Engineering Structures, 2000, 22: 565－574

[6] 王正,谢里阳,李兵.考虑载荷作用次数的失效相关系统可靠性模型[J].东北大学学报,2007,28(5): 704－707
Wang Zheng, Xie Liyang, Li Bing. Reliability model of failure-dependent system with frequency of loading taken into account [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2007, 28(5):704－707(in Chinese)

[7] Dilip Roy, Tanmoy Dasgupta. A discretizing approach for evaluating reliability of complex systems under stress-strength model [J]. IEEE Tansaction on Reliability, 2001, 50(2): 145－150

[8] Xie Liyang, Zhou Jinyu, Hao Changzhong. System-level load strength interference based reliability modeling of k-out-of-n system [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 84: 311－317

[9] 茆诗松,王静龙,濮晓龙.高等数理统计[M].北京:高等教育出版社;德国:施普林格出版社,1998: 80－86
Mao Shisong, Wang Jinglong, Pu Xiaolong. Advanced mathematical statistics [M]. Beijing: China Higher Education Press; Germany: Springer Press, 1998: 80－86(in Chinese)

(责任编辑:娄 嘉)