不确定切换系统的鲁棒自适应控制方案

侯砚泽 董朝阳 王 青 邓舞燕

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100191) (北京宇航系统工程研究所，北京 100076)

摘 要：针对切换信号依赖于独立决策变量的不确定切换系统，基于多Lyapunov函数方法和模型参考自适应控制理论，提出并分析一种控制器具有非线性死区特征的鲁棒自适应切换控制方案. 首先，由参考切换系统和自适应控制律集合建立闭环切换系统，而后构造Lure-Postnikov形式的多Lyapunov函数，并以一组线性矩阵不等式推导给出闭环切换系统为有界模型参考自适应控制系统的充分条件. 最后，选择HiMAT(Highly Maneuverable Aircraft Technology)飞行器包线内的5个工作点，以其纵向短周期运动模型建立切换系统，并设计具有非线性死区特征的鲁棒自适应控制器. 仿真验证了方案的有效性，结果表明系统在快速连续切换下可良好地跟踪期望轨迹.

关 键 词：切换系统；自适应控制系统；飞行动力学；控制系统综合

中图分类号：TP 273

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)04-0444-05

Robust adaptive control scheme for uncertain switched systems

Hou Yanze Dong Chaoyang Wang Qing

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Deng Wuyan

(Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: For a class of uncertain switched linear systems, based on multiple Lyapunov functions method and model reference adaptive control theory, a robust adaptive switching control scheme with controller having nonlinear deadzone character was proposed, on which the switching law evolves according to the independent decision variables. Firstly, the closed-loop switched system was constructed by reference switched system and adaptive control laws. Afterwards, using Lure-Postnikov Lyapunov function, a sufficient condition via linear matrix inequations was deduced, which guaranteed closed-loop switched system was bounded model reference adaptive control system. Finally, five operating points of HiMAT(highly maneuverable aircraft technology)vehicle within the operating envelope were selected, and the five linear decoupled models corresponding to short period dynamics of the longitudinal motion composed the switched system, and then finite robust adaptive controllers with nonlinear deadzone character were designed. Simulation shows the effectiveness of proposed method, the system trajectory well tracks desired trajectory under fast and consecutive switchings.

Key words: switched system; adaptive control system; flight dynamics; control system synthesis

切换系统由一簇连续时间或离散时间子系统以及作用于其间的切换信号组成. 由于其可以方便地描述并分析参数随机突变或随环境大范围变化的系统，因而在飞行器控制领域拥有广泛的应用前景，如飞行器自动驾驶仪设计、飞行器容错控制、大迎角机动跟踪控制等，均可抽象为切换系统的控制与综合问题. 由于切换系统控制方案的数学描述与多模型控制一致，因此切换系统自适应

收稿日期：2008-04-18

作者简介：侯砚泽(1982—)，男，辽宁抚顺人，博士生，egibus@163.com.

控制的主要研究成果大多以多模型切换控制的形式出现. 文献[1－2]分别基于公共 Lyapunov 函数和平均驻留时间方法,在局部稳定的 LTI(Linear Time-Invariant)控制器之间进行切换,但是该方法的鲁棒性不强;文献[3]建立多个辨识模型及自适应控制器,将系统状态或控制输入的泛函作为性能指标产生切换信号,控制参数缓慢变化的线性系统,但该方法计算量大且容易造成系统频繁切换. 文献[4]引入监督控制的思想,通过监督估计器(实质上为性能指标的物理实现),从控制器模型集中选择控制器,保证系统输出跟踪参考输入,但是该方法的参考输入为常值,且需要对系统参数进行估计. 同时,文献[3－4]的切换信号均根据系统运行过程中的性能泛函或其物理实现装置产生,无法全面体现切换系统中离散事件的随机性和独立性.

鉴于此,本文提出鲁棒自适应切换控制方案,其切换信号不依赖于系统状态或输入,而依赖于独立的决策变量,这样处理是为了适应一大类实际应用的需要. 例如,在飞行器控制问题中,模型之间的切换主要取决于马赫数/高度、飞行任务/模态、飞行员主观决策或特定突发事件,而并非系统运行过程中输出或跟踪误差的性能泛函等.

1　切换系统的鲁棒自适应控制结构

考虑一类线性不确定切换系统如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=(\boldsymbol{A}_\sigma+\Delta\boldsymbol{A}_\sigma)\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_\sigma\boldsymbol{u} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$,$\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^m$ 分别为状态变量和控制输入;$\sigma(t,\psi):[0,+\infty)\otimes\Psi\to\Omega=\{1,2,\cdots,M\}$ 为分段右连续的切换信号,$\psi\in\Psi$ 为独立于切换系统模型的决策变量,Ψ 为决策变量集,Ω 为模型下标集;$\{(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{B}_i),i\in\Omega\}$ 为系统标称矩阵集,$(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{B}_i)$ 可控且 $\boldsymbol{B}_i$ 列满秩;$\Delta\boldsymbol{A}_i$ 为不确定矩阵函数,满足

$$\Delta\boldsymbol{A}_i(t)=\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{\Sigma}_{A_i}(t)\boldsymbol{E}_{A_i} \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{D}_{A_i}$,$\boldsymbol{E}_{A_i}$ 为已知维数的常数矩阵;$\boldsymbol{\Sigma}_{A_i}(t)$ 为未知矩阵函数,且满足 $\boldsymbol{\Sigma}_{A_i}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Sigma}_{A_i}(t)\leqslant\boldsymbol{I}$.

切换系统(1)对应的标称系统为

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}_\sigma\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_\sigma\boldsymbol{u} \tag{3}$$

针对系统(1)的任一标称子系统,设计子参考模型,进而得到参考切换系统模型如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_m=\boldsymbol{A}_{m_\sigma}\boldsymbol{x}_m+\boldsymbol{B}_{m_\sigma}\boldsymbol{r} \tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{x}_m\in\mathbf{R}^n$,$\boldsymbol{r}\in\mathbf{R}^m$ 分别为参考状态变量和参考输入;$\{(\boldsymbol{A}_{m_i},\boldsymbol{B}_{m_i}),i\in\Omega\}$ 为参考切换系统矩阵集,$\forall i\in\Omega$,$\boldsymbol{A}_{m_i}$ Hurwitz 稳定. 需要指出,高品质的参考模型是获得良好自适应控制性能的前提,读者可参见文献[5]以获得参考模型的建立方法.

构建如下形式的自适应控制律:

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{r}+\boldsymbol{F}_\sigma\boldsymbol{x}+\boldsymbol{G}_\sigma\boldsymbol{r} \tag{5}$$

式中,$\{(\boldsymbol{F}_i,\boldsymbol{G}_i):i\in\Omega\}$ 为自适应增益矩阵集. $\forall i\in\Omega$,自适应控制律为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{F}_i&=\int_{t_s}^{t}\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau+\boldsymbol{\alpha}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{F}_i(t_s)\\\boldsymbol{G}_i&=\int_{t_s}^{t}\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau+\boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{G}_i(t_s)\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{F}_i(t_s)&=\boldsymbol{B}_i^{+}(\boldsymbol{A}_{m_i}-\boldsymbol{A}_i)\\\boldsymbol{G}_i(t_s)&=\boldsymbol{B}_i^{+}\boldsymbol{B}_{m_i}-\boldsymbol{I}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{P}_i>0$ 且 $\boldsymbol{A}_{m_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{m_i}<0$;$t_s$ 为切换时刻;$\boldsymbol{F}_i(t_s)$ 和 $\boldsymbol{G}_i(t_s)$ 为 $\boldsymbol{F}_i$ 和 $\boldsymbol{G}_i$ 被激活或再次激活时的初值;$\boldsymbol{K}_i$,$\boldsymbol{L}_i>0$;$\boldsymbol{\alpha}_i$,$\boldsymbol{\beta}_i\geqslant0$;$\boldsymbol{B}_i^{+}$ 为 $\boldsymbol{B}_i$ 的 M-P 伪逆;$\boldsymbol{e}$ 的定义见式(8).

系统工作原理为根据信号 $\sigma(t,\psi)$ 切换到指定子系统,并激活相应的 $(\boldsymbol{F}_i,\boldsymbol{G}_i)$ 和 $(\boldsymbol{A}_{m_i},\boldsymbol{B}_{m_i})$ 对系统(1)进行控制,如图 1.

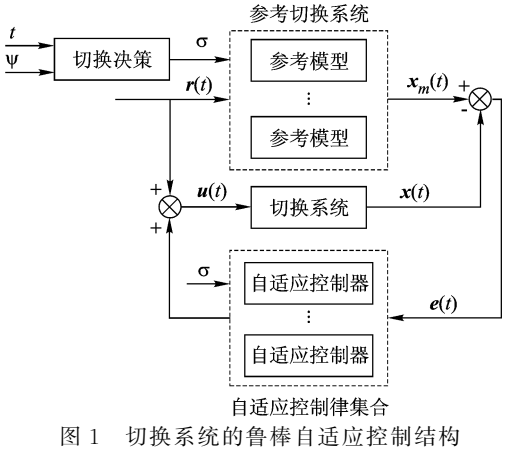


图 1　切换系统的鲁棒自适应控制结构

下面给出本文所需研究的问题. 定义广义状态误差如式(8),得到闭环切换系统如式(9).

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{x}_m-\boldsymbol{x} \tag{8}$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{A}_{m_\sigma}\boldsymbol{e}+(\boldsymbol{A}_{m_\sigma}-\boldsymbol{A}_\sigma-\Delta\boldsymbol{A}_\sigma-\boldsymbol{B}_\sigma\boldsymbol{F}_\sigma)\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{B}_{m_\sigma}-\boldsymbol{B}_\sigma-\boldsymbol{B}_\sigma\boldsymbol{G}_\sigma)\boldsymbol{r} \tag{9}$$

本文将以线性矩阵不等式形式分析给出一组充分条件,使得参考切换系统(4)输入对状态 $\mathcal{L}_2$ 范数一致有界且闭环切换系统(9)在 $\sigma(t,\psi)$ 作用下误差一致有界. 由式(8)易知,该条件可以保证切换系统状态有效跟踪参考切换系统状态.

2　闭环切换系统的稳定性分析

引理 1　设 $\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^p$,$\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^q$,$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 为适维常数矩阵,θ 为任意正常数,则对任意满足 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\cdot$

$\boldsymbol{X}(t)\leqslant\boldsymbol{I}$ 的矩阵 $\boldsymbol{X}(t)$，有下式成立：

$$2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{X}\boldsymbol{N}\boldsymbol{y}\leqslant\theta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+\theta^{-1}\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}\boldsymbol{y}\quad(10)$$

定理 1 若存在正常数 δ_i 和 ε_i，使得 $\forall i\in\Omega$，下述线性矩阵不等式组有正定解矩阵 $\boldsymbol{P}$：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{m_i}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{m_i}+\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}+\delta_i\boldsymbol{P} & \sqrt{2\varepsilon_i}\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\\ \sqrt{2\varepsilon_i}\boldsymbol{D}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & -\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0\quad(11)$$

则存在具有非线性死区特征的自适应控制律，使得闭环切换系统(9)在切换信号 $\sigma(t,\psi)$ 作用下为有界模型参考自适应控制系统.

证明 由公式(11)，结合 Schur 补引理可以得到

$$\boldsymbol{A}_{m_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{m_i}+2\varepsilon_i\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{D}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}+\delta_i\boldsymbol{P}<0\quad(12)$$

选择正常数 R 如下：

$$R=\sup_{i\in\Omega}\left(\frac{\varepsilon_i^{-1}\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})\parallel\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}\parallel\parallel\boldsymbol{x}_m\parallel^2}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Z}_i)}\right)+\eta$$
$$\boldsymbol{Z}_i=\delta_i\boldsymbol{P}>0\qquad\eta>0\quad(13)$$

式中 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 分别表示矩阵最大和最小的特征值.

由式(12)易知，参考切换系统(4)具有公共 Lyapunov 函数，故系统(4)输入对状态 $\mathcal{L}_2$ 范数一致有界[6]. 进而可知，若 $\boldsymbol{r}$ 有界分段连续，则 $\boldsymbol{x}_m$ 必有界，也即 R 的上界必存在.

定义如式(14)的时间域 T_1 和 T_2，显然有 $T_1\cup T_2=\mathbf{R}^+$ 成立. 需要指出，由于误差轨迹 $\boldsymbol{e}$ 在切换时刻连续，故在切换时刻 $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}$ 值不变，也即切换不会造成系统在 T_1 和 T_2 之间跳变.

$$\left.\begin{aligned}T_1&\triangleq\{t\mid\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\leqslant R\}\\ T_2&\triangleq\{t\mid\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}>R\}\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

依照式(6)、式(7)确定自适应控制律 $\boldsymbol{F}_i$ 和 $\boldsymbol{G}_i$，并加以修正使其具有非线性死区特征，即当 $t\in T_1$ 时，取 $\mathrm{d}\boldsymbol{F}_i(t)/\mathrm{d}t=\mathrm{d}\boldsymbol{G}_i(t)/\mathrm{d}t=0$.

设修正后的非线性自适应控制律为 $\overline{\boldsymbol{F}}_i$ 和 $\overline{\boldsymbol{G}}_i$，将其表示为

$$\left.\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{F}}_i&=\boldsymbol{F}_i^{\Delta}+\boldsymbol{F}_i(t_{\mathrm{s}})\\ \overline{\boldsymbol{G}}_i&=\boldsymbol{G}_i^{\Delta}+\boldsymbol{G}_i(t_{\mathrm{s}})\end{aligned}\right\}\quad(15)$$

下面构造闭环切换系统 Lure-Postnikov 形式的 Lyapunov 函数，首先探讨其在任意子系统内导数的半负定性，而后采用多 Lyapunov 函数方法，证明其在切换信号 $\sigma(t,\psi)$ 下的单调性.

取 Lyapunov 函数如下：

$$V_\sigma=\begin{cases}R+H_\sigma & t\in T_1\\ \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}+2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^{\mathrm{s}},t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\cdot\\ \quad\Big(\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^{\mathrm{s}},t')}\boldsymbol{K}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau\Big)\boldsymbol{x}\,\mathrm{d}t'+\\ \quad2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^{\mathrm{s}},t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\cdot\\ \quad\Big(\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^{\mathrm{s}},t')}\boldsymbol{L}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau\Big)\boldsymbol{r}\,\mathrm{d}t'+\\ \quad2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^{\mathrm{s}},t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\,\mathrm{d}t'+\\ \quad2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^{\mathrm{s}},t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}\,\mathrm{d}t' & t\in T_2\end{cases}\quad(16)$$

式中，$\Im(t_i^0,t_i^{\mathrm{s}},t)\triangleq[t_i^0,t_?^1)\cup[t_i^2,t_?^3)\cup\cdots\cup[t_i^{\mathrm{s}},t)$ 表示子系统 i 工作时间总和，t_i^0 为其首次激活时刻，t_i^{s} 为其最近一次激活时刻，$t_i^2,t_i^4,\cdots$ 为 t_i^0 与 t_i^{s} 之间有限次激活时刻，$t_?^1,t_?^3,\cdots$ 表示子系统 i 退出工作并切换到某一子系统(式中以“?”标记)；$H_\sigma\geqslant0$ 为 $t\in T_1$ 时自适应调节机构的能量.

以下研究闭环切换系统 Lyapunov 函数导数的半负定性. $\forall i\in\Omega$，不难发现：

$$\left.\begin{aligned}V_i&\geqslant R>0\quad\forall t\in\mathbf{R}^+\\ \dot V_i&=0\qquad\forall t\in T_1\end{aligned}\right\}\quad(17)$$

而 $\forall t\in T_2$，有

$$\dot V_i=\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\dot{\boldsymbol{e}}+2(\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\Big(\int_{t_i^{\mathrm{s}}}^t\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau\Big)\boldsymbol{x}+2(\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+2(\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\Big(\int_{t_i^{\mathrm{s}}}^t\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau\Big)\boldsymbol{r}+2(\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}\quad(18)$$

将式(7)和式(15)代入式(9)，得

$$\dot{\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{A}_{m_i}\boldsymbol{e}-(\Delta\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i^{\Delta})\boldsymbol{x}-\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{G}_i^{\Delta}\boldsymbol{r}\quad(19)$$

将式(19)代入式(18)，得

$$\dot V_i=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_{m_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{m_i})\boldsymbol{e}-2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{\Sigma}_{A_i}(t)\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{x}\quad(20)$$

考虑到 $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}>R$ 时，有

$$\lambda_{\max}\boldsymbol{P}\parallel\boldsymbol{e}\parallel^2>R>\sup_{i\in\Omega}\left(\frac{\varepsilon_i^{-1}\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})\parallel\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}\parallel\parallel\boldsymbol{x}_m\parallel^2}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Z}_i)}\right)\quad(21)$$

即得

$$\lambda_{\min}(\boldsymbol{Z}_i)\parallel\boldsymbol{e}\parallel^2>\varepsilon_i^{-1}\parallel\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}\parallel\parallel\boldsymbol{x}_m\parallel^2\quad(22)$$

将式(12)代入式(20),结合引理 1 和式(22)得到

$$\begin{aligned}\dot{V}_i=&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}_i}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{m_i})\boldsymbol{e}+2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{\Sigma}_{A_i}(t)\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{e}-\\&2\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{\Sigma}_{A_i}(t)\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{x}_m<\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_{m_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{m_i})\boldsymbol{e}+\\&\varepsilon_i\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{D}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}+\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{e}+\\&\varepsilon_i\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{D}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}+\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{x}_m=\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_{m_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{m_i}+2\varepsilon_i\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}_{A_i}\boldsymbol{D}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i})\boldsymbol{e}+\\&\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{x}_m<\\&-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\delta_i\boldsymbol{P})\boldsymbol{e}+\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{x}_m^{-1}\boldsymbol{E}_{A_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{x}_m<\\&-\lambda_{\min}(\boldsymbol{Z}_i)\parallel\boldsymbol{e}\parallel^2+\varepsilon_i^{-1}\parallel\boldsymbol{E}_{A_i}\boldsymbol{E}_{A_i}\parallel\parallel\boldsymbol{x}_m\parallel^2<0\end{aligned}\tag{23}$$

由式(17)和式(23)知 $\forall t\in\mathbf{R}^+,\dot{V}_i\leqslant 0$. 以下证明 V_σ 在切换序列下满足多 Lyapunov 函数方法判定系统稳定的条件. 为了方便,记 V_σ 中积分项如下:

$$\begin{aligned}&\int_{\Im(t_i^0,t_i^s,t)}(\Gamma(\boldsymbol{K}_\sigma,\boldsymbol{L}_\sigma,\boldsymbol{\alpha}_\sigma,\boldsymbol{\beta}_\sigma),\\&\Phi(\boldsymbol{A}_\sigma,\boldsymbol{B}_\sigma),X(\boldsymbol{e},\boldsymbol{x},\boldsymbol{r}))=\\&\begin{cases}H_\sigma & t\in T_1\\ 2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^s,t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\Big(\int_{\Im(t_i^0,t_i^s,t')}\boldsymbol{K}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau\Big)\boldsymbol{x}\,\mathrm{d}t'+\\ 2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^s,t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\Big(\int_{\Im(t_i^0,t_i^s,t')}\boldsymbol{L}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau\Big)\boldsymbol{r}\,\mathrm{d}t'+\\ 2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^s,t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t'+\\ 2\displaystyle\int_{\Im(t_i^0,t_i^s,t)}(\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_\sigma\boldsymbol{B}_\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}\mathrm{d}t' & t\in T_2\end{cases}\end{aligned}\tag{24}$$

不失一般性,假设子系统 m 在 t_m^p 和 t_m^q 时刻相继激活且满足 $q=p+2$,子系统 n 在 $t_n^r\in(t_m^p,t_m^q)$ 时刻被激活,并在时间段 $[t_n^r,t_m^q)$ 内工作. 考虑到 $\forall t\in\mathbf{R}^+,\dot{V}_i\leqslant 0$,且误差轨迹 $\boldsymbol{e}$ 在任意切换点连续,故有

$$\begin{aligned}&V_n(t_n^r)\geqslant V_n(t_m^{q-})\Rightarrow\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_n^r)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_n^r)+\int_{\Im(t_n^0,t_n^r,t_n^r)}(\Gamma,\Phi,X)\geqslant\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_m^{q-})\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_m^{q-})+\int_{\Im(t_n^0,t_n^r,t_m^{q-})}(\Gamma,\Phi,X)\Rightarrow\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_n^r)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_n^r)\geqslant\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_m^{q-})\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_m^{q-})\Rightarrow\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_n^{r-})\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_n^{r-})\geqslant\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_m^q)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_m^q)\end{aligned}\tag{25}$$

进一步,由式(25)有

$$\begin{aligned}&V_m(t_n^{r-})=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_n^{r-})\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_n^{r-})+\\&\int_{\Im(t_m^0,t_m^p,t_n^{r-})}(\Gamma,\Phi,X)\geqslant\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t_m^q)\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t_m^q)+\int_{\Im(t_m^0,t_m^q,t_m^q)}(\Gamma,\Phi,X)=V_m(t_m^q)\end{aligned}\tag{26}$$

即子系统 m 再次激活时,其 Lyapunov 函数值不大于系统上次退出工作时的 Lyapunov 函数值,显然也不大于上次激活时的 Lyapunov 函数值,故由多 Lyapunov 函数方法易知系统能量单调不增[6]. 进一步,考虑到 $\forall t\in T_2,\dot{V}_i<0$,故系统在 T_2 内停留时间必有限且最终进入 T_1 内,即 $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}\leqslant R$,若初始误差 $\boldsymbol{e}(0)$ 有界,则 $\boldsymbol{e}$ 一致有界. **证毕**

3　仿真研究

本节取 HiMAT 飞行器飞行包线内 5 个特征点处的纵向线性小扰动方程,构建线性切换系统,如表 1,表中飞行状态标号与文献[7]中的图2-2相对应. 假定飞行包线内特征点处的系统模型可代表其邻域内的动态特征,飞行器在仿真时间内处于 5 个飞行状态邻域的并集中.

表 1　HiMAT 飞行器纵向运动的 5 个特征状态

飞行状态	马赫数 Ma	高度 H/km	迎角 α/(°)
2	0.4	0.762	1.49
3	0.6	0.762	0.69
4	0.5	1.524	1.02
5	0.4	3.048	2.17
6	0.7	3.048	0.73

切换系统模型如下:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}&=(\boldsymbol{A}_\sigma+\Delta\boldsymbol{A}_\sigma)\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_\sigma\boldsymbol{u}\\\boldsymbol{x}(0)&=(0,0)^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\}\tag{27}$$

其中,$\boldsymbol{x}=(\alpha,q)^{\mathrm{T}}$,各分量分别为迎角和俯仰角速率;$\boldsymbol{u}=(\xi_{\mathrm{e}},\xi_{\mathrm{c}})^{\mathrm{T}}$,各分量分别为升降副翼摆角和鸭翼摆角;$\sigma(t,Ma,H)\rightarrow\Omega=\{2,3,4,5,6\}$,即根据传感器获得的马赫数及高度判定所属的邻域,切换到相应的子参考模型和自适应控制器. 系统中各矩阵具体数据参见文献[7],不确定性描述如下:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{D}_{A_i}&=\boldsymbol{E}_{A_i}=\begin{bmatrix}0.3&0.3\\0.3&0.3\end{bmatrix}\\\boldsymbol{\Sigma}_{A_1}(t)&=\boldsymbol{\Sigma}_{A_2}(t)=\boldsymbol{I}\sin t\end{aligned}\right\}\tag{28}$$

为了方便,参考切换系统的子系统特征根均选取为 $-3.92\pm4\mathrm{i}$,依照文献[5]即可设计获得参考模型,进而构建参考切换系统. 选取 $\delta_i=2,\varepsilon_i=1$,通过计算可知使定理 1 成立的解矩阵 $\boldsymbol{P}>0$ 存在,故系统在非线性自适应控制律及 $\sigma(t,Ma,H)$ 作用下为有界模型参考自适应控制系统.

选取自适应控制律增益如下:

$$\boldsymbol{K}_i=\boldsymbol{L}_i=\boldsymbol{\alpha}_i=\boldsymbol{\beta}_i=100\boldsymbol{I}\tag{29}$$

仿真时假定切换信号 $\sigma(t,Ma,H)$ 如式(30),即HiMAT飞行器的飞行轨迹为2—4—5—6—3.

$$\sigma(t,Ma,H)=\begin{cases}2 & 0\ \mathrm{s}\leqslant t<5\ \mathrm{s}\\ 4 & 5\ \mathrm{s}\leqslant t<12\ \mathrm{s}\\ 5 & 12\ \mathrm{s}\leqslant t<18\ \mathrm{s}\\ 6 & 18\ \mathrm{s}\leqslant t<25\ \mathrm{s}\\ 3 & 25\ \mathrm{s}\leqslant t<30\ \mathrm{s}\end{cases}\quad(30)$$

仿真结果如图2和图3所示.

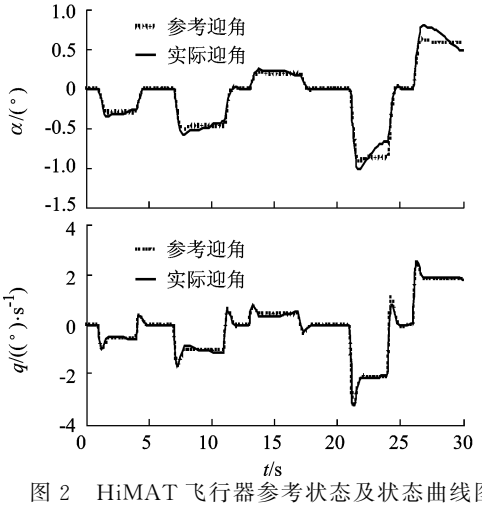


图2 HiMAT飞行器参考状态及状态曲线图

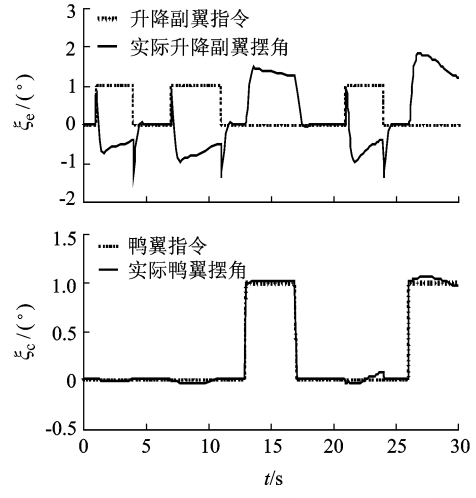


图3 HiMAT飞行器指令及实际摆角曲线图

由图2和图3可见,在系统存在不确定性的情况下,切换系统的状态变量能够良好地跟踪参考状态变量,且执行器的控制量幅值可以接受,验证了方案的有效性.

4 结束语

本文基于多Lyapunov函数方法和模型参考自适应控制理论,提出一种具有非线性死区特征的鲁棒自适应切换控制方案,该方案的切换信号依赖于独立的决策变量,契合实际应用需要,切换速度快且设计方便;同时,以线性矩阵不等式的形式推导给出闭环切换系统为有界模型参考自适应系统的充分条件.通过HiMAT飞行器仿真表明,切换系统的状态变量良好地跟踪参考状态变量,跟踪误差收敛迅速并且一致有界,有效地抑制了切换系统的参数不确定性.

参考文献(References)

[1] Zhivoglyadov P V, Middleton R H, Fu M. Further results on localization-based switching adaptive control[J]. Automatica, 2001,37:257—263

[2] Anderson B D O, Brinsmead T S, Liberzon D, et al. Multiple model adaptive control with safe switching [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Process,2001, 15:445—470

[3] Narendra K S, Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997,42(2):171—187

[4] Morse A S. Supervisory control of families of linear set-point controllers, part I: exact matching[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1996,41(10):1413—1431

[5] 周军,周凤岐.线性多变量模型跟踪控制系统的参考模型设计[J].控制理论与应用, 1997,14(2):283—286
Zhou Jun, Zhou Fengqi. Research on reference model design for linear multivariable model following control systems[J]. Control Theory and Applications,1997,14(2):283—286(in Chinese)

[6] Liberzon D. Switching in systems and control [M]. Boston: Birkhauser,2003

[7] Hartmann G L, Barrett M F, Greene C S. Control design for an unstable vehicle[R]. NASA CR-170393, 1979

(责任编辑:文丽芳)