新型八轮月球车不同运动学建模方法及分析

禹鑫燚 高海波 邓宗全

(哈尔滨工业大学 机器人技术与系统国家重点实验室，哈尔滨 150001)

摘 要：为使月球车具有更好的自主导航能力，完成崎岖地形路径规划和崎岖地形可通过性仿真测试，必须建立相应的运动学模型.针对提出的新型八轮移动子系统构型月球车和地形特征，利用不同的坐标系定义和建模方法建立了八轮月球车的3种不同运动学模型：关节机器人D-H坐标建模方法运动模型、平面几何运动学关系和三维几何运动学关系运动学模型.在此基础上对建立的3种运动学模型进行分析对比，提出了3种运动学模型的适用条件和范围.最后指出构建的运动学方程可以作为月球车多轮协调运动控制模型和月球车仿真环境中运动关系的求解器模型.

关 键 词：运动学模型；月球车；Denavit-Hartenberg变换

中图分类号：V 41

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)04-0457-07

Different kinematics modeling method and analyzing of new lunar rover with eight wheels

Yu Xinyi Gao Haibo Deng Zongquan

(State Key Laboratory of Technology System on Robot, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: In order to improve lunar rover's autonomous navigation, path planning and simulation of trafficability in rough terrain, different kinematics models should be made. A new type of lunar rover was presented and three different kinematics models were made based on rover's mechanical characterization and contact situation between terrain and rover. Using D-H transform modeling method of joint robot, plane geometry kinematics relation and 3D geometry kinematics relation, three types of kinematics models of eight-wheel torsion bar rocker-bogie lunar rover were deduced. Then the comparative analysis on three different kinematics models was produced with their respective application conditions and scope. The new lunar rover's kinematics model can be as model of multi-wheels coordinated motion control and kinematics solver of rover in simulation environment.

Key words: kinematics model; lunar rover; Denavit-Hartenberg transform

近些年来，各国设计出多种探测车机构类型：美国的火星车索杰娜、勇气号和机遇号等一系列探测车均采用了Rocker-bogie(摇杆摇臂式)[1-2]；上海航天局牵头研制的月面巡视探测器原理样车MR-2，MR-3，也均采用Rocker-bogie；中国空间技术院牵头研制的月球车原理样车也采用Rocker-bogie；哈尔滨工业大学也推出了多款型号月球车移动子系统：仿索杰娜式和六圆柱圆锥关节式月球车[3-4].为使月球车具有更好的自主适应能力，实现对其更好的控制，必须建立相应的运动学和动力学模型.同时在路径规划和崎岖地形可通过性仿真测试中也必须建立相应的运动学模型.在实际控制、姿态估计及仿真中采用的运动学模型存在差异性.本文以扭杆双摇杆摇臂月球车原理样机为研究对象，分别利用关节机器人D-H坐标建模方法、平面几何运动学关系和三维

收稿日期：2008-04-23

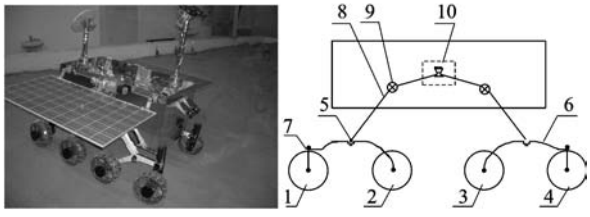
基金项目：国家863计划资助项目(2006AA04Z231)；黑龙江省自然科学基金重点资助项目(ZJG0709)

作者简介：禹鑫燚(1979—)，男，浙江余姚人，博士生，yuxinyinet@163.com.

几何运动学关系构建月球车运动学模型.并对不同运动学模型进行了分析对比,提出了3种运动学模型的适用条件和范围.

1 新型月球车移动子系统构型简介

八轮扭杆双摇杆摇臂关节式月球车地面原理样机和机构简图如图1所示.该移动子系统具有良好的运动性能,其底盘悬架机构能够被动的适应复杂地形的变化.其机械本体结构由车体、悬架和差速机构构成,悬架由2组摇臂和摇杆组成,每侧有4个驱动轮和2个转向装置.车轮采用弹性筛网轮,用来加强月球车在松软土地上的运动能力,减小刚性车轮移动时产生的振动.



1,2,3,4—车轮;5—自由关节;6—摇臂;7—转向装置;
8—扭杆压臂;9—扭杆;10—差速机构.

图1 八轮扭杆双摇杆摇臂月球车原理样机及机构简图

2 基于D-H坐标的运动模型

2.1 月球车D-H坐标运动学模型描述

对于月球车连杆和关节运动学模型,可以沿用工业机器人D-H方法建模(用4个参数:a_i,α_i,d_i和θ_i表示每个连杆之间的关系[5]).但月球车车轮与地面相接触属于闭链形式,其变换矩阵与通用工业机器人的定义不同.首先假设轮子和地面单点、刚性接触.车轮与地形的接触如图2所示.从坐标系W_i到C_i的变换矩阵为

$$ {}^{W_i}\boldsymbol{T}_{C_i}(\delta_i)=\begin{bmatrix}\cos\delta_i & 0 & \sin\delta_i & -r\sin\delta_i\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin\delta_i & 0 & \cos\delta_i & -r\cos\delta_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{1}$$

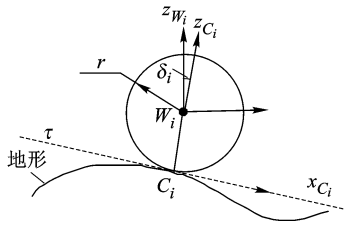
当车轮在地面上运动时存在车轮滚动滑移w、侧滑v、以及转向滑移u,记$\boldsymbol{\eta}_i=[v,w,u]^{\mathrm{T}}$.在每个时间间隔$\Delta t$中车轮运动接地点$C_i(t-\Delta t)$时刻到$C_i(t)$时刻的转换矩阵可用${}^{C_i(t-\Delta t)}\boldsymbol{T}_{C_i(t)}$[6]表示,并简记为${}^{C_i'}\boldsymbol{T}_{C_i}$.

根据月球车D-H变换关系的定义,从车体到车轮的相似变换矩阵为

$$ {}^{R}\boldsymbol{T}_{W_i}={}^{R}\boldsymbol{T}_{D}\,{}^{D}\boldsymbol{T}_{B_i}\cdots{}^{B_i}\boldsymbol{T}_{S_i}\,{}^{S_i}\boldsymbol{T}_{W_i}\quad i=1,2,\cdots,8 \tag{2}$$

利用式(3)得到滑移状态下车轮接地点到车体坐标系的转换矩阵:

$$ {}^{C_i'}\boldsymbol{T}_{R}={}^{C_i'}\boldsymbol{T}_{C_i}(\boldsymbol{\eta})\cdot{}^{C_i}\boldsymbol{T}_{W_i}(\delta_i)\cdot{}^{W_i}\boldsymbol{T}_{R}(\boldsymbol{q}) \tag{3}$$



τ—轮地接触点C_i切线;r—车轮半径;
$C_i(i=1,\cdots,n)$—定义在轮子与地面接触点C_i的坐标系;
W_i—定义在车轮轴上的坐标系;δ_i—接触角,
即z_{W_i}轴和z_{C_i}轴的夹角.

图2 轮地接触坐标系建立示意图

为了量化月球车的运动,使月球车配置速度向量$\dot{\boldsymbol{u}}=[\dot{x},\dot{y},\dot{z},\dot{\phi}_x,\dot{\phi}_y,\dot{\phi}_z]^{\mathrm{T}}$.其中,$\dot{x}$为车体侧向速度;$\dot{y}$为车体前进方向速度;$\dot{z}$为车体上下速度;$\dot{\phi}_x$为车体偏航角速度;$\dot{\phi}_y$为车体俯仰角速度;$\dot{\phi}_z$为车体横滚角速度.关节的角速度$\dot{\boldsymbol{q}}=[\dot{m},\dot{n}]^{\mathrm{T}}$,车轮滚动速度$\dot{\theta}_i$和滑移速度$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i$相联系,引入月球车$t-\Delta t$到$t$时刻的转换矩阵${}^{R'}\boldsymbol{T}_R={}^{R'}\boldsymbol{T}_{C_i'}\,{}^{C_i'}\boldsymbol{T}_R$.由于${}^{R'}\boldsymbol{T}_{C_i'}$和时间无关,故

$$ {}^{R'}\dot{\boldsymbol{T}}_R={}^{R'}\boldsymbol{T}_{C_i'}\,{}^{C_i'}\dot{\boldsymbol{T}}_R \tag{4}$$

其中${}^{C_i'}\dot{\boldsymbol{T}}_R$表示月球车车体参考坐标系$R$和第$i$个车轮接地点坐标系$C_i'$之间的变换矩阵.

$$ {}^{C_i'}\dot{\boldsymbol{T}}_R=\frac{\partial{}^{C_i}\boldsymbol{T}_R}{\partial\boldsymbol{q}}\dot{\boldsymbol{q}}+\frac{\partial{}^{C_i}\boldsymbol{T}_R}{\partial\theta_i}\dot{\theta}_i+\frac{\partial{}^{C_i}\boldsymbol{T}_R}{\partial\boldsymbol{\eta}_i}\dot{\boldsymbol{\eta}}_i+\frac{\partial{}^{C_i}\boldsymbol{T}_R}{\partial\delta_i}\dot{\delta}_i \tag{5}$$

再根据工业机器人矩阵变换微分的定义得到的变换矩阵${}^{R'}\dot{\boldsymbol{T}}_R$[7],综合式(2)~式(5),计算等式(4)两边各矩阵的量,使其一一对应,得到描述单个车轮接地点运动与月球车车体运动之间的关系式(见式(6)).

$$ \dot{\boldsymbol{u}}=[\dot{x},\dot{y},\dot{z},\dot{\phi}_x,\dot{\phi}_y,\dot{\phi}_z]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{J}_i[\dot{\boldsymbol{q}},\dot{\theta}_i,\dot{\boldsymbol{\eta}}_i,\dot{\delta}_i]^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

其中,$\boldsymbol{J}_i$为$n\times(\bar{q}+m)$维车轮雅克比矩阵,$\bar{q}$为关节向量$\boldsymbol{q}$的维数.

2.2 八轮月球车D-H方法的运动学建模

由前述月球车D-H运动学建模方法,建立八轮扭杆双摇杆摇臂月球车左侧坐标系如图3所示,右侧类同.坐标系中月球车各关节点和车轮所对应的D-H参数如表1所示.根据式(1)~式(6)求解得到:

1) 当车轮为转向轮($i=1,7,2,8$)时,车体坐标系到车轮的变换关系为

$$\dot{\boldsymbol{u}}=\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\\ \dot{\phi}_x\\ \dot{\phi}_y\\ \dot{\phi}_z\end{bmatrix}=\boldsymbol{J}_i\cdot\begin{bmatrix}\dot{m}\\ \dot{n}_j\\ \dot{p}_j\\ \dot{\delta}_i\\ \dot{\theta}_i\\ \dot{u}_i\\ \dot{v}_i\\ \dot{w}_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} & J_{17} & J_{18}\\ 0 & 0 & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} & J_{27} & J_{28}\\ 0 & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} & J_{37} & J_{38}\\ 0 & 0 & J_{43} & J_{44} & 0 & J_{46} & 0 & 0\\ -1 & -1 & 0 & J_{54} & 0 & J_{56} & 0 & 0\\ 0 & 0 & J_{63} & J_{64} & 0 & J_{66} & 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\dot{m}\\ \dot{n}_j\\ \dot{p}_j\\ \dot{\delta}_i\\ \dot{\theta}_i\\ \dot{u}_i\\ \dot{v}_i\\ \dot{w}_i\end{bmatrix}\tag{7}$$

其中,$\dot{m}$ 为摇臂旋转角速度;$\dot{n}_j$ 为副摇臂旋转角速度;$\dot{p}_j$ 为转向装置旋转角速度;$\dot{\delta}_i$ 为轮地接触角速度;$\dot{\theta}_i$ 为车轮滚动角速度;$\dot{u}_i$ 为车轮转向滑移速率;$\dot{v}_i$ 为车轮侧向滑移速率;$\dot{w}_i$ 为车轮滚动滑移速率;令 k_1 为扭杆压臂夹角一半,k_3 为车体宽度一半,k_4 为扭杆压臂长度,k_5 为副摇臂水平长度一半,k_6 为转向架与车轮轴距离,k_7 为车轮半径,则

$$J_{12}=-k_4\cos(a_ik_1+b_im)$$
$$J_{13}=-b_ik_3\cos(b_im+n_j)$$
$$J_{14}=0.5a_ik_5\sin(b_im+n_j+p_j)+0.5a_ik_5\sin(b_im+n_j-p_j)+0.5b_ik_3\cos(b_im+n_j+p_j)-0.5b_ik_3\cos(b_im+n_j-p_j)-0.5k_6\cos(b_im+n_j+p_j)-0.5k_6\cos(b_im+n_j-p_j)-0.5k_4\cos(p_j+a_ik_1+b_im)-0.5k_4\cos(-p_j+a_ik_1+b_im)$$
$$J_{15}=0.25k_7\cos(q_i+b_im+n_j+p_j)+0.25k_7\cos(q_i+b_im+n_j-p_j)+0.25k_7\cos(-q_i+b_im+n_j+p_j)+0.25k_7\cos(-q_i+b_im+n_j-p_j)+0.5k_7\cos(b_im+n_j+\delta_i)-0.5k_7\cos(b_im+n_j-\delta_i)$$
$$J_{63}=-\cos(b_im+n_j)$$
$$J_{64}=0.5\cos(b_im+n_j+p_j)-0.5\cos(b_im+n_j-p_j)$$
$$b_i=\begin{cases}1 & i=1,7\\ -1 & i=2,8\end{cases}$$
$$a_i=\begin{cases}1 & i=2,7\\ -1 & i=1,8\end{cases}$$
$$j=\begin{cases}i & i=1,2\\ i-4 & i=7,8\end{cases}$$

由于篇幅原因,只列出 $\boldsymbol{J}_i$ 中的几项.

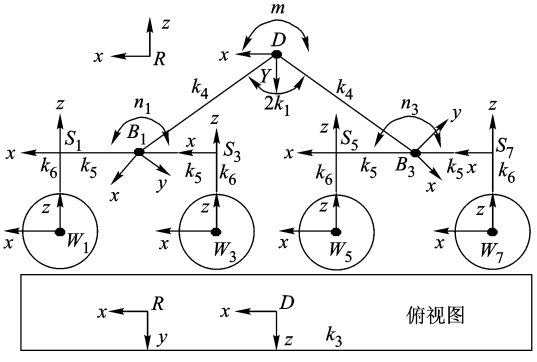


图 3　八轮月球车各关节坐标系关系

2) 当车轮为非转向轮($i=3,4,5,6$)时,车体坐标系到车轮的变换关系为

$$\dot{\boldsymbol{u}}=\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\\ \dot{\phi}_x\\ \dot{\phi}_y\\ \dot{\phi}_z\end{bmatrix}=\boldsymbol{J}_{s_i}\cdot\begin{bmatrix}\dot{m}\\ \dot{n}_{i-2}\\ \dot{\delta}_i\\ \dot{\theta}_i\\ \dot{u}_i\\ \dot{v}_i\\ \dot{w}_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & J_{s_{12}} & J_{s_{13}} & J_{s_{14}} & J_{s_{15}} & 0 & J_{s_{17}}\\ 0 & 0 & 0 & J_0 & J_{s_{25}} & 1 & 0\\ 0 & J_{s_{32}} & J_{s_{33}} & J_{s_{34}} & J_{s_{35}} & 0 & J_{s_{37}}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{s_{45}} & 0 & 0\\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{s_{65}} & 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\dot{m}\\ \dot{n}_{i-2}\\ \dot{\delta}_i\\ \dot{\theta}_i\\ \dot{u}_i\\ \dot{v}_i\\ \dot{w}_i\end{bmatrix}\tag{8}$$

其中

$$J_{s_{12}}=-k_4\cos(a_ik_1+b_im)$$
$$J_{s_{14}}=k_7\cos(b_im+n_{i-2}+\delta_i)$$
$$J_{s_{13}}=-k_6\cos(b_im+n_{i-2})-a_ik_5\sin(b_im+n_{i-2})-k_4\cos(a_ik_1+b_im)$$
$$J_{s_{65}}=\cos(b_im+n_{i-2}+p_i)$$

$$b_i=\begin{cases}1 & i=3,5\\ -1 & i=4,6\end{cases}$$

$$a_i=\begin{cases}1 & i=4,5\\ -1 & i=3,6\end{cases}$$

表 1 八轮月球车 D-H 参数

坐标系	γ/(°)	d	a	A/(°)
D	0	0	0	−90
B_1	90−k_1+m	k_3	k_4	0
B_2	90−k_1−m	−k_3	k_4	0
B_3	90+k_1+m	k_3	k_4	0
B_4	90+k_1−m	−k_3	k_4	0
S_1	n1+k_1−90	0	k_5	90
S_2	n_2+k_1−90	0	k_5	90
S_3	n_1+k_1−90	0	−k_5	90
S_4	n_2+k_1−90	0	−k_5	90
S_5	n_3−90−k_1	0	k_5	90
S_6	n_4−90−k_1	0	k_5	90
S_7	n_3−90−k_1	0	−k_5	90
S_8	n_4−90−k_1	0	−k_5	90
A_1	p_1	−k_6	0	0
A_2	p_2	−k_6	0	0
A_3	0	−k_6	0	0
A_4	0	−k_6	0	0
A_5	0	−k_6	0	0
A_6	0	−k_6	0	0
A_7	p_3	−k_6	0	0
A_8	p_4	−k_6	0	0

2.3 基于 D-H 方法的逆运动学驱动模型

为了使控制模型简化，不考虑 $\dot{u}$，$\dot{v}$ 和 $\dot{w}$，保留车轮与地面的接触角. 由于地形的情况是不确定的，在推导逆运动学时忽略轮地接触角的变化，即 $\dot{\delta}_i=0$，得到驱动轮速度关系式：

1) 当 $i=1,2,7,8$ 时，由式(7)对应项相等得

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}&=J_{12}\dot{n}_j+J_{13}p_j+J_{14}\dot{\delta}_i+\\&\quad J_{15}\dot{\theta}_i+J_{16}\dot{u}_i+J_{17}\dot{v}_i+J_{18}\dot{w}_i\\ \dot{\phi}_z&=J_{63}\dot{p}_j+J_{64}\dot{\delta}_i+J_{66}\dot{u}_i\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

根据模型简化条件得

$$\dot{\theta}_i=(\dot{x}-J_{12}\dot{n}_j-J_{13}\dot{\phi}_z/J_{63})/J_{15}$$

2) 当 $i=3,4,5,6$ 时，由式(8)同理可得

$$\dot{\theta}_i=(\dot{x}-J_{s_{12}}\dot{n}_{i-2}-J_{s_{13}}\dot{\delta}_i)/J_{s_{14}}\tag{10}$$

2.4 基于 D-H 方法的逆运动学转向模型

由于八轮月球车属于过约束型，在转向时不是全轮转向，必存在不可转向车轮($p_j=0$)的转向滑移，且其为非转向车轮 i 的前进速度，记为 $\dot{\phi}_i$. 同样忽略轮地接触角的变化.

1) 当 $i=3,4,5,6$ 时，由式(8)得到

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}&=J_{s_{12}}\dot{n}_{i-2}+J_{s_{13}}\dot{\delta}_i+J_{s_{14}}\dot{\theta}_i+J_{s_{15}}\dot{u}_i+J_{s_{17}}\dot{w}_i\\ \dot{\phi}_z&=J_{s_{65}}\dot{u}_i\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

根据模型简化条件，由式(11)得

$$\left.\begin{aligned}\dot{\theta}_i&=(\dot{x}+\cos(a_ik_1+b_im)\cdot k_4\cdot\dot{n}_{i-2}-\\&\quad b_ik_3\dot{\phi}_z)/\cos(b_im+n_{i-2})\\ \dot{\phi}_i&=\phi_z/\cos(b_im+n_{i-2})\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

则非转向车轮 i 的瞬时转向半径 r_{C_i} 为

$$r_{C_i}=\dot{x}_i/\dot{\phi}_i=(\dot{x}+\cos(a_ik_1+b_im)\cdot k_4\dot{n}^{i-2}-b_ik_3\dot{\phi}_z)/\dot{\phi}_z\tag{13}$$

从而非转向车轮 i 的转向中心为

$$L_i={}^R\boldsymbol{T}_{C_i}\cdot\boldsymbol{y}_{C_i}\tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{y}_{C_i}=[0\quad r_{C_i}\quad 0\quad 1]^{\mathrm{T}}$. 在实际应用中一般采用平均转向中心 L_{R}，其值为 4 个转向中心的平均值.

2) 当 $i=1,2,7,8$ 时，同理得目标转向车轮的转向角为

$$p_i=\operatorname{atan}2(-\operatorname{sign}(r_{C_{iy}})\mid r_{C_{ix}}\mid,\mid r_{C_{iy}}\mid)\tag{15}$$

3 基于平面几何的运动模型

八轮摇杆摇臂月球车运行在较平坦地形中时，由于俯仰、侧倾等运动的变化较小，在实际的运动控制中可把月球车的运动近似为二维平面运动.

月球车在二维平面中运动时，其基本运动方式简化成直线、绕半径转向和原地转向运动. 直线运动时，只要保证每个车轮水平驱动速度和所给车体的速度一致就可以保证以给定的速度运行. 但对转向运动须根据转向的要求来建立运动关系.

转向运动关系如图 4 所示. 从图 4 可得各个转角与移动系统构型尺寸之间的关系为

$$\left.\begin{aligned}\alpha_1&=\arctan(a/(r+w_b))\\ \alpha_2&=\arctan(a/(r-w_b))\\ \alpha_7&=-\arctan(b/(r+w_b))\\ \alpha_8&=-\arctan(b/(r-w_b))\end{aligned}\right\}\tag{16}$$

其中，w_b 为车轮间距的一半宽度；a 为车体中心与前转向轮中心的距离；b 为车体中心与后转向

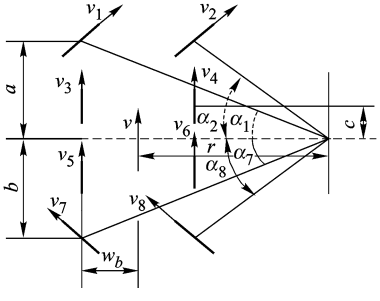


图 4 转向的运动学关系

轮中心的距离;r 为车体中心与车体转向中心的距离;$\alpha_i(i=1,\cdots,8)$ 为各轮的转角,并且规定偏离中心线逆时针转角为正,顺时针为负,规定偏离中线右边为负,左边为正;c 为中间车轮到车体中心的距离.

由图 4 得到中间驱动轮速度

$$\left.\begin{aligned} v_3 &= v\times\sqrt{c^2+(r+w_b)^2}/r\\ v_4 &= v\times\sqrt{c^2+(r-w_b)^2}/r\\ v_5 &= v\times\sqrt{c^2+(r+w_b)^2}/r\\ v_6 &= v\times\sqrt{c^2+(r-w_b)^2}/r \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

根据每个车轮相对于转弯中心 C 点的转向角速度都相等,可得其它驱动轮速度为

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= v_3/\cos\alpha_1\\ v_2 &= v_4/\cos\alpha_2\\ v_7 &= v_3/\cos\alpha_7\\ v_8 &= v_4/\cos\alpha_8 \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

当月球车进行原地转弯时,车体中心与转向中心重合,每个车轮的转向半径为各车轮中心到车体中心的距离,再根据式(17)和式(18)关系及车体的转向速度 ω_b 得到各驱动轮速度如式(19)所示.式中当月球车顺时针转弯时,v_1,v_3,v_5,v_7 取正号,v_2,v_4,v_6,v_8 取负号,逆时针转弯时相反.

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= \pm\omega_b\times\sqrt{a^2+w_b^2}\\ v_2 &= \mp\omega_b\times\sqrt{a^2+w_b^2}\\ v_3 &= \pm\omega_b\times\sqrt{w_b^2+c^2}\\ v_4 &= \mp\omega_b\times\sqrt{w_b^2+c^2}\\ v_5 &= \pm\omega_b\times\sqrt{w_b^2+c^2}\\ v_6 &= \mp\omega_b\times\sqrt{w_b^2+c^2}\\ v_7 &= \pm\omega_b\times\sqrt{b^2+w_b^2}\\ v_8 &= \mp\omega_b\times\sqrt{b^2+w_b^2} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

4　基于三维几何的运动仿真模型

当月球车运行在崎岖地形中时,地形可以用三维几何曲线来描述,月球车的运动可以看成是车轮拟和地形曲线的过程.因此逆运动学模型可用参数化地面形状为函数作为输入来确定月球车的姿态、计算负载在每个轮上的分配以及激励的输出等.

4.1　车轮与地面的接触描述

月球车在崎岖三维地形中运动时,车轮与地面的接触用图 5 来描述,车轮中心的高度为

$$z_c(x_c,y_c)=z_g(x,y)+r_W/\cos\delta\cdot\cos\Theta+0.5b_W\sin\Theta \tag{20}$$

其中,δ 为车轮与地面的接触角;b_W 为车轮宽度;r_W 为车轮半径;Θ 为车的侧倾角;$z_g(x,y)$ 为对应车轮中心坐标上的地面高度.

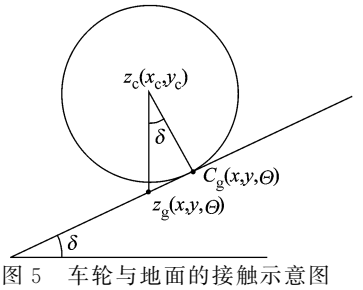


图 5　车轮与地面的接触示意图

车轮中心(x_c,y_c)和对应地面(x,y)间的关系为

$$\left.\begin{aligned} x &= x_c+(0.5b_W\cos\Theta+r_W/\cos\delta\cdot\sin\Theta)\sin\psi\\ y &= y_c+(0.5b_W\cos\Theta+r_W/\cos\delta\cdot\sin\Theta)\cos\psi \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

其中 ψ 为偏航角.

把式(20)代入式(21)得 z_c 的综合表达式为

$$\left.\begin{aligned} z_c(x_c,y_c) &= z_g(x,y)+r_W/\cos\delta\cdot\cos\Theta+0.5b_W\sin\Theta\\ x &= x_c+(0.5b_W\cos\Theta+r_W/\cos\delta\cdot\sin\Theta)\sin\psi\\ y &= y_c+(0.5b_W\cos\Theta+r_W/\cos\delta\cdot\sin\Theta)\cos\psi \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

4.2　八轮月球车三维运动学模型

月球车在三维地形中用图 6 中的运动学参数来描述.车体在世界坐标系下位置为(x_b,y_b,z_b),姿态量为(ψ,Θ,Φ),其中 Φ 为俯仰角.摇臂机构的 6 个配置参数:$\Theta_1,\Theta_2,\Theta_3,\Theta_4,\rho_1$ 和 ρ_2.左右摇臂之间由差速机构联结,Θ,ρ_1 和 ρ_2 是相关的.12 个独立的参数可描述任何地形上的月球车位置姿态[8].

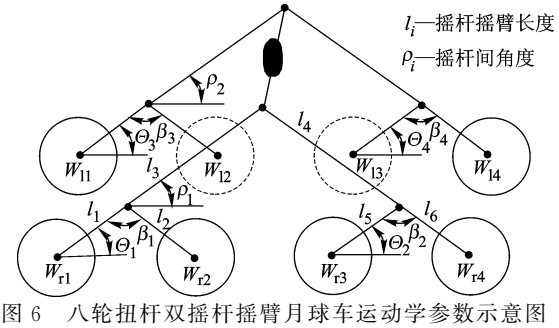


图 6　八轮扭杆双摇杆摇臂月球车运动学参数示意图

预定偏航角 ψ 和右后轮的位置量$(x_{W_{r1}},y_{W_{r1}})$为给定的输入量,其它 9 个参数就可通过运动约束确定.选择 $z_{W_{r1}},\Theta_1,\Theta_2,\Theta_3,\Theta_4,\rho_1$ 和 ρ_2 作为未知量,求解可得 x_b,y_b 和 z_b.地形作为一个分段

函数，每个轮中心竖直方向高度 z_c 为关于地面参考坐标中坐标(x_c, y_c)和月球车侧倾角 Θ 的函数. 根据图 6 得到如下的三维几何运动关系式：

$$\Phi = (\rho_1 + \rho_2)/2 - \Phi_0 \tag{23}$$

$$z_{W_{r1}} = z_c(x_{W_{r1}}, y_{W_{r1}}, \Theta) \tag{24}$$

$$z_{W_{r1}} - z_c(x_{W_{r2}}, y_{W_{r2}}, \Theta) = (l_1 \sin\Theta_1 - l_2 \sin(\Theta_1 + \beta_1))\cos\Theta \tag{25}$$

$$z_{W_{r1}} - z_c(x_{W_{r3}}, y_{W_{r3}}, \Theta) = (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_4 \sin(\alpha_1 + \rho_1) - l_5 \sin\Theta_2)\cos\Theta \tag{26}$$

$$z_{W_{r1}} - z_c(x_{W_{r4}}, y_{W_{r4}}, \Theta) = (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_4 \sin(\alpha_1 + \rho_1) - l_6 \sin(\Theta_2 + \beta_2))\cos\Theta \tag{27}$$

$$z_{W_{l1}} - z_c(x_{W_{l1}}, y_{W_{l1}}, \Theta) = (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_3 \sin\rho_2 - l_1 \sin\Theta_3)\cos\Theta + W_R \sin\Theta \tag{28}$$

$$z_{W_{r1}} - z_c(x_{W_{l2}}, y_{W_{l2}}, \Theta) = (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_3 \sin\rho_2 - l_1 \sin(\Theta_3 + \beta_3))\cos\Theta + W_R \sin\Theta \tag{29}$$

$$z_{W_{r1}} - z_c(x_{W_{l3}}, y_{W_{l3}}, \Theta) = (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_3 \sin(\rho_2 + \alpha_2) - l_5 \sin\Theta_4)\cos\Theta + W_R \sin\Theta \tag{30}$$

$$z_{W_{r1}} - z_c(x_{W_{l4}}, y_{W_{l4}}, \Theta) = (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_3 \sin(\rho_2 + \alpha_2) - l_5 \sin(\Theta_4 + \beta_4))\cos\Theta + W_R \sin\Theta \tag{31}$$

其中 W_R 为车体宽度的一半.

$$\left.\begin{aligned} x_{W_{r2}} &= x_{W_{r1}} + (l_1 \cos\Theta_1 - l_2 \cos(\beta_1 + \Theta_1))\cos\psi - \sin\psi \sin\Theta (l_1 \sin\Theta_1 - l_2 \sin(\beta_1 + \Theta_1)) \\ y_{W_{r2}} &= y_{W_{r1}} + (l_1 \cos\Theta_1 - l_2 \cos(\beta_1 + \Theta_1))\sin\psi + \cos\psi \sin\Theta (l_1 \sin\Theta_1 - l_2 \sin(\beta_1 + \Theta_1)) \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

$$\left.\begin{aligned} x_{W_{r3}} &= x_{W_{r1}} + (l_1 \cos\Theta_1 + l_3 \cos\rho_1 - l_4 \cos(\rho_1 + \alpha_1) - l_5 \cos\Theta_2)\cos\psi - \sin\psi \sin\Theta (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_4 \sin(\rho_1 + \alpha_1) - l_5 \sin\Theta_2) \\ y_{W_{r3}} &= y_{W_{r1}} + (l_1 \cos\Theta_1 + l_3 \cos\rho_1 - l_4 \cos(\rho_1 + \alpha_1) - l_5 \cos\Theta_2)\sin\psi + \cos\psi \sin\Theta (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_4 \sin(\rho_1 + \alpha_1) - l_5 \sin\Theta_2) \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

$$\left.\begin{aligned} x_{W_{r4}} &= x_{W_{r1}} + (l_1 \cos\Theta_1 + l_3 \cos\rho_1 - \cos(\rho_1 + \alpha_1) + l_5 \cos(\Theta_2 + \beta_2))\cos\psi - \sin\psi \sin\Theta (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_4 \sin(\rho_1 + \alpha_1) + l_5 \sin(\Theta_2 + \beta_2)) \\ y_{W_{r4}} &= y_{W_{r1}} + (l_1 \cos\Theta_1 + l_3 \cos\rho_1 - \cos(\rho_1 + \alpha_1) + l_5 \cos(\Theta_2 + \beta_2))\sin\psi + \cos\psi \sin\Theta (l_1 \sin\Theta_1 + l_3 \sin\rho_1 - l_4 \sin(\rho_1 + \alpha_1) + l_5 \sin(\Theta_2 + \beta_2)) \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

由于篇幅原因，只列出了右侧悬架的参数关系，左侧的参数关系同理可得. 把式(32)～式(34)等代入综合表达式(22)，再把式(22)代入式(23)～式(31)可以得到几何运动关系的完整表达式(35). 式中已知量为 ψ 和$(x_{W_{r1}}, y_{W_{r1}})$，未知量为 $\boldsymbol{x} = [z_{W_{r1}}, \Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4, \Theta, \rho_1, \rho_2]$.

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = [0 \cdots 0]^{\mathrm{T}} = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x}) = 0 \\ \vdots \\ f_n(\boldsymbol{x}) = 0 \end{cases} \tag{35}$$

式(35)是一组高度非线性方程组，可利用牛顿-辛普森等数值迭代法来求解. 具体的求解公式为

$$\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{x}^k - \alpha(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}})^{-1})\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \tag{36}$$

5 3种模型分析

基于 D-H 坐标建立的运动学模型和基于平面几何的运动模型主要作为运动系统中不同控制状态下的速度分配模型. 但它们在具体的应用中也有差别，前者的模型建立考虑的外在因素(滑移，地形的变化)比较多，能够适应崎岖地形的变化，并对于车型的变化也具有很强的适应性，特别是对转向模型中过约束情况(非全转向轮等)，前者模型能较准确的表述转向情况，但前者模型需要参数较多，导致控制系统硬件和软件的复杂性，尤其在较平坦地形中，后者模型能简化计算的复杂性，提高计算实时性. 一般在实际控制中应结合两者模型，在崎岖地形的运动或者高精度控制中采用前者模型，而在平坦地形和一般简单控制运动中采用后者模型.

基于三维几何的运动学模型其本身推导过程中没有考虑车轮速度，完全利用地形和月球车机构的几何关系，一般不适用于运动控制，但其可以通过采集相应的参数，利用数值方法来估计月球车当前所处状态，对月球车在地形中运动的稳定性和适应性进行相应预判以提高月球车控制的安全性. 同时利用现代三维数据成型技术，把地形导

入到仿真环境中,利用此运动学模型数值求解来评估该地形的通过性等,作为月球车的路径规划的一个判断依据,提高导航性能.在对八轮摇杆摇臂月球车的导航路径规划中,利用此模型用数值方法实现了对月球车在给定地形中姿态的估计和不考虑动力学效应仿真运动.表 2 描述了 3 种运动学模型的对比情况.3 种运动学模型在是月球车控制仿真环境中各有作用,是月球车控制仿真中必不可少的模型,都起着关键的作用,只是分工不同而已.

表 2　运动学模型对比

运动学模型	完备性	适应范围	计算复杂性	精确性
D-H 模型	完备	控制、仿真	复杂	精确
平面几何模型	近似	控制、仿真	简单	近似
三维几何模型	完备	仿真,姿态估计	复杂	取决于计算精度

6　结 束 语

分别用 3 种不同的方法对新型月球车建立基于 D-H 坐标建立的运动学模型、基于平面几何的运动模型和基于三维几何的运动学仿真模型.通过对 3 种模型的分析对比,指出不同模型各自的特点和适用范围.实际月球车控制和仿真中,这 3 种模型应当互相搭配应用来提高月球车控制和导航的性能.

参考文献(References)

[1] Randel A, Brian D, Ary M, et al. Mars exploration rover mobility development: mechanical mobility hardware design, development, and testing[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2006, 13: 19－26

[2] Volpe R, Balaram J, Ohm T, et al. Rocky 7 Mars rover prototype[C]//IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ: IEEE, 1996, 3: 1558－1564

[3] 邓宗全,胡明,高海波,等.月球探测车的运动学建模[J].中国机械工程,2003,22:1911－1913
Deng Zongquan, Hu Ming, Gao Haibo, et al. Kinematics modeling of the lunar rover[J]. China Mechanical Engineering, 2003, 22: 1911－1913(in Chinese)

[4] 陶建国,邓宗全,高海波,等.六圆柱-圆锥轮式月球车的设计[J].哈尔滨工业大学学报,2006,1:4－7
Tao Jianguo, Deng Zongquan, Gao Haibo, et al. Design of a lunar rover with six cylinder-conical wheels[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 1: 4－7(in Chinese)

[5] 付京逊,冈萨雷斯.机器人学:控制、传感技术、视觉、智能[M].北京:中国科学技术出版社,1989:26－27
Fu Jingxun, Gonzales R C. Robotics: control, sensing, vision, and intelligence[M]. Beijing: China Electronic Science and Technology Press, 1989: 26－27(in Chinese)

[6] Tarokh M, McDermott G, Hayati S, et al. Kinematics modeling of high mobile Mars rover[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE, 1999: 992－998

[7] 张铁.机器人学[M].广州:华南理工大学出版社,2001:85－87
Zhang Tie. Robotics[M]. Guangzhou: South China University of Technology Press, 2001, 85－87(in Chinese)

[8] Hacot H. Analysis and traction control of a rocker-bogie planetary rover[D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1998: 22－24

(责任编辑:文丽芳)