基于二阶滑模的导弹控制系统设计

陈 洁 顾文锦 周绍磊

(海军航空工程学院控制工程系，烟台 264001)

摘 要：过载控制是近年来导弹控制律设计领域出现的一种新的非线性控制方法，引起越来越多的重视，但是在采用过载控制方法对侧滑转弯(STT，Skid-To-Turn)超音速巡航导弹纵向回路控制系统设计过程中，由于过载输出与舵偏输入之间存在非最小相位现象，导致系统零动态不稳定.提出用输出重定义将系统状态进行转换的思路，利用内部状态在平衡态时应具有的响应作为其期望参考轨迹，将输出跟踪转化为状态跟踪，以保证系统的零动态稳定.采用二阶滑模设计控制律，消除了一阶滑模所固有的颤振现象，用 Lyapunov 函数确定出控制器参数，保证了对系统输出的跟踪.鉴于攻角不易精确测量而导致了系统状态不完全可测，控制律设计过程中设计了攻角观测器解决了上述问题.系统仿真研究表明，根据上述方法设计的系统具有比较理想的稳定性和鲁棒性，同时具有更好的动态性能.

关 键 词：二阶滑模；非最小相位；零动态；输出重定义

中图分类号：TP 391.9

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)03-0322-04

Missile control systems design based on second order sliding mode theory

Chen Jie Gu Wenjin Zhou Shaolei

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: As a novel nonlinear control method, over-load control has quickly developed in the field of missile control law design in the recent years, but during the design of the skid-to-turn(STT) supersonic cruise missile pitch channel control system based on over-load control, the system exits non-minimum phase phenomena between over-load output and rudder input, that causes zero dynamic unstable. The output-redefinition method was adopted to translate system state, regard the internal states steady-state response as the expected reference trace, translate output track into state track, that guaranteed zero dynamic stable. The controller was designed by adopting second order sliding mode to eliminate inherence chatter of sliding mode control. Lyapunov function was used to determine the above controller parameter to guarantee the tracing of original system output, the attack angle observer was designed to deal with the problem of incomplete obtainable system state that was induced by attack angle uneasily measured. Simulation results show that the approach can increase robustness and stability, the system owns better dynamic performance.

Key words: second order sliding mode; non-minimum phase; zero dynamic; output-redefinition

滑模控制对参数的变化和外界干扰具有很强的鲁棒性，应用滑模控制已成为控制系统设计和研制的一个重要研究方向[1-4].由于一阶滑模为了使系统保持在滑动流形上运动而需要在不同的控制逻辑间来回切换，因此容易引起颤振，同时也易激发高频未建模动态.为了克服这些问题，大量文献研究了二阶滑模控制[3-4].

超音速巡航导弹具有高度非线性的动力学方程，由于受马赫数高的设计和飞行条件的影响，要保证系统具有满意的稳定性、动态性能和鲁棒性.

收稿日期：2008-03-17

作者简介：陈 洁(1978—)，女，山东烟台人，博士生，hjhychenjie@tom.com.

导弹的高性能主要体现在导弹的大过载跟踪能力,因此导弹的过载控制系统设计[5-9]引起了越来越多研究者的重视.对于尾控型导弹,过载输出和控制舵偏之间的动力学存在非最小相位特性[3,5].由于非最小相位系统的零动态或内部动态不稳定,Chwa[6]和 Ryu[7]采用输出重定义技术和逆控制方法,则可产生稳定的零动态,但这些文献中的方法由于引入了姿态量的控制使导弹机动性能变差.

本文提出了一种 STT(Skid-To-Turn)超音速巡航导弹俯仰通道的滑模控制律,构造了不可测状态观测器,二阶滑模既保证整个控制系统稳定,又能完成过载控制任务,并且削弱了滑模控制固有的抖振现象.

1　二阶滑模基本理论

给定仿射非线性系统[3]

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_{i+1}\\ \dot{x}_n &= f(x)+g(x)u \quad i=1,\cdots,n\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$x=[x_1,\cdots,x_n]$代表可测量的状态变量,$f(x)$,$g(x)$为光滑的不确定函数,满足唯一解存在条件.

选择滑模流形

$$s(x)=x_n+\sum_{i=1}^{n-1}c_ix_i=0 \tag{2}$$

c_i 为正常数,$i=1,\cdots,n$,使得特征多项式 $P(z)=z^n+c_nz^{n-1}+\cdots+c_1$ 的根具有负实部.考虑$s(x)$的一阶和二阶导数,即

$$\left.\begin{aligned}\dot{s}(x)&=\dot{x}_n+\sum_{i=1}^{n-1}c_i\dot{x}_i=\\ &\quad f(x)+g(x)u+\sum_{i=1}^{n-1}c_ix_{i+1}\\ \ddot{s}(x)&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(x)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}g(x)u+\sum_{i=1}^{n-2}c_ix_{i+2}+\\ &\quad c_{n-1}[f(x)+g(x)u]+g(x)\dot{u}=\\ &\quad F(x,u)+g(x)\dot{u}\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

二阶滑模流形为 $s(x)=0$,$\dot{s}(x)=0$.二阶滑模控制就是要找到一个非连续的控制信号 $\dot{u}$ 使得 $s(x)$和 $\dot{s}(x)$在有限时间内到达零,则相应的实际控制 u 为连续的.这样,也就消除了一阶滑模所存在的抖振现象.

2　导弹纵向回路的零动态分析

对于轴对称 STT 导弹,可采用三通道独立设计方法,在小攻角和小侧滑角条件下,导弹纵向回路动力学[6-7,10]方程为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\alpha}&=\omega_z+Y_\alpha\alpha+Y_{\delta_z}\delta_z-\beta\omega_x+\frac{g\cos\vartheta\cos\gamma}{V}\\ \dot{\omega}_z&=M_\alpha\alpha+M_{\omega_z}\omega_z+M_{\delta_z}\delta_z-\left(\frac{J_y-J_x}{J_z}\right)\omega_x\omega_y\\ \dot{\delta}_{z,y,x}&=-w_a\delta_{z,y,x}+w_au_{z,y,x}\\ n_y&=-\frac{V}{g}(\dot{\alpha}-\omega_z)\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

可见导弹动力学模型是一个通道间耦合的快时变非线性多变量系统.式中参数说明可见文献[10],设计 STT 自动驾驶仪的目的是产生纵向方向过载,同时保持滚转率非常小.

将导弹过载的输出跟踪问题转换为对系统状态的跟踪控制,且保留通道间全部耦合项.先进行坐标变换[7],将系统转换为规范形,以区分系统不稳定的零动态.

定义系统新状态$[e_\eta,e_\zeta]^{\mathrm{T}}$,$e_\zeta=n_y-n_{yc}$,$\boldsymbol{e}_\eta=[\alpha-\alpha_c,\omega_z-\omega_{zc}]^{\mathrm{T}}$.$\alpha_c$ 和 ω_{zc} 分别为期望的攻角和导弹转动角速率参考轨迹;n_{yc} 为纵向过载跟踪导引指令.可将平衡时攻角和角速率对于给定的过载命令 n_{yc} 的响应作为其期望的参考轨迹,即 $\omega_{zc}=0$,$\alpha_c\approx k_\mu n_{yc}$,令 $k_\mu=1/n^\alpha_{y_2B}$,$n^\alpha_{y_2B}$的计算公式参见文献[10],则 $e_a=\alpha-\alpha_c=\alpha-k_\mu n_{yc}$.

在新状态条件下,将纵向回路系统动力学的跟踪误差系统转换为规范形:

$$\begin{bmatrix}\dot{e}_\eta\\ \dot{e}_\zeta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}_1 & \boldsymbol{P}_1\\ \boldsymbol{Q}_2 & P_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_\eta\\ e_\zeta\end{bmatrix}+\boldsymbol{B}u+\boldsymbol{F}+\boldsymbol{\xi}(n_{yc}) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{Q}_1=\begin{bmatrix}0 & 1\\ Q_{13} & M_{\omega_z}\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{Q}_2=-V[Y_\alpha w_a \quad Y_\alpha]/g$$

$$Q_{13}=(M_\alpha-M_{\delta_z}Y_\alpha/Y_{\delta_z})$$

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix}-g/V\\ -gM_{\delta_z}/VY_{\delta_z}\end{bmatrix}\qquad P_2=(Y_\alpha-w_a)$$

$$\boldsymbol{B}=[0\quad 0\quad b_m]^{\mathrm{T}}\qquad b_m=VY_{\delta_z}w_a/g$$

$$\boldsymbol{F}=\left[\frac{g\cos\vartheta\cos\gamma}{V}-\beta\omega_x;-\left(\frac{J_y-J_x}{J_z}\right)\omega_x\omega_y;0\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\xi}=\begin{bmatrix}-\dfrac{g}{V}n_{yc}-k_\mu\dot{n}_{yc}\\ \left(Q_{13}k_\mu-\dfrac{gM_{\delta_z}}{VZ_{\delta_z}}\right)n_{yc}\\ -\dfrac{V}{g}Y_\alpha w_a k_\mu n_{yc}-\dot{n}_{yc}\end{bmatrix}$$

式(5)中的 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{\xi}$ 为扰动向量,它包含了全部俯仰通道所受的耦合影响.对于 STT 导弹纵向回路,假设 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{\xi}$ 各分量可通过传感器测得.

可以容易地看出,$\boldsymbol{Q}_1$ 的特征值为开环传输零

点,对于本文所讨论的尾控型导弹,上式具有不稳定的零动态,所以要采用输出重定义镇定不稳定的零动态.

3 控制器设计

3.1 输出重定义

由于本文讨论的超音速巡航导弹对攻角的精度要求很高,因此要实现攻角的精确控制,综合考虑攻角 α、角加速度 $\dot{\omega}_z$ 和过载 n_y 三个状态变量,重新定义输出:

$$\left.\begin{aligned} e_s &= k_1 e_a + k_2 e_{\dot{\omega}_z} + e_\zeta \\ e_a &= \alpha - \alpha_c \quad e_{\dot{\omega}_z} = \dot{\omega}_z - \dot{\omega}_{zc} \quad e_\zeta = n_y - n_{yc} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

将过载输出跟踪转化为状态跟踪,得到导弹跟踪误差系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_s \\ \dot{e}_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}'_1 & \boldsymbol{P}'_1 \\ \boldsymbol{Q}'_2 & \boldsymbol{P}'_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_s \\ e_\eta \end{bmatrix} + \boldsymbol{B}' u + \boldsymbol{F} + \boldsymbol{\xi}'(n_{yc}) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{Q}'_1 = l_3 / f_3$$

$$\boldsymbol{Q}'_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{Y_{\delta_z}}{k_2 M_{\delta_z} + \dfrac{V}{g} Y_{\delta_z}} & \dfrac{M_{\delta_z}}{k_2 M_{\delta_z} + \dfrac{V}{g} Y_{\delta_z}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{P}'_1 = [p_{11} \quad p_{12}] \qquad \boldsymbol{P}'_2 = \begin{bmatrix} p_{21} & p_{22} \\ p_{23} & p_{24} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}' = [b'_m \quad 0 \quad 0 \quad]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\xi}' = \left[0, -\frac{g}{V} n_{yc}, \left(p_{33} k_\mu - \frac{g M_{\delta_z}}{V Y_{\delta_z}} \right) n_{yc} \right]^{\mathrm{T}}$$

其中 $p_{11} = l_1 - l_3 f_1, p_{12} = l_2 - f_2 l_3 / f_3$

$$p_{21} = Y_\alpha - \frac{f_1}{f_3} Y_{\delta_z}, p_{22} = 1 - \frac{f_2}{f_3} Y_{\delta_z}$$

$$p_{23} = M_\alpha - \frac{f_1}{f_3} M_{\delta_z}, p_{24} = M_{\omega_z} - \frac{f_1}{f_3} M_{\delta_z}$$

$$b'_m = f_3 w_a = k_2 M_{\delta_z} w_a + \frac{V}{g} Y_{\delta_z} w_a$$

$$f_1 = k_1 + k_2 M_\alpha + \frac{V}{g} Y_\alpha, f_2 = k_2 M_{\omega_z}$$

$$f_3 = k_2 M_{\delta_z} + \frac{V}{g} Y_{\delta_z}$$

$$l_1 = k_1 Y_\alpha + k_2 M_\alpha Y_\alpha + \frac{V}{g} Y_\alpha^2 + k_2 M_{\omega_z} M_\alpha$$

$$l_2 = k_1 + k_2 M_\alpha + \frac{V}{g} Y_\alpha + k_2 M_{\omega_z} M_\alpha$$

$$l_3 = k_1 Y_{\delta_z} + k_2 M_\alpha Y_{\delta_z} + \frac{V}{g} Y_\alpha Y_{\delta_z} + k_2 M_{\omega_z} M_{\delta_z} - k_2 M_{\delta_z} w_a - \frac{V}{g} Y_{\delta_z} w_a$$

系统零动态部分为 $\dot{e}_\eta = \boldsymbol{P}'_2 e_\eta$,可以选择 k_1, k_2 使得 $\boldsymbol{P}'_2$ 的特征值位于虚轴适当的左半平面,从而使零动态稳定.这样,通过控制器设计可以产生渐近输出跟踪,即当 $t \to +\infty$ 时,$e_\eta \to 0, e_s \to 0, \alpha \to \alpha_c, \dot{\omega}_z \to \dot{\omega}_{zc}, n_y \to n_{yc}$.

由于攻角 α 不易精确测量,设计攻角观测器

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\alpha}} &= k_a Y_a \tilde{\alpha} + \omega_z + Y_{\delta_z} \delta_z + k_\varepsilon e_\zeta - k_s \mathrm{sgn}(e_\zeta) = \\ & k_a Y_a \tilde{\alpha} + \omega_z + Y_{\delta_z} \delta_z + \\ & k_\varepsilon (n_y - n_{yc}) - k_s \mathrm{sgn}(n_y - n_{yc}) \end{aligned} \tag{8}$$

k_ε, k_s 为大于 0 的常数.

3.2 二阶滑模控制器设计

首先定义含有误差积分项的一阶滑模面为

$$\sigma = k_3 e_s - k_4 \int_0^t e_s \mathrm{d}t \tag{9}$$

式中 $k_3 > 0, k_4 > 0$. 对式(9)进行求导得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= k_3 \dot{e}_s - k_4 e_s S = k_3 (k_1 \dot{e}_a + k_2 \dot{e}_{\dot{\omega}_z} + \dot{e}_\zeta) - \\ & k_4 (k_1 e_a + k_2 e_{\dot{\omega}_z} + e_\zeta) \end{aligned} \tag{10}$$

为解决滑模系统的颤振问题,本文采用如下二阶滑模流形:

$$S = \dot{\sigma} + k_5 \sigma \qquad k_5 > 0 \tag{11}$$

定义 Lyapunov 函数为

$$Z = \frac{1}{2} S^2 \tag{12}$$

设计二阶滑模控制律为

$$\dot{u} = v = v_{eq} + v_n \tag{13}$$

v_{eq} 为等效控制项;v_n 为不连续控制项.

将 v_{eq} 和 v_n 分别设计为

$$\begin{aligned} v_{eq} &= k_4 \dot{e}_s - k_5 (\dot{e}_s + k_4 e_s) = \\ & - \frac{1}{k_3 k_2 M_{\omega_z} w_a} \left[\left(a_1 + \frac{a_2}{M_{\omega_z}} \right) \dot{\omega}_z + b_1 n_y - \right. \\ & \left. (k_\mu b_2 - b_1) n_{yc} - a_2 k_s \mathrm{sgn}(n_y - n_{yc}) \right] \end{aligned} \tag{14}$$

$$v_n = \frac{1}{k_3 k_2 M_{\omega_z} w_a} [-\rho \mathrm{sgn}(S) - \lambda S] \qquad \rho, \lambda > 0 \tag{15}$$

式中 $a_1 = k_3 k_2 M_{\omega_z} - k_4 k_2 - k_5 k_2$

$$a_2 = k_3 k_1 + k_3 k_2 M_\alpha - k_5 k_4$$

$$a_3 = \frac{1}{M_{\omega_z}} \left(\frac{M_{\delta_z} Y_\alpha}{Y_{\delta_z}} - M_\alpha \right)$$

$$b_1 = c_2 \frac{g}{V Y_{\delta_z}} + a_2 k_1 - k_4 - k_5 - k_5 k_4 - \frac{M_{\delta_z} g}{M_{\omega_z} Y_{\delta_z} V}$$

$$b_2 = c_1 - c_2 \frac{Y_\alpha}{Y_{\delta_z}} + a_2 a_3$$

$$c_1 = a_2 k_2 Y_\alpha - k_4 k_1, c_2 = a_2 Y_{\delta_z} - k_3 k_2 M_{\delta_z} w_a$$

此时 $\dot{Z} = S \cdot \dot{S} = -\rho |S| - \lambda S^2 < 0$,所以系统渐近稳定.

4 仿真研究

以某超音速巡航导弹为研究对象,纵向动力

学误差模型取式(7),对其过载输出跟踪控制进行仿真研究.设 $\dot{\omega}_{zc}$ 为 0,n_{yc} 由导引指令解算得出,α_c 由 n_{yc} 确定,飞行约束条件:$|\alpha|\leqslant 4°$,$|n_y|\leqslant 7g$.通过仿真寻优,确定控制参数分别为:$k_1=1.45$,$k_2=0.19$,$k_3=1.05$,$k_4=1.6$,$k_5=1.1$,$\rho=1.2$,$\lambda=0.85$,$k_\varepsilon=0.02$,$k_s=0.31$.图 1～图 4 为导弹滑模变量 σ、过载 n_y、攻角 α 和角加速度 $\dot{\omega}_z$ 误差的响应曲线.图 1 表明消除了颤振,图 2 和图 4 可以看出过载和角加速度对期望值的跟踪效果较好,图 3 中攻角响应曲线和期望值之间存在稳态误差.分析是由于攻角期望值 α_c 的确定采用近似值造成的,且误差值在允许范围内,对系统的过载

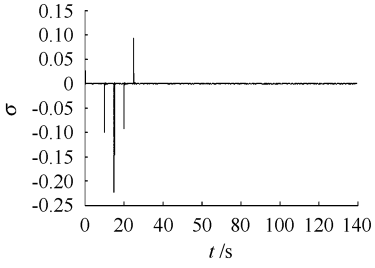

图 1　滑模变量 σ 变化曲线

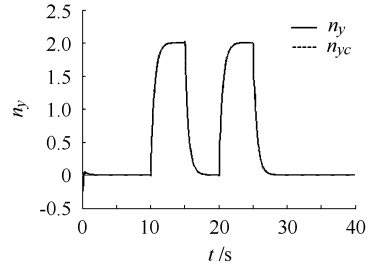

图 2　过载 n_y 响应曲线

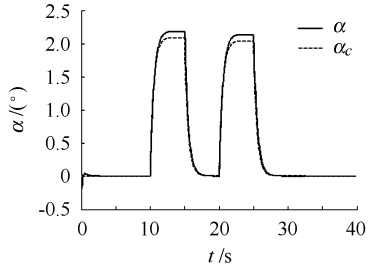

图 3　攻角 α 响应曲线

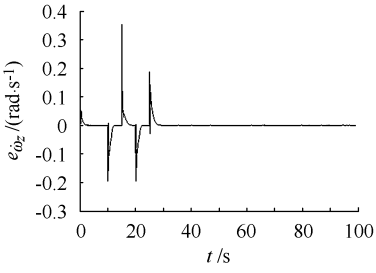

图 4　$\dot{\omega}_z$ 的误差响应曲线

跟踪性能不造成影响.因此,总体来说,所设计的控制器具有良好的输出跟踪性能.

5　结 束 语

本文设计了某型超音速巡航导弹俯仰通道过载控制器,通过相应坐标转换,将过载输出跟踪转化为状态跟踪,保证转换后的系统零动态稳定,通过构造观测器解决系统状态变量不完全可测问题,并将二阶滑模控制应用于非最小相位系统控制器设计.仿真结果表明,本设计具有良好的输出跟踪性能和鲁棒性.

参考文献(References)

[1] Hung J Y, Gan W, Hung J C. Variable structure control: a survey[J]. IEEE Trans Ind Electron, 1993, 40(1): 2－22

[2] Hu Y M, Chao H M. High order sliding mode control of nonlinear Affine systems [J]. Chinese Journal of Automation, 2002, 28(2): 284－289

[3] Bartolini G, Pisano A, Usai E. Global stabilization of nonlinear Uncertain systems with unmodelled actuator dynamics [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46 (11): 1826－1832

[4] 顾文锦,于红芸,杨智勇,二阶滑模控制在十字梁控制实验系统中的应用[J].北京航空航天大学学报,2003(12):1084－1086
Gu Wenjin, Yu Hongyun, Yang Zhiyong. Second-order sliding mode control of cross beam experiment system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003 (12): 1084－1086 (in Chinese)

[5] Lee J I, Ha I J. Autopilot design for highly maneuvering STT missiles via singular perturbation-like technique[J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 1999, 7(5): 527－541

[6] Chwa D, Choi J Y, Seo J H. Nonlinear observer for tail-controlled S-T-T missiles[C]// 15th Triennial World Congress. Barcelona, Spain: [s. n.], 2002

[7] Ryu J H, Tahk M J. Plant inversion control of tail-controlled missiles[C]// Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 97-3766. New Orleans, Louisiana: [s. n.], 1997: 1691－1696

[8] Gu Wenjin, Zhao Hongchao, Pan Changpeng. Sliding mode control for an aerodynamic missile based on backstepping design[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2005, 3 (1): 71－75

[9] 顾文锦.反舰导弹的过载控制[J].弹箭与制导学报,2002,22 (1):14－18
Gu Wenjin. Overload control for anti-ship missile[J]. Journal of Projectiles, Rocket, Missiles and Guidance, 2002, 22(1) : 14－18(in Chinese)

[10] 钱杏芳,林瑞雄,赵亚男.导弹飞行力学[M].北京:北京工业学院出版社,2000:62－63
Qian Xingfang, Lin Ruixiong, Zhao Yanan. Missile flying dynamics[M]. Beijing: Beijing Industry Institute Publishing Press, 2000: 62－63(in Chinese)

(责任编辑:娄　嘉)