# 基于柔性平面靶标的摄像机现场标定方法

余明浪 魏振忠 孙军华

(成都大学 工业制造学院, 成都 610106) (北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

**摘 要**: 提出一种摄像机现场柔性平面靶标标定方法. 该方法仅需在平面靶标上设置少量空间三维坐标已知特征点. 在这些特征点中,任意共线的特征点可以确定一条直线,因此可以确定若干条直线. 根据在透视投影变换下,直线和直线的交点均为不变量的性质,可获得除已知特征点之外的大量标定特征点用于摄像机标定. 基于误差传播理论,对标定点的不确定度进行了详细分析. 采用研制的尺寸为 100 mm ×100 mm,加工精度为 0. 01 mm 的柔性平面靶标,对摄像机进行了现场标定实验,获得了 0. 032 mm 的标定精度.

**关 键 词**: 摄像机标定; 平面靶标; 柔性; 不确定度

**中图分类号**: TN 215

**文献标识码**: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2009)03-0347-04

## On-spot camera calibration method based on flexible planar target

Yu Minglang

(School of Industrial Manufacturing, Chengdu University, Chengdu 610106, China)

Wei Zhenzhong Sun Junhua

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A flexible planar target method was proposed to perform on-spot camera calibration. In this method, only several characteristic points with known 3D coordinates are needed to be preset on the planar target, and among these preset characteristic points, the ones which are collinear could determine a straight line, so a number of straight lines can be determined. Furthermore, under the perspective projecting transformation, striaight line and the intersection point of two straight lines are invariables. So, based on the above mentioned properties, a great amount of points which differ from the preset characteristic points on the planar target can be obtained for on-spot camera calibration. Detailed error analysis of the obtained calibration points was conducted based on error propagation law. A real flexible planar target, which is of the size of 100 mm ×100 mm and the accuracy of 0. 01 mm, was made to perform the experiments of on-spot camera calibration, and the calibration accuracy is 0. 032 mm.

Key words: camera calibration; planar target; flexible; uncertainty

摄像机标定一直是计算机视觉的重要研究课题之一[1-5]. 其中,最具代表性和里程碑意义的是文献[1]的两步标定法和文献[2]的平面靶标自由移动法. 相较立体靶标,平面靶标易于加工,方便摆放和调整,成像质量高,更适于现场标定场合. 此外,为获得好的标定结果,无论何种形式的靶标均需在摄像机视场内获得足够数量的标定点. 现有摄像机标定中,在靶标设计加工时即尽量在靶标上设置足够多特征点,以满足高精度标定对标定点数量的要求. 但设置大量特征点可带来如下问题: ①大量特征点加工的一致性和稳定性难以保证,从而影响精度,同时也增加了加工难度; ②特征点过多时,在靶标成像相对较小或摄像机观察角度较大时,特征点所成图像点之间会出

**收稿日期**: 2008-03-24

**基金项目**: 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-07-0043);国家自然科学基金资助项目(50875014)

**作者简介**: 余明浪(1966 - ),女,四川成都人,讲师, yminglang2008@163. com.

现不易分辨而相互干扰的情形;③现场受限空间存在遮挡时,特征点过多增加了图像点自动识别和提取难度.针对上述问题,提出了一种摄像机现场标定柔性平面靶标法.该方法的基本思路是:在平面靶标上仅设置少量空间三维坐标已知特征点(比如 9个),利用特征点的固有空间几何约束关系,即可获得靶标平面上大量高精度标定点.在此基础上,采用文献[2]的平面靶标自由移动法,在摄像机视场内至少 5个不同位置摆放柔性平面靶标,可实现摄像机的现场高精度标定.

## 1 柔性平面靶标设计

相较立体靶标,平面靶标加工难度低,成像质量好,且现场应用易于摆放调整,因此,针对摄像机现场标定设计了一种柔性平面靶标.

如图 1所示,靶标为正方形,上面设置 9个均布的空间三维坐标已知的特征点(黑色圆点,标号 1～9,圆心为特征点),构成平行的 3行 3列.

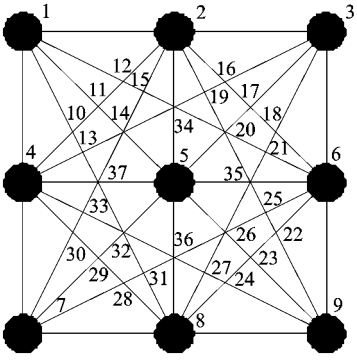


图 1 柔性平面靶标及标定点产生原理

## 2 标定点获取

### 2.1 标定点产生原理

若仅以 9个空间三维坐标已知的黑色圆点作为标定点,由于标定点数量有限,难以获得高的摄像机标定精度.因此,基于 9个已知特征点的空间几何约束关系,考虑任意共线点构成的 20条直线,即共线黑色圆点圆心连接确定的直线,如图 1所示.这 20条直线相交,可在靶标平面内产生另外 28个交点,在图 1中标号为 10～37.该 28个交点在靶标的物理平面上虽然没有设置,不可见,但它们是客观存在的,其空间三维坐标可通过 9个空间三维坐标已知特征点求得.

进一步,基于直线性和相交性为射影变换不变量原理[6],所产生的 28个交点的二维图像坐标,可由 20条直线在图像中对应的直线相交而求得.于是,新产生的 28个交点加上已知的 9个特征点共 37个标定点可用于摄像机的标定,标定点的数量大大提高,从而可获得高精度的标定结果.

### 2.2 标定点坐标计算

1) 标定点空间三维坐标计算.①如图 1所示,根据靶标的具体设计尺寸,定义靶标的坐标原点并计算 9个已知黑色圆点圆心在靶标坐标系中的三维坐标;②利用求得的 9个黑色圆点圆心在靶标坐标系下的坐标,分别计算共线点构成的 20条直线的方程.在此基础上,求得 28个交点在靶标坐标系中的三维坐标.

2) 标定点二维图像坐标计算.①把柔性平面靶标放置在摄像机视场的合适位置,并拍摄靶标的一幅图像;②采用 Canny边缘检测算子[7]提取靶标图像中 9个黑色圆点的边缘;③对提取的 9个黑色圆点边缘进行圆拟合,获得 9个黑色圆点圆心的二维图像坐标;④利用获得的 9个黑色圆点圆心的图像坐标,计算共线点之间连线的 20条直线方程,从而求得 28个交点的二维图像坐标.

### 2.3 标定点精度分析

在柔性平面靶标标定点获取过程中,已知特征点为 9个黑色圆点中心.靶标加工的不确定度是标定点空间三维坐标不确定度的来源,而图像量化、圆心提取的不确定度及图像采集中的诸多噪声,是标定点二维图像坐标不确定度的来源.

下面对标定点空间三维坐标的不确定度进行详细分析,并假定已知特征点的空间三维坐标不确定度服从高斯分布,以相关参数的标准差表示不确定度.关于标定点二维图像坐标的不确定度分析方法与空间三维坐标不确定度分析方法完全相同,文中不再给出.

1) 已知特征点不确定度到直线方程参数不确定度的传播

从图 1可以看出,由已知特征点生成的直线有的经过 2个已知特征点,有的经过 3个已知特征点.过 2点的直线可以通过解析方法求解直线方程,而过 3点的直线需要通过最小二乘法优化求解直线方程.不失一般性,均采用最小二乘优化方法求解直线方程.

若直线不经过原点,直线 $l$的方程可表示为

$$ax + by + 1 = 0 \tag{1}$$

上述直线方程参数的不确定度受已知特征点不确定度和拟合方法的影响,建立如下优化目标函数:

$$C = \sum_{k=1}^{N} d^2(\mathrm{m}_k, l) = \sum_{k=1}^{N} \frac{(ax_k + by_k + 1)^2}{a^2 + b^2} \tag{2}$$

其中 $\mathrm{m}_k = [x_k, y_k]^{\mathrm{T}}$为参与优化的第 $k$个已知特

征点, $k = 1, 2, \cdots, N$, $N$ 为参与优化的点个数. 设 $\mathrm{x} = [\mathrm{m}_1^{\mathrm{T}}, \mathrm{m}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \mathrm{m}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为观测向量, $\mathrm{y} = [a, b]^{\mathrm{T}}$ 为参数向量. 根据隐含数存在定理[7],式 (2)决定函数 $\mathrm{y} = f(\mathrm{x})$存在,且它的偏导数为

$$\mathrm{J} = \frac{\partial f(\mathrm{x})}{\partial \mathrm{x}} = -\mathrm{H}^{-1}\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{x}} \tag{3}$$

其中

$$\mathrm{H} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{y}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 C}{\partial a^2} & \frac{\partial^2 C}{\partial a \partial b} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial a \partial b} & \frac{\partial^2 C}{\partial b^2} \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{F} = \frac{\partial C}{\partial \mathrm{y}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial a}, & \frac{\partial C}{\partial b} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 C}{\partial a \partial x_1} & \frac{\partial^2 C}{\partial a \partial y_1} & \cdots & \frac{\partial^2 C}{\partial a \partial x_N} & \frac{\partial^2 C}{\partial a \partial y_N} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial b \partial x_1} & \frac{\partial^2 C}{\partial b \partial y_1} & \cdots & \frac{\partial^2 C}{\partial b \partial x_N} & \frac{\partial^2 C}{\partial b \partial y_N} \end{bmatrix}$$

由不确定度传播律[8],直线参数不确定度为

$$\Sigma_{(a,\,b)} = \mathrm{J}\Sigma_{\mathrm{x}}\mathrm{J}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

其中, $\Sigma_{\mathrm{x}}$ 为已知特征点不确定度协方差矩阵, $\Sigma_{\mathrm{x}} = \mathrm{diag}(\Sigma_1, \Sigma_2, \cdots, \Sigma_N)$, $\Sigma_{\mathrm{k}} = \mathrm{diag}(\sigma_{x_k}^2, \sigma_{y_k}^2)$, $k = 1, 2, \cdots, N$.

下面以已知特征点 1、点 5和点 9(如图 1所示)为例计算过这 3点的直线方程参数 $(a_1, b_1)$的不确定度. 图 1中,以已知特征点 7为原点,水平向右和竖直向上分别为 $x$和 $y$轴正向建立靶标坐标系, $z$轴按右手法则确定,则靶标平面上所有点的 $z$坐标都为 0. 设坐标轴平行方向上相邻两已知特征点之间距离为 50 mm,则标定点 1、点 5和点 9的空间三维坐标理论值分别为 (0, 100, 0), (50, 50, 0)和 (100, 0, 0). 设 $x$和 $y$坐标的不确定度为 $\sigma_x = \sigma_y = 0.01$ mm,则由式 (4)计算得到直线方程参数不确定度为

$$\sigma_{a_1} = \sigma_{b_1} = 1.3 \times 10^{-6} \tag{5}$$

2) 直线方程参数不确定度到直线交点坐标不确定度的传播

假定两直线方程分别为

$$l_1: \ a_1 x + b_1 y + 1 = 0 \tag{6}$$

$$l_2: \ a_2 x + b_2 y + 1 = 0 \tag{7}$$

当 $a_1 b_2 \neq a_2 b_1$ 时,则两直线交点的空间三维坐标 $(x_{l_1 l_2}, y_{l_1 l_2}, 0) = \left(\frac{b_2 - b_1}{a_2 b_1 - a_1 b_2}, \frac{a_1 - a_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2}, 0\right)$.

根据不确定度传播律[8]有:

$$\Sigma_{x_{l_1 l_2}, y_{l_1 l_2}} = \mathrm{J} \cdot \Sigma_{(a_1, b_1, a_2, b_2)} \cdot \mathrm{J}^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

其中

$$\mathrm{J} = \begin{bmatrix} \frac{b_2(b_2 - b_1)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} & \frac{b_2(a_1 - a_2)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} & \frac{b_1(b_1 - b_2)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} & \frac{b_1(a_2 - a_1)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} \\ \frac{a_2(b_1 - b_2)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} & \frac{a_2(a_2 - a_1)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} & \frac{a_1(b_2 - b_1)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} & \frac{a_1(a_1 - a_2)}{(a_2 b_1 - a_1 b_2)^2} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{(a_1, b_1, a_2, b_2)} = \mathrm{diag}(\sigma_{a_1}^2, \sigma_{b_1}^2, \sigma_{a_2}^2, \sigma_{b_2}^2)$$

下面以过已知特征点 1、点 5和点 9以及点 2和点 4的 2条直线 $l_1$和 $l_2$相交形成的交点为例求解该点的不确定度.

设各已知特征点坐标不确定度为 $\sigma_x = \sigma_y = 0.01$ mm. 由式 (4)计算得到两直线参数的不确定度分别为

$$\sigma_{a_1} = \sigma_{b_1} = 1.3 \times 10^{-6} \tag{9}$$

$$\sigma_{a_2} = 1.3 \times 10^{-5} \tag{10}$$

$$\sigma_{b_2} = 5.6 \times 10^{-6} \tag{11}$$

由式 (8)计算得到直线 $l_1$和 $l_2$交点的空间三维坐标 $(x_{l_1 l_2}, y_{l_1 l_2}, 0)$不确定度为

$$\sigma_{x_{l_1 l_2}} = \sigma_{y_{l_1 l_2}} = 0.048 \tag{12}$$

## 3 标定实验

摄像机分辨率为 1 280 × 1 024像素,镜头焦距为 55 mm. 研制的靶标为超硬铝材料,靶标平面上设置了 9个圆孔作为已知特征点,圆孔直径为 25 mm,孔心距为 37. 5 mm,精度为 0. 01 mm,见图 2.

1) 标定点坐标. 采用图 2所示的柔性平面靶标,基于 2. 2节的方法获得标定点坐标,共在 10个不同位置摆放平面靶标,表 1数据为靶标在某一标定位置的标定点坐标.

2) 标定结果. 基于文献 [2]的平面靶标自由移动法,分别用所有 37个标定特征点和仅用 1～9个已知特征点对摄像机进行了标定,并按如下的方法对标定精度进行评价:基于标定得到的摄像机的内部参数及摄像机坐标系与靶标坐标系的转换关系,将标定特征点由摄像机像平面反投影到靶标平面,得到再投影点空间三维坐标. 计算标定特征点的再投影点空间三维坐标与标定特征点真实空间三维坐标之间距离偏差的 RMS误差,以此来评定标定的精度. 标定结果和标定精度数据见表 2.

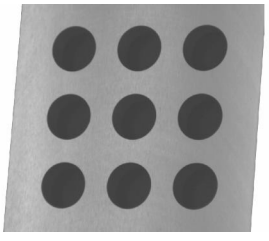

图 2　研制的柔性平面靶标

表 1 靶标某一标定位置的标定点坐标

| 点号 | 空间三维坐标 /mm | 二维图像坐标 /像素 | 点号 | 空间三维坐标 /mm | 二维图像坐标 /像素 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | (12.50,12.50,0) | (326.894,259.919) | 20 | (62.50,37.50,0) | (599.756,435.146) |
| 2 | (50.00,12.50,0) | (548.315,260.704) | 21 | (72.50,42.50,0) | (655.524,470.959) |
| 3 | (87.50,12.50,0) | (774.983,261.508) | 22 | (75.00,62.50,0) | (651.860,611.837) |
| 4 | (12.50,50.00,0) | (291.027,517.452) | 23 | (68.75,68.75,0) | (607.997,654.994) |
| 5 | (50.00,50.00,0) | (512.848,521.267) | 24 | (62.50,75.00,0) | (564.252,698.035) |
| 6 | (87.50,50.00,0) | (739.944,525.172) | 25 | (72.50,57.50,0) | (641.386,576.317) |
| 7 | (12.50,87.50,0) | (254.897,776.879) | 26 | (62.50,62.50,0) | (576.116,610.188) |
| 8 | (50.00,87.50,0) | (477.116,783.768) | 27 | (57.50,72.50,0) | (536.482,679.680) |
| 9 | (87.50,87.50,0) | (704.641,790.822) | 28 | (37.50,75.00,0) | (414.448,694.083) |
| 10 | (25.00,37.50,0) | (376.334,432.324) | 29 | (31.25,68.75,0) | (383.355,649.585) |
| 11 | (31.25,31.25,0) | (419.158,389.591) | 30 | (25.00,62.50,0) | (352.422,605.315) |
| 12 | (37.50,25.00,0) | (462.096,346.743) | 31 | (42.50,72.50,0) | (446.611,677.392) |
| 13 | (27.50,42.50,0) | (386.297,467.068) | 32 | (37.50,62.50,0) | (426.404,606.927) |
| 14 | (37.50,37.50,0) | (450.228,433.258) | 33 | (27.50,57.50,0) | (371.961,570.943) |
| 15 | (42.50,27.50,0) | (489.429,364.296) | 34 | (50.00,31.25,0) | (530.614,390.744) |
| 16 | (62.50,25.00,0) | (611.532,347.950) | 35 | (68.75,50.00,0) | (625.725,523.208) |
| 17 | (68.75,31.25,0) | (643.386,391.912) | 36 | (50.00,68.75,0) | (495.015,652.274) |
| 18 | (75.00,37.50,0) | (675.405,436.101) | 37 | (31.25,50.00,0) | (401.290,519.348) |
| 19 | (57.50,27.50,0) | (579.101,365.102) | | | |

表 2 标定结果数据

| 标定点数 | 有效焦距 /mm | | 像面中心 /像素 | | 畸变系数 | | RMS误差 /mm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_x$ | $f_y$ | $u_0$ | $v_0$ | $k_1$ | $k_2$ | |
| 37个标定点 | 56.588 | 56.685 | 698.302 | 612.331 | 0.088004 | 12.239493 | 0.032 |
| 1～9个已知标定点 | 56.658 | 56.753 | 685.290 | 596.344 | 0.127594 | 28.835912 | 0.053 |

从表 2的数据可以看出,由于柔性平面靶标可以提供除少量已知特征点之外的更多标定特征点,摄像机的标定精度从 0.053 mm 提高到 0.032 mm,取得了明显效果.

## 4 结束语

基于平面点的固有几何约束关系和射影变换不变量原理,所提出的柔性平面靶标仅利用少量已知特征点就可以获得大量标定特征点.在此基础上,通过在摄像机视场内自由移动平面靶标,可有效实现摄像机的高精度标定.值得指出的是,若特别设置柔性平面靶标上已知特征点的相对位置关系,也可获得靶标以外更大范围的标定特征点,从而可用于较大视场摄像机的现场标定.

## 参考文献 (References)


[1] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, RA-3 (4): 323 - 344

[2] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration [R]. NSR-TR-98-71, 1998

[3] Malis E, Cipolla R. Camera self-calibration form unknown planar structures enforcing the multiview constraints between collineations[J]. IEEE Trans on PAMI, 2002, 24(9): 1268 - 1272

[4] Joaquim S, Xavier A, Joan B. A comparative review of camera calibrating methods with accuracy evaluation[J]. Pattern Recognition, 2002, 35(2): 1617 - 1635

[5] 周富强, 郑继贵, 杨学友, 等. CCD摄像机快速标定技术[J]. 光学精密工程, 2000, 8(1): 96 - 100
Zhou Fuqiang, Zhu Jigui, Yang Xueyou, et al. CCD camera fast calibration technology[J]. Optical Precise Engineering, 2000, 8(1): 96 - 100 (in Chinese)

[6] 张广军. 机器视觉[M]. 北京:科学出版社, 2005: 18 - 20
Zhang Guangjun. Machine vision[M]. Beijing: Science Press, 2005: 18 - 20 (in Chinese)

[7] 贾云得. 机器视觉[M]. 北京:科学出版社, 2003: 97 - 100
Jia Yunde. Machine vision[M]. Beijing: Sience Press, 2003: 97 - 100 (in Chinese)

[8] 费业泰. 误差理论与数据处理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 65 - 73
Fei Yetai. Error theory and data processing[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2005: 65 - 73 (in Chinese)


(责任编辑:文丽芳)