# 采用欧拉两相流法对翼型表面霜冰的数值模拟

张 强 曹义华 李 栋

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191)

**摘 要**：基于欧拉两相流理论提出一种翼型表面霜冰的数值模拟方法.采用同位网格上的 SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) 算法求解空气控制方程;提出一种可穿透型壁面边界模拟水滴对翼型表面的撞击,通过求解过冷水滴的控制方程得到翼型表面的水滴收集特性;利用冰层时间推进法模拟积冰过程,使用积冰法向生长假设生成积冰外形.对 NACA 0012 翼型在 0°和 4°迎角下的积冰情况进行了研究,冰形预测结果与实验结果一致.通过对结冰翼面的压力分布进行分析,表明积冰对翼型气动性能会产生不利影响.

**关 键 词**：积冰；两相流；可穿透型壁面；水滴收集率；数值模拟

**中图分类号**：V 244.1

**文献标识码**：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)03-0351-05

## Numerical method to simulate rime ice accretions on an airfoil

Zhang Qiang Cao Yihua Li Dong

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract**: Based on the Eulerian two-phase flow theory, a numerical method to simulate rime ice accretions on an airfoil has been developed. The semi-implicit method for pressure linked equations (SIMPLE) algorithm on a collocated grid was employed to solve the governing equations for the airflow. In order to simulate droplets impinging on an airfoil, a permeable wall was proposed to solve the governing equations for supercooled droplets. The collection efficiency and impingement limits were obtained from the droplets' flowfield. The process of ice accretion was simulated using the assumption that ice accumulates layer-by-layer and the ice shape was built with the assumption that ice grows in the direction normal to the airfoil surface. The rime ice accretions on a NACA 0012 airfoil at 0° and 40° angles of attack have been investigated and there is agreement between the simulated results and experimental data. A conclusion that ice accretions degrade the airfoil's aerodynamic performance can be drawn based on the analysis of pressure distribution along the iced airfoil.

**Key words**: ice accretion; two-phase flows; permeable wall; collection efficiency; numerical simulation

飞机在飞行过程中,云层中的过冷水滴撞击在机翼表面,会发生结冰现象.积冰改变了机翼的气动外形,造成气动性能下降,严重影响着飞行安全.

积冰问题的研究,通常采用风洞实验、工程算法和数值模拟等手段.国外非常重视积冰的实验研究[1-2],通过冰风洞模拟结冰条件,得到积冰的生长过程和积冰外形.但是风洞实验需要投入大量的研究经费,况且目前国内相关实验设施尚不完善.而工程算法采用经验公式和典型实验数据研究冰形[3],难以反映结冰的物理本质、分析积冰过程.相比之下,利用数值模拟进行积冰研究不需要昂贵的实验设备和大量的科研经费,却可以较为准确地模拟积冰过程,预测积冰外形,因此被广

**收稿日期**：2008-03-04

**作者简介**：张 强(1980—),男,陕西延安人,博士生,zqlyxx@gmail.com.

泛采用.

国外对于积冰的数值模拟研究起步较早,主要基于两种方法:拉格朗日法[4]和欧拉两相流法[5].拉格朗日法通过计算水滴的运动方程跟踪流场中每个水滴的运动轨迹,得到翼型表面的水滴收集特性;而欧拉两相流法则是将分布在流场中的水滴看作与空气流体相互渗透的拟流体,引入水滴流场的概念,通过求解水滴控制方程得到翼型表面的水滴收集特性.国内的相关研究对于这两种方法均有所应用[6-7].

本文基于欧拉两相流理论提出一种翼型表面霜冰的数值模拟方法.对 NACA 0012 翼型表面的霜冰进行了数值模拟,并分析了水滴平均等效直径对积冰的影响以及积冰对翼型表面压力分布的影响.

## 1 两相流控制方程的数值求解

在建立两相流控制方程之前,先作以下假设:①水滴在流场中的体积含量很小,因此水滴不影响空气的流动;②作用于水滴的外力只有空气阻力、重力和空气浮力,空气的湍流脉动不影响水滴的运动;③水滴在运动过程中不发生热交换、不蒸发,物性参数不变;④将水滴看作具有等效直径的球体.

### 1.1 空气控制方程

根据假设①,空气控制方程同水滴控制方程不耦合,因此可以单独求解.附加 $k$-$\varepsilon$ 两方程湍流模型,二维定常、不可压气体的雷诺平均 N-S 方程通式如下:

$$\mathrm{div}(\rho_a \boldsymbol{U}\Phi) = \mathrm{div}(\Gamma_\Phi \mathrm{grad}\,\Phi) + S_\Phi \tag{1}$$

其中,$\Phi$ 为广义变量,在连续方程、动量方程、$k$(湍流脉动动能)方程和 $\varepsilon$(湍流耗散率)方程中分别取为 $\Phi=1, u_x, u_y, k, \varepsilon$,而 $u_x, u_y$ 为沿 $x, y$ 方向的气流速度分量;$\rho_a$,$\boldsymbol{U}$,$\Gamma_\Phi$ 和 $S_\Phi$ 分别为空气密度、气流速度矢量、扩散系数和源项.

### 1.2 空气流场的求解

空气流场的边界条件设置如下.

1)来流边界:将来流边界设在足够远的位置,边界上空气速度 $u$ 取为自由来流速度,压力 $p$ 采用外推得到,$k$ 取为来流平均动能的一个百分数,$\varepsilon$ 利用规定涡粘性系数与分子粘性系数之比的方式来确定.

2)出流边界:所有变量法向一阶导数为 0.

3)壁面边界:采用无滑移边界条件,壁面处 $u$ 为零,$p$ 法向一阶导数为 0,$k$ 和 $\varepsilon$ 使用壁面函数处理.

本文将空气速度和压力作为基本求解变量,采用同位网格上的 SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) 算法求解空气流场,利用"动量插值"构建压力修正方程以克服速度与压力的失耦,利用有限容积法离散控制方程,对流项离散采用 QUICK (Quadratic Upwind Interpolation of Convective Kinematics) 格式,并使用延迟修正以保证离散所得代数方程满足对角占优,使用交替方向隐式迭代法求解离散方程组.

### 1.3 水滴控制方程

根据水滴的拟流体模型[8],可以将分布于空气中的过冷水滴看作是与空气流体相互渗透的拟流体.根据假设②~④,水滴控制方程中的脉动项、相变项及 Magnus 力均无需考虑,而且不用计算水滴的能量方程.

水滴的连续方程和动量方程可以写为

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad j = 1,2 \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} v_j v_i)}{\partial x_j} = F_{Di} + F_{GBi} \quad i,j = 1,2 \tag{3}$$

其中,$\bar{\rho}$,$v$,$F_D$,$F_{GB}$ 分别为水滴表观密度、水滴速度、空气阻力和重力与空气浮力的合力.

$F_D$ 的表达式为

$$F_{Di} = \frac{0.75 \bar{\rho} \cdot C_D Re_d \cdot \mu}{\rho_w \cdot D^2}(u_i - v_i) \tag{4}$$

其中,$\rho_w$,$\mu$,$D$ 分别为水密度、空气分子粘性系数和水滴等效直径;$C_D$ 为水滴阻力系数;$Re_d$ 为水滴相对空气运动的雷诺数:

$$Re_d = \frac{\rho_a \cdot D}{\mu} \mid u - v \mid \tag{5}$$

组合参数 $C_D Re_d$ 由下式确定[9]:

$$C_D Re_d = 24(1 + 0.197 Re_d^{0.63} + 2.6 \times 10^{-4} Re_d^{1.38}) \tag{6}$$

$F_{GB}$ 的表达式为

$$F_{GBi} = \bar{\rho} \cdot g_i \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_w}\right) \tag{7}$$

其中,$g$ 为重力加速度.

### 1.4 水滴流场的求解

水滴流场的来流边界条件设置为:边界上 $v$ 与自由来流速度相同,$\bar{\rho}$ 取为自由来流的液态水含量.出流边界条件设置为:所有变量法向一阶导数为 0.

对于水滴流场的壁面边界条件,由于欧拉两相流法中水滴收集特性是由壁面边界上的 $\bar{\rho}$ 和 $v$ 决定的,因此,壁面边界条件的设置对于求解水滴

流场非常重要.

文献[10]将壁面边界上 $\bar{\rho}$ 和 $v$ 的初值设为 0，并且在计算过程中没有使用其它的措施来处理壁面边界，导致在水滴流场的求解过程中可能出现数值振荡，因此，在水滴控制方程中必须添加附加稳定项以保证数值计算的稳定性.

本文提出一种可穿透型壁面边界模拟水滴撞击翼面. 首先将直角坐标系转换为计算坐标系，为了阐述问题的方便，取翼型前缘驻点处的控制容积 $P$ 作为研究对象，如图 1 所示.

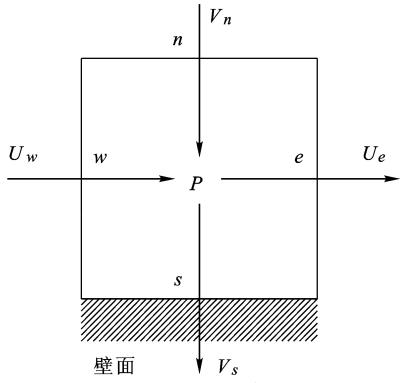


图 1　近壁面控制容积水滴逆变速度分布

控制容积 4 个界面的水滴流速为计算坐标系中的逆变速度，均垂直于界面，$e$ 界面和 $w$ 界面的水滴逆变速度 $U_e$，$U_w$ 平行于壁面，对于水滴撞击壁面没有贡献，而 $n$ 界面的逆变速度 $V_n$ 指向控制体内部，说明水滴通过 $n$ 界面流入控制容积. 如果将壁面边界(与控制体 $s$ 界面重合)上的 $v$ 设为 0，则 $s$ 界面的水滴逆变速度 $V_s$ 等于 0. 在利用有限容积法离散时，由于翼型表面的水滴净通量为 0，因此这种处理等同于水滴并没有与翼型表面发生碰撞，因而由 $n$ 界面流入控制容积的大部分水滴滞留在控制容积内，不能到达壁面. 同理，如果将壁面边界上的 $\bar{\rho}$ 设为 0，则等同于没有水滴撞击在翼面上. 因此，这样处理水滴流场的壁面边界并不能有效地模拟水滴撞击翼面的物理现象.

实际上，由于水滴撞击翼面问题的特殊性，过冷水滴在撞击翼面之后才附着在翼面上，而在接触翼面之前仍然具有较高的相对翼面的法向速度，水滴接触翼面的一瞬间，发生非弹性碰撞，水滴相对翼面的速度突降为 0，这样水滴才会附着在翼面上.

基于以上分析，同时考虑水滴不可能由壁面向内场流动的原则，壁面边界条件设置如下.

如果壁面第 1 层网格中心处的垂直于壁面的水滴逆变速度 $V_P$ 指向壁面，则说明此处水滴可能撞击到壁面上，利用内场的水滴逆变速度插值得到壁面的水滴法向逆变速度，壁面处的 $\bar{\rho}$ 也由内场插值得出，作为下一层迭代此网格处的壁面边界条件.

如果壁面第 1 层网格的 $V_P$ 指向内场，则说明此处水滴不会撞击到壁面上，令壁面处的水滴法向逆变速度和 $\bar{\rho}$ 均为 0，作为下一层迭代此网格处的壁面边界条件.

水滴流场的壁面边界这样处理，可以更好地模拟水滴对翼型表面的撞击，提高计算结果的准确性，同时对于数值求解的收敛性也有较大的提升.

水滴控制方程组的未知量为 $\bar{\rho}$ 和 $v$，方程组已经封闭. 在计算坐标系中利用有限容积法对控制方程进行离散，对流项离散仍然采用 QUICK 格式的延迟修正，时间项采用一阶隐式格式离散. 第 $n$ 个时间层的 $\bar{\rho}$ 和 $v$ 由下列两式求解得出：

$$J\frac{\bar{\rho}^n-\bar{\rho}^{n-1}}{\Delta t}+\iint_P\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\bar{\rho}U)^n+\frac{\partial}{\partial\eta}(\bar{\rho}V)^n\right]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta=0 \tag{8}$$

$$J\frac{(\bar{\rho}v_i)^n-(\bar{\rho}v_i)^{n-1}}{\Delta t}+\iint_P\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\bar{\rho}Uv_i)^n+\frac{\partial}{\partial\eta}(\bar{\rho}Vv_i)^n\right]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta=\iint_P[J(F_{\mathrm{D}i}+F_{\mathrm{GB}i})^n]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta \tag{9}$$

其中，$J$ 为坐标变换雅可比因子；$U$，$V$ 为水滴逆变速度分量.

采用本文提出的计算方法求解水滴流场时，并没有发现文献[10]中所提到的可能出现的振荡.

## 2　积冰外形预测

### 2.1　翼型表面积冰量的计算

水滴流场求解收敛后，计算出直角坐标系中翼型表面的水滴表观密度 $\bar{\rho}_s$ 和水滴法向速度 $v_{\perp s}$. 在欧拉两相流法中，翼型表面局部水滴收集率的计算表达式为

$$\beta=\frac{\bar{\rho}_s\cdot v_{\perp s}}{C_{\mathrm{lw}}\cdot v_\infty} \tag{10}$$

其中，$C_{\mathrm{lw}}$，$v_\infty$ 分别为自由来流的液态水含量和水滴速度.

单位时间内翼型表面控制体的水滴收集质量为

$$\dot{m}_{\mathrm{col}}=C_{\mathrm{lw}}\cdot v_\infty\cdot\beta\cdot A \tag{11}$$

其中，$A$ 为该控制体的水滴撞击面积.

由于霜冰形成于环境温度很低的情况下，可以认为过冷水滴在撞击翼型表面后立即冻结，因

此一个时间步内控制体的积冰体积为

$$V_i = \frac{\dot{m}_{col} \cdot \Delta T}{\rho_i} \tag{12}$$

其中，$\Delta T$，$\rho_i$ 分别为时间步长和冰密度.

### 2.2 冰形预测

根据翼型表面积冰量，使用积冰法向生长假设进行积冰外形的生成. 当翼型外形发生改变后，空气绕流流场随之改变，因此需要对结冰翼型的绕流流场重新计算，在此基础上求解水滴流场，得到翼型表面水滴收集特性，进而得到新的冰形. 如此反复迭代直到研究时间结束.

## 3 计算结果与分析

本文计算了 NACA 0012 翼型在 0°和 4°迎角下霜冰的积冰问题. 图 2 为结冰前翼型的计算网格图.

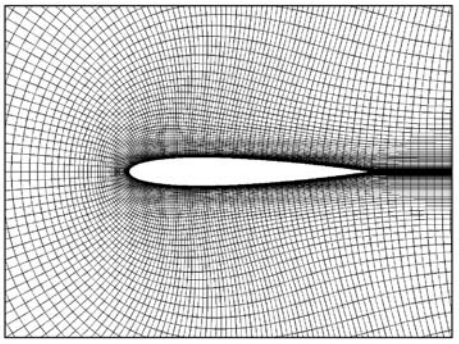

图 2 结冰前 NACA 0012 翼型的计算网格

### 3.1 0°迎角的冰形预测

0°迎角的计算条件为：自由来流速度 $u_\infty = 129\ \mathrm{m/s}$，压力 $p_\infty = 101\,300\ \mathrm{Pa}$，$C_{lw} = 0.5\ \mathrm{g/m^3}$，水滴平均等效直径 $D_{mv} = 20\ \mu\mathrm{m}$，积冰时间 $T = 300$ s.

图 3 为本文预测冰形与文献[9]中相同结冰条件下预测冰形的对比，其中 $c$ 为翼型弦长.

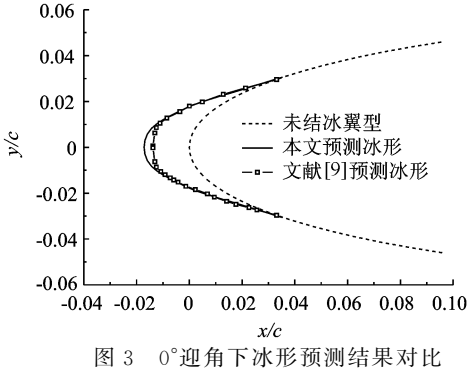


图 3 0°迎角下冰形预测结果对比

从图中可以看出，本文预测的冰形在结冰范围上与文献[9]吻合得较好，而最大积冰厚度要略大于文献[9]的预测结果.

### 3.2 4°迎角的冰形预测

4°迎角的计算条件为：$u_\infty = 67.05\ \mathrm{m/s}$，$p_\infty = 101\,300\ \mathrm{Pa}$，$C_{lw} = 1.0\ \mathrm{g/m^3}$，$D_{mv} = 20\ \mu\mathrm{m}$，$T = 360$ s.

图 4 为本文预测冰形与相同结冰条件下文献[11]的预测冰形及文献[2]中实验结果的对比.

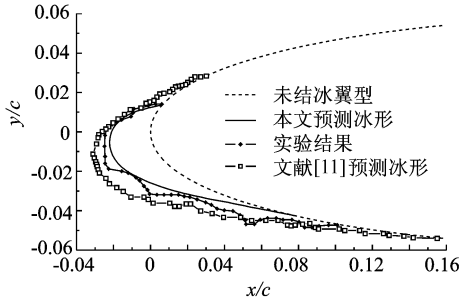


图 4 4°迎角下冰形对比

由图 4 可以看出，本文预测冰形与文献[11]的预测冰形均与实验结果有一定的偏差. 本文预测冰形在积冰厚度和上翼面结冰范围上与实验结果吻合得较好，而下翼面的结冰范围略小于实验结果；文献[11]的预测冰形无论是积冰厚度还是结冰范围均大于实验结果.

### 3.3 冰形预测结果分析

由图 3 和图 4 可以看出：在 0°迎角时，因为流动的对称性，所以冰形也基本上关于翼型弦线对称，最大积冰厚度出现在翼型前缘；而当迎角为 4°时，气流的驻点和水滴撞击区域都向下翼面偏移，相应地，积冰大部分出现在翼型的下翼面，而上翼面的积冰很少，最大积冰厚度也出现在翼型下翼面.

### 3.4 $D_{mv}$ 对积冰的影响

为了研究 $D_{mv}$ 对积冰的影响，本文对 $D_{mv} = 50\ \mu\mathrm{m}$ 进行了计算，其它结冰条件为：$u_\infty = 129\ \mathrm{m/s}$，$p_\infty = 101\,300\ \mathrm{Pa}$，$C_{lw} = 0.5\ \mathrm{g/m^3}$，$T = 300$ s.

图 5 为相应的积冰外形图，可以看出，当 $D_{mv}$ 增大为 50 μm 时，翼面的结冰范围和积冰厚度均显著增大，这是因为相对于等效直径小的水滴，直径大的水滴具有较大的惯性，受到空气流动的影响相对较小，水滴轨迹在翼面附近不易发生偏离，因此翼面的结冰范围和积冰厚度都会增大.

### 3.5 积冰对翼面压力分布的影响

以 4°迎角为例，对结冰翼面的压力分布进行了分析. 由图 4 可知，积冰破坏了翼型的气动外形，由于迎角的影响，积冰主要出现在下翼面，而积冰对上翼面前缘气动外形的破坏是最严重的，

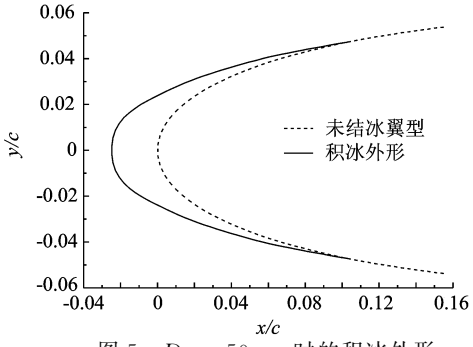


图 5　$D_{mv}=50\ \mu m$ 时的积冰外形

甚至会出现分离泡.

图 6 为翼型结冰前、后的压力系数 $C_p$ 曲线对比图. 由图可知，结冰翼型上、下表面的 $C_p$ 曲线均出现了振荡. 在上翼面前缘，积冰对翼型气动外形的破坏较为严重，因此 $C_p$ 曲线振荡的幅度很大；而在下翼面，由于迎角的影响，结冰范围很大，使得 $C_p$ 曲线振荡的区域大于上翼面，但由于下翼面冰形相对平滑，因此 $C_p$ 曲线振荡的幅度较上翼面小得多.

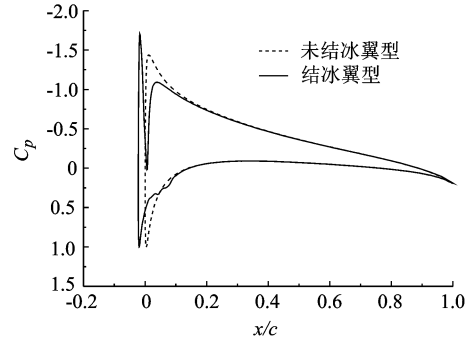


图 6　结冰前、后翼面的 $C_p$ 曲线对比

由图 6 可以看出，积冰改变了翼型的气动外形，使得翼面压力分布发生变化，将导致翼型气动性能下降.

## 4　结　论

本文基于欧拉两相流理论提出一种翼型表面霜冰的数值模拟方法. 通过对 NACA 0012 翼型表面霜冰的预测研究，得出以下结论：

1）利用欧拉法建立空气、水滴两相流控制方程进行翼型积冰的数值模拟是可行的.

2）本文提出的可穿透型壁面边界可以有效地模拟水滴对翼型表面的撞击，提高了计算结果的准确性和数值求解的收敛性.

3）霜冰对翼型气动性能会产生不利影响，而实际中的积冰比数值预测的冰形更为不规则，积冰表面更加粗糙，因此气动性能的损失情况将更为严重.

## 参考文献（References）

[1] Addy H E, Potapczuk J M G, Sheldon D W. Modern airfoil ice accretions [R]. AIAA-97-0174, 1997

[2] Shin J, Bond T H. Experimental and computational ice shapes and resulting drag increase for a NACA0012 airfoil [R]. NASA TM 105743, 1992

[3] Bowden D T, Gensemer A E, Skeen C A. Engineering summary of airframe icing technical data [R]. FAA Technical Report ADS-4, 1963

[4] Hedde T, Guffond D. ONERA three-dimensional icing model [J]. AIAA Journal, 1995, 33 (6): 1038－1045

[5] Beaugendre H, Morency F, Habashi W G. FENSAP-ICE's three-dimensional in-flight ice accretion module: ICE3D [J]. Journal of Aircraft, 2003, 40 (2): 239－247

[6] 易贤，朱国林，王开春，等. 翼型积冰的数值模拟[J]. 空气动力学学报，2002，20 (4)：428－433
Yi Xian, Zhu Guolin, Wang Kaichun, et al. Numerically simulating of ice accretion on airfoil [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2002, 20 (4): 428－433 (in Chinese)

[7] 张大林，陈维建. 飞机机翼表面霜状冰结冰过程的数值模拟[J]. 航空动力学报，2004，19 (1)：137－141
Zhang Dalin, Chen Weijian. Numerical simulation of rime ice accretion process on airfoil [J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19 (1): 137－141 (in Chinese)

[8] Zhou L X. Theory and numerical modeling of turbulent gas-particle flows and combustion [M]. New York: Science Press and CRC Press, 1993

[9] Snellen M, Boelens O J, Hoeijmakers H W M. A computational method for numerically simulating ice accretion [R]. AIAA-97-2206, 1997

[10] Bourgault Y, Habashi W G, Dompierre J, et al. An Eulerian approach to supercooled droplets impingement calculations [R]. AIAA-97-0176, 1997

[11] Fortin G, Ilinca A, Laforte J L, et al. Prediction of 2D airfoil ice accretion by bisection method and by rivulets and beads modeling [R]. AIAA-2003-1076, 2003

(责任编辑：刘登敏)