应用修正湍流模型对旋转通道内换热的模拟

陶 智 徐学亮 邓宏武 朱剑琴

(北京航空航天大学 航空发动机气动热力重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 针对旋转光滑矩形通道分别应用针对旋转状态修正的 k-ε 标准 k-ω 以及提出的针对旋转状态修正的 k-ω 湍流模型进行流动和换热的数值模拟, 通过与实验结论的对比, 讨论了采用不同湍流模型对计算结果的影响. 计算工况为旋转数 Ro= 0.24, 流体进口雷诺数 Re= 25 000. 计算结果表明: 采用所提出的针对旋转状态修正的 k-ω 湍流模型的计算结果要比采用针对旋转状态修正的 k-ε 以及标准 k-ω 湍流模型的计算结果更接近实验结论.

关 键 词: 旋转; 湍流模型; 换热

中图分类号: V 231.1

文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965(2008) 11-1284-04

Numerical simulation of heat transfer in rotating smooth square ducts using modified k-ω turbulence model

Tao Zhi Xu Xueliang Deng Hongwu Zhu Jianqin

(National Key Laboratory on Aero-Engines, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract A three-dimensional Navier-Stokes code with modified k-ε, k-ω (with new terms for Coriolis and rotational buoyancy) and standard k-ω turbulence models were used for prediction of flow and heat transfer characteristics for a rotating smooth square channel with radially outward flow. Comparisons between the calculation results of using different turbulence models were made with experimental data. test case is the rotation number (based on the inlet velocity and rotation speed) Ro= 0.24, Reynolds number (based on the inlet velocity) Re= 25 000. The numerical results reveal that the heat transfer predictions have great discrepancy by using different turbulence models. For the present test case, the numerical results of using modified k-ω turbulence model give predictions that are in better agreement with the experimental data than using modified k-ε turbulence model and standard k-ω turbulence model.

Key words rotation; turbulence model; heat transfer

航空发动机旋转涡轮叶片内冷系统中部为矩形通道, 在高速旋转状态下离心力与哥氏力会对矩形通道内部的流动状况产生巨大影响, 对于非等温场中的流动还要考虑浮升力的影响. 在高速旋转状态下进行实验研究成本高、危险大, 因此, 采用数值模拟方法研究旋转状态下的光滑矩形通道的流动和换热特性具有重要意义. 国内外对此的数值模拟研究已取得一些进展, 文献 [1-3] 分别采用标准 k-ε 模型、低雷诺数的 k-ε 湍流模型以及针对旋转状态修正的 k-ε 湍流模型对旋转光滑矩形通道内流体的流动和换热特性进行了数值模拟. 计算结果表明, 采用修正的 k-ε 湍流模型的计算结果要更加接近实验结论. 但是由于 k-ε 湍流模型在近壁区域采用壁面函数处理, 无法准确描述边界层内部由旋转效应引起的各向异性情况, 所以采用 k-ε 湍流模型的计算结果与实验结论仍有较大差距. 文献 [4] 采用标准 k-ω 湍流模型对旋转矩形通道的流动和换热进行了数值模拟. 由于 k-ω 湍流模型可以描述包括近壁区域在内的整个计算域, 因此采用 k-ω 湍流模型的计算结果相比采用修正的 k-ε 湍流模型的计算结果又有了一定的进步, 但与实验结论还存在一定差距.

收稿日期: 2007-12-16

作者简介: 陶 智 (1963-), 男, 辽宁瓦房店人, 教授, tao_zh@buaa.edu.cn.

可见采用不同的湍流模型对计算结果的影响非常大. 因此, 要采用数值模拟的方法研究涡轮叶片内冷通道中流体的流动和换热特性, 发展出一套适用于旋转状况的湍流模型就显得格外重要.

本文采用适用于旋转内冷通道的三维计算程序[5]针对旋转状态下的光滑矩形通道分别采用修正的 k-ε湍流模型、标准 k-ω 湍流模型以及本文提出的针对旋转状态修正的 k-ε湍流模型进行数值模拟, 从而确定出适合旋转状态的湍流模型, 为今后在此方面的数值模拟研究打下基础.

1　物理和数学模型

1 1　研究的问题

本文分别应用针对旋转状态修正的 k-ε湍流模型结合壁面函数、标准 k-ω 湍流模型以及针对旋转状态修正的 k-ε湍流模型, 针对文献[6]的实验模型进行流动和换热的数值模拟. 数值计算采用偏迎风压力离散格式的同位网格方法[7]和 SIMPLER算法进行计算. 通过控制方程的无因次分析, 在几何相似的基础上控制旋转系对流换热过程的无因次准则数为换热面的局部努塞尔数 $Nu = hD_h/\lambda_0$; 雷诺数 $Re = \rho_0 U_0 D_h/\mu_0$; 旋转数 $Ro = \Omega D_h/U_0$.

计算几何模型如图 1所示, 通道水利直径 $D_h = 12.7$ mm; 平均旋转半径 $R = 49D_h$; 计算域长度 $L = 14D_h$. 由于流动的对称性前、后缘面长度为 $D_h/2$. 4个壁面均采用等壁温加热边界条件, 壁面温度 $T_w = 344$ K; 通道进口进气温度 $T_{in} = 300$ K; 进口 $Re = 25\,000$, 旋转数 Ro为 0.24; 压力 $P = 1 \times 10^6$ Pa. 进口沿流动方向速度均匀分布, 其他 2个方向速度为 0.

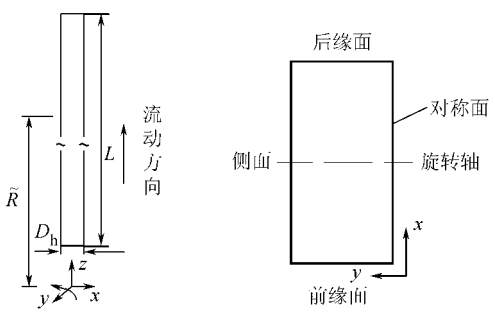
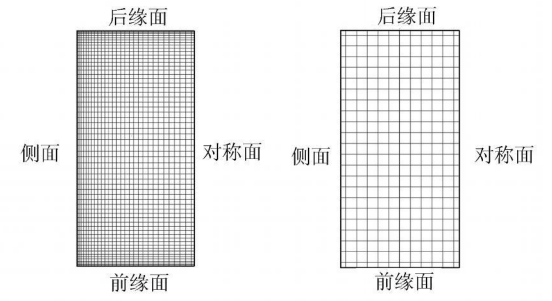


图 1　计算几何模型

1 2　计算网格

由于数值模拟采用两种不同的湍流模型, 而不同的湍流模型对壁面第一层网格 yplus的要求不同, 因此对于网格的布置也不相同. 采用 k-ε湍流模型的计算网格为 11 × 230 × 22; 采用 k-ω湍流模型的计算网格为 30 × 360 × 60. 图 2a, 图 2b分别为对应 k-ε湍流模型、k-ω 湍流模型的截面网格. 采用修正的 k-ω 湍流模型进行计算时的网格与图 2b相同.



a　k-ε湍流模型　　b　k-ω湍流模型

图 2　计算模型的截面网格

1 3　控制方程

旋转坐标系下三维稳态流动的控制方程为连续方程:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

动量方程:

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}\right) = -\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + (\mu + \mu_t)\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}\right) - 2\rho\varepsilon_{ipk}\Omega_p \bar{u}_k + \beta\rho\varepsilon_{ipk}\varepsilon_{klm}\Omega_p \Omega_l x_m \overline{\Delta T} \tag{2}$$

能量方程:

$$\rho c_p \bar{u}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = (\lambda + \lambda_t)\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}\right) \tag{3}$$

k-ε湍流模型:

$$\rho\frac{\partial k}{\partial t} + \rho\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \mu_k)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \rho\varepsilon + P_c + P_b \tag{4}$$

$$\rho\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho\bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = P_\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \mu_\varepsilon)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] - C_2\rho\frac{\varepsilon^2}{k} + (P_c + C_3 P_b)\frac{\varepsilon}{k} \tag{5}$$

k-ω湍流模型:

$$\rho\frac{\partial k}{\partial t} + \rho\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma^* \mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \beta^* \rho k\omega + P_c + P_b \tag{6}$$

$$\rho\frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho\bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = P_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] - \beta'\rho\omega^2 \tag{7}$$

ρ为常数.

当采用 k-ω湍流模型时: $\mu_t = C_\mu \rho k^2/\varepsilon$, $\lambda_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$, $\mu_k = \frac{\mu_t}{Pr_k}$, $\mu_\varepsilon = \frac{\mu_t}{Pr_\varepsilon}$, $P_k = \mu_t \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right)$, $P_\varepsilon = C_1 \mu_t \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i}\right)\frac{\varepsilon}{k}$, $P_b = \beta\rho\Omega^2 r_z \frac{\mu_t}{Pr_t}\frac{\partial \overline{\Delta T}}{\partial z}$,

$P_c = 9\Omega\mu_t \frac{\partial v}{\partial x}$. 其中, $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $Pr_t = 0.9$, $Pr_k = 1.0$, $Pr_\varepsilon = 1.3$, $\beta = 1/T_{in}$. P_b, P_c分别代表离心浮升力修正项和哥氏力修正项[3].

当采用 k-ω湍流模型时:

$$\mu_t = \rho k/\omega,\quad \lambda_t = \frac{\mu_t}{Pr_t},\quad P_k = \mu_t \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right),$$

$$P_\omega = \alpha\mu_t \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i}\right)\frac{\omega}{k}.$$ 其中, $\sigma^* = 0.5$, $\beta^* = 0.09$, $\sigma = 0.5$, $\beta' = 0.075$, $\alpha = 5/9$.

本文推导出了旋转状态下 k-ω湍流模型, 在湍动能 k 方程中哥氏力修正项 P_c及离心浮升力修正项 P_b与式(4)中的 P_c和 P_b的形式完全一致. 在 ω方程中哥氏力修正项为 0, 离心浮升力修正项曾在文献[8]中详细论述, 其形式复杂, 需做进一步模化, 但文献[3]指出离心浮升力修正项对计算结果影响在 5%以内, 因此本文予以忽略. 从而形成针对旋转状态修正的 k-ω湍流模型. 如果令 $P_b = P_c = 0$, 则成为标准 k-ω湍流模型. 详见表 1.

程序采用 k-ω及 k-ω湍流模型验证了静态时 Re为 2×10^4, 3×10^4和 5×10^4的 $L/D = 60$的方形截面直通道内换热, 结果与经典实验关联式比较误差在 10%以内.

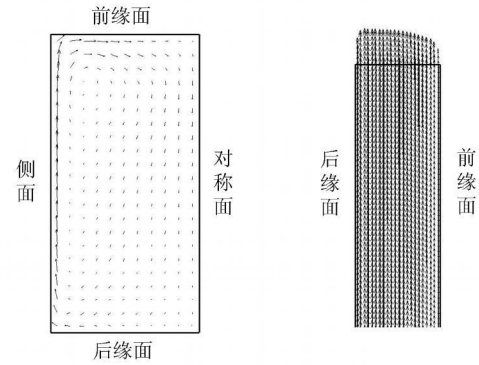
表 1 不同湍流模型的修正项

修正 k-ε	标准 k-ω	修正 k-ω
$P_b = \beta\rho\Omega^2 r_z \mu_t (\partial\overline{\Delta T}/\partial z)/Pr_t$	$P_b = 0$	$P_b = \beta\rho\Omega^2 r_z \mu_t (\partial\overline{\Delta T}/\partial z)Pr_t$
$P_c = 9\Omega\mu_t(\partial w/\partial x)$	$P_c = 0$	$P_c = 9\Omega\mu_t(\partial w/\partial x)$

2 计算结果与分析

在旋转通道内冷却气流受到离心力、哥氏力以及浮升力的交互作用. 因此, 通道内冷却气体流动和换热特性非常复杂, 通道内各个换热面的换热规律各不相同. 图 3a和图 3b展示了此问题的典型流动结构. 图 3a示出了截面的二次流流形, 由于流体粘性等的作用, 在主流截面上的流速分布是不均匀的, 这使得截面哥氏力不平衡, 从而形成了由前缘面流向后缘面的涡. 二次流将冷流体带向后缘面, 而将热流体通过侧面带向前缘面, 这将强化后缘面的换热而减弱前缘面换热.

图 3b示出了主流流形, 由于流体受哥氏力作用使主流向通道后缘偏移, 导致靠近后缘面的主流速度增加而靠近前缘面的主流速度降低, 这将强化后缘面的换热而降低前缘面的换热. 而离心浮升力使主流区冷流体流速增加从而使哥氏力进一步增大, 从而进一步加剧了主流向后缘面的偏移.



a 截面流动矢量图 b 主流流动矢量图

图 3 流动矢量图

旋转通道换热数据的处理, 一般是把所得的局部努塞尔数 Nu与具有相同当量直径的静态圆管充分发展湍流平均努塞尔数 Nu^*进行比较, 在此定义 $\eta = Nu/Nu^*$. 下面就采用不同的湍流模型的计算结果进行分析.

图 4示出应用标准 k-ω湍流模型、针对旋转状态修正的 k-ω湍流模型以及针对旋转状态修正的 k-ω湍流模型对旋转矩形光滑通道的前缘面换热数值模拟的结果, 并与实验结论相对比. 从图上可以看出, 采用修正的 k-ε湍流模型沿程计算结果要略优于采用修正的 k-ω湍流模型的计算结果, 但是与实验结论的最大差距出现在 $Z/D_h = 8$和 $Z/D_h = 12$处, 差距达 40%左右. 两种 k-ω湍流模型对前缘面换热的计算结果在整个计算域内都要高于实验结论. 标准 k-ω湍流模型的计算结果与实验结论的最大差距出现在 $Z/D_h = 8$处, 达 75%左右, 在 $Z/D_h = 12$处计算结果也与实验结论有 40%左右的差距. 采用修正的 k-ω湍流模型, 使计算结果在整个计算域内都比采用标准 k-ω湍流模型的计算结果更加接近实验结论, 在 $Z/D_h = 8$处比采用标准 k-ω湍流模型的计算结果提高 25%以上, 而在 $Z/D_h = 12$处则与实验结论非常符合.

图 5示出应用标准 k-ω湍流模型、针对旋转状态修正的 k-ω湍流模型以及针对旋转状态修正的 k-ε湍流模型对旋转矩形光滑通道的后缘面换热数值模拟的结果, 并与实验结论相对比. 从图中可以看出, 采用修正的 k-ε湍流模型的计算结果要明显低于实验结论, 差距在 35%以上, 在 $Z/D_h = 12$处差距达 40%以上. 采用标准 k-ω湍流模型的计算结果要比采用修正的 k-ε湍流模型的计算结果更接近实验值, 但在整个计算域内也都

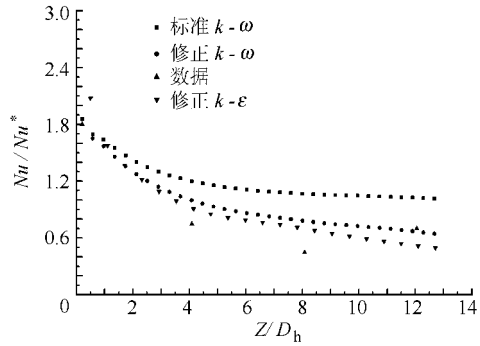


图 4　采用 3种不同湍流模型的前缘面计算结果

低于实验结论, 最大差距出现在 $Z/D_h = 8$ 到 $Z/D_h = 12$段, 与实验结论相比差距达 20% 以上. 采用针对旋转状态修正的 k-ω湍流模型的计算结果与实验结论非常吻合, 与实验结论相比较最大差距只有 5% 左右.

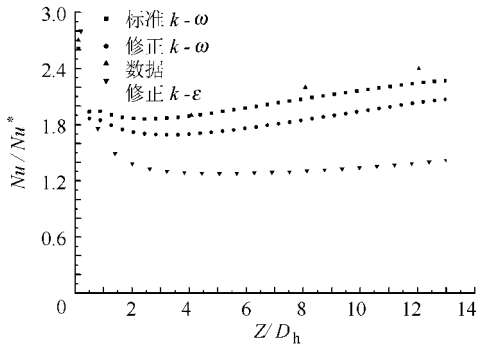


图 5　采用 3种不同湍流模型的后缘面计算结果

通过以上对计算结果的分析比较可以看出, 采用针对旋转状态修正的 k-ω湍流模型的计算结果要明显优于采用标准 k-ω湍流模型和采用针对旋转状态修正的 k-ε湍流模型的计算结果. 这是因为旋转状态下的哥氏力及离心浮升力的交互作用造成了近壁区域边界层内部脉动量的强烈各向异性. 修正的 k-ω湍流模型相对标准 k-ω湍流模型来说, 模型方程中的修正项考虑到了边界层内部脉动量的各向异性, 从而更加准确地描述了物理问题. 而采用修正的 k-ω湍流模型的计算结果要比采用修正的 k-ε湍流模型的计算结果更接近实验结论是因为修正的 k-ω湍流模型的模型方程可以描述包括近壁区域在内的整个流动区域, 修正的 k-ε湍流模型在近壁区域采用壁面函数法处理, 未能把针对旋转状态的源项引入到近壁区域的边界层内部, 而换热主要发生在近壁区域的边界层内部, 因此采用修正的 k-ω湍流模型的计算结果更接近实验结论.

3　结　论

本文通过分别采用针对旋转状态修正的 k-ε湍流模型、标准 k-ω湍流模型以及由本文推导并模化的针对旋转状态修正的 k-ω湍流模型对文献[6]的实验模型进行流动和换热的数值模拟, 得到了以下主要结论:

1)采用修正的 k-ω湍流模型的计算结果比采用标准 k-ω湍流模型的计算结果不论在前缘面还是后缘面都更加接近实验结论.

2)采用修正的 k-ω湍流模型和采用修正的 k-ε湍流模型对前缘面换热的计算结果差异不大, 但对后缘面换热前者的计算结果明显优于后者. 总体上说, 采用修正的 k-ω湍流模型的计算结果要比采用修正的 k-ε湍流模型的计算结果更加接近实验结论.

参考文献 (References)

[1] Prakash C, Zerkle R. Prediction of turbulent flow and heat transfer in a radially square duct[J]. Journal of Turbomachinery, 1992, 114: 835-846

[2] Tekriwal P. Heat transfer predictions in rotating radial smooth channel: comparative study of K-E models with wall function and low-Re model[R]. ASME Paper No. 94-GT-196, 1994

[3] Dutta S, Andrews M J, Han J C. Prediction of turbulent heat transfer in rotating smooth square ducts[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1996, 39(12): 2505-2514

[4] 刘传凯. 旋转蛇形通道内冷气流动与换热机理研究[D]. 北京: 北京航空航天大学能源与动力工程学院, 2006
Liu Chuankai. Study on fluid flow and heat transfer in rotating serpentine cooling channels[D]. Beijing: School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006(in Chinese)

[5] 邓宏武. 非定常状态下旋转蛇形通道内冷气的流动与换热特性研究[D]. 北京: 北京航空航天大学能源与动力工程学院, 2004
Deng Hongwu. Flow and heat transfer characteristics of coolant through a rotating serpentine passage in unsteady cases[D]. Beijing: School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004(in Chinese)

[6] Wagner J H, Johnson B V, Hajek T J. Heat transfer in rotating passages with smooth walls and radial outward flow[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1991, 113: 42-51

[7] 严泽想, 陶智. 非交错网格求解传热及流体流动[J]. 推进技术, 1997, 18(5): 73-77
Yan Zexiang, Tao Zhi. Numerical solution of heat transfer and fluid flow on nonstaggered grids[J]. Journal of Propulsion Technology, 1997, 18(5): 73-77(in Chinese)

[8] 徐学亮. 叶片内冷通道计算模型研究[D]. 北京: 北京航空航天大学能源与动力工程学院, 2008
Xu Xueliang. Study on the computational models for the internal cooling channels of rotating turbine blades[D]. Beijing: School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008(in Chinese)

(责任编辑: 张　嵘)