面齿轮滚刀基本蜗杆的设计方法

王延忠 吴灿辉 葛旭阳 张 俐

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191)

摘 要: 面齿轮传动由于其独特的传动优点,成为航空传动的主要研究方向.根据面齿轮传动原理,建立面齿轮加工坐标系,得到了面齿轮齿面方程,分析了面齿轮齿顶变尖和齿根根切的限制条件,同时根据实际算例讨论了面齿轮内外半径随压力角变化的规律,所获得的结论对面齿轮的设计具有参考价值.最后分析面齿轮的滚切原理,根据齿轮啮合原理,建立面齿轮滚刀型面方程,采用数值计算方法,得到滚刀型面离散三维坐标值,借助三维造型软件得到面齿轮滚刀基本蜗杆三维模型.

关 键 词: 面齿轮; 齿面方程; 齿根根切; 齿顶变尖; 滚刀; 蜗杆

中图分类号: TH 132.4

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2009)02-0166-04

Basal worm-designing method of face-gear hob

Wang Yanzhong Wu Canhui Ge Xuyang Zhang Li

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Face-gear drives become the main direction of research for aeronautical drives because of their special advantages. The applied coordinate systems of face-gear were set up and the equation of face-gear tooth surface was established, then the face-gear tooth surface constrain conditions for dedendum undercutting and addendum pointing were analyzed based on the face-gear transmission theory, at the same time, the disciplines were discussed on the relationships between pressure angle and the face-gear outer & inner radius in keeping with the practically calculated examples. The calculating results are useful for designing the face-gear drive. In the end, the face-gear hobbing theory was analyzed, according to the gear geometry and applied theory, the hobbing surface equation was founded. The discrete values of three-dimensional coordinates for the hobbing surface were calculated by using the method of numerical calculation. The three-dimensional basal worm model of face-gear hob was designed by recurring to the three-dimensional software.

Key words: face-gear; equation of tooth surface; dedendum undercutting; addendum pointing; hob; worm

目前,航空传动朝着轻质量、高速度、大功率、高精度方向的发展,对齿轮机构的传动性能、使用寿命、结构优化等方面提出了新的更高的要求,促进了对齿轮啮合的原理、新的结构、新的齿形及其新的传动形式等领域的研究.面齿轮传动是一种圆柱齿轮和圆锥齿轮相啮合的齿轮传动,由于其在体积小、质量轻、承载能力高、噪音低、可靠性高、寿命长等方面显示了极大的优势[1],因此成为未来航空传动的主要形式.

目前,国内对面齿轮的研究,只停留在对面齿轮齿面特点的研究,而对面齿轮的加工研究甚少[2-3],本文通过对面齿轮齿面特点的研究,建立

收稿日期: 2008-07-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875009); 航空科学基金资助项目(20070451005); 博士点基金资助项目(20070006009); 装备预先研究项目(51318020206)

作者简介: 王延忠 (1963—),男,辽宁沈阳人,教授,yzwang63@126.com.

了面齿轮滚刀基本蜗杆方程，为面齿轮滚铣加工奠定了基础.

1　面齿轮齿面方程

1.1　坐标系的建立

面齿轮加工可采用以下 4 个坐标系：分别与刀具 s 和齿轮 2 一同转动的两个坐标系 $S_s(x_s, y_s, z_s)$ 和 $S_2(x_2, y_2, z_2)$，分别与刀具 s 和齿轮 2 初始位置固联的两个固定坐标系 $S_{so}(x_{so}, y_{so}, z_{so})$ 和 $S_{2o}(x_{2o}, y_{2o}, z_{2o})$. 坐标原点 O_s 和 O_2 都与 O 点重合；z_{so} 和 z_s 同轴，为刀具 s 转动轴线；z_{2o} 与 z_2 同轴，为加工面齿轮 2 的转动轴线. ϕ_s 与 ϕ_2 分别表示刀具 s 的转角和面齿轮 2 的转角，ω_s 与 ω_2 分别表示刀具 s 和面齿轮 2 的角速度，z_s 与 z_2 轴间夹角为 γ，本文取 $\gamma=90°$. 如图 1 所示.

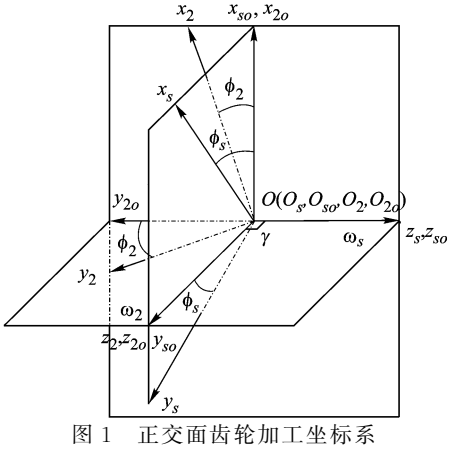


图 1　正交面齿轮加工坐标系

1.2　面齿轮齿面方程

图 2 为刀具齿面渐开线坐标系，刀具渐开线齿面向量方程为

$$\boldsymbol{r}_s(u_s,\theta_{ks})=\begin{bmatrix}\pm r_{bs}[\sin(\theta_{os}+\theta_{ks})-\theta_{ks}\cos(\theta_{os}+\theta_{ks})]\\ -r_{bs}[\cos(\theta_{os}+\theta_{ks})+\theta_{ks}\sin(\theta_{os}+\theta_{ks}]\\ u_s\\ 1\end{bmatrix} \tag{1}$$

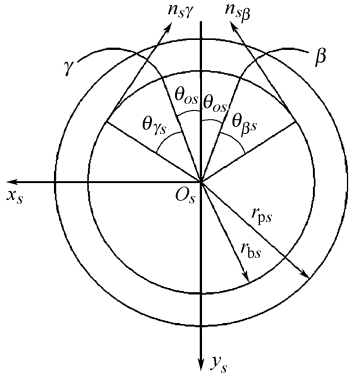


图 2　刀具渐开线齿面参数

其中，r_{bs} 为刀具渐开线基圆半径；u_s 为刀具齿面上一点的轴向参数；θ_{os} 为刀具渐开线上一点的角度参数. u_s 和 θ_{ks} 为渐开线齿面的参数，$\theta_{os}=\dfrac{\pi}{2N_s}-(\tan\alpha-\alpha)$，$N_s$ 为刀具齿数，α 为刀具压力角.

面齿轮齿面方程是根据刀具齿面方程和啮合原理推导出来的. 从刀具坐标系到面齿轮坐标系的坐标变换矩阵为 $\boldsymbol{M}_{2s}(\phi_s)$. 则

$$\boldsymbol{r}_2(u_s,\theta_{ks},\phi_s)=\boldsymbol{M}_{2s}(\phi_s)\boldsymbol{r}_s(u_s,\theta_{ks}) \tag{2}$$

根据空间曲面啮合原理得到

$$\boldsymbol{n}_s\cdot\boldsymbol{v}^{(2s)}=0 \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{n}_s$ 为刀具齿面的法线向量；$\boldsymbol{v}^{(2s)}$ 为相对速度矢量. 从而得到

$$f(u_s,\theta_{ks},\phi_s)=r_{bs}-u_s m_{2s}\cos(\phi_s\pm(\theta_{os}+\theta_{ks}))=0 \tag{4}$$

将式(1)、式(4)带入式(2)即得到面齿轮齿面方程.

1.3　面齿轮齿面限制条件

1) 根切的避免

面齿轮加工过程中，接触点沿着刀具齿面和被加工面齿轮齿面移动的速度 $\boldsymbol{v}_r^s$ 和 $\boldsymbol{v}_r^2$ 满足下列方程：$\boldsymbol{v}_r^2=\boldsymbol{v}_r^s+\boldsymbol{v}^{2s}$，其中 $\boldsymbol{v}^{2s}$ 为接触点的相对移动速度. 当 $\boldsymbol{v}_r^2=\boldsymbol{0}$ 时，面齿轮齿面出现根切. 即面齿轮出现根切的条件为

$$\boldsymbol{v}_r^s+\boldsymbol{v}^{2s}=\boldsymbol{0} \tag{5}$$

考虑啮合微分方程：

$$\frac{\partial f}{u_s}\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial f}{\partial\theta_{ks}}\frac{\mathrm{d}\theta_{ks}}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial f}{\partial\phi_s}\frac{\mathrm{d}\phi_s}{\mathrm{d}t}=0 \tag{6}$$

为了求出面齿轮不发生根切的临界尺寸，可求根切界限与刀具顶圆的交点对应的 ϕ_{ks}：

$$\phi_{ks}=\frac{\sqrt{r_{as}^2-r_{bs}^2}}{r_{bs}} \tag{7}$$

其中 r_{as} 为刀具齿顶圆半径. 将式(7)带入式(5)、式(6)进而可求出发生根切界限 ϕ_s，可得到发生根切的界限点坐标 (x_s^*, y_s^*, z_s^*)，根据坐标变换可求得不发生根切的最小内半径 R_1：

$$R_1=\sqrt{x_2^2+y_2^2} \tag{8}$$

2) 齿顶变尖的避免

图 3 为刀具齿轮轮廓，面齿轮齿顶变尖的几何特征是轮齿两侧面齿面相交，其齿顶厚等于零. 用轮齿顶面的平面来截取面齿轮 2 的齿面，这个平面切与半径为 $r_{ms}=r_{ps}-m$ 的圆柱(参考图 4)，其中 r_{ps} 为刀具节圆半径. 该圆柱的轴线同插齿刀的轴线重合. 当插齿刀的齿数 $N_s\leqslant\dfrac{2}{1-\cos\alpha}$ 时，$r_{ps}-m<r_{bs}$，在这种情况下，取 $r_{ms}=r_{bs}$，这是由于

切于插齿刀圆柱的平面将确定面齿轮2齿面的边界尺寸.

y_2Oz_2 平面是面齿轮两侧齿廓的对称面,因此齿顶变尖处的坐标为

$$x_2=0 \qquad y_2=-R_2 \qquad z_2=-r_{ms}$$

代入面齿轮齿面方程(2),可得齿顶不变尖的最大外半径 R_2.

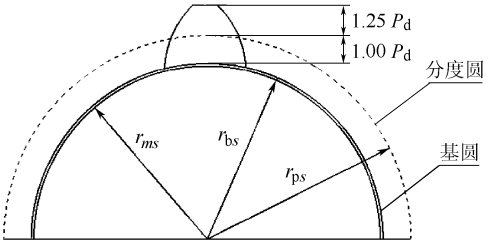


图3 刀具齿轮轮廓

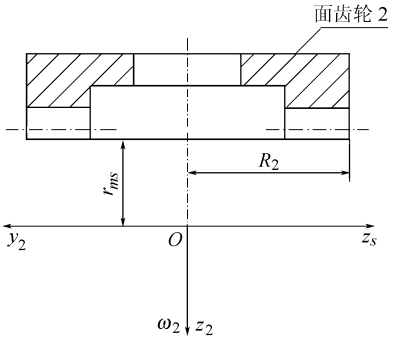


图4 正交面齿轮最大外半径

2 面齿轮滚刀基本蜗杆设计

面齿轮、圆柱齿轮、滚刀三者之间是相互啮合的,其中圆柱齿轮和滚刀之间可看作内啮合,即假想在瞬时传动的每一时刻,滚刀上始终有一点与圆柱齿轮速度矢量相同[4-5],为此建立圆柱齿轮与滚刀的啮合坐标系如图5所示.

已知渐开线直齿刀具的型面方程,由已建立滚刀和直齿刀具坐标系,通过坐标转化原理可获得滚刀型面方程:

$$\boldsymbol{r}_w(u_s,\theta_s,\phi_s)=\boldsymbol{M}_{ws}(\phi_s)\cdot\boldsymbol{r}_s(u_s,\theta_s) \qquad (9)$$

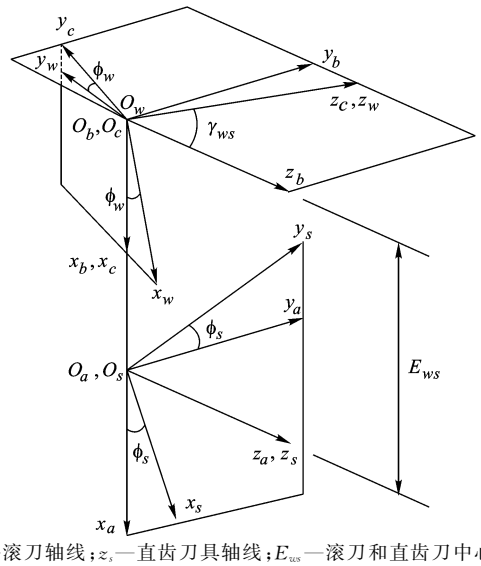
其中,$\boldsymbol{M}_{ws}(\phi_s)$为直齿刀具坐标系到滚刀坐标系的转换矩阵.

已知滚刀与直齿刀的内啮合满足啮合方程:

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{r}_w}{\partial u_s}\times\frac{\partial \boldsymbol{r}_w}{\partial \theta_s}\right)\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_w}{\partial \phi_s}=f_{ws}(u_s,\theta_s,\phi_s)=0 \qquad (10)$$

将表达式 $\boldsymbol{r}_w(u_s,\theta_s,\phi_s)$ 代入式(10)可得啮合方程:

$$\left.\begin{aligned} &f(u_s,\theta_s,\phi_s)=r_{bs}-K_5-N_s u_s\cos\lambda_w\sin\psi_{ks}=0\\ &K_5=N_s\sin\lambda_w(r_{bs}+E_{ws}\cos\psi_{ks})\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$



z_w—滚刀轴线;z_s—直齿刀具轴线;E_{ws}—滚刀和直齿刀中心距;γ_{ws}—滚刀和直齿刀的轴交角;ϕ_w—滚刀转角.

图5 滚刀展成坐标系

其中,λ_w 为滚刀的导程角;$\psi_{ks}=\phi_s+\theta_s+\theta_{os}$.

所以,将式(11)带入式(9)可得滚刀齿面方程.

3 计算实例

3.1 面齿轮根切与变尖计算实例

1) 取压力角 α 从20°变化到25°,面齿轮齿数 $N_2=100$,$\gamma=90°$,径节 $P_d=10$,刀具齿数为 N_s 时,面齿轮内半径计算结果如图6所示.

2) 取压力角 α 从20°变化到25°,面齿轮齿数 $N_2=100$,$\gamma=90°$,$P_d=10$,刀具齿数为 N_s 时,面齿轮外半径计算结果如图7所示.

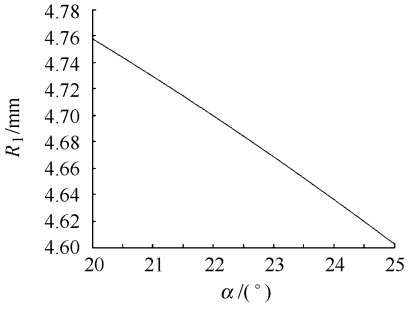


图6 压力角与面齿轮内半径关系图

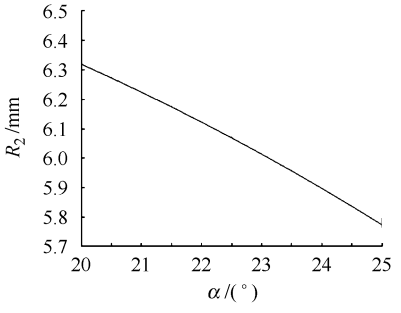


图7 压力角与面齿轮外半径关系图

3.2　面齿轮滚刀基本蜗杆设计实例

取齿数 $N_s=20$，面齿轮齿数 $N_2=100$，模数 $m=3$，分度圆压力角 $\alpha=25°$，滚刀导程角 $\lambda_w=1°$，头数 $N_w=1$. 根据滚刀型面坐标方程式，可计算得到滚刀型面坐标. 通过型值点得到面齿轮滚刀基本蜗杆的轴向截面廓形如图 8 所示.

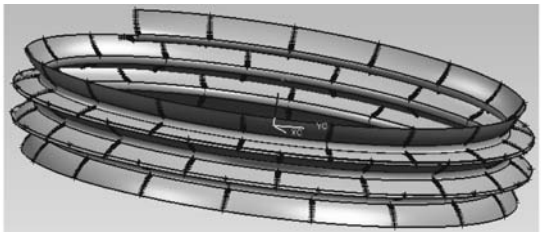


图 8　滚刀蜗杆轴向剖面廓形

将计算的得到的矢量坐标值输出到数据点位文件，通过 UG/CAD 功能建立滚刀三维模型，由点云数据拟合成线，成面，成体. 最终效果图如图 9 所示.

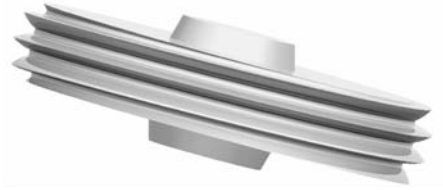


图 9　滚刀基本蜗杆三维模型

4　结　论

本文根据面齿轮传动原理，建立了面齿轮齿面方程，分析了面齿轮不发生齿根根切和齿顶变尖的边界条件；根据建立的滚刀坐标系，得到了面齿轮加工滚刀型面方程，从中得出了以下结论：

1）在其他条件相同时，面齿轮最大外半径随着压力角的增大而减小.

2）在其他条件相同时，面齿轮最小内半径随着压力角的增大而减小.

3）分析了面齿轮滚铣刀齿面形成原理，得到了滚刀齿面方程，建立了滚刀基本蜗杆三维模型，为面齿轮滚铣加工奠定了基础.

参考文献（References）

[1] 熊威. 面齿轮齿面方程与啮合方法分析[D]. 北京：北京航空航天大学机械工程及自动化学院，2007
Xiong Wei. The analysis of equation of face-gear tooth surface and meshing method[D]. Beijing: School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007(in Chinese)

[2] 王延忠，熊巍，张俐，等. 面齿轮齿面方程及其轮齿接触分析[J]. 机床与液压，2007，35(12)：7－9
Wang Yanzhong, Xiong Wei, Zhang Li, et al. Tooth surface equations and tooth contact analysis of face gear[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2007, 35(12): 7－9(in Chinese)

[3] 贺鹏. 直齿面齿轮齿面生成方法与啮合仿真[D]，西安：西北工业大学机电学院，2007
He Peng. Study on the formation of spur face gear tooth profile and meshing simulation[D]. Xi'an: Mechanical & Electrical Institute, Northwestern Polytechnical University, 2007(in Chinese)

[4] Litvin F L, Alfonso Fuentes. Face gear drive with helical involute pinion: geometry, generation by a shaper and a worm, avoidance of singularities and stress analysis[R]. NASA/CR-213443, 2005

[5] Litvin F L, Alfonso Fuentes, Claudio Zanzi, et al. Face gear drive with spur involute pinion: geometry, generation by a worm, stess analysis[R]. NASA/CR-211362, 2002