一种大变形多空间域连续体结构拓扑优化方法

郭连水

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100191)

Punit Bandi John E. Renaud

(Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana 46556-5637)

摘 要：针对大变形非线性结构拓扑优化问题，提出了基于混合细胞自动机(HCA, Hybrid Cellular Automata)多空间域连续体结构拓扑优化方法；采用密度法，建立了单元相对密度表示的材料弹-塑性模型；以单元相对密度和应变能作为细胞自动机(CA, Cellular Automata)的状态信息，利用 CA 局部控制规则，修改相对密度，迭代实现各设计空间域应变能均匀分布；设计了多空间域拓扑优化 HCA 算法，采取多个对象同时耦合优化迭代，各自收敛策略，解决了多空间域优化迭代算法收敛稳定性问题；最后，以汽车保险杆结构横梁和支撑等两个设计空间为例，施加大变形动态载荷作用，对提出的多空间结构优化算法进行了验证，优化后结构有效地降低了碰撞作用力峰值达 54%，提高了结构安全性.

关 键 词：结构设计；拓扑优化；收敛；多空间域优化

中图分类号：TP 202^{+}.7

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)02-0227-04

Method of multi-domain topology optimization for continuum structures

Guo Lianshui

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Punit Bandi John E. Renaud

(Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana 46556-5637, United States)

Abstract: To solve the problem of continuum-based structural topology optimization under large deformation loading, the hybrid cellular automata (HCA) paradigm for multi-domain topology optimization technique was proposed, a relative density-based material parameterization was developed to model both elastic and plastic material behavior. The state of each cellular automata (CA) was defined by the density and strain energy density, and the uniform strain energy distribution of each design domain was realized by modification the relative density in accordance with CA local control rules. The multi-domain optimization HCA algorithm and convergence strategies were also discussed, these strategies include the simultaneous design of multiple, coupled components and converged individually. An example of bumper structure was presented to demonstrate the results of the multi-domain HCA algorithm, the bumper generated by the HCA algorithm for reduce the peak of reaction force 54% at a suitable sacrifice of stiffness.

Key words: structure design; topology optimization; convergence; multi-domain optimization

连续体结构拓扑优化是研究材料在连续设计空间最优分布技术. 优化满足一定目标，通常保证产品结构质量最轻、刚性最好，或最大程度吸收能量以提高安全性. 在航空、航天、汽车等复杂产品

收稿日期：2008-07-20

作者简介：郭连水(1967—)，男，安徽贵池人，副教授，lsguo@buaa.edu.cn.

设计方面具有广泛应用前景.

拓扑设计优化方法的复杂性与材料模型表示方法有关,比较典型的材料模型有均匀化模型[1]和固体材料各向同性惩罚模型 SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization)[2],其中采用材料密度为变量建立的材料模型,因能较好反映材料性能和简化算法,得到人们极大推崇.拓扑优化方法经过几十年发展,有移动渐近线法[3],遗传算法[4-5],优化准则法[6],细胞自动机 CA(Cellular Automata)方法[7]等.传统上拓扑优化方法,大多考虑静态载荷作用,往往忽略动态载荷情况,混合细胞自动机 HCA(Hybrid Cellular Automata)优化方法[8-9],采用有限元方法计算应变能,作为细胞自动机 CA 状态信息,HCA 已被验证是结构拓扑优化有效方法之一[8-9].

单一空间域结构拓扑优化技术,国外近十几年做了大量研究[3-9].然而,承受大变形(如在高速碰撞、爆炸和金属成型等非线性动态载荷下结构变形),传统优化方法因需要计算梯度信息,非常复杂;国内外在多空间域(multi-domain)拓扑优化问题的研究极少,文献[10]仅从工程实现角度,提出多空间域拓扑优化方法用来解决材料在不同空间域分布问题.多空间域优化比单个空间复杂得多,主要体现在结构多功能性、多约束下材料分布、收敛速度匹配和迭代稳定性问题等,成为拓扑优化技术走向应用的难题之一.

1 连续结构材料非线性参数化方法

材料参数化方法是拓扑优化的基础,优化目标最终实现是通过材料在设计空间重新分布来完成的.不同插值方法会导致材料分布、拓扑优化结果不同,特别针对大变形,如碰撞与冲击,材料发生塑性变形.因此,要建立合理的材料非线性特性表示模型.

1.1 单元相对密度 x_i

对于具有各向同性材料构成的结构空间,引入材料相对密度概念,采用相对密度 x_i 为变量建立材料插值模型,即建立 x_i 与弹性模量、屈服极限应力、单元刚度、质量和体积之间插值函数关系式.

$$\rho_i(x_i)=x_i\times\rho_0 \qquad 0\leqslant x_i\leqslant 1 \tag{1}$$

式中,$\rho_i(x_i)$为某单元材料密度;x_i 在 0～1 之间连续变化,$x_i=0$ 为此单元处无材料,$x_i=1$ 为充满材料情况;ρ_0 为初始密度.同理,采用 x_i 表示的弹性模量关系式为

$$E_i(x_i)=x_i^p\times E_0 \tag{2}$$

其中,p 为惩罚幂值;E_0 为材料弹性模量.

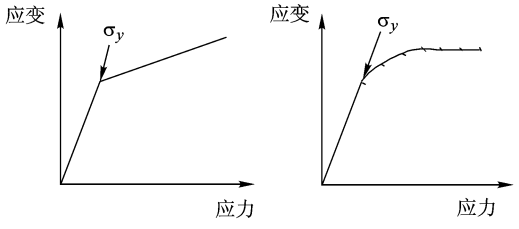
1.2 采用相对密度表示材料非线性模型

传统拓扑优化方法,材料模型定义是建立在弹性力学基础上,适应小变形情况,然而,针对大变形,如碰撞、冲击过程,材料发生塑性变形.复杂结构拓扑优化问题,需要建立材料塑性模型,即采用单元相对密度表示材料塑性性质.

采用分段函数近似表示材料应力 σ-应变 ε 函数关系.有两种方法.①采用分段直线近似表示材料弹塑性性质,在弹性区间,σ-ε 成正比:

$$E=\sigma/\varepsilon \tag{3}$$

当材料所受应力到达屈服应力 σ_y 后,发生塑性变形,塑性区间为非线性,但仍用直线近似表示,如图 1a 所示为二段直线表示的材料弹塑性质.②塑性区间用曲线表示,图 1b 所示为直线和曲线表示的应力-应变函数关系.



a 双线性关系 b 直线-曲线关系

图 1 材料应力-应变关系

采用相对密度表示的材料屈服极限的表达式如式(4),通过插值得到塑性区间应力-应变之间关系函数,σ_0 为材料的屈服极限.

$$\sigma_y(x_i)=x_i^q\times\sigma_0 \tag{4}$$

1.3 材料相对密度和应变能之间关系

在弹性变形内,当结构体受外载荷大小一定时,材料的弹性模量越大,结构所受应变能越小,反之亦然.建立各向同性立方体三维实验模型,在载荷不变情况下,修改相对密度值,代入式(1)～式(4),利用非线性有限元解算器,计算应变能,得到应变能 U_i 和 x_i 关系曲线,见图 2.

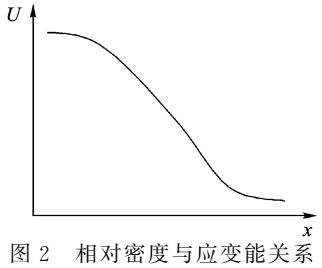


图 2 相对密度与应变能关系

图 2 表明在载荷不变情况下,结构材料吸收应变能与相对密度成单调递减关系.拓扑优化细

胞自动机 HCA 方法,在局部修改相对密度时,就是利用了这一性质.

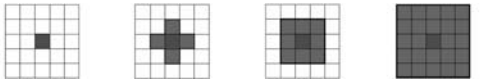
2　多设计空间结构优化 HCA 方法

2.1　混合细胞自动机 HCA 方法

HCA 方法是在细胞自动机 CA 基础上发展而来. CA 最初的设想是用以模拟生物系统的细胞间某些自组织现象,后被用来在计算机上模拟生命现象和生成具有生命特征的行为. CA 本质是时空离散化数学模型. 由一定单元网格构成,每个网格具有特定的状态值,在某一时间(或某次迭代),每个单元的状态只与相邻的单元状态相关,相邻的单元称为邻居 $\hat{N}$. CA 的状态是由其自身和邻居状态确定,如

$$S_i=\frac{S_i+\sum_{j=1}^{\hat{N}}S_j}{\hat{N}+1} \tag{5}$$

式中,S_i 为第 i^{th} 次 CA 状态,$\hat{N}$ 为邻居的数目. 图 3 表示二维 CA 网格的邻居形式.



a　$\hat{N}=0$　　b　$\hat{N}=4$　　c　$\hat{N}=8$　　d　$\hat{N}=24$

图 3　CA 网格邻居形式

HCA 方法是将 CA 和有限元分析方法结合在一起. CA 单元网格记录设计空间内材料分布情况(如密度分布),有限元方法计算因材料密度变化引起的结果(如应变能),CA 单元网格的状态变化可通过一一对应关系映射到有限元模型. 在拓扑设计优化中,每个 CA 单元状态由一组自变量(或称设计变量,如单元密度、单元厚度等)和变量(如应变能、应力、应变等)构成,单元状态为

$$\alpha_i^{(k)}=\begin{cases}S_i^{(k)}\\ x_i^{(k)}\end{cases} \tag{6}$$

式中,S_i 为变量;x_i 为自变量;k 为第 k 次迭代后结果. CA 单元材料密度修改公式为

$$\Delta x_i^{(k)}=K_p e_i^{(k)}+K_i\int_{k-2}^{k}e_i^{(k)}\,\mathrm{d}k+K_d(e_i^{(k)}-e_i^{(k-1)}) \tag{7}$$

其中,K_p,K_i,K_d 为系数;e_i 为 CA 单元状态 $S_i^{(k)}$ 与目标值(设定的应变能)$S_i^{*(k)}$ 的偏差,见式(8),收敛准则满足 $e_i^{(k)}\leqslant T$,T 为微小量.

$$e_i^{(k)}=S_i^{(k)}-S_i^{*(k)} \tag{8}$$

2.2　多设计空间结构优化 HCA 方法

多设计空间结构优化,可看成单一优化空间扩展,多设计空间结构优化,每个子空间能量分布大小和分布方向、质量控制要求不完全一致,甚至子空间材料类型可不相同.

按全应力设计思想,结构各部分均匀吸收应变能,即优化结果是结构体内均匀分布应变能. HCA 优化目标是一定质量约束条件下,结构最大限度吸收应变能. 由于应变能与结构体密度(质量)存在单调递减关系. 通过质量系数 M_f^*(即优化后结构体质量与初始结构质量的比值)调节 $S_i^{*(k)}$ 值,如下式,x_i 为单元相对密度,N 为单元数目.

$$S^{*(j+1)}=S^{*(j)}\cdot\left(\frac{M_f^{(k+1)}}{M_f^*}\right) \tag{9}$$

$$M_f^{(k+1)}=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^{(k+1)}}{N} \tag{10}$$

对于多个空间域,针对每个优化空间,定义材料修改规则、质量系数、收敛判断误差和能量分布方式. 多设计空间结构优化 HCA 方法算法主要步骤有:①确定初始优化空间,分别定义有限元网格,网格数目构成初始优化空间,定义载荷、边界条件. 确定每个对象质量系数 $M_f^i(i=1,2)$. ②进行有限元分析,采用非线性有限元解算器,分别计算每个网格的应变能. ③建立设计空间网格与 CA 网格一一对应关系,按式(7)修改单元材料密度. ④所有设计空间同时迭代,按 CA 规则,确定材料空间分布情况,最终按相对密度值确定保留网格(相对密度值为 0 删除,为 1 保留). ⑤逐个检查优化空间域,所有对象达到收敛条件,完成迭代. ⑥不满足收敛条件,重复②,直到符合收敛条件.

3　实验验证

开发了多设计空间结构 HCA 优化算法. 以汽车保险杆结构优化为对象,保险杆结构为横梁和支撑骨架,保险杆前端为刚性墙,以速度 $v_0=5$ m/s碰撞保险杆结构(相对概念),为保护车内成员安全,保险杆所受最大作用力有一定的限值,在碰撞过程中,发生塑性变形,吸收能量,汽车保险

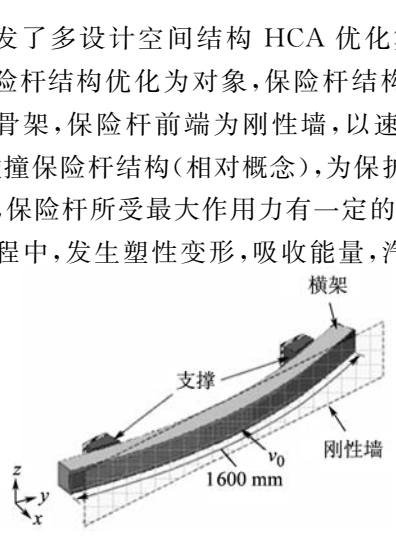


图 4　两个空间域拓扑优化问题

杆结构就是典型大变形多设计空间结构设计优化问题，如图4所示.

确定汽车保险杆结构优化空间，即横梁和支撑的网格数、CA单元数目、CA单元邻居数、刚性墙和保险杆结构碰撞的动静态摩擦系数，设定横梁和支撑的质量系数 M_f，考虑到保险杆结构制造方法，横梁优化方向沿 y 方向，支撑优化方向为沿 x 方向，如表1所示.

表1 多设计空间结构优化 HCA 算法参数

参数	符号	空间域1	空间域2
优化空间	Ω	87.5×800×100	非规则
CA单元总数	m	14×16=224	7×16=112
FEA单元总数	n	14×124×16	7×20×16
邻居数目	$\hat{N}$	4	4
静态摩擦系数	μ_s	0.1	0.1
动态摩擦系数	μ_d	0.1	0.1
优化方向	d	y	x
质量控制系数	M_f	0.3	0.4

汽车保险杆横梁和支撑为同一种材料，采用LS-Dyna解算器，计算横梁和支撑的应变能，采用多设计空间结构优化细胞自动机优化算法，迭代运算，直至收敛. 横梁收敛速度慢，支撑收敛速度快，为避免不同优化空间迭代过程的数值波动，对不同空间域的收敛性分别加以控制. 图5列出部分迭代结果，其中 i 为迭代次数.

优化前后保险杆结构作用力与位移关系曲线如图6所示，阴影面积为优化后结构吸收能量，经分析，整体结构与刚性墙碰撞时作用力峰值降低达54%，结构安全性得到提高.

图7所示为优化前后的几何模型比较，采用HCA方法，保险杆整体结构得到优化.

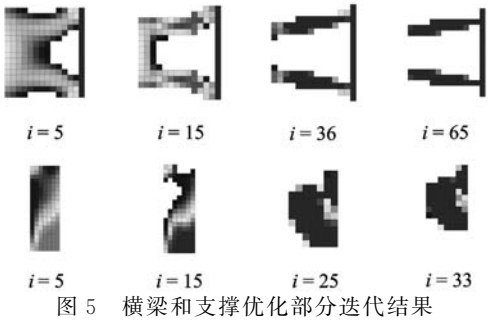
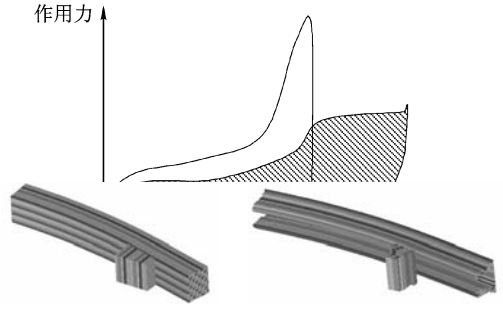


图5 横梁和支撑优化部分迭代结果



a 优化前模型 b 优化后模型

图7 优化前后模型比较(因对称取一半)

4 结 论

针对大变形非线性结构拓扑优化问题，设计了多空间域拓扑优化 HCA 算法，并以汽车保险杆结构设计为例，加以验证. 结论如下：

1) 采用密度法建立的材料弹-塑性模型，可解决大变形结构体拓扑优化的材料特性建模问题.

2) 以质量控制参数，应变能均匀分布为优化目标，设计了多空间域拓扑优化 HCA 算法，可解决多空间域拓扑优化问题.

3) 采用多空间域拓扑优化 HCA 方法，对汽车保险杆结构优化设计，降低了碰撞作用力峰值达54%，提高了安全性.

参考文献（References）

[1] Bendsøe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in optimal design using a homogenization method [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 71(2): 197－224

[2] Eschenauer H A, Olhoff N. Topology optimization of continuum structures: a review [J]. Applied Mechanics Reviews, 2001, 54(4): 331－390

[3] Svanberg K. The method of moving asymptotes-a mew method for structural optimization [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987, 24(2): 359－373

[4] Wang S Y, Tai K. An enhanced genetic algorithm for structural topology optimization [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 65: 18－44

[5] Cappello F, Mancuso A. A genetic algorithm for combined topology and shape optimizations [J]. Computer Aided Design, 2003, 35: 761－769

[6] Hassani B, Tavakkoli S M. A multi-objective structural optimization using optimality criteria and cellular automata [J]. Asian Journal of Civil Engineering, 2007, 8(1): 77－88

[7] Abdalla M M, Gü rdal Z. Structural design using cellular automata for eigenvalue problems [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 26(3): 200－208

[8] Tovar A, Patel N, Kaushik A, et al. Optimality conditions of the hybrid cellular automata for structural optimization [J]. AIAA Journal, 2007, 45(3): 673－683

[9] Patel N M, Kang B S, Renaud J E. Crashworthiness design using a hybrid cellular automata algorithm[C]// Proceedings of the 2006 International Design Engineering Technical Conferences. Philadephia, PA: [s. n.], 2006

[10] Ma Zhengdong, Kikuchi Noboru. Multidomain topology optimization for structural and material designs [J]. Journal of Applied Mechanics, 2006, 73: 565－573