机器人的空间位姿误差分析方法

丁希仑 周乐来 周 军

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100191)

摘 要：采用了五参数模型作为机器人的运动学模型，根据相邻构件间的误差传递关系，应用位姿建模矩阵法建立了机器人的位姿误差模型，并编制了基于 C++ 的位姿误差分析软件. 利用所编制的误差分析软件，针对一 6-DOF 空间摄像机器人具体实例，计算分析了参数变化对机器人的末端位姿误差的影响规律，并绘制了该机器人的等误差曲线图. 通过所建立的五参数误差模型和分析软件，可以直观地了解机器人机构的误差分布情况，便于合理地使用机器人或进行机器人机构误差的校正. 研究结果为机器人的误差补偿提供了依据.

关 键 词：机器人；误差分析；运动学分析；五参数模型

中图分类号：TP 242.2

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)02-0241-05

Pose error analysis of robot in three dimension

Ding Xilun Zhou Lelai Zhou Jun

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In terms of 5 parameters model as the kinematics model of robots, according to the transferring relationship of errors between the adjacent linkages, with the position and orientation modeling matrix method, the position and orientation error model of robot in three dimension was built, and the position and orientation error analysis program (software) based on C++ was developed. Upon a 6-DOF (degree of freedom) space photographic robot, the influence rule of the end-effector error of the robot caused by the parameter changes was simulated using this error analysis program, and an equivalence error curve picture of the robot was generated and discussed. Through the 5 parameters error model and the analysis software, the error distribution of the robot' s structure is obvious, convenient for the rational usage of robots or emendation for robots' structural errors. The research result provides a basic reference for the error compensation of robots.

Key words: robot; error analysis; kinematic analysis; 5 parameters model

机器人的位姿误差是衡量机器人性能的重要指标之一. 机器人的位姿误差取决于很多种因素，这些因素主要包括：机器人零部件的加工制造误差，机器人的安装误差，传动机构的误差，机器人连杆和关节的柔性以及机器人工作环境等因素. 对于不同种类的机器人，以上所述的每一种因素都可能成为影响机器人末端执行器位姿误差的主要因素[1].

机器人末端执行器的位姿误差往往是各种因素综合作用的结果. 如果将每一种因素都作为一个独立的变量加以考虑，会使位姿误差的分析变得十分复杂. 文献[2]介绍了一种针对医用机器人操作臂系统的误差分析，对机器人系统设计时的误差设定了统一的标准，以减少系统本体误差对末端执行器位姿误差的影响；并编制了误差分析软件. 文献[3]介绍了一种微型外科手术机器人助手的误差分析方法. 文献[4]介绍了一种全旋转关节机器人操作臂的位置误差，并结合实验对 PU-

收稿日期：2008-07-20

基金项目：国家 863 计划资助项目(2002AA742044)

作者简介：丁希仑(1967—)，男，山东青岛人，教授，xlding@buaa.edu.cn.

MA 760机器人进行了位置误差分析.

本文建立了空间操作臂五参数位姿误差模型,并使用VC++编制了位姿误差分析程序,针对一种6-DOF空间摄像机器人进行了误差分析,计算出该机器人参数变化对末端位姿误差的影响规律,并绘制了等误差曲线图.

1 影响机器人误差的主要因素

影响机器人位姿误差的因素可以分为静态因素和动态因素.静态因素是指在机器人运动过程中始终保持不变的因素,而动态因素则是指在机器人运动过程中随时间变化的因素.静态因素主要包括:机器人结构参数、环境因素、关节误差、位置传感器误差和控制系统的误差等.动态因素主要包括:由外力、惯性力、自重等引起的连杆和关节的弹性变形及振动.

综上所述,影响机器人位姿误差的因素相当多,这就给机器人的误差分析和位姿误差的补偿带来了一定的难度.机器人末端执行器的位姿误差往往是各种因素综合作用的结果.如果将每一种因素都作为一个独立的变量加以考虑,会使位姿误差的分析变得十分复杂.因此需要将各种因素进行综合,统一都归结为:①各组成连杆的运动变量误差引起的位姿误差;②各组成连杆的结构参数误差引起的位姿误差.通过将各种因素都归结为机器人各组成连杆的运动变量和结构参数误差以后,就可以比较方便地建立机器人末端的位姿误差模型,从而分析在各种因素综合影响下的机器人末端位姿误差[1].

2 机器人位姿误差模型

2.1 确定误差参数

应用四参数模型进行误差分析时,有时不能很好地表达机构误差.例如,在理论上为平行轴的操作机连杆,如果存在平行度误差,那么四参数模型的杆件偏移量 d_i 就可能由零到无穷大,a_i 的值可能由某值到零.如图1所示.

因此,有的学者又提出了修正的DH模型,参数的个数有4个、5个、6个或更多.但是考虑到如果参数过多,机器人增加的参数将难以辨识,运动学方程式难于求解等.所以,在保证足够的精确度前提下,应尽量选择几何参数少的模型.

机器人的位姿误差建模的方法很多,但根据计算方法的不同,可归结为矩阵法[5]和矢量法[6]两大类.以下采用矩阵法推导并建立五参数的位姿误差模型.

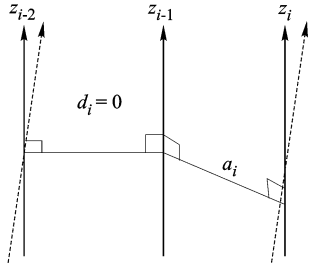

图1 四参数模型的平行误差图

2.2 位姿误差模型推导

利用齐次变换矩阵作为相邻构件间的坐标转换矩阵,通过相邻构件间的误差传递来建立末端位姿误差的计算公式.由D-H坐标系可知,在任意两个相邻构件 $i-1$ 和 i 上,坐标系之间的关系由齐次变换矩阵 $\boldsymbol{T}_i^{i-1}$ 来决定:

如图2(假设关节和关节轴线平行,但实际有微小偏差)所示,杆件坐标系固定在操作臂连杆上.

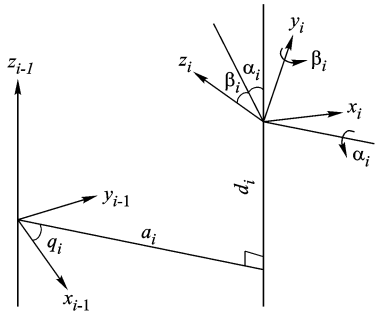

图2 五参数模型

5个参数分别是关节角 θ_i,杆件偏移量 d_i,杆件长度 a_i,扭角 α_i 和 β_i.其中,扭角 β_i 是两相邻关节轴 z_{i-1} 和 z_i 在平行于 x_i 和 z_i 平面上的夹角,其它参数的定义与四参数DH模型一致.其变换矩阵为

$$\boldsymbol{T}_i^{i-1}=\mathrm{rot}(z,\theta)\,\mathrm{trans}(z,d_i)\cdot \mathrm{trans}(x,a_i)\,\mathrm{rot}(x,\alpha_i)\,\mathrm{rot}(y,\beta_i)$$

$$\boldsymbol{T}_i^{i-1}=\begin{bmatrix}\cos\theta_i\cos\beta_i-\sin\theta_i\sin\alpha_i\sin\beta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \cos\theta_i\sin\beta_i+\sin\theta_i\sin\alpha_i\cos\beta_i & a_i\cos\theta_i\\ \sin\theta_i\cos\beta_i+\cos\theta_i\sin\alpha_i\sin\beta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & \cos\theta_i\sin\beta_i+\sin\theta_i\sin\alpha_i\cos\beta_i & a_i\sin\theta_i\\ -\cos\alpha_i\sin\beta_i & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i\cos\beta_i & d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{1}$$

当相邻关节轴线不平行时,扭角的值为零,此时与四参数 DH 模型一致;当相邻关节公称平行时,五参数模型杆件坐标系的建立与四参数模型相邻关节平行的规则一致,$d_i=0$,β_i 是否等于零,则由机构的制造误差决定,当相邻平行关节轴有微小偏差时,$\beta_i\neq 0$.

对式(1)中的五参数求全微分,即可求出由于参数误差 $\Delta\theta_i,\Delta\alpha_i,\Delta d_i,\Delta a_i,\Delta\beta_i$ 而引起的变换误差 $\mathrm{d}\boldsymbol{T}_i^{i-1}$.

下面的问题是,已知两杆之间由于参数误差

$$\boldsymbol{\phi}_i=\begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{a}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i & \boldsymbol{o}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i & (\boldsymbol{P}_{u_{i+1}}\times\boldsymbol{n}_{u_{i+1}})\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i+\boldsymbol{n}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{d}_i^i \\ \boldsymbol{a}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i & 0 & -\boldsymbol{n}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i & (\boldsymbol{P}_{u_{i+1}}\times\boldsymbol{o}_{u_{i+1}})\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i+\boldsymbol{o}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{d}_i^i \\ -\boldsymbol{o}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i & \boldsymbol{n}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i & 0 & (\boldsymbol{P}_{u_{i+1}}\times\boldsymbol{a}_{u_{i+1}})\cdot\boldsymbol{\delta}_i^i+\boldsymbol{a}_{u_{i+1}}\cdot\boldsymbol{d}_i^i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中,$\boldsymbol{a}$ 为接近矢量(approach);$\boldsymbol{o}$ 为方位矢量(orientation);$\boldsymbol{n}$ 为法向矢量(normal);$\boldsymbol{n}=\boldsymbol{o}\times\boldsymbol{a}$;$\boldsymbol{P}$ 为位置矢量(position).

可用相对坐标系 $\boldsymbol{T}_i^{i-1}$ 描述的微移动向量和微转动向量($\boldsymbol{d}_i^i$ 和 $\boldsymbol{\delta}_i^i$),来获得相对于末端执行器坐标系描述的微移动向量和微转动向量($\boldsymbol{d}_n^n$ 和 $\boldsymbol{\delta}_n^n$).

经整理得到

$$\boldsymbol{d}_n^n=\boldsymbol{M}_1\Delta\theta_i+\boldsymbol{M}_2\Delta d_i+\boldsymbol{M}_3\Delta a_i+\boldsymbol{M}_4\Delta\alpha_i+\boldsymbol{M}_5\Delta\beta_i \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\delta}_n^n=\boldsymbol{M}_2\Delta\theta_i+\boldsymbol{M}_3\Delta\alpha_i+\boldsymbol{M}_6\Delta\beta_i \tag{6}$$

式中 $\boldsymbol{M}_j(j=1,2,\cdots,6)$ 为 $3\times n$ 的矩阵.

校正机器人的末端执行器相对于基坐标系的误差,再利用式(7)可得到末端执行器相对基坐标系的误差向量($\boldsymbol{d}_n^0$ 和 $\boldsymbol{\delta}_n^0$).

$$\boldsymbol{\Delta}_n^0=\boldsymbol{T}_n^0\boldsymbol{\Delta}_n^n[\boldsymbol{T}_n^0]^{-1} \tag{7}$$

一般地,d_i,a_i 的精度比 $\alpha_i,\beta_i,\theta_i$ 要高.而且,$\Delta\theta_i,\Delta\alpha_i,\Delta\beta_i$ 对机器人末端执行器的误差影响较大.

这样就求得了机械手末端执行器由于连杆的参数误差引起的位置误差 $\boldsymbol{d}_6^0$ 和姿态误差 $\boldsymbol{\delta}_6^0$,即位姿误差模型,为机械手进行误差补偿研究提供了基础.

综合上述推导,可以得到机器人的位姿误差数学模型:

$$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{X} \tag{8}$$

其中:$\boldsymbol{b}=(d_{6x}^0\quad d_{6y}^0\quad d_{6z}^0\quad \delta_{6x}^0\quad \delta_{6y}^0\quad \delta_{6z}^0)^{\mathrm{T}}$,为机器人末端的位姿误差;$\boldsymbol{X}=(\Delta\theta_1,\Delta d_1,\Delta a_1,\Delta\alpha_1,\cdots,\Delta\theta_n,\Delta d_n,\Delta a_n,\Delta\alpha_n)^{\mathrm{T}}$,为机器人各关节参数误差组成的向量;$\boldsymbol{B}$ 为 $6\times(5n)$的关系矩阵.

而引起的变换误差(即微分变化)之后,如何求出末杆(末端执行器)的位姿误差(亦即微分变化或变换误差).

对于 n 自由度的机器人有

$$\boldsymbol{T}_n^0=\boldsymbol{T}_1^0\boldsymbol{T}_2^1\cdots\boldsymbol{T}_n^{n-1}=\prod_{i=1}^{n}\boldsymbol{T}_i^{i-1} \tag{2}$$

整理得到

$$\mathrm{d}\boldsymbol{T}_n^0=\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{T}_1^0\boldsymbol{T}_2^1\cdots\boldsymbol{T}_i^{i-1}\boldsymbol{\Delta}_i^i\boldsymbol{T}_{i+1}^i\cdots\boldsymbol{T}_n^{n-1}) \tag{3}$$

令 $\boldsymbol{u}_i=\boldsymbol{T}_{n-1}^{i-1}\cdot\boldsymbol{T}_n^{i-1}$,利用向量运算法则,整理得到

3　机器人位姿误差仿真分析

根据机器人 D-H 参数表及机器人位姿误差模型,编制了以下位姿误差分析软件,程序的运动学参数设置模块可以设置参数个数是四参数还是五参数,如图 3 所示.



图 3　运动学参数设置

程序的误差显著性分析模块可以分析各参数误差对末端位姿误差的影响,在该模块中可以设置各个关节参数误差值,并计算末端位姿误差,如图 4 所示.

当确定了机器人的各机构参数的误差值后,末端执行器在工作空间内的位姿误差即为式(8),末端执行器的位置误差值 Δp 为

$$\Delta p=\sqrt{(d_{nx}^0)^2+(d_{ny}^0)^2+(d_{nz}^0)^2} \tag{9}$$

因此,位置误差量为 Δp 的误差函数为

$$f(x,y,z,\Delta p)=0 \tag{10}$$

同理亦可得到姿态误差函数.

根据式(10)可以产生一系列误差表面,在每一个表面上,有相同的位置误差量,这就是等误差曲线图.

等误差曲线图的描绘步骤如下:

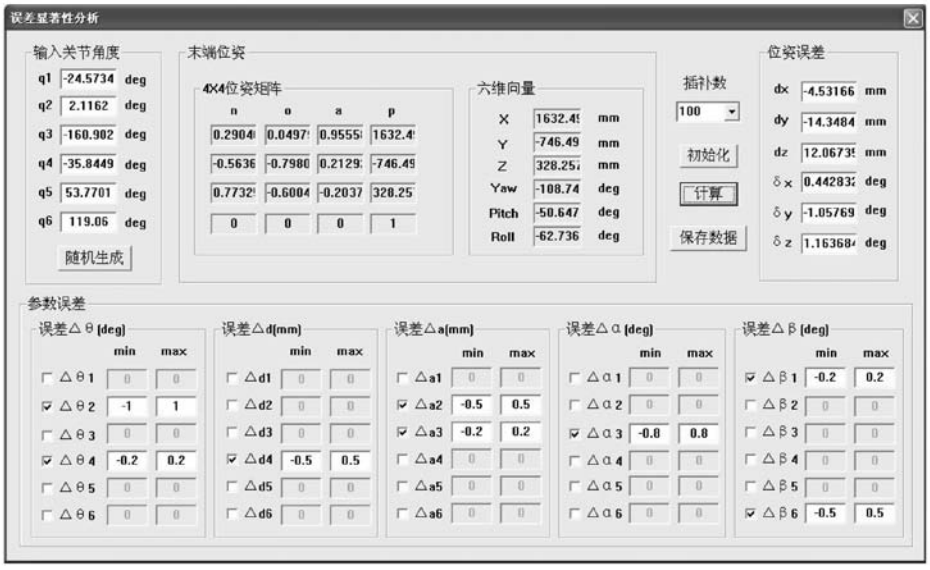

图 4 误差显著性分析

1) 确定机器人的工作空间与 x_0z_0 平面或 x_0y_0 平面的相交面 S，x 的取值范围(x_1，x_2)，y 的取值范围(y_1，y_2)或 z 的取值范围(z_1，z_2).

2) 用一定间隔的坐标线把 S 分成 N 个网格，在每个网格上取点，得到离散点集$\{P_i\}$($i=1,2,\cdots,N$)；计算$\{P_i\}$上的误差，用式(9)计算误差值 Δp_i.

3) 根据步骤 2)得到 Δp_i 值，确定 Δp 值序列$\{\Delta p_j\}$($j=1,2,\cdots,n$). 将$\{\Delta p_j\}$中的每一个 Δp_j 值代入式(10)中，得到关于(x_j，z_j)的函数方程

$$f(x_j,z_j)=0 \tag{11}$$

4) 在 x 的取值范围(x_1，x_2)内，从 $x_1\rightarrow x_2$ 逐步取值代入式(11)中，得到关于 z_j 的方程

$$f(z_j)=0 \tag{12}$$

5) 在 z 的取值范围(z_1，z_2)内，解方程式(12)，即得到一个解(x_s，z_s).

6) 重复步骤 4)和 5)，在 x 的取值范围(x_1，x_2)内得到一系列的解. 这样，就得到对应于某一位置误差值 Δp_j 的等误差曲线.

重复步骤 3)～6)，得到一系列对应于不同 Δp_j 的等误差曲线.

本文以一空间摄像机器人为例，进行具体的位姿误差分析与仿真，其本体构型如图 5 所示.

机器人的 D-H 参数见表 1. 机器人各连杆参数的数值如下：$l_1=400$ mm，$l_2=980$ mm，$l_3=200$ mm，$l_4=750$ mm，$l_5=200$ mm.

表 1 机器人的 D-H 参数

坐标系	θ/(°)	d	a	α/(°)
1	90	0	0	90
2	0	0	l_2	0
3	0	0	$-l_4$	0
4	0	0	0	−90
5	−90	0	0	−90
6	0	0	0	0

注：θ 为压紧时角度.

另外，机械臂抓持操作时手爪末端离开手心(第 6 个坐标系的原点)的距离为 500 mm.

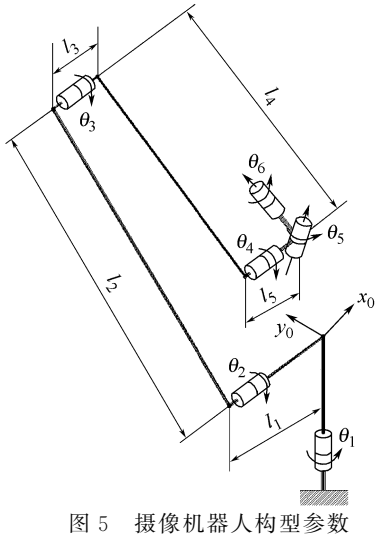

图 5 摄像机器人构型参数

将以上已知数据输入所编制的误差仿真分析软件，最终得到的摄像机器人等误差分布曲线图如图 6 所示.

图 6 中，最外缘半圆为机器人工作空间的外边缘，其中的误差曲线为各误差点的拟合曲线. 图 6 中分别绘制了误差为 0.6，0.7，0.8 mm 的等误差曲线. 从空间摄像机器人的构型参数可知，该机器人工作空间在 x 轴的可达范围为[0，2 300]. 由图 6 可见，在机器人工作空间半径 1 500 mm$<R<$2 000 mm 的范围内，该机器人末端的综合位姿误差为 0.8 mm；在机器人工作空间半径

1 000 mm＜R＜1 500 mm 的范围内,该机器人末端的综合位姿误差为 0.7 mm;在机器人工作空间半径 500 mm＜R＜1 000 mm 的范围内,该机器人末端的综合位姿误差为 0.6 mm.

因此,通过所建立的五参数误差模型和分析软件,可以直观地了解机器人机构的误差分布情况,便于合理地使用机器人或进行机器人机构误差的校正.

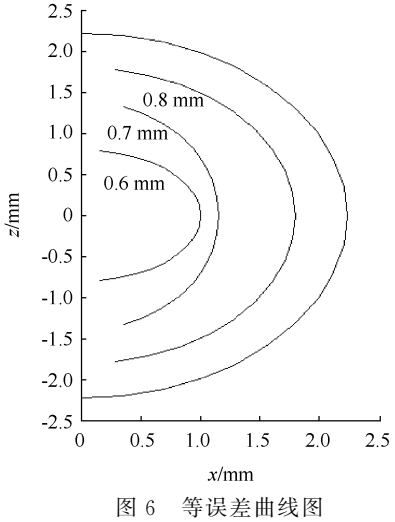

图 6　等误差曲线图

4　结 束 语

本文研究并推导了一种机器人的运动学五参数模型,根据相邻构件间的误差传递关系,建立了机器人的位姿误差模型.同时根据位姿误差数学模型编制了基于 C++的应用程序(软件),该程序(软件)具有较强的通用性,适用于串联空间机器人操作臂末端执行器的位姿误差分析.最后,针对一空间摄像机器人,进行了具体的误差仿真分析,绘制了机器人的等误差曲线图.研究表明,所建立的五参数误差模型和编制的分析软件能够直观地分析机器人机构的误差情况,其分析结果便于进一步对机器人机构进行误差补偿.

参考文献(References)

[1] 焦国太,冯永和,王锋,等. 多因素影响下的机器人综合位姿误差分析方法[J]. 应用基础与工程科学学报,2004,12(4):435－442
Jiao Guotai, Feng Yonghe, Wang Feng, et al. Synthetically analysis of the robot pose error resulting from various factors [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2004,12(4): 435－442(in Chinese)

[2] Mavroidis C, Dubowsky S, Drouet P. A systematic error analysis of robotic manipulators: application to a high performance medical robot[C]//Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE,1997,2: 980－985

[3] Yang Tian, Zhang Jianxun, Wang Shumei, et al. Motion planning and error analysis in robot assistant micro-surgery system[C]//Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ: IEEE, 2006,2: 8819－8823

[4] Chen J, Chao L M. Positioning error analysis for robot manipulators with all rotary joints[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation,1987,3(6): 539－545

[5] Kumar A. Positioning accuracy of manipulators with encoder equipped joints[C]//Proceedings of Symposium on Robotics Research and Advanced Application ASME. New York: ASME,1982:765－771

[6] Sugimoto K, Okada T. Compensation of positioning errors caused by geometric deviations in robot system[C]//Proceedings of 2nd International Symposium Robotics Research. Cambridge:MIT Press,1985:231－236