相域输电线路模型中的频率相关转换矩阵

范圣韬 李夏青

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191) (北京石油化工学院 电气工程系, 北京 102617)

李运华

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘 要: 首先针对使用传统算法得到的频率相关转换矩阵元素存在突变点的问题, 提出一种新算法用于消除频率相关转换矩阵元素的突变点. 新算法先使用传统算法计算出每个频率点的转换矩阵, 再通过一个基于最优化原理的平滑过程消除转换矩阵中元素的突变点. 通过不换位双回三相输电线路算例, 验证了新算法的有效性. 在此基础上, 利用消除突变点的频率相关转换矩阵分别计算特征导纳矩阵和传播矩阵, 通过对比分析, 近一步阐明了频率相关转换矩阵中元素的突变点对特征导纳矩阵连续性具有较大影响, 而对传播矩阵连续性的影响很小.

关 键 词: 传输线理论; 模分析; 暂态; 分布参数网络

中图分类号: TM 743

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2008)10-1151-04

Frequency-dependent transformation matrices of phase-domain transmission line models

Fan Shengtao

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Li Xiaqing

(Electrical Engineering Department, Beijing Institute of Petrochemical Technology, Beijing 102617, China)

Li Yunhua

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract A new algorithm for evaluating the frequency-dependent transformation matrices as smooth functions of frequency is presented. The new algorithm firstly calculates the frequency-dependent transformation matrices at each frequency point using conventional algorithms; a special smoothing procedure based on optimization is then used to eliminate the inevitable jumps. The validity of the algorithm is verified with a double-circuit untransposed three-phase transmission line example. To analysis how the characteristic admittance matrices and the propagation matrices are affected by the jumps of the elements in the frequency-dependent transformation matrices, the smooth frequency-dependent transformation matrices are used to calculate the characteristic admittance matrices and the propagation matrices, which shows that the characteristic admittance is sensitive to the jumps while the propagation matrices not.

Key words transmission line theory; modal analysis; transients; distributed parameter networks

收稿日期: 2007-10-10

基金项目: 北京市教育委员会科技发展计划资助项目; 北京市自然科学基金会重点资助项目(KZ200510017012)

作者简介: 范圣韬(1981-), 男, 山东菏泽人, 博士生, fst66@asee.buaa.edu.cn

在频率域中,一条输电线路可以由两个频率相关的矩阵来刻画:特征导纳矩阵和传播矩阵;基于特征值/特征向量理论的频率相关转换矩阵可以被用来计算特征导纳矩阵和传播矩阵[1-4].使用传统的特征值/特征向量求解算法进行求解时,可能会造成特征向量在某个频率点突变[5-6],不能保证频率相关转换矩阵的元素是频率的光滑函数;这时使用频率相关转换矩阵计算出的特征导纳矩阵的光滑性会受到较大的影响,而对传播矩阵光滑性的影响则相对较小.文献[7]使用推广雅克比方法解决了地下电缆输电线路的情况,但是将它用于多回的架空线,得到的频率相关转换矩阵的元素却不能保证总是频率的光滑函数[5].文献[5-6]中使用 Newton-Raphson 方法处理多回架空线的情况,获得不错的效果,然而由于该方法要求雅克比矩阵必须是非奇异的,限制了其应用[8].文献[8]将频率相关转换矩阵的求解问题转化为一个最优化问题,并使用序列二次规划算法求解,但是由于该方法需要求解一个二次规划子问题序列,导致效率比较低.为了解决上述问题,本文提出了首先使用传统特征值/特征向量求解算法计算出每个频率点的转换矩阵,然后再通过一个平滑算法消除由传统算法产生的突变点的方法.通过一个双回架空线的算例验证了这种算法的有效性,并且阐明了频率相关转换矩阵对特征导纳矩阵和传播矩阵光滑性的影响.

1 传输线理论

对于多相输电线路,可以通过线路的地理参数、导线以及大地电阻率等参数计算得到线路参数.对于一条长度为 l 的输电线路,线路上的电压 $v(x,t)$ 和电流 $i(x,t)$ 满足的关系可以由频域下的电报方程来描述.

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{V}(x,\omega)}{\mathrm{d}^2x} &= \boldsymbol{Z}(\omega)\boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{V}(x,\omega)\\ \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{I}(x,\omega)}{\mathrm{d}^2x} &= \boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)\boldsymbol{I}(x,\omega)\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

式中,$\boldsymbol{Y}(\omega)$ 为并联导纳矩阵;$\boldsymbol{Z}(\omega)$ 为串联阻抗矩阵.

在模域中,n 相方程式(1)可以解耦为 n 个相互独立的方程.这可以通过频率相关转换矩阵 $\boldsymbol{T}(\omega)$ 来实现,通过式(2),$\boldsymbol{T}(\omega)$ 可将 $\boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)$ 在每个频率点转换为对角矩阵.

$$\boldsymbol{T}^{-1}(\omega)\boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)\boldsymbol{T}(\omega) = \lambda(\omega) \quad (2)$$

其中,$\lambda(\omega)$ 是一个对角矩阵,其对角线元素由 $\boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)$ 的特征值组成;$\boldsymbol{T}(\omega)$ 的列是由 $\boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)$ 的特征向量组成的.模域特征导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{Cmode}}(\omega)$ 和模域传播矩阵 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{mode}}(\omega)$ 可以通过 $\boldsymbol{T}(\omega)$ 计算得到[6].

在相域模型中,发送端 k 和接收端 m 的电压和电流间的关系可以在频域中被表示为[3]

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)\boldsymbol{V}_k(\omega) - \boldsymbol{I}_k(\omega) = \boldsymbol{A}(\omega)[\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)\boldsymbol{V}_m(\omega) + \boldsymbol{I}_m(\omega)] \quad (3)$$

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)\boldsymbol{V}_m(\omega) - \boldsymbol{I}_m(\omega) = \boldsymbol{A}(\omega)[\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)\boldsymbol{V}_k(\omega) + \boldsymbol{I}_k(\omega)] \quad (4)$$

其中

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega) = \sqrt{[\boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)]^{-\mathrm{T}}}\boldsymbol{Y}(\omega) \quad (5)$$

$$\boldsymbol{A}(\omega) = \mathrm{e}^{-\sqrt{\boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)}l} \quad (6)$$

l 为 k 和 m 间的线路长度;$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)$ 和 $\boldsymbol{A}(\omega)$ 分别为特征导纳矩阵和传播矩阵,它们也可以分别通过式(7)和式(8)计算得到.

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega) = \boldsymbol{T}(\omega)\boldsymbol{Y}_{\mathrm{Cmode}}(\omega)\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}(\omega) \quad (7)$$

$$\boldsymbol{A}(\omega) = \boldsymbol{T}(\omega)\boldsymbol{A}_{\mathrm{mode}}(\omega)\boldsymbol{T}^{-1}(\omega) \quad (8)$$

2 频率相关转换矩阵的求解

记 $\boldsymbol{S}(\omega) = \boldsymbol{Y}(\omega)\boldsymbol{Z}(\omega)$,使用传统算法计算频率相关转换矩阵时,造成特征向量突变的原因来自两个方面:

1) 使用传统算法计算时,频率从一点变为另一点计算特征值的顺序常常会发生变化,造成 $\boldsymbol{T}(\omega)$ 中特征向量的次序不固定,导致 $\boldsymbol{T}(\omega)$ 中的元素不连续[6].

2) 设 $\boldsymbol{x}(\omega)$ 是 $\boldsymbol{S}(\omega)$ 的一个特征向量,则对于任意的一个复数 c,$c\boldsymbol{x}(\omega)$ 亦为 $\boldsymbol{S}(\omega)$ 的特征向量,传统的算法通常不会考虑 c 对特征向量连续性的影响,因此 c 的选择带有一定的任意性.

平滑算法的目的就是要消除由上面讨论的两个原因造成的影响.为了保证频率相关转换矩阵的唯一性,同时也为了规范化特征向量,通常会对特征向量做一定的限制,设此约束为 $f(\boldsymbol{x}) = 0$,如果使用和文献[5-6]中相同的约束条件,则 $f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} - 1$.

设 $\boldsymbol{T}(\omega_1)$,…,$\boldsymbol{T}(\omega_k)$,…,$\boldsymbol{T}(\omega_m)$ 是使用传统算法得到的各个频率点的频率相关转换矩阵.若频率相关转换矩阵 $\boldsymbol{T}(\omega_k) = \left(\boldsymbol{T}_1^k \quad \boldsymbol{T}_2^k \quad \cdots \quad \boldsymbol{T}_n^k\right)$ 已经确定,则可以使用下面的方法得到下一个频率点的频率相关转换矩阵 $\boldsymbol{T}(\omega_{k+1})$:$\boldsymbol{T}_i^{k+1}$ 从 $\boldsymbol{T}(\omega_{k+1})$ 的列向量中选出并乘以一个合适的复数,使得相乘后的新向量满足约束方程 $f(\boldsymbol{x}) = 0$ 并且与 $\boldsymbol{T}_i^k$ 的距离的平方是最小

的. 即 $\boldsymbol{T}_i^{k+1} = c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1}$, 式中的变量 j 和 c_j 可以由如下的最优化问题得到

$$\begin{aligned} &\min_{j,c_j}\{\| c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1} - \boldsymbol{T}_i^k \|^2\} \\ &\text{s.t. } f\left(c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1}\right) = 0 \\ &c_j \in \mathbf{C};\ j = 1, \cdots, n \end{aligned} \tag{9}$$

式(9)又可以重新写为

$$\begin{aligned} &\min_j\left\{\min_{c_j}\left\{\| c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1} - \boldsymbol{T}_i^k \|^2\right\},\right. \\ &\left.\text{s.t. } f(c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1}) = 0,\ c_j \in \mathbf{C}\right\} \\ &j = 1, \cdots, n \end{aligned}$$

所以 $\boldsymbol{T}_i^{k+1}$ 可以使用如下的算法得到, 算法分为两步:

1) 对每一个 $\boldsymbol{T}_j^{k+1}$ ($j = 1, 2, \cdots, n$), 计算 $c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1}$ 与 $\boldsymbol{T}_i^k$ 在满足约束方程条件下的距离平方的最小值, 这可以表示为如下的一个最优化问题:

$$\begin{aligned} &\min_{c_j}\{\| c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1} - \boldsymbol{T}_i^k \|^2\} \\ &\text{s.t. } f\left(c_j \boldsymbol{T}_j^{k+1}\right) = 0 \qquad c_j \in \mathbf{C} \end{aligned} \tag{10}$$

设式(10)中的最小值为 Γ_j, 当 $c_j = \xi$ 时达到. 如果使用约束条件 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} - 1 = 0$, 则有如下的结论:

$$\xi = \operatorname{sgn}(q)$$

$$\Gamma_j = \| \boldsymbol{P} \|^2 - 2|q| + \| \boldsymbol{T}_i^k \|^2$$

其中

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{T}_j^{k+1}}{\sqrt{\left(\boldsymbol{T}_j^{k+1}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{T}_j^{k+1}}}$$

$$q = \operatorname{Re}\left(\left(\boldsymbol{T}_i^k\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}\right)$$

$(\cdot)^{\mathrm{H}} = \overline{(\cdot)^{\mathrm{T}}}$ 表示矩阵的共轭转置.

2) 根据第 1)步的计算结果, 找出最小的 Γ_j, 设为 Γ_u, 则 $\boldsymbol{T}_i^{k+1} = \xi \boldsymbol{T}_u^{k+1}$.

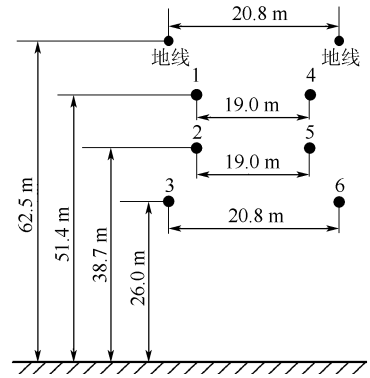
3　双回架空线算例

一个强不对称但是常见的例子如图 1所示. 相导线为 4分裂导线束子, 导线间距 50 cm. 子导线: 直径 3.84 cm; 单位长度的直流电阻 R_{dc} = 41.94 mΩ/km. 地线: 直径 1.75 cm; R_{dc} = 0.508 53 mΩ/km. 线路长度: 100.0 km; 大地电阻率: 100.0 Ω·m.

由线路的物理参数, 计算得到各个频率点的 $\boldsymbol{Y}(\omega)$ 和 $\boldsymbol{Z}(\omega)$, 使用的频率范围是 10^{-2} ~ 10^6 Hz

3.1　算法有效性的验证

使用 QR算法计算 $\boldsymbol{T}(\omega)$, 所得到的 $\boldsymbol{T}(\omega)$ 第2列的实部如图 2所示; 经过平滑算法处理后的结果如图 3所示.



1—第 1回 A相; 2—第 1回 B相; 3—第 1回 C相; 4—第 2回 A相; 5—第 2回 B相; 6—第 2回 C相.

图 1　双回三相不换位输电线路

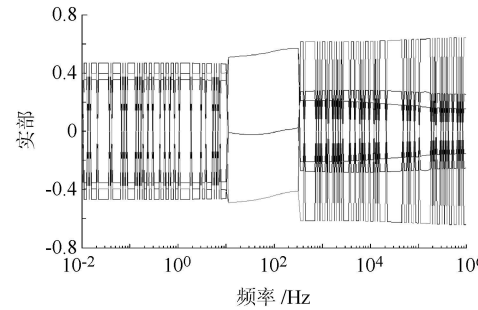


图 2　使用 QR算法计算的第 2列元素的实部

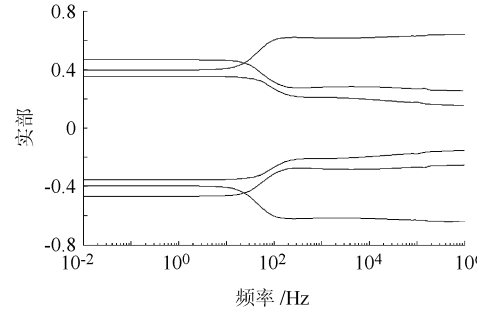


图 3　平滑后的第 2列元素的实部

通过对比可以发现: 使用 QR 算法计算的 $\boldsymbol{T}(\omega)$中有很多突变点, 而使用平滑算法处理后得到的 $\boldsymbol{T}(\omega)$是频率的光滑函数, 说明了算法的有效性.

3.2　突变点对 $\boldsymbol{A}(\omega)$和 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)$光滑度的影响

图 4展示了直接使用 QR 算法得到的 $\boldsymbol{T}(\omega)$ 计算 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)$时的情况, 由于 $\boldsymbol{T}(\omega)$中的元素存在突变点, 造成 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)$的光滑度变差.

图 5展示了利用经过平滑处理后的 $\boldsymbol{T}(\omega)$计算出的 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)$, 由于平滑算法消除了 $\boldsymbol{T}(\omega)$中元素存在的突变点, 计算出的 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)$的元素是频率的光滑函数, 从而为在相域中对 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}(\omega)$的有理逼

近带来了便利.

使用 QR算法得到的和平滑后的 $\boldsymbol{T}(\omega)$计算的 $\boldsymbol{A}(\omega)$很相近, 如图 6所示, $\boldsymbol{T}(\omega)$中的突变点对 $\boldsymbol{A}(\omega)$中元素光滑度的影响要小的多.

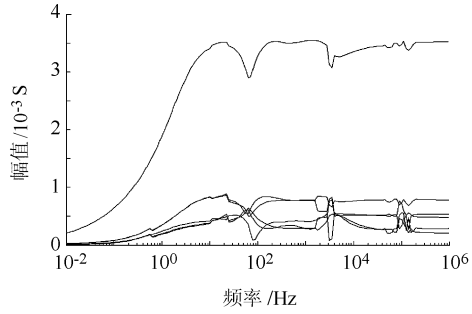


图 4 使用具有突变点的 $\boldsymbol{T}(\omega)$计算得到的 $\boldsymbol{Y}_C(\omega)$的第 2列元素的幅值

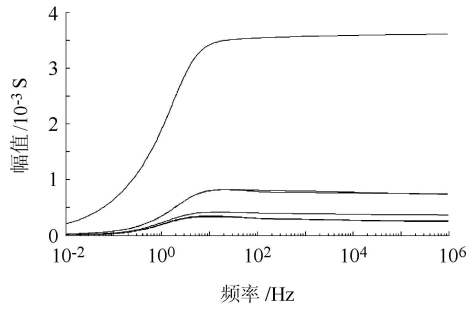


图 5 使用无突变点的 $\boldsymbol{T}(\omega)$计算得到的 $\boldsymbol{Y}_C(\omega)$的第 2列元素的幅值

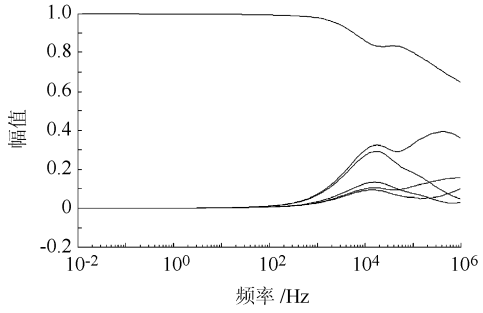


图 6 $\boldsymbol{A}(\omega)$第 2列元素的幅值

4 结束语

由于使用传统的特征值/特征向量求解算法计算频率相关转换矩阵会产生突变点, 会给有理函数近似带来很大的困难, 本文提出首先使用传统算法计算出每个频率点的频率相关转换矩阵, 再通过一个平滑算法消除频率相关转换矩阵中由传统算法产生的突变点的方法. 使用双回架空线算例验证了文中提出方法的有效性, 实验结果表明频率相关转换矩阵中元素的突变会对特征导纳矩阵中元素的光滑度产生较大的影响, 而对传播矩阵中元素的光滑度的影响却很小.

参考文献 (**References**)

[1] Morched A, Gustavsen B, Tartibi M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1999, 14(3): 1032-1038

[2] Marti R. Accurate modeling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transients simulations[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and System, 1982, 101(1): 147-155

[3] Nguyen H V, Dommel H W, Marti J R. Direct phase-domain modelling of frequency-dependent overhead transmission lines [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1997, 12(3): 1335-1342

[4] Gustavsen B, Semlyen A. Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1998, 13(2): 605-614

[5] Wedepohl L M, Nguyen H V, Irwin G D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission line using newton-raphson method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1996, 11(3): 1538-1546

[6] Fernandes A B, Neves W L A. Phase-domain transmission line models considering frequency-dependent transformation matrices [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(2): 708-714

[7] Marti L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1988, 3(3): 1099-1110

[8] Nguyen T T, Chan H Y. Evaluation of modal transformation matrices for overhead transmission lines and underground cables by optimization method[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2002, 17(1): 200-209

(责任编辑: 赵海容)