MEMS 陀螺仪随机误差滤波

陈殿生 邵志浩 雷旭升

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100191) (北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院，北京 100191)

王田苗

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100191)

摘 要：针对微机电系统(MEMS，Micro Electromechanical System)陀螺仪的随机漂移，基于小波多尺度分析，利用 bior1.5 小波对陀螺仪的随机漂移进行深度为 4 的分解，重建各尺度信号，采用时间序列方法对陀螺仪各尺度随机漂移进行建模，与传统时间序列方法建模相比，降低了模型的预测误差. 并构建了模糊自适应 Kalman 滤波，利用模糊控制方法基于残差均值与方差差值对噪声方差阵进行实时调整，提高对重建后的各尺度信号随机噪声滤波效果. 通过一系列对比实验证明，基于多尺度分析的模糊自适应 Kalman 滤波对于消除 MEMS 陀螺仪随机漂移误差作用明显. 通过 Allan 方差分析，滤波后的数据各随机误差项均得到有效减小.

关 键 词：陀螺仪；随机误差；小波分析；Kalman 滤波；模糊控制

中图分类号：TP 242

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2009)02-0246-05

Multiscale fyzzy-adaptive Kalman filtering methods for MEMS gyros random drift

Chen Diansheng Shao Zhihao

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Lei Xusheng

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Wang Tianmiao

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A new time series method was proposed to construct the random drift model for the micro electro mechanical sensor (MEMS) gyro. Based on the wavelet multi scale analysis method, the gyro random drift data was decomposed to a series of scale gyro drift data with depth of 4 using bior1.5 wavelet, each scale signal was rebuilt and then constructed the corresponding multi scale time series models to reduce the overall predict error. Moreover, an adaptive Kalman filter algorithm was proposed to improve the compensation performance for the random drift noise. The noise variance was modified by using the fuzzy adaptive system which is based on the mean and variance margin of residual sequence. The effectiveness of the proposed method was proved by a series of experiments compared with multi scale analysis with simple Kalman filter (SKF). Each random item was reduced using Allan variance analysis.

Key words: gyroscopes; random errors; wavelet analysis; Kalman filter; fuzzy control

收稿日期：2008-07-20

基金项目：国家杰出青年科学基金资助项目(60525314)；国家 863 计划资助项目(2007AA04Z250，2006AA04Z206)；国际科技合作资助项目(2008DFR70100)

作者简介：陈殿生(1969—)，男，吉林扶余人，教授，chends@163.com.

随着微机电系统(MEMS,Micro Electromechanical System)技术的发展,MEMS 陀螺仪以其体积小、重量轻、价格便宜、可靠性和寿命高等优点,在惯性技术领域得到成功应用. 由于 MEMS 理论和技术的不完善,与传统的惯性器件相比,MEMS 陀螺仪的精度低 1～3 个数量级. 其中,陀螺仪漂移是其主要的误差源之一. 因此需要对 MEMS 陀螺仪漂移进行测试和建模补偿.

通常陀螺仪漂移可分为确定和随机部分:确定部分具有规律性,可以通过实时补偿法进行消除. 随机部分具有不确定性,近似于噪声,实时补偿法很难消除随机噪声,因而,多采用时间序列分析法对数据进行建模,并应用 Kalman 滤波算法减小 MEMS 陀螺仪随机噪声的影响[1],但时间序列法存在一定的模型预测误差,对下一步采用 Kalman 滤波有一定的影响. 文献[2]中,利用基于 Mallat 算法的多尺度分析对陀螺仪漂移特性进行分析,对随机漂移趋势进行了提取,并验证了小波分析在陀螺仪漂移特性建模的可行性. 在此基础上,文献[3]提出了对 MEMS 陀螺仪输出数据进行多尺度分解,在各尺度分解的基础上对信号进行重建,然后对重建的各尺度信号利用时间序列分析法进行建模,利用各尺度模型的输出和作为陀螺仪的输出,可以有效的降低模型的预测误差,提高模型的精度.

但在实际系统中,系统噪声方差阵和观测噪声方差阵并不能准确得到,从而导致滤波发散. 且陀螺仪在运行过程中,存在摄动现象,影响模型的整体性能. 因此,需要根据系统实际状态信息在线估计噪声方差阵,进而调整滤波增益矩阵[4].

本文在采用基于小波分解的多尺度时间序列方法对陀螺的随机漂移数据进行建模基础上,通过构建模糊控制器来实现噪声方差阵的在线调整,提高整体辨识精度.

1　小波多尺度分解与重建

多尺度分析是对信号低频部分进行分解,高频部分不予考虑的方法. 多尺度分解可以区分不同频段的信号,因而对不同频段的信号分别建立 ARMA 模型(Auto-Regressive and Moving Average Model),可以减小模型的预测误差.

如图 1 所示,假设对原始信号进行深度为 3 的多尺度分解,原始信号 S 可以表示为 $S=A_3+D_3+D_2+D_1$,其中 A_1,A_2,A_3 是低频部分,反映了信号的变化趋势,D_1,D_2,D_3 是信号的高频部分,反映了信号的瞬时变化. H 和 G 分别为 Mallat 算法中低通、高通滤波器组. 各层的信号实际是原始信号 S 在不同频段上的分量. 当信号 A_3,D_3,D_2,D_1 相关,并且 S 为零均值的平稳信号时,信号 S 的方差可以表示为

$$\sigma_s^2=\sigma^2(S)=\sigma^2(A_3+D_3+D_2+D_1)\geqslant \sigma_{A_3}^2+\sigma_{D_3}^2+\sigma_{D_2}^2+\sigma_{D_1}^2 \tag{1}$$

其中 $\sigma_{A_3}^2,\sigma_{D_3}^2,\sigma_{D_2}^2,\sigma_{D_1}^2$ 分别为信号 A_3,D_3,D_2,D_1 的方差.

所以信号 S 分解后,各尺度信号方差的和小于原信号 S 的方差,因此系统的平稳性得到提高.

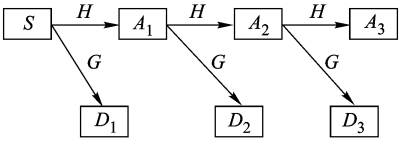


图 1　多尺度分解示意图

小波分析是在傅里叶分析基础上发展起来的一种数学分析方法,是一种时频分析方法,具有良好的局部化特性[5]. 小波多尺度分解的关键在于选择尺度函数与小波函数. 理想小波基的选择应该具有:①线性相位特性,可以减少或消除重建信号在边缘处的失真;②紧支集特性,即支集越短,小波变换的计算复杂度越低,便于快速实现;③消逝矩特性,决定小波变换后能量集中于低频分量的程度[6]. 与 db4 小波相比,Biorthogonal 小波具有紧支撑和对称性,解决了线性相位和正交性要求的矛盾,因此本文选用 bior1.5 小波函数对陀螺仪的原始输出信号进行深度为 4 的分解与重建. 以 X 轴陀螺仪为例,原始信号与重建的各信号方差如表 1 所示.

表 1　原始信号与重建各信号方差　　((°)/s)²

信号类型	原始数据	重建信号				
		A_4	D_4	D_3	D_2	D_1
方差	0.069 4	0.005 6	0.005 3	0.010 1	0.019 6	0.036 8

2　基于时间序列分析的 Kalman 滤波

针对多级重建信号,利用时间序列构建陀螺仪随机误差模型,并采用 Kalman 滤波方法来降低随机误差对系统精度的影响[7]. 假设对陀螺仪的随机漂移数据 S 利用进行深度为 J 的小波分解,得到数据 $D_1,\cdots,D_J,A_J$. 各尺度重建数据 AR 模型(Auto-Regressive Model)的阶数为 $n_{D_1},\cdots,n_{D_J},n_{A_J}$,其 AR 模型的参数为

$$\boldsymbol{R}_j(n_j)=[\alpha_{j,1},\alpha_{j,2},\cdots,\alpha_{j,n}]$$

定义状态变量

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=\begin{bmatrix} D_1(k+1) \\ D_1(k) \\ \vdots \\ D_1(k-n_{D_1}+2) \\ D_2(k+1) \\ \vdots \\ D_J(k-n_{D_J}+2) \\ A_J(k+1) \\ A_J(k) \\ \vdots \\ A_J(k-n_{A_J}+2) \end{bmatrix}$$

可以得到状态方程为

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{W}_k \tag{2}$$

量测方程为

$$\boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{H}\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{V}_k \tag{3}$$

其中

$$\boldsymbol{\phi}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_{n_{D_1}\times n_{D_1}} & & 0 \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{\phi}_{n_{A_J}\times n_{A_J}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\phi}_{n_{D_i}\times n_{D_i}}=\begin{bmatrix} \alpha_{D_i,1} & \cdots & \alpha_{D_i,n_{D_i}} \\ \boldsymbol{I}_{n_{D_i}-1,n_{D_i}-1} & & \boldsymbol{O}_{n_{D_i}-1,1} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\phi}_{n_{A_J}\times n_{A_J}}=\begin{bmatrix} \alpha_{A_J,1} & \cdots & \alpha_{A_J,n_{A_J}} \\ \boldsymbol{I}_{n_{A_J}-1,n_{A_J}-1} & & \boldsymbol{O}_{n_{A_J}-1,1} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{D_1\times D_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{\Gamma}_{A_J\times A_J} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{D_i\times D_i}=\begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{O}_{1,n_{A_i}-1} \\ \boldsymbol{O}_{n_{D_i}-1,1} & \boldsymbol{O}_{n_{A_i}-1,n_{A_i}-1} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{A_J\times A_J}=\begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{O}_{1,n_{A_J}-1} \\ \boldsymbol{O}_{n_{A_J}-1,1} & \boldsymbol{O}_{n_{A_J}-1,n_{A_J}-1} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}=[1 \quad \boldsymbol{O}_{1,n_{D_1}-1} \quad \cdots \quad 1 \quad \boldsymbol{O}_{1,n_{A_J}-1}]$$

$$\boldsymbol{W}=[\varepsilon_{D_1} \quad \varepsilon_{1,n_{D_1}-1} \quad \cdots \quad \varepsilon_{A_J} \quad \boldsymbol{O}_{1,n_{A_J}-1}]$$

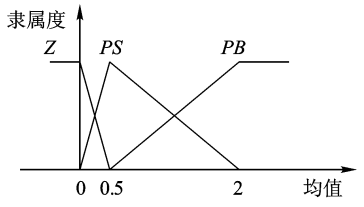
其中，$i=1,\cdots,J$；$\boldsymbol{O}_{m,n}$为$m\times n$阶零矩阵；ε为AR模型的残差；$\boldsymbol{V}_k$和$\boldsymbol{W}_k$为均值为0的白噪声序列，其自相关函数为：$\boldsymbol{\rho}_{vv}=\boldsymbol{R}\delta_{kj}$，$\boldsymbol{\rho}_{ww}=\boldsymbol{Q}\delta_{kj}$，互相关函数为$\rho_{vw}(k,j)=0$. 其中$\boldsymbol{R}$为系统观测噪声向量序列$\boldsymbol{V}_k$的方差阵；$\boldsymbol{Q}$为系统过程噪声向量序列$\boldsymbol{W}_k$的方差阵；$\delta_{kj}$为克罗尼克$\delta$函数.

根据模型精度和计算量考虑，采用AR(2)模型. 经白噪声检验，各尺度重建信号建模之后的残差均为白噪声，可以满足进一步处理的需要.

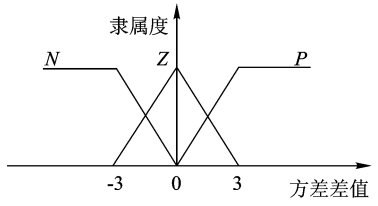
3 模糊自适应控制器设计

卡尔曼滤波算法高度依赖系统准确的数学模型，当先验噪声统计特性估计错误时，会导致卡尔曼滤波器性能下降，甚至发散. 通过大量的试验可以获得陀螺仪系统噪声的统计特性，但量测噪声的统计特性随应用环境变化而变化，很难获得精确的模型[8].

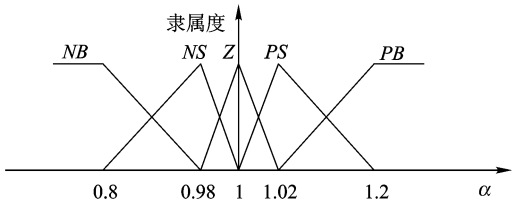
模糊控制利用专家知识，不依赖具体对象的数学模型，具有较强的鲁棒性，可基于模糊信息获得精确的调控方案[9]. 因而，本文采用模糊控制方法，基于根据Kalman滤波器的残差特性，在线调整系统的量测噪声，提高滤波效果. 模糊控制器为两输入单输出，输入量为残差序列的均值和理论方差与实际方差的差值，输出量为权重α. 设定残差均值、方差差值和权重α的论域分别为：{0，0.5，2}，{−3，0，3}，{0.8，0.98，1，1.02，1.2}，相应模糊子集分别为{Z，PS，PB}，{N，Z，P}，{NB，NS，Z，PS，PB}，其中NB为负大，NS为负小，PS为正小，PB为正大，N为负，Z为零，P为正. 为了实现和处理方便，隶属度函数均取线性函数，残差均值、方差差值和权值α的隶属度函数见图2.



a 均值隶属度函数



b 方差差值隶属度函数



c α隶属度函数

图2 隶属度函数

根据 Matlab 仿真实验,设计模糊控制规则表如表 2 所示.

表 2　权重 α 的模糊控制规则表

方差差值	均值		
	Z	*PS*	*PB*
N	*NB*	*NS*	*Z*
Z	*Z*	*PS*	*PB*
P	*PS*	*PS*	*PB*

本系统中,反模糊化采用加权平均法,即 $\bar{\alpha}=\frac{\sum\mu_\alpha\alpha}{\sum\mu_\alpha}$.根据隶属度函数和模糊控制规则设计完整的模糊控制器,经过反模糊化得到权重 α 的值.在线修改权重 α 的值,更新观测噪声方差阵 $\boldsymbol{R}$,从而使卡尔曼滤波器达到最优化.

改进后的 Kalman 滤波算法如下:

对于前面给出的系统方程,Kalman 滤波的递推公式如下:

状态一步预测

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}=\boldsymbol{\phi}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} \tag{4}$$

一步预测误差方差阵

$$\boldsymbol{P}_{k,k-1}=\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

滤波增益为

$$\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k,k-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{P}_{k,k-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}+\alpha\boldsymbol{R})^{-1} \tag{6}$$

误差方差阵估计

$$\boldsymbol{P}_k=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H})\boldsymbol{P}_{k,k-1} \tag{7}$$

状态估计为

$$\hat{\boldsymbol{X}}=\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}+\boldsymbol{K}_k(\boldsymbol{Z}_k-\boldsymbol{K}\hat{\boldsymbol{X}}_{k,k-1}) \tag{8}$$

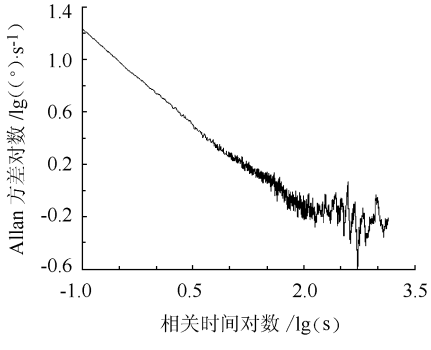
其中 α 为模糊控制器的输出值.

在滤波器最优的情况下,残差序列均值和理论方差与实际方差的差值接近零.当残差序列偏离零、方差差值增大时,滤波器趋于发散,此时需要调整观测噪声方差阵.通过监测残差序列,实时调整 α,从而达到滤波器的最优化.当 $\alpha=1$ 时,为普通卡尔曼滤波.

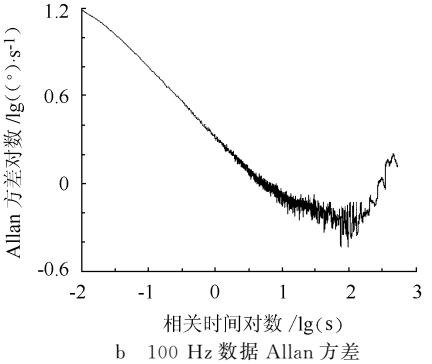
4　实验验证

本文测试平台采用 IFLY40 自动驾驶仪,其陀螺仪采用 ADXRS300,在恒温的情况下实时输出陀螺仪的采样数据.

通过 Allan 方差分析 MEMS 陀螺仪的随机误差特性,如图 3 所示.其中,图 3a 为采样频率 10 Hz时陀螺仪数据的 Allan 方差,图 3b 为采样频率 100 Hz 时陀螺仪数据的 Allan 方差.从图中可以看出,两图斜率基本一致,说明采样频率对随机误差影响不大.经测试,在不同的采样频率(1～18 000 Hz)下,ADXRS300 陀螺仪漂移均无明显规律性,近似为随机过程,较低采样频率可以满足其漂移测试要求[1].并且考虑到采样频率的增加会导致数据量的增加,导致系统延时,所以本文采用 10 Hz 采样频率进行采样,测试时间为 40 min.从图 3 中曲线斜率也可以看出,角随机游走(斜率为－1)占随机误差的主要部分.



a　10 Hz 数据 Allan 方差



b　100 Hz 数据 Allan 方差

图 3　不同频率采样数据 Allan 方差

为验证补偿方法的有效性,对各种不同滤波方法进行了对比,包括对原始数据进行时间序列分析并采用普通 Kalman 滤波(SKF)、多尺度时间序列分析和普通 Kalman 滤波、多尺度时间序列分析和模糊自适应 Kalman 滤波,如图 4 所示.

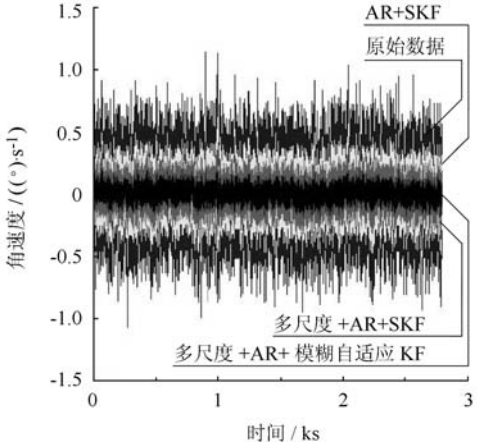


图 4　不同滤波效果的对比

通过对比利用传统时间序列方法与多尺度时间序列方法对陀螺仪采样数据分别建模并进行Kalman滤波,如图4所示.可知多尺度时间序列方法减小了模型预测误差,提高了建模精度,因此滤波之后的效果要好于传统方法.由于噪声方差阵的不精确,滤波后数据波动仍较大,需要对其进一步处理.在多尺度分析基础上,构建模糊控制系统,采用模糊自适应Kalman滤波对数据进行处理,对比表3中不同滤波后数据方差,可以得到采用多尺度模糊自适应Kalman滤波效果要好于多尺度传统Kalman滤波.

表3 不同滤波后方差对比 $((^\circ)\cdot s)^2$

滤波方法	原始数据	AR+SKF	多尺度+AR+SKF	多尺度+AR+模糊自适应 Kalman
方差	0.069 4	0.020 2	0.009 6	0.002 7

通过Allan方差对多尺度模糊自适应Kalman滤波效果进行验证,如图5所示,滤波后的角随机游走明显减少,具体数据如表4所示.各随机误差项数值均明显减小,说明多尺度模糊自适应Kalman滤波对消除陀螺仪随机误差影响有效.其中,N为角随机游走,B为偏差不稳定性,K为速率随机游走,R为速率斜坡,Q为量化噪声.

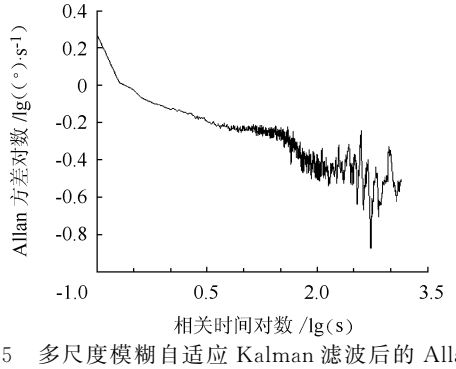


图5 多尺度模糊自适应Kalman滤波后的Allan方差

表4 滤波前后各随机误差系数

系数类别	R	K/ $((^\circ)\cdot h^{-\frac{3}{2}})$	B/ $((^\circ)\cdot h^{-\frac{1}{2}})$	N/ $((^\circ)\cdot h^{-\frac{1}{2}})$	Q/ μrad
滤波前	0	2.75	1.42	0.035	1.53
多尺度滤波后	0	1.8	0.99	0.009 7	0.41

5 结束语

本文对MEMS陀螺仪随机漂移进行了研究,针对传统时间序列方法对陀螺仪随机漂移建模中存在一定模型预测误差,利用多尺度分析,对重建的各尺度信号利用时间序列方法建模,减小了模型的预测误差,提高了建模的精度;在多尺度分析基础上,针对噪声方差阵的不精确,构建模糊控制器,对噪声方差阵进行在线调整,从而达到更好的滤波效果.经实验验证,本文的算法可以有效提高滤波效果.

参考文献(References)

[1] 张海鹏,房建成.MEMS陀螺仪短时漂移特性实验研究[J].中国惯性技术学报,2007,15(1):100-104
Zhang Haipeng, Fang Jiancheng. Short-time drift characteristic of MEMS gyroscope[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(1): 100-104(in Chinese)

[2] 徐丽娜,邓正隆.陀螺仪漂移特性的小波分析[J].中国惯性技术学报,2001,9(3):57-60
Xu Lina, Deng Zhenglong. Wavelet analysis on gyro drift rate[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2001, 9(3): 57-60(in Chinese)

[3] 赵世峰,张海,沈小蓉,等. MEMS陀螺随机噪声的多尺度时间序列建模[J]. 中国惯性技术学报,2006,14(5):78-80
Zhao Shifeng, Zhang Hai, Shen Xiaorong, et al. Modeling of MEMS gyros random noise based on multiscale timeseries [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2006, 14(5): 78-80(in Chinese)

[4] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman滤波理论及其在导航系统中的应用[M].北京:科学出版社,2004:92-94
Fu Mengyin, Deng Zhihong, Zhang Jiwei. Kalman filtering theory and application in navigation system[M]. Beijing: Science Press, 2004: 92-94(in Chinese)

[5] 刘涛,曾祥利,曾军.实用小波分析入门[M].北京:国防工业出版社,2006:40-42
Liu Tao, Zeng Xiangli, Zeng Jun. Practical wavelet analysis [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006: 40-42(in Chinese)

[6] 汤巍,李士心,刘鲁源,等.关于陀螺信号处理中小波基选取的研究[J].中国惯性技术学报,2002,10(5):28-30
Tang Wei, Li Shixin, Liu Luyuan, et al. Select of wavelet basis in gyro signal processing[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2002, 10(5): 28-30(in Chinese)

[7] 尚捷. MIMU及其与GPS组合系统设计与实验研究[D].北京:清华大学精密仪器与机械学系,2005
Shang Jie. Design and experimental study on MIMU and its integrated system with GPS[D]. Beijing: Instruments Science and Technology, Tsinghua University, 2005 (in Chinese)

[8] Zhang Santong, Wei Xueye. Fuzzy adaptive Kalman filter for marine ins/gps navigation[C]//Proceedings of the second international conference on machine learning and cybernetics. Xi'an: IEEE, 2003: 2634-2637

[9] 马野,王孝通,付建国.基于模糊卡尔曼滤波量测噪声自适应校正的方法研究[J].中国惯性技术学报,2005,13(2):24-26
Ma Ye, Wang Xiaotong, Fu Jianguo. Adaptive adjustment based on measurement noise of fuzzy Kalman filtering[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2005, 13(2): 24-26 (in Chinese)